

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

TESE DE DOUTORADO

**A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de
conceitos estatísticos na leitura de gráficos**

Irene Mauricio Cazorla

Orientadora: Márcia Regina F. de Brito

Este exemplar corresponde à redação final da tese defendida
por Irene Mauricio Cazorla e aprovada pela Comissão
Julgadora.

Data: ____ / ____ / ____

Assinatura do Orientador: _____

Comissão Julgadora:

**CAMPINAS
2002**

**Catálogo na Publicação elaborada pela biblioteca
da Faculdade de Educação/ UNICAMP**

C319r Cazorla, Irene Mauricio.
A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos / Irene Maurício Cazorla.--. – Campinas, SP: [s.n.], 2002.

Orientador : Márcia Regina Ferreira de Brito.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas,
Faculdade de Educação.

1. Métodos gráficos. 2. Leitura. 3. Educação estatística. I. Brito, Márcia Regina Ferreira de. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Título.

RESUMO

O presente estudo investigou os fatores que interferem na leitura de gráficos estatísticos à luz da teoria de habilidades matemáticas de Krutetskii e da teoria de compreensão gráfica de Pinker. Foram sujeitos da pesquisa 814 estudantes universitários que estavam cursando disciplinas de Estatística. Foram utilizados seis instrumentos: um questionário, duas escalas de atitudes (Matemática e Estatística), uma prova matemática, uma estatística e uma de aptidão verbal. O sucesso na leitura de gráficos depende do domínio do conceito estatístico, do *background* gráfico, da habilidade viso-pictórica e do gênero. Os homens apresentaram atitudes mais positivas e pontuações mais altas nas provas cognitivas, com exceção da prova verbal. O papel da instrução mostrou-se relevante no desenvolvimento do conceito de média e da leitura de gráficos.

Palavras-chaves: Métodos gráficos, leitura, Educação Estatística

ABSTRACT

This thesis aims to analyze factors that determine success when reading statistical graphics, based on Krutetskii's mathematical ability theory and Pinker's graphical comprehension theory. 814 undergraduate students attending Statistical courses were investigated. Six instruments were used: a questionnaire; two attitudes scale towards Statistics and Mathematics; and mathematical, statistics, and verbal aptitude tests. Findings show that success when reading statistical graphics lie on the understanding of the statistical concept, level of knowledge of graphics, visual-pictorial ability, and gender. Male students show more positive attitudes, and higher scores at cognitive tests, except at the verbal aptitude test. Instruction also shows to play a significant role on the development of statistical and graphic abilities.

Key-words: Graphic methods, reading, Statistical Education

Para Agenor, Luiz e Carla
por me lembrarem a beleza da vida.
E, para meu pai Vicente Mauricio Reis
(in memoriam) por me ensinar o valor de estudar.

AGRADECIMENTOS

À Professora Márcia Brito, por me propiciar a oportunidade de trabalhar sobre sua orientação, pela leitura cuidadosa, revisão e sugestões que contribuíram para a realização do presente trabalho.

À Universidade Estadual de Santa Cruz através de sua Administração Superior e do Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas, que permitiram meu afastamento para realizar o curso.

À Capes pela concessão de bolsa de estudos.

Às professoras Eugênia Troncoso Leone e Dione Lucchessi de Carvalho, que participaram da banca de qualificação deste trabalho, pela revisão minuciosa e valiosas contribuições.

Aos Professores de Estatística da UESC, meus colegas, que me ajudaram na aplicação dos instrumentos e aos alunos que gentilmente se dispuseram a preencher os instrumentos de pesquisa.

Às minhas amigas Inês e Márcia Carvalho de Azevedo pelos sábios conselhos.

Às minhas “caras estatísticas”: Claudia Borim da Silva, Claudette Maria Medeiros Vendramini e Clayde Regina Mendes.

Aos colegas do curso, em especial a Míriam Utsumi, Odalea Viana, Maria Cândida, Claudia Pauletto e Rosa Machado.

SUMÁRIO

Lista de Tabelas	xiii
Lista de Quadros	xiii
Lista de Figuras	xvii
Capítulo I. Introdução à área geral do problema	1
Capítulo II. Educação Estatística, pensamento estatístico e o desenvolvimento do conceito de média	11
2.1 Educação Estatística e pensamento estatístico	11
2.2 A formação do usuário de Estatística	19
2.3 O papel das atitudes na formação do usuário de Estatística	24
2.4 O desenvolvimento do conceito da média aritmética	29
2.5 Revisão de literatura	33
Capítulo III. Histórico dos gráficos e principais teorias relacionadas à percepção e compreensão de gráficos	41
3.1 Antecedentes históricos, definição e tipos de gráficos	41
3.2 O papel e a importância dos gráficos	47
3.3 O ensino de gráficos	49
3.4 A psicologia da percepção gráfica	52
3.5 O enfoque taxonômico de Bertin	54
3.6 A teoria da percepção gráfica de Cleveland e McGill	58
3.7 A teoria de processamento de informações visuais de Kosslyn	67
3.8 A teoria de compreensão de gráficos de Pinker	77
3.9 O trabalho de Tufte	105
3.10 Revisão de bibliografia	108

Capítulo IV. A teoria de habilidades matemáticas de Krutetskii	129
4.1 A teoria de habilidades matemáticas de Krutetskii	129
4.2 A pesquisa sobre habilidades matemáticas do grupo PSIEM	136
4.3 Revisão de bibliografia	140
Capítulo V. Delineamento do estudo e procedimentos	145
5.1 O problema de pesquisa	145
5.2 O método	150
5.2.1 Delineamento do estudo	150
5.2.2 Sujeitos da pesquisa	151
5.2.3 Instrumentos	153
5.2.4 Procedimentos	159
Capítulo VI. Resultados e análise dos dados	167
6.1 Análise descritiva	168
6.2 Análise da relação entre variáveis no pré-teste	202
6.3 Análise do desempenho dos novatos no pré e pós-teste	229
Capítulo VII. Discussão e conclusões	237
7.1 Discussão dos resultados	237
7.1.1 Quanta informação é extraída dos gráficos durante sua leitura	237
7.1.2 A relação entre a leitura de gráfico, a habilidade viso- pictórica, o domínio de conceitos estatísticos, as atitudes em relação à Estatística, a habilidade verbal e a instrução formal ...	239
7.2 Conclusões e considerações finais	251
Referências bibliográficas	253
Anexos	261

Lista de Tabelas

Tabela 1. Dados para ilustrar a eficácia relativa da leitura de tendência em tabelas, gráfico de linhas e gráfico de barras	99
---	----

Lista de Quadros

Quadro 1. Conceitos e procedimentos de Estatística e Probabilidades segundo os PCNs para o Ensino Fundamental	21
Quadro 2. Classificação dos níveis de usuários	24
Quadro 3. Número de alunos matriculados nas disciplinas de Estatística e número de sujeitos no segundo semestre de 1999 e no primeiro semestre de 2000	152
Quadro 4. Planejamento e aplicação dos instrumentos de pesquisa	161
Quadro 5. Indicadores utilizados na pesquisa	163
Quadro 6. Distribuição do número de sujeitos segundo participação na pesquisa	167
Quadro 7. Distribuição dos sujeitos por disciplina, curso e área de conhecimento	168
Quadro 8. Distribuição dos sujeitos de acordo com nível da disciplina	169
Quadro 9. Distribuição de sujeitos segundo o número de disciplinas de Estatística oferecidos pelos cursos	169
Quadro 10. Número de sujeitos segundo nível de complexidade matemática dos cursos	170
Quadro 11. Distribuição dos sujeitos por ano de ingresso.....	172
Quadro 12. Distribuição dos sujeitos por faixa etária	172
Quadro 13. Distribuição dos sujeitos segundo situação frente à disciplina de Estatística	172
Quadro 14. Perfil dos sujeitos por curso	173
Quadro 15. Distribuição dos sujeitos de acordo com o significado atribuído à palavra "estatística"	176
Quadro 16. Distribuição dos sujeitos segundo a definição atribuída à Estatística	178
Quadro 17. Distribuição dos sujeitos segundo o sentimento que experimentam frente à palavra "estatística"	179
Quadro 18. Distribuição dos sujeitos segundo as razões atribuídas à utilidade da Estatística no desempenho profissional	306
Quadro 19. Distribuição dos sujeitos segundo a definição atribuída à média aritmética	181
Quadro 20. Distribuição dos sujeitos segundo função atribuída à média aritmética	307
Quadro 21. Distribuição dos sujeitos segundo notas atribuídas ao seus desempenhos em Estatística e Matemática	182
Quadro 22. Distribuição dos sujeitos segundo auto-precepção de desempenho em Estatística e em Matemática	183
Quadro 23. Distribuição percentual dos sujeitos segundo nível de conhecimento de conceitos/procedimentos estatísticos	184

Quadro 24. Distribuição percentual dos sujeitos por tipo de gráfico segundo nível de contato ..	186
Quadro 25. Desempenho dos sujeitos no cálculo da média simples	307
Quadro 26. Desempenho dos sujeitos no cálculo da média ponderada	308
Quadro 27. Desempenho dos sujeitos nas propriedades da média	308
Quadro 28. Desempenho dos sujeitos no problema proposto por Pollatsek e outros (1981)	308
Quadro 29. Desempenho dos sujeitos na interpretação da média de uma variável discreta	309
Quadro 30. Desempenho dos sujeitos no problema proposto por Cai (1998)	309
Quadro 31. Desempenho dos sujeitos na prova da média	191
Quadro 32. Desempenho dos sujeitos no gráfico de barras	310
Quadro 33. Desempenho dos sujeitos no gráfico de controle	311
Quadro 34. Desempenho dos sujeitos no gráfico de barras com referência zero	312
Quadro 35. Desempenho dos sujeitos no gráfico de linhas	195
Quadro 36. Desempenho dos sujeitos na prova de gráficos	198
Quadro 37. Desempenho dos sujeitos na prova matemática	199
Quadro 38. Nível de significância da amostra (<i>p-valor</i>) resultante da aplicação dos testes F e t-student	204
Quadro 39. Quadro resumo das médias dos indicadores quantitativos padronizadas segundo categorias das variáveis qualitativas	205
Quadro 40. Matriz de correlação dos indicadores	219
Quadro 41. Estrutura dos parâmetros do modelo explicativo para a leitura de gráficos	221
Quadro 42. Estrutura dos parâmetros do modelo explicativo para a leitura de gráficos	223
Quadro 43. Distribuição dos autovalores e variação explicada por fator	225
Quadro 44. Distribuição das cargas fatoriais após rotação Varimax	225
Quadro 45. Resultados comparativos segundo tipo de procedimento adotado na solução de problemas	228
Quadro 46. Desempenho médio dos novatos no pré e pós-teste	230
Quadro 47. Desempenho dos novatos na prova da média por questão	232
Quadro 48. Desempenho dos novatos na prova de gráficos por questão	234
Quadro 49. Atitudes em relação à Estatística dos novatos no pré e no pós-teste	236
Quadro 50. O processo de instrução no desenvolvimento do conceito de média, na leitura de gráficos e nas atitudes em relação à Estatística	243

Lista de Figuras

Figura 1. Exemplo de manipulação de gráficos estatísticos	4
Figura 2. Fatores que interferem na formação do usuário de Estatística	18
Figura 3. A formação do usuário de Estatística	25
Figura 4. Movimentos entre espaços dos gráficos, segundo a área utilizada	48
Figura 5. Gráficos estatísticos mais utilizados.....	48
Figura 6. Tarefas elementares de percepção propostas por Cleveland e McGill	59
Figura 7. Diagrama de dispersão	61
Figura 8. Gráfico de barras lado a lado	61
Figura 9. Diagrama de pontos triplo	61
Figura 10. Gráfico de volume	61
Figura 11. Gráficos justapostos, julgamento de posição em escalas não alinhadas	62
Figura 12. Exemplo da aplicação da Lei de Weber no julgamento de comprimento	64
Figura 13. Exemplo de um gráfico de bastão	65
Figura 14. Gráfico de curvas e gráfico da diferença de curvas	66
Figura 15. Exemplo de um gráfico eficaz que não respeita o princípio de aceitabilidade	68
Figura 16. As fases do processamento da informação visual de Kosslyn	69
Figura 17. Exemplo de esboços visuais da estrela de Davi	72
Figura 18. Exemplo de um gráfico de barras	79
Figura 19. Esquema proposto por Pinker (1990) para a compreensão de gráficos	80
Figura 20. Processos ativados durante a leitura de gráficos, segundo Pinker (1990)	81
Figura 21. Um exemplo do número de elementos perceptíveis	83
Figura 22. Exemplos de atributos de configuração, segundo Pinker (1990)	84
Figura 23. Exemplo de uma descrição visual seguindo as leis da Gestalt, segundo Pinker (1990)	85
Figura 24. Representação mental do sistema de coordenadas, segundo Pinker (1990)	87
Figura 25. Estrutura do esquema gráfico, segundo Pinker (1990)	89
Figura 26. Exemplo de bandeira de mensagem em um fragmento de esquema gráfico, segundo Pinker (1990)	90
Figura 27. Esquema gráfico geral, segundo Pinker (1990)	93
Figura 28. Algumas tendências quantitativas associadas com padrões visuais	98
Figura 29. Exemplo de adequação de um gráfico	100
Figura 30. Exemplo de adequação de um gráfico	101
Figura 31. Erros de estimação em gráficos segundo sua dimensão	118
Figura 32. Processos elementares de informação segundo Simkim e Hastie (1987)	122
Figura 33. Modelo teórico para a prontidão para uma atividade, segundo Krutetskii	131
Figura 34. Modelo teórico da estrutura de habilidades matemáticas, segundo Krutetskii	133

Figura 35	Relações hipotéticas entre habilidade, aquisição de conhecimento, atitudes e prontidão em Matemática e em Estatística	263
Figura 36.	Modelo operacional proposto para prever o sucesso na leitura de gráficos estatísticos	148
Figura 37.	Modelo operacional e instrumentos propostos para prever a prontidão em Estatística	264
Figura 38.	Distribuição dos sujeitos segundo situação final nas disciplinas de Estatística	170
Figura 39.	Nível de conhecimento dos sujeitos dos conceitos/procedimentos estatísticos	185
Figura 40.	Nível de conhecimento de Estatística segundo os próprios sujeitos	315
Figura 41.	Nível de conhecimento de gráficos segundo os próprios sujeitos	186
Figura 42.	Nível de conhecimento de gráficos segundo os sujeitos	315
Figura 43.	Distribuição da pontuação nas Escalas de Atitudes em relação à Estatística e em relação à Matemática	187
Figura 44.	Desempenho dos sujeitos na prova de raciocínio verbal – DAT	200
Figura 45.	Distribuição da pontuação de alguns indicadores.....	201
Figura 46.	Distribuição da pontuação de alguns indicadores.....	201
Figura 47.	Pontuação média dos indicadores quantitativos por gênero	208
Figura 48.	Distribuição da nota final nas disciplinas de Estatística por curso	210
Figura 49.	Pontuação média dos indicadores quantitativos por curso	213
Figura 50.	Pontuação média dos indicadores quantitativos por curso	213
Figura 51	Desempenho nas provas da média, de gráficos e de matemática, por gênero, segundo situação dos sujeitos frente à disciplina de Estatística	215
Figura 52.	Pontuação média dos indicadores segundo auto-percepção de desempenho em Estatística	216
Figura 53.	Situação final nas disciplinas dos alunos matriculados, no segundo semestre de 1999 e no primeiro semestre de 2000, por curso	217
Figura 54.	Relação entre os indicadores quantitativos	220
Figura 55.	Relação entre o desempenho na prova de gráficos e na prova da média	222
Figura 56.	Espaço fatorial após rotação Varimax	226
Figura 57.	Atitudes em relação a Estatística em função da auto-percepção de desempenho em Estatística e gênero	227
Figura 58.	Desempenho dos novatos na prova da média no pré-teste e no pós-teste	231
Figura 59.	Desempenho dos novatos na prova de gráficos no pré-teste e no pós-teste	233
Figura 60.	Atitudes em relação à Estatística dos novatos no pré-teste e no pós-teste	235
Figura 61.	O processo de instrução no desenvolvimento do conhecimento e das atitudes em relação à Estatística	244
Figura 62.	Modelo operacional para prever o sucesso na leitura de gráficos	246
Figura 63	Fatores que interferem na compreensão de gráficos estatísticos	250

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO À ÁREA GERAL DO PROBLEMA

As grandes mudanças vivenciadas pela humanidade no final do século XX, devido ao avanço da tecnologia, têm colocado a Estatística em um plano privilegiado. Well (1904 in Ruberg e Mason, 1988) já alertava, que para ser um cidadão o indivíduo deveria estar capacitado a calcular, pensar em termos de média, máximo e mínimo, bem como a ler e escrever. Hoje, isto poderia ser parafraseado como: *para uma cidadania plena, o pensamento estatístico é tão necessário quanto a capacidade de ler e escrever.*

A importância da Estatística na formação do cidadão é crescente, na medida em que este fica exposto a informações estatísticas veiculadas pela mídia. Essas informações podem influenciar importantes tomadas de decisões que, muitas vezes, pela ausência de conhecimento na área são *consumidas* sem uma filtragem, tornando o cidadão vulnerável a interpretações que não correspondem à realidade.

Por algum tempo, a Estatística estava restrita a universidades, centros de pesquisas e empresas de grande porte, uma vez que as complexas rotinas estatísticas e os grandes volumes de informação só podiam ser processados em computadores de grande porte, elitizando seu uso. Hoje, esse quadro mudou por completo. O avanço da informática tornou possível a popularização do uso de microcomputadores pessoais e de *softwares amigáveis* permitindo o uso de complexas ferramentas estatísticas por qualquer usuário. Nesse aspecto, é preciso a alfabetização estatística, a fim de evitar o uso indiscriminado das técnicas estatísticas que podem levar a conclusões erradas e que poderão resultar em um preço alto para a empresa, instituição e até mesmo para a sociedade.

Por outro lado, o avanço tecnológico permite a rápida divulgação de informações contendo conceitos estatísticos. Hoje, o cidadão comum acompanha o movimento das bolsas de valores de Nova Iorque a São Paulo, passando por Hong Kong; o crescimento populacional, a disseminação de doenças infecto-contagiosas, a trajetória das intenções de

voto dos candidatos a cargos eletivos (Presidente da República, Governador de Estado, Prefeito de Município) dentre outros.

Segundo Crossen (1996), as informações utilizadas para opinar, escolher, comprar, vêm sendo criadas para promover um produto, uma causa ou um político e não para expandir conhecimento. E isso porque os números atribuem um senso de racionalidade para as decisões complexas, exacerbado pela *“crescente sensação de que nada pode ser definido como verdade a não ser que seja sustentado por uma pesquisa estatística”* (p.11). As informações vêm *“vestidas em complexas tabelas e gráficos que medem, geralmente com aridez, do décimo ao centésimo de um ponto decimal, o empacotamento das conclusões de uma pesquisa faz com que elas pareçam ainda mais intimidadoras do que realmente são. As únicas pessoas que podem analisar as pesquisas são aquelas que as fazem. Isto praticamente garante uma recepção acrítica da imprensa e do público”* (p.28).

Para a referida autora, no final da cadeia da informação se encontram os consumidores e a maioria deles não possuem sequer noções básicas de Estatística. Como resultado, esses consumidores não têm nem a confiança, nem as ferramentas necessárias para analisar as informações divulgadas. Apesar de saberem o suficiente para desconfiar de alguns números, em geral, se encontram sem defesas.

A Estatística e os conceitos estatísticos, antes restritos a algumas áreas, nunca estiveram tão presentes na vida do cidadão comum, como estiveram nas eleições para governador de estado, em 1998, quando institutos de pesquisas renomados erraram seus prognósticos, em vários estados do país. Nessa época, conceitos como amostra, erro amostral, margem de erro, intervalo de confiança, estimativa, dentre outros, apareceram nas manchetes dos jornais, nos debates na televisão e na rádio (Silva, 2000). Juntamente com a discussão técnica, ligada à Estatística, esteve em pauta também o uso inescrupuloso da Estatística.

As informações estatísticas veiculadas fazem, cada vez mais, uso de recursos gráficos. Segundo Pinker (1990), atualmente existe uma grande variedade de gráficos sendo utilizados e seu sucesso é tão grande, que basta observar a diversidade de formas com que a

informação é descrita de forma pictórica (gráficos de barras, linhas, circulares, diagramas de Venn, diagramas de fluxo, diagramas de árvores, pictogramas).

Segundo o referido autor, os gráficos são um método efetivo de comunicação, uma vez que tiram partido efetivo dos mecanismos cognitivos, particularmente da percepção. A preferência por gráficos na comunicação de informação, em detrimento a outras formas não pictóricas (tabelas de números, lista de proposições etc.), pode ser explicada pelo fato de que a apresentação pictórica é, visualmente, mais prazerosa. Ainda, segundo esse autor, existem evidências sugerindo que os formatos gráficos apresentam a informação de uma forma mais amena para as pessoas perceberem e raciocinarem mais facilmente sobre ela.

Shah e Carpenter (1995) reforçam essa idéia quando afirmam que na apresentação de dados numéricos, os gráficos são utilizados porque é conhecida a capacidade humana de reconhecer padrões visuais.

Para Cleveland (1984) os gráficos são análogos à linguagem escrita. A linguagem gráfica é utilizada extensivamente para transmitir informação quantitativa e isso é feito de forma eficiente. Os padrões quantitativos e relações entre os dados são rapidamente revelados por gráficos devido ao enorme poder do sistema visual-cognitivo para perceber padrões geométricos; sistema este que pode rapidamente resumir grandes quantidades de informação quantitativa de um gráfico, distinguindo padrões ou focalizando detalhes específicos. Acrescente-se a isso a revolução na computação gráfica, que permitiu o uso ampliado dos gráficos e a criação de novos tipos.

Segundo Curcio (1987), a compreensão da informação em uma sociedade altamente tecnológica torna-se dependente da habilidade do leitor para, dentre outras coisas, compreender gráficos. Embora a leitura literal dos dados apresentados na forma gráfica seja um componente importante da leitura de gráficos, o máximo potencial de um gráfico é alcançado quando o leitor é capaz de interpretar e generalizar a forma dos dados apresentados. Consequentemente, os indivíduos que não conseguem interpretar gráficos de forma precisa ou detectar incorreção nos mesmos dependem da integridade e interpretação de outras pessoas (Berg e Smith, 1994).

Wainer (1992) ilustrou claramente a maneira como a apresentação gráfica é vulnerável a manipulações tendenciosas, sendo utilizada para formar opiniões imprecisas da realidade. Um exemplo disso é o gráfico publicado pela Revista Forbes, em 14 de maio de 1990 (Figura 1a). A idéia é mostrar que enquanto o gasto com a educação feito pelo governo americano (em mil dólares constantes de 1988) aumentou rapidamente na última década, o desempenho dos estudantes, medido como a média das notas do SAT¹, não correspondeu a esse incremento.

Contudo, manipulando-se separadamente as escalas verticais é possível fazer com que o gráfico mostre exatamente o efeito oposto, tal como pode ser observado na Figura 1b. Esse exemplo ilustra a idéia de que, no campo da Estatística, não é suficiente a competência técnica, mas essa deve ser aliada à postura ética daquele que fornece as informações e, de outro lado, é preciso, também, a competência técnica e a postura crítica do *consumidor* dessas informações.

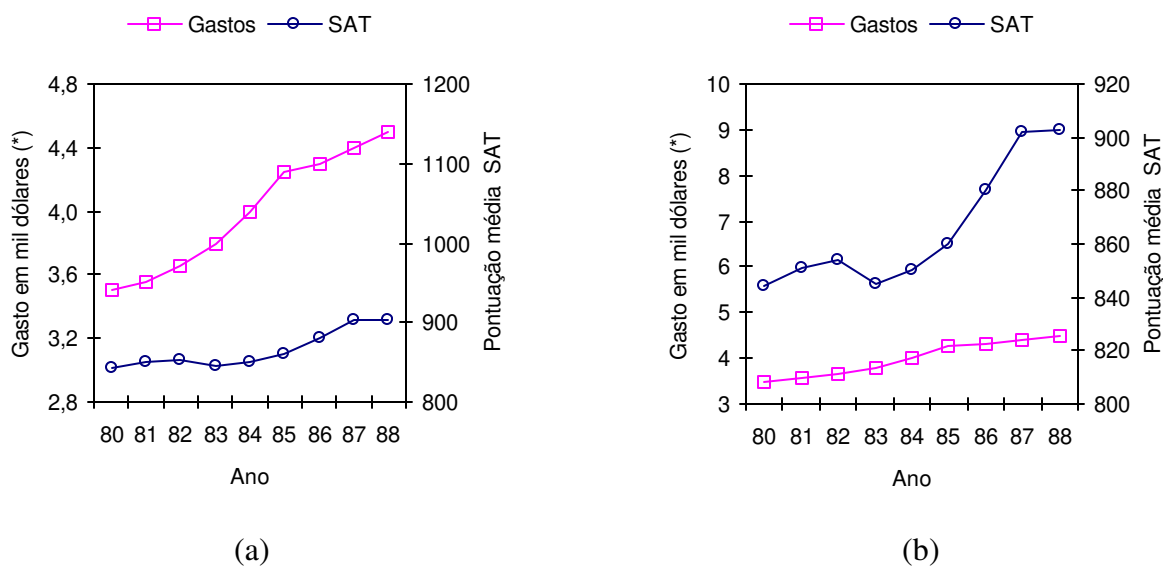


Figura 1. Exemplo de manipulação de gráficos estatísticos

Fonte: Wainer(1992), p. 17

(*) o gasto é expresso em dólares constantes base 1988

¹ SAT Scholastic Aptitude Tests, equivalente, no Brasil, ao ENEM Exame Nacional de Ensino Médio

Apesar do sucesso e da multiplicação do uso de gráficos, existem evidências de que nem todo indivíduo consegue extrair informações e captar as mensagens neles contidas. Mevarech e Kramarsky (1997) afirmaram que embora os gráficos tenham sido considerados, por muito tempo, uma parte fundamental do currículo de Matemática e Ciências, estudos recentes têm indicado que o entendimento dos alunos a respeito dos gráficos é bastante limitado. Muitos estudantes apresentam dificuldades quando são solicitados a alternar entre diferentes tipos de apresentação; outros não conseguem utilizar gráficos para comunicar um resultado ou para extrair informações; outros não conseguem transpor o que aprenderam sobre gráficos, nas aulas de Matemática, para outras matérias.

Se, de um lado, se reconhece a importância dos gráficos, de outro, também se reconhecem as dificuldades que o indivíduo enfrenta durante a leitura de gráficos. Tal constatação mostra a necessidade de serem desenvolvidos estudos visando a compreensão dos diversos aspectos que envolvem a construção e interpretação de gráficos, bem como os processos cognitivos envolvidos durante a extração das informações.

A análise da literatura mostrou que alguns autores, preocupados com os processos cognitivos envolvidos na compreensão de gráficos, desenvolveram propostas de cunho teórico. Assim, a partir da perspectiva psicológica, Pinker (1990) propôs uma teoria baseada na teoria cognitiva geral e de percepção e Kosslyn (1985) idealizou aspectos de uma teoria de processamento da informação visual. Já Cleveland e McGill (1984a) propuseram uma teoria, mais restrita, baseada na percepção gráfica, usando as leis da Psicofísica. Todavia, foi Bertin (1967) quem iniciou a sistematização da construção e interpretação de gráficos e propôs uma semiologia gráfica.

Outros autores desenvolveram e aprimoraram diversos gráficos estatísticos (Kruskal, 1982; Tufte, 1983 e Tukey, 1977). Enquanto outros abordaram diversos aspectos, como, por exemplo, o que deve ser entendido por *proficiência em gráficos*, que critérios devem ser utilizados para avaliar essa proficiência, a dificuldade de mensuração e a validação dos instrumentos para medi-la (Berg e Smith, 1994; Kruskal, 1982 e McKenzie e Padilla, 1986) dentre outros.

A revisão da literatura na área permitiu apontar Pinker (1990) como o autor que apresentou uma teoria mais elaborada sobre a compreensão de gráficos. Segundo ele o sucesso na leitura de gráficos (extrair de forma eficiente informações neles contidos) depende de dois fatores. O primeiro deles é ligado à *eficiência do leitor*, dependente da capacidade do processamento de informações, da capacidade de memória e do processo inferencial. O segundo é ligado à *eficácia do gráfico*, ou seja, a capacidade do mesmo em transmitir a informação; dependente do tipo de gráfico, dos conceitos envolvidos e de sua complexidade matemática.

Para Pinker (1990), ao ler um gráfico aciona-se uma série de processos que estão ligados à capacidade cognitiva do leitor: o *processo de reconhecimento*, que reconhece um gráfico como pertencendo a um tipo particular; o processo de *montagem da mensagem*, que cria uma mensagem conceitual (informação disponível a ser extraída); o *processo de interrogação*, que recupera ou codifica uma nova informação baseada numa questão conceitual (informação desejada) e o *processo inferencial*, que aplica as regras da inferência lógica e matemática para as entradas da mensagem conceitual.

Segundo o referido autor, a prática tem um papel importante no desenvolvimento da habilidade para ler gráficos, pois a carga mental para ler um gráfico que nunca foi visto é maior do que aquele que já é conhecido, para o qual, segundo o referido autor, o *esquema gráfico* já estaria armazenado na memória de longo prazo. Igualmente, quanto maior o conhecimento de gráficos, maior o número de associações entre as tendências quantitativas e os padrões visuais e maior o vocabulário mental e verbal associado à sua leitura.

Paralelamente à preocupação da academia com a compreensão dos processos cognitivos envolvidos na representação gráfica e, de uma forma mais ampla, com o ensino-aprendizagem da Estatística, os educadores e os dirigentes educacionais também reconhecem a importância da Estatística na formação do cidadão, e estão preocupados com a inserção destes conteúdos no currículo do Ensino Fundamental e Médio. Embora esse movimento já venha se consolidando em outros países, no Brasil isto é mais recente (Lopes, 1998).

No Ensino Fundamental e Médio, o ensino de gráficos estatísticos está incluído no tópico Estatística, incluído na disciplina de Matemática, limitando-se ao ensino de gráficos circulares, de barras e de linhas. No tópico Estatística também são ensinados conceitos e procedimentos básicos (construção de tabelas, medidas de tendência central e de dispersão). O tópico Estatística, via de regra, estava incluído nas séries mais avançadas e, geralmente, era um dos últimos tópicos do livro-texto (Panaino, 1998). Esse quadro está mudando com a implementação dos novos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN's, que dão uma ênfase especial ao ensino de Estatística e Probabilidade (MEC, 1997; Lopes, 1998).

Enquanto no Ensino Fundamental e Médio a Estatística pouco aparece, no Ensino Superior faz parte da grade curricular obrigatória da maioria dos cursos, principalmente naqueles onde a pesquisa científica ou a pesquisa empírica faz parte da formação profissional, como por exemplo, Medicina, Biologia, Educação, Psicologia, Economia, Publicidade entre outros.

Apesar do destaque que atualmente vem sendo dado à Estatística, a análise da literatura pertinente mostrou que o ensino dessa disciplina enfrenta sérios problemas, sendo os mais graves no Ensino Superior.

Dentre os fatores que interferem no ensino e na aprendizagem de Estatística, podem ser elencados aqueles ligados à natureza psicológica, filosófica, epistemológica e ética, própria da Estatística, pois lida com conceitos de natureza probabilística, com problemas abertos, além de possibilitar o mau uso das técnicas ou das informações, além dos fatores que interferem em qualquer processo de ensino-aprendizagem (Batanero, 1999).

De forma mais restrita, retomando Pinker (1990), dentre os fatores mais relevantes que interferem na leitura de gráficos, ligados ao leitor, poderiam ser elencados a habilidade matemática, a habilidade verbal, o conhecimento matemático anterior, o conhecimento estatístico anterior, esses dois últimos desenvolvidos pela instrução, além dos fatores ligados ao gráfico.

Um dos pesquisadores que estudou profundamente a estrutura da habilidade matemática foi Vadim A. Krutetskii (1976), um psicólogo russo que coordenou um grande programa de pesquisa, ao longo de uma década, envolvendo mais de mil sujeitos.

Segundo Krutetskii (1976), as habilidades são qualidades internas das pessoas, que permitem a elas realizar uma atividade ou tarefa com sucesso. Essas habilidades teriam uma natureza sócio-histórica, pois são desenvolvidas no processo social de apropriação da cultura e na interação com o meio, havendo ainda certos fatores herdados que influenciam o seu desenvolvimento. Assim, a habilidade torna-se uma condição necessária, porém não suficiente para o sucesso na tarefa, pois além dela são necessárias outras condições psicológicas, tais como a atitude em relação à atividade, os traços de personalidade, o estado mental, os conhecimentos, destrezas e hábitos. A conjunção das habilidades e dessas condições psicológicas determinam o que Krutetskii denominou de *prontidão* ou capacidade de realizar, com sucesso, uma atividade.

Krutetskii (1976) apontou a existência de diferentes tipos de mente matemática: a analítica (onde predominam os esquemas abstratos, pouco utilizando suportes visuais), a geométrica (predomínio das representações visuais) e a harmônica (equilíbrio entre o domínio de esquemas abstratos e das representações visuais). Pessoas com mente do tipo geométrico, interpretam visualmente uma relação matemática abstrata. Para elas, as figuras substituem a lógica e, na solução de problemas, precisam criar suportes visuais, além de possuir um forte desenvolvimento dos conceitos espaciais. Consequentemente, as pessoas com mente geométrica teriam mais desenvolvida a *habilidade viso-pictórica*.

Considerando que os gráficos são representações visuais e que as pessoas com tipo de mente geométrica têm uma propensão maior para utilizar recursos visuais na solução de problemas, surge a seguinte indagação: *a leitura de gráficos estatísticos é facilitada pela habilidade viso-pictórica?*, é plausível supor que sujeitos com mente predominantemente geométrica apresentem maior facilidade de leitura de gráficos.

Por outro lado, a eficácia do gráfico depende, dentre outros fatores, dos conceitos estatísticos envolvidos na sua construção, consequentemente, cabe indagar qual é *o papel do domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos*. Assim, pode-se supor que

quanto maior for o domínio do leitor dos conceitos e procedimentos estatísticos, maior será a eficácia na leitura de gráficos. Paralelamente, emerge a seguinte indagação: *qual é o papel da instrução formal em Estatística no desenvolvimento dos conceitos estatísticos e na leitura de gráficos?*

Supõe-se, também, que o aspecto afetivo pode interferir na aprendizagem da Estatística, através das atitudes em relação à Matemática e à Estatística, aparentemente por uma relação quase direta.

Com base nas considerações até aqui expostas e após uma primeira revisão de literatura foi formulado o seguinte problema de pesquisa:

Quais as relações entre a habilidade viso-pictórica, o domínio de conceitos estatísticos e as atitudes em relação à Estatística e a leitura de gráficos?

Nesse contexto e reconhecendo a importância da Estatística ou, mais restritamente, da compreensão dos gráficos estatísticos na formação do cidadão, o presente trabalho se propôs basicamente responder duas questões: quanta informação consegue ser extraída durante a leitura de gráficos e quais são os fatores que determinam o sucesso dessa tarefa.

Dada a abrangência do tema e dos conceitos estatísticos envolvidos em gráficos, a presente pesquisa se restringiu ao conceito mais básico da Estatística, que é o conceito de média aritmética. Quanto aos gráficos, estes ficaram restritos aos gráficos de barras e de linhas. E, em relação ao nível de ensino, o presente estudo foi realizado tendo como sujeitos estudantes do Ensino Superior, uma vez o ensino formal da Estatística é mais perceptível, pois aparece como disciplina da grade curricular.

A possível relevância da presente proposta, do ponto de vista teórico, reside em contribuir para a discussão sobre os fatores que contribuem na extração de informação de gráficos, envolvendo dois elementos: o domínio dos conceitos estatísticos e a relação com a habilidade matemática, mais especificamente, a habilidade viso-pictórica.

A relevância social pode ser avaliada a partir de dois aspectos. O primeiro coloca em pauta a *vulnerabilidade* do cidadão, enquanto consumidor de informações e gráficos

estatísticos veiculados pela mídia. É possível conscientizar a comunidade estatística da necessidade urgente de se adotar medidas capazes de levar o cidadão a adotar uma postura crítica. O segundo é que o conhecimento das habilidades necessárias para formar um bom leitor de gráficos e, conseqüentemente, um melhor usuário de Estatística, permitirá redirecionar os objetivos, conteúdos e formas de ensino da Estatística, visando a formação de bons usuários, de acordo com as novas exigências da sociedade.

A formação de bons usuários de Estatística e de bons *consumidores* de informações estatísticas contribuirá para a formação de um cidadão crítico, capaz de verificar a natureza das informações estatísticas antes de tomar decisões, tornando-se, desta maneira, menos vulnerável às distorções e aos propósitos, nem sempre éticos, subjacentes a essas informações.

Além desses dois elementos, a revisão bibliográfica e os resultados da pesquisa empírica encontrados neste trabalho, podem fornecer subsídios para a melhoria do ensino de gráficos, através do uso dos recursos pedagógicos apontados pelos vários autores cujos trabalhos foram revisados.

O Capítulo I introduz o tema da pesquisa; o Capítulo II faz uma breve incursão na Educação Estatística e o esforço dessa nova disciplina no desenvolvimento do pensamento necessário às atividades estatísticas, além de apresentar uma seção sobre a média aritmética e os resultados das pesquisas com esse conceito. O Capítulo III trata dos gráficos, abrangendo a evolução histórica, a importância, a sistematização das principais correntes teóricas sobre a compreensão de gráficos, com destaque para a proposta teórica de Pinker (1990), além de uma revisão dos principais resultados de pesquisas empíricas. O Capítulo IV apresenta a teoria das habilidades matemáticas, proposta pelo psicólogo russo Vadim A. Krutetskii, em 1976, focalizando particularmente a habilidade viso-pictórica; inclui também uma revisão bibliográfica na área. O Capítulo V traz o planejamento e a operacionalização da pesquisa - sujeitos, instrumentos, procedimentos e esquema de análise de dados. O capítulo VI apresenta os resultados e análise de dados e, finalizando, o Capítulo VII retoma os principais resultados encontrados mediante a análise dos dados, apresentando as conclusões e implicações do estudo.

CAPÍTULO II

EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA, PENSAMENTO ESTATÍSTICO E O DESENVOLVIMENTO DO CONCEITO DE MÉDIA

2.1 Educação Estatística e pensamento estatístico

O termo *Educação Estatística* tem vários e divergentes significados. Nos últimos cinquenta anos a Educação Estatística cresceu, passando de um foco estreito de treinamento de técnicos estatísticos de órgãos governamentais para um movimento amplo que abrange desde o Ensino Fundamental e, algumas vezes, o Ensino Infantil, até o treinamento de pesquisadores e profissionais das diferentes áreas do conhecimento, além dos programas destinados a adultos ou à comunidade educacional em geral (Vere-Jones, 1995).

Pode ser notado que os termos Educação Estatística, pensamento estatístico e alfabetização estatística são termos que estão intimamente ligados, embora não exista consenso sobre o significado de cada um deles. Observa-se, também, que a Educação Estatística está ligada ao estudo dos principais fatores que intervêm no processo ensino-aprendizagem da Estatística, focalizando as principais dificuldades encontradas.

Muitos autores tratam do pensamento estatístico, mas raramente o definem e, como resultado, existe confusão e falta de consenso sobre seu significado. Segundo Snee (1990, p. 117), *se queremos fazer um uso efetivo do pensamento estatístico (statistical thinking), nós precisamos definir o que entendemos por esse termo*. O referido autor definiu pensamento estatístico, restrito ao campo de controle de qualidade, como um processo de pensamento (*thought process*), o qual reconhece que a variação é onipresente, e que todo trabalho é uma série de processos interconectados, que identificam, caracterizam, quantificam, controlam e reduzem essa variação, visando à melhoria da qualidade.

Em trabalho posterior, Snee (1993) chamou a atenção para a relevância dos aspectos afetivos no desenvolvimento do pensamento estatístico, pois focalizar apenas o desenvolvimento de conhecimentos (*o quê* e *o por quê*) e dos procedimentos (*o como*),

negligenciando as atitudes e desejos (*o querer*) tem-se revelado insuficiente. Para o referido autor, é necessário que os estatísticos compreendam como as pessoas aprendem e isso requer a concorrência da Psicologia e das ciências do comportamento. É preciso trabalhar as atitudes e a motivação dos estudantes a fim de que os mesmos possam desenvolver o pensamento estatístico. É preciso, também, mudar do enfoque matemático e probabilístico para a ênfase na coleta de dados, na compreensão e na modelagem da variação. O foco na solução de problemas, melhoria de processos e previsão de desempenho futuro requer o entendimento de que a variação está presente em todo o processo. Daí a necessidade de dados para medir essa variação e o uso de métodos estatísticos para quantificar e entender variação e fazer previsões.

Wallman (1993) definiu a *alfabetização estatística (statistical literacy)* como *a habilidade para entender e avaliar criticamente resultados que permeiam nossas vidas, conjugada com a habilidade para apreciar contribuições que o pensamento estatístico pode fazer nas decisões pública e privada, profissional e pessoal* (p.1). A autora, referindo-se ao discurso do presidente da Real Sociedade de Estatística, endossou a necessidade da preparação do *espírito estatístico* e a necessidade do uso efetivo do pensamento estatístico dentro das organizações. Ou seja, é necessário educar o consumidor para entender melhor a Estatística. A alfabetização estatística deve ser acrescentada ao leque de habilidades do cidadão. Isso implica, também, na educação dos próprios estatísticos, para que estes possam entender melhor o que os consumidores de outras ciências querem e precisam, direcionando suas ações de acordo com essa demanda.

Para Gal e Ginsburg (1994), um dos objetivos da Educação Estatística consiste em desenvolver a flexibilidade de pensamento durante a solução de problemas e a habilidade para a análise de dados, em oposição à mera transmissão de técnicas para trabalhar com fórmulas e cálculos. Para os autores, o pensamento estatístico seria a capacidade de reconhecer e compreender o valor e a importância da Estatística e quando e como a aplicação na vida profissional e pessoal é necessária, bem como ter disposição para pensar estatisticamente (ou probabilisticamente) em situações relevantes. Ainda segundo esses autores, os educadores estatísticos devem ser capazes de avaliar a situação dos alunos em

outros aspectos, incluindo: (1) interesse ou motivação para aprender mais, (2) auto-conceito ou confiança em relação às habilidades estatísticas, (3) capacidade para pensar estatisticamente em situações cotidianas e (4) valorização da Estatística na vida pessoal e profissional. A Educação Estatística deve, também, tratar dos aspectos afetivos envolvidos no processo de desenvolvimento do pensamento estatístico.

Garfield (1995) afirmou que os educadores estatísticos precisam compreender como os estudantes aprendem, estudando as teorias de aprendizagem e determinar o que realmente querem que seus alunos aprendam, a fim de modificar seu ensino, de acordo com as sugestões apresentadas pela revisão de literatura. Além disso, devem utilizar a avaliação para determinar a eficácia do ensino, ou seja, para verificar se os estudantes estão desenvolvendo a compreensão e a competência em Estatística.

Hawkins (1997) caracterizou a Educação Estatística como uma disciplina e um corpo de conhecimento que deve ser estudado. Esse conhecimento tem os mesmos fundamentos da Educação, Sociologia, Psicologia e Filosofia. Para a autora, no campo da Educação Estatística, nos últimos 25 anos, poucos foram os pesquisadores que efetivamente têm trabalhado essa área. Muitos dos pesquisadores eram estatísticos que nunca estudaram educação ou professores usuários com treino estatístico limitado. A pesquisa relacionada ao desenvolvimento de métodos e materiais de ensino, de conceitos e concepções errôneas de probabilidade, aleatorização, média, percepção de correlação e causalidade e percepção gráfica, dentre outros temas, era bastante limitada. Apareciam sugestões de currículos e ementas, métodos de ensino, porém não havia pesquisa que sustentasse a adequação ou efetividade desses conteúdos, nem desses métodos. Hoje, esse quadro vem mudando, devido ao crescente interesse pela área, à concorrência de pesquisadores qualificados, à formação de grupos interdisciplinares, aos cursos de pós-graduação que estão formando profissionais capazes de dar suporte à pesquisa na área, propiciando o desenvolvimento e a avaliação de novas metodologias de ensino e instrumentos de avaliação, de tal forma que hoje se tem uma base mais sólida para a emergência da Educação Estatística como uma disciplina.

Para Moore (1997), a Estatística precisa de um novo conteúdo e um novo método de ensino, uma vez que a Educação Estatística assume um novo papel em um novo contexto social. O que os estudantes devem aprender mudou radicalmente – de uma disciplina dominada pela inferência baseada na probabilidade, com procedimentos específicos para obter respostas de questões bem definidas, sob pressupostos restritivos – para outra, onde se deve privilegiar a análise, a produção de dados e a inferência, utilizando ferramentas de diagnóstico para perguntar se o método ou a inferência propostos são adequados.

Já para Batanero (1999), a Educação Estatística não pode ser considerada como uma área da Educação Matemática, primeiro porque a Estatística não é uma área da Matemática e, depois, porque o crescimento e consolidação da Educação Estatística é notória, o que não acontece, por exemplo, com a álgebra ou a geometria, pois não existe educação algébrica ou geométrica. Segundo a autora, isso se deve à natureza da Estatística, que apresenta desafios de ordem filosófica, social, ética e de procedimento e que ainda se constituem em temas polêmicos, não fechados. A dimensão política do uso e do possível abuso da Estatística e da informação estatística, bem como a importância das instituições oficiais de Estatística na vida política e econômica de um país, são específicas dessa disciplina.

Batanero (1999) apontou ainda que a *Didática da Estatística* seria o estudo dos problemas de ensino e aprendizagem de Estatística, e a análise desses problemas envolvem conhecimentos não apenas de Estatística, mas de Matemática, de Psicologia e de Pedagogia. Assim, a Didática da Estatística pesquisaria os fatores que interferem no processo ensino-aprendizagem de Estatística e Probabilidade. Essas temáticas abrangeriam desde questões de natureza filosófica, epistemológica e psicológica até a pedagógica.

Ainda nesse mesmo artigo, Batanero (1999) afirmou que no ensino de Estatística existem várias dificuldades que estão relacionadas à própria natureza dessa disciplina. As principais dificuldades são²:

² Batanero (1999) restringiu essas dificuldades ao caso dos professores de Matemática que ensinam Estatística, no Ensino Fundamental. Porém, acredita-se que essas se aplicam ao ensino de Estatística em geral.

- a. **Do ponto de vista psicológico**, o pensamento estatístico, rompe com o paradigma do raciocínio racional, lógico e determinista, colocando o homem como um estatístico indutivo que enfrenta, no seu cotidiano, múltiplos problemas de decisões em condições de incerteza. Para solucionar esses problemas, o homem utiliza, de forma inconsciente, heurísticas adquiridas na sua relação empírica com o cotidiano. Essas heurísticas reduzem a complexidade dos problemas estocásticos³ ao suprimir informações irrelevantes. Isso pode levar a vícios e formação de preconceitos, principalmente na área de probabilidade.
- b. **Quanto à sua natureza filosófica**, a Estatística enfrenta, até hoje, controvérsias quanto à interpretação e aplicação de conceitos, tais como probabilidade, aleatoriedade, independência ou teste de hipóteses, o que não acontece com a álgebra, por exemplo. Além disso, enquanto o material concreto auxilia a aprendizagem de conceitos aritméticos ou geométricos, o caráter irreversível dos resultados dos experimentos aleatórios dificulta o trabalho com esse material. Embora a simulação seja um meio para estudar os experimentos aleatórios, sua variabilidade faz com que as experiências em sala de aula nem sempre convirjam no sentido esperado e com a devida rapidez. Uma réplica do experimento pode não servir para comprovar os resultados, como na aritmética, por exemplo.
- c. **A Estatística enquanto ciência em plena expansão** disponibiliza, cada vez mais, numerosos procedimentos que, aliados ao desenvolvimento da informática, possibilitam o processamento de enorme quantidade de dados, através de softwares amigáveis e disponíveis para os usuários, o que demanda uma formação crescente e permanente na área.
- d. **Quanto à natureza interdisciplinar da Estatística**, essa pode fazer com que professores de outras matérias, como, por exemplo, de Biologia, Geografia, Ciências Sociais, ensinem conceitos estatísticos, que podem entrar em conflito com os conceitos ensinados pelos professores de Matemática, do Ensino Fundamental.

³ Batanero usa o termo estocástica para se referir à Estatística e Probabilidades

- e. **Quanto à natureza dos problemas estatísticos**, esses costumam ser abertos, portanto, pode existir mais de um método de solução correta, o que confunde o usuário.
- f. **Em relação à pesquisa sobre a didática da Estatística**, observa-se que, apesar da expansão da Estatística, enquanto ciência, a pesquisa sobre a didática nessa área é escassa, principalmente se comparada com as outras áreas da Matemática. Por essa razão, não se conhecem as principais dificuldades dos alunos na aprendizagem dos principais conceitos estatísticos, existindo a necessidade de experimentar e avaliar a eficiência e a eficácia de novos métodos de ensino.

Além dessas dificuldades, a referida autora, baseada na revisão de literatura, afirmou que os problemas enfrentados no processo ensino-aprendizagem não são necessariamente específicos à Estatística, abrangem todos os níveis de ensino e podem ser resumidos em problemas relacionados: a) ao ensino de Estatística: estrutura curricular (o que ensinar e quando ensinar), material didático (livros de textos e softwares educacionais), avaliação, formação de professores, crenças e atitudes dos professores em relação ao ensino de Estatística. b) à aprendizagem dos alunos: significado dos conceitos e procedimentos estatísticos, incluindo suas propriedades, problemas relacionados, representações e instrumentos, ou seja, a epistemologia dos conceitos (o que são, como surgiram, quais problemas permitem solucionar, quais dificuldades são previsíveis em sua aprendizagem?), capacidade cognitiva dos alunos (nível de desenvolvimento do pensamento estatístico dos alunos), papel das intuições corretas e incorretas e aspectos afetivos (atitudes e sentimentos em relação à Estatística).

A partir dessas idéias expostas por Batanero (1999), pode-se afirmar que a Didática da Estatística, cuja principal preocupação são os fatores que intervêm no processo ensino-aprendizagem da estocástica é parte integrante da Educação Estatística.

Outros problemas, mais restritos à formação de usuários no Ensino Superior, e que complementam o rol das dificuldades apontadas pela autora são:

- a. **Natureza da Estatística**, que lida com conceitos abstratos; usa notações e terminologias complexas, às vezes, ambíguas e confusas. Quanto à natureza dos problemas estatísticos, além dos mesmos serem abertos (podem não ter solução ou solução única), os problemas que a Estatística enfrenta são do cotidiano, obrigando os sujeitos a tomar decisões em condições de incerteza (Watts, 1991);
- b. **Matemática como linguagem**, a Estatística tem sua fundamentação teórica na Matemática, mais especificamente na teoria das probabilidades. A formação de um usuário não necessita da matemática avançada, mas a ênfase dada a essa disciplina pelos professores que ensinam torna-se uma barreira para a aprendizagem. Isso pode estar relacionado ao despreparo dos alunos em Matemática e este é o problema mais agudo para alunos da área de Ciências Humanas (Hand, 1998; Hogg, 1991, Silva, 2000 e Vendramini, 2000);
- c. **Estrutura curricular**, problemas com a reduzida carga horária da Estatística na grade curricular dos cursos. Por outro lado, os conteúdos abordados geralmente enfatizam o cálculo de probabilidades e os procedimentos, em detrimento do desenvolvimento do pensamento estatístico, e
- d. **O aspecto afetivo**, estudos sobre o afeto e Estatística (Gal e Ginsburg, 1994, Silva, 2000, Snee, 1993 e Vendramini, 2000) verificaram que alguns alunos iniciam a disciplina com sentimentos negativos, muitas vezes pela associação com a Matemática para a qual já apresentam um sentimento negativo, ou, ainda, pelo fracasso anterior.

Observa-se que os fatores antes mencionados, que interferem na formação do usuário de Estatística, coincidem com os apontados por Batanero (1999). Todavia, antes de se pensar em conceitos e procedimentos a serem ensinados, dever-se-ia perguntar quem são os usuários, o que eles devem saber e em qual nível de profundidade. Após resposta a essas questões, poder-se-ia pensar na adequação dos conteúdos e do ensino dos mesmos. A Figura 2, uma proposta do presente trabalho, tenta resumir e ilustrar os fatores que interferem na formação do usuário, baseada na revisão de literatura anteriormente exposta.

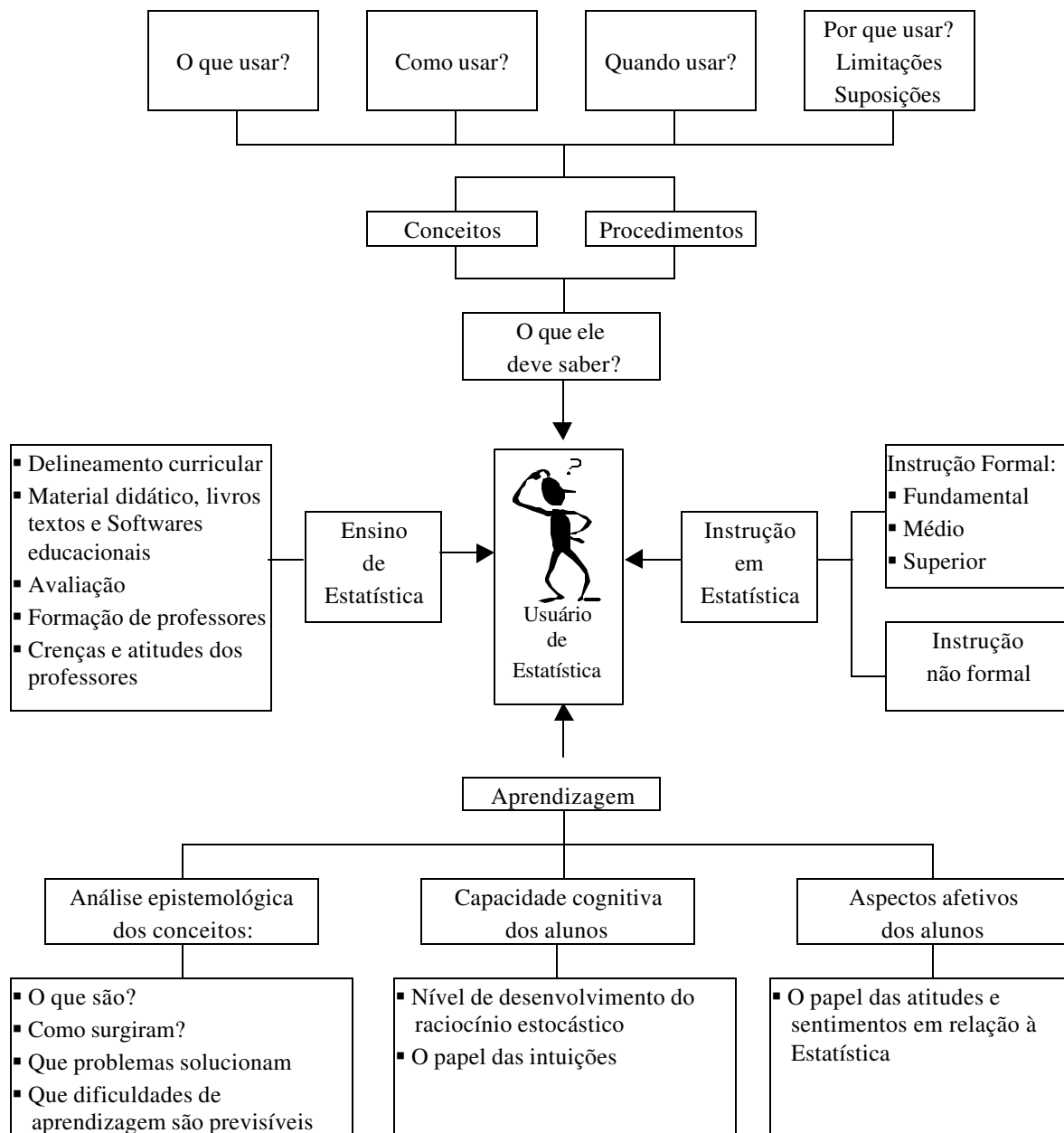


Figura 2. Fatores que interferem na formação do usuário de Estatística

Compilando os posicionamentos dos diversos autores, poder-se-ia definir a **Educação Estatística** como uma área de pesquisa, cujo objeto de estudo seriam os fatores que interferem no processo ensino-aprendizagem de Estatística; esta área busca o desenvolvimento das habilidades de solução para problemas e análise de dados, possibilitando o desenvolvimento do pensamento estatístico. Assim, a Educação Estatística

deverá pesquisar como as pessoas aprendem, a capacidade cognitiva dos alunos, o papel dos aspectos afetivos na aprendizagem e na aplicação da Estatística, o desenvolvimento de métodos e materiais de ensino, o papel das intuições e concepções errôneas, além da epistemologia dos conceitos estatísticos. Para isso, a Educação Estatística teria que ter a contribuição da Psicologia, Pedagogia, Filosofia, Matemática, além da própria Estatística.

Já o **pensamento estatístico** poderia ser definido como a capacidade de utilizar de forma adequada as ferramentas estatísticas na solução de problemas, de entender a essência dos dados e de fazer inferências. Reconhecer e compreender o valor da Estatística e ter a disposição para pensar de maneira probabilística.

Observa-se que a palavra *pensamento* tem uma conotação mais abrangente na área da Psicologia, todavia a comunidade estatística vem utilizando o termo *pensamento estatístico* no sentido acima explicitado. Por essa razão, mesmo cientes da limitação da expressão, optou-se pelo seu uso a fim de não entrar em conflito com o jargão utilizado por essa comunidade.

2.2 A Formação do usuário de Estatística

A formação do usuário de Estatística se dá principalmente através da instrução formal e, em menor grau, pela exposição a conceitos estatísticos fora da escola, através das diferentes mídias, internet e outros meios. A instrução formal se inicia no Ensino Fundamental, com conceitos básicos da análise exploratória de dados e da teoria de probabilidades, se aprofunda um pouco no Ensino Médio e se consolida no Ensino Superior.

Até a implantação dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (MEC, 1998), o ensino de Estatística no nível fundamental e médio era muito restrito e marginal. Hoje esse quadro mudou pelo destaque especial dado a Estatística e Probabilidade, que estão inseridas no volume III (Matemática) dos PCNs.

Segundo o PCN do Ensino Médio, à medida que o cidadão se integra em uma sociedade de informação e crescentemente globalizada, as capacidades de comunicação, de solucionar problemas, de *tomar decisões*, de *fazer inferências*, de criar, de aperfeiçoar

conhecimentos e valores, de trabalhar cooperativamente, são cada vez mais exigidas. A competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos são necessárias aos sujeitos tanto para que eles *tirem conclusões* e façam argumentações, quanto *para agir como consumidores prudentes ou para tomar decisões em suas vidas pessoais e profissionais*.

No caso do Ensino Fundamental, os conteúdos de Estatística, Probabilidade e Combinatória vêm no bloco *tratamento da informação*, dentro do programa de Matemática. Com relação à Estatística, a finalidade desta é levar o aluno a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem freqüentemente no cotidiano, bem como o cálculo de algumas medidas tais como a média, mediana e moda, a fim de poder estabelecer relações entre acontecimentos, fazer previsões, observar a freqüência com que ocorre um acontecimento. Esses conceitos e procedimentos vão sendo aprofundados ao longo dos ciclos, a fim de que o aluno aprenda a formular questões pertinentes para um conjunto de informações, produzir resumos estatísticos, elaborar conjecturas e comunicar informações de modo conveniente, interpretar e construir diagramas e fluxogramas, desenhar experimentos e simulações para fazer previsões. O Quadro 1 sintetiza a proposta relativa à Estatística.

O bloco *tratamento da informação* merece um destaque especial devido à sua capacidade de se constituir em um bloco que pode ser trabalhado ligando a Matemática a outras áreas do conhecimento e com os *Temas Transversais*, na medida em que o aluno os perceba como instrumentos de base para a constituição de uma atitude crítica diante de questões sociais, políticas, culturais e científicas da atualidade.

No caso do Ensino Médio, os conceitos e procedimentos de Estatística são encontrados no quadro de habilidades e competências, valores e atitudes a serem desenvolvidos em Matemática. No campo das competências, a Estatística é encontrada no bloco *Investigação e compreensão em Matemática e Tecnologia*. Dentre os procedimentos e habilidades a serem desenvolvidas, tem-se a capacidade de: solucionar problemas, através da identificação do problema (compreender enunciados, formular questões); selecionar e interpretar informações relativas ao problema; formular hipóteses prevendo resultados;

selecionar estratégias de solução; interpretando e criticando resultados dentro do contexto da situação; bem como desenvolver o raciocínio, *tirando conclusões a partir de gráficos*, figuras e esquemas; solucionar problemas ou desenvolver conceitos; distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos; validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades; discutir idéias e produzir argumentos convincentes e consistentes.

Quadro 1. Conceitos e procedimentos de Estatística e Probabilidades segundo os PCNs para o Ensino Fundamental

3º ciclo (5ª e 6ª séries)	4º ciclo (7ª e 8ª séries)
Leitura e interpretação de dados expressos em tabelas e gráficos.	Leitura e interpretação de dados expressos em gráficos de colunas, de setores, histogramas e polígonos de frequência.
Coleta, organização de dados e utilização de recursos visuais adequados (fluxogramas, tabelas e gráficos) para sintetizá-los, comunicá-los e permitir a elaboração de inferências.	Organização de dados e construção de recursos visuais adequados como gráficos (de colunas, de setores, histogramas e polígonos de frequências) para apresentar globalmente os dados, destacar aspectos relevantes, sintetizar informações e permitir a elaboração de inferências.
Compreensão do significado de alguns indicadores da tendência de uma pesquisa, como moda e média aritmética.	Compreensão de termos como frequência, frequência relativa, amostra de uma população para interpretar informações de uma pesquisa e fazer previsões. Distribuição em classes das frequências de uma variável de uma pesquisa de modo a resumir os dados com um grau de precisão razoável. Obtenção de medidas de tendência central de uma pesquisa (média, moda e mediana), compreendendo seus significados para fazer inferências.
Desenvolvimento de experimentos e simulações para fazer previsões e para verificá-las.	Elaboração de experimentos e simulações para estimar probabilidades previstas
Elaboração de modelos de situações de construção do espaço amostral e indicando da possibilidade de sucesso de um evento pelo uso da razão.	Compreensão da importância da Estatística na atividade humana e de que ela pode induzir a erros de julgamento, pela manipulação de dados e pela apresentação incorreta de informações (ausência de frequência relativa, gráficos com escalas inadequadas).
Representação e contagem dos casos possíveis em situações combinatórias.	

A contagem, a Estatística e a probabilidade constituem elementos essenciais do núcleo comum. Descrever e analisar um grande número de dados, realizar inferências e fazer previsões com base em uma amostra de uma população, aplicar idéias de probabilidade e combinatória a fenômenos naturais e do cotidiano das pessoas, requer métodos de Estatística e de contagem e noções de probabilidades, que deverão ganhar espaço, face à quantidade de informações de natureza estatística e probabilística nas quais o cidadão se vê imerso.

Para atingir esses objetivos, são sugeridos os seguintes temas/tópicos: Contagem (solução de problemas); Estatística (gráficos, tabelas, medidas de tendência central, polígonos de frequência, medidas de dispersão e aplicações); Probabilidade (probabilidade de um evento, união e interseção de eventos, probabilidade condicional); relação entre a Estatística e a Probabilidade.

Sem dúvida, a proposta dos PCN's se constitui num grande avanço para o ensino de Estatística no Ensino Fundamental e Médio. Como pode ser observado, suas diretrizes têm como intenção o desenvolvimento do pensamento estatístico que, se implementado, provavelmente dará às novas gerações uma formação básica sólida em Estatística, contribuindo na formação de cidadãos críticos e conscientes.

Já no Ensino Superior a Estatística é ensinada em duas circunstâncias: no curso de Bacharelado em Estatística, que forma o estatístico, e em cursos que formam o usuário de Estatística, tanto em nível de graduação como de pós-graduação. As disciplinas que formam o usuário, na maioria das vezes, são denominados como disciplinas de serviço (Wada, 1996).

Em decorrência da importância da Estatística na formação de profissionais e pesquisadores de outras áreas do conhecimento científico, os diversos cursos contemplam disciplinas de Estatística em suas grades curriculares, tanto na graduação, quanto na pós-graduação. A maioria dos cursos oferece apenas uma única disciplina que, em regra, abrange a análise exploratória de dados, noções de probabilidades e noções de inferência estatística. Já outros cursos que demandam um maior conhecimento de Estatística oferecem uma segunda disciplina mais orientada para a área, como, por exemplo: Delineamento de Experimentos, Demografia, Biometria etc. Em cursos de graduação, raramente são oferecidas mais de duas disciplinas.

A preocupação com a formação de usuários de Estatística tem sido maior e por mais tempo no nível universitário. Contudo, a partir da década de oitenta, essa preocupação também toma conta dos níveis fundamental e médio, consolidando-se na década de noventa. Segundo Gal e Garfield (1997), a instrução formal em Estatística deve ter algumas metas comuns para todos os níveis e contextos, de tal forma que, ao final desse processo, o

aluno se transforme em um cidadão informado capaz de: a) compreender e lidar com incerteza, variabilidade e informação estatística do mundo que o rodeia e participar efetivamente de uma sociedade carregada de informações e, b) contribuir ou tomar parte na produção, interpretação e comunicação de dados pertencentes a problemas que eles devem encontrar na sua vida profissional.

Para Moore (1997), os estudantes iniciantes deveriam aprender a olhar seus dados a partir de gráficos e cálculos simples, procurando padrões gerais e seus desvios tais como *outliers*, perguntar sempre o que os dados *dizem* no contexto do cenários que eles descrevem. Devem reconhecer a importância da produção de dados; entender que uma associação observada não implica necessariamente em causalidade e que *aleatorização* em experimentos são bons exemplos para ilustrar causalidade. Aleatorização, como uso deliberado na escolha dos delineamentos para produzir dados, produzem padrões regulares de comportamento descritos pela *lei dos grandes números* e o *teorema central do limite*. A análise se inicia olhando os dados e modelos e as suposições são julgadas de acordo com a natureza dos dados. O significado dos dados (*data sense*) pode resumir o primeiro objetivo de um curso de Estatística.

Uma outra questão importante na formação do usuário é a leitura de relatórios estatísticos. Segundo Murphy (1997), os usuários de Estatística, geralmente, têm que ler muitos artigos científicos ou relatórios de pesquisa que utilizam métodos estatísticos, que partem do pressuposto de que o leitor conhece os termos envolvidos e possuem um *background estatístico* suficiente que lhe permita a leitura, o que nem sempre é verdadeiro. A literatura estatística apresenta vários desafios. Primeiro, várias habilidades são necessárias na leitura dos métodos estatísticos: habilidade na linguagem básica, conhecimento da notação estatística, habilidades algébricas e conhecimento de como funcionam os softwares estatísticos. Segundo, artigos científicos, em geral, tendem a utilizar um pesado jargão técnico, sendo que algumas vezes existe uma discrepância entre a palavra escrita e a notação. Às vezes, um conceito difícil de ser explicado em palavras é facilmente explicado com a notação e vice-versa, o que dificulta, ainda mais, o entendimento do artigo. Terceiro, artigos avançados assumem que conceitos básicos não

precisam ser explicados. Quarto, existem variações na notação, o que pode confundir o leitor. E, finalmente, muitos artigos discutem teoria e técnicas computacionais necessárias para implementar a teoria, mas isso nem sempre é claramente separável.

A partir da análise da literatura a respeito dos itens que são desejáveis para a formação de usuários, em termos de conceitos e procedimentos estatísticos, foi elaborado um quadro de classificação, mostrado a seguir:

Quadro 2. Classificação dos níveis de usuários

Nível	Características	Conceitos / procedimentos	Nível de instrução
I	Consumidor de informações veiculadas pela mídia	Interpretação de tabelas e gráficos, medidas de tendência central e dispersão. Noções de probabilidades	Ensino Fundamental e Médio
II	Consumidor / produtor de relatórios de levantamentos de dados	Método científico, amostragem, análise exploratória de dados	Ensino Superior: Estatística Básica
III	Consumidor / produtor de relatórios estatísticos	Inferência estatística: Estimação de parâmetros e teste de hipóteses	Ensino Superior: Inferência estatística
IV	Consumidor / produtor de relatórios estatísticos complexos	Base sólida em Estatística, ao nível de usuário	Ensino Superior: Estatística avançada
	Consumidor / produtor de relatórios estatísticos complexos – Consultor	Base sólida em Estatística ao nível de graduação	Ensino Superior: Bacharel em Estatística
I	Consumidor / produtor de técnicas estatísticas	Base sólida em Estatística Matemática	Ensino Superior: Pós-graduação em Estatística

Mas os usuários, além do domínio dos conceitos e procedimentos básicos da Estatística, precisam dominar os conceitos relacionados a sua área de conhecimento e possuir conhecimento da metodologia da pesquisa científica, como pode ser apreciada na Figura 3. O conhecimento de Estatística deve ser suficiente para que o usuário saiba quando procurar ajuda de um Estatístico. Além disso, o usuário precisa dominar a linguagem técnica para aumentar as competências na área onde atua.

2.3 O papel das atitudes na formação do usuário de Estatística

O aspecto afetivo tem um papel importante, não apenas na aprendizagem de Estatística mas, principalmente, no seu uso fora da escola. Assim como a Matemática, a Estatística está mais presente na vida das pessoas, seja enquanto cidadãos, consumidores de informações veiculadas pela mídia, ou enquanto profissionais que lidam com informações

estatísticas ou enquanto pesquisadores, que lidam com a metodologia científica. Por essa razão, é importante o estudo do papel das atitudes na formação do usuário de Estatística.

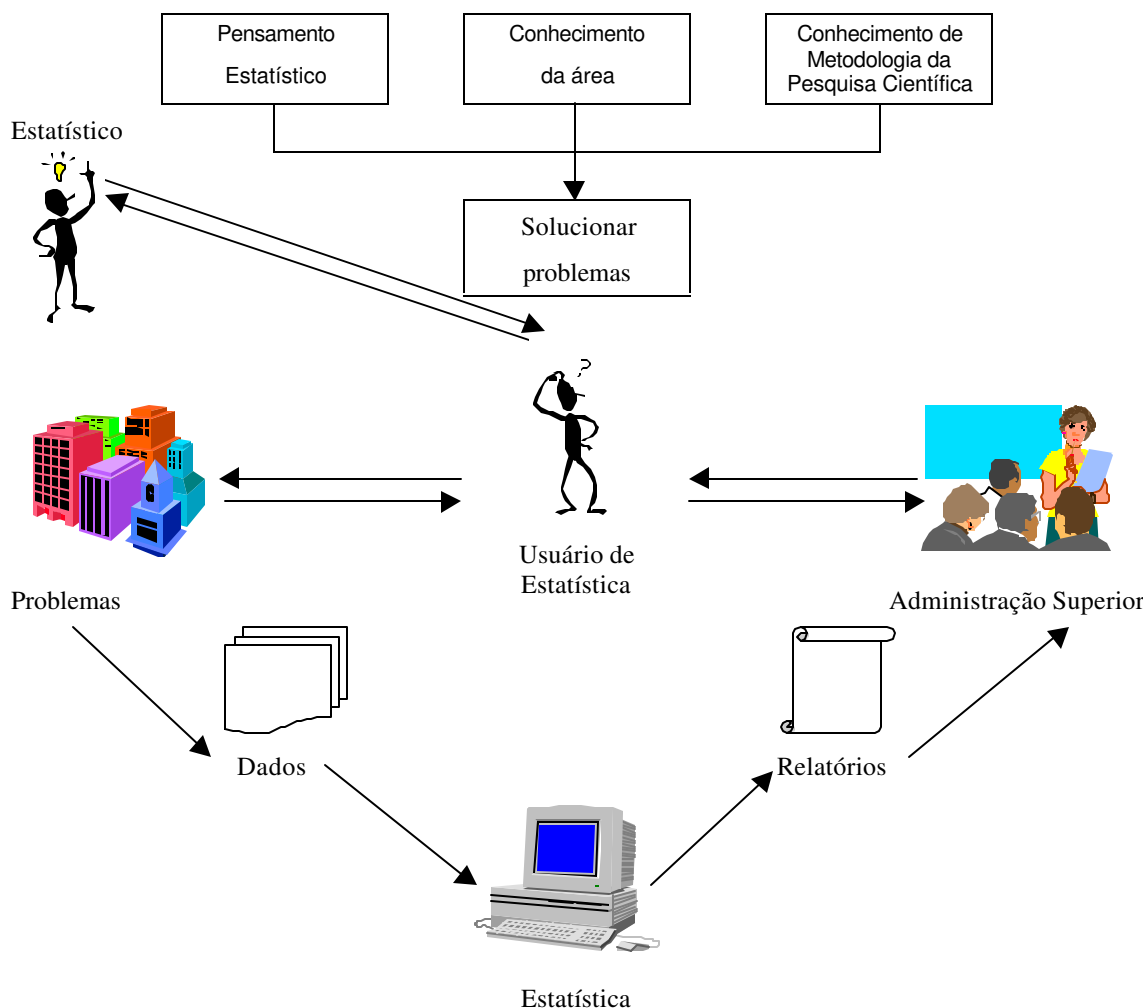


Figura 3. A formação do usuário de Estatística

O Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática (PSIEM), da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, desenvolve pesquisas na área de habilidades matemáticas e atitudes em relação à Matemática e em relação à Estatística. Dentre os trabalhos já concluídos a dissertação de mestrado de Silva (2000) e a tese de doutorado de Vendramini (2000) são os que estão mais relacionados ao presente estudo.

Na busca de instrumentos para medir as atitudes em relação à Estatística, Cazorla, Silva, Vendramini e Brito (1999) adaptaram a escala de atitudes em relação à Matemática, (desenvolvida por Aiken e Dreger e adaptada e validada, no Brasil, por Brito (1996, 1998)). A escala é do tipo Likert, com 20 proposições, sendo 10 positivas e 10 negativas, com quatro possibilidades de respostas. A adaptação consistiu na troca da palavra Matemática por Estatística. A escala de atitudes em relação à Estatística (EAE) mostrou-se válida com eficiência similar e, às vezes, superior a outras escalas tais como: *Statistics Attitudes Survey* (SAS), *Attitudes Toward Statistics* (ATS), *Survey of Attitudes Toward Statistics* (SATS) e a *Statistics Attitudes Scale* (SASc). As autoras definiram atitudes em relação à Estatística como uma resposta afetiva dada por um indivíduo em situações que envolvem Estatística. Esta resposta afetiva é do tipo gostar/não gostar e tem sua origem nas experiências dos alunos com a Estatística e a dificuldade em aprender seu conteúdo, sua utilização etc.

Silva, Cazorla e Brito (1999) estudaram as concepções e as atitudes em relação à Estatística tendo como sujeitos 62 alunos de iniciação científica, de vários cursos, de uma universidade particular da cidade de São Paulo. Nesse trabalho, as autoras verificaram que as atitudes estão relacionadas com a área do curso (tem ou não Matemática), gênero, auto-percepção de desempenho em Estatística e o uso da Estatística como ferramenta.

Silva (2000) estudou o papel das atitudes em relação à Estatística e possível relação com o desempenho na disciplina, a auto-percepção do desempenho, tanto em Estatística quanto em Matemática, e a possível influência das atitudes em relação à Matemática na formação das atitudes em relação à Estatística. Além disso, buscou verificar como os alunos entendiam esta ferramenta. A autora realizou uma extensa revisão bibliográfica sobre a discussão do construto *atitudes em relação à Estatística*, uma vez que não foi encontrado consenso a respeito da definição, nem sobre os instrumentos para medir essas atitudes. Foram sujeitos da pesquisa 643 alunos que tinham cursado a disciplina de Estatística em 1998, em cursos da área de Humanas, Biológicas e Exatas, de uma universidade particular de São Paulo. Como instrumentos foram utilizados a escala EAE, a escala de atitudes em relação à Matemática e um questionário. A análise dos dados mostrou que os alunos da área de ciências humanas e aqueles que mais criticavam à

Estatística apresentaram atitudes mais negativas. Já os alunos que consideraram a Estatística importante, confiável e que já haviam utilizado o que haviam aprendido, apresentaram atitudes mais favoráveis. Os alunos que conseguiram definir a Estatística mediante algum atributo relevante apresentaram atitudes mais positivas do que aqueles que incluíram algum conteúdo da Matemática. A análise de regressão mostrou que as variáveis mais correlacionadas com as atitudes em relação à Estatística foram as atitudes em relação à Matemática, a auto-percepção de desempenho e, por último, o desempenho na disciplina. Em conclusão, a autora apontou a importância do ensino de Matemática e a formação das atitudes em relação a essa área, pois esses são determinantes na formação das atitudes em relação à Estatística.

Cazorla, Silva, Vendramini e Brito (2000), preocupadas com a provável interferência dos aspectos afetivos e cognitivos no desempenho em Estatística, realizaram uma ampla revisão bibliográfica sobre os diversos modelos e variáveis utilizados na tentativa de se obter instrumentos capazes de prever o desempenho nesta disciplina. Foram sujeitos da pesquisa 646 alunos matriculados nas disciplinas de Estatística, durante o segundo semestre de 1999, de diversos cursos de graduação da Universidade Estadual de Santa Cruz-UESC, Ilhéus-BA. O desempenho em Estatística foi medido através da nota final obtida na disciplina. A análise dos dados mostrou a existência de relações entre o desempenho na disciplina, o curso, o turno do curso, o ano de ingresso na universidade e a reprovação na disciplina Estatística. Os resultados permitiram observar que as atitudes em relação à Estatística, a auto-percepção de desempenho nessa disciplina e a crença de desempenho na área estão relacionadas à Matemática e interferiram positivamente no desempenho em Estatística. Porém, quando os dados relativos ao desempenho foram analisados, com a inclusão dos sujeitos que haviam abandonado a disciplina, foi verificada a ocorrência de modificações significativas em alguns resultados. Isto pode ser atribuído ao perfil desses sujeitos, pois muitos dos alunos evadidos apresentaram atitudes positivas em relação à Estatística. Finalmente, as autoras observaram que a nota final na disciplina não parece ser um bom indicador do desempenho, apontando para a necessidade do uso de outros instrumentos ou medidas que avaliem, de forma mais sólida, o desempenho em Estatística.

Silva, Cazorla, Vendramini e Brito (2000) estudaram a influência das atitudes em relação à Matemática na formação das atitudes em relação à Estatística. Foram sujeitos da pesquisa 330 alunos de uma universidade particular de São Paulo, que concluíram a primeira disciplina de Estatística em nível introdutório, sendo 80,2% do gênero feminino, 44,5% da área de Humanas, 46,4% de Ciências Biológicas e da Saúde e 9,1% de Exatas. Foram aplicados um questionário, a escala de atitudes em relação à Estatística - EAE e a escala de atitudes em relação à Matemática (Brito, 1996, 1998), cujos coeficientes alfa de Cronbach foram respectivamente 0,9535 e 0,9630. Dentre os principais resultados, as autoras verificaram que os sujeitos apresentaram atitudes mais positivas em relação à Matemática que em relação à Estatística. Não foi encontrada diferença por gênero nas pontuações das duas escalas de atitudes. Os alunos da área de Exatas apresentaram atitudes mais positivas em relação à Matemática e os alunos da área de Humanas apresentaram atitudes mais negativas em relação à Estatística. O modelo de regressão ajustado entre essas variáveis alcançou um coeficiente de determinação de $r^2 = 44,6\%$, ou seja, 44,6% da variação da pontuação da escala em relação à Estatística era explicada pela variação da pontuação da escala em relação à Matemática, sendo que o coeficiente de determinação foi de 28,7% para a área de Exatas, 33,1% para a área de Biológicas e de 56,4% para a área de Humanas. Desta forma, pode-se concluir que existe uma influência das atitudes em relação à Matemática na formação das atitudes em relação à Estatística e que esta influência é mais presente nos alunos da área de Humanas.

Vendramini, Silva, Cazorla e Brito (2000) estudaram a relação entre as atitudes em relação à Estatística, a auto-percepção de desempenho em Estatística, gênero, curso, conceituação e utilidade da Estatística com o desempenho na disciplina. Foram sujeitos da pesquisa 297 universitários de seis cursos de graduação (Administração, Ciências da Computação, Farmácia, Mecatrônica, Medicina e Psicologia) de uma universidade do interior de São Paulo. Como instrumentos foram aplicados um questionário informativo e a escala de atitudes em relação à Estatística (EAE). Os sujeitos eram majoritariamente do gênero feminino com idades variando entre 18 e 35 anos. O desempenho na disciplina foi avaliado pela nota final obtida na mesma. Dentre os principais resultados, as autoras observaram que: a escala EAE possui consistência interna (α de Cronbach = 0,9344); o

desempenho na disciplina está correlacionado com as atitudes em relação à Estatística ($r = 0,31$ e $p = 0,0000$); as atitudes são mais positivas para alunos com melhor auto-percepção do desempenho em Estatística; o desempenho das mulheres foi superior ao dos homens em todos os cursos, embora essas diferenças não fossem estatisticamente significativas.

Os resultados desses estudos mostram a relevância do papel das atitudes em relação à Estatística na formação do usuário de Estatística e da necessidade de sua inclusão em qualquer esquema que tente modelar a prontidão em Estatística.

2.4 O desenvolvimento do conceito de média aritmética

Tendo em vista que o conceito de Estatística utilizado no presente estudo foi a média aritmética, são apresentadas, a seguir, algumas idéias a respeito desse conceito.

A média aritmética é um conceito fundamental da Estatística e da ciência experimental, sendo amplamente utilizada no contexto escolar e no cotidiano (Gal, 1995). É comum ler nos jornais ou ouvir nas reportagens frases do tipo: *a renda per capita do Nordeste é inferior à do Sudeste*, *a expectativa de vida da mulher é maior que a do homem*, ou informações referentes à chuva média mensal, à escolaridade média, ao número médio de filhos por casal e assim por diante. As pessoas estão acostumadas a estimar o tempo médio gasto no percurso de casa para o trabalho, o tempo médio que demoram para fazer as compras do mês no supermercado, o tempo despendido na fila de banco dentre outras estimativas. Esse processo faz parte do cotidiano e está tão arraigado que, às vezes, as pessoas nem percebem o grau apurado de suas estimativas. Algumas pessoas, inclusive, são capazes de estimar com bastante precisão, por exemplo, quanto tempo demoram para chegar ao trabalho, de acordo com o dia da semana ou usando um caminho alternativo. Conseguem estimar as médias sem ter, necessariamente, anotado o tempo gasto em cada viagem e depois dividido pelo número de viagens; às vezes nem conhecem a fórmula da média mas continuam a utilizar seu conhecimento no planejamento de suas atividades rotineiras.

Por outro lado, a maioria dos dados relatados em revistas científicas utilizam a média e as inferências lidam, quase que exclusivamente, com médias ou diferenças entre

médias. Além disso, em muitas disciplinas, as teorias incluem conceitos expressos em termos da média ou da soma. Isso decorre do fato da média proporcionar um indicador, que pode ser interpretado como um escore típico que representa um conjunto de dados.

A média aritmética também é de fundamental importância, pois a partir dela são calculadas outras medidas, como, por exemplo a variância, o desvio padrão, o coeficiente de variação, assimetria, curtose e de correlação.

Sua formulação matemática consiste em somar todos os valores da variável e dividir pelo número de observações, ou seja, o tamanho do conjunto de dados. Sua notação é simbolizada pela letra X maiúscula com uma barra em cima. Essa notação é utilizada em casos de dados amostrais. Quando se refere à média de uma população, utiliza-se a letra m do alfabeto grego: μ

Média amostral

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

Média populacional

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$$

A média ponderada é uma variante da média aritmética, onde uma ou mais observações se repetem mais de uma vez, formando grupos. Assim, ao invés de somar números repetidos, calculam-se somas parciais, através do produto do valor da variável pela sua frequência. A média ponderada é bastante utilizada, inclusive pelos professores na escola. Geralmente, a nota final das disciplinas é calculada a partir das notas parciais as quais podem ser atribuídos pesos diferentes. É utilizada também para o cálculo do Índice Acadêmico (IA) ou Coeficiente de Rendimento (CR) (nos EUA, *Grade Point Average* - GPA), índices estes que avaliam o desempenho geral do aluno, durante um semestre letivo ou ano acadêmico, sendo que o peso da disciplina é o número de créditos.

De acordo com Strauss e Bichler (1988), a média aritmética possui sete propriedades, cujo conhecimento pelo sujeito denota o domínio do conceito:

1. a média está localizada entre os valores extremos ($\text{mínimo} \leq \text{média} \leq \text{máximo}$);
2. a soma dos desvios a partir da média é zero ($\sum (X_i - \text{média}) = 0$);
3. a média é influenciada por cada um e por todos os valores ($\text{média} = \sum X_i / n$);
4. a média não necessariamente tem que coincidir com um dos valores;
5. a média pode ser um uma fração que não tem uma contrapartida na realidade física (por exemplo, o número médio de filhos por mulher igual a 2,3);
6. o cálculo da média leva em consideração todos os valores, inclusive os nulos e os negativos, e
7. a média é um valor representativo dos dados a partir dos quais ela foi calculada. Em termos espaciais, a média é aquela que está mais próxima de todos os valores.

Ainda segundo os autores, as três primeiras propriedades se referem ao aspecto estatístico da média e são básicas enquanto função matemática; as três seguintes referem-se ao aspecto abstrato, permitindo valores não observados; já a última refere-se ao aspecto representativo de um grupo de valores individuais e é o aspecto central da média.

