LAIR DE QUEIROZ COSTA

UM JOGO EM GRUPOS CO-OPERATIVOS. Alternativa para a construção do conceito de Números Inteiros e para a abordagem dos conteúdos: Procedimentos, Condutas e Normas.

Autora: Lair de Queiroz Costa
Orientadora: Prof.a Dra. Lucila Dihel Tolaine Fini

Tese de Doutorado elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da Unicamp, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Campinas - SP
2003

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
TESE DE DOUTORADO

Título UM JOGO EM GRUPOS CO-OPERATIVOS. Alternativa para a construção do conceito de Números Inteiros e para a abordagem dos conteúdos: Procedimentos, Condutas e Normas.

Autor: Lair de Queiroz Costa
Orientadora: Prof.a Dra. Lucila Dihel Tolaine Fini

Este exemplar corresponde à redação final da Tese defendida por**:**
Lair de Queiroz Costa e aprovada pela Comissão Julgadora.
Data: 27/08/2003

Assinatura:..Orientador

COMISSÃO JULGADORA:

____

____

____

____

____

2003

Catalogação na Publicação elaborada pela biblioteca
da Faculdade de Educação/UNICAMP
Bibliotecário: Gildenir Carolino Santos - CRB-8ª/5447

Costa, Lair de Queiroz.
C823j Um jogo em grupos co-operativos, alternativa para a construção do conceito de números inteiros e para a abordagem dos conteúdos : procedimentos , condutas e normas / Lair de Queiroz Costa. -- Campinas, SP: [s.n.], 2003.

Orientador : Lucila Diehl Tolaine Fini.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

1. Piaget, Jean, 1896-1980. 2.Jogos em grupo. 2. Números inteiros – Conceito. I. Fini, Lucila Diehl Tolaine. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Título.

03-147-BFE

Dedico este trabalho
aos meus netos:
Hanna, Allan e Alex.

AGRADEÇO:

Aos professores e estagiários, os auxiliares de pesquisa, que tanto se dedicaram às atividades am sala de aula.

Aos alunos do ensino fundamental, que participaram da pesquisa, encarando alegremente e com seriedade as atividades com o jogo.

À Flávia que me socorreu diante dos caprichos da Máquina.

À minha irmã, Denise Queiroz de Freitas, pela revisão gramatical.

Aos amigos do Departamento de Educação, especialmente ao Nelson Pirola, que acumulou suas atividades para suprir minha ausência.

Ao amigo e colega de Departamento, Prof. Dr. Danilo Da Cás, por sua generosidade e competência.

Aos companheiros dos Projetos ligados ao Programa Pró-Ciências. As discussões infindáveis foram altamente proveitosas.

À Mariana, Renata, Telma e Raquel que auxiliaram no “abstrat” e no “resumé”.

A prof.a Dra Orly Mantovani de Assis que tanto esclareceu sobre Piaget.

Finalmente agradeço a Prof.a Dra Lucila Fini pela alegria e responsabilidade com as quais me brindou durante tanto tempo.

Existem pessoas que dignificam o ser humano e que iluminam os caminhos de todos os que delas se aproximam.

Nadir Camacho, você é uma delas.

Zezé Brighenti, você é outra.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS

RESUMO

Esta pesquisa do tipo participativo contou com oito auxiliares de pesquisa, três professores e cinco estagiários, alunos do curso de Licenciatura em Matemática. Seu objetivo foi verificar a eficiência do jogo, denominado “Maluco por Inteiro”, para o ensino e aprendizagem de Números Inteiros. O jogo desenvolvido em grupos co-operativos, visa à formação dos alunos, tanto no conteúdo específico quanto nos procedimentos, condutas e normas, conforme recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais. O jogo foi preparado de acordo com a teoria de Jean Piaget, procurando provocar correspondências entre os movimentos em tabuleiros com trajetórias isomorfas ao Conjunto dos Números Inteiros e transformações que levam às operações matemáticas elementares. As cinco fases do jogo permitem que os alunos passem pelas etapas intra-objetal, inter-objetal e trans-objetal que, conforme Piaget, correspondem aos mecanismos genéricos do desenvolvimento cognitivo. Participaram da pesquisa alunos de sextas, sétimas e oitavas séries de três Escolas do Ensino Fundamental da cidade de Bauru.

Palavras-chave: Jogos, Números Inteiros, Grupos Co-operativos, Condutas, Normas, Teoria de Piaget

ABSTRACT:

This participative research counted with eight auxiliaries, three teachers and five trainees, students of Mathematics course. Its goal was to verify the efficiency of the game, denominated " Entirely Crazy", for the teaching and learning of the Whole Numbers. The game developed in co-operative groups, looks at the students' formation, either in the specific content than in the procedures, conducts and norms, according to the recommendations of the National Curriculares Parameters. The game was prepared in according with Jean Piaget's theory, trying to provoke correspondences among the movements in boards with isomorphs paths and to the Group of the Whole Numbers and transformations that take to the elementary mathematical operations. The five phases of the game allow the students to go by the stages intra-objective, inter-objective and trans-objective that, as Piaget, correspond to the generic mechanisms of the cognitive development. Students of 6^{th}, 7^{th} e 8^{th} grade of three Fundamental Teaching Schools located in the city of Bauru, participated.

Key words: Games, Whole Numbers, Co-operative Groups, Conducts, Norms, and Theory of Piaget

RÉSUMÉ:

Cette recherche du type participatif a été réalisée par huit assistantes de recherche, trois professeurs et cinq stagiaires, élèves du cours de mathématiques. Le but était de vérifier l´efficacité du jeu, appelé "Maluco por Inteiro", pour l´enseignement et l´apprentissage de nombres entiers. Le jeu développé par des groupes co-opératifs, a pour objectif tant l´enseignement du contenu spécifique que les procédures, les conduites et les normes selon les recommandations des normes scolaires nationaux. Le jeu a été préparé d'après la théorie de Jean Piaget, en faisant la correspondance entre les mouvements du plateau avec les trajectoires isomorphes et au groupe de nombres entiers et des transformations qui mènent aux opérations mathématiques élémentaires. Les cinq phases du jeu permettent aux élèves de passer par les étapes intra-objectales, inter-objectales et trans-objectales qui, selon Piaget, correspondent aux mécanismes génériques du développement cognitif. Les élèves des sixièmes, septièmes, et huitièmes années de trois écoles secondaires de la ville Bauru ont participé de cette recherche.

Mots-clés: jeux, nombres entiers, groupes co-opératifs, conduites, normes, théorie de Piaget.

INTRODUÇÃO

Durante vinte e seis anos de contato com professores de Matemática tem-se notado que, além de dificuldades na abordagem didático-pedagógica de conceitos e conteúdos específicos da Matemática, eles apresentam dificuldades no relacionamento com seus alunos.

Ao longo desse tempo, no Curso de Licenciatura em Matemática e em Projetos de Formação Continuada da Universidade Estadual Paulista (Unesp), em seus depoimentos, os professores rotineiramente expressam insegurança para a implementação, em suas salas de aula, de atividades que não se limitem a aulas expositivas.

Os professores confessam, com freqüência, suas dificuldades para trabalhar em grupos com seus alunos e, segundo eles, quando tentam, são criticados, pois o trabalho docente visto como sério, em especial pela escola, é aquele desenvolvido por meio de aulas expositivas.

Ao iniciar atividades em grupos nas aulas de Matemática, muitos professores confessam que só têm conseguido agrupamentos de alunos cada um trabalhando individualmente, causando prejuízo às trocas e confronto de idéias indispensáveis para um trabalho co-operativo.

A preocupação com a transformação do trabalho docente e a constatação das dificuldades dos professores da Rede Oficial de Ensino (ROE) desencadearam uma busca de atividades para o Ensino Fundamental que favorecessem o estabelecimento dos desejados grupos co-operativos, instalando, em sala de aula, um trabalho produtivo.

A insistência de professores, solicitando assessoria da Universidade na busca de sugestões de materiais e estratégias para serem usados em sala de aula, orientou todo um trabalho de identificação e adaptação de jogos para o ensino de Matemática. A atividade Vai-e-Vem (sugestão para um trabalho com Números Inteiros), veiculada no texto Atividades Matemáticas 6ª série, da Coordenadoria de Ensino e Normas Pedagógicas do Estado de São Paulo (CENP) (São Paulo, 1998), foi analisada e transformada, com o apoio da teoria de Jean Piaget, dando origem a um jogo subdividido em cinco fases, abordando adição, subtração e multiplicação de Números Inteiros, casualmente denominado pelos professores de "Maluco por Inteiro".

Ao mesmo tempo em que se desenvolvia um trabalho na Universidade, tentando-se organizar o jogo, alguns professores o aplicavam em suas salas de aula contribuindo para testá-lo e aperfeiçoá-lo. Nessas aplicações foi possível perceber que o jogo estabelecia condição adequada para o início de um trabalho em grupos co-operativos, pois, na situação de jogo, conforme a literatura para o ensino de Matemática aponta, os alunos discutem naturalmente e expõem suas opiniões com espontaneidade e sem constrangimento.

A utilização do jogo Maluco por Inteiro deveria, então, ser investigada com cuidado para que se pudesse avaliar com rigor suas possibilidades e eficiência.

Enquanto o jogo ia se cristalizando, surgiu no cenário nacional a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN 9394/96), o que alterou significativamente os rumos da Educação em todo o país. Para orientar os profissionais da educação, foram lançados os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998) que, neste trabalho, são chamados de PCN, dando ênfase à formação para a cidadania:

> *É papel do Estado democrático facilitar o acesso à educação, investir na escola, para que esta instrumentalize e prepare crianças e jovens para as possibilidades de participação política e social* (BRASIL, 1998 a, p.19).

Este momento de mudanças na Educação Nacional é propício a transformações na educação brasileira e grande parte da responsabilidade por essa transformação está nas mãos do professor. É ele quem está diariamente em contato com os alunos e com a função peculiar de promover uma educação sistematizada que envolve tanto a aquisição de conhecimentos inerentes às disciplinas específicas, quanto à formação do cidadão engajado na sociedade.

Uma das orientações dos PCN para o sistema educacional brasileiro é a modificação da interpretação do conceito de "conteúdo". Cada disciplina da grade curricular (incluindo a Matemática), além de seu conteúdo específico, deve enfocar de forma organizada, sistemática e intencional, o que os PCN chamam de "Conteúdos procedimentais e atitudinais": "procedimentos”, "atitudes", "valores" e "normas". Segundo os PCN:

> *É importante deixar claro que, na escolha dos conteúdos a serem trabalhados, é preciso considerá-los numa perspectiva mais ampla, que leve em conta o papel, não somente dos conteúdos de natureza conceitual que têm sido tradicionalmente predominantes, mas também dos de natureza procedimental e atitudinal.* (BRASIL, 1998a, p.75)

Essa orientação que amplia o campo de visão do professor parece sugerir que ele torne o seu fazer didático mais pedagógico, pois exige uma revisão no conceito de conteúdo, introduzindo em suas aulas outros fatores, talvez mais ligados às ciências humanas e sociais, sem, no entanto, alterar a importância da Matemática. Ou seja:

> *Os PCN propõem uma mudança de enfoque em relação aos conteúdos curriculares: ao invés de um ensino em que o conteúdo seja visto como um fim em si mesmo, o que se propõe é um ensino em que o conteúdo seja visto como um meio para que os alunos desenvolvam as capacidades que lhes permitam produzir e usufruir dos bens culturais, sociais e econômicos.* (BRASIL, 1998a, p.73)

Trata-se de uma mudança de referencial. A Matemática deixa de ser fim para ser meio, ou seja, não se trata de encontrar meios para dirigir o aluno para a Matemática, mas sim de entender o papel da Matemática para a formação dos alunos. É certo que o processo de ensino e aprendizagem de Matemática enfrenta, como vem enfrentando, muitos problemas.

Alguns autores, como é o caso de Imenes (1989), classificam esse processo de verdadeiro fracasso. Segundo o autor, uma das causas do fracasso no processo de ensino e aprendizagem de Matemática reside na maneira de apresentar o assunto, priorizando a teoria tematizada, ignorando não só o processo de sua construção, mas também a relação entre a Matemática e o contexto social.

O sucesso desejado talvez possa começar a ser obtido quando toda a comunidade escolar, inclusive os alunos, estiver não só consciente, mas sobretudo compromissada com a formação do cidadão que se deseja para o Brasil.

Mas, de que sucesso se fala? Trata-se do sucesso na aprendizagem de conceitos matemáticos, ou na formação do cidadão que queremos para o Brasil? Trata-se de ambos.

Porém, como pode o professor de Matemática desenvolver o conteúdo de sua disciplina e, ainda, promover uma educação para a cidadania?

Nesta pesquisa, pretendeu-se estabelecer um trabalho envolvendo o conteúdo matemático ”Números Inteiros”, a questão das normas inerentes ao jogo de regras, os procedimentos, especialmente os matemáticos e, através das discussões desenvolvidas pelos pequenos grupos e pelo grupo maior, favorecer possíveis mudanças de conduta em sala de aula.

Nos trabalhos na UNESP/Bauru com professores de Matemática de Bauru e Região, que vêm ocorrendo desde 1991 envolvendo professores dos Departamentos de Matemática e Educação, têm surgido questões reais que aparecem na prática das salas de aula e demais atividades escolares. Segundo os professores, o difícil convívio com os alunos tem praticamente impossibilitado um diálogo adequado e necessário no cotidiano da sala de aula. Para enfrentar essa situação, os professores têm anunciado que estão à procura de alternativas que lhes permitam um fazer didático e pedagógico adequado ao processo de ensino e aprendizagem que desejam instalar em suas salas de aula, visando, através de um trabalho co-operativo produtivo, desenvolver os aspectos de cidadania que não se limitem a formar indivíduos para exercer seus direitos e deveres.

Em vista disso, foi instalado um grupo de trabalho contando com Professores da UNESP e Professores da Rede Oficial de Ensino (ROE), envolvidos em um trabalho co-operativo que desenvolve a necessidade de pensar e agir, cogitando uma forma de enfrentamento que leva em consideração, ainda que parcialmente, os **outros conteúdos,** como procedimentos, condutas e normas, apontados pelos Parâmetros Curriculares. Para a pesquisadora, que faz parte desse grupo, essa abordagem pode ser favorecida, dentre outros aspectos, pelos jogos formadores de conceitos, desenvolvidos em Grupos Co-operativos.

De fato, as aulas expositivas que não deixam um canal aberto ao diálogo participativo, praticamente inviabilizam, em aulas de Matemática, o enfoque de outros conteúdos além da Matemática. Entretanto, os professores confessam sua dificuldade para a instalação de grupos que promovam um trabalho produtivo em sala de aula, exceto quando aplicam jogos. Mesmo assim, alguns professores preferem aplicar os jogos em duplas. Dizem que os grupos maiores lhes causam grandes desconfortos: os alunos se exaltam, falam mais alto que o desejável para uma sala de aula, enfim os grupos maiores promovem a indisciplina. Assim, fica claro que antes de pesquisar a eficiência do jogo proposto com os alunos do Ensino Fundamental, é indispensável envolver os professores.

A inquietação com os assuntos matemáticos e didático-pedagógicos na sala de aula não era e não é uma exclusividade de pesquisadores. São muitos os professores preocupados que buscam recursos diversificados, principalmente jogos para o ensino e aprendizagem de Matemática que possam estar contribuindo para aumentar ou despertar o interesse dos alunos do Ensino Básico pela Matemática e pelos aspectos da formação do cidadão.

Porém, a diversificação procurada só tem sentido e relevância quando fundamentada em teoria rigorosa e adequada à concepção que se tem de educação e às finalidades do trabalho escolar, além de um compromisso claro do educador com o processo educativo em foco. É esse compromisso que impulsiona, que leva o professor a buscar soluções para seus problemas cotidianos.

O trabalho desenvolvido no Curso de Pós-Graduação, nível Mestrado, (COSTA, 1995) mostrou a importância da Teoria de Jean Piaget para a compreensão do processo de desenvolvimento psicológico, bem como do mecanismo de aquisição do conhecimento lógico-matemático.

A leitura da bibliografia especializada e as discussões ocorridas nas aulas do Curso de Licenciatura em Matemática do Campus de Bauru da UNESP e nos Cursos de Pós-Graduação, tanto do Mestrado quanto do Doutorado, têm mostrado como a Psicologia Genética pode se constituir em apoio substancial ao professor e, também, dar suporte à prática pedagógica consistente em relação à atividade do sujeito na construção de seu próprio conhecimento, esclarecendo, por exemplo, o sentido do uso de jogos em aulas de Matemática.

Por outro lado, o contato com professores do Ensino Fundamental e Médio tem mostrado que poucos deles conhecem a teoria de Jean Piaget ou utilizam-se de jogos em suas aulas.

Esses contatos, além daqueles oriundos das atividades de orientação e supervisão de estágios da disciplina Prática de Ensino de Matemática, têm ocorrido, principalmente, durante o desenvolvimento de projetos ligados aos Programas: Educação Continuada (PEC), Pró-Ciências - Convênio entre Ministério de Educação e Cultura (MEC), Fundação de Amparo à Pesquisa de Estado de São Paulo (FAPESP), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Secretaria do Ensino Médio e Tecnológico (SEMTEC), Secretaria de Estado da Educação de São Paulo (SEE/SP) e Universidade Estadual Paulista (UNESP) e Núcleos de Ensino da UNESP

As considerações anteriormente apresentadas não só justificam, mas, principalmente, exigem um trabalho de pesquisa sobre o uso do jogo em aulas de Matemática.

Este trabalho pretendeu investigar a eficiência das atividades com o jogo preparado para ser desenvolvido em grupos co-operativos, proporcionando aos alunos um processo de ensino e aprendizagem do conteúdo matemático, bem como de procedimentos e condutas, obedecendo às etapas do mecanismo genérico do desenvolvimento cognitivo, segundo a teoria de Jean Piaget. Buscou-se, desse modo, formar o conceito de Números Inteiros e incentivar o desenvolvimento de procedimentos, condutas e normas.

A questão central que norteou a pesquisa aqui apresentada foi:

O jogo Maluco por Inteiro, empregado em sala de aula, através de grupos co-operativos é adequado para a construção do conceito de Números Inteiros e suas operações e, ainda, para abordar os conteúdos: procedimentos, condutas e normas, tidos pelos PCN como indispensáveis para a convivência social e o exercício da cidadania?

Esta tese está organizada em oito Capítulos. Nos quatro primeiros, enfoca os fundamentos teóricos que embasam o jogo apresentado. No Capítulo I, as orientações oficiais para o sistema educacional do país, dando ênfase àquelas citadas pelos PCN (1998) como adequadas para o ensino e aprendizagem de Matemática. No Capítulo II, os grupos co-operativos; no Capítulo III, o papel dos jogos no processo educacional; no Capítulo IV, os aspectos da teoria de Jean Piaget que influenciaram a criação do jogo pesquisado. Somente no Capítulo V é apresentado o jogo denominado "Maluco por Inteiro", preparado para permitir ao aluno do Ensino Fundamental uma aprendizagem significativa dos Números Inteiros. O capítulo VI apresenta os procedimentos da pesquisa; no capítulo VII, são abordadas questões relativas às descrições e às análises das ações, bem como o tratamento dos dados e, no Capítulo VIII, estão as considerações finais.

CAPÍTULO I

Orientações oficiais para a educação nacional.

1. Aspectos dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

A educação básica tem por finalidade:

> *Desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores*. [...] *a educação escolar, além de acolher todas as crianças, garante uma dinâmica curricular que contemple mudar o caráter discriminatório do fazer pedagógico, a partir das necessidades dos alunos* (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Lei Federal n.º 9.394, de 1996).

O ensino fundamental, segundo a LDBEN 9394/96, visando à formação básica do cidadão, tem por objetivos:

1. *o desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo;*
2. *a compreensão do ambiente natural e social, do sistema político, da tecnologia, das artes e dos valores em que se fundamenta a sociedade;*
3. *o desenvolvimento da capacidade de aprendizagem, tendo em vista a aquisição de conhecimentos e habilidades e a formação de atitudes e valores;*
4. *fortalecimento dos vínculos da família, dos laços de solidariedade humana e de tolerância recíproca em que se assenta a vida social.*

A reforma na educação nacional apresentada pela LDB tem origem em análises da conjuntura mundial e brasileira, que revelou a necessidade da construção de uma educação básica voltada para a cidadania. A implantação da LDBEN 9394/96 visou, segundo os PCN (1998), dentre outros aspectos, corrigir alguns rumos indesejados que surgiram com a implementação da LDB 5692/71, por exemplo:

> *Com a ampliação do número de anos de escolaridade obrigatória, as portas da escola brasileira foram abertas para as camadas populares sem a devida preparação das mudanças que ocorreriam.* [...] *Muitas escolas, sem clareza de qual seria sua função, baixaram as expectativas dos objetivos a serem atingidos. Por prejulgar a clientela como 'fraca', os conteúdos foram simplificados, as metodologias preferenciais foram aquelas que poderia tornar tudo mais "fácil e simples" e na avaliação foram usados os mesmos referenciais e indicadores de outros tempos e de outras circunstâncias* (BRASIL, 1998 a, p.36).

Os PCN (1998), sem descartar a atividade construtiva do aluno, dão uma relevante importância aos conteúdos, tanto os específicos quanto os procedimentais e os atitudinais, e não só consideram indispensável o papel educativo do professor, como também o incumbe, junto aos demais segmentos da escola, de participar da formação social necessária aos cidadãos.

A mudança de Governo, que acaba de ocorrer, pode alterar, em muitos aspectos, os rumos da Educação Nacional. Porém, qualquer que seja esse rumo, alguns princípios deverão ser mantidos. A educação para a cidadania, por exemplo, deverá continuar sendo um dos aspectos fundamentais. Assim, parece adequado continuar com esse trabalho seguindo, com algumas restrições, as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Segundo César Coll (1998), um dos artífices da reforma educacional espanhola e consultor na construção dos Parâmetros Curriculares Brasileiros, as concepções que levaram à elaboração de projetos que enfatizavam conteúdos específicos, historicamente acumulados, fizeram com que ensino e aprendizagem fossem interpretados como transmissão e recepção de conteúdos específicos.

> *Nas propostas curriculares da reforma considera-se que os fatos e conceitos são somente um tipo de conteúdo e que juntamente com eles devem ser levados em consideração os outros tipos de conteúdos aos quais pertencem os procedimentos, as atitudes,os valores e as normas* (COLL, 1998, p.14).

Nessa perspectiva, o professor de Matemática torna-se o Educador Matemático e sua função se altera. Trabalhar apenas com o conteúdo matemático, conforme a visão de professores (e escolas) que atuam numa linha “mais tradicional”, não o faz mais aquele que "venceu o conteúdo".

De acordo com D'Ambrósio

> *A Matemática é uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com o seu imaginário, dentro de um contexto social* (D’AMBRÓSIO, 1997, p. 07).

Muitos professores de Matemática enfocam, em sala de aula, apenas os aspectos internalistas de sua disciplina. A busca freqüente por alternativas metodológicas inovadoras, de nada adiantará se o professor não transformar tanto o seu fazer pedagógico quanto o seu processo de avaliação da aprendizagem.

Embora Avaliação não seja objeto de estudo deste trabalho, ela é inseparável do processo de Ensino e Aprendizagem escolar. As considerações aqui efetuadas não se referem ao produto final do processo, mas sim de algo intrinsecamente ligado ao dia-a-dia de sala de aula, orientando professores e alunos para a análise, reflexão e correção de rumo das ações desencadeadas, visando, simultaneamente, os conteúdos citados pelos PCN (1998).

Assim, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais:

> *Os critérios de avaliação apontam as experiências educativas a que os alunos devem ter acesso e que são consideradas essenciais para o seu desenvolvimento e socialização. Nesse sentido, eles devem refletir de forma equilibrada os diferentes tipos de capacidades e as três dimensões do conteúdo (conceitos, procedimentos e atitudes), e servir para encaminhar a programação e as atividades de ensino e aprendizagem.* (BRASIL, 1998b, p. 80-81).

Na parte específica de Matemática, os PCN (1998) indicam:

[...] é preciso repensar certas idéias que predominam sobre o significado da avaliação em Matemática, ou seja, as que concebem como prioritário avaliar apenas se os alunos memorizam regras e esquemas, não verificando a compreensão dos conceitos, o desenvolvimento de atitudes e procedimentos e a criatividade nas soluções, que, por sua vez, se refletem nas possibilidades de enfrentar situações-problema e resolvê-las. Outra idéia dominante é a que atribui exclusivamente ao desempenho do aluno as causas das dificuldades nas avaliações. (BRASIL, 1998b, p. 54*).*

A avaliação em Matemática, como é destacada nos PCN (1998), deve contemplar duas dimensões: uma social e outra pedagógica. Na dimensão social a avaliação tem a função de informar o desenvolvimento das capacidades e competências exigidas socialmente, isto é, aquelas que auxiliam o aluno a inserir-se no mercado de trabalho e participar da vida sociocultural. Na dimensão pedagógica, a avaliação tem por meta informar os progressos de aprendizagem conseguidos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados e o domínio de certas estratégias para que seja possível ao professor realizar os ajustes necessários para consolidar a formação de conceitos matemáticos. São recomendadas, ainda, argüições orais e auto-avaliação.

A auto-avaliação e a avaliação, no grupo e pelo grupo, são aspectos importantes para despertar o compromisso de cada um e de todos com a escola, com a sociedade e com o próprio grupo. Esse compromisso é o fator que impulsiona a formação do cidadão social e politicamente situado.

O destaque dado à avaliação no grupo e pelo grupo aponta para a importância do trabalho em grupo em sala de aula.

Não se trata de agrupar alunos indiscriminadamente. A proposta aqui é a formação de grupos co-operativos, alicerçados e acordados em princípios éticos sem os quais é impossível formar o cidadão. O termo: ”co-operativos” aqui utilizado visa esclarecer e reforçar o significado da operação compartilhada conforme os diversos projetos desenvolvidos para o programa Pró-Ciências (Moraes e outros, 1998, 2000, 2001 e 2002).

Entende-se por grupos co-operativos aqueles cujos trabalhos produtivos são desenvolvidos simultânea e solidariamente por todos os componentes do grupo, todos compromissados com o desenvolvimento não só cognitivo, mas sobretudo com o aspecto social e político de cada um de seus elementos. Assim, deseja-se instalar um trabalho co-operativo, que desenvolva a necessidade de pensar e agir, buscando meios de enfrentar situações surgidas (ou colocadas) em sala de aula, levando em consideração os conteúdos: procedimentos, condutas (como parte do conteúdo "atitudes") e normas, preconizados pelos PCN (1998) e viabilizados, dentre outros aspectos, pelos jogos em grupos.

Assim, através de grupos co-operativos, é possível enfocar conteúdos específicos e, ainda, promover a aprendizagem dos outros conteúdos destacados pelos PCN (1998): os procedimentais e os atitudinais.

2. Conteúdos escolares.

Para a maior parte dos professores, como já foi citado, conteúdo de aprendizagem é apenas o conteúdo específico da disciplina que leciona. Qualquer tentativa de inclusão de outras atividades que visam à formação do cidadão é considerada por ele, bem como por alunos, pais de alunos e pela própria direção da escola como "um meio do professor matar aula".

Entretanto, para adequar os currículos à realidade e às necessidades atuais, diversos países, inclusive o Brasil, estão propondo mudanças no enfoque curricular.

2.1. Conteúdos específicos

Os conteúdos específicos ou conteúdos conceituais caracterizam o que era (e ainda é) conhecido como "Conteúdo". Seu papel primordial constituía-se em transmitir conhecimento historicamente acumulado. Vencer o conteúdo matemático, importante, sem dúvida, acrescido dos "procedimentos", era a única preocupação do professor de Matemática. Por procedimentos entendia-se o "como fazer" e não um conteúdo a ser desenvolvido e avaliado.

Entretanto, a nova visão de educação orientada pelos PCN (1998), ao introduzir os conteúdos procedimentais e atitudinais ao lado dos conteúdos específicos, altera significativamente a atuação do professor.

Os conteúdos conceituais devem promover a:

> *Construção ativa das capacidades intelectuais para operar com símbolos, idéias, imagens e representações que permitem organizar a realidade* (BRASIL, 1998a, p.74).

Os PCN (1998) não descartam a aprendizagem mnemônica, característica do primeiro momento de aprendizagem de conceitos, mas enfatiza que :

> *A memorização não deve ser entendida como processo mecânico, mas sim como recurso que torna o aluno capaz de representar informações de maneira genérica - memória significativa - para poder, mais tarde, relacioná-las com outros conteúdos* (BRASIL, 1998 a, p. 74).

Na aprendizagem de conceitos matemáticos, os alunos encontram as informações, notam regularidades, generalizam e particularizam, elaboram sínteses e análises que lhes permitam verificar se o conceito está sendo aprendido.

> *Aprender conceitos permite atribuir significados aos conteúdos aprendidos e relacioná-los com outros.*
>
> *Tal conteúdo está diretamente relacionado à Segunda categoria de conteúdos: a procedimental.* (BRASIL, 1998 a, p. 74).

2.2. Conteúdos procedimentais.

> *Os procedimentos expressam um saber fazer, que envolve tomar decisões e realizar uma série de ações, de forma ordenada e não aleatória, para atingir a uma meta* (BRASIL, 1998 a, p.75-76).

O conteúdo "procedimentos" não é desconhecido do professor. Ele envolve os aspectos já conhecidos no cotidiano escolar como: estratégias utilizadas para contar de maneira exata ou aproximada, utilização de calculadoras, utilização de materiais pedagógicos que exigem uma certa ordenação de ações. São os procedimentos que os professores conheciam com nomes diferentes como: hábitos, técnicas, algoritmos, habilidades, estratégia etc. A diferença está no enfoque. Até aqui tais ações existiam como suporte para a aprendizagem dos conteúdos específicos. Agora os procedimentos são objetos de aprendizagem.

Porém,

> *É preciso analisar os conteúdos referentes a procedimentos não do ponto de vista de uma aprendizagem mecânica, mas a partir do propósito fundamental da educação, que é fazer com que os alunos construam instrumentos para analisar e criticar, por si mesmos, os resultados que obtêm e os processos que colocam em ação para atingir as metas a que se propõem* (BRASIL,1998a p. 76).

Na Matemática, os procedimentos estão constantemente presentes. Um exemplo disso é o "procedimento de validação" ou de estimativa. O aluno, por seus próprios meios, pode ter uma idéia sobre um resultado obtido e julgá-lo:

> *[...] razoável ou absurdo, se o que utilizou é correto ou não, se o argumento de seu colega é consistente ou contraditório. Ao longo da escolaridade os alunos podem aprender a praticar ações cada vez mais complexas, com maior autonomia e maior grau de sociabilidade [...]. Através desse conteúdo pode-se tomar a prática como objeto de aprendizagem, o que contribui para o desenvolvimento da capacidade dos alunos a uma participação transformadora* (BRASIL, 1998 a, p. 77).

O trabalho com "procedimentos", ainda que de maneira incompleta, tem ocorrido em salas de aula. O mesmo não acontece com os conteúdos atitudinais. Os conteúdos "Valores" e “Atitudes” não foram abordados neste trabalho. A abordagem aqui se restringe ao conteúdo específico Números Inteiros, às normas ou regras tanto do jogo quanto aquelas oriundas dos trabalhos em grupos co-operativos e as condutas dos indivíduos em relação ao grupo.

Os jogos para formação de conceitos, em grupos co-operativos, são úteis para a abordagem de "procedimentos", tanto matemáticos, ao exercitar os conhecimentos adquiridos, quanto os exigidos no convívio social e grupal.

2.3. Conteúdos atitudinais.

Atitudes, valores e normas são chamados pelos PCN (1998) de conteúdos atitudinais. Assim, cada disciplina da grade curricular envolverá tanto os conteúdos específicos quanto os procedimentais e atitudinais.

> *É importante deixar claro que, na escolha dos conteúdos a serem trabalhados, é preciso considerá-los numa perspectiva mais ampla que leve em conta o papel, não somente dos conteúdos de natureza conceitual - que tem sido tradicionalmente predominantes - mas também dos de natureza procedimental e atitudinal" [...]* (BRASIL, 1998 a, p. 76).

Neste trabalho o conteúdo “atitudes” foi abordado parcialmente através das condutas. Essas serão encaradas como um conteúdo que favorece a formação de atitudes, a revisão de valores e o estabelecimento e cumprimento de normas socialmente aceitáveis.

Sobre atitudes existem diversos trabalhos desenvolvidos por participantes do grupo de Psicologia Cognitiva, coordenado pelas professoras Dra. Márcia Regina Ferreira de Brito e Dra. Lucila Dihel Tolaine Fini.

Sobre “atitudes” Gonçalez apresentou diversos trabalhos sobre. Dentre eles, a dissertação de mestrado: “Atitudes (des)favoráveis com relação à Matemática” (1995) e a tese de doutoramento: “Relação entre a família, o gênero, o desempenho, a confiança e as atitudes em relação à Matemática” (2000). Este último teve por objetivo investigar as atitudes de alunos do ensino fundamental e de seus pais em relação à Matemática e avaliar até que ponto essas atitudes influenciam o desempenho matemático dos alunos. Os resultados indicaram que os professores e a família devem buscar soluções conjuntas visando incentivar o aluno a participar das atividades matemáticas permitindo que todos, na classe e em casa, tenham as mesmas chances de participação, favorecendo o desenvolvimento de atitudes positivas o que, provavelmente, possibilitará sucesso na disciplina.

Em relação aos conteúdos atitudinais, os PCN (1998), destacam que jogos em grupos co-operativos podem desempenhar um papel importante para o desenvolvimento dos três tipos de conteúdo. Porém, outros métodos como, por exemplo, Resolução de Problemas, podem ser tão eficazes quanto os jogos.

Não se pode esquecer de que:

> *A escola é um contexto socializador, gerador de atitudes relativas ao conhecimento, ao professor, aos colegas, às disciplinas, às tarefas e à sociedade. A não compreensão de atitudes, valores e normas como conteúdos escolares faz com que estes sejam comunicados sobretudo de forma inadvertida - acabam por serem aprendidos sem que haja deliberação clara sobre esse ensinamento.*
>
> *Por isso, é indispensável que a equipe escolar adote uma posição crítica em relação aos valores que a escola transmite, explicita ou implicitamente, por meio de atitudes cotidianas* (BRASIL, 1998 a, p.77).

O ensino e a aprendizagem de condutas vão exigir da equipe escolar um posicionamento sobre o que e como se vai ensinar. Esse posicionamento estará, necessariamente, explicitado no "Projeto Pedagógico" de cada escola.

Segundo os PCN (1998):

> *[...] as atitudes são bastante complexas, pois envolvem tanto a cognição (conhecimentos e crenças) quanto os afetos (sentimentos e preferências) e as condutas (ações e declarações de intenções)* (BRASIL, 1998 a, p. 78).

Os PCN (1998), entretanto, não definem "atitudes". Assim, são colocadas aqui duas definições julgadas adequadas:

> *Reação ou maneira de ser em relação a determinadas pessoas, objetos, situações etc.* (HOLANDA, 1986).

Tendências ou disposições adquiridas e relativamente duradouras a avaliar de um modo determinado um objeto, pessoa, acontecimento ou situação e a atuar de acordo com essa avaliação (COLL, 1998, p.122).

O termo "conduta" significa:

Procedimento moral (bom ou mau); comportamento. (HOLANDA, 1986).

Já, no dicionário de Psicologia, encontra-se:

Termo usado principalmente na França. Certos clínicos lamentam que seu uso já não seja tão freqüente e que se prefira, a ele, como em inglês a palavra comportamento (behavior). A conduta foi inicialmente definida por P. Janet: 'o fato psicológico é a conduta do ser vivo, conduta exterior e não interior. É o conjunto dos movimentos, das ações, das palavras, de tudo o que ele pode fazer, que é exteriormente perceptível, que sai de seu organismo, que atinge os objetos exteriores'. Mas existem também condutas internas, como a 'conscientização' ou tomada de consciência, que é um aperfeiçoamento da conduta. Enquanto, no primeiro caso, nos defrontamos com uma psicologia objetiva comparável à do comportamento, no segundo caso adentramos à vida do espírito, ao domínio dos sentimentos; é assim que a crença, o amor, a linguagem são operações psicológicas pelas quais construímos nossa personalidade no convívio com o outro. Passamos das condutas corporais para as condutas sociais; essa mudança é o fruto do pensamento , que é uma maneira de preparar as ações resguardados os indiscretos. Mesmo não se sabendo bem em que ela consiste, a evolução da personalidade a testemunha. Para D. Lagache a conduta (ou comportamento) é o conjunto das operações materiais ou simbólicas pelas quais um organismo em condições tende a realizar suas possibilidades e a reduzir as tensões que ameaçam sua unidade e o motivam. A própria consciência não pode ser biologicamente compreendida senão como uma conduta ou uma qualidade de conduta. Nós não a atingimos senão em condutas e por meio delas. A redução física do comportamento desfiguraria a psicologia, pois a conduta é um emergente original. Seu 'sentido' é aquilo que constitui a integração de uma motivação; em geral, ele não é unívoco e não é senão parcialmente consciente. Por condutas, é preciso entender as que se exteriorizam em ação, mas também as *que são interiorizadas como fantasias ou sob a forma de relações intra-subjetivas entre as diversas tendências do aparelho psíquico.* (DORON e PAROT, 1998)

A inclusão de "atitudes", "valores" e "normas" como conteúdo escolar não significa uma maneira de controlar o comportamento dos alunos. A intenção é que a Escola possa estar intervindo de forma sistematizada e permanente na formação do cidadão.

