



UNIVERSIDADE ESTADUAL  
DE CAMPINAS

RENATO NASTARO MASOTTI

PLANEJAMENTO DO SEQUENCIAMENTO PARA UM  
SISTEMA HÍBRIDO MTO/MTS

PLANNING OF SEQUENCING FOR A HYBRID  
SYSTEM MTO/MTS

Limeira  
2017

RENATO NASTARO MASOTTI

PLANEJAMENTO DO SEQUENCIAMENTO PARA UM SISTEMA  
HÍBRIDO MTO/MTS

PLANNING OF SEQUENCING FOR A HYBRID  
SYSTEM MTO/MTS

Dissertação apresentada à Faculdade de Ciências Aplicadas da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção e de Manufatura, na área de Pesquisa Operacional e Gestão de Processos.

Dissertation presented to the School of Applied Sciences of the University of Campinas in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Production and Manufacturing Engineering in the area of Operational Research and Process Management.

Orientador: Paulo Sérgio de Arruda Ignácio  
Coorientador: Antônio Carlos Pacagnella Júnior

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL  
DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO ALUNO  
RENATO NASTARO MASOTTI, E ORIENTADO PELO  
PROF. DR. PAULO SÉRGIO DE ARRUDA IGNÁCIO.

Limeira  
2017

**Agência(s) de fomento e n°(s) de processo(s):** Não se aplica.

Ficha catalográfica  
Universidade Estadual de Campinas  
Biblioteca da Faculdade de Ciências Aplicadas  
Renata Eleuterio da Silva - CRB 8/9281

M381p Masotti, Renato Nastaro, 1988-  
Planejamento do sequenciamento para um sistema híbrido MTO/MTS /  
Renato Nastaro Masotti. – Limeira, SP : [s.n.], 2017.

Orientador: Paulo Sérgio de Arruda Ignácio.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Ciências Aplicadas.

1. Estoques. 2. Simulação (Computadores). 3. Produção - Sequenciamento. 4. Sistemas híbridos. 5. Programação linear inteira mista. I. Ignácio, Paulo Sérgio de Arruda, 1963-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Ciências Aplicadas. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

**Título em outro idioma:** Planning of sequencing for a hybrid system MTO/MTS

**Palavras-chave em inglês:**

Inventory

Computer simulation

Production - Scheduling

Hybrid systems

Mixed integer linear programming

**Área de concentração:** Pesquisa Operacional e Gestão de Processos

**Titulação:** Mestre em Engenharia de Produção e de Manufatura

**Banca examinadora:**

Paulo Sérgio de Arruda Ignácio [Orientador]

Alessandro Lucas Silva

Kleber Francisco Esposto

**Data de defesa:** 24-02-2017

**Programa de Pós-Graduação:** Engenharia de Produção e de Manufatura

**Autor (a):** Renato Nastaro Masotti

**Título:** PLANEJAMENTO DO SEQUENCIAMENTO PARA UM SISTEMA HÍBRIDO MTO/MTS

**Natureza:** Dissertação de Mestrado

**Instituição:** Faculdade de Ciências Aplicadas – FCA

Universidade Estadual de Campinas

**Data da Defesa:** Limeira, 24/02/2017

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Paulo Sérgio de Arruda Ignácio

---

Assinatura

Prof. Dr. Alessandro Lucas Silva

---

Assinatura

Prof. Dr. Kleber Francisco Esposto

---

Assinatura

A ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no processo de vida acadêmica do aluno.

## AGRADECIMENTOS

Dedico este trabalho a todos os meus familiares, que puderam dar-me o privilégio de realizar uma graduação e um mestrado, sempre me apoiando e me dando todo o suporte necessário nesses últimos 7 anos vividos em Limeira.

Agradeço meu professor e orientador, Paulo Ignácio, pela excelente orientação dada. Sem seus conhecimentos, paciência e contribuições esta pesquisa não teria obtido tais resultados.

Agradeço meus colegas mestrandos José Leonardo Takahashi, Giovanni Vitale e Erik Poloni por todo conhecimento compartilhado durante a construção da modelagem. Friso a fundamental ajuda do Mateus Martin, que me recomendou e ensinou a utilizar o software AIMMS.

Agradeço meus colegas engenheiros Giovana Resca, Andréia Moraes, Patrick Barendse, Adriana Guimarães e Guilherme Hering por terem dividido comigo madrugadas em claro estudando e contribuindo diretamente para o meu desenvolvimento na área de pesquisa operacional.

## RESUMO

Em sistemas produtivos diferenciados ou combinados a gestão de estoques possui relativa importância para o sucesso competitivo, dado que o armazenamento acarreta custos, impacta diretamente na programação da fábrica e na eficiência no atendimento ao cliente. Observa-se que os modelos utilizados em sequenciamento de processos produtivos contínuos estão normalmente dissociados às estratégias híbridas para políticas de estoque. A maioria dos problemas de sequenciamento encontrados na prática envolvem os tempos de *setup* e devido a esta prevalência, problemas de sequenciamento dependente dos custos de *setup* têm chamado atenção de muitos pesquisadores, dada a alta complexidade para obtenção de soluções satisfatórias com redução de custos. Identifica-se assim a oportunidade de propor um novo modelo para otimizar o sequenciamento de processos produtivos, incluindo critérios que contemplem as políticas de reposição de estoques. Logo, essa pesquisa busca responder como um novo modelo pode otimizar o sequenciamento de processos produtivos contínuos que trabalham com estratégias híbridas. O objetivo desta pesquisa é propor um modelo para otimizar o sequenciamento de um processo produtivo híbrido que contempla as estratégias MTO e MTS, estabelecidas para cada produto e considerando que os custos de *setup* são dependentes do sequenciamento. O método utilizado possui natureza aplicada, pois busca gerar conhecimentos para solução de um problema específico e consequente aplicação prática através de um modelo de otimização matemática; normativa, tendo em vista que preocupa-se em desenvolver normas, políticas, estratégias e ações a fim de melhorar os resultados disponíveis na literatura; e abordagem quantitativa, uma vez que traz um modelo de programação linear inteira mista que explica o comportamento de um processo real e auxilia na tomada de decisão. Suportada pelos modelos levantados na revisão da literatura presente nesta pesquisa e pelo método utilizado, conclui-se que é possível propor novos modelos de otimização combinando elementos de modelagem presentes na literatura que atendam a restrições pertencentes a um sistema produtivo químico, utilizado como base para o desenvolvimento do modelo. Consequentemente, responde positivamente à questão de pesquisa, uma vez que um novo modelo é aqui proposto. Tendo em vista a necessidade de minimizar os custos de *setup* inerentes ao sequenciamento, cumpriu com o seu objetivo geral de garantir a otimização utilizando um modelo de programação linear inteira mista que integra as decisões de planejamento às restrições operacionais. Dessa forma, conclui-se que o modelo proposto pode ser utilizado para avaliar práticas de sequenciamento e automaticamente contribuir para a obtenção de melhorias no planejamento da produção em outros sistemas produtivos contínuos.

Palavras-chave: Estoques, Simulação (Computadores), Produção - Sequenciamento, Sistemas Híbridos, Programação Linear Inteira Mista

# ABSTRACT

In differentiated or combined production systems, management is of relative importance for competitive success, since it's an area that entails costs, directing an impact on factory programming and efficiency in customer service. It is observed that the models used in continuous production process sequencing are usually dissociated from hybrid rules for stock policies. Most of the sequencing problems encountered in practice involve setup times and because of this, dependent sequencing problems have attracted attention from many researchers, given the high complexity to obtain satisfactory solutions with cost savings. It identifies the opportunity to propose a new model that optimizes the sequencing of productive processes, including criteria that contemplates inventory replenishment policies. Therefore, this research seeks to answer how a new model can optimize the sequencing of continuous productive processes that work with hybrid strategies. The main goal of this research is to propose a model that optimizes the sequencing of a hybrid production process, contemplating the MTO and MTS strategies established for each product and considering that the setup costs are sequential dependent. The method used has an applied nature, since it seeks to generate knowledge to solve a specific problem and consequent practical application through a mathematical optimization model. Moreover, it is concerned with developing norms, and quantitative approach, seeking for better literate results and bringing a model that explains the behavior of the real process in decision making. Supported by the models presented in literature presented in the research and by the method used, it is concluded that it is possible to propose new optimization models combining modeling elements in the present literature that meet the constraints belonging to a chemical production system, used as the basis for the development of the model. Consequently, it responds positively to the research question, since a new model is proposed. Considering the need to minimize inert sequencing installation costs, fulfilling is overall a goal of ensuring optimization, since it's making use of a mixed integer linear programming model that integrates as planning decisions to operational constraints. In the final analysis, it can be concluded that the proposed model can be used for the value of sequencing practices and to help with obtaining improvements without production planning in other continuous production systems.

Key-Words: Inventory, Computer Simulation, Production - Scheduling, Hybrid Systems, Mixed Integer Linear Programming

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ATO – *Assembly-to-Order*

ETO – *Engineering-to-Order*

MRP – *Material Requeriments Planning*

MTO – *Make-to-Order*

MTS – *Make-to-Stock*

PCP – Planejamento e Controle da Produção

PL – Programação Linear

PLI – Programação Linear Inteira

PLIM – Programação Linear Inteira Mista

RTO – *Resources-to-Order*

# SUMÁRIO

<b>1. Introdução</b> .....	<b>11</b>
1.1. Problema de Pesquisa.....	12
1.2. Objetivos da Pesquisa.....	13
1.2.1. Objetivo Geral .....	13
1.2.2. Objetivos Específicos .....	13
1.3. Justificativa.....	13
1.4. Delimitação da Pesquisa.....	14
1.4. Estrutura do Trabalho.....	15
<b>2. Revisão da Literatura</b> .....	<b>16</b>
2.1. Gestão de Operações .....	16
2.1.1. Modelos Matemáticos de Otimização para Sequenciamento da Produção	17
2.1.2. Considerações sobre os Modelos Levantados.....	35
2.2. Make-to-Order (MTO).....	39
2.2.1. Modelos Matemáticos de Otimização para Sistemas Produtivos MTO.....	39
2.2.2. Considerações sobre os Modelos Levantados.....	60
2.3. Make-to-Stock (MTS) .....	63
2.3.1. Modelos Matemáticos de Otimização para Sistemas Produtivos MTS .....	63
2.3.2. Considerações sobre os Modelos Levantados .....	76
2.4. Sistemas Híbridos MTO/MTS.....	79
2.4.1. Modelos Matemáticos de Otimização para Sistemas Híbridos MTO/MTS .	80
2.4.2. Considerações sobre os Modelos Levantados .....	107
<b>3. Método</b> .....	<b>111</b>
3.1. Processo de Modelagem Matemática .....	113
3.1.1. Definição do Problema para Modelagem.....	113
3.1.2. Construção do Modelo .....	115
<b>4. Desenvolvimento e Resultados</b> .....	<b>125</b>
4.1. Estudo de Cenários.....	126
4.1.1. Parâmetros do Cenário 1 .....	126
4.1.1.1. Resultados do Cenário 1 .....	130
4.1.2. Parâmetros do Cenário 2 .....	134
4.1.2.1. Resultados do Cenário 2 .....	134

<b>4.1.3</b>	<b>Parâmetros do Cenário 3 .....</b>	<b>137</b>
<b>4.1.3.1</b>	<b>Resultados do Cenário 3 .....</b>	<b>139</b>
<b>4.1.4</b>	<b>Parâmetros do Cenário 4 .....</b>	<b>142</b>
<b>4.1.4.1</b>	<b>Resultados do Cenário 4 .....</b>	<b>144</b>
<b>4.1.5</b>	<b>Parâmetros do Cenário 5 .....</b>	<b>148</b>
<b>4.1.5.1</b>	<b>Resultados do Cenário 5 .....</b>	<b>151</b>
<b>4.2</b>	<b>Discussões dos Resultados.....</b>	<b>156</b>
<b>5.</b>	<b>Conclusão .....</b>	<b>158</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>161</b>
	<b>Apêndice 1 .....</b>	<b>168</b>
	<b>Apêndice 2 .....</b>	<b>178</b>
	<b>Apêndice 3 .....</b>	<b>196</b>

## 1. Introdução

O alinhamento do planejamento estratégico com o chão de fábrica tem chamado a atenção das áreas gerenciais das empresas brasileiras. A concorrência entre bens de origem nacional ou mesmo internacional tem direcionado as organizações a buscarem a redução de custos para aumentarem os ganhos produtivos e, conseqüentemente, se manterem vivas e competitivas no mercado.