Já Pollatsek, Lima e Well (1981) sugeriram que o conhecimento da média apresenta três componentes: o conhecimento funcional, o computacional e o análogo.

Hiebert e Lefevre (1986) utilizam o *conhecimento de procedimentos* e o *conhecimento conceitual* para compreensão e análise de alguns conceitos matemáticos. O conhecimento conceitual é caracterizado por sua riqueza de relações e estas relações penetram nos fatos e proposições individuais, fazendo com que todas as peças de informação sejam ligadas a uma rede. O desenvolvimento deste tipo de conhecimento é atingido pela construção de relações entre as peças de informação. Já o conhecimento de procedimento é definido em duas partes, uma composta pela *linguagem formal* ou sistema de *representação simbólica*, e a outra composta pelos *algoritmos e regras* para completar as tarefas. A primeira parte, chamada de *forma matemática*, inclui a familiaridade com os símbolos utilizados para representar idéias matemáticas e desenvolver consciência sobre as regras de sintaxe para escrever os símbolos de uma forma aceitável. Observa-se que este conhecimento não implica necessariamente no conhecimento do significado. A segunda parte, o conhecimento de procedimento, consiste no conhecimento das **regras, algoritmos**

ou procedimentos utilizados para solucionar tarefas matemáticas, executados em uma determinada seqüência. Para o domínio do conceito matemático é preciso o domínio dos dois tipos de conhecimento, visto que, quando os conceitos não estão conectados aos procedimentos, pode-se ter alunos com boa intuição e que, todavia, não conseguem solucionar problemas.

Observa-se que a Estatística, ao contrário da Matemática, lida com a tomada de decisões em condições de incerteza, com problemas abertos que não comportam solução única, disponibilizando diversas ferramentas que auxiliam esse processo, minimizando o erro provável. Por exemplo, um investidor precisa projetar a taxa de juros básicos do Brasil para o próximo mês, a fim de escolher um investimento, analisando o comportamento da taxa de juros dos dois últimos anos. Alguém pode propor a média do período como estimativa, outro pode pensar na projeção, utilizando um modelo linear ou, outro ainda, talvez prefira ignorar as ferramentas estatísticas e estudar a política monetária do governo brasileiro, acompanhar o movimento da economia mundial e, a partir desse conhecimento, fazer a projeção do ponto de vista *econômico*. Qual desses procedimentos é correto, qual é o melhor, qual é o que vai se concretizar?

Consequentemente, não basta dominar o conceito ou ferramenta de forma isolada, é preciso conhecer as ferramentas alternativas, seus pressupostos, suas limitações, sua adequação para solucionar problemas. É preciso, também, reconhecer a limitação da Estatística, no sentido de que, ao lidar com problemas contendo diversos graus de incerteza, nem sempre a melhor solução será a que vai se concretizar.

Assim, pode-se concluir que o domínio dos conceitos estatísticos envolve o domínio do conhecimento de procedimentos e o conhecimento conceitual, permitindo a solução de problemas.

2.5 Revisão de literatura

Segundo Campbell (1974), a idéia da média como valor típico ou representativo de um conjunto de dados faz com que as pessoas tendam a situar a média no centro da amplitude de variação dos valores dos dados e isto só é verdadeiro se a distribuição for simétrica. Isso não se verifica quando a distribuição é assimétrica, isto é, com valores acumulados em um dos extremos, casos estes em que a mediana ou a moda podem ser estatísticas mais adequadas para representar melhor o conjunto de dados.

Para Pollaset e outros (1981), apesar da média aritmética ser um conceito básico em Estatística, os resultados de algumas pesquisas mostraram que os estudantes encontram dificuldades com esse conceito. Mais especificamente, a dificuldade com o conceito de média ponderada, utilizada nas escolas para o cálculo da nota final ou do Índice Acadêmico (IA). Os autores iniciaram a pesquisa sobre a média a fim de descobrir as heurísticas utilizadas pelas pessoas quando resumem e combinam dados. Os sujeitos foram 17 alunos de graduação de Psicologia, em um curso introdutório de Estatística. Os autores utilizaram entrevistas clínicas e a técnica de *pensar em voz alta*, a fim de acompanhar o processo de solução dos problemas. Os alunos foram entrevistados em sessões de 45 a 50 minutos, onde lhes foi solicitado que solucionassem de cinco a dez problemas, segundo a capacidade de cada um de explicar suas respostas. Os problemas de média ponderada foram: “*um estudante freqüentando dois semestres na escola A obteve a nota 3,2. O mesmo estudante freqüentando três semestres na escola B obteve uma nota 3,8. Qual foi a nota geral do estudante?*”, conhecido como problema do GPA (Grade Point Average). O segundo problema era similar ao primeiro, apenas mudando-se os número de 3,2 para 3,22 e de 3,8 para 3,78. O terceiro problema: “*existem 10 pessoas num elevador, quatro homens e seis mulheres. O peso médio de uma mulher é de 120 libras e o peso médio de um homem é de 180 libras. Qual é o peso médio das 10 pessoas no elevador?*”. O quarto problema envolvia o conceito de média em si. Tanto o problema do GPA quanto o problema do elevador foram aplicados, com adaptações, no instrumento do presente estudo.

Os referidos autores verificaram que a maioria dos sujeitos, apesar de dominar o algoritmo computacional da média simples, não compreendia o conceito de média

ponderada, ou seja, não possuíam o conhecimento funcional ou computacional adequado, sendo que nenhum dos alunos mostrou qualquer evidência do conhecimento análogo. Quando os sujeitos foram solicitados a calcular a média geral a partir de médias parciais, tenderam a empregar a fórmula da média simples, ou seja, ignoraram as ponderações dos grupos. Por outro lado, os alunos não perceberam que a fórmula da média simples não poderia levar à resposta correta, nem o significado que esses resultados representavam. Além disso, os sujeitos estimaram a média com maior facilidade quando partiram de histogramas. Isto sugere que a representação pictorial dos pesos pode ser mais intuitiva que uma mera descrição verbal. Esses resultados apontaram que aprendizagem da fórmula computacional é insuficiente e/ou inadequada à compreensão dos conceitos básicos subjacentes.

Hardiman, Well e Pollaset (1984) investigaram o uso do *modelo balanceado* e suas regras, utilizando o *modelo braço da balança*, para promover o entendimento do conceito de média. Foram sujeitos 48 estudantes universitários matriculados na disciplina Introdução à Estatística. O estudo foi realizado em três etapas. No pré-teste os alunos foram classificados em *calculadores*, *não-calculadores*, *balanceadores* e *não-balanceadores*, de acordo com o desempenho no pré-teste. Esses alunos foram alocados aleatoriamente no grupo experimental e no grupo controle. O grupo experimental recebeu treinamento com problemas de balanceamento, enquanto o grupo controle não. Ao final foi solicitado aos alunos que representassem problemas de média ponderada utilizando blocos como pesos. Os autores partiram da idéia que o uso de um modelo concreto melhoraria a intuição sobre a média e o desempenho. Contrariamente ao esperado, muitos sujeitos acharam a tarefa de representação do problema muito difícil, embora alguns deles tivessem sido capazes de calcular a resposta correta. Os resultados encontrados pelos autores sugerem que a apresentação da analogia do braço da balança pode ter sido ineficaz porque os estudantes não tinham um bom entendimento do funcionamento desse modelo.

Strauss e Bichler (1988) investigaram como as crianças compreendem a média aritmética através do estudo do entendimento de suas propriedades. Foram sujeitos da pesquisa 80 crianças, com idades variando entre 8 e 14 anos. Cada criança foi entrevistada

de forma individual em uma sessão, que durava de 30 até 60 minutos. As tarefas apresentadas eram histórias hipotéticas, concretas e numéricas, e a natureza dos números apresentados era contínua e discreta. Dentre os principais resultados, os autores verificaram que não existia diferença entre a forma de apresentação e a natureza do problema, sendo que a compreensão dos conceitos melhorava entre os sujeitos mais velhos.

Segundo Zawojewski (1988), os alunos do Ensino Médio apresentaram memorizado os procedimentos de média, mediana e moda, mas não o entendimento dos conceitos subjacentes. A autora, baseada nos dados do Segundo Estudo Internacional de Matemática, observou que a maioria dos alunos conseguia calcular corretamente a média aritmética com números inteiros, embora esse domínio tenha caído oito pontos percentuais de 1964 para 1982. Essa performance caiu quando a média envolvia números decimais ou quando requeria uma aplicação maior do conceito de média. Por exemplo, apenas 16% de alunos de 13 anos conseguiram encontrar um dado ausente quando a média e os valores restantes eram conhecidos. Somente 7% conseguiram calcular adequadamente a média ponderada. Concepções erradas e dificuldades no entendimento da média, aparentemente, não estavam sendo superadas ao longo da instrução escolar.

As formas de conceber a média também foram estudadas por Goodchild (1988) tendo como sujeitos 17 alunos da 7ª série, que, em entrevistas individuais com o autor, eram solicitados a ler, em voz alta o rótulo impresso em uma caixa de fósforos, onde aparecia a seguinte frase: *“conteúdo médio 35 fósforos”*. Em seguida, era solicitado ao aluno que dissesse o significado desse rótulo. Quinze alunos forneceram respostas como *“em torno de 35 fósforos na caixa”*, utilizando palavras tais como: *aproximadamente, cerca de, não exatamente, próximo o suficiente e muito próximo*. Essas respostas, para o autor, evidenciaram uma característica dominante entre os alunos que entendem a média como uma medida de posição. Quatro alunos indicaram, também, a idéia de valor esperado com respostas tais como *normalmente ou quantidade usual*. Um aluno utilizou a palavra *média* e um outro usou a *distribuição de erros*, dizendo *suposto ser, não sempre*. Também foi perguntado quantos fósforos eles esperariam em dez caixas. A maioria respondeu 350 fósforos. Os resultados mostraram a falta de entendimento da média como medida de

posição de uma distribuição que é resultante de um processo estocástico. O autor sugeriu que os professores levem em consideração esses resultados no ensino da média. As idéias de representatividade e de valor esperado devem ser enfatizadas, a intuição de processos estocásticos e as distribuições resultantes devem ser transmitidas juntamente com a compreensão da média como uma medida de uma distribuição.

Li e Shen (1992) verificaram que quando os sujeitos têm que calcular a média para dados agrupados em intervalos de classe, ignoraram a frequência de cada um dos intervalos, calculando a média como se fosse uma média simples.

Mokros e Russell (1995) pesquisaram as concepções de média de 21 estudantes de quarta a oitava séries que já haviam tido aulas sobre esse conceito. Analisando os enfoques utilizados pelos sujeitos e as principais características apresentadas ao solucionar os problemas, os autores criaram cinco categorias, descritas aqui, em razão de terem sido usadas como categorias de análise, na presente pesquisa:

- a) **a média como moda**: os sujeitos usam a moda para construir uma distribuição ou interpretar uma existente. As características são: falta de flexibilidade na escolha de estratégias; incapacidade de construir uma distribuição quando a média dada não coincide com um valor pontual ou com o tipo de variável (por exemplo, 2,3 filhos por casal); pouca utilização do algoritmo para encontrar a média ou utilização incorreta; frequentemente utilizam o raciocínio *egocêntrico* nas soluções;
- b) **a média como algoritmo**: os sujeitos utilizam o algoritmo, tal como foi ensinado em sala de aula. Frequentemente exibem uma variedade de utilidades e estratégias circulares em que confundem totalmente média e dados; possuem estratégias limitadas para avaliar a “razoabilidade” da resposta;
- c) **a média como razoável**: os sujeitos olham a média como uma ferramenta que dá sentido aos dados, escolhem uma média que é representativa dos dados, tanto de uma perspectiva matemática, quanto de senso comum; usam suas experiências do cotidiano para julgar se a média encontrada é razoável. Utilizam o algoritmo para achar a média se for para examinar a razoabilidade do resultado; acreditam que a

média de um conjunto particular de dados não é um valor matemático preciso, mas uma aproximação que pode tomar um dos vários valores;

- d) **a média como ponto médio:** os sujeitos concebem a média como uma ferramenta que dá sentido aos dados; escolhem uma média que representa os dados, desde uma perspectiva matemática e de senso comum; procuram pelo *centro* para representar os dados, esse centro pode ser a mediana, o ponto médio da amplitude dos dados ou o centro do eixo X e usam simetria quando constroem a distribuição dos dados ao redor da média. Eles mostram grande fluência na construção de dados quando estes são simétricos, mas apresentam problemas de construção ou interpretação no caso de distribuições assimétricas, usam a média fluentemente como meio de checar suas respostas. Parecem acreditar que a média e o centro são medidas equivalentes;
- e) **a média como ponto de equilíbrio:** os sujeitos concebem a média como uma ferramenta que dá sentido aos dados; procuram pelo ponto de equilíbrio para representar os dados; levam em conta todos os valores da variável; usam a média como uma compreensão inicial das relações quantitativas dos dados; são capazes de trabalhar a partir da média ou total para um conjunto de dados e vice-versa. São capazes de *quebrar* os problemas em pequenas partes e encontrar médias parciais como uma forma de solucionar problemas mais difíceis

Mokros e Russell (1995) observaram que os sujeitos que utilizavam o enfoque “média como moda” ou “média como algoritmo” não possuíam a compreensão de representatividade da média, enquanto que os que usavam os outros enfoques sim. Verificaram que construir um conjunto de dados a partir da média é a tarefa mais difícil; questionaram se seria adequado apresentar o algoritmo computacional para crianças menores, ao invés de se trabalhar de forma intuitiva o conceito de representatividade. Concluíram que o conceito de média é um objeto matemático de complexidade não reconhecida, que *engana* pela simplicidade do algoritmo de solução e que deveria ser ensinado em séries mais avançadas, após o sujeito desenvolver uma sólida fundamentação de representatividade. Os autores criticaram o uso dos modelos de balanceamento, porque focalizam o algoritmo, não envolvendo a noção de representatividade de dados.

Complementando essas idéias, pode ser citado o trabalho de Gal (1995), para quem os professores não deveriam apenas ensinar a média, mas utilizar a média. Para o autor, o aluno deve saber a utilidade da média, em quais condições seu uso faz sentido, o que pode ocorrer quando a média é utilizada inadequadamente, o papel da média no contexto das outras ferramentas estatísticas. Deve ainda reconhecer quando a média pode ser a melhor ferramenta, quando é a única, quando deve ser complementada ou quando não deve ser usada. Referindo-se aos consumidores de informações ou de ferramentas estatísticas, estes não precisam saber muito sobre as técnicas estatísticas, mas devem saber como interpretar, pelo menos informalmente, sentenças envolvendo a média. O autor ressaltou a importância de se desenvolver habilidades para lidar com médias em ambos os contextos: ativo (gerando médias) e passivo (interpretando médias). Além disso, Gal propôs que os alunos sejam desafiados a calcular e estimar a média para dados apresentados em diferentes formas.

Por outro lado, Watson (1996) analisou a interpretação da média aritmética envolvendo números inteiros, mas cujo resultado é um número decimal e verificou que os sujeitos apresentavam dificuldades na compreensão do conceito de média, sendo poucos os sujeitos que já possuíam noção da média enquanto valor representativo do conjunto de dados.

Para Cai (1998), a compreensão conceitual de média aritmética inclui, além do entendimento do algoritmo computacional, os aspectos estatísticos do conceito. Visando analisar essa compreensão, Cai pesquisou 250 alunos da sexta série usando um instrumento envolvendo a média e outro para medir o desempenho matemático. Cada tarefa da média foi codificada segundo quatro aspectos: resposta numérica, erro matemático, representação e estratégia de solução. As representações foram examinadas e quatro categorias foram criadas para avaliar e classificar as representações utilizadas pelos estudantes para explicar suas soluções: algébrica, aritmética, pictorial e verbal. Os resultados mostraram que a maioria dos alunos conhecia o algoritmo, mas apenas a metade foi capaz de aplicá-lo em problemas contextualizados. Os alunos que utilizaram representação algébrica ou aritmética

foram melhores solucionadores de problemas que aqueles que utilizaram a representação pictorial ou verbal.

Como pode ser observado através da revisão de literatura, existem dificuldades na aprendizagem da média aritmética, parece haver consenso entre os autores revistos de que a maioria dos alunos tem o domínio dos procedimento para o cálculo da média, mas um conhecimento conceitual bastante insatisfatório.

É importante ressaltar que, no caso da Estatística, não é suficiente ter o domínio do procedimento e dos principais conceitos da área. É necessário saber utilizar adequadamente esses conceitos e, para isso, não existe uma receita pronta, pois a maioria dos problemas de natureza estatística são abertos, nos quais se lida com a probabilidade.

CAPÍTULO III

HISTÓRICO DOS GRÁFICOS E PRINCIPAIS TEORIAS RELACIONADAS À PERCEPÇÃO E COMPREENSÃO DE GRÁFICOS

3.1 Antecedentes históricos, definição e tipos de gráficos

Os gráficos estatísticos são uma criação recente, tendo surgido por volta de 1750. O surgimento dos gráficos só foi possível devido às grandes descobertas da Matemática, tais como os logaritmos, coordenadas cartesianas, o cálculo e a teoria das probabilidades. Sua aparição tardia pode ser explicada pela diversidade de habilidades requeridas, a saber visual–artística, estatística–empírica e matemática (Tufte, 1983).

Lewandowsky e Spence (1989a) apontaram que a principal ferramenta para a criação dos gráficos estatísticos foi o sistema de coordenadas cartesianas, disponível em 1637, com a publicação do livro *La Géométrie*, de Descartes, que possibilitou a exploração das relações teóricas entre variáveis.

Todavia, a concepção que dominou a construção de gráficos, por quase um século e meio, foi a de que o sistema cartesiano deveria ser utilizado apenas para descrever funções matemáticas, governando o comportamento de objetos no espaço e no tempo. Porém, a tradição cartesiana foi tão forte que os cientistas utilizavam gráficos em quase todas as relações entre variáveis, ou seja, os métodos gráficos estavam sendo aplicados para a *análise exploratória estatística de dados*. O ajustamento de curvas utilizava dados para compreender a estrutura das leis (curvas) que governavam o universo. Observa-se que a orientação estatística utiliza curvas (regularidade) para determinar (compreender) a estrutura de dados concretos – dados sobre o fenômeno que são importantes para entendê-los corretamente (Wainer e Thissen, 1981, p. 195).

De acordo com Lewandowsky e Spence (1989a) o filósofo Johann Heinrich Lambert imaginou uma variedade de procedimentos gráficos elegantes para ilustrar dados físicos, publicados postumamente no seu livro *Pyrometrie*, em 1779. Lambert usou gráficos

de funções de duas variáveis para analisar dados tais como a expansão de varetas aquecidas. Frequentemente, Lambert avaliava a validade de uma hipótese através da inspeção visual de um gráfico. Lambert foi responsável pelo primeiro gráfico impresso de maneira errada, tendo ajustado aos dados de expansão de varetas aquecidas uma curva negativamente acelerada, em lugar de uma reta.

Contudo, é atribuído a William Playfair (1759-1823), engenheiro e economista escocês, a invenção dos gráficos estatísticos mais populares e que são utilizados até hoje: o gráfico circular, o gráfico de barras, o histograma, o gráfico de superfície e o gráfico de linhas. O primeiro gráfico de barras foi publicado por Playfair, em 1786, no seu livro *Commercial and Political Atlas*. O primeiro gráfico circular, em 1801, em seu livro *The Statistical Breviary*. O propósito de Playfair, ao desenvolver suas representações gráficas de dados estatísticos, era tornar a Estatística um pouco mais motivadora. Seu trabalho forneceu excelentes exemplos de bons gráficos, que carregam informação e são agradáveis aos olhos (Fienberg, 1979). Dentre seus famosos gráficos estão incluídos o da dívida nacional da Inglaterra e o da balança comercial entre Inglaterra e Estados Unidos (Lewandowsky e Spence, 1989a; Wainer, 1992).

Wainer (1992, p. 14) destacou que Playfair desenvolveu e melhorou os fundamentos do desenho gráfico, visando a substituição das tabelas de números, a fim de tornar mais fácil a comunicação e interpretação da informação quantitativa. Seus gráficos tiveram uma imediata e boa aceitação, porque eles funcionavam, como ele mesmo afirmara: *Eu encontrei que o primeiro esboço grosseiro me deu uma melhor compreensão da matéria, do que tudo o que eu tinha aprendido com leituras ocasionais, durante metade de minha vida.*

Entretanto, a expansão inicial do uso dos gráficos foi lenta. A principal limitação era a reprodução em série dos gráficos, não só pelo tempo gasto para reproduzir à mão e pela limitação técnica dos reprodutores, mas principalmente pela limitação da técnica fotográfica. Assim, no início, os gráficos eram evitados ao máximo.

Os padrões visuais revelados pela apresentação gráfica de dados foram ligados a várias descobertas científicas, incluindo o padrão da evolução estelar e do caos em padrões de clima (Shah e Carpenter, 1995).

Os gráficos estatísticos, assim como a própria Estatística, também foram, e ainda são, vulneráveis ao mau uso, ao exagero e ao acúmulo de informações neles contidas. Ao invés de facilitar a extração da informação, muitos gráficos eram desenhados com o objetivo de mostrar o óbvio ou criando distorções, caindo no descrédito (Tufte, 1983).

Segundo Kruskal (1982), o ressurgimento dos gráficos estatísticos, a partir do final da década de sessenta, deveu-se à aparição de novas idéias para apresentação e análise de dados, podendo ser citadas as criações de Tukey (o diagrama de ramo e folha, publicado em 1972 e descrito completamente em 1977, o diagrama da caixa, os *rootograms*); os rostos de Chernoff (entre 1973 e 1975); as séries trigonométricas inversas de Andrew; os gráficos de análise multivariada de Gnanadesikan (os gráficos P-P, Q-Q, em 1968, os diagramas de pontos modificados), entre outros.

Para Tufte (1983) as propostas de John Tukey tornaram os gráficos dignos de confiança e uma ferramenta poderosa na análise exploratória de dados.

Cleveland (1987) afirmou que o desenvolvimento dos métodos gráficos envolveram grandes estudos de metodologia de quantificação, ou seja, como a informação quantitativa deve ser mostrada em um gráfico, a fim de se examinar os dados, seja para fornecer um diagnóstico, seja para ajustar modelos aos dados. Esse tipo de pesquisa envolve visualização, isto é, qual deve ser o veículo visual a ser utilizado para mostrar uma informação quantitativa determinada. Por exemplo, o desenvolvimento do gráfico de probabilidade normal, foi um grande estudo de quantificação, a informação selecionada para plotar foi *a estatística de ordem* dos dados, os quantis de uma distribuição normal, mas o veículo visual utilizado foi um gráfico cartesiano. O mesmo ocorreu com o desenvolvimento da matriz de diagramas de dispersão, desenvolvido por Chambers, Cleveland, Kleiner e Tukey e publicado em 1983. Outro exemplo é o diagrama da caixa (*boxplot*) desenvolvido por Tukey, em 1977. Informação quantitativa – quartis, juntas e valores extremos – foram selecionados para resumir a distribuição dos dados; um novo

veículo visual – uma caixa com uma linha dentro e com acessórios – foi desenvolvido para mostrar a informação.

Ainda, segundo Cleveland (1987), um fator que contribuiu para o salto qualitativo dos gráficos foi a revolução da computação gráfica, iniciada na década de sessenta, intensificada nos últimos anos, estimulando a invenção de novos métodos gráficos. Pesquisas na área de computação são de vital importância para os gráficos estatísticos, pois da construção da interface entre a análise de dados e a computação é que resulta a apresentação visual na tela do computador, bem como o desenvolvimento de algoritmos rápidos que permitam a visualização instantânea dos dados, por exemplo, após uma rotação. Hoje, com a ajuda do computador, métodos dinâmicos estão sendo criados, como, por exemplo, os métodos de rotação e de varredura.

Atualmente, os gráficos fazem parte de uma gama de ferramentas da Estatística, que dificilmente um pesquisador não utiliza. Segundo Wainer (1992), o uso de gráficos está tão internalizado que não dá para imaginar o mundo sem seu uso.

De acordo com Leinhardt e Zaslavsky e Stein (1990), um gráfico é uma representação simbólica de dados, geralmente relacionando duas ou mais variáveis, utilizando o sistema de coordenadas cartesianas. Os gráficos se movimentam em três espaços: o *algébrico*, o *gráfico* e o da *situação* ou do *fenômeno* do qual os dados foram extraídos e que os dois primeiros tentam modelar.

Pinker (1990) elaborou uma definição para os gráficos estatísticos; segundo o autor, o objetivo do **gráfico estatístico** é comunicar ao leitor um conjunto de *n-uplas*⁴ de valores em *n* escalas matemáticas, usando objetos cujas dimensões (comprimento, sombreamento, forma, posição dentre outros) correspondem às respectivas escalas e cujos valores em cada dimensão (particularidade de um objeto, comprimento, posição, entre outros) se relacionam

⁴ *n-uplas* se refere a uma sequência ordenada de elementos do tipo $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, onde o elemento x_i pertence ao conjunto X_1 , x_2 pertence ao conjunto X_2 e assim por diante até o elemento x_n pertence ao conjunto X_n . No caso mais comum, onde se trabalha com duas variáveis, tem-se os pares ordenados (x,y) , onde x pertence ao conjunto X e y ao conjunto Y .

com os valores nas escalas correspondentes. O emparelhamento é realizado porque qualquer objeto visualizado pode ser descrito, simultaneamente, por seus valores ao longo de um número de dimensões visuais.

Os gráficos estatísticos diferem dos gráficos das funções matemáticas. Enquanto as funções matemáticas e seus respectivos gráficos modelam funções determinísticas, do tipo $Y = F(X)$, ou seja, dado um valor para X pode-se conhecer exatamente o valor de Y . Ao contrário, os gráficos estatísticos modelam funções não determinísticas, do tipo $Y = F(X) + \epsilon$, onde ϵ representa o erro aleatório e é formado pelo componente aleatório, devido ao processo de amostragem; pelo erro explicado pela ausência de variáveis que podem estar interferindo no comportamento da primeira e pelos erros de medida dos instrumentos. Existem, também, outros gráficos estatísticos que não necessariamente estão preocupados com a modelagem da relação entre as variáveis, mas apenas pretendem ilustrar o comportamento das mesmas. Assim, pode-se classificar os gráficos em dois grandes tipos: os *matemáticos* e os *estatísticos*.

Os **gráficos matemáticos** estão ligados a funções do tipo $Y = F(X)$, onde Y é a ordenada e X a abcissa, podendo modelar fenômenos físicos e naturais, cuja natureza é determinística. Por exemplo, o gráfico de uma função linear, de uma função trigonométrica, o gráfico do cardióide em coordenadas polares, ou ainda gráficos mais complexos, como, por exemplo, o “chapéu mexicano” em três dimensões ou os fractais gerados por funções complexas em várias iterações.

Em geral, o ensino de gráficos em Matemática parte da função algébrica, são gerados valores para as variáveis, esses valores são colocados em tabelas e, posteriormente, no plano cartesiano. Geralmente, esses gráficos e suas funções são utilizados ou ensinados de forma abstrata, isto é, sem vinculação com o cotidiano ou com a modelagem de fenômenos físicos ou naturais (Leinhardt e outros, 1990).

Já o ensino de gráficos em Ciências percorre o caminho inverso ao do ensino em Matemática. Muitas funções matemáticas e seus respectivos gráficos são utilizadas em Ciências, Física, Química e Biologia com o objetivo de modelar fenômenos físicos e naturais que governam o universo. Frequentemente, o processo se inicia com a observação

empírica do fenômeno, o arranjo e a ordenação dos dados, a seleção de eixos e rótulos, a construção das escalas e o desenho do gráfico, para finalmente, *estimar* a função que relaciona as variáveis envolvidas no fenômeno em estudo.

Se a segunda Lei de Newton: *a aceleração (a) de um corpo(m) é diretamente proporcional à força (F) resultante que atua sobre ele*, for usada como exemplo, verifica-se que ela pode ser escrita matematicamente da seguinte forma: $F = m \cdot a$. Isso significa que a força resultante é diretamente proporcional à aceleração adquirida pelo corpo, ou seja, quanto maior a força, maior a aceleração; quanto menor a força, menor a aceleração. Por outro lado, se for fixada a força, quanto maior a massa do corpo, menor a aceleração e vice-versa. Se a massa do corpo for fixa e se forem feitos experimentos para validar essa lei, verificar-se-á que os pontos observados cairão muito próximos da reta teórica, sendo que os pequenos desvios, explicados pelos erros de medição, tenderão para zero à medida que se utilizam aparelhos de medição de alta precisão. Este é um exemplo do ajustamento de um modelo teórico onde o erro é explicado apenas pelo erro sistemático.

Já uma curva que representa o crescimento de uma planta não poderá ser modelada por uma função determinística, porque existem vários fatores interferindo no crescimento dessa planta. Para *estimar* a curva de crescimento de uma espécie de plantas, deverá ser observada uma *amostra* de plantas e pode-se ajustar uma *curva média*, por exemplo. Neste caso, trata-se de um gráfico estatístico.

Consequentemente, os **gráficos estatísticos** seguem a mesma trajetória dos gráficos utilizados em Ciências, ou seja, partem da observação do fenômeno e procuram as funções matemáticas que modelem essas relações ou descrevam a estrutura dos dados. Potencialmente, uma função matemática e seu gráfico podem converter-se em uma função e em um gráfico estatístico.

A Figura 4 ilustra o movimento entre os espaços *algébrico*, *gráfico* e *situacional*, em Ciências, em Matemática e em Estatística, e foi adaptado a partir do modelo proposto por Leinhardt e outros (1990, p. 9).

Além dos gráficos matemáticos que podem ser transformados em gráficos estatísticos, existem gráficos próprios da Estatística, desenvolvidos para ilustrar o comportamento das variáveis. Por exemplo, a quantidade de vendas de um produto por mês, as intenções de voto dos eleitores, o movimento das bolsas de valores etc. A Figura 5 ilustra os gráficos estatísticos mais utilizados.

Além dos tipos de gráficos já citados, existem também os **gráficos conceituais** que, segundo Butler (1993), são diferentes dos gráficos estatísticos, pois eles não representam dados, mas conceitos e suas relações. A Figura 4 é um exemplo de um gráfico conceitual. O autor apresenta quatro tipos de gráficos conceituais: gráficos matemáticos (por exemplo, a Lei de Fechner), modelos geométricos (por exemplo, o prisma do olfato de Henning), redes de trabalho (por exemplo, o modelo STM-LTM de Atkinson e Shiffrin) e os diagramas de Euler-Venn (por exemplo, o modelo de processos automático e de controle de Shiffrin e Schneider).

3.2 O papel e a importância dos gráficos

Os gráficos modernos têm um papel muito maior que o de substituir tabelas ou outras formas de comunicar informações. Os gráficos são instrumentos que ajudam a raciocinar sobre a informação quantitativa. Sem dúvida, é a forma mais efetiva de descrever, explorar e resumir um conjunto de dados, mesmo quando estes representam grande conjunto de dados. Além disso, de todos os métodos para analisar e comunicar informações, os gráficos bem desenhados são, geralmente, os mais simples e, ao mesmo tempo, os mais poderosos instrumentos de informação (Tufte, 1983).

Para Weintraub (1967, in Padilla, McKenzie e Shaw, 1986), os gráficos têm assumido um papel crescente e importante na sociedade, pois apresentam os conceitos de uma forma concisa ou fornecem uma visão rápida da informação. Isso na linguagem cotidiana demandaria, para sua descrição, uma grande quantidade de matéria escrita. Os gráficos freqüentemente mostram uma grande quantidade de informação em um pequeno espaço.

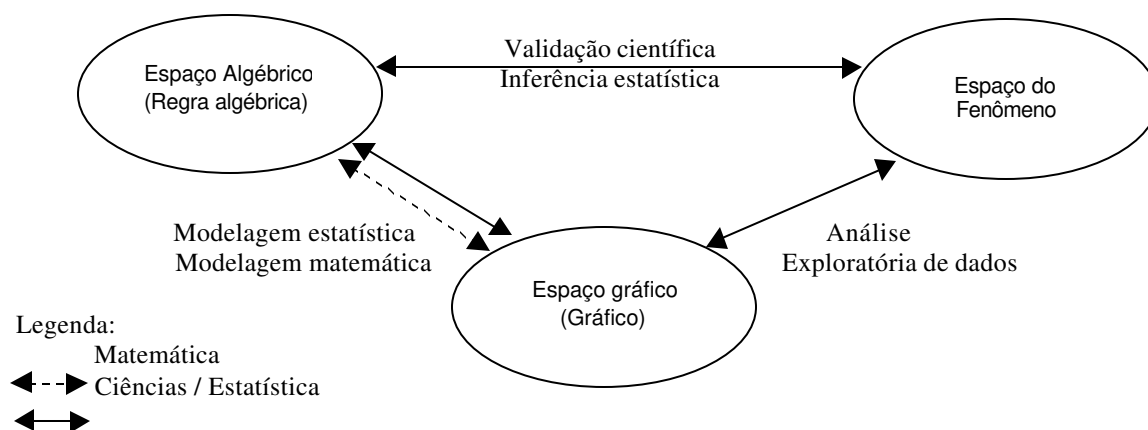


Figura 4. Movimentos entre espaços dos gráficos, segundo a área utilizada

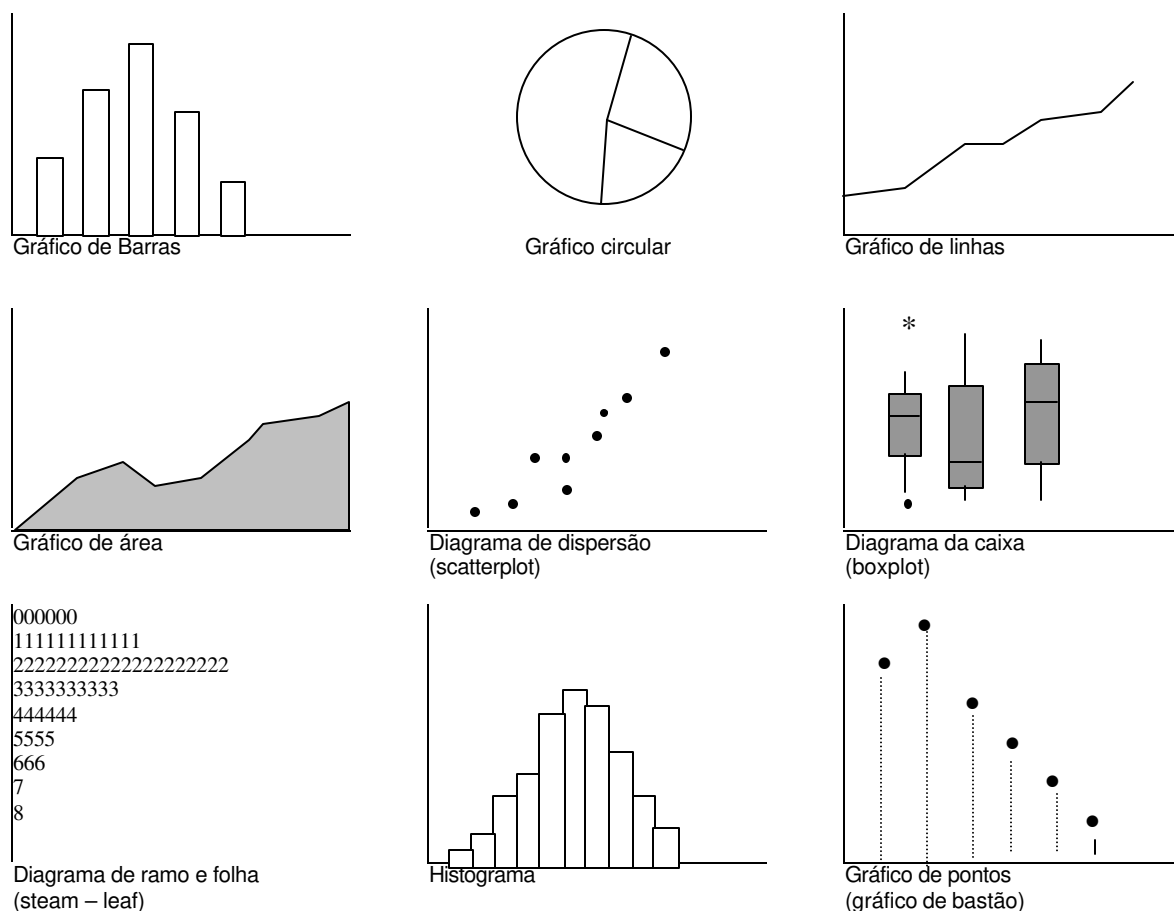


Figura 5. Gráficos estatísticos mais utilizados

A importância dos gráficos estatísticos pode ser avaliada pelo seu uso intensivo na mídia. Basta abrir um jornal ou uma revista para encontrar diversos tipos de gráficos, por exemplo, um gráfico de linhas mostrando a corrida eleitoral para as prefeituras, um gráfico de barras para mostrar a evolução dos juros nos últimos doze meses ou um pictograma (bonecos) mostrando o crescimento demográfico mundial.

Para Cleveland (1984), os gráficos são importantes meios de comunicação de informação quantitativa na escrita científica, seja em artigos para revistas ou nos relatórios de universidades, indústrias e governos. A revista *Journal of Geophysical Research* dedica aproximadamente um terço de seu espaço a gráficos. Segundo Butler (1993), nos últimos cinquenta anos, os psicólogos tem incluído numerosos gráficos em suas revistas científicas e em seus livros-textos. Ainda de acordo com esse autor, são mais frequentes os gráficos nas revistas e as figuras, nos livros-textos.

O sucesso dos gráficos reside na capacidade humana de reconhecer padrões (Shah e Carpenter, 1995; Leinhardt e outros, 1995). Para Wainer (1992), os gráficos funcionam porque o homem possui acuidade para coisas e porque sua habilidade para entender informação espacial é tão poderosa que ele pode fazer isso muito bem, mesmo frente a gráficos imperfeitos. Desse modo, os gráficos têm contribuído para as grandes descobertas científicas.

3.3 O ensino de gráficos

Embora os gráficos matemáticos não façam parte do objeto do presente estudo, eles têm fundamental importância na formalização de conceitos relativos à construção e interpretação de gráficos. O ensino dos gráficos matemáticos está atrelado ao ensino de funções matemáticas, na disciplina de Matemática e, em geral, se inicia na 8ª série do Ensino Fundamental. Nessa série é ensinado aos alunos o desenho do sistema de coordenadas cartesianas, como dimensionar a escala dos eixos, a gerar os pares ordenados e como colocar os pontos no plano cartesiano. À medida que o aluno avança na escolaridade, os conteúdos matemáticos vão sendo gradativamente mais sofisticados, ocorrendo o mesmo

com as funções e os gráficos, possibilitando o aperfeiçoamento da construção e interpretação de gráficos.

Os gráficos matemáticos também são utilizados em outras disciplinas (Ciências, Física, Química, Geografia e Biologia).

Em geral, o ensino de gráficos em Ciências tem um papel importante na instrução formal do aluno. Isso ocorre porque além de lidar com a construção e interpretação de gráficos, permite ao aluno perceber a relação entre o fenômeno observado e a modelagem dos mesmos. Em Química, por exemplo, os gráficos são utilizados para expor conceitos como a lei dos gases, equilíbrio vapor-pressão, o diagrama de fases e as taxas de reação química. Em Física, servem para analisar e explicar as curvas de solubilidade, de temperatura-densidade, de relação amp-volts, de movimento etc. (Berg e Smith, 1994).

Para McKenzie e Padilla (1986), existe uma unicidade entre a construção e interpretação de gráficos e a instrução em Ciências. Por exemplo, o aluno é solicitado a descobrir que, usando um gráfico, ele pode olhar retrospectivamente o crescimento de uma planta e, também, prever como continuará crescendo. O aluno precisa aprender a construir um gráfico desse fenômeno, associando a relação entre a altura e o tempo com o crescimento da planta e a duração desse crescimento, desde o plantio. Precisa descobrir, também, que a curva que mostra o crescimento da planta é diferente da curva de crescimento de outras plantas, sejam essas da mesma espécie ou não. Segundo esses autores, as informações científicas, cada vez mais, utilizam gráficos para ilustrar as informações; os gráficos são o meio de expressão preferido por cientistas:

Em ciência, mais do que em outras matérias, os estudantes devem ser envolvidos na previsão da relação entre variáveis e tentar quantificar essas relações. Construção e interpretação de gráficos de linha são muito importantes na instrução da ciência porque eles são uma parte integral da experimentação, coração da ciência (McKenzie e Padilla, 1986, p. 572).

Já os gráficos estatísticos estão incluídos no tópico Estatística, na disciplina de Matemática, tanto no Ensino Fundamental, quanto no Médio. Revisando vários livros

didáticos do Ensino Fundamental, Panaino (1998) concluiu que alguns autores incluem o tópico de Estatística e Probabilidade somente a partir da 8ª série, outros nem mencionam o tópico e poucos trabalham a Estatística a partir da 5ª série. Contudo, o autor verificou que alguns livros didáticos de outras áreas, como por exemplo o de Geografia, utilizam conceitos de Estatística, fazendo o uso de gráficos.

Essa realidade está mudando face à implantação dos novos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (MEC, 1998). De acordo com Lopes (1998), o tópico Estatística está sendo introduzido na disciplina de Matemática a partir da 4ª série do Ensino Fundamental. De modo geral, os gráficos no Ensino Fundamental e Médio se limitam ao gráfico de barras, circular, de linhas e aos pictogramas, às vezes ligados ao levantamento de dados da própria escola.

A instrução formal de gráficos estatísticos, no Ensino Superior, ocorre na disciplina de Estatística. Geralmente, os cursos exigem uma única disciplina de Estatística, limitada à Estatística Descritiva ou Análise Exploratória de Dados, onde está incluído o tópico referente aos gráficos estatísticos. Outros cursos tais como Agronomia, Economia, Psicologia possuem duas ou mais disciplinas de Estatística, abrangendo a inferência estatística e técnicas mais avançadas, como, por exemplo, a análise de variância, onde são ensinados gráficos de natureza mais sofisticada. Alguns cursos possuem disciplinas onde a Estatística e seus gráficos estão presentes, como a disciplina de Epidemiologia em Ciências da Saúde, Ecologia em Biologia, Econometria em Economia etc.

Além da instrução formal em gráficos estatísticos, a exposição ostensiva de gráficos estatísticos fora da escola, através da mídia, complementa a formação do aluno, gerando uma situação única, onde os alunos são ensinados sobre um conteúdo (gráficos) do qual já apresentam um substancial conhecimento. O problema é saber se esse conhecimento é condizente com os significados aceitos, se essas concepções são resistentes a mudanças e quais as implicações disso no processo de ensino-aprendizagem de gráficos (Leinhardt e outros, 1990).

3.4 A psicologia da percepção gráfica

Apesar do reconhecido sucesso e da importância dos gráficos na análise e comunicação de informação, pouco se sabe sobre a maneira pela qual os gráficos e diagramas são processados. Quais são os processos perceptuais, psicofísicos e cognitivos que são ativados durante o exame de um gráfico? Não se sabe ainda se uma pessoa lembra uma informação melhor quando examina um tipo de gráfico em comparação com outro tipo. Frequentemente, confia-se na intuição para decidir se um gráfico é bom ou ruim e não se sabe que dano pode ser causado por gráficos mal construídos (Lewandowsky e Spence, 1989a).

Os gráficos são utilizados geralmente de duas formas. A primeira para comunicar ou transmitir dados e a segunda, como método de análise de dados. Não obstante, eles também podem ser usados para reter na memória uma grande quantidade de informações, de forma mais eficiente.

Os gráficos cuja missão for comunicar informação, em geral, estão direcionados para uma grande audiência, são muito bem desenhados e representam o estágio final do processo de análise de dados. Por essa razão, tais gráficos comumente contêm dados estatisticamente resumidos ao invés de apresentar dados originais. Frequentemente, é pequeno o número de pontos desenhados. Mais ainda, como geralmente está dirigido a um público com menor conhecimento sobre gráficos que seu autor, a apresentação, necessariamente, tende a ser simples na forma e no conteúdo. Se um gráfico não for familiar pode dificultar ao invés de ajudar na compreensão das informações que pretende comunicar.

Já a análise de dados é uma atividade privada e envolve a produção de gráficos que, muitas vezes, são vistos apenas pelos seus criadores, antes de serem descartados ou melhorados. Aqui, os gráficos tendem a ser muito detalhados e as vezes complicados ou restritos a uma área de especialistas, contendo, se não na totalidade, ao menos a maioria dos dados originais. Sua apresentação tem como objetivo a descoberta de padrões ou características dos dados, não perceptíveis de outra forma.

Um bom gráfico tem como uma de suas características fazer com que a mensagem que visa transmitir seja rapidamente apreendida, mas isso não é o bastante. A mensagem precisa ser retida na memória. Segundo Lewandowsky e Spence (1989a), Playfair acreditava que um dos benefícios de usar os gráficos era ajudar a memória. Tal convicção hoje é alicerçada pela grande quantidade de evidências empíricas coletadas pela Psicologia a respeito da memória. Muitos experimentos têm confirmado a extraordinária capacidade de lembrar informações quando apresentadas pictoricamente; além disso, a memória para figuras é superior à memória para textos. Esses autores apresentaram também dados de outros autores mostrando que existe pelo menos 10% de vantagem na retenção de figuras, em comparação com palavras ou sentenças.

Vários autores buscaram propor modelos para explicar a eficiência apresentada por alguns gráficos estatísticos quando comparados a outros que tentam comunicar um mesmo tipo de informação. Estudaram também a natureza dos processos cognitivos que são ativados quando as pessoas decodificam a informação que é apresentada nos gráficos.

Segundo Simkin e Hastie (1987), a análise feita pelos teóricos cognitivistas, sobre a percepção gráfica começou com o trabalho de Jacques Bertin, prosseguiu com os trabalhos de William S. Cleveland e Robert McGill, J. F. Fotherill e Steven Pinker. Esses pesquisadores têm dado atenção às questões cognitivas que são de grande relevância, a saber: a) como a informação de um gráfico é representada mentalmente; b) quais processos mentais intervêm entre a percepção visual e o estabelecimento da representação mental; c) quais processos operam na representação mental para inferir propriedades que não são óbvias e, d) como tais processos operam na representação e nas inferências de forma a gerar respostas adequadas às tarefas.

Já para Lewandowsky e Spence (1989a), cinco autores merecem destaque nos seus trabalhos na busca de um corpo teórico que sistematize a compreensão de gráficos, sendo eles: Jacques Bertin, William S. Cleveland e Robert McGill, J. D. Mackinley, Stephen Kosslyn e Steven Pinker.

No presente trabalho, quatro teorias mereceram atenção especial: o enfoque taxonômico de Jacques Bertin, a teoria da percepção gráfica de William S. Cleveland e

Robert McGill, a teoria do processamento de informações visuais de Stephen Kosslyn e a teoria da compreensão de gráficos de Steven Pinker. Embora o trabalho de Tufte (1983) não tenha a pretensão de desenvolver uma teoria sobre a compreensão de gráficos, seu trabalho sistemático mereceu destaque especial.

3.5 O enfoque taxonômico de Bertin.

Jacques Bertin foi cartógrafo, tendo criado e dirigido até sua aposentadoria o *Laboratoire de Grafique da École des Hautes Études en Sciences Sociales* de Paris. Escreveu os livros: *Semiologie Graphique*, em 1967, *La Grafique et le Traitement Grafique de l'Information*, em 1977, e *Graphics and the Graphical Analysis of Data*, em 1980.

Jacques Bertin (1967) desenvolveu uma taxonomia dos componentes gráficos e das propriedades do sistema perceptual, introduzindo uma gramática para a descrição de gráficos, cujos elementos consistem em símbolos que registram o tipo de variável, como esta deve ser colocada num gráfico etc. Esse conjunto mínimo de elementos permite compor e decompor qualquer gráfico. Uma descrição precisa desse tipo permite reter a informação na memória, transmitir a informação gráfica e prever o desempenho, isto se as correlações psicológicas de cada símbolo puder ser estabelecida (Lewandowsky e Spence, 1989a).

Para Bertin (1967) um gráfico é mais eficaz que outro se, para se obter a resposta correta para uma questão, o tempo de inspeção é menor para um que para outro. A *neográfica* da comunicação é um meio de fixar e mostrar aos outros aquilo que se descobriu. Sua finalidade é a percepção rápida e, eventualmente, a memorização de um conjunto de informações. Seu imperativo: a simplicidade. A eficácia está ligada à facilidade de encontrar a informação, em qualquer etapa da leitura de um gráfico. A montagem das observações que obedecem a esse princípio forma a *teoria da imagem*, desenvolvida nos seguintes pontos:

As etapas do processo de leitura. Para ler um gráfico o leitor deve rapidamente proceder a três operações sucessivas:

- a. **Identificação externa:** identificar, através de rótulos alfanuméricos, os referentes conceituais ou do mundo-real relativos à informação que o gráfico está transmitindo.
- b. **Identificação interna:** identificar as dimensões relevantes de variação no conteúdo pictórico do gráfico e determinar quais as dimensões visuais que correspondem a qual variável conceitual ou escala.
- c. **Percepção de correspondência:** usar um nível particular de cada dimensão visual para tirar conclusões sobre os níveis particulares de cada escala conceitual.

As questões possíveis – os níveis de leitura. A informação é uma relação que pode ser estabelecida entre elementos, subconjuntos, ou conjuntos e, para um conjunto de dados existe um número finito de questões que podem ser solicitadas. Em geral, dois tipos de questões são possíveis, dada uma entrada para X, encontrar o valor de Y, ou para um valor em Y, verificar a entrada em X, sendo que cada questão, por sua vez, pode ser caracterizada pelo seu *nível de leitura*. Os níveis de leitura são o elementar, o médio e o superior.

- a. **Nível elementar** ou *extração de dados* – quando a informação se refere a relação entre um elemento de X e um elemento de Y. Por exemplo: “qual é o total de vendas do mês de janeiro?”. Esse nível ajuda a prevenir a construção de *maus* gráficos.
- b. **Nível médio** ou *extração de tendências* – quando a informação se refere a relação que existe entre subconjuntos de dados. Por exemplo: “qual é a tendência de vendas durante o inverno?”. Estes subconjuntos podem ser definidos de duas maneiras: *a priori* e verbalmente (o que ocorre no inverno?) ou *a posteriori* e visualmente (quais são as características do sistema trimestral construído pelos dados?). Isto, segundo o autor, mostra que os tratamentos gráficos aceitam as hipóteses, mas também podem funcionar sem hipóteses prévias.
- c. **Nível superior** ou *entendimento profundo da estrutura dos dados* – geralmente comparando tendências e agrupamentos, estabelecendo relações e inferindo

comportamentos futuros. Por exemplo: “como se comportaram as vendas no período em estudo?” Este nível é necessário para a tomada de decisão.

Para Bertin (1967) a construção que permite o nível superior de leitura permite a leitura nos níveis anteriores, já o inverso não é necessariamente verdadeiro. Como consequência, um gráfico que não permite definir grupos em X e Y não fornece informação do conjunto, conseqüentemente, esse gráfico será ineficaz.

Bertin (1967) apontou também que existem tantos tipos de questões quanto o número de componentes de uma informação, sendo que dentro de cada tipo de questão existem os três níveis de leitura. Toda questão pode ser definida pelo seu tipo e nível de leitura.

Bertin (1967) definiu *imagem*, como a *forma visual significativa–perceptiva dentro de um instante mínimo de visão*. A imagem se forma através da percepção de correspondências originais de uma questão da seguinte maneira: a) a definição de uma entrada, por exemplo, “no mês de julho”; b) uma correspondência: um ponto e, c) uma identificação de saída: a resposta: “as vendas foram de mil reais”.

Bertin (1967) denominou de *seleção visual* o processo de focalizar o olhar em uma informação, isto é, percebê-la, isolá-la das demais em um instante mínimo de visão. Pode ser constatado que, em algumas construções gráficas, o olho é capaz de englobar, com um único *golpe de vista*, todas as correspondências definidas por uma identificação de entrada, isto é, na percepção imediata, na qual as correspondências são vistas em uma única forma visual.

As construções mais eficazes são aquelas dentro das quais toda questão, qualquer que seja o tipo ou nível, obtém uma resposta a partir de um único instante de percepção, uma resposta perceptível em uma única imagem. A *imagem*, unidade de percepção visual, não deve ser confundida com a *figura*, que é a unidade aparente e ilusória definida no papel por um quadro linear ou por um quadro geográfico.

A *imagem*, segundo Bertin (1967), é formada a partir de três variáveis homogêneas e ordenadas: as duas dimensões do plano e uma variável na terceira dimensão. As regras de

construção conduzem à utilização de duas dimensões do plano de uma forma homogênea, retilínea e ortogonal (plano cartesiano) e a utilizar na terceira dimensão uma variável ordenada, como, por exemplo: a altura, o valor ou a parcela. Construções gráficas que não respeitem a construção de imagens terão uma *carga mental* elevada e a memorização será difícil, sendo, portanto, menos eficazes.

De acordo com Bertin (1967), a *imagem* não admite mais que três variáveis significativas. Portanto, caso se tenha mais de três variáveis, deve-se escolher três preferenciais. A memorização visual, evidentemente, é inversamente proporcional ao número de imagens necessárias à percepção de uma informação.

Assim, para o referido autor faz-se necessário substituir a noção *quantidade de informações* pela noção *níveis de informações*, que são verbalmente expressas pelos *níveis de questões* e graficamente pelos *níveis de leitura*.

Ainda segundo esse autor, não existe um gráfico único e acabado, ao contrário, o gráfico deve ser desenhado e redesenhado, construído e reconstruído; deve-se manipular os dados até que a informação contida no gráfico mostre todas as relações. Isso é possível uma vez que o olho humano é um computador sempre disponível e capaz de perceber os conjuntos, processando dados.

Apesar do esforço admirável, essa taxonomia não é exaustiva, não incluindo, por exemplo, a detecção de valores extremos. Além disso, Bertin (1967) não apresentou nenhum alicerce empírico que validasse sua taxonomia. Todavia, o mérito do trabalho de Jacques Bertin reside no fato de que foi o pioneiro na busca da sistematização da teoria dos gráficos, por essa razão, seu trabalho se tornou referência na pesquisa sobre o tema.

Curcio (1987) revisou os níveis de leitura propostos por Bertin (1967) e sugeriu as seguintes alterações:

- a. **Leitura dos dados:** esse nível de compreensão requer a leitura literal do gráfico; não se realiza interpretação da informação contida nele;

- b. **Leitura dentro dos dados**: que inclui a interpretação e integração dos dados no gráfico, requer a habilidade para comparar quantidades e o uso de outros conceitos, além das habilidades matemáticas;
- c. **Leitura além dos dados**: requer que o leitor realize previsões e inferências a partir dos dados, sobre informações que não se refletem diretamente no gráfico, e
- d. **Leitura atrás dos dados**: supõe valorar a fiabilidade e a integridade dos dados.

3.6 A teoria da percepção gráfica de Cleveland e McGill

Cleveland e McGill (1984a) advogaram a necessidade de uma fundamentação teórica para a compreensão de gráficos. Eles estudaram a percepção gráfica como parte do processo global da percepção visual, identificando as *tarefas elementares de percepção* que são executadas durante o processo da extração da informação quantitativa dos gráficos. Essas tarefas foram ordenadas de acordo com o grau de precisão na leitura da informação, aparecendo da maior para a menor precisão: posição ao longo de uma escala comum, posição sobre uma escala não alinhada, comprimento, ângulo, inclinação, área, volume, densidade, saturação e tonalidade de cor. Os autores basearam-se na Lei de Weber e na Lei de Stevens, presentes em vários trabalhos de Psicofísica, sendo alguns dos resultados apresentados fundamentados na experimentação enquanto outros não apresentam evidência empírica.

Para esses dois autores, quando um gráfico é construído, a informação quantitativa e categórica é codificada, principalmente através da posição, da forma, do tamanho, dos símbolos e da cor. Quando uma pessoa observa um gráfico, a informação é decodificada pelo seu sistema visual, sendo esse processo denominado de **percepção gráfica** e refere-se à *decodificação visual da informação codificada em gráficos* (p. 531). Ainda de acordo com esses autores, um método gráfico é bem sucedido somente se o processo de decodificação for efetivo.

O objetivo dos autores foi identificar certas tarefas elementares de percepção que são executadas durante o processo de decodificação visual de informação quantitativa com alto grau de precisão. A identificação dos elementos básicos e suas interações durante a

leitura de gráficos permitiria o desenvolvimento de uma estrutura para organizar o conhecimento e prever o comportamento, à semelhança das outras ciências.

Cleveland e McGill (1984a) escolheram a expressão *tarefas elementares de percepção* porque um observador desempenha uma ou mais dessas tarefas visuais para extrair mentalmente o valor real da variável representada na maioria dos gráficos. Contudo, os autores não tiveram a pretensão de exaurir todas as tarefas. As tarefas que se relacionam com matizes de cores e textura não foram tratadas pelos autores, porque não existe um método não ambíguo de ordenação. A Figura 6 ilustra as tarefas elementares de percepção que as pessoas utilizam para extrair informação quantitativa de gráficos, proposta pelos autores.

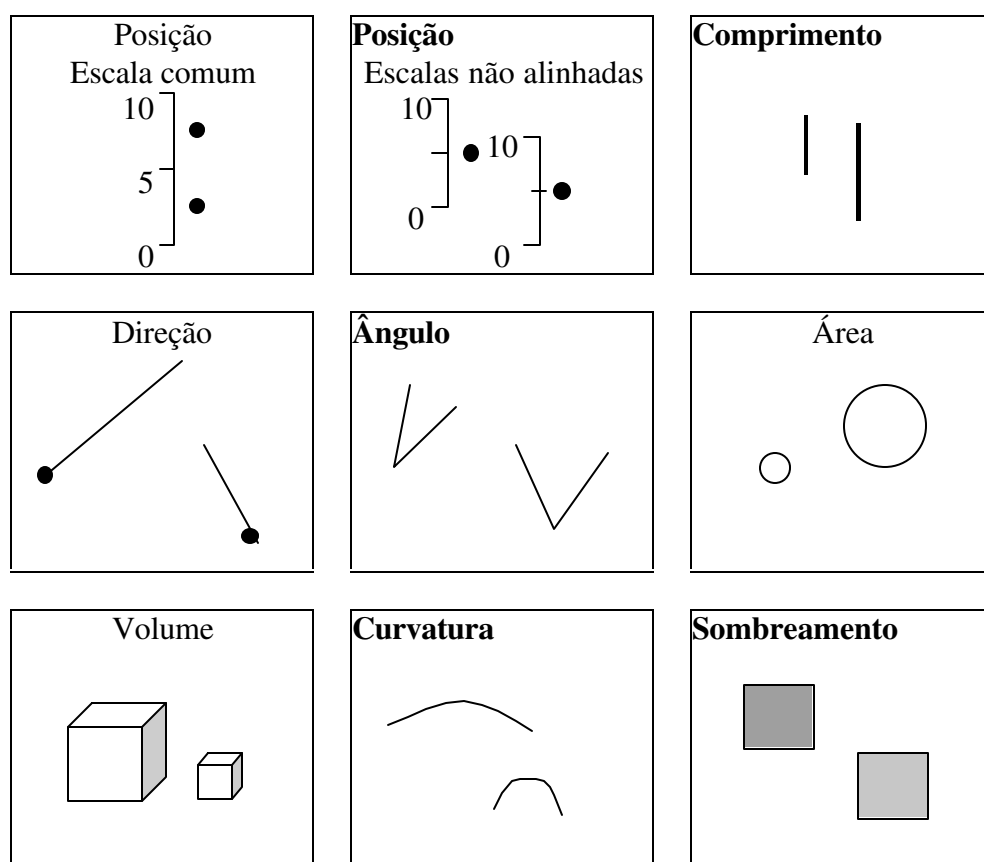


Figura 6. Tarefas elementares de percepção propostas por Cleveland e McGill

Segundo os autores, deve ser notado que, no decorrer da leitura, o leitor pode evocar outras tarefas. Por exemplo, em um gráfico de barras simples, a primeira tarefa será julgar a posição ao longo de uma escala comum, porém podem ocorrer julgamentos de comprimento e de área. Em um gráfico circular, a tarefa será a percepção de ângulo, porém julgamentos de áreas e comprimento dos arcos também podem ser envolvidos. Já nos mapas estatísticos, a primeira tarefa elementar utilizada para extrair dados será a percepção de sombreamento, mas julgar tamanhos de quadrados por grades provavelmente também desempenha um papel, particularmente para quadrados maiores. Em gráficos que superpõem duas ou mais curvas, a informação sobre cada curva será extraída percebendo-se a posição ao longo de uma escala comum, de modo que a informação sobre as diferenças será extraída percebendo-se o comprimento, isto é, a distância vertical entre duas curvas.

Em um diagrama de dispersão, a tarefa elementar será julgar a posição ao longo de uma escala comum, vertical ou horizontal, porém seu grande poder reside na percepção de direção entre os pares ordenados. O diagrama de dispersão é um gráfico dos pares ordenados formados pelo valores das variáveis X e Y, sendo, no sistema de coordenadas cartesianas, um poderoso instrumento para julgar relações entre variáveis.

Por exemplo, na Figura 7, observa-se que a relação não é linear e o gráfico permite ver a natureza dessa não linearidade. A tarefa elementar que permite fazer isto é a percepção de direção. Cada par de pontos diferentes no gráfico (x_i, y_i) e (x_j, y_j) tem uma inclinação associada: $(y_j - y_i)/(x_j - x_i)$. O sistema viso-cerebral é capaz de extrair a inclinação percebendo a inclinação da direção do segmento de linha juntando (x_i, y_i) e (x_j, y_j) . A percepção dessas inclinações permite ao sistema viso-cerebral imaginar uma curva suave, a qual é usada para julgar padrões. A observação de que as inclinações dos pares de pontos, no lado esquerdo do gráfico, são maiores que as do lado direito, permite julgar que essa relação não é linear.

A tarefa elementar de julgamento de direção, nos gráficos cartesianos, é vital para se entender a relação entre X e Y. Se os mesmos valores de X e Y fossem mostrados por barras emparelhadas, não seria ativada a habilidade para perceber inclinações, logo o padrão da relação não linear dificilmente seria percebido (Figura 8).

A Figura 9 representa um diagrama de dispersão triplo, de três variáveis reais X, Y e Z, onde X e Y representam o centro dos círculo, tal como um diagrama de pontos comum, estando a variável Z codificada pela área do círculo. Assim, a tarefa elementar para extrair Z é a percepção de área. Nos gráficos de volume, a tarefa elementar requerida é a percepção de volume. Tais gráficos de volume são pouco usados em ciência e tecnologia, mas são comuns nos gráficos utilizados pela mídia (Figura 10).

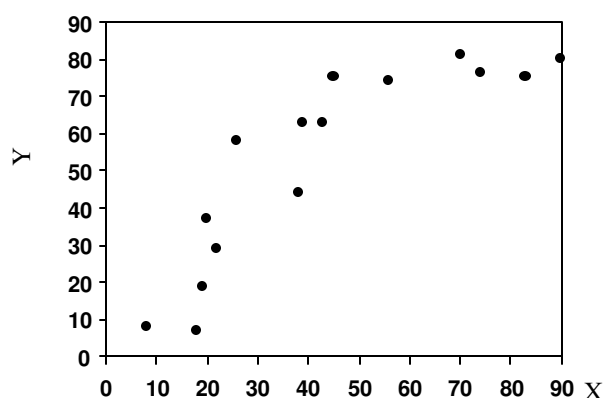


Figura 7. Diagrama de dispersão

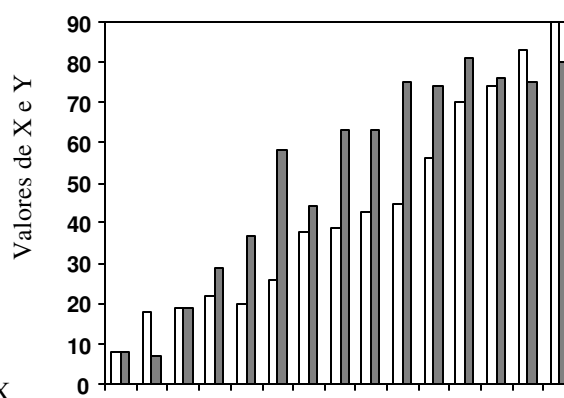


Figura 8. Gráfico de barras lado a lado

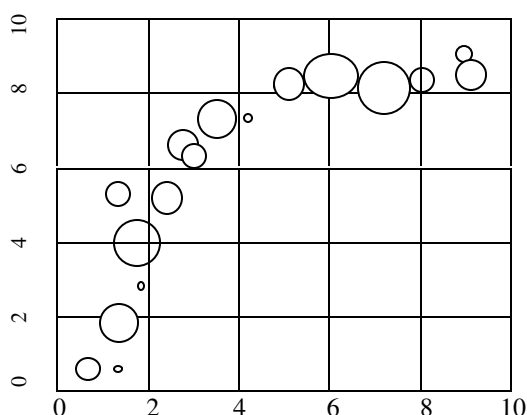


Figura 9. Diagrama de pontos triplo

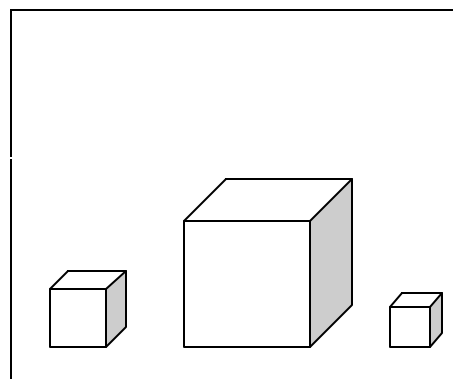


Figura 10. Gráfico de volume

Os gráficos cartesianos justapostos, freqüentemente utilizam dois ou mais painéis (A, B e C), com uma única escala no mesmo painel, conforme Figura 11. Sobrepor esses painéis resultaria num amontoado desordenado de dados de difícil interpretação. A tarefa elementar para comparar valores de dois painéis que não estão na mesma linha é a do julgamento de posição de escalas não alinhadas. Contudo, Lewandowsky e Spence (1989b) argumentaram que é possível sobrepor vários grupos, desde que sejam utilizados símbolos que permitam distinguir claramente esses grupos, tal como os mostrados no último dos gráficos apresentados na Figura 11.

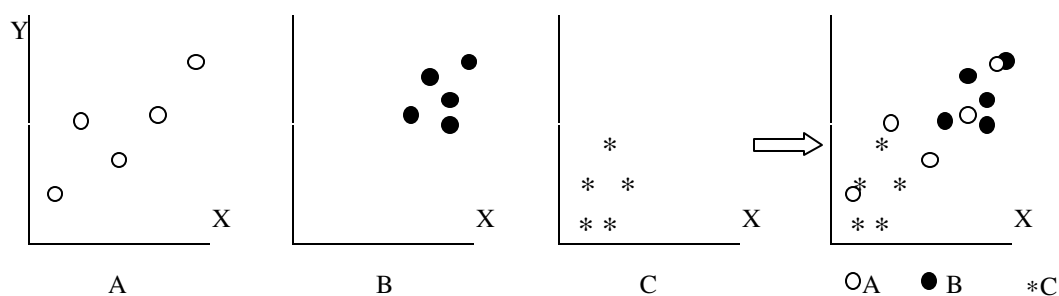


Figura 11. Gráficos justapostos, julgamento de posição em escalas não alinhadas

Para Cleveland e McGill (1984a), uma tarefa é considerada mais exata do que outra se levar a julgamentos mais precisos, tão próximos quanto possível da quantidade codificada. Por exatidão, os autores não se referem ao valor exato, caso em que as tabelas seriam mais adequadas.

Para os autores, um gráfico é excelente quando torna o leitor apto a extrair a informação quantitativa, organizá-la e perceber padrões e estruturas não reveladas rapidamente por outros meios de apresentação de dados. A premissa dos autores é:

Uma forma gráfica que envolve tarefas elementares de percepção que leva a julgamentos mais precisos do que outras formas gráficas (com a mesma informação quantitativa) resultará em uma organização melhor e incrementará as chances de uma percepção correta dos padrões e comportamentos (p. 535).

Para ordenar as tarefas elementares segundo o seu grau de precisão, Cleveland e McGill (1984a) utilizaram duas leis da Psicofísica, a saber, a Lei de Stevens e a Lei de Weber.

De acordo com a *Lei de Stevens* a escala percebida de um atributo muda conforme a mudança da magnitude do atributo. Isso significa que as escalas de julgamento podem ser viciadas e o viés depende do tamanho do objeto.

Se p é a magnitude percebida e a é a magnitude do objeto, então p está relacionada a a pela fórmula $p = k \cdot a^\alpha$. Se a_1 e a_2 são duas magnitudes de um objeto e p_1 e p_2 são as magnitudes percebidas correspondentes, então $p_1/p_2 = (a_1/a_2)^\alpha$. Assim, somente se $\alpha = 1$, a escala percebida será igual à escala física. Para percepção visual, esta poderosa lei parece ser uma boa descrição de realidade.

Baird (in Cleveland e McGill, 1984a) realizou uma extensiva revisão bibliográfica sobre experimentos envolvendo julgamento de escalas e concluiu que o valor de α tende a ficar, razoavelmente, próximo de 1 para julgamentos de comprimento, próximo de 0,8 para julgamento de áreas e próximo de 0,6 para julgamentos de volume. Isso significa que os julgamentos de comprimento tendem a ser não viciados, enquanto existe uma tendência para distorção no julgamento de área e, mais ainda, no julgamento de volume. Julgamento de ângulo também é viciado, sendo que o viés depende do tamanho do ângulo. Estudos indicam que existe uma tendência para subestimar ângulos agudos e superestimar ângulos obtusos. Estudos mais recentes indicam que a percepção de ângulo depende da orientação do ângulo.

A *Lei de Weber* afirma que a habilidade para detectar diferença entre dois objetos com um certo atributo (tal como diferença de comprimento de dois segmentos de linha) está relacionada com a diferença percentual do atributo e não com o valor absoluto da diferença. Assim, a precisão do julgamento depende da diferença relativa e não do tamanho da diferença. A lei de Weber se aplica a outros atributos, tais como área e posição.

Se um estímulo com intensidade x é incrementado em uma quantidade dx , tal que este é o menor incremento notado, então a razão dx/x é uma constante para todos os valores

de x . Um estímulo grande requer um incremento grande, para que a diferença seja notada, enquanto um estímulo pequeno requer um incremento menor. Esta lei parece funcionar de forma adequada, requerendo modificações para pequenos valores.

Cleveland e McGill (1984a) utilizaram a Lei de Weber para explicar porque o julgamento de comprimento é mais preciso nas barras emolduradas. A porção vazia das barras emolduradas cria uma barra não cheia com um comprimento igual ao comprimento da moldura menos o comprimento da barra cheia. O comprimento das barras não cheias dão informação adicional para ajudar no julgamento de quantidades numéricas. Então, o percentual da diferença das barras não cheias é maior do que o percentual da diferença das barras cheias e, pela lei de Weber, é mais fácil e mais rápido detectar uma diferença nas pequenas barras não cheias do que nas barras grandes cheias. Isto é, as barras não cheias na Figura 12b permitem a percepção de uma diferença que não é perceptível na Figura 12a.

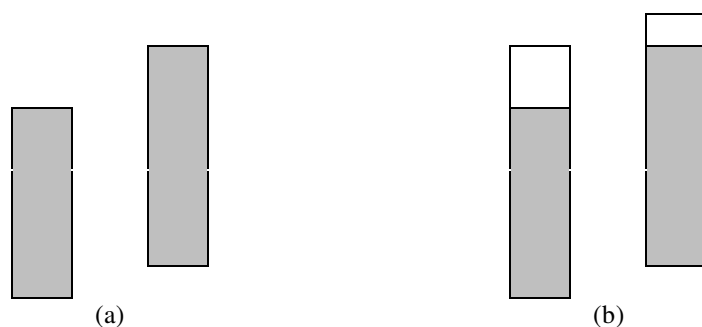


Figura 12. Exemplo da aplicação da Lei de Weber no julgamento de comprimento

Esta é a razão pela qual os autores colocam a tarefa *posição ao longo de uma escala não alinhada* à frente da tarefa *comprimento*, pois existem sugestões visuais adicionais que ajudam a fazer julgamentos mais precisos. No caso da Figura 12a, se a tarefa consistir em julgar a altura de duas barras não alinhadas, a tarefa elementar de percepção é julgar comprimento, sendo quase impossível perceber qual é a barra mais comprida. Contudo, colocando molduras de igual tamanho e construção (Figura 12b), a tarefa elementar será julgar posição em escalas não alinhadas e, assim, pode-se, facilmente ver que a barra da direita representa uma quantidade maior do que a da esquerda.

A partir dos resultados experimentais e da aplicação da Lei de Stevens e da Lei de Weber, os autores ordenaram as tarefas elementares, que vão da maior até a menor exatidão: 1) posição ao longo de uma escala comum; 2) posição ao longo de duas escalas não alinhadas; 3) comprimento, direção e ângulo; 4) área; 5) volume, curvatura; 6) sombreamento, saturação de cor. Algumas tarefas estão no mesmo nível e os autores não dispunham de informações suficientes para uma discriminação precisa.

A partir dos resultados, Cleveland e McGill (1984a) sugeriram uma série de modificações nos gráficos atuais, bem como o uso das tarefas mais elementares possíveis para construção de gráficos: *um gráfico maximizará a habilidade para detectar padrões e organizar informação quantitativa se sua construção estiver alicerçada em tarefas o mais elementares possíveis.*

Os autores propuseram novas formas gráficas, tais como o gráfico de pontos⁵ (Figura 13), que envolve uma variável categórica e sua respectiva Frequência. Observa-se que este gráfico é diferente do diagrama de pontos, que é um gráfico que envolve duas variáveis quantitativas.

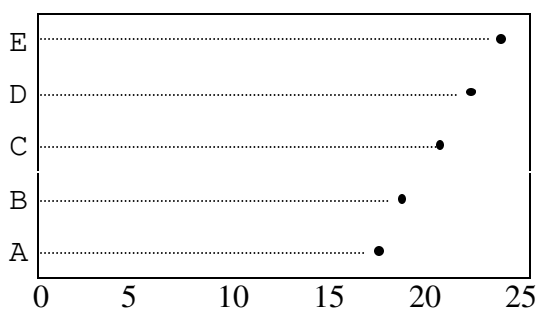


Figura 13. Exemplo de um gráfico de bastão

Cleveland e McGill (1984a) sugeriram a substituição dos gráficos circulares pelos gráficos de barras, substituindo-se assim o julgamento dos ângulos por julgamento das posições; substituição do gráfico de barras simples e barras divididas pelo gráfico de bastão simples e agrupados respectivamente. Com essas sugestões, os autores acreditaram ter

⁵ Para evitar confusão na nomenclatura, no presente trabalho, esse tipo de gráfico foi denominado de gráfico de bastão.

encerrado a controvérsia sobre a superioridade das barras divididas sobre o gráfico circular, para retratar as partes de um todo. Os autores concluíram que nenhuma das duas formas (circular e barras divididas) deve ser usada porque existem outros métodos comprovadamente superiores.

No caso de gráficos mostrando duas ou mais curvas, cujo objetivo é detectar a diferença entre essas curvas, Cleveland e McGill (1984a) sugeriram utilizar um gráfico mostrando diretamente a diferença, ou incluir a curva da diferença no próprio gráfico. O problema é que o cérebro tende a julgar a distância mínima entre as curvas nas diferentes regiões e não a distância vertical. Assim, o leitor tende a ver as curvas paralelas, indo da esquerda para direita (Figura 14a), sugerindo que a diferença é constante, o que não é verdadeiro. A diferença vertical das duas curvas é apresentada na Figura 14b.

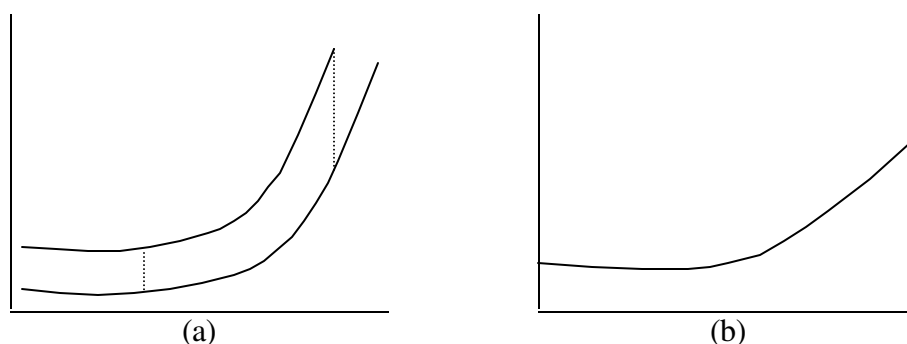


Figura 14. Gráficos de Curvas e gráfico da diferença de curvas

Cleveland e McGill (1984a) reconheceram o risco que se corre em experimentos de percepção gráfica onde os próprios sujeitos registram seus julgamentos, pois isso pode induzi-los a julgamentos diferentes do que realizariam na leitura de um gráfico no cotidiano. Os sujeitos ao tentar dar a resposta correta, poderão executar mais tarefas cognitivas que as tarefas básicas que realizariam em seu cotidiano. Os referidos autores tomaram providências para minimizar esse inconveniente durante a fase experimental.

Deve-se observar que as tarefas de percepção gráfica envolvem a visão *pre-attentive*, ou seja, essas tarefas estão relacionadas com o conhecimento já existente sobre o gráfico, sem a utilização dos valores das escalas. Já as tarefas de cognição gráfica envolvem

processos de alto nível de extração da informação quantitativa, sendo tarefas que utilizam os valores das escalas vertical e horizontal, além dos cálculos mentais.

Cleveland e McGill (1984a) reconheceram que a identificação e a ordenação das tarefas elementares não providenciam uma completa prescrição de como fazer um gráfico. Mais propriamente, essa ordenação proporciona um conjunto de diretrizes que devem ser usadas no julgamento e no desenho de gráficos; contudo, existem outros fatores que devem ser levados em consideração, pois cada julgamento envolve um conjunto complexo de tarefas, existindo muita superposição dessas.

3.7 A teoria de processamento de informações visuais de Kosslyn

Stephen Kosslyn é um psicólogo que desenvolveu um amplo trabalho na área de percepção visual, dentro da abordagem cognitiva. É autor de *Image and mind* (1980), *Ghosts in the mind's machine* (1983), *Image and Brain* (1996) e *Elements of Graph Design* (1994), além de artigos científicos. Esse autor apresentou um esquema de análise da apresentação gráfica, tentando detectar os elementos que dificultam sua compreensão.

Kosslyn (1985) afirmou que existem várias formas gráficas de representar uma mesma informação, porém nem todas são úteis para os seres humanos. Para ele, um gráfico será eficaz se tirar vantagem das capacidades perceptual, conceitual e de memória, isto é, se explorar as habilidades de processamento de informação do indivíduo.

Para Kosslyn (1985) um gráfico tem os seguintes constituintes:

- a. **segundo plano** ou *pano de fundo*, na maioria dos gráficos é branco, mas pode consistir de uma fotografia ou qualquer outro tipo de decoração;
- b. **estrutura**, que representa as entidades que estão sendo relacionadas, sendo que, na maioria dos gráficos, é formada pelos eixos do plano cartesiano;
- c. **conteúdo pictórico**, que é a forma pela qual os dados são transmitidos para o observador, podendo constituir-se de linhas, barras, curvas, círculos etc. e
- d. **rótulos**, formados por letras, números, palavras e frases, cuja intenção é ajudar na interpretação da informação contida no gráfico.

Kosslyn (1985) definiu, ainda, três níveis de análise. Isso foi feito com o objetivo de determinar se certos *princípios de aceitabilidade*, derivados dos princípios perceptuais e cognitivos, são satisfeitos:

- a. **nível sintático.** Neste nível são consideradas as propriedades dos elementos gráficos. Como, por exemplo: elementos distintos são discrimináveis? Existem distorções visuais? Os elementos estão ordenados e agrupados adequadamente e em consonância com as capacidades perceptuais dos seres humanos?
- b. **nível semântico.** Neste nível, a preocupação é com a interpretação das relações quantitativas e qualitativas e com a avaliação do significado daquilo que se tem em mente.
- c. **nível pragmático.** Este nível de análise busca reconhecer a intenção subjacente ao gráfico e examinar o significado transmitido.

De acordo com Kosslyn (1985), é aconselhável submeter os constituintes dos gráficos a estes níveis de análise. Um gráfico pode não satisfazer os princípios de aceitabilidade, mas pode transmitir seu significado satisfatoriamente, dado um propósito particular. Por exemplo, para representar interação entre variáveis é praxe utilizar o gráfico de linhas (Figura 15a), ao invés do gráfico de barras (Figura 15b), embora a variável explicativa seja categórica. Observa-se que o uso do gráfico de linhas poderia implicar continuidade da variável explicativa.

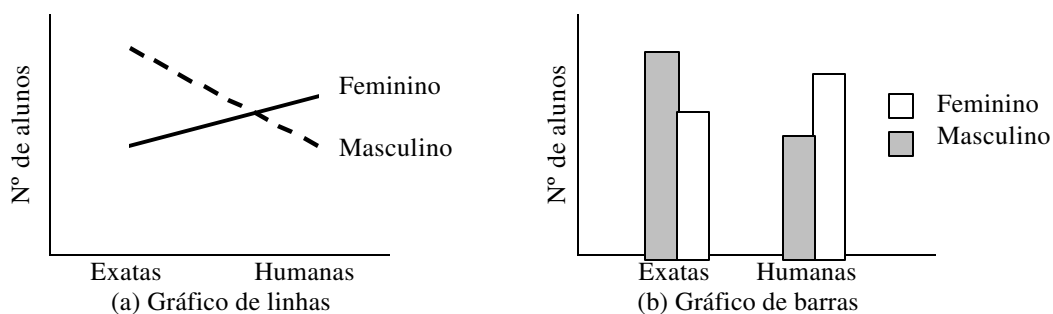


Figura 15. Exemplo de um gráfico eficaz que não respeita o princípio de aceitabilidade

O gráfico de barras pode satisfazer o nível semântico, mas o gráfico de linhas é superior quando se considera o nível pragmático. Observa-se que alguns gráficos podem ser semanticamente corretos e, não obstante, levar a conclusões erradas. Vários autores mostraram como a manipulação, nos componentes do gráfico, pode induzir a conclusões erradas (truncamento dos eixos, manipulação dos eixos, o uso da terceira dimensão inadequada etc.). Um ponto importante a ser analisado é que embora o gráfico possa transmitir informações precisas, utilizando elementos apropriados, pode confundir pelo desenho, ou mesmo acidentalmente (Huff, 1954; Tufte, 1983 e Wainer, 1992).

O ponto de vista de Kosslyn a respeito do processamento da informação visual

Segundo Kosslyn (1985), o processamento humano de informações visuais pode ser dividido em três fases, onde cada fase possui propriedades que colocam limitações no desenho e na interpretação do gráfico. Essas fases são: obtenção da informação, o processamento da informação na memória de curto prazo (memória de trabalho) e o processamento da informação na memória de longo prazo, ver Figura 16.

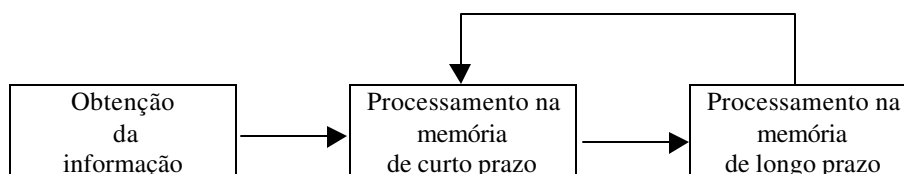


Figura 16. As fases do processamento da informação visual de Kosslyn

A obtenção da informação. Quando uma pessoa olha um gráfico, os estímulos presentes chegam à retina e são imediatamente convertidos em um padrão de impulsos neurais. Esses impulsos neurais vão do olho até o cérebro. Quando alcançam o cérebro, eles são processados de forma a detectar padrões de linhas, manchas, cores e texturas. Essas propriedades visuais não são, inicialmente, interpretadas, elas são simplesmente vistas como padrões visuais. Este tipo de processamento pré-semântico leva à formação do *esboço visual*.

Esta fase do processamento da informação visual envolve a detecção de bordas e o isolamento de regiões do estímulo e é sensível à discriminação das propriedades visuais do gráfico (linhas, marcas, orientação) e às relações visuais que devem ser exploradas na transmissão da informação.

Observa-se que diferenças grandes, dentro de uma dimensão visual, são notadas mais rapidamente do que diferenças pequenas ou sutis, sendo que as variações físicas nas marcas nem sempre são registradas de forma precisa, uma vez que a percepção, às vezes, é distorcida.

Segundo Kosslyn (1985), vários fatores afetam a detecção dos padrões visuais, sendo os mais relevantes: a discriminabilidade adequada, as propriedades visuais, as prioridades de processamento e as distorções perceptuais.

O grau de discriminação adequada refere-se a variações no conteúdo pictórico e nos marcadores do gráfico que devem ser suficientemente grandes e distintos para serem notadas, considerando que o gráfico poderá ser fotocopiado em preto e branco e sua dimensão poderá ser reduzida.

Como o olho e o cérebro são sensíveis a um número de propriedades visuais (tamanho, orientação, sombreamento, matizes, intensidade, textura etc.), essas podem ser utilizadas para transmitir informação. Em muitos casos, variações de uma propriedade podem ser combinadas com as variações de outras, permitindo que um único marcador transmita uma grande quantidade de informações.

O sistema visual detecta diferenças na grossura das linhas, orientação e comprimento, sombreamento, cor e outras propriedades visuais. As diferenças maiores são mais fáceis e mais rápidas de serem detectadas que as diferenças pequenas. Essa característica leva a detectar linhas mais grossas antes que linhas mais finas; cores mais brilhantes que cores mais opacas, barras mais largas que barras mais finas e assim por diante.

