UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE CIÊNCIAS APLICADAS

LUCAS CONSTANTINO DELAGO

UMA NOVA ABORDAGEM NÃO SUPERVISIONADA PARA ATRIBUIÇÃO DE PESOS EM DECISÃO MULTICRITÉRIO

LIMEIRA

2018

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE CIÊNCIAS APLICADAS

LUCAS CONSTANTINO DELAGO

UMA NOVA ABORDAGEM NÃO SUPERVISIONADA PARA ATRIBUIÇÃO DE PESOS EM DECISÃO MULTICRITÉRIO

Dissertação apresentada à Faculdade de Ciências Aplicadas da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção e Manufatura, na área de Pesquisa Operacional e Gestão de Processos

Orientador: Prof. Dr. Cristiano Torezzan
Coorientador: Prof. Dr. Leonardo Tomazeli Duarte

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO ALUNO LUCAS CONSTANTINO DELAGO, E ORIENTADA PELO PROF. DR. CRISTIANO TOREZZAN

LIMEIRA

2018

Agência(s) de fomento e nº(s) de processo(s): Não se aplica.

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Faculdade de Ciências Aplicadas
Renata Eleuterio da Silva - CRB 8/9281

D372n Delago, Lucas Constantino, 1992-
Uma nova abordagem não supervisionada para atribuição de pesos em decisão multicritério / Lucas Constantino Delago. – Limeira, SP : [s.n.], 2018.

Orientador: Cristiano Torezzan.
Coorientador: Leonardo Tomazeli Duarte.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Ciências Aplicadas.

1. Processo decisório por critério múltiplo. 2. Pesquisa operacional. I. Torezzan, Cristiano, 1976-. II. Duarte, Leonardo Tomazeli, 1982-. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Ciências Aplicadas. IV. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: A novel unsupervised approach to weighting in multicriteria decision making
Palavras-chave em inglês:
Multiple criteria decision making
Operations research
Área de concentração: Pesquisa Operacional e Gestão de Processos
Titulação: Mestre em Engenharia de Produção e de Manufatura
Banca examinadora:
Cristiano Torezzan [Orientador]
Priscila Cristina Berbert Rampazzo
Ricardo Suyama
Data de defesa: 27-04-2018
Programa de Pós-Graduação: Engenharia de Produção e de Manufatura

Autor: Lucas Constantino Delago

Título: Uma nova abordagem não supervisionada para atribuição de pesos em decisão multicritério

Natureza: Dissertação

Instituição: Faculdade de Ciências Aplicadas, Universidade Estadual de Campinas

Aprovado em: 27/04/2018.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Cristiano Torezzan (Orientador) – Presidente
Faculdade de Ciências Aplicadas (FCA/UNICAMP)

Profª. Drª. Priscila Cristina Berbert Rampazzo
Faculdade de Ciências Aplicadas (FCA/UNICAMP)

Prof. Dr. Ricardo Suyama
Universidade Federal do ABC (UFABC)

A ata de defesa com as respectivas assinaturas dos membros da banca examinadora encontra-se no processo de vida acadêmica do autor/aluno.

DEDICO este trabalho a meus amigos, familiares, e seres que tanto amo. Estes que sempre me apoiaram, deram força para continuar seguindo meu caminho, e enfrentar todos os desafios que virão.

AGRADEÇO a todas as pessoas e momentos que me auxiliaram desenvolver e construir tudo que sou hoje. A minha família que me permitiu seguir por este caminho sempre me apoiando e, que me ensinou que perseverança e resiliência pavimentam o verdadeiro caminho para a vitória. Meus grandes amigos com quem sempre vivi experiências, problemas, e aventuras que me moldaram no que sou. Meus professores, do passado e do presente, que me ensinaram a ver cada vez mais adiante. Em especial, a Geografia, quem guiou meu caminho me permitindo chegar até onde cheguei. Ao meu amigo e orientador que sempre me ajudou com conhecimentos e experiências que vão muito além das acadêmicas. Ao meu amor que sempre cuidou de mim. A todas as pessoas que sempre estiveram presentes me ajudando, e aqueles que mesmo sem me conhecer cederam um pouco de seus preciosos conhecimentos. A todas as experiencias que tive, muitas vezes difíceis de tragar, mas que me guiaram até aqui, mais forte, como sou hoje. Por fim, a todos que me acompanham em busca de um sonho.

"Melhorar a vida de todos no mundo é um objetivo complexo, mesmo porque melhorar é um termo relativo a cada um. Nem por isso deixaremos de tentar."

Autor Desconhecido

RESUMO

A análise de decisão multicritério é uma área da Pesquisa Operacional que visa o desenvolvimento de métodos para auxiliar a tomada de decisão em cenários que envolvem um conjunto finito de alternativas a serem avaliadas em relação à um conjunto finito de critérios, possivelmente conflituosos entre si. Há uma vasta gama de métodos disponíveis na literatura para agregar o desempenho das alternativas em relação aos critérios, considerando um grau de importância relativa (pesos) para cada critério. De maneira geral, a determinação dos pesos depende da elicitação de especialistas. No entanto, em diversas situações, pode ser desejável a obtenção dos pesos de forma automática, guiada pelos dados do problema, sem a interferência de decisores. Essa abordagem é denominada atribuição não supervisionada de pesos. Neste trabalho é proposto um novo método, denominado Tradeoff Analysis Weighting (TAW), para atribuição não supervisionada de pesos aos critérios. O TAW é um método de natureza objetiva, que utiliza somente os dados contidos na matriz de decisão para identificar relações de influência e conflitos e, assim, atribuir a importância dos critérios de decisão. Além disso, o método possui baixa complexidade computacional e apresenta vantagens quando comparado com outros métodos similares mesmo quando o número de alternativas é reduzido.

Palavras-chave: Decisão multicritério; Atribuição de pesos. Métodos não supervisionados.

ABSTRACT

The Multicriteria Decision Making is an area of the Operational Research that apply appropriated methods to aid decisions in scenarios involving a finite set of alternatives to be evaluated on a finite set of criteria, possibly conflicting with each other. There is a wide range of methods available in the literature to aggregate the performance of the alternatives in relation to the criteria, considering a degree of relative importance (weights) for each criterion. In general, the determination of weights depends on the elicitation of specialists. However, in several situations it may be desirable to obtain the weights automatically, data driven, without the interference of decision makers. This approach is called unsupervised weighting. In this work a new method, called Tradeoff Analysis Weighting (TAW), is proposed to obtain the weights of the criteria in considering an unsupervised approach. The TAW is an objective method, which uses only the data available in the decision matrix to identify relationships and conflicts, and then assign the weights for each decision criterion. Moreover, the method has low computational complexity and presents advantages when compared with other similar methods even when the number of alternatives is reduced.

Key words: Decision making; Multi-criteria decision analysis (MCDA); Trade-off; Weight.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AHP	Analytic Hierarchy Process
CCSD	Correlation Coefficient Standard Deviation
CRITIC	CRiteria Importance Through Intercriteria Correlation
DEA	Data Envelopment Analysis
ELECTRE	ELimination Et Choix Traduisant la REalité
FITradeoff	Flexible and Interactive Tradeoff
GRA	Grey Relational Analysis
MACBETH	Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation Technique
MAUT	Multi-Attribute Utility Theory
MAVT	Multi-Attribute Value Theory
MCDM	Multiple Criteria Decision Making
ONG	Organização Não-Governamental
PROMETHEE	Preference Ranking Organization METHod for Enrichment of Evaluations
SAW	Simple Additive Weighting
SMART	Simple Multi-Attribute Ranking Technique
ROI	Return On Investment
TAW	Tradeoff Analysis Weighting
TOPSIS	Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O ato de decidir é indiscutivelmente ligado à vida humana. Os seres humanos fazem escolhas em cada pequeno momento de suas vidas, escolhendo opções ou mesmo preferindo um caminho a outro. Decidir é inevitável. E como uma espécie engenhosa, ao longo de sua evolução, a humanidade desenvolveu muitos métodos para aprimorar seu poder e entendimento sobre situações de decisão.

Os problemas de decisão podem ser classificados em quatro problemáticas de decisão (ROY, 1996):

- Problemática da escolha P_α: o problema é apresentado em termos de escolher a 'melhor alternativa' dentre um conjunto de possibilidades. Exemplos típicos categoria são os problemas de otimização.
- Problemática da classificação P_β: consiste em alocar as alternativas de decisão dentro de grupos pré-definidos. Exemplos típicos desta categoria são os problemas de agrupamento em *clusters*, bastante usuais na área de aprendizado de máquina.
- Problemática do ordenamento P_γ: neste caso, as alternativas são ordenadas da melhor para a pior. Este é o problema central da área de apoio à decisão multicritério.
- Problemática da descrição P_δ: Em problemas abordados dessa maneira não existe a intenção clara de escolher, ou de decidir. O que se faz é descrever e estruturar o problema decisório selecionando um conjunto de critérios e alternativas adequados para a análise desse problema e descrever as consequências de cada alternativa.

Atualmente, todos estes tipos de decisão são amplamente estudados pela ciência, e existem vários métodos para tratar de cada categoria de problemática listada acima. De maneira geral, são construídos modelos simplificados das situações de decisão, e então estes modelos são resolvidos, a fim de encontrar escolhas satisfatórias para estas situações reais.

Tratando especificamente das problemáticas de ordenamento $P\gamma$, os métodos de decisão multicritério (*Multiple Criteria Decision Making* - MCDM) vem se tornando cada vez mais populares a partir da década de 70, assumindo um papel essencial no auxílio de decisões do ramo de ordenação e escolha (KÖKSALAN, WALLENIUS e ZIONTS, 2011). Seu uso crescente por empresas, governos e decisores em geral, tem feito os métodos de MCDM participarem em grande parcela das decisões mais importantes do mundo (WALLENIUS, DYER, *et al.*, 2008).

Muitos métodos foram desenvolvidos no contexto de MCDM, cada qual com suas qualidades. Entretanto, existe uma estrutura comum entre eles. Todos trabalham com alternativas, que são as diferentes opções de decisão, e critérios, que representam as condições nas quais estas alternativas devem ser avaliadas. Ordenar as alternativas em relação a seus desempenhos nos critérios selecionados representa compreender a relação de superioridade entre as alternativas na situação de decisão real. Esta estrutura é a que implica na conhecida matriz de decisão, na qual todas as alternativas recebem avaliações nos critérios selecionados. A matriz de decisão é o principal dado de entrada para os métodos MCDM.

Guiados pelo intuito de ordenar as alternativas, a maioria dos métodos utiliza-se de algum tipo de processo de agregação das informações contidas na matriz de decisão, e, para este fim, é comum a necessidade de avaliar qual o grau de importância de cada critério na situação de decisão. Essa avalição também é um dado de entrada, utilizado para possibilitar a agregação dos dados contidos na matriz de decisão, em um valor quantitativo através do qual é expressa a ordenação das alternativas. Esta avaliação quantitativa relacionada à importância de cada critério é usualmente referida como pesos dos critérios.