O conteúdo "normas" deve orientar as condutas desejadas e definidas pelos grupos de trabalho.

No trabalho com normas, vem se destacando no cenário da Educação Matemática o Professor Doutor Roberto Ribeiro Baldino, da UNESP de Rio Claro, e seu grupo. O professor apresenta uma proposta de intervenção em sala de aula, denominada "Assimilação Solidária", que muda o conceito de mérito ao colocar valores que vão além daquele atribuído ao conteúdo específico, na qual um "Contrato de Trabalho" é indispensável.

> *O instrumento fundamental da Assimilação Solidária é um ´Contrato de Trabalho´, negociado entre professor e alunos que vincula a avaliação e o trabalho realizado em pequenos grupos em sala de aula* (SILVA 1997, p.14).

Entretanto, na opinião da pesquisadora, não é obrigatório o trabalho com "Assimilação Solidária" para que sejam estabelecidas normas a serem obedecidas nas salas de aula. Essas "normas" devem estabelecer ações e condutas adequadas para o bom andamento do processo de ensino e aprendizagem, visando atingir os objetivos desejados.

Num jogo, segundo Château (1987), as regras estipuladas e as normas são interessantes, pois colocam ordem nas ações e no pensamento, facilitando a criação de estratégias necessárias para se atingir os objetivos propostos. As normas vão objetivamente dirigir os procedimentos e subjetivamente, as atitudes.

Uma maneira de abordar os conteúdos atitudinais, indicada pelos PCN (1998) e que não descarta as considerações anteriores, é o trabalho com os Temas Transversais.

> *Os Temas Transversais formam um conjunto articulado. [...] Os valores e princípios que os orientam são os mesmos (os da cidadania e da ética democrática e as atitudes a serem desenvolvidas nos diferentes momentos e espaços escolares, ainda que para cada Tema Transversal possam ser caracterizadas atividades diferentes).* (BRASIL, 1998c, p 27).

Embora os temas transversais não sejam objeto de estudo deste trabalho, pode-se verificar em cada um deles, como no parágrafo seguinte, alguma indicação para o trabalho com os conteúdos atitudinais.

> *Cada ser humano posiciona-se diante de um conjunto de valores que não foram criados por ele isoladamente, mas no contexto das relações com outros seres humanos. É dentro do contexto social, dos grupos de que faz parte, que o indivíduo desenvolve suas potencialidades* (BRASIL, 1998c, p.51-52).

Ainda é necessário destacar que:

> *A conquista dos objetivos propostos para o ensino fundamental depende de uma política educativa que tenha como eixo a formação de um cidadão autônomo e participativo. Essa prática pressupõe que os alunos sejam sujeitos de seu processo de aprendizagem e que construam significados para o que aprendem, por meio de múltiplas e complexas interações com os objetos de conhecimento, tendo, para tanto, o professor como mediador. A interação dos alunos entre si é outro aspecto essencial nesse processo* (BRASIL, 1998a, p. 81).

A expressão "ser sujeito de seu próprio processo de aprendizagem" remeteu a pesquisadora para o construtivismo piagetiano e "a interação dos alunos entre si", aos grupos co-operativos.

CAPÍTULO II

GRUPOS CO-OPERATIVOS.

De acordo com os PCN, grupos operativos e grupos cooperativos têm o mesmo significado. Neste trabalho, os grupos em foco são chamados de "grupos co-operativos". Tais grupos são operativos (estão envolvidos com operação e/ou operatividade) e cooperativos (toda atividade é desenvolvida por todos em atitude cooperativa) simultaneamente. Mas não é só isso. Os grupos co-operativos desenvolvem, em sala de aula, um trabalho produtivo.

Conforme os PCN (Brasil, 1998b, p.31) trabalhos em grupos operativos ou cooperativos atendem, sobretudo, as seguintes considerações:

Como um incentivador da aprendizagem, o professor estimula a cooperação entre os alunos, tão importante quanto a própria interação adulto/criança. A confrontação daquilo que cada criança pensa com o que pensam seus colegas, seu professor. É uma forma de aprendizagem significativa, principalmente por pressupor a necessidade de formulação de argumentos (dizendo, descrevendo, expressando) e a de comprová-los (convencendo, questionando).

Além da interação entre professor e aluno, a interação entre alunos desempenha papel fundamental na formação das capacidades cognitivas e afetivas. Em geral, explora-se mais o aspecto afetivo dessas interações e menos sua potencialidade em termos de construção de conhecimento.

Trabalhar coletivamente, por sua vez, supõe uma série de aprendizagem, como:

- *saber explicitar o próprio pensamento e tentar compreender o pensamento do outro;*
- *discutir as dúvidas, assumir que as posições dos outros fazem sentido e persistir na tentativa de construir suas próprias idéias;*

- *incorporar soluções alternativas, reestruturar e ampliar a compreensão dos conceitos envolvidos nas situações e, desse modo, aprender.*

Essas aprendizagens só serão possíveis na medida em que o professor proporcionar um ambiente de trabalho que estimule o aluno a criar, comparar, discutir, rever, perguntar e ampliar idéias.

Grupos operativos são definidos por Pichon-Rivière (1998, p.126) como:

> *Um 'método da didática interdisciplinar'* com base na *pré-existência, em cada elemento do grupo, de um esquema referencial (conjunto de experiências, conhecimentos e afetos com os quais o indivíduo pensa e age) que adquire unidade [...]; essa didática interdisciplinar estabelece um esquema referencial operativo sustentado pelo denominador comum dos esquemas prévios* (dos integrantes do grupo)*. [...] As funções dos grupos operativos são: educar, despertar interesse, instruir e transmitir conhecimentos.*

Os grupos co-operativos têm as mesmas funções, porém ampliadas. Não basta educar, despertar interesse, instruir e transmitir conhecimentos. Os grupos co-operativos são adequados para desenvolver os conteúdos escolares, segundo a visão atual divulgada pelos PCN, ou seja, são adequados à construção de conteúdos matemáticos bem como para a aprendizagem de conteúdos procedimentais e atitudinais. Entretanto, nesses grupos, regras, ordens, princípios e proibições não são pré-determinados. São discutidos e formulados, com bases nos princípios éticos e morais, pelo grupo maior formado por professor e alunos. São essas regras e princípios gerados no coletivo que permitem a tomada de consciência dos direitos e deveres do cidadão crítico e atuante.

Grupos co-operativos são diferentes dos grupos de trabalho. No grupo co-operativo, todos os elementos estão empenhados na mesma questão e, nos grupos de trabalho, cada componente pode desempenhar tarefa própria cuja reunião fornece o "produto final", porém nenhum dos componentes tem idéia do todo antes da reunião das partes.

Os princípios gerais dos grupos co-operativos aqui enfocados convergem, em parte, com os grupos defendidos pela Proposta interventora "Assimilação Solidária" (Silva, 1997) ou seja:

- *O grupo fala mais alto que o indivíduo.*
- *Os interesses do grupo têm primazia sobre os interesses do indivíduo.*
- *A avaliação ocorre preferencialmente no processo, mas a avaliação final não é descartada.*
- *As decisões do "Grupão"*[1] *são soberanas.*
- *No grupão são decididas as normas para que seja possível desenvolver em sala de aula um trabalho produtivo*
- *As expressões "instrução", conseqüência do trabalho produtivo realizado pelo grupo, e "aquisição do conhecimento", podem ser trocadas por "construção do conhecimento" no grupo, pelo grupo e com a orientação e supervisão do professor.*

Segundo Pichon-Rivière (1998, p.127)

> *[...] Uma problemática dialética serve de enquadramento geral; tende a investigar tanto o contexto da operação como as contradições que surgem em sua intimidade. Esse trabalho é complementado pela formação de conceitos básicos e pela classificação sistemática do problema pertencente a um domínio particular do conhecimento ou ao conjunto deste. Assim, impede-se a configuração da situação dilemática, base dos estereótipos de conduta. Como principais emergentes aparecem a investigação de atitudes coletivas, de formas de reação mais ou menos fixas, da falta de plasticidade, dos preconceitos etc. O aprender a pensar constitui a atividade livre dos grupos, que não devem ser regidos pelas exclusões, mas, sim, pelas situações de complementaridade dialética (síntese). Isso implica estimular a formação de uma "espiral dialética"*[2].

---

[1] Conforme o autor, Grupão é o fórum composto por todos os alunos da classe e professor

[2] Para Pichon-Rivière, a espiral dialética é crescente e na forma de um cone invertido, Esta espiral lembra a espiral crescente e ilimitada presente na teoria de Jean Piaget abordada no próximo capítulo deste trabalho.

Nos grupos co-operativos propostos neste trabalho, não se tenta evitar dilemas. Dilemas ou conflitos serão encarados conforme Piaget. Uma vez constatados, serão debatidos e refletidos pelo grupo e são considerados como ponto de partida para uma aprendizagem significativa. É através dos dilemas ou contradições que emergem as condutas cooperativas. Quer os conflitos incidam nos conteúdos específicos, quer nas ideologias antagônicas dos elementos do grupo, certamente vão exigir a presença pedagógica do professor.

> *A análise das ideologias*[3] *é uma tarefa implícita na análise das atitudes e do esquema conceitual, referencial e operativo. [...] As ideologias são um fator fundamental na organização da vida. Podem se transmitir de pais e de professores para filhos e alunos por processos variados de identificação. [...] As ideologias não costumam formar um núcleo coerente, e até pelo contrário, via de regra coexistem várias delas de sinais contrários, que determinam diferentes graus de ambigüidade que se manifestam sob a forma de contradições. A análise sistêmica das contradições (análise dialética) constitui uma tarefa essencial no grupo. O grupo deve configurar um esquema conceitual, referencial e operativo de caráter dialético, no qual as principais contradições que se referem ao campo de trabalho devem ser resolvidas durante a própria tarefa do grupo. Todo ato de conhecimento enriquece o esquema conceitual, referencial e operativo que se realimenta e se mantém flexível ou plástico (não estereotipado). Esse aspecto é observado através de processos de ratificação de condutas ou de retificações de atitudes estereotipadas (ou distorcidas), mantidas em vigência como guardiãs de determinadas ideologias ou instituições.* (PICHON-RIVIÈRE, 1998, p.128).

Tudo o que foi dito no parágrafo anterior é válido também para os grupos co-operativos. Os grupos necessitam de um esquema de referência comum.

> *Ao funcionar de uma maneira mais ou menos inconsciente, tais ideologias constituem-se em barreiras que impedem a irrupção de soluções novas (soluções essas que aparecem sob a forma de emergentes com características*

[3] Op.cit. p.127 "Sistemas de idéias e conotações de que os homens dispõem para melhor orientar suas ações."

> *de descobertas ou invenções). Teoria e prática interagem-se em uma práxis concreta que adquire sua força operativa no próprio campo de trabalho, na forma de ganhos determinados que seguem uma espiral dialética. O esquema conceitual transforma-se, assim, no instrumento de trabalho de cada indivíduo em sua interação grupal orientada* (PICHON-RIVIÈRE, 1998, p.128).

Nos grupos co-operativos, o esquema conceitual transforma-se no próprio trabalho produtivo do grupo. A apropriação individual é realmente conseqüência de tal trabalho produtivo cooperativo.

> *Os indivíduos ou grupos expressam-se tanto na maneira de formular seus problemas como no próprio conteúdo do discurso. Podemos dizer que a comunicação é um contexto que inclui um mundo de sinais que todos aqueles que se intercomunicam sabem codificar e decodificar da mesma maneira. Assim também podemos definir o esquema conceitual, referencial e operativo em termos de comunicação e informação: ao analisar que esses processos de codificação e decodificação de sinais pertencem a esquemas referenciais individuais e dos grupos, através dos quais se torna possível, de acordo com o funcionamento e a estrutura desses esquemas, configurar situações de entendimento e mal-entendido. Em última instância, a comunicação grupal é possível pela existência de um esquema conceitual, referencial e operativo de caráter grupal. [...] No grupo, essa comunicação tende, naturalmente, a tomar o curso de uma espiral dialética que coincide (ou em todo caso é paralela) com o curso que segue a aprendizagem* (PICHON-RIVIÈRE, 1998, p.129).

Tais fatores podem indicar uma certa tendência de formar grupos homogêneos. De fato, acredita-se que para estudar, em grupos co-operativos, um conteúdo específico de Matemática, visando a "Progressão Continuada" em Matemática, dos elementos dos grupos, os grupos homogêneos são mais produtivos. Porém, ao se tratar dos conteúdos procedimentais e atitudinais, os grupos heterogêneos têm maior potencial.

As palavras de Pichon-Rivière a seguir, embora tenham sido escritas em alusão aos grupos operativos, podem referir-se, também, ao processo de ensino e aprendizagem. São, portanto, independentes de métodos ou formas de se agir em sala de aula. Sendo assim, são também importantes para os grupos co-operativos.

> *Ensinar e aprender sempre operam dentro do mesmo marco de trabalho. Formam uma estrutura funcional e só ao serem assim consideradas é que podem organizar e adquirir um caráter operativo e uma vigência que determinam a forma e função instrumental de uma estrutura dinâmica. O esquema referencial que serve de enquadramento e favorece a emergência de tal estrutura funcional inclui, entre outros elementos, também o esquema referencial da matéria que se está trabalhando em cada uma dessas unidades, e que contém algo que é desconhecido ou pouco conhecido para o grupo, até então* (PICHON-RIVIÈRE,1998, p. 130).

Tanto nos grupos operativos como nos co-operativos:

> *Devemos identificar, basicamente, o ato de ensinar e aprender como o ato de inquirir, indagar ou instigar, e caracterizar a unidade 'ensinar e aprender' como uma contínua e dialética experiência de aprendizagem em espiral, na qual, em um clima de plena interação, descobrem, ou redescobrem, aprendem e 'se ensinam'* (PICHON-RIVIÈRE,1998, p. 131).

Na interação do indivíduo com o grupo, surgem situações de trocas de experiências onde procedimentos são aprendidos, condutas são repensadas e muitas vezes alteradas pelas regras estabelecidas, guiadas por valores e ideologias.

Isso deve ser assegurado para se permitir a construção da cidadania, objetivo primeiro da educação nacional. Nesse sentido:

> *é necessária uma prática educacional voltada para a compreensão da realidade social e dos direitos e responsabilidades em relação à vida pessoal e coletiva e a afirmação do princípio na participação política* (BRASIL, 1998c, p.17).

Tal concepção de cidadania justifica e orienta a inclusão dos Temas Transversais na educação básica brasileira. Eles, ao lado dos trabalhos em grupos cooperativos, vão auxiliar a aprendizagem dos diversos conteúdos apontados pelos PCN (1998).

Os professores, no entanto, sentem dificuldade para dirigir os trabalhos em grupo. Geralmente agrupam os alunos e estes cumprem suas tarefas individualmente. Entretanto, *não basta mudar a disposição das carteiras em sala de aula* (D'AMBRÓSIO, 1997, p.104) para significar que a classe está trabalhando em grupo e, muito menos, em grupos co-operativos.

Na literatura sobre trabalhos em grupos cooperativos são destacadas aqui uma dissertação de mestrado ("Vicissitudes da aprendizagem em um Curso de Cálculo"[4]) e uma tese de doutorado ("Avaliação e Trabalho em Grupo em Assimilação Solidária: análise de uma intervenção"[5]). Tratam-se de trabalhos com bases na Assimilação Solidária, ambos orientados pelo Prof. Dr. Roberto Ribeiro Baldino, dando ênfase ao trabalho produtivo desenvolvido em grupos cooperativos, em sala de aula.

No trabalho de Cabral (1992) a pesquisa é realizada em sala de aula durante o desenvolvimento, pelo professor Roberto Ribeiro Baldino, da disciplina "Cálculo Diferencial e Integral I" para o Curso de Matemática.

A descrição cronológica dos fatos observados por Cabral, presentes em todo o Volume 1 (Volume Épsilon) mostra que não é fácil, nem para os alunos nem para o professor, enfrentar os primeiros dias de trabalhos em grupos cooperativos em sala de aula. Os alunos resistem, ora se negando a participar das discussões, ora debochando da situação instalada ou, ainda, fingindo que aceitam, já que entendem que disso depende sua aprovação na disciplina. Entretanto, à medida que o tempo passa, os alunos vão se descontraindo e participando, pois começam a desvendar os significados, tanto das trocas de idéias, quanto da própria Matemática.

[4] Dissertação de mestrado apresentada em 1992 pela prof.a Tânia Cristina Batista Cabral à Universidade Estadual Paulista - UNESP -Campos de Rio Claro.

[5] Tese de Doutorado apresentada em 1997 pela Proa. Maria Regina Gomes da Silva À Universidade Estadual Paulista UNESP - Campus de Rio Claro.

No Volume 2 (Volume Delta), depois de explicar sua pesquisa, a autora desenvolve os aspectos teóricos dos grupos cooperativos em sala de aula.

A tese de doutorado de Silva (1997) buscou possibilidades de instalar uma proposta alternativa para a aprendizagem de Matemática. A pesquisa foi desenvolvida na disciplina Cálculo I do Curso de Licenciatura em Matemática da UNESP, Campus de Bauru, durante o ano de 1995. É um trabalho também baseado nos aspectos da Assimilação Solidária, tendo como ponto central o Contrato de Trabalho, articulando-o com os trabalhos em grupos cooperativos e com a avaliação da aprendizagem. Silva (1997, p. 2-3) aborda aspectos político-pedagógicos inerentes às salas de aula e afirma que:

> *[...] a doutrina dos matemáticos reforça a concepção de que a Matemática é independente do contexto cultural. A questão, portanto, consiste em como desenvolver o conteúdo e a forma da educação matemática de tal modo que ela possa servir como um instrumento de democratização tanto na escola como na sociedade. O professor, na busca de um local de intervenção onde possa alterar as condições sócio-políticas vigentes, conta, seguramente, com a sala de aula.*

A proposta interventora apresentada, de acordo com preceitos da Assimilação Solidária, muda o conceito de mérito pois considera, ao lado do prêmio ao saber, o justo prêmio ao trabalho coletivo produzido em sala de aula.

Guardadas as devidas proporções, as dificuldades notadas no processo de ensino e aprendizagem de Cálculo no Ensino Superior, através de grupos cooperativos, são comparáveis àquelas verificadas em salas de aula do ensino básico, quando o assunto é “Matemática”. Os alunos tendem a resistir e a não encarar esse tipo de trabalho como sério. Na concepção discente, aula que é aula tem um professor que explica e diversos alunos, em atitude passiva, que ouvem e aprendem. Entretanto, sabe-se que, na maioria dos casos, isso não é verdade. Há alunos (e também professores) que podem até saber como se faz, para resolver determinado exercício, mas entre eles há os que não se preocupam com o significado do conceito que está sendo desenvolvido. Este fazer pedagógico assemelha-se a um treinamento matemático muito comum no ensino tradicional vigente.

Em seu trabalho, Briguenti (1998) apresenta uma proposta para o ensino da Trigonometria, desenvolvida através de atividades para serem trabalhadas em grupos[6], com alunos do Ensino Médio. Seguem-se afirmações de professores que participaram da pesquisa:

Para uma professora do curso noturno: ‘Trabalhando em grupo os alunos começam a se animar’; [...] ‘os alunos discutem os problemas e vão construindo idéias, por isso o interesse é maior”; [...] A troca de informações não se deteve apenas entre os elementos dos grupos. Os alunos ajudavam a sanar dúvidas de outros grupos; [...]. Ao trabalhar em equipe os alunos discutem, comparam resultados, refletem sobre erros cometidos.

> *Assim, de acordo com as professoras, o trabalho em equipe favoreceu o desenvolvimento do indivíduo. Essa maneira de trabalhar interferiu positivamente na aprendizagem dos alunos, pois eles se animaram ao procurar soluções para os problemas, discutiram sobre as idéias pertinentes, trocaram informações e se ajudaram mutuamente. (BRIGUENTI, 1998, p. 214)*

Os jogos formadores de conceitos, desenvolvidos através de grupos co-operativos, propiciam a discussão e reflexão sobre os significados das ações favorecendo a transferência para a teoria matemática tematizada.

Pressupõe-se que o jogo representa uma etapa no processo de ensino e aprendizagem. Assim, espera-se que o trabalho continuado, ao abandonar o jogo e passar para os estabelecimentos de morfismos e transformações, leve os grupos a construir, coletivamente, a teoria em foco com o rigor adequado ao nível de desenvolvimento cognitivo do aluno.

[6] Briguenti não destaca que o trabalho tenha sido desenvolvido em grupos co-operativos, porém a maneira de descrever a atuação dos grupos indica que eles o são.

OS JOGOS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Dentre as atividades possíveis para se trabalhar conceitos matemáticos em grupos co-operativos, os jogos merecem um destaque especial. Os PCN (1998) estimulam seu uso em sala de aula, pois eles podem se constituir em uma forma interessante e atrativa de propor e apresentar problemas. Essa atividade atraente e agradável pode favorecer a criatividade dos alunos na elaboração de estratégias para resolução de problemas e busca de suas soluções, pois os jogos podem propiciar simulações de situações-problema que exigem soluções rápidas. Assim, eles estimulam o planejamento e permitem que até erros sejam transformados em agentes de aprendizagem. Os jogos em grupos incentivam a argumentação e a organização do pensamento.

Os PCN (1998) referem-se às possibilidades abertas pelo uso de jogos no desenvolvimento de competência matemática e destacam que a participação do aluno em atividades desenvolvidas através de jogos de grupo representa conquistas, tanto cognitiva, quanto emocional e social.

O jogo é um agente sócio-cultural onde a Matemática está presente e é um exemplo de atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos.

> *Os jogos pedagógicos desenvolvidos em grupos representam uma atividade importante no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, favorecendo uma avaliação permanente. No decorrer do jogo, o professor atento pode perceber bloqueios e obstáculos enfrentados pelos alunos e, assim, atuar diretamente com o aluno no instante em que o problema é detectado.*

Ao utilizar-se do jogo, como uma estratégia capaz de auxiliar as avaliações durante o processo, o professor pode observar:

- a compreensão que se manifesta na facilidade para entender o processo do jogo assim como o autocontrole e o respeito a si próprio;
- a possibilidade de descrição que se traduz na capacidade de comunicar o procedimento seguido e da maneira de atuar;
- a estratégia utilizada que se consolida na capacidade de comparar com as previsões ou hipóteses.

Procedimentos, condutas e normas estão, em parte, presentes nos jogos didático-pedagógicos e conteúdos de Matemática estão presentes em jogos formadores de conceitos matemáticos. Assim, através de jogos, é possível desenvolver, simultaneamente, todos esses tipos de conteúdos.

Além disso, dentre as inúmeras possibilidades de trabalho em sala de aula, a literatura especializada tem assinalado os bons resultados em aprendizagem de Matemática que os jogos proporcionam aos alunos.

A revisão de literatura sobre os jogos, em sala de aula, encontra-se amplamente divulgada nos trabalhos de Brenelli (1993 e 1995) e de Grando (2000).

Brenelli, (1996) fundamenta-se na teoria epistemológica de Jean Piaget. Sua investigação teve como alvo a construção das estruturas do pensamento operatório e da aritmética elementar por crianças com dificuldades de aprendizagem. Seu trabalho indica maneiras de realizar intervenção pedagógica, por meio de jogos, que despertam o interesse e desafiam o raciocínio das crianças, partindo da ação sobre os objetos para chegar à abstração lógico-matemática. A autora analisa teoricamente os processos cognitivos de equilibração, de tomada de consciência, de operação e de compreensão e de abstração reflexiva, todos responsáveis pela construção do conhecimento decorrente de conflitos cognitivos que se originam na atividade lúdica. O trabalho, dirigido a professores das primeiras séries do Ensino Fundamental, apresenta inúmeras possibilidades de uso dos jogos "Cilada", uma espécie de quebra cabeça constituído por 24 peças com três tipos de perfuração e dois formatos, que se encaixam numa matriz, e "Quilles", um jogo tido como precursor do "Boliche", pois é constituído por pinos colocados sobre um tabuleiro e uma bola na extremidade de um pêndulo, cujo oscilar provoca a queda dos pinos. Com esse jogo podem ser trabalhadas as quatro operações com os Números Naturais.

Embora Brenelli (1996), numa perspectiva piagetiana, dirija-se a professores de 3ª série, os jogos apresentados, bem como suas análises, são perfeitamente adequados para alguns alunos das séries posteriores do Ensino Fundamental, pois professores de Matemática têm constatado que existem alunos de sétima série que não conseguem sequer efetuar a operação de adição com os Números Naturais.

> *Brenelli (1993) verificou a influência de atividades realizadas com jogos de regras: Cilada e Quilles no desenvolvimento operatório dos sujeitos e na compreensão de noções de aritmética elementar. Os sujeitos foram 24 alunos entre 8 e 11 anos do ensino fundamental.*

Para avaliar o desempenho dos sujeitos nessas situações, foram utilizadas provas para diagnóstico do comportamento operatório e de conhecimento aritmético

> *Num período de dois meses, os sujeitos do grupo experimental participaram de situações lúdicas que caracterizaram a intervenção pedagógica. Nas situações- problema engendradas pelo jogo, o raciocínio desses sujeitos foi desafiado, desencadeando os mecanismos de regulações compensatórias e, conseqüentemente, novos procedimentos. Tais mecanismos, segundo a autora, intervêm no processo de "equilibração majorante", responsável pela construção das estruturas mentais que possibilitam ao ser humano conhecer e aprender.*

Brenelli concluiu que crianças de 9 a 11 anos cursando a 3ª série do primeiro grau (hoje Ensino Fundamental), apresentaram progressos no desempenho das provas operatórias e de conhecimento aritmético quando participam de um processo de intervenção pedagógica com os jogos de regras: Cilada e Quilles. Foi mostrado um progresso significativo do grupo experimental quando comparado ao grupo de controle. Segundo a autora, a utilização dos jogos de regras, Cilada e Quilles, teve êxito porque proporcionou às crianças um “espaço para pensar”. As experiências vivenciadas pelas crianças durante o desenvolvimento dos jogos foram também propícias ao desenvolvimento da autoconfiança.

> *Grando (1995) investiga a importância do jogo no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Em sua análise bibliográfica destacou o papel do jogo em diversas abordagens como: psicopedagógica, social, cultural e filosófica, buscando destacar seu valor metodológico. Analisou as diversas concepções de jogo destacando suas características. O valor pedagógico do jogo como gerador de situações-problema e desencadeador da aprendizagem do aluno, no contexto da Educação Matemática, foi amplamente analisado.*

De acordo com a autora (1995, p.102):

> O dinamismo e as relações estabelecidas pela estrutura do jogo se assemelham às determinadas pela construção matemática. Desta forma, quando o aluno vivencia, através do jogo, tal estrutura, compreende com mais facilidade a estrutura matemática.

Grando (2000) pesquisou no ambiente de sala de aula buscando compreender os aspectos cognitivos envolvidos na utilização dos jogos na aprendizagem Matemática. Foram investigados os processos desencadeados na construção e/ou resgate de conceitos e habilidades matemáticas a partir da intervenção pedagógica com jogos de regras. Os sujeitos da pesquisa foram alunos da 6ª série do Ensino Fundamental. Foram realizadas atividades de intervenção pedagógica com dois jogos matemáticos (Contig 60® e NIM). Segundo a autora os resultados obtidos em sua pesquisa mostraram o processo desencadeado na construção dos procedimentos e conceitos matemáticos, pelos sujeitos, em situações de jogo.

Conforme a autora, a análise dos resultados das aplicações do jogo de regras Contig 60® mostrou que os cálculos mentais foram sendo construídos, a partir da resolução dos problemas de jogo, nas situações de previsões de jogadas, na resolução de problemas escritos, na argumentação necessária para o acordo entre parceiros etc. Foi possível um trabalho com os conteúdos matemáticos: propriedades aritméticas, fatorações, pirâmide do número e cálculo mental em diferentes situações.

Na situação de intervenção com o jogo Nim, foram identificados vários conceitos trabalhados anteriormente no jogo Contig 60®, envolvendo cálculos mentais, divisibilidade, propriedades aritméticas, multiplicidade e a idéia de divisão. O registro do jogo efetuado pelos sujeitos representou um ponto forte do processo em relação aos conceitos fundamentais visados.

Os resultados obtidos e a análise processada indicaram que é possível o uso de jogos, como recurso pedagógico, em aulas de Matemática. O jogo mostrou ser um instrumento eficaz para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Kamii, C. e Declark, G. (1986), na perspectiva piagetiana, fizeram uma avaliação crítica do ensino de Matemática nas primeiras séries do Ensino Fundamental. Em seu livro, apresentam diversos jogos em grupo e exploram situações do cotidiano em sala de aula.

Segundo as autoras, a finalidade metodológica básica é:

> *incentivar as crianças a pensarem com suas próprias cabeças (ao invés de recitar respostas 'certas'), e procurar engajá-las em atividades que as motivem* (Kamii e Declark 1986, p.222).

Kamii e Declark apresentam jogos para crianças de pré-escola ou das primeiras séries do Ensino Fundamental. Para auxiliar o professor na aplicação dos jogos, sugere uma seqüência de procedimentos, tanto para a introdução dos jogos, em sala de aula, como para que o professor participe, jogando com as crianças.

Para Château (1987), o jogo enquanto brincadeira é uma característica das espécies animais mais evoluídas. Desde os primeiros dias de vida até a fase adulta, o homem joga. Joga ao sonhar, joga ao trabalhar. Château acredita que a finalidade do jogo deve ser buscada na afirmação do "eu".

Château fala também da importância da regra e da ordem necessárias para o desenvolvimento de um jogo. Sobre isso, o autor afirma que valores, a moral, as atitudes e os procedimentos estão presentes nos jogos pois são, embora parcialmente, conseqüências das regras que os normatizam.

Outro aspecto que Château cita é a simpatia que as crianças demonstram tanto pelos números quanto pelas formas geométricas. Numa situação de jogo, mesmo que não se tenha como objetivo aprender Matemática, as contagens e as comparações são indispensáveis. A ação de ordenar é também comum às situações de jogo.

Segundo Château:

> *O jogo dá origem a inúmeras atividades superiores, senão todas, arte, ciência, trabalho etc. Ele constitui, portanto, como um vestíbulo natural dessas atividades; é por seu intermédio que a criança pode chegar a elas. Sabe-se assim que se pode buscar no jogo um meio de Educação* (CHÂTEAU, 1997, p. 97).

Château destaca o papel pedagógico do jogo. Entretanto, alguns cuidados devem ser tomados, pois: *Se não se vê no jogo um encaminhamento para o trabalho, arrisca-se a reduzi-lo a um simples divertimento e a rebaixar ao mesmo tempo a educação e a criança* (CHÂTEAU, 1997, p. 124).

Os jogos em grupo, que propõem uma tarefa, além de preparar a criança para o trabalho, são socializadores, pois colocam a criança em contato com outras e a habitua a considerar pontos de vista diferentes do seu. Assim é possível substituir algumas atividades escolares, principalmente aquelas tidas como "penosas", como é o caso das operações com Números Inteiros, por jogos apropriados, pois, de acordo com Château (1997, p. 128): *é preciso apresentar à criança obstáculos a transpor . Assim o esforço não é doloroso.*

Macedo (1997), apoiado na teoria de Jean Piaget, sugere atividades e analisa do ponto de vista psicopedagógico, três tipos de jogos: "Quatro Cores", "Senha" e "Dominó". O autor apresenta e discute várias modalidades para cada um dos jogos citados. O autor (p.127-143) discorre, também, sobre a importância dos jogos na escola, distinguindo e comentando sobre três tipos de jogo: os jogos de exercício, os jogos simbólicos e os jogos de regra.

Segundo Macedo (1997), a característica dos jogos de exercício é favorecer a assimilação funcional. São esses jogos que dão base para o "como fazer". Já os jogos simbólicos são caracterizados pela assimilação deformante. Deformante porque, nessa situação, a realidade é assimilada por analogia, ou seja, os significados que a criança atribui aos conteúdos de suas ações, quando joga, são deformações dos significados correspondentes aos da vida social e/ou física. Esses jogos dão base à indagação. Já nos jogos de regra, estão presentes as duas características dos tipos de jogos anteriormente citados. As regras indicam o "como fazer". De acordo com o autor, neste tipo de jogo, modificar a maneira de fazer é transgredir as regras. Esses jogos, os de regra, a exemplo dos simbólicos, apresentam as convenções, ou seja, as regras fazem parte do jogo e os jogadores devem aceitá-las.

Todos os autores citados neste Capítulo defendem o uso do jogo, principalmente do jogo em grupos, como um meio de desenvolver a capacidade da criança pensar. Não há como discordar deles, pois se por um lado os trabalhos em grupo promovem a comunicação entre os elementos, por outro, as situações do jogo promovem a reflexão e a descontração. Mesmo as crianças mais tímidas, em situação de jogo, acabam por defender seus pontos de vista. Isto foi notado pela pesquisadora enquanto supervisionava estágios de alunos do curso de Matemática da UNESP, Bauru, em uma biblioteca municipal situada num bairro de periferia da mesma cidade. Nessa ocasião três fatos puderam ser destacados:

No primeiro, uma menina de aproximadamente 10 anos, portadora de uma deficiência visual que a obrigava a usar óculos de grau elevado e, por isso, de grande espessura deformando seus olhos, não conseguia participar com as outras crianças das brincadeiras, nem das sessões de estudo; permanecia sozinha. Geralmente lia algum livro ou simplesmente observava as ações das outras crianças. Quando as alunas do Curso de Licenciatura em Matemática da UNESP/Bauru, estagiárias que participavam do projeto, começaram a apresentar alguns jogos adaptados para a situação educacional, fora da sala de aula, perceberam a solidão da menina e convidaram-na para participar das atividades. Inicialmente ele recusou e ficou, como sempre, observando de longe o desenvolvimento dos jogos. Depois de algumas sessões, quando as estagiárias insistiram para que ela se incluísse nas atividades, ela aceitou. De início, participou calada, mas participou. Alguns dias depois, numa situação de conflito, a menina discutia com o grupo, colocando suas idéias e "brigando" por elas. A partir desta data, a menina não deixou mais de tomar parte das ações desenvolvidas na biblioteca, pois havia conquistado a aceitação e o respeito dos outros participantes.

No segundo caso, outra menina não sabia somar, nem ao menos quando a soma envolvia apenas duas parcelas como 5 + 4. Ela tentava contar nos dedos, porém segurava o primeiro dedo (como se este representasse o zero) e só quando passava para o segundo, dizia "um". Dessa maneira, para ela, a soma de cinco com quatro era oito. Um dia, essa garota participava de um jogo denominado "Corrida de cavalos"[7], jogo esse formado por uma pista oval com várias raias, todas divididas em casas numeradas e sobre as casas, uma expressão algébrica envolvendo a variável "x" (valor esse determinado pelo número obtido no lançamento de dado comum. Substituindo o valor de x na expressão e fazendo os cálculos, obtém-se o número de casas pelas quais o jogador deve se mover. Algumas expressões são preparadas para que seja possível ao jogador obter um

[7] Joaquin Gimenez, Universidade de Badalona, Espanha. Um dos jogos trazidos por ele quando esteve em Bauru. Faz parte do acervo do Laboratório-oficina para o ensino de Matemática da Faculdade de Ciências da UNESP/Bauru.

resultado negativo, o que o obriga a fazer o percurso em sentido inverso). As estagiárias estavam ansiosas para ver como a menina faria para jogar, pois o jogo envolvia as quatro operações: adição, subtração, multiplicação e divisão. Não houve aí um problema de contagem, pois a casa ocupada pelo pino era o ponto de partida, a casa número 1 era a seguinte. Aconteceu que, por três vezes, a menina que ocupava a casa, cuja expressão algébrica era 15 - 3x, ao jogar o dado, obteve o valor 6. Ela movia seu pino 15 casas para frente e depois voltava 6, mais 6 e mais 6 (por sugestão das estagiárias). Depois foi solicitado que ela contasse, não nos dedos mas nos dados (três dados com a face 6 voltada para cima) qual era o resultado de 3 x 6. Nos dados, ela não partia da primeira marca para começar a contar na segunda. Contou corretamente: 18. Nesse ponto uma das estagiárias perguntou-lhe: É possível mover seu pino de uma vez ao invés de mover 15 casas à frente e dezoito para trás? Rapidamente ela respondeu: É. Basta voltar três casas...

No terceiro caso, um menino de uns 12 anos, passou pela biblioteca para procurar parceiros para um jogo de futebol. Como os amigos ainda não haviam chegado, resolveu participar dos jogos matemáticos. Quando os outros meninos chegaram apressados e o chamaram para o futebol, houve o seguinte diálogo:

- Espera um pouquinho. Agora estou "jogando Matemática".
- Mas você odeia a Matemática...
- Sim. Mas dessa Matemática eu gosto.

Esses três fatos, dentre outros, intrigaram as estagiárias. Que tipo de magia apresenta um jogo?

Uma menina não aceita pelo grupo, repentinamente começa quase a liderar o grupo. Outra, que não sabia contar, percebeu pelo jogo que o resultado -3 significava, pelo menos naquele momento, inverter o sentido do movimento. E o garoto preferiu o jogo de tabuleiro ao seu futebol...

Aprender a pensar, a discutir, a expor seu ponto de vista, a compará-lo com outros, a refletir, a transpor idéias...

Estarão as escolas permitindo que os alunos ajam assim? É desejável que as escolas o permitam?