Por essa razão, os gráficos devem ser construídos para mostrar, em primeiro lugar, as características mais importantes. Se existe diferença na grossura das linhas, esta deve

refletir a importância das categorias. As linhas das grades nunca deverão ser mais escuras que as linhas das variáveis, nem os padrões do pano de fundo deverão ser mais destacados que os componentes do gráfico em si. Se, no gráfico circular, uma parte for destacada, esta diferença leva o olho a focalizá-la, conseqüentemente, essa deverá ser a mais importante.

Por outro lado, pode ocorrer distorção perceptual porque as impressões visuais não seguem uma função linear dos parâmetros físicos dos estímulos. O homem, às vezes, erra sistematicamente ao perceber padrões. Muitas vezes, os sujeitos não têm uma percepção verdadeira das dimensões visuais específicas, sendo tais distorções conhecidas como *ilusões visuais*. Um exemplo clássico de distorção visual é a percepção de área, que é, muitas vezes, subestimada.

O processamento na memória de curto prazo seria a segunda fase do processamento da informação visual proposta por Kosslyn (1985).

O material do esboço visual é organizado na memória de curto prazo em *unidades perceptuais* que seria a representação mental de um estímulo percebido (Sternberg, 2000). Os estímulos percebidos podem ser reorganizados e reinterpretados, porém isso exige uma alta carga mental. Por exemplo, a estrela de Davi, via de regra, é organizada visualmente como dois triângulos superpostos. Porém, reorganizá-la mentalmente como sendo um hexágono rodeado de seis triângulos pequenos ou de três paralelogramos requer grande quantidade de esforço mental, ver Figura 17. O traço característico da informação que é mantido na memória é o que está sendo percebido conscientemente da figura.

A informação na memória de curto prazo é transitória e estima-se que esta é armazenada por segundos, tal como repetindo um número telefônico uma e outra vez em silêncio para si mesmo ou mantendo uma imagem mental. Por outro lado, a capacidade de processamento de informações na memória de curto prazo é limitada, estima-se que somente grupos de quatro itens podem ser mantidos ativos na memória por vez. Essa limitação explica as dificuldades enfrentadas pelos leitores para que a informação se torne relevante quando se exige deles que mantenham em mente muitos detalhes ao mesmo tempo, na memória de curto prazo.

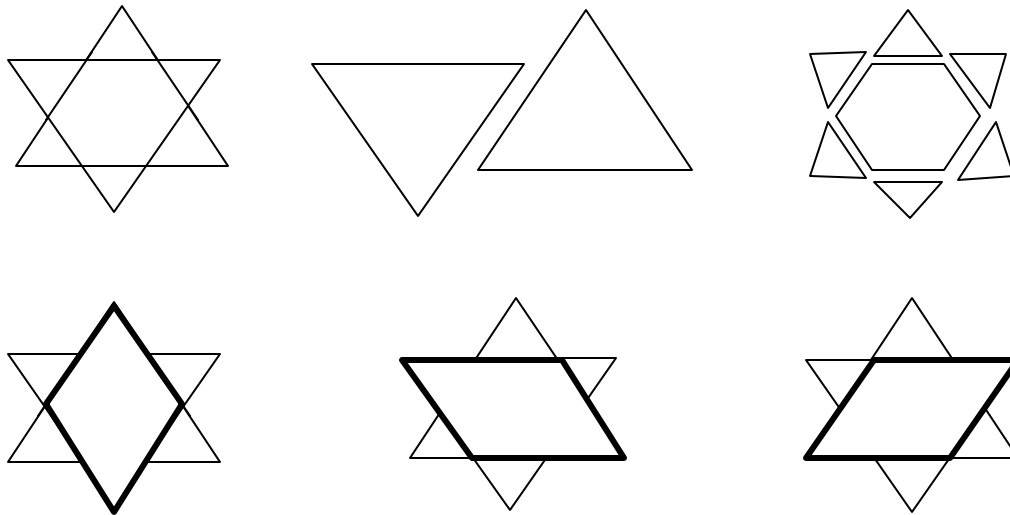


Figura 17. Exemplo de esboços visuais da estrela de Davi

Consequentemente, a construção de gráficos deve considerar o agrupamento perceptual e a limitação da memória, pois esses são filtros importantes no processamento das informações e determinam o nível de processamento das informações contidas no gráfico.

A informação visual é guardada na memória de curto prazo em unidades perceptuais, que se agrupam formando padrões. A natureza do agrupamento dessas unidades foi estudada em profundidade pela escola alemã de Psicologia conhecida como Gestalt. Segundo essa teoria, os humanos não vêm pontos ou marcas isolados, mas vêm padrões. Os teóricos da Gestalt formularam algumas leis que regeriam a percepção e representação, nas quais Kosslyn (1985) fundamenta sua proposta, a saber:

- a. **Lei da proximidade**: marcas que estão próximas tenderão a ser agrupadas juntas. Por exemplo, xxx xxx é visto como dois grupos, enquanto que xx xx xx é visto como três grupos. Assim, dependendo de como as barras, em um gráfico de barras, estão espaçadas, elas terão maior ou menor probabilidade de serem vistas agrupadas. Barras no mesmo grupo são rapidamente comparáveis. Este princípio é especialmente importante para a associação de rótulos com escalas, legendas, barras, linhas etc.

- b. **Lei da similaridade** : marcas que apresentam formas similares, orientações, cores e assim por diante tendem a ser agrupadas juntas. Por exemplo, --- ||| são percebidos como dois grupos. Este princípio pode ser usado para ajudar o leitor a emparelhar barras, linhas ou regiões onde mais de uma comparação está sendo feita. Uma violação comum deste princípio ocorre quando são utilizados dois gráficos circulares, contendo as mesmas categorias, mas arranjados em ordem diferente ou utilizando marcas ou cores diferentes para cada categoria. Este princípio é freqüentemente utilizado para associar um nível na legenda com um elemento de conteúdo (linha, barra ou setor circular); isto é, haverá um símbolo ou cor próximo ao rótulo em um canto do gráfico e o leitor usará esse símbolo para relacionar o elemento que está sendo rotulado.
- c. **Lei da boa forma**: marcas que sugerem uma linha contínua, mesmo tracejada ou de pontos, tendem a ser agrupadas juntas. Por exemplo, - - - - é visto como uma única unidade e não como quatro unidades separadas, porém - - _ _ é visto como duas unidades. Barras que estão arrumadas em ordem crescente ou decrescente serão mais facilmente apreendidas do que barras que violam este princípio. No caso de gráfico de linhas, com linhas que se cruzam, essas podem ser confundidas, principalmente se o segmento de uma flui para o segmento de outra. Por este princípio, quando as linhas são rotuladas no final, o rótulo será uma boa continuação para a própria linha.

Por outro lado, marcadores ou linhas que parecem ir na mesma direção tenderão a ser agrupadas juntas. Assim, um gráfico de linhas, onde as linhas são paralelas, é muito mais fácil de ser entendido, já que essas linhas serão agrupadas em uma única unidade, isso não ocorre quando as linhas se cruzam desordenadamente, uma vez que cada linha será vista como unidade individual. Este princípio tem um papel importante na apresentação de conjuntos de dados complexos em painéis justapostos.

Esses efeitos de agrupamento podem ser muito poderosos. Voltando a figura que representa a estrela de Davi (Figura 17), os princípios de continuidade, proximidade e boa

forma levam o cérebro a organizar as linhas em dois triângulos superpostos, que rapidamente são vistos como um todo. Porém, existem outras figuras geométricas embutidas no desenho da estrela, as quais não são óbvias sem uma inspeção consciente. Para encontrar os três paralelogramos, deve-se olhar atentamente para eles, traçar linhas individuais para encontrar seus perímetros. Os paralelogramos estão tão presentes quanto os triângulos, mas eles são mais difíceis de serem vistos por não terem efeitos de agrupamento.

As leis de organização da Gestalt devem ser respeitadas se partes da estrutura do gráfico precisam ser agrupadas. Se as funções lineares individuais devem ser discriminadas, os rótulos devem ser corretamente associados com seus conteúdos e assim por diante. Trabalhos mostram que, quando essas leis não são respeitadas, o gráfico apresenta dificuldades na sua interpretação.

O outro fator que precisa ser mencionado, segundo Kosslyn (1985), refere-se às limitações da capacidade da memória.

A capacidade limitada da memória de curto prazo é o filtro do processamento. Se um gráfico é fácil de ser entendido, este não requer do leitor que mantenha, simultaneamente, mais que o limite permitido pela memória de curto prazo. Esta capacidade limitada é de aproximadamente quatro unidades. Deve-se lembrar que uma unidade perceptual nem sempre é formada por um único elemento, a lei da pregnância pode fazer, por exemplo, com que várias linhas formem uma única unidade perceptual e, por esse motivo, o gráfico seja rapidamente compreendido.

As limitações no processamento das informações, impostas pela limitação da capacidade da memória de curto prazo, freqüentemente tornam difícil a leitura de um gráfico, principalmente quando o gráfico contém muita informação forçando o leitor a se engajar em uma tarefa complexa de memorização.

O **processamento na memória de longo prazo** constituiria a terceira fase do processamento de informações visuais proposta por Kosslyn (1985).

Durante o processamento das informações visuais, o sujeito precisa disponibilizar informações relevantes retidas na memória de longo prazo, que é o repositório de todo o conhecimento do leitor. No presente caso, o material retido refere-se especificamente ao conhecimento sobre gráficos e diagramas. Localizar essa informação é necessário para *reconhecer* o estímulo, pois somente fazendo contato com a informação adequada, retida na memória, é que se disponibiliza o conhecimento previamente adquirido.

O reconhecimento de um tipo de gráfico, seus elementos e suas inter-relações, é um passo crítico na compreensão do processo. Sem o acesso a tal informação, o leitor não sabe como relacionar os pontos nos eixos, como comparar áreas de dois setores circulares e assim por diante. Consequentemente, se o leitor nunca viu um gráfico ou um tipo específico de gráfico, ele enfrentará sérias dificuldades, pois este material não estará disponível na sua estrutura cognitiva.

Outro ponto relevante é que a compreensão do gráfico depende do acesso apropriado à informação retida. O gráfico não pode ser ambíguo, sujeito a mais de uma interpretação, assim como não deve levar ao acesso de informação inadequada, isto é, não pode induzir o leitor a tirar inferências incorretas, uma vez que parte do processo de compreensão de gráficos envolve o processo inferencial sobre a *entrada*, podendo tais inferências resultarem em uma apresentação falaciosa dos dados. Com relação a esse aspecto, dois pontos devem ser especialmente cuidados: a ambigüidade nos rótulos e desenho e as inferências.

As partes de um gráfico podem ser ambíguas por duas razões. Primeiro, os rótulos podem ser esquecidos ou não ser claros, podendo ser um impedimento real para a compreensão. Segundo, um padrão pode ser responsável por mais de uma descrição, porque não está claro como as partes se mantêm juntas ou porque as partes, em si, não são claras.

A compreensão de um gráfico é mais que um simples reconhecimento das partes e das relações entre elas. Frequentemente, as conclusões são extraídas depois que são reconhecidos os elementos fundamentais e suas relações. Padrões de linhas podem induzir o leitor a tirar conclusões que, às vezes, não têm nenhum fundamento. Por exemplo, se a aparência de uma linha sugere um crescimento rápido, o leitor pode interpretar o conteúdo

como sendo consistente com a aparência – mesmo que os números contenham outra história. Isto é, capta-se a mensagem com fundamento na impressão visual baseada na aparência do gráfico, o que pode levar o leitor a fazer inferências sobre tal conteúdo. Assim, o gráfico pode mentir (com o truncamento do eixo ressaltam-se pequenas diferenças) e distorcer a informação tão bem quanto pode tornar um ponto especialmente claro.

A partir das considerações anteriores, Kosslyn (1985) sintetizou o processamento das informações contidas em gráficos, explicitado a seguir. O estímulo, para ser lido, precisa, em primeiro lugar, ter sido registrado na memória de longo prazo e identificado como um gráfico. Depois disso, o leitor de gráficos acessará e usará um conjunto de regras para interpretá-los. Essas regras centram-se em um único princípio que é geral para a maioria dos gráficos e diagramas: *grandes quantidades são indicadas pelo máximo dos marcadores (linhas grossas, setores circulares grandes etc.)*. As escalas podem ser incluídas como um tipo de regra, permitindo ao leitor separar quantidades precisas.

Todavia, com a prática, o leitor pode aprender a ler gráficos sem ter que usar essa regra, pois ele se torna hábil para reconhecer padrões específicos das marcas que têm um significado específico. Por exemplo, um leitor de gráficos experimentado verá em um gráfico de linhas no padrão X como indicação de um tipo específico de interação estatística e não precisará avaliar cada ponto separadamente. Isso significa que um leitor experimentado será capaz de reconhecer interações simplesmente emparelhando o padrão percebido com o padrão guardado na memória, em uma única tentativa. Como consequência, a construção de gráficos deverá respeitar os princípios que regem o processamento de informações.

Assim, a complexidade do gráfico dependerá de sua finalidade. Os gráficos são utilizados para comunicar, analisar e, ou guardar informação na memória. Dependendo da intenção do gráfico, este deverá ser mais simples (comunicação) ou mais complexo (análise).

O tipo de gráfico a ser utilizado deve ser escolhido segundo o tipo de informação a ser extraída. Por exemplo, em um gráfico de linha, o padrão da linha é organizado

perceptualmente em uma única unidade perceptual, a qual deverá ser quebrada se se desejar extrair informação particular em um nível determinado da variável independente. Essas unidades são excelentes para levar o leitor a perceber padrões e interações nos dados. A situação é oposta no gráfico de barra, o qual tem uma ou mais barras sobre cada nível da variável independente. As barras, freqüentemente, não formam um grupo perceptual e é fácil extrair informações individuais e, mais difícil, ver as tendências. Assim, dependendo do tipo de questão, um gráfico pode ser mais apropriado do que outro.

Portanto, um construtor de gráficos deve saber qual é o tipo adequado de gráfico para seus dados. Por exemplo, o gráfico circular ou o gráfico de barras divididas são adequados somente para proporções e porcentagens, enquanto o gráfico de barras, além dos anteriores, pode ser usado para dados intervalares e de razão. O gráfico circular e as barras divididas representam o todo, cujas partes sempre somam a unidade, enquanto a altura reflete *quanto* e, virtualmente, qualquer escala pode ser utilizada.

Para Kosslyn (1985), a pesquisa nesta área deveria ser feita de forma conjunta entre estatísticos e psicólogos. Ambos estão interessados nas maneiras de tornar explícitos os padrões subjacentes nos dados e ambos reconhecem o valor dos gráficos. Desenvolver novos gráficos e melhorar os atuais requer o desenvolvimento de mais pesquisa empírica, bem como a investigação das questões básicas da comunicação gráfica.

3.8 A teoria de compreensão de gráficos de Pinker

Steven Pinker é psicólogo e diretor do Centro de Neurociência Cognitiva do Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT) e autor dos livros *Visual cognition* (1984), *The language instinct* (1994), *How the mind works* (1997), além de inúmeros artigos.

Pinker (1990) propôs um modelo de percepção gráfica que focaliza os processos psicológicos como responsáveis pela codificação e compreensão de gráficos. O modelo divide o processo de compreensão em distintos estágios. Primeiro, o processamento da codificação visual fornece uma descrição estrutural ou uma representação interna relativamente não refinada de um gráfico. Essa descrição estrutural é formada conforme vários princípios perceptuais, tais como as leis de organização da Gestalt, que guariam a

codificação visual. A mensagem conceitual ou a interpretação dos dados é derivada da descrição estrutural pela evocação de um esquema ou processamento de padrões. Assume-se que o leitor possui esquemas adequados para a maioria dos gráficos e ativa um processo de emparelhamento com o esquema mais adequado. No final do estágio, vários processos de interrogação e de montagem, substituem variáveis no esquema, com valores específicos extraídos da descrição estrutural do gráfico. Assume-se que esses processos são submetidos ao controle consciente e são adaptados às questões do gráfico.

De acordo com Pinker (1990), o método utilizado na extração da informação afetaria o grau de dificuldade de um gráfico e a eficiência do leitor. Embora especulativo, esse modelo propõe uma análise psicológica que vai além de uma mera descrição quantitativa dos dados (Simkin e Hastie, 1987).

A Figura 18 ilustra o gráfico de barras referente ao preço do metal, nos primeiros seis meses do ano. Esse gráfico representa o emparelhamento de valores de uma escala nominal (meses) com os valores da escala de razão⁶ (preço), usando objetos (barras), cuja posição horizontal (uma dimensão visual) corresponde a um valor da primeira escala e cuja altura (outra dimensão visual) corresponde a um valor da segunda escala. Esta caracterização pode ser aplicada a qualquer tipo de gráfico.

Pinker (1990) utilizou as etapas do processo de leitura desenvolvido por Bertin (1967). Durante a leitura de um gráfico o leitor executa processos: a identificação externa (identificar, via rótulos, os referentes conceituais do mundo), a identificação interna (identificar as dimensões relevantes de variação no conteúdo pictórico do gráfico e determinar a correspondência entre as dimensões visuais e as variáveis conceituais) e, finalmente, a percepção de correspondência (usar um nível particular de cada dimensão visual para tirar conclusões sobre os níveis particulares de cada escala conceitual).

⁶ Segundo Lindsay e Norman (1977), existem cinco tipos de escalas: *escala nominal* (utilizada para variáveis qualitativas, onde são atribuídos números arbitrariamente às categorias, por exemplo, raça); *escala ordinal* (utilizada para variáveis qualitativas, cujas categorias possuem uma ordenação natural e os números atribuídos refletem apenas a ordem, por exemplo, classe social); *escala intervalar* (utilizada para variáveis quantitativas, onde a diferença entre números reflete diferenças nos valores da variável, porém as razões não têm significado, por não possuírem o valor zero absoluto, por exemplo a temperatura em graus Celsius ou Fahrenheit); *escala de razão* (igual a escala intervalar, mas com o zero absoluto, assim, além das diferenças entre números, a razão entre valores tem significado e multiplicar a escala por uma constante não altera as propriedades da escala); finalmente, a *escala de valores absolutos* (utilizada para variáveis quantitativas, onde os valores não podem ser mudados sem comprometer a relação entre os itens, por exemplo, número de filhos por mulher).

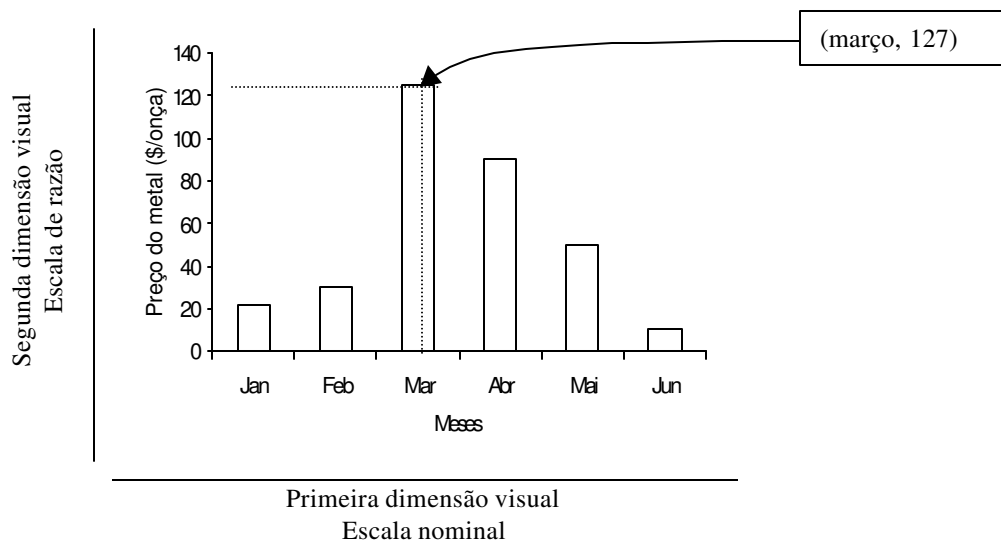


Figura 18. Exemplo de um gráfico de barras

Para executar esses três processos, o leitor deve representar mentalmente os objetos do gráfico, somente de uma certa forma. No caso da Figura 18, o leitor deve pensar nas barras em termos de sua altura e sua posição ao longo do eixo X e não em termos do contorno formado pelos topos das barras e da distância do topo da página. Depois, o leitor deve lembrar ou deduzir quais aspectos dos constituintes visuais do gráfico representam quais escalas matemáticas que o gráfico está tentando comunicar. Essas duas formas de conhecimento são incorporados em dois tipos de representação mental: a *descrição visual* (que codifica as marcas descritas no gráfico em termos de sua dimensão física) e o *esquema gráfico* (que decifra como as dimensões físicas serão mapeadas dentro de uma escala matemática apropriada).

Utilizando essas estruturas para interpretar gráficos, o leitor pode obter diferentes tipos de informação, como um valor exato de alguma escala emparelhada com um valor dado ou com uma outra escala, a taxa de variação dos valores em uma escala dentro de uma faixa de valores da outra escala, uma diferença entre a escala de valores de duas entidades, assim por diante.

Segundo Pinker (1990), a informação de um gráfico chega ao sistema nervoso em dois padrões de intensidade na retina: o *arranjo visual* e a *descrição visual*. O *arranjo visual* se refere à aquela primeira representação visual vaga que descreve a entrada de um formato pictórico, relativamente não processado. Esta informação é muito rudimentar para servir como base para compreender o significado do gráfico, portanto, é imprópria para extrair informação quantitativa. Já a *descrição visual* se refere à descrição estrutural que representa o gráfico, que é a representação simbólica ou, especificamente, a identificação das partes constituintes do gráfico e as relações entre elas (tamanho, forma, mais a relação espacial entre elas). Essas partes serão fatoradas em símbolos separados e cada nível mais alto do processo cognitivo precisa se referir apenas aos símbolos relevantes.

Já o *processo de codificação visual* se refere ao mecanismo que cria uma descrição visual a partir de um arranjo visual padrão.

Conforme Pinker (1990), o processo de compreensão de gráficos segue o fluxograma ilustrado na Figura 19. Quando o leitor está diante de um gráfico, a primeira leitura que ele faz é uma leitura vaga (arranjo visual); depois, através de um processo de codificação visual, ele traduz essa primeira leitura em uma descrição estrutural representando o gráfico (descrição visual). Esta descrição visual permite ao leitor extrair informação quantitativa (mensagem conceitual), a partir de questões que o leitor deseja extrair do mesmo (questão conceitual), reconhecendo o tipo de gráfico. A estrutura que acompanha essas últimas três tarefas é denominada esquema gráfico e é representada no fluxograma pelo símbolo “?”.

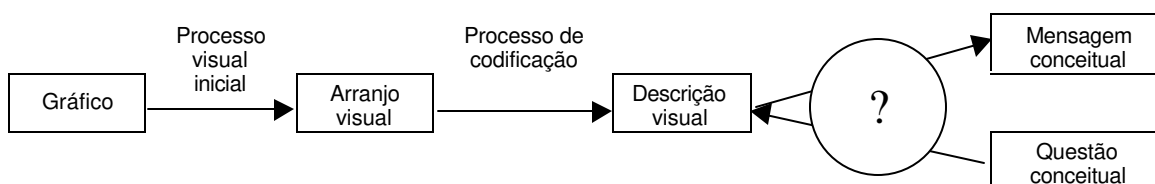


Figura 19. Esquema proposto por Pinker (1990) para a compreensão de gráficos

Durante a leitura de um gráfico o leitor utiliza vários processos para acessar as estruturas que representam a informação gráfica. O processo MATCH, que reconhece o

gráfico como pertencendo a um tipo particular de gráficos; o processo *montagem da mensagem*, que cria uma mensagem conceitual fora do esquema gráfico *ativado*⁷; o *processo de interrogação*, que recupera ou codifica nova informação baseado na questão conceitual e o *processo inferencial*, que aplica as regras da inferência lógica e matemática para as entradas da mensagem conceitual.

Pinker (1990) fundamenta-se na Psicologia Cognitiva, considerando seus aspectos essenciais. A Figura 20 resume o fluxo da informação sendo que os blocos representam estruturas de informação e as setas representam os processos que transferem informação entre eles.

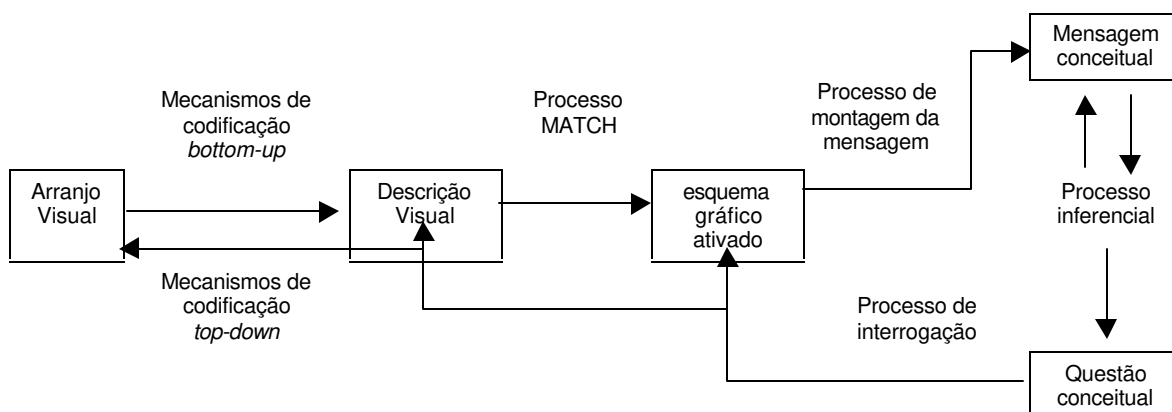


Figura 20. Processos ativados durante a leitura de gráficos, segundo Pinker (1990)

Para descrever uma cena visual⁸ (*visual scene*), Pinker (1990) utilizou proposições, cujas variáveis representavam entidades percebidas ou objetos, nos quais os predicados especificavam atributos de uma entidade e relações entre elas. Cada variável em uma descrição visual é representada por um pequeno círculo ou nó, no qual o nome da variável é inscrito; cada predicado de um lugar é impresso próximo ao nó, representando a variável inscrita. E cada predicado de dois lugares é impresso ao longo da seta, unindo os dois nós, representando o atributo dos dois argumentos.

⁷ ativado foi a tradução utilizada para a palavra inglesa *instantiated*.

⁸ cena visual foi a tradução utilizada para o termo inglês *visual scene* utilizado por Pinker (1990) para se referir ao objeto a ser processado visualmente, como por exemplo: um diagrama, um gráfico, um objeto tridimensional.

Dado que um arranjo visual pode ser descrito de infinitas formas, então pode ser considerado que existem várias formas para a descrição visual pela qual o leitor pode representar um gráfico. A questão é saber qual é a descrição visual mais provável e isto é feito com base no conhecimento do funcionamento do sistema visual.

Princípios que limitam a forma da descrição visual

De acordo com Pinker (1990), existem quatro princípios amplos, fundamentados em pesquisa básica de percepção, que limitam a forma da descrição visual em formas que são relevantes para a compreensão gráfica. Esses princípios respondem por uma grande carga explicativa da teoria esboçada por esse autor, para quem o primeiro determinante da dificuldade de um gráfico seria examinar se a descrição visual especifica explicitamente a dimensão e os agrupamentos que o construtor de gráficos listou para simbolizar as escalas matemáticas envolvidas na mensagem do gráfico. Esses princípios são: (1) a essencialidade do espaço, (2) as leis de agrupamento da Gestalt, (3) a representação de magnitude e, (4) o sistema de coordenadas.

O primeiro princípio refere-se a *essencialidade* do espaço, visto que a localização espacial de um objeto tem um *status perceptual* diferente de sua cor, textura ou forma. As propriedades associadas à *essencialidade* do espaço no campo visual restringem quais as partes do arranjo podem ser representadas por variáveis, como as variáveis numéricas representam uma física contínua e como os predicados são codificados ou verificados em relação ao arranjo visual.

As propriedades associadas a *essencialidade* do espaço são: a) quantidade de elementos perceptíveis, b) configuração, c) discriminação e linearidade e, d) atenção seletiva.

A primeira restrição de uma descrição visual é a quantidade de elementos perceptíveis, isto é, quantos elementos devem ser contados como variáveis. As variáveis devem representar unidades de percepção segundo o critério espacial (compartilham a mesma posição) e não qualquer subconjunto arbitrário de luz refletido na figura (o conjunto

de todas as manchas de luzes que compartilham outros atributos), tal como ilustra o exemplo da Figura 21.

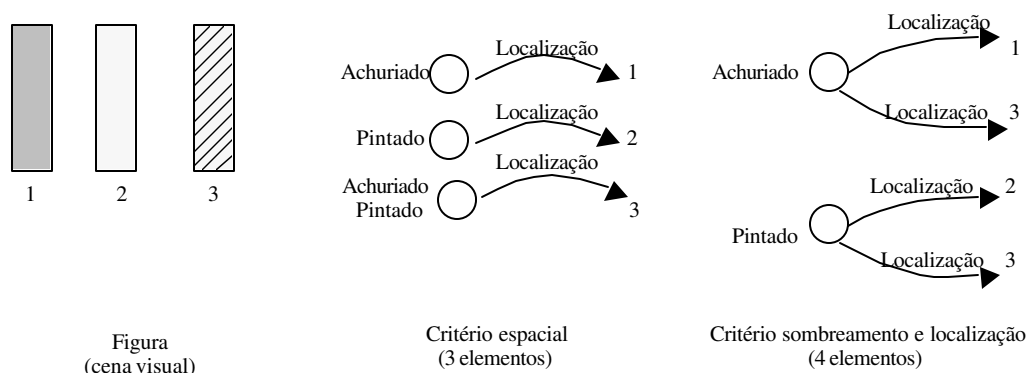


Figura 21. Um exemplo do número de elementos perceptíveis.

A segunda restrição de uma cena visual é quanto à escolha de predicados disponíveis na montagem da descrição visual. A maioria das propriedades de configuração em uma modalidade sensorial está definida sobre atributos indispensáveis, os quais, no caso de objetos visuais estáticos, são as duas dimensões espaciais. Como consequência, existem muitos predicados para formas espaciais (cada um dos quais pode ser definido por certas mudanças bem definidas no padrão, seja na posição vertical ou horizontal) e poucos predicados para formas não espaciais definidas por mudanças análogas.

Por exemplo, a cena visual da Figura 22a contém elementos cuja altura varia de acordo com sua posição horizontal (o sombreamento varia aleatoriamente). Essa configuração é rapidamente notada e pode ser descrita por um atributo *diagonal* (x). Já a cena visual da Figura 22b contém elementos cuja sombra incrementa com sua orientação (a posição varia aleatoriamente); não existindo um atributo que possa descrever essa configuração, provavelmente seus elementos deverão ser descritos individualmente. Os elementos da Figura 22c ficam mais claros com a altura, uma mudança que rapidamente é notada e pode ser descrita por um único predicado, por exemplo, *gradiente de cinza* (x).

Observa-se que quando um membro de um par de dimensões relacionadas é espacial, podem existir predicados de configuração disponíveis; quando nenhum membro é espacial, os predicados de configuração são improváveis.

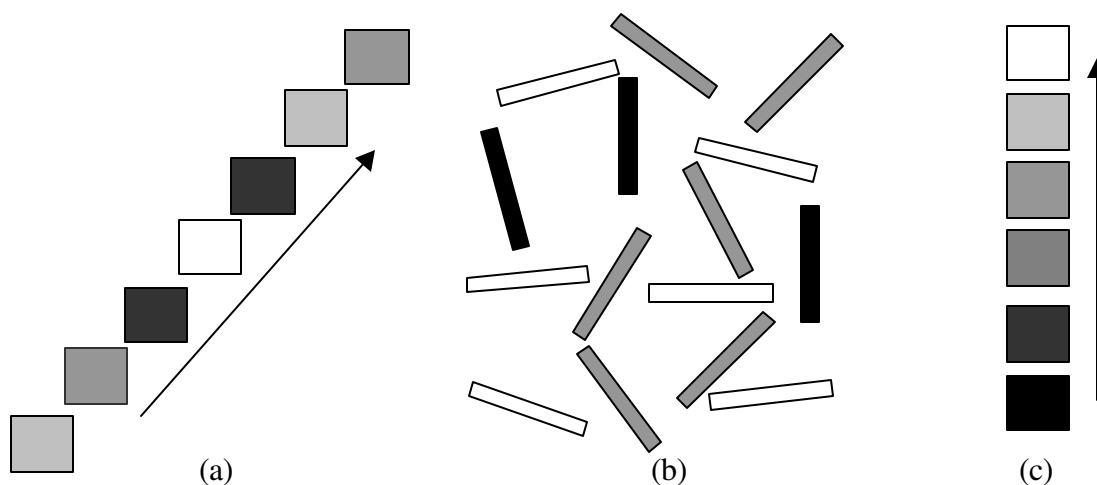


Figura 22. Exemplos de atributos de configuração, segundo Pinker (1990)

A terceira propriedade refere-se a discriminação e a linearidade. Em geral, as variáveis não são percebidas linearmente e nem pequenas diferenças entre valores da variável física são notadas. As variáveis numéricas são distorcidas em relação a entidades do mundo real que elas representam. Contudo, os atributos indispensáveis proporcionam maior discriminação e maior mapeamento linear, existindo evidências de que a precisão é maior para a representação espacial do que para a representação de qualquer outra variável.

A quarta propriedade refere-se à atenção seletiva que surge como consequência da quantidade de elementos perceptíveis, cada variável pode ter associação com um único par de coordenadas representando sua localização. Isto significa que a localização poderia servir como um indexador ou como um sistema de acesso para a informação visual. Segundo Pinker (1990), evidências sustentam que a atenção é mais seletiva para atributos indispensáveis (localização de duas dimensões na visão) do que para outros atributos visuais.

Na teoria esboçada por Pinker (1990), a atenção seletiva, segundo a sua localização, consistirá de um mecanismo que ativará vários mecanismos de codificação para processar uma região espacial de um arranjo visual, a fim de codificar mais predicados em uma descrição visual ou para verificar adequação de um predicado nessa localização. Esses mecanismos desempenharão um papel importante no processamento de gráficos dirigido pelos dados ou pelo processamento descendente (*top down*).

O segundo princípio refere-se às Leis de Agrupamento da Gestalt. Assim como Kosslyn (1985), Pinker (1990) recorreu às leis da Gestalt: lei da proximidade (elementos estáticos distintos serão vistos como pertencendo a uma única configuração se estiverem próximos um do outro), da similaridade (similar em termos de uma ou mais dimensões visuais), da boa forma (continuação suave de uma para outra, linhas paralelas) em um plano de duas dimensões.

Esses princípios determinarão como as variáveis serão ligadas através da relação das *partes* com o todo. Por exemplo, para a cena visual mostrada na Figura 23a, a descrição visual correspondente será como a da Figura 23b, onde a lei de boa forma mantém a reta e a curva distintas, a lei da proximidade liga os asteriscos a curva e as cruzes a reta e a lei da similaridade liga asteriscos a asteriscos e cruzes a cruzes.

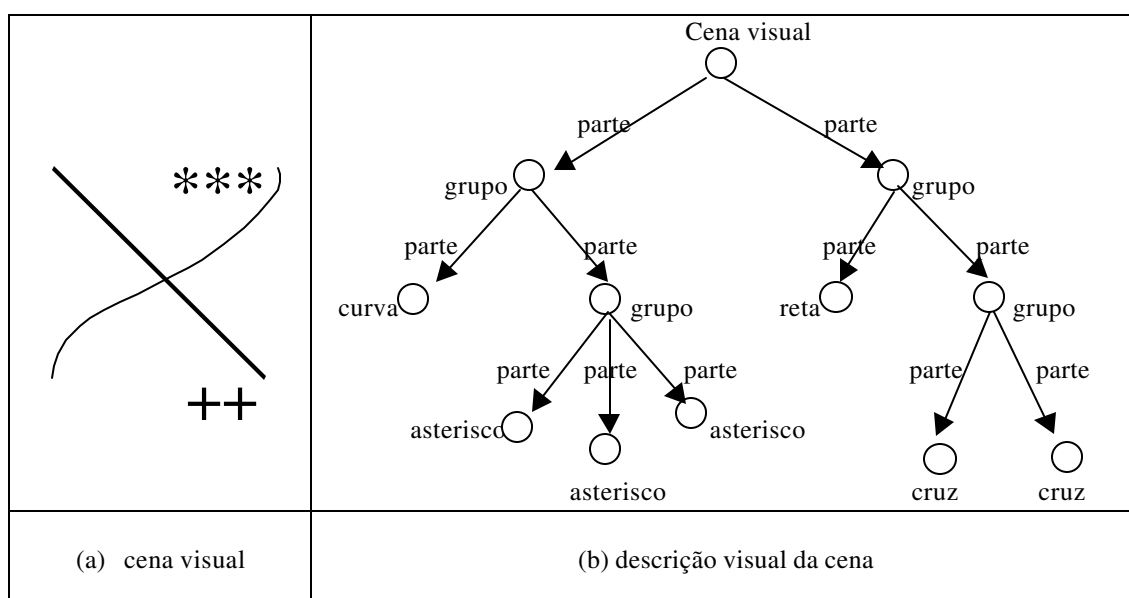


Figura 23. Exemplo de uma descrição visual seguindo as leis da Gestalt, segundo Pinker (1990)

O terceiro princípio é o princípio de representação de magnitude, referindo-se a uma representação mental, considerando que existem evidências da limitação da capacidade de memória. Por outro lado, a representação de magnitude depende do atributo, como, por exemplo, comprimento é muito mais fácil de representar do que sombreamento.

O quarto princípio trata do sistemas de coordenadas e refere-se à maneira utilizada para representar mentalmente um objeto variando em várias dimensões. Isto depende das dimensões do objeto e da(s) origem(s) do mesmo. Os sistemas de coordenadas mais utilizados são o sistema retangular ou cartesiano, o sistema de coordenadas polares e o sistema de coordenadas cilíndricas distribuídas, propostas por Marr e Nishihara (1978, in Pinker, 1990).

Pinker (1990) adotou dois aspectos do modelo de Marr e Nishihara (1978), a saber: a) formas e posição são mentalmente representados principalmente em coordenadas retangulares ou polares; e, b) a localização dos diferentes elementos de uma cena visual é representada em separado, em sistemas de coordenadas locais centrados em outras partes da cena visual e não em um sistema de coordenadas geral.

Isto significa que em uma descrição visual, a especificação de localização dos objetos será quebrada em duas proposições, uma especificando o objeto sobre o qual o sistema de coordenadas estará centrado e a outra especificando a extensão ou valor do objeto com o sistema de coordenadas, como na Figura 24a. No caso de duas dimensões é mais claro indicar a extensão ao longo de cada dimensão e a localização do eixo do sistema de coordenadas correspondendo a essa dimensão, separadamente, como na Figura 24b.

Neste ponto, uma questão importante deve ser resolvida: quais *objetos podem servir como sistema de coordenadas, para quais outros objetos?* A seguinte condição parece ser uma primeira aproximação plausível: uma propriedade espacial do objeto *a* será mentalmente especificada em um sistema de coordenadas centrada no objeto *b* quando: 1) *b* é maior do que *a* e, 2) *a* e *b* são perceptualmente agrupados de acordo com uma ou mais leis da Gestalt.

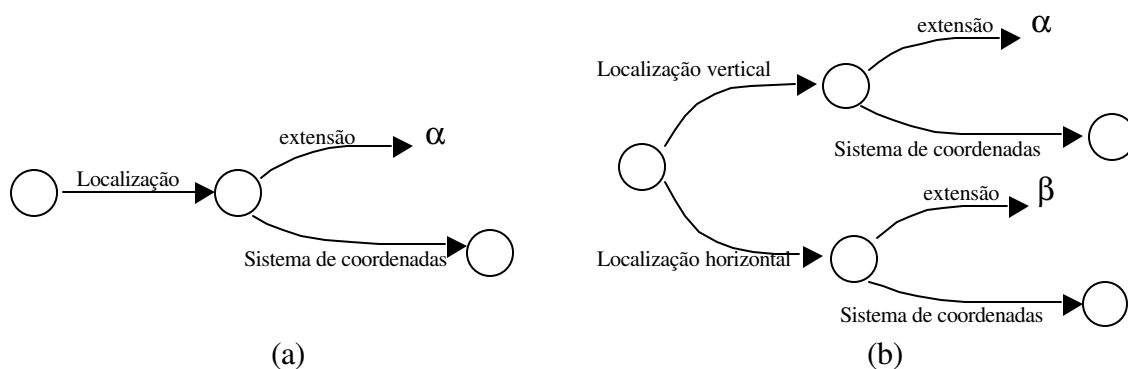


Figura 24. Representação mental do sistema de coordenadas, segundo Pinker (1990)

Restrições de processamento nas descrições visuais

Teoricamente, com muito esforço, é provável que as pessoas consigam codificar um número ilimitado de propriedades, assim as descrições visuais podem, em princípio, ser arbitrariamente grandes. Contudo, na prática, dois fatores limitarão o tamanho das descrições visuais, são eles: a capacidade de processamento na memória de curto prazo e a probabilidade e o automatismo da codificação padrão.

A maioria dos modelos de processamento cognitivos tem restrições na capacidade de processamento utilizados para manter ativos os elos de ligação (nós) em uma descrição visual de curto prazo. Afirma-se que entre quatro e nove elos podem ser mantidos ativos ao mesmo tempo e serão muito menos se as fontes de processamento estiverem atuando em tarefas concorrentes. Essa limitação reflete a capacidade da memória de curto prazo e a capacidade de processamento. Segundo Miller (in Sternberg, 2000, p. 212), a capacidade de memória imediata parece ser aproximadamente de sete itens, com uma variação de mais ou menos dois.

Por outro lado, alguns predicados terão uma alta *probabilidade de codificação padrão*, ao passo que outros serão determinados pela familiaridade e pela importância aprendida. Segundo Pinker (1990), resultados de pesquisas confirmam que o reconhecimento de padrões se torna rápido, livres de erro e, relativamente insensível a outras demandas de atenção, quando os padrões são bem praticados. Aqui estaria o papel da instrução.

Pinker (1990) distinguiu vários tipos de descrição visual. A *descrição visual padrão* se refere a uma descrição que é montada automaticamente por um processo de codificação puramente dirigido pelos dados. Sua composição será determinada pela *probabilidade de codificação padrão* dos predicados correspondentes do arranjo visual. A *descrição visual elaborada*, que se refere a uma descrição que é formada por um processo conceitual testando a presença de predicados visuais em uma localização particular no arranjo visual. Já a descrição visual reduzida refere-se a uma pequena descrição visual, que pode ser ativada em um curto prazo; e, a descrição visual completa se refere a uma descrição visual que inclui todos os predicados, cuja probabilidade de codificação padrão está acima de um certo mínimo, onde todos os predicados são testados com sucesso pelo processo *top-down*.

A descrição visual completa corresponde à descrição codificada por um leitor de gráficos hipotético, com uma memória de curto prazo ilimitada ou para uma descrição integrando as sucessivas descrições reduzidas, codificadas por um leitor, sobre um período longo de inspeção.

Pinker (1990) adotou o pressuposto final de que o nível de ativação de um nó começa a decrescer firmemente logo que ele é ativado, mas o leitor pode codificar novamente a descrição, prestando novamente atenção ao gráfico. Desde que codificar é probabilístico, a descrição diferirá um pouco, na sua composição, de uma codificação para a outra.

Pinker (1990) utilizou os seguintes termos para acessar a informação: mensagem conceitual, questão conceitual, bandeiras de mensagem e esquema gráfico.

A *mensagem conceitual* é definida como a informação disponível no gráfico que deve ser extraída pelo leitor. Observando a Figura 18, da página 79, o leitor nota que o preço do metal: (1) foi mais alto em março; (2) foi maior em março do que no mês precedente; (3) cai firmemente de março a junho; (4) foi de \$20/onça em janeiro, (5) em junho foi x (onde x é uma quantidade mental aproximadamente metade da de janeiro, aproximadamente um quinto da de maio etc.) entre outras informações.

Essas informações podem ser descritas em termos de pares ordenados (ou n-uplas) de observações, onde o primeiro membro corresponde a um, dois ou mais valores particulares da variável independente, e o segundo membro corresponde a um valor razão, valor absoluto, uma diferença, uma tendência ou um nível particular da variável dependente.

A *questão conceitual* é definida como a informação que o leitor deseja extrair do gráfico. A notação para representar uma questão conceitual é a mesma notação da mensagem conceitual, substituindo uma entrada generalizada pelo símbolo “?”, indicando que este é desconhecido e é a informação desejada.

O *esquema gráfico*, Figura 25, refere-se à estrutura que acompanha as seguintes tarefas: 1) traduzir a informação encontrada na descrição visual em uma mensagem conceitual; 2) traduzir o fundamento requerido em uma questão conceitual, em um processo que acessa as partes relevantes da descrição visual; e, 3) reconhecer o tipo de gráfico que está sendo trabalhado, uma vez que a extração de informação dependerá do tipo de gráfico (gráficos de linha, de barras etc.).

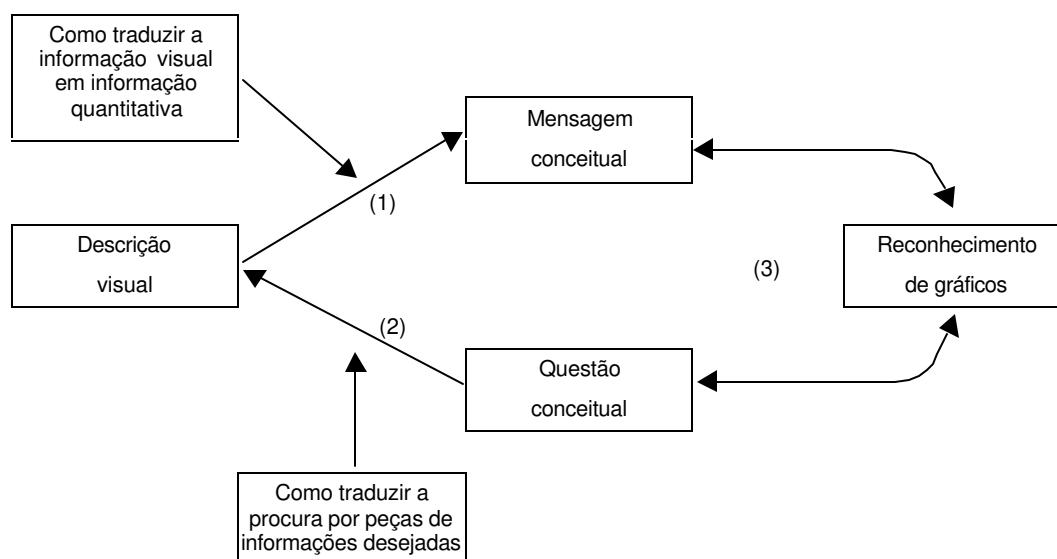


Figura 25. Estrutura do esquema gráfico, segundo Pinker (1990)

Observa-se que, para Pinker (1990, p.95), um esquema é *uma representação mental do conhecimento incorporado em algum domínio, consistindo de uma descrição, que contém parâmetros para uma informação desconhecida*. Um esquema pode representar um objeto específico ou uma classe de objetos.

Para traduzir a informação visual em informação quantitativa, do tipo encontrado na mensagem conceitual, Pinker (1990) definiu as bandeiras de mensagens que são equações de mensagens conceituais, geralmente contendo um parâmetro do esquema, que são anexadas aos predicados em um esquema gráfico.

Quando um esquema é ativado por uma descrição visual particular de um gráfico, os parâmetros na mensagem são substituídos pelo valor correspondente no esquema ativado e a equação é adicionada à mensagem conceitual.

A Figura 26a ilustra a equação das bandeiras para um fragmento de um esquema de um gráfico de barras (as bandeiras estão fechadas nos retângulos e são anexadas aos nós por linhas pontilhadas). Quando o leitor encontra uma descrição como no fragmento da Figura 26b (os números representando valores ao longo de uma escala razão mental com unidades arbitrárias), ele pode ativar o esquema (isto é, substituir os parâmetros A e B pelos valores 4 e 37) e adicionar uma entrada para a mensagem conceitual.

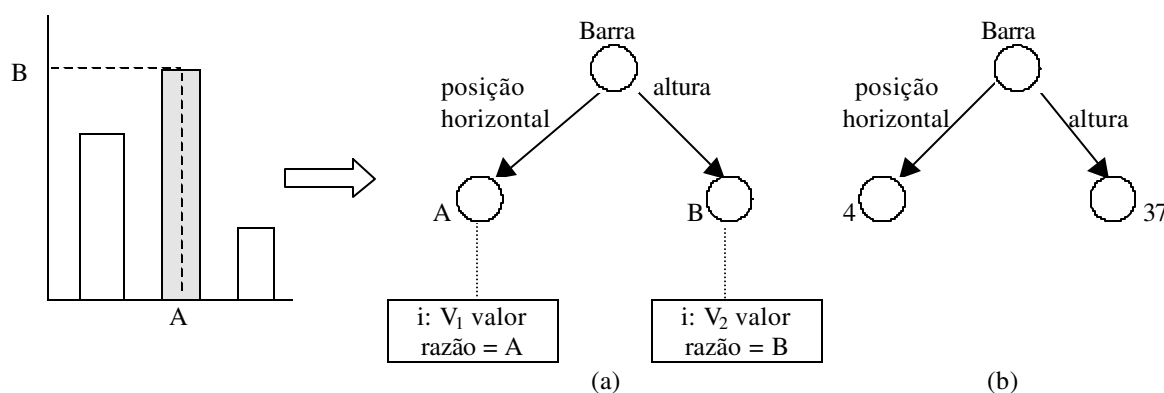


Figura 26. Exemplo de bandeira de mensagem em um fragmento de esquema gráfico, segundo Pinker (1990)

Todas as equações compartilhando um prefixo *i* são misturadas em uma entrada simples e, cada *i* é substituído por um único número inteiro quando a entrada é adicionada a uma mensagem conceitual. No exemplo anterior a entrada será:

$$1: V_1 \text{ valor-razão} = 4 \quad \text{e} \quad V_2 \text{ valor razão} = 37$$

Processos envolvidos na compreensão de gráficos

Segundo Pinker (1990), quatro processos são utilizados pelo leitor para acessar, manipular e ler as várias estruturas durante a compreensão de gráficos: o *processo MATCH*, que reconhece gráficos individuais como pertencendo a um tipo particular; o *processo montagem da mensagem*, que cria uma mensagem conceitual fora do esquema gráfico ativado; o *processo de interrogação*, que recupera ou codifica nova informação baseado numa questão conceitual e o *processo inferencial*, que aplica as regras da inferência lógica e matemática para as entradas da mensagem conceitual.

Pinker (1990) tomou o termo *processo de reconhecimento (MATCH)* emprestado da teoria da memória de longo prazo de Anderson e Bower (1973), para descrever o processo de reconhecimento de um gráfico como pertencente a um certo tipo (barras, linhas, circular etc.). Esse processo compara, em paralelo, a descrição visual do gráfico ativado, com cada esquema armazenado na memória de longo prazo, calculando uma medida de ajustamento para cada esquema e selecionando aquele que melhor se ajusta a descrição visual ativada.

O *processo de montagem da mensagem* executa a tradução da informação visual para informação conceitual, procurando, no esquema gráfico ativado, uma bandeira de mensagem, que quando encontrada adiciona seu conteúdo à mensagem conceitual, combinando em uma única entrada todas as equações, compartilhando um prefixo dado. Assume-se que, ao mesmo tempo que o processo MATCH ativa os parâmetros do esquema gráfico, os parâmetros dentro das bandeiras de mensagens, também foram ativados.

Limitações na memória e no processamento implicam em que nem toda bandeira de mensagem, no esquema gráfico, será convertida em uma entrada de mensagem conceitual. Algumas podem não ser ativadas porque a descrição visual foi reduzida ou porque a probabilidade de codificação padrão do predicado foi baixa; ou pela presença de ruído no

processo MATCH ou no processo de montagem da mensagem. Por essas razões, para demandas de alto nível faz-se necessário adicionar informação às mensagens conceituais.

O *processo de interrogação* surge quando o leitor procura uma informação que não está disponível na mensagem conceitual (por exemplo, a diferença entre dois valores da variável dependente). O processo de interrogação funciona da seguinte forma: a bandeira de mensagem dentro do esquema gráfico que corresponde à questão conceitual é ativada. Se esta já contém uma constante, a equação é simplesmente adicionada à mensagem conceitual. Se esta contém um parâmetro, a parte da descrição visual que corresponde a essa ramificação do esquema é checada, para ver se ela contém a constante desejada. Se essa constante está ausente na descrição visual, o processo de codificação para um predicado relevante é comandado para recuperar a informação desejada para a parte relevante no arranjo visual.

A questão conceitual pode iniciar um processo de procura *top-down* para a parte desejada ou parâmetro no arranjo visual. Uma vez que a informação desejada é codificada em uma descrição visual, esta pode ser ativada no esquema, e sua bandeira de mensagem (com a equação ativada dentro da bandeira) pode ser adicionada à mensagem conceitual.

O *processo inferencial*, por sua vez, faz parte da inteligência humana, não sendo restrito à habilidade de ler gráficos, fazendo parte do estudo da cognição geral. Aqui, Pinker (1990) referiu-se à habilidade para executar procedimentos aritméticos sobre a informação quantitativa disponível em uma mensagem conceitual (por exemplo, calcular taxas de variação); à habilidade para inferir, a partir do contexto, as informações que devem ser extraídas do gráfico; à habilidade para extrair conclusões qualitativas relevantes de algum domínio do conhecimento baseado na informação do gráfico e assim por diante.

A extração de diversos tipos de informação pode ser feita de duas formas: ou diretamente da mensagem conceitual ou, indiretamente, através do processo inferencial operando na mensagem conceitual. A forma como a informação é extraída afeta o nível de dificuldade de um gráfico e a eficiência do leitor (ver Figura 20, página 81).

O esquema gráfico geral

Pinker (1990) afirmou que as pessoas criam esquemas para tipos específicos de gráficos, usando um *esquema gráfico geral*, incorporando seu conhecimento sobre interpretação de gráficos em geral. A Figura 27 mostra um esquema gráfico geral plausível. Conforme o autor, existem três peças chaves de informação, contidas em um esquema gráfico:

- a. **Conteúdo pictórico.** Alguns objetos, ou partes de objetos (barras, linhas, círculos, etc.) são descritos em termos de vários atributos visuais. Cada atributo visual simboliza uma variável conceitual e o conjunto de valores de n atributos visuais codificados para um objeto, ou parte de um objeto, corresponde a uma n -upla particular de valores associados às respectivas variáveis conceituais para uma entidade conceitual dada.

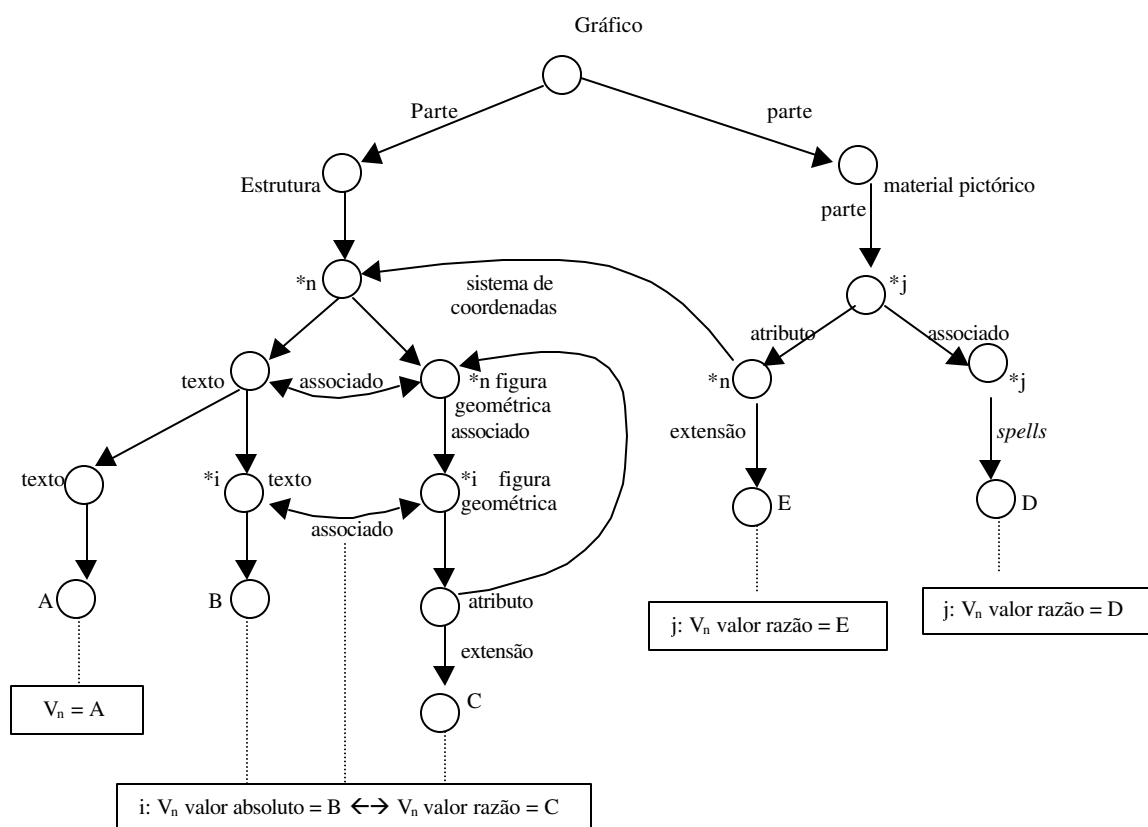


Figura 27. Esquema gráfico geral, segundo Pinker (1990)

- b. **Sistema de coordenadas.** A magnitude dos atributos, geralmente, é especificada em termos de um sistema de coordenadas centradas numa parte da estrutura do gráfico.
- c. **Material textual.** Especifica os valores dos objetos, os referenciais do mundo real dos atributos do sistema de coordenadas e das legendas. Observa-se que, para generalidade máxima, o texto é ligado a entidades perceptuais por um predicado associado, o qual pode simbolizar proximidade, similaridade, continuidade e assim por diante. Isto ajuda a tratar, sob a mesma estrutura, gráficos com partes diretamente rotuladas e gráficos explorando cores comuns ou formas em chaves e legendas. Da mesma forma, o predicado “atributo” significa tratar sob a mesma estrutura comprimento, largura, orientação, luminosidade, cor e assim por diante.

A essencialidade do espaço visual fundamenta as *figuras geométricas* como opostas a predicados visuais arbitrários, sendo especificada como uma estrutura típica e *partes* espacialmente localizáveis que se especificam como as unidades sobre as quais os atributos são definidos.

Encontrando um certo tipo de gráfico pela primeira vez, o leitor gerará um esquema gráfico específico para este, usando o esquema gráfico geral. O leitor terá que substituir os predicados: *conteúdo pictorial*, *associação*, *atributo*, *figura geométrica* e assim por diante, pelo predicado visual encontrado na descrição visual do novo gráfico. Isto será possível quando a descrição visual tiver uma estrutura similar ao esquema gráfico geral, com objetos descritos em termos de atributos definidos com relação à estrutura e aos rótulos textuais associados a cada um deles.

Além disso, um leitor de gráficos experiente adicionará, ao novo esquema gráfico, predicados específicos de ordem superior (por exemplo, *tendência decrescente*), que podem ser tomados para simbolizar tendências globais (por exemplo, um decréscimo na variável dependente). Contudo, a disponibilidade desses predicados de ordem superior e do modo como eles simbolizam suas tendências, difere arbitrariamente de um para outro tipo de gráfico, de maneira que esses predicados não podem ser incluídos, de forma simplista, dentro do esquema gráfico geral e, sim, criados caso a caso.

Porém, *como se forma o esquema gráfico geral?* Pinker (1990) acreditava que o processo de instrução responde por parte desta formação, uma vez que as pessoas são ensinadas, na escola, a ler certos tipos de gráficos, basicamente gráfico de barras, de linhas, circular e pictogramas. Mas, *como as pessoas generalizam o esquema aprendido?*, levando-se em consideração, de um lado, que o esquema aprendido é restrito a poucos gráficos e, de outro, que as pessoas são expostas a infinitas formas *exóticas* de gráficos, facilmente entendidas. Principalmente se se levar em consideração que, na instrução formal da leitura de gráficos, não são ensinados conceitos abstratos, tais como: *atributos, extensão, valor razão*, conceitos estes que de fato definem o que todos os gráficos têm em comum.

Pinker (1990) afirmou que a maioria dos conceitos abstratos são representados mentalmente por estruturas originalmente dedicadas a representar o espaço e o movimento de objetos dentro dele, um fenômeno que se manifesta por si na linguagem, de várias formas. Em particular, quantidades abstratas parecem ser tratadas mentalmente como se fossem localizadas em uma escala espacialmente ampliada (por exemplo, *a temperatura está subindo*). Assim, o uso de predicados espaciais para representar variáveis abstratas é parte do padrão cognitivo que usa as propriedades espaciais para simbolizar outras não espaciais.

A dificuldade de compreensão dos gráficos

Em princípio, qualquer tipo de informação pode ser extraída de um gráfico, mas, na prática, as limitações da memória de curto prazo e das fontes de processamento limitarão a construção da descrição visual que será reduzida. As entradas das mensagens conceituais dessa descrição conterão informações que são facilmente extraídas. Mas, se a informação desejada não estiver disponível na descrição visual, esta deverá ser gerada e a forma como será gerada determinará seu grau de dificuldade.

A informação desejada pode ser gerada através de um processo *top-down* (que adiciona entradas à mensagem conceitual) ou através de um *processo inferencial* (que deve executar cálculos nas entradas existentes). Cada um desses processos pode envolver uma cadeia de cálculos de capacidade limitada e cada processo incluir convenientemente a

procura de informação a partir de uma mensagem conceitual. Portanto, esses processos estarão consumindo mais tempo e mais memória (desde que cálculos intermediários são temporariamente guardados), além do ruído na ativação de processos, o que aumenta a probabilidade de erros ou colapso, aumentando a dificuldade do gráfico. Isto foi o que Pinker (1990) denominou de **princípio de dificuldade do gráfico**:

um tipo particular de informação será mais difícil de extrair de um gráfico se este deve usar o processo inferencial ou o processo de codificação top-down, do que a informação disponível, acessada pela simples procura na mensagem conceitual (Pinker, 1990, p.108).

Dois fatores cooperam para que a informação desejada esteja presente em uma mensagem conceitual: a existência de bandeiras de mensagem e a probabilidade de codificação do predicado.

Uma entrada da mensagem será montada somente se existirem bandeiras de mensagens específicas, para que a entrada seja adicionada ao esquema do gráfico. Isso, por sua vez, dependerá de o sistema visual codificar um único predicado visual que corresponda a uma informação quantitativa. Por exemplo, um esquema gráfico de barras adiciona bandeiras de mensagens aos predicados: altura, posição horizontal, extremos na altura, diferenças extremas na altura entre duas barras adjacentes e barras crescentes ou decrescentes na altura. Isso faz com que os valores das variáveis independente e dependente para esses predicados sejam facilmente extraídos. Contudo, o sistema visual não fornece predicados visuais para verificar quantas vezes uma barra é maior que barra vizinha ou para checar se as barras da extrema esquerda e da extrema direita têm a mesma altura. Portanto, podem existir bandeiras de mensagens e não entradas de mensagens conceituais para o valor absoluto exato da variável dependente, a razão exata da variável dependente entre duas barras vizinhas etc. Se o leitor deseja que o gráfico responda essas questões conceituais, encontrará mais dificuldades do que questões conceituais disponíveis.

O segundo fator que influencia é a probabilidade de codificação do predicado anexado à equação correspondente na bandeira de mensagem do esquema gráfico. Por

exemplo, se o predicado *degraus descendentes* tem uma pequena probabilidade de codificação padrão e, por essa razão, está ausente da descrição visual na maioria das ocasiões, a entrada especificando uma tendência decrescente não encontrará seu caminho na mensagem conceitual até ser interrogada explicitamente.

Segundo Pinker (1990), além dos fatores do inatismo e automatismo, é plausível que a probabilidade de codificação de um predicado também seja influenciada pelo efeito *priming*⁹. Quando um esquema gráfico é ativado (ou seja, reconhecido como sendo de tal tipo), a probabilidade de codificação dos predicados visuais pode ser temporariamente realçada.

O princípio de dificuldade do gráfico ajuda a explicar uma ampla variedade de fenômenos concernentes à adequação de diferentes tipos de gráficos para transmitir diferentes tipos de informação.

Considerando um gráfico de linhas, a linguagem tem uma variedade de palavras para descrever formas de linhas: reta, forma de U, U invertida, escada, forma de S, achatada etc. Igualmente, para descrever pares de linhas: paralelas, convergentes, forma de X e assim por diante (ver Figura 28). Esse elenco verbal diverso reflete um vocabulário mental, mais diverso ainda dos predicados visuais para linhas, especialmente porque a essencialidade do espaço visual implica que predicados para propriedades de configuração espacial, tal como uma forma, deverá estar rapidamente disponível. A disponibilidade desses predicados proporciona a possibilidade de um esquema de gráfico de linha, com um conjunto rico de mensagens para tendências e, portanto, será mais fácil extrair informação de tendência em gráficos de linhas. Já essa riqueza de predicados visuais para o gráfico de barras é limitada, havendo poucas possibilidades para especificar tendências e interações, tornando-o inadequado para esta tarefa.

⁹ Segundo Sternberg (2000) o efeito *priming* seria o acesso maior a um estímulo ou a item específico da informação, como resultante da recente ativação daquele estímulo ou elemento ou da exposição aos mesmos. Segundo alguns modelos, o efeito é devido à ativação de um nó por um *prime* (nó ativado), ao qual esse nó está conectado.

Por exemplo, se X e Y são nós representando linhas num gráfico, com V_1 como abscissa, V_2 como ordenada e V_3 como parâmetro, as proposições da Figura 28 podem ser sinalizadas com equações de mensagens conceituais (embaixo das proposições). Isto faz com que o gráfico de linhas seja especialmente apropriado para representar funções de uma variável sobre o domínio de outra, a covariação versus a independência de duas variáveis, os efeitos aditivos versus os efeitos interativos de duas variáveis numa terceira e assim por diante.

Ao contrário, o vocabulário mental para as figuras implícitas no topo de um conjunto de barras agrupadas é reduzido, talvez confinadas em *tendência crescente*, *tendência decrescente* e *retangular*. Portanto, a especificação de tendências e interações no esquema de um gráfico de barras será limitada. Por esta razão, os gráficos de linhas são o método preferido para apresentação de dados científicos multidimensionais, onde relações de causa – efeito, tendências quantitativas e interações entre as variáveis estão asseguradas.

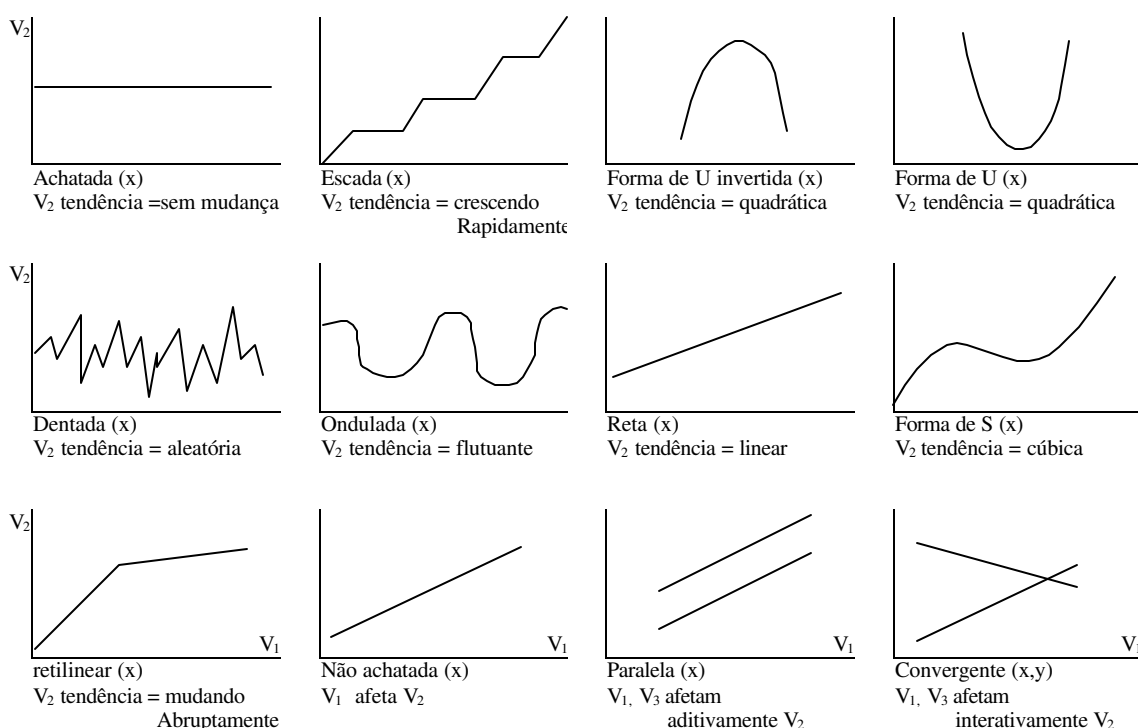


Figura 28. Algumas tendências quantitativas associadas com padrões visuais (embaixo do gráfico se encontra o predicado e equação da mensagem conceitual)

Na realidade, um tipo de gráfico será mais adequado do que outro dependendo do tipo de informação a ser extraída. Para ilustrar a adequação dos gráficos e tabelas, de acordo a informação a ser extraída, Pinker (1990) apresentou um exemplo, cujos dados se encontram na Tabela 1 e cujas variáveis foram nomeadas a fim de torná-lo mais didático. A Figura 29a e 29b foram elaboradas a partir das informações da Tabela 1. Observa-se que os gráficos de Pinker (1990, Figura 4.21, p. 111), contêm erros de escala.

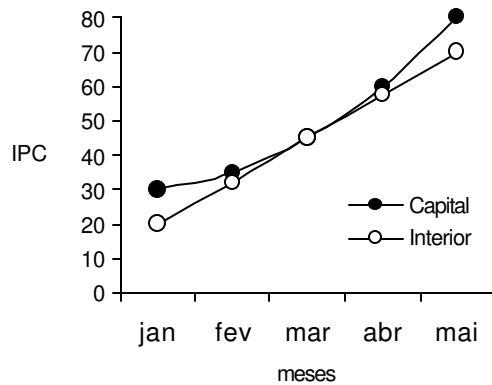
A partir dos dados da Tabela 1 determinar a natureza da tendência do IPC nos cinco primeiros meses do ano, tanto na capital como no interior. O gráfico de linhas (Figura 29a), mostra que o IPC na capital é crescente e positivamente acelerado, enquanto que no interior a tendência é linearmente crescente. Portanto, pode-se concluir que a região e o tempo interagem em seus efeitos no IPC. Isto ocorre porque os predicados *linear* e *côncavo*, correspondentes às tendências *linear* e *positivamente acelerada*, são facilmente codificáveis.

Já no gráfico de barras lado a lado (Figura 29b), as barras não formam um grupo onde alturas relativas podem ser descritas por um único predicado e assim inferir a tendência. Neste caso, para extrair a tendência é preciso comparar as alturas, barra a barra, por um processo *top-down*, um trabalho detalhado e difícil, pois é necessário, simultaneamente, manter disponível no pensamento as alturas de todas as barras (ativadas na descrição visual).

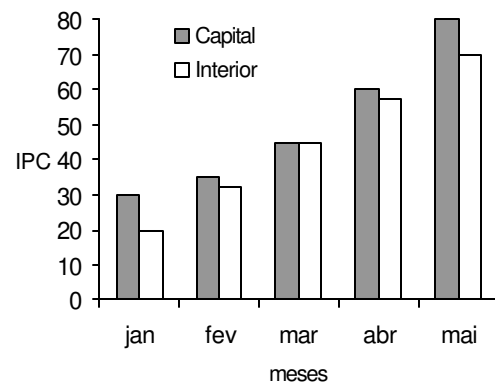
Tabela 1. Dados para ilustrar a eficácia relativa da leitura de tendência em tabela, gráfico linhas e gráfico de barras (*)

Índice de Preços ao		Meses				
Consumidor – IPC		Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maio
	Capital	30,0	35,0	45,0	60,0	80,0
Região	Interior	20,0	32,0	45,0	57,5	70,0

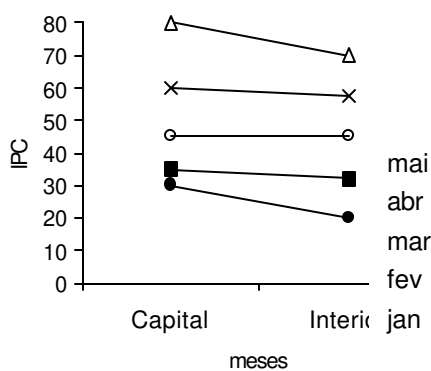
(*) As variáveis foram nomeadas a fim de tornar o exemplo mais ilustrativo



(a)



(b)



Região
(c)

Desde que as tendências não correspondem a atributos únicos de uma entidade perceptual distinta, essas deverão ser inferidas a partir dos sucessivos intervalos, separando os pontos extremos da esquerda das cinco linhas e os da direita, respectivamente.

Figura 29. Exemplo de adequação de um gráfico

Igualmente, é muito mais difícil extrair a tendência de uma tabela, porque é necessária não apenas uma comparação número a número, mas porque o processo de codificação da magnitude de um numeral de vários dígitos parece ser intuitivamente mais lento e requerer mais esforço que codificar as alturas das barras.

Todavia, observa-se que para extrair tendências através de um gráfico de linha existe uma única forma que mostra a tendência de forma ótima, como a mostrada na Figura

29a. Outra configuração para o gráfico, como por exemplo a mostrada na Figura 29c, não consegue mostrar nem a tendência, nem a interação entre as variáveis região e meses.

Entretanto, o que acontece se a informação a ser extraída for: *Qual é o valor exato do IPC, na capital, no mês de janeiro?* Neste caso, a tabela é a forma de apresentação mais adequada para extrair este tipo de informação, pois ela estará diretamente disponível. O gráfico de barras apresenta um pouco de dificuldade, uma vez que os valores absolutos da variável dependente não estão registrados em uma mensagem conceitual, devendo ser calculados através de um processo inferencial. Já o gráfico de linhas é o que apresenta o maior grau de dificuldade das três alternativas. Esse péssimo desempenho é explicado porque os princípios da Gestalt codificam cada linha inteira em um simples nó. Assim, quando a questão conceitual procura o valor absoluto do IPC, no mês de janeiro, na capital, não existe um nó específico na descrição visual para expressar essa parte da linha, devendo ser criado por um processo de codificação *top-down*, focalizando um ponto, perceptualmente arbitrário, ao longo da escala.

Esse processo explica porque, às vezes, é mais fácil usar um gráfico de barras que um gráfico de linha, para determinar a diferença entre dois níveis da variável dependente. Por exemplo, se o IPC é maior em março ou em junho na Figura 30a ou 30b.

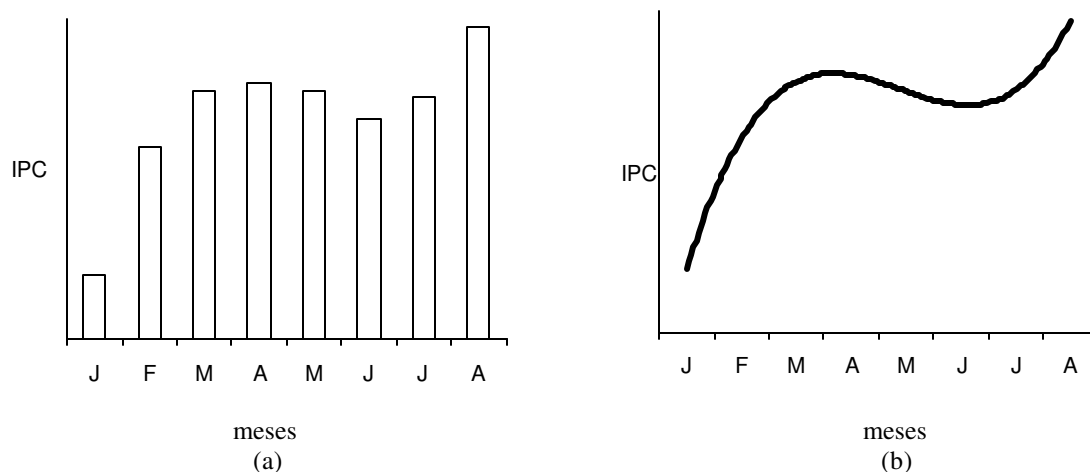


Figura 30. Exemplo de adequação de um gráfico

Em suma, extrair informação de um gráfico é fácil quando a descrição visual contém predicados ligados a bandeiras de mensagens mostrando equações que respondem à questão conceitual (menos tecnicamente, quando a informação é carregada por um padrão visual no gráfico e quando o leitor reconhece que o padrão desejado codifica a informação).

Como conseqüências:

- a. gráficos de linhas serão a melhor ilustração de tendências e interações (desde que existem muitos predicados visuais para figuras lineares);
- b. tabelas serão melhores para extrair valores absolutos da variável dependente (desde que não existe forma de especificar valores absolutos para níveis particulares da variável independente em descrições visuais de gráficos de linhas ou barras e esquemas gráficos) e
- c. gráficos de barras podem ser melhores que gráficos de linhas ou tabelas para ilustrar diferenças entre valores da variável dependente, correspondendo a valores específicos da variável independente (desde que os valores desejados são especificados individualmente na barra mas não no gráfico de linha e, desde que parece ser mais fácil codificar a altura de uma barra, do que ler um número de vários dígitos).

O leitor de gráficos competente

A eficácia de um gráfico em transmitir informações depende, também, do leitor. Algumas pessoas podem ter um processamento de informação rápido, uma grande capacidade da memória de curto-prazo ou um poderoso processo inferencial. Esses fatores, que não são específicos à compreensão de gráficos, explicam possíveis diferenças na habilidade das pessoas para ler gráficos. Pinker (1990) analisou as possíveis diferenças de habilidade na leitura de gráficos *per se*, examinando o que faz esse processo ter maior ou menor facilidade.

Um determinado tipo de informação, de um certo tipo de gráfico, será fácil de ser extraído, se existirem bandeiras de mensagens no esquema gráfico específico para tal informação. Além disso, o predicado visual, ao qual as bandeiras estão anexadas, deverá estar presente na descrição visual ativada do gráfico.

Dois fatores concorrem nas diferenças individuais e são eles:

- 1º. No esquema gráfico do leitor podem faltar bandeiras de mensagens importantes. Assim, ele não saberá que linhas paralelas, em um gráfico de linhas, é sinal de que os efeitos são aditivos sobre uma terceira. Quando pressionado para determinar se os efeitos são aditivos em certo gráfico, o leitor deverá desencadear um processo inferencial custoso, operando em um conjunto de entradas para valores razão ou absolutos. Em geral, a teoria prevê que a presença ou ausência de bandeiras de mensagens terá um efeito dramático na eficiência do leitor quanto à extração da informação especificada por aquela bandeira.
- 2º. O predicado que desencadeia o processo onde as bandeiras das mensagens estão simbolizadas em uma mensagem conceitual, pode ter maior ou menor probabilidade de aparecer na descrição visual de diferentes leitores. Os predicados necessários, por falta de prática para codificá-los, podem, ainda, não ser automáticos. Por esse motivo, terem baixa probabilidade de codificação padrão. Além disso, as ligações entre esses predicados e o resto do esquema gráfico podem ser fracas, dissipando o efeito *priming*, que ajudaria na codificação de predicados ausentes, uma vez que um gráfico tivesse sido reconhecido.

Segundo Pinker (1990), existem três formas para enriquecer o esquema de um gráfico com bandeiras úteis:

- 1ª. **Instrução.** Durante a instrução formal (Matemática, Estatística, Ciências, Física etc.), o leitor é instruído na leitura de gráficos. Por exemplo, estudantes da disciplina de Estatística, no tópico de Análise de Variância (ANOVA), aprendem que linhas paralelas indicam que não existe interação entre os fatores, linhas em forma de U indicam tendências quadráticas e assim por diante.

2^a. **Indução.** Um leitor sagaz pode notar uma tendência quantitativa de um certo tipo através de um atributo visual particular (por exemplo, funções quadráticas da forma de U). Assim, o leitor pode adicionar uma bandeira de mensagem expressando a tendência que o predicado simboliza como atributo visual no esquema gráfico.

3^a. **Dedução.** Leitores sagazes poderiam, ainda, inferir que devido à natureza dos dados, escalas quantitativas e dimensões visuais em um tipo de gráfico, a tendência quantitativa deve carregar uma certa propriedade visual. Por exemplo, um leitor pode saber que sucessivas duplicações da variável, expressa por uma função exponencial, deve levar a uma curva que começa crescendo da esquerda para a direita.

Tomados juntos, esses princípios sugerem que o desenvolvimento da habilidade de ler gráficos de um tipo virá com:

- a. instruções explícitas relativas às equivalências mantidas entre tendências quantitativas e atributos visuais (enriquecendo o esquema gráfico);
- b. instruções sobre como ver o gráfico (isto é, como analisá-lo perceptualmente nas unidades corretas, produzindo uma descrição visual apropriada); praticando essa forma (tornando o processo de codificação automático e, desta maneira, incrementando a probabilidade de codificação e a força associativa de predicados visuais relevantes) e
- c. a experiência de construir gráficos no papel, ilustrando diferentes relações quantitativas (oportunizando a indução e dedução de maiores correspondências entre os atributos visuais e tendências quantitativas, para serem adicionados como bandeiras de mensagens no esquema gráfico).

Resumindo, a teoria esboçada por Pinker (1990) faz parte das teorias cognitivas, adotando, dentre outros, os seguintes pressupostos: a) importância das descrições proposicionais ou estruturais em certo nível de representação; b) essencialidade do espaço, como este se relaciona ao predicado visual, atenção seletiva, criação de unidades perceptuais e precisão de codificação; c) capacidade limitada de representações visuais de

curto prazo; o uso de sistemas de coordenadas distribuídas para codificar forma e posição; d) uso de esquemas para mediar entre percepção e memória; e) efeitos de saliência física na codificação provável; f) codificação de atributos dirigidos ou *top-down*; o processo de emparelhamento para reconhecimento, e, g) efeito *priming* dos predicados visuais; e força das ligações associativas com a prática.

Limitações, devido aos abismos do conhecimento da cognição visual, tais como limites exatos dos atributos físicos que podem servir como predicados visuais, determinantes da probabilidade de ser codificado, força relativa dos princípios da Gestalt, formato no qual os agrupamentos se impõem na representação em descrições estruturais, as restrições que limitam como as bandeiras de mensagens podem ser anexadas aos predicados nos esquemas, as formas como as descrições podem guiar o processo de codificação *top-down* e como a informação global forma um esquema geral. Em suma, Pinker (1990) reconheceu que sua teoria não é pronta e acabada, podendo ser melhorada na medida que avancem as teorias cognitivas.

3.9 O trabalho de Tufte

Tufte (1983) analisou cuidadosamente a qualidade dos gráficos, publicados desde Lambert, em 1779, até a atualidade, elaborou diretrizes para aumentar a qualidade do desenho gráfico e uma linguagem para discutir gráficos, bem como propôs uma teoria, que levou a mudanças e melhorias na construção dos gráficos.

Para Tufte (1983, p. 51), a excelência gráfica é uma apresentação de dados bem desenhada, uma mistura de essência, estatística e desenho. **Excelência gráfica** consiste em *comunicar idéias complexas com clareza, precisão e eficiência*. Excelência gráfica é o que dá ao leitor um grande número de idéias, de forma rápida e em um pequeno espaço. Excelência gráfica é sempre multivariada e requer dizer a verdade sobre os dados.

Assim, os bons gráficos precisam: a) mostrar os dados; b) induzir o leitor a pensar sobre a essência ao invés da metodologia, desenho etc.; c) evitar distorção no significado dos dados; d) apresentar muitos números em um pequeno espaço; e) tornar coerentes grandes conjuntos de dados; f) encorajar comparações visuais de diferentes partes dos

dados; g) revelar detalhes em vários níveis, desde uma ampla visão até uma estrutura fina; h) servir para um propósito claro: descrição, análise, tabulação ou decoração, i) estar próximo da descrição verbal e estatística do conjunto de dados.

Esse autor apontou que para muitas pessoas os gráficos estatísticos *mentem*. Sem dúvida, isso não é gratuito, as pessoas já aprenderam a desconfiar das informações e dos gráficos estatísticos. Contudo, muitos gráficos distorcem a realidade por serem mal construídos e porque existe o problema da distorção visual.

Para Tufte (1983), a **distorção visual** é um fenômeno que existe e que varia de acordo com o conhecimento prévio da pessoa e o contexto do estímulo. Um exemplo clássico é a percepção do comprimento de uma linha, algo tão simples e claro, mas que, dependendo do contexto, pode parecer mais comprida ou mais curta – a famosa ilusão de Müller-Lyer.

Então, como deveriam ser construídos os gráficos? Seria necessário desenhar um gráfico para cada leitor, em cada contexto? Ou construir um gráfico para a transformação visual de um leitor médio? O que é então uma *representação visual* dos dados? Como medir fisicamente o efeito visual percebido? Como saber se a imagem visual representa os números em questão?

Uma forma de responder a essas questões é conduzir experimentos na área de percepção visual de gráficos, observando como as pessoas percebem comprimento, área, volume entre outros, registrando suas avaliações e comparando-as com a área física. Tais experimentos têm descoberto muitas leis poderosas aproximadas, relacionando às medidas numéricas, com as medidas percebidas. Por exemplo, a área percebida de um círculo provavelmente cresce um pouco mais lentamente do que a área física.