As competências de uma organização devem abranger alguns pontos principais. Schmitt (2004) aponta para o fato de que as empresas devem guiar seus planos de mercado para agregar valor ao cliente, ou seja, aumentar a satisfação dos consumidores. Já Hayes e Upton (1998) alertam a necessidade de se produzir de forma a dificultar a imitação pelos concorrentes, garantindo-se vantagens competitivas. Aaker (2009) relata em seu trabalho a importância do crescimento do negócio através da expansão de mercado, que é imprescindível para a saúde e vitalidade de qualquer empresa. Associada a estes três pontos está a busca pela eficiência produtiva, que muitas vezes está associada às questões relativas ao *setup* (VELLANI; RIBEIRO, 2009).

De acordo com Shingo (1985), *setup* é uma atividade de preparação da máquina antes de iniciar o processamento dos produtos que, enquanto não for concluída, mantém o processo parado. As atividades de *setups* proporcionam custos e muitas vezes estes estão associados à sequência de produção (ALLAHVERDI et al., 1999).

Fernandes e Godinho Filho (2010) definem cinco tipos de sistemas produtivos individuais: *Make-to-Stock* (MTS), *Assembly-to-Order* (ATO), *Make-to-Order* (MTO), *Resources-to-Order* (RTO) e *Engineering-to-Order* (ETO). Porém, sistemas de produção híbridos que combinam duas ou mais estratégias baseados na separação dos padrões de demanda têm sido propostos na literatura (GATTORNA; WALTERS, 1996). Wanrooij (2012) chama a atenção para a maior complexidade do planejamento da capacidade, da alocação das tarefas, da programação das operações e do controle do chão de fábrica em um ambiente que funciona com a combinação de estratégias MTO e MTS.

Em sistemas produtivos diferenciados ou combinados a gestão de estoques possui relativa importância para o sucesso competitivo, dado que o armazenamento acarreta custos, impacta diretamente na programação da fábrica e na eficiência no atendimento ao cliente (BUCHER, MEISSNER, 2011).

A utilização de métodos quantitativos em ambientes fabris pode ser um diferencial na busca pela minimização de custos inerentes aos processos. Uma forma de aumentar a eficiência é estabelecer uma programação de produção adequada e que ao mesmo tempo mantenha as políticas de estoque de produto acabado (DROHOMERETSKI; FAVARETO, 2010).

### **1.1. Problema de Pesquisa**

De acordo com Nahmias (1995), o problema de sequenciamento e de programação de lotes (*sequencing and scheduling*) em ambientes produtivos, com uma diversidade de produtos a serem fabricados baseia-se em determinar a ordem de produção dos lotes, de forma a minimizar os custos inerentes ao processo, considerando a existência de *setup* e demais restrições presentes na cadeia produtiva.

Zhu et al. (2006) apontam que a maioria dos problemas de sequenciamento encontrados na prática envolvem os tempos de *setup*. Devido a esta prevalência, problemas de sequenciamento dependente dos custos de *setup* têm chamado atenção de muito pesquisadores, dada a alta complexidade para obtenção de soluções satisfatórias com redução de custos.

Os problemas de sequenciamento podem ser divididos em mono estágio ou multi estágio (ARAÚJO; ARENALES, 2000). No primeiro caso, os itens finais não dependem da produção de itens intermediários. Já no segundo caso, um item final necessita de vários processamentos ao longo de um fluxo produtivo, gerando-se produtos intermediários e aumentando a complexidade do processo.

Observa-se que os modelos utilizados em sequenciamento de processos produtivos contínuos estão normalmente dissociados às estratégias híbridas para políticas de estoque.

Identifica-se assim a oportunidade de propor um novo modelo para otimizar o sequenciamento desses processos produtivos, incluindo critérios que contemplem as políticas de reposição de estoques.

Logo, essa pesquisa busca responder como um novo modelo pode otimizar o sequenciamento de processos produtivos contínuos que trabalham com estratégias híbridas MTO/MTS.

## 1.2 Objetivos da Pesquisa

### 1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo desta pesquisa é propor um modelo para otimizar o sequenciamento de um processo produtivo híbrido que contempla as estratégias *Make-to-Order* (MTO) e *Make-to-Stock* (MTS), estabelecidas para cada produto e considerando que os custos de *setup* são dependentes do sequenciamento.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

- Introduzir um modelo que permita manter a política de reposição de estoques alinhada com as estratégias de produção para diferentes tipos de produtos;
- Avaliar o sequenciamento de um processo produtivo, buscando-se resultados melhores que aqueles praticados,
- Analisar diferentes cenários que validem a aplicação do modelo com outros parâmetros de processo, confirmando a oportunidade para utilizar o modelo em outros segmentos,
- Verificar se o modelo é genérico e confiável a processos contínuos.

## 1.3 Justificativa

De acordo com Tubino (2006), questões de dimensionamento, sequenciamento e programação de lotes de produção estão presentes na área de Planejamento e Controle da Produção (PCP). Dessa forma, um dos grandes desafios para as indústrias químicas é como integrar estas decisões, já que os *setups* são dependentes da sequência produtiva e cada tipo de produto possui um tipo de demanda (BLOMER; GUNTHER, 2000). De acordo com Shingo (1985), o *setup* é um exemplo típico de desperdícios sem qualquer valor agregado e pode ser considerado como uma forma de aumento da eficiência.

Estabelecer uma gestão de estoque também se consolidou como um importante fator estratégico para o sucesso competitivo. Nos dias atuais, devido às mudanças constantes do mercado, as organizações têm se tornado mais dinâmicas e utilizando diferentes arranjos e configurações para produzir (FLEURY; FLEURY, 2007). Quando há uma diversidade de produtos fabricados em uma mesma linha produtiva, as empresas de manufatura usam

diferentes políticas de produção para satisfazer as demandas dos clientes de cada bem. Conforme aponta Kalantari et al. (2011), os últimos anos têm demonstrado uma série de mudanças nas políticas de produção das empresas, que estão gradualmente migrando para o modos de produção híbridos MTO / MTS.

Johnson e Montgomery (1974) afirmam que uma produção bem planejada é um dos meios fundamentais para que qualquer organização atinja suas metas estratégicas de longo prazo e obtenha bons resultados. Nesse âmbito, métodos quantitativos, especialmente modelos de pesquisa operacional, tornam-se ferramentas poderosas na geração de bons resultados.

Conforme aponta Bucher e Meissner (2011), muitas empresas utilizam o *Material Requirements Planning* (MRP), um *software* que facilita o fluxo de informação em todas as funções da organização, integrando as decisões da manufatura (MOLLER, 2005). Dessa forma, esses softwares são os responsáveis por determinar a programação da produção e garantir que a demanda seja atendida. Contudo, a função de sequenciamento da produção não atende de forma adequada as reais necessidades da organização e outros sistemas tornam-se necessários para cumprir essa função (METAXIOTIS et al., 2003). Dilts (1999) apoia a ideia de que as pesquisas acadêmicas proporcionem a integração dos modelos de otimização com os sistemas MRPs, já que a quantidade de empresas que utilizam este tipo de sistema é bastante significativa.

Os problemas de programação da produção estão bastante presentes na literatura. Allahverdi. (2008), Johnson e Montgomery (1974), Drexl e Kimms (1997), Meyr (2000) e Hax e Candea (1984) são exemplos de trabalhos que propõem modelos matemáticos objetivando o sequenciamento e o dimensionamento de lotes considerando restrições inerentes ao processo.

#### **1.4 Delimitação da Pesquisa**

A presente pesquisa está delimitada a desenvolver um modelo que permita o sequenciamento de  $n$  produtos que são processados em  $m$  estágios (sistema multi estágios) dispostos em série, sendo que em um determinado estágio há duas linhas de produção que trabalham em paralelo. A linha 1 é composta por uma quantidade de  $a$  máquinas em série, enquanto a linha 2 é composta por outra quantidade de  $b$  máquinas também dispostas em série. Os demais estágios possuem apenas uma máquina em operação cada. Além disso, todos os produtos devem ser processados em todas as máquinas de cada linha.

Cada produto pode seguir apenas uma política de estoque: MTO ou MTS. Para as políticas MTO, apenas a demanda é produzida. Para as políticas MTS são produzidos estoques de produto acabado.

Esta pesquisa utilizou-se como objeto de estudo os parâmetros de uma empresa química instalada no interior do Estado de São Paulo.

A empresa objeto de estudo fabrica 4 produtos distintos, sendo que dois deles seguem a política MTO e os outros dois seguem a política MTS. Dessa forma, o modelo tem como base um fluxo produtivo de 7 estágios, considerando que o estágio 7 contempla o estoque de produto acabado.

#### **1.4 Estrutura do Trabalho**

Este trabalho está dividido em cinco capítulos que compõem o processo de planejamento e execução da pesquisa.

No Capítulo 1, é apresentada uma breve introdução ao tema, a definição dos objetivos gerais e específicos, a justificativa da pesquisa e o problema de pesquisa.

No Capítulo 2, revisa-se a literatura para a construção de uma argumentação teórica inerente à pesquisa. Neste capítulo são discutidos: os conceitos de gestão de operações, modelos matemáticos para o sequenciamento da produção, os conceitos de *Make-to-Order*, modelos matemáticos de otimização em sistemas produtivos MTO, os conceitos de *Make-to-Stock*, modelos matemáticos de otimização em sistemas produtivos MTS, os conceitos de sistemas híbridos MTO/MTS e modelos matemáticos de otimização para serem aplicados nos sistemas híbridos.

O Capítulo 3 esclarece a realização da pesquisa com o estabelecimento da metodologia, propondo o modelo matemático e argumentando a função de cada variável, cada restrição e cada parâmetro.

No Capítulo 4, cinco cenários serão testados a fim de comprovar a eficiência e a aplicabilidade do modelo. Todos os parâmetros e resultados obtidos com a solução do modelo em cada cenário serão apresentados em detalhes.

No Capítulo 5 comparam-se os resultados obtidos nos cinco cenários promovendo análises e discussões sobre os efeitos dos elementos que compõem o modelo desenvolvido.

Finalmente, no Capítulo 6, apresentam-se as conclusões do trabalho confirmando-se ou não as proposições e atendendo os objetivos da pesquisa. Ressalta-se a contribuição do trabalho e as recomendações para trabalhos futuros.

## 2. Revisão da Literatura

### 2.1 Gestão de Operações

A gestão de operações é a atividade de gerenciamento dos recursos escassos da produção, sejam eles humanos, tecnológicos, informacionais ou outros, além de se preocupar com a forma com que os processos são conduzidos no setor produtivo, garantindo a função de projetar processos, planejar e controlar as atividades da produção, as filas, os fluxos e os estoques. Ou seja, a administração da produção promove a interação dos processos da produção de bens e serviços com eficiência para atender os requisitos de qualidade, tempo, custos e satisfação do cliente, garantindo os objetivos da organização (CORRÊA; CORRÊA, 2012).

Corrêa e Corrêa (2012) e Slack et al. (2009) concordam que toda organização possui uma gestão de operação, porém podem funcionar sob nomes diferentes, como por exemplo, função de operações. Essas funções são responsáveis por gerenciar os processamentos dos insumos a partir dos recursos de transformação que possuem, como máquinas e outros equipamentos, com objetivo compor seu “pacote de valor” de modo a causar uma percepção favorável a seus clientes, atendendo suas necessidades e expectativas. Corrêa e Corrêa (2012) ainda destacam que os clientes não são necessariamente externos à organização e podem ser setores da própria companhia.

Segundo Slack et al. (2009), quando bem estruturadas, as operações da produção podem formar base às inovações futuras, já que fornecem informações sólidas, alimentam conhecimentos e geram habilidades operacionais dentro da organização. Ainda de acordo com estes autores, uma estratégia de produção bem definidas também podem reduzir o montante a ser investido na produção pelo aumento da capacidade efetiva das operações, garantido a diminuição dos custos através da inovação no uso dos recursos da empresa.