Esta etapa, a avaliação da importância dos critérios na decisão, é o principal mote desta dissertação. Os métodos utilizados para obtenção dos pesos dos critérios podem ser divididos em três classes:

- Métodos supervisionados, ou subjetivos, que são baseados na elicitação da preferência dos decisores em relação à importância relativa dos critérios. Nestes casos, pressupõe-se forte interação entre os agentes decisórios e especialistas no tema e procura-se traduzir as preferências subjetiva em pesos dos critérios;
- Métodos não supervisionados, ou objetivos, nos quais a importância entre os critérios é extraída da própria matriz de decisão;
- Métodos híbridos, nos quais se combinam dois ou mais métodos (objetivos ou subjetivos) para chegar a um peso para os critérios.

Atualmente, os métodos supervisionados de atribuição de pesos são muito mais utilizados que os demais, o que pode ser justificado, já que muitos aspectos reais dos critérios não conseguem ser captados pela simples aplicação de métodos objetivos (AALIANVARI, KATIBEH e SHARIFZADEH, 2012). Por outro lado, a utilização destes métodos pode contaminar a decisão com vieses do decisor. Para exemplificar, imagine uma situação em que o decisor necessita escolher os pesos para determinados critérios. Após isso, em uma outra decisão, utilizando-se os mesmos critérios, apenas alterando as alternativas em questão, é correto que a importância dos critérios não mude? A maioria dos métodos subjetivos não leva em consideração as alternativas da decisão, o que implicaria que os pesos seriam os mesmos, mesmo que as alternativas fossem completamente diferentes. Este é um exemplo de viés, onde o decisor não percebe, nem é conduzido a perceber, que quando se está lidando com diferentes conjuntos de alternativas é necessário que se ajuste os pesos dos critérios para melhor modelar a situação de decisão. Cada decisão é singular e única, essa é uma premissa muito importante do contexto MCDM.

Alternativamente, os métodos não supervisionados lidam muito bem com este conceito de unicidade das situações de decisão, visto que se utilizam apenas da matriz de decisão para extrair a importância dos critérios e, mesmo que apenas uma alternativa se altere, os pesos são ajustados de forma correspondente. A abordagem não supervisionada pode ser muito útil quando se deseja evitar vieses subjetivos na decisão, ou mesmo quando não é possível acessar o decisor ou especialistas para elicitar os pesos dos critérios.

Nesta dissertação, é proposto um novo método objetivo, que se baseia na identificação de relações de conflito comumente observadas pelos decisores, e que pode ser posteriormente ajustado pela opinião dele. O método TAW não necessariamente deve ser utilizado sozinho, mas sim com o intuito de auxiliar o decisor a identificar nuances que alterem sua percepção sobre cada situação de decisão, de uma forma a qual ele não poderia identificar através de métodos subjetivos. Com estas informações em mente, o decisor pode, caso necessário, ajustar os pesos dos critérios com muito mais propriedade.

Nesta Introdução, pode-se adentrar no vasto universo das decisões e no contexto MCDM. Foi esclarecido o propósito desta dissertação, bem como um pouco de sua inserção na área de MCDM.

As demais partes desta dissertação estão organizadas da seguinte forma: no **Capítulo 1**, é apresentada uma discussão mais aprofundada sobre a área de MCDM e sobre o recorte específico deste trabalho. No **Capítulo 2**, é abordado o método em si, bem como algumas explicações sobre suas propriedades. No **Capítulo 3**, são feitos alguns testes e simulações que permitem melhor estudar o comportamento do método proposto e compará-lo a outros métodos já existentes na literatura. Finalmente, na Conclusão, é apresentada uma síntese de todo o trabalho.

1. ÁREA DE ESTUDO

A ciência que estuda as técnicas de apoio à decisão multicritério está repleta de métodos que estão ligados à tradução de uma situação de decisão real em uma modelagem, comumente matemática e/ou algorítmica, que tenha a capacidade de atribuir um valor, ou ordenar, um conjunto finito de alternativas de decisão.

O problema clássico da área de apoio a decisão multicritério consiste em ordenar um conjunto de n alternativas, $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, que são avaliadas em relação à um conjunto de m critérios, $C = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$. Quando a avaliação das alternativas, em relação à cada um dos critérios, é dada por uma função determinística, o problema por ser representado por uma matriz $D = [D_{ij}]$, onde $D_{i,j}$ representa a avaliação da alternativa i em relação ao critério j. Portanto, avaliação de uma alternativa i em relação a todos os m critérios pode ser representada por um vetor $D_i = [D_{i1}, D_{i2}, \dots, D_{im}]$, que corresponde à uma linha da matriz de decisão D. Se todos os valores D_{ij} forem números reais, as linhas de D podem ser representadas graficamente como pontos num espaço R^m. A **Figura 1** ilustra as principais etapas de um processo de decisão multicritério.

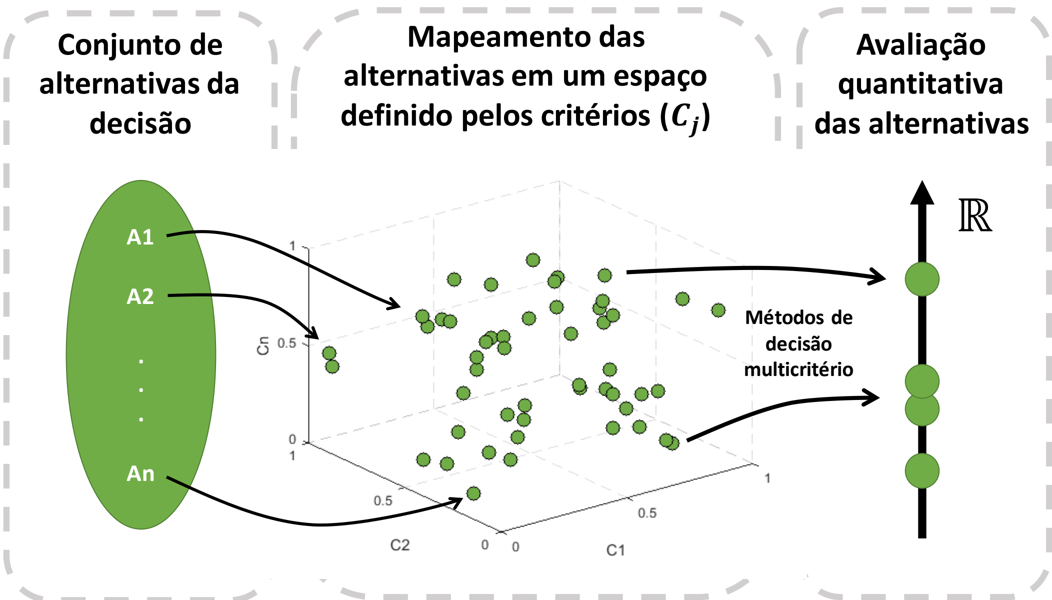

Figura 1 – Ilustração das principais etapas de um processo de decisão multicritério.

Na primeira parte da **Figura 1** é possível observar um conjunto de soluções ou alternativas de decisão. Cada alternativa i é mapeada em um ponto D_i no espaço dos critérios e, finalmente, um método multicritério de apoio à decisão é empregado para mapear cada vetor D_i em uma escala mensurável, em geral atribuindo um valor real E_i, associado ao elemento $A_i \in A$, que permite a ordenação das alternativas através da ordenação dos números reais correspondentes.

Vale ressaltar que existem métodos que não se propõem a obter uma ordenação total, como citado acima, ao invés disso, estes métodos utilizam-se de estruturas de dominância para demonstrar a comparação entre as alternativas. Estes métodos, no entanto, nem sempre permitem que se obtenha uma relação de superioridade entre as alternativas. Dentre os exemplos mais conhecidos estão o ELECTRE I (ROY, 1968) e o PROMETHEE I (BRANS, VINCKE e MARESCHAL, 1986), que fazem parte da vertente de métodos de sobreclassificação.

Para a obtenção de um ordenamento, total ou parcial, das alternativas é usual utilizar-se uma noção de importância relativa entre os critérios. Tal importância é geralmente representada por um vetor de pesos $w = [w_1, w_2, \dots, w_m]$, que altera a escala das informações em cada critério da agregação final. Os métodos que geram estes vetores de pesos são conhecidos como métodos de atribuição de peso.

A grande área de estudo de MCDM se divide principalmente entre os métodos de ordenamento e os métodos de atribuição de peso. Os primeiros, são a principal vertente de estudo da área, e se dedicam a proposições de funções de agregação ou estruturas de dominância, assumindo que os pesos são conhecidos.

Embora os pesos das alternativas acabem tendo uma grande influência na decisão, os métodos utilizados para sua atribuição são pouco estudados quanto em comparação com os métodos de ordenamento. Entretanto, vale ressaltar que alguns métodos de ordenamento já incluem as etapas de atribuição de pesos aos critérios, ou trabalham com informações equivalentes, como por exemplo o método AHP (SAATY, 1990), que engloba um método supervisionado de atribuição de pesos em sua formulação.

Devido à grande influência no processo de decisão e a menor atenção dada pela atual literatura, este trabalho pretende contribuir com a proposição de um método para atribuição de pesos, que pode ser utilizado em conjunto com outros métodos de ordenamento.

1.1. Métodos de ordenamento

A fim de facilitar os estudos e desenvolvimento da área de MCDM, os métodos de ordenamento são comumente classificados da seguinte maneira (ROY, 1996):

- Métodos básicos;
- Métodos compensatórios;
- Métodos não compensatórios, ou de sobreclassificação;
- Métodos interativos.

Os métodos básicos são métodos simples, utilizados no cotidiano, como o conceito de dominância entre alternativas, eliminação por restrições, e maximizar o mínimo. Estes são alguns exemplos de métodos que funcionam intuitivamente na racionalidade do decisor.

Os métodos compensatórios derivam da teoria de análise multiatributo (KEENEY e RAIFFA, 1993). Esta é uma das principais escolas de pensamento em MCDM, e seus métodos se distinguem principalmente pelo caráter compensatório, em que uma avaliação excepcional de uma alternativa em um critério pode compensar um desempenho pobre em outro critério. Dentre os métodos mais conhecidos, tem-se: MAUT e MAVT (KEENEY e RAIFFA, 1993), AHP (SAATY, 1990), SAW (GRECO, FIGUEIRA e EHRGOTT, 2016), SMART (VON WINTERFELDT e EDWARDS, 1986), TOPSIS (HWANG, LAI e LIU, 1993), Fuzzy Methods (GRABISCH e LABREUCHE, 2016), GRA (KUO, YANG e HUANG, 2008) e DEA (CHARNES, COOPER e RHODES, 1978).