As respostas a essas questões podem influenciar e provocar mudanças no fazer pedagógico dos professores, seja na direção dos jogos ou não.

A inclusão do jogo, neste trabalho, não prevê o desenvolvimento de estratégias eficazes para fazer do indivíduo um vencedor (o competidor que venceu seu companheiro). Trata-se de estabelecer estratégias de vencer com o companheiro os desafios encontrados e não vê-lo “como adversário”, como aquele que está “contra ele”.

Existem muitos jogos criados para a construção ou para a aplicação de conceitos matemáticos. O Prof. Dr. Joaquin Gimenez, da Universidade de Badalona, Espanha, em sua estada no Brasil, trouxe muitos deles (que foram utilizados na experiência nas bibliotecas ramais[8] de Bauru), elaborados por ele e por sua equipe, baseados em sua larga experiência na Didática da Matemática. Alguns desses jogos, traduzidos e/ou adaptados pela autora desta tese, encontram-se no Laboratório-oficina para o ensino e aprendizagem de Matemática da UNESP/Bauru.

Vale ainda citar que os jogos formadores de conceito não devem encerrar-se em si mesmos. Algumas atividades que permitam a transferência das abstrações empíricas ocorridas e sua conseqüente transformação em abstração reflexiva, segundo Jean Piaget, precisam ser criadas e trabalhadas.

[8] Em Bauru existe uma biblioteca central e outras ligadas à central, espalhadas por bairros da periferia, que recebem diariamente muitas crianças. Essas bibliotecas são chamadas de “bibliotecas ramais”. Os bairros periféricos não contemplados por esse benefício, recebem periodicamente a visita de um ônibus adaptado denominado “Biblio-ônibus”.

Jean Piaget e a Construção do Conhecimento.

1. Piaget e a aprendizagem.

Se, por um lado, os PCN (1998) indicam que os alunos devem ser sujeitos de seu próprio conhecimento e, por outro, Piaget explica como isto pode ocorrer, nada mais propício que, nesse momento, seja feita uma explanação sobre alguns aspectos da teoria piagetiana.

Como assinala Flavell (1975), a obra de Piaget merece o reconhecimento de estudiosos, dado o alcance e extensão de seus trabalhos, seja em relação à área de desenvolvimento cognitivo, como também, em relação a estudos sobre pensamento, linguagem e julgamento moral. Dentre outras contribuições importantes para o trabalho docente, apresenta esclarecimentos sobre os processos e mecanismos de acesso ao conhecimento e sobre os processos de desenvolvimento cognitivo do ser humano.

Piaget e seguidores mostraram que a gênese de todo conhecimento está na ação do sujeito cognoscente. Segundo Piaget, o sujeito é essencialmente ativo no processo de acesso ao saber e está continuamente respondendo a desafios do meio. Piaget mostrou que o ser humano está constantemente envolvido na construção de conhecimentos por meio de mecanismos de assimilação e acomodação.

Para Piaget, a aprendizagem só ocorre diante de um desequilíbrio ou conflito cognitivo. O conflito acontece no processo de assimilação e acomodação de novos fatos ou conhecimentos que entram em choque com conhecimentos incompletos ou errôneos, anteriormente adquiridos, ou posteriormente, quando os dois conhecimentos são casual ou propositadamente, confrontados.

Assimilação e acomodação são processos invariantes.

> *Assimilação refere-se ao fato de que todo encontro cognitivo com um objeto ambiental envolve necessariamente algum tipo de estruturação (ou reestruturação) cognitiva daquele objeto, de acordo com a natureza da organização intelectual existente no organismo. Assim, a assimilação é o próprio funcionamento do sistema do qual a organização é um aspecto estrutural. Toda ação inteligente, não importa quão rudimentar e concreta ela seja, pressupõe uma interpretação de alguma coisa da realidade externa, isto é, uma assimilação deste algo a algum tipo de sistema de significado existente na organização cognitiva do indivíduo.* (FLANELL, 1975, p.48)

Assim, a assimilação é o processo pelo qual o sujeito interpreta a informação que provém do meio em função dos seus esquemas ou estruturas conceituais disponíveis. Porém, se existisse somente a assimilação, nossos conhecimentos nos conduziriam a contínuos equívocos. A acomodação é o processo complementar. Graças a ela os conceitos e idéias assimilados se adaptam às características do mundo.

> *A acomodação é o processo de adaptação às exigências variadas que o mundo dos objetos impõe às pessoas.*
>
> *Embora seja necessário descrever assimilação e acomodação como entidades separadas e em seqüência, elas deveriam ser consideradas simultâneas e indissolúveis na maneira como operam uma cognição real.* (FLANELL, 1975, p.49)

A acomodação não só explica a tendência em se adequar conhecimentos à realidade, mas também explica a troca desses sistemas, quando a adequação não ocorre. Se os esquemas são insuficientes para assimilar uma situação determinada, provavelmente alguns deles serão modificados para que possam adaptar-se às características da situação vigente.

A aquisição de novos conceitos por modificação de outros anteriormente adquiridos é um exemplo de acomodação. A acomodação supõe uma modificação dos esquemas prévios em função da informação que está sendo assimilada pela ação do sujeito. Uma nova assimilação ou re-interpretação dos dados ou conhecimentos anteriores em função dos novos conhecimentos adquiridos também ocorre, podendo modificar toda a estrutura conceitual precedente. Um conhecimento novo adquirido pode ser incompatível com os preexistentes e permanecer isolado, mas pode também se juntar a eles obrigando reorganizações das estruturas cognitivas

O progresso das estruturas cognitivas se baseia numa tendência a um equilíbrio crescente entre assimilação e acomodação. Quanto maior for o equilíbrio menor será a chance de erros e de fracassos. Porém, vale lembrar que somente do desequilíbrio entre esses dois processos é que surge a aprendizagem e a evolução cognitiva.

Uma vez que se acredita que o conhecimento implica sempre em uma construção gradual, comprometida com as estruturas lógico-matemáticas do sujeito, que tem apoio nas ações, estes deveriam ser os aspectos fundamentais a serem considerados na escola, especificamente com relação à Educação Matemática. Entretanto, a transmissão tem sido valorizada na perspectiva não construtivista na qual se supõe que é possível transmitir também o conhecimento lógico-matemático, por meio de explicações e de apresentação, para os alunos, do raciocínio do professor.

Nas crianças pequenas, conforme Piaget e colaboradores, a ação sobre os objetos é imprescindível para a construção de noções básicas para a ciência como a de conservação, o conceito de número, a aprendizagem das operações aritméticas, não podendo reduzir o ensino destas apenas ao plano da linguagem. Os adultos erram quando acreditam que as crianças aprenderam os números, por exemplo, apenas porque elas são capazes de recitar uma seqüência numérica.

Ao longo de sua vida, Piaget elaborou vários modelos do funcionamento desse processo de equilibração. Um deles, de acordo com Pozo (1994, p.181), sustenta que o equilíbrio entre assimilação e acomodação se produz (e se rompe) em três níveis de complexidade crescente:

1. *No primeiro nível os esquemas do sujeito devem estar em equilíbrio com os objetos que assimilam.*

2. *No segundo nível tem de existir um equilíbrio entre os diversos esquemas do sujeito que devem assimilar-se e acomodar-se reciprocamente. Caso contrário se produz um conflito cognitivo ou desequilíbrio entre os dois esquemas.*
3. *No nível superior do equilíbrio ocorre a integração hierárquica de esquemas previamente diferenciados. Por exemplo, quando o sujeito adquire o conceito de força, deve relacioná-lo com outros conceitos que já possui (massa, movimento, energia), integrando-o em uma nova estrutura de conceitos. Nesse caso, a acomodação de um esquema produz mudanças nos demais esquemas assimiladores. Se isto não ocorrer, serão produzidos contínuos desequilíbrios ou conflitos entre esses esquemas.*

Estes três níveis estão hierarquicamente integrados. Um desequilíbrio no terceiro nível acabará produzindo conflitos no segundo (contradições entre afirmações sucessivas do sujeito) e no primeiro (predições errôneas). Nos três casos, os desequilíbrios mostram a insuficiência dos esquemas disponíveis para assimilar a informação apresentada e a necessidade de acomodar esses esquemas para recuperar o equilíbrio.

Existem dois tipos de respostas às perturbações ou estados de desequilíbrio. As respostas não adaptativas consistem na não tomada de consciência do conflito existente. Como o sujeito não percebe o conflito, nada faz para modificar seus esquemas. Por não produzir acomodação não ocorre aprendizagem e não o ajuda a superar o conflito entre seus esquemas e os objetos assimilados.

As respostas adaptativas são aquelas em que o sujeito tem consciência da perturbação e tenta resolvê-la.

As formas de um indivíduo receber um conhecimento novo ou as respostas adaptativas ao desequilíbrio, podem ser de três tipos (Piaget, 1977, p. 87-93):

- *Esse conhecimento permanece isolado sem integração às estruturas pré-existentes. (resposta tipo α),*
- *O novo conhecimento é imbricado em estruturas pré-existentes sem, entretanto, modificá-las (Resposta tipo β),*

- *O novo conhecimento modifica as estruturas pré-existentes. (Resposta tipo γ).*

Segundo Piaget, estas respostas possuem uma eficácia crescente, de forma que as respostas γ dão lugar a uma profunda reestruturação dos conhecimentos. Com isso, permitem o acesso a níveis superiores de equilíbrio.

Esses três tipos de respostas estão diretamente ligados aos processos de correspondências e, mais tarde, de transformações que ocorrerão durante a construção do conhecimento.

2. Correspondências, morfismos e transformações.

As buscas de Piaget (1982) para desvendar o desenvolvimento das funções elementares que provocam a formação das operações, levaram-no a estudar as correspondências. Piaget percebeu a existência de uma dualidade entre as correspondências elementares (que nada transformam e se limitam a relacionar ou comparar) e as operações entendidas como transformações. O problema essencial a ser tratado era o das relações entre as correspondências e as transformações e seus diferentes níveis de formação e desenvolvimento.

As interações progressivas entre as correspondências e as transformações começam como simples ações transformantes e desembocam em operações cada vez mais estruturadas. A evolução que leva das correspondências elementares, (geralmente incompletas) entre dados observáveis, aos morfismos não é exclusivamente devida às correspondências, pois também depende de sua progressiva coordenação com as transformações.

Piaget utilizou o termo "correspondência" num sentido amplo, abarcando, de um lado, todas as formas de aplicações e de morfismos e, de outro, as formas elementares e incompletas. Mesmo que se tome este termo num sentido muito geral, não quer dizer que uma relação por si só constitua uma correspondência. A correspondência exige uma intenção de praticar uma ação, mas não exige abstração reflexiva nem conceitualização. As correspondências surgem com a aplicação de esquemas sensório-motores a novos objetos ou situações.

Morfismos são aplicações que conservam a estrutura dos sistemas comparados entre si. São correspondências que se referem não somente aos objetos ou às suas propriedades, mas também, às relações que os unem.

Piaget procurou a origem das correspondências no processo psicológico da assimilação, em ação desde os primeiros níveis sensório-motores. Por exemplo:

> *Quando a criança golpeia um objeto pendente para que se balance como conseguiu fazê-lo em casos análogos, ela põe em correspondência a nova situação com as precedentes e reproduz os mesmos movimentos, dando origem a um esquema de ação* (PIAGET, 1982, p.12).

Piaget também sentiu a necessidade de situar a fonte das transformações na coordenação desses esquemas de assimilação. Por exemplo:

> *Quando a criança retira uma manta que cobre um objeto desejado é exigida uma coordenação assegurada pela assimilação recíproca dos esquemas 'agir e colher os resultados', reunidos num esquema total tanto diferenciado quanto integrado* (PIAGET, 1982. p.12).

Essas assimilações simples, recíprocas e simplesmente funcionais, são chamadas de "coordenadores" que: *são imanentes aos processos da ação assimilatória e não são pré-existentes como fatores pré-formados* (PIAGET, 1982, p.12).

Segundo Piaget (1982), são nove os tipos de coordenadores, repartidos em três trios.

> *O primeiro trio caracteriza a formação de esquemas*[9]*. Esse trio é formado por: repetição, identificação e substituição.*
>
> *O trio seguinte caracteriza a forma lógica do esquema. É ele que estabelece relações de "semelhança ou diferença" (limitando-se a elas), de "reunião" e de "sucessão" (série ordenada de partes de uma mesma ação ou de objetos alinhados).*
>
> *O próximo trio é referente à forma infra-lógica*[10]*. Esse trio é formado por "direção", "posições momentâneas" e "deslocamentos", (enquanto simples troca de posição, sem consideração métrica ou de outra classe).*

---

[9] Uma ação isolada não constitui um esquema. Para que um esquema seja constituído é indispensável a repetição da ação sobre o objeto ou sobre outros análogos.

O último termo de cada trio (a substituição, a sucessão e o deslocamento) são coordenadores de troca. Os dois primeiros de cada caso garantem as diferenciações e as integrações. Tais coordenadores só estão ligados ao funcionamento dos esquemas de assimilação e não a fatores previamente estruturados; eles constituem a fonte comum das correspondências e transformações.

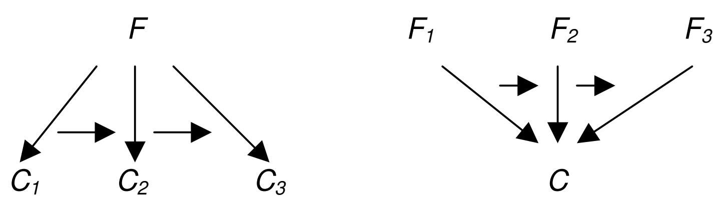
A origem das correspondências é a aplicação dos coordenadores aos objetos. A interiorização das ações se dá quando essas se coordenam através de composição endógena (assimilação recíproca de novas totalidades, em oposição a assimilação dos objetos). É esta composição de coordenadores, através de uma atividade interna, que constitui a fonte das transformações.

Correspondências e transformações são encontradas em todos os níveis. Porém, é necessário completar a terminologia adotada mencionando os critérios que servem para distingui-las. São destacados sete critérios (Piaget, 1992, p.14):

1. As transformações alteram as situações e as correspondências se limitam a relacioná-las estaticamente, comparando-as sem modificá-las.

2. As transformações modificam materialmente os objetos (ou formas) ou logicamente os conteúdos aos quais se referem, enquanto que as correspondências se submetem a estes e se caracterizam por aplicar as mesmas formas (F) a novos conteúdos (C).

(figura de Gil Henriques)



Correspondências (Morfismos) *Transformações*

[10] infra-lógico: o relativo às proximidades ou ao contínuo do esquema, em oposição às semelhanças entre objetos discretos.

3. *As transformações criam formas novas e impõem os conteúdos. A nível operatório, são ao mesmo tempo transformantes e conservantes (invariantes solidários das modificações). Já as correspondências* (incluindo os morfismos)*, embora sejam transformáveis por conseqüência da pressão da acomodação do sujeito aos objetos, não são transformantes pois estão subordinadas às propriedades destes.*
4. *As composições das transformações ou das formas que originam, provocam uma necessidade intrínseca de buscas. Antes das correspondências se submeterem às estruturas e transformações estão previamente determinadas pelas propriedades de seus conteúdos.*
5. *As correspondências desconhecem a negação bem como a involução (pelo menos em geral). Já as transformações conduzem a ela.*
6. *As transformações têm uma origem endógena (com exceção daquelas manifestadas por fenômenos físicos), que só podem ser compreendidas por assimilação às operações do sujeito; as correspondências, ao contrário, antes de sua integração nas estruturas operatórias, estão subordinadas a um conteúdo exógeno.*
7. *As transformações enquanto construções do sujeito derivam umas de outras por filiação psicogenética (abstrações reflexionantes*[11] *e generalizações construtivas); as correspondências se somam umas as outras em função das contribuições da observação e da experiência, numa sucessão contínua.*

As diferenças entre as correspondências e as transformações foram elencadas a partir de suas características funcionais. As transformações, de todos os níveis, desde a ação transformante elementar até as operações, apontam para a construção de algo novo[12]. A função própria das correspondências é essencialmente comparar objetos e estados para depois transformá-los.

Como a característica mais geral de uma comparação é não alterar os termos que comparam, ela é submissa às condições existentes, aos objetos ou

[11] Apóiam-se nas formas enquadradas através da abstração empírica e sobre todas as atividades cognitivas do sujeito (esquemas, operações, estruturas etc.), para delas retirar certos caracteres e utilizá-los para outras finalidades. (Piaget, 1995, p. 6)

[12] Modificações, adaptações práticas ou modificações cognitivas, como as invenções etc.

aos conteúdos analisados, mas não os modifica nem os supera. Naturalmente nos níveis superiores de morfismos intra e inter-estruturais se dá uma construção de novos instrumentos de comparações por meio de correspondências. As transformações, cujo objetivo geral é o êxito das comparações que se realizam dentro das estruturas ou entre elas, afetam as formas comparativas sem modificar os conteúdos (salvo enriquecimentos excepcionais).

Entre as interpretações gerais e as aqui expostas sobre as correspondências, é necessário distinguir três grandes períodos em suas relações com as transformações, porém precedidos pela fase de formação, no decorrer da qual estas correspondências se dão como conseqüência das aplicações de coordenadores, cujas composições são, por sua vez, fontes de transformação. Durante o primeiro desses períodos, as correspondências só relacionam estados observáveis podendo, eventualmente, se relacionarem com as transformações. No segundo período, são constituídas as interações entre as duas com apoios mútuos, porém alternados e descontínuos. O terceiro período coincide com a formação das estruturas operatórias. Nele, as correspondências subordinam-se às transformações convertendo-se em morfismos inter e co-transformacionais: por exemplo, a bijeção necessária entre as operações diretas e inversas em um agrupamento. As transformações são preparadas pelas correspondências endógenas que organizam os conteúdos antes que as ações transformantes lhes atribuam formas novas adequadas para gerar morfismos de tipo superior.

As correspondências e as transformações têm pontos de partida em coordenadores comuns e terminam por reconstituir ou reencontrar uma síntese harmoniosa. Do início até um dado momento, ocorre uma falta de coordenação entre ambas. A seguir as colaborações começam a surgir, porém de formas fragmentadas, aparentemente, devido às leis da tomada de consciência, que ocorrem da periferia para o centro, ou seja, do resultado das ações aos mecanismos internos. Assim, os dados sobre o objeto e sobre o aspecto material e exterior das ações levam, naturalmente, ao início da compreensão das transformações e suas razões. Porém, a isso se soma, ligado a essas leis, o processo geral da evolução dos conhecimentos que representa o passo do exógeno para o endógeno. Esse passo não se reduz a uma simples interiorização, já que esta traz consigo e, inclusive, exige uma reconstituição mediadora de novos instrumentos.

A história das ciências aponta exemplos e ensinamentos a esse respeito. Em Matemática, a geometria, partindo da descrição de figuras, é um sistema de grupos de transformações. Em Física, a legalidade, produto exclusivo de correspondências e funções, ainda que expressas matematicamente, subordina-se cada vez mais aos modelos explicativos construídos por operações e estruturas endógenas do sujeito.

Em todos os campos existe um esforço consciente que subordina as correspondências de um princípio comprovado com sistemas operatórios baseados em transformações. Assim, o início da formação dos conhecimentos se dá por experiências exógenas, para, em seguida, surgirem as etapas nas quais predominam as transformações. As correspondências, convertidas em morfismos por sua subordinação às estruturas, encontram seu "verdadeiro" lugar no progresso dos sistemas cognitivos.

A evolução das correspondências é bem mais tênue que a evolução dos estádios sucessivos. Estes últimos são muito diferentes uns dos outros e conduzem das ações transformantes elementares às operações concretas e, mais tarde, às formais. Quaisquer que sejam os problemas, encontram-se, em cada ocasião, bijeções, injeções e sobrejeções, mais ou menos pertinentes ou completas. Por isso, neste ponto, fala-se apenas de etapas e não de estádios para caracterizar o desenvolvimento. As novidades devem ser, antes de tudo, comparáveis às relações progressivas das correspondências e das transformações.

Existe uma evolução intrínseca nas correspondências. O problema inicial é o da formação das próprias correspondências a partir dos coordenadores. Na organização do espaço, os coordenadores são: o meio ambiente, a direção, o sentido e as posições ou deslocamentos (enquanto meras trocas de posições).

Piaget distingue seis aspectos na evolução das correspondências, independentemente da intervenção das transformações (Piaget, 1982, p.177-179)

1. *A correção das correspondências incompletas ou errôneas leva a uma fase na qual são percebidas as lacunas e os erros.*
2. *A relação de pertinência com compreensão da razão permite colocar em correspondência de maneira aparentemente exata.*
3. *A generalização das correspondências reconhecidamente pertinentes.*
4. *A correspondência entre as correspondências e os pré-morfismos entre relações. A correspondência que relaciona a posição de partida com a de chegada de um objeto em movimento só é alcançada mais tarde e as posições intermediárias só são generalizadas bem mais tarde. Essa construção de pré-morfismos depende da natureza das relações em foco.*
5. *As aplicações ou pré-morfismos à sua recíproca, embora não cause problemas nas bijeções e nas trocas, causa problemas na bijeção e na injeção, sobretudo quando se trata de relacionar as partes com o todo. As relações injeção e subjeção são mais complicadas pois, esta última supõe uma ausência parcial de correspondência surgindo daí as dificuldades conhecidas na hora de compreender a quantificação e o caráter difícil da evolução do número de diferenças.*
6. *O desenvolvimento das correspondências é o passo das aplicações ou pré-morfismos separados de sua composição quando são necessárias duas ou mais delas, ao mesmo tempo, para a solução de um problema. Deve-se, entretanto, distinguir as composições entre correspondências sucessivas, como as que, numa ordenação, relacionam cada termo com o seguinte e contribuem para preparar as operações de seriação, das composições sincrônicas que levam à construção de um sistema: são essas que permitem coordenar as semelhanças e as diferenças que possibilitam o estabelecimento de relações entre subclasses dentro de uma classe (correspondências de mesmas propriedades).*

A evolução interna das correspondências se dá por suas correções, generalizações, reciprocidades e composições, sem que essas constituam transformações nas relações com o objeto. As formas podem ser transformadas mas não são transformantes. Ao contrário do que acontece nas operações ou transformações, as correspondências não passam de comparações. Suas regulações provocam uma evolução interna que pode conduzir a composições. Porém, trata-se de uma equilibração específica, já que, enquanto comparações, as correspondências coordenam as diferenças com as semelhanças. A equilibração própria das correspondências consiste no estabelecimento de equivalências entre as diferenças (como numa seriação).

As correspondências se desenvolvem por suas relações com as transformações. As ações transformantes e as operações, por um processo de construção ininterrupta, geram novas estruturas. Isto não significa que as correspondências desempenhem um papel secundário na formação dos conhecimentos. As transformações só ocorrem quando preparadas por aplicações ou pré-morfismos, pois estes organizam os conteúdos que deverão ser reconstruídos dedutivamente.

Os resultados de pesquisas de Piaget (1982, p.181-183) sobre o tema, foram agrupados em seis graus distintos.

1. *O sujeito se limita a colocar em correspondência duas coleções de objetos ou suas propriedades, através de uma simples leitura dos estados observáveis. As transformações ocorrem para o sujeito nas trocas que podem modificar, de uma só vez, tanto as quantidades quanto as formas, não se originando de nenhuma correspondência.*
2. *Ocorre a generalização das correspondências anteriores e situações análogas que não tenham sido observadas.[...] Porém, nem sempre as correspondências chegam à transformação; apenas iniciam preparando sua consideração por novas informações que permitam o estabelecimento de um começo de lei que, cedo ou tarde, levará a busca de suas razões.*
3. *É aquele no qual o sujeito coloca em correspondência certos estados com transformações parciais. Em tais casos a transformação começa a ser interpretada como responsável pela produção dos estados; porém,*

como há falta de compreensão de conjunto, as correspondências permanecem incompletas e parcialmente errôneas.

4. *Caracteriza-se pela compreensão final da transformação, ainda que obtida por tentativas e conseqüentemente por interações progressivas com apoios mútuos alternados e não simultâneos. Ou seja, em certas situações a correspondência entre estados faz compreender a transformação; em outros momentos são as transformações que levam a interpretar as correspondências; isto até que uma síntese progressiva provoque uma visão de conjunto.*
5. *Neste grau a visão de conjunto é imediata e os morfismos podem ser interpretados como resultados necessários das transformações. O mesmo ocorre quando, desde as primeiras correspondências, o sujeito compreende de quais transformações resultam os estados. Isto não quer dizer, mesmo que tenha se formado apenas um sistema de pensamento, que exista a coordenação de duas realidades distintas: os morfismos (alguns prepararam a compreensão da transformação e outros resultam delas) e as transformações (reconstruídas graças a inferências ou operações endógenas que não se reduzem a correspondências).*
6. *O sexto grau parece específico do nível operatório de sistemas muito estruturados, tais que as sub-estruturas podem transformar-se umas em outras e é possível deduzir caracteres do todo. Em tais casos existe a formação de morfismos de hierarquia superior que conferem às transformações um grau generalizado de liberdade. Porém, esta fusão não contradiz uma dualidade de origem e, historicamente, tem sido necessário esperar a construção de estrutura de transformação para extrair dela as categorias correspondentes. Entretanto, se as categorias vão além das transformações, considerando as relações exteriores e deixando de lado as do interior dos objetos, é possível que as categorias sejam a preparação para novas transformações.*

Do ponto de vista da psicogênese, aparentemente as correspondências preparam as transformações, às quais, mais tarde, se subordinam.

A dupla razão dessas preparações indispensáveis após as submissões necessárias dá-se porque, por mais endógena que sejam, as transformações não são inatas, mas surgem das construções que criam formas que modificam rapidamente os conteúdos, sempre de maneira mais profunda que além de gerar novos conteúdos, constroem novas operações sobre as anteriores. Essas construções originam novidades cada vez mais ricas e se apóiam nos processos endógenos da abstração reflexiva e das generalizações completivas, conduzem às ações transformantes iniciais e às operações superiores.

Porém, antes de poder modificar profundamente os conteúdos, é necessário conhecê-los e verificar os efeitos que não se pode deduzir de cada mudança: o jogo das transformações exige uma conquista dos conteúdos pois, para modificá-los, é preciso dominá-los.

As correspondências desempenham um papel imutável na preparação de cada transformação, pois apresentam as informações necessárias. São indispensáveis no desenvolvimento cognitivo, pois fornecem um conhecimento dos conteúdos como tais, sem modificá-los e limitando-se a enriquecê-los. Por fim, as correspondências relacionam uma variação com uma transformação e uma transformação com seu resultado.

Na medida em que as transformações passam a ser operatórias, as correspondências trocam de estatuto funcional. Enquanto algumas continuam servindo de preparação para as construções, outras se subordinam aos mecanismos transformadores. É quando os morfismos autênticos, que conservam as estruturas, sucedem aos pré-morfismos.

A evolução observada nas investigações piagetianas vai das correspondências que preparam as transformações para as que são produto necessário destas. Ou seja, o conhecimento endógeno é conseqüência do exógeno. As correspondências constituem-se essencialmente de uma organização dos conteúdos e se baseiam no princípio que são externas às atividades do sujeito, favorecendo a construção de novas formas através dos pré-morfismos, contudo a construção endógena não se reduz à interiorização do exógeno. A interiorização torna-se obrigatória e exige uma reconstrução que, por sua vez, exige que seja acrescentada a uma aportação exógena, uma série de composições de outra natureza, provocando as coordenações das ações do sujeito: na realidade existe reconstrução e substituição que subordinam os conteúdos às transformações e proporcionam a construção de novas formas.

As relações entre os conhecimentos exógenos e endógenos, responsáveis pela evolução das correspondências, são iguais às observadas no desenvolvimento das diferentes classes de abstrações, generalizações e relações entre afirmações e negações.

3. Processos de abstrações e desenvolvimento cognitivo

Não é correto pensar que o conhecimento se desenvolve linearmente. Na realidade, os estágios sucessivos da construção das diferentes formas do saber são seqüenciais, ou seja, cada um é resultado das possibilidades abertas pelo precedente e condição necessária para a formação do seguinte. Cada novo estágio começa pela reorganização, em outro nível, das primeiras aquisições ocorridas nos anteriores.

Essas aquisições se devem a diversos e sucessivos processos de abstração. Segundo Piaget (PIAGET & GARCIA, 1984):

> *As abstrações oriundas das informações dadas pelos próprios objetos são chamadas de "abstrações empíricas" e aquelas oriundas das ações e operações do sujeito são chamadas de "abstrações reflexivas". As abstrações reflexivas originam-se de dois processos conjugados:*
>
> 1) *um reflexionamento sobre um nível superior (por exemplo, de representação) do que foi extraído de um nível inferior (por exemplo, de ação) e*
> 2) *uma reflexão que reconstrói e reorganiza, ampliando o que foi transferido por reflexionamento.*
>
> *A reflexão é duplamente construtiva por duas razões complementares. Em primeiro lugar, o reflexionamento consiste em colocar objetos ou conteúdos em correspondência. O mecanismo utilizado para isso, conduz,*

num nível superior, ao estabelecimento de novas correspondências que associam os conteúdos transferidos a novos conteúdos que são integrados numa estrutura já existente (...) Em segundo lugar, esses começos de morfismos conduzem igualmente à descoberta de conteúdos próximos, porém não diretamente assimiláveis à estrutura precedente. Acontece, então, uma transformação que, por um processo completivo, se integra à estrutura precedente como uma subestrutura de uma estrutura mais ampla, tornando-a parcialmente nova. Esse modo de construção por abstração reflexiva e generalização completiva se repete indefinidamente. Assim, o desenvolvimento cognitivo resulta da iteração de um mesmo mecanismo constantemente renovado e ampliado pela agregação de novos conteúdos e de elaboração de novas formas ou estruturas.(PIAGET & GARCIA, 1984, pp. 9-10)

Em relação às abstrações, em Piaget, 1995, encontram-se as seguintes explicações: As abstrações empíricas mais elementares são constituídas por marcos assimiladores (condições endógenas) ou coordenadores que se aplicam a situações exteriores. Essas abstrações apóiam-se nos objetos físicos ou sobre aspectos materiais da própria ação, tais como: movimentos, empurrões etc. Porém, mesmo sob suas formas mais elementares, esse tipo de abstração não poderia ser constituído através de simples leituras, pois, para abstrair, a partir de um objeto, qualquer propriedade, é necessária a utilização de instrumentos de assimilação (estabelecimento de relações, significações etc.) oriundos de esquemas sensório-motores ou conceituais não fornecidos pelo objeto, mas construídos anteriormente pelo sujeito. Entretanto, por mais necessários que sejam os esquemas, a abstração empírica não se refere a eles, pois busca apenas as informações exteriores fornecidas pelos objetos (como, por exemplo, as formas).

As abstrações reflexivas começam de forma mais ou menos trabalhosa em função das coordenações internas. Essas abstrações nascem das ações e operações do sujeito e se dão através de dois processos conjugados: um, chamado de abstração reflexionante e outro, chamado de abstração refletida.

A abstração reflexionante *apóia-se sobre formas enquadradas anteriormente e sobre todas as atividades cognitivas do sujeito (esquemas ou coordenações de ações, operações, estruturas etc.), para delas retirar certos caracteres e utilizá-los para outra finalidade (novas adaptações, novos problemas etc.).* (PIAGET, 1995, p.6)

Ao mesmo tempo em que projeta, num nível superior, as informações extraídas de níveis inferiores, a abstração reflexionante reconstrói e reorganiza o que foi projetado, colocando em relação os elementos envolvidos.

Entretanto, já em 1950, Piaget buscava distinguir a abstração reflexionante da abstração apoiada nos objetos, procedentes de ações ou operações do sujeito provocando novas composições e generalizações.

É possível que o sujeito consiga apenas efetuar construções que mais tarde tornar-se-ão puramente dedutivas, apoiando-se constantemente em resultados constatáveis. Essa percepção que se dá a partir dos objetos materiais não é, como parece, uma abstração empírica. Como as propriedades constatadas são colocadas nos objetos por atividades do sujeito, tudo indica que se está diante de uma variação da abstração reflexionante, porém com a ajuda de observáveis, ao mesmo tempo exteriores e construídas graças a elas. A esse tipo de abstração Piaget deu o nome de “abstração pseudo-empírica”, ou seja, o objeto é modificado pelas ações do sujeito e enriquecido por propriedades tiradas de suas coordenações. (PIAGET, 1995, p. 274)

A abstração reflexiva coordena as ações organizadas pelo sujeito. A última forma desse tipo de abstração é a abstração refletida. É ela que provoca a reconstrução e a reorganização, ampliando e tematizando o que foi transferido pela abstração reflexionante.

Uma vez depuradas e diversificadas, as abstrações refletidas subordinam-se às formas empíricas impondo-lhes técnicas de investigações cada vez mais operatórias. Acontece uma inversão análoga àquelas que ocorrem com as correspondências, o que é, aparentemente, uma contradição, pois estas começam por meio de simples abstrações empíricas e as transformações se devem às abstrações refletidas.

Esta inversão é também observada nas relações sucessivas entre as generalizações indutivas e construtivas. As primeiras conservam sua natureza extensional e apóiam-se somente em dados observáveis e as segundas subordinam seus passos à elaboração de estruturas. A generalização ocorre por estabelecimento de correspondências. A descrição global das generalizações faz compreender melhor as razões que levam do exógeno para o endógeno e, por conseqüência, às subordinações progressivas.

A subordinação progressiva dos conhecimentos exógenos aos mecanismos endógenos de reconstrução e construção constitui um processo de conjunto que deriva das regulações e auto-regulações próprias do desenvolvimento cognitivo, ou seja, que deriva das necessidades internas de equilibração. A coordenação gradual das correspondências e das transformações representa uma forma particular de equilibração que deve ser adicionada às anteriores e intimamente relacionada com aquelas já conhecidas.

Faz-se necessário dar um passo a mais e examinar o que ocorre nos níveis mais complexos dos morfismos intra e inter-estruturais para que possam ser compreendidas as relações entre as estruturas e as categorias, já que estas refinam e multiplicam os instrumentos de comparação e dão lugar a outras formas de tematização diferentes das estruturas.

A organização das estruturas mentais exige a construção de instrumentos que possibilitem detectar aspectos invariantes nos objetos experienciados. Piaget[13] define dois tipos de invariantes: os de substituição e os de transformação.

Os invariantes de substituição brotam das interações do sujeito com os objetos de sua experienciação. Baseiam-se em dois pressupostos funcionais solidários:

- As ações úteis para o desenvolvimento cognitivo são reproduzíveis. O "esquema" de ação é aquilo que se deixa transferir de um contexto para outro.

[13] Gil Henriques: Morphismes et Transformations dans la constructiona d'invariants. In Piaget, 1990 p. 183-195.

- Cada objeto que o sujeito integra em seu esquema o alimenta e provoca as reorganizações e acomodações impostas pelo funcionamento assimilatório.

Esses invariantes que transferem formas abstraídas, considerando apenas seu funcionamento, estabelecem correspondências pré-mórficas entre os objetos.

Quando o sujeito conseguir estabelecer correspondências de segundo grau (correspondência entre correspondências pré-mórficas), levando em conta seu significado e não mais seu funcionamento, as formas transferidas são chamadas "Morfismos". Ao mesmo tempo em que um morfismo transfere formas, são as transferências das formas que encontram os morfismos em todas as relações possíveis. Todo morfismo transfere atividade "tematizada". Sistemas formados por morfismos rudimentares são chamados de pré-categorias.

Toda ação efetiva do sujeito sobre os objetos provoca alguma modificação, mesmo que essa não seja a intenção do sujeito. É a intencionalidade que caracteriza as transformações. Apesar dos morfismos serem os instrumentos de transferência de formas invariantes, as transformações modificam os objetos, impondo-lhes as formas pretendidas pelo sujeito. As transformações trocam as informações inicialmente encontradas por outras, impostas ativamente pelo sujeito. Elas não ultrapassam a abstração empírica e a transferência de formas, pois as informações dos objetos colocados em correspondência devem ser mantidas invariantes.

O morfismo, sendo uma forma de correspondência, mantém a forma e transfere o conteúdo. A transformação mantém o conteúdo e transfere a forma. As atividades transformadoras provocam a construção dos invariantes de transformação, o que acontece num nível cognitivo mais elevado. São as transformações que vão, gradativamente, dando lugar a estruturação dos conhecimentos mais avançados. Por essa razão, um sistema de transformações é chamado de estrutura.

Os morfismos e as transformações ocorrem de maneira relativamente autônoma. No final, um acaba interferindo no outro (em qualquer nível de desenvolvimento cognitivo). As estruturas ou sistemas de transformações, na ótica de Piaget, extrapolam a teoria matemática das estruturas. Essa própria teoria tem uma estrutura organizacional diferente da estrutura abordada por ela. Ou seja, a própria teoria das estruturas apresenta uma estrutura geral originária da junção de muitas outras.

Era essa estrutura geral, oriunda de morfismos estruturais, que Piaget procurava. Seu objetivo era encontrar os instrumentos cognitivos geradores dos morfismos de estrutura ou ainda, o elementar genético das formas de tematização verificadas nas teorias científicas avançadas.

Ao conjunto de morfismos organizados em sistemas operatórios que, por sua vez, geram novos morfismos, Piaget chamou de "Categorias". Aí os morfismos transportam os termos que não transformam, mas, após o transporte, as ações acabam exigindo alguma transformação. Foi assim que Piaget viu o processo de construção da Matemática: sem ficar limitado às transferências dos esquemas operatórios, mas promovendo a generalização das operações que permitem a continuidade do processo construtivo.