Uma produção bem planejada é um dos meios fundamentais para que qualquer organização atinja suas metas estratégicas de longo prazo e obtenha bons resultados. Os avanços no campo dos negócios pressionam o setor produtivo a tornar-se cada vez mais eficiente, levando à busca de novas respostas (SLACK et al., 2009).

Nos dias atuais, devido às mudanças constantes do mercado, as organizações têm se tornado mais dinâmicas e utilizando diferentes arranjos e configurações para produzir. Essas trocas originam novos tipos de sistemas produtivos, os quais funcionam dentro das

novas configurações, organizados em diferentes dinâmicas de interação entre si (FLEURY; FLEURY, 2007).

Os investimentos promovidos para contornar as ineficiências dos sistemas produtivos, comumente, são altos e tomam certo tempo dos gestores, pois a melhoria dos processos de negócios nem sempre está no foco dado pelas organizações. Portanto, ocorrem debates sobre a eficiência dos investimentos nas ações de melhorias na alteração do comportamento interno e externo da companhia (BREMER; LENZA, 2000).

Segundo Pochet e Wolsey (2006), cabe à gestão de operações a decisão pelo sequenciamento dos lotes de produção nas máquinas, bem como a administração dos custos inerentes a tal programação. Assim, buscam-se ferramentas que suportem as decisões operacionais para que estas sejam tomadas com eficiência. Quadt e Kuhn (2007) afirmam que estão presentes na literatura uma ampla gama de modelos matemáticos que buscam otimizar a sequência de produção nas máquinas nos mais diversos ambientes produtivos.

São tendências já existentes a busca por custos menores que fomentam novas formas de usar tecnologias disponíveis. Conseqüentemente, a escolha sobre a estratégia e o sistema utilizados na produção ganham extrema importância, dado que eles possibilitam diferentes maneiras de se administrar as operações da empresa (HAYES, 2008).

### **2.1.1 Modelos Matemáticos de Otimização para Sequenciamento da Produção**

Gupta e Chantaravarapan (2008) apresentam um modelo de programação linear inteira (PLI) que estabelece o sequenciamento ótimo em um ambiente de máquina única. O modelo considera uma diversidade de produtos agrupados em famílias. Produtos pertencentes à mesma família não exigem *setup* entre seus processamentos; produtos que não pertencem à mesma família exigem um *setup* prévio ao processamento. Dessa forma, busca-se a minimização dos tempos de *setup* que, conseqüentemente, impacta na minimização dos atrasos nas entregas dos produtos. Os índices trabalhados no modelo são:

i: família da produtos ( $i = 1, \dots, f$ )

j, q: produtos ( $j, q = 1, \dots, n_i$ )

k: posição no sequenciamento ( $i = 1, \dots, n$ )

Os parâmetros do modelo são:

$p_{ij}$ : tempo de processamento do produto  $j$  pertencente à família  $i$

$d_{ij}$ : data de entrega do produto  $j$  pertencente à família  $i$

$s_i$ : tempo de setup da família  $i$

As variáveis presentes no modelo são:

$T_k$ : atraso total do produto que ocupa a posição  $k$

$C_k$ : momento da conclusão do produto que ocupa a posição  $k$

$X_{ijk}$ : variável binária: se o produto  $j$  pertencente à família  $i$  é alocado na posição  $k$  do sequenciamento: 1; caso contrário: 0

$Y_{ik}$ : variável binária: se o setup do produto da família  $i$  que ocupa a posição  $k$  do sequenciamento é necessário: 1; caso contrário: 0

Assim, os autores constroem o seguinte modelo:

$$\min \sum_{k=1}^n T_k \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^f \sum_{j=1}^{n_i} X_{ijk} = 1; \quad \forall k \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^n X_{ijk} = 1; \quad \forall j, i \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^{n_i} X_{ij1} = Y_{i1}; \quad \forall i \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^n Y_{ik} = 1; \quad \forall i \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^{n_i} X_{ijk} \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{q \in i} X_{qj(k-1)} - Y_{ik} \leq 1; \quad \forall i, (k \geq 2) \quad (6)$$

$$C_k - C_{k-1} + \sum_{i=1}^f s_i Y_{ik} + \sum_{i=1}^f \sum_{j=1}^{n_i} p_{ij} X_{ijk} = 0; \quad \forall k \quad (7)$$

$$C_k - \sum_{i=1}^f \sum_{j=1}^{n_i} d_{ij} X_{ijk} \leq T_k; \quad \forall k \quad (8)$$

A função objetivo (1) do modelo busca a minimização dos atrasos nas entregas de produtos aos clientes.

As restrições (2) e (3) estabelecem que cada posição do sequenciamento só pode ser ocupada por um único produto.

A restrição (4) controla o tempo de *setup* na primeira posição do sequenciamento.

A restrição (5) estabelece que só haja um *setup* para cada família de produto, uma vez que produtos pertencentes à mesma família não exigem *setup*.

A restrição (6) checa se o produto anterior e o produto posterior ao produto em processamento pertencem à mesma família. Se sim, não há *setup* entre eles. Se não, o tempo de *setup* passa a ser contabilizado.

A restrição (7) calcula o momento de finalização de todos os produtos em todas as posições do sequenciamento.

A restrição (8) determina se o produto *j* na posição *k* será finalizado com atraso ou não.

Rabadi et al. (2004) propõem um modelo de PLIM (Programação Linear Inteira Mista) que minimize os atrasos e os adiantamentos de produção e garanta uma sequência ótima em função dos tempos de *setup* em um cenário de máquina única. Para isso, os autores trabalham com o seguinte índice:

*i, j*: produtos (*i, j* = 1, ..., *n*)

Os parâmetros considerados são os seguintes:

*d*: momento em que o produto deve ser entregue

*P<sub>j</sub>*: tempo de processamento da ordem *j*

*S<sub>ij</sub>*: tempo de *setup* entre os produtos *i* e *j*

*M*: número suficientemente grande

As variáveis contempladas pelo modelo são:

$C_j$ : momento em que a fabricação do produto  $j$  é finalizada

$T_j$ : Atraso do produto  $j$

$E_j$ : Adiantamento do produto  $j$

$Y_{ij}$ : variável binária: se o produto  $i$  precede o produto  $j$ : 1; caso contrário: 0

Assim, os autores constroem o seguinte modelo:

$$\min \sum_{j=1}^n (E_j + T_j) \quad (9)$$

Sujeito a:

$$C_j \geq P_j + S_{jj}; \quad \forall j \quad (10)$$

$$C_j - T_j + E_j = d; \quad \forall j \quad (11)$$

$$C_j - C_i + M(1 - Y_{ij}) \geq P_j + S_{ij}; \quad \forall i, j \quad (12)$$

$$C_i - C_j + M(Y_{ij}) \geq P_i + S_{ji}; \quad \forall i, j \quad (13)$$

A função objetivo (9) busca a minimização dos adiantamentos e dos atrasos nas entregas dos produtos a serem produzidos, ou seja, entregar o mais próximo da data prometida.

A restrição (10) garante que o tempo total dedicado ao produto  $i$  corresponda ao tempo do *setup* correspondente mais o tempo de processamento.

A restrição (11) determina se um produto foi entregue com adiantamento ou com atraso em relação à sua data de entrega estipulada pelo cliente.

As restrições (12) e (13) estabelecem a relação de precedência na fabricação dos produtos, que é obtida através dos tempos de *setup*.

Toso e Morabito (2005) propõem um modelo de PLIM em ambientes mono máquina para decidir o quanto produzir de cada produto em cada período considerando os tempos de *setup*, que são dependentes da sequência produtiva. O modelo busca a minimização

dos custos de estoque e da utilização de horas extras para atender a demanda. Os índices utilizados são:

$i, j$ : produtos ( $i, j = 1, \dots, N$ )

$t$ : período ( $t = 1, \dots, T$ )

$s$ : subperíodo ( $s = 1, \dots, S_t$ )

Os parâmetros são:

$C_t$ : capacidade no período  $t$

$p_i$ : tempo necessário para produzir uma unidade do produto  $i$

$Lm_i$ : lote mínimo do produto  $i$

$h_{it}$ : custo de estoque de cada unidade do produto  $i$  no período  $t$

$Co_t$ : custo unitário de horas extras no período  $t$

$st_{ji}$ : tempo de *setup* entre os produtos  $j$  e  $i$

$d_{it}$ : demanda do produto  $i$  no período  $t$

$I_{i0}$ : estoque inicial de produto  $i$  no início do horizonte de planejamento

$u_t$ : limite máximo de horas extras no período  $t$

As variáveis de decisão do modelo são:

$I_{it}$ : estoque de produto  $i$  ao fim do período  $t$

$q_{is}$ : tamanho do lote de produto  $i$  no subperíodo  $s$

$x_{is}$ : variável binária: se a máquina está preparada para produzir o produto  $i$  no subperíodo  $s$ : 1; caso contrário: 0

$y_{jis}$ : variável binária: se o *setup* do produto  $j$  ao produto  $i$  é requerido no subperíodo  $s$ : 1; caso contrário: 0

$O_t$ : quantidade de horas extras utilizadas no período  $t$

O modelo é formulado da seguinte maneira:

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T h_{it} I_{it} + \sum_{t=1}^T Co_t O_t \quad (14)$$

Sujeito a:

$$I_{it} = I_{i,t-1} + \sum_{s=1}^{S_t} q_{is} - d_{it}; \quad \forall t, i \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{s=1}^S p_i q_{is} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{s=1}^{S_t} s t_{ji} y_{jis} \leq C_t + O_t; \quad \forall t \quad (16)$$

$$p_i q_{is} \leq (C_t + u_t) x_{is}; \quad \forall i, t, s \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{is} = 1; \quad \forall s \quad (18)$$

$$y_{jis} \geq x_{j,s-1} + x_{is} - 1; \quad \forall i, j, s \quad (19)$$

$$q_{is} \geq L m_i (x_{is} - x_{i,s-1}); \quad \forall s, i \quad (20)$$

$$q_{is} = \text{inteiro}; \quad \forall i, s \quad (21)$$

$$0 \leq O_t \leq u_t; \quad \forall t \quad (22)$$

Os autores consideram que cada período  $t$  é subdividido em uma quantidade fixa  $S_t$  de subperíodos, que também pode ser interpretada como a quantidade máxima permitida de *setups*. Por exemplo, se  $S_t = N$ , então todos os produtos podem ser produzidos no período  $t$ . Os subperíodos podem ser entendidos como uma técnica de modelagem para considerar as trocas de produto em um mesmo período.

A função objetivo (14) do modelo busca minimizar os custos de estoques e dos custos com horas extras, correspondentes ao primeiro e segundo elementos, respectivamente.

A restrição (15) corresponde ao balanceamento do estoque, ou seja, a quantidade em estoque no período  $t$  deve ser igual à quantidade em estoque no período anterior mais o que foi produzido em cada subperíodo menos a demanda.

A restrição (16) correspondem à capacidade da máquina mais as possíveis horas extras de trabalho para atender a demanda. Os tempos de *setup* são contabilizados como consumidores de capacidade (medida em tempo).

As restrições (17) e (18) garantem que a produção de um produto só pode ser iniciada se o *setup* devido for realizado.

A restrição (19) garante que toda vez que há uma mudança de produto na máquina, deve haver um único *setup* por subperíodo.

A restrição (20) impõe a produção de um lote mínimo em cada subperíodo. Já a restrição (21) estabelece que a quantidade a ser produzida do produto  $i$  deve ser inteira, pois é medida em número de bateladas.

Finalmente, a restrição (22) refere-se aos limites de horas extras de trabalho.