Os métodos de sobreclassificação são parte da segunda escola de pensamento em MCDM, que em conjunto com os métodos compensatórios, formam os dois principais pilares de desenvolvimento da área. Diferentemente do caráter compensatório, a principal característica dos métodos de sobreclassificação é tratar de maneira independente o desempenho de cada alternativa em cada critério. Os métodos mais eminentes desta escola são pertences a família de métodos ELECTRE (ROY, 1968) e PROMETHEE (BRANS, VINCKE e MARESCHAL, 1986).

Nos métodos interativos o decisor é convidado a inserir uma nova informação ao modelo a cada iteração, de maneira em que se convirja para uma decisão. São métodos muito convidativos a utilização, visto que envolvem de forma continuada o decisor, fazendo-o se sentir mais responsável pela decisão. Estes métodos vêm se popularizando com a expansão do conceito de *Soft Computing* (KALISZEWSKI, 2006), nos quais os métodos não possuem demonstrações formais de convergência, mas se baseam em evidências práticas de seu bom funcionamento. Os métodos desta área são subdivididos em: métodos baseados no refinamento dos pesos, como por exemplo, os métodos Zionts-Wallenius (ZIONTS e WALLENIUS, 1976), Dell-Karwan (DELL e KARWAN, 1990), Tchebycheff (STEUER e CHOO, 1983) e o brasileiro FITradeoff (DE ALMEIDA, DE ALMEIDA, *et al.*, 2016); métodos baseados em um ponto “ideal”, como o método STOM (NAKAYAMA e SAWARAGI, 1984); e métodos de refinamento sobre as restrições, sendo o mais popular o método STEM (BENAYOUN, DE MONTGOLFIER, *et al.*, 1971).

1.2. Métodos de atribuição de pesos aos critérios de decisão

Como ressaltado anteriormente, existem vários métodos que têm por objetivo, única e exclusivamente a atribuição de peso aos critérios listados na situação de decisão. Os resultados destas abordagens são parcela fundamental no processo de decisão assistida, já que compõem os dados de entrada de grande parte dos métodos de ordenamento. Estes métodos são usualmente divididos em três grandes grupos:

- Métodos supervisionados, ou subjetivos;
- Métodos não supervisionados, ou objetivos;
- Métodos híbridos.

Os métodos subjetivos são de longe os mais conhecidos e utilizados nos contextos de MCDM, eles se utilizam principalmente da experiência do decisor para mensurar qual a importância de cada critério na situação de decisão. Apesar desta característica ser seu grande diferencial, ela permite a introdução de vieses na decisão. Outra deficiência dos métodos supervisionados é a não percepção, por parte do decisor, das relações que existem entre os critérios e alternativas. Muitas vezes existem correlações que não são observadas, e consequentemente estas informações não são levadas em consideração durante a atribuição de peso. Estas duas características são as principais responsáveis pelas críticas à utilização deste tipo de método. Os principais métodos supervisionados para atribuição são: elicitação direta, priorização de critérios, divisão de pesos, comparação par a par, método da razão, SWING, atribuição gráfica, método Delphi, SMART e SIMOS (ZARDARI, AHMED, *et al.*, 2015).

Os métodos objetivos (não supervisionados) têm como principal característica a utilização da informação contida na matriz de decisão para atribuir os pesos aos critérios, sem intervenção de agente externo aos dados. Grande parte destes métodos tentam obter alguma informação da estrutura de dados, de maneira a guiar a distribuição de importância entre os critérios. A principal crítica a estes métodos se baseia abstenção da experiência do decisor para embasar seus resultados. Os métodos mais conhecidos deste ramo são: máxima entropia, desvio padrão, variância, entropia, CRITIC e CCSD (ZARDARI, AHMED, *et al.*, 2015).

Os métodos híbridos são formas de se combinar os resultados de diferentes métodos, sejam subjetivos ou objetivos. As abordagens mais comuns são a soma ou multiplicação dos pesos, e posterior normalização. Alguns destes métodos também se apresentam de maneira iterativa, ajustando-se ao decisor a cada iteração, ou mesmo abordagens apropriadas seleção de pesos e decisões em grupo.

Na próxima seção apresenta-se um breve resumo sobre os principais métodos objetivos da literatura, alguns dos quais serão utilizados para efeito de comparações com o método proposto nesta dissertação.

1.2.1. Métodos objetivos para atribuição de pesos

1.2.1.1. O método da importância média (máxima entropia)

O método mais simples para atribuição objetiva de pesos consiste em considerar que todos os critérios têm a mesma importância para o problema e, portanto, o peso de cada critério j é dado por:

$$w_j = \frac{1}{m} \qquad j = 1,2,\dots,m \tag{1}$$

Onde,

m: é o número de critérios de decisão.

Este método clássico é um dos mais utilizados (WANG, JING, *et al.*, 2009) pela sua relativa simplicidade e por ser muito útil na ausência de informação suficiente para aferir a importância dos critérios. Em contrapartida, por utilizar o número de critérios como única fonte de entrada, este método deixa de considerar informações relevantes que poderiam terem sido extraídas da matriz de decisão.

1.2.1.2. O método do desvio padrão

O método do desvio padrão (ZARDARI, AHMED, *et al.*, 2015) atribui pesos aos critérios utilizando-se do desvio padrão entre cada critério, para ponderar a importância de cada um. O método pode ser aplicado com a seguinte equação:

$$w_j = \frac{\sigma_j}{\sum_{k=1}^{m} \sigma_k} \qquad j = 1,2,\dots,m \qquad \textbf{(2)}$$

Onde,

σ_j: é o desvio padrão dentre as avaliações das alternativas no critério j.

Para este método quanto maior a variação dentro de um critério, mais importante ele é para a situação de decisão. Apesar de apresentar esta dimensão intuitiva este método vem se tornando menos utilizado. Entretanto, outros métodos desenvolvidos os quais incorporam o desvio padrão em seu cálculo, além de outras informações, continuam sendo bem utilizados, caso do CRITIC que será exemplificado posteriormente.

1.2.1.3. O método da variância

Similar ao método do desvio padrão, o método da variância (ZARDARI, AHMED, *et al.*, 2015) utiliza uma medida estatística para atribuir pesos aos critérios, neste caso a variância dentro dos critérios é utilizada para ponderar a importância. O método pode ser aplicado com a seguinte equação:

$$w_j = \frac{var_j}{\sum_{k=1}^{m} var_k}, \qquad j = 1,2,\dots,m \qquad \textbf{(3)}$$

Onde,

var_j: é a variância dentre as avaliações das alternativas no critério j.

Este método segue os mesmos princípios do anterior, reforçando ainda mais as diferenças obtidas entre os critérios, com a intenção de afastar os pesos atribuídos aos critérios. Na prática, também é um método pouco utilizado inclusive quando comparado com o método do desvio padrão.

1.2.1.4. O método da entropia

O método da entropia (DENG, YEH e WILLIS, 2000) é baseado em técnicas utilizadas em Teoria de Informação (COVER e THOMAS, 2012), e foi desenhado para bonificar critérios que tragam maior quantidade de informação à decisão (ZARDARI, AHMED, *et al.*, 2015). Após a matriz de decisão ser normalizada, o método pode ser aplicado com as seguintes equações:

$$p_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}} \qquad i = 1,2,\ldots,n, \quad j = 1,2,\ldots,m \tag{4}$$

$$E_j = -\frac{\sum_{i=1}^{n} p_{ij} \ln(p_{ij})}{\ln(n)} \qquad j = 1,2,\ldots,m \tag{5}$$

$$w_j = \frac{1 - E_j}{\sum_{i=1}^{n} 1 - E_j} \qquad j = 1,2,\ldots,m \tag{6}$$

Onde,

x_{ij} : são os dados de uma matriz de decisão com i alternativas e j critérios.

Este método apresenta a capacidade de identificar a intensidade da informação que é agregada por cada critério, e através de algumas análises pode-se inferir se a quantidade de informação é adequada ou não para a situação de decisão (SINGH, 2000). Atualmente este é um dos métodos objetivos mais utilizados, entretanto, pela sua concepção, baseada na teoria da informação, este método exige uma grande quantidade de dados disponíveis (SRDJEVIC, MEDEIROS e FARIA, 2004), o que nem sempre acontece em situações de decisão comuns.

1.2.1.5. O método CRITIC

O CRITIC (*The Criteria Importance Through Intercriteria Correlation*) (DIAKOULAKI, MAVROTAS e PAPAYANNAKIS, 1995) é um método baseado na utilização da correlação linear entre os critérios (r) para quantificar a influência de um critério em outro. Além desta medida, o desvio-padrão do critério como forma de premiar critérios com maior desvio. O método pode ser aplicado com as seguintes equações:

$$C_j = \sigma_j \cdot \sum_{k=1}^{m} (1 - r_{jk}) \qquad j = 1,2,\dots,m \qquad \textbf{(7)}$$

$$w_j = \frac{c_j}{\sum_{k=1}^{m} C_k} \qquad j = 1,2,\dots,m \qquad \textbf{(8)}$$

Onde,

σ_j: é o desvio padrão dentre as avaliações das alternativas no critério j.

r_{jk}: é o coeficiente de correlação linear entre os critérios j e k.

Os pesos resultantes deste método são capazes de incorporar relações dos critérios e sua intensidade de uma maneira intuitiva para o decisor (JAHAN, MUSTAPHA, *et al.*, 2012). Além disso, o CRITIC está entre os métodos mais utilizados da área. Entretanto, este método não é capaz de identificar relações de sinergia e conflito entre os critérios.

Devido a sua vasta utilização e seu apelo intuitivo, o CRITIC foi um dos métodos selecionados para serem comparados ao novo método proposto nesta pesquisa.