Tufte (1983) definiu a **distorção gráfica** como sendo *a representação visual dos dados que não é consistente com a representação numérica*. A questão principal seria relativa à maneira de se construir gráficos íntegros. Para esse autor, a **integridade gráfica** seria a *capacidade do gráfico mostrar a verdade dos dados*.

Mesmo com as dificuldades de percepção é esperada alguma uniformidade nos gráficos, de modo que os leitores possam extrair os números certos. Tufte (1983) elaborou seis princípios que conduzem a esse objetivo; conseqüentemente, realçam a integridade dos gráficos.

1º Princípio: A representação de números, como medidas físicas na superfície do próprio gráfico, deve ser diretamente proporcional às quantidades numéricas representadas.

2º Princípio: Rótulos claros e detalhados devem ser usados para eliminar a distorção gráfica e a ambigüidade. Escrever por extenso explicações dos dados no próprio gráfico. Registrar eventos importantes nos dados.

3º Princípio: Mostrar a variação dos dados, não variar o desenho.

4º Princípio: Em séries temporais monetárias, deflacionar e padronizar as unidades.

5º Princípio: O número de dimensões do gráfico não deve exceder o número de dimensões das variáveis envolvidas.

6º Princípio: Gráficos não devem descontextualizar os dados.

Para Tufte (1983), por trás dos gráficos inadequados está a falta de julgamento sobre evidência quantitativa. Aqueles que produzem gráficos para a mídia são treinados quase que exclusivamente em artes finas, com pouca experiência na análise de dados, essencial para atingir precisão e elegância na presença da estatística. Mesmo em livros texto de desenho gráfico, observa-se omissão sobre como pensar com números. Ilustradores freqüentemente vêem seu trabalho como uma empreitada exclusivamente artística, envolvendo criatividade, novas idéias e estilo, estes pensam mais na beleza dos gráficos que na integridade estatística. Gráficos inadequados ocorrem, também, porque muitos ilustradores acreditam que a Estatística é entediante e difícil e, assim, tentam enfeitar o gráfico para torná-lo mais ameno. Por outro lado, muitos acreditam que os gráficos devem divertir e entreter.

Essa postura coloca sérios riscos na construção de gráficos e como consequência se observa *desenhos super enfeitados ou simplistas, conjunto de dados minúsculos e grandes mentiras* (Tufte, 1983, p. 81).

Tufte (1983) definiu o *data-ink* como a parte essencial do gráfico e que não pode ser apagada. O ideal, segundo Tufte, é maximizar o data-ink e, para isso, recomenda eliminar toda informação redundante.

Assim, o referido autor resumiu em cinco os princípios que produzem mudanças substanciais no desenho gráfico: 1) acima de tudo mostre os dados; 2) maximize a razão data-ink; 3) apague informação supérflua; 4) apague informação redundante, e 5) revise e reedite.

Embora o trabalho desse autor não seja uma teoria sobre a compreensão dos gráficos, sua contribuição, através dos princípios para a construção de gráficos adequados, é inestimável.

3.10 Revisão de literatura

A comunidade científica tem-se empenhado na compreensão dos diversos elementos envolvidos na construção e interpretação de gráficos.

Curcio (1987) propôs em uma perspectiva cognitiva, a extensão do esquema teórico da compreensão do discurso geral para a compreensão de leitura de gráficos. Assim, o tema do gráfico é identificado pelo título, rótulos nos eixos, além de um vocabulário de palavras chaves, sendo que algum desses elementos requerem conhecimento prévio para a compreensão das relações matemáticas expressas nos gráficos. O conteúdo matemático e o tipo de gráfico (barras, linhas etc.) também foram considerados no modelo. Para avaliar a eficácia do modelo, Curcio (1987), tendo como sujeitos 204 alunos da 4ª série e 185 alunos da 7ª série, de quatro escolas de Ensino Fundamental, mediu a compreensão de gráficos, utilizando um teste composto de 12 gráficos (três de barras, três circulares, três de linha e três pictogramas). Seis itens de múltipla escolha foram construídos para cada gráfico, refletindo três tarefas de compreensão. O conhecimento prévio foi medido por um inventário, também delineado pelo pesquisador, que consistia de três subtestes (tópico,

conteúdo matemático e forma gráfica). O desempenho em leitura e matemática foi medido pelos níveis D e F dos testes de leitura e Matemática do *SRA Achievement Series*. Os resultados não apresentaram diferenças significativas relacionadas ao gênero, com relação a compreensão de gráficos. O conhecimento prévio com relação à compreensão de gráficos parece ser afetada pelas séries cursadas ou diferenças de idade. Foi verificado que os alunos da 7ª série tinham, aparentemente, maior conhecimento prévio sobre tópicos e formas gráficas que alunos da 4ª série. O conhecimento prévio do conteúdo matemático, requerido por ambos os grupos, era mais abstrato e profundo dentro dos gráficos, tornando este aspecto o mais importante dos três. O autor concluiu que crianças da escola elementar deveriam ser envolvidas, ativamente, na coleta de dados do cotidiano com o objetivo de construir seus próprios gráficos. Deveriam ser encorajadas a verbalizar as relações e os padrões observados nos dados coletados (por exemplo: “maior que”, “duas vezes maior que”, “crescendo continuamente”). Desta forma, a aplicação da Matemática ao cotidiano poderia aumentar o desenvolvimento conceitual dos estudantes, construindo e expandindo esquemas matemáticos relevantes, necessários para a compreensão das relações matemáticas implícitas nos gráficos.

Já Wavering (1989), utilizando o referencial teórico piagetiano, conduziu um estudo com o objetivo de determinar os padrões lógicos necessários para construir gráficos de linhas. O propósito do estudo foi inferir as manipulações mentais que os estudantes utilizam para construir gráficos e propor conexões com uma estrutura mental teórica. Os sujeitos foram estudantes de Ciências e Matemática, desde a 6ª até a 12ª série, de uma escola-laboratório. Três tipos de gráficos de linhas foram utilizados: com inclinação positiva, com inclinação negativa e com crescimento exponencial. Foi solicitado aos sujeitos que construíssem gráficos a partir de um conjunto de números, impressos numa folha, tendo que relatar as razões do que estavam fazendo, ao desenhar o gráfico. Também lhes foi solicitado que identificassem um padrão em diagrama de dispersão e especificassem o tipo de relação, se acreditassem que existia alguma. As respostas foram classificadas em uma das nove categorias. As categorias foram arrumadas em ordem crescente de complexidade da resposta, desde *não consegue construir um gráfico*, até a *afirmação da relação entre as variáveis*. Validade e confiabilidade dos instrumentos foram

estabelecidos por um painel de cinco especialistas em Ciências e Educação Matemática. Sujeitos da 6^a até a 8^a série exibiram comportamento principalmente nas primeiras categorias, sujeitos da 9^a e 10^a séries se situaram na categoria intermediária e sujeitos da 11^a e 12^a séries se situaram, principalmente, nas categorias superiores. Essas categorias de respostas mostram, também, um ajuste próximo à estrutura piagetiana operacional concreta para simples e dupla seriação e estrutura formal operacional para o raciocínio proporcional e correlacional.

O referido autor concluiu que os professores podem diagnosticar os erros e falhas na lógica dos estudantes e procurar meios apropriados para ajudá-los a entender esses erros na construção de gráficos. A progressão lógica de um raciocínio simples para um raciocínio complexo envolvido no gráfico sugere enfoques para ensinar gráficos através do Ensino Fundamental e Médio. Segundo o autor, o ensino de gráficos deveria começar nas séries iniciais, abaixo da sexta, com atividades de seriação (ao longo de duas ou mais dimensões simultaneamente), com atividades que desenvolvessem a correspondência um a um, entre dados e com o reconhecimento de padrões em uma série de mudanças. Tudo isso precisa ser feito antes que ocorra o entendimento quantitativo. A representação pictórica de relações e o procedimento formal de construir gráficos deverá ser ensinado da 6^a à 10^a série com gráficos, manipulando dados obtidos nos próprios experimentos dos estudantes. Gráficos devem ser ensinados desta forma, não só nas aulas de Ciências, mas, também, nas aulas de Matemática, onde são ensinados a partir de um enfoque abstrato.

Já Wainer (1992) se propôs a fornecer rudimentos para uma teoria de apresentação gráfica e, a partir dessa, medir a qualidade das apresentações gráficas e a proficiência em gráficos. O autor definiu **proficiência na leitura de gráficos** como a *habilidade para extrair informações quantitativas contidas neles*. Essa proficiência independe da habilidade para construir gráficos, que é mais complexa. Acreditar que primeiro deve-se aprender a construir gráficos para depois interpretá-los é uma concepção errada no desenvolvimento da teoria de gráficos. O autor, também, criticou os instrumentos que são utilizados para avaliar compreensão de gráficos, uma vez que alguns gráficos utilizados são inadequados. Por definição, um gráfico bem desenhado permite que a maioria das questões solicitadas

seja facilmente respondidas. Esta é a natureza do gráfico e da habilidade de processamento humano de informação. A questão, então, é como medir a proficiência gráfica?

Wainer (1992) embasou sua teoria nos níveis de leitura propostos por Bertin (1967). Esses níveis são utilizados freqüentemente como uma combinação. Por exemplo, para a detecção de *outliers* (pontos não usuais), primeiro deve-se definir o que é usual, no caso a tendência dos dados (nível intermediário) e, depois, olhar os pontos que não seguem essa tendência (nível elementar). O autor utilizou como base epistemológica a formulação segundo a qual todas as coisas poderiam ser ordenadas em três níveis: primário (elementos), secundário (tendências, grupos) e ternário (relações). Ler um gráfico em um nível intermediário é diferente do que lê-lo em nível elementar, pois o conceito de tendência requer noção de conexão. Por exemplo, se o eixo X representa o tempo e este é mudado para países, o sentido de tendência perde significado. Comparar tendências de diferentes tipos também requer uma noção adicional de conexão. Essa conexão é caracterizada por um eixo vertical comum. Essa teoria faz explícita as limitações dos gráficos de dois eixos Y, no qual se solicita ao leitor que faça uma observação do terceiro tipo (a comparação de tendências), quando uma escala comum para Y não comporta isto. A teoria proposta pelo referido autor mostra porque alguns casos de apresentações comuns são inaceitáveis para a maioria dos propósitos plausíveis. Essa mesma teoria fornece uma ferramenta para o desenvolvimento da mensuração da proficiência em leitura de gráficos, ajudando, assim, a evitar a extração de conclusões erradas, forçadas por gráficos inadequados.

Outros autores estão mais preocupados com o ensino de gráficos em Ciências, o impacto dos ambientes informatizados nesse ensino e com a validade dos instrumentos que medem as habilidades gráficas dos alunos.

McKenzie e Padilla (1986), revisando a literatura, verificaram que, apesar de se reconhecer a construção e interpretação de gráficos como habilidades valiosas, muitos estudantes não têm essas habilidades desenvolvidas, sendo que os gráficos de linhas apresentam maior grau de dificuldade na sua interpretação. Os autores verificaram, também, a ausência de instrumentos válidos para avaliar essas habilidades. Objetivando

sanar essa deficiência, os autores desenvolveram e validaram um instrumento, de múltipla escolha, denominado TOGS (*Test Of Graphing in Science*), a fim de avaliar as habilidades gráficas dos alunos de Ciências da 7ª à 12ª série. Para desenvolver o teste, foram elencadas habilidades associadas com a construção e interpretação de gráficos de linha, além de nove objetivos, contemplando essas habilidades. Os objetivos foram: selecionar escalas e eixos; localizar pontos; identificar o gráfico adequado a partir de uma descrição; selecionar o gráfico que melhor se ajusta a uma situação; selecionar um gráfico para um conjunto de dados; dado X encontrar Y; interpolar e extrapolar dados; dado um gráfico, descrever a relação e generalizar a relação. Ao todo foram construídos vinte e seis itens para avaliar os objetivos propostos. Para estabelecer a validade de conteúdo, itens e objetivos foram submetidos a juízes, que concordaram com a adequação dos itens aos objetivos e também na pontuação dos itens. O TOGS foi administrado a 119 alunos da 7ª, 9ª e 11ª séries. A confiabilidade foi 0,81. Os itens com baixo funcionamento foram revisados, com base no nível de dificuldade do item e da discriminação dos dados.

Dando continuidade a esse trabalho, Padilla e outros (1986) aplicaram o TOGS a 625 alunos da 7ª e 12ª séries, visando examinar a habilidade para gráficos de linha e providenciar dados de referência no domínio de sub-habilidades específicas a esse tipo de gráfico. Verificaram que o desempenho dos estudantes melhorava à medida que avançavam nas séries. A maioria dos sujeitos sabia colocar os pontos no plano cartesiano, porém outras habilidades foram negligenciadas (como construir eixos, ajustar curvas etc.), o que demonstrou a necessidade de se enfatizar o ensino para além da colocação de pontos no plano cartesiano.

O papel dos Laboratórios de Informática (*Microcomputer-based Laboratories – MBL*) no ensino de gráficos em Ciências foi pesquisado por Linn, Layman e Nachmias (1987). Investigaram o uso do MBL como uma forma de permitir, aos alunos, estabelecer uma relação funcional entre as variáveis de um fenômeno físico e os dados gerados, em tempo real, pelos próprios alunos. A instrução proposta, chamada de *cadeia de execução cognitiva*, permitia aos professores definir uma seqüência *ideal* de atividades cognitivas exigidas do aprendiz. Estas eram usadas no delineamento das instruções. Tal seqüência

ideal conduzia a incrementos na aprendizagem e permitia, aos professores, diagnosticar e prever o desempenho do estudante. A cadeia proposta consistia de quatro elos: característica dos gráficos, modelo de gráficos, perícia no desenho gráfico e na solução de problemas gráficos. Foram sujeitos da pesquisa 240 alunos, da 8ª série, divididos em oito classes. Quatro classes serviram de grupo controle e quatro constituíram o grupo experimental. A avaliação foi feita através de um instrumento de múltipla escolha. Os autores confirmaram a validade da proposta MBL, uma vez que os alunos melhoraram significativamente a habilidade para identificar tendências e extrair informação significativa dos gráficos.

Mokros e Tinker (1987) analisaram o impacto do uso do MBL na habilidade para interpretar gráficos, em alunos de 8ª séries. Para isso, desenvolveram dois estudos preliminares e um estudo longitudinal, com intervenção do MBL. O primeiro estudo tinha como objetivo examinar as habilidades gráficas dos alunos e as concepções errôneas, visando sua superação na intervenção, o que foi feito através de entrevistas clínicas com 25 sujeitos. As entrevistas seguiram o método de pensar em voz alta, que duraram de 20 a 40 minutos, onde foram apresentados seis itens aos sujeitos. O segundo estudo foi um exame observacional das formas como os sujeitos desenvolvem as habilidades gráficas através do MBL e para isso uma turma foi observada, durante cinco dias. O estudo longitudinal consistiu de vinte sessões, trabalhando calor e temperatura, som e movimento, ao longo de três meses, envolvendo 125 sujeitos. Segundo os autores, a instrução utilizando o MBL ajuda a corrigir as concepções erradas dos estudantes, melhorando substancialmente o desempenho. Para os autores, quatro características do MBL contribuem para isso: o uso de múltiplas modalidades do MBL, emparelhamento, em tempo real, dos eventos com seus gráficos simbólicos, bem como o fato de providenciar experiências científicas genuínas e eliminar o trabalho árduo da construção de gráficos. Esses autores detectaram um fenômeno que denominaram *desenho do evento*. Isto ocorre quando os sujeitos, ao invés de desenhar um gráfico relacionando as variáveis envolvidas, desenharam a situação do evento. Um exemplo seria o problema da bicicleta na montanha. Os sujeitos, ao invés de desenhar a velocidade em função da distância percorrida (mais lenta na subida, mais rápida na descida), elaboraram um desenho similar ao da montanha.

Já Berg e Smith (1994) estavam mais preocupados com a metodologia e instrumentação utilizada para avaliar as habilidades gráficas e o impacto do MBL no desenvolvimento das habilidades gráficas dos estudantes. Para os autores, algumas pesquisas utilizando MBL utilizam instrumentos que parecem ter problemas de validação, de modo que eles se propuseram a verificar a validade de instrumentos de escolha múltipla para avaliar habilidades gráficas. No primeiro estudo, 72 sujeitos da 7ª, 9ª e 11ª séries foram entrevistados clinicamente, de forma individual, visando avaliar suas habilidades para construir e interpretar gráficos. Uma ampla variedade de gráficos e situações foram avaliadas. Durante a entrevista, os estudantes desenharam gráficos que melhor representariam a situação em questão e, então, explicaram seus desenhos. Os resultados das entrevistas clínicas foram diferentes dos resultados das mesmas questões, avaliados por formatos de múltipla escolha em outros estudos. Adicionalmente, a compreensão do pensamento dos estudantes sobre gráficos revela que algumas questões de múltipla escolha de estudos anteriores e testes padronizados não discriminam entre respostas corretas/raciocínio correto, respostas corretas/raciocínio errado e respostas rotuladas de incorretas, mas com raciocínio válido. Esses resultados indicaram que em algumas instâncias as questões de múltipla escolha não são instrumentos válidos para avaliar a habilidade gráfica.

No segundo estudo, com o mesmo objetivo, os autores pesquisaram as seguintes questões: (a) o que pode ser apreendido sobre habilidades gráficas dos sujeitos quando eles desenham seus próprios gráficos, comparando-se tal avaliação com a que foi feita através de instrumentos de múltipla escolha?, (b) a metodologia para avaliar habilidades gráficas afeta a porcentagem de sujeitos que respondem corretamente? e (c) essa metodologia altera a porcentagem de sujeitos afetados pelo fenômeno *desenho do evento*? Foram sujeitos dessa pesquisa 1416 alunos da 8ª e 12ª séries, de escolas particulares e públicas. Os sujeitos foram agrupados em grupos de alta, média e baixa habilidade. Os instrumentos tinham três questões que solicitavam do estudante escolher o gráfico que melhor representasse a situação, com alternativas de escolha (múltipla escolha - ME) ou desenhar um gráfico que melhor representasse a situação (resposta livre - LR). Os sujeitos completaram ou o instrumento de múltipla escolha ou o de resposta livre. O instrumento livre foi pontuado

comparando-se a resposta do sujeito com as categorias das possíveis respostas que tinham sido identificadas no primeiro estudo. Os resultados mostraram uma diferença de 19% nas respostas corretas a favor do LR, o erro *desenho do evento* três vezes mais no instrumento ME, bem como diferenças significativas em relação a como o tipo de instrumento afeta vários níveis de habilidade e séries. Esses resultados mostram numerosas disparidades entre resultados de instrumentos de múltipla escolha e de respostas livres, colocando em xeque a validade dos instrumentos de múltipla escolha, bem como resultados de pesquisas utilizando esse tipo de instrumento.

Outros autores, na maioria estatísticos, estão preocupados com o desenvolvimento e aprimoramento de gráficos estatísticos, estudaram a eficiência de gráficos ou, baseados numa ampla revisão da evolução histórica dos métodos gráficos, propõem diretrizes e/ou o aprimoramento dos métodos gráficos, ou ainda, baseados na experiência de vida como professores de Estatística, propõem roteiros e tutoriais dentre outros.

A preocupação com a eficiência dos gráficos começou no início do século XX. Segundo Lewandowsky e Spence (1989a), um dos trabalhos mais antigos é o de Eells que, em 1926, publicou os resultados de uma pesquisa cujo objetivo era mostrar a superioridade do gráfico circular em relação ao gráfico de barras, inaugurando a conhecida controvérsia gráfico de barras versus gráfico circular. Desde aquele trabalho até hoje muitos pesquisadores têm abordado essa questão e ainda não existe consenso.

Fienberg (1979) fez uma breve revisão da história do desenvolvimento dos gráficos e das diretrizes para sua apresentação, fornecendo uma taxonomia simples, que pode ser utilizada para caracterizar o uso corrente de métodos gráficos (gráficos para propaganda, gráficos analíticos, gráficos enquanto substitutos de tabelas e gráficos para ilustração-decoração). Essa taxonomia foi utilizada pelo autor para descrever a evolução do uso de gráficos na principal revista de Estatística *Journal of the American Statistical Association-JASA* e na revista *Biometrika*. O autor revisou os avanços nos métodos de apresentação gráfica da época, bem como experimentos estatísticos com gráficos, concluindo que, antes de se chegar a uma teoria para os gráficos estatísticos, era preciso experimentação, ironizando o fato de que a Estatística é uma profissão que lida com delineamentos e análise

de experimentos, porém, até então, não se havia tido esse cuidado para avaliar a eficiência das formas gráficas, que levassem de fato ao julgamento preciso da informação a ser extraída.

Outros autores que revisaram o desenvolvimento e aprimoramento dos métodos gráficos, que melhoram a forma de como gráficos e tabelas podem ser utilizados para ajudar na descrição, análise, síntese e comunicação de dados, foram Wainer e Thissen (1981). Esses autores fizeram uma revisão dos diferentes tipos de gráficos para análise de dados, desde sua origem, descrevendo seus componentes e apresentando ilustrações dos mesmos: diagrama de ramo e folha, diagrama da caixa regular, diagrama da caixa modificado (*mid-gap*), rootograms suspensos, gráficos P-P e Q-Q, diagramas de dispersão, variantes do diagrama de dispersão, gráficos multivariados, tais como os rostos de Chernoff, gráfico estrela dentre outros. Quanto ao fruto dessa revisão, os autores apontaram a necessidade de mais experimentação com as inovações desenvolvidas, treinamento cuidadoso dos usuários no uso de gráficos, integração dos resultados com as outras disciplinas, *softwares* mais flexíveis e maior aceitação da apresentação gráfica. Observe-se que esse artigo foi publicado em 1981, hoje as duas últimas considerações já foram superadas.

De igual forma, Kruskal (1982) fez uma revisão de literatura sobre gráficos, abrangendo desde 1926 até 1982, com o objetivo de discutir os critérios que deveriam ser utilizados para avaliar a qualidade de um gráfico. Segundo esse autor, os critérios mais utilizados têm sido os critérios psicofísicos clássicos: tempo de reação (definido como velocidade de percepção), taxa de erro (diferença entre a área real e a área estimada) e memória. Todavia, esses critérios não parecem totalmente satisfatórios. Considerações estéticas guiadas pela preferência subjetiva dos usuários também formam outro tipo de critério. E aparece também o uso de formas particulares, como, por exemplo, gráficos para análise discriminante, acrescentando mais um critério. Provavelmente, compreensão, entendimento e descoberta seriam critérios mais atuais, porém esses são difíceis de serem definidos e operacionalizados.

Kruskal (1982), da mesma forma que Kosslyn (1985) e Pinker (1990), defende o critério de adequação do gráfico ao tipo de informação a ser extraída. O autor, baseado na revisão de literatura, sistematizou as seguintes conclusões. Quando o critério era tempo (velocidade de percepção) e o objetivo era procurar valores específicos, as tabelas pequenas foram mais eficientes; porém, se a tarefa era interpolação, as tabelas finas e compridas foram mais eficientes. Quando o critério era precisão da resposta, o pictograma foi superior ao gráfico de barras para dados simples; mas, quando os dados se tornaram mais complexos, o gráfico de barras foi superior. As tabelas foram mais eficientes na recuperação de informações específicas. Incrementar o número de itens no gráfico afeta negativamente a leitura de quantidades específicas, isso, porém, não afeta a leitura de tendências. Na tarefa de estimar comprimento e magnitudes relativas, os gráficos de barras foram melhores do que gráficos de linhas. O gráfico de barras horizontal é tão eficiente quanto o gráfico de barras vertical. Quando a tarefa era escolher o maior (ou menor) valor e comparar porcentagens, os gráficos de barras horizontais foram superiores às tabelas pequenas, que foram superiores às tabelas grandes, as quais, por sua vez, foram melhores do que textos em inglês.

Quanto à magnitude percebida, Kruskal (1982) cita o trabalho de F. E. Croxton e H. Stein, publicado em 1932, no qual eles comparam os erros na estimativa de áreas de barras, círculos, quadrados e volume de cubos, com dois objetos, na relação 2 para 1. A Figura 31 ilustra os erros de estimação. Em geral, o volume é subestimado e esse tipo de erro é maior em pessoas sem experiência. Embora utilizando legendas adequadas, pode-se chegar a estimações precisas.

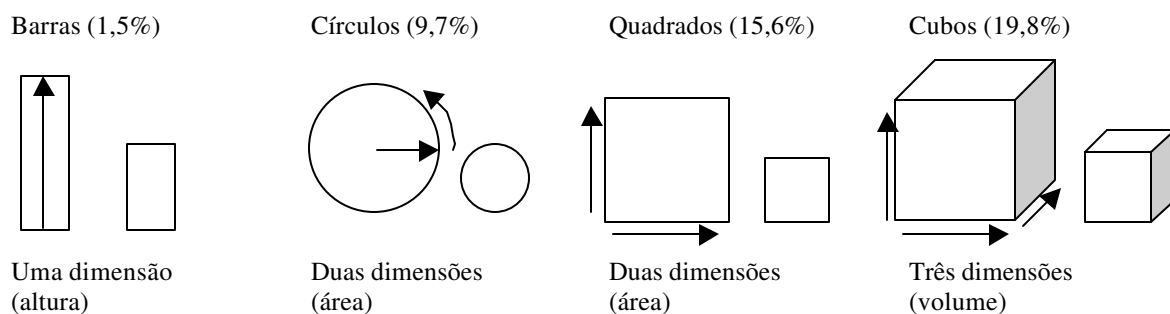


Figura 31. Erros de estimacão em gráficos segundo sua dimensão

Cleveland (1984), revisou e analisou 377 gráficos, em 37 artigos e 212 relatórios, do volume 207 (1980) da revista *Science*. O autor constatou que 30% dos gráficos possuíam erros. Os tipos de erros foram classificados como: erros de construo (escalas erradas, intervalos com diferente espaçamento, rótulos errados, itens omitidos); imagem degradada (alguns aspectos do gráfico estão faltando total ou parcialmente, por causa de uma reproduo ineficiente); explicao (algo no gráfico não está sendo explicado) e discriminao (símbolos não podem ser visualmente distinguidos por causa do desenho, tamanho ou cor). Além disso, Cleveland (1984) analisou 57 revistas científicas de quatorze áreas de conhecimento, revelando que as revistas da área de ciências naturais utilizam mais gráficos que as revistas das áreas de exatas e ciências sociais. O autor forneceu diretrizes tanto para o comit editorial das revistas quanto para os autores.

Spence e Garrison (1993) investigaram o uso dos diversos tipos de diagramas de dispersão utilizados em ciência, principalmente na área de astronomia, onde o diagrama de Hertzsprung-Russell influenciou profundamente a astronomia moderna e a teoria da evoluo estelar. Os autores, citando Tufte (1983), afirmaram que 75% dos gráficos utilizados em Ciência são diagramas de dispersão.

Outro autor que apresenta diretrizes para a construo de gráficos, embora de forma irônica,  Wainer (1984) que, inspirado no trabalho de Tufte (1983), mostrou que, ao longo do desenvolvimento de métodos gráficos, *maus* gráficos também têm sido desenvolvidos. O autor apresentou 12 regras que parecem estar subjacentes na construo de maus gráficos:

1) apresentar poucos dados quanto possível; 2) esconder o que os dados devem mostrar; 3) ignorar a metáfora visual; 4) somente a ordem importa; 5) colocar os dados do gráfico fora do contexto; 6) mudar a escala no meio do eixo; 7) enfatizar o trivial (ignorar o importante); 8) mudar a linha de base; 9) ordenar as categorias alfabeticamente; 10) rotular os componentes do gráfico de forma ilegível, incompleta, incorreta e de forma ambígua; 11) mais é confuso, logo, utilizar mais decimais, mais dimensões e, 12) se essas regras já eram utilizadas, pensar em outras formas de fazer isso. Apesar da forma irônica com que o autor apresenta essas 12 regras, os cuidados com elas levam à construção de gráficos corretos.

Já Mackinkley (in Lewandowsky e Spence, 1989a), desenvolveu uma descrição altamente formalizada da maneira como os gráficos devem ser construídos, bem como um programa de computador capaz de gerar automaticamente gráficos que satisfazem a dois critérios: expressividade e eficácia. *Expressividade* refere-se à fidelidade do gráfico na representação dos dados, ou seja, até que ponto os dados são transmitidos fielmente pela linguagem gráfica. *Eficácia* refere-se à capacidade de um gráfico transmitir uma mesma informação de forma mais precisa e rápida do que qualquer outro gráfico para esses mesmos dados. Esse autor se baseou nos trabalhos de Bertin (1967) e de Cleveland e McGill (1984a) e propôs uma ampliação das tarefas elementares de percepção desses últimos, incluindo o julgamento de níveis de cinza, saturação de cor, matizes de cor, textura e forma.

Já Cleveland e McGill (1984b) introduziram uma série de informações gráficas no diagrama de dispersão, a fim de torná-lo uma ferramenta mais eficiente e poderosa. Dentre as inovações se encontram os símbolos *sunflowers* (flores onde cada pétala representa uma observação, útil quando várias observações têm as mesmas coordenadas, superpondo-se), diversos tipos de marcadores visualmente discrimináveis, nuvens de pontos, suavização para as relações Y e X e suavização para distribuições bivariadas de X e Y. Essas inovações, segundo os autores, estão baseadas nos princípios gráficos gerais, porém não apresentam dados empíricos sobre a eficiência dessas sugestões.

Outros autores têm focalizado o uso de gráficos na análise de regressão e correlação. Dentre eles Mosteller, Siegel, Trápido e Youtz (1981), que desenvolveram um estudo, com alunos graduados e de pós-doutorado, cursando uma disciplina de Bioestatística, em nível introdutório, para verificar a habilidade de estimar o coeficiente de correlação ou para ajustar linhas, em diagramas de dispersão. Os resultados mostraram uma tendência para subestimar o coeficiente de correlação, bem como uma tendência dos sujeitos de ajustarem retas mais inclinadas ao primeiro componente principal (maior eixo) do que para a linha de regressão de Y em X.

Por outro lado, Denby e Pregibon (1987), baseados na experiência de lecionar análise de regressão em cursos de Estatística introdutória para usuários, propuseram o uso de diversos tipos de gráficos (ramo e folha, boxplot, *time-order plot*, diagrama de dispersão e gráfico de probabilidades) no diagnóstico da relação entre duas variáveis, para complementação da análise de regressão, sem enfatizar as formulas algébricas, tornando assim mais agradável o ensino desse tópico. De forma similar, Franklin (1992) utilizou gráficos para o ensino de conceitos mais complexos envolvidos na análise de regressão múltipla.

Já Bajgier, Atkinson e Prybutok (1989) descreveram os benefícios pedagógicos do uso de técnicas gráficas, utilizando o computador, no ensino de conceitos de regressão. Para isso utilizaram o software LINEFIT, que permite ao estudante ajustar visualmente um modelo de regressão simples, acessando diretamente os dados, *plotados* no sistema de coordenadas cartesianas, apresentados na tela do computador. A comparação desse ajuste visual com o ajuste produzido por métodos tradicionais, como o de mínimos quadrados ou o do mínimo absoluto, forneceu bases para a discussão do problema de ajuste de retas a um conjunto de dados. Os autores aplicaram essa técnica numa turma de 44 alunos de Mestrado em Negócios – MBA, que cursavam a disciplina de Estatística. Ao todo, 13 diagramas de dispersão foram trabalhados. Os resultados mostraram que esse tipo de trabalho melhora o entendimento dos conceitos e aumenta a motivação dos estudantes.

Quanto à pesquisa com outros tipos de gráficos, Benjamini (1988) sugeriu uma série de variações do diagrama da caixa (boxplot), nos quais os lados das caixas transmitem

informação sobre a densidade dos valores de um grupo. Porém, ao contrário da facilidade de cálculo do diagrama original, essas variantes requerem complexos cálculos, necessitando de um computador para sua operação. Para tanto, o autor elaborou uma rotina computacional disponível para microcomputadores.

Marasinghe, Meeker, Cook e Shin (1996) propuseram o uso de gráficos e simulação, utilizando computadores, para ensinar conceitos estatísticos. Os autores descreveram e ilustraram vários módulos instrucionais e um *software* correspondente desenvolvidos com o objetivo de auxiliar o professor, no ensino da disciplina Estatística Introdutória.

Outros autores, na maioria psicólogos, estão preocupados com os processos cognitivos envolvidos na leitura de gráficos. Nesse sentido, Coren e Girgus (1980) conduziram cinco experimentos, envolvendo os princípios de organização da Gestalt (proximidade, similaridade, fechamento e boa forma). Foram sujeitos da pesquisa 94 alunos da Universidade de Nova Iorque. Os instrumentos mostravam o estímulo organizado no campo visual, em unidades perceptuais ou grupos, segundo os princípios da Gestalt, seguido de estímulos fora desse padrão. Os resultados mostraram que os efeitos perceptuais não são somente de natureza organizacional, mas parecem ser acompanhados por uma distorção na relação espacial percebida no campo. A distância interior (dentro de uma unidade perceptual ou grupo) foi subestimada, em relação à distância exterior.

Já Simkin e Hastie (1987), baseados na teoria de processamento de informações relativa à compreensão de gráficos, analisaram a natureza dos processos que operam na decodificação da informação apresentada em um gráfico. Os autores partiram do pressuposto de que as pessoas têm expectativas genéricas sobre o tipo de informação que deve constituir-se na mensagem principal, em vários tipos de gráficos. Esses esquemas gráficos sugerem que o tipo de gráfico e o tipo de julgamento interagem determinando a precisão e rapidez da informação quantitativa extraída. Foram realizados dois experimentos tendo como sujeitos quarenta alunos de graduação em Psicologia. No primeiro experimento, os sujeitos olhavam gráficos e faziam um julgamento de discriminação seguido por um julgamento de comparação ou faziam um julgamento de proporção. Três

gráficos (barra simples, barras divididas e circular) foram apresentados na tela do computador, com tempo fixo. O segundo experimento era similar ao primeiro, porém não havia restrição no tempo. Os resultados confirmaram as previsões. Nas tarefas de comparação, o julgamento foi mais preciso quando requeria avaliar posição ao longo de uma escala comum (barras simples), teve uma precisão intermediária no julgamento de comprimento (barras divididas) e foi menos precisa no julgamento de ângulos (gráficos circulares). Ao contrário, nas tarefas de estimar proporções (em relação ao todo), julgamentos de ângulos (gráficos circulares) foram tão precisos quanto julgamentos de posição (barras simples) e mais precisos do que julgamentos de comprimento (barras divididas). Para explicar as interações encontradas, os autores propuseram processos elementares de informação envolvendo ancoragem, esquadri-nhamento, projeção, superposição e operadores de detecção, conforme ilustrado na Figura 32.

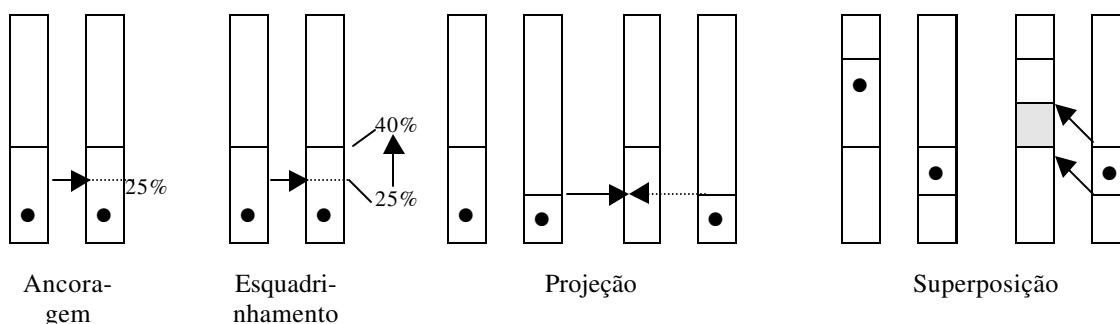


Figura 32. Processos elementares de informação segundo Simkim e Hastie (1987, p. 457)

Lewandowsky e Spence (1989b) realizaram dois experimentos cujo objetivo era detectar diferentes grupos num diagrama de dispersão, cada um representado por símbolos diferentes. Os autores compararam vários tipos de símbolos, como marcadores. Foram sujeitos da pesquisa alunos de graduação da Universidade de Toronto, sem treinamento formal em Estatística (novatos) e estudantes que pelo menos tinham recebido dois anos de treinamento em Estatística e delineamento experimental (expertos). Todos os sujeitos, 42 alunos, eram usuários regulares de técnicas estatísticas. Duas tarefas, com duas alternativas de escolha forçada, solicitavam aos sujeitos que decidissem qual dos dois grupos

comparados tinha, aparentemente, correlação mais alta. Os dois grupos foram indicados por símbolos diferentes. Os sujeitos foram mais rápidos em discriminar grupos codificados mediante utilização de diferentes cores e mais lentos quando se utilizavam letras confusas, embora não fosse encontrada diferença significativa no nível de precisão. A precisão só foi diferente quando o tempo foi restrito, sendo que os símbolos coloridos apresentaram mais eficácia que as letras confusas. Os autores concluíram que os símbolos coloridos são a melhor forma de codificação.

Spence (1990) criticou o fato de que muitos autores fazem uma série de recomendações para construir gráficos, apelando para às leis da Psicofísica, porém poucos realmente estimam, através de experimentação, o coeficiente da *Lei de Stevens*. Assim, o autor propôs avaliar a precisão de elementos gráficos utilizando essa metodologia. A tarefa era uma variante do método *constant-sum* de Metfessel-Comrey e o modelo associado estava baseado na Lei de Stevens. O estímulo foi um conjunto de dados apresentados em oito formas, uma tabela e sete gráficos (barra vertical, bastão vertical e horizontal, circular, disco¹⁰, cilindros e paralelepípedos. Os resultados mostraram que a tabela e os gráficos de uma dimensão possuíam coeficientes próximos da unidade, todavia os gráficos de duas e três dimensões *aparentes*¹¹ também tiveram o coeficiente próximo da unidade. Segundo o autor, os sujeitos tenderam a arranjar a dimensão *estranha*, que não carregava variação, mudando a dimensionalidade efetiva do estímulo. Os erros de julgamento foram pequenos. Contudo, observou-se que o estímulo era bastante simples, quando comparado com os estímulos utilizados por Cleveland e McGill (1984a), por exemplo.

De outra perspectiva, Leinhardt e outros (1990), fizeram uma revisão bibliográfica exhaustiva da pesquisa e das teorias relacionadas ao ensino e à aprendizagem de funções e à construção e interpretação de gráficos, na faixa etária de 9 a 14 anos. A revisão de literatura foi feita a partir de várias perspectivas. A primeira foi a análise de uma tarefa e sua apresentação, que incluía tópicos de foco, convenção de notação e ambigüidade de

¹⁰ Gráfico circular inclinado

¹¹ Por exemplo, um gráfico de barras é formado por retângulos (área, duas dimensões), porém expressa apenas uma dimensão, a altura. Se a esse gráfico for adicionado a profundidade (volume, três dimensões), o mesmo continua a expressar apenas a altura. Logo o gráfico tem uma dimensão aparente de duas e três dimensões respectivamente.

unidades e escala. Outra perspectiva foi considerar o aprendiz e o desenvolvimento da compreensão de gráficos e sua funcionalidade. Aprendizes têm intuições, concepções erradas e outras dificuldades em relação a gráficos e funções. Uma terceira perspectiva foi considerar como funções, gráficos e a construção de gráficos são ensinados na escola, bem como o impacto dos ambientes informatizados no ensino. Para os autores, a representação algébrica e a representação gráfica são dois sistemas de símbolos diferentes, que se articulam para construir e definir o conceito de função. Nem funções, nem gráficos, podem ser tratados como tópicos isolados. Eles são sistemas comunicativos, onde de um lado há uma construção e do outro uma organização das idéias matemáticas.

Berg e Phillips (1994) investigaram a relação entre a estrutura do pensamento lógico e a habilidade para construir e interpretar gráficos de linhas, na tradição da pesquisa piagetiana. Foram sujeitos da pesquisa 72 alunos de 7^a, 9^a e 11^a séries, aos quais foram administradas, de forma individual, tarefas para avaliar cinco estruturas mentais específicas (estruturas do espaço euclidiano – localização e deslocamento de objetos – mantendo estruturas de referência vertical/horizontal, localização de pontos em três dimensões, medidas multiplicativas, seriação multiplicativa e raciocínio proporcional). As habilidades gráficas foram avaliadas através da construção e interpretação de diversos tipos de gráficos, variando em conteúdo e dificuldade. Os resultados mostraram uma significativa relação entre o pensamento lógico e a habilidade gráfica. A seriação multiplicativa, a medida multiplicativa e a estrutura espacial euclidiana influenciam positivamente a habilidade gráfica. Sujeitos que mostraram evidências do raciocínio proporcional saíram-se melhor em muitas situações, incluindo a escolha da parte do gráfico com a maior taxa de mudança. Localização de pontos no gráfico sem linhas de grade foi relacionada a estruturas verticais de referência. Estudantes que não possuíam estruturas do pensamento lógico foram mais susceptíveis de ser dependentes e influenciáveis por interpretações perceptuais e menos capazes para interpretar ou construir gráficos de forma correta.

Shah e Carpenter (1995) examinaram as limitações conceituais que influenciam a representação mental de um conjunto de dados de três variáveis contínuas. Tais dados podem ser colocados num gráfico de duas maneiras, dependendo da variável descrita no

eixo X e do parâmetro na curva (a variável Z). Os resultados de vários estudos indicaram que a representação interna do leitor de um gráfico, expressa informação quantitativa funcional da relação X-Y (tal como, Y decresce exponencialmente quando X aumenta). Ao contrário, a informação Z-Y é representada ordinalmente ou, às vezes, nominalmente. Essa diferença na representação mental das variáveis ficou evidente quando os leitores descreveram ou interpretaram gráficos de linhas ou julgaram a equivalência de gráficos sucessivamente apresentados. A diferença persistiu, a despeito da precisão de codificação do leitor, do padrão visual do gráfico, como indicado pela precisão na reprodução desses a partir da memória. De acordo com os autores, os leitores raramente formavam uma representação integrada das três variáveis, mesmo quando eram explicitamente instruídos para isso. Os padrões das linhas X-Y podem automaticamente ativar conceitos quantitativos, enquanto que os leitores podem não estar familiarizados com interpretação quantitativa de padrões Z-Y.

Tanever (1996) observou que professores do Ensino Fundamental e mesmo alunos do curso de graduação em Matemática confundiam o gráfico de barras e o histograma, utilizando este último de forma errônea. A autora analisou livros-textos de Matemática, no tópico referente a gráfico de barras e verificou que, na definição, alguns autores recomendavam deixar espaços entre as barras e outros não, outros sugerem deixar espaços apenas para variáveis qualitativas e não para as quantitativas. A autora forneceu definições tanto para o gráfico de barras quanto para o histograma. Feu (1996), debatendo com Tanever (1996), afirmou que mais que definir um gráfico, deve-se analisar a relevância de seu propósito, ou seja, quando deve ser utilizado um gráfico de barras ou um histograma. É freqüente serem encontradas inconsistências na apresentação de dados estatísticos e uma delas é a utilização do histograma para a representação de variáveis discretas, como, por exemplo, número de filhos por mulher. Além disso, a autora forneceu sugestões da maneira como devem ser elaborados os títulos desses gráficos. Para a autora, o gráfico de barras deveria ser utilizado para ilustrar freqüências e o histograma para ilustrar distribuições.

Mevareck e Kramasky (1997) investigaram as concepções e as *concepções alternativas* dos alunos em relação à construção de gráficos. Participaram do estudo 92

alunos, da 8ª série, selecionados aleatoriamente em duas escolas, que foram testados antes e depois de serem expostos a um treinamento formal sobre gráficos. A análise qualitativa das respostas dos estudantes identificou três tipos de *concepções alternativas*: construir um gráfico inteiro como um único ponto; construir uma série de gráficos, cada um representando um fator dos dados, e conservar a forma (crescente ou decrescente) sob todas as condições. Alguns sujeitos mostraram possuir idéias estereotipadas de um gráfico, por exemplo, utilizaram setas ou degraus para representar a direção de covariação e conectaram as marcas nos eixos com as linhas ou curvas do gráfico. Análises quantitativas dos dados indicaram que os estudantes não entram na situação de aprendizagem como *tabulas rasas*. No pré-teste, quase um quarto dos estudantes construíram corretamente gráficos representando funções crescentes, constantes, curvilíneas e decrescentes, sendo maior o número de sujeitos que representaram corretamente pelo menos um tipo de função. Maiores análises mostraram a estabilidade e mudanças nas concepções alternativas depois que os estudantes foram expostos à instrução formal sobre gráficos. A importância desses resultados reside no fato de que se deve examinar o ponto de partida da aprendizagem dos alunos, conhecer essas concepções, a fim de delinear estratégias de superação desses vieses. As autoras verificaram, também, que os processos de interpretação e de construção de gráficos são processos diferentes, sendo que o processo de construção é mais difícil, uma vez que se tem que gerar algo novo. Além disso, salientam o papel da instrução sobre gráficos fora da escola, através da mídia, que pode formar preconceitos ou concepções alternativas.

Segundo Roth e McGinn (1997), os enfoques tradicionais concebiam gráficos como o conhecimento representado na mente dos alunos. Tais enfoques levavam a dois problemas comuns, o primeiro relacionado com avaliação: *como medir variações de desempenho através de contextos e tarefas?* e, o segundo, que *atribui as dificuldades ao aparato cognitivo “deficiente” dos estudantes*. Fundamentados em resultados de pesquisas baseadas na teoria da *cognição situada*, os autores propuseram uma perspectiva alternativa, que concebia a construção de gráficos como uma prática observável para atingir objetivos específicos. Esta perspectiva enfatizou a natureza do gráfico como *objeto semiótico* (o gráfico assim como a palavra é um objeto semiótico independente cuja relação com o

fenômeno foi estabelecido por um árduo trabalho de convenção), *instrumento retórico* (os cientistas utilizam gráficos em conjunção com textos para exprimir facilmente seus resultados) e como *instrumentos consensuais* utilizados pela comunidade científica, que permite a interação entre os cientistas. Essa mudança de perspectiva eliminou os dois problemas assinalados. A razoabilidade e utilidade da nova perspectiva é ilustrada de três maneiras. Primeiro, os autores mostraram que o sucesso e falha de vários currículos de gráficos começam a ser entendidos em termos da presença ou ausência da dimensão social. Segundo, com a presente perspectiva se tornam necessárias novas formas de avaliação. Terceiro, a perspectiva prática sobre gráficos leva a diferentes ambientes de aprendizagem e a um novo foco para conduzir pesquisa, centrado no estudante e em contextos de pesquisa participativa.

Concluindo, a análise dos estudos constantes da revisão da literatura, permitem afirmar que os gráficos, de fato, vêm ganhando espaço nas pesquisas, fazendo jus ao espaço conquistado nos meios de comunicação, tanto científica quanto de massas, demonstrando sua relevância enquanto objeto de pesquisa.

Os trabalhos aqui apresentados de maneira resumida podem ser classificados em três grandes áreas, de acordo com a área a qual pertencem o(s) pesquisador(es).

Em um primeiro grupo estariam os estudos conduzidos por estatísticos e mostram uma maior preocupação com a busca de novos métodos gráficos ou aperfeiçoamento dos já existentes. Alguns recorreram a uma fundamentação teórica mais sólida; outros à revisão histórica da evolução dos gráficos e ao bom senso a respeito da maneira como devem ser construídos. Outros recorreram à experimentação, embora nem sempre evidenciam estar sustentados por uma teoria subjacente. Ainda outros sistematizaram suas experiências no ensino de gráficos propondo diretrizes e tutoriais, alguns sem embasamento teórico e/ou empírico. Observa-se que o foco destes pesquisadores é o método gráfico e a avaliação do nível de precisão do leitor. Geralmente, esses pesquisadores atuam no Ensino Superior e os sujeitos dos estudos são estudantes universitários.

Em um segundo grupo, as pesquisas conduzidas pelos psicólogos, aparentemente mostram maior preocupação com os processos cognitivos, geralmente estão baseadas em teorias consolidadas e apresentam evidências empíricas.

Em terceiro lugar, estariam aqueles trabalhos conduzidos pelos educadores, mais preocupados com o ensino de gráficos em Ciências no Ensino Fundamental e a influência dos ambientes informatizados.

A análise da literatura mostrou, ainda, a necessidade de se seguir pesquisando os vários aspectos relacionados à aprendizagem, ao ensino e ao uso de gráficos. Além disso, é desejável também o estabelecimento de parcerias entre estatísticos, psicólogos e educadores, objetivando promover estudos que busquem soluções para os diversos problemas que dificultam a compreensão de gráficos.

CAPÍTULO IV

A TEORIA DE HABILIDADES MATEMÁTICAS DE KRUTETSKII

4.1 A teoria de habilidades matemáticas de Krutetskii

O psicólogo russo Vadim Andreevich Krutetskii e seus colaboradores desenvolveram um amplo programa de pesquisa, entre 1955 e 1966, visando estudar a estrutura das habilidades matemáticas, cujos resultados foram compilados em uma monografia, publicada no ocidente, em 1976, no livro *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*.

A estrutura e o desenvolvimento das habilidades matemáticas foram estudados através de pesquisa experimental e complementados por métodos não experimentais, tais como a observação dos alunos durante as aulas (às vezes em casa); discussões com os alunos, pais, professores e amigos; os pais observaram cuidadosamente seus filhos de acordo com instruções especiais; bem como o estudo da personalidade da criança (persistência, diligência, iniciativa etc.) e desempenho em outras disciplinas, coletados através de questionários e entrevistas.

O método básico da pesquisa experimental foi a análise do processo de solução dos problemas experimentais por alunos que estavam em diferentes níveis de desenvolvimento. A idéia principal do estudo experimental era *se a solução de um problema é produto das características do problema em si e das características do sujeito que o soluciona* (Krutetskii, 1976, p. 89), então deve-se estabelecer fatores em sucessão, oferecendo o mesmo problema para diferentes sujeitos e diferentes problemas para um mesmo sujeito.

Depois de vários ensaios, foi delineado um sistema para expor as características da atividade mental de alunos com vários graus de habilidade matemática. O sistema sofreu modificações ao longo da experimentação. Ao todo foram construídas 26 séries, contendo 79 testes, cada um com um número variável de exercícios (22 aritméticos, 17 algébricos, 25 geométricos e 15 de outro tipo).

Segundo Krutetskii (1976), apesar do número grande de problemas, o sistema não faz demandas excessivas de tempo e esforço. Os testes seguiram o método *staircase*, isto é, iniciavam-se com um problema simples, acessível a todos os alunos e, gradualmente, a complexidade aumentava. As provas foram aplicadas individualmente, seguindo a estratégia de *think aloud*, pela qual os sujeitos solucionavam os problemas em voz alta, complementados pela auto-observação.

Para Krutetskii (1976), habilidades seriam as qualidades internas das pessoas, que permitem a elas realizar uma determinada atividade ou tarefa com sucesso. O conceito de habilidade refere-se às esferas sensorial, cognitiva e motora, incluindo aspectos como percepção, atenção, memória, imaginação e pensamento.

A habilidade é um fenômeno interno, complexo, resultante da interação de múltiplos componentes que, para serem estudados, requerem que se estude as ações do sujeito durante a execução da atividade.

Krutetskii (1976) acreditava nas diferenças individuais, que explicavam as diferenças quantitativa e qualitativa nas habilidades para realizar atividades específicas. Essas diferenças, segundo o autor, devem-se à presença de pré-condições inatas – *inclinações* – que seriam condições internas dos indivíduos, as quais favorecem o desenvolvimento das habilidades. Assim, as inclinações teriam características inatas e constituiriam condições necessárias, mas não suficientes, para o desenvolvimento de habilidades. Ou seja, nenhum esforço substitui o talento, porém combinado com o talento produz bons resultados (Araújo, 1999).

Conseqüentemente, as habilidades têm natureza sócio-histórica e só se desenvolvem no processo social de apropriação da cultura, em interação com o meio. Porém, as diferenças individuais, qualitativa e quantitativa, existem e devem ser conhecidas e diagnosticadas, a fim de se poder formular objetivos educacionais adequados.

Assim, sob condições adequadas e com graus diferentes de esforço, qualquer pessoa poderá vir a ter um desempenho conveniente em qualquer área. Entretanto, o desempenho

característico da chamada *genialidade* só poderá ser atingido por pessoas que apresentem uma pré-disposição biológica determinada.

Para Krutetskii (1976), a prontidão ou a capacidade de realizar com sucesso uma atividade ou tarefa depende da habilidade do indivíduo, que é uma condição necessária, porém não suficiente; para tanto são ainda necessárias outras condições psicológicas, tais como a atitude frente à atividade, os traços de personalidade, o estado mental, bem como os conhecimentos, destrezas e hábitos, sendo que estes três últimos, segundo o autor, são adquiridos, enquanto que as habilidades são desenvolvidas (ver Figura 33).

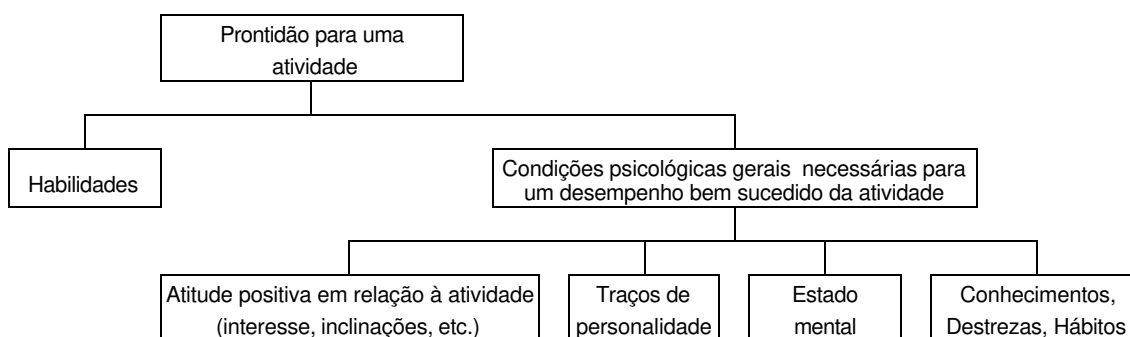


Figura 33. Modelo teórico da prontidão para uma atividade, segundo Krutetskii (1976, p.74)

Assim, a habilidade está relacionada aos traços psicológicos de uma pessoa, enquanto destreza e hábito estão relacionados às características psicológicas da atividade. As habilidades permitem que os conhecimentos, as destrezas e os hábitos sejam dominados com maior facilidade e mais rapidamente.

Centrando o modelo para a aprendizagem matemática, o sucesso nesta atividade dependeria, então, da habilidade matemática do aluno, da atitude com relação à matéria, da personalidade, do estado mental e fundamentalmente dos conhecimentos, destrezas e hábitos matemáticos adquiridos ao longo da escolarização.

Para Krutetskii (1976) as habilidades matemáticas tem as seguintes características:

1. Especificidade: as habilidades são para uma determinada atividade específica e se manifestam durante a execução dessa atividade;

2. Dinamicidade: a habilidade é um conceito dinâmico. As habilidades matemáticas são formadas e estão sempre sendo desenvolvidas nas atividades matemáticas;
3. Periodicidade: existem períodos mais favoráveis para desenvolver certos tipos de habilidades;
4. Complexidade: o progresso em uma atividade matemática não depende de uma habilidade específica mas de um conjunto complexo de habilidades combinadas e
5. Compensação: ocorrendo deficiência em uma habilidade específica, esta pode ser compensada por outra habilidade.

Logo, para se inferir a habilidade matemática é preciso analisar o processo executado pelo indivíduo durante a atividade e não apenas os resultados, que avaliam apenas os conhecimentos, as destrezas, as experiências e o resultado do ensino. Muitas vezes, resultados iguais podem ter sido produto de processos mentais diferentes e não necessariamente significam a presença da habilidade.

Por conseguinte, para Krutetskii (1976, p.76), a habilidade matemática *é uma síntese única de propriedades, uma qualidade integral da mente, incluindo diversos aspectos mentais e desenvolvida durante a atividade matemática*. Essa formação mental é complexa em sua estrutura e para estudá-la é preciso estudar seus componentes individuais, a fim de conhecer aspectos específicos da mesma, isto sem perder de vista como esses componentes se interligam e formam o todo.

Para Krutetskii (1976) a estrutura de habilidades matemáticas pode ser percebida a partir da execução de tarefas que envolvam atividades matemáticas.

Existem três estágios básicos na atividade mental durante a solução de problemas matemáticos (Krutetskii, 1976, p. 350):

1. **Obtenção da informação matemática.** Habilidade para formalizar a percepção do material matemático e para compreender a estrutura formal do problema.
2. **Processamento da informação matemática.** Onde vários componentes são evidenciados podendo ou não interagir entre si.

3. **Retenção da informação matemática.** Esse estágio admite a existência de uma memória matemática (memória generalizada para relações matemáticas, tipos característicos, esquemas de argumentos e provas, métodos de solução dos problemas e tipos de abordagem utilizadas).

A cada um desses estágios corresponde uma ou várias habilidades matemáticas, constituídas por componentes, sendo que esses componentes se relacionam segundo um modelo estrutural hierárquico (Figura 34), onde cada fator corresponde a um dos estágios básicos da atividade mental durante a solução de problemas matemáticos, além de um componente geral que é identificado como **componente sintético** (Neumann, 1995).

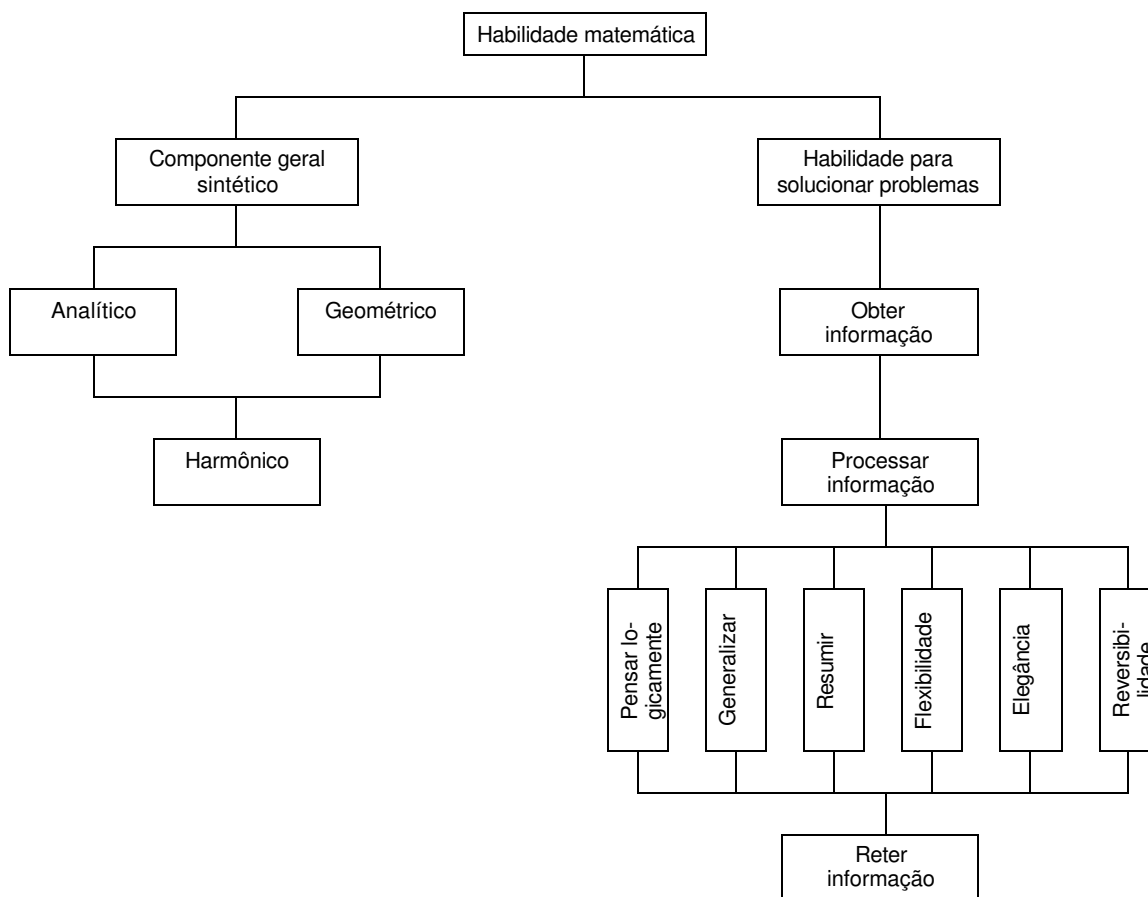


Figura 34. Modelo teórico da estrutura de habilidades matemáticas, segundo Krutetskii (1976)

Para Krutetskii (1976), o segundo estágio, o do processamento de informações, é composto por:

- a) habilidade para **pensar logicamente** na área das relações espaciais e quantitativas, números e símbolos alfabéticos e habilidade para pensar em símbolos matemáticos;
- b) habilidade para **generalizar** de forma abrangente e rápida os conteúdos matemáticos, as relações e as operações;
- c) habilidade para **resumir** os processos matemáticos e os sistemas correspondentes de operações, além da habilidade para pensar através de estruturas curtas e eficientes;
- d) **flexibilidade** dos processos mentais na atividade matemática;
- e) inclinação para a clareza, simplicidade, economia e racionalidade da solução: **elegância**;
- f) habilidade para uma rápida e livre reconstrução do processo mental (**reversibilidade** dos processos mentais no raciocínio matemático).

De acordo com Neumann (1995, p. 83), o **componente geral sintético** refere-se ao tipo de mente ou pensamento matemático, que para Krutetskii (1976) era a qualidade matemática da mente. A mente matemática difere substancialmente de um sujeito para outro; pessoas mais habilidosas em um ou mais componentes podem apresentar fragilidade em outros componentes, dando origem a configurações distintas da mente matemática, sendo predominantes aquelas com preponderância de inclinações para os componentes lógico-verbais e aquelas que se inclinam na direção dos componentes viso-figurativos. Baseado nessas inclinações, Krutetskii (1976) classificou as mentes matemáticas em três grupos:

- i) a mente de tipo **analítica**: que se caracteriza pela predominância dos componentes lógico-verbais. As pessoas que possuem este tipo de mente operam com grande facilidade esquemas abstratos, sem suporte visual para perceber objetos ou modelos durante a solução de problemas; mesmo no caso do problema ser enunciado através de figuras ou desenhos, estes tendem a representar o enunciado em termos lógico-verbais;

- ii) a mente do tipo **geométrico (viso-pictórica)**: que se caracteriza pela predominância dos componentes viso-figurativos. As pessoas que possuem este tipo de mente precisam representar os problemas através de esquemas e figuras. Para esses sujeitos, as figuras substituem a lógica e, na solução de problemas, necessitam criar suportes visuais, visualizar objetos ou diagramas. Além disso, são marcadas por um forte desenvolvimento de conceitos espaciais e
- iii) a mente do tipo **harmônico**: caracteriza-se pelo equilíbrio no domínio dos esquemas abstratos e das representações visuais; as pessoas desse tipo, dependendo do problema, buscam a melhor forma de solucioná-lo, podendo ou não se valer de representações geométricas. Apresenta dois subtipos:
 - a. Subtipo **harmônico abstrato**: pode usar suportes visuais na solução de problemas, mas prefere não fazê-lo, e
 - b. Subtipo **harmônico pictorial**: pode usar suportes visuais na solução de problemas, e prefere fazê-lo

Essa classificação foi baseada em estudos de indivíduos talentosos em Matemática, nos quais o componente lógico verbal era muito forte, acima da média, e fortes nos três tipos de mente. Ou seja, o componente lógico-verbal do pensamento é *sine qua non* da atividade matemática, determinando seu nível. Já o componente viso-pictórico do pensamento não é um componente apenas para usar, mas inclui a preferência por seu uso. Esse componente determina o tipo da habilidade matemática, sendo seu uso não obrigatório (Presmeg, 1986a, 1992).

Além disso, Krutetskii (1976) salientou que não existem tipos puros, mas combinações desses tipos de mentes, ressaltando que esses tipos diferentes não se devem apenas a diferenças psicológicas, mas também às diferentes áreas da Matemática. Observa-se que o autor não apontou *inabilidade absoluta em matemática*; os alunos normais devem ser capazes de acompanhar, com maior ou menor sucesso, os trabalhos de matemática solicitados nas escolas.

Segundo Presmeg (1986a), a importância do trabalho de Krutetskii (1976) recai na distinção entre o *nível* da habilidade matemática, determinada fortemente pelo componente lógico-verbal do pensamento, e o *tipo* da genialidade matemática, determinado fortemente pelo componente viso-pictórico. No caso do componente viso-pictórico, não é apenas a habilidade para usá-lo, mas a preferência pelo seu uso, o que determina o tipo de talento matemático do indivíduo (Presmeg, 1986a, p. 299). O nome *mente geométrica* dado por Krutetskii (1976) mostra como o autor tentava classificar a mente dos estudantes em duas categorias: algébrica e geométrica.

Krutetskii (1976) reconheceu a importância da habilidade para conceitos espaciais na Geometria e na Matemática. Estudou o pensamento de 34 alunos capazes e concluiu que a habilidade para visualizar relações matemáticas abstratas e a habilidade para conceitos de geometria espacial não são componentes necessários na estrutura de habilidades matemáticas, embora sua força ou fragilidade determine o tipo de talento matemático (Presmeg, 1986a).

4.2 A pesquisa sobre habilidades matemáticas do grupo PSiem

O Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática – PSiem tem como um dos seus eixos a pesquisa sobre habilidades matemáticas, inspiradas na teoria de Krutetskii. Vários trabalhos têm sido e vem sendo desenvolvidos. Dentre os já concluídos podem ser citados: as teses de doutorado de Araújo (1999), Utsumi (2000) e Vendramini (2000) e as dissertações de Mestrado de Alves (1999), Neumann (1995), Oliveira (1998) e Spalletta (1998). A seguir será apresentado um resumo desses trabalhos.

Neumann (1995) estudou as relações entre o conceito de automatismo da teoria triádica de inteligência de Sternberg e o conceito de pensamento resumido da teoria de habilidades matemáticas de Krutetskii, objetivando verificar se esses conceitos referem-se a um mesmo construto ou se são construtos distintos. O autor selecionou 69 alunos da Licenciatura da Faculdade de Educação da UNICAMP, que foram submetidos a uma prova de Raciocínio Verbal do Teste de Aptidões Específicas (DAT), um teste de raciocínio matemático baseado na teoria de Krutetskii, três testes para avaliar a habilidade para

automatizar o processamento de informações e testes para avaliar a habilidade para pensar em estruturas abreviadas. O referido autor verificou que esses dois conceitos se referem a fenômenos distintos.

Spalletta (1998) estudou a reversibilidade do pensamento, que é um dos componentes da habilidade matemática, em 91 alunos do curso de Engenharia Elétrica da UNICAMP que cursavam a disciplina Cálculo Diferencial e Integral. Os sujeitos responderam a um questionário, cujo objetivo era identificar algumas variáveis e um teste composto por 24 pares de problemas matemáticos, nas ordens direta e reversa, aleatorizados, da série XVII de Krutetskii. Os resultados do teste de reversibilidade foram correlacionados com as notas na disciplina e foi verificado que os alunos com bom desempenho na disciplina de Cálculo tiveram um desempenho satisfatório no teste de reversibilidade, evidenciando relação entre eles.

Oliveira (1998) estudou as habilidades espaciais subjacentes às atividades de discriminação e composição de figuras planas, utilizando o *tangram* e *tegram*. Foram sujeitos da pesquisa nove alunos, da sexta série do Ensino Fundamental, três dos quais trabalharam apenas com o tangram em papel, três apenas com tangram no computador e três com os dois sistemas. A autora utilizou o conceito de habilidade matemática de Krutetskii e os trabalhos de del Grande para estabelecer as categoria de análises referentes à percepção espacial. Os sujeitos foram entrevistados clinicamente e o método utilizado para obter as respostas foi o de *pensar em voz alta*. A análise dos procedimentos mostrou que mesmo as atividades aparentemente simples envolvem uma grande variedade de componentes da percepção espacial, que, de um lado, provoca o questionamento da aparente trivialidade que se pode atribuir a elas e, de outro, o incentivo à sua utilização em situações didáticas nas quais se pretenda focalizar e desenvolver a percepção espacial.

Alves (1999) realizou um estudo para verificar a influência do desenvolvimento de alguns componentes da habilidade matemática na solução de problemas aritméticos em estudantes do Ensino Médio. Na primeira etapa, a autora investigou a autopercepção e o desempenho na solução de problemas aritméticos, em 53 alunos concluintes do Ensino Médio de uma escola particular e uma pública, no interior de São Paulo. Na segunda etapa,

acompanhou nove alunos, que foram classificados segundo seu desempenho, analisando os componentes: habilidade para perceber relações e fatos concretos no problema, habilidade para formar generalizações *encurtando* o raciocínio e a memória matemática, além do raciocínio verbal e das atitudes em relação à matemática. Dentre os principais resultados, a autora observou que os sujeitos enfrentam maior dificuldade no primeiro estágio da solução do problema, ou seja, na obtenção da informação matemática a partir do enunciado verbal. Na segunda etapa, a autora verificou não haver relação entre os componentes estudados e a solução dos problemas aritméticos estudados, provavelmente essa solução deve estar relacionada a outros componentes ou a outros fatores.

Já Araújo (1999) estudou a relação entre a escolha profissional e a habilidade e atitudes em relação à matemática, focalizando a álgebra, através da forma como os alunos, com diferentes níveis de habilidades matemáticas de diferentes áreas de conhecimento (exatas, biológicas e humanas) resolviam problemas dessa natureza. A autora trabalhou com 145 alunos concluintes do Ensino Médio, tanto da escola pública, quanto particular, da cidade de Campinas-SP (que indicaram a área de conhecimento do curso em que pretendiam prestar vestibular) e 233 alunos universitários do primeiro ano de uma universidade particular da mesma cidade. Como instrumentos, Araújo utilizou uma escala de atitudes em relação à Matemática, dez questões gerais de Álgebra, uma série de problemas algébricos da série XX de Krutetskii, além de um questionário, visando levantar as variáveis demográficas. Dentre os principais resultados, Araújo encontrou que o desempenho nos problemas algébricos dos alunos da área de exatas foi superior ao desempenho dos alunos de biológicas, que, por sua vez, tiveram desempenho superior aos de humanas, embora essas diferenças fossem bem mais acentuadas no Ensino Superior e mais leves no Ensino Médio. A mesma trajetória foi observada nas atitudes em relação à Matemática, no Ensino Médio, porém não no Ensino Superior, onde os alunos de biológicas apresentaram atitudes ligeiramente mais negativas do que os de humanas. Esses resultados indicam que, de certa forma, a habilidade matemática interfere na escolha do curso, certamente dentro das restrições sócio-econômicas, que devem ser o fator determinante. Também se pode inferir que, no Ensino Médio, as atitudes parecem ser mais influentes do que o desempenho em matemática. No Ensino Superior, a explicação pode

residir no fato de que alunos de biológicas têm de enfrentar matemática avançada, já os alunos de humanas não têm nenhuma disciplina de Matemática, referenciando-se à Matemática como aquela do cotidiano. Araújo também analisou os procedimentos executados por alunos capazes, médios e menos capazes na solução dos problemas algébricos, observando que aqueles menos capazes não utilizavam os procedimentos algébricos, recorrendo a estimativas ou realizando apenas operações com os números do enunciado. A autora observou que os erros cometidos pelos sujeitos deveram-se a erros conceituais, bem como ao uso incorreto das propriedades ou operações algébricas.

Vendramini (2000) estudou as relações entre a habilidade matemática, as atitudes em relação à Estatística e a aprendizagem de conceitos estatísticos. Foram sujeitos da pesquisa 319 alunos de diversos cursos de graduação de uma universidade particular do interior de São Paulo, matriculados em disciplinas de Estatística. Como instrumentos foram utilizados um questionário informativo, uma escala de atitudes em relação à Estatística, um teste estatístico e um teste matemático baseado nas séries I, II e III de Krutetskii, que visavam a obtenção da informação matemática. Dentre os principais resultados, a autora verificou que poucos sujeitos conseguiram identificar características do conceito de Estatística, embora a maioria reconheça sua importância e utilidade. Sujeitos com atitudes positivas identificaram pelo menos uma utilidade da Estatística. As correlações entre as variáveis estudadas foram significativamente diferentes de zero e positivas, ou seja, atitudes mais positivas, melhor desempenho, tanto em Matemática, quanto em Estatística. A autora concluiu que se faz necessário a adoção de estratégias de ensino que desenvolvam as habilidades matemáticas e que se busque tornar as atitudes mais positivas, para assim melhorar a aprendizagem da Estatística.

Utsumi (2000) estudou a influência do gênero, estabilidade das atitudes e alguns componentes da habilidade matemática envolvidos na solução de problemas algébricos. Foram sujeitos da pesquisa 256 alunos da sexta, sétima e oitava séries do Ensino Fundamental, de uma escola da rede pública do Estado de São Paulo, os quais responderam um questionário para caracterização, uma escala de atitudes em relação à Matemática e um teste matemático. A partir dos resultados no teste matemático foram selecionados os alunos

com melhor desempenho em cada série, que foram submetidos a uma bateria de testes algébricos com a finalidade de investigar os seguintes componentes da habilidade matemática: percepção, generalização, flexibilidade de pensamento, reversibilidade dos processos mentais, encurtamento de raciocínio, compreensão, raciocínio e lógica, memória matemática e tipo de habilidade matemática. Os resultados indicaram que as variáveis série, reprovações, compreensão dos problemas matemáticos e autopercepção de desempenho estavam relacionadas com a atitude e com o desempenho no teste matemático. O hábito de estudo se relaciona apenas com as atitudes e o gênero apenas com o desempenho, sendo que os meninos têm um desempenho superior ao das meninas. A análise dos protocolos dos sujeitos considerados mais capazes em Matemática, durante a solução de problemas algébricos, mostrou que os mesmos não eram capazes de solucionar os problemas propostos, que evidenciariam, efetivamente, a habilidade matemática desses sujeitos.

4.3 Revisão de bibliografia

Kulm e Bussmann (1980) elaboraram um modelo baseado na habilidade na solução de problemas matemáticos. Segundo os autores, Krutetskii propôs um modelo da estrutura das habilidades matemáticas, especificando apenas os estágios da solução de problemas – obter, processar e reter informação matemática – mas não relacionou esses estágios com as habilidades específicas correspondentes, de modo que os autores elaboraram um modelo que tenta superar essa lacuna.

Bishop (1980) fez uma revisão bibliográfica sobre a pesquisa de dois construtos: habilidade espacial e Educação Matemática. Para o autor, Krutetskii fez três contribuições importantes na Educação Matemática: a) desenvolveu um conjunto de tarefas, que incluem problemas *envolvendo um alto grau de pensamento espacial*, fazendo valiosas conexões entre a habilidade espacial e a Matemática; b) documentou vários casos de alunos, bons em Matemática, que usavam predominantemente idéias espaciais na solução de problemas, e c) mostrou um exemplo de método e estilo de pesquisa, muito diferente dos métodos tradicionais da Psicometria e da teoria desenvolvimentista.

Lean e Clements (1981), baseados nos tipos de mentes de Krutetskii, advogam a necessidade de que pesquisadores da Educação Matemática conduzam pesquisas, a fim de esclarecer as implicações das teorias de processamento de informações para o ensino e aprendizagem de Matemática. Os autores pesquisaram a relação entre a habilidade espacial, a imagem visual e o desempenho em Matemática em 116 estudantes universitários. Administraram testes matemático e espacial e, os estilos de processamento foram acessados através de um instrumento desenvolvido na Austrália. Os resultados indicaram que alunos que preferiam processar a informação de forma lógico-verbal tendiam a ter melhor desempenho no teste matemático que os estudantes com inclinações mais visuais. A análise fatorial e a de regressão múltipla mostrou que existem diferentes traços cognitivos associados com o processamento de informação matemática. Por outro lado, a habilidade espacial e o conhecimento espacial tem menos influência no desempenho matemático do que poderia ser esperado, segundo a revisão de literatura feita pelos autores.

Presmeg (1986a), estudou a relação entre a visualização e o talento matemático, observando que dentre os alunos talentosos em Matemática, no Ensino Médio, poucos deles são visualizadores. A autora utilizou o modelo proposto por Krutetskii (1976), segundo o qual todos os problemas matemáticos envolvem raciocínio ou lógica para sua solução e, além desse requerimento, a presença ou ausência da imagem visual como parte essencial do trabalho, determinando se o método foi visual ou não. Na pesquisa, a autora solicitou a 13 professores de Matemática que indicassem os melhores alunos da classe. De 277 alunos, sete foram selecionados. Foi aplicado um teste de visualização matemática e todos eles obtiveram pontuação abaixo da mediana, indicando que os sujeitos indicados como os melhores quase sempre eram não-visualizadoras. Esses resultados coincidem com os encontrados por Krutetskii (1976), que estudou nove crianças talentosas em Matemática, das quais apenas uma, Borya G., foi classificada como tendo a mente do tipo geométrica, cinco tinham a mente analítica, uma abstrata-harmônica, uma pictorial-harmônica e uma não foi classificada. Segundo Presmeg (1986a) essa ocorrência pode ser explicada por fatores externos, tais como a natureza da matemática, ou internos, tais como a preferência cognitiva, confiança ou habilidade matemática.

Em outro artigo, Presmeg (1986b) afirmou que a pesquisa de Krutetskii (1976), na extinta União Soviética, teve um impacto nos pesquisadores de Educação Matemática do Ocidente, por sugerir que a força do componente lógico-verbal do pensamento determina o nível da habilidade matemática, enquanto o componente visual-espacial determina o seu tipo. Como o próprio Krutetskii afirmara, um aluno pode ser bem sucedido na aprendizagem de matemática na escola, sem necessidade de recorrer ao pensamento visual. A questão aparece na aprendizagem de Matemática de alunos que têm preferência por pensar em termos de figuras, que gostariam de seguir cursos como Engenharia ou Arquitetura, onde a Matemática é pré-requisito. Assim, é importante identificar a força e as limitações de processamento visual, bem como os efeitos dos diferentes tipos de ensino na aprendizagem de Matemática pelos *visualizadores*.

Presmeg (1986b) denominou *visualizadores* aqueles alunos que teriam uma tendência para a mente geométrica, ou seja, os que na solução de problemas utilizam métodos visuais. Definiu, também, *imagem visual* como um *esquema mental* representando informação visual ou espacial. A autora elaborou um instrumento e aplicou em 54 alunos e treze professores. Dentre os principais resultados, a autora observou que os professores visualizadores tendiam a ensinar com traços criativos. O ensino não visual tinha um efeito inibidor da aprendizagem e o ensino visual não facilitou a aprendizagem efetiva. Professores que utilizavam métodos visuais, frisando a abstração e generalização, ajudavam aos visualizadores a superar suas dificuldades num caso concreto de uma imagem ou diagrama. Embora os professores fossem positivos em relação a seus métodos visuais, isso nem sempre levava a superar as limitações dos alunos visualizadores.

Para Battista (1990), o balanceamento entre o pensamento visual-espacial e o lógico-verbal pode determinar o tipo de mente matemática e influenciar a forma como se processa a informação matemática. Assim, para investigar o papel do pensamento espacial na aprendizagem, na solução de problemas e nas diferenças de gênero no ensino de geometria, Battista examinou o pensamento espacial e o pensamento lógico-verbal. Foram sujeitos da pesquisa 145 alunos de geometria do Ensino Médio. Foram utilizados quatro instrumentos do tipo lápis e papel: visualização espacial, raciocínio lógico, conhecimento

de geometria e estratégia de solução de problemas geométricos. O teste de visualização espacial foi uma versão modificada do teste de Purdue, que tem como objetivo medir a habilidade para rotacionar mentalmente objetos tridimensionais desenhados em figuras. Os resultados sugeriram que embora os homens e as mulheres diferem na visualização espacial e no desempenho em geometria, eles não diferem na habilidade do raciocínio lógico nem no uso de estratégias de solução de problemas de geometria.

Também tendo como sujeitos estudantes do Ensino Médio, Campbell, Collis e Watson (1995) investigaram, no contexto de solução de problemas, a natureza do *esquema visual* interposto entre a estrutura lógica proposicional e a riqueza das imagens visuais específicas. Os autores fizeram um paralelo entre os tipos de mente formulados por Krutetskii (1976) e as categorias utilizadas por Johnson (1987, in Campbell e outros, 1995). Por esse paralelo, o componente lógico-verbal seria similar à estrutura proposicional abstrata e a preferência por métodos visuais equivaleria à riqueza de imagens. A pesquisa investigou as diferentes contribuições feitas ao estudo do pensamento visual das habilidades do raciocínio lógico-abstrato e da habilidade para formar imagens ricas específicas. A criatividade e a compreensão de idéias complexas estão dentro do produto potencial de tal interação. Foram sujeitos da pesquisa 100 alunos da 10ª série de duas escolas públicas. Os resultados sugeriram que é o componente lógico-verbal da habilidade matemática que contribui com o nível de sucesso e não a habilidade para formar imagens ricas. Esta, apenas, pode melhorar o desempenho, mas não determina o nível. Esses resultados são compatíveis com os encontrados por Krutetskii (1976). Outro resultado foi que o uso do gráfico é uma estratégia visual altamente abstrata e mostra uma relação próxima da habilidade lógica operacional e uma relação fraca com vivacidade da imagem visual. A formação de imagens visuais relacionadas ao problema ajudam a entender a estrutura do problema e facilitam sua solução, mas nem sempre conduzem à solução. Essas imagens visuais tornam o problema mais interessante e ajudam na motivação. Os autores concluíram que os métodos visuais devem ser usados na solução de problemas, mas devem estar aliados à ênfase na abstração e generalização. A imagem visual e a estória do problema têm um papel motivador e ajudam a clarificar a estrutura do mesmo, além de avaliar a razoabilidade da resposta.

Como pode ser observado através dessa revisão de literatura, o trabalho de Krutetskii teve forte influência na área da Educação Matemática. Observa-se o apelo de vários pesquisadores para que sejam estudadas as potencialidades e limitações dos métodos visuais no ensino de Matemática, onde estão incluídos os gráficos de modo geral e os gráficos estatísticos em particular.

CAPÍTULO V

DELINEAMENTO DO ESTUDO E PROCEDIMENTOS

5.1 O problema de pesquisa

Em uma sociedade imersa em informações, torna-se necessário que o cidadão comum seja capaz de discernir a informação essencial da supérflua, de analisar a validade das mesmas, de entender os mecanismos de sua obtenção e da intenção das mensagens subjacentes nelas, a fim de formar opiniões fundamentadas e tomar decisões conscientes, baseadas nessas informações. Para isso é fundamental o desenvolvimento do **pensamento estatístico**, que não se limita ao domínio dos conceitos e procedimentos estatísticos, pois se refere também à capacidade de utilizar, de forma adequada, as ferramentas estatísticas na solução de problemas, contextualizando as informações e indo além delas. Isto significa que o sujeito deve ser capaz de entender a essência dos dados e inferir prováveis tendências.

As informações veiculadas pelos meios de comunicações vêm, cada vez mais, acompanhadas de gráficos estatísticos e estes vêm ganhando mais espaço na mídia devido ao apelo visual. Entretanto, não existem estudos brasileiros que mostrem quanta informação os indivíduos conseguem extrair dos gráficos estatísticos e os fatores que determinam o sucesso na leitura dos mesmos.

Ler gráficos como sinônimo da capacidade de extrair informações seria equivalente ao que Bertin (1967, p. 142) denominou de *nível superior de leitura*, a *leitura além dos dados*, isto é, *a capacidade de entender a estrutura dos dados, identificar tendências, estabelecer relações e inferir futuras tendências ou comportamentos*.

O referencial teórico escolhido para modelar os fatores que interferem na leitura de gráficos foi a teoria de compreensão gráfica de Pinker (1990) uma vez que essa teoria explicita os processos cognitivos envolvidos no processamento de informações contidas em

gráficos, o que permite entender as condições necessárias para uma leitura eficiente de gráficos, por parte do leitor, bem como para a eficácia do gráfico.

Segundo Pinker (1990), vários fatores concorrem para que a leitura de gráficos seja bem sucedida. Alguns desses fatores estão ligados ao leitor, **usuário de estatística**, relacionados aos aspectos cognitivo, afetivo e de percepção visual que determinam a **eficiência do leitor**. De outro lado, estão os fatores ligados ao gráfico, relacionados à **eficácia do gráfico**, tais como tipo de gráfico, complexidade matemática e **conceitos estatísticos** subjacentes aos gráficos. A conjunção desses fatores que interagem em uma relação entrelaçada e complexa, determina o sucesso na leitura de gráficos, isto é, a extração adequada de informações. Assim, o presente trabalho se propôs a estudar esses fatores e suas relações com sujeitos do Ensino Superior.

O referencial teórico escolhido para modelar os fatores ligados à eficiência do leitor foi a teoria de habilidades matemáticas desenvolvida por Krutetskii (1976). Assim, **prontidão estatística** seria a capacidade para entender os conceitos estatísticos e solucionar problemas que envolvem Estatística. Estaria determinada pela conjunção da habilidade matemática com as condições gerais necessárias para o desempenho bem sucedido dessa tarefa, incluindo fatores ligados ao aspecto afetivo (**atitudes em relação à Estatística**), aos conhecimentos (**conhecimento sobre Estatística**), às destrezas e hábitos (adquirido, via de regra, pelo processo de instrução).