Arabameri e Salmasi (2013) complementam os estudos sobre sequenciamento da produção elaborando um modelo de PLIM para ser utilizado em um ambiente de múltiplas máquinas dispostas em série. Os autores abordam no modelo os atrasos e os adiantamentos na produção, que são uma consequência dos tempos de *setup*. Dessa forma, o problema considera os seguintes índices:

$n$ : número de produtos a serem sequenciados

$\hat{n}$ : a soma de produtos fictícios ( $\hat{n} = n+2$ )

$j, k$ : produtos ( $j, k = 1, \dots, \hat{n}$ )

$i$ : máquinas ( $i = 1, \dots, m$ )

Os parâmetros presentes no modelo são:

$S_{ijk}$ : tempo de *setup* do produto  $k$  ao produto  $j$  na máquina  $i$

$d_j$ : demanda de produto  $j$

$w'_j$ : penalização pelo adiantamento na entrega do produto  $j$

$w''_j$ : penalização pelo atraso na entrega do produto  $j$

$p_{ij}$ : tempo de processamento do produto  $j$  na máquina  $i$

$M$ : número suficientemente grande

As variáveis utilizadas são:

$y_{jk}$ : variável binária: se o produto  $j$  é processado imediatamente depois do produto  $k$ : 1; caso contrário: 0

$C_{ij}$ : momento em que o produto  $j$  será concluído na máquina  $i$

$E_j$ : tempo de adiantamento da entrega do produto  $j$

$T_j$ : tempo de atraso na entrega do produto  $j$

O modelo é construído da seguinte forma:

$$\min \sum_{j=1}^{\acute{n}} (w'_j E_j + w''_j T_j) \quad (23)$$

Sujeito a:

$$C_{ik} + M(1 - y_{jk}) \geq C_{ij} + p_{ik} + s_{ijk}; \quad \forall i, j, k \quad (24)$$

$$C_{ij} = C_{(i-1)j} + p_{ij}; \quad \forall i, j \quad (25)$$

$$d_j - C_{mj} \leq E_j; \quad \forall j \quad (26)$$

$$C_{mj} - d_j \leq T_j; \quad \forall j \quad (27)$$

$$\sum_{j \neq k, \acute{n}} y_{jk} = 1; \quad \forall k \quad (28)$$

$$\sum_{k \neq j, 1} y_{jk} = 1; \quad \forall j \leq (\acute{n} - 1) \quad (29)$$

Para efeito de modelagem, os autores consideram números fictício de produtos, denotados por  $\acute{n}$ , para ocuparem a posição zero e a posição final do sequenciamento.

A função objetivo (23) do problema busca a minimização do adiantamento e dos atrasos nas entregas de produtos.

A restrição (24) dita o momento que o produto  $j$  será finalizado, considerando o tempo de *setup* e o tempo de processamento.

A restrição (25) garante que a produção de um determinado produto será iniciada imediatamente após a finalização do produto anterior.

As restrições (26) e (27) são incorporadas ao modelo para calcular o tempo de adiantamento e o tempo de atraso de um determinado produto, respectivamente.

As restrições (28) e (29) estabelecem que o produto que ocupar a posição zero do sequenciamento não deve possuir antecessor, enquanto que o produto que ocupar a última posição do sequenciamento não deve possuir sucessor.

Tempelmeier e Buschkuhl (2008) contribuem com um modelo de PLIM para obtenção do sequenciamento ótimo de  $k$  produtos em função dos custos de *setup* em um ambiente multi máquinas. Cada estágio de produção contempla apenas uma máquina e nem todos os produtos são processados em todas as máquinas. Os autores também consideram no

modelo que o *setup* é realizado por um operador específico e que este consome recursos do sistema. Os índices trabalhados são:

$k$ : produtos ( $k = 1, \dots, K$ )

$\mathcal{K}_m$ : conjunto de produtos que são processados na máquina  $m$

$m, n$ : máquinas ( $m, n = 0, \dots, M$ )

$t$ : períodos ( $t = 1, \dots, T$ )

$s$ : micro períodos ( $s = 1, \dots, S$ )

$\tau_t$ : conjunto de micro períodos  $s$  contidos nos macro períodos  $t$

Os parâmetros trabalhados são:

$b_s^m$ : capacidade da máquina  $m$  no micro período  $s$

$b_s^0$ : capacidade do operador a realizar o *setup* no micro período  $s$

$d_{kt}$ : demanda do produto  $k$  no período  $t$

$h_k$ : custo de estoque do produto  $k$

$s_k$ : custo de *setup* para fabricação do produto  $k$

$tb_k$ : tempo de processamento do produto  $k$

$tr_k$ : tempo de *setup* do produto  $k$

As variáveis contempladas são:

$\gamma_{ks}$ : variável binária: se há *setup* do produto  $k$  no micro período  $s$ : 1; caso contrário: 0

$\hat{\gamma}_{kt}$ : quantidade de *setups* de produto  $k$  no período  $t$

$F_{mns}$ : variável binária: se o operador deve realizar o *setup* no máquina  $n$  imediatamente depois da máquina  $m$  no micro período  $s$ : 1; caso contrário: 0

$\omega_{ks}$ : variável binária: se o *setup* para o produto  $k$  foi realizado ao fim do micro período  $s$ : 1; caso contrário: 0

$y_{kt}$ : estoque de produto  $k$  ao fim do macro período  $t$

$q_{ks}^1$ : quantidade a ser produzida do produto  $k$  na posição inicial do micro período  $s$

$q_{ks}^2$ : quantidade a ser produzida do produto  $k$  na posição final do micro período  $s$

$q_{kt}$ : quantidade a ser produzida do produto  $k$  no micro período  $t$

$start_s^m$ : momento que um *setup* é iniciado na máquina  $m$  no micro período  $s$

O modelo é definido como:

$$\min \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T (s_k \hat{y}_{kt} + h_k y_{kt}) \quad (30)$$

Sujeito a:

$$y_{k,t-1} + q_{kt} - y_{kt} = d_{kt}; \quad \forall k, t \quad (31)$$

$$q_{ks}^1 \leq \omega_{k,s-1} \frac{b_s^m}{tb_k}; \quad \forall s, (k \in \mathfrak{K}), (m \geq 1) \quad (32)$$

$$q_{ks}^2 \leq \omega_{ks} \frac{b_s^m}{tb_k}; \quad \forall s, (k \in \mathfrak{K}, m) \geq 1 \quad (33)$$

$$q_{kt} \leq \sum_{s \in \tau_t} (q_{ks}^1 + q_{ks}^2); \quad \forall k, t \quad (34)$$

$$\hat{y}_{kt} \geq \sum_{s \in \tau_t} \gamma_{ks}; \quad \forall k, t \quad (35)$$

$$\sum_{k \in \mathfrak{K}_m} \omega_{ks} = 1; \quad \forall s, (m \geq 1) \quad (36)$$

$$\gamma_{ks} \geq \omega_{ks} - \omega_{k,s-1}; \quad \forall k, s \quad (37)$$

$$q_{ks}^1 tb_k \leq \text{start}_s^m; \quad \forall s, (k \in \mathfrak{K}), (m \geq 1) \quad (38)$$

$$q_{ks}^2 tb_k \leq b_s^m - (\text{start}_s^m + \text{tr}_k \gamma_{ks}); \quad \forall s, (k \in \mathfrak{K}), (m \geq 1) \quad (39)$$

$$\sum_{\substack{n=0 \\ n \neq m}}^M F_{nms} = \sum_{\substack{n=0 \\ n \neq m}}^M F_{mns}; \quad \forall m, s \quad (40)$$

$$\sum_{k \in \mathfrak{K}} \gamma_{ks} \leq \sum_{\substack{n=0 \\ n \neq m}}^M F_{nms}; \quad \forall m, s \quad (41)$$

$$\sum_{\substack{n=0 \\ n \neq m}}^M F_{nms} \leq 1; \quad \forall m, s \quad (42)$$

$$\text{start}_s^m \geq \text{start}_s^n + \sum_{k \in \mathfrak{K}} \text{tr}_k \gamma_{ks} - b_s^0 (1 - F_{nms}); \quad \forall s, (n \geq 1), (m \geq 1) \quad (43)$$

$$\text{start}_s^m + \sum_{k \in \mathfrak{K}} \text{tr}_k \gamma_{ks} \leq b_s^0; \quad \forall s, (m \geq 1) \quad (44)$$

Assim como em Toso e Morabito (2005), Tempelmeier e Buschkuhl (2008) também utilizam a técnica de subperíodos em seus trabalhos.

A função objetivo (30) busca a minimização dos custos de *setup* e dos custos de estoque, representados pelos primeiro e segundo termos, respectivamente.

A restrição (31) garante que a produção em cada macro período mais o estoque devem ser suficientes para atender a demanda.

As restrições (32) e (33) estipulam os limites para as quantidades a serem produzidas no início e no fim de cada micro período,  $q_{ks}^1$  e  $q_{ks}^2$ , respectivamente. Já a restrição (34) define a quantidade total em cada macro período.

A restrição (35) calcula o número total de *setups* em cada macro período  $t$ .

A restrição (36) exige que haja um *setup* em cada máquina antes do início da produção, enquanto a restrição (37) contabiliza os *setups* realizados.

As restrições (38) e (39) implicam que a capacidade disponível no sistema não deve ser excedida para os tempos de processamento e *setup*.

As restrições (40), (41) e (42) garantem que o operador que realiza o *setup* vá até a máquina  $m$  para executar a operação apenas quando necessário.

A inequação (43) estabelece os momentos em que acontecem os *setups* nas máquinas de acordo com o sequenciamento definido.

Finalmente, a restrição (44) garante que o operador de *setup* tem tempo suficiente para realizar as operações necessárias.

Mohammadi et al. (2010) seguem a mesma direção de Tempelmeier e Buschkuhl (2008) e também trazem um modelo de sequenciamento da produção em função dos custos de *setup* em cenários com múltiplas máquinas dispostas em série. Neste trabalho, os autores trabalham em seu PLIM apenas macro períodos e, conseqüentemente, apenas um *setup* pode ser realizado em cada um deles. Todos os produtos são processados em todas as máquinas e estoques intermediários são gerados. Os índices do modelo são:

$i, j, k$ : produtos ( $i, j, k = 1, \dots, N$ )

$n$ : posição no sequenciamento ( $n = 1, \dots, N$ )

$m$ : máquinas ( $m = 1, \dots, M$ )

$t$ : períodos ( $t = 1, \dots, T$ )

Os parâmetros que compõem o modelo são:

$w_{ijm}$ : custo de *setup* entre os produtos  $i$  e  $j$  na máquina  $m$

$p_{jmt}$ : custo de processamento do produto  $j$  na máquina  $m$  no período  $t$

$h_{jm}$ : custo de estoque do produto  $j$  na máquina  $m$

$d_{jt}$ : demanda do produto  $j$  no período  $t$

$s_{ijm}$ : tempo de *setup* entre os produtos  $i$  e  $j$  na máquina  $m$

$b_{jm}$ : tempo de processamento do produto  $j$  na máquina  $m$

$C_{mt}$ : capacidade da máquina  $m$  no período  $t$

$j_0$ : condição inicial de preparação (indica qual produto foi produzido antes do horizonte de planejamento)

As variáveis utilizadas são:

$y_{ijt}^n$ : variável binária: se o *setup* do produto  $i$  ao produto  $j$  na  $n$ -ésima posição é realizado: 1; caso contrário: 0

$x_{jmt}^n$ : quantidade de produto  $j$  processado na máquina  $m$  na  $n$ -ésima posição no período  $t$

$I_{jm}$ : estoque de produto  $j$  na máquina  $m$

$q_{jmt}^n$ : tempo de espera para a produção do lote seguinte

O modelo é construído pelos autores da seguinte forma:

$$\min \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T w_{ijm} y_{ijt}^n + \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T p_{jmt} x_{jmt}^n + \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T h_{jm} I_{mj} \quad (45)$$

Sujeito a

$$d_{jt} = I_{j,m,t-1} + \sum_{n=1}^N x_{jMt}^n - I_{jMt}; \quad \forall j, t \quad (46)$$

$$I_{j,m,t-1} + \sum_{n=1}^N x_{jmt}^n = I_{jmt} + \sum_{n=1}^N x_{j,m+1,t}^n; \quad \forall j, t, (m < M) \quad (47)$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=1}^{n'} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N y_{ijt}^n S_{ijm} \\
& + \sum_{n=1}^{n'} \sum_{j=1}^N b_{jm} q_{jmt}^n + \sum_{n=1}^{n'} \sum_{j=1}^N b_{jm} x_{jmt}^n \\
& \leq \sum_{n=1}^{n'} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N y_{ijt}^n S_{i,j,m+1} \\
& + \sum_{n=1}^{n'} \sum_{j=1}^N b_{j,m+1} q_{j,m+1,t}^n + \sum_{n=1}^{n'-1} \sum_{j=1}^N b_{j,m+1} x_{j,m+1,t}^n; \quad \forall t, (m < M)
\end{aligned} \tag{48}$$

$$\sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N y_{ijt}^n S_{ijm} + \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N b_{jm} x_{jmt}^n + \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N b_{jm} q_{jmt}^n \leq C_{mt}; \quad \forall m, t \tag{49}$$

$$x_{jmt}^n \leq \left( \frac{C_{mt}}{b_{jm}} \right) \sum_{i=1, i \neq j}^N y_{ijt}^n; \quad \forall n, j, m, t \tag{50}$$

$$q_{jmt}^n \leq \left( \frac{C_{mt}}{b_{jm}} \right) \sum_{i=1}^N y_{i,j,t}^n; \quad \forall n, j, m, t \tag{51}$$

$$y_{ji1}^1 = 0; \quad \forall i, j \neq j_0 \tag{52}$$

$$\sum_{i=1}^N y_{j_0 i 1}^1 = 1; \tag{53}$$

$$\sum_{j=1}^N y_{j,i,t}^n = \sum_{k=1}^N y_{i,k,t}^{n+1}; \quad \forall i, t, (n < N) \tag{54}$$

$$\sum_{j=1}^N y_{j,i,t-1}^N = \sum_{k=1}^N y_{i,k,t}^1; \quad \forall i, (t > 2) \tag{55}$$

O primeiro termo da função objetivo (45) busca a minimização dos custos de *setup*; o segundo termo representa os custos de processamento entre as máquinas; e o terceiro termo indica os custos de estoque de produto intermediário e produto final.