1.2.1.6. O método CCSD

O método CCSD (*Correlation Coefficient Standard Deviation*) (WANG e LUO, 2010) utiliza-se das mesmas premissas básicas do CRITIC, o coeficiente de correlação linear entre critérios e o desvio padrão nos critérios. Entretanto, para agregar os valores em forma de peso do critério j, é utilizado o método de ordenamento da escola compensatória SAW (Simple Additive Weighting), e a partir dele é feita uma comparação entre a decisão obtida pelo método aplicado à matriz de decisão (Z), com o critério j na decisão, e sem o critério j. Todas as comparações são equilibradas por meio de um problema de programação quadrática, e a resolução deste problema é o vetor peso obtido pelo método. O método pode ser aplicado com as seguintes equações:

$$\begin{aligned} &Minimizar \quad J = \sum_{j=1}^{m} \left(w_j - \frac{\sigma_j \sqrt{1 - R_j}}{\sum_{k=1}^{m} \sigma_k \sqrt{1 - R_k}} \right)^2 \\ &Sujeito\ a \quad \sum_{j=1}^{m} w_j = 1 \\ &\qquad\qquad\quad w_j \geq 0 \ j = 1,2, \dots, m \end{aligned} \quad \textbf{(9)}$$

Onde,

$$R_j = \frac{\sum_{i=1}^{n}(z_{ij} - \bar{z}_j)(d_{ij} - \bar{d}_j)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(z_{ij} - \bar{z}_j)^2 \cdot \sum_{i=1}^{n}(d_{ij} - \bar{d}_j)^2}} \qquad j = 1,2, \dots, m \quad \textbf{(10)}$$

$$Z = (z_{ij})_{n \times m} \quad \textbf{(11)}$$

$$\bar{z}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} z_{ij} \qquad j = 1,2, \dots, m \quad \textbf{(12)}$$

$$d_{ij} = \sum_{k=1, k \neq j}^{m} z_{ik} w_k \qquad j = 1,2, \dots, m \quad \textbf{(13)}$$

$$\bar{d}_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} d_{ij} \qquad j = 1,2, \dots, m \quad \textbf{(14)}$$

Vale ressaltar que este método permite certo grau de interação com o decisor, através da inserção de restrições ao problema, que possibilitam restringir os valores de pesos obtidos pelo método. Entretanto, sua dificuldade reside na resolução do problema de programação quadrático que exige um software ou algoritmos especializados, nem sempre disponíveis. Fazendo com que o decisor ou analistas da decisão possuam conhecimento, mesmo que mínimo, desta outra área de estudo.

Devido a seu embasamento no CRITIC e sua utilização na literatura este método também será utilizado como base comparativa nesta pesquisa.

2. ABORDAGEM DESENVOLVIDA

O método proposto nesta dissertação, Tradeoff Analysis Weighting (TAW), é um método objetivo, não supervisionado, desenvolvido com o intuito de ser capaz de identificar certas relações advindas da matriz de decisão para construir um vetor w de pesos associado ao conjunto de critérios C.

Pela sua natureza objetiva, o decisor tem menor possibilidade de influenciar nos pesos que serão propostos por este método. Os pontos de contato do decisor com os seus resultados são restritos à seleção dos critérios de decisão e à avaliação do desempenho das alternativas em cada critério[1].

O método TAW foi concebido para captar informações da regressão linear entre pares de critérios e traduzir tais informações em pesos. A regressão linear é calculada com base nos vetores linhas da matriz de decisão e critérios que são positivamente correlacionados perdem importância, pois guardam certa redundância (ou sinergia) entre as avaliações das alternativas. Por outro lado, critérios que são negativamente correlacionados ganham importância, pois tendem a representar conflitos que são relevantes para a decisão. Desta maneira o método tem o objetivo de atender às seguintes características:

- Critérios com alto grau de similaridade para a decisão devem dividir sua importância. Enquanto critérios com alto grau de conflito devem ter sua importância aumentada;
- Critérios que influenciam em maior escala do que sofrem influência, devem ter uma maior importância;
- Na ausência de informação suficiente, ou no equilíbrio de relações, os critérios são igualmente importantes.

Para atender aos objetivos propostos, matematicamente o método TAW considera o coeficiente de determinação R^2 do modelo de regressão linear entre os

[1] Como boa prática, o método trabalha com os dados das alternativas normalizados dentro de cada critério.

critérios e também o coeficiente linear da reta de regressão, a fim de captar uma medida escalar da interferência entre dois critérios.

Na sequência deste capítulo apresenta-se uma descrição matemática do método TAW, suas principais propriedades e um exemplo de aplicação.

2.1. Tradeoff Analysis Weighting

Considere um problema clássico de decisão, onde um conjunto de n alternativas, $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, são avaliadas em relação à um conjunto de m critérios, $C = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$. Seja $D = [D_{ij}]$, uma matriz de decisão onde $D_{i,j}$ representa a avaliação da alternativa i em relação ao critério j, cujos valores D_{ij} estejam normalizados para uma mesma escala de medidas. Cada critério C_j será representado pela j-ésima coluna da matriz de decisão. Neste trabalho, utilizar-se-á D_j para se referir à avaliação de todos as alternativas em relação ao critério C_j.

Se todas as alternativas obtiverem a mesma avaliação em relação à um dado critério j tal critério é irrelevante para o ordenamento das alternativas. Neste caso, o peso do respectivo critério pelo método TAW será $w_j = 0$. Tais critérios devem ser retirados do processo de obtenção de pesos que será descrito a seguir.

Seja $C_k = \alpha_{kj}\, C_j + \beta_{kj}$ o modelo de regressão linear entre os critérios C_k e C_j, tendo o critério C_j como variável independente, e R_{kj}^2 o respectivo coeficiente de determinação. A primeira etapa do método TAW consiste na construção da matriz de influências, M^{TAW}, que é definida da seguinte maneira

$$M^{TAW} = CL \circ CD, \tag{15}$$

onde:

$CL = [CL_{kj}]$: é uma matriz onde cada componente CL_{kj} representa o coeficiente linear da reta (α_{kj}) de regressão entre os critérios C_k e C_j, tendo o critério C_j como variável independente.

$CD = [CD_{kj}]$: é uma matriz onde cada componente CD_{kj} representa o coeficiente de determinação da regressão linear (R_{kj}^2) entre os critérios C_k e C_j, tendo o critério C_j como variável independente.

$\circ$ representa o produto de Hadamard (HORN, 1990) de matrizes de mesmo tamanho, isto é, $M_{kj}^{TAW} = CL_{kj}\ CD_{kj}$.

A **Equação (16)** também pode ser reescrita em termos de medidas estatísticas da seguinte maneira

$$M_{kj}^{TAW} = \frac{cov(D_k,D_j)}{var(D_k)} corr\left(D_k, D_j\right)^2, \quad \textbf{(16)}$$

onde, e cov, var e $corr$ representam respectivamente as medidas estatísticas covariância, variância e correlação.

Após a construção da matriz M^{TAW} é feita a agregação dos valores obtidos, para compor o peso final de cada critério, que é definido por

$$w_j = \frac{s_j}{\sum_{k=1}^{m} s_k}, \quad \textbf{(17)}$$

onde:

$$S_j = \frac{S_j^- + 1}{S_j^+} \quad \textbf{(18)}$$

$$S_j^- = \sum_{k=1}^{m} \left|m_{j,k}^{TAW}\right| \qquad \forall\ j = 1, \dots, m \mid m_{k,j}^{TAW} < 0 \quad \textbf{(19)}$$

$$S_j^+ = \sum_{k=1}^{m} \left|m_{k,j}^{TAW}\right| \qquad \forall\ j = 1, \dots, m \mid m_{k,j}^{TAW} > 0 \quad \textbf{(20)}$$

O componente S_j^-, é calculado somando-se os números negativos das linhas da matriz M^{TAW}, consequentemente ele mensura a quantidade de informações conflitantes que este critério provoca nos demais. Por outro lado, o componente S_j^+, é calculado somando-se os números positivos nas colunas da matriz M^{TAW}. Consequentemente o termo S_j^+, mede a intensidade com que este critério é influenciado pelos demais, sem relações de conflito (números negativos).

Pode-se notar que, o peso de cada critério é definido pela **Equação (18)**, a menos da normalização feita na **Equação (17)**. Com isso, fica evidente que o peso de cada critério aumenta à medida que o valor da influência conflitante S_j^- cresce e diminui à medida que o critério sofre influência dos demais (S_j^+).

2.1.1. Exemplo

Para exemplificar o cálculo dos pesos através do método TAW, considere a matriz de decisão apresentada no Quadro 1, no qual as avaliações das alternativas já aparecem normalizadas.

Quadro 1 – Matriz de decisão do exemplo proposto.

Alternativas	**Critério 1**	**Critério 2**	**Critério 3**	**Critério 4**
A1	0,50	0,95	0,20	0,30
A2	0,40	0,00	0,70	0,40
A3	0,09	0,10	0,95	0,80
A4	1,00	1,00	0,00	0,20
A5	0,70	0,50	0,50	0,00
A6	0,00	0,00	1,00	1,00

A relação de dependência entre cada par de critérios, está ilustrada na **Figura 2**. Nota-se que, em algumas relações, a regressão linear é bem mais acentuada em outros, e esta diferença é a responsável por bonificar de maneira diferente os critérios.

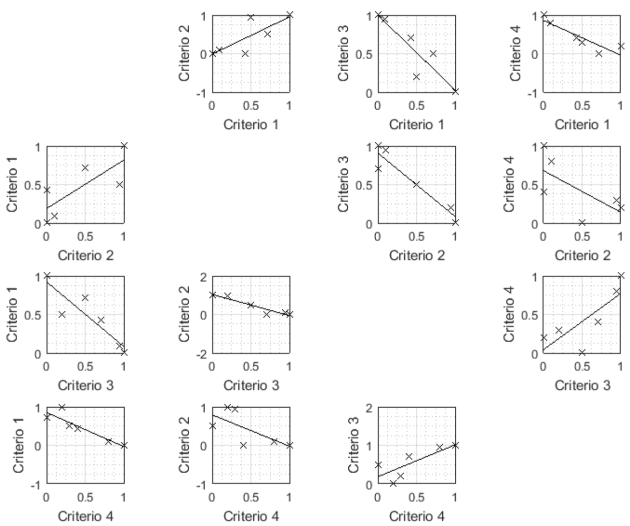

Figura 2 – Regressões lineares entre os critérios da situação de decisão exemplo.

Os **Quadro 2** e **Quadro 3** representam, respectivamente, as matrizes α e R^2, que dão origem a matriz $M^{TAW} = \alpha \circ \mathcal{R}$, que é apresentada no **Quadro 4**.

Quadro 2 – Matriz que contém os valores dos coeficientes de ajuste de regressões lineares relacionadas aos critérios presentes nas linhas e colunas do exemplo proposto.

CL	**Critério 1**	**Critério 2**	**Critério 3**	**Critério 4**
Critério 1	1,00	0,98	-0,98	-0,90
Critério 2	0,64	1,00	-0,82	-0,54
Critério 3	-0,85	-1,09	1,00	0,73
Critério 4	-0,88	-0,81	0,83	1,00

Quadro 3 – Matriz que contém os valores dos coeficientes de determinação de regressões lineares relacionadas aos critérios presentes nas linhas e colunas do exemplo proposto.

CD	**Critério 1**	**Critério 2**	**Critério 3**	**Critério 4**
Critério 1	1,00	0,63	0,83	0,79
Critério 2	0,63	1,00	0,90	0,44
Critério 3	0,83	0,90	1,00	0,60
Critério 4	0,79	0,44	0,60	1,00

Quadro 4 – Matriz $\boldsymbol{M^{TAW}}$ que contém os valores utilizados para a etapa de agregação do método no exemplo proposto.