Esse referencial foi escolhido por três razões. A primeira, porque parte do pressuposto que a habilidade matemática é uma condição necessária, embora não suficiente, para o desenvolvimento do pensamento estatístico, uma vez que a linguagem da Estatística é a linguagem matemática; a segunda, porque Krutetskii (1976) envolveu no seu modelo os aspectos cognitivos e afetivos, além do papel da instrução no desenvolvimento dessas habilidades e, a terceira, porque o referido autor trabalhou com os tipos de mentes matemáticas, sendo que a mente geométrica, caracterizada pelo desenvolvimento da **habilidade viso-pictórica**, pode estar relacionada à obtenção das informações contidas nos gráficos.

A Figura 35 (Anexo 1) ilustra as relações hipotéticas entre a habilidade, a aquisição de conhecimento, as atitudes e a prontidão, tanto em Matemática, quanto em Estatística. Dado que a Estatística no Ensino Fundamental e Médio é ensinada como um tópico marginal da Matemática, acredita-se que essa seja confundida fortemente com a Matemática, que a formação de conceitos estatísticos básicos não seja sólida e que as atitudes em relação à Estatística ou não estejam formadas ou sejam confundidas com as atitudes em relação à Matemática. Por outro lado, alguns cursos de nível superior não contemplam a disciplina Matemática em sua grade curricular e, neste caso, as atitudes e a prontidão matemática estarão determinadas pelo *background* matemático trazido do Ensino Fundamental e Médio.

Outro fator já mencionado é a instrução formal. Até que ponto o ensino de Estatística e de gráficos está cumprindo sua missão? O que o aluno sabe de Estatística e de gráficos estatísticos quando chega à universidade? Ou seja, o que o aluno conseguiu assimilar ao longo da escolaridade e o que muda nesse conhecimento após a instrução formal em Estatística no Ensino Superior. Neste caso, emerge o domínio dos conceitos estatísticos de acordo com o nível de instrução.

Assim, o presente trabalho propôs um modelo operacional (working model), ilustrado na Figura 36 (uma versão mais detalhada pode ser encontrada na Figura 37, no Anexo 1), que relaciona os fatores envolvidos na leitura eficiente de gráficos, à luz da teoria de habilidades matemáticas de Krutetskii (1976) e da teoria de compreensão de gráficos de Pinker (1990). A hipótese central do modelo foi:

A habilidade para extrair informação de gráficos estatísticos está relacionada ao domínio do conceito estatístico, às atitudes em relação à Estatística e, à habilidade viso-pictórica conforme definido por Krutetskii (1976).

Hipotetizou-se também, que a **habilidade verbal** e a **instrução formal em Estatística** têm um papel fundamental no desenvolvimento das habilidades de extração de informações dos gráficos estatísticos.

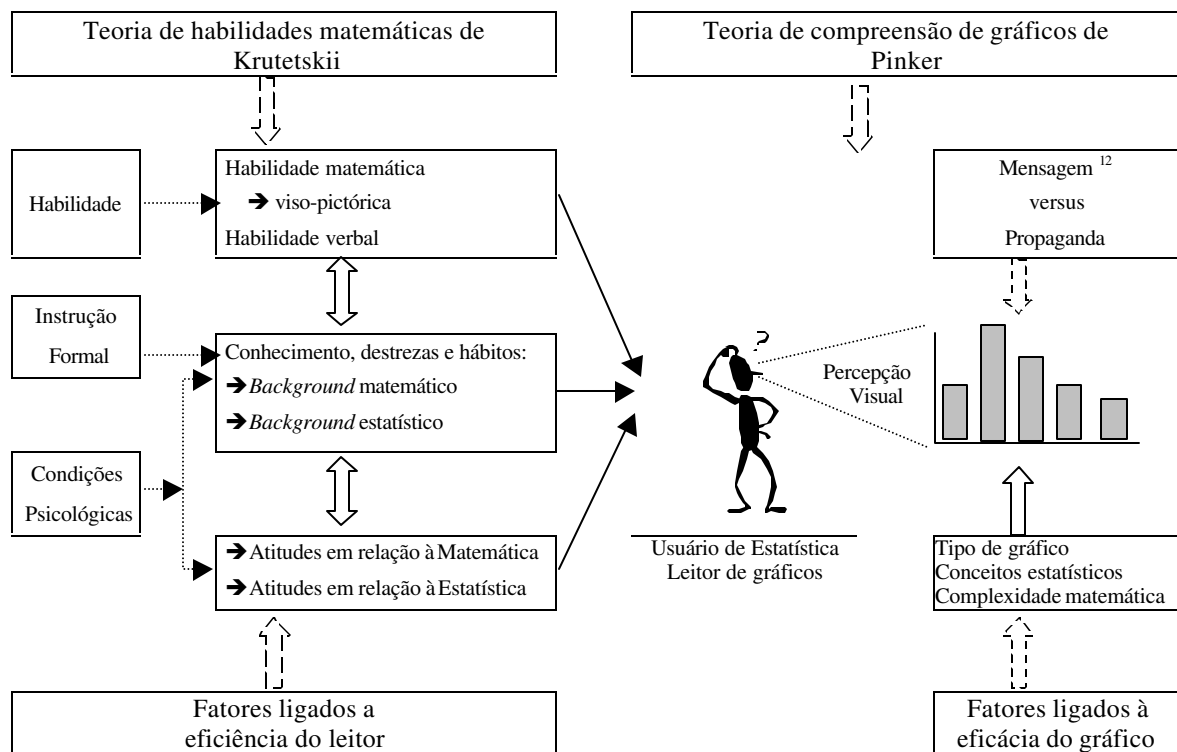


Figura 36. Modelo operacional proposto para prever o sucesso na leitura de gráficos estatísticos

Objetivos do estudo

Os objetivos formulados para o presente trabalho foram:

1. Quantificar o nível das informações extraídas durante a leitura de gráficos estatísticos;
2. Verificar a existência de relações entre a leitura de gráficos, a habilidade visuopictórica, o domínio de conceitos estatísticos, as atitudes em relação à Estatística, a habilidade verbal e a instrução formal e
3. Verificar a existência de relações entre a leitura de gráficos com as variáveis demográficas (gênero, idade, curso no Ensino Médio, condição no mercado de trabalho, ao de ingresso), com as variáveis ligadas ao curso de graduação (curso, área de conhecimento do curso, número de disciplinas de Estatística, complexidade

¹² A mensagem e a propaganda não fazem parte da teoria de Pinker (1990) e no presente trabalho foram abordadas apenas de forma tangencial

matemática do curso, nível da disciplina) e com variáveis ligadas a relação do aluno com a disciplina (situação frente à disciplina, auto-percepção de desempenho em Estatística e em Matemática, reprovação e situação final na disciplina).

Dada a abrangência do tema e dos conceitos estatísticos envolvidos em gráficos, a presente pesquisa se restringiu ao conceito de média aritmética e aos gráficos de barras e de linhas. Por outro lado, visto que o ensino de Estatística se processa no Ensino Superior, foi escolhido esse nível de ensino para a coleta de dados da presente proposta.

Definição de termos

- **Prontidão estatística:** capacidade para entender os conceitos estatísticos
- **Habilidade viso-pictórica:** componente da habilidade matemática, caracterizada pela predominância dos componentes viso-figurativos e fortemente marcada por conceitos espaciais.
- **Educação Estatística:** área de conhecimento que estuda os principais problemas de ensino e aprendizagem de Estatística, visando o desenvolvimento do pensamento estatístico.
- **Pensamento estatístico:** capacidade de utilizar de forma adequada as ferramentas estatísticas na solução de problemas, de entender a essência dos dados e de fazer inferências. Reconhecer e compreender o valor da Estatística e ter a disposição para pensar em forma estatística ou probabilística.
- **Conceitos estatísticos:** são conceitos básicos da teoria estatística. No presente trabalho, o conceito chave foi a média aritmética.
- **Usuário de Estatística:** indivíduo que utiliza as informações, conceitos ou procedimentos estatísticos na tomada de decisões, tanto no âmbito pessoal, quanto no âmbito profissional.
- **Gráfico estatístico:** é uma representação simbólica de dados, relacionando duas ou mais variáveis, utilizando, em regra, o sistema de coordenadas cartesianas. Diferem dos

gráficos matemáticos pois contêm um componente aleatório decorrente da própria natureza aleatória dos dados.

- **Leitura de gráficos:** capacidade de extrair informações de gráficos, em um nível superior de leitura, a *leitura além dos dados*, ou seja, a capacidade de entender a estrutura dos dados, identificar tendências, estabelecer relações e inferir futuras tendências ou comportamentos.
- **Eficiência do leitor:** capacidade de extrair informação estatística de um gráfico
- **Eficácia do gráfico:** características excelentes de um gráfico para transmitir informação de forma eficiente.
- **Atitudes em relação à Estatística:** resposta afetiva dada por um indivíduo diante de uma situação que envolve Estatística onde irá utilizar seu conteúdo, seja cursando uma disciplina ou analisando dados de uma pesquisa. Esta resposta afetiva é do tipo gostar/não gostar.

5.2 O método

5.2.1 Delineamento do estudo

O delineamento do presente estudo seguiu um modelo quantitativo, exploratório, correlacional e não experimental, com dois momentos, pré-teste e pós-teste.

O grupo de sujeitos que participou da presente pesquisa foi constituído por todos os alunos matriculados nas disciplinas de Estatística durante o segundo semestre de 1999 e o primeiro semestre de 2000. Pode-se dizer que se constitui num censo populacional, embora nem todos tivessem participado. Por essa última razão, os resultados não poderão ser generalizados além dos grupos considerados.

Apesar de se tratar de uma pesquisa de cunho censitário, isso não impediu a busca das relações entre as variáveis, face ao caráter correlacional da pesquisa, onde os grupos de comparação são aqueles formados no ambiente natural (não experimental), tais como: área de conhecimento, nível das disciplinas, grupo de cursos segundo a complexidade

matemática de seus currículos, grupo de sujeitos segundo seu *background* estatístico, dentre outros, que permitirão o confronto de hipóteses, na busca de fatores que expliquem o sucesso na leitura de gráficos estatísticos.

5.2.2 Sujeitos da pesquisa

Foram sujeitos desta pesquisa 814 estudantes de graduação matriculados nas várias turmas das disciplinas de Estatística, dos cursos de graduação de uma universidade estadual do interior da Bahia, durante o segundo semestre letivo de 1999 e o primeiro semestre letivo de 2000.

Conforme o Quadro 3, no segundo semestre de 1999 havia 700 alunos matriculados e 535 no primeiro semestre de 2000, totalizando 1235 alunos matriculados nessas disciplinas. Desses, participaram 884 alunos. Todavia, dos 397 sujeitos em 2000, 122 haviam participado em 1999 e 275 foram sujeitos pela primeira vez. Assim, no total foram sujeitos 762 alunos de Estatística, nos dois semestres. Além disso, visando a formação de um grupo de **referência matemática**, participaram, apenas no pré-teste, 54 alunos do curso de Matemática (cursando disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I, II e III) que não estavam cursando disciplinas de Estatística. Além disso, dois sujeitos foram eliminados pois deixaram todos os instrumentos em branco.

Embora a disciplina de Econometria não faça parte das disciplinas de Estatística, essa foi incluída no presente estudo, apenas no pré-teste, visando ter o grupo de **referência estatística** ou **experiente**, pois era a única disciplina na universidade que para cursá-la o aluno tinha como pré-requisito ter cursado e aprovado duas disciplinas de Estatística.

As notas e a situação final na disciplina foram coletadas na Secretaria de Cursos da universidade. Por normas da instituição, a nota final (média simples ou ponderada das notas parciais) mínima para aprovar qualquer disciplina é de sete pontos, em uma escala de zero a dez. Se um aluno for reprovado, ele poder realizar uma prova final, onde necessita obter uma média ponderada, entre a nota final e a nota na prova final, com valor maior ou igual a cinco.

Quadro 3. Número de alunos matriculados nas disciplinas de Estatística e número de sujeitos no segundo semestre de 1999 e primeiro semestre de 2000

Área de conhecimento	Curso	Disciplina	Nível	2º semestre de 1999		1º semestre de 2000		Total	
				Matri- culados	Su- jeitos	Matri- culados	Su- jeitos	Matri- culados	Su- jeitos
Ciências Biológicas	Enfermagem	Bioestatística	1	35	24	30	28	65	52
	Biologia	Estatística	1	25	22	0	0	25	22
		Estatística	1	33	23	26	22	59	45
		Bioestatística	2	43	34	25	19	68	53
		Bioestatística	2	12	0	38	32	50	32
	Biologia(*)	Elementos de Estatística II	2	9	8	0	0	9	8
Ciências Agrárias e Ambientais	Geografia	Elementos de Estatística	1	49	40	25	17	74	57
	M. Veterinária	Elementos de Estatística	1	45	40	21	12	66	52
	Agronomia	Elementos de Estatística	1	40	34	32	26	72	60
		Met. Est. Experimental	2	16	6	16	12	32	18
Ciências Sociais e Aplicadas	Administração	Int. Estatística	1	37	26	43	35	80	61
		Int. Estatística	1	50	37	29	13	79	50
		Int. Estatística	1	42	0	41	35	83	35
		Est. Apl. Administração	2	42	27	30	17	72	44
		Est. Apl. Administração	2	21	13	31	23	52	36
	Economia	Int. Estatística Econômica	1	31	20	52	37	83	57
		Int. Estatística Econômica	1	55	46	54	41	109	87
		Estatística Econômica	2	25	19	13	7	38	26
		Estatística Econômica	2	29	20	29	21	58	41
		Econometria (**)	3	21	16	0	0	21	16
		Econometria (**)	3	23	20	0	0	23	20
C. Exatas	Matemática (*)	Cálculo de Probabilidades	4	17	12	0	0	17	12
Total				700	487	535	397	1235	884

(*) Licenciaturas em extinção

(**) Não faz parte das disciplinas de Estatística

5.2.3 Instrumentos

Foram aplicados seis instrumentos do tipo lápis e papel.

1º instrumento: Questionário informativo (Anexo 2)

A primeira parte do questionário tinha como objetivo colher informações sobre as variáveis demográficas dos sujeitos: curso, turno, ano de ingresso, idade, gênero, curso no segundo grau, se trabalha e em que período. A segunda parte tinha como objetivo captar, de forma qualitativa, a relação dos sujeitos com a Estatística: o que pensam, sentem, o que acreditam que seja esta disciplina e o grau de utilidade no seu futuro desempenho profissional. Como a média é um conceito chave na presente pesquisa, solicitou-se também a definição de média aritmética, sua utilidade e a formulação de um exemplo.

Visando analisar a auto-percepção do nível de conhecimentos estatísticos solicitou-se aos sujeitos que marcassem em um quadro contendo treze conceitos e/ou procedimentos (questão 15), aqueles que já haviam estudado, atribuindo um conceito qualitativo para esse nível de conhecimento; o mesmo foi feito para o nível de conhecimento de gráficos (questão 16), que contemplavam oito tipos de gráficos. Solicitou-se, também, que o próprio sujeito atribuísse uma nota entre zero e dez a seu desempenho em Estatística, bem como a seu desempenho em Matemática. Foi estipulado um tempo máximo de dez minutos para preencher esse questionário, onde a maioria das respostas consistia em assinalar com um X.

2º instrumento: Escala de atitudes em relação à Estatística (EAE) (Anexo 3)

Adaptada e validada por Cazorla e outros (1999) a partir da escala de atitudes em relação à Matemática, esta, por sua vez, adaptada e validada por Brito (1998). A adaptação consistiu na mudança da palavra Matemática para Estatística, no contexto universitário. A escala é do tipo Likert, composta de 20 ítems, sendo 10 positivos e 10 negativos, cada um com quatro possibilidades de respostas, com os seguintes pesos para os itens positivos: *discordo totalmente* (1), *discordo* (2), *concordo* (3), *concordo totalmente* (4), invertendo-se os pesos para os itens negativos. A atitude do sujeito foi calculada como a soma dos valores obtidos nos 20 ítems, variando de 20 a 80 pontos, sendo o ponto médio igual a 50.

Foi incluída uma questão sobre auto-percepção do desempenho em Estatística. Foi estipulado um tempo máximo de dez minutos, embora o tempo médio estimado fosse de apenas cinco minutos.

3º instrumento: Prova Estatística

Esta prova estava composta por dez questões, dividida em duas partes. A primeira parte envolvia questões referentes ao conceito de média e, a segunda, à leitura de gráficos. O tempo máximo estipulado para o desenvolvimento dessa prova foi de 40 minutos.

a) Prova envolvendo o conceito de média (Anexo 4)

Como o conceito de média aritmética é um conceito fundamental na presente pesquisa, devendo ser extraída dos gráficos, foram elaboradas seis questões, com o objetivo de avaliar o conhecimento dos sujeitos sobre a média aritmética e suas propriedades. Durante a seleção e preparação das questões cuidou-se de selecionar aquelas que geralmente são consideradas de fácil solução.

A primeira questão envolvia o cálculo da média simples em um contexto familiar *calcular a nota de três provas*.

A segunda questão era uma variante da primeira atribuindo pesos diferentes às provas (média ponderada) e similar ao problema do GPA proposto por Pollatsek e outros (1981).

A terceira questão envolvia o conhecimento a respeito das propriedades da média. Dado um conjunto de cinco números, com a média calculada, era solicitado, ao sujeito, recalcular a média se um novo número fosse incorporado ao conjunto.

Na quarta questão foi usado um problema formulado por Pollatsek e outros (1981), tendo sido mudado os números e as unidades convertidas para quilogramas. Essa questão tinha o intuito de verificar se o sujeito consegue relacionar “o todo” e a média.

A quinta questão envolvia a interpretação da média de uma variável discreta (número de filhos, por casal), cujo resultado é um número decimal (conforme formulado por Watson, 1996).

A sexta questão (Cai, 1998), teve como objetivo analisar os procedimentos utilizados na solução de problemas que envolvem a média.

Este instrumento foi corrigido e foram atribuídos pontos conforme proposto por Charles (1987) (Anexo 9). Como cada questão valia cinco pontos, a pontuação máxima nesta prova foi de 30 pontos. Na quinta e sexta questões, além da pontuação para a nota, as respostas foram categorizadas; a quinta de acordo com o nível de compreensão da média aritmética e a sexta conforme as categorias estabelecidas por Cai (1998): algébrica, aritmética, verbal e pictórica. Os gabaritos das provas podem ser encontrados no Anexo 10.

Pode ser observado que, na correção de todas as questões, distinguiu-se entre a resposta totalmente errada e a questão deixada em branco, embora as duas tenham nota zero e não faça diferença na pontuação final, essa será importante na análise do grau de dificuldade da questão. Os sujeitos que deixaram em branco uma prova foram agrupados na categoria *falta de informação* e não foi atribuída a nota zero. Isso implica que não foram incluídos na análise daquela prova.

b) Prova envolvendo a leitura de gráficos (Anexo 5)

Foram elaboradas quatro questões envolvendo a leitura de gráfico, nos níveis sugeridos por Bertin (1967) e adaptados por Curcio (1987): nível elementar (ler dados), nível intermediário (detectar tendências, estimar o nível médio), nível superior (capacidade de fazer inferência, fazer projeções) e, o nível da valoração dos dados.

A primeira questão era um gráfico de barras, publicado pelo jornal Folha de São Paulo, que ilustrava o movimento dos juros básicos (em porcentagem ao ano) da economia brasileira, contendo três picos: o primeiro, em novembro de 1997, devido à crise asiática; o segundo, em outubro de 1998, devido à crise russa e, o terceiro, em março de 1999, devido à flutuação do dólar. A partir desse gráfico, solicitou-se aos sujeitos cinco tarefas: localizar o ponto mais alto, a maior taxa de variação, o período em que a tendência caía mais rápido,

estimar visualmente o valor médio *aproximado* da taxa de juros do período em estudo e fazer uma projeção para o mês de julho, caso fosse mantida a tendência dos dados.

Foi atribuído um ponto para cada tarefa. Assim, a pontuação máxima foi de cinco pontos. As três primeiras tarefas recebiam um ponto se a resposta fosse correta, zero se fosse errada, já as duas últimas tarefas receberam um ponto se os valores ficassem dentro de um intervalo *razoável*, meio ponto se essa estimativa ficasse distante, mas ainda dentro de um padrão, e zero se a estimativa ficasse completamente fora do padrão.

A segunda questão era um gráfico de linhas, mais especificamente, um gráfico utilizado em controle de processos, que ilustrava a taxa de desperdício de matéria prima de uma máquina antes e depois de ser calibrada, inspirado na Figura 6 de Snee (1990, p. 118). O objetivo deste gráfico era levar o sujeito a perceber o nível e a variabilidade do processo. Quatro tarefas foram solicitadas: estimar a taxa média de desperdício antes da calibração da máquina, depois de calibrada, no período total e detectar diferenças de padrão entre os períodos.

Na correção, foi atribuído um ponto para cada tarefa, assim, a nota variou de zero a quatro. No caso das duas primeiras tarefas, a pontuação variou entre um, meio e zero pontos segundo a qualidade da estimativa. A terceira tarefa dependia do sucesso nas duas anteriores e da percepção de que o tempo da máquina antes de ser calibrada era o dobro do tempo depois de calibrada, portanto, tendo que usar a média ponderada. Foi atribuído um ponto se a tarefa foi bem sucedida e zero caso contrário. A quarta tarefa consistia em explicitar a diferença na variabilidade e no tempo, tendo sido atribuído meio ponto para cada diferença.

A terceira questão era composta por um gráfico de barras com linha de referência em zero. Esse gráfico foi publicado, também, pelo jornal Folha de São Paulo e ilustrava o déficit do governo federal. Duas tarefas foram solicitadas: estimar o valor médio do déficit no período e fazer a projeção para o mês de junho. Este gráfico apresentava maior nível de dificuldade, pois não é um gráfico muito comum, embora para o sujeito que conhecesse o conceito de média e desvio padrão devesse ser relativamente fácil. Aqui, a leitura depende

do conhecimento do conceito de média e desvio padrão. Foi atribuído um ponto para cada tarefa bem sucedida, conseqüentemente a pontuação variou de zero a dois pontos.

A quarta questão continha um gráfico de linhas ilustrando a tendência de três marcas de sabão na disputa pelo mercado consumidor (inspirado na trajetória das intenções de voto para Governador do Estado de São Paulo, nas Eleições de 1998, também publicado pelo jornal Folha de São Paulo). Essa questão era a mais completa e teve como objetivo avaliar a real compreensão de um gráfico e o domínio dos conceitos estatísticos no processo de tomada de decisões. Era o único gráfico que solicitava o reconhecimento de variáveis, os tipos de variáveis e as ferramentas adicionais de análise. Além disso, exigia a tomada de decisão quando era solicitado ao sujeito que colocasse o título da manchete para as três marcas de sabão. Nesta questão foram apresentadas 15 tarefas, cada uma valendo um ponto, totalizando quinze pontos.

Desta forma, a pontuação na prova de gráficos, composta pela soma dos pontos nas quatro questões, variou de zero a 26 pontos.

4º instrumento: Escala de atitudes em relação à Matemática (Anexo 6)

Adaptada e validada por Brito (1996, 1998), possui estrutura similar a escala EAE. O tempo máximo estipulado foi de dez minutos.

5º instrumento: Prova Matemática (Anexo 7)

Tinha como objetivo avaliar a habilidade viso-pictórica (Krutetskii, 1976). Foram escolhidas algumas questões da série da Série XXV, que incluem problemas relacionados a conceitos espaciais (p. 169 a 172). Durante a seleção das questões cuidou-se de selecionar aquelas que geralmente são consideradas de fácil solução. As questões foram agrupadas em três provas: figural, de geometria plana e de geometria espacial

A prova figural era composta por cinco problemas propostos por Krutetskii e tinha como objetivo avaliar a habilidade para visualizar mentalmente rotações de objetos no espaço, a estimativa visual do sujeito e contar cubos empilhados. Tarefas para cujas

respostas não era necessário ter recebido instrução formal prévia. Foram solicitadas 24 tarefas e foi atribuído um ponto a cada tarefa bem sucedida, totalizando 24 pontos.

A prova de geometria plana estava composta por cinco dos oito problemas de geometria plana propostos por Krutetskii (1976). Essas questões estão relacionadas ao ensino formal de geometria plana no ensino básico. Ao todo foram solicitadas dez tarefas e foi atribuído um ponto a cada tarefa bem sucedida, totalizando dez pontos.

A prova de geometria espacial era composta por cinco das 16 questões de geometria espacial, cujo objetivo era avaliar a habilidade para visualizar mentalmente a geração de sólidos no espaço (tridimensional) a partir da rotação de objetos no plano (bidimensional), bem como a habilidade para visualizar secções (bidimensional) geradas ao se cortar com um plano, sólidos no espaço (tridimensional). Ao todo foram solicitadas sete tarefas e foi atribuído um ponto para cada tarefa bem sucedida, totalizando sete pontos.

A pontuação na prova matemática foi obtida através da soma das pontuações nas três provas, variando de zero a 41 pontos. O tempo máximo estipulado para a prova foi de 30 minutos, 10 minutos para cada prova.

Todas as questões foram traduzidas pelo PSIM, em 1995. Essa versão traduzida foi corrigida por duas professoras de Matemática, uma da UESC e a outra, titular da cadeira de Geometria, da Universidade Federal da Bahia - UFBA. As duas professoras sugeriram algumas modificações nos termos utilizados a fim de adaptá-los à Língua Portuguesa.

6º instrumento: Prova de raciocínio verbal do Teste de Aptidões Específicas – DAT (Anexo 8)

Desenvolvido por Bennett, Seashore e Wesman (1973, in Neumann, 1995) tinha como objetivo avaliar a habilidade verbal. Foi utilizada a versão brasileira, seguindo-se as instruções específicas da prova. A prova estava composta por 50 questões, sendo que a cada questão foi atribuído um ponto se a resposta fosse correta, portanto, a pontuação máxima foi de 50 pontos. O tempo máximo para preencher este instrumento foi de 30 minutos. Essa prova foi aplicada apenas no pós-teste.

5.2.4 Procedimentos

Validação dos instrumentos

A prova estatística e a prova matemática foram validadas em duas etapas. Na primeira etapa, todos os instrumentos (com exceção da prova verbal – DAT) foram aplicados a dois grupos de sujeitos. Ambos os grupos eram formados por alunos de pós-graduação em Educação e que haviam cursado uma disciplina de Estatística, no segundo semestre de 1998. Um grupo era de uma universidade do interior de São Paulo e o outro de uma universidade do interior do Paraná. Além do preenchimento dos instrumentos, foi solicitada a colaboração dos sujeitos, no sentido de grifar as palavras *estranhas* e sugerir modificações. A aplicação dos instrumentos ocorreu no final do mês de novembro de 1998.

Após a leitura do material foi verificado que a prova estatística havia sido considerada muito complexa e extensa. As questões foram reformuladas e a prova simplificada. Já a prova matemática sofreu poucas alterações.

Na segunda etapa, após as modificações nos instrumentos, todos com exceção da prova verbal – DAT, foram aplicados em um grupo de professores de Matemática do Ensino Médio, que haviam cursado a disciplina de Estatística Básica, em um curso de treinamento de professores. Os professores foram esclarecidos quanto ao objetivo da pesquisa e a importância da validação dos instrumentos, tendo sido destacada a necessidade de serem grifados todos os termos desconhecidos ou estranhos, além de anotar, no próprio instrumento, as dúvidas e sugestões. Foi garantido o anonimato a fim de evitar qualquer tipo de constrangimento. O tempo gasto em cada instrumento foi anotado e depois foi calculado o tempo médio e o tempo máximo.

O fato de professores de Matemática do Ensino Médio terem sido sujeitos da validação do instrumento revelou-se adequado por várias razões. A maioria tinha formação superior (Licenciatura em Matemática) e estavam ensinando conteúdos de Estatística básica no Ensino Médio.

Com os resultados obtidos na aplicação dos instrumentos, a prova estatística foi modificada novamente, acatando-se as sugestões dadas. Os outros instrumentos,

praticamente, não sofreram modificações. A versão final dos instrumentos podem ser encontrados no anexo.

Aplicação dos instrumentos

Em princípio, haviam sido planejados quatro etapas de aplicação de instrumentos, por ocasião do início e final do segundo semestre letivo de 1999 e primeiro semestre de 2000, de onde seriam obtidos dois grupos (pré-teste e pós-teste) completos. Porém, a aplicação do pós-teste em 1999 não foi concretizada, tendo sido realizado junto com o pré-teste dos sujeitos de 2000, no início do ano. A coleta de dados do pós-teste do primeiro semestre de 2000 foi parcialmente prejudicada por uma greve na universidade.

Observa-se que no pós-teste de 1999, os sujeitos dos cursos que oferecem duas disciplinas na grade curricular, que haviam participado na primeira disciplina, quando aprovados, foram encontrados, em 2000, na segunda disciplina, ou na mesma disciplina quando não foram aprovados. Já os sujeitos dos cursos (Enfermagem, Geografia e Medicina Veterinária) que oferecem uma única disciplina na grade curricular, quando aprovados estavam espalhados em diversas disciplinas de seus cursos. Dado o alto grau de complexidade de se buscar esses sujeitos optou-se por garantir a coleta de dados dos **novatos** (alunos que no início do semestre estavam cursando pela primeira vez a primeira disciplina de Estatística). Assim, os sujeitos das disciplinas Bioestatística, do curso de Enfermagem (12), Elementos de Estatística dos cursos de Medicina Veterinária (21) e Geografia (22) participaram em disciplinas do seu curso.

Todos os instrumentos foram aplicados no pré-teste, com exceção do DAT, que foi aplicado apenas no pós-teste, quando foram reaplicados a prova estatística, a escala de atitudes em relação à Estatística e parte do questionário informativo (questões de 1 a 10). O Quadro 4 mostra o planejamento e a aplicação dos instrumentos.

A decisão de se aplicar a prova verbal - DAT - apenas no pós-teste foi tomada levando-se em consideração o número de questões e o tempo gasto previsto para os outros cinco instrumentos aplicados no pré-teste. Os sujeitos do grupo de referência matemática não participaram do pós-teste, contudo, esses preencheram o DAT. Descartou-se a

possibilidade de aplicar os instrumentos em duas seções no pré-teste, devido a resistência dos professores em ceder dois dias seguidos para a pesquisa no início do semestre, com isso a prova verbal ficou prejudicada, pois ficou restrita a 384 sujeitos.

Quadro 4. Planejamento e aplicação dos instrumentos de pesquisa

Instrumentos	Tempo máximo (em minutos)	Pré-teste	Pós-teste
Questionário informativo	10	X	X ¹
Escala de atitudes em relação à Estatística	10	X	X
Prova Estatística	40	X	X
Escala de atitudes em relação à Matemática	10	X	
Prova Matemática	30	X	
Prova de Raciocínio Verbal – DAT	30		X
Tempo total máximo (em minutos)	--	140	90

¹Apenas as dez primeiras questões

Como os novatos em Estatística estavam tendo o primeiro contato formal com a disciplina, poder-se-ia argumentar, tal como o fazem Gal e Ginsburg (1994), que esses alunos ainda não haviam tido contato formal suficiente com a Estatística, não tendo portanto, os conhecimentos necessários sobre a média e suas propriedades e sobre os gráficos. Além disso, não teriam tido tempo suficiente para o desenvolvimento de atitudes em relação à Estatística. Por essa razão, decidiu-se aplicar novamente a prova estatística e a escala de atitudes em relação à Estatística no esquema pré-teste e pós-teste, o que permitiu a análise comparativa dos dados para esse grupo de alunos.

A aplicação dos instrumentos foi feita durante uma aula de Estatística, na presença do professor da disciplina. Embora cientes de que a presença do professor poderia causar constrangimentos aos alunos no preenchimento da escala de atitudes, optou-se pela aplicação na presença dos mesmos para assegurar uma participação mais efetiva dos sujeitos.

A aplicação dos instrumentos no início do semestre ocorreu na terceira semana e no final do semestre na ante-penúltima semana. O tempo gasto na coleta de dados foi de uma semana, em aulas com duração de duas horas.

Definição de variáveis e indicadores

Os indicadores de desempenho nas provas sobre a média aritmética, leitura de gráficos e de matemática, bem como na prova de aptidão verbal foram criados, atribuindo-se pontuação, conforme foi descrito na seção 5.2.3, cujo detalhamento pode ser encontrado nos gabaritos no Anexo 10.

Foi criado um indicador do **nível de conhecimento sobre Estatística** baseado nas informações dadas na questão 15 do questionário informativo (Anexo 2). A questão 15 era um quadro composto por treze conceitos e, ou procedimentos estatísticos e solicitava que o sujeito marcasse com X se já havia estudado e que atribuisse um conceito qualitativo ao seu nível de conhecimento (nenhum, pouco, regular, bom, muito bom). Foram atribuídos pontos a cada uma dessas categorias (zero para *nenhum*, um para *pouco*, dois para *regular*, três para *bom* e quatro para *muito bom*) e o nível de conhecimento foi calculado como a soma dessas pontuações. A pontuação total deste indicador variou de zero a 52 pontos.

Também foi criado um indicador do **nível de conhecimento de gráficos**, a partir da questão 16 do questionário informativo (Anexo 2), que era um quadro contendo oito gráficos e o nível de contato, onde foram atribuídas pontuações de um a quatro. Neste caso foi considerada apenas a pontuação mais alta em cada alternativa (pontuação máxima de 32 pontos). O Quadro 5 sintetiza os indicadores utilizados no presente trabalho, com suas pontuações mínima e máxima. Nesse quadro foi incluído a *nota final* na disciplina, coletada junto a Secretaria Geral de Cursos da universidade onde foi realizado o presente estudo.

Como todos os indicadores cognitivos partem do zero como valor mínimo mas variam quanto a pontuação máxima, decidiu-se padronizar todos esses indicadores em uma escala de 0 a 100. Para isso, a pontuação obtida pelos sujeitos nos diversos indicadores foi dividida pela pontuação máxima e multiplicada por 100:

$$Pontuação_padronizada = \frac{pontuação_obtida}{pontuação_máxima} * 100$$

Quadro 5. Indicadores utilizados na pesquisa

Natureza / Instrumentos / Indicadores	Nome	Pontuação	
		Mínima	Máxima
Afetiva			
1. Escala de atitudes em relação à Estatística			
➤ Atitudes em relação à Estatística	Atit–Estat	20	80
2. Escala de atitudes em relação à Matemática			
➤ Atitudes em relação à Matemática	Atit–Matem	20	80
Cognitiva			
3. Questionário informativo			
➤ Nota atribuída pelo próprio sujeito a seu desempenho em Estatística	Nota–Estat	0	10*
➤ Nota atribuída pelo próprio sujeito a seu desempenho em Matemática	Nota–Matem	0	10*
➤ Nível de conhecimento de Estatística atribuído pelo próprio sujeito	Conh–Estat	0	52*
➤ Nível de conhecimentos de gráficos atribuído pelo próprio sujeito	Conh–Graf	0	32*
4. Prova Estatística			
➤ Prova da média	Média	0	30*
➤ Prova de gráficos	Gráficos	0	26*
5. Prova Matemática	Matemática	0	41*
6. Prova de Raciocínio Verbal – DAT	Verbal	0	50*
Nota Final obtida pelo sujeito na disciplina, obtida na SECREGE da UESC	Nota–Final	0	10*

*Indicadores padronizados de 0 a 100 pontos

Essa padronização permitiu a comparação entre indicadores sem problemas de ordem de grandeza. Observa-se que a padronização não altera a estrutura de correlação dos indicadores. Este procedimento não foi adotado para as escalas de atitudes, que variam de 20 a 80 pontos, uma vez que a pontuação mínima não é zero e porque a ordem de grandeza fica compatível com os indicadores padronizados.

Todas as variáveis qualitativas, além das demográficas, cujas categorias de respostas já estavam definidas, foram categorizadas, sendo que algumas delas se basearam em categorias utilizadas por outros autores a fim de tornar possível a comparação de dados.

A situação final na disciplina, dadas as normas da universidade, apresentou as seguintes categorias: *aprovado*, quando o aluno consegue uma nota final maior ou igual a sete, ou quando após se submeter à prova final consegue uma média ponderada maior ou

igual a cinco; *reprovado*, quando o aluno reprovado na nota final, faz a prova final mas não alcança os cinco pontos; *sem rendimento*, quando o aluno abandona a disciplina após realizar pelo menos uma prova parcial ou quando deixou de fazer a prova final e, *abandono*, quando o aluno não faz nenhuma prova. Tanto os alunos sem rendimento, quanto os alunos que abandonaram a disciplina não têm notas no histórico escolar.

No presente trabalho optou-se por distinguir entre o *aprovado direto* e o *aprovado com prova final*. Igualmente, distinguiu-se os alunos que *não fizeram a prova final* dos alunos *sem rendimento* que abandonaram a disciplina ao longo do semestre. A distinção aqui proposta visa caracterizar o perfil de aprovação por curso, já que, como será visto, existem diferenças marcantes entre os cursos.

O papel da instrução foi avaliado através da análise do desempenho na leitura de gráficos e da prova de médias. Em primeiro lugar foi feita uma análise dos resultados do pré-teste, tendo sido comparados o nível de conhecimento trazido do Ensino Médio pelos **novatos** em Estatística; com o nível de conhecimento desenvolvido no processo de instrução, através dos alunos que já haviam cursado a primeira disciplina (**medianamente experientes**) e com o nível de conhecimentos retidos na memória, através dos alunos que cursaram duas disciplinas (**experientes**). A segunda, através de uma análise onde se comparava o desempenho dos novatos no pré e no pós-teste.

Procedimentos de análise dos dados

A análise de dados foi realizada em duas etapas. A primeira, de cunho descritivo, utiliza diversas técnicas da Estatística, a fim de caracterizar a população estudada e seu desempenho, tanto no pré quanto no pós-teste. A segunda etapa da análise dos dados teve como objetivos verificar a validade das hipóteses de pesquisa, bem como validar o modelo proposto relacionando as variáveis selecionadas. Essa análise se desdobrou, ainda, em duas partes. A primeira analisou a relação entre as variáveis apenas no pré-teste. A segunda parte analisou a relação das variáveis nos dois momentos, no pré e no pós-teste.

A análise do desempenho nas provas e nas atitudes em relação à Estatística (indicadores quantitativos), pelas variáveis qualitativas, foi feita utilizando o teste *t* e o teste

F (ANOVA), bem como através do teste de comparações múltiplas HSD de Tukey, após o teste F detectar diferenças significativas entre os grupos.

Para analisar a relação entre o desempenho nas provas cognitivas, as atitudes, auto avaliação de desempenho e percepção de conhecimento (indicadores quantitativos) foi utilizada a análise de correlação. A análise de regressão múltipla foi utilizada na busca de modelos para o desempenho na leitura de gráficos e das atitudes em relação à Estatística.

Na análise de regressão foi utilizado o método passo a passo (stepwise). Este método analisa a estrutura de correlação da variável dependente com as variáveis independentes, sendo que a primeira a entrar no modelo é a que possui a maior correlação simples com a variável dependente; a segunda variável independente a entrar no modelo é aquela que apresenta a maior correlação parcial com a variável dependente, retirando-se o efeito da variável já incluída no modelo. Depois, a primeira variável é examinada novamente para saber se esta deve ser removida do modelo após a inclusão da segunda variável. No próximo passo, as variáveis que não estão no modelo são examinadas, através da correlação parcial, para verificar se sua contribuição no modelo é significativa. Depois de cada passo, as variáveis que já estão no modelo são examinadas para remoção. O processo termina quando nenhuma variável consegue entrar ou pode ser removida.

Foi utilizada a análise de covariância para tentar encontrar um modelo explicativo, tanto para o desempenho na leitura de gráficos, quanto para as atitudes em relação à Estatística. Esta técnica permite a introdução de variáveis independentes qualitativas (categóricas) na análise de regressão, tratando-as como variáveis *dummy*, ou visto pelo lado da análise de variância que trabalha com variáveis qualitativas, permite a entrada de variáveis quantitativas, denominadas de *co-variáveis*.

A análise fatorial foi utilizada na busca de fatores subjacentes nos indicadores quantitativos.

Para avaliar a influência da instrução no desenvolvimento dos conceitos e habilidades na leitura de gráficos foi feita uma análise comparando o desempenho dos

novatos no pré-teste e no pós-teste, utilizado o teste *t* para dados emparelhados e a análise de correlação e de regressão.

Apesar da maioria dos indicadores não seguir uma distribuição normal, não foi necessário recorrer as técnicas de estatística não paramétrica, uma vez que o tamanho da amostra foi suficientemente grande.

Devido à natureza da presente pesquisa, onde os sujeitos eram alunos de diversos cursos, com níveis de conhecimento diferentes em Matemática e Estatística, com diferentes professores, condições no levantamento de dados, dentre outros fatores, o nível de significância foi estabelecido em 5% (Witter, 1996).

O processamento dos dados foi realizado utilizando o pacote estatístico SPSS - *Statistical Package for Social Science*, versão 6.0 (Norusis, 1993).

CAPÍTULO VI

RESULTADOS E ANÁLISE DOS DADOS

Foram sujeitos do presente estudo 814 estudantes de oito cursos de graduação, que estavam cursando disciplinas de Estatística, no segundo semestre de 1999 e primeiro semestre de 2000, de uma universidade estadual do interior da Bahia.

Todavia, nem todos os sujeitos participaram do pré e pós-teste. Conforme mostra o Quadro 6, do total de sujeitos, 757 fizeram o pré-teste e 366 o pós-teste, enquanto 309 sujeitos participaram tanto do pré-teste quanto do pós-teste.

Quadro 6. Distribuição do número de sujeitos segundo participação na pesquisa

Fez pré-teste?	Fez pós-teste?		
	Sim	Não	Total
Sim	309	448	757
Não	57	0	57
Total	366	448	814

Isso significa que a análise descritiva se restringiu no pré-teste aos 757 sujeitos e no pós-teste aos 366 sujeitos. Observa-se que apenas os 757 sujeitos que participaram no pré-teste preencheram o questionário informativo, por esta razão, o perfil dos sujeitos em relação aos dados demográficos se restringiu a esses sujeitos. Todavia, as notas e dados acadêmicos referem-se aos 760 sujeitos que estavam cursando as disciplinas de Estatística (descontando os 54 sujeitos da Matemática). Já a análise da interferência do processo de instrução no desenvolvimento do conhecimento estatístico foi restrito aos 257 *novatos* dos 309 sujeitos que participaram tanto do pré-teste como do pós-teste.

6.1 Análise descritiva

Dos 814 sujeitos que participaram do presente estudo, 48,4% pertenciam à área de Ciências Sociais Aplicadas, que oferece o maior número de disciplinas e turmas; seguido da área de Ciências Biológicas (22,2%) e Ciências Agrárias e Ambientais (21,3%). Apenas 8,1% pertencia à área de Exatas, conforme Quadro 7.

Quadro 7. Distribuição dos sujeitos por disciplina, curso e área de conhecimento

Área	Curso	Disciplina	Nº de sujeitos		%	
			Disciplina	Curso	Disciplina	Curso
Ciências Biológicas	Biologia	Estatística	62	129	7,6	15,8
		Bioestatística	59		7,2	
		Elementos Estatística II (1)	8		1,0	
	Enfermagem	Bioestatística	52	52	6,4	6,4
	Total		181		22,2	
Ciências Agrárias e Ambientais	Agronomia	Elementos de Estatística	51	64	6,3	7,9
		Metodologia e Estatística Experimental	13		1,6	
	Geografia	Elementos de Estatística	57	57	7,0	7,0
	Veterinária	Elementos de Estatística	52	52	6,4	6,4
	Total		173		21,3	
Ciências Sociais Aplicadas	Administração	Introdução à Estatística	133	188	16,3	23,1
		Estatística Aplicada à Administração	55		6,8	
	Economia	Introdução a Estatística Econômica	131	206	16,1	25,3
		Estatística Econômica	39		4,8	
		Econometria (2)	36		4,4	
	Total		394		48,4	
Ciências Exatas	Matemática	Cálculo de Probabilidades (3)	12	66	1,5	6,1
		Cálculo Dif. e Integral II e III (3)	22		2,7	
		Prática de Ensino de 1º e 2º Graus (3)	13		1,6	
		Cálculo I (4)	19		2,3	
	Total		66		8,1	
Total			814		100,0	

(1) Disciplina da Licenciatura em Ciências, habilitação Biologia (em extinção)

(2) Disciplina do Curso de Economia

(3) Disciplinas da Licenciatura em Ciências, habilitação Matemática (em extinção)

(4) Disciplina da Licenciatura / Bacharelado em Matemática

O Quadro 8 mostra a distribuição dos sujeitos segundo o nível das disciplinas. Observou-se que a maioria dos sujeitos estava cursando disciplinas do primeiro nível, 69,7% no pré-teste e 85,8% no pós-teste, em geral, Estatística Básica.

Quadro 8. Distribuição dos sujeitos de acordo com o nível da disciplina

Nível da disciplina	Pré-teste		Pós-teste	
	Nº	%	Nº	%
1º – A primeira disciplina de Estatística	528	69,7	314	85,8
2º – A segunda disciplina de Estatística	127	16,8	52	14,2
3º – A terceira disciplina de Estatística (Econometria)	36	4,8	0	0,0
4º – Cálculo de Probabilidades e disciplinas de Matemática	66	8,7	0	0,0
Total	757	100,0	366	100,0

Agrupando os cursos pelo número de disciplinas de Estatística oferecidas na grade curricular, observou-se que a maioria de sujeitos encontravam-se em cursos que oferecem duas disciplinas (Administração, Biologia e Agronomia), seguida dos sujeitos que cursam Economia (três disciplinas) e, finalmente, dos sujeitos de cursos que oferecem apenas uma única disciplina (Enfermagem, Geografia e Veterinária), conforme Quadro 9.

Quadro 9. Distribuição dos sujeitos segundo o número de disciplinas de Estatística oferecidas pelos cursos

Número de disciplinas de Estatística oferecidas pelos cursos	Pré-teste		Pós-teste	
	Nº	%	Nº	%
Uma (Enfermagem, Geografia e Veterinária)	158	20,9	103	28,1
Duas (Administração, Biologia, Agronomia)	331	43,7	200	54,6
Três (Economia)	202	26,7	63	17,2
Referência Matemática (Matemática)	66	8,7	0	0,0
Total	757	100,0	366	100,0

Quanto à distribuição dos sujeitos por grupo de cursos, segundo a complexidade matemática da grade curricular, observou-se que a maioria dos sujeitos (63,5% no pré-teste e 62,0% no pós-teste), pertencia a cursos que oferecem disciplinas Cálculo Diferencial e Integral na grade curricular, conforme Quadro 10.

Quadro 10. Número de sujeitos segundo nível de complexidade matemática dos cursos

Nível de complexidade matemática dos cursos	Pré-teste		Pós-teste	
	Nº	%	Nº	%
I – Nenhuma disciplina de Matemática	108	14,3	70	19,1
II – Matemática Básica (*)	102	13,5	69	18,9
III – Cálculo Diferencial e Integral (*)	481	63,5	227	62,0
IV – Matemática Superior (referência matemática)	66	8,7	0	0,0
Total	757	100,0	366	100,0

(*) Essas disciplina, em geral, são pré-requisitos para as disciplinas de Estatística

Quanto ao desempenho nas disciplinas de Estatística, dos 760 sujeitos, 52,9% haviam sido aprovados e 19,5% lograram aprovação após a prova final, totalizando 72,4% aprovados; 4,1% foram reprovados após a prova final; já 5,5% desistiram da prova final; 7,4% abandonaram a disciplina ao longo do semestre e 10,7% abandonaram a disciplina sem nenhuma avaliação.

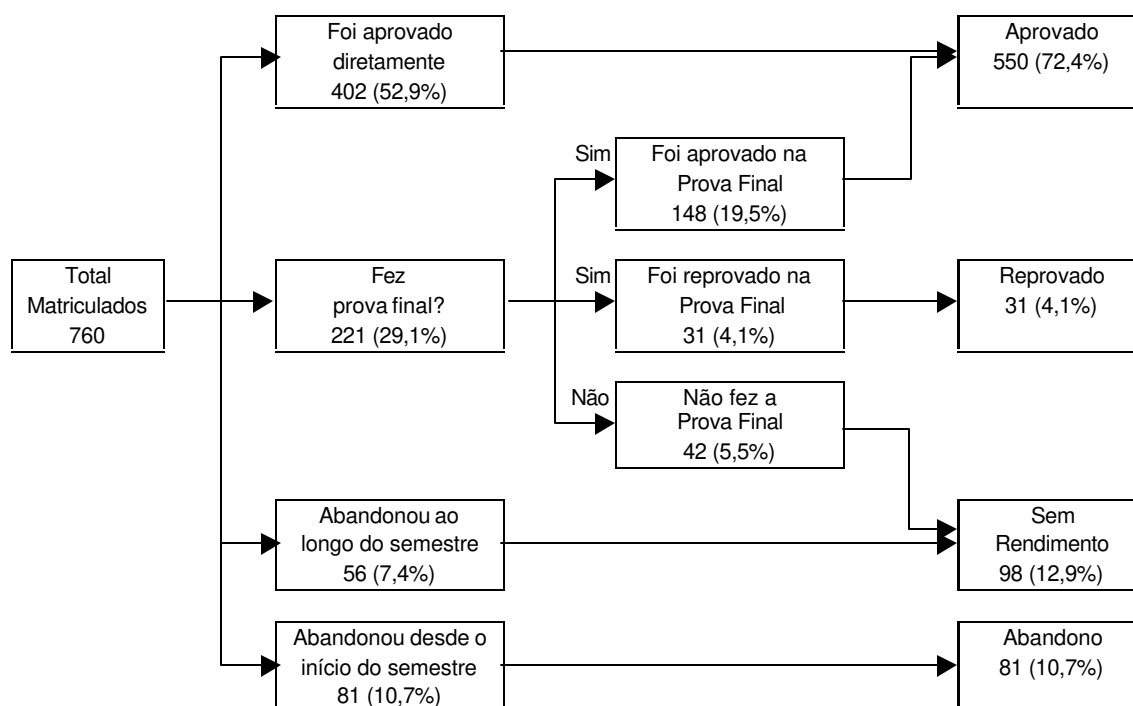


Figura 38. Distribuição dos sujeitos segundo situação final nas disciplinas de Estatística.

Alguns cursos funcionam em período integral (Agronomia, Medicina Veterinária, Biologia, Enfermagem) enquanto outros em meio período, matutino ou noturno (Economia, Administração, Geografia e Matemática). Dos 814 sujeitos, 44% estudavam no período noturno, 35,5% no diurno (período integral), 19% no matutino. Apenas 1,5% informou estar cursando disciplinas pela manhã e pela noite, como é o caso dos sujeitos dos cursos de Administração e Economia, que são cursos oferecidos nos dois períodos.

a) Perfil demográfico dos sujeitos.

Em geral, observou-se uma distribuição equitativa entre os gêneros. Dos 757 sujeitos, 50,5% eram do gênero masculino e 48,6% do gênero feminino, apenas 0,9% dos sujeitos não informaram o gênero ao qual pertenciam.

Quanto ao ano de ingresso na universidade, a maioria dos sujeitos (68,0%) ingressou entre 1997 e 1999, sendo poucos (9,5%) os que ingressaram antes de 1995, conforme Quadro 11. Quanto a idade dos sujeitos (Quadro 12) essa variou de 16 a 50 anos. A idade média foi de 24,4 anos, com desvio padrão de 6,6 anos e a mediana foi de 22 anos.

Em relação à formação no Ensino Médio, 63,4% freqüentaram o ensino médio propedêutico, 22,3% freqüentaram cursos técnicos e 8,4% o curso de Magistério. Poucos sujeitos freqüentaram dois cursos (3,8%) e não responderam (1,5%).

Quanto à inserção no mercado de trabalho, 58,0% afirmaram estar trabalhando, 40,2%, não e 1,8% não responderam. Dos que estavam trabalhando, 53,5%, trabalhavam em dois períodos; 39,4%, apenas em um período; 6,6%, no sistema de plantão e, 0,5% não responderam. Foi observado que a inserção no mercado de trabalho dependia do curso.

Quanto à condição de repetência, foi perguntado ao sujeito se já havia sido reprovado em alguma disciplina de Estatística. Dos 752 que responderam a questão, 49,5% estavam cursando a disciplina pela primeira vez, 27,9%, não haviam sido reprovados e 21,9% já haviam sido reprovados.

Quadro 11. Distribuição dos sujeitos por ano de ingresso

Ano de ingresso	Sujeitos	%
1994 ou antes	72	9,5
1995	50	6,6
1996	69	9,1
1997	111	14,7
1998	189	25,0
1999	214	28,3
2000	28	3,7
Não informou	24	3,2
Total	757	100,0

Quadro 12. Distribuição dos sujeitos por faixa etária

Faixa etária	Sujeitos	%
Até 18	59	7,8
19 e 20	178	23,5
21 e 22	166	21,9
23 a 25	119	15,7
26 a 30	92	12,2
31 a 40	85	11,2
41 ou +	27	3,6
Não informou	31	4,1
Total	757	100,0

A partir das informações sobre reprovação e nível da disciplina foi construída a categorização para a situação frente à disciplina de Estatística, cujo resultado pode ser observado no Quadro 13.

Quadro 13. Distribuição dos sujeitos segundo situação frente à disciplina de Estatística

Situação frente à disciplina de Estatística	Pré-teste		Pós-teste	
	Sujeitos	%	Sujeitos	%
Novato (cursando pela primeira vez, no início do semestre)	433	57,2	0	0,0
Medianamente experiente (já cursou uma disciplina)	222	29,3	366	100,0
Experiente (já cursou duas disciplinas)	36	4,8	0	0,0
Matemáticos (referência matemática)	66	8,7	0	0,0
Total	757	100,0	366	100,0

Em geral, foi observado que o perfil da clientela é fortemente marcado pelo curso. O curso de Enfermagem foi o que apresentou um perfil mais diferenciado. A clientela predominantemente era feminina, jovem, não trabalhava e tinha freqüentado o curso propedêutico no Ensino Médio. Esse curso apresentou a menor taxa de repetentes e a maior taxa de aprovação na disciplina de Estatística, conforme Quadro 14. Esse curso oferece uma única disciplina de Estatística no primeiro semestre. Observa-se que as taxas de reprovação, nesse curso, segundo resultados da avaliação institucional, tende ao residual em

todas as disciplinas, sendo nesse quesito, o segundo melhor curso de graduação da universidade (UESC, 2000).

O curso de Medicina Veterinária também segue esse padrão, porém, a taxa de aprovação foi a segunda menor. Esse curso oferece uma única disciplina no terceiro semestre. Um outro curso, com padrão similar foi Biologia, embora mais sujeitos tinham freqüentado cursos técnicos e tinham uma faixa etária maior. Esse curso apresentou a terceira maior taxa de aprovação, sendo que são ofertadas duas disciplinas, uma no segundo e outra no terceiro semestre.

Esses três cursos formam um grupo de padrão similar, pois são cursos que funcionam em período integral. Além disso, são cursos com alta concorrência no vestibular, significando uma seleção maior. Esses dois fatores refletem o perfil sócio-econômico mais *elevado* da clientela.

Quadro 14. Perfil dos sujeitos por curso

Curso	Classificação do curso (1)	Turno	Porcentagem de sujeitos					
			do gênero feminino	jovens (2)	que não trabalham	cursaram ensino médio comum	repetentes (3)	aprovaram a disciplina de Estatística
Enfermagem	2	D	69,2	78,4	92,3	92,3	1,9	89,2
Veterinária	6	D	52,1	66,7	87,5	82,7	12,2	51,5
Biologia	4	D	77,2	54,5	70,0	53,5	20,6	80,1
Agronomia	14	D	33,3	30,4	64,9	70,3	21,1	73,1
Administração	7	M/N	40,0	23,4	25,6	60,1	27,5	50,0
Economia	12	M/N	43,8	24,0	24,9	58,3	28,0	59,9
Geografia	16	N	51,8	7,5	20,8	26,3	14,5	85,1
Matemática	15	N	38,5	7,1	4,7	40,9	22,7	64,7

(1) Classificação do curso de acordo com a demanda no Vestibular 2000

(2) Até 20 anos

(3) Já haviam sido reprovados em alguma disciplina de Estatística

O curso de Agronomia também funciona em período integral, porém era majoritariamente masculino, com faixa etária maior e não era muito concorrido no vestibular. Esse curso oferece duas disciplinas de Estatística, a primeira no terceiro semestre e a segunda no quinto.

Em contraste, o curso de Matemática apresentou um perfil predominante masculino, maior faixa etária, a maioria trabalhava e tinha frequentado cursos técnicos no Ensino Médio. Observa-se que apenas 12 sujeitos estavam cursando a disciplina de Cálculo de Probabilidades, os outros estavam no terceiro ou quarto ano.

O curso de Geografia segue esse perfil, embora a distribuição por gênero era mais equitativa e a taxa de aprovação foi a segunda maior. Este curso oferece apenas uma única disciplina, no segundo semestre, com conteúdos bastante simples, restritos à Estatística Descritiva, o que parece explicar a alta taxa de aprovação.

Os dois cursos, Matemática e Geografia, funcionam em período parcial e têm as menores taxas de concorrência no vestibular, sendo predominantemente alunos de Licenciatura, embora a área de Matemática ofereça também o curso de Bacharelado.

Num perfil intermediário entre esses dois grupos de cursos observou-se os cursos de Economia e Administração: com perfil majoritariamente masculino, com faixa etária maior, a maioria trabalhando, apresentando baixas taxas de aprovação e enfrentando sérios problemas de abandono nas disciplinas de Estatística. O curso de Administração oferece duas disciplinas de Estatística, uma no quarto e outra no quinto semestre. Já o curso de Economia é o único que oferece “três” disciplinas de Estatística, no terceiro, quarto e sexto semestres. Ambos cursos funcionam em período parcial.

A seguir, são apresentados os resultados no pré e no pós-teste. Observa-se que no pré-teste encontram-se sujeitos que estavam cursando a disciplina de Econometria (*experientes* – referência estatística) e os sujeitos do curso de Matemática (*referência matemática*), junto com os *novatos* e os *medianamente experientes*, enquanto que no pós-teste todos os sujeitos eram *medianamente experientes*.

b) Significado da Estatística para os sujeitos

Segundo Vendramini (2000), em geral, as pessoas relacionam a Estatística apenas no sentido da organização e descrição de dados, sem considerar um aspecto essencial, que reside no seu poder inferencial. Outros a relacionam apenas com seu uso no cotidiano ou a confundem com a Matemática.

No presente trabalho, assumiu-se a definição de Estatística de Kruskal e Tanur (1978, p.1072), como o *estudo formal de processos que leva das observações empíricas à inferência ou decisão, lidando com as conseqüências de modos particulares dessas inferências ou decisões, procurando encontrar boas alternativas de solução, a luz de critérios explícitos*. Assim, a Estatística se divide em duas grandes áreas: a *Estatística Descritiva*, cujo objetivo é resumir grandes quantidades de dados e, a *Inferência Estatística*, cujo objetivo é a tomada de decisões em condições de incerteza.

Visando captar a lembrança espontânea que os sujeitos tinham da palavra "estatística", foi feita a seguinte questão: *quando você ouve a palavra estatística, o que lhe vem em primeiro lugar em sua mente*.

As respostas foram categorizadas segundo os atributos definidores de Estatística em cinco categorias: Estatística Descritiva, Inferência Estatística, Outros termos ligados à Estatística, Matemática onde foram incluídos atributos tais como: números, cálculos etc., tal como trabalhado por Silva (2000) e, termo vago, onde foram incluídas respostas que não tinham nada a ver com Estatística ou Matemática.

Conforme o Quadro 15, a maioria dos sujeitos (54,3% no pré-teste e 45,4% no pós-teste) relacionou a palavra *estatística* a conceitos relativos à Estatística Descritiva, apenas 5,1% no pré-teste e 3,3% no pós-teste apontaram conceitos relacionados à Inferência Estatística e, 14,1% no pré-teste e 15,3% no pós-teste apontaram conceitos não estatísticos, mas relacionados com ela. No total, 73,6% no pré-teste e 63,9% no pós-teste relacionaram a palavra *estatística* a atributos definidores. Todavia, observou-se que uma parte significativa dos sujeitos (23,1% no pré-teste e 26,8% no pós-teste) relacionou a Estatística com a Matemática.

Quadro 15. Distribuição dos sujeitos de acordo com o significado atribuído à palavra “estatística”

Quando você ouve a palavra estatística, o que lhe vem em primeiro lugar em sua mente?	Pré-teste		Pós-teste	
	Sujeitos	%	Sujeitos	%
Estatística				
Estatística Descritiva				
➤ Organização de dados: tabelas, gráficos, média, desvio padrão, ...	199	26,3	78	21,3
➤ Coleta de dados: dados, informações, mensuração de dados, ...	147	19,4	57	15,6
➤ Análise de dados: comparação, análise de dados	60	7,9	30	8,2
➤ Estatística descritiva, coleta, organização e análise de dados	5	0,7	1	0,3
Total Estatística Descritiva	411	54,3	166	45,4
Inferência Estatística				
➤ Inferência	20	2,6	5	1,4
➤ Tomada de decisões	7	0,9	2	0,5
➤ Previsão: projeções	12	1,6	5	1,4
Total Inferência Estatística	39	5,1	12	3,3
Outros ligados a Estatística				
➤ Pesquisa, elaboração de projetos, planejamento	61	8,1	26	7,1
➤ Probabilidade	34	4,5	17	4,6
➤ Amostragem: amostra	8	1,1	10	2,7
➤ Outros: experimentos, ferramenta, estudo das variações	4	0,5	3	0,8
Total outros ligados a Estatística	107	14,1	56	15,3
Total Estatística	557	73,6	234	63,9
Matemática: Números, porcentagem, cálculos, problemas algébricos, ...	175	23,1	98	26,8
Termo vago: opinião, sentimento, cognitivo, raciocínio,	18	2,4	34	9,3
Sem informação	7	0,9	0	0,0
Total	757	100,0	366	100,0

Silva (2000) em uma pesquisa que teve como sujeitos 643 estudantes de diversos cursos de graduação, perguntou: *qual é a primeira idéia que passa pela sua mente quando*

ouve a palavra Estatística e verificou que 33,4% forneceram respostas incluídas na categoria Estatística, 34,2% na categoria Matemática, 30,1% deu qualquer outro tipo de resposta e 2,3% não responderam a questão. Comparando esses resultados foi verificado que os sujeitos da presente pesquisa relacionam com maior frequência a palavra *estatística* à atributos do conceito.

A questão não exigia nenhuma elaboração por parte do sujeito, solicitando apenas, que o mesmo exteriorizasse o primeiro pensamento quando ouvia a palavra *estatística*. Já a terceira questão exigia do sujeito uma definição de Estatística. Essas duas questões tinham como objetivo verificar o conceito de Estatística que o sujeito dispunha.

O Quadro 16 mostra que a maioria (79,0% no pré-teste e 76,9% no pós-teste) conseguiu definir Estatística através de algum atributo relevante, embora tivessem recorrido majoritariamente a atributos da Estatística Descritiva. Essa tendência foi mais forte no pré-teste. Todavia, alguns sujeitos (6,2% no pré-teste e 7,7% no pós-teste), confundiram Estatística com Matemática. Resultado similar foi encontrado por Vendramini (2000).

c) Sentimento espontâneo e a utilidade da Estatística

A fim de captar o sentimento *espontâneo* em relação à Estatística foi feita a seguinte questão: *quando você ouve a palavra estatística, qual é o sentimento que experimenta?*. Apesar da questão frisar a palavra **sentimento**, muitos sujeitos forneceram opiniões, exprimiram aspectos cognitivos ou outros termos que não estão relacionados aos sentimentos. As respostas foram categorizadas e estão apresentadas no Quadro 17.

Conforme o Quadro 17 observou-se que os sujeitos se dividem entre respostas de caráter afetivo (26,8% no pré-teste e 37,2% no pós-teste), onde predominam os sentimentos negativos (medo, tensão, angústia etc.) e respostas que não tinham caráter afetivo e, sim, manifestações de aspectos cognitivos dos sujeitos frente à Estatística (34,9% no pré-teste e 33,1% no pós-teste), onde predominam os aspectos positivos (responsabilidade, desafio, curiosidade etc.). Alguns sujeitos manifestaram opiniões predominantemente positivas (7,8% no pré-teste e 5,4% no pós-teste) como, importante, objetiva, útil entre outras.

Quadro 16. Distribuição dos sujeitos segundo a definição atribuída à Estatística

Categoria / descrição	Pós-teste		Pós-teste	
	Sujeitos	%	Sujeitos	%
Estatística				
Estatística Descritiva				
➤ Coleta de dados: dados, informações, mensuração (quantificação), ...	119	15,7	43	11,7
➤ Organização de dados: tabelas, gráficos, média, desvio padrão	97	12,8	36	9,8
➤ Análise de dados: comparação de dados, análise de preferências	97	12,8	33	9,0
➤ Estatística descritiva, coleta, organização e análise de dados	73	9,6	30	8,2
Sub-total Estatística Descritiva	386	51,0	142	38,8
Inferência Estatística				
➤ Inferência	74	9,8	44	12,0
➤ Tomada de decisões	29	3,8	16	4,4
➤ Previsão: projeções	14	1,8	11	3,0
➤ Estimador	2	0,3	1	0,3
Sub-total Inferência Estatística	119	15,7	72	19,7
Outros ligados a Estatística				
➤ Probabilidade	27	3,6	26	7,1
➤ Amostragem: amostra	20	2,6	18	4,9
➤ Ferramenta , ciência auxiliar	12	1,6	6	1,6
➤ Pesquisa,	28	3,7	15	4,1
➤ Estudo das variações	2	0,3	0	0,0
➤ Busca da exatidão	1	0,1	0	0,0
➤ Experimentos	3	0,4	3	0,8
Sub-total outros ligados a Estatística	93	12,3	68	18,6
Total Estatística	598	79,0	282	76,9
Matemática: Números, porcentagem, cálculos, problemas algébricos,	47	6,2	28	7,7
Termo vago: Opinião, afetivo, cognitivo, raciocínio	30	4,0	14	3,9
Sem informação	82	10,8	42	11,5
Total	757	100,0	366	100,0

Quadro 17. Distribuição dos sujeitos segundo o sentimento que experimentam frente à palavra "estatística"

Categoria / Descrição	Pré-teste		Pós-teste	
	Sujeitos	%	Sujeitos	%
Cognitivo				
➤ Positivo: curiosidade, responsabilidade, desafio, descoberta, ...	192	25,4	83	22,7
➤ Negativo: difícil, dúvida, preocupação, complexa, ...	72	9,5	38	10,4
Total	264	34,9	121	33,1
Afetivo				
➤ Positivo: gosto, alegria, satisfação, tranquilidade, felicidade, ...	35	4,6	28	7,7
➤ Negativo: medo, ansiedade, apreensão, fobia, angustia, ...	128	16,9	88	24,0
➤ Nenhum: nada, normal, indiferença, ...	28	3,7	13	3,6
➤ Contraditório: sentimentos conflitantes: medo e desafio, ...	12	1,6	7	1,9
Total	203	26,8	136	37,2
Opinião				
➤ Positiva: importante, objetiva, credibilidade, útil, confiança, ...	57	7,5	18	4,9
➤ Negativa: desconfiança, incredulidade, incerteza, ...	2	0,3	2	0,5
Total	59	7,8	20	5,4
Termo vago				
➤ Raciocínio: lógica matemática, raciocínio matemático, ...	18	2,4	6	1,6
➤ Coleta, matemática, análise, pesquisa, ...	97	12,8	40	11,0
Total	115	15,2	46	12,6
Não responderam	116	15,3	43	11,7
Total	757	100,0	366	100,0

Agrupando-se as categorias que sinalizam uma postura favorável, 37,5% dos sujeitos no pré-teste e 35,3% no pós-teste manifestaram respostas positivas em relação à Estatística enquanto 26,7% no pré-teste e 34% no pós-teste, deram respostas negativas.

Silva (2000) também verificou o sentimento que os sujeitos exprimiam frente à palavra *estatística*. A autora agrupou as respostas em sentimentos positivos (10,7%), negativos (37,7%), de indiferença (7,3%), não sentimento (respostas não afetivas) (48,4%) e não responderam (3,9%). Fazendo o mesmo agrupamento no pré-teste, foi encontrado que 4,6% manifestaram sentimentos positivos, 16,9% sentimentos negativos, 3,7% indiferença, 1,6% sentimentos contraditórios e 57,9% forneceram respostas não afetivas. Observa-se que os sujeitos da presente pesquisa manifestaram menos sentimentos negativos e mais aspectos não afetivos em relação à Estatística.

Com relação à ajuda que acreditavam que a Estatística poderia dar no desempenho de sua profissão, no pré-teste, 90,6% dos sujeitos responderam de forma afirmativa, apenas 1,5% de forma negativa. Resultado similar foi observado no pós-teste. A maioria (56,7% no pré-teste e 58,5% no pós-teste) argumentou que a Estatística é uma ferramenta necessária, tanto para o desempenho profissional quanto do desenvolvimento de projetos e na pesquisa científica, seguido dos que argumentam ser uma ferramenta útil para a tomada de decisões (9,5% no pré-teste e 13,7 no pós-teste), maiores detalhes podem ser encontrados no Quadro 18 (Anexo 11).

Esse resultado é muito relevante, pois mostrou que os sujeitos, mesmo aqueles que não têm um relacionamento positivo com a disciplina, reconhecem sua utilidade e sua importância.

A seguir, foi analisada a definição de média aritmética dada pelos sujeitos. Conforme o Quadro 19 a maioria (41,7% no pré-teste e 54,9% no pós-teste) definiu a média aritmética como algoritmo, sendo poucos os sujeitos que conseguiram defini-la de uma forma mais completa. Observou-se que 30,4% dos sujeitos no pré-teste e 15,6%, no pós-teste, optaram por não responder essa questão.

Quanto à utilidade da média aritmética, conforme o Quadro 20 (Anexo 11), a maioria dos sujeitos (20,6% no pré-teste e 26,2% no pós-teste) respondeu que a média serve para *representar um conjunto de dados*, seguido da categoria (7,7% no pré-teste e 5,5% no pós-teste) *para encontrar valores intermediários*. Apenas 4,9% dos sujeitos no pré-teste e 7,9% no pós-teste afirmaram que a média serve *para fazer inferência*. Observa-se que no pós-teste os sujeitos têm uma posição mais *coerente* sobre a utilidade da média, apontando mais o poder inferencial desta. Todavia, foi alto o número de sujeitos que preferiu se omitir (36,7% no pré-teste e 25,7% no pós-teste), bem como o número de sujeitos que apontaram utilidades não relacionadas com esse conceito (14,4% no pré-teste e 17,2% no pós-teste).

Quadro 19. Distribuição dos sujeitos segundo a definição atribuída à média aritmética

O que é a média aritmética?	Pré-teste		Pós-teste	
	Sujeitos	%	Sujeitos	%
Conceitos ligados a definição de média aritmética				
➤ Algoritmo: a soma dos valores dividido pelo número de observações	316	41,7	201,0	54,9
➤ Ponto médio, mediana, valor central, ponto de concordância, meio termo, é uma medida de tendência central, uma base	66	8,7	34	9,3
➤ É um valor que resume, a forma de se chegar a um único resultado a partir de outros	13	1,7	6	1,6
➤ Uma estimativa	6	0,8	3	0,8
➤ É o valor mais freqüente (moda)	5	0,7	1	0,3
➤ Ponto de equilíbrio	4	0,5	4	1,1
➤ Valores como parâmetro	3	0,4	0	0,0
➤ É uma medida	3	0,4	0	0,0
➤ Tendência	0	0,0	2	0,6
Total	416	54,9	251	68,6
Nada a ver: porcentagem, média geométrica, apenas a soma de valores,...	111	14,7	58	15,8
Não respondeu	230	30,4	57	15,6
Total	757	100,0	366	100,0

Em seguida, foi solicitado que dessem um exemplo envolvendo a média aritmética. Dos 757 sujeitos do pré-teste, 58,8% deram exemplos numéricos, ligados ao cotidiano, aplicando o algoritmo (notas das disciplinas, idade, gols do campeonato, peso de rebanho etc.) ou mencionaram parâmetros (renda per capita, nota média do semestre, velocidade média etc.). 2,6% dos sujeitos deram exemplos errados (porcentagem de aprovados, regra de três, somaram ou subtraíram números etc.). Apenas um sujeito fez o desenho de uma curva normal, colocando a letra grega μ , no meio do eixo horizontal. Observa-se, também, a grande quantidade de sujeitos (38,4%) que deixaram a questão sem resposta. Esse quadro mudou no pós-teste, quando mais sujeitos (71,9%) deram exemplos e menos sujeitos (25,7%) se omitiram. Embora os exemplos utilizados, ao igual que no pré-teste, eram baseados no algoritmo ou em parâmetros conhecidos.

d) Auto avaliação de conhecimentos de Estatística, Matemática e gráficos

Com o objetivo de verificar como os sujeitos auto avaliam seu desempenho em Estatística e em Matemática foi solicitado aos mesmos que atribuíssem notas de zero a dez a seus desempenho em ambas matérias. Conforme pode ser observado no Quadro 21, aproximadamente metade dos sujeitos auto avaliou-se com notas maiores ou iguais a sete, isto é, se considerou aprovado. Aproximadamente um quarto dos sujeitos auto avaliou-se com notas entre cinco e sete, isto é, assumiram a possibilidade de enfrentar a prova final. Poucos sujeitos se auto avaliaram com notas inferiores a cinco pontos, o que implicaria em uma expectativa de reprovação na disciplina.

Observou-se, também, que as notas atribuídas à Estatística apresentaram uma ligeira melhora no pós-teste, enquanto as notas atribuídas à Matemática permaneceram quase inalteradas, embora muitos preferiram se omitir.

Quadro 21. Distribuição dos sujeitos segundo notas atribuídas ao seus desempenhos em Estatística e Matemática

Estatísticas	Estatística		Matemática	
	Pré-teste (n = 757)	Pós-teste (n = 366)	Pré-teste (n = 757)	Pós-teste (n = 366)
Notas				
➤ N° se sujeitos que responderam	616	351	647	272
➤ Média	6,4	6,6	6,9	7,0
➤ Desvio Padrão	1,7	1,7	1,4	1,5
➤ Mediana	7,0	7,0	7,0	7,0
Porcentagem de sujeitos com notas				
➤ Maiores ou iguais a sete (≥ 7)	46,2	57,9	55,9	51,4
➤ Maiores ou iguais a cinco e menores que sete (≥ 5 e < 7)	25,6	30,6	26,2	20,5
➤ Menores que cinco (< 5)	9,5	7,4	3,4	2,5
➤ não responderam	18,6	4,1	14,5	25,7
Total	100,0	100,0	100,0	100,0

Junto com as vinte proposições da Escala de Atitudes em relação à Estatística (Anexo 3) foi apresentada a proposição N° 21: *Eu não tenho um bom desempenho em Estatística* (auto-percepção de desempenho em Estatística) e, na escala de Matemática

(Anexo 6): *Eu não tenho um bom desempenho em Matemática* (auto-percepção de desempenho em Matemática). Essas proposições tinham como alternativas de resposta: *discordo totalmente, discordo, concordo e concordo totalmente*. Os resultados mostraram que a maioria discordou dessas afirmações, apresentando uma postura bastante positiva na auto-percepção do desempenho em ambas matérias. Todavia, essa postura tende a ser ligeiramente mais negativa no pós-teste em Estatística, maiores detalhes podem ser encontrados no Quadro 22.

Quadro 22. Distribuição dos sujeitos segundo a auto-precepção do desempenho em Estatística e em Matemática

Eu não tenho bom desempenho em:	Estatística				Matemática	
	Pré-teste		Pós-teste		Pré-teste	
	Sujeitos	%	Sujeitos	%	Sujeitos	%
Concordo totalmente	19	2,5	21	5,7	29	3,8
Concordo	202	26,7	111	30,3	231	30,5
Discordo	440	58,1	200	54,6	380	50,2
Discordo totalmente	69	9,1	28	7,7	101	13,3
Não responderam	27	3,6	6	1,6	16	2,1
Total	757	100,0	366	100,0	757	100,0

Visando analisar o conhecimento estatístico anterior que o sujeito acreditava possuir foi apresentado um quadro (questão 15 do questionário informativo, Anexo 2), contendo 13 conceitos/procedimentos estatísticos e foi solicitado que marcassem com X aqueles que já havia estudado, bem como o nível de conhecimento que acreditassem possuir dos mesmos, cujos resultados são apresentados no Quadro 23.

A maioria dos sujeitos conhecia os conceitos/procedimentos mais elementares, tais como tabelas (90,0%), gráficos (92,7%), média (70,4%), desvio padrão (53,1%) e probabilidades (65,7%), sendo que o nível desses conhecimentos é razoável. Já procedimentos mais complexos, tais como delineamento de experimentos (5,7%), séries temporais (12,7%), tabelas de contingência (12,8%) eram praticamente desconhecidos da grande maioria.

Esses resultados eram, em parte, esperados, uma vez que a maioria dos sujeitos (57,2%) eram *novatos*, ou seja, estavam vendo a primeira disciplina de Estatística, pela primeira vez. A Figura 39 ilustra claramente essa tendência: quanto mais complexo foi o conceito/procedimento menor foi o número de sujeitos que já o havia estudado e menor o nível de conhecimento do assunto e vice-versa.

A partir dessas informações foi criado o indicador *nível de conhecimento de Estatística*, que variava de zero a 52 pontos. Dos 757 sujeitos, 97,2% dos sujeitos escolheram, pelo menos, uma alternativa e apenas 2,8% deixaram o quadro em branco. A pontuação máxima obtida foi 46 pontos, a pontuação média foi 11,1, com um desvio padrão de 7,6 e a mediana foi de 9 pontos. A Figura 40 (Anexo 12) ilustra a distribuição da pontuação deste indicador, sendo que a maioria dos sujeitos obtiveram pontuações baixas (assimetria positiva), o que parece razoável, uma vez que a maioria dos sujeitos estava cursando a disciplina pela primeira vez.

Quadro 23. Distribuição percentual dos sujeitos segundo nível de conhecimento de conceitos/procedimentos estatísticos (*)

Conceitos / procedimentos	Nível de conhecimento dos sujeitos que já haviam estudado (Pontuação atribuída)						Não estudou / não respondeu
	Nenhum (0)	Pouco (1)	Regular (2)	Bom (3)	Muito bom (4)	Total já estudou	
1. Tabelas	0,5	18,4	28,8	35,9	6,3	90,0	10,0
2. Gráficos	1,2	17,3	29,9	38,6	5,8	92,7	7,3
3. Média	1,3	15,1	20,6	27,9	5,5	70,4	29,6
4. Desvio padrão	2,0	15,1	18,1	16,8	1,2	53,1	46,9
5. Probabilidades	2,1	19,8	24,6	16,9	2,2	65,7	34,3
6. Distribuições: normal, t-student	1,8	7,5	8,9	5,3	0,4	23,9	76,1
7. Intervalos de confiança	1,6	5,4	7,3	5,7	0,9	20,9	79,1
8. Teste de hipótese	1,3	7,4	7,4	3,3	0,7	20,1	79,9
9. Correlação e / ou Regressão	1,1	5,8	6,7	3,3	0,8	17,7	82,3
10. Tabelas de contingência	1,1	5,2	4,2	2,2	0,1	12,8	87,2
11. Análise de variância	1,5	9,6	9,6	3,7	0,5	25,0	75,0
12. Séries temporais	1,1	3,4	4,8	2,5	0,9	12,7	87,3
13. Delineamento de experimentos	0,7	2,2	1,8	0,7	0,3	5,7	94,3

(*) A soma do "total já estudou" com "Não estudou / não respondeu" é igual a 100,0%

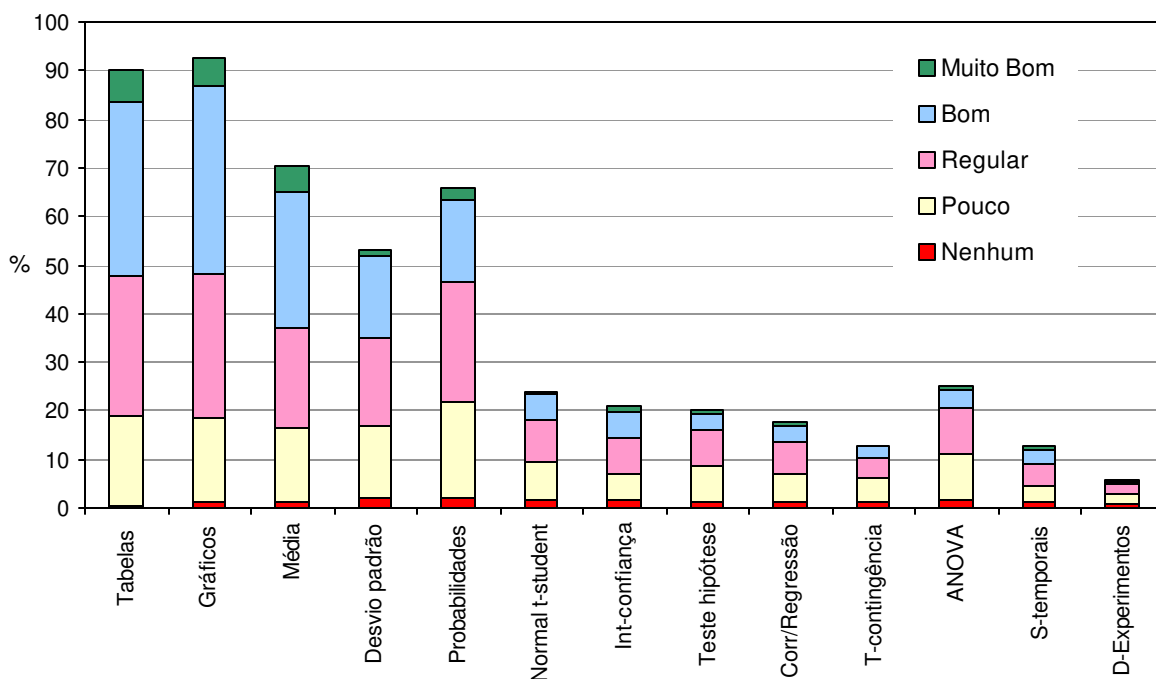


Figura 39. Nível de conhecimento dos sujeitos dos conceitos/procedimentos estatísticos

Do mesmo modo, visando analisar o conhecimento gráfico anterior que os sujeitos acreditavam possuir, foi apresentado um quadro (questão 16 do questionário informativo, Anexo 2), contendo oito gráficos e foi solicitado ao sujeito que indicasse o nível de familiaridade com cada um deles.

Conforme o Quadro 24, o gráfico de barras é o mais conhecido dos sujeitos (92,6%), seguido do gráfico circular (82,0%) e de linhas (79,7%). Já o *diagrama de ramo e folha* é conhecido por apenas 8,8% dos sujeitos, o *diagrama da caixa* por 10,8% e o *diagrama de dispersão* por 24,2%. O histograma e o *gráfico de área* são medianamente conhecidos. A Figura 41 ilustra a distribuição dos sujeitos segundo a familiaridade com os gráficos. Esses resultados também eram esperados, pois dificilmente os sujeitos que estavam vendo a primeira disciplina pela primeira vez (*novatos*), poderiam conhecer gráficos mais complexos.

Quadro 24. Distribuição percentual dos sujeitos por tipo de gráfico segundo nível de contato (*)

Tipo de gráfico	Nível de contato / (pontuação)					Não respondeu (**)
	Conhece (1)	Já estudou (2)	Já desenhou a mão (3)	Já desenhou no computador (4)	Total que conhece	
1. Colunas ou Barras	16,8	11,1	29,3	35,4	92,6	7,4
2. Circular (de setores, pizza, etc.)	17,2	11,0	19,6	34,2	82,0	18,0
3. Linhas	13,9	12,3	26,0	27,5	79,7	20,3
4. Histograma	15,3	10,6	20,2	7,5	53,6	46,4
5. Área	13,5	11,4	9,8	12,5	47,2	52,8
6. Diagrama de dispersão (pontos)	8,6	4,2	3,2	8,2	24,2	75,8
7. Diagrama da caixa (box-plot)	6,5	1,8	0,8	1,7	10,8	89,2
8. Ramo e folha (steam-leaf)	4,9	1,7	1,5	0,7	8,8	91,2

(*) A soma das duas últimas colunas é 100,0%

(**) Quando o sujeito não marcou nenhuma das alternativas de respostas

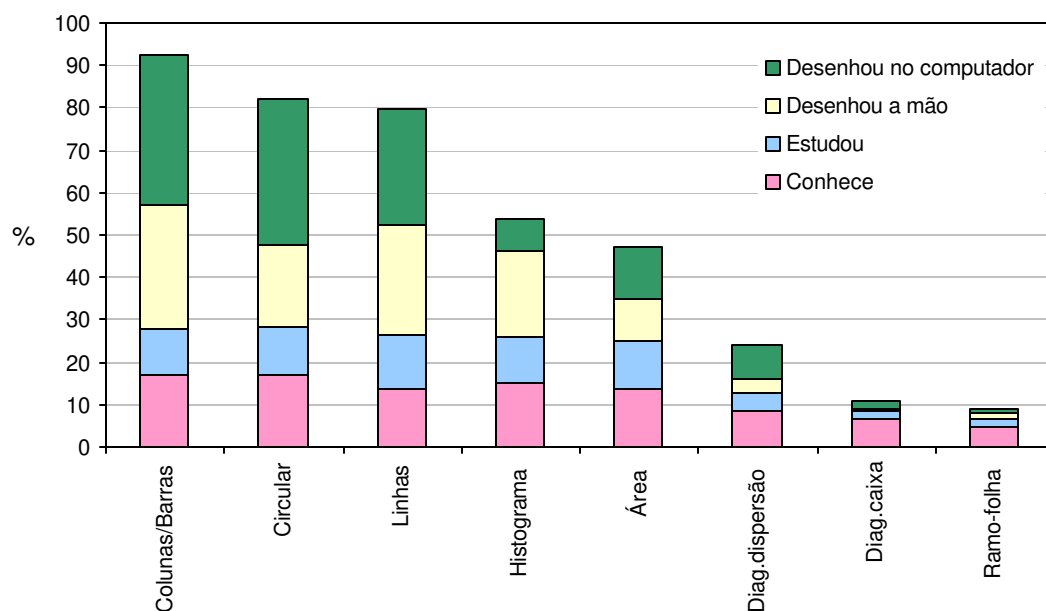


Figura 41. Nível de conhecimento de gráficos segundo os próprios sujeitos

A partir dessas informações foi construído um indicador, denominado nível de conhecimento de gráficos, resultante da soma das pontuações obtidas nos oito gráficos, variando de zero a 32 pontos. A pontuação média foi 10,9 com um desvio padrão de 5,8 e a mediana foi 11 pontos. Conforme Figura 42 (Anexo 12), a distribuição da pontuação no nível de conhecimentos de gráficos não é tão assimétrica quanto o nível de conhecimentos de conceitos /procedimentos estatísticos, ou seja, os sujeitos apresentaram um maior nível de conhecimento de gráficos. Constatou-se que apenas dois sujeitos manifestaram conhecer os oito gráficos e tê-los desenhado no computador, obtendo a pontuação máxima de 32 pontos.

e) Atitudes em relação à Estatística e em relação à Matemática

Os resultados da aplicação das escalas de atitudes em relação à Estatística (Anexo 3) e em relação à Matemática (Anexo 6) mostraram que existe uma tendência positiva em relação as duas matérias, uma vez que a pontuação média variou de 54 a 56 pontos. A Figura 43 ilustra a distribuição da pontuação das duas escalas. Aparentemente, as distribuições são muito similares, embora a pontuação na escala de Matemática seja ligeiramente mais dispersa.