Assim como as estruturas organizam um sistema de morfismos, as categorias organizam um sistema de estruturas. Ou seja, as categorias de Piaget[14] representam um passo a mais na teoria das estruturas, rumo a uma abstração generalizante e, para distingui-las, deu o nome de estrutura categorial.

Como o conceito de estruturação mental não sofreu modificações em sua própria "estrutura", por praticidade ou qualquer outro motivo, Piaget a chama a estrutura categorial simplesmente de "estrutura".

Chegou o momento em que Piaget[15] sentiu uma necessidade de aprofundar-se no estudo dos mecanismos genéricos do progresso do conhecimento. São esses mecanismos que acionados provocam as evoluções de um nível de organização mental para outros mais avançados.

Equilíbrios, desequilíbrios, re-equilíbrios, acomodações, assimilações, invariantes, abstrações empíricas e reflexivas, correspondências, transformações

---

[14] Ibidem, p.195-204

[15] Barbel Inhelder. Prefácio. In Piaget & Garcia, 1990, p.8)

e, conseqüentemente as estruturas gerais, estão presentes nas explicações sobre dois tipos de mecanismos:

> 1. *Todo progresso cognitivo ocorre por adição de novos conhecimentos a outros previamente existentes. O adicionado se incorpora ao existente através de re-arranjos e re-organizações das estruturas mentais.*
> 2. *O processo de natureza geral que ocorre em todos os níveis de conhecimento dos indivíduos é o que leva do intra-objetal (ou da análise dos objetos), ao inter-objetal (ou estudo das relações e transformações) e, posteriormente, ao trans-objetal (ou construção das estruturas)* (PIAGET & GARCIA, 1990, p. 8).

As etapas intra-objetal, inter-objetal e trans-objetal se repetem indefinidamente, na forma de uma espiral crescente e ilimitada.

A etapa intra-objetal é caracterizada pela descoberta das características e propriedades do objeto. Limita-se às interações entre sujeito e objeto.

Na inter-objetal, o sujeito estabelece as relações entre os objetos. Aí ocorrem as transformações e as transferências.

A busca dos vínculos entre os objetos da experiência provoca as abstrações e as conseqüentes construções ou reconstruções das estruturas mentais que caracterizam a etapa trans-objetal.

Essa sucessão de etapas se repete em todos os níveis de desenvolvimento cognitivo e em todas as áreas de conhecimento, tanto de crianças como de adultos.[16]

Daí em diante, a teoria de Piaget experimentou um grande e contínuo desenvolvimento. Os sucessores de Piaget continuam trabalhando, completando e publicando as obras que ele não conseguiu terminar.

Nos aspectos teóricos apresentados neste Capítulo, apóiam-se as etapas do jogo em grupos co-operativos denominado "Maluco por Inteiro" apresentado a seguir.

---

[16] Na Matemática é evidente essa sucessão de etapas. Para comprovar basta analisar sua história. Cada nova teoria nasce da estruturação e reestruturação de estruturas preexistentes, após a agregação de novos conhecimentos gerados por necessidade social, cultural ou da construção de instrumentos, tanto para a ciência em geral como para a própria Matemática.

CAPÍTULO V

O JOGO MALUCO POR INTEIRO

1. Noções preliminares.

Um jogo em grupos co-operativos para o ensino e aprendizagem de Números Inteiros, baseado nos mecanismos genéricos do desenvolvimento cognitivo, nos "Morfismos" e nas "Transformações" de acordo com Jean Piaget.

O jogo Maluco por Inteiro nasceu da análise ocorrida durante os estudos dos textos "Experiências Matemáticas"[17], nas aulas de Prática de Ensino de Matemática e no desenvolvimento de uma disciplina do curso de especialização no ensino de Ciências e Matemática, na Faculdade de Ciências da UNESP, Câmpus de Bauru. Nos estudos da atividade "Vai e Vem", apresentado no texto: Experiências Matemáticas - 6ª série, verificou-se que, embora seja um jogo para o ensino e aprendizagem de Números Inteiros, o tabuleiro apresentado no texto é um morfismo dos Números Naturais com algumas casas preparadas para inverter o sentido do movimento.

A base para a criação das etapas do jogo ora apresentado é a teoria de Jean Piaget.

Por se tratar de um jogo para o ensino e aprendizagem dos Números Inteiros, a primeira ação foi transformar o tabuleiro, tornando-o isomorfo a tal conjunto.

A idéia de movimento aos saltos, com passos de extensão uniforme, porém em dois sentidos, é transportada e transformada em operações com os Números Inteiros.

A multiplicação é associada à maior ou menor velocidade (em módulo) de locomoção na reta numérica.

Com tais pressupostos, o jogo "Vai e vem" foi transformado, dando origem ao "Maluco por Inteiro". O jogo, que visa à formação do conceito de Números

[17] Secretaria da Educação, Coordenadoria de Ensino e Normas Pedagógicas (CENP), Atividades Matemáticas, 6ª série.

Inteiros, está dividido em cinco fases, duas delas contemplando a etapa intra-objetal, duas, a etapa inter-objetal e, a última, transcendendo os objetos, caracterizando assim a etapa trans-objetal. Nas três primeiras fases, o tabuleiro é um morfismo do Conjunto dos Números Inteiros.

A trajetória orientada deve promover, até a terceira fase, uma correspondência com o conjunto dos números inteiros. O movimento aos saltos, em todas as fases, será o responsável pela correspondência com um conjunto numérico discreto como é o caso dos números inteiros.

As duas primeiras fases representam a etapa intra-objetal. Na primeira, o "objeto" é a adição de números inteiros e na segunda, os objetos são adição e subtração de Números Inteiros positivos.

Na terceira fase, acontece a etapa inter-objetal já que os números inteiros são adicionados e subtraídos. Nas três fases o negativo é representado pela cor vermelha (por analogia com contas bancárias).

Na quarta fase, o tabuleiro é uma transformação do conjunto dos Números Inteiros. As casas são marcadas por expressões algébricas que envolvem as operações de adição, subtração e multiplicação. As marcas e a cor dos dados foram substituídas por números de 1 a 6, precedidos pelos sinais $+$ ou $-$. Esta etapa é uma transição da inter-objetal para a trans-objetal, com predominância da última.

Na quinta fase, o tabuleiro é o mesmo utilizado na primeira fase, quatro dados são os mesmos da quarta fase e foi acrescentado mais um dado, em cujas faces estão marcados os números: 0, -1, -2, + 2, - 3 e + 3, que será utilizado para efetuar o produto da soma adquirida pelo lançamento dos quatro primeiros dados com o valor obtido no lançamento do 5º dado. Trata-se da etapa trans-objetal. A correspondência entre sentido e módulo da velocidade é utilizada para a construção, pelos alunos, de estruturas mentais que, posteriormente, nos trabalhos de sala de aula sem o jogo, sejam transformadas ou utilizadas como instrumento assimilatório para a construção do conceito de números inteiros e suas operações, incluindo a divisão de dois inteiros, que o jogo não aborda.

MALUCO POR INTEIRO - PRIMEIRA FASE

Objetivo:

Formar a idéia de adição de números inteiros.

Material:

- Um tabuleiro (Anexo 1)
- 4 dados brancos e vermelhos: dois com os números pares vermelhos e ímpares brancos e dois com ímpares vermelhos e pares brancos.
- Pinos para marcar a posição do jogador no tabuleiro.

Desenvolvimento:

O sentido do movimento é determinado pela cor das faces superiores dos quatro dados jogados simultaneamente. O valor da soma das faces brancas indica o número de casas que o jogador deve se locomover no sentido horário e a soma das faces vermelhas indica o número de casas que o jogador deve se locomover no sentido anti-horário. Inicialmente o jogador pode fazer quatro movimentos sucessivos, um para cada valor obtido nos dados, depois, fazer o movimento da soma das faces brancas e da soma das faces vermelhas e, no final, fazer primeiro a soma das quatro faces dos dados para depois se locomover.

Após um número pré determinado de rodadas, vence o jogador que estiver ocupando a casa mais próxima da "chegada".

3. MALUCO POR INTEIRO: SEGUNDA FASE

Objetivo:

Formar as idéias iniciais da adição e subtração de Números Inteiros.

Material:

- 1 tabuleiro com casas vermelhas e brancas (Anexo 1).
- 1 dado comum.
- Pinos coloridos para marcar a posição de cada jogador no tabuleiro.

Desenvolvimento:

Cada jogador, na sua vez, lança os dados e desloca seu marcador tantas casas quanto o valor obtido no dado, no sentido horário se estiver numa casa branca e anti-horário, se estiver numa casa vermelha.

Como o jogo é demorado, pode-se estipular um número de jogadas e o vencedor é quem mais se aproximar da "Chegada".

4. MALUCO POR INTEIRO: TERCEIRA FASE

Objetivo:

Juntar as idéias de adição e subtração de Números Inteiros para provocar a passagem do aluno pela etapa inter-objetal segundo Jean Piaget.

Material:

- 1 tabuleiro com muitas casas brancas e algumas coloridas (Anexo 1).
- 4 dados sendo dois com as faces pares vermelhas e as ímpares brancas e dois com as ímpares vermelhas e as pares brancas.
- Pinos coloridos para marcar a posição de cada jogador no tabuleiro.

Desenvolvimento:

Cada jogador, na sua vez, lança os quatro dados simultaneamente, efetua a soma algébrica dos valores obtidos e procede das seguintes maneiras:

- Se o jogador estiver na "Partida" ou em qualquer casa branca, move-se no sentido horário, se a soma algébrica for positiva; e no sentido anti-horário, se a soma algébrica for negativa.
- Se o jogador estiver numa casa vermelha (estas casas indicam a operação inversa da adição, ou seja, a subtração); move-se no sentido anti-horário, se o valor da soma algébrica for positivo, e no sentido horário, se a soma algébrica for negativa.

  (Até que a regra seja assimilada, cada jogador poderá efetuar o movimento relativo a cada dado separadamente).
- O ganhador é aquele que atingir ou passar pela casa "Chegada".
- Se um jogador chegar na casa "Castigo", ele continua no jogo, porém só se movimenta quando obtiver soma positiva no lançamento dos dados.

5. MALUCO POR INTEIRO: QUARTA FASE

Objetivo:

Formalizar as operações de adição, subtração e multiplicação de números inteiros.

Material:

- Tabuleiro com operações impressas em diversas casas (Anexo 1).
- 4 dados com as seguintes marcações:
  Em dois deles: $+1$, -2, $+3$, -4, $+5$ e -6
  Nos outros dois: -1, $+2$, -3, $+4$, -5 e $+6$
- Pinos coloridos (marcadores)

Desenvolvimento:

- Considerar "positivo" o sentido horário e "negativo" o sentido anti-horário.
- Se o jogador estiver na partida ou numa casa em branco, fará o próximo movimento no sentido horário, como na segunda fase.
- Se o jogador estiver numa casa onde há uma expressão algébrica impressa, deve substituir o resultado das somas na expressão . Para isto deve-se considerar:

1. "P", soma dos valores positivos.
2. "N", soma dos valores negativos acompanhados de seu sinal.
3. "S" soma algébrica de todos os valores das faces superiores dos dados.

O vencedor será o jogador que mais se aproximar, chegar ou ultrapassar a casa "Chegada".

6. MALUCO POR INTEIRO: QUINTA FASE

Objetivo: Formar as idéias iniciais do produto de um número positivo por outro, tanto positivo quanto negativo.

Material:

- 1 tabuleiro (igual ao da primeira fase - Anexo 1).
- 4 dados iguais aos da quarta fase.
- 1 dado em cujas faces estão impressos os números; 0, -1, +2, -2, +3 e -3, ou uma roleta com os mesmos valores impressos.
- Pinos coloridos para marcar a posição de cada jogador no tabuleiro.

Desenvolvimento:

Cada jogador, na sua vez, lança os quatro dados do mesmo tipo e efetua a soma algébrica. A seguir, lança o 5º dado e efetua o produto do valor obtido pela soma algébrica obtida . Cada jogador desloca seu marcador tantas casas quanto o valor final calculado pelo produto anteriormente descrito.

Como o jogo é demorado, pode-se estipular um número de jogadas e o vencedor será aquele que mais se aproximar da "Chegada".

CAPÍTULO VI

A pesquisa.

A pesquisa esteve voltada principalmente para avaliar a utilização de um jogo, o "Maluco por inteiro", em aulas de Matemática.

Ao lado de professores de Matemática foi desenvolvido um trabalho com alunos do ensino fundamental, usando o jogo "Maluco por inteiro", com a intenção de propiciar a formação do conceito de números inteiros e trabalhar com os conteúdos procedimentos, condutas e normas.

Para isso, a pesquisadora e os professores envolvidos discutiram e analisaram os fatos ocorridos, em busca de aspectos indicativos tanto dos benefícios quanto alguns possíveis problemas que o jogo em foco apresentou para o processo de ensino e aprendizagem, tanto de Matemática quanto de procedimentos, condutas e normas.

1. Objetivo.

Investigar se o trabalho com o jogo "Maluco por Inteiro" desenvolvido em grupos co-operativos auxilia o aluno a desenvolver o processo de aprendizagem de Números Inteiros, bem como de procedimentos, condutas e normas, conforme recomendação dos Parâmetros Curriculares Nacionais.

2. Sujeitos.

A pesquisa foi desenvolvida em salas de aula e em reuniões com professores (auxiliares de pesquisa) trabalhando em 6^{as}, 7^{as} e 8^{as} séries do Ensino Fundamental.

Os trabalhos envolveram alunos do Ensino Fundamental que já haviam passado pelo processo de ensino e aprendizagem de Números Inteiros sem a utilização do jogo "Maluco por inteiro” (três turmas de sétima série e três de oitava) e alunos que iniciaram a aprendizagem do tema com o jogo (cinco turmas de sexta série). Foi investigada a eficiência do jogo para o desenvolvimento do conceito de Números Inteiros e para a abordagem dos conteúdos procedimentais e atitudinais em três escolas de Bauru que serão chamadas de Escola 1, Escola 2 e Escola 3.

3. As escolas participantes.

A Escola 1 é municipal. É uma escola de Ensino Fundamental, situada em bairro de periferia de Bauru. É freqüentada por 1100 alunos (incluindo a educação infantil), conta com 34 professores atuando de 5ª a 8ª séries, sendo 7 de Matemática. Nessa escola o jogo foi aplicado em duas sextas séries (65 alunos), uma sétima (28) e uma oitava (30).

A segunda escola, situada em bairro de classe média, na região central, é uma das escolas mais tradicionais de Bauru. Suas instalações são boas, pois possui laboratórios de Física e de Biologia, sala de vídeo e sala de informática. Tem aproximadamente 2000 alunos com cerca de 50% no período da manhã, 25% no período da tarde e 25% no período noturno. Nela trabalham 75 professores, sendo 10 de Matemática. Uma professora de Matemática e dois estagiários, alunos do 4º ano do Curso de Licenciatura em Matemática, participaram da pesquisa, envolvendo duas sextas séries (88 alunos), uma sétima (44 alunos) e uma oitava (43 alunos).

A terceira é uma escola de bairro de classe média, próximo ao centro da cidade. Já foi uma Escola Padrão. Abrange tanto o Ensino Fundamental quanto o Médio. Nela estão matriculados aproximadamente 1800 alunos distribuídos em três períodos. Há 70 professores, sendo 10 de Matemática. Está equipada com laboratórios, sala de vídeo, sala de informática etc. Participaram da pesquisa uma sexta série (39 alunos), uma sétima (42 alunos) e uma oitava (39 alunos).

4. Auxiliares de pesquisa.

As três professoras que participaram desta pesquisa são Licenciadas em Matemática pela Fundação Educacional de Bauru (hoje UNESP) e fizeram parte de pelo menos um dos projetos ligados ao Programa Pró-Ciências especificados na Introdução deste trabalho. Dos cinco estagiários três eram alunos do 4º ano e dois do 3º ano do Curso de Licenciatura em Matemática da UNESP/Bauru. Dois desses alunos participaram do projeto ligado aos Núcleos de Ensino da UNESP que se desenvolveu paralelamente ao Pró-Ciências no ano de 2001. Nesses dois projetos deu-se ênfase aos trabalhos em grupos co-operativos para o estabelecimento de um trabalho produtivo em sala de aula. Nessas ocasiões trabalhou-se, também, com questões relativas à formação de alguns conceitos matemáticos como Funções, Potências e Expoentes, Números Racionais e Medidas.

5. Metodologia adotada.

Esta pesquisa, de cunho qualitativo, na forma de investigação participativa (ou cooperativa), teve origem nas inquietações e preocupações com a aprendizagem, nas aulas de Matemática, que agora engloba, além da Matemática, os conteúdos procedimentais e atitudinais.

Seus objetivos convergem para os objetivos das investigações qualitativas, ou seja,

> *Melhor compreender o comportamento e experimentos humanos, tentar compreender o processo mediante o qual as pessoas constroem significados e descrever em que consistem estes mesmos significados* (BOGDAN e BIKLEN 1994, 70).

Esta pesquisa, ocorrida a partir de interações entre a pesquisadora, os auxiliares de pesquisa (professores e estagiários) e alunos do Ensino Fundamental, deu-se através de ações concretas complementadas por transcrições dos valores obtidos nos dados ou no tabuleiro para o caderno dos alunos, visando às abstrações que, segundo Piaget, devem ocorrer num processo de ensino e aprendizagem. Teve, durante todo o tempo de aplicação, o acompanhamento da pesquisadora e dos auxiliares de pesquisa, revendo procedimentos e fornecendo subsídios para a utilização dos jogos e, quando necessário, corrigindo o rumo, caso fossem detectados alguns desvios, tanto nas salas de aula como nas sessões de entrevistas com os auxiliares de pesquisa.

Para Thiollent (1996), a pesquisa participante pressupõe a participação e ação efetiva dos interessados, permite obter informações dificilmente encontradas em outros tipos de procedimentos e possibilita o estudo dinâmico dos problemas, decisões, ações, negociações e conflitos que aparecem durante o processo de transformação de uma situação. É uma pesquisa social com base empírica, o que privilegia o aspecto qualitativo, embora não seja necessário descartar os dados quantitativos, pois, muitas vezes, é importante conhecer a freqüência de determinado acontecimento.

Foi o que aconteceu nesta pesquisa. As ações, as negociações, os conflitos e os problemas emergentes do processo de transformação estiveram fortemente apoiados nos pressupostos teóricos da pesquisa participante, mesmo quando foram aplicados os testes matemáticos. Os dados obtidos desses testes foram utilizados quantitativamente para determinar as porcentagens de acertos e tornar possível comparar o desempenho matemático tanto das turmas de sextas séries quanto o das séries posteriores.

O trabalho contemplou as características de uma pesquisa qualitativa apontadas por Bogdan e Biklen (1994, p.48-50):

Característica 1*: A fonte direta é o ambiente natural, constituindo o investigador como seu instrumento principal.*

Nesta pesquisa a primeira característica foi respeitada, pois os dados analisados emergiram das observações feitas antes, durante e depois da utilização do jogo "Maluco por Inteiro" em salas de aula. Através do jogo, foi possível manter contatos constantes e prolongados com os alunos e com os auxiliares de pesquisa, o que favoreceu as observações dos procedimentos e condutas e os ajustes e depurações de regras.

Característica 2: *A investigação qualitativa é descritiva.*

A análise foi realizada a partir das descrições dos auxiliares de pesquisa. Inicialmente, os dados surgiram dos depoimentos sobre o material e método utilizados durante o desenvolvimento do jogo. Em seguida, foram transcritos os fatos considerados relevantes, não apenas as influências que o jogo pode trazer para o ensino e a aprendizagem de Números Inteiros, mas também os procedimentos sugeridos que poderiam influenciar no trabalho pedagógico da sala de aula de modo geral.

Os dados coletados foram objeto de reflexão e análise posterior, pela pesquisadora, no quadro de referência teórica apresentado anteriormente. Assim, a segunda característica de uma investigação qualificada é também uma característica deste trabalho.

Característica 3. *Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos.*

Esta pesquisa também tem esta característica. Nela procurou-se analisar e compreender a atuação dos alunos do Ensino Fundamental durante a utilização dos jogos em grupos co-operativos. A preocupação esteve mais centrada no processo que no produto, embora este último tenha sido observado principalmente na questão da conceitualização de Números Inteiros. Os outros conteúdos apenas começaram a ser abordados, já que é esperado que estejam presentes em toda a vida escolar do aluno.

Característica 4. *Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva.*

Os fatos ocorridos em sala de aula durante a aplicação do jogo evidenciaram convergências e divergências entre as observações dos auxiliares de pesquisa. Os resultados levaram em conta tais situações, sem a preocupação de generalizar os dados, mas considerando-os representativos da realidade escolar. Com isso, a quarta característica de uma pesquisa qualitativa é também contemplada.

Característica 5. *O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.*

Diante das observações realizadas, tentou-se compreender a maneira como o jogo, em grupos co-operativos, é visto e representado por professores e alunos e sua eficácia no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos em foco.

Esta pesquisa é qualitativa e denominada investigação participativa, pois atende aos seguintes princípios[18]:

Princípio 1. *Os auxiliares de pesquisa deverão concordar com a investigação proposta, identificar as proposições iniciais de pesquisa e, em seguida, combinar no grupo (pesquisador e auxiliares de pesquisa) os procedimentos de observação e registro.*

Os professores auxiliares de pesquisa aceitaram imediatamente participar da pesquisa, pois os três de Bauru e mais dois, um de Macatuba e um de Botucatu[19] estavam à procura de atividades lúdicas para suas salas de aula. A ênfase na aplicação do jogo em Grupos Co-operativos de início assustou os dois professores de fora que não haviam participado do Projeto vinculado ao Programa Pró-Ciências. Com o auxílio dos outros três professores foi possível prepará-los para as ações pretendidas e combinar procedimentos e registro das observações. Foi nessa ocasião que surgiu a necessidade de elaborar o roteiro de orientação para as observações e registros (Anexo 3) de cuja elaboração todos participaram.

Outro aspecto que chamou a atenção foi o questionamento da necessidade de aplicar cinco fases de um mesmo jogo. Nessa ocasião, foram explicados os Mecanismos Genéricos do Processo do Desenvolvimento Cognitivo que, segundo Piaget, são caminhos que levam à formação de conceitos. Nenhum dos professores tinha conhecimento desses fundamentos da teoria piagetiana. Para eles, a teoria de Piaget se resumia àqueles experimentos envolvendo as conservações (de massa, de volume etc.). As idéias de construtivismo não iam além da manipulação de objetos.

[18] In NERI, Anita Liberalesso. Apontamentos de aula sobre pesquisa qualitativa, 1995, UNICAMP, mímeo.
[19] Os dados obtidos por intermédio desses dois professores não foram considerados, pois não foi possível acompanhar, in loco, o desenvolvimento das ações e não foi possível estabelecer um diálogo constante com os mesmos

Os professores foram informados de que durante a aplicação do jogo, após algumas jogadas para o entendimento do mecanismo dos movimentos de cada jogador, estes deveriam ser solicitados a transcrever as ações no caderno utilizando-se da linguagem matemática. Para isso, deveriam fazer correspondências entre o sentido do movimento e o sinal do número obtido (positivo para movimento no sentido horário e negativo para movimento no sentido anti-horário). Estas correspondências são os “morfismos” no sentido piagetiano, pois conservam a forma (ir ou voltar) e transferem os conteúdos (as ações ocorridas no jogo passam a ser representadas pelas operações com os Números Inteiros).

Essa sugestão foi uma surpresa para todos, mas muito bem aceitas. Jamais haviam pensado na importância das correspondências para possibilitar ao aluno passar da abstração empírica para uma abstração reflexiva e dar início a uma tematização.

Princípio 2. *Os auxiliares de pesquisa aplicarão, em conjunto com o pesquisador, as atividades propostas, registrando as ações e os resultados observados.*

Nas primeiras aplicações do jogo, tanto a pesquisadora quanto os alunos estagiários estiveram presentes, mas foram os professores que comandaram suas salas de aula. Isso foi importante, pois possibilitou à pesquisadora acompanhar o desenvolvimento das atividades, tanto dos alunos quanto dos professores auxiliares de pesquisa e, ainda, imergir os estagiários no processo investigativo. Em alguns momentos, os professores aplicaram o jogo apenas com a presença dos estagiários, pois não foi possível à pesquisadora estar presente em mais de uma escola ao mesmo tempo. Nessas ocasiões os auxiliares de pesquisa foram orientados a registrar suas observações para serem discutidas a *posteriore* com a pesquisadora.

Princípio 3. *Pesquisadores e auxiliares de pesquisa deverão estar completamente imersos no processo experimental. Ao perceber suas experiências por um novo ângulo,* *deverão surgir novos significados e novas relações, ocasionando aquisição de novos conhecimentos e quebra de preconceitos.*

Mesmo com a ausência da pesquisadora a algumas aplicações do jogo, o grupo todo esteve totalmente imerso no processo investigativo. Uma das facetas que se mostrou, durante o jogo, foi sua importância para dar início a um trabalho em grupos co-operativos em sala de aula. Embora os professores não tenham explicitado, sua maior dificuldade para trocar algumas aulas expositivas por trabalhos em grupos reside no fato deles não saberem como agir. Uma professora, antes de iniciar os trabalhos, sugeriu a aplicação do jogo em duplas, pois os grupos não permitiam a disciplina quase militar que pretendia para sua sala de aula. Foi necessária uma discussão sobre a importância da cooperação entre os participantes para que se estabelecesse ocasião para a abordagem de outros conteúdos que também subsidiaram as atividades desenvolvidas.

Princípio 4. *Durante todo o processo, as hipóteses iniciais e os objetivos deverão estar sendo confrontados com as informações obtidas, podendo provocar reformulações do plano de coleta de dados ou sua finalização.*

Desde o início da pesquisa, tomou-se o cuidado de não deixar cair no esquecimento os objetivos e a questão central que nortearam este trabalho. Com a sugestão de aplicação do jogo em duplas e as discussões ocasionadas, ampliou-se a perspectiva desta pesquisa, incluindo a possibilidade do jogo ser utilizado, conforme item anterior, como uma introdução ao método de resolução de problemas em grupos co-operativos.

Procurou-se, durante as entrevistas, no quadro de uma pesquisa participante, os significados das observações relatadas pelos professores. Ao término de cada etapa, foram promovidas entrevistas com os auxiliares de pesquisa para troca de informações, discussões, análise e crítica, visando retificações ou ratificação do processo investigativo em questão.

6. Procedimentos para a Coleta de Dados

Depois de apresentar o Projeto aos auxiliares de pesquisa, detalhando seus objetivos e a questão norteadora, foi providenciada a entrega do material (jogos, teste e roteiro) para conhecimento e análise. Em seguida foram marcadas, de acordo com as possibilidades de horário dos auxiliares de pesquisa, as datas das entrevistas.

Quatro entrevistas individuais foram realizadas. Uma após a aplicação das duas primeiras fases do jogo e uma após cada uma das fases restantes. Apenas três reuniões foram coletivas, uma para apresentar o projeto e tudo o que se esperava de cada auxiliar de pesquisa antes de dar início às aplicações. A segunda, logo após a aplicação da segunda etapa do jogo e a terceira, após o término das cinco etapas do jogo e da aplicação do teste para verificar se o jogo auxiliou no desempenho matemático e no desenvolvimento dos conteúdos procedimentais e atitudinais.

Na primeira reunião, foram elaborados os pré-testes (anexo 2) e as questões ou roteiro conforme o Anexo 4. Esse mesmo roteiro foi utilizado como guia nas entrevistas e reuniões do grupo pesquisadora e auxiliares de pesquisa, porém de maneira flexível, pois os professores tiveram liberdade para apresentar e discutir seus pontos de vista. Como se basearam em roteiro pré-elaborado, permitindo adaptações e aprofundamento das questões, foram feitas entrevistas semi-estruturadas.

Foram também utilizadas entrevistas individuais com os auxiliares de pesquisa para que as informações desejadas pudessem ser captadas imediatamente e recaíssem sobre os tópicos abordados. As questões orientadoras apresentadas (anexo 4), serviram de guia, porém não rigidamente, para tais entrevistas. Essas questões visaram manter o grupo atento aos tópicos que deveriam ser observados. As questões poderiam ter sido organizadas de outra forma, apenas indicando os fatos a serem observados, porém sua forma não interferiu negativamente na investigação desejada, pois se constituiu de questões abertas e construídas com o auxílio dos auxiliares de pesquisa.

Alguns problemas surgidos no decorrer dos jogos foram discutidos e resolvidos nas reuniões acima citadas.

Os dados foram coletados pela pesquisadora no cotidiano escolar e em reuniões com os professores e estagiários envolvidos. Tiveram por base as observações oriundas das salas de aula sobre o processo de construção, pelos alunos, do conceito de Números Inteiros e a formação de condutas, normas *e* procedimentos (incluindo procedimentos matemáticos).

O jogo em grupos co-operativos foi utilizado visando à aprendizagem de Matemática e, ao mesmo tempo, como desencadeador dos conteúdos procedimentais e atitudinais[20] apresentados pelos PCN (BRASIL, 1996a p 74-80).

Na sondagem do papel do jogo em grupos cooperativos para a aprendizagem de Números Inteiros, foi aplicado, nas 7$^{\underline{as}}$ e 8as séries, um pré-teste, (Anexo 2), envolvendo questões sobre o conteúdo matemático em foco. A idéia inicial era aplicar o mesmo teste depois da aplicação do jogo, porém após a análise dos erros e acertos foram inseridas outras questões envolvendo multiplicação e divisão de Números Inteiros (anexo 3)

Já na sondagem do papel do jogo em grupos co-operativos para a formação dos alunos nos conteúdos procedimentais e atitudinais, foram observados com base no roteiro (Anexo 4) os procedimentos, condutas e normas adotados pelos grupos.

Estava previsto que, durante a terceira etapa do jogo, caso a necessidade de estabelecer regras não emanasse do próprio grupo, a pesquisadora e/ou os auxiliares de pesquisa, deveriam levantar tal possibilidade. Porém isso não ocorreu. Os grupos anexaram às regras do jogo, algumas outras como: "quem errar o movimento deverá escrever no caderno os valores obtidos por todos os jogadores, as operações envolvidas e os resultados obtidos, nas próximas três

[20] Como Valores e Atitudes (conteúdos tidos pelos PCN como atitudianais) sequer são definidos pelos PCN e, ainda, ambos têm definições e métodos precisos já colocados pela Psicologia, neste trabalho os conteúdos atitudinais restringiram-se às condutas.

rodadas”. Essa regra foi julgada tão pertinente que se decidiu colocá-la para todos os participantes a partir da terceira fase do jogo.

Os resultados das observações foram estudados, discutidos e analisados pela pesquisadora em conjunto com os auxiliares de pesquisa.

A compreensão dos fatos se deu por interpretações e análises das observações feitas, no final de cada etapa, sobre os acontecimentos vivenciados em sala de aula, no período da utilização do jogo. Assim, os professores, fazendo uso da linguagem e das suas representações, focalizaram os aspectos do conhecimento matemático e o desenvolvimento dos conteúdos: procedimentos, condutas e normas que, espera-se, contribuam para uma revisão de suas práticas pedagógicas.

Fica evidente que a linguagem utilizada exerce um fator preponderante na comunicação e é por intermédio dela que se dá a compreensão dos fatos. Thiollent (1996) acredita que as diferenças de linguagem implicam nos desníveis de abstrações que interferem na comunicação entre o pesquisador e os pesquisados.

Sobre coleta de dados, Thiollent (1996) recomenda que os aspectos necessários para continuação da pesquisa sejam apontados num seminário central. Entretanto, é também aceitável o uso de técnicas de entrevistas individuais, desde que sejam desenvolvidas criticamente. No desenvolvimento desta pesquisa, ocorreram três reuniões com todos os auxiliares de pesquisa e cinco entrevistas com cada par formado pelo professor e por um estagiário.

Foi assegurada aos auxiliares de pesquisa a liberdade de expressar suas idéias sobre o jogo em grupos co-operativos.

Durante as entrevistas, procurou-se manter um clima informal que garantisse a liberdade de comentar os fatos vivenciados e propiciasse o afloramento de várias situações importantes que permeiam o cotidiano escolar.

Após a realização das entrevistas (cada professora participou de sete, quatro individualmente e três coletivas) houve a transcrição das respostas.

Posteriormente, foram realizadas as interpretações sobre os significados relatados pelos professores nas descrições realizadas, procurando não se tirar conclusões precipitadas e utilizando os dados obtidos.

Os professores, como já era esperado, exerceram grande influência nos resultados desta pesquisa. Isto parece natural, pois, no cotidiano escolar, são eles que permanecem com os alunos nos momentos em que a pesquisa não está em foco nas salas de aula. Assim, suas considerações foram vitais para compreender e revelar o real significado do jogo para o ensino e aprendizagem dos conteúdos abordados.

7. Método para análise de dados

Para analisar os principais aspectos observados foram levadas em conta as manifestações dos professores durante as reuniões coletivas e os fatos observados, em sala de aula durante a aplicação do jogo, na perspectiva teórica delineada. Assim, nesta pesquisa, os dados foram analisados a partir das colocações ocorridas nas reuniões com cada pequeno grupo, mas, principalmente, nas três reuniões coletivas, já que, nestas, os fatos importantes discutidos nas individuais foram novamente apresentados e discutidos.

CAPÍTULO VII

Descrição, Análise e Resultado

Para que a pesquisa aqui apresentada pudesse ocorrer, várias atividades foram programadas, ou seja, três reuniões coletivas e mais quatro com cada pequeno grupo de auxiliares de pesquisa (professor e estagiários que o acompanharam em salas de aula). Nas reuniões dos grupos menores, muitas vezes neste trabalho chamadas de “individuais”, ocorreram as discussões e análises das aplicações do jogo em sala de aula. Os resultados dessas conclusões foram levados para o grupo maior para conhecimento e correções eventuais. Assim, porque as reuniões dos grupos menores foram relatadas e discutidas no grupo maior, só serão abordadas as reuniões coletivas, onde estão apresentadas as impressões, conclusões e comentários sobre as aplicações das cinco fases do jogo e dos testes (pré-teste e pós-teste) sobre números inteiros.

Em cada uma das atividades desenvolvidas buscou-se tecer as teias para entrelaçar os pressupostos teóricos que embasaram esta pesquisa. Assim, neste capítulo estão apresentadas as explicações e considerações que dirigiram o grupo para as observações desejadas na tentativa de verificar a eficácia do jogo para a formação do conceito de Números Inteiros, para o estabelecimento de procedimentos e normas e para a orientação de condutas em sala de aula.

Durante todo o tempo, quer seja nas reuniões com os auxiliares de pesquisa, quer seja nas sessões de aplicação do jogo, procurou-se estabelecer correspondências que favorecessem o avanço nos níveis de abstrações, desde as empíricas até as reflexivas, provocando a instalação das etapas do mecanismo genérico do desenvolvimento da aprendizagem, segundo Piaget.

1. Primeira reunião coletiva.

Da primeira reunião coletiva, participaram cinco professores, três de Bauru, um de Macatuba e um de Botucatu, além de cinco estagiários: três do quarto ano e dois do terceiro ano do Curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade de Ciências da UNESP, Campus de Bauru. Nessa ocasião, o jogo e os referenciais teóricos que o sustentam foram apresentados. Foi explicado que se trata de um jogo apoiado na teoria de Jean Piaget, desenvolvido para o ensino e aprendizagem de Matemática, para introduzir nas salas de aula um trabalho em grupos co-operativos, visando também à formação dos alunos nos conteúdos procedimentais e atitudinais (ainda que parcialmente).

Para que as orientações pudessem ser melhor entendidas, o grupo decidiu que todos deveriam "jogar" e que, durante o jogo, fossem discutidas as relações entre a teoria e as atividades propostas.

Já na apresentação da primeira fase do jogo, foi explicado o porquê da forma do tabuleiro, que embora não tenha casas numeradas, é um morfismo do conjunto dos números inteiros. Foi esclarecido que a numeração seria inserida mais tarde, na terceira fase, quando as correspondências esperadas pudessem ser exploradas. Em todas as fases, os marcadores são movimentados no sentido horário, para valores positivos e, anti-horário, para valores negativos. Nas três primeiras fases, os valores positivos são representados pela cor branca nas faces dos dados, e os negativos pela cor vermelha. As posições ocupadas, em relação à casa de partida, provocam as correspondências com a teoria matemática em foco, pois existem duas possibilidades de se estar a uma certa distância da origem. Por exemplo, existem duas possibilidades de se estar a duas casas da origem: uma a sua direita (+2) e outra a sua esquerda (-2). Mais tarde, na terceira fase, foi explicado aos alunos que a Matemática tem como distinguir as duas posições; basta que, para isso, se dê sinal positivo para uma das posições, por exemplo, as posições à direita da origem e sinal negativo para as posições opostas, ou seja, à esquerda do ponto de partida. Essas diferenças podem estabelecer um primeiro significado para valores negativos, provocando as abstrações empíricas (nesta época acreditava-se que nas duas primeiras fases só ocorreriam as abstrações empíricas), visando estabelecer as primeiras correspondências entre posições positivas e negativas e as distâncias envolvidas.