As restrições (46) e (47) representam o fluxo de produção entre as máquinas resultando na satisfação da demanda sem atrasos.

A restrição (48) garante que um produto só pode ser processado em determinada máquina apenas se já foi processado na máquina anterior.

A restrição (49) limita a fabricação dos lotes à capacidade de cada máquina, enquanto as restrições (50) e (51) limitam a existência de determinado lote à existência do *setup* correspondente nas máquinas.

As restrições (52) e (53) impõem que o primeiro lote a ser produzido seja do produto para o qual as máquinas já estão preparadas antes do horizonte de planejamento.

Por fim, as restrições (54) e (55) proporcionam o sequenciamento por meio de *setups* sucessivos nas máquinas.

Riane et al. (2001) propõem um modelo de PLI que estabelece o sequenciamento ótimo de produção para um determinado horizonte de planejamento em ambientes cujos estágios de processamento possuem máquinas em paralelo. Todos os produtos devem ser processados em todos os estágios de produção. Além disso, os autores também contemplam a possibilidade de compra de produto acabado caso a produção interna não consiga atender a demanda. Para isso, os autores consideram os seguintes índices:

i: produtos ( $i = 1, \dots, I$ )

t: período ( $t = 1, \dots, T$ )

g: máquina ( $g = 1, \dots, G$ )

w: estágio ( $w = 1, \dots, W$ )

Os parâmetros trabalhados pelos autores são:

$tps_{i wg}$ : tempo de processamento do produto i na máquina g do estágio w

$D_{it}$ : demanda do produto i no período t

$Cp_{i wg}$ : custo de processamento do produto i na máquina g do estágio w

$Ini_i$ : estoque inicial de produto i

$Cs_i$ : custo de compra do produto i

$Ch_i$ : custo de estoque do produto i

$Capa_{wgt}$ : capacidade da máquina g do estágio w no período t

As variáveis de decisão do modelo são:

$\Phi_{i wgt}$ : quantidade de produto i processado na máquina g do estágio w no período t

$QI_{it}$ : quantidade de produto i fabricado internamente no período t

$QE_{it}$ : quantidade de produto  $i$  comprado externamente no período  $t$

$Inv_{it}$ : nível do estoque ao fim do período  $t$

Os autores elaboram o problema da seguinte maneira:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{w=1}^W \sum_{g=1}^G \sum_{i=1}^I Cp_{iwg} \Phi_{iwgt} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I [Ch_i Inv_{it} + Cs_i QE_{it}] \quad (56)$$

Sujeito a:

$$QI_{it} = \sum_{g=1}^G \Phi_{iWgt}; \quad \forall i, t \quad (57)$$

$$QI_{it} + Inv_{i,t-1} - Inv_{it} + QE_{it} = D_{it}; \quad \forall i, t \quad (58)$$

$$Inv_{i0} = Ini_i; \quad \forall i \quad (59)$$

$$\sum_{g=1}^G \Phi_{iWgt} \leq \sum_{g=1}^G \Phi_{i,w-1,gt}; \quad \forall i, (w > 1), t \quad (60)$$

$$\sum_{t=1}^T tps_{iwg} \Phi_{iwgt} \leq capa_{wgt}; \quad \forall g, w, t \quad (61)$$

A função objetivo (56) do problema busca a minimização dos custos de processamento, de estoque e de aquisição de produto acabado.

A restrição (57) garante que a quantidade de produto  $i$  fabricada internamente deverá ser exatamente a quantidade a ser processada em cada máquina presente no sistema.

A restrição (58) estabelece que as quantidades de estoque, produção interna e aquisição externa devem ser suficientes para atender a demanda em todos os períodos do horizonte de planejamento.

A restrição (59) inicializa o horizonte de planejamento com determinado nível de estoque .

A inequação (60) dita que a quantidade de produto  $i$  processada no estágio  $w$  deve ser igual à quantidade processada no estágio  $w - 1$ .

Finalmente, a restrição (61) limita a produção à capacidade de cada máquina de cada estágio de processamento.

Kurz e Askin (2004) contribuem com as pesquisas em cenários de múltiplos estágios com máquinas em paralelo propondo um modelo de PLI que estabelece um sequenciamento ótimo dependente dos tempos de *setup*. Diferentemente de Riane et al. (2001), os produtos são processados em apenas uma máquina de cada estágio, nos estágios que lhes são necessários para a fabricação. O problema busca a minimização do *makespan*. Segundo Lustosa et al. (2008), *makespan* é o tempo necessário para a conclusão de todos os produtos a serem fabricados, ou seja, o intervalo de tempo entre o início do processamento do primeiro produto até a conclusão do último. Os índices utilizados são os seguintes:

$i, j$ : produtos ( $i, j = 0, \dots, n$ )

$t$ : estágios em série ( $t = 1, \dots, g$ )

$g_j$ : último estágio de processamento do produto  $j$

Os parâmetros trabalhados pelos autores são:

$m^t$ : número de máquinas no estágio  $t$

$p_i^t$ : tempo de processamento do produto  $i$  no estágio  $t$

$S_{ij}^t$ : tempo de *setup* entre os produtos  $i$  e  $j$  no estágio  $t$

$S_i$ : conjunto de estágios necessários para o processamento do produto  $i$

$S^t$ : conjunto de produtos que utilizam em seu processamento o estágio  $t$

$M^t$ : número suficientemente grande

As variáveis de decisão são:

$z$ : *makespan*

$c_i^t$ : finalização do produto  $i$  no estágio  $t$

$x_{ij}^t$ : variável binária: se o produto  $i$  precedo o produto  $j$  no sequenciamento: 1; caso contrário:

0

Assim, o modelo é construído da seguinte maneira:

$\min (z)$

(62)

Sujeito a

$$\sum_{j=1}^n x_{0j}^t = m^t; \quad \forall t \quad (63)$$

$$\sum_{j \in \{S^t, n+1\}} x_{ij}^t = 1; \quad \forall (i > 0), (t \in S_i) \quad (64)$$

$$\sum_{i \in \{0, S^t\}} x_{ij}^t = 1; \quad \forall (j > 0), (t \in S_i) \quad (65)$$

$$c_j^t - c_i^t + M^t(1 - x_{ij}^t) \geq S_{ij}^t + p_j^t; \quad \forall i, (j > 0), (t \in S_i) \quad (66)$$

$$c_j^t - c_j^{t-1} + M^t(1 - x_{ij}^t) \geq S_{ij}^t + p_j^t; \quad \forall i, (j > 0), (t \in \{S_i - 1\}) \quad (67)$$

$$x_{ij}^t \leq p_j^t; \quad \forall (i \in \{0, n+1\}), (j \in \{0, n+1\}), t \quad (68)$$

$$x_{ji}^t \leq p_j^t; \quad \forall (i \in \{0, n+1\}), (j \in \{0, n+1\}), t \quad (69)$$

$$c_j^1 - c_0^1 \geq M^t p_j^1; \quad \forall j > 0 \quad (70)$$

$$c_j^t - c_j^{t-1} \geq M^t p_j^t; \quad \forall (j > 0), (t > 1) \quad (71)$$

$$c_j^t \geq c_0^t; \quad \forall (j > 0), t \quad (72)$$

$$z \geq c_j^{g_j}; \quad \forall j > 0 \quad (73)$$

A função objetivo do problema (62) busca a minimização do *makespan*.

A restrição (63) garante que os produtos a serem fabricados serão programados nas máquinas do sistema.

As restrições (64) e (65) garantem que cada produto é processado em apenas uma máquina em cada estágio.

As restrições (66) e (67) determinam que o *setup* e o processamento de determinado produto só podem ser realizados após a finalização do processamento do produto anterior durante o sequenciamento.

As inequações (68) e (69) garantem que determinado produto seja processado em todos os estágios que foram designados a ele.

As restrições (70), (71) e (72) garantem que não há tempo de processamento nos estágios que não são necessários para a produção.

Por fim, a restrição (73) está vinculada com a função objetivo e representa o *makespan* do planejamento.

Em Harjunkoski e Grossmann (2002) encontra-se um modelo de PLIM que determina um sequenciamento ótimo em função dos tempos e custos de *setup*. Semelhante a Kurz e Askin (2004), os autores consideram em seus trabalhos a possibilidade de existirem produtos que não exigem processamento em todos os estágios. Os índices que contemplam o modelo são:

$i, i'$ : produtos ( $i, i' = 1, \dots, I$ )

$m$ : máquinas ( $m = 1, \dots, M$ )

$k$ : estágio ( $k = 1, \dots, K$ )

Os parâmetros contemplados pelo modelo são:

$C'_{imk}$ : custo de processamento do produto  $i$  na máquina  $m$  do estágio  $k$

$C''_{mk}$ : custo de *setup* na máquina  $m$  do estágio  $k$

$T_i^f$ : data de entrada do pedido de produção do produto  $i$

$T_i^d$ : data de entrega do produto  $i$

$T_{mk}^s$ : tempo de *setup* na máquina  $m$  do estágio  $k$

$T_{imk}^p$ : tempo de processamento do produto  $i$  na máquina  $m$  do estágio  $k$

$U$ : número suficientemente grande

As variáveis definidas pelos autores são:

$y_{imk}$ : variável binária: se o produto  $i$  é processado na máquina  $m$  do estágio  $k$ : 1 caso contrário 0

$z_{mk}$ : variável binária: se há *setup* na máquina  $m$  do estágio  $k$ : 1; caso contrário 0

$c_{ik}$ : momento em que o processamento do produto  $i$  é finalizado no estágio  $k$

$x_{ii'/k}$ : variável binária: se o produto  $i$  precede o produto  $i'$  no estágio  $k$ : 1; caso contrário 0

O modelo é elaborado da seguinte maneira:

$$\min \sum_{i=1}^I \sum_{m_k=1}^{M_k} C'_{imk} y_{imk} + \sum_{m_k=1}^{M_k} C''_{mk} z_{mk} \quad (74)$$

Sujeito a:

$$\sum_{m_k=1}^{M_k} y_{im_k} = 1; \quad \forall i, k \quad (75)$$

$$y_{im_k} \leq z_{m_k}; \quad \forall i, m_k \quad (76)$$

$$c_{ik} \leq T_i^d; \quad \forall i, (k = K) \quad (77)$$

$$c_{ik} \geq \sum_{m_k}^{M_k} y_{im_k} (T_i^r + T_{m_k}^s + T_{im_k}^p); \quad \forall i, k \quad (78)$$

$$c_{ik} \leq c_{i'k} - \sum_{m_k}^{M_k} y_{im_k} (T_{im_k}^p + T_{m_k}^s); \quad \forall i, k \quad (79)$$

$$c_{i'k} \geq c_{ik} + T_{i'm_k}^p + T_{m_k}^s - U(1 - x_{ii'k} + 1 - y_{im_k} + 1 - y_{i'm_k}); \quad \forall i, i', k, m_k, (i < i') \quad (80)$$

$$c_{ik} \geq c_{i'k} + T_{im_k}^p + T_{m_k}^s - U(x_{ii'k} + 1 - y_{im_k} + 1 - y_{i'm_k}); \quad \forall i, i', k, m_k, (i < i') \quad (81)$$

$$y_{im} = 0; \quad \forall i, m_k \quad (82)$$

O modelo tem por objetivo (74) a minimização dos custos de processamento inerentes à utilização das máquinas do sistema mais os custos de *setup*.