M^{TAW}	**Critério 1**	**Critério 2**	**Critério 3**	**Critério 4**
Critério 1	1,00	0,62	-0,81	-0,70
Critério 2	0,40	1,00	-0,74	-0,24
Critério 3	-0,70	-0,99	1,00	0,44
Critério 4	-0,69	-0,36	0,50	1,00

As medidas S_i^+e S_i^- são apresentadas no **Quadro 5.**

Quadro 5 – Cálculo dos componentes $\boldsymbol{S}^{+}$ e $\boldsymbol{S}^{-}$ no exemplo proposto.

M^{TAW}	*Critério 1*	*Critério 2*	*Critério 3*	*Critério 4*	$\boldsymbol{S}^{-}$
Critério 1	1,00	0,62	-0,81	-0,70	**-1,51**
Critério 2	0,40	1,00	-0,74	-0,24	**-0,98**
Critério 3	-0,70	-0,99	1,00	0,44	**-1,69**
Critério 4	-0,69	-0,36	0,50	1,00	**-1,05**
$\boldsymbol{S}^{+}$	**1,40**	**1,62**	**1,50**	**1,44**	

Finalmente, para obter os pesos de cada critério, basta agregar as medidas S_i^{+}e S_i^{-} da maneira proposta pelas **Equações (18)** e **(19)**, conforme apresentado no **Quadro 6**.

Quadro 6 – Cálculo dos pesos atribuídos aos critérios no exemplo proposto.

	Critério 1	*Critério 2*	*Critério 3*	*Critério 4*
S^{-}	1,51	0,98	1,69	1,05
S^{+}	1,40	1,62	1,50	1,44
S	1,79	1,22	1,79	1,42
$\boldsymbol{w}$	**0,29**	**0,19**	**0,29**	**0,23**

2.2. Características do método TAW

A seguir ressaltam-se algumas características advindas da formulação matemática para o cálculo de pesos pelo método TAW.

- Se todas as alternativas possuem a mesma avaliação para um determinado critério C_j, ou seja, $D_{ij} = k, \forall\ i = 1, 2, \dots, n$, então $w_j = 0$.
- O cálculo do valor, através da **Equação (18)**, que corresponde ao peso do critério C_i, a menos de normalização, foi proposto como uma razão entre as medidas S_i^{-} e S_i^{+}, de modo que o peso aumente com o crescimento da medida (S_i^{-}) e diminua com o aumento da medida (S^{+}).

- A adição do valor unitário no numerador da **Equação (18)** se dá para contrabalancear a soma dos valores da diagonal da matriz M^{TAW}, já que por definição ${M_{i,j}}^{TAW} = 1, \forall i = j$. Isto implica que o valor mínimo de S^{+} é 1, para qualquer critério, e, portanto, esta divisão não apresentará inconsistências de divisão por zero;
- Quando $M^{TAW} = I$, ou seja, em uma situação de completa independência linear entre os critérios, os pesos obtidos pelo método TAW coincidem com o método da importância média, onde $w = \left[\frac{1}{m}, \frac{1}{m}, \dots, \frac{1}{m}\right]$.
- Por ser diretamente ligada ao coeficiente angular da regressão linear entre os critérios, a matriz M^{TAW} apresenta-se simétrica apenas em casos muito particulares, alguns dos quais serão tratados no próximo capítulo. Na maior parte das decisões reais, tal matriz será assimétrica, ocasionando que mesmo critérios correlacionados tenham pesos diferentes.

No próximo capítulo apresenta-se alguns exemplos de cálculo de pesos para situações específicas, com o objetivo de ilustrar o funcionamento do método TAW, bem como comparações com outros métodos objetivos.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados resultados obtidos a partir de alguns testes aos quais o método proposto foi submetido. Primeiramente, apresenta-se a forma com que o método se comporta em situações específicas, a fim de demonstrar que seu comportamento atende as características desejáveis, discutidas no início do **Capítulo 2**.

Na sequência, o vetor de pesos w obtido pelo método TAW é comparado aos pesos obtidos por outros métodos objetivos, para que seja possível observar as diferenças essenciais entre os métodos. Para concluir, é feita uma análise da diferença dos pesos com base na aplicação dos métodos em um cenário com muitas alternativas e outro com poucas, ambos respeitando o mesmo grau de correlação. Analisando a diferença entre estes pesos nos diversos métodos é possível observar que o método TAW apresenta melhor estabilidade, sendo um melhor estimador global, para cenários com menor número de alternativas.

3.1. Comportamento do método em situações específicas

Nesta seção são analisadas algumas situações de decisão específicas, com o objetivo de ilustrar o funcionamento do método TAW. Convencionalmente, as situações de decisão já são apresentadas diretamente a partir da matriz M^{TAW}, tornando a percepção do exemplo mais direta. Contudo, vale relembrar que a matriz de análise é composta de acordo com a **Equação (15)**, ou seja, os valores observados serão um resultado da composição das parcelas da regressão linear entre os critérios. Também, para fins de praticidade de visualização, o cálculo dos demais componentes e resultado final serão apresentados no mesmo quadro.

3.1.1. Situação 1: alguns critérios com perfeita correlação positiva e outros independentes.

Na situação apresentada no **Quadro 7**, os critérios C_1 e C_2 apresentam correlação perfeita e positiva, ou seja, a informação que um dos critérios carrega, é a mesma que do outro. Um exemplo desta situação acontece em casos onde os critérios são repetidos, portanto ambos coeficientes da regressão linear, angular e de determinação, são iguais a 1. Observe que os demais critérios são totalmente descorrelacionados, o que ser visto pela presença dos zeros na matriz.

Quadro 7 – Situação ideal: dois critérios perfeitamente correlacionados.

M^{TAW}	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6		S^+	S^-	S		w
C_1	1	**1**	0	0	0	0		2	0	0,5		**0,1**
C_2	**1**	1	0	0	0	0		2	0	0,5		**0,1**
C_3	0	0	1	0	0	0		1	0	1		0,2
C_4	0	0	0	1	0	0		1	0	1		0,2
C_5	0	0	0	0	1	0		1	0	1		0,2
C_6	0	0	0	0	0	1		1	0	1		0,2

Em uma situação como esta, o esperado é que os critérios C_1 e C_2 sejam considerados como um único critério, enquanto os demais são totalmente descorrelacionados. Neste cenário é razoável esperar que os critérios C_1 e C_2 em conjunto tenham o mesmo peso de um dos outros critérios.

É exatamente este o resultado obtido pelo método TAW. Perceba que todos os critérios receberam um peso equivalente $1/5$, enquanto os critérios C_1 e C_2, somados, também receberam este valor. Desta forma, o método é capaz de identificar a relação de similaridade positiva entre os critérios e penalizá-los de uma forma equivalente.

No **Quadro 8** pode-se observar que o mesmo ocorre para um número maior de critérios correlacionados, em situação análoga.

Quadro 8 – Situação ideal: três critérios perfeitamente correlacionados.

M^{TAW}	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	S^+	S^-	S	w
C_1	1	**1**	**1**	0	0	0	3	0	0,33	**0,083**
C_2	**1**	1	**1**	0	0	0	3	0	0,33	**0,083**
C_3	**1**	**1**	1	0	0	0	3	0	0,33	**0,083**
C_4	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0,25
C_5	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0,25
C_6	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0,25

Nesta outra situação, o mesmo fenômeno acontece, os critérios C_1, C_2 e C_3, quando considerados como um único fazem com que a situação recaia no caso de máxima entropia, $1/4$, e enquanto os demais critérios tem este valor atribuído, os três critérios correlacionados dividem igualmente este valor, o que demonstra o método funciona de maneira intuitiva quanto a múltiplas correlações.

3.1.2. Situação 2: alguns critérios com perfeita correlação negativa e outros independentes.

Este cenário é similar ao anterior, com a diferença no sentido da correlação entre os critérios. Na situação apresentada, vide **Quadro 9**, os critérios C_1 e C_4 apresentam correlação perfeita e negativa, ou seja, existe um conflito total entre estes dois critérios. Estes casos são comuns na realidade, e a existência destes conflitos são os grandes motivadores das pesquisas na área de decisão, já que são os responsáveis por atribuir a dificuldade em eleger as melhores alternativas.

Para este exemplo, imagina-se que o coeficiente angular da regressão linear assume o valor de -1, enquanto o de determinação de 1. Novamente, os demais critérios são totalmente descorrelacionados.

Quadro 9 – Situação ideal: dois critérios correlacionados negativamente.

M^{TAW}	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6		S^+	S^-	S		w
C_1	1	0	0	**-1**	0	0		1	-1	2		**0,25**
C_2	0	1	0	0	0	0		1	0	1		0,125
C_3	0	0	1	0	0	0		1	0	1		0,125
C_4	**-1**	0	0	1	0	0		1	-1	2		**0,25**
C_5	0	0	0	0	1	0		1	0	1		0,125
C_6	0	0	0	0	0	1		1	0	1		0,125

Neste exemplo, observa-se que a relação de conflito entre C_1 e C_4 é a única relação presente na situação de decisão, ante os demais critérios que são totalmente descorrelacionados. Assim sendo, estes dois critérios devem ser valorizados, já que um desempenho bom em um destes critérios, necessariamente indicará um desempenho ruim no outro. Também se observa que ambos obtêm um peso igual, já que a relação é totalmente simétrica.

3.1.3. Situação 3: Equilíbrio entre relações positivas e negativas

Neste cenário, as relações descritas nas situações 1 e 2 são apresentadas em conjunto. O **Quadro 10**, mostra que os critérios C_4 e C_5 são positivamente correlacionados e o critério C_1 é negativamente correlacionado com C_4 e C_5.

Quadro 10 – Situação ideal: equilíbrio entre relações negativas e positivas.

M^{TAW}	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6		S^+	S^-	S		w
C_1	1	0	0	**-1**	**-1**	0		1	-2	3		0,375
C_2	0	1	0	0	0	0		1	0	1		0,125
C_3	0	0	1	0	0	0		1	0	1		0,125
C_4	**-1**	0	0	1	**1**	0		2	-1	1		**0,125**
C_5	**-1**	0	0	**1**	1	0		2	-1	1		**0,125**
C_6	0	0	0	0	0	1		1	0	1		0,125

O objetivo deste exemplo é verificar como as relações positivas e negativas interagem entre si para compor os pesos do método TAW. Observe que os critérios C_4 e C_5 apresentam ambos uma relação positiva e uma negativa cada. Pela relação positiva, viu-se que os dois critérios deveriam ter seu peso dividido. Por outro lado, observou-se que de acordo com a relação negativa, estes critérios deveriam ser bonificados. Na realidade, na situação proposta, observa-se que esta combinação positiva e negativa geram um equilíbrio nos pesos finais destes critérios, que ganham o mesmo peso que os demais. A bonificação do critério C_1, no entanto, não é nada novo, visto que ele apresenta duas relações negativas, o que recai no caso anterior.