Jogar com os professores e estagiários, antes de introduzir o jogo nas salas de aula, foi muito produtivo. Foi aí que eles perceberam que o jogo, sem deixar de lado o aspecto lúdico, é muito sério e muito importante para introduzir, em sala de aula, um trabalho em grupo apoiado em referencial teórico consistente, em que as questões, as dúvidas, as críticas e as reflexões de cada um se tornam de todos, assim como ocorreu com eles. Ficou claro que o jogo pelo jogo (qualquer que seja o jogo) pode significar apenas uma atividade lúdica e agradável, não contribuindo para a formação dos esquemas cognitivos. Porém, não é isso que se espera deste jogo. Em cada uma das fases, os alunos do ensino fundamental vão tendo a oportunidade de passar por diversos tipos de abstrações, desde as empíricas até as refletidas e, simultaneamente, de desencadear o mecanismo genérico do desenvolvimento cognitivo, pois as abstrações oriundas das correspondências e transformações vão provocar a passagem pelas etapas intra-objetal, inter-objetal e trans-objetal. Certamente, esses aspectos teóricos foram detalhadamente explicados para os auxiliares de pesquisa.

Quando o grupo começou a jogar, para poder entender melhor cada etapa e o que é possível abordar em cada uma, os professores e estagiários iniciaram suas perguntas. A primeira questão colocada, ainda durante a primeira fase do jogo, foi o porquê dos dados serem dois com as faces pares brancas e as faces ímpares vermelhas e dois, ao contrário, ou seja, as faces pares vermelhas e as ímpares brancas. Por que não dois inteiramente brancos e dois vermelhos. Após explicar que tal procedimento visa possibilitar a obtenção, num único lançamento, de todas as faces brancas, ou todas as faces vermelhas ou, ainda, obter faces brancas e vermelhas, os professores não só aceitaram como elogiaram, dizendo que não haviam pensado nesse aspecto. Como a primeira fase aborda apenas a adição de números inteiros, é realmente necessário que os alunos tenham a possibilidade de somar só números positivos, só números negativos ou somar positivos e negativos.

Depois que os auxiliares de pesquisa jogaram a primeira fase, surgiu um questionamento sobre a última casa do ramo esquerdo do tabuleiro onde estava impressa a palavra “castigo”. Foi decidido que nas duas primeiras fases esta casa seria chamada de “espera”, pois não seria conveniente, neste momento, associar números negativos com castigo. O jogador que ocupasse essa casa aguardaria obter, no lançamento dos dados, resultado positivo para recomeçar seus movimentos.

Tendo sempre em vista a questão norteadora deste estudo, bem como seus objetivos, os jogos continuaram a ser analisados e comentados pelos auxiliares de pesquisa. Nesta fase, interessava à pesquisadora ouvir os comentários para poder discutir e sanar dúvidas do grupo para que o jogo pudesse ser aplicado com sucesso em sala de aula.

A segunda fase foi considerada, pelo grupo, muito fácil. Inicialmente acharam-na dispensável. Nesta fase, há uma modificação no tabuleiro, pois algumas casas são coloridas, indicando que o sentido do movimento do jogador que aí parar seja invertido na próxima jogada. É usado apenas um dado sem alteração na cor das faces, ou seja, se o tabuleiro não fosse constituído por dois ramos, um à direita e outro à esquerda, poderia até ser utilizado para a adição e subtração de Números Naturais. Foi explicado que se pretende, com essa fase, acionar o mecanismo intra-objetal da subtração para provocar a correspondência entre a posição no tabuleiro e as posições dos números no Conjunto dos Inteiros. Ao mesmo tempo, pretende-se provocar um início da etapa inter-objetal ao promover comparações da adição de Números Inteiros com a subtração de Números Naturais, pois isso deve auxiliar o trabalho com a subtração de Números Inteiros, objeto da terceira fase do jogo.

A terceira fase aborda a adição e a subtração de Números Inteiros. Embora permaneça com os dados de faces vermelhas e brancas utilizados na primeira fase, o tabuleiro é modificado, pois as casas são numeradas imitando o Conjunto dos Números Inteiros. Assim é introduzida uma origem que será considerada o ponto inicial ou o número 0 (zero). À sua direita, os números positivos e à sua esquerda, os números negativos. É uma representação de parte do Conjunto dos Inteiros, adaptada a uma folha de papel. Entendeu-se que nesta fase não haveria problema em manter, na última casa, a esquerda a palavra “castigo”, pois a espera é passiva e o castigo, nas condições do jogo, é ativo, acompanhado de ações que devem ser decididas pelo grupo de jogadores, já que um dos objetivos é o trabalho com procedimentos, condutas e normas. Aceitou-se, também, que as normas ou regras combinadas, além daquelas apresentadas no próprio jogo, incidissem sobre os procedimentos e as condutas de cada um no grupo e do grupo como um todo.

Esta fase favorece a passagem da abstração pseudo-empírica para a abstração reflexionante, pois projeta no presente as ações vivenciadas nas duas primeiras fases, provocando a etapa inter-objetal.

A idéia matemática aqui abordada é a verificação da equivalência de resultados quando se soma a uma determinada quantidade um valor positivo, ou se subtrai da mesma quantidade um valor negativo. Deseja-se que os alunos percebam que subtrair de uma certa quantidade, por exemplo, o número (–4), tem o mesmo resultado que adicionar a essa mesma quantidade o número (+4).

Ficou também estabelecido que nessa fase os alunos começariam a registrar no caderno, usando a linguagem matemática, as ações efetuadas no jogo. A quantidade de pontos equivale a um algarismo, a cor da face do dado equivale aos sinais de + ou de –. As cores das casas do tabuleiro equivalem à adição ou à subtração.

Na quarta fase, são usados dados especialmente construídos em que os pontos são substituídos pelo algarismo correspondente e as cores pelos sinais + ou –, ficando assim representados os números inteiros:±1, ±2, ±3, ±4, ±5 e ±6. Os tabuleiros da quarta e quinta fases deixam de ser um morfismo do Conjunto dos Números Inteiros para se tornarem transformações do mesmo, visto que conservam o conteúdo e transferem a forma.

No tabuleiro da quarta fase, encontram-se, em algumas casas, expressões indicadas envolvendo operações como: adição ou subtração dos números positivos (P), adição ou subtração dos números negativos (N), soma algébrica dos números obtidos (S) e multiplicação dos resultados das operações citadas por um número inteiro, lembrando que a multiplicação deve, inicialmente, ser tratada como uma adição de parcelas iguais.

Nesta fase, ocorrem as abstrações definidas por Piaget: as empíricas, as pseudo-empíricas e as reflexivas das duas maneiras, tanto as reflexionantes (por projeção no presente das ações desenvolvidas no passado), quanto as refletidas, que tematizam a teoria. A teoria matemática passa a ter sentido por ela mesma, já que pode ser despida da situação concreta que a gerou.

A quinta fase foi desenvolvida para permitir um aprofundamento na operação multiplicação de números inteiros. Nela, além dos dados da quarta fase, é introduzido um quinto dado[21] com a finalidade de introduzir a multiplicação por alguns números inteiros. Nas faces desse dado, estão impressos os números: 0, –1, +2, –2, +3 e –3. O grupo julgou mais adequado substituir o número +1 pelo 0 para que o produto por zero pudesse ser abordado. Assim, como na quarta fase, a tematização da teoria se dá pela correspondência das ações concretas, vivenciadas no jogo, e as abstrações das operações representadas matematicamente.

Para a abordagem dos "procedimentos, condutas e normas" foi discutido o papel dos grupos co-operativos.

Nos anos de trabalho com a formação continuada do professor de Matemática, quer no decorrer dos projetos ligados ao programa Pró-Ciências[22],

[21] Esse dado poderia ser um dodecaedro regular ou um icosaedro regular. Isso aumentaria os números a serem multiplicados pelos valores obtidos. Como não foi possível construir cerca de seis poliedros para cada classe participante, optou-se pelo hexaedro regular.

[22] Bergamo, G. Costa, L. Q. Moraes, M. S. S. e Poloni, A. "A construção de valores no processo de ensino e aprendizagem de Matemática no Ensino Médio", projeto apresentado e aprovado pelo Programa Pró-Ciências, convênio SEMTEC, CAPES, SEE/SP e UNESP, 2002, Bauru, FC, Deptos de Matemática e Educação.

quer nos trabalhos do extinto PEC (Programa de Educação Continuada), ficou constatada a dificuldade encontrada pelos professores para conviver com suas questões didático-pedagógicas, o que tem prejudicado o diálogo necessário no cotidiano escolar. Em vista disso, foi instalado um grupo de trabalho contando com Professores da UNESP, Professores da Rede Oficial de Ensino (ROE) e alunos da Licenciatura, envolvidos em um trabalho co-operativo.

A autora desta tese, integrante do grupo citado, porém agindo individualmente, transferiu as discussões para a situação apresentada pelo jogo, cogitando uma forma de enfrentamento que levasse em consideração os conteúdos procedimentais e parte dos atitudinais, apontados pelos PCN (1998) como conteúdo escolar, cuja abordagem pode ser viabilizada por intermédio de grupos co-operativos e pela introdução de um Trabalho Produtivo em sala de aula.

A instalação de um trabalho co-operativo (trabalho coletivo produtivo) passa por várias considerações a respeito de como efetuar (procedimentos) as ações propostas pelo grupo. Essas ações estão direcionadas para o comprometimento coletivo com a realização do potencial de desenvolvimento de cada um de seus integrantes. Fundamentalmente, os membros do grupo têm de falar para estabelecimento de uma interlocução necessária que leve à elaboração coletiva do conhecimento matemático.

As maneiras de pensar e de proceder devem ser analisadas e discutidas, em sala de aula, no coletivo da turma. Aí se incluem os procedimentos, condutas e normas, enquanto conteúdos que deverão estar presentes em todas as disciplinas da grade curricular, incluindo a Matemática.

Este foi o teor das explicações dadas aos professores e estagiários participantes na primeira reunião coletiva. Após essas considerações uma professora (auxiliar de pesquisa) manifestou-se dizendo que não sabia como agir em sala de aula com os alunos reunidos em grupos. Argumentou que a formação de grupos discutindo todos ao mesmo tempo, mesmo que o tema fosse matemático, criaria um ambiente tumultuado. Sendo assim – “não seria possível aplicar o jogo em duplas?” – questionou a professora.

Diante da situação exposta, foi explicado que se o trabalho visasse somente a Matemática, a diferença poderia não ser tão grande, mas para abordar os outros conteúdos pretendidos é indispensável o trabalho em grupos. Foi então sugerido que ela colocasse a questão para discussão com seus alunos. As discussões e conclusões da classe estão relatadas no item: “segunda reunião coletiva” sub item: “aplicação da primeira e segunda fase do jogo”.

Foi também decidido, nessa reunião, que os grupos de alunos formados nas salas de aula do Ensino Fundamental deveriam entender as atividades propostas, elaborar suas conclusões e apresentá-las à turma.

Depois dessas argumentações, foi explicado o que se entende por procedimentos, condutas e normas.

a) Procedimentos:

O tema foi abordado a partir da definição dada pelos PCN (1998):

> *Os procedimentos expressam um saber fazer, que envolve tomar decisões e realizar uma série de ações, de forma ordenada e não aleatória, para atingir a uma meta* (BRASIL, 1998a, p.75-76).

Foi também esclarecido que os procedimentos não devem ser encarados como uma mecanização das ações. Trata-se de entender as ações que o jogo exige para poder, mais tarde, transcrevê-las ou traduzi-las com significados para a linguagem matemática. Esses significados nascem das ações e discussões no grupo, com o grupo e pelo grupo, na busca de maneiras possíveis de fazer as transcrições. As seqüências das ações levam ao estabelecimento de uma seqüência de operações necessárias à tematização do conceito desejado.

b) Condutas:

O que aqui se chama de conduta corresponde, em parte, ao que Coll chama de atitudes, ou seja:

> *São tendências ou disposições adquiridas e relativamente duradouras a avaliar de um modo determinado um objeto, pessoa, acontecimento ou situação e a atuar de acordo com essa avaliação* (COLL, 1998, p.122).

Pode-se também definir conduta como:

> *O conjunto dos movimentos, das ações, das palavras, de tudo o que se pode fazer, que é exteriormente perceptível, que vai do indivíduo para os objetos ou organismos exteriores.* (DORON e PAROT, 1998)

Assim, as condutas estão relacionadas à maneira de ser e de tratar os outros e à maneira de enfrentar as situações que surgem em sala de aula. Não se trata de um aspecto instantâneo, nem inato. As condutas têm de ser duradouras e podem ser adquiridas; caso contrário não teria razão incluí-las no rol dos conteúdos escolares.

c) Normas:

As normas vão estabelecer os padrões aceitáveis de comportamento para a convivência social. Elas vão determinar o que é permitido e o que não o é, não só na escola, mas, sobretudo, no dia a dia das pessoas.

Normas vão além das regras do jogo introduzido neste estudo, pois até tais regras podem ser modificadas, desde que algumas condições sejam respeitadas.

Foi solicitado que os professores auxiliares de pesquisa ficassem atentos às evoluções de seus alunos tanto nos procedimentos quanto nas condutas. Mais uma vez, os professores não sabiam como avaliar tais conteúdos. Por sugestão deles, foi elaborado, em conjunto, o roteiro para as observações desejadas (Anexo 4) cujos itens serão abordados a seguir:

- Você considera que o jogo proporcionou aos seus alunos a construção do conceito de Números Inteiros? Por quê?

O grupo decidiu que estaria observando, durante o jogo, os procedimentos matemáticos tanto nos movimentos efetuados quanto na transcrição das ações para a linguagem matemática e, assim, poder interferir quando o grupo não conseguisse sozinho. Na finalização da questão (por quê?) os professores deveriam anotar as evoluções observadas, tendo em mira o conteúdo matemático.

- Durante o desenvolvimento do jogo você percebeu a utilização de conceitos matemáticos pré-existentes?

Esta é uma tentativa de levantar falhas de aprendizagens anteriores que dificultam a aprendizagem de Números Inteiros. Seria alguma coisa do tipo: os alunos não conseguiram encontrar uma saída para o problema surgido porque, por exemplo, não sabiam adicionar Números Naturais.

- Descreva o que você observou quanto ao desenvolvimento do jogo.

Observar como os alunos receberam a notícia da aplicação do jogo no processo de ensino e aprendizagem, seus comentários, suas fisionomias, as manifestações de aceitação ou de rejeição. Se houver rejeição, verificar que tipo de aluno ou grupo de alunos não aceitou (são os classificados como bons alunos ou são aqueles que não se interessam por nada, dentre outros tipos existentes em sala de aula?). Com relação àqueles que aceitaram participar da atividade, verificar como as dúvidas surgidas nos grupos são sanadas, se essa dúvida reaparece em algum momento e, ainda, como as idéias matemáticas são discutidas no grupo.

- Qual foi a evolução das relações humanas nos grupos?

Verificar a maneira como as divergências iniciais foram tratadas: com respeito pelo outro, pelas opiniões do outro, com zombarias, com grosserias, com violência etc. Observar, no decorrer do jogo, se houve alguma mudança na relação aluno-aluno. Nas assembléias finais de cada etapa, visando avaliar as ações vivenciadas, como foram as condutas: um ou mais alunos tentou monopolizar as atenções, um ou mais alunos se recusou a falar? De uma maneira geral, como foram as discussões de avaliação? Surgiram sugestões novas? De que forma os alunos encaram o jogo como atividade de sala de aula?

- Em que momentos e por que surgiu a necessidade do estabelecimento de regras nos grupos?

Foi explicado para os auxiliares de pesquisa que, geralmente, quando os grupos são instalados, há uma tendência de tumulto, mesmo porque não tem sido esse um procedimento habitual. Uma vez iniciados os trabalhos, a tendência é o restabelecimento da ordem. Entretanto, alguns grupos se empolgam com o jogo e seus elementos ficam agitados. Se a situação perdurar sem que o grupo tente normatizar as condutas, caberá ao professor (ou estagiário) interceder e provocar uma reflexão sobre o comportamento.

- Que mudanças, em sua opinião, o trabalho em grupo provocou no procedimento dos alunos?

A introdução de um trabalho em grupos co-operativos visa acostumar os alunos a colocar suas dúvidas para o grupo pequeno do qual faz parte, bem como nas assembléias de toda a classe. O professor deixa de ser o único com o qual tais assuntos são tratados. O lema dos grupos co-operativos é: “quem fala aprende e quem escuta ensina”, isso porque, para se expressar, o aluno precisa ordenar seu pensamento, dando um encadeamento às idéias para que os outros possam entendê-lo. Na convivência dos elementos do grupo, com troca de opiniões e discussões sobre o tema estudado, aprende-se a respeitar os outros e a ser respeitado. Essas trocas provocam um aumento da auto-estima e o estabelecimento de regras de convivência social. Com isso é exercitada uma autonomia solidária, pois o “nós” é mais importante que o “eu”. Cada indivíduo, com o tempo, passa a ser um representante legal do grupo, podendo falar por ele e, ao mesmo tempo, ser representado por ele.

- No desenvolvimento do jogo, predominou a intenção de "vencer a qualquer custo" ou houve colaboração com os alunos com maior dificuldade?

Na situação de jogo é normal que cada um queira vencer. Porém, o jogo proposto visa vencer dificuldades, tanto as individuais quanto as coletivas.

Para vencer, estamos acostumados a ver que vale tudo. Vale burlar, vale brigar, vale desestruturar o outro, para levar vantagens. Tais aspectos podem e devem ser comentados com os alunos participantes, mesmo que sejam considerados imaturos para entender o custo social que isso acarreta. Se não for dada a oportunidade de discutir e refletir, nunca haverá interesse nos aspectos político-sociais que podem mudar a lei da vantagem e conseqüentemente, as diferenças sociais que têm excluído os grupos tidos como “menores”.

- O material oferecido proporcionou a aplicação dos conceitos envolvidos? Por quê?

O jogo foi desenvolvido para permitir iniciar os trabalhos com Números Inteiros. Não visa abordar todo o conteúdo, como é o caso da divisão, potenciação e radiciação de Números Inteiros. Porém acredita-se que depois de sua aplicação, os tópicos não contemplados possam ser facilmente abordados, pois a divisão poderá ser explorada como a operação inversa da multiplicação, a potenciação como uma forma de multiplicação e a radiciação como operação inversa da potenciação.

Caso outros aspectos sejam detectados o professor (ou o estagiário) deve trazer para o grupo resolver.

- Quais as dificuldades encontradas por seus alunos no decorrer dos jogos? Quais as facilidades?

Observar as maneiras de contagens efetuadas, antes e durante os deslocamentos, tanto nos dados quanto nos tabuleiros. Ficar atento para a maneira como os grupos se comportam diante das dificuldades apresentadas, ou seja, com caçoadas, com achincalhamentos, com desdém, ou com solidariedade. Observar se, quando surge uma dúvida, surge com ela alguém que queira dominar os demais participantes, tanto por conseguir fazer os cálculos mais rapidamente, quanto para simplesmente se destacar ou, ainda, para tentar levar vantagens. Fazer estas observações desde a primeira aplicação e acompanhar durante as outras fases do jogo para poder perceber as mudanças de conduta ocorridas.

Verificar, na transcrição dos valores, as maneiras como os indivíduos representam a expressão obtida, como efetuam as operações indicadas e em que momento o grupo interfere.

- Como você avalia a reação dos alunos diante do jogo?

Ao serem propostas atividades com os jogos, verificar as reações (verbais ou fisionômicas). Na introdução de novas fases, observar e descrever as reações da classe.

Durante o jogo, observar se os alunos jogam com alegria, com indiferença ou com visível aversão.

- Especifique qualquer aspecto e/ou problema referente ao jogo que considere importante e que não tenha sido abordado.

Este item foi introduzido para permitir que outros aspectos não previstos, porém considerados importantes pelos auxiliares de pesquisa, pudessem ser destacados e posteriormente analisados.

Ficou decidido que os professores aplicariam os pré-testes apenas nas 7^{as} e 8^{as} séries e as duas primeiras etapas do jogo seriam aplicadas em todas as classes participantes.

Combinou-se, também, que a pesquisadora não participaria da aplicação do pré-teste e que, na oportunidade, nada seria dito sobre a introdução do jogo na sala de aula, já que se temiam resultados camuflados. Segundo os professores, os alunos poderiam “errar” conscientemente para que fossem beneficiados com o uso do jogo. As discussões que essas afirmações desencadearam serão narradas no próximo item.

2. Segunda reunião coletiva.

A pauta para a segunda reunião coletiva foi:

- Analisar e discutir os resultados dos pré-testes.
- Analisar as aplicações das duas primeiras fases do jogo.
- Preparar as aplicações das outras fases.
- Colher as impressões dos professores e estagiários.

Todos os auxiliares de pesquisa (três professores e cinco estagiários) participaram da reunião.

Resolveu-se que as discussões comuns seriam registradas, sem destacar o autor.

2.1. Pré-teste – resultados e discussão

O pré-teste, conforme combinação anterior, foi aplicado apenas nas sétimas e oitavas séries, pois acreditava-se que esses alunos já haviam passado pelo processo de ensino e aprendizagem de Números Inteiros, o que não ocorria com os alunos de sexta série. Assim, o teste foi aplicado apenas nas classes que já tinham ouvido falar em Números Inteiros

Os professores perguntaram aos alunos de 7ªs e 8ªs séries se eles aceitariam participar de um trabalho que os estagiários desenvolviam no Curso de Licenciatura em Matemática. Explicaram tratar-se de atividades para verificar o entendimento dos alunos sobre o importante tópico matemático “Números Inteiros” que já havia sido estudado na 6ª série. Com a concordância dos alunos, o teste foi aplicado. Participaram do pré-teste 192 alunos, pois alguns faltaram no dia.

O que chamou a atenção do grupo foi a discrepância entre os acertos, altos nas questões de multiplicação e baixos nas questões de adição. Examinando atentamente as provas, algumas pistas foram encontradas.

Para que o grupo pudesse ter uma visão sintetizada dos resultados e, assim, discuti-los e analisá-los, foi organizada a tabela 1, indicando, para cada questão e para cada série, o número de acertos e erros, bem como das porcentagens calculadas.

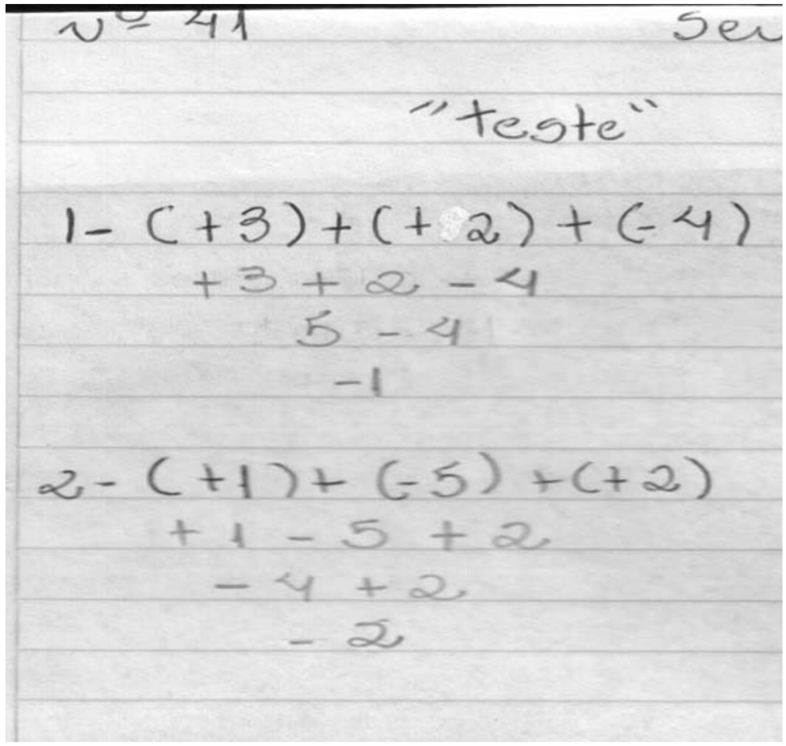
Nessa tabela pode-se observar que, as questões de 1 a 4 somente abrangeram a adição e a subtração de Números Inteiros. Nesses casos, os alunos adicionaram corretamente as parcelas positivas. Quando se tratava de somar positivo com negativo, embora tenham acertado o resultado, muitos deles aplicaram a chamada “regra dos sinais” erroneamente. Exemplo: adicionar (+4) com (–5) é a mesma coisa que adicionar (+5) com (–4), ou seja, o resultado é (–1).

Tabela 1: Resultado do pré-teste

QUESTÕES		7ª série (99 alunos}		8ª série (93 alunos)	
		alunos	%	alunos	%
1) (+3) + (+2) + (-4) = (+1)	Acertos	32	32	49	54,5
	Erros	67	67	41	45,5
2) (+1) + (-5) + (+2) = (-2)	Acertos	89	89	86	95,6
	Erros	10	10	04	4,4
3) (+2) - (+5) - (-2) = (-1)	Acertos	31	31	82	91,1
	Erros	68	68	08	8,9
4) (+3) + (-5) + (+2) = 0	Acertos	54	54	87	96,7
	Erros	45	45	03	3,3
5) (+2) × (+8) = (+16)	Acertos	95	95	88	97,8
	Erros	04	4	02	2.2
6) (+3) × (-7) = (-21)	Acertos	92	92	78	86,7
	Erros	07	7	11	13,3
7) (-5) × (-6) = (+30)	Acertos	93	93	89	98,9
	Erros	06	06	01	1,1
8) $(+2)^2 = (+4)$	Acertos	95	95	93	100
	Erros	04	04	0	0
9) $(-2)^2 = (+4)$	Acertos	86	86	79	87,8
	Erros	13	13	11	12,2
10) $(+3)^3 = (+27)$	Acertos	63	63	55	61,1
	Erros	36	36	35	38,9
11) $(-3)^3 = (-27)$	Acertos	65	65	27	30
	Erros	34	34	63	70

Para muitos alunos, +5 – 4 = – 1, assim como –4 + 2 = –2, ou seja, na adição, + com – , assim como – com + tem como resultado um número negativo.

A figura seguinte ilustra essa confusão:



nº 41 Se

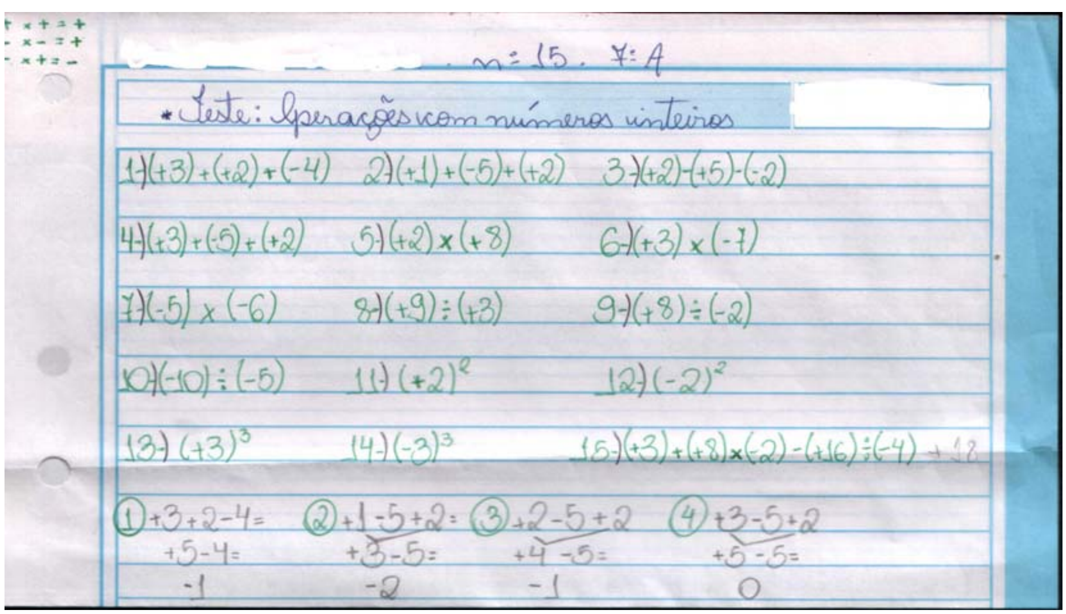
"teste"

1- (+3)+(+2)+(-4)
+3+2-4
5-4
-1

2- (+1)+(-5)+(+2)
+1-5+2
-4+2
-2

Alguns alunos colocaram na parte superior da folha do teste um lembrete da regra dos sinais para a multiplicação e divisão (aquele que até os professores repetem sempre '+ + = +', '+ – = –', '– + = –' e '– – = +') e a usaram para a adição.

A seguir, para ilustrar a afirmação acima, cópia de duas dessas provas:



+ + + = +
- x - = +
- x + = -

n: 15. 7: A

• Teste: Operações com números inteiros

1-)(+3)+(+2)+(-4) 2-)(+1)+(-5)+(+2) 3-)(+2)-(+5)-(-2)

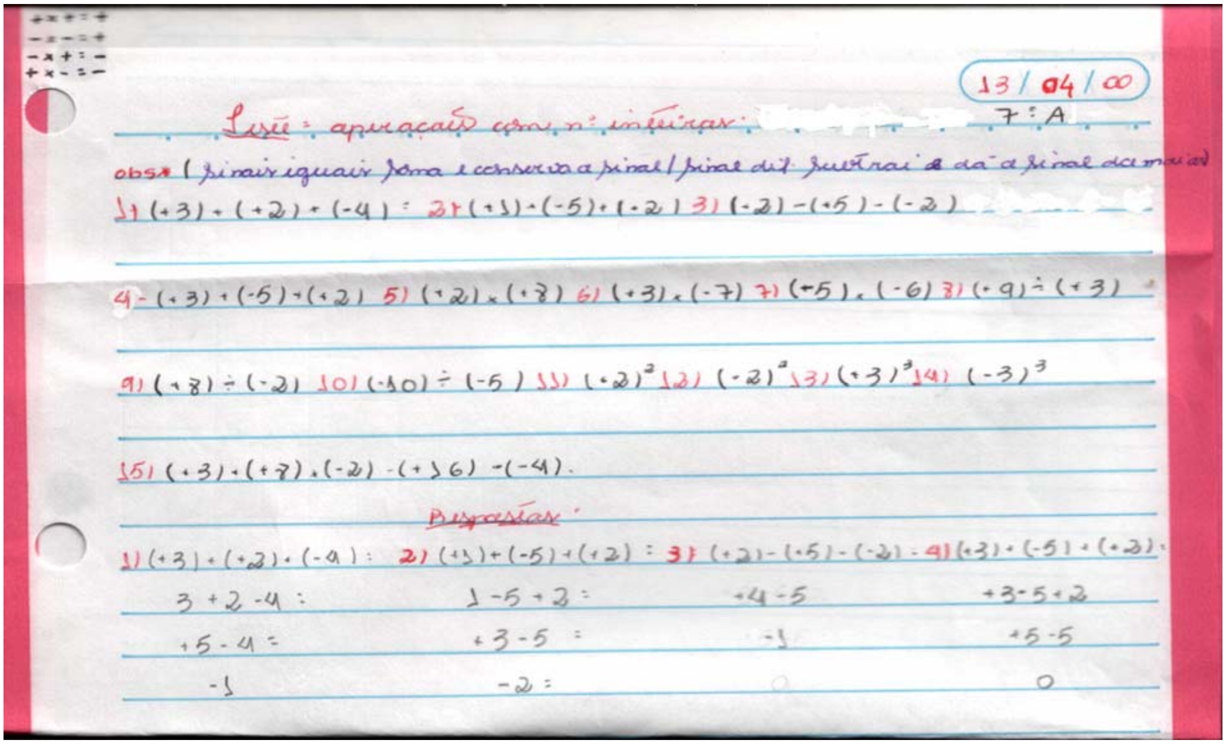
4-)(+3)+(-5)+(+2) 5-)(+2)x(+8) 6-)(+3)x(-7)

7-)(-5)x(-6) 8-)(+9)÷(+3) 9-)(+8)÷(-2)

10-)(-10)÷(-5) 11-)(+2)² 12-)(-2)²

13-)(+3)³ 14-)(-3)³ 15-)(+3)+(+8)x(-2)-(+16)÷(-4)

1 +3+2-4= 2 +1-5+2= 3 +2-5+2 4 +3-5+2
+5-4= +3-5= +4-5= +5-5=
-1 -2 -1 0



13/04/00

Lista: operação com nº inteiros: 7ª A

obs: (sinais iguais soma e conserva o sinal / sinal dif. subtrai e dá o sinal do maior)

1) (+3) + (+2) + (-4) = 2) (+1) + (-5) + (+2) 3) (-2) - (+5) - (-2)

4) (+3) + (-5) + (+2) 5) (+2) x (+3) 6) (+3) x (-7) 7) (+5) x (-6) 8) (+9) ÷ (+3)

9) (+8) ÷ (-2) 10) (-10) ÷ (-5) 11) $(+2)^2$ 12) $(-2)^2$ 13) $(+3)^3$ 14) $(-3)^3$

15) (+3) + (+7) x (-2) - (+16) - (-4).

Respostas:

1) (+3) + (+2) + (-4) = 2) (+1) + (-5) + (+2) = 3) (+2) - (+5) - (-2) = 4) (+3) + (-5) + (+2) =

3 + 2 - 4 =	1 - 5 + 2 =	+4 - 5	+3 - 5 + 2
+5 - 4 =	+3 - 5 =	-1	+5 - 5
-1	-2 =	0	0

Embora no lembrete (à esquerda na parte superior das provas) esteja indicada a operação multiplicação, para eles, na adição também vale o bordão amplamente utilizado: "negativo com positivo dá negativo". Daí o número grande de erros na questão nº 1.

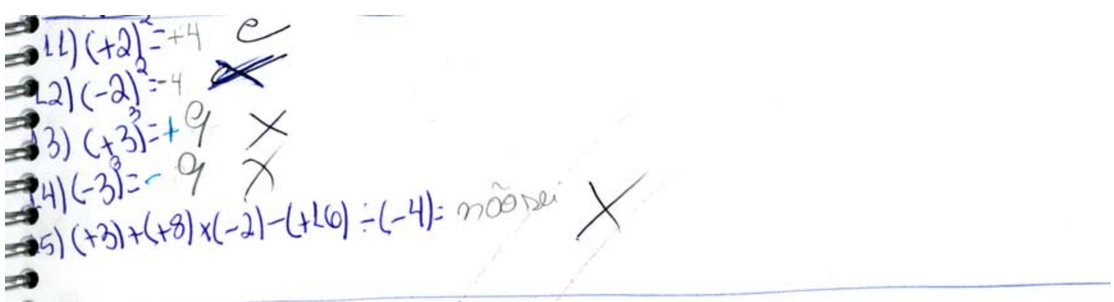
Na 2ª questão, muitos alunos chegaram à resposta certa, porém, ao que tudo indica, de maneira errada. A hipótese levantada pelo grupo deveria ser o objeto das investigações com os alunos. Tal hipótese foi:

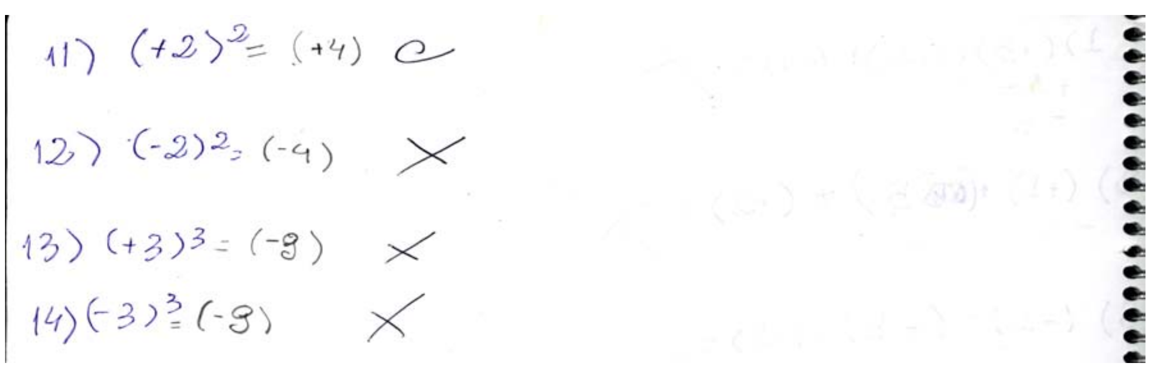
Partindo da questão: (+1) + (-5) + (+2) = ... , pode-se supor que os alunos pensaram "(+1) + (-5) = (-4) (porque "mais com menos dá menos", ou seja, de maneira errada chegaram a um resultado correto) e (-4) + (+2) = (-2), pela mesma razão, ou seja, menos com mais dá menos. Nas duas provas apresentadas os alunos somaram os números positivos: (+1) + (+2) = (+3) e, depois fizeram (+3) + (-5) = (-2). O resultado, embora correto, poderia ser considerdo errado, pois o que aplicaram foi "positivo com negativo dá negativo". Quando se leva em conta apenas o produto (acertos e erros numa prova), corre-se o risco de considerar certo um resultado derivado de um erro no processo.

Nas questões seguintes, os erros mais freqüentes foram somar em vez de multiplicar. A regra dos sinais foi aplicada corretamente, já que os exercícios versavam sobre multiplicação e divisão. Ou seja, surge um indicativo de que existe uma grande confusão entre adição e multiplicação. Talvez essa falta de discernimento leve os alunos aos dois erros já citados: somar os números quando a operação é a multiplicação e utilizar a regra de sinais para a multiplicação na adição. Diante de tais constatações, os professores envolvidos decidiram estar, em sala de aula, atentos para essas questões.