A restrição (75) determina que um determinado produto só pode ser processado em apenas uma máquina em cada estágio.

A restrição (76) estabelece que, uma vez definida a utilização de determinada máquina, esta precisa realizar um *setup* prévio ao processamento.

As restrições (77), (78) e (79) exigem que o produto seja finalizado antes da data de entrega estipulada. Contemplam-se as datas de entrada do pedido no sistema, os tempos de processamento e os tempos de *setup* como fatores determinantes para a finalização da produção de determinado produto.

As inequações (80) e (81) estabelecem a relação de precedência entre os produtos produzidos. O fim de um processamento representa o início de outro.

Finalmente, a restrição (82) garante que os produtos sejam produzidos apenas nos estágios que lhes são designados. Qualquer situação contrária é zerada.

### 2.1.2 Considerações sobre os Modelos Levantados

Ao analisar os modelos estudados, nota-se que Gupta e Chantaravarapan (2008), Rabadi et al. (2004), Arabameri e Salmasi (2013), Harjunoski e Grossmann (2002) abordam a minimização dos atrasos de produção na função objetivo, bem como restrições que estabelecem se um produto foi entregue no prazo ou não.

Nos modelos de Tempelmeier e Buschkuhl (2008), Mohammadi et al. (2010) e Riane et al. (2001) os autores consideram que todos os produtos devem ser processados em todas as máquinas, enquanto que em Kurz e Askin (2004) e Harjunoski e Grossmann (2002) os produtos podem ser processados em máquinas específicas.

Em Toso e Morabito (2005), Tempelmeier e Buschkuhl (2008), Mohammadi et al. (2010) e Riane et al. (2001) os autores consideram em suas restrições que as máquinas possuem capacidade limitada. Já em Toso e Morabito (2005), Tempelmeier e Buschkuhl (2008) e Mohammadi et al. (2010) há uma restrição que determina o balanceamento dos estoques.

Dessa forma, pode-se observar que há uma infinidade de restrições e funções objetivos que podem ser combinadas para formar um novo modelo, contribuindo para a existência de oportunidades em modelagens para sistemas produtivos com restrições específicas.

Além disso, conclui-se que alguns elementos de modelagem, embora denotados com letras diferentes e combinados com índices distintos, são comuns nos diferentes modelos aqui abordados uma vez que representam o mesmo efeito, seja na forma de variável ou na forma de parâmetro. O Quadro 1 descreve a presença de tais elementos (linhas) nos trabalhos aqui referenciados (colunas), evidenciando certa similaridade nos *inputs* dos modelos.

Quadro 1: Elementos de modelagem presentes nos trabalhos levantados sobre sequenciamento da produção.

Elementos/Autores	Gupta e Chantaravarapan (2008)	Rabadi et al. (2004)	Toso e Morabito (2005)	Arabameri e Salmasi (2013)	Tempelmeier e Buschkuhl (2008)	Mohammadi et al. (2010)	Riane et al. (2001)	Kurz e Askin (2004)	Harjunkski e Grossmann (2002)
Sistema mono máquina: mono estágio	X	X	X						
Sistema multi máquinas: multi estágios com uma máquina por estágio				X	X	X			
Sistema multi máquinas: multi estágios com duas ou mais máquinas em paralelo por estágio							X	X	X
Tempo de <i>setup</i>	X	X	X	X	X	X		X	X
Custo de <i>setup</i>					X	X			X
Variável binária que determina a condição de preparação da máquina ( <i>setup</i> )	X		X		X	X			X
Variável binária que estabelece a relação de precedência entre os produtos	X	X		X	X			X	X
Custo de Estoque			X		X	X	X		

Quadro 1 (Continuação): Elementos de modelagem presentes nos trabalhos levantados sobre sequenciamento da produção. Continuação

Elementos/Autores	Gupta e Chantaravarapan (2008)	Rabadi et al. (2004)	Toso e Morabito (2005)	Arabameri e Salmasi (2013)	Tempelmeier e Buschkuhl (2008)	Mohammadi et al. (2010)	Riane et al. (2001)	Kurz e Askin (2004)	Harjunkski e Grossmann (2002)
Estoque inicial			X			X	X		
Estoque de produto acabado			X		X	X	X		
Custo de horas extras			X						
Disponibilidade de horas extras			X						
Capacidade da(s) máquina(s)			X		X	X	X		
Demanda			X	X	X	X	X		
Tempo de processamento	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Custo de processamento						X	X		X
Quantidade de produto processado					X	X	X		
Momento em que o produto é finalizado	X	X		X				X	X
Atraso total na finalização do produto	X	X		X					
Adiantamento total na finalização do produto		X		X					

## **2.2 Make-to-Order (MTO)**

Na estratégia de produção MTO, o processo de produção é desencadeado através da entrada da ordem de compra dos clientes, que geralmente têm de esperar um determinado tempo para a aquisição do produto uma vez que o prazo de entrega inclui a compra de material e o tempo de produção (STEVENSON et al., 2005).

Em um ambiente de competição de mercado crescente o MTO ganhou popularidade, pois aborda as necessidades individuais de personalização de cada produto (CHEN, 2006). Arnold (2011) recomenda às empresas a trabalharem com este sistema quando produzem bens fabricados segundo as especificações de seus clientes e os mesmos aceitam esperar até que a encomenda seja fabricada. Para este autor, o sistema também é mais vantajoso caso a manufatura seja cara para se fabricar e estocar ou possua muitas possíveis variações.

Portanto, quanto e quando produzir ao longo do horizonte de planejamento são duas decisões importantes a serem tomadas em uma estratégia MTO que podem ser influenciadas por problemas de sequenciamento dependente dos custos de preparação das máquinas (JANS; DEGRAEVE, 2005).

De acordo com Slotnick e Morton (2007), nas empresas MTO, o departamento de vendas decide em primeiro lugar se aceita a ordem ou não do cliente, e então, assim que o pedido for aceito, o departamento de planejamento organiza a aquisição de peças e inicia a produção segundo a ordem.

Zorzini et al. (2008) reforçam que em uma operação MTO, a entrada de pedidos são revistas periodicamente (por dia ou por semana) e quando as ordens excedem a capacidade da fábrica, alguns pedidos precisam ser rejeitados ou os prazos de entrega precisam ser renegociados. Segundo Oguz et al. (2011), estudos sobre a decisão de aceitação de ordens em conjunto com as decisões de programação da produção são limitados, porém tem crescido ao longo dos anos.

### **2.2.1 Modelos Matemáticos de Otimização para Sistemas Produtivos MTO**

Slotnick e Morton (1996) trazem um modelo de PLI que considera como fator de decisão a capacidade do sistema e a receita de cada ordem em um sistema de máquina única.

Em seu PLI, os autores buscam a maximização das ordens aceitas e das receitas geradas por cada uma delas. O modelo é composto pelos índices:

$i, j$ : ordens ( $i, j = 1, \dots, n$ )

Os parâmetros estipulados são:

$Q_i$ : receita gerada pela ordem  $i$

$w_i$ : peso (proporcional ao desconto pelo atraso) da ordem  $i$

$C_i$ : capacidade disponível para produzir a ordem  $i$

$p_j$ : tempo de processamento da ordem  $j$

$d_i$ : data de entrega da ordem  $i$

As variáveis presentes no modelo são:

$y_i$ : variável binária; se a ordem  $i$  é aceita e o pedido será fabricado: 1; caso contrário: 0

$x_i$ : momento em que a ordem  $i$  será produzida

Logo, define-se o problema como:

$$\max \sum_{i=1}^n Q_i y_i - w_i x_i + d_i w_i y_i \quad (83)$$

Sujeito a

$$x_i \leq C_i y_i \quad (84)$$

$$x_i + C_i(1 - y_i) \geq \sum_{j=1}^i p_j y_j \quad (85)$$

$$x_i \geq p_i y_i \quad (86)$$

A função objetivo (83) determina que o lucro seja maximizado a partir da receita de cada ordem e dos custos inerentes ao atraso no atendimento.

A restrição (84) garante que, se a ordem for aceita, o tempo de conclusão não será superior à capacidade da máquina; se a ordem não for aceita  $x_i$  assume valor zero pois não haverá produção.

A restrição (85) garante uma relação de precedência entre as ordens que foram aceitas.  $i < j$  implica que a ordem  $i$  precede a ordem  $j$  na ordem de processamento

A restrição (86) estabelece que as ordens podem ser atendidas, podem ser rejeitadas ou podem ser atendidas com possíveis atrasos.

Rom e Slotnick (2009) seguem a mesma linha de Slotnick e Morton (1996) e trazem um modelo de programação inteira que auxilia na tomada de duas decisões: quais ordens aceitar e em qual ordem fabrica-las. Para isso, os autores também utilizam os mesmos índices:

$i, j$ : ordens ( $i, j = 1, \dots, n$ )

Novamente, os autores também consideram os mesmos parâmetros de Slotnick e Morton (1996):

$Q_i$ : receita gerada pela ordem  $i$

$w_i$ : peso (proporcional ao desconto pelo atraso) da ordem  $i$

$C_i$ : capacidade disponível para produzir a ordem  $i$

$p_j$ : tempo de processamento da ordem  $j$

$d_i$ : data de entrega da ordem  $i$

Contudo, o modelo Rom e Slotnick (2009) é composto por apenas uma variável de decisão:

$x_i$ : variável binária; se a ordem  $i$  é aceita: 1; caso contrário: 0

As equações que compõem o modelo de PLI são as seguintes:

$$\max \sum_{i=1}^n x_i [Q_i - w_i (C_i + d_i)] \quad (87)$$

Sujeito a:

$$C_i = \sum_{j=1}^i x_j p_j \quad (88)$$

A função objetivo (87) busca a maximização dos lucros, isto é, a soma das receitas por ordem aceita menos o atraso ponderado total.

A restrição (88) indica que a capacidade do sistema limita as ordens, ou seja, determina se o sistema tem capacidade ou não para aceitar as ordens a serem avaliadas. Uma vez aceita, esta restrição também delimita a sequência de produção para que atrasos sejam evitados.  $i < j$  implica que a ordem  $i$  precede a ordem  $j$  na ordem de processamento

Charnsirisaksul et al. (2004) complementam os estudos de aceite de ordens em uma única máquina com datas de entrega flexíveis (atrasos permissíveis passíveis de penalização) propondo um modelo de PLIM com o objetivo de fornecer um mecanismo para coordenar a seleção de ordem, prazos de entrega e as decisões de programação afim de aumentar os lucros. Os autores também consideraram o início da produção e a entrega da ordem em períodos distintos do horizonte de planejamento. Os índices utilizados no modelo são:

$i$ : ordens ( $i = 1, \dots, I$ )

$k$ : data de entrega no cliente ( $k = e_i, \dots, l_i$ )

$t$ : período ( $t = 1, \dots, k$ )

Os parâmetros estabelecidos são:

$d_i$ : tamanho da ordem  $i$

$p_i$ : receita gerada por unidade da ordem  $i$

$a_i$ : penalização por atrasos na entrega da ordem

$e_i$ : momento em que a ordem  $i$  chega ao sistema

$f_i$ : data em que ordem  $i$  deve ser entregue (sem atrasos)

$l_i$ : data limite em que a ordem  $i$  deve ser entregue (atraso máximo)

$h_{itk}$ : custo armazenagem da ordem  $i$  no período  $t$  e que será entregue ao cliente no período  $k$

$c_{it}$ : custo de produção da ordem  $i$  no período  $t$

$K_t$ : capacidade do sistema no período  $t$

As variáveis trabalhadas pelos autores são:

$x_{itk}$ : quantidade da ordem  $i$  a ser produzida no período  $t$  que será entregue ao cliente no fim do período  $k$

$I_{ik}$ : variável binária; se a ordem  $i$  poderá ser aceita e entregue até o fim do período  $k$ : 1; caso contrário: 0)

Dessa forma, os autores constroem o seguinte modelo:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^k \sum_{k=e_i}^{l_i} p_i x_{itk} \\ & - \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^k \sum_{k=e_i}^{l_i} c_{it} x_{itk} \\ & - \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^k \sum_{k=e_i}^{l_i} h_{itk} x_{itk} - \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^k \sum_{k=f_i+1}^{l_i} a_i (k - f_i) x_{itk} \end{aligned} \quad (89)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k=e_i}^{l_i} I_{ik} \leq 1; \quad \forall i \quad (90)$$

$$\sum_{t=1}^k x_{itk} = d_i I_{ik}; \quad \forall i, (k \in [e_i, l_i]) \quad (91)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=\max[e_i, t]}^{l_i} x_{itk} \leq K_t; \quad \forall t \quad (92)$$

Para efeito de modelagem, os autores consideram que um pedido que é entregue no intervalo  $[e_i, f_i]$  é considerado como não atrasado, enquanto que os pedidos entregues no intervalo  $[f_i + 1, l_i]$  são considerados atrasados.