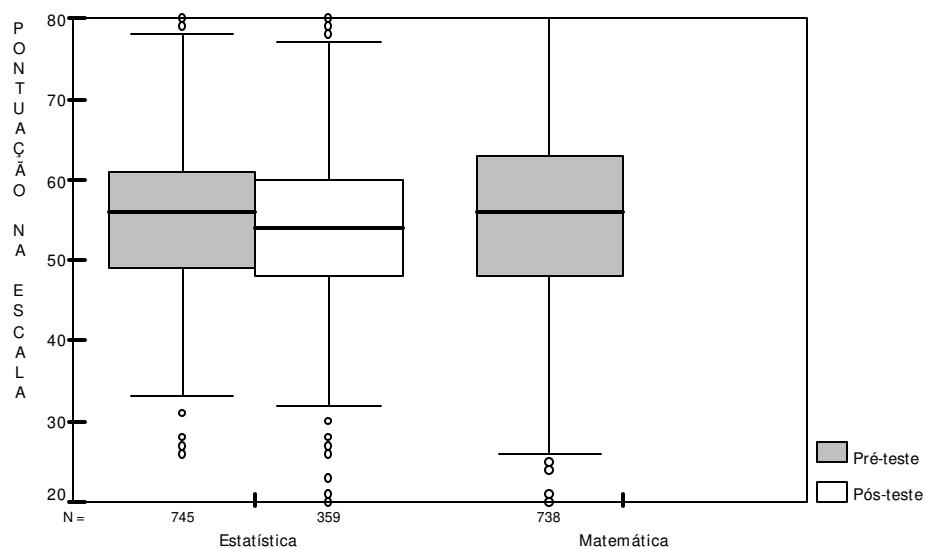


Figura 43. Distribuição da pontuação nas Escalas de Atitudes em relação à Estatística e em relação à Matemática

f) Desempenho na prova da média

Como já foi mencionado, a prova da média estava composta por seis questões. A primeira questão solicitava o cálculo da média simples. Praticamente todos os sujeitos (95,2% no pré-teste e 97,7% no pós-teste) conseguiram responder de forma correta, maiores detalhes podem ser encontrados no Quadro 25, no Anexo 11. A análise de erros indicou que os sujeitos aparentemente não conheciam o conceito de média, nem do algoritmo de cálculo. Os erros foram cometidos principalmente por *novatos* ou por sujeitos que não tinham uma boa relação com a disciplina.

A segunda questão, que modificava a primeira, atribuindo pesos diferentes às provas, referia-se à média ponderada. O desempenho dos sujeitos caiu sensivelmente (30,8% no pré-teste e 36,9% no pós-teste). Praticamente um quarto dos sujeitos (25,5% no pré-teste e 24,9% no pós-teste) respondeu a questão de forma errada e, montante similar (28,0% no pré-teste e 24,9% no pós-teste) preferiu deixar em branco essa questão. Em geral, observou-se um melhor desempenho no pós-teste, maiores detalhes ver Quadro 26 (Anexo 11).

A análise das respostas erradas indicaram que os sujeitos não tinham disponível o conceito de média ponderada. Os erros mais freqüentes foram: a) calcular a média simples, ignorando os pesos, resultando como média a nota 7,0; b) somar os números, ponderando-os, porém dividindo por três, obtendo uma nota de 13,3; c) dividir cada valor por sua ponderação, somar e dividir por três, obtendo 4,5 como valor da média e, d) somar os pesos e dividir por três, isto é, calcular a média simples dos pesos, omitindo os valores da variável, obtendo média e 3,0.

Foi observado uma constante nos tipos de erros cometidos. Aparentemente, o sujeito não verificava a *razoabilidade* do resultado, uma vez que a média deveria ser compatível com os números envolvidos. Os sujeitos não observaram uma das propriedades da média, segundo a qual essa só pode assumir valores entre os valores mínimo e máximo do conjunto de dados.

A terceira questão envolvia o conhecimento das propriedades da média. Dado um conjunto de dados, com a média correspondente, era solicitado que calculassem a média que seria obtida se um novo dado fosse incorporado ao conjunto. Como pode ser observado no Quadro 27 (Anexo 11), esta questão foi corretamente respondida por quase 80% dos sujeitos, tanto no pré-teste quanto no pós-teste. O erro mais observado, nesta questão, era ignorar o novo dado e calcular novamente a média dos números envolvidos.

A quarta questão era o problema formulado por Pollatsek e outros (1981), que tem o intuito de verificar se os sujeitos são capazes de fazer a relação entre o todo e a média, bem como o conhecimento de média ponderada. A maioria (44,5% no pré-teste e 42,1% no pós-teste) se limitou a calcular o peso total, enquanto que 37% dos sujeitos no pré-teste e 36,9% no pós-teste conseguiram responder corretamente a questão (Quadro 28, Anexo 11). O erro mais comum neste problema foi ignorar o número de pessoas, somar 60 com 80 e dividir por dois, isto é, calcularam a média simples dos pesos.

A quinta questão envolveu a interpretação da média de uma variável discreta (número de filhos por casal) cujo resultado é um número decimal. A maioria dos sujeitos (51,2% no pré-teste e 48,3% no pós-teste) forneceu interpretações erradas, quase um quinto (21,0% no pré-teste e 24,3% no pós-teste) preferiram deixar em branco a questão, sendo muito poucos (2,5% no pré-teste e 3,0% no pós-teste) os que conseguiram interpretar de forma correta essa afirmação, ver Quadro 29 (Anexo 11).

Dentre as respostas consideradas erradas encontravam-se aquelas do seguinte tipo: “do total de todos os jovens, apenas 23 têm filhos”; “os dados são insuficientes para tal afirmação”; “a média é de dois, com probabilidade de 30% de ter o terceiro filho”; “a cada três casais, os filhos são 2”; “dentre as crianças (filhos) consultadas, 2,3% são filhos de casais jovens”.

A sexta questão adaptada de Cai (1998) tinha como objetivo analisar o procedimento utilizado na solução de problemas envolvendo a média. A maioria (48,6% no pré-teste e 41,8% no pós-teste) adotou o procedimento aritmético, seguido do algébrico (31,7% no pré-teste e 34,4% no pós-teste). Poucos sujeitos (10,0% no pré-teste e 8,2% no

pós-teste) recorreram ao procedimento verbal e menos ainda (2,6% no pré-teste e 3,8% no pós-teste) ao procedimento pictórico, ver Quadro 30 (Anexo 11).

A título de ilustração, dois exemplos de procedimento verbal: “multipliquei 7 (sete) que é a média pela quantidade de semanas que é (4) e deu 28 e subtrai da quantidade de aparelhos já vendidos” e “ele vendeu dezenove aparelhos nas três primeiras semanas. Multiplicando-se 7×4 (número de semanas), encontraremos o resultado de 28. É necessário que ele venda mais 9 telefones para chegar a 28” e dois pictóricos:

1ª semana	 
2ª semana	 X X X
3ª semana	 X
4ª semana	X X X X X X X

1ª semana	
2ª semana	 X X 
3ª semana	 
4ª semana	

Independentemente do procedimento, a maioria (86,4% no pré-teste e 84,7 % no pós-teste) conseguiu solucionar o problema corretamente, conforme o Quadro 30 (Anexo 11).

O Quadro 31 mostra o desempenho nas seis questões que compunham a prova envolvendo a média. Verificou-se que as questões envolvendo o cálculo da média simples e as propriedades da média praticamente não ofereceram dificuldade. Já a interpretação da média foi a que apresentou maior grau de dificuldade, seguida da questão envolvendo o cálculo da média ponderada.

Finalmente, o desempenho na prova da média foi calculado através da soma dos pontos obtidos pelos sujeitos nas seis questões. A pontuação dos sujeitos variou de zero a 30, com uma média de 19,7 pontos no pré-teste e 19,9 no pós-teste. Pode-se concluir que os sujeitos alcançaram em média um aproveitamento de dois terços da prova, isto é, 66,7%.

Quadro 31. Desempenho dos sujeitos na prova da média

Questões da prova da média	Pontuação máxima	Nº de sujeitos	Média	Mediana	Desvio padrão	% sujeitos que não responderam	Taxa média de acerto %*
1. Cálculo da média simples	5	736	4,9	5	0,6	2,8	98,0
2. Cálculo da média ponderada	5	545	2,6	2	2,3	28,0	52,0
3. Propriedades da média	5	677	4,6	5	1,3	10,6	92,0
4. Problema proposto por Pollatsek e outros	5	704	3,6	3	1,3	7,0	72,0
5. Interpretação da média	5	598	0,9	0	1,4	21,0	18,0
6. Problema proposto por Cai (1998)	5	704	4,6	5	1,3	7,0	92,0
Total	30	746	19,7	20,0	5,3	1,5	65,7

*Taxa média de acerto = 100(média/máxima)

g) Desempenho na prova de gráficos

A prova de gráficos era composta por quatro gráficos. O primeiro gráfico, de barras, ilustrava o movimento dos juros básicos da economia brasileira, tendo sido solicitadas cinco tarefas, com pontuação máxima de cinco pontos. Os resultados são mostrados no Quadro 32 (Anexo 11).

As três primeiras tarefas exigiam uma leitura no nível elementar, requerendo apenas a extração de informação já existente no gráfico. Observa-se que praticamente todos os sujeitos conseguiram localizar o nível mais alto do gráfico (95,4% no pré-teste e 91,0% no pós-teste). Já a segunda tarefa ofereceu mais dificuldade, apenas 37,3% no pré-teste e 46,4% no pós-teste conseguiram responder corretamente. Essa tarefa consistia em detectar o período em que a taxa diminuiu mais rapidamente, sendo que a maioria dos sujeitos assinalou o mês em que a taxa de juros atingiu o valor mais baixo, o que poderia estar indicando erro de interpretação. A terceira tarefa consistia em localizar o mês em que a taxa de juros aumentou mais em relação ao mês anterior e apresentou melhor desempenho que segunda tarefa (84,4% no pré-teste e 79,2% no pós-teste).

A quarta tarefa exigia uma leitura no nível intermediário, isto é, extrair informação que não estava diretamente disponível no gráfico, neste caso, o nível médio. Observa-se que a maioria conseguiu realizar essa tarefa com sucesso: 73,1% no pré-teste e 73,2% no pós-teste.

A quinta tarefa exigia um nível superior de leitura, que era a projeção dos dados para o mês seguinte. A maioria dos sujeitos (62,6% pré-teste e 61,5% no pós-teste) conseguiu fazer estimativas entre 15% e 25%, com justificativas bastante razoáveis. Os argumentos utilizados podem ser agrupados em quatro tipos: a) apenas a tendência de queda; b) tendência de queda com reservas; c) patamar mínimo, e d) análise da estrutura de queda dos juros. Foi observado que alguns sujeitos argumentaram de forma correta, mas suas estimativas ficaram fora da faixa estipulada. As estimativas consideradas erradas foram aquelas onde não era apontado nenhum valor.

A leitura das respostas mostraram que os sujeitos tendem a fazer projeções acompanhando a tendência observada nos últimos meses, a maioria citou valores entre 15% e 20%, o que demonstrou um senso bastante razoável de estimativa. Apesar de considerar como intervalo razoável de resposta valores variando de 10% a 40%, nenhum sujeito fez estimativas acima de 25%, ou seja, nenhum deles previu uma nova crise, o que é bastante razoável uma vez que o gráfico não fornecia condições para fazer uma estimativa dessa natureza.

O desempenho médio, nas cinco tarefas, do gráfico de barras foi de 3,7 pontos no pré-teste e 3,9 pontos no pós-teste, de um total de cinco pontos.

Esses resultados mostraram o bom desempenho dos sujeitos nos três níveis de leitura. Todavia, o gráfico de barras é um dos gráficos que, se utilizado adequadamente, não apresenta dificuldades de leitura.

O segundo problema referia-se a um gráfico de linhas, utilizado em controle de processos. Foram solicitadas quatro tarefas e a pontuação variou de zero a quatro, os resultados se encontram no Quadro 33 (Anexo 11). As duas primeiras tarefas solicitavam do sujeito a extração do nível médio nos dois períodos. Na primeira tarefa, 69,9% dos sujeitos no pré-teste e 67,5% no pós-teste foram bem sucedidos; na segunda tarefa esses percentuais caem ligeiramente (66,1% no pré-teste e 64,5% no pós-teste).

Observou-se, no pré-teste, que o cálculo da média *antes* ofereceu menos dificuldade que a média *depois* de calibrar a máquina, conforme os resultados do teste *t-student* de

diferença de médias, para dados emparelhados ($t_{(703)} = 3,35$; $p = 0,001$). Nessas tarefas foi observado que a ordem de grandeza influía na estimativa. Já essa diferença não foi confirmada no pós-teste ($t_{(308)} = 1,56$; $p = 0,120$).

A terceira tarefa solicitava a extração da média geral, que era uma média ponderada das médias encontradas nas tarefas anteriores, uma vez que o tempo *antes* era o dobro do tempo *depois* de calibrar a máquina. Por essa razão, essa tarefa oferecia maior grau de dificuldade. Observou-se que apenas 21,4% no pré-teste e 20,5% no pós-teste conseguiram responder corretamente. A grande maioria (67,2% no pré-teste e 59,3% no pós-teste) errou, pois calculou a média simples, dando como resposta o valor de 2,5.

Já a quarta tarefa exigia detectar padrões: a variabilidade do processo e o tempo. Essa tarefa também apresentou dificuldade, pois apenas 2,4% no pré-teste e 1,9% no pós-teste conseguiram apontar as duas diferenças. Já 34,6% no pré-teste e 39,1% no pós-teste apontaram apenas uma das duas diferenças. Outras diferenças foram consideradas erradas, como a diferença de níveis, explicitadas na solicitação da tarefa. Observou-se que a maioria (43,9% no pré-teste e 43,7% no pós-teste) preferiu deixar a questão em branco.

Do total de quatro pontos da questão, o desempenho médio foi de 1,9 no pré-teste e 2,0 no pós-teste e a mediana de 2,0 pontos nos dois períodos.

O terceiro gráfico era de barras com linha de referência em zero e foram solicitadas duas tarefas. A primeira tarefa era estimar o valor médio do período (a média era 800 e foram consideradas certas estimativas entre 500 e 1100, isto é, uma margem de ± 300). Conforme o Quadro 34 (Anexo 11), apenas 22,3% no pré-teste e 24,6% no pós-teste conseguiram realizar estimativas no intervalo considerado razoável. A maioria (50,7% no pré-teste e 42,3% no pós-teste) errou, estimando a média em torno de 2000. Aparentemente, os sujeitos esqueceram de levar em consideração os valores negativos no cálculo da média. Muitos sujeitos se confundiram com a ordem de grandeza dos números.

A segunda tarefa solicitava projetar e justificar o valor para o mês seguinte. Foram consideradas estimativas corretas aquelas que estivessem no intervalo entre -2000 e 1100, desde que fossem acompanhadas por uma justificativa razoável. Observou-se que 37,4%

dos sujeitos no pré-teste e 35,0% no pós-teste conseguiram fazer estimativas razoáveis, embora montante similar (36,8% no pré-teste e 37,4% no pós-teste) preferiu não realizar a tarefa. As justificativas consideradas como razoáveis podem ser agrupadas em dois tipos: justificativas que utilizam apenas as informações do gráfico para fazer as projeções (tendência observada no ano anterior, padrão observado ou nível médio) e justificativas que utilizam o conhecimento do contexto (intervenção do governo no controle das contas públicas ou contextualização da crise econômica).

De uma pontuação total de dois pontos, a pontuação média no pré-teste foi de 0,9 e no pós-teste foi de 1,0.

O quarto e último gráfico era um de linhas, ilustrando a tendência de três marcas de sabão na disputa pelo mercado consumidor. O Quadro 35 mostra os resultados obtidos pelos sujeitos nesse gráfico.

Quinze tarefas foram solicitadas. Seis tarefas (da segunda até a sétima) tinham como objetivo verificar se os sujeitos dominavam os aspectos formais da identificação externa do gráfico. Assim, a segunda tarefa solicitava ao sujeito elaborar o título do gráfico. Observou-se que aproximadamente a metade dos sujeitos (52,3% no pré-teste e 50,3% no pós-teste) conseguiu elaborar títulos considerados adequados. Todavia, boa parte dos sujeitos preferiu deixar em branco esta questão (40,8% no pré-teste e 43,2% no pós-teste).

Os títulos considerados adequados podem ser agrupados em dois tipos: os *formais* e os *não formais*. Os títulos *formais* relacionavam as duas variáveis envolvidas: porcentagem do mercado e tempo, por exemplo, *Tendência do mercado para as marcas A, B e C em 9 semanas*. Já os títulos considerados *não formais* esqueceram a formalidade, porém transmitiam a mensagem imersa nos dados, por exemplo, *Marca A assusta líderes do mercado*. Os títulos considerados errados foram aqueles que não se enquadravam nas categorias anteriores, por exemplo, *Porcentagem de produtos na prateleira*.

A terceira tarefa solicitava a identificação do tipo de gráfico e embora se trate de um gráfico de linhas, foram consideradas certas respostas do tipo: gráfico/diagrama de pontos, diagrama de dispersão, diagrama de dispersão com linhas e gráfico de linhas compostas. No

pré-teste foi observado que 48,7% dos sujeitos apontaram tipos considerados corretos, embora montante similar preferiu se omitir (47,7%). No pós-teste a taxa de omissão aumentou sensivelmente para 59,6%.

Quadro 35. Desempenho dos sujeitos no gráfico de linhas(*)

Processos / Níveis de leitura Tarefas	Pré-teste			Pós-teste		
	Certo	Errado	Não resp.	Certo	Errado	Não resp.
Processo: Identificação externa Nível de leitura: elemental						
2ª) Qual era o título do gráfico	52,3	6,9	40,8	50,3	6,6	43,2
3ª) Qual é o nome deste tipo de gráfico	48,7	3,6	47,7	33,6	6,8	59,6
4ª) Qual é a variável dependente	23,5	2,6	73,8	18,9	3,8	77,3
5ª) Que tipo de variável ela é	6,3	4,9	88,8	5,2	4,9	89,9
6ª) Qual é a variável independente	19,7	2,4	77,9	17,2	2,7	80,1
7ª) Que tipo de variável ela é	4,9	4,6	90,5	5,2	3,0	91,8
Processo: Percepção de correspondência / Nível de leitura: superior						
10ª) Projeção para marca A	48,9	0,4	50,7	43,2	0,3	56,6
11ª) Projeção para marca B	46,2	0,0	53,8	41,0	0,3	58,7
12ª) Projeção para marca C	45,6	0,3	54,2	41,3	0,3	58,5
Nível de leitura: ler atrás dos dados						
1ª) Qual era a manchete da matéria?	71,2	7,1	21,7	65,0	6,0	29,0
13ª) A manchete seria a mesma se o outro ...	54,2	16,4	29,5	48,4	13,4	38,3
14ª) Qual seria a manchete se fosse a marca B	37,4	8,2	54,4	36,1	5,5	58,5
15ª) Qual seria a manchete se fosse a marca C	30,4	14,7	55,0	27,3	12,6	60,1
Nível de leitura: ler atrás dos dados Conhecimento de técnicas estatísticas						
8ª) A manchete se sustenta apenas o gráfico?	32,2	36,5	31,3	26,2	31,4	42,3
9ª) Caso negativo, que ferramentas?	0,0	25,8	74,2	0,0	20,9	79,1

(*)A soma das porcentagens dentro do pré-teste e dentro do pós-teste é igual a 100,0%

As tarefas que solicitavam a identificação do tipo de variáveis envolvidas no gráfico (quarta, quinta, sexta e sétima) apresentaram o pior desempenho. A maioria dos sujeitos preferiu se omitir nessas tarefas, tanto no pré-teste quanto no pós-teste. A análise das respostas mostrou que poucos sujeitos conseguiram identificar a variável *porcentagem do*

mercado como sendo uma variável contínua e dependente (ou endógena) e a variável *tempo* como sendo discreta e independente (ou exógena).

Já os sujeitos foram melhor sucedidos nas tarefas de projeção de tendências (10^a, 11^a e 12^a). Observou-se que 41,0% a 48,9% dos sujeitos conseguiram fazer projeções consideradas adequadas. Embora tenha sido considerado como correto as projeções entre 20% e 30%, a grande maioria acompanhou as tendências observadas nas trajetórias das três marcas de sabão, ou seja, crescimento de 5% a 10% para a marca A, ligeiro crescimento para a marca B de 2% a 4% e, ligeira queda de 4% a 8% para a marca C, numa situação de empate técnico, ou seja, estatisticamente as três marcas de sabão em pó estariam em condições iguais de disputa pela liderança no mercado nacional. A maioria dos sujeitos utilizou rabiscos para a projeção, sendo poucos os que explicitaram numericamente a porcentagem do mercado que ficaria com cada marca. Todavia, a maioria dos sujeitos (de 50,7 à 58,7%) deixou em branco essas tarefas e foram muito poucos os que fizeram projeções fora do intervalo de 20% a 30%, no máximo três sujeitos, segundo a projeção.

Quatro tarefas (1^a, 13^a, 14^a e 15^a) envolviam *leitura atrás dos dados*, isto é, o sujeito deveria valorar a fiabilidade e integridade dos dados, bem como se colocar na posição de quem toma decisões, ao ter que elaborar as manchetes para o jornal, segundo a marca que tivesse encomendado a pesquisa.

A primeira tarefa solicitava *elaborar a manchete da matéria, caso a marca A tivesse encomendado a pesquisa*. A maioria dos sujeitos (71,2% no pré-teste e 65% no pós-teste) conseguiram elaborar manchetes consideradas adequadas. Foi considerada como manchete adequada aquela que levasse em consideração o crescimento rápido da marca A nas últimas semanas.

A décima terceira tarefa solicitava optar diante da afirmativa *a manchete do jornal seria a mesma se a pesquisa tivesse sido encomendada por outra marca*. A maioria dos sujeitos (54,2% no pré-teste e 48,4% no pós-teste) optou pela resposta negativa, considerada correta. Nesse caso, foi solicitado que elaborassem as manchetes para as outras marcas. Para o caso da marca B (tarefa 14^a) foram consideradas adequadas as manchetes que ressaltavam o segundo lugar ou a estabilidade da marca B no mercado consumidor

(37,4% no pré-teste e 36,1% no pós-teste). Para o caso da marca C (tarefa 15^a) foram consideradas adequadas as manchetes que ressaltavam sua condição de líder do mercado (30,4% no pré-teste e 27,3% no pós-teste).

Ressalta-se, de um lado, a criatividade mostrada pelos sujeitos na elaboração das manchetes e, de outro, a ingenuidade de tentar driblar a contundência dos dados ou de explicitar a fragilidade da marca, ainda outros sujeitos acreditam que com dados desfavoráveis seria preferível não publicar os mesmos.

Finalmente, duas tarefas (oitava e nona) tinham como objetivo verificar se o sujeito conhecia ferramentas estatísticas mais complexas que poderiam ser utilizadas a fim de complementar a tomada de decisão. A oitava tarefa solicitava optar diante da afirmativa: *A manchete se sustenta apenas com o gráfico ou é preciso usar outras ferramentas estatísticas*, com duas alternativas de respostas. A alternativa *É preciso usar outras ferramentas*, considerada correta, foi escolhida por 32,2% dos sujeitos e, a alternativa *Não precisa nada além do gráfico*, por 36,5%. Esse desempenho caiu no pós-teste. Observa-se que 31,4% dos sujeitos no pré-teste e 42,3% no pós-teste deixaram a questão em branco.

A nona tarefa solicitava aos sujeitos que explicitassem quais seriam essas ferramentas. Esperava-se que pelo menos os sujeitos *experientes*, aqueles que já haviam cursado duas disciplinas, mencionassem a análise de correlação e regressão ou a análise de séries temporais, consideradas como respostas corretas. Infelizmente, nenhum sujeito mencionou essas técnicas. Observa-se que a maioria preferiu deixar essa questão em branco: 74,2% no pré-teste e 79,1% no pós-teste.

A pontuação média foi 6,1 no pré-teste e 5,9 no pós-teste, o que, do total de 15 pontos, implica num acerto médio da ordem de 40%. Esse baixo desempenho foi explicado porque a maioria dos sujeitos deixaram sem respostas as tarefas da identificação externa do gráfico, as projeções, as manchetes para as marcas B e C e as ferramentas complementares para a tomada de decisões.

A soma das pontuações nos quatro gráficos compõem a pontuação da prova de gráficos, que toma valores de zero a 26. A pontuação média, tanto no pré-teste quanto no pós-teste, foi de 11,2 de 26 pontos.

O Quadro 36 apresenta um resumo do desempenho dos sujeitos em cada gráfico e na prova como um todo. Nesse pode ser observado que o gráfico de barras foi o que apresentou a maior porcentagem média de acerto (74,0%), enquanto que o gráfico de linhas apresentou a menor (40,7%). Todavia, o gráfico de barras com referência zero apresentou a maior taxa de sujeitos que deixaram em branco a questão (22,6%). Em geral, na prova gráfica, a porcentagem média de acerto foi de 43,1%.

Em geral, pode-se concluir que os sujeitos conseguem extrair informação em nível elementar, conseguem fazer projeções razoáveis, mas desconhecem os aspectos formais do gráfico. A extração das informações depende do tipo de gráfico.

Quadro 36. Desempenho dos sujeitos na prova de gráficos

Estatísticas	Gráfico				Total 0 – 26
	De barras 0 – 5	Controle 0 – 4	Barras referência zero 0 – 2	Linhas 0 – 15	
Nº de sujeitos que responderam	742	710	586	629	748
Pontuação mínima – máxima	0 – 5	0 – 4	0 – 2	0 – 14	0 – 26
Média	3,7	1,9	0,9	6,1	11,2
Desvio Padrão	1,1	1,0	0,6	3,3	5,2
Mediana	4,0	2,0	1,0	6,0	11,5
% de sujeitos que não responderam	2,0	6,2	22,6	16,9	1,2
Taxa média de acerto (*) em %	74,0	47,5	45,0	40,7	43,1

(*) Taxa média de acerto = $100 \cdot (\text{média}/\text{máxima})$

h) Desempenho na Prova Matemática

Conforme Quadro 37, a prova figural apresentou menor grau de dificuldade em relação às outras duas. A pontuação média foi 11,9 de um total de 24 pontos, o que dá uma taxa média de acerto de quase 50%. Já a pontuação média na prova de geometria plana foi 2,5 de um total dez pontos, isto é, uma taxa média de acerto de 25%. Enquanto que na

prova de geometria espacial a pontuação média foi 1,1 de um total de 7 pontos, significou uma taxa média de acertos de 15,7%. Isso implica que essa prova ofereceu maior grau de dificuldade quando comparada às outras. Quanto à pontuação na prova como um todo, a pontuação média foi 14,5 pontos, correspondendo a uma taxa média de acerto da ordem de 35,6%.

Aparentemente, o grau de dificuldade está relacionada a natureza da prova. Tarefas que dependiam da habilidade de visualizar mentalmente rotação de objetos no plano e no espaço, da estimativa visual e da contagem de cubos empilhados foram bem sucedidas. Já tarefas relacionadas a habilidade de visualizar mentalmente a geração de sólidos no espaço, a partir da rotação de objetos no plano, ou visualizar secções geradas ao se cortar com um plano um sólidos no espaço apresentaram maior dificuldade.

Quadro 37. Desempenho dos sujeitos na prova matemática

Estatísticas	Prova			Total 0 – 41
	Figural 0 – 24	Geometria Plana 0 – 10	Geometria Espacial 0 – 7	
Nº de sujeitos que responderam	733	586	476	737
Valor mínimo – valor máximo	0 – 24	0 – 10	0 – 7	0 – 37
Média	11,9	2,5	1,1	14,5
Desvio Padrão	5,6	2,4	1,5	7,4
Mediana	12,0	2,0	1,0	14,0
% de sujeitos que não responderam	3,2	22,6	37,1	2,6
Taxa média de acerto (média/máximo) %	49,6	25,0	15,7	35,4

i) Desempenho na prova de raciocínio verbal do Teste de Aptidões Específicas – DAT

Ao todo 384 sujeitos preencheram o DAT, sendo que a pontuação variou de 1 a 39, a pontuação média foi de 17,8, com um desvio padrão 7,5 e a mediana de 17 pontos. Consequentemente, a taxa média de acerto foi de 35,6%. A Figura 44 ilustra a distribuição da pontuação dos sujeitos no DAT. Observa-se que a distribuição da pontuação na prova verbal é ligeiramente simétrica em torno da média de 17 pontos. Observa-se que a pontuação máxima da prova era de 50 pontos.

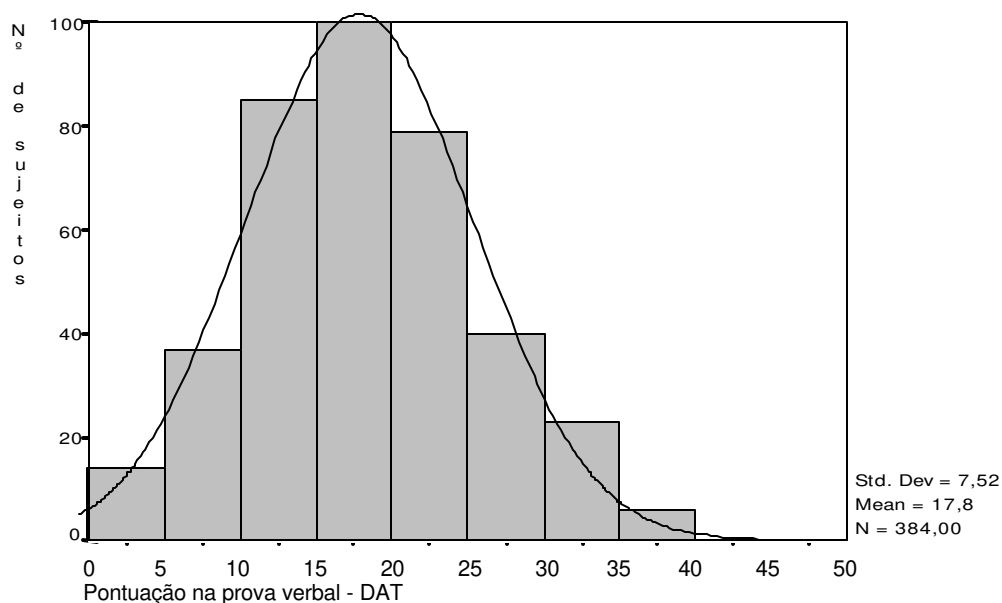


Figura 44. Desempenho dos sujeitos na prova de Raciocínio Verbal - DAT

j) Síntese do comportamento dos indicadores

Os nove indicadores de cunho cognitivo foram padronizados para uma escala de 0 a 100, enquanto as pontuações nas escalas de atitudes foram mantidas nos seus valores originais (20 a 80). As Figuras 45 e 46 mostram o comportamento dos onze indicadores, em uma escala compatível, apenas no pré-teste.

A nota final nas disciplinas de Estatística assumiu pontuações acima de 40% (Nota 4), uma vez que essa é calculada apenas para os aprovados e reprovados. Quanto à distribuição da pontuação nas escalas de atitudes verificou-se que, em geral, os sujeitos apresentaram atitudes tendendo ao positivo.

Já em relação à pontuação atribuída pelo próprio sujeito ao seu desempenho em Estatística (Nota Estatística) e Matemática (Nota Matemática), observou-se que os sujeitos foram mais rigorosos em Estatística, onde aproximadamente 25% dos sujeitos atribuiu-se pontuação abaixo de 50% (Nota 5), o que não ocorreu em Matemática. Isso poderia ser explicado, em parte, porque aproximadamente um terço dos sujeitos pertencem a cursos, nos quais não existe a disciplina de Matemática na grade curricular.

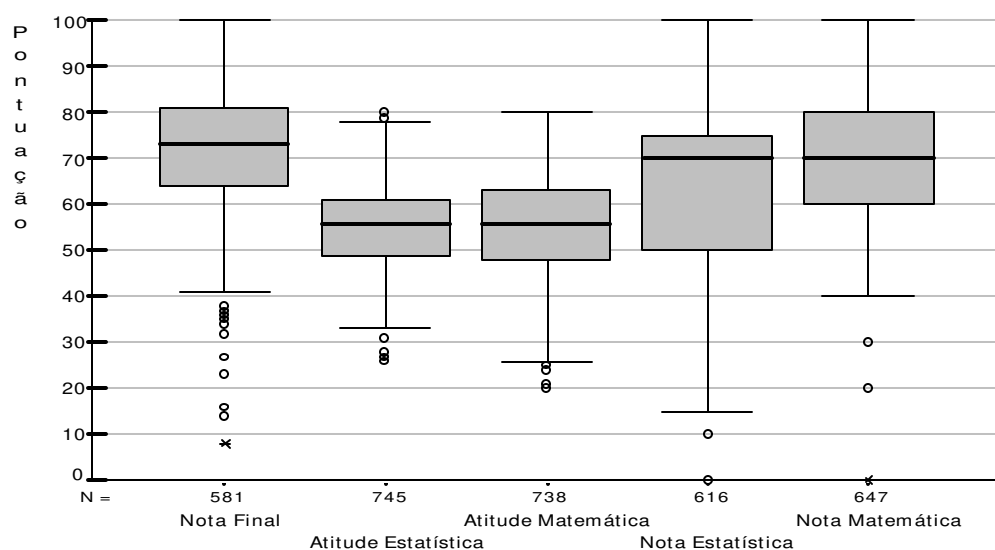


Figura 45. Distribuição da pontuação de alguns indicadores

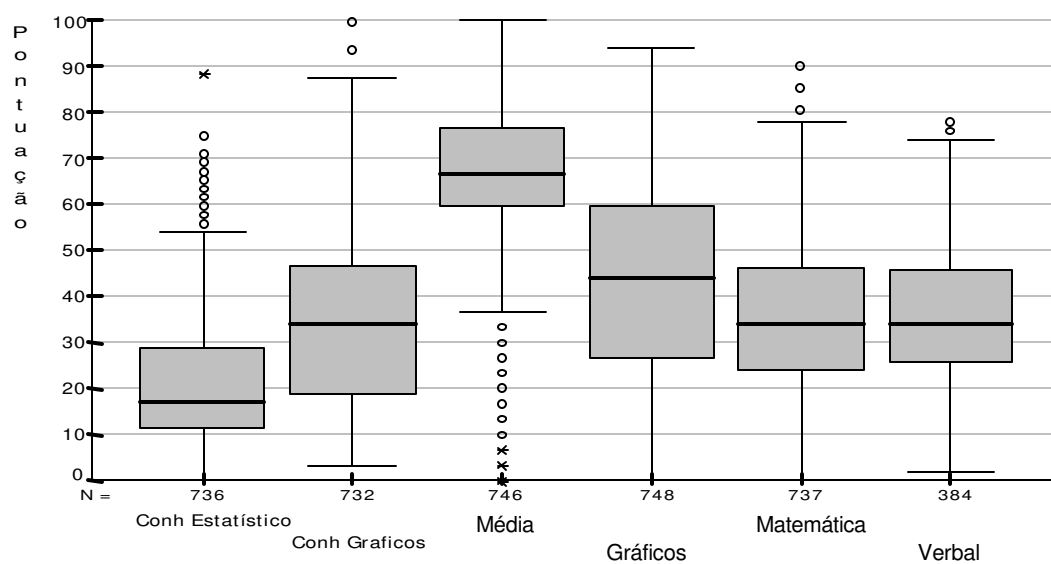


Figura 46. Distribuição da pontuação de alguns indicadores

Analizando a distribuição dos sujeitos segundo o nível de conhecimento de Estatística, observou-se que praticamente 75% dos sujeitos obteve pontuação menor ou igual a 30%, isso significa que, dos treze conceitos e/ou procedimentos, no máximo quatro deles eram conhecidos por esses sujeitos que, em geral, eram os mais simples. Já o conhecimento de gráficos apresentou um desempenho melhor.

Comparando o desempenho nas quatro provas, a da média apresentou o melhor desempenho, uma vez que 75% dos sujeitos conseguiu responder 60% ou mais da prova. Já o desempenho em gráficos caiu substancialmente, 75% dos sujeitos conseguiram responder até 60% da prova. O desempenho caiu, mais ainda, na prova matemática, em que 75% dos sujeitos obtiveram pontuações inferiores a 50%. Os resultados na prova verbal apresentaram distribuição similar à prova de matemática.

6.2 Análise da relação entre variáveis no pré-teste

a) Análise de variância e teste t-student

Optou-se por apresentar apenas dois quadros que resumem os resultados da aplicação dos testes *F* e *t-student*. Esses testes verificaram se existia diferenças significativas entre as médias das variáveis quantitativas (indicadores), pelas categorias das variáveis qualitativas. O teste *t-student* foi utilizado para variáveis com duas categorias, como é o caso do gênero (masculino, feminino) e situação frente ao mercado de trabalho (trabalha, não trabalha). O teste *F* foi utilizado quando a variável possuía três ou mais categorias.

O Quadro 38 apresenta apenas o nível de significância da amostra (*p-valor*) resultante da aplicação dos testes. Valores menores ou iguais a 0,05 (nível de significância $\alpha = 5\%$) indicam a rejeição da hipótese de igualdade de médias, o que leva a concluir que existe diferença significativa entre as médias do indicador quantitativo segundo as categorias da variável qualitativa. Por exemplo, o *p-valor* das atitudes em relação à Estatística por gênero foi igual a 0,000. Isso leva a concluir que existia diferença significativa entre as atitudes dos homens e das mulheres. Já o *p-valor* da nota final por

gênero foi igual a 0,235, o que leva a concluir que não existia diferença significativa no desempenho na disciplina por gênero. Para visualizar melhor, os *p-valores* não significativos foram sombreados, por serem esses em menor quantidade.

O Quadro 39 mostra os valores das médias dos indicadores quantitativos segundo as categorias das variáveis qualitativas. As células sombreadas indicam que não existe diferença entre as médias para essas categorias. A média grifada em negrito indica a maior média. Na apresentação dos Quadros 38 e 39, os indicadores foram ordenados. A primeira a ser apresentada foi a nota final, a seguir as duas escalas de atitudes, as notas dadas ao desempenho pelos próprios sujeitos, o nível de conhecimento informado pelos próprios sujeitos e, por último, as provas. Essa ordenação obedeceu a natureza das variáveis, indo das afetivas para as cognitivas, com exceção da nota final.

Esses resultados foram complementados com gráficos de linhas, sendo que a ordem de apresentação sofreu uma ligeira modificação em relação à apresentação dos Quadros 38 e 39, a fim de evitar o excessivo cruzamento das linhas.

Analisando os resultados apresentados nos Quadros 38 e 39, de uma forma global, verificou-se que a nota atribuída pelo próprio sujeito a seu desempenho em Estatística e o desempenho na prova verbal foram os indicadores que sofreram menos a interferência das variáveis qualitativas. Em relação as variáveis qualitativas que menos interferiram no desempenho dos indicadores, de modo geral, foram aquelas de cunho demográfico, principalmente a faixa etária e situação frente ao mercado de trabalho. Observou-se, também, que a situação final na disciplina também não interferiu em todos os indicadores, principalmente naqueles de cunho cognitivo, o que aparenta uma contradição.

Quadro 38. Nível de significância da amostra (*p-valor*) resultante da aplicação dos testes F e t-student

Variável qualitativa	Nota Final na disciplina	Atitudes em relação à (escala de 20 a 80)		Nota atribuída pelo próprio sujeito a seu desempenho em		Nível de conhecimento atribuído pelo próprio sujeito em		Desempenho nas provas			
		Estatística	Matemática	Estatística	Matemática	Estatística	Gráficos	Média	Gráfica	Matemática	Verbal
Gênero	0,2350	0,0000	0,0100	0,2130	0,7870	0,1750	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,5650
Faixa etária	0,1924	0,0630	0,5255	0,7229	0,0169	0,0634	0,0007	0,0562	0,1550	0,0007	0,2288
Ensino Médio	0,6200	0,1142	0,3734	0,0132	0,0038	0,7258	0,0334	0,0003	0,0003	0,0001	0,8660
Ano de ingresso	0,0000	0,9138	0,0012	0,0590	0,0170	0,0000	0,0000	0,6395	0,0286	0,0500	0,4146
Trabalha?	0,9180	0,0000	0,0000	0,3840	0,8210	0,0000	0,0000	0,6760	0,0260	0,0720	0,8800
Turno do curso	0,0102	0,0000	0,0000	0,0522	0,0386	0,0769	0,0000	0,0763	0,0025	0,1146	0,8265
Curso	0,0000	0,0000	0,0000	0,0276	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0096
Área de conhecimento	0,0001	0,0000	0,0000	0,1645	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0441
Cursos – Nº disciplinas de Est	0,0000	0,0000	0,0000	0,3534	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0081	0,0002	0,1172
Cursos – Complex. Matemát.	0,0000	0,0000	0,0000	0,0958	0,0004	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0379
Nível da disciplina	0,0002	0,0000	0,0000	0,0009	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0042
Situação frente à disciplina*	0,0489	0,0000	0,0000	0,1476	0,0025	0,0000	0,0000	0,0005	0,0000	0,0004	0,0465
Auto-percepção Estatística	0,0068	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0096	0,0268	0,0131	0,2843
Auto-percepção Matemática	0,0026	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0072	0,0000	0,0332
Já foi Reprovado?	0,0378	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0313	0,3727
Situação Final na disciplina	X	0,8215	0,2553	0,0001	0,0002	0,0043	0,2508	0,8377	0,7280	0,6357	0,4780

As células sombreadas não são significativas ao nível de significância de 0,05 ($\alpha = 5\%$)

*de Estatística

Quadro 39. Quadro resumo das médias dos indicadores quantitativos padronizados (*) segundo categorias das variáveis qualitativas

Variável qualitativa	Categorias	Nota Final na disciplina	Atitudes em relação à (escala de 20 a 80)		Nota atribuída pelo próprio sujeito a seu desempenho em		Nível de conhecimento atribuído pelo próprio sujeito em		Desempenho nas provas			
			Estatística	Matemática	Estatística	Matemática	Estatística	Gráficos	Média	Gráfica	Matemática	Verbal
Geral		71,8	55,3	55,8	63,5	69,3	21,4	34,0	65,5	43,5	35,3	35,7
Gênero	Masculino	71,1	56,7	56,9	64,5	69,5	22,1	36,7	69,7	50,0	39,0	34,9
	Feminino	72,5	53,9	54,6	62,7	69,3	20,7	31,2	61,1	36,9	31,7	35,8
Faixa etária	Até 20	72,3	54,4	55,0	64,5	71,5	19,8	30,9	67,7	44,1	38,5	37,1
	21 a 25	70,4	55,1	56,0	63,7	69,4	22,8	36,9	65,3	44,9	35,8	33,9
	26 ou mais	72,5	56,4	56,1	63,0	67,3	21,0	33,6	63,8	41,4	31,9	34,8
Ensino Médio	Propedêutico	71,2	54,9	56,3	63,4	70,8	21,4	33,9	67,0	44,1	37,3	35,1
	Magistério	73,6	54,5	54,3	58,7	64,4	19,7	29,7	57,2	33,9	26,7	34,3
	Técnico	72,7	56,8	55,2	66,6	67,7	22,0	36,7	65,3	46,2	34,3	36,0
	Outro	71,1	55,8	54,1	59,6	66,8	20,5	30,9	62,5	42,0	33,4	37,6
Ano de ingresso	1999–2000	74,5	55,0	53,4	65,2	69,6	15,5	27,2	66,5	41,1	36,7	36,4
	1997–1998	71,7	55,4	57,2	64,7	71,1	23,1	38,0	65,7	45,6	36,5	34,0
	Até 1996	66,9	55,3	56,2	61,2	67,0	25,6	36,2	64,9	44,7	32,8	35,1
Trabalha?	Sim	71,8	56,6	57,4	64,2	69,2	23,0	36,9	65,4	45,0	34,5	35,7
	Não	71,7	53,7	53,5	62,9	69,5	19,2	30,0	66,0	41,8	37,0	35,4
Turno do curso	Matutino	68,4	56,0	57,4	62,3	70,7	22,5	36,4	68,4	46,4	35,1	37,6
	Noturno	72,0	56,9	57,9	65,3	70,4	22,3	37,7	65,8	45,2	34,2	35,4
	Diurno	72,9	52,8	52,3	61,7	67,4	19,7	27,7	64,3	40,2	37,4	35,7

As células sombreadas não são significativas ao nível de significância de 0,05 ($\alpha = 5\%$)

(*) As pontuações das duas escalas de atitudes não foram padronizadas

continua...

Quadro 39. Quadro resumo das médias dos indicadores quantitativos padronizados (*) segundo categorias das variáveis qualitativas (continuação)

Variável qualitativa	Categorias	Nota Final na disciplina	Atitudes em relação à (escala de 20 a 80)		Nota atribuída pelo próprio sujeito a seu desempenho em		Nível de conhecimento atribuído pelo próprio sujeito em		Desempenho nas provas			
			Estatística	Matemática	Estatística	Matemática	Estatística	Gráficos	Média	Gráfica	Matemática	Verbal
Curso	Economia	68,5	56,3	57,8	63,5	70,9	23,7	37,9	69,9	45,3	34,0	34,6
	Administra	69,7	55,5	56,5	64,2	69,9	19,8	39,8	65,4	50,2	34,5	37,0
	Agronomia	73,1	52,5	54,2	61,6	65,7	21,0	25,9	63,4	39,1	32,2	31,4
	Veterinária	66,5	50,1	46,9	54,2	59,1	14,8	28,9	67,8	45,6	46,1	40,4
	Biologia	73,0	52,0	53,5	61,5	70,7	22,5	31,1	61,9	38,6	33,9	35,5
	Geografia	81,5	56,5	47,3	65,6	63,2	13,5	21,7	49,9	33,6	22,8	28,5
	Enfermagem	77,3	57,5	52,4	66,5	69,0	17,7	21,9	65,2	37,6	40,5	35,9
	Matemática	61,5	60,1	68,5	67,2	76,0	30,7	41,1	71,2	44,0	44,5	41,5
Área de conhecimento	Biológicas	74,3	53,9	53,4	63,2	70,1	20,9	27,8	63,0	38,3	36,1	35,7
	Agrárias	74,5	53,2	49,7	61,2	62,9	16,5	25,3	60,2	39,1	33,3	33,4
	Sociais	69,1	55,9	57,1	63,8	70,4	21,9	38,8	67,8	47,5	34,2	36,0
	Exatas	61,5	60,1	68,5	67,2	76,0	30,7	41,1	71,2	44,0	44,5	41,5
Cursos – Nº de disciplinas de Estatística	I – Uma	76,0	54,9	48,9	62,8	64,0	15,3	23,9	60,7	38,6	36,1	34,9
	II – Duas	71,5	53,9	55,2	63,0	69,4	20,8	34,9	64,0	44,7	33,9	35,5
	III – Economia	68,5	56,3	57,8	63,5	70,9	23,7	37,9	69,9	45,3	34,0	34,6
	IV – Matemát	61,5	60,1	68,5	67,2	76,0	30,7	41,1	71,2	44,0	44,5	41,5
Cursos – Complexidade Matemática	Nenhuma	79,5	57,0	49,8	66,0	66,1	15,5	21,7	57,4	35,6	31,6	32,1
	Mat. Básica	73,0	52,0	53,5	61,5	70,7	22,5	31,1	61,9	38,6	33,9	35,5
	Cálculo	69,4	54,9	55,8	62,8	68,9	21,1	36,4	67,3	46,3	35,1	35,9
	Mat. Superior	61,5	60,1	68,5	67,2 (**)	76,0	30,7	41,1	71,1	44,0	44,5	41,5
Nível da disciplina	Primeira	70,8	54,6	53,9	61,5	67,8	15,5	30,4	63,6	41,2	34,0	35,0
	Segunda	75,3	54,9	55,9	67,8	72,4	33,3	41,1	68,3	50,2	36,0	36,1
	Ref. Estatís	68,0	57,9	59,3	65,8	69,0	44,8	48,4	73,3	53,0	33,2	-
	Ref. Matem	61,5	60,1	68,5	67,2	76,0	30,7	41,1	71,2	44,0	44,5	41,5

As células sombreadas não são significativas ao nível de 0,05 ($\alpha = 5\%$)

(*) As pontuações das duas escalas de atitudes não foram padronizadas

(**) significativo ao nível de 10%

continua...

Quadro 39. Quadro resumo das médias dos indicadores quantitativos padronizados (*) segundo categorias das variáveis qualitativas (continuação)

Variável qualitativa	Categorias	Nota Final na disciplina	Atitudes em relação à (escala de 20 a 80)		Nota atribuída pelo próprio sujeito a seu desempenho em		Nível de conhecimento atribuído pelo próprio sujeito em		Desempenho nas provas			
			Estatística	Matemática	Estatística	Matemática	Estatística	Gráficos	Média	Gráfica	Matemática	Verbal
Situação frente à disciplina de Estatística	Novato	71,7	55,4	53,9	63,6	68,2	14,1	29,2	63,8	40,7	34,4	35,1
	Med. Exper	72,6	53,3	55,0	61,9	69,5	28,3	38,6	65,8	47,3	34,6	35,5
	Experiente	68,0	57,9	59,3	65,8	69,0	44,8	48,4	73,3	53,0	33,2	-
	Ref. Matem	61,5	60,1	68,5	67,2	76,0	30,7	41,1	71,2	44,0	44,5	41,5
Auto – percepção de desempenho em Estatística	Conc. Total	64,6	41,6	44,1	42,8	58,3	14,6	28,3	56,5	42,0	28,7	30,4
	Concordo	70,1	49,4	53,1	55,7	64,6	20,3	33,1	63,4	41,3	33,0	34,2
	Discordo	72,4	56,8	56,3	65,9	70,6	21,0	33,7	67,1	44,4	36,2	35,6
	Disc. Total	76,7	66,9	63,9	78,2	77,9	30,3	43,1	67,0	49,5	39,7	39,2
Auto – percepção de desempenho em Matemática	Conc. Total	74,0	50,7	37,1	60,4	51,1	12,6	22,1	50,5	37,9	27,6	28,6
	Concordo	69,4	52,1	48,9	58,2	60,8	19,2	31,3	62,4	42,0	31,2	34,6
	Discordo	71,9	55,6	57,1	65,1	71,7	21,5	34,8	67,1	43,8	36,5	35,9
	Disc. Total	76,9	62,5	71,5	70,0	83,5	28,9	40,4	70,9	49,4	42,9	40,3
Já foi Reprovado?	Sim	69,3	52,2	54,8	57,5	67,0	27,5	37,7	64,1	45,6	33,9	33,6
	Não	73,9	58,1	60,5	69,4	73,9	30,1	40,7	70,0	47,5	38,1	37,5
	É a 1ª vez	71,8	55,0	53,6	62,6	67,8	13,5	28,4	63,5	40,4	34,4	35,2
Situação Final na Disciplina	Aprovado		55,1	54,9	64,8	70,2	21,7	33,4	65,3	43,7	35,0	35,0
	Reprovado		54,0	51,2	58,6	61,3	18,5	32,5	62,4	44,8	34,1	37,9
	Sem Rend	X	54,3	54,0	63,4	64,9	16,3	32,1	64,4	41,3	32,5	36,9
	Abandono		54,9	56,1	54,5	65,5	18,8	37,3	64,8	44,0	33,7	32,1

As células sombreadas não são significativas ao nível de significância de 0,05 ($\alpha = 5\%$)

(*) As pontuações das duas escalas de atitudes não foram padronizadas

Quanto ao gênero, as mulheres apresentaram desempenho ligeiramente superior ao dos homens apenas na nota final e na prova verbal, embora essas diferenças não foram significativas. Os homens apresentaram atitudes mais positivas do que as mulheres, tanto em Estatística quanto em Matemática, afirmaram conhecer mais gráficos, bem como obtiveram melhores pontuações na prova da média, gráfica e matemática, conforme ilustra a Figura 47.

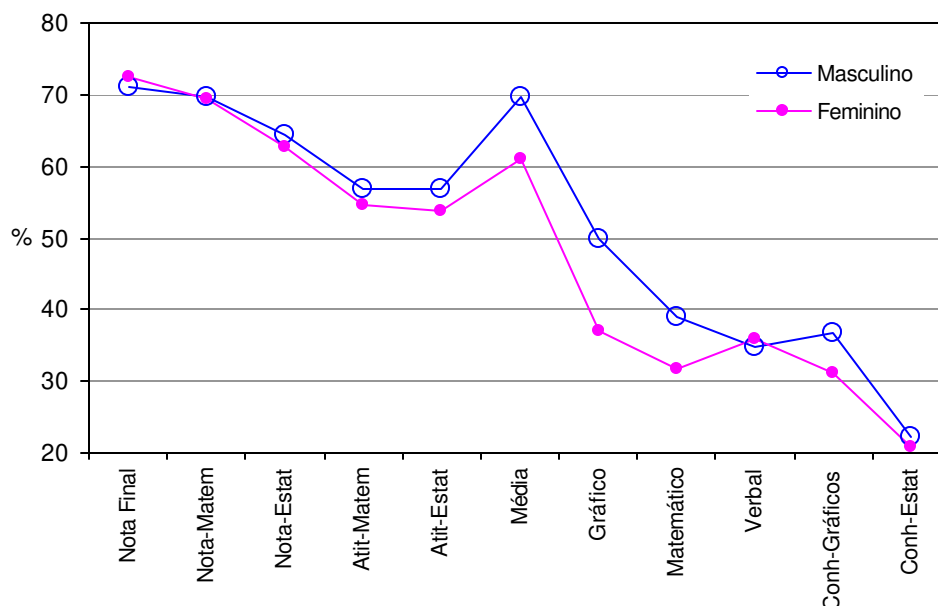


Figura 47. Pontuação média dos indicadores quantitativos por gênero

A faixa etária interferiu em apenas três variáveis, com o seguinte perfil: os mais jovens (até 20 anos) atribuíram-se notas maiores ao seu desempenho em Matemática e de fato conseguiu as maiores notas na prova matemática, havendo uma coerência entre a percepção e o desempenho em si. Já os sujeitos de 21 a 25 anos afirmaram possuir maior conhecimento de gráficos do que os demais.

Em relação ao curso freqüentado no Ensino Médio, em geral, os sujeitos que freqüentaram o curso propedêutico e cursos técnicos tinham perfis similares e superior ao desempenho dos que freqüentaram curso de magistério. Os sujeitos que freqüentaram o curso propedêutico auto avaliaram seu desempenho em Matemática melhor que os outros sujeitos, conseguiram maiores pontuações na prova da média e na prova de matemática. Já os que freqüentaram cursos técnicos auto avaliaram seu desempenho em Estatística melhor, atribuíram-se melhor nível de conhecimento de gráficos e conseguiram melhor desempenho na prova gráfica, enquanto que os alunos provenientes do curso de magistério, em geral, obtiveram as menores pontuações. Esses resultados poderiam estar indicando uma preparação diferenciada em Matemática e em Estatística no Ensino Médio.

O ano de ingresso no curso não interferiu nas atitudes em relação à Estatística, na auto avaliação de desempenho em Estatística, no desempenho na prova da média e nem na prova verbal. Os sujeitos que ingressaram entre 1999 e 2000 conseguiram notas finais maiores, as melhores pontuações na prova matemática, porém afirmaram possuir o menor nível de conhecimento de Estatística e de gráficos e obtiveram o menor desempenho na prova gráfica, o que poderia estar sinalizando o pouco conhecimento estatístico trazido do Ensino Médio.

Os sujeitos que trabalhavam tinham atitudes mais positivas tanto em Estatística quanto em Matemática, afirmaram possuir um nível maior de conhecimentos de Estatística e de Gráficos e obtiveram melhor desempenho na prova gráfica, que os sujeitos que não trabalhavam. Isto parece ser explicado pelo fato dos sujeitos que estão inseridos no mercado de trabalho perceberem mais a importância da Estatística no campo profissional e, também, porque esta variável está ligada ao curso, que apresenta perfis diferenciados.

O turno do curso interfere nas atitudes em relação à Estatística e Matemática, na auto avaliação do desempenho em Matemática, na percepção do nível de conhecimentos gráficos e no desempenho na prova gráfica. Os sujeitos que estudam em período integral, apresentavam atitudes mais negativas, auto avaliaram pior seu desempenho em Matemática, informaram ter menor conhecimento de gráficos anterior e foram os que apresentaram o pior desempenho na prova gráfica.

Todos os indicadores quantitativos apresentaram diferenças significativas por curso, o que era esperado uma vez que os cursos, além de clientelas com perfis diferentes, oferecem disciplinas nos vários níveis. Todavia, observa-se que a nota final na disciplina vem na contramão dos resultados das provas da média, gráfica, matemática e verbal. Para analisar de forma mais detalhada a nota final por curso, apresenta-se a Figura 48.

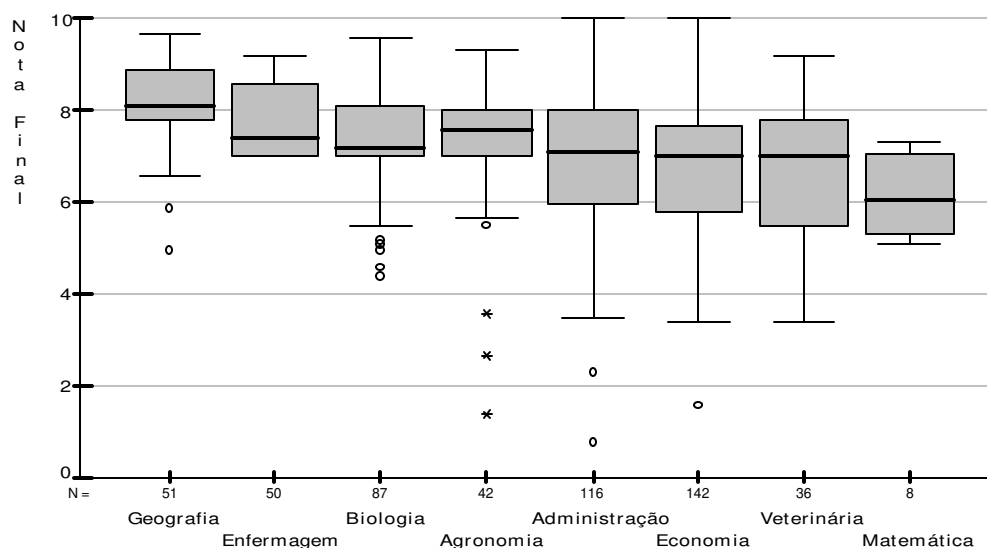


Figura 48. Distribuição da nota final nas disciplinas de Estatística por curso

Conforme a figura anterior, os sujeitos do curso de Geografia foram os que apresentaram o melhor desempenho na nota final, onde a maioria foi aprovado na disciplina. Esse resultado parece ser explicado pelo fato desse curso oferecer uma única disciplina, limitada à Estatística Descritiva. O segundo curso com melhor desempenho foi o curso de Enfermagem, que também oferece uma única disciplina, embora inclua tópicos da Inferência Estatística. Em terceiro lugar ficou o curso de Biologia e em quarto lugar o curso de Agronomia, estes dois últimos oferecem duas disciplinas de Estatística.

Do lado oposto, o curso de Matemática apresentou o pior desempenho, embora esse resultado se restringisse ao desempenho dos oito alunos que estavam cursando a disciplina de Cálculo de Probabilidades, seguido de Medicina Veterinária. Esses dois cursos, que

apresentaram as notas mais baixas, contraditoriamente, são os cursos que apresentaram o melhor desempenho nas quatro provas cognitivas.

Esses resultados mostraram que o indicador nota final é vulnerável para medir desempenho em Estatística, uma vez que os conteúdos e nível de cobrança nas disciplinas diferem substancialmente. Além disso, os alunos que abandonam as disciplinas não possuem notas, restringindo o número de sujeitos nas análises.

A fim de tornar mais visível o perfil dos cursos, esses foram apresentados em duas figuras separadas, agrupando os cursos de padrão similar. O curso de Matemática foi repetido nas duas figuras por apresentar, em geral, o melhor desempenho servindo como ponto de referência.

Analisando o comportamento médio dos indicadores por curso, observou-se que o curso de Matemática apresentou as maiores pontuações, com exceção da prova gráfica, onde foi superado pelos cursos de Administração e Economia e, na prova matemática, onde o curso de Medicina Veterinária conseguiu o melhor desempenho.

Os cursos de Economia e Administração apresentaram um perfil bastante similar, os sujeitos desses cursos auto avaliaram seu desempenho de forma bastante positiva, apresentaram atitudes, também, bastante positivas tanto em relação à Estatística quanto à Matemática, além de apresentarem um bom desempenho nas provas da média e gráfica.

Já os sujeitos do curso de Geografia apresentaram atitudes positivas, auto avaliaram seu desempenho de forma positiva, porém apresentaram o pior desempenho nas quatro provas e informaram possuir os menores níveis de conhecimento de Estatística e de gráficos, conforme Figura 49.

A Figura 50 mostra que os cursos de Biologia e Agronomia apresentaram um padrão similar, seguido de perto pelo curso de Enfermagem. Esse perfil fica um pouco abaixo do perfil apresentado pelos cursos de Economia e Administração.

O curso de Veterinária apresentou um caráter contraditório, de um lado, um bom desempenho nas provas da média, gráfica, matemática e verbal, porém foi o curso em que os sujeitos apresentaram as atitudes mais negativas em relação à Estatística e à Matemática,

auto avaliaram, de forma negativa, seus desempenhos em ambas matérias e afirmaram possuir pouco conhecimento de estatística e de gráficos.

Quando se analisa o desempenho dos sujeitos por área de conhecimento, o perfil de Ciências Exatas (Matemática), em geral, apresentou o melhor desempenho, seguido da área de Ciências Sociais e Aplicadas (Administração e Economia), em terceiro lugar, a área de Ciências Biológicas (Enfermagem e Biologia) e, por último, a área de Ciências Agrárias (Agricultura, Medicina Veterinária e Geografia).

Quando se analisa o desempenho dos cursos agrupados segundo o número de disciplinas de Estatística que possuem na sua grade curricular, foi verificado que o curso de Matemática (*referência matemática*) apresentou, em geral, o melhor desempenho, seguido do curso de Economia (*referência estatística*). Em terceiro lugar ficaram os cursos que oferecem duas disciplinas (Administração, Biologia e Administração) e, em último lugar, aqueles cursos que oferecem uma única disciplina (Enfermagem, Geografia, Medicina Veterinária). Esses resultados mostram a importância do papel da instrução no desenvolvimento do conhecimento e atitudes em relação à Estatística.

Quando se analisa o desempenho dos cursos agrupados segundo a complexidade matemática de sua grade curricular, observou-se que existe uma relação direta entre a complexidade matemática do curso e o desempenho nas provas. Em relação ao desempenho nas provas cognitivas, o curso que oferece disciplinas de *Matemática Superior* (Matemática) apresentou o melhor desempenho, seguido dos cursos que oferecem disciplinas de *Cálculo Diferencial e Integral* (Administração, Economia, Agricultura e Veterinária) que superaram o grupo anterior apenas na prova gráfica. Em terceiro lugar, ficou o curso de Biologia, que oferece apenas a disciplina *Matemática Básica* e, em último lugar, os cursos que não oferecem *nenhuma disciplina de Matemática* (Enfermagem e Geografia) apresentaram o pior desempenho. Já nos indicadores afetivos e de auto-percepção de desempenho, excluindo o grupo de Matemática Superior, não se observa uma tendência clara entre os outros grupos de cursos.

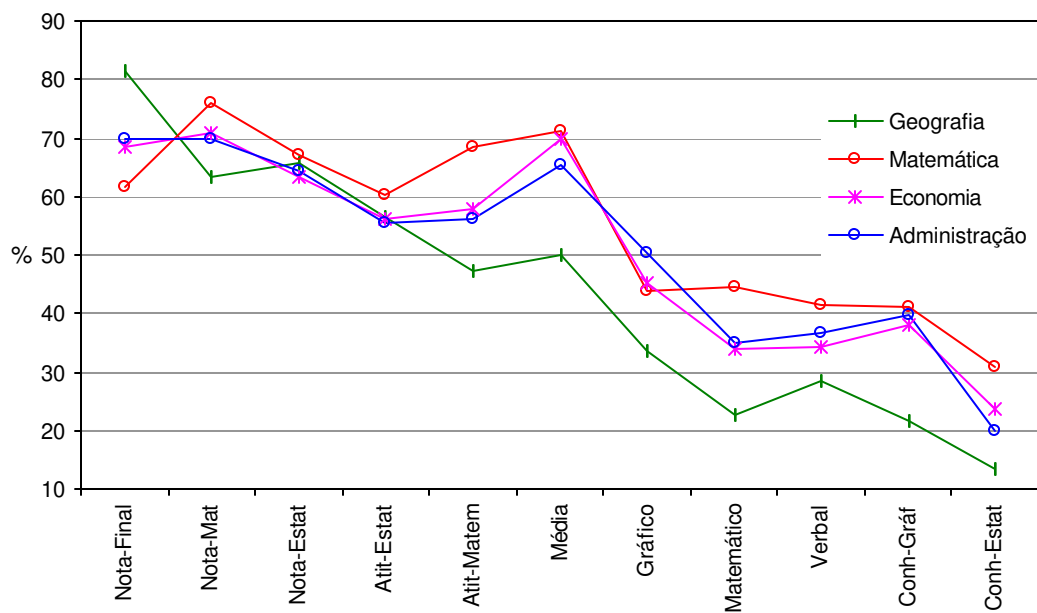


Figura 49. Pontuação média dos indicadores quantitativos por curso

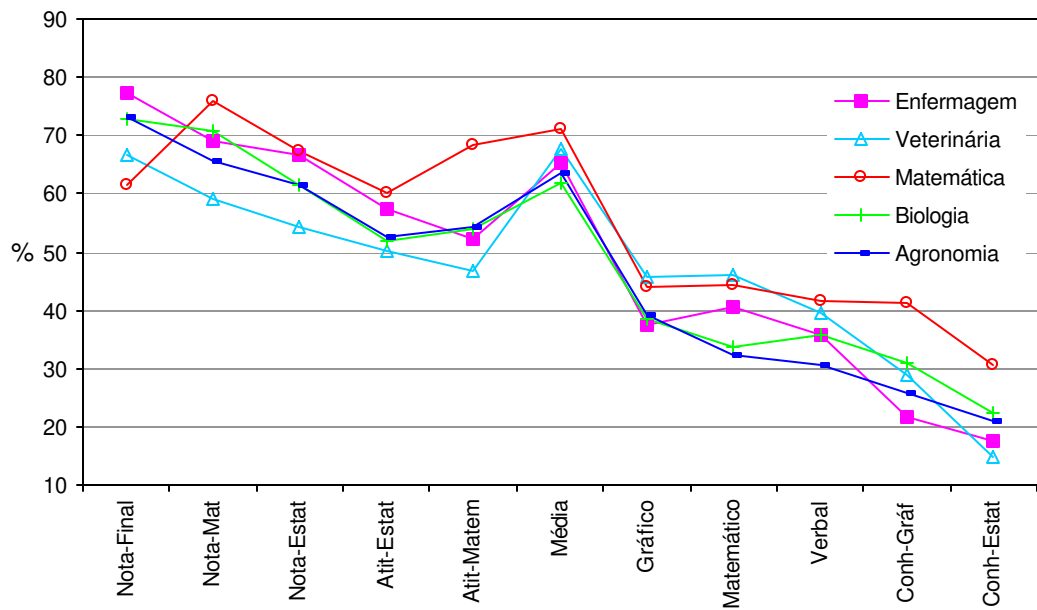


Figura 50. Pontuação média dos indicadores quantitativos por curso

A análise do desempenho dos sujeitos agrupados segundo o nível das disciplinas de Estatística mostrou que os sujeitos *referência estatística* superaram os outros grupos nas provas da média e de gráficos e informaram possuir o melhor nível de conhecimentos de Estatística e de gráficos. Já os sujeitos que estavam cursando a *primeira disciplina* de Estatística apresentaram o pior desempenho nas provas, atitudes menos positivas e auto avaliação de desempenho também menor, sempre superados pelos sujeitos que estavam cursando a *segunda disciplina*. O grupo de *referência matemática* apresentou o melhor desempenho nas provas matemática e verbal e ocupou o segundo lugar na prova da média. Esse grupo auto avaliou seu desempenho em Matemática de forma positiva ao igual que suas atitudes em relação à Matemática e à Estatística.

Essa gradação no desempenho, nas atitudes, na auto avaliação de desempenho e na percepção de conhecimentos prévio corroboraram a hipótese de que a instrução tem um papel importante na formação das atitudes e no desenvolvimento dos conceitos estatísticos e na leitura de gráficos.

Analisando o desempenho dos sujeitos segundo sua situação frente à disciplina de Estatística, verificou-se que o grupo *referência matemática* e os *experientes* (referência estatística) apresentaram, em geral, os melhores desempenhos. Já os *novatos* e os *medianamente experientes* apresentaram perfil similar e sempre inferior ao perfil dos outros grupos. Os sujeitos *medianamente experientes* superaram significativamente os *novatos* apenas na prova gráfica, onde, inclusive, superaram os sujeitos do grupo *referência matemática*.

Com relação ao desempenho médio nas provas da média, gráfica e matemática, de acordo com o gênero, foi observado que o gênero masculino apresenta um desempenho médio superior ao feminino, nas três provas, independentemente da situação frente à disciplina. Observou-se, também, que na prova da média e na prova de gráficos existe um desempenho linear crescente entre os *novatos*, *medianamente experientes* e *experientes*. Nessas duas provas, o grupo *referência matemática* não superou o grupo *experiente*. Na prova matemática observou-se um desempenho linear crescente apenas para o gênero masculino na ordem: *novato*, *medianamente experiente*, *experiente* e *referência*

matemática, o que não ocorre com o gênero feminino onde as *experientes* apresentaram o pior desempenho seguido das *medianamente experientes*, ver Figura 51.

Esses resultados mostram que o conhecimento estatístico, atrelado ao processo de instrução, interfere diretamente no desenvolvimento do conceito de média e na leitura de gráficos. O gênero, também, interfere significativamente.

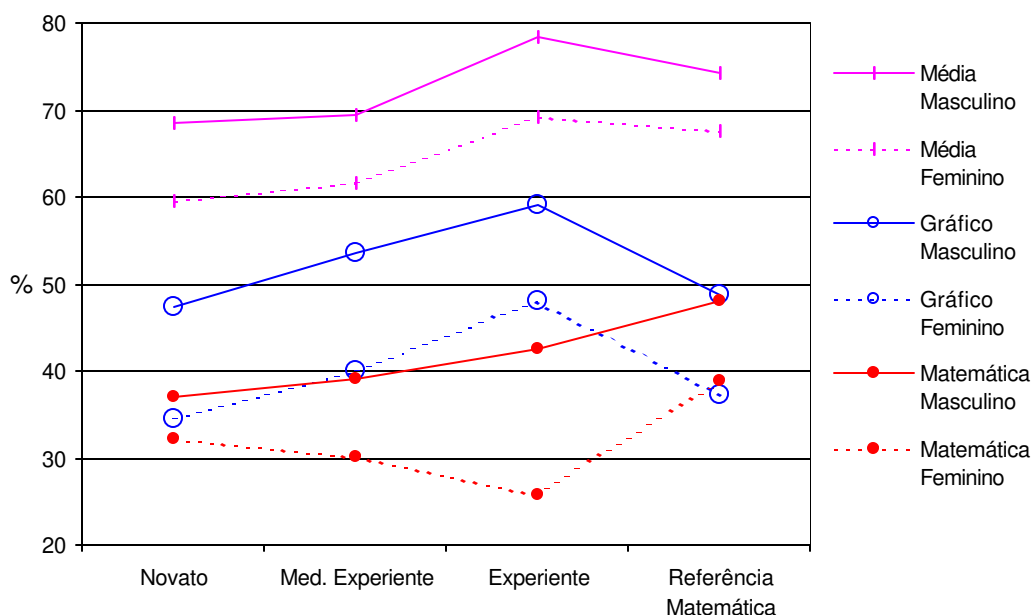


Figura 51. Desempenho nas provas da média, de gráficos e de matemática, por gênero, segundo situação dos sujeitos frente à disciplina de Estatística

A auto-percepção de desempenho interferiu de forma efetiva e evidente em todos os indicadores quantitativos (Figura 52), embora essa interferência seja mais marcante nos indicadores de caráter afetivo e de percepção de desempenho prévio em Estatística e em gráficos. Os sujeitos que discordaram da afirmativa *Eu não tenho um bom desempenho em Estatística*, isto é, aqueles que percebem seu desempenho de forma bastante positiva, obtiveram as melhores pontuações em todos os indicadores. Em compensação, os sujeitos que concordaram com esta afirmação apresentaram atitudes mais negativas, tenderam a se auto avaliar de forma negativa e obtiveram as menores pontuações nas provas.

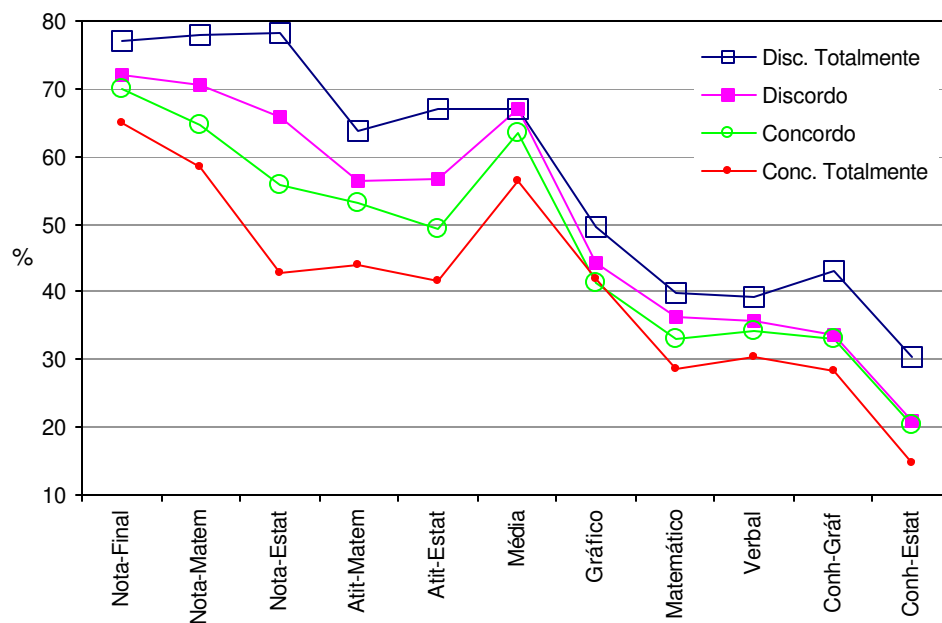


Figura 52. Pontuação média dos indicadores segundo auto-percepção de desempenho em Estatística

Analisando o perfil dos sujeitos segundo a auto-percepção de desempenho em Matemática foram encontrados resultados similares aos encontrados em Estatística, embora as diferenças não sejam muito grandes.

A reprovação anterior em alguma disciplina de Estatística interferiu de forma efetiva. Sujeitos que não haviam sofrido reprovações apresentaram atitudes mais positivas e melhor desempenho. Já os sujeitos que sofreram alguma reprovação tendem a ter atitudes mais negativas, percepção de desempenho inferior. Todavia, os reprovados conseguiram superar os novatos na prova gráfica e no nível de conhecimento estatístico e gráfico, provavelmente, decorrente de haverem cursado pelo menos uma disciplina de Estatística.

Finalmente, foi verificado que a *situação final na disciplina* não afetou as atitudes e nem o desempenho nas provas cognitivas. No entanto, afetou a auto avaliação de desempenho em Estatística e Matemática e no nível de conhecimento de Estatística que os próprios sujeitos informaram possuir tanto de Estatística quanto de gráficos.

Esse resultado é muito importante e merece reflexão, pois indicaria que o sucesso na disciplina independe do nível de relacionamento afetivo e de conhecimentos relativos à disciplina. Isto parece ser explicado pelo perfil de aprovação em cada curso, conforme pode ser apreciado na Figura 53.

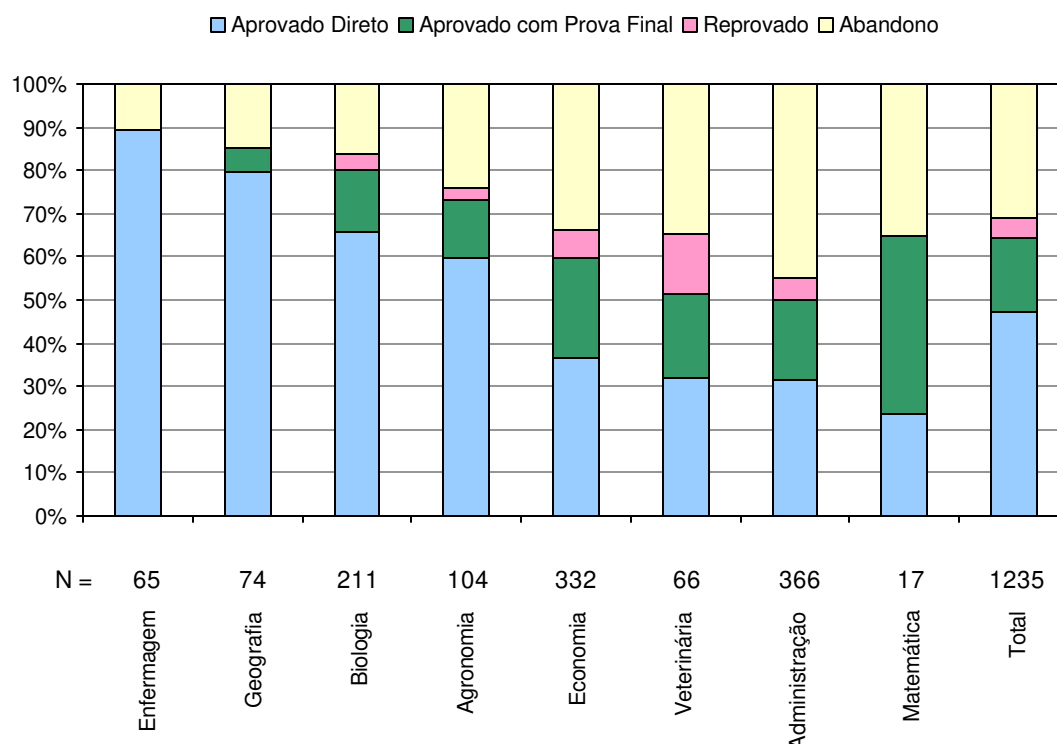


Figura 53. Situação final nas disciplinas dos alunos matriculados, no segundo semestre de 1999 e no primeiro semestre de 2000, por curso

A Figura 53 mostra a situação final de todos os alunos matriculados nos semestres da coleta de dados da pesquisa. Observa-se, que há cursos onde quase não existiu reprovação ou os alunos não precisaram fazer prova final (Enfermagem e Geografia). Já em outros cursos, porém, os alunos enfrentaram as provas finais e abandonaram mais as disciplinas (Administração, Economia e Medicina Veterinária). Observa-se que os dados para Matemática se referem apenas a uma única turma de 17 alunos que havia cursado a disciplina de Cálculo de Probabilidades.

O caráter contraditório entre desempenho na disciplina e nas provas e na escala de atitudes pode ser melhor analisada tomando-se como pontos de referência, de um lado, o

curso de Geografia, onde quase todos os sujeitos (85,1%) foram aprovados, apresentaram atitudes bastante positivas, porém o desempenho nas quatro provas foram os menores. De outro lado, o curso de Medicina Veterinária, onde apenas 51,5% sujeitos foram aprovados, apresentaram atitudes mais negativas, porém obtiveram um dos melhores desempenhos nas provas cognitivas. Em uma situação intermediária encontram-se os sujeitos de Economia e Administração, que apresentaram atitudes positivas, desempenho médio nas provas cognitivas, porém a taxa de aprovação foi da ordem de 60% e 50%. respectivamente.

Observa-se, ainda analisando o perfil de aprovação dos cursos, que o curso de Geografia oferece apenas uma única disciplina, estando essa restrita à Estatística Descritiva. Já Medicina Veterinária, por outro lado, também oferece uma única disciplina, porém é abordado até delineamento de experimentos. Isso indica que a variável nota final e situação na disciplina não são bons indicadores para medir desempenho em Estatística.

b) Análise de correlação

O Quadro 40 apresenta a matriz de correlação dos onze indicadores quantitativos estudados. Todas as correlações foram positivas e variaram de 0,0067 até 0,5984. Com exceção de três coeficientes, os restantes foram significativos ao nível de 5% ($\alpha = 0,05$).

Todavia, muitas dessas relações foram fracas. No presente estudo foram considerados relevantes os coeficientes de correlação maiores ou iguais a 0,25, que foram sombreados no Quadro 40, a fim de ressaltar as variáveis envolvidas.

A Figura 54, ilustra de forma esquemática, a relação entre os indicadores. Verifica-se que esses se correlacionam de forma mais consistente, formando grupos. O primeiro é grupo formado pelos indicadores de caráter afetivo (atitudes em relação à Estatística e em relação à Matemática) e indicadores de auto avaliação de desempenho (Estatística e Matemática); o segundo grupo é formado pelos indicadores do nível de conhecimento de Estatística e de gráficos e o terceiro grupo é formado pelos indicadores de caráter cognitivo, resultantes das quatro provas (média, gráfica, matemática e verbal).

Quadro 40. Matriz de correlação dos indicadores (*)

Indicadores	Nota Final	Nota Estatística	Nota Matemática	Conhecimento Estatística	Conhecimento Gráficos	Atitudes Estatística	Atitudes Matemática	Prova da média	Prova de gráficos	Prova matemática	Prova verbal
Nota Final na disciplina	1	0,2242 0,000	0,1677 0,000	0,0893 0,043	0,0067 0,880	0,1491 0,001	0,1089 0,012	0,0710 0,104	0,0945 0,030	0,1403 0,001	0,0064 0,915
Nota Estatística		1	0,4931 0,000	0,3189 0,000	0,2002 0,000	0,4471 0,000	0,2192 0,000	0,1779 0,000	0,1987 0,000	0,1478 0,000	0,1536 0,014
Nota Matemática			1	0,2638 0,000	0,2152 0,000	0,3561 0,000	0,5984 0,000	0,2194 0,000	0,1787 0,000	0,2209 0,000	0,1795 0,003
Conhecimento de Estatística				1	0,4591 0,000	0,2355 0,000	0,2387 0,000	0,1932 0,000	0,2446 0,000	0,1665 0,000	0,1327 0,018
Conhecimento de Gráficos					1	0,2352 0,000	0,2201 0,000	0,2097 0,000	0,3472 0,000	0,2384 0,000	0,1334 0,018
Atitude Estatística						1	0,5225 0,000	0,1869 0,000	0,1808 0,000	0,1507 0,000	0,1159 0,037
Atitude Matemática							1	0,2595 0,000	0,1592 0,000	0,2304 0,000	0,1817 0,001
Teste da Média								1	0,3942 0,000	0,3168 0,000	0,2922 0,000
Teste Gráfico									1	0,3702 0,000	0,3001 0,000
Teste Matemático										1	0,3476 0,000

(*) O primeiro valor se refere ao coeficiente de correlação de Pearson e o segundo ao p-valor do teste da hipótese que nega a relação entre as variáveis ($H_0: \rho = 0$). Isso significa que valores menores que 0,05 implicam na rejeição da hipótese nula, concluindo que existe relação entre as variáveis. Coeficientes estimados com valores maiores ou iguais a 0,25 foram sombreados para destacar esses resultados.