Nas expressões que envolvem potenciação, não foram raras as transformações de potência em adição de parcelas iguais no lugar de multiplicação de fatores iguais. Por exemplo $(+3)^3 = (+3) + (+3) + (+3) = +9$ no lugar de $(+3)^3 = (+3) \times (+3) \times (+3) = (+27)$.

Nos trechos apresentados a seguir, retirados do pós-teste, pode-se perceber esse fato:





Quando o aluno indicou corretamente $(+2)^2 = +4$, na realidade, pode ter feito o seguinte: (+2) + (+2) = (+4). Essa hipótese é reforçada pela questão seguinte: $(-2)^2 = (-4)$, ou seja, (-2) + (-2) = (-4).

Nas duas questões seguintes o mesmo erro se repetiu:

$(+3)^3 = (+3) + (+3) + (+3) = (+9)$ ou $(-3)^3 = (-3) + (-3) + (-3) = (-9)$

Na discussão com os auxiliares de pesquisa sobre os resultados obtidos nas duas últimas questões, que indicaram um número maior de acertos dos alunos de sétima série do que os da oitava série, chegou-se à conclusão de que, por estar no início do ano letivo, os alunos de sétima série estavam a menos tempo longe das operações com Números Inteiros, por isso, se lembravam das regras. Os de oitava série tinham passado pelo processo de aprendizagem (?) há muito tempo e não conseguiram mais se lembrar. Surgiu então uma discussão sobre o significado de um processo de ensino e aprendizagem que utiliza a memorização sem que os significados dos conceitos tenham sido trazidos à tona.

Com base nas observações e discussões do pré-teste, o grupo resolveu inserir algumas novas questões no teste já elaborado, para poder aplicá-lo após a utilização do jogo nas três séries. Assim, algumas questões foram incluídas no teste original, conforme anexo 3.

2.2. O jogo Maluco por Inteiro em sala de aula.

Ao mesmo tempo em que os auxiliares de pesquisa sentiam a força de um trabalho em grupo, onde cada um é ouvido, respeitado e estimulado a se colocar, aumentava sua vontade de levar o projeto adiante. Na medida em que o entusiasmo de alguns crescia, os outros, inicialmente mais desanimados, eram contagiados.

Durante as reuniões coletivas ou individuais, cuidou-se para que ninguém perdesse de vista as normas dos grupos co-operativos: o grupo tem primazia sobre os indivíduos. No caso desta pesquisa, os grupos menores se reuniram em dias e locais distintos e levaram suas conclusões para o grupo maior.

Paralelamente, em sala de aula, os grupos de alunos do Ensino Fundamental jogavam, discutiam os movimentos e posições com argumentos muitas vezes surpreendentes aos professores e, ao final da fase do jogo, colocavam para a classe as discussões e conclusões dos grupos.

Professores e estagiários ficaram entusiasmados com o jogo. Vislumbraram nele a possibilidade de abordar, em grupos co-operativos, os conteúdos específicos, os procedimentos, as condutas e as normas, com base na teoria de Jean Piaget. Tanto professores quanto estagiários, segundo eles mesmos, conheciam apenas alguns pontos da teoria de Piaget e nunca haviam visto nada colocado em prática.

Com as constatações oriundas da análise dos resultados, os professores optaram por aplicar o jogo em todas as suas classes, embora nesta pesquisa só sejam utilizados os resultados das classes que estavam previstas.

2.2.1. Aplicações: primeira e segunda fases do jogo.

Quando as duas primeiras fases do jogo foram aplicadas, não se tinha em mãos os resultados do pré-teste.

Havia-se decidido que as duas fases seriam vivenciadas pelos alunos, de preferência no mesmo dia, já que a segunda fase é muito rápida e simples.

Num primeiro momento, não foi pedido para que os alunos fizessem as transcrições das ações para o caderno, pois essa atividade, proposta por um dos grupos, foi imediatamente aceita pelos outros, como um castigo para quem não conseguisse efetuar as operações indicadas. Pretendia-se apenas lidar com as regras do jogo, embora os procedimentos e as condutas tenham começado a ser observados. Entretanto, foi explicado que se tratava de um jogo envolvendo as operações com Números Inteiros e que todos os movimentos procuravam dar subsídios que facilitassem o entendimento do conteúdo matemático citado.

Ficou também combinado que as explicações iniciais, para as turmas participantes, seriam dadas pelo professor da classe sem a presença da pesquisadora nem dos estagiários. Porém, nessa ocasião, os alunos seriam avisados de que uma ou duas pessoas de fora estariam em sala de aula ajudando os grupos a sanarem dúvidas, desde que essas dúvidas fossem do grupo e não somente de um aluno.

Como a equipe foi formada por três professores, cinco estagiários e a pesquisadora, durante as aplicações do jogo nos períodos da manhã e da tarde, sempre estavam com o professor mais duas pessoas. No período noturno cada professor aplicou o jogo sozinho na maior parte do tempo, pois, tanto os estagiários quanto a pesquisadora estavam em aula na Universidade.

Após cada aplicação, a pesquisadora se reuniu individualmente com os três sub-grupos, formados pelo professor da classe e estagiários.

Na primeira aplicação foram destacados alguns pontos. Em primeiro lugar, a receptividade do trabalho com o jogo. De todas as classes, apenas uma menina, aluna de 8ª série, não aceitou participar. Sua posição foi respeitada e ela ficou estudando sozinha, tentando resolver alguns problemas do livro didático. De vez em quando a professora ia até ela para observar o que estava fazendo e perguntar sobre possíveis dúvidas. No primeiro dia, ela realmente não participou do jogo. Todos os outros alunos receberam o jogo com entusiasmo.

O interesse dos alunos do curso noturno foi descrito pelos professores como se segue. Inicialmente os alunos interpretaram os jogos como brincadeira e as reações foram de dois tipos: alguns não quiseram utilizar-se de jogos pois achavam que estavam perdendo tempo; outros aceitaram sem questionar, mas também sem entusiasmo. Os professores explicaram a importância deste jogo, principalmente para eles que trabalham durante o dia e não têm tempo para fazer tarefas.

Segundo os professores, as faltas dos alunos do curso noturno prejudicaram o desenvolvimento das atividades. Nesse ponto foi colocado que para o aluno trabalhador é indispensável que as atividades desenvolvidas em sala de aula sejam realmente produtivas. Esse jogo desenvolvido em grupos co-operativos, com cada fase estudada para provocar uma aprendizagem com significados, baseado na teoria de Jean Piaget, permite que o tempo de aula seja bem produtivo. Desse modo, o jogo foi introduzido e os resultados, desde a primeira fase, foram animadores.

Nas duas primeiras fases, talvez por não ter sido pedido para que os alunos transcrevessem as ações para a linguagem matemática, o jogo foi encarado por muitos como uma brincadeira. A interferência do professor, adiantando as explicações que davam algumas indicações da finalidade do jogo, mudou, em parte, esta visão.

A constituição de grupos discutindo e tentando entender, no grupo, as ações desencadeadas, não têm sido comum nas escolas. A visão dos alunos continua sendo “o professor ensina e os alunos aprendem”.

No primeiro dia, em todas as turmas, houve apenas a demonstração das duas primeiras fases para que as regras do jogo fossem colocadas. De início, como já se esperava, os alunos moviam seus pinos considerando o resultado de cada dado isoladamente, porém sempre iniciavam seus movimentos pelos valores das faces brancas dos dados. Só depois de executarem o movimento no sentido horário, efetuaram o movimento no sentido anti-horário. Este fato foi anotado para as discussões posteriores com o grupo maior.

Na reunião coletiva, decidiu-se explorar este aspecto em sala de aula, mostrando para os grupos a propriedade comutativa da adição, isto é, pode-se somar os valores na ordem que se quiser.

Segundo os depoimentos dos professores auxiliares de pesquisa, o interesse inicial da maioria dos alunos foi provocado pela possibilidade de assistirem a aulas diferentes, quando giz e lousa passaram a ter um papel secundário. A agitação da aula, embora tivesse incomodado as classes vizinhas, foi também um motivo para, na opinião dos alunos, tornar a aula interessante. O controle do nível de agitação foi colocado em pauta, o que propiciou uma discussão sobre procedimentos, normas e condutas, condizentes com a situação de sala de aula, visando à aprendizagem, porém sem prejudicar, com excesso de barulho, as outras salas.

Os professores não colocaram a condição: o jogo ou as aulas tradicionais. Apenas conversaram com os alunos sobre a importância do jogo e a necessidade de não se perturbar a escola toda. A partir daí, os alunos estipularam regras como: quem gritar , der soco na mesa, falar palavrão, xingar o outro, etc. perde a próxima jogada; ou, então, esteja onde estiver, vai para a casa de espera ou do castigo. Outra regra muito importante foi; “quem não acertar os movimentos (por distração ou por erro de conta) escreve e resolve, na lousa ou no caderno, as expressões matemáticas de todos os jogadores de seu grupo durante uma rodada”. Foi desta última regra que surgiu uma das atividades mais importantes do jogo, ou seja, cada um deve registrar em seu caderno (individualmente ou em grupo) a expressão envolvendo valores e operações indicadas no jogo e resolvê-la matematicamente.

Na segunda fase, as idas e voltas são mais freqüentes. Pesquisador e auxiliares de pesquisa entendiam que a finalidade dessa fase, bem como a da primeira, era preparar o aluno para as fases seguintes, em especial para a terceira. Com a correção e análise do pré-teste, foi percebida a importância de um trabalho mais demorado com a adição e subtração. As idas e voltas desprendidas do significado matemático (o que foi percebido mais tarde) não contribuíram para despertar o interesse dos alunos. Nesse momento decidiu-se que, em próximas aplicações, os alunos deveriam ser convidados a registrar, nos cadernos ou no quadro negro, as traduções das ações desenvolvidas no jogo para a linguagem matemática desde a primeira fase.

Antes da aplicação do jogo, os professores explicaram para seus alunos os significados de cada fase do jogo e dos grupos co-operativos, dando ênfase àquilo que se pretendia com esse tipo de trabalho.

Para as sétimas e oitavas séries, foi explicado que a primeira fase do jogo só abrange a adição de Números Inteiros. Assim, as faces obtidas com o lançamento dos dados poderiam ser escritas da maneira como se escreve um número inteiro, ou seja, um algarismo acompanhado por um sinal.

Nas sextas séries, as mesmas explicações, porém de maneira diferente, foram dadas somente após algumas jogadas, quando os alunos já não faziam mais movimentos truncados, levando em conta cada face dos dados isoladamente. Em outras palavras, quando os alunos perceberam que poderiam substituir os vários movimentos por um só, resultado da soma de todos os valores obtidos. Nesse momento foi explicado que, no jogo havia duas possibilidades de movimento: um no sentido do movimento dos ponteiros de um relógio (sentido horário) e outro em sentido contrário (sentido anti-horário) e que a Matemática tinha como, através de seus símbolos, distinguir uma situação de outra. Para isso usam-se os sinais de “mais” e de “menos”.

Conforme foi verificado, não houve dificuldades para tal entendimento. As primeiras representações escritas surgiram como adição e subtração de Números Naturais. Só então foram explicados os números negativos e a maneira matemática de representá-los: um algarismo acompanhado por um sinal, dentro de parênteses.

Nessa etapa dos trabalhos, os alunos tiveram certeza de que o jogo não é uma brincadeira introduzida em sala de aula apenas para distraí-los. Trata-se de uma atividade agradável, porém séria, com objetivos bem definidos.

A menina, aluna de 8ª série, que inicialmente se recusou a participar do jogo, começou a observar e, ao que tudo indica, também chegou à mesma conclusão. Aos poucos foi se aproximando dos grupos envolvidos com o jogo, fazendo e respondendo algumas perguntas. De repente, estava sentada com um grupo e na partida seguinte já estava jogando.

Na segunda fase, foi introduzida a subtração. Em relação à primeira fase, essa mudou a maneira de representar as ações. A finalidade era essa, subtrair números positivos mesmo que o resultado fosse um número negativo. Os “sinais” saíram dos dados e foram para o tabuleiro, ou seja, os dados só apresentam faces brancas e o tabuleiro, casas brancas e vermelhas.

Na avaliação das atividades, os alunos mostraram-se surpresos com a possibilidade de um trabalho agradável e ao mesmo tempo produtivo. Não pouparam elogios à experiência vivenciada como pôde ser constatado pelas palavras escritas no verso dos pós-testes. Ninguém criticou negativamente as atividades desencadeadas pelo jogo, nem mesmo as transcrições para a linguagem matemática.

Os depoimentos dos alunos mostram que acharam as atividades com o jogo superdivertidas, muito legais, muito interessantes. Apontam que experiências semelhantes deveriam ser mais constantes em sala de aula, pois se aprende muito, de maneira mais rápida, e as aulas não ficam cansativas.

A seguir, apenas para confirmar as afirmações anteriores, são apresentados alguns desses depoimentos:

Achei muito legal, pois foi uma experiência muito legal porque eu aprendi mais coisas.

Achei que essa aula foi muito interessante, pois acho que misturou diversão com a aula de Matemática.

"Apesar de eu estar perdendo"

Funcionou..

$(-5) \times (-6) = +30$ C

$(+9) \div (-3) =$ não sei

$(+8) \div (-2) = -4$ C

Bom eu achei muito legal é melhor do que as outras aulas, e também com matemática.
E foi sim uma aula bem diferente das outras e bem legal. E queria sim ter mais aulas assim como essa!
Eu adorei.

Eu achei super divertido isso eu acho que
deveria ter na aula porque aprende mais
rapido e a aula não fica cansativo.
Isso desenvolve a capacidade da pessoa
e também aprende todo mundo junto em
tiro a duvida do outro e assim por diante.
Poderia ser assim duas se la eu, duas vezes
por semana sento grupo de 5 e 6 e todo mun-
do se diverte quando ~~a pessoa~~ agente faz isso
desenvolvemos mais rapido a nossa capacidade.
Quando temos aula normal sem esse jogo
fica todo mundo perguntando a hora fica
impaciente.
Eu achei de mais e deveria ter 2 vezes por
semana em grupo de 5 e 6.

Além dos fatos percebidos nas manifestações escritas, notou-se que os alunos do ensino Fundamental começaram a sentir-se como participantes ativos do processo educativo, mesmo os menores como foi o caso dos alunos de sexta série.

As colocações feitas pelos alunos em relação aos trabalhos em grupos surpreenderam os professores, pois esperavam que as crianças, principalmente as de sexta série, não conseguissem opinar. O fato é que tais colocações trouxeram um novo ânimo para os professores que, entusiasmados, começaram a mudar seu ponto de vista sobre seu fazer pedagógico.

Dentre as condutas dos alunos, a que mais chamou a atenção do grupo, principalmente dos professores mais descrentes, foi a preocupação de cada um com o outro. Inicialmente achavam que um aluno ensinava o outro para deixar claro quem era o melhor. Depois, com os resultados observados, ainda que parciais, foram percebendo que mesmo os tidos como os melhores, com raras exceções, muitas vezes não só ouviam as colocações do grupo, como também as acatavam. São nessas trocas de experiência que surgem as interações dos indivíduos com o grupo. Os procedimentos matemáticos são colocados em questão e, depois de muita discussão, os alunos chegam a uma conclusão, geralmente correta. As normas estabelecidas pelos grupos promovem um repensar de condutas, cujas mudanças começam a se delinear, colocando em primeiro lugar, as decisões coletivas. Entretanto, não é fácil mudar condutas, é necessário um trabalho intenso e constante. Os alunos mais tímidos ou inseguros tentam se furtar de expressar-se nas assembléias da classe, porém durante o jogo manifestam-se espontaneamente.

No final da segunda fase do jogo, foi colocada para as classes a sugestão dada pela professora auxiliar de pesquisa na primeira reunião coletiva: trabalhar com o jogo em duplas de alunos. Nenhum grupo apoiou a idéia. Numa das classes, um grupo sugeriu que o jogo fosse desenvolvido em parcerias de dois ou três alunos. Esta sugestão, aceita como uma variação, foi muito boa. Um dos grupos, composto por seis pessoas, foi dividido em três equipes de dois alunos e isso foi muito produtivo. Além de não prejudicar o processo de aprendizagem, o jogo, desenvolvido em dois ou três grupos de parceiros, otimiza o uso do material quando a classe é grande e as cartelas, pinos e dados não são suficientes para todos.

Em relação ao referencial teórico piagetiano, pensou-se inicialmente que as duas primeiras fases favoreceriam apenas a abstração empírica; porém, enquanto o jogo foi sendo desenvolvido, percebeu-se que existia o apoio no material concreto, porém não exclusivo. Muito antes do que se poderia imaginar, as atenções dos alunos se dirigiam para os resultados observáveis, o que é uma característica da abstração pseudo-empírica. Percebeu-se, também que muitos alunos do ensino fundamental conseguiam, antes da terceira fase, estabelecer as bijeções (dos valores dos dados para as posições no tabuleiro e vice e versa), pois abstraíam por intermédio das correspondências (ainda que provocadas). As abstrações pseudo-empíricas ocorridas, já dirigiam os jogadores para a abstração reflexionante.

A reunião continuou com os auxiliares de pesquisa demonstrando sua satisfação por estarem participando do projeto.

Uma das professoras levantou a questão que havia ficado pendente: O que é ganhar neste jogo?

Colocada a questão para o grupo, a palavra foi liberada para quem quisesse tentar responder.

Quem se manifestou foi um estagiário, aluno do terceiro ano do Curso de Licenciatura em Matemática da Unesp, Campus de Bauru.

Ganhar, na minha opinião, é receber o bem que foi colocado como prêmio. Neste caso chegar em primeiro lugar na casa ‘chegada’, ter tido mais sorte no resultado dos dados. Porém, no caso desse jogo, isso não significa obrigatoriamente vitória. A vitória aí significa aprendizagem, mudança de atitude em relação aos outros. Participar, discutir e analisar, ser respeitado, sentir-se parte do grupo é o maior prêmio.

No início, os professores estranharam as palavras do estagiário; mas, no final, todos concordaram que este era o objetivo maior do jogo em sala de aula. Porém, afirmaram ser isso uma utopia.

Foi então colocado o significado de utopia, não como algo irrealizável, mas, sim, como uma “esperança suprema”. No final, todos concordaram, pelo menos aparentemente, que sem essa utopia não é possível ser professor.

Outro aspecto levado para a reunião foi: os alunos sempre começam seus movimentos pelos valores positivos dos dados. Isto foi explicado (e o grupo concordou) que não tem muito sentido falar em volta sem ter ida, ou seja em primeiro lugar é preciso ir (movimento relativo às faces brancas dos dados) para depois voltar (movimento relativo às faces vermelhas dos dados). Essas idéias, bem como a “volta da volta” terão continuidade nas outras fases do jogo.

Passou-se, então, a falar das outras fases que começariam a ser aplicadas. Muita coisa que havia sido explicada na primeira reunião foi retomada, mas a ênfase foi mesmo às ações indispensáveis para dar continuidade ao processo desencadeado.

Na terceira fase, pretende-se misturar as informações obtidas pelo lançamento dos dados com as impressas no tabuleiro. Trata-se agora de adicionar e subtrair Números Inteiros, tanto os positivos quanto os negativos. Situações que exigem soma ou subtração de números positivos ou soma de números inteiros já foram abordadas nas duas fases iniciais do jogo.

A novidade da terceira fase é poder subtrair, de um certo valor, um número negativo e ter resultado idêntico a somar, ao mesmo valor, um número positivo. A situação do jogo está preparada para isso. Pode-se fazer analogia com a “volta da volta” anteriormente citada e chegar à conclusão de que o resultado é o mesmo da “ida”.

Essa explicação trouxe, de início, alguma confusão até para os professores envolvidos. Foi preciso jogar novamente a terceira fase do jogo para ilustrar os fatos. Da mesma maneira, porém com mais cautela, os professores decidiram levar a explicação para suas salas-de-aula. Essa questão, além de abordar o conteúdo específico aborda também o conteúdo procedimentos.

Outro aspecto levantado foi a questão das normas.

Foi explicada para os alunos a dificuldade que é inserir em sala de aula um trabalho em grupos co-operativos, bem como seu benefício para o processo de ensino e aprendizagem. Os grupos, por mais que estejam atentos, incomodam as salas vizinhas e, não raramente, são vistos como “matação de aula”. Assim, tanto nos grupinhos como na assembléia da turma é necessário estabelecer algumas normas que minimizem as conseqüências. Nesse momento, os professores disseram que colocaram para as outras classes as decisões de uma das turmas participantes, ou seja, as regras estabelecidas para corrigir rumos indesejáveis como gritos, xingamentos, palavrões etc.

A primeira regra estabelecida abrangia as sessões em que a turma estivesse reunida em assembléia. Ninguém poderia gritar ou interromper o outro. Quando alguém quisesse falar, deveria antes levantar a mão e aguardar sua vez. O segundo ponto, que também atingiu a classe toda, foi em relação às discussões indispensáveis nos grupinhos. Cada grupo deveria manter um diálogo, cujo nível sonoro não incomodasse nem o grupo mais próximo. Caso alguém se excedesse, caberia ao grupo contê-lo. Certamente as coisas não fluíram de maneira perfeita. Várias vezes o professor da turma teve de interferir. Um professor até ameaçou parar com o jogo. Essas regras foram propostas pelo professor e aceitas pelos alunos.

Algumas outras regras foram estipuladas pelos alunos. Como, por exemplo, aquela já comentada anteriormente: “quem errar terá de escrever matematicamente e resolver no caderno as expressões ditadas pelos movimentos de todos os componentes do grupo.” Transcrever suas próprias ações, passou a ser uma regra inegociável, própria do jogo.

Um outro exemplo de aplicação de regras estabelecidas pelo grupo foi a possibilidade de aplicar o jogo para grupos de quatro ou seis alunos, dois a dois ou três a três atuando como parceiros. Cada grupo de parceiros usa apenas um marcador e o resultado obtido por um jogador é resultado da equipe. Depois da primeira experiência poucos grupos continuaram jogando individualmente.

O roteiro para a observação do desenvolvimento dos alunos nos conteúdos procedimentais e nas condutas foi retomado para que não fosse colocado pelos professores em segundo plano. Afinal, é sabido que para o professor de Matemática o importante é ensinar Matemática e isso não se modifica apenas com algumas reuniões esporádicas. As constatações oriundas do roteiro estão apresentadas na descrição da terceira reunião coletiva, descritas no próximo item deste capítulo.

Foi destacado que a cada dia e a cada avanço nas etapas piagetianas abordadas pelo jogo, dever-se-ia com mais motivos, buscar a tematização dos conceitos. Da abstração empírica, levar para a pseudo-empírica já dirigindo para a reflexionante, mas tendo em mente a refletida. Todos os tipos de abstrações são igualmente importantes.

Em relação aos mecanismos genéricos do desenvolvimento cognitivo, nesta fase do jogo, o aluno terá a oportunidade de vivenciar a etapa inter-objetal ao usar os conteúdos da adição de números inteiros e a adição e subtração de números positivos, fazendo as correspondências com a subtração de Números Inteiros. Essa subtração estará, nesse instante, sendo vivenciada na etapa intra-objetal. As correspondências dar-se-ão por comparações entre somar números positivos e negativos, subtrair positivos e a nova experiência de subtrair números negativos.

Foi combinado que, quando este assunto fosse tratado, todos deveriam estar atentos às maneiras utilizadas pelos alunos para representar as operações surgidas no jogo. Se houver algum problema se repetindo nos grupos, o professor irá para a lousa e, com o apoio do jogo, provocará correspondências abordando a questão. Caso o problema surja num só grupo, as explicações podem ser dadas apenas para este.

Outro aspecto importante é ir dando cada vez mais significados para os trabalhos em grupos co-operativos, já que as trocas de opiniões e complementação dos conhecimentos estão diretamente ligadas ao grupo. O hábito de avaliar as atividades do dia é também considerado essencial para o processo educativo quando se pretende instalar em sala-de-aula um trabalho produtivo que valorize a escola e a tenha como o local onde ocorre o conhecimento estruturado.

Como a terceira reunião coletiva só ocorreu depois de terminadas as aplicações do jogo e do pós-teste, na segunda reunião coletiva, foram também discutidas, para que pudessem ser aplicadas com segurança, as duas fases finais do jogo.

Ao ser introduzida a quarta fase nas salas de aula, é esperado que os alunos já estejam habituados a trocar número de marcas no dado e cor da face por números inteiros correspondentes. Assim, novos dados foram preparados trocando as marcas e as cores por números acompanhados de seus sinais, ou seja, números inteiros variando de –6 a +6, excluindo-se o zero. O tabuleiro também não mais representa os Números Inteiros, mas é usado para desencadear operações mais complexas envolvendo, além da adição e subtração, a multiplicação de Inteiros. Neste caso, os alunos são levados a trabalhar com soma algébrica (S), soma só dos valores positivos (P) ou soma só dos valores negativos (N), aspectos importantes na construção da teoria e das operações com o conjunto em foco. As transcrições nos cadernos devem conter os valores obtidos no lançamento dos dados, as somas dos valores obtidos nos dados, bem como as operações indicadas no tabuleiro, efetuadas. Ao mesmo tempo em que esses aspectos são trabalhados, os alunos devem estar resolvendo problemas propostos, incluindo valores não representados nos dados e as operações divisão, potenciação e radiciação. As correspondências estão mais que nunca presentes, pois são elas que permitem o desenvolvimento cognitivo até que os alunos consigam fazer as transformações, segundo Piaget.

A quinta fase enfoca exclusivamente as somas algébricas e as multiplicações. Esta, a última fase do jogo, é menos complexa que a quarta, pois permite chegar ao resultado apenas com cálculos mentais. Mesmo assim, pede-se que continuem com as transcrições das expressões obtidas e as resolvam.

Depois disso, todo o grupo voltou a campo observando, analisando e discutindo as ações desencadeadas, cujas descrições, análises finais e conclusões foram alvo do último encontro coletivo para esta pesquisa.

3. Terceira reunião coletiva.

Essa reunião aconteceu após o término das atividades de pesquisa em sala de aula, ou seja, depois das aplicações de todas as fases do jogo e do pós-teste. Foi uma reunião mais demorada que o esperado. Para orientar os trabalhos, a pauta da reunião foi subdividida em partes:

- Comentários, análise e avaliação da aplicação das três fases restantes com ênfase no desenvolvimento do conhecimento matemático.
- Tabulação, discussão e conclusões do pós-teste.
- Discussão sobre as questões do roteiro de orientação para as observações dos procedimentos, condutas e normas.
- Opiniões finais dos auxiliares de pesquisa.
- Opinião dos alunos do ensino fundamental.

3.1. Aplicação das três últimas fases do jogo.

A novidade da terceira fase do jogo é a junção da adição e subtração de números negativos. Não houve problemas de entendimento quando estava em foco apenas o movimento no tabuleiro. Logo foi percebido que estar numa casa marcada significa agir contra as indicações dos dados, ou seja, quando o resultado do lançamento dos dados for positivo, a casa marcada (no tabuleiro) manda inverter ou efetuar um movimento no sentido anti-horário e quando o resultado dos dados for negativo o movimento é no sentido horário. O difícil para os alunos foi escrever matematicamente os valores e as operações.

Depois que todos estavam se movimentando no tabuleiro com desenvoltura, os professores foram para a lousa e explicaram os recursos matemáticos para traduzir a situação. Foi difícil, para os alunos, entender que subtrair um determinado valor de uma certa quantidade é a mesma coisa que adicionar à mesma quantidade, um valor de mesmo módulo e de sinal contrário àquele. Isso aconteceu mesmo com as sétimas e oitavas séries que já haviam estudado tal conteúdo.

Uma situação hipotética será utilizada a seguir para exemplificar dúvidas surgidas no decorrer das atividades. Essas dúvidas ou dificuldades não surgiram no jogo propriamente dito, mas nos instantes em que os alunos tinham de representar matematicamente os resultados. A situação hipotética citada é: ao lançar os dados e obter os valores (+1), (+2), (+4) e (-6) o jogador ocupava no tabuleiro a posição (+12) que é uma casa vermelha.

O movimento no tabuleiro ocorreu sem qualquer problema. O jogador efetuou os movimentos isoladamente e parou na posição (+11). As dúvidas que surgiram ao tentar escrever os valores e as operações foram:

1. A grande maioria, incluindo os alunos de 7ª e 8ª séries, não conseguiu representar como números inteiros, e representou da seguinte maneira:
   $-1 -2 - 4 - {}^{-}6$
   Ou seja, estava na casa vermelha, três dados caíram com a face branca para cima e um dado caiu com a face vermelha para cima. Os três valores positivos dos dados foram representados como negativos, pois o marcador ocupava uma casa vermelha. Porém não tinham como representar o valor negativo (6, vermelho). A solução encontrada foi indicar: $- {}^{-}6$
2. Para eliminar os dois sinais precedendo o 6, foi incluída uma igualdade intermediária inexistente, ou seja; o registro matemático pedido foi escrito da seguinte maneira: $-1 -2 -4 - {}^{-}6 = +6 = -1$
3. A posição em que a pessoa se encontrava quando os dados foram lançados era (+12) ou (-12)?
   Esta dúvida se originou na cor vermelha da casela. A analogia com os valores das faces vermelhas dos dados provocou um conflito cognitivo que uma vez analisado e discutido pelos professores, foi julgado importante para as discussões nos grupos e, no final do dia, na assembléia avaliativa.

Na primeira vez que surgiu a terceira questão, a professora simplesmente respondeu ao aluno deixando escapar a oportunidade de provocar uma rica discussão tanto no grupo menor quanto no grupo maior. Só quando perguntas semelhantes começaram a ocorrer foi percebido o tipo de confusão que estava acontecendo: nos dados, as faces vermelhas são consideradas negativas e no tabuleiro não. A cor das casas indica a operação (adição ou subtração) que deve ser feita com os valores obtidos nos dados.

Em relação aos dois primeiros tipos de dúvida concluiu-se que os alunos não sabiam representar o número entre parênteses, indicaram um sinal ao lado do outro, como foi o caso de: – $^{-}6$. Por falta de entendimento ou de atenção ao significado da igualdade, eles colocaram o sinal de igual para representar apenas uma parte da expressão.

Erros desse tipo exigiram uma explicação mais detalhada e, outra vez, os professores foram à lousa para formalizar a maneira de escrever um número inteiro e discutir sobre a igualdade. Os professores esperavam e haviam programado agir assim nas sextas séries, mas ficaram surpresos por ter que fazer o mesmo nas sétimas e oitavas.

Outro aspecto que surpreendeu os professores, agora positivamente, foram as condutas solidárias. Num aparente contra-senso, ao mesmo tempo em que queriam ganhar o jogo, auxiliavam aqueles que apresentavam problemas de locomoção e localização no tabuleiro. O jogo desenvolvido em parceria, dois contra dois, apresentou-se mais eficiente, mais animado e mais participativo.

Assim, a terceira fase do jogo evoluiu de maneira muito útil para o tratamento, estudo e discussão do conceito em foco, mas não só isso. A oportunidade de discutir a igualdade foi considerada muito importante. Aplicar a terceira fase do jogo em sala de aula demoraria de trinta a quarenta minutos, porém aplicá-la e transformá-la em atividade tematizadora exige, sem dúvida, mais tempo. O menor tempo utilizado nesta fase foi cinco horas aula, sendo que uma das turmas levou nove horas aula para jogar, discutir, transcrever as ações e poder passar para a fase seguinte. A terceira fase é o núcleo do jogo.

A quarta fase surgiu com a intenção de colocar, ainda que de maneira informal, situações que levem os alunos a somar apenas os valores positivos, apenas os valores negativos ou, algebricamente, todos os valores envolvidos. Os resultados dessas somas podem ser, por sua vez, somados, subtraídos e/ou multiplicados por Números Inteiros. É uma fase mais sofisticada que as anteriores, pois enfoca conceitos mais refinados.

A primeira reação de dois professores auxiliares de pesquisa foi rejeitar esta fase e a seguinte. Isso porque ficaram satisfeitos com os resultados das três primeiras e estavam ansiosos para retornar ao seu modo de lecionar. Este é um aspecto interessante. Os mesmos professores que buscam atividades diferenciadas para suas salas de aula, de repente sentem-se culpados por utilizá-las mesmo que os resultados sejam satisfatórios. Parece que aquela consciência coletiva que considera sério apenas o processo de ensino e aprendizagem chamado de tradicional continua pressionando o professor. Para dar continuidade à aplicação do jogo com o mesmo entusiasmo verificado na aplicação da fase anterior, foi necessário um retorno às discussões sobre os objetivos das fases seguintes do jogo.

Vencida a resistência dos professores, a quarta fase foi aplicada. Nesta fase não é possível efetuar movimentos independentes para cada valor extraído nos dados. Para se movimentar, o jogador precisa antes fazer as operações solicitadas. Acontece aí uma inversão. Se até aqui o problema era representar matematicamente as ações, agora o foco sofre uma alteração importante, ou seja, só depois de efetuadas as representações e operações, tenta-se visualizar situações que possam representá-las. Trata-se de uma correspondência no sentido inverso ao explorado até esta fase. Trata-se de reversibilidade.

Nessa fase o jogo é um pouco mais demorado; exige que os cálculos sejam feitos antes dos movimentos. Por não ser possível a visualização antecipada da posição do jogador no tabuleiro, gerou nos alunos uma expectativa maior e, conseqüentemente, mais atenção nos cálculos e discussões mais concentradas nas operações envolvidas. A fase foi considerada muito importante para o trabalho com os conteúdos procedimentais e com as condutas. Os procedimentos discutidos giraram em torno das operações matemáticas, as condutas predominantes foram de solidariedade e seriedade diante dos cálculos necessários. As normas ou regras também estiveram presentes em dois aspectos, nas discussões dos grupos empenhados num trabalho co-operativo e nas regras operatórias que as expressões matemáticas em foco exigem.

Na quinta fase, a função do tabuleiro é apenas permitir as correspondências com movimentos e suas velocidades. Essa velocidade foi o elemento explorado para caracterizar os produtos, principal foco dessa fase. As correspondências pretendidas partem da rapidez com que os valores se modificam quando multiplicados por números inteiros. Nesta fase resolveu-se trocar, no dado que indica o valor da multiplicação, o número 1 pelo zero. Isto porque não foi possível construir dodecaedros para todos os conjuntos de jogos, pois quando for possível, pode-se e é desejável deixar o número 1, elemento neutro da multiplicação, ocupar uma das faces. É possível, também, construir icosaedros, o que aumenta a possibilidade de multiplicações, variando ainda mais as velocidades de deslocamentos.

No jogo como foi apresentado (usando hexaedros ou dados comuns) foi notada uma desenvoltura muito grande, tanto nos movimentos, quanto nas transcrições para os cadernos, embora, nessas últimas, alguns tenham ainda apresentado dificuldade.

Ao contrário da quarta fase, os professores não tentaram eliminar esta. Talvez isso tenha ocorrido por ser essa a última fase do jogo. Entendeu-se que, a partir dela, as outras operações (divisão, potenciação e radiciação) poderiam ser melhor ou mais facilmente abordadas. Nesta fase os professores não se apresentaram tão ansiosos quanto no início da fase anterior. Os alunos tiveram um maior incentivo para discutir no grupo as suas dúvidas, pois os professores só atendiam os chamados quando as dúvidas eram do grupo todo. Essa fase, bem como a anterior, pode ser considerada, pelos acontecimentos ocorridos em sala de aula, como uma simbiose entre o jogo em grupos co-operativos e o método de resolução de problemas em grupos co-operativos. A partir das idéias de multiplicação, os alunos foram solicitados a pensar, discutir e resolver questões envolvendo as outras operações acima citadas. Foi a partir daí que os professores começaram a manifestar seu interesse em continuar seus trabalhos em sala de aula utilizando-se de grupos co-operativos e, conseqüentemente, a partir daí que se percebeu a importância dos jogos formadores de conceitos para dar início a alguma mudança de método em sala de aula.

3.2. O pós-teste.

O grupo havia combinado que terminado o jogo seria aplicado, como pós-teste, o mesmo questionário utilizado como pré-teste . Entretanto, na segunda reunião coletiva, quando foram analisados os resultados da primeira aplicação, foi decidido que algumas questões seriam acrescentadas. Assim, cinco questões foram elaboradas para compor o pós-teste. A primeira foi a questão número 2. Para verificar se o grande números de erros da questão 1, no pré-teste, esteve vinculado ao uso indevido da regra de sinais, a questão 2 apresenta a mesma operação com os opostos dos números da questão 1. Foram acrescentadas, também, três questões envolvendo divisão de Números Inteiros, questões 8, 9 e 10. A prova foi completada com a inclusão de uma questão envolvendo simultaneamente as quatro operações elementares.

O teste foi aplicado com a intenção de comparar seus resultados com os do pré-teste. Nas sétimas e oitavas séries os desempenhos no pré-teste seriam comparados com os obtidos no pós-teste. Já, o desempenho dos alunos de sexta série no pós-teste seria comparado com o pré-teste aplicado aos alunos das séries posteriores, visando detectar alguma diferença entre a aprendizagem com o jogo e sem o jogo, pois os alunos de sexta série iniciaram o processo de aprendizagem com o jogo e os das séries mais adiantadas não. Porém, durante a aplicação do jogo nos moldes apresentados, os professores foram trabalhando em sala de aula com as dificuldades detectadas no pré-teste.

Os resultados das aplicações do pós-testes estão na tabela 2.