Os quatro termos da função objetivo (89) representam as receitas, os custos de produção, os custos de armazenagem e as penalidades por atrasos, respectivamente.

A restrição (90) estipula que, se uma ordem for aceita, ela deve ser processada dentro da janela especificada pelo cliente.

A restrição (91) garante que, se um pedido é aceito, ele deve ser processado integralmente.

Por fim, a restrição (92) dita que a capacidade não pode ser excedida.

Chen et al. (2008) constroem um modelo de PLI aplicado a ambientes mono máquina para determinar quais ordens devem ser aceitas. Os autores consideram que as penalidades estão vinculadas à recusa ou atraso de entrega da ordem. Além disso, eles também incluem como critério de decisão o sequenciamento das ordens aceitas em função dos custos de *setup*. O modelo é composto pelos seguintes índices:

$i, j$ : ordens ( $i, j = 0, \dots, N$ )

Os parâmetros utilizados são:

$m$ : capacidade

$c_{ij}$ : custo de *setup* inerentes à transição de processamento da ordem  $i$  para a ordem  $j$

$d_i$ : data de entrega da ordem  $i$

$p_i$ : tempo de processamento da ordem  $i$

$\lambda$ : peso para ajustar a importância entre os custos de *setup* e os atrasos ( $0 \leq \lambda \leq 1$ )

As variáveis de decisão são as seguintes:

$t_i$ : início do processamento da ordem  $i$

$T_s$ : momento do início do sequenciamento

$x_{ij}$ : variável binária; se a ordem  $j$  é precedida pela ordem  $i$ : 1; caso contrário 0

$x_{ii}$ : variável binária; se a ordem  $i$  não é incluída no sequenciamento: 1; caso contrário 0

O modelo pode ser definido por:

$$\min \lambda \sum_{j=0}^N \sum_{i=0}^N c_{ij} x_{ij} + (1 - \lambda) \sum_{i=1}^N (e_i + r_i) \quad (93)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=0}^N x_{ij} = 1; \quad \forall j \quad (94)$$

$$\sum_{j=0}^N x_{ij} = 1; \quad \forall i \quad (95)$$

$$\sum_{i=1}^N (1 - x_{ii}) = m; \quad \forall i \quad (96)$$

$$x_{00} = 0 \quad (97)$$

$$t_0 = T_s \quad (98)$$

$$t_j = \sum_{i=0}^N x_{ij}(t_i + p_i) + x_{jj}(t_0); \quad \forall j \quad (99)$$

$$e_i = \max \{0, d_i - t_i - p_i\}; \quad \forall i \quad (100)$$

$$r_i = \max \{0, t_i + p_i - d_i\}; \quad \forall i \quad (101)$$

A função objetivo (93) busca a minimização dos custos. A primeira parte da equação diz respeito aos custos de *setup* do sequenciamento, enquanto a segunda parte diz respeito às penalizações das ordens não aceitas e está vinculada às restrições (100) e (101).

As restrições (94) e (95) estabelecem que uma ordem deve ser programada ou rejeitada no sequenciamento de produção.

A restrição (96) delimita a capacidade do sistema.

As restrições (97) e (98) estabelecem que não há ordens em processamento no instante 0 e a primeira posição do sequenciamento será ocupada por uma das ordens  $i$ .

A restrição (99) estabelece o sequenciamento das ordens, ou seja, se a ordem  $j$  deve ser precedida ou não pela ordem  $i$  na programação da produção.

As restrições (100) e (101) (vinculadas à função objetivo) determinam se a ordem será produzida antes da data limite de entrega ou com atrasos.

Oguz et al. (2011), assim como Chen et al. (2008), propõem um modelo que buscam a otimização na aceitação de ordens em ambientes de máquina única com possíveis

atrasos e sequenciamento de produção dependente dos tempos de *setup*. Para isso, eles trazem um PLIM que auxilia na decisão de quais ordens aceitar e em que ordem produzi-las para maximizar as receitas. Os índices trabalhados são:

$i$ : ordens ( $i = 0, \dots, n$ )

Os parâmetros são:

$r_i$ : data de chegada da ordem  $i$

$p_i$ : tempo de processamento da ordem  $i$

$d_i$ : data de entrega da ordem  $i$

$\bar{d}_i$ : prazo máximo para entrega da ordem  $i$  (atraso tolerado, ou seja,  $d_i \leq \bar{d}_i$ )

$S_{ij}$ : tempo de *setup* entre o processamento das ordens  $i$  e  $j$

$e_i$ : receita gerada pela ordem  $i$

$w_i$ : penalidade pelo atraso na entrega da ordem  $i$

As variáveis do modelo são:

$T_i$ : atraso total da ordem  $i$

$C_i$ : data de finalização do processamento da ordem  $i$

$y_{ij}$ : variável binária: se a ordem  $i$  precede a ordem  $j$ : 1; caso contrário: 0

$I_i$ : variável binária: se a ordem  $i$  é selecionada: 1; caso contrário: 0

O modelo é formulado da seguinte forma:

$$\max \sum_{i=1}^N e_i I_i - w_i T_i \quad (102)$$

Sujeito a :

$$\sum_{j=1, j \neq i}^{n+1} y_{ij} = I_i \quad \forall i \quad (103)$$

$$\sum_{j=0, j \neq i}^n y_{ji} = I_i; \quad \forall (i = 1, \dots, n+1) \quad (104)$$

$$C_i + (S_{ij} + p_j)y_{ij} + \bar{d}_i(y_{ij} - 1) \leq C_j; \quad \forall i, (j = 1, \dots, n+1), i \neq j \quad (105)$$

$$(r_j + p_j)I_j + S_{ij}y_{ij} \leq C_j; \quad \forall i, (j = 1, \dots, n+1), i \neq j \quad (106)$$

$$C_i \leq \bar{d}_i I_i; \quad \forall (i = 0, \dots, n+1) \quad (107)$$

$$T_i \geq C_i - d_i; \quad \forall (i = 0, \dots, n+1) \quad (108)$$

$$T_i \leq (\bar{d}_i - d_i)I_i; \quad \forall (i = 0, \dots, n+1) \quad (109)$$

$$C_0 = 0 \quad (110)$$

$$C_{n+1} = \max\{\bar{d}_i\}; \quad \forall (i = 1, \dots, n) \quad (111)$$

$$I_0 = 1 \quad (112)$$

$$I_{n+1} = 1 \quad (113)$$

A função objetivo (102) busca maximizar os lucros através da receita gerada pelas ordens aceitas (primeiro elemento da equação) menos as penalizações por atrasos e recusas (segundo elemento da equação).

As restrições (103) e (104) ditam que, se uma ordem for aceita, ela representa apenas uma posição no sequenciamento; se não aceita, não assume posição alguma.

A restrição (105) implica que, se a ordem  $i$  precede a ordem  $j$ , o momento de conclusão da ordem  $i$  deve ser imediatamente anterior ao início do *setup* entre  $i$  e  $j$  que, por sua vez, deve ser imediatamente anterior ao processamento da ordem  $j$ .

Quanto à restrição (106), esta determina que, se a ordem  $i$  já processada precede a ordem  $j$  no sequenciamento, o tempo de *setup* de  $i$  para  $j$  mais o tempo de processamento da ordem  $j$  correspondem ao prazo total de finalização da ordem  $j$ .

A restrição (107) determina que as ordens que ultrapassam o prazo máximo não devem ser aceitas. Já as restrições (108) e (109) definem os possíveis atrasos das ordens aceitas.

Para efeito de modelagem, os autores consideram a ordem 0 e a ordem  $n+1$  na primeira e na última posição do sequenciamento, respectivamente, independentemente da sequência que será estabelecidas entre estas duas posições. Conseqüentemente,  $r_0, r_{n+1}, p_0, p_{n+1}, \bar{d}_0, d_0, e_0, e_{n+1}$  assumem valor zero, enquanto  $\bar{d}_{n+1}$  e  $d_{n+1}$  correspondem ao prazo máximo de entrega de todas as ordens e à data de entrega da última ordem, respectivamente. Tal fato justifica a existência das restrições (110), (111), (112) e (113).

Thevenin et al. (2014) trazem um modelo de aceite de ordens e sequenciamento cujos critérios para a seleção de uma ordem são os custos que ela gera ao sistema, incluindo os custos de *setup*. Os tempos de *setup* também são utilizados para contabilizar o momento de entrega de uma ordem. Os autores trabalham com os seguintes índices:

$i, j, k$ : ordens ( $i, j, k = 1, \dots, n$ )

Os parâmetros do modelo são:

$c_{ij}$ : custo de *setup* entre a ordem  $i$  e a ordem  $j$

$u_j$ : custo de recusar uma ordem  $j$

$r_j$ : data de entrada da ordem  $j$

$s_{ij}$ : tempo de *setup* entre as ordens  $i$  e  $j$

$p_j$ : tempo de processamento da ordem  $j$

As variáveis presentes no modelo são:

$\bar{d}_j$ : data de entrega da ordem  $j$ .

$x_{jk}$ : variável binária: se a ordem  $j$  precede a ordem  $k$ : 1; caso contrário: 0

$z_j$ : variável binária: se a ordem  $j$  é aceita: 1; caso contrário: 0

$t_j$ : momento em que a ordem  $j$  será produzida

$C_j$ : momento da conclusão da ordem  $j$

$f_j(C_j)$ : função que determina os custos de produção da ordem  $j$  em função de  $C_j$

$f_j(r_j)$ : função que determina os custos de produção da ordem  $j$  em função de  $r_j$

O modelo é descrito pelos autores da seguinte maneira:

$$\min \sum_{j=0}^n \sum_{k=1}^{n+1} x_{jk} c_{jk} \sum_{j=1}^n [f_j(C_j) + z_j(u_j - f_j(r_j))] \quad (114)$$

Sujeito a:

$$C_j = t_j + p_j; \quad \forall j \quad (115)$$

$$t_j \geq C_k + s_{kj} x_{kj} + (x_{kj} - 1)\bar{d}_k; \quad \forall j, k \quad (116)$$

$$t_j \geq r_j; \quad \forall j \quad (117)$$

$$C_j \leq \bar{d}_j + z_j(r_j - \bar{d}_j); \quad \forall j \quad (118)$$

$$z_j + \sum_{k=1}^{n+1} x_{jk} = 1; \quad \forall j \neq n+1 \quad (119)$$

$$z_j + \sum_{k=0}^n x_{kj} = 1; \quad \forall j \neq 0 \quad (120)$$

$$\sum_{j=0}^{n+1} x_{j0} = 0 \quad (121)$$

$$\sum_{j=0}^{n+1} x_{j(n+1)} = 0 \quad (122)$$

$$t_0 = 0 \quad (123)$$

A função objetivo (114) denota a minimização dos custos e é dada pela soma dos custos de *setup*, dos custos de fabricação da ordem em função do tempo necessário para a conclusão e pelos custos de recusa da ordem, que está associada a uma equação em função da data de entrada.

A restrição (115) determina o momento em que a ordem  $j$  será finalizada.

As restrições (116) e (117) garantem que a ordem  $k$  será produzida imediatamente após a conclusão da ordem  $j$ , além de garantir que o *setup* será realizado.