3.1.4. Situação 4: Relações assimétricas

As próximas situações tratadas estão relacionadas ao caráter assimétrico da matriz M^{TAW}, que derivam de relações assimétricas entre critérios. Nos **Quadro 11** e **Quadro 12**, observam-se relações assimétrica positivas e negativas. Vale ressaltar que tal assimetria é diretamente ligada ao coeficiente angular (α_{ij}) da regressão entre os critérios C_i e C_j, visto que o coeficiente de determinação (R^2_{ij}) é sempre simétrico.

Quadro 11 – Relações positivas assimétricas.

M^{TAW}	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	S^+	S^-	S	w
C_1	1	**1,2**	0	0	0	0	1,8	0	0,56	**0,11**
C_2	**0,8**	1	0	0	0	0	2,2	0	0,45	**0,09**
C_3	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0,20
C_4	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0,20
C_5	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0,20
C_6	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0,20

Quadro 12 – Relações negativas assimétricas.

M^{TAW}	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6		S^+	S^-	S		w
C_1	1	0	0	**-1,25**	0	0		1	-1,25	2,25		**0,28**
C_2	0	1	0	0	0	0		1	0	1		0,125
C_3	0	0	1	0	0	0		1	0	1		0,125
C_4	**-0,75**	0	0	1	0	0		1	-0,75	1,75		**0,22**
C_5	0	0	0	0	1	0		1	0	1		0,125
C_6	0	0	0	0	0	1		1	0	1		0,125

O primeiro fato que deve ser notado é que ao contrário do coeficiente de correlação, utilizado por métodos como o CRITIC e o CCSD, que varia em um intervalo $[-1; 1]$, os valores apresentados em M^{TAW} não apresentam limitantes, já que estão ligadas aos coeficientes α_{ij} das regressões lineares.

Pelo **Quadro 11** nota-se que, mesmo com caráter assimétrico, o método continua se comportando de maneira semelhante ao já discutido. A diferença neste caso é que os pesos agora estão distribuídos de maneira desigual entre os critérios C_1 e C_2. Como o critério C_1 apresenta uma influência maior em C_2, do que ao contrário, ele recebe uma parcela maior de importância na decisão.

Por outro lado, através do **Quadro 12** confirma-se a relação contrária. Entre C_1 e C_4 existe uma relação de conflito, que naturalmente faz com que eles ganhem maior importância na decisão. Como a relação é assimétrica, e o critério C_1 novamente tem maior influência em seu par, ele é o que ganha maior importância.

Todos os exemplos listados até aqui são de grande importância para intuir o funcionamento do método proposto, visto que as situações de decisão enfrentadas na prática são, geralmente, combinações dos exemplos propostos. Desta forma, ao utilizar do método TAW, é possível analisar a matriz M^{TAW} e entender qual a lógica por detrás dos pesos calculados. Mais que isto, ter uma boa ideia de como os critérios conflitam em cada caso de decisão real.

3.2. Comparação com outros métodos

Nesta seção compara-se os pesos obtidos pelo método TAW com pesos obtidos pelos métodos da importância média (ZARDARI, AHMED, *et al.*, 2015), CRITIC (DIAKOULAKI, MAVROTAS e PAPAYANNAKIS, 1995) e CCSD (WANG e LUO, 2010) para dados gerados aleatoriamente de acordo com o cenário investigado na Situação 1 da seção anterior. Ressalta-se que estes métodos foram escolhidos para a comparação visto a sua grande utilização na literatura (WANG, JING, *et al.*, 2009).

O exemplo proposto pode ser observado no **Quadro 13**. Este exemplo recai no caso em que existem dois critérios perfeita e positivamente correlacionados, C_1 e C_2, como também pode ser percebido observando-se a **Figura 3**.

Quadro 13 – Matriz de decisão utilizada no exemplo de comparação de comportamento entre os métodos**.**

Alternativas	$\boldsymbol{C_1}$	$\boldsymbol{C_2}$	C_3	C_4	C_5
A_1	**1,00**	**1,00**	0,78	0,00	0,49
A_2	**0,80**	**0,80**	0,41	0,69	0,75
A_3	**0,53**	**0,53**	0,25	1,00	0,00
A_4	**0,04**	**0,04**	0,58	0,58	1,00
A_5	**0,15**	**0,15**	0,56	0,54	0,86
A_6	**0,68**	**0,68**	1,00	0,76	0,60
A_7	**0,30**	**0,30**	0,53	0,32	0,33
A_8	**0,00**	**0,00**	0,62	0,24	0,20
A_9	**0,58**	**0,58**	0,00	0,33	0,59
A_{10}	**0,42**	**0,42**	0,91	0,57	0,41

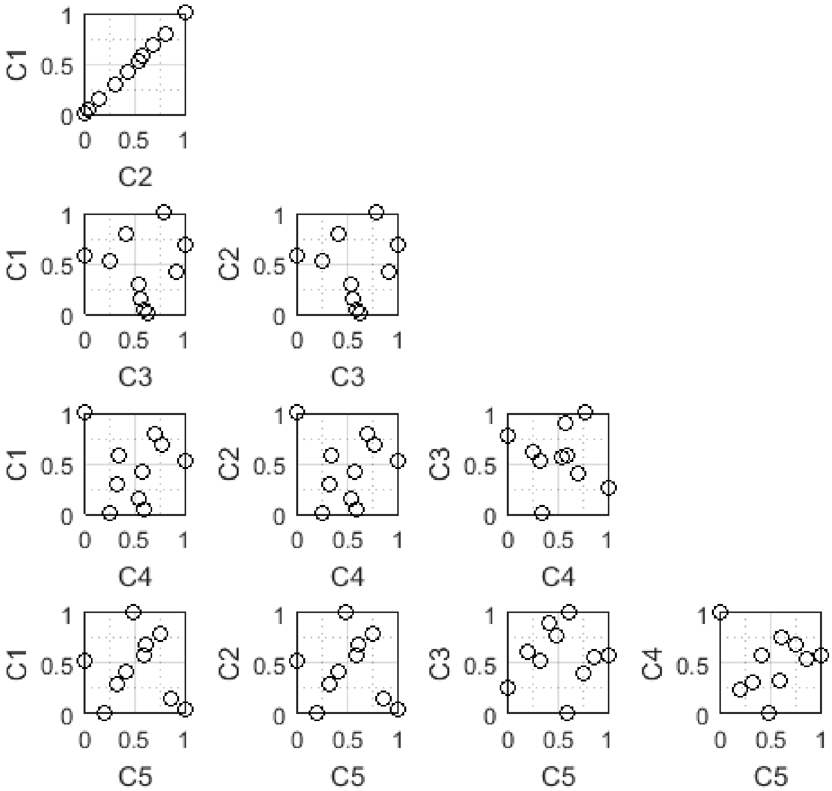

Figura 3 – Gráfico de dispersão entre critérios da situação de decisão utilizada para análise do comportamento entre os métodos.

Quanto as demais relações, com o auxílio da matriz M^{TAW}, apresentada no **Quadro 14**, é possível observar que os demais critérios são descorrelacionados. No **Quadro 15**, apresenta-se os pesos obtidos pelos quatro métodos que estão sendo comparados.

Quadro 14 – Matriz $\boldsymbol{M^{TAW}}$ da situação de decisão proposta para análise do comportamento entre os métodos.

M^{TAW}	$\boldsymbol{C_1}$	$\boldsymbol{C_2}$	C_3	C_4	C_5
$\boldsymbol{C_1}$	1	**1**	0	0	0
$\boldsymbol{C_2}$	**1**	1	0	0	0
C_3	0	0	1	0	0
C_4	0	0	0	1	0
C_5	0	0	0	0	1

Quadro 15 – Resultados obtidos pelos métodos na situação utilizada para análise de comportamento.

Métodos	$\boldsymbol{C_1}$	$\boldsymbol{C_2}$	C_3	C_4	C_5
TAW	**0,125**	**0,125**	**0,25**	**0,25**	**0,25**
Máxima Entropia	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
CRITIC	0,18	0,18	0,207	0,212	0,22
CCSD	0,177	0,177	0,21	0,214	0,222

Como discutido anteriormente, em uma situação como esta, o TAW avalia os critérios de decisão como em uma situação de máxima entropia, considerando que os dois critérios iguais devem dividir seus pesos. Os dois métodos relacionados à correlação e desvio padrão, CRITIC e CCSD, apresentam uma leve diminuição dos pesos aplicados a estes dois critérios, pois apesar de utilizar-se da correlação para balizar sua resposta, o desvio padrão existente nos critérios acaba por atrapalhar a identificação desta natureza. E o método de máxima entropia, o mais utilizado dentre os objetivos, divide os pesos igualmente, também ignorando o fato de que os critérios C_1 e C_2 são iguais.

Apesar desta ser uma situação sintética, exemplos muito próximos a este acontecem frequentemente na prática, e a utilização de métodos que são incapazes de identificar esta natureza podem implicar em prejuízos para a decisão. Exemplos reais clássicos são a utilização de vários critérios associados a capital, que em suma estão associados via cálculo direto: capital investido, retorno sobre o investimento (ROI), *payback*, entre outros. Em casos como este, está se inserindo um viés natural na decisão, e como no exemplo proposto, o critério, que deveria ter um determinado peso, pode acabar tendo o dobro ou triplo do que realmente se deseja.

3.3. Comparação entre o desvio dos métodos

Nesta seção apresenta-se dois testes feitos com o intuito de verificar o desvio e consistência do método proposto em comparação com os métodos CRITIC e CCSD. Nenhuma comparação foi feita frente ao método da importância média, visto que ele não apresenta nenhum desvio quanto ao número de alternativas ou correlação apresentada entre elas, pois não utiliza nenhuma outra informação da situação de decisão, somente do número de critérios para ser calculado.

Os testes são apresentados em duas etapas, na primeira delas é avaliado o comportamento dos métodos com a variação da correlação entre os critérios e, na segunda, é avaliada a convergência dos métodos em relação ao número de alternativas.

3.3.1. Análise do comportamento e erros entre os métodos

Este teste consiste em avaliar os resultados que são obtidos pelos três métodos, TAW, CRITIC e CCSD, utilizando-se amostras de dados aleatoriamente gerados.

As amostras de dados foram geradas a partir de uma distribuição normal multivariada de 3 dimensões. Assim, as situações de decisão analisadas neste teste são situações nas quais existem 3 critérios de decisão. Todas as amostras seguem o mesmo padrão: dois critérios são correlacionados entre si, com correlação de valor x, e o terceiro critério é complemente descorrelacionado com os demais. O valor de x varia de amostra para amostra no intervalo $[-1; 1]$, com passo de $0{,}1$ cada, ou seja, $x \in [-1; -0{,}9; \dots; 0{,}8; 0{,}9; 1]$, totalizando 21 valores diferentes analisados. Para finalizar, cada valor de x gera duas diferentes amostras, uma com um total de 100.000 alternativas e outra com apenas 10. Na **Figura 4** pode-se observar o diagrama de dispersão de uma amostra específica, com $x = 0{,}70$ e 100.000 alternativas.