Tabela 2: Resultados do pós-teste sobre Números Inteiros

QUESTÕES		6^a série Total: 192	%	7^a série Total: 96	%	8^a série Total:93	%
1) (+3) + (+2) + (-4) = (+1)	Acertos	154	80,2	79	82,3	72	77,4
	Erros	38	19,8	17	17,7	21	22,6
2) (+4) + (-2} + (-3) = (-1)	Acertos	162	84,4	82	85,4	70	75,3
	Erros	30	15,6	14	14,6	23	24,7
3) (+1) + (-5) + (+2) = (-2)	Acertos	173	90,1	92	95,8	88	94,6
	Erros	19	9,9	4	4,2	5	5,4
4) (+2) - (+5) - (-2) = (-1)	Acertos	136	70,8	93	96,9	85	91,4
	Erros	56	29,2	3	3,1	8	8,6
5) (+3) + (-5) + (+2) = 0	Acertos	181	94,3	92	95,8	83	89,2
	Erros	11	5,7	4	4,2	10	10,8
6) (+2) × (+8) = (+16)	Acertos	190	99,0	96	100,	93	100,
	Erros	2	1,0	0	0,0	0	0,0
7) (+3) × (-7) = (-21)	Acertos	189	98,4	95	99,0	90	96,8
	Erros	3	1,6	1	1,0	3	3,2
8) (-5) × (-6) = (+30)	Acertos	169	88,0	96	100,	88	94,6
	Erros	13	12	0	0,0	5	5,4
9) (+9) ÷ (+3) = (+3)	Acertos	192	100,0	96	100,	92	98,9
	Erros	0	0,0	0	0,0	1	1,1
10) (+8) ÷ (-2) = (-4)	Acertos	174	90,6	94	97,9	90	96,8
	Erros	18	9,4	2	2,1	3	3,2
11) (-10) ÷ (-5) = (+2)	Acertos	187	97,4	93	96,9	89	95,7
	Erros	5	2,6	3	3,1	4	4,3
12) $(+2)^2 = (+4)$	Acertos	192	100,0	96	100,	92	98,9
	Erros	0	0,0	0	0,0	1	1,1
13) $(-2)^2 = (+4)$	Acertos	175	91,1	93	96,9	92	98,9
	Erros	17	8,9	3	3,1	1	1,1
14) $(+3)^3 = (+27)$	Acertos	124	64,6	65	67,7	68	73,1
	Erros	68	35,4	31	32,3	24	26,9
15) $(-3)^3= (-27)$	Acertos	102	53,1	61	63,5	65	69,9
	Erros	90	46,9	35	36,5	28	30,1
16) (+3) + (+8) × (-2) - (+16) ÷ (-4)= (-9)	Acertos	165	85,9	89	92,7	63	67,7
	Erros	37	14,1	7	7,3	30	32,3

O avanço na aprendizagem matemática, ocorrido no intervalo de tempo compreendido entre o pré-teste e o pós-teste pode não ter sido causado exclusivamente pelo jogo. Entretanto, o grupo: pesquisadora e auxiliares de pesquisa, foi unânime em afirmar que as atividades de pesquisa, incluindo o jogo, foram os veículos.

A análise do pré-teste buscando as causas dos erros e descobrindo que alguns resultados tidos como corretos no pré-teste não representam acertos, pois não passaram de duplo erro, fez com que os professores canalizassem sua atenção para fatos que normalmente passariam desapercebidos e, com isso, não permitiram que dúvidas se acumulassem.

Um dos aspectos mais importantes, segundo os próprios professores, foi a abertura de caminhos para que os alunos pudessem estudar e entender os Números Inteiros e para que os professores se sentissem como participantes ativos do processo de aprendizagem de seus alunos. Assim, o ensino ganhou, com a prática, novo significado. Com isso, os professores perceberam que a avaliação permanente, enfocada no processo é mais fiel do que um simples resolver questões de uma prova. Mais do que os testes, depois de cumpridas todas as etapas do jogo, o dia-a-dia mostrou que os alunos foram conseguindo distinguir a diferença entre adição e multiplicação.

Os professores acreditam que a tensão do teste pode ter influenciado negativamente o desempenho matemático dos alunos. Deste modo, embora tivessem aplicado o pós-teste, não deram quase importância para os resultados. Tal fato pode ser considerado um grande indicativo de avanço, pois os professores conseguiram valorizar muito mais o processo e encarar o produto não apenas como o resultado de erros e acertos de uma prova. O que os professores decidiram foi não levar em conta os resultados de cada uma das questões, mas verificar até que ponto as regras estavam entendidas e não decoradas. Com base nas análises e reflexões feitas sobre os resultados do pré-teste, os auxiliares de pesquisa, cujas palavras em relação à aprendizagem são mais importantes que as observações da pesquisadora, chegaram a conclusões interessantes e importantes que serão apresentadas adiante.

No pós-teste, como já foi comentado anteriormente, algumas questões foram incluídas para corrigir algumas falhas detectadas no pré-teste.

Além disso, o pós-teste foi aplicado em todos os alunos, inclusive nos de 6ª série que não foram submetidos ao pré-teste. Esta é a razão de ter um número bem maior de alunos que responderam às questões do pós-teste.

Comparando os resultados do pré-teste, tanto com os alunos de sexta série, quanto com os de sétimas e oitavas, com os do pós-teste, verifica-se um acréscimo de acertos em praticamente todas as questões, excetuando-se as questões 10 e 11 do pré-teste que correspondem às questões 14 e 15 do pós-teste. Entretanto, nessas duas questões, os erros predominantes foram sobre o significado das potências. Para eles, como já foi mostrado, $(+3)^3$ era uma adição de três parcelas iguais a (+3) e, portanto o resultado era (+9). Segundo os professores, como o jogo não envolve diretamente o conceito de potências, os alunos não tiveram a oportunidade de estabelecer as correspondências entre as ações e a maneira matemática de representá-las.

Entretanto, é possível, no futuro, pensar em novas fases do jogo (ou em outros jogos) que abordem, não só as potências, mas também as divisões e radiciações com números inteiros.

Verificou-se que, mesmo na última fase do jogo, alguns alunos continuaram a usar indevidamente a regra de sinais para a multiplicação e divisão nas adições, porém a diminuição nesse tipo de erro foi considerável e pode ser atribuída ao jogo. Contudo, não se pode ignorar que o envolvimento dos professores no processo teve um grande peso nos resultados obtidos.

Quando, após as análises dos resultados do pré-teste, o grupo (pesquisador e auxiliares de pesquisa) discutiu os erros, principalmente o uso indevido da regra de sinais, os professores ficaram surpresos e boquiabertos. Certamente não esperaram o término da aplicação do jogo para discutir e trabalhar com seus alunos a questão. O certo é que não se pode dizer se os novos resultados foram conseqüência da ação dos professores ou do jogo isoladamente. Acredita-se que ambos foram indispensáveis e se complementaram.

Embora as transcrições para os cadernos tenham sido eficientes, foram as efetuadas no quadro negro que permitiram o envolvimento de todos e favoreceram a explicitação das dúvidas dos alunos. Essas ocasiões foram aproveitadas pelos professores para discutir com todos os significados da adição, subtração, multiplicação e divisão de Números Inteiros. Diante dos resultados obtidos, os professores decidiram criar situações em sala de aula, provavelmente utilizando-se do método de Resolução de Problemas, desenvolvido em Grupos Co-operativos, abordando potenciação e radiciação de Números Inteiros, que permita, através dos processos de abstração, correspondências e transformações, a construção desses conceitos pelos alunos.

Os resultados negativos verificados no pós-teste aplicado às sétimas e oitavas séries foram colocados em discussão. Os professores não esperavam acerto em todas as questões, mas mostraram um certo constrangimento diante da situação. Em suas falas colocaram a questão:

– Como é possível errar tanto se eles já aprenderam “Números Inteiros”?

A questão colocada foi respondida com outra questão:

– Podemos dizer que houve aprendizagem quando, um ano após o trabalho em sala de aula com o tema, os alunos não se lembram mais?

Os professores foram unânimes ao responder que, no máximo tinha ocorrido um processo de treinamento e não de aprendizagem.

A consternação do momento foi propícia para uma discussão mais longa sobre a teoria de Piaget, a importância de oferecer aos alunos atividades que permitam estabelecer correspondências, a partir de abstrações empíricas e refletidas, que, por sua vez, levarão os alunos de uma etapa intra-objetal para a etapa inter-objetal. Somente depois das correspondências poderão ser detectadas semelhanças e diferenças entre os objetos de aprendizagem e assim caminhar para um processo de transformação das estruturas existentes que poderá levar para a etapa trans-objetal.

3.3. Discussões dos aspectos formativos do jogo.(Questões orientadoras)

As questões orientadoras foram elaboradas para guiar as observações do desenvolvimento dos alunos, tanto no conteúdo matemático, quanto nos procedimentos e condutas. Estas questões estão no anexo 4 e, também, no item “primeira reunião coletiva” deste capítulo, onde está explicitado o que se pretende com cada uma delas. Apenas para facilitar o leitor, as onze questões serão novamente apresentadas, cada uma seguida pelas sínteses apresentadas pelos professores e estagiários envolvidos.

1. Você considera que o jogo proporcionou aos seus alunos a construção do conceito de Números Inteiros? Por quê?

Depois de vencidos os conflitos cognitivos, segundo os professores, os alunos sabiam distinguir a adição da multiplicação e sabiam escrever um número inteiro. Por correspondências com os movimentos e posições no tabuleiro, além das transformações efetuadas, conseguiram dar algum significado para números negativos, usando para isso, o sentido do movimento efetuado pelos jogadores.

Outro aspecto decisivo para a eficiência do jogo, não só para a aprendizagem de Matemática, foi a participação ativa, atenta e consciente dos auxiliares de pesquisa. A aplicação, correção e discussão dos erros e acertos verificados no pré-teste, fizeram com que as atenções se voltassem para os pontos fracos detectados. Os auxiliares de pesquisa, principalmente os professores, estavam preparados para interferir imediatamente quando, na situação do jogo, surgissem os impasses que, na maior parte das vezes, nem chegaram a provocar nos alunos algum tipo de conflito cognitivo. Quando o conflito cognitivo era detectado pelo grupo ou pelo aluno, as perguntas para o grupo, as explicações e as ações se dirigiam para explicitá-lo e resolvê-lo. Quando não, os professores provocavam-no, principalmente no grupo, para poder em conjunto trabalhar sobre ele. Assim, foi possível instalar em sala de aula um trabalho produtivo.

Durante o jogo foram observados os procedimentos matemáticos tanto nos movimentos efetuados nos tabuleiros quanto na transcrição das ações para a linguagem matemática. Na opinião dos professores, os alunos de sétima e oitava séries poderiam, desde a primeira etapa, estar transcrevendo as sentenças matemáticas apresentadas pelo jogo. Se assim tivessem feito, acreditam, o jogo teria sido mais ágil, pois foi na transcrição que puderam perceber muitos dos erros que os alunos cometiam.

Os professores ainda confessaram que a experiência com o jogo foi muito útil para eles mesmos, não só por permitir uma ação pedagógica diferenciada, mas por tê-los levado a refletir sobre o conteúdo matemático, a entendê-lo melhor e, conseqüentemente, a abordá-lo em sala de aula com mais segurança e consciência.

2. Durante o desenvolvimento do jogo você percebeu a utilização de conceitos matemáticos pré-existentes?

As duas primeiras fases do jogo sequer precisam dos pré-requisitos. Mesmo as crianças menores, com cerca de sete anos, são capazes de jogar, basta que saibam contar e consigam fazer correspondências entre o número de pontos dos dados e o número de casas em que devem se movimentar. Isto foi verificado quando três crianças com idades entre seis e sete anos, numa situação informal, quiseram jogar.

Já, nas sextas séries, o jogo é importante para detectar falhas na aprendizagem de tópicos elementares como as operações com os Números Naturais. Certamente, os alunos utilizam-se de tais conceitos, mas não são poucos os que não conseguem distinguir a adição da multiplicação e esta da potenciação. Embora a multiplicação seja uma adição de parcelas iguais e a potenciação uma multiplicação de fatores iguais, os alunos cometem muitos erros do tipo: $3^2 = 6$, ou $3^3 = 9$.

Essa oportunidade de rever conceitos anteriormente vivenciados mas não totalmente assimilados, a chance de falar sobre eles, a explicitação das dúvidas provoca um re-posicionamento do aluno diante de sua própria aprendizagem e uma tomada de consciência das próprias falhas, o que o leva a buscar saídas para os impasses.

Para o professor o jogo possibilitou enfocar em sala de aula, sem que fossem acometidos pelo sentimento de culpa de estar perdendo tempo, aqueles conceitos que já deveriam ter sido assimilados em séries anteriores e, que na realidade não o foram. Embora tais conteúdos não pertençam ao seu plano de ensino, o jogo permitiu abordá-los simultaneamente com o conteúdo programado para a série, no caso, o Conjunto dos Números Inteiros.

3. Descreva o que você observou quanto ao desenvolvimento do jogo?

De uma maneira geral, os alunos receberam a notícia da aplicação do jogo com entusiasmo e curiosidade. Na medida em que os grupos iam se envolvendo, seu interesse aumentava. As duas primeiras fases, apesar das constantes perguntas e provocações dos auxiliares de pesquisa e do pesquisador sobre as ações desencadeadas pelo jogo, deram realmente um aspecto lúdico para as aulas, mas também um aspecto de organização e de consciência do que se fazia. Os alunos perceberam que a brincadeira era séria, que havia uma finalidade e que a atividade não terminaria nela mesma.

A maneira como os auxiliares de pesquisa agiam, suas perguntas, suas atenções, seu interesse, suas provocações para que cada um se manifestasse e o respeito com que eram ouvidos, tudo isso fez com que os grupos se comportassem como participantes de um processo educativo. É certo que, no grupo, alguns alunos tiveram de ser incentivados a falar e outros a se calar, mas é certo também que eles entenderam a razão de tal exigência, ou seja, quem fala aprende e quem ouve, ensina. Para falar, o indivíduo precisa colocar uma ordem, uma seqüência em seu pensamento e, ao estabelecer esta ordem, estará encadeando e estruturando seu conhecimento. Enfim, concluiu-se que as duas primeiras fases do jogo foram de suma importância, tanto para preparar matematicamente os grupos para as fases seguintes, quanto para estabelecer princípios e regras para um trabalho produtivo em grupos co-operativos. Em relação à Matemática, essas fases serviram para provocar as correspondências das idas e voltas com os sinais positivo e negativo. É certo também que os Números Inteiros não se restringem a esse tipo de correspondência, mas esse é, sem dúvida, um exemplo.

A terceira fase junta a adição e a subtração, agora só dos Números Inteiros. O mais difícil nessa fase foi fazer os alunos entenderem o princípio da subtração de um número negativo. Usou-se, no tabuleiro, a expressão: “a volta da volta”. Alguns entenderam prontamente, mas, outros, não conseguiam enxergar. Usou-se então, outro artifício: a professora colocou duas cadeiras, cadeira 1 e cadeira 2, encostadas em duas paredes paralelas da sala de aula e comentou:

— Existem duas maneiras de se movimentar sobre a linha que une as duas cadeiras, uma no sentido que vai da cadeira 1 para a cadeira 2 e outra que vai da cadeira 2 para a cadeira 1. O mesmo acontece com o movimento dos pinos no tabuleiro do jogo.

A seguir, a professora pediu ao aluno que se colocasse em qualquer ponto da linha imaginada, de frente para uma das cadeiras e, certamente, de costas para a outra. Em seguida deu a ordem:

— Dê meia volta e caminhe em direção à cadeira que está a sua frente.

O aluno deu dois passos e a professora mandou-o parar. Assim foi feito. Os outros observavam atentos. A professora deu outra ordem:

— Dê meia volta e não ande. Agora dê novamente meia volta e caminhe em direção à cadeira que ficou a sua frente.

Todos ficaram apenas olhando com um ar de interrogação nos olhos. A professora não quis adiantar as explicações e ficou esperando a manifestação do aluno. Como ninguém se manifestou, a professora pediu para o aluno voltar para seu grupo e para todos os grupos discutirem o que havia ocorrido. Completou com a questão:

– O que aconteceu tem alguma relação com os movimentos no jogo?

Os alunos pensaram, discutiram e concluíram que a "volta da volta" faz com que o sentido do caminhamento seja igual ao da "ida".

Após esta conclusão, todos recomeçaram a jogar. Quando se defrontaram com a situação: "estar numa casa vermelha" e "obter nos dados um número vermelho", perceberam que isso tem o mesmo significado de dar duas meias voltas consecutivas, ou seja, se fosse só estar na casa vermelha, o sentido do movimento seria anti-horário. Se fosse só o resultado vermelho nos dados, o sentido do movimento seria anti-horário. Como aconteceram as duas coisas ao mesmo tempo, o movimento só poderia ser no sentido horário.

Nesse ponto, a professora disse: "eu não gosto de não comer doces", o que significa isso?

Prontamente um aluno respondeu: significa que a senhora gosta de comer doces.

A professora, entusiasmada, continuou:

– Podemos transferir essa conclusão para o jogo?

– Podemos sim, professora. Tirar número vermelho no dado significa vá para trás. Estar na casa vermelha significa inverter o significado do resultado dos dados, ou seja: não vá para trás, vá para frente.

Continuando com suas provocações, a professora perguntou:

– E se o resultado dos dados fosse zero?

Um aluno prontamente respondeu;

– Isso não seria problema, pois permaneceríamos na mesma posição.

Esse é um exemplo de aula participativa provocada pelo jogo em grupos co-operativos. Essa aula agitou e despertou o interesse dos alunos. Segundo os professores, o jogo, ao provocar situações semelhantes, os ensinou a mudar a maneira de encarar a sala de aula. A principal mudança citada por eles é a valorização do processo para se obter o produto desejado.

Na quarta fase, as casas marcadas indicam a necessidade de fazer adições parciais (só dos números positivos, só dos números negativos) ou totais (soma algébrica de todos os valores indicados nos dados). Além disso, esses valores devem ser substituídos nas expressões algébricas encontradas em algumas casas do tabuleiro. Só depois de resolvidas as sentenças matemáticas e obtidos os valores finais, os pinos podem ser movimentados. As dúvidas mais freqüentes surgidas nesta fase estiveram relacionadas com o sinal das somas de valores negativos.

As transcrições e resoluções das expressões foram atentamente acompanhadas pelos grupos, o que diminuiu consideravelmente o número de erros. Verificar essa transformação, foi gratificante para os professores.

Depois de todo esse trabalho com as quatro fases, a quinta surgiu como uma atividade muito útil para consolidar o tema e trabalhar com a multiplicação de números inteiros. A partir daí, os professores expressaram a convicção de que trabalhar com as outras operações com os Inteiros se torne mais fácil. A aplicação do jogo terminou, mas o pensamento operatório originado dele, permaneceu.

4. Qual foi a evolução das relações humanas nos grupos?

Na realidade não dá para separar os resultados da aprendizagem matemática e da aprendizagem dos procedimentos e condutas provocadas pelo jogo. As coisas são interligadas. A aprendizagem matemática não teria sido tão significativa sem a participação dos grupos. Quando os alunos perceberam a importância de ser respeitado, começaram a respeitar o outro e a olhá-lo como cúmplice de seu próprio rendimento escolar. Isso, de uma maneira geral, pois sempre existem, mesmo para os professores, aqueles que brilham mais, que são mais capazes, que são mais simpáticos, em outras palavras, aqueles que são melhores que os outros. O fato é que na situação provocada pelo jogo, os alunos se esquecem das diferenças e acabam se beneficiando, se não para ganhar o jogo, para ganhar na aprendizagem prazerosa de um tópico normalmente tão penoso.

Os alunos perceberam que a alegria de vencer as dificuldades em grupo é bem maior do que a alegria de ser o primeiro, o melhor etc. e que neste último caso ainda correm o risco de permanecerem isolados. O trabalho em grupo vai, além de colocar o aluno como seu próprio agente de aprendizagem, colocá-lo como participante e portanto co-responsável pela aprendizagem de seus companheiros.

Nas assembléias ocorridas no final de cada etapa, visando avaliar as ações desencadeadas, notou-se que os alunos foram se envolvendo gradativamente. No início, alguns se recusaram a falar enquanto outros tentaram monopolizar as atenções. A presença consciente dos professores que, por sua vez, já haviam vivenciado, nos cursos ligados ao programa Pró-Ciências, situações semelhantes, foi de fundamental importância. Não sem dificuldade, a situação foi contornada.

Nas primeiras reuniões coletivas dos alunos ninguém se propôs a falar, talvez porque não soubessem como agir, já que a situação era completamente nova para eles. Foi solicitado que os grupos menores tornassem a se reunir, discutir o que haviam percebido no decorrer do jogo e escolher um aluno para falar pelo grupo. Assim, as assembléias começaram timidamente; só com o decorrer do tempo os alunos foram se soltando. Quando a experiência terminou, ainda não se tinha conseguido o resultado esperado, principalmente porque muitos se recusavam a falar. Dar continuidade ou não a esse tipo de ação em sala de aula, vai depender da vontade dos professores.

Nessas assembléias foi possível perceber muitas coisas, tanto do desenvolvimento do conhecimento matemático, quanto das relações entre os alunos. Mesmo em grupos, existe uma competição, pois um grupo sempre quer ser melhor que o outro. As cinco assembléias ocorridas não foram suficientes para os fins desejados. De qualquer maneira, foi um começo promissor.

Na avaliação das condutas foi comum escutar as seguintes reclamações dos alunos:

- O Z. não sabia fazer as contas. Só conseguia se movimentar com a ajuda dos outros.
- O J. tentou roubar, andou para frente quando deveria voltar.
- A M. me xingou de burro etc.

Surgiram também muitos elogios como:

- O grupo me ajudou bastante. Aprendi muito com eles.
- O grupo me ajudou a pensar.
- Eu não gostava da S, mas no jogo a conheci e agora somos amigas.
- É bom assistir a uma aula onde a gente pode conversar, se levantar e não levar bronca do professor.
- É muito mais gostoso ter aula de Matemática desse jeito.

As sugestões dos alunos foram:

- Todas as aulas poderiam ser assim.
- Deveria ter um jogo na aula, pelo menos uma vez por mês.
- A gente poderia continuar estudando com o grupo mesmo em aulas normais.
- A professora deveria arranjar mais jogos.

5. Em que momentos e por que surgiu a necessidade do estabelecimento de regras nos grupos?

O que foi discutido na apresentação das questões norteadoras realmente aconteceu. Inicialmente, quando os grupos são instalados, por falta de vivência, há uma tendência ao tumulto. Depois de iniciados os trabalhos, a classe se acomoda. Entretanto, alguns grupos se empolgaram com o jogo em grupos e os alunos gritavam, pulavam, xingavam, perturbando o andamento da aula. Nesse sentido, durante o jogo, houve necessidade de paralisar as atividades e convidar a classe para discutir o problema. Eles mesmos fizeram propostas, muitas vezes bem duras, para resolver o impasse. Dentre essas propostas podem-se destacar:

- Quem gritar sai do jogo e vai para o fundo da sala estudar e resolver os exercícios do livro.
- Quem fizer bagunça vai ficar três rodadas sem jogar.
- Quem não se comportar vai para a casa do castigo (ou da espera) e ficará lá até que o grupo resolva que ele pode sair. Só que ele vai recomeçar a jogar partindo da casa do castigo.

O professor explicou a importância do trabalho produtivo em sala de aula e pediu para os grupos refletirem sobre o comportamento adequado para uma sala de aula. Ficou combinado que o professor poderia suspender o jogo caso houvesse excessos. A cada vez que o professor interferiu, os alunos atenderam, não havendo necessidade de paralisar o jogo.

6. Que mudanças, em sua opinião, o trabalho em grupo provocou no procedimento dos alunos?

A principal mudança no procedimento dos alunos foi o aumento da iniciativa para buscar respostas às suas dúvidas. Os que não conseguiam fazer sozinhos buscavam ajuda de seus colegas, consultavam seus cadernos ou livros pesquisando alguma saída para seus impasses. Quando não conseguiam ou quando o grupo não conseguia chegar a um consenso, procuravam o professor. Certo é que, nesta fase de vida dos alunos, adolescentes e pré-adolescentes, a primeira reação diante de algum problema de entendimento do conteúdo escolar, não é confiar nos colegas e sim chamar logo o professor. Quando isso acontecia, isto é, a todo instante, o professor tinha de ser firme e não atender prontamente. Porém, o não atendimento imediato era sempre acompanhado de explicações renovadas sobre o papel dos grupos Co-Operativos, que têm como obletivo acostumar os alunos a tentar resolver suas dúvidas com o grupo. Desta maneira, o professor deixa de ser o único com a tarefa de ensinar.

Constantemente o professor precisou lembrar as turmas do lema: quem fala aprende e quem escuta, ensina. Nessa convivência, troca de opiniões e discussões aprende-se a respeitar os outros e a ser respeitado. Essas trocas provocaram aumento da auto-estima e reflexão sobre as regras de convivência social. Com isso pretendeu-se exercitar a autonomia solidária, em que o "nós" é mais importante do que o "eu".

7. No desenvolvimento do jogo as condutas predominantes foram "vencer a qualquer custo" ou de colaboração com os alunos com maior dificuldade?

Na situação de jogo é normal que cada um queira vencer. Certamente foi o que aconteceu com as crianças. Porém, a finalidade deste jogo não é fazer o campeão, o que ganhou o jogo. O jogo proposto procura colocar os jogadores em condição de vencer dificuldades, tanto as individuais quanto as coletivas. Não foi fácil convencer as crianças disso. Para vencer, no jogo ou na vida, estamos acostumados a pensar que vale tudo. Vale burlar, vale brigar, vale desestruturar o outro para levar vantagens. Tais aspectos foram abordados e comentados com os alunos participantes, mesmo sendo inicialmente considerados, pelos professores, imaturos para entender o custo social que isso acarreta. A chance de discutir e refletir as questões anteriormente postas pode gerar o interesse das crianças pelos aspectos político-sociais capazes de mudar a indesejável lei da vantagem e, conseqüentemente, preparar pessoas para se colocarem contra as diferenças sociais que têm excluído os grupos tidos como "menores".

8. O material oferecido proporcionou a aplicação dos conceitos envolvidos? Por quê?

Segundo os auxiliares de pesquisa o material é muito bom. Consistente, atraente, suficiente. Todos os passos foram interessantes, mesmo os da segunda fase que, a princípio, parecia dispensável. O jogo, enquanto material concreto, amplamente utilizado em conjunto com as atividades de transcrição das ações, mostrou-se eficiente à formação do conceito de Números Inteiros. O trabalho em grupos co-operativos o completou.

9. Quais as dificuldades encontradas por seus alunos no decorrer dos jogos? Quais as facilidades?

Na primeira fase, os alunos começaram a jogar movimentando separadamente os valores obtidos em cada dado. Isso porém não pôde ser considerado como uma dificuldade, pois, após algumas jogadas, já começaram a fazer as somas para depois, movimentar o pino. Primeiro somaram os valores positivos e fizeram o movimento no sentido horário; depois somaram os valores negativos e movimentaram seu marcador no sentido anti-horário. Em pouco tempo passaram a fazer a soma algébrica e a efetuar um único movimento.

A segunda fase não apresentou dificuldade alguma nos movimentos, porém rapidamente queriam parar com o jogo, pois se cansaram das idas e voltas freqüentes.

Na terceira fase, quando a ação é subtração de números negativos, alguns alunos apresentaram algumas dificuldades, não no movimento, mas no entendimento do resultado. Para esses alunos, subtrair um número negativo deveria dar um resultado “mais negativo ainda”, não havendo a possibilidade de dar um número positivo. Para sanar essas dificuldades, os professores colocaram diversas situações: subtrair um número negativo de outro negativo, subtrair um número negativo de um número positivo e subtrair um número negativo de zero. Depois de algum trabalho, das discussões no grupo e da constatação dos resultados nos tabuleiros, as correspondências foram feitas e, ainda que vagarosamente, foram aceitando e entendendo matematicamente as ações.

Para que as correspondências se processassem, foi indispensável a transcrição dos valores obtidos nos dados, a expressão matemática calculada e comparada com a posição do pino no tabuleiro.

Na quarta fase, há uma inversão dos procedimentos ocorridos até a terceira fase. Não se trata mais de usar a posição no tabuleiro para entender o resultado matemático e, sim, fazer os cálculos matemáticos para determinar a posição no tabuleiro. Isso quebrou, em parte, a idéia da brincadeira, do lúdico e nem sempre foi tido como algo agradável. Os alunos reclamaram de ter de “fazer contas” a cada jogada, pois não tinham idéia de sua posição após cada jogada. Com isso, não bastava olhar no tabuleiro para conferir se haviam acertado ou errado. O grupo foi obrigado a fazer as operações em conjunto, chegando muito próximo do método de resolução de problemas em grupos co-operativos. Segundo os professores, essa fase foi muito importante para eles mesmos por ter introduzido em suas aulas uma maneira de abordar outros conteúdos com os alunos participando ativamente do processo pedagógico.

Somar os números positivos, somar os números negativos ou efetuar a soma algébrica, não foi problema. O problema matemático verificado foi novamente fazer a subtração de um número negativo.

A quinta fase voltou a apresentar o aspecto lúdico das três primeiras. Com isso, os alunos a vivenciaram com mais alegria. O quinto dado foi o responsável por imprimir maior ou menor velocidade ao movimento, ou seja, a rapidez com que as posições variam em qualquer um dos dois sentidos, tanto para se aproximar da casa de chegada quanto para se afastar dela. As correspondências tiveram de ser provocadas pelos professores, pois visavam relacionar a rapidez descrita com a multiplicação de Números Inteiros. Os alunos passaram por ela sem dificuldades, pois nas fases anteriores já haviam trabalhado os pontos mais problemáticos do tópico em foco.

10. Como você avalia a reação dos alunos diante do jogo?

No final das atividades do jogo, depois de aplicado o pós-teste, os alunos foram convidados a registrar, na folha do teste, suas impressões. Algumas dessas declarações estão registradas no item: ”3ª reunião coletiva”. Nenhum aluno reclamou da experiência vivida. Todos, com suas palavras, consideraram o jogo “legal”, “demais” (alguns escreveram d +), “que bom se as aulas fossem sempre assim”, “seria bom um jogo desses pelo menos uma vez por mês” etc.

11. Especifique qualquer aspecto e/ou problema referente ao jogo que considere importante e que não tenha sido abordado.

O que mais impressionou os professores foi a solidariedade dos alunos diante de dúvidas dos colegas. Nos impasses, o grupo todo se empenhava, discutia e concluía, embora muitas vezes precisassem do auxílio do professor. O fato é que todos ganharam autoconfiança, mais liberdade de buscar, entre eles mesmos, respostas para suas dificuldades e, assim, maior autonomia.

Outro aspecto citado pelos professores foi a alegria com que participaram do projeto. Quando perceberam as dúvidas de seus alunos, sentiram-se como aprendizes, entendendo coisas que jamais haviam suspeitado.

3.4. O depoimento dos professores.

Segundo os professores trabalhar com jogos é sempre uma atividade agradável, mas trabalhar com grupos gera de início uma grande insegurança. Os trabalhos em grupo têm dado a impressão errônea. Em primeiro lugar, existe uma crença de que o professor transfere para os alunos a sua tarefa. É como se o professor não quisesse trabalhar e jogasse a responsabilidade para os alunos. Em segundo lugar, os alunos se sentem carregados por um líder que decide, dá ordens e, muitas vezes, não permite que todos participem de maneira democrática. As atividades são divididas em tarefas individuais que se juntam. Porém, num grupo co-operativo as coisas são diferentes. Os professores participantes já conheciam os princípios de um grupo co-operativo, mas precisavam de subsídios para enfrentar as críticas diárias as quais seriam submetidos. O que teve grande aceitação dos professores foi a possibilidade de um trabalho produtivo e participativo em sala de aula, onde o “nós” vale mais que o “eu”, onde “quem sabe, escuta e quem não sabe, fala”. Convictos da importância dos grupos na formação dos alunos, não tinham mais porque ceder diante de pressões externas. O certo é que os professores iniciaram os trabalhos ainda com temor.

Outro aspecto difícil é não atender prontamente quando algum aluno o chama. A tendência é responder as perguntas feitas rapidamente, pois "o professor sabe, logo ensina e os alunos não sabem, logo aprendem com quem sabe".

Ao mesmo tempo em que iam ocorrendo dúvidas sobre a importância dos grupos co-operativos, os professores não se cansavam de elogiar o jogo e manifestar sua satisfação por estar entendendo, na prática, alguns aspectos da teoria de Jean Piaget. A transcrição das expressões para os cadernos e sua resolução matemática pesou bastante, pois "contribuiu para dar o ar de coisa séria" para o jogo. Foram elas que permitiram verificar os aspectos teóricos da Matemática que os alunos não haviam compreendido e, com isso, não permitir que as dúvidas fossem arrastadas por mais tempo.

Sobre as correspondências provocadas pelo jogo, os professores afirmaram que, até para eles, foram úteis e esclarecedoras.

Finalmente, os professores manifestaram uma grande satisfação em poder participar ativamente da aprendizagem dos alunos, quebrando a concepção "quem sabe, ensina". Perceberam que mesmo quem sabe mais, sempre tem muito a aprender. Com o jogo, além dos professores avaliarem seus alunos durante o processo, avaliaram, da mesma forma, sua própria atividade pedagógica.

3.5. Os depoimentos dos estagiários.

Três dos cinco estagiários já lecionavam como substitutos ou com contratos temporários. Por isso mesmo, em muitos aspectos, sua opinião coincide com a dos professores.

Enquanto estagiários, sentiram uma grande diferença entre estar na escola participando de um projeto e estar na escola apenas com um projeto de estágio. Ficaram tão entusiasmados com o jogo que solicitaram a aplicação e discussão do jogo com todos os alunos da Licenciatura em Matemática.

Participando da aplicação do jogo e observando a reação dos alunos, escreveram em seus relatórios apresentados à disciplina Prática de Ensino de Matemática, frases como:

> *Podemos perceber e analisar a atitude positiva dos alunos quando submetidos ao jogo.*
>
> *O emprego do jogo na sala de aula foi uma novidade. Essa surpresa acabou por despertar o interesse, a cumplicidade e a motivação dos alunos, facilitando visivelmente a assimilação na aprendizagem da Matemática e do assunto proposto.*

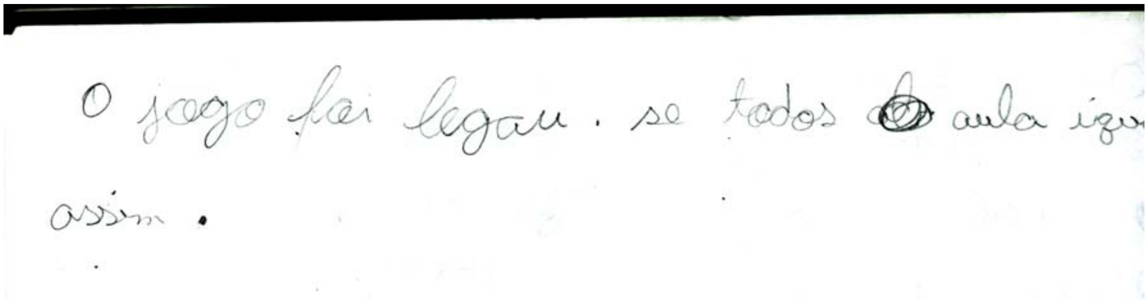
Outro aspecto que destacam foi a importância do jogo para auxiliar a vencer a dificuldade dos alunos, até para somar.pequenas quantidades. Essa percepção provocou uma certa revolta nesses futuros professores. Escreveram, com muita ênfase:

> *É preciso que se faça alguma coisa para a educação brasileira. Não podemos mais cruzar nossos braços .*

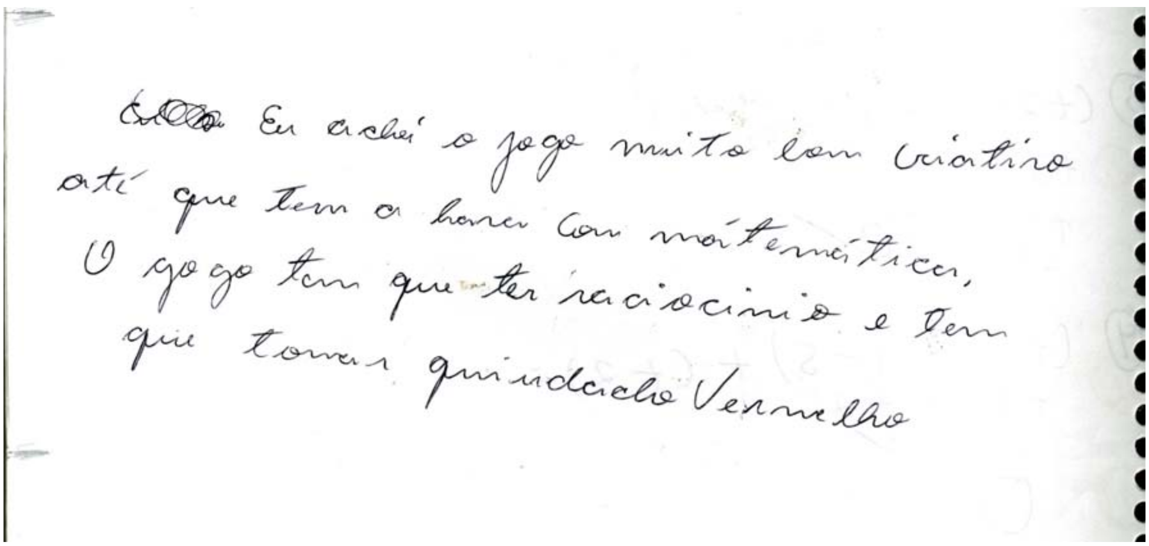
Afirmaram ainda que participar da pesquisa foi muito enriquecedor, tanto para entender o que se passa nas escolas hoje, quanto para complementar sua própria aprendizagem de conceitos da Matemática elementar e, ainda, para sua formação profissional.