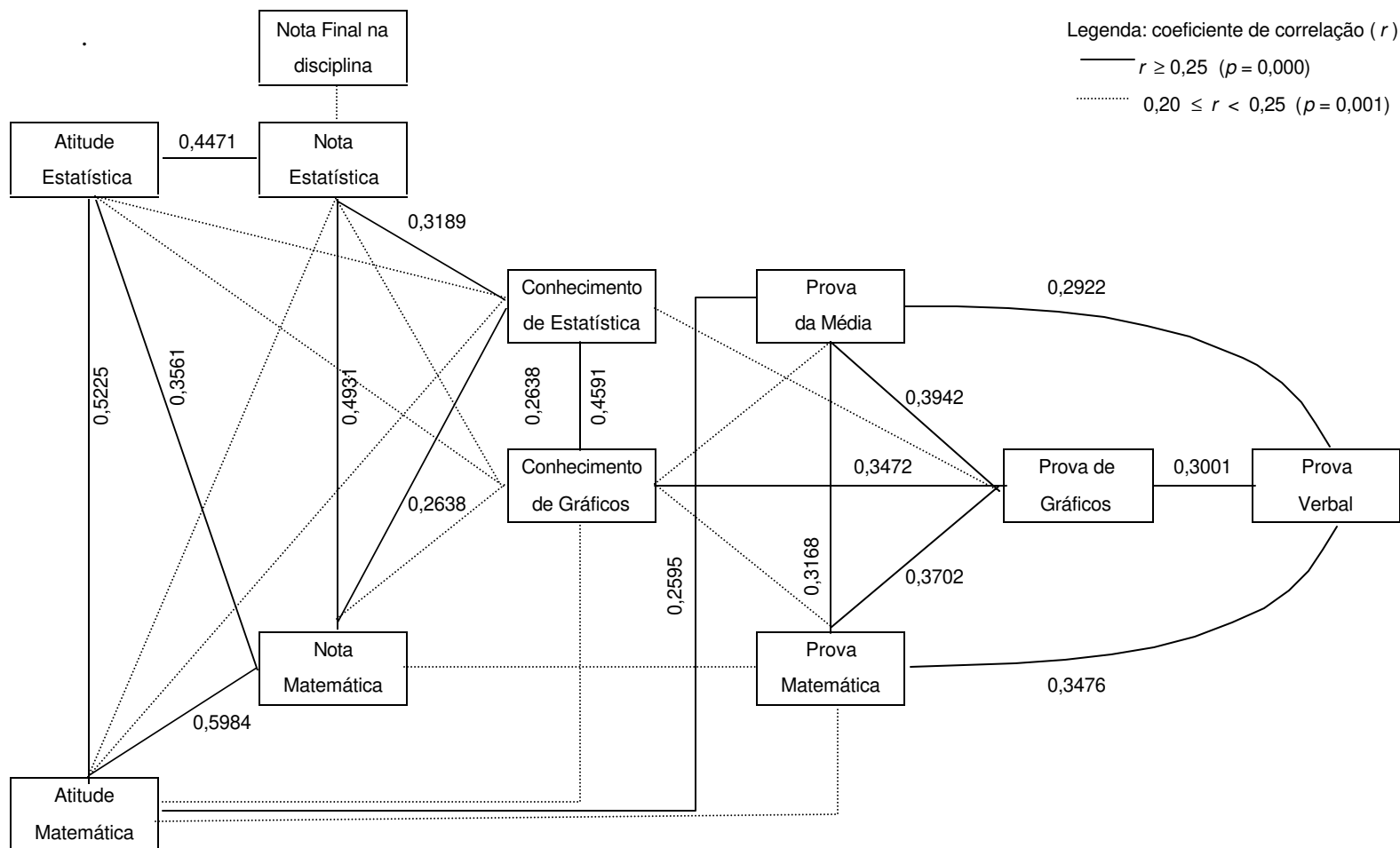


Figura 54. Relação entre os indicadores quantitativos

c) Análise de regressão

Na busca de um modelo explicativo para o desempenho na leitura de gráficos em função dos indicadores quantitativos levantados foram realizadas várias tentativas. A nota final, a idade e ano de ingresso no curso não foram incluídas na análise, porque suas correlações foram muito fracas. Foi utilizado o método de regressão passo a passo (stepwise).

Como resultado da aplicação desse método, quatro indicadores foram selecionados, na seguinte ordem: conhecimento de média aritmética (prova da média), conhecimento gráfico anterior (informado pelo sujeito), habilidade viso-pictórica (prova matemática) e habilidade verbal (prova DAT), conforme equação a seguir:

$$\text{Gráfico} = 0,6384 + 0,2431*(\text{Média}) + 0,2112*(\text{Conh-Gráficos}) \\ + 0,1353*(\text{Matemática}) + 0,0924*(\text{Verbal})$$

Esse modelo explicou 28,8% (coeficiente de determinação $R^2 = 0,288$) do desempenho na leitura de gráficos, onde o conhecimento da média aritmética contribuiu com 15,5%, o nível de conhecimento de gráficos com 7,4%, a habilidade viso-pictórica com 4,3% e a habilidade verbal com 1,4%. O Quadro 41 detalha as estimativas dos parâmetros da equação.

Quadro 41. Estrutura dos parâmetros do modelo explicativo para a leitura de gráficos

Parâmetros / variáveis	Parâmetro		Contribuição explicativa R^2 (%)	
	Estimativa	<i>p</i> -valor	Acumulado	Parcial
Intercepto	0,6384	0,5801		
Coeficiente angular				
1. Prova da média	0,2431	0,0000	15,5	15,5
2. Conhecimento de gráficos (informada pelo próprio sujeito)	0,2112	0,0000	22,9	7,4
3. Prova matemática (habilidade viso-pictórica)	0,1353	0,0014	27,4	4,3
4. Prova verbal - DAT	0,0924	0,0254	28,8	1,4

Todavia, acredita-se que as variáveis afetivas devam afetar o desempenho na leitura de gráficos através de efeitos indiretos, mas que para captar esses efeitos seria necessário utilizar ferramentas tais como modelos estruturais.

No modelo encontrado, a variável que mais afetou o desempenho na leitura de gráfico foi o conhecimento da média. Modelando apenas essas duas variáveis, o modelo encontrado foi: $\text{Gráficos} = 3,6877 + 0,3884 * \text{Média}$. Ou seja, por cada 10 pontos percentuais a mais na prova da média, haveria um ganho de 3,9 pontos percentuais na leitura de gráficos. Esse modelo explicaria 15,5% do desempenho em gráficos em função do conhecimento da média. A Figura 55 ilustra a relação entre o desempenho na prova de gráficos e na prova da média, junto com a reta estimada que modela essas duas variáveis.

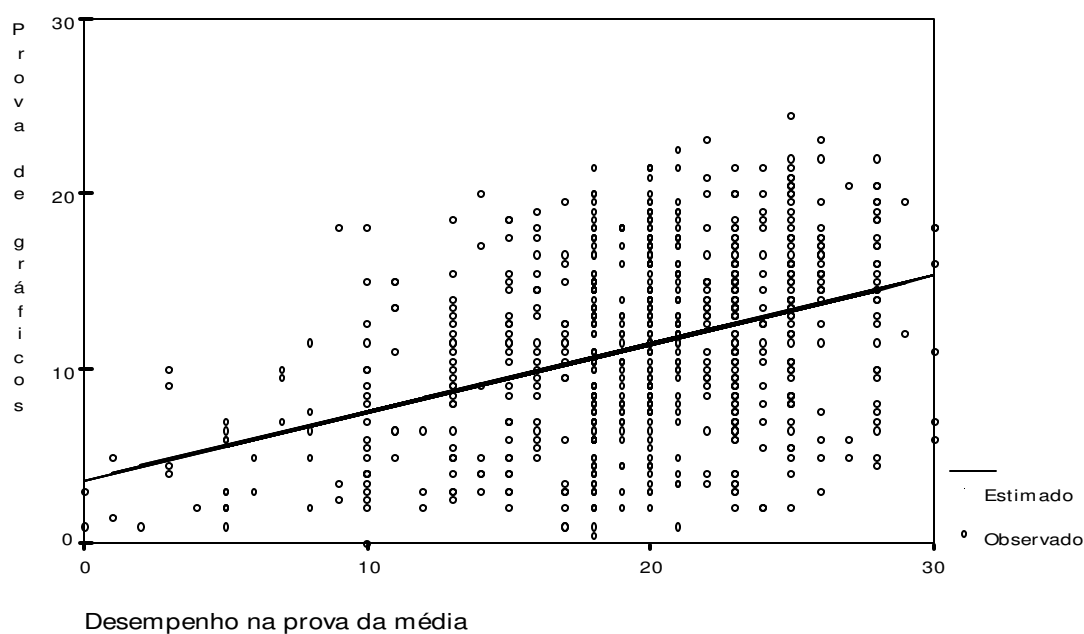


Figura 55. Relação entre o desempenho na prova de gráficos e na prova da média

d) Análise de Covariância

De todas as combinações possíveis, o melhor modelo foi aquele que introduziu a variável gênero e retirou o desempenho na prova verbal:

$$\begin{aligned}\text{Gráficos} = & 5,4721 + 0,2806*(\text{Média}) + 0,2331 (\text{Conh-Gráficos}) \\ & + 0,2337*(\text{Matemática}) + 10,4781*(\text{Gênero})\end{aligned}$$

O Quadro 42 detalha os parâmetros da equação. Observa-se que o modelo, incluindo essas quatro variáveis, explica 38,4% do desempenho na leitura de gráficos, onde o conhecimento da média aritmética contribuiu com 19,1%, o gênero com 8,7%, o nível de conhecimento de gráficos com 6,5% e a habilidade viso-pictórica 4,1%. O desempenho na prova verbal que entrava no modelo anterior e contribuía com apenas 1,4%, foi substituído pela variável gênero.

Quadro 42. Estrutura dos parâmetros do modelo explicativo para a leitura gráficos

Parâmetros / variáveis	Parâmetro		Contribuição explicativa R ² (%)	
	Estimativa	p-valor	Acumulada	Parcial
Intercepto	5,4721	0,2081		
Coefficiente angular				
1. Prova da média	0,2806	0,0001	19,1	19,1
2. Gênero (<i>dummy</i> : 0 para feminino e 1 para masculino)	10,3952	0,0000	27,8	8,7
3. Conhecimento de gráficos (informada pelo próprio sujeito)	0,2331	0,0001	34,3	6,5
4. Prova matemática	0,2337	0,0003	38,4	4,1

Novamente, entraram no modelo apenas as variáveis de caráter cognitivo e, dentre as variáveis qualitativas, o gênero. Este modelo superou o modelo anterior que conseguia explicar apenas 28,8%, ou seja, o gênero teve um papel explicativo, bastante significativo.

Interpretando os valores das estimativas dos parâmetros do modelo, pode-se concluir que por cada 10 pontos percentuais adicionais no desempenho na prova da média, o desempenho na prova de gráficos aumentará em 2,8%. Quanto ao gênero, ser do gênero masculino implica num ganho de 10,5% pontos na prova de gráficos. Já para cada dez

pontos percentuais adicionais no nível de conhecimentos de gráficos ou no desempenho na prova matemática, haverá um acréscimo de 2,3% na prova de gráficos.

e) Análise fatorial

Os grupos de indicadores observados na matriz de correlação (Quadro 40 e Figura 54) foram confirmadas, quando se utilizou a análise fatorial. Nesta análise, também foi excluída a variável nota final. Antes de utilizar a referida técnica, foi preciso verificar a validade de seus pressupostos: a existência de correlação entre as variáveis envolvidas e a adequação da amostra (Pereira, 1999). Para isso foi utilizado o teste de esfericidade de Bartlett, que testa a hipótese de que a matriz de correlação é uma matriz identidade (cuja diagonal é igual a um e os outros valores iguais a zero), isto é, não existe correlação entre as variáveis. O coeficiente para o teste de esfericidade de Bartlett foi de 621,3, com $p = 0,0000$, o que permite concluir que a matriz de correlação é adequada para o uso da análise fatorial.

Para avaliar a adequação da amostra foi utilizado o teste KMO (Kaiser-Meyer-Olkin), o qual mede a adequação da amostra total e a adequação da amostra para cada fator, cujo coeficiente foi de 0,70598, o que, segundo Pereira (1999), pode ser considerado como uma adequação razoável dos dados para a análise fatorial.

Foi utilizado o método de componentes principais que permite resumir as variáveis originais num número reduzido de fatores e foi utilizada a rotação varimax, que é uma rotação ortogonal que busca minimizar o número de variáveis com altas cargas em um só fator, permitindo uma melhor visualização (Pereira, 1999, p. 129). O Quadro 43 mostra os resultados.

Para extrair o número de fatores, existem duas condições a serem observadas. A primeira, autovalores maiores ou iguais a um e, a segunda, a porcentagem acumulada da variância total explicada pelos fatores selecionados. Um valor em torno ou superior a 60% para a variância acumulada é considerada razoável no caso da pesquisa em ciências humanas (Hair, Anderson, Tathan e Black, 1995). Segundo esses critérios, conclui-se que

existem três fatores. O Quadro 44 apresenta as cargas fatoriais dos fatores selecionados e a Figura 56 ilustra o agrupamento das variáveis.

Como pode ser observado, no Quadro 44 e na Figura 56, as dez variáveis foram agrupadas em três fatores. O primeiro fator agrupou as variáveis de caráter afetivo (atitudes em relação à Estatística e em relação à Matemática) e as variáveis de auto avaliação de desempenho (em Estatística e em Matemática). O segundo fator agrupou as variáveis de caráter cognitivo, resultantes da aplicação das provas e, por último, o terceiro fator agrupou o nível de conhecimentos de Estatística e de gráficos informados pelos próprios sujeitos.

Quadro 43. Distribuição dos autovalores e variação explicada por fator

Variáveis	Fator	Auto-valor	Variância explicada	
			%	% acumulada
Nota em Estatística (dada pelo próprio sujeito)	1	3,3563	33,6	33,6
Nota em matemática dada pelo próprio sujeito)	2	1,4386	14,4	47,9
Conhecimento de Estatística (informada pelo próprio sujeito)	3	1,0937	10,9	58,9
Conhecimento de Gráficos (informada pelo próprio sujeito)	4	0,7979	8,0	66,9
Atitudes em relação à Estatística	5	0,7366	7,4	74,2
Atitudes em relação à Matemática	6	0,6586	6,6	80,8
Prova da média	7	0,6325	6,3	87,1
Prova de gráficos	8	0,5605	5,6	92,7
Prova matemática	9	0,4876	4,9	97,6
Prova verbal	10	0,2377	2,4	100,0

Quadro 44. Distribuição das cargas fatoriais após rotação Varimax

Variáveis	Fator 1	Fator 2	Fator 3
Nota em Estatística (dada pelo próprio sujeito)	0,62931	0,05192	0,29057
Nota em matemática dada pelo próprio sujeito)	0,79634	0,16642	0,07854
Conhecimento de Estatística (informada pelo próprio sujeito)	0,23818	0,06078	0,78711
Conhecimento de Gráficos (informada pelo próprio sujeito)	0,11664	0,18846	0,80432
Atitudes em relação à Estatística	0,73833	0,06077	0,16240
Atitudes em relação à Matemática	0,78223	0,20837	0,00544
Prova da média	0,17316	0,65363	0,13067
Prova de gráficos	0,02932	0,63994	0,40375
Prova matemática	0,11893	0,72432	0,09474
Prova verbal	0,10745	0,72176	-0,05439

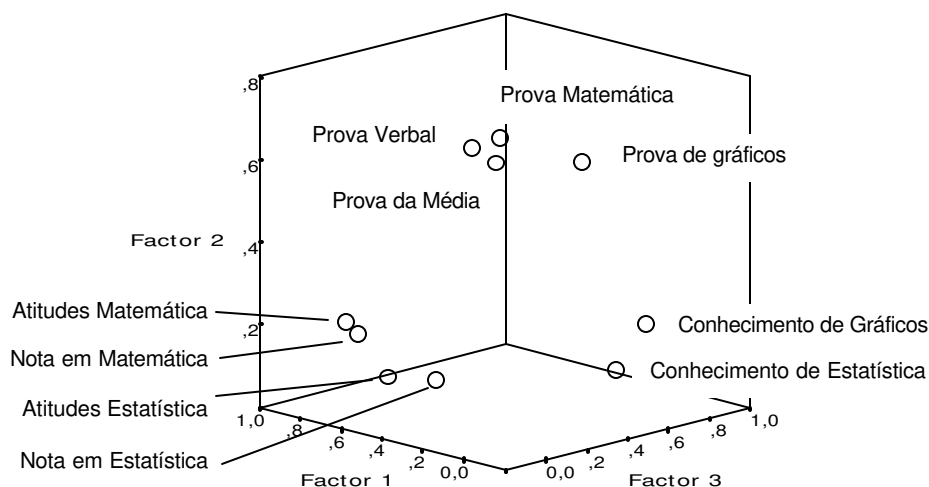


Figura 56. Espaço fatorial após rotação Varimax

f) Análise das atitudes em relação à Estatística

Na seção anterior foi verificado que o modelo que melhor ajusta o desempenho na prova de gráficos não contemplou as variáveis de caráter afetivo. Aqui foi explorado a interferência das diversas variáveis nas atitudes em relação à Estatística, apenas no pré-teste, ou seja, há quase um mês do início do semestre.

Seguindo o mesmo procedimento utilizado na modelagem do desempenho na prova de gráficos, foi obtido o seguinte modelo:

$$\begin{aligned} \text{Atitude-Estatística} = & 15,5088 + 6,7001 * \text{Auto-percepção-Estatística} \\ & + 0,3661 * \text{Atitude-Matemática} + 0,1351 * \text{Nota-Estatística} \\ & - 0,1286 * \text{Nota-Matemática} + 2,5065 * \text{Gênero} \end{aligned}$$

Esse modelo conseguiu explicar 56,3% da variação das atitudes em relação à Estatística, onde a variável com maior poder explicativo foi a auto-percepção de desempenho na disciplina, respondendo por 36,8% dessa variação. A segunda variável a

entrar no modelo foi a variável *atitudes em relação a Matemática*, que contribuiu com uma carga explicativa adicional de 12,6%. Esta variável foi a que apresentou melhor correlação dentro das variáveis quantitativas. A auto avaliação do desempenho tanto em Estatística (3,1%) quanto em Matemática (2,4%), também entraram no modelo, porém suas cargas explicativas foram pequenas. Finalmente, a variável *gênero* entrou com uma carga explicativa residual de 1,4%.

Observou-se que nenhuma variável de caráter cognitivo entrou no modelo, o que pode ser explicado pelo fato de existir cursos *contraditórios*, onde os sujeitos apresentaram atitudes e auto avaliação do desempenho negativas, mas obtiveram as melhores pontuações nas provas, como foi o caso de Veterinária e, ao contrário, como foi o caso de Geografia.

A Figura 57 ilustra a relação entre as atitudes e a auto-percepção de desempenho, por gênero. Observa-se uma relação linear, a medida que o sujeito percebe melhor seu desempenho, suas atitudes se tornam mais positivas. Em geral, os sujeitos de gênero feminino apresentaram atitudes menos positivas.

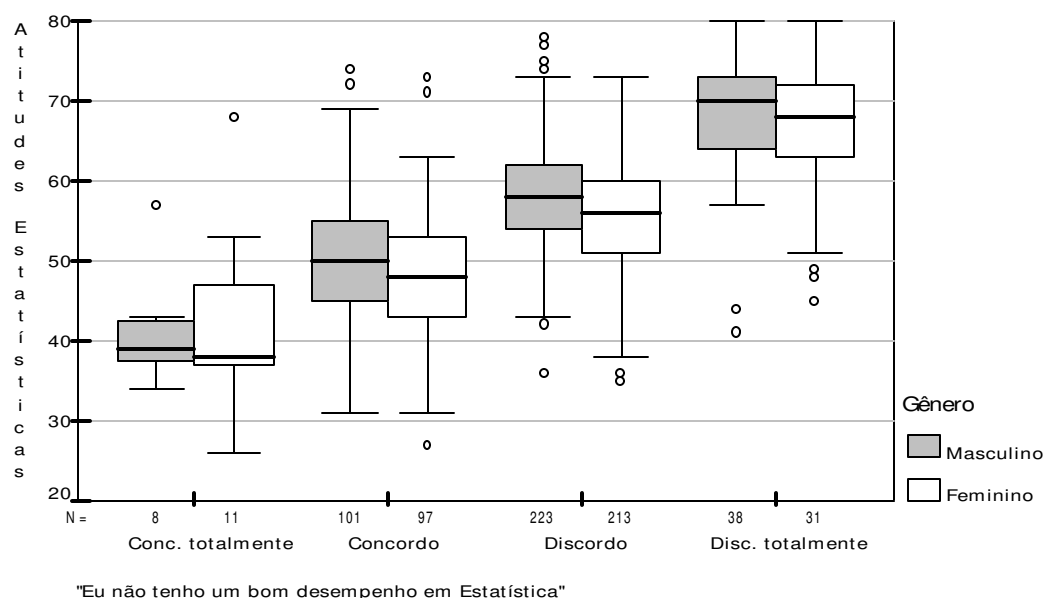


Figura 57. Atitudes em relação a Estatística em função da auto-percepção de desempenho em Estatística e gênero

Silva (2000, p. 113) estudou a relação entre as atitudes em relação à Estatística (Y), o desempenho na disciplina (X) e as atitudes em relação à Matemática (Z) encontrando as seguintes relações: $Y = 30,17 + 2,68 \cdot X$, com um coeficiente de determinação de 11,5% e $Y = 18,51 + 0,63 \cdot Z$, com um coeficiente de determinação de 45,0%. Já no presente estudo relacionar as atitudes em relação à Estatística com o desempenho na disciplina forneceria um coeficiente de determinação de 2,2% e, com as atitudes em relação à Matemática, 27,3%, valores bastante abaixo dos encontrados por Silva (2000). As diferenças encontradas parecem ser explicadas pelo caráter contraditório apresentados por muitos sujeitos do presente estudo e pelo perfil de aprovação das disciplinas por curso.

g) Desempenho nas provas segundo tipo de procedimento na solução de problemas

O problema proposto por Cai (1999) tinha por objetivo analisar a relação entre o desempenho na prova (média e matemática) segundo o tipo de procedimento utilizado na solução do problemas. O Quadro 45 apresenta de forma comparativa os resultados encontrados no presente estudo e no estudo do referido autor.

O Quadro 45, no caso do presente estudo, apresenta a média nas provas, seguida de uma letra, resultante da aplicação do teste de comparações múltiplas de Tukey. Grupos com uma mesma letra, dentro de uma prova (coluna), não diferem estatisticamente e letras diferentes implicam em diferenças significativas ao nível de significância de 5% ($\alpha = 0,05$).

Quadro 45. Resultados comparativos segundo tipo de procedimento adotado na solução de problemas

Tipo de procedimento	Resultados encontrados na presente pesquisa					Resultados encontrados por Cai (1998)		
	Sujeitos %	Prova da média	Prova de gráficos (*)	Prova matemática	Prova verbal	Prova da média (%)	Prova matemática	Sujeitos %
Algébrico	34,1	71,6 a	48,2 a	42,1 a	40,1 a	100	19,2	2,0
Aritmético	52,3	65,4 b	43,1 b	33,1 b	33,2 b	57	17,0	66,0
Verbal	10,8	65,9 b	43,8 b	33,5 b	35,7 b	31	14,2	6,6
Pictórico	2,8	62,8 b	49,9 a	32,5 b	36,3 b	26	13,6	25,4
Geral	100,0	67,5	45,1	36,2	35,9	-	-	100,0

(*) ao nível de significância de 10%

(**) Porcentagem de acertos

No presente estudo, em geral, observou-se que os sujeitos que utilizaram o procedimento algébrico mostraram um desempenho superior ao dos outros grupos, em todas as provas, com exceção da prova gráfica, onde os sujeitos que utilizaram o procedimento pictórico conseguiram um desempenho ligeiramente superior, embora não significativo. Os outros grupos têm um desempenho similar. Cai (1998), também, encontrou diferenças significativas entre esse grupos ($F_{(3,249)} = 4,19$; $p < 0,01$). A análise *pos-hoc* mostrou que os sujeitos *algébricos* apresentaram desempenho superior, seguido dos sujeitos *aritméticos* e não encontrou diferenças significativas entre os sujeitos *pictóricos* e os *verbais*.

Observa-se que o presente estudo foi realizado tendo como sujeitos estudantes universitários, enquanto o estudo de Cai (1998) foi realizado com estudantes da 6ª série. Isso parece explicar o maior percentual de sujeitos *algébricos* e menor percentual de sujeitos *pictóricos*, o que não acontece com os resultados do referido autor, que encontrou uma situação oposta.

A superioridade dos sujeitos *algébricos*, segundo Cai (1998), deve-se ao fato desse grupo possuir o conhecimento conceitual correto do algoritmo aplicado a problemas de forma reversa, que seria um sinal de reversibilidade do pensamento de Krutetskii (1976), conseguindo percorrer outros caminhos na solução do problema.

6.3 Análise do desempenho dos novatos no pré e pós-teste

A análise nesta seção se restringiu apenas aos *novatos*, uma vez que o objetivo era analisar o conhecimento estatístico trazido do Ensino Médio e as mudanças após um semestre de ensino de Estatística, além de analisar se os sujeitos que nunca haviam cursado formalmente uma disciplina de Estatística entravam com atitudes pré-formadas ou se elas eram desenvolvidas ao longo do semestre. O Quadro 46 mostra os resultados da aplicação do teste t-student para dados emparelhados. Em geral foi observado um acréscimo nos indicadores, porém nem todos significativos.

Quadro 46. Desempenho médio dos novatos no pré e pós-teste

Variáveis quantitativas	Grupos	Nº de pares	Coef. de correlação	Média	Desvio padrão	Estatística	p-valor
Nota em Estatística	Pré-teste	180	0,354	65,1b	17,9	$t_{(179)}$	0,014
	Pós-teste			68,7a	15,7		
Nota em Matemática	Pré-teste	163	0,652	68,4b	14,0	$t_{(162)}$	0,000
	Pós-teste			71,7a	13,6		
Atitudes em relação à Estatística	Pré-teste	246	0,654	55,1a	9,2	$t_{(245)}$	0,175
	Pós-teste			54,4a	10,4		
Prova da média	Pré-teste	247	0,604	65,2b	16,6	$t_{(246)}$	0,029
	Pós-teste			67,4a	17,9		
Prova de gráficos	Pré-teste	239	0,582	43,0a	17,9	$t_{(238)}$	0,197
	Pós-teste			44,4a	19,1		

a) Desempenho na prova da média

Conforme o Quadro 46, houve um ganho de apenas 2,2% no desempenho na prova da média do pré-teste para o pós-teste. Esse ganho equivale a aproximadamente um ponto, na escala original da prova, que variava de zero a 30, o que pode ser considerado pouco expressivo.

O coeficiente de correlação entre as pontuações na prova da média no pós-teste (Y) e pré-teste (X) foi de 0,604 e o modelo de regressão ajustando esses dois momentos foi:

$$\text{Pós-teste} = 24,9 + 0,65 \cdot \text{pré-teste}$$

O coeficiente de determinação foi de 36,4%, ou seja, 36,4% do desempenho na prova da média no pós-teste foi explicado pelo desempenho no pré-teste. O coeficiente angular foi 0,65, significando que para cada ponto percentual no desempenho no pré-teste haverá um ganho de 0,65 pontos no pós-teste. A Figura 58 ilustra essa relação, a reta ajustada e a reta da igualdade.

Se o coeficiente angular tomasse valores próximos da unidade, significaria inexistência de mudanças significativas no desempenho nos dois períodos; se tomasse

valores abaixo da unidade, significaria que sujeitos que entraram com pouco conhecimento de média, teriam aprimorado esse conceito, proporcionalmente, mais dos que já tinham o conceito e, situação oposta se tomasse valores maiores que a unidade.

Como, neste caso, o coeficiente angular foi de 0,65, isso significaria que os sujeitos que entraram com menor conhecimento teriam conseguido melhorá-lo, proporcionalmente, mais que aqueles que tinham um nível maior, em outras palavras, o processo de instrução nivelou o conhecimento da média.

Analisando a Figura 58 observou-se que alguns pontos se localizam próximos da abscissa, longe da nuvem de pontos. Tais pontos *puxam* a reta, diminuindo o coeficiente angular. Esses pontos refletem um bom desempenho dos sujeitos no pré-teste e um mau desempenho no pós-teste. Acredita-se que essa *queda* no desempenho não significava uma regressão no nível de conhecimento.

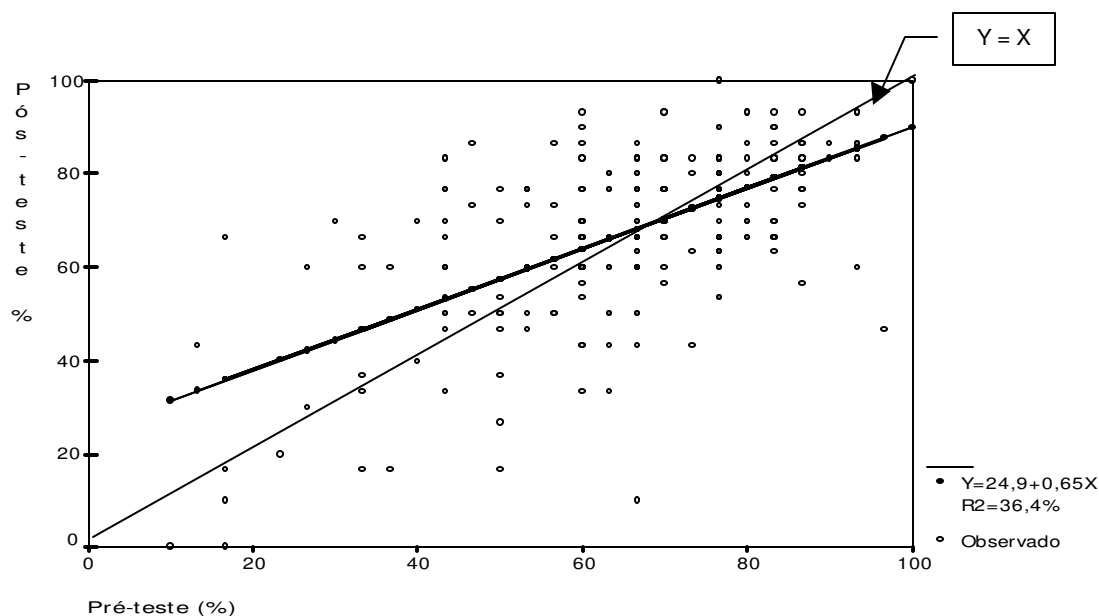


Figura 58. Desempenho dos novatos na prova da média no pré-teste e no pós-teste

Analisando cada uma das questões que compunham a prova (Quadro 47), verificou-se que houve mudança significativa apenas na segunda questão, que solicitava o cálculo da média ponderada, onde foi observado um ganho médio de 0,5 pontos. Esse ganho foi de 10%, tendo em vista que a questão valia cinco pontos.

Esses resultados merecem reflexão. Esperava-se que após um semestre de aulas, este conceito deveria estar completamente formado, sendo o ponto mais frágil o significado do conceito. Isso significa que os sujeitos após um semestre de aulas não conseguiram expressar entendimento sobre o conceito de média.

De acordo com esses resultados, pode-se supor que os sujeitos dominam o conhecimento de procedimento da média aritmética, mas não o conhecimento conceitual.

Quadro 47. Desempenho dos novatos na prova da média por questão

Questões	Grupos	Nº de pares	Coef. de correlação	Média	Desvio padrão	Estatística	p-valor
1. Média simples	Pré-teste	245	-0,018	4,9	0,4	$t_{(244)}$	0,456
	Pós-teste			4,9	0,6		
2. Média ponderada	Pré-teste	164	0,446	2,6	2,2	$t_{(163)}$	0,018
	Pós-teste			3,1	2,2		
3. Propriedade da média	Pré-teste	221	0,349	4,4	1,5	$t_{(220)}$	0,359
	Pós-teste			4,5	1,4		
4. Problema proposto por Pollatsek e outros (1981)	Pré-teste	220	0,228	3,6	1,2	$t_{(219)}$	0,226
	Pós-teste			3,7	1,3		
5. Interpretação da média	Pré-teste	176	0,362	0,9	1,4	$t_{(175)}$	0,750
	Pós-teste			0,9	1,5		
6. Problema proposto por Cai (1998)	Pré-teste	246	0,348	4,7	1,2	$t_{(245)}$	0,211
	Pós-teste			4,5	1,4		

b) Desempenho na prova de gráficos

O coeficiente de correlação entre as pontuações na prova de gráficos nos dois momentos foi de 0,582 e o modelo de regressão ajustado foi:

$$\text{Pós-teste} = 17,3 + 0,63 \cdot \text{pré-teste}$$

Onde 33,9% da variação do desempenho na prova de gráficos no pós-teste é explicado pelo desempenho no pré-teste. De outro lado, o coeficiente angular foi de 0,63, o que significa que por cada ponto percentual no pré-teste haverá um ganho de 0,63 pontos no pós-teste. A Figura 59 mostra a relação nos dois momentos.

Assim como na prova da média, o coeficiente angular de 0,64 indicou que os sujeitos mais beneficiados foram aqueles cujos conhecimentos eram menores no pré-teste. Da mesma forma que na análise anterior, verificou-se a existência de sujeitos cujas pontuações foram superiores no pré-teste.

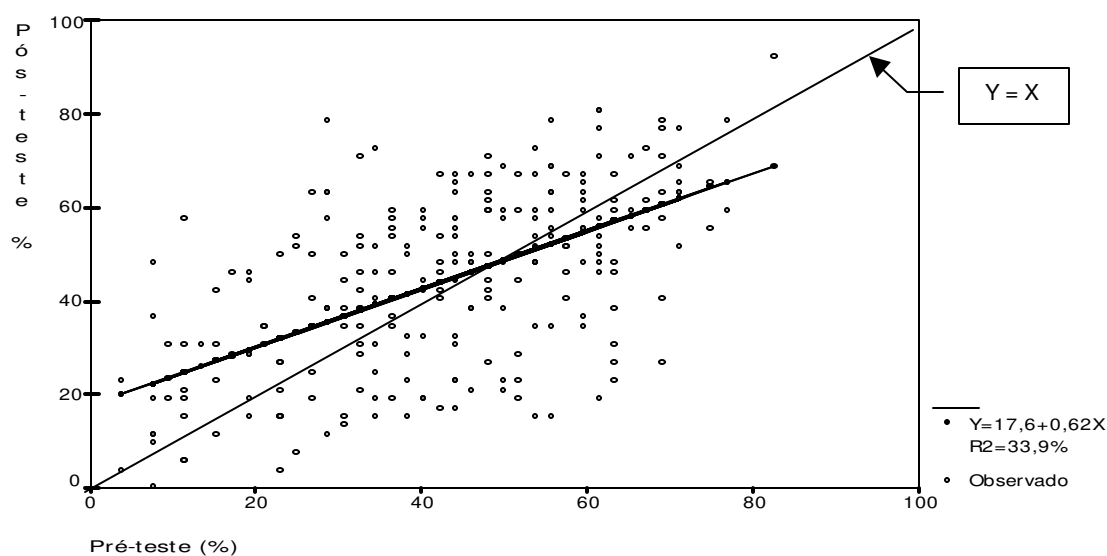


Figura 59. Desempenho dos novatos na prova de gráficos no pré-teste e no pós-teste

Analisando cada uma das questões que compunham a prova, foi verificado (Quadro 48) um ganho significativo de 0,3 pontos no gráfico de barras (ganho relativo de 6%) e um ganho de 0,1 pontos no gráfico de barras com linha de referência zero (ganho relativo de 5%). Nas outras questões, os ganhos observados não foram estatisticamente significativos.

Quadro 48. Desempenho dos novatos na prova de gráficos por questão

Gráfico	Nº máximo de pontos	Grupos	Nº de pares	Coef. de correlação	Média	Desvio padrão	Estatística	p-valor
1. de barras	5	Pré-teste	235	0,509	3,8	1,1	$t_{(234)}$	0,000
		Pós-teste			4,0	1,0		
2. de controle	4	Pré-teste	216	0,433	1,9	1,0	$t_{(215)}$	0,121
		Pós-teste			2,0	1,0		
3. de barras com referência zero	2	Pré-teste	165	0,316	1,0	0,7	$t_{(164)}$	0,045
		Pós-teste			1,1	0,7		
4. linhas	15	Pré-teste	175	0,356	5,9	2,9	$t_{(174)}$	0,108
		Pós-teste			6,3	2,9		

A análise destes resultados permite afirmar que não houve grandes avanços na leitura de gráficos ao longo do semestre.

c) Desempenho na escala de atitudes

Conforme o Quadro 46 (página 230) não foram encontradas diferenças significativas nos resultados obtidos na escala de atitudes no pré e no pós-teste. Esses resultados poderiam estar indicando que apenas com um mês de aulas, as atitudes em relação à Estatística dos *novatos* já estariam consolidadas ou que os *novatos* já haviam entrado nas disciplinas com atitudes pré-formadas. Analisando a relação entre as pontuações nos dois períodos, observa-se que o coeficiente de correlação foi de 0,654 e a equação da reta relacionando os dois momentos foi:

$$\text{Pós-teste} = 13,9 + 0,74 \cdot \text{pré-teste}$$

Onde 42,7% da variação na pontuação no pós-teste é explicada pela pontuação no pré-teste. O valor de 0,74 do coeficiente angular implicaria em uma pequena melhoria,

proporcionalmente maior nas atitudes dos sujeitos que entraram com atitudes mais negativas, que aqueles que entraram com atitudes mais positivas, conforme Figura 60.

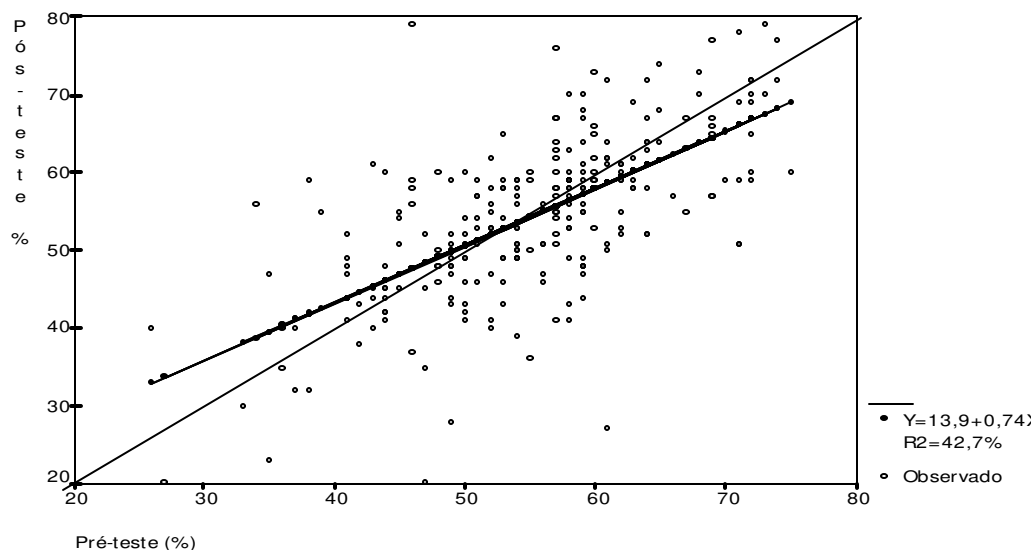


Figura 60. Atitudes em relação à Estatística dos novatos no pré-teste e no pós-teste

A Figura 60 mostra que os *novatos* não apresentam alterações em suas atitudes, embora se observe alguns pontos que se *desgarram* da nuvem de pontos. Para verificar de forma mais detalhada as prováveis mudanças de atitudes, essas foram categorizadas em três grupos: negativas (menos de 50 pontos), na média (de 50 a 60 pontos) e positivas (acima de 60 pontos). O Quadro 49 mostra as mudanças ocorridas do pré para o pós-teste.

O Quadro 49 mostra, na diagonal, os sujeitos que não mudaram a tendência de suas atitudes, totalizando, 148 dos 245, ou seja 60,4%. Os 40 sujeitos (16,3%) localizados acima da diagonal melhoraram suas atitudes ao longo do semestre, enquanto os 57 sujeitos (23,3%) localizados abaixo da diagonal, pioraram suas atitudes. O resultado do teste qui-quadrado ($\chi^2_{(4)} = 99,06$; $p = 0,0000$) mostrou que as atitudes no pós-teste dependem das atitudes no pré-teste, sendo predominante a tendência à consolidação da mesma. Isso implica que com um mês de aulas, praticamente, as atitudes em relação à Estatística encontravam-se formadas.

Quadro 49. Atitudes em relação à Estatística dos novatos no pré e no pós-teste

Pré-teste	Pós-teste				
	Negativa	Na média	Positiva	Total	Porcentagem
Negativa	42 66,7%	19 30,2%	2 3,2%	63 100,0%	25,7
Na média	31 25,8%	70 58,3%	19 15,8%	120 100,0%	49,0
Positiva	1 1,6%	25 40,3%	36 58,1	62 100,0%	25,3
Total	74 30,2%	114 46,5%	57 23,3%	245	100,0

CAPÍTULO VII

DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

7.1 Discussão dos resultados

7.1.1 Quanta informação é extraída dos gráficos durante sua leitura?

Verificou-se, tomando como parâmetro os resultados encontrados na prova de gráficos, que a pontuação total padronizada variou de 0% a 90,2%, sendo que a taxa média de acertos foi 43,1%, considerado um nível fraco, para usuários de Estatística de nível universitário. Esse quadro não mudou substancialmente no pós-teste.

Sintetizando o desempenho dos sujeitos nos quatro gráficos que compunham a prova, verificou-se que o gráfico de barras simples apresentou menor dificuldade, em que a taxa média de acerto foi 74,0%. Em geral, os sujeitos conseguiram realizar as tarefas com sucesso, mesmo na estimação visual da média (nível de leitura intermediário) e na projeção da tendência (nível de leitura superior).

No gráfico de controle, a extração dos níveis médios (antes e depois) também foi bem sucedida, porém a estimação do nível médio global e a percepção de padrões falharam, devido a ausência do conceito de média ponderada e de não percepção de padrões (variabilidade e períodos). Conseqüentemente, a taxa média de sucesso foi menor 47,5%.

O gráfico de barras com linha de referência zero também apresentou dificuldade, tanto na extração do nível médio, quanto na projeção de tendência, uma vez que os sujeitos ignoraram os valores negativos durante a execução das tarefas. A maioria dos sujeitos ignorou os valores negativos (50,7% no pré-teste e 43,2% no pós-teste) e estimou o nível médio apenas com os valores positivos, ou seja, desconhecia propriedades da média. Como conseqüência, a taxa de sucesso foi também baixa 45,0%.

Finalmente, no gráfico de linhas, as tarefas de projeção de tendências, a elaboração da manchete e o título foram executadas de forma razoável. Os sujeitos, porém, falharam

nas tarefas de identificação externa do gráfico, onde não lembraram o nome do gráfico e não conseguiram identificar a natureza das variáveis envolvidas. Também falharam quando foram solicitados a formular a manchete se outro jornal tivesse encomendado a pesquisa, bem como na percepção da necessidade do uso de conceitos e ferramentas estatísticas mais complexas, para uma análise mais consistente, na tomada de decisão. Consequentemente, a taxa média de acerto foi de 40,7%.

Em suma, os sujeitos conseguiram extrair informação ao nível elementar, extrair tendências quando explícitas e fazer projeções quando existia um padrão regular. Todavia, os sujeitos falharam no domínio da linguagem gráfica, na percepção de padrões mais complexos, apresentaram baixa flexibilidade de pensamento em situações diferentes ao do *status quo* e não conseguiram perceber a necessidade da utilização de conceitos mais elaborados para uma análise mais consistente. A ausência do conceito de média ponderada e o desconhecimento de algumas de suas propriedades, bem como o não conhecimento do conceito de dispersão prejudicaram a leitura de gráficos.

Portanto, pode-se concluir que os sujeitos conseguiram extrair informações dos gráficos de forma *fraca*, não condizente com a formação de um usuário de nível universitário. Esperava-se que os sujeitos executassem com sucesso as tarefas mais complexas, pelos menos os *medianamente experientes* e os *experientes*.

Na revisão de literatura, nenhum dos trabalhos analisados foi compatível com o presente estudo, a fim de comparar resultados. Em linhas gerais, poderia se concluir, que o nível de leitura estava aquém de um nível esperado para estudantes universitários, pelo menos para aqueles com um semestre de instrução formal em Estatística.

7.1.2 A relação entre a leitura de gráficos, a habilidade viso-pictórica, o domínio de conceitos estatísticos, as atitudes em relação à Estatística, a habilidade verbal e a instrução formal

Tomando como base a teoria de compreensão de gráficos desenvolvida por Pinker (1990) e a teoria de habilidades matemáticas desenvolvida por Krutetskii (1976), os fatores que interferem na leitura de gráficos elencados no presente trabalho foram: a habilidade viso-pictórica, componente da habilidade matemática, o domínio de conceitos estatísticos, as atitudes em relação à Estatística, a habilidade verbal, além do processo de instrução.

a) o papel da habilidade viso-pictórica na leitura de gráficos

A habilidade viso-pictórica (Krutetskii, 1976) foi avaliada através da prova matemática, composta por três provas: figural (envolvendo tarefas de estimativa visual, rotação de objetos no plano e no espaço e contagem de cubos empilhados); de geometria plana (envolvendo tarefas com círculos, linhas, ângulos e áreas) e de geometria espacial (envolvendo tarefas de visualização mental de sólidos gerados pela rotação de figuras planas, secções geradas em sólidos ao serem cortados por planos e localização espacial).

O desempenho médio na prova foi de 35,4%, o que pode ser considerado *fraco*. A prova figural foi a que apresentou menor dificuldade, atingindo uma taxa média de sucesso de 49,6%. Já a prova de geometria plana alcançou uma taxa média de 25% e a prova de geometria espacial, 15,7%. Observa-se que o desempenho nas provas de geometria plana e espacial depende também do processo de instrução, enquanto que o desempenho na prova figural estaria mais ligado à habilidade viso-pictórica dos sujeitos.

Foi encontrada uma relação significativa, linear e positiva entre o desempenho na prova matemática e na prova de gráficos ($r = 0,3702$; $p = 0,000$). Isso implica que quanto maior a habilidade viso-pictórica, maior o nível da leitura de gráficos.

b) o papel do domínio dos conceitos estatísticos na leitura de gráficos

O conceito estatístico subjacente nos gráficos estudados foi o da média aritmética. Esse foi solicitado através da estimativa visual do nível médio do gráfico de barras, do gráfico de controle e do gráfico de barras com linha de referência zero. Para avaliar o domínio do conceito de média foi utilizada uma prova contendo seis questões envolvendo o conceito, suas propriedades e interpretação.

Em geral, o conhecimento da média pode ser considerado *regular*, pois a taxa média de acertos foi de 65,7%. Foi verificado que os sujeitos conheciam o algoritmo (média simples), algumas propriedades e conseguiram solucionar problemas no sentido reverso (problema proposto por Cai, 1998). Todavia, não dominavam o conceito de média ponderada e algumas propriedades da média (o cálculo da média inclui todos os valores da variável, inclusive os valores zeros e os negativos e, as distâncias positivas dos valores da variável em relação à média anulam as distâncias negativas, conceito que origina variância e o desvio padrão, como medidas de variabilidade), não relacionavam a média com outras medidas, como, por exemplo, com as medidas de variabilidade, o que repercutiu na tarefa de extração do nível médio global no gráfico de controle e do gráfico de barras com linha de referência zero e não conseguiram interpretar a média de uma variável discreta, denotando a ausência do conhecimento conceitual da média.

Foi observado que a maioria dos sujeitos vê a média apenas como uma medida de tendência central, que representa um conjunto de dados, ou seja, restrito a seu poder descritivo. São poucos os sujeitos que conseguiram ver a média em sua integridade, como uma medida poderosa da inferência estatística, como um estimador que ajuda na estimativa de parâmetros e no teste de hipótese.

Em linhas gerais, os resultados aqui encontrados foram compatíveis com os encontrados na revisão de literatura. Porém, o único trabalho com estudantes universitários foi o de Pollatsek e outros (1981). Esses autores verificaram que a maioria dos sujeitos dominava o algoritmo de média simples, mas não compreendia o conceito de média ponderada, utilizando no seu cálculo a fórmula da média simples. Esses autores também

verificaram que os sujeitos estimaram a média com maior facilidade quando partiram de histogramas.

Outros autores também chegaram a conclusões similares trabalhando, porém, com sujeitos do ensino fundamental e médio. Zawojewski (1988) verificou que apenas 7% de alunos do ensino médio conseguiam calcular a média ponderada. Goodchild (1988) verificou, em crianças de 13 a 14 anos, a falta de entendimento conceitual da média como medida de posição de uma distribuição resultante de um processo estocástico. Mokros e Russel (1995) verificaram a dificuldade de a partir da média reconstruir a distribuição dos dados. Já Watson (1996) verificou a dificuldade encontrada na interpretação da média de uma variável discreta. Cai (1998) verificou que o desempenho na média está relacionado ao nível de desenvolvimento matemático do aluno.

Portanto, pode-se concluir que as dificuldades encontradas no entendimento conceitual da média em estudantes do ensino fundamental e médio persistem no ensino superior.

Quanto à relação entre o domínio do conceito de média e a leitura de gráficos foi verificada uma relação significativa, linear e positiva entre o desempenho na prova da média e na prova de gráficos ($r = 0,3942$; $p = 0,000$). Isso implica que quanto maior o domínio do conceito de média aritmética maior o nível na leitura de gráficos.

c) o papel das atitudes em relação à Estatística na leitura de gráficos

As atitudes em relação à Estatística foram avaliadas através da escala EAE, que varia de 20 a 80 pontos. A pontuação média foi 55,3, acima do ponto médio que é 50, indicando atitudes positivas.

Silva (2000) estudou as atitudes em relação à Estatística, tendo como sujeitos 643 estudantes de graduação de uma universidade particular de São Paulo e encontrou uma pontuação média de 49,9. Vendramini (2000) também estudou esse construto, tendo como sujeitos 297 estudantes de graduação de uma universidade particular do interior de São Paulo e encontrou uma média de 50,5. Comparando esses resultados, pode-se verificar que os sujeitos do presente estudo apresentaram atitudes mais positivas.

A relação entre as atitudes em relação à Estatística e o desempenho na prova da média é significativa, linear e positiva ($r = 0,1869$; $p = 0,000$) e, igualmente, com o desempenho na prova de gráficos ($r = 0,1808$; $p = 0,000$). Todavia, essa relação é fraca, explicada pela existência de sujeitos que apresentaram atitudes bastante positivas com desempenho fraco e vice-versa. Essa relação contraditória parece ser explicada pelo nível de exigência da disciplina, quanto menor a exigência menos tumultuada a relação com a Estatística.

Observa-se que a relação entre as atitudes em relação à Matemática e em relação à Estatística é significativa, linear e positiva ($r = 0,5225$; $p = 0,000$). Esse resultado foi consistente com o encontrado por Silva (2000) que encontrou uma relação ligeiramente mais forte ($r = 0,6708$; $p = 0,000$).

Conseqüentemente, concorda-se com a referida autora, no sentido de se dar mais atenção ao ensino e à formação de atitudes em relação à Matemática, pois essas são importantes na formação de atitudes em relação à Estatística.

d) o papel da habilidade verbal na leitura de gráficos

A habilidade verbal foi avaliada através da prova DAT, que foi aplicada apenas no pós-teste. A taxa média de acertos foi 35,6%, refletindo um desempenho *fraco*. Todavia esta prova pode ter sido prejudicada pelas condições adversas na aplicação de instrumentos no pós-teste e porque era a última prova do instrumento, quando os sujeitos estavam cansados após preenchimento dos outros instrumentos.

A prova verbal se relacionou de forma significativa, linear e positiva com a prova de gráficos ($r = 0,3001$; $p = 0,000$), com a prova da média ($r = 0,2922$; $p = 0,000$) e com a prova matemática ($r = 0,3476$; $p = 0,000$). Embora as relações encontradas não sejam fortes, esses resultados permitem concluir que quanto maior a habilidade verbal, maior o nível da leitura de gráficos, maior o domínio do conceito de média e maior a habilidade viso-pictórica.

O único trabalho encontrado, relacionando a habilidade verbal com a habilidade matemática foi o realizado por Brito, Fini e Neumann (1994). Esses autores aplicaram a

prova DAT e uma prova matemática envolvendo problemas algébricos, aritméticos e geométricos, propostos originalmente por Krutetskii (1976). Os autores encontraram uma correlação fraca ($r = 0,24$; $p = 0,0059$).

d) o papel da instrução na leitura de gráficos

O papel da instrução foi avaliado de duas maneiras. No pré-teste foi comparado o desempenho e as atitudes segundo a situação do sujeito frente à disciplina de Estatística: *novatos* (cursando pela primeira vez a primeira disciplina de Estatística, no início do semestre), *medianamente experientes* (havia cursado uma disciplina) e *experientes* (havia cursado duas disciplinas). Na análise pré-teste versus pós-teste foi comparado apenas o desempenho dos *novatos*, nesses dois momentos. O Quadro 50 e a Figura 61 mostram os resultados.

Quadro 50. O processo de instrução no desenvolvimento do conceito de média, na leitura de gráficos e nas atitudes em relação à Estatística

Situação frente à disciplina de Estatística	Apenas no pré-teste (*)			Aplicação	Novatos		
	Prova da média	Prova de Gráficos	Atitudes Estatística		Prova da média	Prova de Gráficos	Atitudes Estatística
Experiente	73,3 a	53,0 a	57,9 a				
Medianamente Experiente	65,8 b	47,3 b	53,3 b	Pós-teste	67,4 a	44,4 a	54,4 a
Novato	63,8 b	40,7 c	55,4 a	Pré-teste	65,2 b	43,0 b	55,1 a

(*) Letras iguais dentro de uma coluna significa que os grupos não diferem estatisticamente, segundo o teste de Tukey

A interferência do processo de instrução pode ser observada de forma mais consistente quando se compara o desempenho entre grupos, no pré-teste e na prova de gráficos, onde o desempenho aumenta, de forma linear e significativa, dos *novatos* para os *medianamente experientes* e para os *experientes*.

Já essa tendência não é tão clara na prova da média, onde os *novatos* e os *medianamente experientes* ficaram empatados e desaparecem nas atitudes em relação à Estatística, pois os *novatos* apresentaram atitudes tão positivas quanto os *experientes*, superando as atitudes dos *medianamente experientes*.

Tendência similar foi observada na análise do desempenho dos *novatos*, nos dois períodos. Observou-se um ganho significativo, porém pequeno, nas provas da média e de gráficos, enquanto às atitudes em relação à Estatística apresentaram uma queda, embora essa diferença não tenha sido estatisticamente significativa.

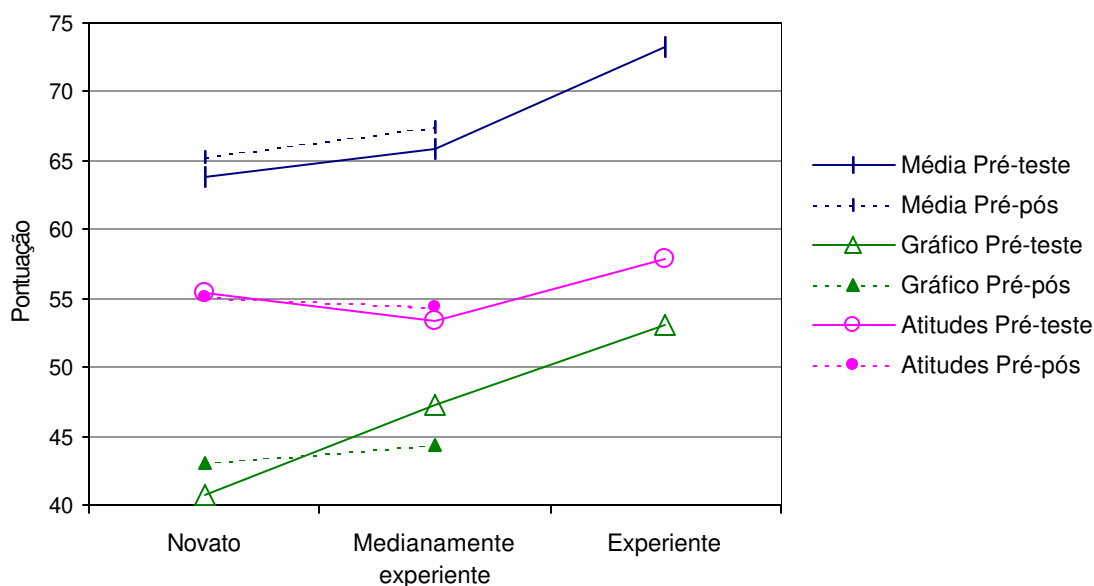


Figura 61. O processo de instrução no desenvolvimento do conhecimento e das atitudes em relação à Estatística

Duas questões emergem desses resultados. A primeira, em relação as diferenças entre os três grupos: por que não foi observada uma diferença maior entre o desempenho médio dos *novatos* e dos *medianamente experientes*, afinal, existe um semestre de instrução entre eles? A segunda questão é: por que não foram observados níveis maiores no desempenho dos sujeitos?

Uma provável explicação pode ser a época do levantamento dos dados, que foi na terceira semana após iniciado o semestre. Em geral, a apresentação de tabelas, gráficos e medidas de tendência central são os primeiros tópicos dos programas das disciplinas, logo, na época do levantamento de dados. Esses já teriam sido ministrados e, daí em diante, pouco teria sido acrescentado ao conceito de média, principalmente ao processo de

ponderação, mesmo que, de forma recorrente, retorne-se ao conceito de média ao se ensinar conceitos relacionados, tais como as medidas de variabilidade, curtose, assimetria entre outros.

Se isso fosse verdadeiro significaria que os *novatos* já não eram tão *novatos* assim e o que tinham que aprender em termos de média e leitura de gráficos já o deveriam ter feito nesse período curto de convivência com a disciplina, uma vez que muito pouco foi acrescentado ao longo do semestre.

Apesar de terem sido observadas algumas diferenças estatisticamente significativas, corroborando com a importância do papel da instrução no processo de desenvolvimento dos conceitos estatísticos, este revelou-se aquém do esperado. Após um semestre de instrução, esperava-se que os *novatos* atingissem pelo menos o nível alcançado pelo grupo *experientes*. E, mesmo os *experientes* não conseguiram responder corretamente toda a prova da média, nem a prova de gráficos, que ficaram com uma taxa média de sucesso em torno de 73% e 58%, respectivamente.

Após um semestre de instrução ainda persiste a falta do domínio da linguagem gráfica, lacunas no conceito de média ponderada, desconhecimento de algumas propriedades da média, visão estreita do conceito de média. Ainda foram observados falta de flexibilidade do pensamento para enfrentar situações diferentes à colocada em pauta, dificuldades no reconhecimento de padrões não explícitos, falta de percepção da necessidade de utilização de outros conceitos e ferramentas para embasar as análises na tomada de decisões.

Essa situação pode ser fruto da pouca ênfase dada ao ensino dos conceitos de média quanto à leitura de gráficos, uma vez que são tópicos considerados fáceis.

Quanto às atitudes, esses resultados estariam indicando que se os sujeitos não entraram com atitudes pré-formadas, essas teriam se formado em um período curto de convivência com a disciplina de apenas três semanas. De qualquer forma, as atitudes apresentadas pelos sujeitos foram positivas e, em geral, eles reconhecem a importância e utilidade da Estatística.

f) A inter-relação entre esses fatores

O modelo resultante da análise de regressão mostrou que a leitura de gráficos depende do domínio do conceito de média, que respondeu por 15,5% do poder explicativo do modelo, do nível de conhecimento gráfico anterior (respondendo por 7,4%), da habilidade viso-pictórica (respondendo por 4,3%) e da habilidade verbal (respondendo por 1,4%):

$$\text{Gráficos} = 0,64 + 0,24 * \text{Média} + 0,21 * \text{Conh-gráficos} + 0,14 * \text{Matemática} + 0,09 * \text{Verbal}$$

Esse modelo explicou 28,8% da variação do desempenho na leitura de gráficos. Todos os fatores selecionados pelo modelo contribuíam de forma positiva e linear, ou seja, quanto maior o domínio do conceito de média, maior o conhecimento prévio de gráficos, maior a habilidade viso-pictórica e verbal, maior o sucesso na leitura de gráficos.

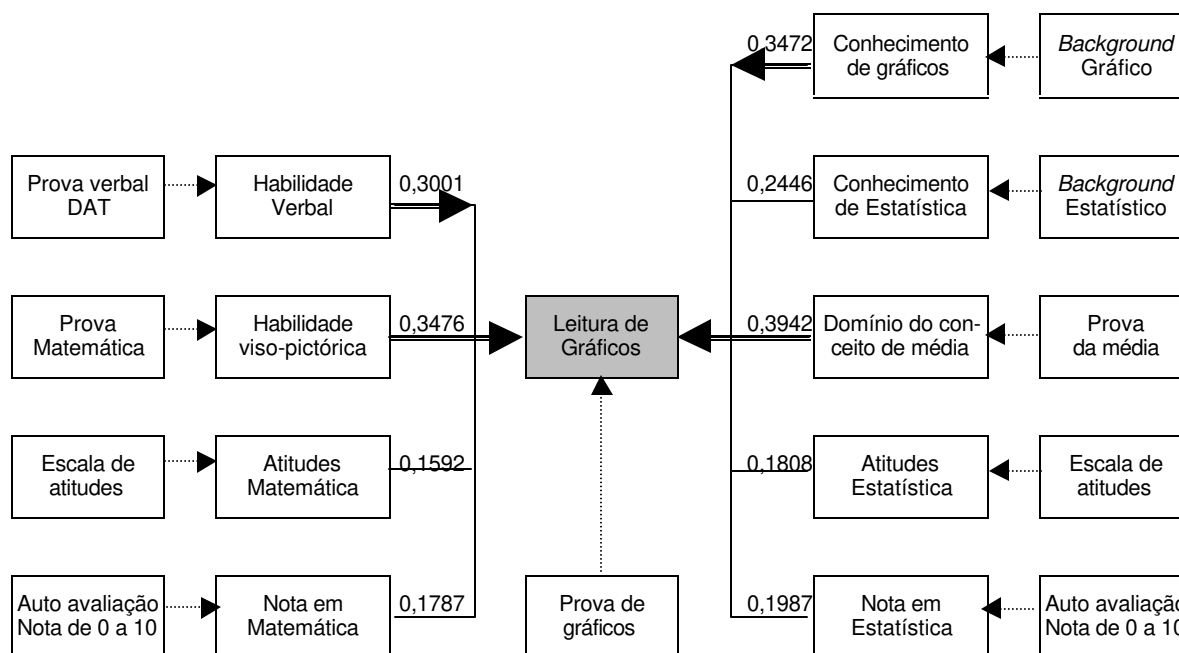


Figura 62. Modelo operacional para prever o sucesso na leitura de gráficos

Todavia, analisando a interferência de outros fatores na leitura de gráficos, levantados no presente estudo, verificou-se que o gênero tinha um papel importante nesse processo, revelando-se importante em todas as provas cognitivas, com exceção da prova

verbal. Isso foi verificado quando se utilizou a análise de covariância, buscando dentre as variáveis qualitativas aquela de maior poder explicativo, o modelo foi obtido:

$$\text{Gráficos} = 5,47 + 0,28 * \text{Média} + 0,23 * \text{Conh-gráficos} + 0,24 * \text{Matemática} + 10,48 * \text{Gênero}$$

A variável gênero se mostrou tão importante que ao entrar no modelo excluiu a prova verbal e aumentou em quase dez pontos percentuais ($R^2 = 38,4\%$) o poder explicativo do modelo. Por outro lado, só o fato do sujeito ser do gênero masculino acrescenta 10,5% pontos ao desempenho na prova de gráficos.

Conjugando todos esses fatores, pode-se concluir que o sucesso na leitura de gráficos depende do domínio do conceito estatístico a ser extraído, do conhecimento prévio de gráficos, da habilidade viso-pictórica e do gênero, que determinam a eficiência do leitor.

g) A relação entre a eficiência do leitor e a eficácia do gráfico

Segundo Pinker (1990), todavia, a leitura de gráficos depende da eficiência do leitor e da eficácia do gráfico. Como esses dois fatores interagiram no modelo encontrado?

A eficácia do gráfico é a capacidade do gráfico transmitir a informação desejada. Para Pinker (1990), uma informação será mais fácil de ser extraída se essa estiver disponível, pronta para ser extraída. Ao contrário, uma informação será difícil de ser extraída se essa tiver que utilizar o processo *inferencial* ou o processo de codificação *top-down*, o que o autor dominou de princípio de dificuldade do gráfico.

Dois fatores cooperaram para que a informação desejada seja fácil de ser extraída. O primeiro depende da capacidade do sistema visual codificar em um único predicado visual uma informação quantitativa. Esse é o caso da maioria das informações prontas para serem extraídas, como, por exemplo, no caso do gráfico de barras, a primeira tarefa (localizar o valor mais alto) e a terceira tarefa (detectar diferenças extremas na altura de duas barras). Segundo Pinker (1990), o esquema gráfico adiciona bandeiras de mensagens a esses predicados e, conseqüentemente, são informações fáceis de serem extraídas e, de fato, 95,4% e 84,4% dos sujeitos conseguiram realizar as tarefas com sucesso, respectivamente. A segunda tarefa (em que período a taxa de juros diminuiu mais rapidamente) também se

enquadra nessa categoria, pois “barras decrescentes” podem ser codificadas em um único predicado. Mas a maioria dos sujeitos falhou nesta tarefa (só 37,3% acertaram). Essa dificuldade parece ser explicada pelo fato do leitor ter que examinar quatro períodos e, dentre eles, escolher em qual a taxa de juros diminuiu mais rapidamente, também parece ter havido um problema de interpretação, uma vez que alguns sujeitos responderam com o ponto mínimo.

O segundo fator que influencia para que a informação desejada seja fácil de ser extraída é a probabilidade de codificação do predicado. Por exemplo, se o predicado *degraus descendentes* tem baixa probabilidade de ser codificado, esse não estará disponível no esquema gráfico, até que seja interrogado de forma explícita. Assim, a disponibilidade de predicados visuais associados a padrões visuais torna mais fácil a extração da informação. A riqueza de predicados visuais associados a tendências quantitativas, no caso do gráfico de linhas, faz com que esse seja mais eficaz do que um gráfico de barras, quando a tarefa é extrair tendências.

Esse parece ser o caso da extração do nível médio no gráfico de controle, onde 69,9% e 66,1% dos sujeitos conseguiram estimar a média antes e depois de calibrar a máquina, respectivamente, bem como da projeção de tendências no gráfico de linhas (*guerra do sabão em pó*) onde 48,9%, 46,2% e 45,6% dos sujeitos conseguiram fazer projeções razoáveis para as marcas A, B e C, respectivamente.

Também esta parece ser a explicação para a falha da extração do nível médio no gráfico de barras com linha de referência zero, onde apenas 22,3% dos sujeitos conseguiram fazer estimativas razoáveis. O nível médio estava “camuflado” entre as barras negativas e positivas, ou seja, esse predicado visual tinha uma baixa probabilidade padrão de ser codificada. A maioria dos sujeitos ignorou as barras negativas (50,7%) e estimou a média em torno de 2000, razoável sob esse pressuposto.

Todavia, se esse gráfico fosse transformado em um gráfico de linhas, certamente a taxa de sucesso teria sido maior, pelo menos teriam alcançado o mesmo nível que alcançaram no gráfico de controle. Ou seja, quase o triplo.

Por outro lado, Segundo Pinker (1990) a eficiência do leitor de gráficos, dentre outros fatores, depende do conhecimento prévio de gráficos. Se o leitor conhece gráficos e está habituado à sua leitura, ele formará esquemas gráficos, ricos em predicados visuais. Saberá, por exemplo, que uma curva crescendo lentamente no início e depois rapidamente corresponde a um crescimento do tipo exponencial ou geométrico. O hábito da leitura tornará automática a associação de predicados visuais à tendências quantitativas, aumentando a probabilidade de codificação dos mesmos. Porém, se o leitor não conhece gráficos ou está vendo pela primeira vez um tipo gráfico ele deverá acionar uma série de processos para gerar o esquema gráfico, demandando tempo e terá uma alta carga mental.

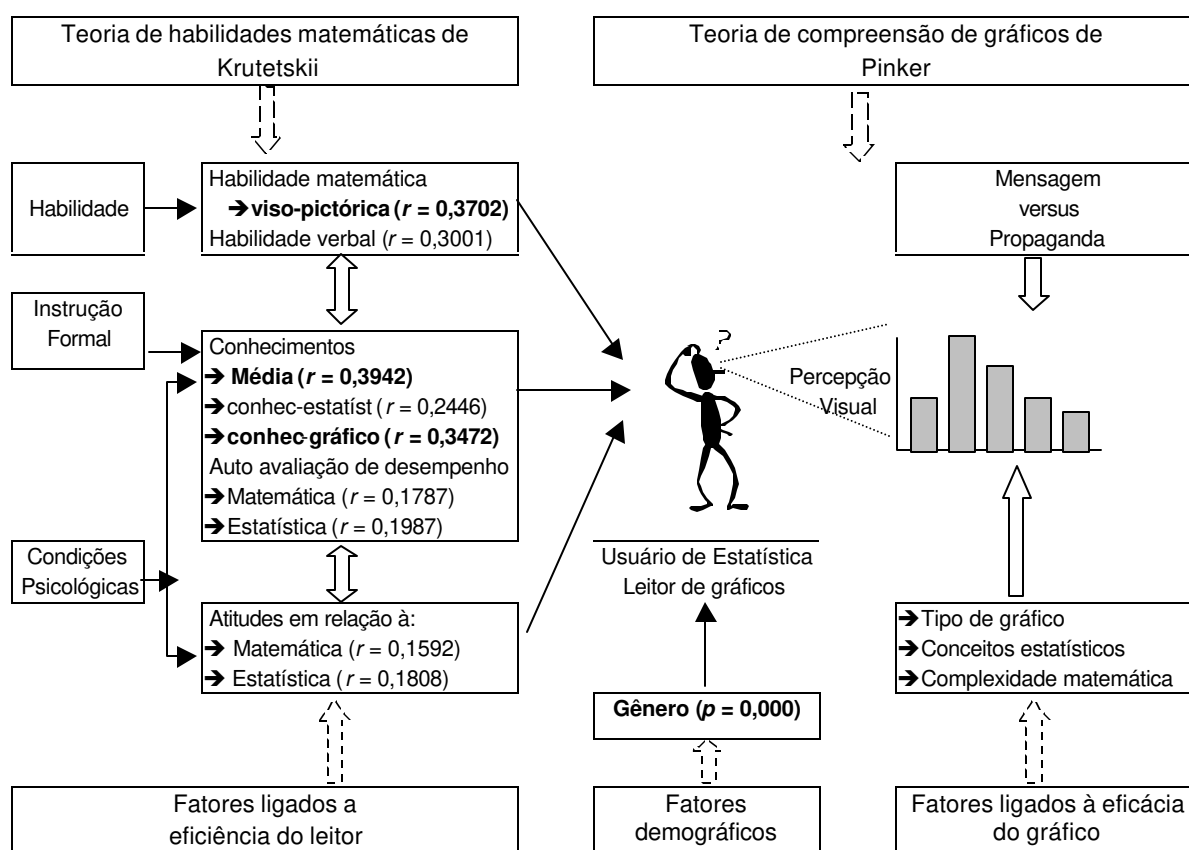
Observa-se que 92,6% dos sujeitos afirmaram ter tido algum contato com o gráfico de barras, sendo que 29,3% já havia desenhado a mão e 35,4%, no computador. Consequentemente, os sujeitos possuíam esquemas gráficos adequados para este tipo de gráfico e como resultado a pouca dificuldade encontrada nas tarefas do gráfico de barras.

Todavia, apesar do gráfico de barras com linha de referência zero também ser um gráfico de barras, esse não é um gráfico comum e oferece naturalmente um maior grau de dificuldade para extrair a média. O leitor que não está acostumado com barras negativas teria que transformar este gráfico num gráfico de barras comum, deslocando a linha de referência para o valor mínimo, preencher com barras os espaços entre a nova linha de referência e a linha base das barras e *deletar* as barras negativas, o que certamente terá uma carga inferencial muito alta. Ou, ainda, o leitor poderia recorrer a uma das propriedades da média: *a soma dos desvios dos valores da variável em relação à sua média é igual a zero* e, a partir dessa propriedade, extrair o nível médio, deslocando a linha de referência zero para cima até que, aproximadamente, as barras negativas compensem as barras positivas. Este processo, sem dúvida, requer de um conhecimento de média, como ponto de equilíbrio ou de medidas de variabilidade, o que parece não ter acontecido.

Em relação ao gráfico de linhas, 79,7% dos sujeitos afirmaram ter tido algum contato, sendo que 26,0% já havia desenhado a mão e 27,5% no computador. Foi observado que extrair o nível médio e projetar tendências não ofereceram muita dificuldade. Já tarefas como as de identificação externa do gráfico, elaborar mensagens, reconhecer padrões mais

sofisticados e conhecer a necessidade da utilização de ferramentas auxiliares na tomada de decisões não foram bem sucedidas.

Conjugando todos esses fatores pode-se concluir que o sucesso na leitura de gráficos depende do domínio do conceito estatístico a ser extraído, do conhecimento prévio de gráficos, da habilidade viso-pictórica e do gênero, que determinam a eficiência do leitor, além da eficácia do gráfico na transmissão da informação a ser extraída. Retomando a Figura 37, do Capítulo V, este ficou da seguinte maneira:



r é o coeficiente de correlação de Pearson da variável com o desempenho na prova de gráficos
 p é o p-valor associado ao teste de diferença de médias

Figura 63. Fatores que interferem na compreensão de gráficos estatísticos

7.2 Conclusões e considerações finais

Diante da necessidade de tornar os cidadãos letrados em Estatística, face à crescente importância da informação quantitativa e gráfica no cotidiano das pessoas, a comunidade científica e acadêmica vem redobrando esforços tanto na pesquisa, tanto na busca da compreensão dos fatores intervenientes no processo de ensino e aprendizagem de Estatística, quanto na implementação de diretrizes norteadoras de ensino nos diferentes níveis de ensino.

Segundo o PCN de Matemática do Ensino Médio, uma das habilidades a serem desenvolvidas é a capacidade de solucionar problemas, interpretando e criticando resultados dentro do contexto da situação, bem como desenvolver o raciocínio, tirando conclusões a partir de gráficos, figuras e esquemas, solucionando problemas ou desenvolvendo conceitos, utilizando e distinguindo o raciocínio dedutivo e o indutivo, validando conjecturas, experimentando idéias e produzindo argumentos convincentes.

Sem dúvida, o papel da Estatística vêm ao encontro desses objetivos e o presente estudo teve como finalidade contribuir nesse debate, discutindo os problemas que interferem na leitura de gráficos estatísticos veiculados pela mídia e o domínio de conceitos básicos da Estatística.

Os resultados mostraram que mesmo em um nível universitário, está-se muito longe do desejável. O domínio do conceito de média atingiu um nível razoável e a leitura de gráficos um nível fraco, acredita-se que o papel da instrução poderia e deveria elevar essas habilidades a patamares maiores, compatíveis com as cobranças de um mundo permeado pela informação. Percebe-se que há muito trabalho a ser feito na busca do desenvolvimento do pensamento estatístico e das atitudes em relação à Estatística.

É preciso dar mais atenção ao conceito de média, principalmente ao processo de ponderação e algumas propriedades, bem como a seu domínio pleno, tendo em vista seu potencial quanto estimador, no seu uso na inferência estatística.

É preciso, também, trabalhar melhor a leitura de gráficos enquanto instrumentos cada vez mais utilizados para comunicar informação. Conhecer a linguagem apropriada,

saber escolher os gráficos a serem utilizados segundo o tipo de informação que se deseja enviar ou extrair, perceber padrões não explícitos no gráfico, entender a mensagem subliminar enviada através dos gráficos, a fim de que os cidadãos possam estar devidamente capacitados para uma leitura adequada da informação, evitando assim um consumo indiscriminado e acrítico da mesma.

É preciso investigar os fatores que interferem no menor nível de desempenho do gênero feminino nas provas e nas atitudes em relação à Estatística e Matemática. Apesar disso não interferir na aprovação na disciplina, é preciso a implementação de estratégias que visem o desenvolvimento de atitudes mais positivas, da importância da Estatística enquanto ferramenta auxiliar a qualquer área do conhecimento científico, seja na pesquisa científica, no campo profissional, bem como na vida pessoal dos cidadãos.

Observa-se que se cidadãos universitários que cursaram uma disciplina de Estatística ainda apresentam graves lacunas na leitura de gráficos, provavelmente cidadãos com menor nível de instrução apresentem maiores dificuldades nesse processo.

Portanto, a comunidade estatística deve tomar consciência da necessidade de dar mais atenção a conceitos tão básicos, mas que podem contribuir substancialmente no processo de cidadania.

Finalmente, deve-se reconhecer que muitos dos resultados encontrados no presente estudo podem ser resultantes das peculiaridades da universidade onde foi realizado, surgindo, portanto, a necessidade de estudos similares em outras instituições. Deve-se reconhecer, também, que este trabalho teve como objetivo colocar a questão em pauta, tendo mais um caráter exploratório, portanto, fazendo-se necessário de estudos mais aprofundados para verificar as sutilezas das relações encontradas, bem como para desenvolver instrumentos mais precisos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alves, E. V. (1999). *Um estudo exploratório dos componentes da habilidade matemática requeridos na solução de problemas aritméticos por estudantes do Ensino Médio*. Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Campinas-SP.
- Anderson, J. R. e Bower, G. H. (1973). *Human associative memory*. New York, NY: V. H. Winston.
- Araújo, E. A. (1999). *Influências das habilidades e das atitudes em relação à Matemática e a escolha profissional*. Tese de Doutorado, UNICAMP, Campinas-SP.
- Bajgier, S. M., Atkinson, M. e Prybutok, V. R. (1989). Visual fits in the teaching of regression concepts. *The American Statistician*, 43(4), 229-234.
- Batanero, C. B. (1999). *Didáctica de la Probabilidad y de la Estadística*. Universidad de Granada. Espanha.
- Battista, M. T. (1990). Spatial visualization and gender differences in high school geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(1), 47-60.
- Benjamini Y. (1988). Opening the boxplot. *The American Statistician*, 42(4), 257-262.
- Berg, C. A. e Phillips, D. G. (1994). An investigation of the relationship between logical thinking structures and the ability to construct and interpret line graphs. *Journal of Research in Science Teaching*, 31(4), 323-344.
- Berg, C. A. e Smith, P. (1994). Assessing students abilities to construct and interpret line graphs: disparities between multiple-choice and free-response instruments. *Science Education*, 78(6), 527-554.
- Bertin, J. (1967). *Semiologie graphique: les diagrammes, les reseaux, les cartes*. Paris : Mouton.
- Bishop, A. J. (1980). Spatial abilities and mathematics education – a review. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 257-269.
- Brito, M. R. F. (1996). *Um estudo de atitudes em relação à Matemática em estudantes de 1º e 2º graus*. Tese de Livre Docência, UNICAMP, Campinas – SP.
- Brito, M. R. F. (1998). Adaptação e validação de uma escala de atitudes em relação à Matemática. *Zetetiké*, 6(9), 109-162.
- Brito, M. R. F., Fini, L. D. T., Neumann, V. J. G. (1994). Um estudo exploratório sobre as relações entre o raciocínio verbal e o raciocínio matemático. *Pro-posições*, 1(5), 37-44.

- Butler, D. L. (1993). Graphs in psychology: pictures, data, and especially concepts. *Behavior Research Methods, Instruments & Computers*, 25(2), 81-92.
- Cai, J. (1998). Exploring students' conceptual understanding of the averaging algorithm. *School Science and Mathematics*, 98(2), 93-98.
- Campbell, K. J., Collis, K. F. e Watson, J. M. (1995). Visual processing during mathematical problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 28, 177-194.
- Campbell, S. K. (1974). *Flaws and fallacies in statistical thinking*. New Jersey, NJ: Prentice Hall.
- Cazorla, I. M., Silva, C. B., Vendramini, C. e Brito, M. R. F. (1999). Adaptação e validação de uma escala de atitudes em relação à Estatística. *Anais da Conferência Internacional Experiências e perspectivas do Ensino de estatística: desafios para o século XXI*. Florianópolis - SC, 45-57.
- Cazorla, I. M., Silva, C. B., Vendramini, C. M. M. e Brito, M. R. F. (2000). Análise entre os aspectos afetivos e cognitivos com o desempenho em Estatística. *Livro de Resumos do 14º Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística*. Caxambu - MG: ABE, p. 162-163.
- Charles, R. (1987). How to evaluate progress in problem solving. *National Council of Teachers of Mathematics*, Reston.
- Cleveland, W. S. (1984). Graphs in scientific publications. *The American Statistician*, 38 (4), 261-269.
- Cleveland, W. S. (1987). Statistical graphs. *Journal of the American Statistical Association*, 82(398), 419-423.
- Cleveland, W. S. e McGill, R. (1984a). Graphical perception: theory, experimentation and application to the development of graphical methods. *Journal of the American Statistical Association*, 79(387), 531-554.
- Cleveland, W. S. e McGill, R. (1984b). The many faces of a scatterplot. *Journal of the American Statistical Association*, 79(388), 807-822.
- Coren, S e Girgus, J. S. (1980). Principles of perceptual organization and spatial distortion: the gestalt illusion. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 6(3), 404-412.
- Crossen, C. (1996). *O Fundo falso das pesquisas: a ciência das verdades torcidas*. Rio de Janeiro: Ed. Revan.

- Curcio F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationship expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), 382-393.
- Denby, L. e Pregibon, D. (1987). An example of the use of graphics in regression. *The American Statistician*, 41(1), 33-38.
- Feu, C. de. (1996). Inconsistencies in the presentation of statistics. *Mathematics in School*, 25(2), 20-21.
- Fienberg, S. E. (1979). Graphical methods in Statistics. *The American Statistician*, 33(4), 165-178.
- Gal, I. (1995). Statistical tools and statistical literacy: the case of the average. *Teaching Statistics*, 17(3), 97-99.
- Gal, I. e Garfield, J. (1997). Curricular goals and assessment challenges in Statistics Education. In I. Gal e J. B. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in Statistics Education*. International Statistical Institute, Amsterdam: IOS Press.
- Gal, I. e Ginsburg, L. (1994). The role of beliefs and attitudes in learning Statistics: Towards an Assessment Framework. *Journal of Statistics Education*, 2(2), <http://www.jse.stat.ncsu.edu:70/0/jse/v2n2/gal>.
- Garfield, J. (1995). How students learn Statistics. *International Statistical Review*, 63(1), 25-34.
- Goodchild, S. (1988). School pupil's understanding of average. *Teaching Statistics*, 10(3), 77-81.
- Hair, J. F., Anderson, R. E., Tathan, R. L. e Black, W. C. (1995). *Multivariate Data Analysis with readings*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Hand, D. J. (1998). Breaking misconceptions - Statistics and its relationship to Mathematics. *The Statistician*, 47 (2), 245-250.
- Hardiman, P. T., Well, A. D. e Pollatsek, A. (1984). Usefulness of a balance model in understanding the mean. *Journal of Educational Psychology*, 76(5), 792-801.
- Hawkins, A. (1997). Discussion: forward to basics: a personal view of development in Statistical Education. *International Statistical Review*, 65(3), 280-287.
- Hiebert, J. e Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics*, New Jersey, NJ: Lawrence Erlbaum, pp. 1-27.
- Hogg, R. V. (1991). Statistical Education: improvements are badly needed. *The American Statistician*, 45(4), 342-343.
- Huff, D (1954). *How to lie with Statistics*, New York, NY: W. W. Norton

- Kosslyn, S. M. (1985). Graphics and human information processing. *Journal of the American Statistical Association*, 80(391), 499-512.
- Kruskal, W. H. (1982). Criteria for judging statistical graphics. *Utilitas Mathematica*, Série B, 21B, 283-310.
- Kruskal, W. H. e Tanur, J. M. (1978). *International Encyclopedia of Statistics*. New York, NY: Macmillan and The Free Press.
- Krutetskii, V. A . (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago, IL: The Chicago University Press.
- Kulm, G. e Bussmann, H. (1980). A phase-ability of mathematics problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 11(3), 179-189.
- Lean, G. e Clements, M. A. (1981). Spatial ability, visual imagery, and mathematical performance, *Educational Studies in Mathematics*, 12, 267-299.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O. e Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: task, learning and teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), 1-64.
- Lewandowsky, S. e Spence, I. (1989a). The perception of statistical graphs. *Sociological Methods and Research*, 18(2,3): 200-242.
- Lewandowsky, S. e Spence, I. (1989b). Discriminating strata in scatterplots. *Journal of the American Statistical Association*, 84(407), 682-688.
- Li, K. J. e Shen, S. M. (1992). Students' weaknesses in statistical projects. *Teaching Statistics*, 14(1), 2-8.
- Lindsay, P. H. e Norman, D. A. (1977). *Human information processing: an introduction to Psychology*. New York, NY: Academic Press.
- Linn, M. C., Layman, J. W. e Nachmias, R. (1987). Cognitive consequences of microcomputer-based laboratories: graphing skills development. *Contemporary Educational Psychology*, 12, 244-253.
- Lopes, C. A. E. (1998). *A Probabilidade e a Estatística no Ensino Fundamental: uma análise curricular*. Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Campinas-SP.
- Marasinghe, M. G., Meeker, W. Q., Cook D. e Shin, T. (1996). Using graphics and simulation to teach statistical concepts. *The American statistician*, 50(4), 342-351.
- McKenzie, D. L. e Padilla, M. J. (1986) The construction and validation of the graphing in Science (TOGS). *Journal of Research in Science Teaching*, 23, 571-579.
- MEC, (1997). Área de Ciência e Tecnologia – *Competência e habilidades especiais*. Brasília – Secretaria de Educação Média / MEC (1ª versão).