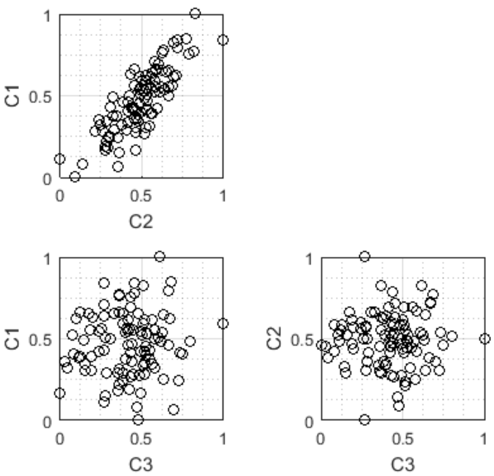

Figura 4 – Diagrama de dispersão de amostra com $\boldsymbol{x = 0,70}$ e $\mathbf{100.000}$ alternativas

Os três métodos citados foram utilizados para avaliar estas 42 amostras, e os resultados obtidos podem ser observados na **Figura 5**. No eixo das abscissas, têm-se a variação do valor x de correlação, enquanto no eixo coordenado, os valores de pesos atribuídos aos critérios. As linhas cheias representam os resultados dos métodos quando as amostras de 100.000 alternativas são analisadas. Existem 3 conjuntos de cada tipo de linha no gráfico, entretanto, como 2 dos 3 critérios sempre apresentam o mesmo peso nas amostras com muitos dados, estas linhas apresentam-se sobrepostas.

Para as amostras com 10 alternativas foram geradas um total de 1000 replicações para cada passo do vetor x, neste contexto as áreas sombreadas, delimitadas pelas linhas pontilhadas, contém os valores de pesos obtidos por 90% das replicações (5% inferior e 95% superior). A área em amarelo representa o intervalo de pesos obtidos pelo critério independente durante as replicações, enquanto a área em verde representa o intervalo dos critérios correlacionados.

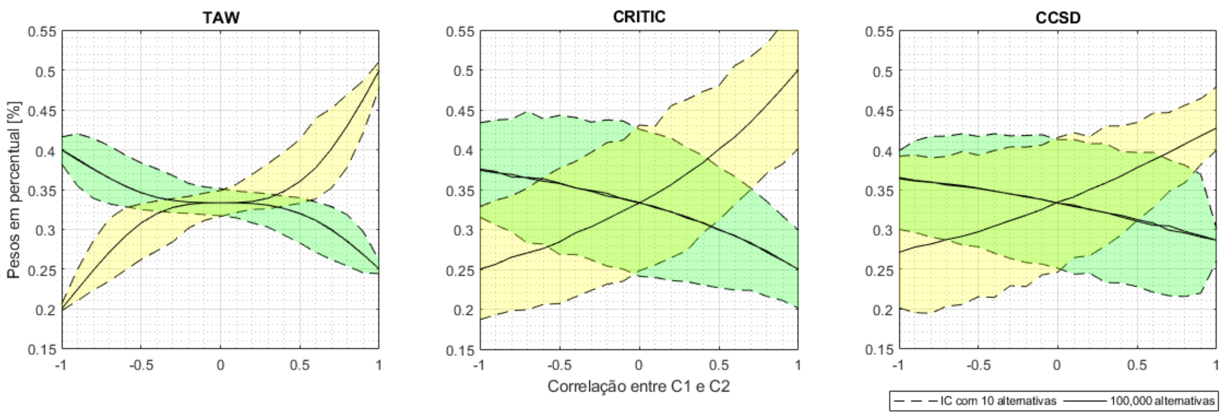

Figura 5 – Desempenho de diferentes métodos com a variação da correlação entre 2 critérios.

Estes gráficos carregam uma grande quantidade de informação. Analisando primeiramente de maneira qualitativa, volte sua atenção para as linhas cheias, que representam amostras para as quais os métodos atingiram estabilidade em seus resultados.

O primeiro ponto de divergência entre os três métodos são os pesos obtidos para cada um dos critérios, quando a correlação entre C_1 e C_2 é muito próxima de zero. Enquanto o TAW demanda correlações mais acentuadas, guiado pelo coeficiente de determinação (R^2), para atribuir pesos mais divergentes entre os critérios, os outros métodos pressupõem que mesmo pequenos valores de correlação devem ser avaliados como suficientemente relevantes para os pesos.

O segundo ponto de divergência são os pesos atribuídos pelos métodos nos pontos onde a correlação entre C_1 e C_2 é máxima (-1 ou 1). Tais valores podem ser mais bem observados no **Quadro 16**.

Quadro 16 – Pesos obtidos pelos três métodos, em pontos extremos da simulação, na situação de comparação proposta.

Método	$corr(C_1, C_2) = -1$	$corr(C_1, C_2) = 1$
TAW	[0,400; 0,400; 0,200]	[0,250; 0,250; 0,500]
CRITIC	[0,375; 0,375; 0,250]	[0,250; 0,250; 0,500]
CCSD	[0,365; 0,365; 0,270]	[0,285; 0,285; 0,430]

Voltando a atenção para as áreas sombreadas, percebe-se que os métodos CRITIC e CCSD, apresentam um desvio maior quando comparado com os resultados de maior estabilidade. Para mensurar esta diferença foram efetuados cálculos de erro, ou desvio, para estas situações. A fórmula utilizada para o cálculo do erro para o peso de cada critério C_j, na amostra P, pelo método Z, é apresentada na **Equação (21)**.

$$E_{Z,P,C_j} = \left| w_j^{10} - w_j^{1000} \right| \qquad \forall j = 1, \dots, n \qquad \textbf{(21)}$$

Os valores obtidos pela aplicação desta fórmula estão apresentados no **Quadro 17**. Para o cálculo tanto do erro médio, como do desvio padrão, foram considerados todos os erros de amostras e critérios como um único conjunto de dados para cada método.

Quadro 17 – Resultados de erro e desvio obtidos na comparação entre ($\mathbf{2,1 \times 10^4}$) amostras.

Método	*Erro médio*	*Desvio padrão dos erros*
TAW	**0,012381**	**0,012388**
CRITIC	0,041060	0,041077
CCSD	0,040898	0,040921

Pode-se observar no **Quadro 17** que os métodos CRITIC e CCSD possuem erros maiores em relação ao TAW, quando comparados cada um com sua solução de estabilidade. Isto indica que o TAW atinge a estabilidade mais rápido do que os outros dois métodos da literatura.

Na próxima seção será utilizado outro teste para averiguar este tipo de convergência destes métodos em relação ao número de alternativas.

3.3.2. Análise da convergência dos métodos

Com o intuito de verificar como o erro calculado acima para os três métodos diminui com o aumento do número de alternativas, um novo teste foi executado. A metodologia de geração de amostras foi a mesma descrita anteriormente e o para a aferição do erro foi utilizada uma formulação de erro relativo apresentada na **Equação (22)**. Nesta fórmula os termos continuam os mesmos da **Equação (21)** sendo C_j o peso de cada critério, na amostra P, pelo método Z.

$$E_{Z,P,C_j} = \frac{\left|w_j^{10} - w_j^{1000}\right|}{w_C^{1000}} \qquad \forall j = 1, \dots, n \qquad \textbf{(22)}$$

Os testes foram feitos variando-se o número de alternativas da menor amostra, de iniciando em 5 alternativas, aumentando de 5 em 5, até 50 alternativas. Para diminuir a possibilidade de interferência nos resultados, para cada valor de número de alternativas foram geradas 100 amostras diferentes. O gráfico apresentado na **Figura 6** mostra os resultados obtidos pelo teste. No eixo das abscissas apresenta-se a variação do número de alternativas em cada bateria de testes, enquanto no eixo coordenado o erro médio obtido sumarizando todas as amostras com aquele número de alternativas.

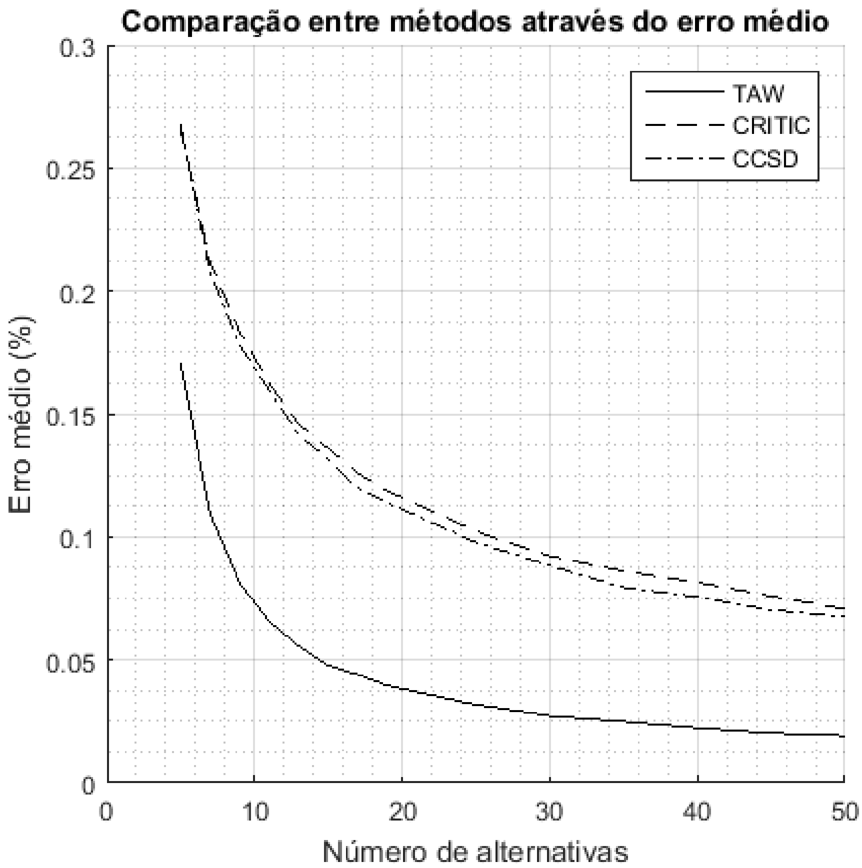

Figura 6 – Comparação de diminuição de erros entre os métodos.

Pode-se observar que o método TAW apresenta um menor nível de erro, quando comparado aos outros dois métodos. O que indica que o TAW é menos sensível ao número pequeno de alternativas. Erros menores que 5% já são obtidos com 15 alternativas, número relativamente baixo. Desta maneira o método se mostra aplicável em situações práticas, que frequentemente não dispõem de muitas alternativas em suas situações de decisão.