3.6. A opinião dos alunos.

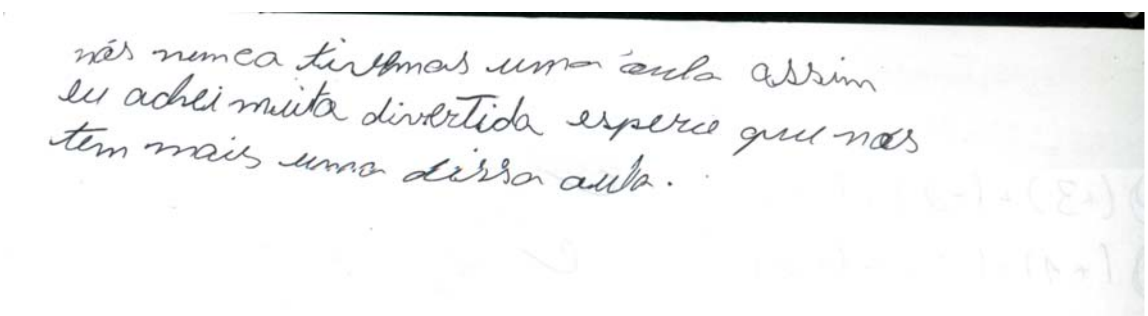
Anteriormente, neste mesmo capítulo, foram apresentadas cópias de trechos escritos pelos alunos para manifestar sua opinião sobre o jogo. Além desses, vários alunos se manifestaram. Lamentavelmente, os erros não se restringem a Matemática, como se pode perceber nos textos abaixo:



O jogo foi legau. se todos aula igu
assim.



Eu achei o jogo muito bom criativo
até que tem a haver com matemática.
O jogo tem que ter raciocínio e tem
que tomar quindaclo Vermelho



nós nunca tivemos uma aula assim
eu achei muita divertida espero que nós
tem mais uma dessa aula.

As opiniões dos alunos são todas de mesmo teor das já apresentadas. Ninguém falou contra o jogo e todos gostaram mais das aulas com o jogo do que das aulas normais.

Em relação aos trabalhos em grupos co-operativos nada escreveram, mas na opinião dos auxiliares de pesquisa, este hábito precisa ser cultivado. Não é numa experiência de alguns dias que os grupos são constituídos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

Terminadas as reuniões coletivas, quando todos os auxiliares de pesquisa puderam discutir, trocar opiniões, avaliar as ações e opinar sobre as atividades propostas, chegou a hora de se extrair dos participantes os relatos finais das experiências vivenciadas e, com base nelas (mas não só nelas), apresentar as conclusões deste trabalho.

Inicialmente, quando estas oito pessoas aceitaram participar do projeto, parece que não tinham idéia do quanto seriam acionadas nem de sua importância nesse processo. Possivelmente, os professores aceitaram participar para prestar um favor a uma amiga. Já os alunos da Licenciatura em Matemática, por estarem à procura de atividades para seus estágios.

Nos momentos iniciais, os professores viam o jogo como uma atividade agradável para os alunos, mas ficavam apreensivos, preocupados com o conteúdo programático (segundo os matemáticos). Nas suas falas iniciais revelaram o significado que davam aos jogos: uma atividade para aliviar as tensões presentes em sala de aula. Com o decorrer do tempo e diante dos resultados obtidos, esses significados foram sofrendo alterações. Começaram a compreender o jogo como uma atividade realmente voltada ao processo de ensino e aprendizagem. Perceberam a seriedade e eficácia desse recurso didático e começaram a cobrar novos jogos abordando outros conteúdos matemáticos tidos como problemáticos.

A brincadeira funciona! Exclamou uma professora. Imediatamente as outras professoras bem como os estagiários se manifestaram, pois não aceitaram o tom dado à palavra “brincadeira” utilizada pela companheira. Surgiu uma calorosa discussão sobre a existência ou não da dicotomia: brincadeira x atividade séria. Assim, os significados da pesquisa proposta foram se estabelecendo.

A participação dos auxiliares de pesquisa, principalmente dos professores, atendendo minuciosamente as orientações dadas nas reuniões preparatórias, foi indispensável para o êxito da pesquisa. Foram eles que tomaram as rédeas das aplicações do jogo, o que muito contribuiu para que o ambiente de pesquisa fosse natural. Embora os estagiários bem como a pesquisadora, estivessem muitas vezes presentes, observando e auxiliando, foram os professores que comandaram suas salas de aula.

Desta maneira, o ambiente de sala de aula não causou constrangimento aos alunos, pois já estavam acostumados com a presença quase diária de dois ou três estagiários.

Foram os professores que apresentaram o jogo e investigaram se os alunos queriam ou não participar das atividades propostas.

Com a anuência dos alunos, foram aplicadas as duas primeiras fases.

Os alunos ficaram, na maior parte do tempo, envolvidos com o processo. Em geral gostaram da idéia de aprender por intermédio de um jogo e inicialmente aceitaram, sem manifestações contrárias, os trabalhos em grupos co-operativos. Mesmo porque, embora os professores tenham explicado a diferença que faz com que um grupo seja co-operativo, jamais tinham vivido tal experiência.

A cada nova fase apresentada, os alunos mostravam-se mais curiosos e ansiosos para começar rapidamente o jogo. Se no início não acreditavam que poderiam aprender com seu grupo, a firmeza dos professores em não atender individualmente os alunos foi fundamental para que discutissem entre eles e conseguissem avançar tanto no conteúdo específico quanto nos procedimentos, condutas e normas.

Quando, logo no início da terceira fase, foi dito que as ações deveriam ser escritas matematicamente, percebeu-se, ainda que veladamente, um sinal de desagrado. Segundo os auxiliares de pesquisa, pairou um certo silêncio indicativo da insegurança que as crianças deveriam estar sentindo. Os estagiários aguçaram seus ouvidos para os cochichos e perceberam, várias vezes, a frase: “eu não sei fazer isso”. Essa reação já era esperada, pois a transcrição dos valores obtidos nos dados exige leitura, escrita e cálculo matemático. O que, no início, foi uma dificuldade para os alunos, com o tempo passou a ser uma rotina. A dificuldade não esteve restrita às representações e aos cálculos, mas também à resistência de ir à lousa e se expor, explicando, para a turma toda, as expressões obtidas.

Nessa hora de insegurança, mais que nunca, ficou clara a importância da presença e segurança do professor. Por suas palavras, os alunos perceberam que só se aprende o que não se sabe e que as dificuldades fazem parte do processo. Para socorrê-los, estavam presentes dois estagiários e o próprio professor. Mais confiantes, os alunos deixaram-se envolver pelo jogo, seus princípios, suas normas e seus objetivos.

Os professores começaram os trabalhos não acreditando que alunos do ensino fundamental, quase todos pré-adolescentes, pudessem deixar de lado o egocentrismo e agir de maneira solidária. Entretanto, estar sempre preocupado com o outro, sentir-se parte de um grupo, saber-se co-responsável pelos companheiros, não é algo que se consegue facilmente. Apesar da dificuldade não se pode desistir e nem deixar de discutir em sala de aula a importância do grupo na vida de cada um e de cada um para a convivência no grupo. É um exercício para a vida em sociedade.

Segundo os auxiliares de pesquisa, esse exercício aconteceu, pelo menos no período de aplicação do jogo. De acordo com eles, as aulas com o jogo foram maravilhosas, dinâmicas e envolventes. Ao que tudo indica, um dos fatores que engendrou estes comentários, foi a atenção que professores e estagiários dedicaram a todos os grupos, mesmo quando as perguntas não eram prontamente respondidas; já que, uma das normas dos trabalhos em grupos co-operativos, é que a intervenção do professor ocorra somente após ter a certeza de que este não poderá avançar sozinho. Esta é uma maneira de incentivar não só os alunos a serem sujeitos de seu próprio processo de aprendizagem, mas também da aprendizagem dos outros elementos de seu grupo. Trata-se de um saber compartilhado, solidário.

Neste sentido, a explicitação das dúvidas individuais para os demais elementos do grupo obriga cada um a organizar seus pensamentos o que fatalmente leva a aprimorar seus próprios esquemas assimilatórios. Dar esse tempo para os grupos, no lugar de ir logo respondendo às suas perguntas, é um modo de respeitar os alunos e favorecer o aumento da auto-estima e da autonomia dos discentes.

Participar ativamente de sua própria aprendizagem é o que Piaget sempre apregoou. Porém, a instalação desse processo não é tão fácil. Mesmo após a comunicação de que tal procedimento seria adotado, a qualquer pequena dúvida, os alunos, individualmente, chamavam o professor ou os estagiários. Foi longo o processo que levou os alunos a aceitarem discutir, no grupo, as dificuldades ou dúvidas surgidas e só depois de esgotadas as tentativas do grupo para resolver o impasse, solicitar a presença do professor. É difícil demover a idéia dominante que só o professor ensina. A confrontação daquilo que a criança pensa com o que pensam seus colegas ou com o que pensa seu professor exige que cada um saiba explicar seu próprio pensamento e se esforce para compreender o pensamento do outro. Desse exercício surgem as comparações que, por sua vez, exigem uma tomada de posição. Essa consciente tomada de posição vai resultar na construção das idéias individuais (porém oriundas do grupo) de cada um dos alunos.

Os professores, segundo eles mesmos, iniciaram as atividades da pesquisa proposta com certa desconfiança, principalmente nos trabalhos em grupos.

O jogo, em si, não causou tanto desconforto, pois, segundo os professores, uma atividade lúdica é interessante e útil para descontrair e ocupar os alunos em uma sala de aula, principalmente no final do dia.

Em seu depoimento sobre o ambiente de sala de aula uma das professoras citou que quando a classe ainda não havia percebido a teoria matemática que o jogo envolve, mesmo quando o sinal de saída para o intervalo tocou, alguns alunos continuaram com uma discussão já iniciada. Quando saíram para o recreio, continuaram discutindo, porém o faziam com satisfação.

Depois da primeira reunião coletiva, embora o temor dos trabalhos em grupos não tivesse sido totalmente dissipado, os professores começaram a reagir e se propuseram a encará-lo. À medida que as atividades avançavam e talvez por ter constantemente a participação de pelo menos um estagiário, foram acreditando ser possível trabalhar seriamente com jogos, mudando pelo menos três concepções. Em primeiro lugar os jogos passaram a ser bem-vindos para integrar o processo educativo e não só como atividades para final do dia, quando nada mais está programado para o dia. Em segundo, passaram a entender que o trabalho em grupos co-operativos não é a mesma coisa que um agrupamento de alunos desenvolvendo uma atividade qualquer esperando o sinal do fim da aula. Finalmente começaram a aceitar que o conteúdo escolar não se restringe aos específicos de sua disciplina.

Afinal, segundo os PCN (Brasil, 1998), quem conseguiu, durante o ano, ministrar todos os tópicos matemáticos programados, nem sempre “venceu o conteúdo”, podendo ter falhado por ter deixado de enfocar os outros conteúdos, os procedimentais e os atitudinais, tidos como indispensáveis para o processo educativo.

O entendimento da necessidade de mudanças no fazer pedagógico, tomando por base a sociedade que se quer instalar, o papel da escola nessa sociedade e o papel da Matemática para a formação do cidadão que se quer formar (assunto amplamente debatido no desenvolvimento dos projetos ligados ao Programa Pró-Ciências, dos quais os professores participaram), foi um grande aliado do processo desencadeado.

Sem as reuniões periódicas, ainda que muitas delas tenham ocorrido apenas com cada pequeno grupo composto pelo professor e seus estagiários, não teria sido possível obter êxito na pesquisa em foco. Isso porque, antes de levar o jogo para as salas de aula, foi indispensável apresentá-lo aos professores. Para que os alunos aceitem e obtenham êxito no processo de ensino e aprendizagem com os jogos, o professor tem de entender o processo, aceitar o desafio e, sobretudo, entusiasmar-se com ele.

O entusiasmo começou, como já foi dito, meio tímido e foi crescendo à medida que ocorriam as reuniões, quando as ações eram justificadas e os apoios teóricos eram citados e detalhados. O entusiasmo do professor foi mais intenso quando as atividades tiveram de ser traduzidas para a linguagem matemática e as ações transformadas em operações. Esse fato mais parecia uma redenção e mudou a visão do jogo: de simples atividade lúdica, mais leve, colocada para os alunos como um prêmio ou no final do dia para combater o desânimo, passou a ser visto como uma atividade séria e compromissada com o processo educativo. Com isso o professor adquiriu confiança e se entusiasmou com os resultados obtidos.

Os professores perceberam o construtivismo piagetiano presente nos jogos ao se depararem com as correspondências, as transformações, as abstrações necessárias e as etapas dos mecanismos genéricos vivenciadas pelos alunos.

Entretanto, alguns pontos negativos foram detectados.

O curso noturno, por exemplo. Nesse período ocorrem muitas faltas, visto que é freqüentado por aluno trabalhador. O problema decorrente das faltas é: não ser possível participar da seqüência de etapas presentes nas fases do jogo. Com isso, a aprendizagem fica comprometida.

Outra conseqüência das faltas é a não constituição do grupo que deveria promover um trabalho produtivo em sala de aula. Nesse aspecto, buscando referências nos quatro projetos já desenvolvidos, todos ligados ao Programa Pró-Ciências, foi retomado pela pesquisadora, nas reuniões coletivas, a norma que tem direcionado tais cursos: o aluno, enquanto cidadão, tem direito à presença e não às faltas. Faltas são eventuais e estão sempre ligadas a perdas. Na situação desta pesquisa, quando o aluno faltava e perdia uma ou mais fases do jogo, acabava se desinteressando, pois as atividades também acabaram perdendo seu encadeamento.

A não constituição dos grupos acarreta impossibilidade de se trabalhar com os procedimentos, condutas e normas. Sem a interlocução dos elementos de um grupo, não se consegue estabelecer regras, não se mudam condutas e os procedimentos, tidos como mais freqüentes nas aulas de Matemática, ficam comprometidos.

Ao lado dos professores e alunos do Ensino Fundamental, durante as aulas com o jogo, sempre estiveram os estagiários. Porém sua condição “de estagiário” não permitia o mesmo grau de autonomia que tinha o professor da classe. Seu papel, na maior parte das vezes, foi auxiliar os grupos com dificuldade e observar o desenvolvimento do jogo, as dúvidas matemáticas e a evolução no desenvolvimento dos outros conteúdos, todos ligados às relações construídas nos e pelos grupos. Como observadores, foram extremamente eficazes. Como auxiliares e participantes do processo de ensino e aprendizagem, tiveram momentos de muito interesse e momentos de desânimo.

Em relação à aprendizagem de Números Inteiros, pode-se afirmar que o jogo foi um grande encadeador de idéias. Mesmo considerando que as porcentagens de acerto no pós-teste tenham crescido, em relação ao pré-teste, pela intervenção do professor, isso ocorreu no decorrer das aplicações do jogo (vide porcentagens de acertos nos dois testes, principalmente nas primeiras questões). Muitas das falhas de aprendizagem verificadas no desenrolar do jogo puderam ser prontamente sanadas. Para isso os professores utilizaram-se, muitas vezes, dos movimentos nos tabuleiros e também de explicações no quadro negro, no mais tradicional estilo de aulas de Matemática[23].

O jogo "Maluco por Inteiro" foi dividido em fases, obedecendo a condições. Em todas as fases, os alunos deveriam, logo após sua jogada, transcrever matematicamente suas ações.

Na primeira fase, foram estabelecidas as correspondências entre os movimentos e a adição de Números Inteiros.

Na segunda fase, a correspondência explorada foi entre o movimento no sentido horário ou anti-horário e a subtração de números inteiros.

Essas duas primeiras fases provocaram a passagem do aluno pela etapa intra-objetal.

[23] Este aspecto não está sendo considerado como algo inadmissível. Quadro Negro e giz são recursos, e, como tal, não podem ser desprezados. O que se condena é sua utilização exclusiva.

Na terceira fase, provocou-se o estabelecimento da etapa inter-objetal, pois esta aborda simultaneamente a adição e a subtração de números inteiros. Essa fase permite ao aluno distinguir as diferenças entre adicionar e subtrair números inteiros.

Nas duas últimas fases, os alunos juntaram, compararam e estabeleceram, não só correspondências, como também algumas transformações em suas estruturas cognitivas. Nessas fases ocorreram, ainda, as comparações entre as operações, o que caracterizou a etapa inter-objetal, que rapidamente evoluiu e se transformou em etapa trans-objetal, pois ocorreu aí o início das tematizações.

Foram inúmeros os benefícios verificados no processo educativo com a introdução do jogo em grupos co-operativos, porém um dos maiores foi, sem dúvida, a mudança do conceito de avaliação do professor de Matemática. Quando os professores se recusaram a fazer as comparações do pós-teste com o pré-teste aplicados nas turmas, enfatizaram que qualquer que tenha sido a diferença de performance nos dois testes, o mais importante foi o que perceberam e puderam fazer pela aprendizagem durante o processo. A nota final, mesmo para eles, professores de Matemática, passou a ser uma conseqüência do processo e, embora fosse importante, não representou a medida exata daquilo que os alunos aprenderam.

O roteiro orientativo, gerado com a simples intenção de não permitir que as observações se limitassem ao desempenho matemático, foi um item de suma importância dessa pesquisa. O dia a dia em sala de aula orientado para a observação dos tópicos apresentados, segundo os professores, passou a ser diferente. O roteiro os auxiliou a perceber que é possível trabalhar com a Matemática e, simultaneamente, com outros fatores que contribuem paraa formação dos cidadãos que se quer para o país, ou seja, pessoas críticas, compromissadas com as questões sociais, participantes e capazes de se posicionar contra todos os tipos de discriminação.

ARANÃO, I. V. D. **A Matemática através de jogos e brincadeiras**. Campinas: Ed. Papirus.

BATTRO, A. M. **Dicionário Terminológico de Jean Piaget**. Tradução Macedo, L., São Paulo: Pioneira, 1978.

BERNARDO, M. V. C. et all (organizadores) **Pensando a Educação** (Ensaios sobre a formação do Professor e a Política Educacional), São Paulo: ed. UNESP, 1989.

BOGDAN, R. BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal, Porto, 1994.

BRASIL, Lei Federal no 9394 de 20 de dezembro de 1996. Dispões sobre diretrizes e bases da Educação Nacional. Brasília, DF, 1996

_________ SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais**, 5ª a 8ª séries, Secretaria de Educação Fundamental, MEC/SEF, Brasília, 1998 a.

_________. **Parâmetros Curriculares Nacionais** 5ª a 8ª séries: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental, MEC/SEF, Brasília, 1998 b.

_________. **Parâmetros Curriculares Nacionais** Temas Transversais, Secretaria de Educação Fundamental, MEC/SEF, Brasília, 1998 c

BRENELLI, R. P. **Intervenção pedagógica, via jogos Quilles e Cilada, para favorecer a construção de estruturas operatórias e noções aritméticas em crianças com dificuldades de aprendizagem**. 1993, Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

_________. **O Jogo como espaço para pensar**. A construção de noções lógicas e aritméticas, Campinas, Ed. Papirus, 1996

BRIGUENTI, M. J. L. **Alterando o ensino de Trigonometria em escolas públicas de nível médio: a representação de algumas professoras**. 1998. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Estadual Paulista, Marília.

CARVALHO, C. P. et all. Formação Continuada. In **Anais do II Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Educadores.** Por um projeto educacional em favor da cidadania. São Paulo: Águas de São Pedro, 1992.

CHÂTEAU, J. **O Jogo e a Criança.**Tradução Guido de Almeida, São Paulo: Summus, 1987.

COLL, C. **Psicologia e Currículo: Uma aproximação psicogenética à elaboração do currículo escolar**. 2ª ed., São Paulo: Ática, 1996.

______ et all**. Conteúdos na Reforma**. Porto Alegre: Ed. Artmed, 1998.

COSTA, L. Q. **Um Estudo da Gênese do Conceito de Funções a Partir de um Referencial Piagetiano.** Subsídios para um Estudo Psicogenético. 1995. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1995.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**, 2ª edição, Campinas: Papirus, 1997.

DORON, R. e PAROT, F. **Dicionário de Psicologia**. São Paulo, ed. Ática, 1998.

FLAVELL, J. H. **A Psicologia do Desenvolvimento de Jean Piaget.** São Paulo, Pioneira, 1975.

FUSARI, J. C. e RIOS, T. A. Formação Continuada dos profissionais do ensino. In **Anais do II Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Educadores. Tempo de Escola... Tempo de Sociedade**. Águas de São Pedro, 1994.

GOÑI, A. M. e GONZÁLEZ, A. **El niño y el juego: Las operaciones infralógicas espaciales y el juego reglado.** Buenos Aires: Nueva Visión

GRANDO, R.C. **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da Matemática.** 1995. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Estadual de Campinas. Campinas.

_________. **O Conhecimento Matemático e o uso de Jogos na Sala de Aula.** 2000. Tese (Doutorado em Educação) Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

GUTIÉRREZ, F. **Educação como praxis política**, São Paulo: Summus, 1988.

HOLANDA, A. B. **Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Ed. Nova Fronteira, 1986

IMENES, L. M. **Um estudo sobre o fracasso do ensino e aprendizagem da Matemática**. 1989. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, IGCE, Rio Claro.

KAMII, C e DECLARK, G. **Reinventando a Aritmética**. Implicações da Teoria de Piaget, Tradução Elenisa Curt, Campinas: Papirus, 1996.

KISHIMOTO, T. M**. O jogo, a criança e a educação.** 1992. Tese de Livre Docência, Universidade de São Paulo, Faculdade de Educação. São Paulo.

LUNA, S. V. **"Planejamento de pesquisa",** uma introdução**.** São Paulo: EDUC Ed, PUC-SP, 1996.

MACEDO, L. Os processos de Equilibração majorante. In **Ensaios construtivistas**, Casa do Psicólogo, 3ª ed. São Paulo, 1994.

MARIN, A. J. Formação Continuada: sair do informalismo. In **Anais do II Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Educadores. Rumo ao século XXI**, Águas de São Pedro 1990.

MORAES, M. S. S. (coord.) Costa, L.Q. e outros:**Trabalhando a Proposta Curricular para o Ensino de Matemática no 2º Grau: do Discurso à Prática Político - Pedagógica. Introduzindo o Computador como Recurso Didático**, Bauru, FC/Unesp/Depto de Matemática, mimeo, 1998.

_________ **Trabalhando a Proposta Curricular para o Ensino de Matemática no Ensino Médio para o Encaminhamento de um Discurso a uma Prática Político-Pedagógicos**, Bauru, FC/Unesp/Depto de Matemática, mimeo, 2000

_________ **Temas Transversais no Ensino e Aprendizagem de Matemática no Ensino Médio**, Bauru, FC/Unesp/Depto de Matemática, mimeo, 2001

_________ **Formação de Valores no Ensino e Aprendizagem de Matemática no Ensino Médio**, Bauru, FC/Unesp/Depto de Matemática, mimeo, 2002

NERI, A. L. **Apontamentos de aula sobre pesquisa qualitativa**, Universidade Estadual de Campinas, mímeo 1995,.

PIAGET, J. **A Equilibração das Estruturas cognitivas.** Problema Central do Desenvolvimento. Tradução Penna, M. M. S., Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1976.

_______ **O Desenvolvimento do pensamento: Equilibração das Estruturas Cognitivas.** Tradução Figueiredo, A, Lisboa: Dom Quixote publicações, 1977.

_______ **Investigaciones sobre las correspondencias**, Madrid: Alianza Editorial S.A. 1982

_______ Autobiographie. **Archives** Jean Piaget, Mimeo.

_______ **Epistemologia Genética**. Tradução Cabral, A., São Paulo: Martins Fontes Editores, 1990(1)

_______ **Morphismes et Catégories: Comparer et Transformer**, Neuchâtel: Delachaux & Niestlé, Switzerland ,1990(2).

_______ **Abstração Reflexionante**. Relações Lógico-Aritméticas e Ordem das Relações Espaciais. Tradução Fernando Becker e Petronilha B. G. da Silva. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995

PIAGET, J & GARCIA, R. **Psicogenesis e Historia de la Ciencia**. 2a edição, México: Siglo Vinteuno Editores, 1984.

POZO, J. I. **Teorías cognitivas del aprendizaje**, 3ª ed, Madrid: Ediciones Morata S. L., 1994.

PICHON-RIVIÈRE, E. **O Processo Grupal**. Tradução Velloso, M. A. F. São Paulo: Martins Fontes, 1988.

RAMOZZI-CHIAROTTINO, Z**.: Psicologia e Epistemologia Genética de Jean Piaget**. (Temas básicos de Psicologia; 19), São Paulo: EPU, 1988.

SILVA, M. R. G. **Avaliação e trabalho em grupo em Assimilação Solidária: Análise de uma intervenção.** 1997. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, IGCE, Rio Claro, São Paulo,.

SÃO PAULO, (Estado), Secretaria da Educação. CENP (Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta Curricular para o Ensino de Matemática -1º grau,** SEE/CENP, São Paulo, 1988.

______ **Atividades Matemáticas**, SEE/CENP, São Paulo, 1990.

______ **Experiências Matemáticas**,. 4 volumes, SEE/CENP, SP, 1995.

______ **Prática Pedagógica**, SEE/CENP, SP, 1994.

______ Avaliação e Progressão Continuada. **A escola de cara nova**. Conselho Estadual de Educação, São Paulo, 1997

SERBINO, R. V. et all (organizadores). **Formação de Professores**., São Paulo: ed. UNESP, 1996.

SOUZA, A. C. C. e EMERIQUE, P. S. Educação Matemática, jogos e Abstração Reflexiva. In **BOLEMA**, ano 10, no 11,. Rio Claro, 1995.

THIOLLENT, M. **Metodologia da Pesquisa-ação**, 7ª edição, São Paulo: Cortez Editora, 1996.

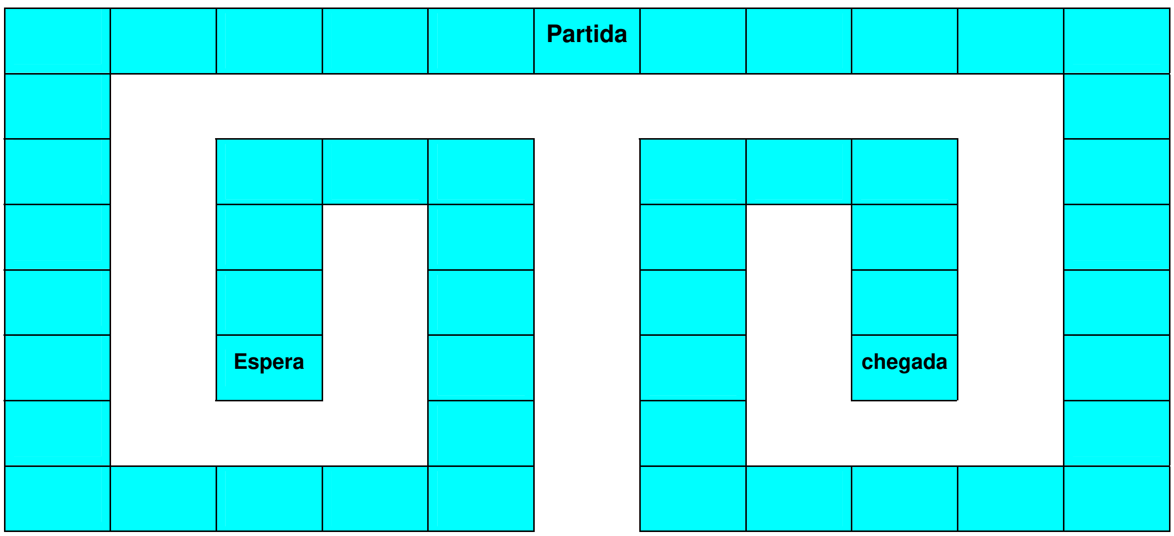
UNESP, (Câmpus de Bauru) **Projeto de Reformulação do Currículo da Licenciatura em Matemática**, Departamento de Matemática, Bauru, 1989.

ANEXOS

ANEXO I

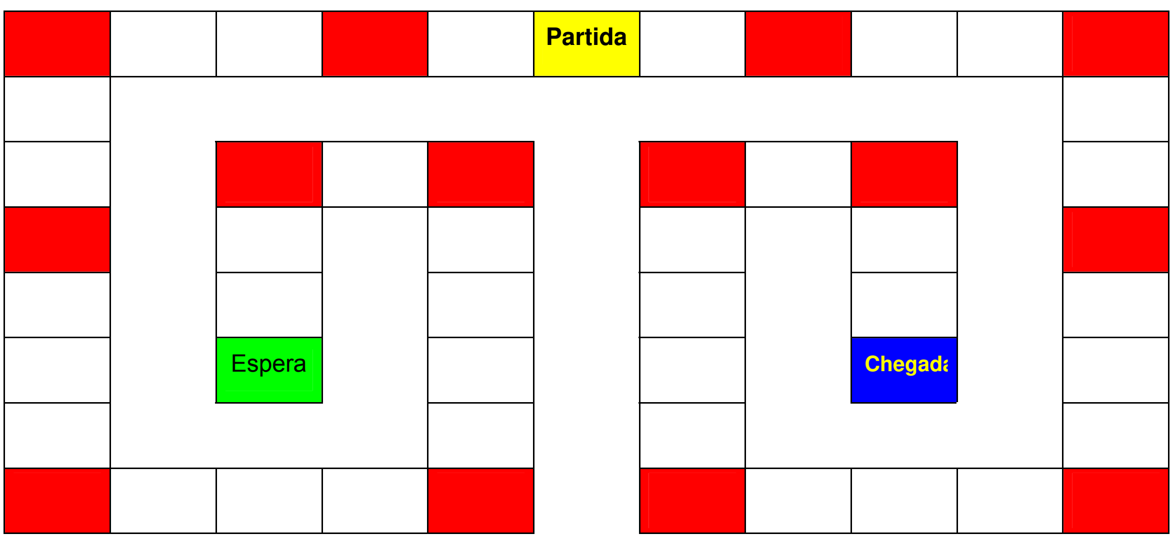
MALUCO POR INTEIRO

PRIMEIRA FASE



MALUCO POR INTEIRO

SEGUNDA FASE



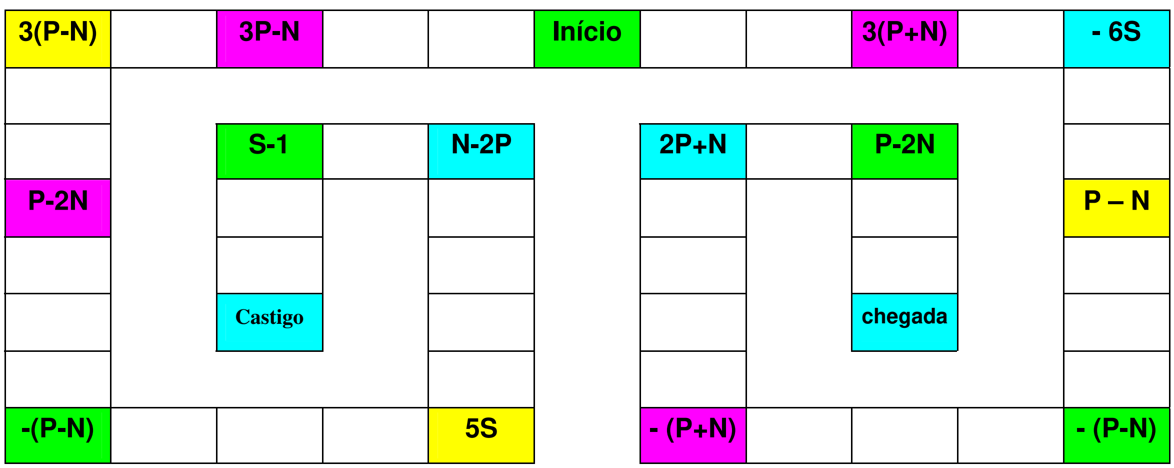
MALUCO POR INTEIRO

TERCEIRA FASE

- 5	- 4	- 3	- 2	- 1	Partida	1	2	3	4	5
- 6										6
- 7		- 23	- 22	- 21		21	22	23		7
- 8		- 24		- 20		20		24		8
- 9		- 25		- 19		19		25		9
- 10		Castigo		- 18		18		Chegada		10
- 11				- 17		17				11
- 12	- 13	- 14	- 15	- 16		16	15	14	13	12

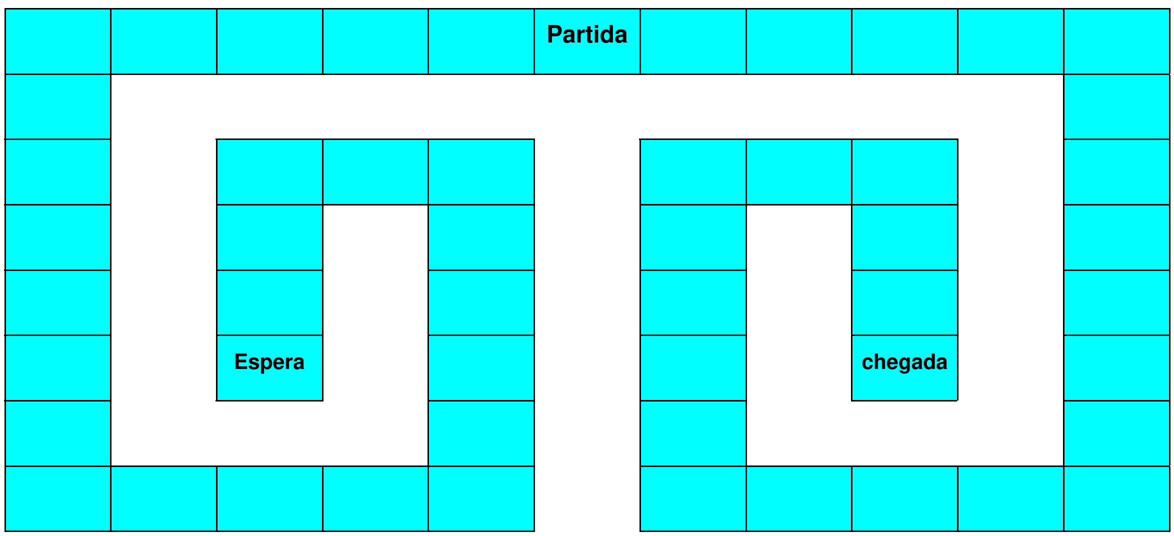
MALUCO POR INTEIRO

QUARTA FASE



MALUCO POR INTEIRO

QUINTA FASE



ANEXO II

PRÉ-TESTE: OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS

1. $(+3) + (+2) + (-4) =$
2. $(+1) + (-5) + (+2) =$
3. $(+2) - (+5) - (-2) =$
4. $(+3) + (-5) + (+2) =$
5. $(+2) \times (+8) =$
6. $(+3) \times (-7) =$
7. $(-5) \times (-6) =$
8. $(+2)^2 =$
9. $(-2)^2 =$
10. $(+3)^3 =$
11. $(-3)^3 =$

ANEXO III

PÓS-TESTE

1. $(+3) + (+2) + (-4) =$

2. $(+4) + (-2) + (-3) =$

3. $(+1) + (-5) + (+2) =$

4. $(+2) - (+5) - (-2) =$

5. $(+3) + (-5) + (+2) =$

6. $(+2) \times (+8) =$

7. $(+3) \times (-7) =$

8. $(-5) \times (-6) =$

9. $(+9) \div (+3) =$

10. $(+8) \div (-2) =$

11. $(-10) \div (-5) =$

12. $(+2)^2=$

13. $(-2)^2=$

14. $(+3)^3=$

15. $(-3)^3=$

16. $(+3) + (+8) \times (-2) - (+16) \div (-4)=$

ANEXO IV

QUESTÕES ORIENTATIVAS.

- Você considera que o jogo proporcionou aos seus alunos a construção do conceito de Números Inteiros? Por quê?
- Durante o desenvolvimento do jogo você percebeu a utilização de conceitos matemáticos pré-existentes?
- Descreva o que você observou quanto ao desenvolvimento do jogo?
- Qual foi a evolução das relações humanas nos grupos?
- Em que momentos e por que surgiu a necessidade do estabelecimento de regras nos grupos?
- Foi necessário sugerir aos alunos a possibilidade do estabelecimento de regras? Por quê?
- Que mudanças, em sua opinião, o trabalho em grupo provocou no procedimento dos alunos?
- No desenvolvimento do jogo as atitudes predominantes foram "vencer a qualquer custo" ou de colaboração com os alunos com maior dificuldade?
- O material oferecido proporcionou a aplicação dos conceitos envolvidos? Por quê?
- Quais as dificuldades encontradas por seus alunos no decorrer dos jogos? Quais as facilidades?
- O material oferecido proporcionou aos seus alunos a aprendizagem do conceito envolvido? Por quê?
- Como você avalia a reação dos alunos diante do jogo?
- Especifique qualquer aspecto e/ou problema referente ao jogo que considere importante e que não tenham sido abordados.