- MEC, (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC / SEF, vol. 13.
- Mevarech, Z. R. e Kramarsky, B. (1997). From verbal description to graphic representations: stability and change in students' alternative conceptions. *Educational Studies in Mathematics*, 32, 229-263.
- Mokros, J. e Russell, S. J. (1995). Children's concepts of average and representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(1), 20-39.
- Mokros, J. e Tinker, R. F. (1987). The impact of microcomputer-based labs on children's ability to interpret graphs. *Journal of Research in Science Teaching*, 24, 369-383.
- Moore, D. S. (1997). New pedagogy and new content: the case of Statistics. *International Statistical Review*, 65(2), 123-165.
- Mosteller, F., Siegel, A. F., Trapido, E. e Youtz, C. (1981). Eye fitting straight lines. *The American Statistician*, 35(3), 150-153.
- Murphy, J. R. (1997). How to read the statistical methods literature: a guide for students. *The American Statistician*, 51(2), 155-157.
- Neumann, V. J. G. (1995). *Um estudo exploratório sobre as relações entre o conceito de automatismo da teoria de processamento de informações de Sternberg e o conceito de pensamento resumido na teoria de habilidades matemáticas de Krutetskii*. Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Campinas-SP.
- Norusis, M.J. (1993). *SPSS for Windows Base System User's Guide Release 6.0*. Chicago, IL: SPSS Inc.
- Oliveira, L. T. F. de (1998). *Habilidades espaciais subjacentes às atividades de discriminação e composição de figuras planas utilizando o tangram e tegrans*. Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Campinas-SP.
- Padilla, M. J., McKenzie, D. L. e Shaw, E. L. (1986). An examination of the line graphing ability of students in grades seven through twelve. *School Science and Mathematics*, 86(1), 20-26.
- Panaino, R. (1998). *Estatística no Ensino Fundamental: uma proposta de inclusão de conteúdos matemáticos*. Rio Claro - SP: Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Dissertação de Mestrado, UNESP, Rio Claro-SP.
- Pereira, J. C. R. (1999). *Análise de dados qualitativos: estratégias metodológicas para as Ciências da Saúde, Humanas e Sociais*. São Paulo: Ed. da UESP.
- Pinker, S. (1990). A theory of graph comprehension. In R. Freedle (Ed.), *Artificial intelligence and the future testing* (pp. 73-126). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

- Pollatsek, A., Lima, S. e Well, A. D. (1981). Concept or computation: students' understanding of the mean. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 191-204.
- Presmeg, N. C. (1986a). Visualization in high school mathematics. *For the Learning Mathematics*, 6(3), 42-46.
- Presmeg, N. C. (1986b). Visualization and Mathematics Giftedness. *Educational Studies in Mathematics* 17, 297-311.
- Roth, W-M e McGinn, M. K. (1997). Graphing: cognitive ability or practice? *Science Education*, 81, 91-106.
- Ruberg, S. J. e Mason, R. L. (1988). Increasing public awareness of Statistics as a science and profession starting in high school. *The American Statistician*, 42 (3), 167-170.
- Shah, P. e Carpenter, P. A. (1995). Conceptual limitations in comprehending line graphs. *Journal of Experimental Psychology: General*, 124(1), 43-61.
- Silva, C. B. da (2000). *Atitudes em relação à Estatística: um estudo com alunos de graduação*. Dissertação de mestrado, UNICAMP, Campinas-SP.
- Silva, C. B. da, Cazorla, I. M. e Brito, M. R. F. de. (1999). Concepções e atitudes em relação à Estatística. *Anais da Conferência Internacional Experiências e perspectivas do Ensino de estatística: desafios para o século XXI*. Florianópolis - SC, 18-29.
- Silva, C. B da, Cazorla, I. M., Vendramini, C. M. M. e Brito, M. R. F. de. (2000). A influência das atitudes em relação à Matemática na formação das atitudes em, relação à Estatística. *Livro de Resumos do 14º Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística*. Caxambu - MG: ABE, p. 460-461.
- Simkin, D. e Hastie, R. (1987). An information-processing analysis of graph perception. *Journal of the American Statistical Association*, 82 (398), 454-465.
- Snee, R. D. (1990). Statistical thinking and its contribution to total quality. *The American Statistician*, 44(2): 116-120.
- Snee, R. D. (1993). What's missing in Statistical Education? *The American Statistician*, 47(2): 149-154
- Spalletta, A. G. (1998). *Desenvolvimento das habilidades matemáticas; um estudo sobre as relações entre o desempenho e a reversibilidade de pensamento na solução de problemas*. Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Campinas-SP.
- Spence, I. (1990). Visual psychophysics of simple graphical elements. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 16(4), 683-692
- Spence, I. e Garrison, R. F. (1993) A remarkable scatterplot. *The American Statistician*, 47(1), 12-19.
- Sternberg, R. J. (2000). *Psicologia Cognitiva*. Porto Alegre: Artes Médicas Sul.

- Strauss, S. e Bichler, E. (1988). The development of children's concepts of the arithmetic average. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), 64-80.
- Tanever, S. (1996). Inconsistencies in the presentation of Statistics. *Mathematics in School*, 25(2), 8-9.
- Tufte, E. R. (1983). *The visual display of quantitative information*. Cheshire, CT: Graphics Press.
- Tukey, J. W. (1977). *Exploratory data analysis*. Reading, MA: Addison-Wesley.
- UESC, (2000). *Relatório Anual de Atividades*. Editora da Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC, Ilhéus-BA.
- Utsumi, M. (2000). *Atitudes e habilidades envolvidas na solução de problemas algébricos: um estudo sobre o gênero, a estabilidade das atitudes e alguns componentes da habilidade matemática*. Tese de doutorado, UNICAMP, Campinas – SP.
- Vendramini, C. M. M. (2000). *Implicações das atitudes e das habilidades matemáticas na aprendizagem dos conceitos de Estatística*. Tese de doutorado, UNICAMP, Campinas – SP.
- Vendramini, C. M. M., Silva, C. B., Cazorla, I. M., Brito, M. R. F. de (2000). Análise da relação entre desempenho e atitudes em relação a Estatística. *Livro de Resumos do 14º Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística*. Caxambu - MG: ABE, p. 536-537.
- Vere-Jones, D. (1995). The coming of age of Statistical Education *International Statistical Review*, 63(1), 3-23.
- Wada, R. S. (1996). *Estatística e Ensino: um estudo sobre representações de professores de 3º grau*. Tese de doutorado, UNICAMP, Campinas – SP.
- Wainer, H. (1984). How to display data badly. *The American Statistician*, 38(2), 137-147.
- Wainer, H. (1992). Understanding graph and tables. *Educational Researcher*, 14-23.
- Wainer, H. e Thissen, D. (1981). Graphical data analysis. *Annals Review Psychology*, 32, 191-241.
- Wallmann, K. K. (1993). Enhancing Statistical literacy: enriching our society. *Journal of the American Statistical Association*, 88 (421), 1-8.
- Watson, J. (1996). What's the point? *The Australian Mathematics Teacher*, 52(2), 40-43.
- Watts, D.G. (1991). Why is Introductory Statistics difficult to learn? And What Can We Do to Make it Easier? *The American Statistician*, 45 (4), 290-291.
- Wavering, M. J. (1989). Logical reasoning necessary to make line graphs. *Journal of Research in Science Teaching*, 26, 373-379.

- Witter, G. P. (1996). Pesquisa científica e nível de significância. *Estudos de Psicologia*, 13(1), 55-63.
- Zawojewski, J. S. (1988). Teaching Statistics: mean, median and mode: research into practice. *Arithmetic Teacher*, 25-26.

ANEXO 1

Figura 35 e Figura 37

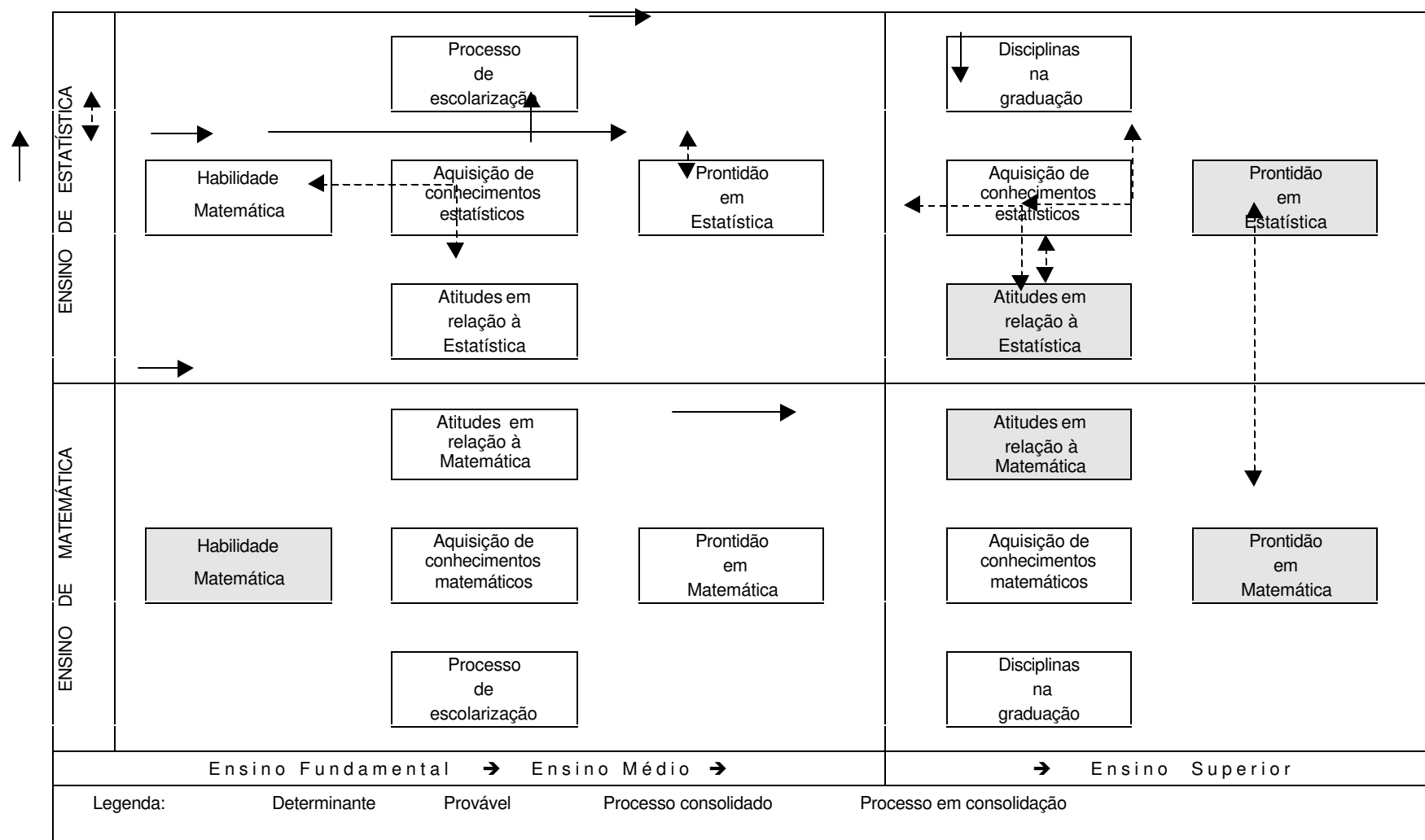


Figura 35. Relações hipotéticas entre a habilidade, aquisição de conhecimento, atitudes e prontidão em Matemática e em Estatística

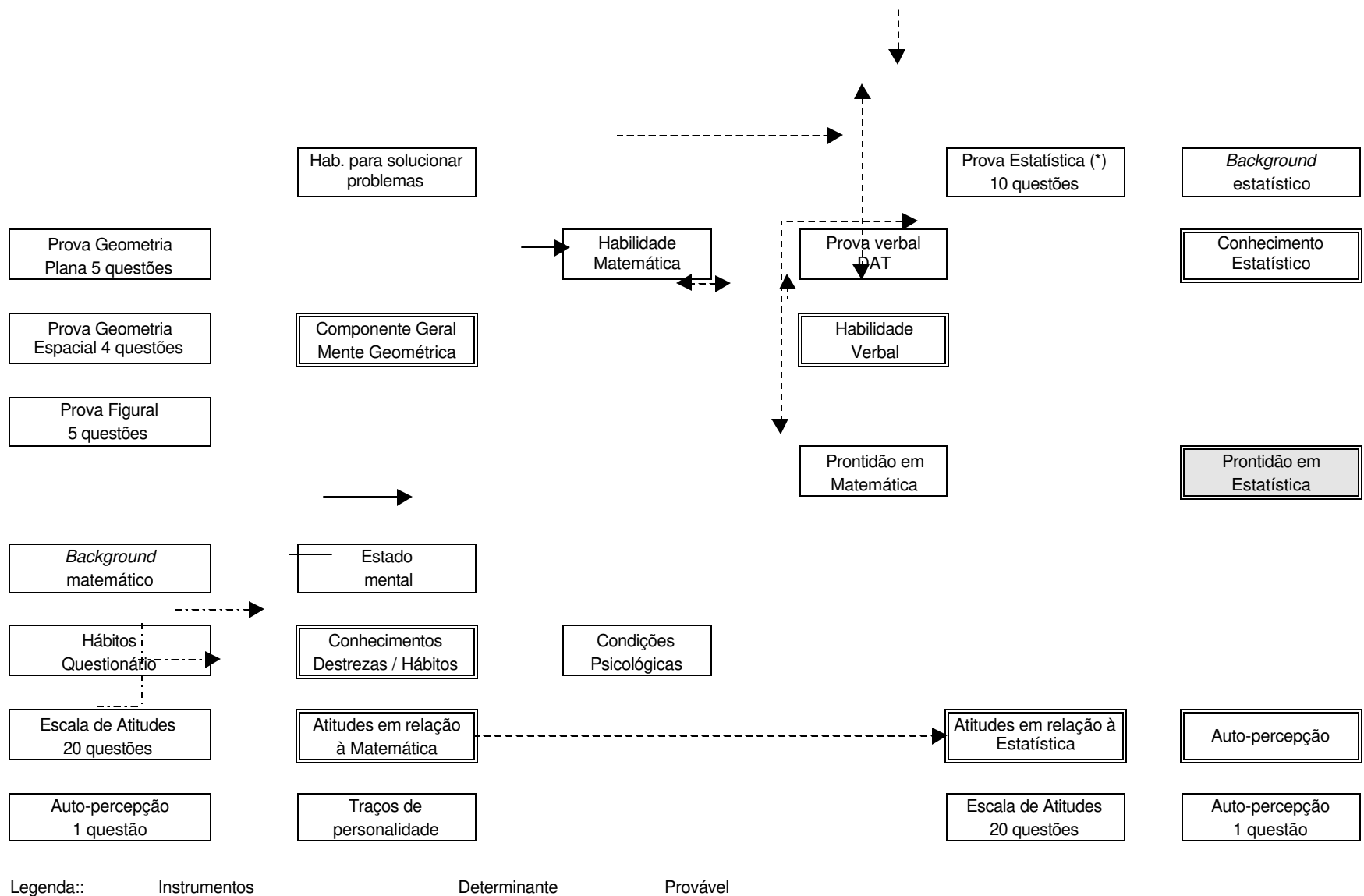


Figura 37. Modelo operacional e instrumentos propostos para prever a prontidão em Estatística

ANEXO 2

Questionário informativo

Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Educação
Doutorado em Educação Matemática

Doutoranda: Irene Mauricio Cazorla (Profª da UESC)

Orientadora: Doutora Márcia Regina Ferreira de Brito

Tese de Doutorado
A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio
de conceitos estatísticos contidos em gráficos

Caro(a) Colaborador(a),

A presente pesquisa tem como objetivo estudar a relação entre a habilidade viso-pictórica, componente da habilidade matemática, segundo o psicólogo russo V. A. Krutetskii e o domínio de conceitos estatísticos, contidos em gráficos, de alunos de graduação que cursaram (ou estão cursando) pelo menos uma disciplina de Estatística.

Nesse sentido, o presente instrumento é composto de vários testes. O objetivo de cada teste é analisar o estágio de desenvolvimento dos conceitos, da percepção intuitiva do problema, à formalização e solução do mesmo. Dado que este instrumento foi calibrado para vários níveis de desenvolvimento dos conceitos, o grau de dificuldade aumenta progressivamente.

A seguir, estão algumas instruções para o preenchimento:

- Use apenas caneta. Não use nem lápis, nem borracha.
- Se você errar, **não apague! Passe um traço em cima do erro e continue**, para nós é importante poder acompanhar seu raciocínio.
- Solucione os problemas um a um, na ordem estipulada. Se você não souber a questão, faça um risco e passe para a próxima questão.
- Uma vez que você passou para o próximo problema, **não volte ao problema anterior**.
- **Sublinhe** os **termos** que para você são **desconhecidos**.
- Não desista. Faça tudo que estiver ao seu alcance.

Para sua segurança, todas suas informações serão mantidas em sigilo pela pesquisadora.

Obrigado pela sua colaboração.

Questionário informativo

Nome: _____ RA: _____

Curso: _____ Turno: () Manhã () Tarde () Noite Ano de ingresso: 199____ Idade: _____ anos Sexo: () Masculino () Feminino	Estudou 2º grau: () Científico () Magistério () Curso técnico () Outro	Trabalha?: () Sim () Não Se sim: () Manhã () Tarde () Noite
--	--	--

Seja breve nas respostas

1. Quando você ouve a palavra estatística, o que lhe vem em **primeiro lugar em sua mente**: _____
2. Quando você ouve a palavra estatística, qual é o **sentimento** que experimenta: _____
3. O que é estatística? _____
4. A estatística poderá ajudá-lo no desempenho de sua profissão? () Sim () Não
5. Por quê? _____
6. O que é a média aritmética? _____
7. Para que serve a média aritmética? _____
8. Dê um exemplo envolvendo a média aritmética: _____
9. Atribua uma nota de 0 e 10 a seu desempenho em Estatística: _____
10. Você já foi reprovado em alguma disciplina de Estatística?
 () Sim () Não () Esta é a primeira vez que estou cursando
11. Caso positivo, indique:

Disciplina	Número de vezes que foi reprovado	Nota na última vez que cursou

15. Marque com X **somente** os conceitos ou procedimentos **que você já estudou** e o nível de conhecimento que você atribui ao seu conhecimento sobre o assunto

Conceitos / procedimentos	Já estudou?	Nível de conhecimento				
		Nenhum	Pouco	Regular	Bom	Muito bom
Tabelas						
Gráficos						
Média						
Desvio padrão						
Probabilidades						
Distribuições: normal, t-student						
Intervalos de confiança						
Teste de hipótese						
Correlação e /ou Regressão						
Tabelas de contingência						
Análise de variância						
Séries temporais						
Delineamento de experimentos						

16. Tipos de gráficos	Marque com X os tipos de gráficos que você:			
	Conhece	Já estudou	Já desenhou na mão	Já desenhou no computador
Colunas ou Barras				
Circular (de setores, pizza etc.)				
Linhas				
Área				
Diagrama de dispersão (de pontos, scatter plots)				
Diagrama esquemático (da caixa, box-plot)				
Ramo e folha (steam-leaf)				
Histograma				

17. Atribua uma nota de 0 a 10 a seu desempenho em Matemática: _____

ANEXO 3

Escala de atitudes em relação à Estatística

Escala de atitudes em relação à Estatística

Instruções: Cada uma das frases abaixo expressa o sentimento que as pessoas apresentam com relação à Estatística. Você deve comparar o seu sentimento pessoal com aquele expresso em cada frase, assinalando com um X em um dos quatro pontos colocados, de modo a indicar com a maior exatidão possível, o sentimento que você experimenta em relação à Estatística.

1. Eu fico sob uma terrível tensão na aula de Estatística
()Discordo totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo totalmente
2. Eu não gosto de Estatística e me assusta ter que fazer essa matéria
()Discordo totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo totalmente
3. Eu acho a Estatística muito interessante e gosto das aulas de Estatística
()Discordo totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo totalmente
4. A Estatística é fascinante e divertida
()Discordo totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo totalmente
5. A Estatística me faz sentir seguro(a) e é, ao mesmo tempo, estimulante
()Discordo totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo totalmente
6. “Dá um branco” na minha cabeça e não consigo pensar claramente quando estudo Estatística
()Discordo totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo totalmente
7. Eu tenho a sensação de insegurança quando me esforço em Estatística
()Discordo totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo totalmente
8. A Estatística me deixa inquieto(a), descontente, irritado(a) e impaciente
()Discordo totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo totalmente
9. O sentimento que eu tenho com relação à Estatística é bom
()Discordo totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo totalmente
10. A Estatística me faz sentir como se estivesse perdido(a) em uma selva de números e sem encontrar saída
()Discordo totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo totalmente
11. A Estatística é algo que eu aprecio grandemente
()Discordo totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo totalmente
12. Quando eu ouço a palavra Estatística, eu tenho um sentimento de aversão
()Discordo totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo totalmente
13. Eu encaro a Estatística com um sentimento de indecisão, que é resultado do medo de não ser capaz em Estatística
()Discordo totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo totalmente
14. Eu gosto realmente da Estatística
()Discordo totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo totalmente
15. A Estatística é uma das matérias que eu realmente gosto de estudar na universidade
()Discordo totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo totalmente
16. Pensar sobre a obrigação de resolver um problema estatístico me deixa nervoso(a)
()Discordo totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo totalmente
17. Eu nunca gostei de Estatística e é a matéria que me dá mais medo
()Discordo totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo totalmente
18. Eu fico mais feliz na aula de Estatística que na aula de qualquer outra matéria
()Discordo totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo totalmente
19. Eu me sinto tranqüilo(a) em Estatística e gosto muito dessa matéria
()Discordo totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo totalmente
20. Eu tenho uma reação definitivamente positiva com relação a Estatística. Eu gosto e aprecio essa matéria:
()Discordo totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo totalmente
21. Eu não tenho um bom desempenho em Estatística
()Discordo totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo totalmente

ANEXO 4

Prova envolvendo o conceito de média

Prova envolvendo o conceito de média

1. Paulo tirou as seguintes notas na disciplina de Estatística: 7 na primeira prova, 6 na segunda e 8 na terceira. Se cada uma dessas notas teve o mesmo peso, qual foi a nota média da disciplina? Mostre os cálculos:

Se a nota mínima para aprovar a disciplina for 7, qual foi a situação de Paulo?

() aprovado () reprovado () os dados são insuficientes () não sei

2. Se a primeira prova tinha peso dois, a segunda peso três e a terceira peso um, qual foi a nota média final que Paulo obteve? _____ Mostre os cálculos:

Neste caso, qual foi a situação de Paulo?

() aprovado () reprovado () os dados são insuficientes () não sei

3. A nota zero (0) foi adicionada ao conjunto de 5 notas (6, 7, 8, 9, 10) cuja média é 8. Qual é a média do novo conjunto? _____ Mostre os cálculos:

4. Um elevador com capacidade máxima de 700 quilos tem que transportar 10 pessoas, das quais quatro (4) são mulheres, com peso médio de 60 quilos, e seis são homens com peso médio de 80 quilos. As pessoas poderão ser transportadas em uma única viagem?

() Sim () Não. Por quê? _____

Calcule o peso médio das pessoas do elevador:

5. Interprete a seguinte afirmação “O número médio de filhos de casais jovens é de 2,3”

6. Alberto é vendedor de aparelhos de telefone. A seguinte figura mostra o número de aparelhos que Alberto vendeu nas três primeiras semanas:

1ª semana	        
2ª semana	   
3ª semana	     
4ª semana	

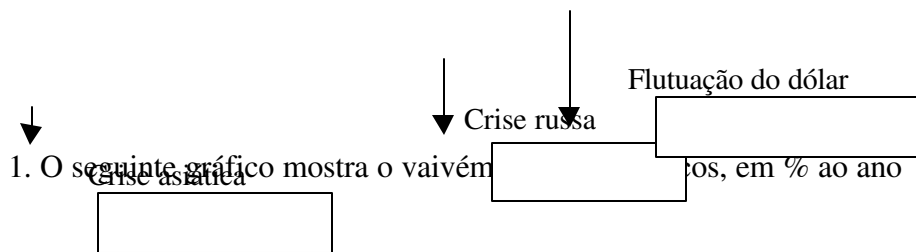
Quantos aparelhos de telefone

Alberto tem que vender na 4ª semana, para que o número médio de aparelhos vendidos nas quatro semanas seja igual a sete? _____

Mostre como achou sua resposta:

ANEXO 5

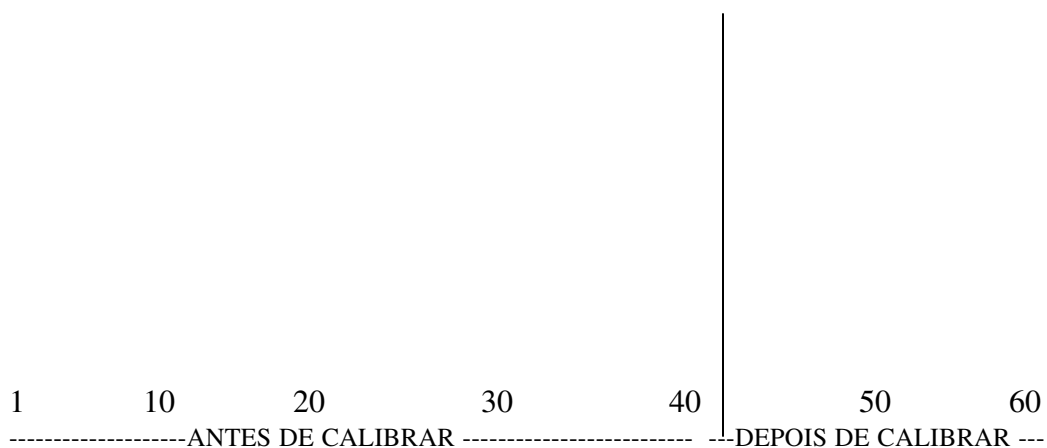
Prova envolvendo a leitura de gráficos



- Em que data a taxa de juros atingiu o valor mais alto? _____
- Em que período a taxa de juros diminuiu mais rapidamente? _____
- Qual foi o mês em que a taxa de juros aumentou mais em relação ao mês anterior?

- Sem calcular, usando apenas sua percepção visual e intuição, “chute” o valor da média dos juros para o período em estudo: _____
- Mantida a tendência, qual você acha que será a taxa de juros do mês de julho. Por quê? _____

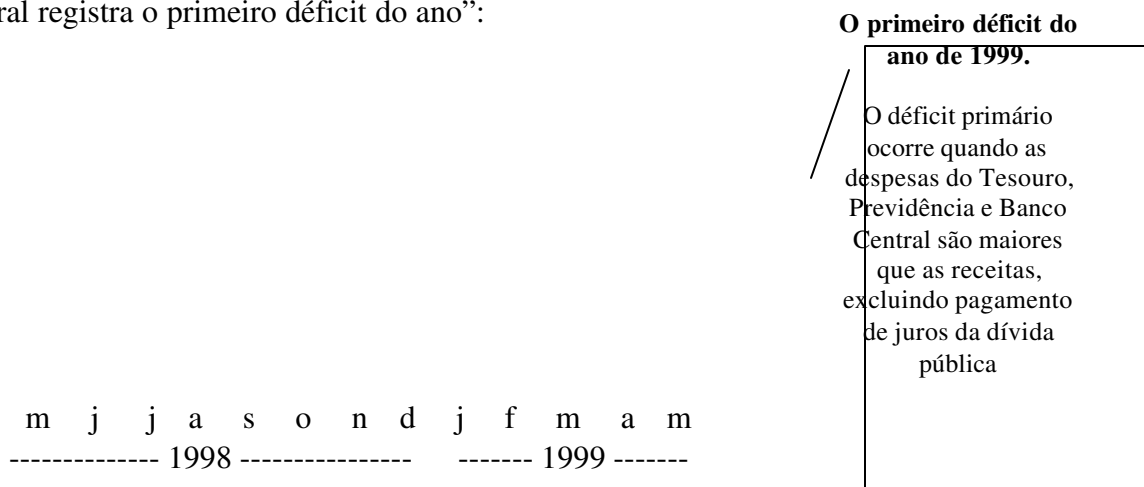
2. O seguinte gráfico mostra o percentual de desperdício de matéria-prima de uma máquina, antes e depois de ser calibrada:



Sem calcular, usando apenas sua percepção visual e intuição, responda APROXIMADAMENTE:

- qual é a porcentagem média de desperdício **antes** da calibração da máquina?: _____
- qual é a porcentagem média de desperdício **depois** da calibração da máquina?: _____
- qual é a porcentagem média de desperdício no período total?: _____
- além do patamar da média, que outra diferença existe entre ambos períodos, antes e depois de calibrar a máquina? _____

3. Foi publicado na Folha de São Paulo o seguinte gráfico com a manchete “Governo federal registra o primeiro déficit do ano”:



- a) Sem calcular, usando apenas sua percepção visual e intuição, responda APROXIMADAMENTE, qual é a média das contas públicas do período: _____
- b) Mantida a tendência, qual será APROXIMADAMENTE o valor das contas públicas no mês de junho? Por quê? _____

4. Três marcas de sabão em pó (A, B e C) disputam acirradamente o domínio do mercado consumidor nacional. Uma pesquisa de mercado **foi encomendada pela marca A**, que publica uma reportagem em um jornal de circulação nacional, incluindo o gráfico abaixo:

Marcas

- a) Qual foi a manchete da matéria? _____
- b) Qual foi o título do gráfico? _____
- c) Qual é o nome deste tipo de gráfico? _____
- d) Qual é a variável dependente? _____
- e) Que tipo de variável ela é? _____
- f) Qual é a variável independente? _____
- g) Que tipo de variável ela é? _____
- h) A manchete se sustenta apenas com o gráfico ou é preciso usar outras ferramentas estatísticas?
 ()é preciso usar outras ferramentas
 ()não precisa nada além do gráfico.
- i) Caso você concorde com que seja preciso usar outras ferramentas, indique quais:

- j) Baseado apenas na sua intuição, projete no gráfico (usando riscos ligando o último ponto a sua projeção) qual seria a fatia do mercado, que cada marca estará abrangendo, na décima semana, supondo que a tendência do mercado se mantenha.
- k) A manchete do jornal seria a mesma se a pesquisa fosse encomendada e publicada por outra marca? ()Sim ()Não
Caso negativo, qual seria a manchete se a pesquisa tivesse sido encomendada:
pela marca B: _____
pela marca C: _____

ANEXO 6

Escala de atitudes em relação à Matemática

Escala de atitude em relação à Matemática

Instruções: Cada uma das frases abaixo expressa o sentimento que as pessoas apresentam com relação à Matemática. Você deve comparar o seu sentimento pessoal com aquele expresso em cada frase, assinalando com um X um dos quatro pontos colocados, de modo a indicar com a maior exatidão possível, o sentimento que você experimenta em relação à Matemática

1. Eu fico sob uma terrível tensão na aula de Matemática
☐ Discordo totalmente ☐ Discordo ☐ Concordo ☐ Concordo totalmente
2. Eu não gosto de Matemática e me assusta ter que fazer essa matéria
☐ Discordo totalmente ☐ Discordo ☐ Concordo ☐ Concordo totalmente
3. Eu acho a Matemática muito interessante e gosto das aulas de Matemática
☐ Discordo totalmente ☐ Discordo ☐ Concordo ☐ Concordo totalmente
4. A Matemática é fascinante e divertida
☐ Discordo totalmente ☐ Discordo ☐ Concordo ☐ Concordo totalmente
5. A Matemática me faz sentir seguro(a) e é, ao mesmo tempo, estimulante
☐ Discordo totalmente ☐ Discordo ☐ Concordo ☐ Concordo totalmente
6. “Dá um branco” na minha cabeça e não consigo pensar claramente quando estudo Matemática
☐ Discordo totalmente ☐ Discordo ☐ Concordo ☐ Concordo totalmente
7. Eu tenho a sensação de insegurança quando me esforço em Matemática
☐ Discordo totalmente ☐ Discordo ☐ Concordo ☐ Concordo totalmente
8. A Matemática me deixa inquieto(a), descontente, irritado(a) e impaciente
☐ Discordo totalmente ☐ Discordo ☐ Concordo ☐ Concordo totalmente
9. sentimento que eu tenho com relação a Matemática é bom
☐ Discordo totalmente ☐ Discordo ☐ Concordo ☐ Concordo totalmente
10. A Matemática me faz sentir como se estivesse perdido(a) em uma selva de números e sem encontrar saída
☐ Discordo totalmente ☐ Discordo ☐ Concordo ☐ Concordo totalmente
11. A Matemática é algo que eu aprecio grandemente
☐ Discordo totalmente ☐ Discordo ☐ Concordo ☐ Concordo totalmente
12. Quando eu ouço a palavra Matemática eu tenho um sentimento de aversão
☐ Discordo totalmente ☐ Discordo ☐ Concordo ☐ Concordo totalmente
13. Eu encaro a Matemática com um sentimento de indecisão, que é resultado do medo de não ser capaz em Matemática
☐ Discordo totalmente ☐ Discordo ☐ Concordo ☐ Concordo totalmente
14. Eu gosto realmente da Matemática
☐ Discordo totalmente ☐ Discordo ☐ Concordo ☐ Concordo totalmente
15. A Matemática é uma das matérias que eu realmente gosto de estudar na universidade
☐ Discordo totalmente ☐ Discordo ☐ Concordo ☐ Concordo totalmente
16. Pensar sobre a obrigação de resolver um problema matemático me deixa nervoso(a)
☐ Discordo totalmente ☐ Discordo ☐ Concordo ☐ Concordo totalmente
17. Eu nunca gostei de Matemática e é a matéria que me dá mais medo
☐ Discordo totalmente ☐ Discordo ☐ Concordo ☐ Concordo totalmente
18. Eu fico mais feliz na aula de Matemática do que na aula de qualquer outra matéria
☐ Discordo totalmente ☐ Discordo ☐ Concordo ☐ Concordo totalmente
19. Eu me sinto tranqüilo(a) em Matemática e gosto muito dessa matéria
☐ Discordo totalmente ☐ Discordo ☐ Concordo ☐ Concordo totalmente
20. Eu tenho uma reação definitivamente positiva com relação a Matemática. Eu gosto e aprecio essa matéria
☐ Discordo totalmente ☐ Discordo ☐ Concordo ☐ Concordo totalmente
21. Eu não tenho um bom desempenho em Matemática
☐ Discordo totalmente ☐ Discordo ☐ Concordo ☐ Concordo totalmente

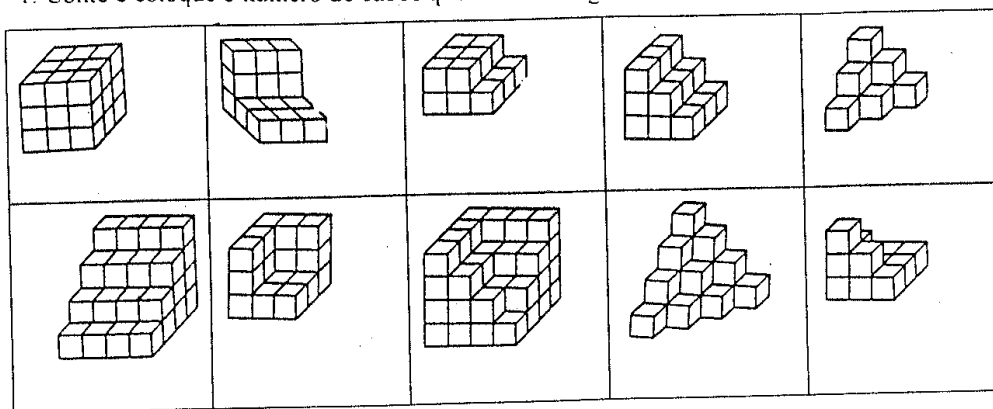
ANEXO 7

Prova Matemática

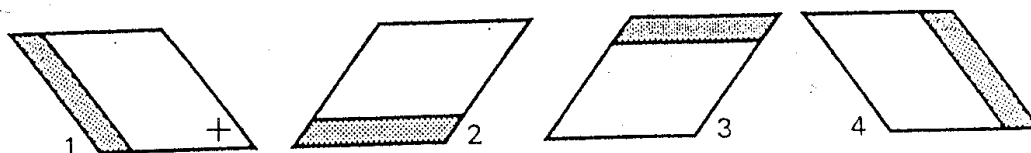
Prova Figural

teste figural (tempo máximo: 10 minutos)

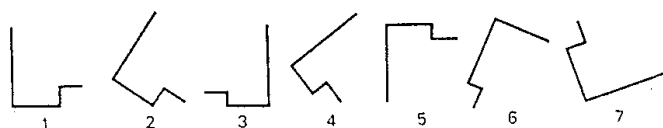
1. Conte e coloque o número de cubos que tem cada figura



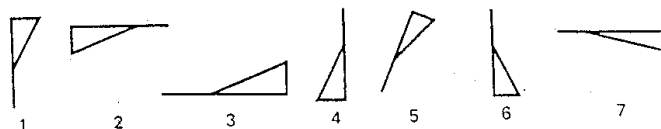
2. Sem girar sua cabeça e sem girar o papel, marque a posição da cruz nas figuras 2, 3 e 4



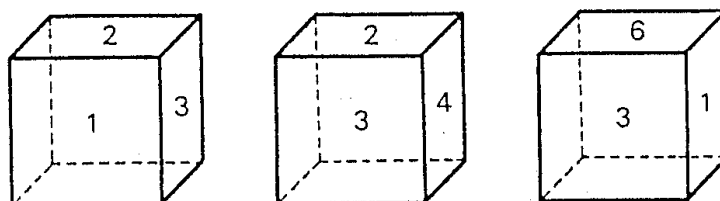
3. Qual das figuras de 2 a 7 são iguais a figura 1. Marque um X encima do número



4. Qual das figuras de 2 a 7 são iguais a figura 1. Marque um X encima do número



5. Um único cubo está sendo mostrado com as faces designadas pelos números 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Coloque os números das faces não vistas nas três representações



Prova de Geometria Plana

1. O diâmetro de um círculo é igual a 17 cm. Quantos pontos em comum tem uma reta e o círculo, se a distância entre a reta e o centro do círculo for igual a:
 - a) 6 cm: _____
 - b) 8,5 cm: _____
 - c) 10 cm: _____

2. Existem dois círculos, cujos raios são iguais a 2 cm e 3 cm. A distância entre seus centros é igual a 4 cm. Eles se interceptam? () Sim () Não. Explique porque?

3. Quanto mede o ângulo que o ponteiro das horas descreve em:
 - a) 2 horas? _____
 - b) 4 horas? _____

4. Uma linha reta está situada a 8 cm do centro de um círculo cujo raio é 4 cm. Determine a distância máxima e mínima da linha aos pontos do círculo.
 - a) Distância máxima: _____
 - b) Distância mínima: _____

5. Dado um quadrado. O ponto médio de cada um de seus lados é ligado ao ponto médio dos lados vizinhos.
 - a) Qual é a figura obtida pela construção?: _____
 - b) Que parte da área do quadrado constitui a área da figura construída?: _____

Prova de Geometria Espacial

Instruções: use desenhos, mesmo que aproximados, para mostrar o que se pede, indique o nome da figura ou do sólido obtido(s)

1. Qual é o sólido obtido ao girar

a) um quadrado em torno de um de seus lados:	b. um triângulo retângulo sobre sua hipotenusa.

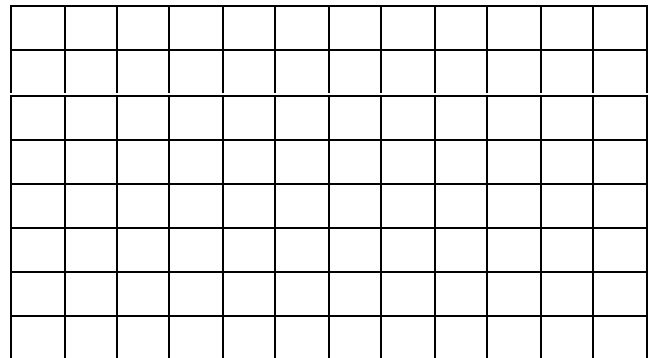
2. Qual é a figura de uma seção de um cubo cortado por um plano:

a) paralelo a uma de suas faces?	b) que passa pelas diagonais de duas faces opostas?

3. Qual é a figura da seção de um cilindro cortado por um plano:

a) paralelo a sua base?	b) perpendicular a sua base?

4. Um balão sobe 200 metros de altura, voa 1000 metros na direção Noroeste, cai 100 metros e viaja 500 metros na direção Nordeste. Então ele retorna, viajando 1000 metros em direção ao Sudeste, então cai 100 metros. Qual é a distância que o balão se encontra do ponto de partida: _____



ANEXO 8

Prova de Raciocínio Verbal do Teste de Aptidões Específicas (DAT)

Prova de Raciocínio Verbal do Teste de Aptidões Específicas (DAT)

(Tempo máximo 30 minutos)

Em cada uma das cinquenta sentenças deste teste estão em branco os lugares da primeira e da última palavras. Você terá de escolher as palavras que, colocadas nos espaços em branco, tornarão a sentença verdadeira e compreensível.

Para o primeiro espaço, escolha uma palavra entre as numeradas - 1, 2, 3 ou 4. Para o espaço do fim da sentença, escolha uma das primeiras palavras marcadas por letras - A, B, C ou D. Escreva o número no primeiro espaço e a letra no segundo espaço da sentença que esteja completando.

EXEMPLO X

_____ está para água, assim como comer está para _____.

- | | | | |
|-------------|------------|-----------|--------------|
| 1. contínuo | 2. beber | 3. pé | 4. moça |
| A. Conduzir | B. inimigo | C. comida | D. Indústria |

Beber está para água assim como comer está para **comida**. **Beber** tem o número 2 e **comida** tem a letra C. Então você deve preencher os espaços em branco da seguinte maneira:

EXEMPLO X

 2 está para água assim como comer está para C .

Agora veja o exemplo seguinte:

EXEMPLO Y

_____ está para um, assim como segundo está para _____.

- | | | | |
|---------|-----------|-----------|-------------|
| 1. meio | 2. rainha | 3. chuva | 4. primeiro |
| A. dois | B. jogo | C. objeto | D. colina |

Primeiro está para um, assim como segundo está para **dois**. Os espaços em branco foram preenchidos corretamente da seguinte maneira:

 4 está para um, assim como segundo está para A . Porque 4 é o número que corresponde a **primeiro** e A é a letra que corresponde a **dois**.

NOTA: Para cada problema só existe uma resposta correta.

- 1º) _____ está para excelentíssimo, assim como srta. está para _____.
- | | | | |
|----------|----------|----------|--------------|
| 1. 1ª | 2. av. | 3. Exmo. | 4. Ex. |
| A. Sinhá | B. exame | C. jovem | D. senhorita |
- 2º) _____ está para cavalaria, assim como pé está para _____.
- | | | | |
|------------|--------------|--------------|---------------|
| 1. cavalo | 2. cemitério | 3. carruagem | 4. cavilha |
| A. estribo | B. viagem | C. armadura | D. infantaria |
- 3º) _____ está para largo, assim como magro está para _____.
- | | | | |
|----------|-------------|----------|---------|
| 1. praça | 2. estreito | 3. nada | 4. rua |
| A. gordo | B. pesado | C. homem | D. fino |
- 4º) _____ está para masculino, assim como mulher está para _____.
- | | | | |
|--------------|------------|-------------|----------|
| 1. disfarce | 2. malícia | 3. civil | 4. homem |
| A. intuitivo | B. senhora | C. feminino | D. moça |
- 5º) _____ está para discutir, assim como agüentar está para _____.
- | | | | |
|-------------|--------------|-------------|-------------|
| 1. imputar | 2. afirmar | 3. debater | 4. brigar |
| A. suportar | B. confortar | C. sofismar | D. desistir |
- 6º) _____ está para verso, assim como escultor está para _____.
- | | | | |
|----------|------------|------------|------------|
| 1. poeta | 2. reverso | 3. livre | 4. música |
| A. crime | B. cinzel | C. estátua | D. artista |
- 7º) _____ está para corrente, assim como conta está para _____.
- | | | | |
|-----------|-----------|-------------|--------|
| 1. elo | 2. ferro | 3. empurrar | 4. elo |
| A. pérola | B. quadro | C. colar | D. fim |
- 8º) _____ está para homem, assim como casca está para _____.
- | | | | |
|-----------|-----------|---------|-----------|
| 1. concha | 2. pêlo | 3. pele | 4. animal |
| A. duro | B. batata | C. noz | D. milho |
- 9º) _____ está para rolha, assim como caixa está para _____.
- | | | | |
|------------|----------|-----------|------------|
| 1. garrafa | 2. peixe | 3. frágil | 4. cortiça |
| A. vidro | B. tampa | C. chapéu | D. cesto |
- 10º) _____ está para presas, assim como boi está para _____.
- | | | | |
|-----------|---------|-------------|-----------|
| 1. marfim | 2. ré | 3. elefante | 4. tromba |
| A. vaca | B. caça | C. veado | D. chifre |
- 11º) _____ está para contralto, assim como tenor está para _____.
- | | | | |
|-----------|------------|--------------|-------------|
| 1. cantor | 2. soprano | 3. sonata | 4. solista |
| A. timbre | B. canção | C. orquestra | D. barítono |
- 12º) _____ está para enforcar, assim como guilhotina está para _____.
- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|------------|
| 1. gravata | 2. patíbulo | 3. criminoso | 4. punir |
| A. revolução | B. decapitar | C. capitular | D. cidadão |
- 13º) _____ está para árvore, assim como uva está para _____.
- | | | | |
|-------------|---------|-----------|---------|
| 1. arbusto | 2. olmo | 3. rosar | 4. maçã |
| A. parreira | B. água | C. maduro | D. doce |

- 14°) _____ está para mel, assim como concha está para _____.
- | | | | |
|-----------|----------|--------------|----------|
| 1. doce | 2. cera | 3. favo | 4. sopa |
| A. abelha | B. ostra | C. tartaruga | D. casca |
- 15°) _____ está para novilho, assim como porco está para _____.
- | | | | |
|----------|-------------|--------------|--------------|
| 1. touro | 2. zebu | 3. vaca | 4. chiqueiro |
| A. bife | B. toucinho | C. costeleta | D. bacorinho |
- 16°) _____ está para palavra, assim como sentença está para _____.
- | | | | |
|-----------|------------|--------------|-----------------|
| 1. cadeia | 2. letra | 3. parágrafo | 4. interrogação |
| A. belo | B. vírgula | C. período | D. frase |
- 17°) _____ está para José, assim como Isabel está para _____.
- | | | | |
|----------|--------------|----------|-----------|
| 1. Juca | 2. Francisco | 3. Diogo | 4. Manuel |
| A. Maria | B. Belinha | C. Joana | D. Lúcia |
- 18°) _____ está para adolescência, assim como juventude está para _____.
- | | | | |
|----------------|---------------|---------------|-----------------|
| 1. infanteria | 2. infância | 3. criança | 4. saúde |
| A. decrepitude | B. maturidade | C. senilidade | D. inteligência |
- 19°) _____ está para café, assim como peneira está para _____.
- | | | | |
|-----------|--------------|-----------|------------|
| 1. coador | 2. amassador | 3. moinho | 4. pá |
| A. filtro | B. macete | C. bife | D. farinha |
- 20°) _____ está para cão, assim como zebu está para _____.
- | | | | |
|----------------|-----------|-----------|----------|
| 1. perdigueiro | 2. cauda | 3. latido | 4. gato |
| A. boi | B. carijó | C. nobre | D. marca |
- 21°) _____ está para topo, assim como base está para _____.
- | | | | |
|------------|----------|-------------|----------|
| 1. cabrito | 2. plano | 3. lado | 4. ápice |
| A. baixo | B. avião | C. alicerce | D. lar |
- 22°) _____ está para águia, assim como sagüi está para _____.
- | | | | |
|----------|--------------|-----------|-----------|
| 1. céu | 2. pardal | 3. rainha | 4. gavião |
| A. símio | B. chimpanzé | C. mar | D. corvo |
- 23°) _____ está para rio, assim como costa está para _____.
- | | | | |
|------------|----------|-----------|------------|
| 1. dilúvio | 2. bote | 3. margem | 4. maré |
| A. praia | B. águas | C. mar | D. jangada |
- 24°) _____ está para pé, assim como cotovelo está para _____.
- | | | | |
|----------|------------|-----------|--------------|
| 1. homem | 2. coxa | 3. joelho | 4. calcanhar |
| A. mão | B. polegar | C. ombro | D. dedos |
- 25°) _____ está para dia, assim como calendário está para _____.
- | | | | |
|----------|------------|----------|-----------|
| 1. tarde | 2. relógio | 3. sol | 4. noite |
| A. ano | B. férias | C. março | D. década |

- 26°) _____ está para livro, assim como prólogo está para _____.
 1. capítulo 2. lei 3. prefácio 4. emenda
 A. elogio B. escrita C. drama D. epílogo
- 27°) _____ está para prosseguir, assim como pare está para _____.
 1. vir 2. alto 3. recuar 4. recusar
 A. prevenir B. garrafa C. começar D. continuar
- 28°) _____ está para cavalo, assim como zurrar está para _____.
 1. guiar 2. ferradura 3. rinchar 4. sela
 A. cerzir B. potrinho C. vagão D. burro
- 29°) _____ está para mar, assim como rebelião está para _____.
 1. motim 2. navio 3. marinheiro 4. rio
 A. revolta B. guerra C. terra D. soldado
- 30°) _____ está para distância, assim como grama está para _____.
 1. longe 2. quilômetro 3. Europa 4. viagem
 A. pesado B. quilo C. peso D. barulho
- 31°) _____ está para porta, assim como caixilho está para _____.
 1. casa 2. fechadura 3. madeira 4. portal
 A. vidro B. janela C. eixo D. vista
- 32°) _____ está para nunca, assim como tudo está para _____.
 1. sempre 2. usualmente 3. raro 4. vários
 A. nada B. todo C. cada D. total
- 33°) _____ está para futuro, assim como remorso está para _____.
 1. progresso 2. oportunidade 3. previsão 4. esperança
 A. passado B. parada C. ausência D. pecado
- 34°) _____ está para chuva, assim como dique está para _____.
 1. nuvem 2. nevoeiro 3. água 4. guarda-chuva
 A. partida B. inundação C. levantar D. lavar
- 35°) _____ está para pesca, assim como espingarda está para _____.
 1. bacalhau 2. isca 3. anzol 4. cesto
 A. caça B. gatilho C. tiro D. lavar
- 36°) _____ está para pacifista, assim como religião está para _____.
 1. guerra 2. canhão 3. objeto 4. consciência
 A. devoto B. sabrado C. ateu D. sacerdote
- 37°) _____ está para habilidoso, assim como vagaroso está para _____.
 1. desajeitado 2. maneta 3. cego 4. gentil
 A. lépido B. estúpido C. feio D. canhoto
- 38°) _____ está para porta, assim como cadeado está para _____.
 1. madeira 2. bandeira 3. fechadura 4. algema
 A. balaustrada B. maleta C. baú D. pulseira

- 39°) _____ está para terra, assim como nó está para _____.
- | | | | |
|------------|----------|----------|-------------|
| 1. desenho | 2. légua | 3. areia | 4. sítio |
| A. corda | B. lagoa | C. mar | D. montanha |
- 40°) _____ está para pássaro, assim como aprisco está para _____.
- | | | | |
|------------|-----------|------------|----------|
| 1. chamar | 2. vôo | 3. emigrar | 4. ninho |
| A. celeiro | B. ovelha | C. ferro | D. roça |
- 41°) _____ está para médico, assim como secretária está para _____.
- | | | | |
|---------------|------------------|---------------|-------------|
| 1. hospital | 2. doutor | 3. enfermeira | 4. medicina |
| A. escritório | B. estenográfica | C. escrivão | D. diretor |
- 42°) _____ está para Inglaterra, assim como lira está para _____.
- | | | | |
|------------|-----------|-------------|-------------|
| 1. Londres | 2. libra | 3. rei | 4. colônia |
| A. Itália | B. México | C. bandolim | D. dinheiro |
- 43°) _____ está para cidade, assim como nacional está para _____.
- | | | | |
|-------------|-------------------|------------|------------------|
| 1. prefeito | 2. Belo-Horizonte | 3. limites | 4. municipal |
| A. país | B. Federal | C. governo | D. internacional |
- 44°) _____ está para prisão, assim como Louvre está para _____.
- | | | | |
|-----------|-------------|------------|-------------|
| 1. guarda | 2. Bastilha | 3. crime | 4. tribunal |
| A. França | B. museu | C. amoroso | D. artista |
- 45°) _____ está para Itália, assim como Havana está para _____.
- | | | | |
|---------------|-----------|-----------|---------------|
| 1. Paris | 2. Veneza | 3. Roma | 4. Montevideu |
| A. Porto Rico | B. Cuba | C. México | D. Alagoas |
- 46°) _____ está para ópera assim como letra está para _____.
- | | | | |
|-------------|-----------|-----------|---------------|
| 1. barítono | 2. enredo | 3. Wagner | 4. compositor |
| A. canção | B. música | C. poema | D. entoar |
- 47°) _____ está para desbotado, assim como rubor está para _____.
- | | | | |
|------------|-----------|-----------|-------------|
| 1. cor | 2. alegre | 3. ovelha | 4. combinar |
| A. anêmico | B. corado | C. pálido | D. trufa |
- 48°) _____ está para estático, assim como dinâmico está para _____.
- | | | | |
|------------|-------------|-----------|--------------|
| 1. rádio | 2. político | 3. inerte | 4. ar |
| A. locutor | B. motor | C. ativo | D. televisão |
- 49°) _____ está para todos, assim como parte está para _____.
- | | | | |
|---------|-------------|-----------|-----------|
| 1. cada | 2. direito | 3. nenhum | 4. cheio |
| A. todo | B. separado | C. papel | D. vários |
- 50°) _____ está para losango, assim como círculo está para _____.
- | | | | |
|--------------|----------|------------|---------|
| 1. quadrado | 2. forma | 3. cubo | 4. ouro |
| A. triângulo | B. oval | C. redondo | D. liso |

ANEXO 9

Critérios de correção da Prova da Média

Sistema de contagem de cinco pontos (Charles, 1987)

Número de pontos	Características observadas na solução dos problemas propostos aos estudantes
0	➤ Devolve o problema “em branco” (sem solução). ➤ Números copiados do problema; não entendimento do problema evidenciado. ➤ Resposta incorreta, sem evidenciar o desenvolvimento da solução.
1	➤ Iniciou usando estratégia inapropriada; não concluiu a solução do problema. ➤ Abordagem sem sucesso; não tentou abordagem diferente. ➤ Tentativa falha de alcançar um sub-objetivo.
2	➤ Utilizou estratégia apropriada, não encontrou a solução ou alcançou um sub-objetivo, mas não terminou a solução. ➤ Estratégia inadequada, que revela algum entendimento do problema. ➤ Resposta correta e procedimento de solução não mostrado.
3	Estratégia apropriada, porém o sujeito: ➤ Ignorou a condição do problema. ➤ Deu uma resposta incorreta sem razão aparente. ➤ Faltou de clareza no procedimento empregado.
4	➤ Estratégia (s) apropriada (s) ➤ Desenvolvimento da solução reflete entendimento do problema. ➤ Resposta incorreta por um erro de cópia ou de cálculo.
5	➤ Estratégia (s) apropriada(s) ➤ Desenvolvimento da solução reflete entendimento do problema. ➤ Resposta correta.

ANEXO 10

Gabaritos

Gabarito da prova envolvendo a média

1. Paulo tirou as seguintes notas na disciplina de Estatística: 7 na primeira prova, 6 na segunda e 8 na terceira. Se cada uma dessas notas teve o mesmo peso, qual foi a nota média da disciplina? Mostre os cálculos: 7,0

5 pontos

$$\text{Nota média} = \frac{7 + 6 + 8}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

Se a nota mínima para aprovar a disciplina for 7, qual foi a situação de Paulo?

(X) aprovado () reprovado () os dados são insuficientes () não sei

2. Se a primeira prova tinha peso dois, a segunda peso três e a terceira peso um, qual foi a nota média final que Paulo obteve? 6,67 Mostre os cálculos:

5 pontos

$$\text{Nota média} = \frac{2 * 7 + 3 * 6 + 1 * 8}{2 + 3 + 1} = \frac{40}{6} = 6,67$$

Neste caso, qual foi a situação de Paulo?

() aprovado (X) reprovado () os dados são insuficientes () não sei

5 pontos

3. A nota zero (0) foi adicionada ao conjunto de 5 notas (6, 7, 8, 9, 10) cuja média é 8. Qual é a média do novo conjunto? 6,67 Mostre os cálculos:

$$\text{Média} = \frac{6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 0}{6} = \frac{40}{6} = 6,67$$

4. Um elevador com capacidade máxima de 700 quilos tem que transportar 10 pessoas, das quais quatro (4) são mulheres, com peso médio de 60 quilos, e seis são homens com peso médio de 80 quilos. As pessoas poderão ser transportadas em uma única viagem? () Sim (X) Não. Por quê? A soma total dos pesos é igual a 720, que supera a capacidade máxima do elevador

5 pontos

$$\text{Soma total dos pesos} = 4 * 60 + 6 * 80 = 240 + 480$$

Calcule o peso médio das pessoas do elevador: 72 quilos

$$\text{Logo o peso médio} = \frac{720}{10} = 72$$

5. Interprete a seguinte afirmação “O número médio de filhos de casais jovens é de 2,3”
Ver Quadro 29 do Anexo 11

6. Alberto é vendedor de aparelhos de telefone. A seguinte figura mostra o número de aparelhos que Alberto vendeu nas três primeiras semanas:

1ª semana	
2ª semana	
3ª semana	
4ª semana	

Quantos aparelhos de telefone Alberto tem que vender na 4ª semana, para que o número médio de aparelhos vendidos nas quatro semanas seja igual a sete?
nove (9) aparelhos

Mostre como achou sua resposta:

1. **Algébrico:** $\frac{9 + 4 + 6 + X}{4} = 7 \rightarrow 19 + X = 28 \rightarrow X = 9$

2. **Aritmético:** $9 + 4 + 6 = 19$; $4 * 7 = 28 \rightarrow 28 - 19 = 9$

3. **Verbal:** “O total vendido em três semanas foi de 19 5 pontos a fazer a média sete, teria que vender 28, logo na quarta semana uma que vender 9 aparelhos”, ou expressões similares

Total da prova: 30 pontos

4. **Pictórico:**

1ª semana	
2ª semana	 1
3ª semana	 2
4ª semana	3 4 5 6 7 8 9

d) Média = 30,9



e) projeção

Gabarito da prova envolvendo a leitura de gráficos

a) Ponto mais alto

1. Os

o vaivém dos juros básicos, em % ao ano



b) período que a taxa
diminuiu mais rapidamente

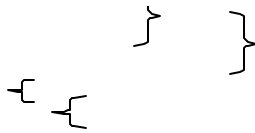
-----1997-----

-----1998-----

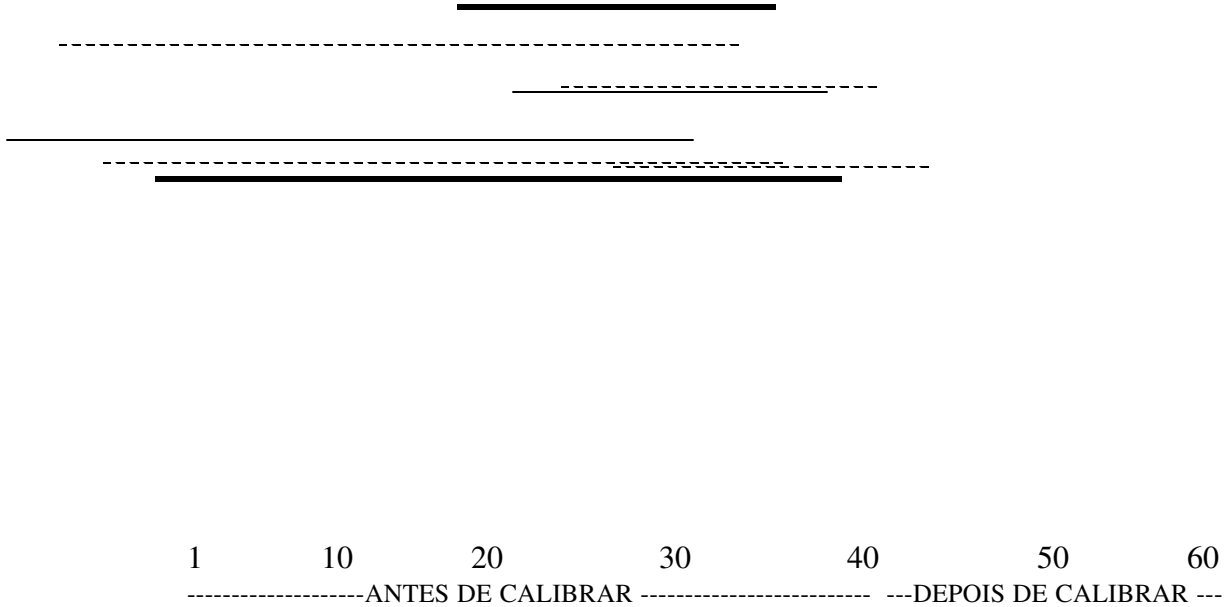
-----1999-----

5 pontos

Tarefas	Resposta	Pontos	Pontuação
a) Em que data a taxa de juros atingiu o valor mais alto?	Nov/97	1	Certo
		0	Errado ou branco
b) Em que período a taxa de juros diminuiu mais rapidamente?	Março a junho de 1999	1	Certo
		0	Errado ou branco
c) Qual foi o mês em que a taxa de juros aumentou mais em relação ao mês anterior?	Nov/97	1	Certo
		0	Errado ou branco
d) Sem calcular, usando apenas sua percepção visual e intuição, "chute" o valor da média dos juros para o período em estudo:	30,9%	1	$25 \leq X \leq 35$
		0,5	$20 \leq X < 25$ ou $35 < X \leq 45$
		0,0	$X < 20$ ou $X > 45$ ou branco
e) Mantida a tendência, qual você acha que será a taxa de juros do mês de julho. Por quê	1- linear	1	$10 \leq X \leq 40$ / com justificativa
	2- Exponencial	0,5	apenas um dos anteriores
	3- Mercado	0,0	$X < 10$ ou $X > 40$
	4- Outra		



2. O seguinte gráfico mostra o percentual de desperdício de matéria-prima de uma máquina, antes e depois de ser calibrada:

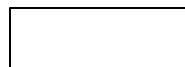


Sem calcular, usando apenas sua percepção visual e intuição, responda APROXIMADAMENTE: 4 pontos

Tarefas	Resposta	Nota	Faixas
a) qual é a percentagem média de desperdício antes da calibração da máquina?:	4%	1,0 0,5 0,0	$3,5 \leq X \leq 4,5$ $2,5 \leq X < 3,5$ ou $4,5 < X \leq 5,5$ $X < 2,5$ ou $X > 5,5$
b) qual é a percentagem média de desperdício depois da calibração da máquina?:	1%	1,0 0,5 0,0	$0,8 \leq X \leq 1,2$ $0,6 \leq X < 0,8$ $X < 0,6$ ou $X > 1,2$
c) qual é a percentagem média de desperdício no período total?:	3%	1,0 0,0	3 outro caso
d) além do patamar da média, que outra diferença existe entre ambos períodos, antes e depois de calibrar a máquina?	Variação e período	1,0 0,5 0,0	variabilidade e período apenas um dos anteriores outra ou branco

3. Foi publicado na Folha de São Paulo o seguinte gráfico com a manchete “Governo federal registra o primeiro déficit do ano” .

Média = 800



Tarefas	Resposta	Nota	Faixas
a) Sem calcular, usando apenas sua percepção visual e intuição, responda APROXIMADAMENTE, qual é a média das contas públicas do período:	800	1,0 0,5 0,0	$500 \leq X \leq 1100$ $0 \leq X < 500$ ou $1100 < X \leq 1500$ $X < 0$ ou $X > 1500$
b) Mantida a tendência, qual será APROXIMADAMENTE o valor das contas públicas no mês de junho?		1,0 0,5 0,0	$-2000 \leq X \leq +1000$ / justificativa sem justificativa

2 pontos

4. Três marcas de sabão em pó (A, B e C) disputam acirradamente o domínio do mercado consumidor nacional. Uma pesquisa de mercado **foi encomendada pela marca A**, que publica uma reportagem em um jornal de circulação nacional, incluindo o gráfico abaixo:

Tarefa	Certo (um ponto)	Errado (zero)
1ª. Qual foi a manchete da matéria?	"razoável"	"fora do contexto"
2ª. Qual foi o título do gráfico?	"razoável"	"fora do contexto"
3ª. Qual é o nome deste tipo de gráfico?	Gráfico de linhas	Outro
4ª. Qual é a variável dependente?	% do mercado	Outro
5ª. Que tipo de variável ela é?	Quantitativa – contínua	Outro
6ª. Qual é a variável independente?	Semanas (tempo)	Outro
7ª. Que tipo de variável ela é?	Quantitativa - Discreta	Outro
8ª. A manchete se sustenta apenas com o gráfico ou é preciso usar outras ferramentas estatísticas?	É preciso de outras ferramentas	Não
9ª. Quais ferramentas?	Análise de correlação / regressão	fora do contexto
10ª. Projeção A	$20 \leq X \leq 30$	$X \leq 20$ ou $X \geq 30$
11ª. Projeção B	$20 \leq X \leq 30$	$X \leq 20$ ou $X \geq 30$
12ª. Projeção C	$20 \leq X \leq 30$	$X \leq 20$ ou $X \geq 30$
13ª. A manchete seria a mesma, dependendo do jornal	Não	Sim
14ª. A manchete encomendada pela marca B	Razoável	fora do contexto
15ª. A manchete encomendada pela marca C	Razoável	fora do contexto

15 pontos

Total da prova : 26 pontos

13
Gabarito da 1ª Figura 10

1. Conte e coloque o número de cubos que tem cada figura

2. Sem girar sua cabeça e sem girar o papel, marque a posição da cruz nas figuras 2, 3 e 4

1

2

3

4

3. Qual das figuras de 2 a 7 são iguais a figura 1. Marque um X encima do número

1

2

3

4

5

6

7

4. Qual das figuras de 2 a 7 são iguais a figura 1. Marque um X encima do número

1

2

3

4

5

6

7

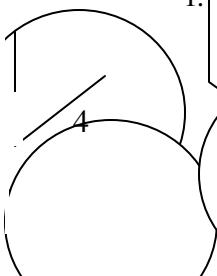
5. Um único cubo está sendo mostrado com as faces designadas pelos números 1, 2, 3, 4, 5 e 6.
6. Coloque os números das faces não vistas nas três representações

Gabarito da Prova de Geometria Plana

3 pontos

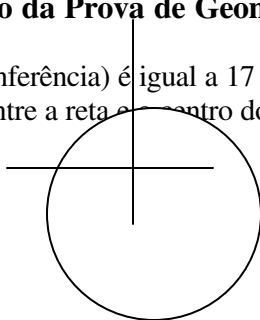
1. O diâmetro de um círculo (circunferência) é igual a 17 cm. Quantos pontos em comum tem uma reta e o círculo, se a distância entre a reta e o centro do círculo for igual a:

d) 6 cm: 2 ou infinitos



10 pontos

1
0



1 ponto

Existem dois círculos, cujos raios são iguais a 2 cm e 3 cm. A distância entre seus centros é igual a 4 cm. Eles se interceptam?

2 pontos

(X)Sim ()Não. Explique porque? Porque a soma dos raios $2 + 3 = 5$, que é maior que 4

3. Quanto mede o ângulo que o ponteiro das horas descreve em:

c) 2 horas? 60

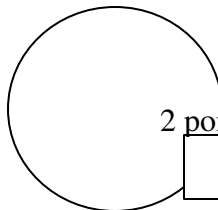
d) 4 horas? 120

2 pontos

4. Uma linha reta está situada a 8 cm do centro de um círculo cujo raio é 4 cm. Determine a distância máxima e mínima da linha aos pontos do círculo.

c) Distância máxima: 12

d) Distância mínima: 4



2 pontos

5. Dado um quadrado. O ponto médio de cada um de seus lados é ligado ao ponto médio dos lados vizinhos.

a) Qual é a figura obtida pela construção?: losângulo ou outro quadrado

b) Que parte da área do quadrado constitui a área da figura construída?: metade

Gabarito da Prova de Geometria Espacial

Instruções: use desenhos que aproximados, para mostrar o que se pede, indique o nome da figura ou do sólido(s)

1. Qual é o sólido que se pode obter ao cortar um cubo com um plano perpendicular a uma de suas faces?
 a) paralelo a uma de suas faces?
 b) que passa pelas diagonais de duas faces opostas?

figura de uma secção de um cubo cortado por um plano:

a) paralelo a uma de suas faces?	b) que passa pelas diagonais de duas faces opostas?
Quadrado	retângulo

3. Qual é a figura da secção de um cilindro cortado por um plano:

a) paralelo a sua base?	b) perpendicular a sua base?
círculo	Retângulo / quadrado / paralelogramo

5. Um balão sobe 200 metros de altura, voa 1000 metros na direção Noroeste, cai 100 metros e viaja 500 metros na direção Nordeste. Então ele retorna, viajando 1000 metros em direção ao Sudeste, então cai 100 metros. Qual é a distância que o balão se encontra do ponto de partida: 500 metros

	100	500					
				1000			
		1000					
							100
				200			
						500	

Gabarito da Prova de Raciocínio Verbal do Teste de Aptidões Específicas (DAT)

1.	está para excelentíssimo, assim como srta. está para	3 - Exmo.	D - senhorita
2.	está para cavalaria, assim como pé está para	1 – cavalo	D – infantaria
3.	está para largo, assim como magro está para	2 - estreito	A – gordo
4.	Está para masculino, assim como mulher está para	4 - homem	C – feminino
5.	está para discutir, assim como agüentar está para	3 - debater	A – suportar
6.	Está para verso, assim como escultor está para	1 - poeta	C – estátua
7.	Está para corrente, assim como conta está para	4 - elo	C – colar
8.	está para homem, assim como casca está para	3 - pele	B - batata
9.	está para rolha, assim como caixa está para	1 - garrafa	B – tampa
10.	Está para prêsas, assim como boi está para	3 - elefante	D – chifre
11.	está para contralto, assim como tenor está para	2 - soprano	D – barítono
12.	está para enforcar assim como guilhotina está para	2 - patíbulo	B – decapitar
13.	está para árvore, assim como uva está para	4 - maça	A – parreira
14.	está para mel, assim como concha está para	3 - favo	B - ostra
15.	está para novilho, assim como porco está para	1 - touro	D – bacorinho
16.	está para palavra, assim como sentença está para	2 - letra	C – período
17.	está para José, assim como Isabel está para	1 - Juca	B – Belinha
18.	está para adolescência, assim como juventude está para	2 - infância	B – maturidade
19.	está para café, assim como peneira está para	1 - coador	D – farinha
20.	está para cão, assim como zebu está para	1 - perdigueiro	A – boi
21.	está para topo, assim como base está para	4 - ápice	C – alicerce
22.	está para águia, assim como sagüi está para	2 - pardal	B – chimpanzé
23.	está para rio, assim como costa está para	3 - margem	C – mar
24.	está para pé, assim como cotovelo está para	3 – joelho	A – mão
25.	está para dia, assim como calendário está para	2 - relógio	A – ano
26.	está para livro, assim como prólogo está para	3 - prefácio	C - drama

27.	está para prosseguir, assim como pare está para	2 - alto	D - continuar
28.	está para cavalo, assim como zurrar está para	3 – rinchar	D – burro
29.	está para mar, assim como rebelião está para	1 – motim	C – terra
30.	está para distância, assim como grama está para	2 – quilômetro	C - peso
31.	está para porta, assim como caixilho está para	4 – portal	B - janela
32.	está para nunca, assim como tudo está para	1 – sempre	A – nada
33.	está para futuro, assim como remorso está para	4 – esperança	A – passado
34.	está para chuva, assim como dique está para	4 - guarda-chuva	B - inundação
35.	está para pesca, assim como espingarda está para	3 – anzol	A – caça
36.	está para pacifista, assim como religião está para	1 – guerra	C – ateu
37.	está para habilidoso, assim como vagaroso está para	1 - desajeitado	A – lépido
38.	está para porta, assim como cadeado está para	3 - fechadura	C – baú
39.	está para terra, assim com o nó está para	2 – légua	C – mar
40.	Está para pássaro, assim como aprisco está para	4 – ninho	B - ovelha
41.	está para médico, assim como secretária está para	3 - enfermeira	D – diretor
42.	está para Inglaterra, assim como lira está para	2 - libra	A - Itália
43.	está para cidade, assim como nacional está para	4 – municipal	A – país
44.	está para prisão, assim como Louvre está para	2 - Bastilha	B - museu
45.	está para Itália, assim como Havana está para	3 - Roma	B - Cuba
46.	está para ópera, assim como letra está para	2 - enredo	A - canção
47.	está para desbotado, assim como rubor está para	1 - cor	C - pálido
48.	está para estático, assim como dinâmico está para	3 - inerte	C – ativo
49.	está para todos, assim como parte está para	1 - cada	A – todo
50.	está para losango, assim como círculo está para	1 - quadrado	B – oval

Total da prova: 50 pontos

--

ANEXO 11

Quadros 18, 20, 25 – 30, 32 – 34

Quadro 18. Distribuição dos sujeitos segundo as razões atribuídas à utilidade da Estatística no desempenho profissional

Razões pelas quais a Estatística poderá ajudá-los no desempenho de sua vida profissional	Pré-teste		Pós-teste	
	Sujeitos	%	Sujeitos	%
Sim				
➤ É uma ferramenta útil tanto no campo profissional, no desenvolvimento de projetos, na pesquisa científica	431	56,9	214	58,5
➤ É uma ferramenta útil na tomada de decisões	72	9,5	50	13,7
➤ Serve para fazer diagnóstico, conhecer a realidade que está- se trabalhando,	42	5,5	17	4,6
➤ Serve para fazer análises, comparando dados, ajustando tendências, avaliando métodos	41	5,4	19	5,2
➤ Serve para fazer previsões, projeções, planejamento, controle	19	2,5	4	1,1
➤ Traduz os dados, simplifica o acesso a informação	14	1,8	5	1,4
➤ Soluciona problemas	12	1,6	6	1,6
➤ A Estatística está em tudo	10	1,3	3	0,8
➤ A Estatística ajuda a desenvolver o raciocínio	9	1,2	2	0,5
➤ A Estatística é muito importante	9	1,2	1	0,3
➤ Porque trabalha com probabilidade	4	0,5	1	0,3
➤ Porquê ajuda a desenvolver a opinião crítica	4	0,5	3	0,8
➤ Porquê nos dá maior certeza, esclarece dúvidas	4	0,5	2	0,6
➤ Porquê é uma ciência, como toda ciência é útil	2	0,3	1	0,3
➤ Porquê ajuda no convencimento, ajuda a dar credibilidade	2	0,3	1	0,3
➤ Termo vago	11	1,5	7	1,9
Total	686	90,6	336	91,8
Não: Sou professora, trab. análise clínica, não descobri, talvez no futuro	11	1,5	5	1,4
Não respondeu	60	7,9	25	6,8
Total	757	100,0	366	100,0

Quadro 20. Distribuição dos sujeitos segundo função atribuída à média aritmética

Para que serve a média	Pré-teste		Pós-teste	
	Sujeitos	%	Sujeitos	%
Representar	156	20,6	96	26,2
Encontrar valores intermediários	58	7,7	20	5,5
Fazer inferência: estimar	37	4,9	29	7,9
Analisar, comparar	34	4,5	17	4,6
Determinar padrões, regularidades, tendências, o valor mais frequente	32	4,2	16	4,4
Encontrar o valor central	12	1,6	12	3,3
Medir	10	1,3	2	0,6
Diminuir o erro, aumentar a precisão	6	0,8	3	0,8
Ver a variabilidade, homogeneidade dos dados	6	0,8	5	1,4
Dividir eqüitativamente	6	0,8	0	0,0
Solucionar problemas	4	0,5	2	0,5
Ter idéia do todo	3	0,4	3	0,8
Calcular outras estatísticas	3	0,4	0	0,0
É a que melhor representa	2	0,3	1	0,3
Facilitar o trabalho	1	0,1	1	0,3
Uso dos dados	0	0,0	2	0,5
Nada a ver	109	14,4	63	17,2
Não respondeu	278	36,7	94	25,7
Total	757	100,0	366	100,0

Quadro 25. Desempenho dos sujeitos no cálculo da média simples

Nota	Descrição do procedimento	Pré-teste		Pós-teste	
		Sujeitos	%	Sujeitos	%
0	Não respondeu	21	2,8	13	3,6
0	Totalmente errado	9	1,2	5	1,4
1	Colocou apenas os números em questão	0	0,0	0	0,0
2	Somente somou os números	2	0,3	1	0,3
3	Aplicou a fórmula mas não efetuou os cálculos	2	0,3	0	0
4	Cálculos errados	2	0,3	2	0,6
5	Totalmente correto	721	95,2	345	97,7
Total		757	100,0	366	100,0

Quadro 26. Desempenho dos sujeitos no cálculo da média ponderada

Nota	Descrição do procedimento	Pré-teste		Pós-teste	
		Sujeitos	%	Sujeitos	%
0	Totalmente errado	193	25,5	91	24,9
1	Colocou apenas os números em questão	43	5,7	17	4,6
2	Apenas somou os números ponderando-os	50	6,6	18	4,9
3	Aplicou a fórmula mas não efetuou os cálculos	17	2,2	7	1,9
4	Errou apenas em cálculos	9	1,2	7	1,9
5	Totalmente correto	233	30,8	135	36,9
0	Não respondeu	212	28,0	91	24,9
Total		757	100,0	366	100,0

Quadro 27. Desempenho dos sujeitos nas propriedades da média

Nota	Descrição do procedimento	Pré-teste		Pós-teste	
		Sujeitos	%	Sujeitos	%
0	Totalmente errado	47	6,2	26	7,1
1	Colocou apenas os números em questão	6	0,8	1	0,3
2	Somou os valores incluindo o zero	3	0,4	3	0,8
3	Aplicou a fórmula mas não efetuou os cálculos	13	1,7	4	1,1
4	Errou apenas em cálculos	6	0,8	4	1,1
5	Totalmente correto	602	79,5	288	78,7
0	Não respondeu	80	10,6	40	10,9
Total		757	100,0	366	100,0

Quadro 28. Desempenho dos sujeitos no problema proposto por Pollatsek e outros (1981)

Nota	Descrição do procedimento	Pré-teste		Pós-teste	
		Sujeitos	%	Sujeitos	%
0	Totalmente errado	32	4,2	21	5,7
1	Colocou apenas os números em questão	9	1,2	2	0,5
2	Multiplicou o número de pessoas pelo peso médio	25	3,3	3	0,8
3	Calculou apenas o peso total	337	44,5	154	42,1
4	Errou apenas em cálculos	21	2,8	9	2,5
5	Totalmente correto: calculou o peso total e o peso médio	280	37,0	135	36,9
0	Não respondeu	53	7,0	42	11,5
Total		757	100,0	366	100,0

Quadro 29. Desempenho dos sujeitos na interpretação da média de uma variável discreta

Nota	Tipo de resposta	Pré-teste		Pós-teste	
		Sujeitos	%	Sujeitos	%
0	Totalmente errado	168	22,2	93	25,4
	Cada casal tem de 2 a 3 filhos	119	15,7	44	12,0
	Arredonda: A maioria tem 2 filhos / em média tem 2 filhos	70	9,2	27	7,4
	No mínimo 1 e no máximo 3	12	1,6	3	0,8
	Impossível ser uma fração / as pessoas não são divisíveis	12	1,6	6	1,6
	Moda: a maioria dos casais tem 2,3 filhos	7	0,9	4	1,1
	Total	388	51,2	177	48,3
1	Algoritmo	61	8,1	34	9,3
3	Normalmente, geralmente / em cada 10 casais existem 23 filhos	128	16,9	50	13,7
4	Ponto médio, mediana, centro do eixo	2	0,3	2	0,5
5	Ponto de equilíbrio, idéia de representatividade, amostra, população, idéia de amplitude, estimativa	19	2,5	14	3,9
0	Não respondeu	159	21,0	89	24,3
Total		757	100,0	366	100,0

Quadro 30. Desempenho dos sujeitos no problema proposto por Cai (1998)

Nota	Descrição do procedimento	Pré-teste		Pós-teste	
		Sujeitos	%	Sujeitos	%
0	Totalmente errado	52	6,9	30	8,2
1	Colocou apenas os números em questão	3	0,4	0	0,0
2	Armou a soma incluindo o valor desconhecido	9	1,2	2	0,5
3	Aplicou a fórmula mas não efetuou os cálculos	8	1,1	4	1,1
4	Errou apenas em cálculos	20	2,6	9	2,5
5	Totalmente correto	654	86,4	310	84,7
0	Não respondeu	11	1,5	11	3,0
Total		757	100,0	366	100,0

Quadro 32. Desempenho dos sujeitos no gráfico de barras

Nível elementar: extração de dados		Respostas	Nota	Pré-teste (%)	Pós-teste (%)
1. Em que data a taxa de juros atingiu o valor mais alto?	Certo	1,0	95,4	91,0	
	Errado	0,0	2,5	7,4	
	Não respondeu	0,0	2,1	7,4	
	Total		100,0	100,0	
2. Em que período a taxa de juros diminuiu mais rapidamente	Certo	1,0	37,3	46,4	
	Errado	0,0	60,8	45,9	
	Não respondeu	0,0	2,0	7,7	
	Total		100,0	100,0	
3. Qual foi o mês em que a taxa de juros aumentou mais em relação ao mês anterior?	Certo	1,0	84,4	79,2	
	Errado	0,0	12,7	12,6	
	Não respondeu	0,0	2,9	8,2	
	Total		100,0	100,0	
Nível intermediário: extração de tendências					
4. Sem calcular, usando apenas sua percepção visual e intuição, "chute" o valor da média dos juros para o período	$25 \leq X \leq 35$	1,0	73,1	73,2	
	$20 \leq X < 25$ ou $35 < X \leq 45$	0,5	7,5	4,9	
	$X < 20$ ou $X > 45$	0,0	11,0	9,0	
	Não respondeu	0,0	8,5	12,8	
	Total		100,0	100,0	
Nível superior: inferindo comportamentos futuros					
5. Mantida a tendência, qual você acha que será a taxa de juros do mês de julho. Por que?	$10 \leq X \leq 40$ (*)	1,0	62,6	61,5	
	$10 \leq X \leq 40$ (**)	0,5	14,7	16,9	
	$X < 10$ ou $X > 40$	0,0	2,4	1,9	
	Não respondeu	0,0	20,3	19,7	
	Total		100,0	100,0	

(*) com justificativa

(**) apenas o valor sem a justificativa ou apenas a justificativa sem o valor

Quadro 33. Desempenho dos sujeitos no gráfico de controle

Nível intermediário: extração de tendências		Respostas	Nota	Pré-teste	Pós-teste
1. Qual é a percentagem média de desperdício antes da calibração da máquina Média = 4,0		$3,5 \leq X \leq 4,5$	1,0	69,9	67,5
		$2,5 \leq X < 3,5$ ou $4,5 < X \leq 5,5$	0,5	4,1	2,7
		$X < 2,5$ ou $X > 5,5$	0,0	19,7	15,3
		Não respondeu	0,0	6,3	14,5
		Total		100,0	100,0
2. Qual é a percentagem média de desperdício depois da calibração da máquina Média = 1,0		$0,8 \leq X \leq 1,2$	1,0	66,1	64,5
		$0,6 \leq X < 0,8$	0,5	1,1	0,8
		$X < 0,6$ ou $X > 1,2$	0,0	25,9	19,1
		Não respondeu	0,0	7,0	15,6
		Total		100,0	100,0
Cálculo da média ponderada					
3. Qual é a percentagem média de desperdício no período total? Média = $(40 \cdot 4 + 20 \cdot 1) / 60 = 3,0$		3,0	1,0	21,4	20,5
		Outro caso	0,0	67,2	59,3
		Não respondeu	0,0	11,4	20,2
		Total		100,0	100,0
Nível intermediário: detectar padrões					
4. Além do patamar da média, que outra diferença existe entre ambos		Variabilidade e tempo	1,0	2,4	1,9
		Só variabilidade ou só tempo	0,5	34,6	39,1
		Outra diferença	0,0	19,2	15,3
		Não respondeu	0,0	43,9	43,7
		Total		100,0	100,0

Quadro 34. Desempenho dos sujeitos no gráfico de barras com referência zero

Nível intermediário: extração de tendências	Respostas	Nota	Pré-teste	Pós-teste
Sem calcular, usando apenas sua percepção visual e intuição, responda APROXIMADAMENTE, qual é a média das contas públicas do período (X) Média = 800	$500 \leq X \leq 1100$	1,0	22,3	24,6
	$0 \leq X < 500$ ou $1100 < X \leq 1500$	0,5	4,0	3,0
	$X < 0$ ou $X > 1500$	0,0	50,7	42,3
	Não respondeu	0,0	23,0	30,1
	Total		100,0	100,0
Nível superior: inferindo comportamentos futuros				
Mantida a tendência, qual será APROXIMADAMENTE o valor das contas públicas no mês de junho (X)	$-2000 \leq X \leq 1100$ com justificativa	1,0	37,4	35,0
	Apenas o valor ou a justificativa	0,5	17,6	20,5
	$X < -2000$ ou $X > 1100$	0,0	8,2	7,1
	Não respondeu	0,0	36,8	37,4
	Total		100,0	100,0

ANEXO 12

Figuras 40 e 41

0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50
Nível de conhecimento de Estatística

Figura 40. Nível de conhecimento de Estatística segundo os próprios sujeitos

0 5 10 15 20 25 30 35
Nível de conhecimentos de Gráficos

Figura 41. Nível de conhecimento de gráficos segundo os próprios sujeitos