CONCLUSÃO

O anseio por tomar melhores decisões é o que tem guiado o desenvolvimento de grande parcela da ciência contemporânea. E este fator é especialmente presente no desenvolvimento da ciência da decisão multicritério. Esta vertente da ciência é repleta de métodos e estudos que objetivam auxiliar decisores a optarem pelas melhores alternativas nas situações de decisões enfrentam. Verificando a presença na área de dois grandes grupos de métodos: métodos para ordenação e métodos de atribuição de peso, esta pesquisa focou-se no desenvolvimento de um método objetivo para esta segunda subárea.

O método TAW desenvolvido nesta pesquisa apresenta várias vantagens em relação aos métodos de atribuição de peso já presentes no contexto MCDM, a saber:

- É um método objetivo, e utiliza-se somente dos dados presentes na matriz de decisão para obter os pesos para os critérios. Devido a esta característica, tal método pode evitar o viés que acomete métodos que necessitam da interferência de especialistas para a obtenção de pesos.
- Consegue identificar relações essenciais a partir dos dados e utiliza-las para mensurar a importância de cada critério. Relações como: critérios com maior nível de influência nos demais são mais importantes; critérios que atribuem conflitos no sistema devem ganhar importância, ao contrário daqueles que apresentam sinergia. Como foi mostrado ao longo do trabalho, estas relações podem também ser compreendidas por maneira gráfica e auxiliam o decisor na identificação dos conflitos presentes na situação de decisão. Todas estas relações podem ser identificadas através de uma formulação relativamente simples, de fácil implementação computacional ou cálculo manual assistido;
- O método se apresentou melhores resultados, quando comparado à métodos objetivos clássicos, mesmo quando o menor número de

> alternativas é reduzido. Por meio de testes efetuados, variando-se, grau de correlação entre critérios e número de alternativas, foi possível avaliar qual o nível de erros relacionados a um cenário com elevado número de alternativas e um com baixo número. O método proposto apresentou um nível de erros 30% melhor do que outros dois métodos da literatura, CRITIC e CCSD, além de um decaimento destes erros muito mais acentuado, quando o número de alternativas cresce, fazendo-o mais adequado mesmo para situações de decisão em que se têm baixo número de alternativas.

Por todas estas vantagens listadas o método proposto nesta dissertação se apresenta vantajoso em relação a outros métodos existentes na literatura. Vale ressaltar que mesmo sendo um método objetivo, o envolvimento do decisor no processo de decisão, inclusive na atribuição de peso, é altamente recomendado, para tornar a decisão mais robusta. Desta forma, é perfeitamente válido que o decisor acompanhe o funcionamento do TAW, entenda os *tradeoffs* identificados, e caso necessário, ajuste os pesos finais obtidos.

A utilização do TAW abre possibilidades para vários novos estudos relacionados, dentre os quais: analisar sua sensibilidade de maneira mais aprofundada; estudar variações do método, alterando-se algumas de suas componentes e formulações de cálculo; e analisar sua utilização em casos práticos, e verificar o nível de concordância entre os pesos atribuídos pelo decisor e os resultados sugeridos pelo método.

REFERÊNCIAS

AALIANVARI, A.; KATIBEH, ; SHARIFZADEH,. Application of fuzzy Delphi AHP method for the estimation and classification of Ghomrud tunnel from groundwater flow hazard. **Arabian Journal of Geosciences**, v. 5, n. 2, p. 275-284, 2012.

BENAYOUN, R. et al. Linear programming with multiple objective functions: Step method (STEM). **Mathematical programming**, v. 1, n. 1, p. 366-375, 1971.

BRANS, J.-P.; VINCKE, P.; MARESCHAL, B. How to select and how to rank projects: The PROMETHEE method. **European journal of operational research**, 24, 1986. 228-238.

CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. Measuring the efficiency of decision making units. **European journal of operational research**, 2, 1978. 429-444.

COVER, T. M.; THOMAS, J. A. **Elements of information theory**. 2. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2012.

DE ALMEIDA, A. T. et al. A new method for elicitation of criteria weights in additive models: Flexible and interactive tradeoff. **European Journal of Operational Research**, 250, 2016. 179-191.

DELL, R. F.; KARWAN, H. An interactive MCDM weight space reduction method utilizing a Tchebycheff utility function. **Naval Research Logistics (NRL)**, v. 37, n. 2, p. 263-277, 1990.

DENG, H.; YEH, C.-H.; WILLIS, R. J. Inter-company comparison using modified TOPSIS with objective weights. **Computers & Operations Research**, v. 27, n. 10, p. 963-973, 2000.

DIAKOULAKI, D.; MAVROTAS, G.; PAPAYANNAKIS, L. Determining objective weights in multiple criteria problems: The critic method. **Computers & Operations Research**, 22, 1995. 763-770.

GRABISCH, M.; LABREUCHE, C. Fuzzy measures and integrals in MCDA. In: ______ **Multiple criteria decision analysis**. Nova York: Springer, v. 2, 2016. p. 553-603.

GRECO, S.; FIGUEIRA, J.; EHRGOTT, M. **Multiple Criteria Decision Analysis**. 2ª. ed. [S.l.]: Springer's International Series, 2016.

HORN, R. A. The hadamard product. **Proceedings of Symposia in Applied Mathematics**, v. 40, p. 87-169, 1990.

HWANG, C.-L.; LAI, Y.-J.; LIU, T.-Y. A new approach for multiple objective decision making. **Computers & operations research**, 20, 1993. 889-899.

JAHAN, A. et al. A framework for weighting of criteria in ranking stage of material selection process. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 54, n. 1-4, p. 411-420, 2012.

KALISZEWSKI, I. **Soft Computing For Complex Multiple Criteria Decision Making**. New York: Springer Science, v. 85, 2006.

KEENEY, R. L.; RAIFFA, H. **Decision with Multiple Objectives:** Preference and Value Tradeoffs. [S.l.]: Cambridge University Press, 1993.

KÖKSALAN, M.; WALLENIUS, J.; ZIONTS, S. **Multiple Criteria Decision Making:** From Early History to the 21st Century. [S.l.]: World Scientific Publishing, 2011. 1497 p. ISBN 978-981-4335-58-4.

KUO, Y.; YANG, T.; HUANG, G.-W. The use of grey relational analysis in solving multiple attribute decision-making problems. **Computers & Industrial Engineering**, 55, 2008. 80-93.

NAKAYAMA, H.; SAWARAGI, Y. Satisficing trade-off method for multiobjective programming. In: ______ **Interactive decision analysis**. Berlin, Heidelberg: Springer, 1984. p. 113-122.

ROY, B. Classement et choix en présence de points de vue multiples. **Revue française d'informatique et de recherche opérationnelle**, 2, 1968. 57-75.

ROY, B. **Multicriteria methodology for decision aiding**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, v. 12, 1996.

ROY, B. Problematics as Guides in Decision Aiding. In: ROY, B. **Multicriteria Methodology for Decision Aiding**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, v. 12, 1996. Cap. 6, p. 57-68.

SAATY, T. L. How to make a decision: the analytic hierarchy process. **European journal of operational research**, 48, 1990. 9-26.

SINGH, V. P. The entropy theory as a tool for modeling and decision-making in environmental and water resources. **Water SA**, v. 26, n. 1, p. 1-10, 2000.

SRDJEVIC, B.; MEDEIROS, Y. D. P.; FARIA, A. S. An objective multi-criteria evaluation of water management scenarios. **Water resources management**, v. 18, n. 1, p. 35-54, 2004.

STEUER, E.; CHOO, E.-U. An interactive weighted Tchebycheff procedure for multiple objective programming. **Mathematical programming**, v. 26, n. 3, p. 326-344, 1983.

VON WINTERFELDT, D.; EDWARDS, W. Decision analysis and behavioral research. **Cambridge University Press**, Cambridge, 1986.

WALLENIUS, J. et al. Multiple criteria decision making, multiattribute utility theory: Recent accomplishments and what lies ahead. **Management science**, 54, n. 7, 2008. 1336-1349.

WANG, J. J. et al. Review on multi-criteria decision analysis aid in sustainable energy decision-making. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 13, n. 9, p. 2263-2278, 2009.

WANG, Y.-M.; LUO, Y. Integration of correlations with standard deviations for determining attribute weights in multiple attribute decision making. **Mathematical and Computer Modelling**, 51, 2010. 1-12.

ZARDARI, N. H. et al. **Weighting Methods and their Effects on Multi-Criteria Decision Making Model Outcomes in Water Resources Management**. [S.l.]: Springer, 2015. ISBN 2194-7244.

ZIONTS, S.; WALLENIUS, J. An interactive programming method for solving the multiple criteria problem. **Management science**, v. 22, n. 6, p. 652-663, 1976.

APÊNDICES

1. APÊNDICE A – Código para cálculo do TAW desenvolvido em MATLAB®.

```
% INICIO DO CODIGO

% Este Codigo faz parte da dissertacao Dissertação apresentada como
requisito
% para a obtencao do titulo de Mestre em Engenharia de Produção e
Manufatura a
% Faculdade de Ciencias Aplicadas da Universidade Estadual de Campinas

% Autor: Lucas Constantino Delago
% Orientador: Prof. Dr. Cristiano Torezzan Co-Orientador: Prof. Dr.
% Leonardo Tomazeli Duarte

% CONSTANTINO DELAGO, Lucas.  Uma nova abordagem não supervisionada para
atribuição de pesos em decisão multicritério.
% 2018. 50 f. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Engenharia de Produção e
Manufatura).
% Faculdade de Ciências Aplicadas, Universidade Estadual de Campinas,
Limeira, 2018.


% Input da funcao:
%%% Matriz de Decisao Normalizada: D (n x m)

% Output da funcao:
%%% Vetor de Pesos : W (m x 1)


function [wTAW] = Method_TAW(M)

      %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
      % Lista de variaveis utilizadas %
      %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
      [~,c] = size(M); % Numero de colunas da matriz de decisao
      C = cov(M); % Vetor de covariancia nas colunas da matriz de decisao
      V = var(M); % Vetor de variancia nas colunas da matriz de decisao
      R2 = corr(M).*corr(M); % Matriz R, com o coeficiente de determinacao
      Rij

      %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
      % Construcao da matriz AR %
      %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
      A = [];
      for i=1:c
          A = [A C(:,i)./V'];
      end

      AR2 = A.*R2; % Matriz alpha, com o coeficiente linear alphaij

      %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
      % Calculo do vetor Soma+ %
      %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
      SomaP = zeros(c,1);
      for i=1:c
          SomaP(i) = sum(AR2(AR2(:,i)>0,i));
      end
```

```
        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        % Calculo do vetor Soma- %
        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        SomaM = zeros(c,1);
        for i=1:c
            SomaM(i) = sum(AR2(i,AR2(i,:)<0));
        end

        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        % Calculo do vetor S %
        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        wTAW = zeros(c,1);
        for i=1:c
            wTAW(i) = (1/c)*(1-SomaM(i))/SomaP(i);
        end

        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        % Normalizacao do vetor S %
        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        wTAW = (wTAW/sum(wTAW))';

end

% FIM DO CODIGO
```