A restrição (118) diz que a ordem  $j$  só deverá ser produzida a partir do momento de sua chegada na programação.

As equações (119) e (120) estabelecem que cada ordem deve possuir um antecessor e um sucessor, ou caso contrário será rejeitada. Com isso, para efeito de modelagem, a última ordem  $n$  deve possuir um sucessor  $(n+1)$  que não possui custos inerentes à sua fabricação.

As restrições (121), (122) e (123) garantem que a ordem zero e a ordem  $n+1$  não possuem antecessor e sucessor, respectivamente.

Ebben et al. (2005) apresentam e seus trabalhos um modelo estocástico probabilístico que determina a aceitação de ordens em um sistema multi máquinas, considerando que cada ordem deve ser processada em determinadas máquinas com relação de

precedência, além de pressupor que os processos não podem ser realizados em paralelo. O modelo determina que a taxa de utilização das máquinas deve ser maximizadas em função da capacidade. Nesta metodologia, as ordens não têm prioridade e atrasos não são permitidos. Para isso, utilizam-se os seguintes índices:

j: ordens ( $j = 1, \dots, n$ )

m: máquinas ( $m = 1, \dots, M$ )

t: período que contempla o horizonte de planejamento ( $t = 1, \dots, T$ )

b: posição na sequência ( $b = 1, \dots, n$ )

Os parâmetros considerados pelos autores são:

$p_{bjm}$ : tempo estimado de processamento da ordem j na máquina m na posição b

$r_j$ : data de entrada da ordem j

$d_j$ : data de entrega da ordem j

$C_{tm}$ : capacidade máxima disponível da máquina m no período t

$\alpha$ : taxa de utilização, que deve seguir uma distribuição normal

As variáveis do modelo são:

$r_{mj}$ : data de entrada da ordem j na máquina m

$d_{mj}$ : data de entrega da ordem j na máquina m

$U_{tm}$ : capacidade na máquina m no período t (para aceite das ordens)

Através de tais notações, os autores elaboram as equações que compõem o modelo que determina se uma ordem deve ser aceita ou não:

$$r_{mj} = r_j + \sum_{k=1}^{b-1} p_{kjm} \quad (124)$$

$$d_{mj} = d_j - \sum_{k=b+1}^{n_j} p_{kjm} \quad (125)$$

$$d_{mj} = r_{mj} + p_{bjm} > r_{mj} + p_{bjm} = r_{m+1j} \quad (126)$$

$$p_{bjm} \leq \sum_{t=r_{bj}}^{d_{bj}} (\alpha C_{tm} - U_{tm}) \quad (127)$$

As equações (124) e (125) estabelecem que as ordens devem ser geradas e entregues a partir das relações de precedência (sequenciamento).

A equação (126) garante que as janelas de tempo (entre a entrada da ordem e a entrega) se sobrepõem quando a ordem possui folga.

Já a equação (127) estabelece que uma ordem deve ser aceita quando há capacidade na máquina, garantindo a maximização dos recursos.

Mestry et al. (2011) trazem um modelo também aplicado em ambientes de múltiplas máquinas onde consideram-se os preços de venda das ordens como um critério de decisão, além de trabalhar com a possibilidade da utilização de recursos adicionais através de horas extras. Os índices utilizados no modelo de PLIM proposto são:

r: máquinas ( $r = 1, \dots, R$ )

j: ordens ( $j = 1, \dots, J$ )

s: jornada de trabalho ( $s = 1$  para tempo regular e  $s = 2$  para horas extras)

t: período correspondente ao horizonte de planejamento ( $t = 1, \dots, T$ )

o: operação da ordem ( $o = 1, \dots, O$ )

Os parâmetros são compostos por:

$l_{ts}$ : duração da jornada de trabalho  $s$  no período  $t$  (normalmente 8 horas diárias para jornadas regulares)

$b_{rts}$ : capacidade da máquina  $r$  na jornada de trabalho  $s$  no período  $t$

$p_{jor}$ : tempo utilizado na operação  $o$  na máquina  $r$  para processamento da ordem  $j$

$d_j$ : data de entrega da ordem  $j$  (estipulada pelo cliente)

$q_j$ : preço de venda da ordem  $j$

$c_{rs}$ : custo de utilização da máquina  $r$  na jornada de trabalho  $s$

As variáveis que compõem o modelo são:

$x_{jorts}$ : horas gastas pela operação  $o$  na máquina  $r$  durante a jornada  $s$  para o processamento da ordem  $j$  no período  $t$

$Y_{jorts}$ : variável binária; se a operação  $o$  na máquina  $r$  durante a jornada  $s$  para o processamento da ordem  $j$  no período  $t$  é realizada: 1; caso contrário: 0

$U_j$ : variável binária; se a ordem  $j$  é aceita: 1; caso contrário: 0

Com os índices, variáveis e parâmetros utilizados, os autores constroem o seguinte modelo:

$$\max \sum_{j=1}^J q_j U_j - \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^J \sum_{o=1}^O \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T c_{rs} x_{jorts} \quad (128)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^J \sum_{o=1}^O x_{jorts} \leq b_{rts}; \quad \forall r, s, t \quad (129)$$

$$\sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T x_{jorts} = p_{jor} U_j; \quad \forall r, o, j \quad (130)$$

$$\sum_{o=1}^O \sum_{r=1}^R x_{jorts} \leq l_{ts}; \quad \forall j, s, t \quad (131)$$

$$x_{jorts} \geq Y_{jorts}; \quad \forall r, o, j, t, s \quad (132)$$

$$x_{jorts} \leq p_{jor} Y_{jorts}; \quad \forall r, o, j, t, s \quad (133)$$

$$\sum_{r=1}^R t Y_{jorts} \leq d_j U_j; \quad \forall j, t, s \quad (134)$$

$$\sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^{T-1} x_{jo-1rts} + \sum_{s'=1}^s x_{jo-1rts} \geq p_{jo-1r} \sum_{r=1}^R Y_{jorts}; \quad \forall r, o, j, t, s \quad (135)$$

$$\sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T x_{jo-1rts} \geq p_{jo-1r} \sum_{r=1}^R Y_{jorts}; \quad \forall r, o, j, t \quad (136)$$

A função objetivo (128) do modelo busca a maximização do lucro líquido total ao longo do horizonte de planejamento. O primeiro termo corresponde à receita total enquanto o segundo termo representa os custos de manufatura.

A restrição (129) faz com que a capacidade de cada máquina  $r$  em cada jornada de trabalho  $s$  em cada período do horizonte de planejamento não seja violada.

A restrição (130) garante que a quantidade de horas necessárias para processar uma ordem seja igual ao total de horas alocadas.

Com a restrição (131), assegura-se que cada operação da ordem aceita é processada até o limite disponível de horas providas das jornadas regulares e horas extras.

As equações (132) e (133) condicionam a existência de processamento da ordem à realização da operação  $o$  na máquina  $r$  no período  $t$ . Dessa forma, todos os processamentos necessários ficam programados.

O conjunto de restrições (134) garante que, quando uma ordem  $o$  for aceita, o tempo de conclusão da última operação dessa ordem não exceda a data de entrega.

As equações (135) e (136) impõem as relações de precedência. Na restrição (135), a operação  $o$  só poderá ser iniciada após completar a operação  $(o - 1)$ . Já a restrição (136) determina que a última operação  $o$  da ordem  $j$  no período  $t$  pode exceder as horas regulares, pois há um recurso adicional de horas extras.

Manavizadeh (2013) propõe um modelo de programação linear multi objetivo para estabelecer um sistema de apoio à decisão para a aceitação/rejeição de uma ordem em um ambiente de produção *Make-to-Order* multi máquinas onde os clientes são priorizados com base em seus valores de lucro correspondentes. O sistema não é ideal, portanto, existe perda durante o processamento nas máquinas. Os autores também consideram, além da utilização de possíveis horas extras, outra fonte denominada terceirização. Conforme explicam os autores, a terceirização pode ser entendida como a compra de um recurso através de fontes externas ao sistema. O sequenciamento de produção, bem como o tempo de *setup* entre a produção de uma ordem e outra também são contemplados. O modelo trabalha com os seguintes índices:

$i, l$ : ordem ( $i, l = 1, \dots, n$ )

$j, g$ : máquina ( $j, g = 1, \dots, J$ )

$r$ : posição na sequência ( $r = 1, \dots, R$ )

$t, k$ : período correspondente ao horizonte de planejamento ( $t, k = 1, \dots, T$ )

$N_p$ : ordem com data de entrega flexível (prioridade normal)

$H_p$ : ordem com data de entrega fixa (alta prioridade)

Os autores definem como parâmetros do modelo os seguintes pontos:

$cr_{ijt}$ : custo de produção da ordem  $i$  na máquina  $j$  no período  $t$  em horário regular

$co_{ijt}$ : custo de produção da ordem  $i$  na máquina  $j$  no período  $t$  em horas extras

$cs_{ijt}$ : custo de produção da ordem  $i$  na máquina  $j$  no período  $t$  com terceirização

$LP_i$ : penalidade de atraso da ordem  $i$

$EP_i$ : penalidade de adiantamento da ordem  $i$

$CR_{jt}$ : capacidade da máquina  $j$  no período  $t$  em horário regular

$CO_{jt}$ : capacidade da máquina  $j$  no período  $t$  com horas extras

$CS_{jt}$ : capacidade máxima de terceirização da máquina  $j$  no período  $t$

$\lambda_{jt}$ : percentual da capacidade total de  $CR_{jt}$  que está reservado para pedidos de alta prioridade

$Po_{ij}$ : tempo padrão de processamento de cada unidade da ordem  $i$  na máquina  $j$

$Pr_{ijr}$ : tempo de processamento da ordem  $i$  na máquina  $j$  quando associada à posição  $r$

$APTO_{jt}$ : tempo de processamento na máquina  $j$  das ordens previamente aceitas e que não foram completamente processadas no período anterior e deve ser finalizada no período  $t$

$iw_{ijt}$ : quantidade da ordem  $i$  que chegou à máquina  $j$  no período  $t$

$ow_{ijt}$ : quantidade da ordem  $i$  que deixou a máquina  $j$  no período  $t$

$dd_i$ : data de entrega da ordem  $i$  estipulada pelo cliente

$M$ : um número muito grande

$ST_{lij}$ : tempo de *setup* entre os processamentos das ordens  $l$  e  $i$  na máquina  $j$

$At_{rj}$ : momento da chegada da  $r$ -ésima ordem  $r$  no sequenciamento na máquina  $j$

$LEN_j$ : tempo de ocupação da máquina  $j$

$PROB_i$ : percentual de perda da ordem  $i$  durante o processamento

As variáveis de decisão trabalhadas pelos autores são as seguintes:

$Y_{ijt}$ : quantidade total produzida da ordem  $i$  na máquina  $j$  no período  $t$

$O_{ijt}$ : quantidade produzida da ordem  $i$  na máquina  $j$  no período  $t$  utilizando-se horas extras

$Sr_{ijt}$ : quantidade produzida da ordem  $i$  na máquina  $j$  no período  $t$  utilizando-se terceirização

$CD_i$ : data de conclusão da ordem  $i$

$X_{it}$ : variável binária: se  $Y_{ijt} > 0$ : 1; caso contrario: 0

$S_{rj}$ : momento do início do processamento da enésima ordem  $r$  no sequenciamento na máquina  $j$

$Lt_i$ : quantidade da ordem  $i$  em atraso

$Et_i$ : quantidade da ordem  $i$  em adiantamento

$X_{iir}$ : variável binária; se a ordem  $l$  é programada antes da ordem  $i$  e  $i$  está na posição  $r$  do sequenciamento: 1; caso contrário: 0

$ul_{rj}$ : tempo de processamento da enésima ordem  $r$  no sequenciamento na máquina  $j$

Através dos índices, parâmetros e variáveis listadas, os autores sugerem o seguinte modelo:

$$\begin{aligned} \min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T [cr_{ijt} (Y_{ijt} - O_{ijt} - Sr_{ijt}) + co_{ijt} O_{ijt} + cs_{jt} Sr_{ijt}] \\ + \sum_{i \in Np} [LP_i \text{Max}\{0, CD_i - dd_i\} + EP_i \text{Max}\{0, dd_i - CD_i\}] \\ + \sum_{i \in Hp} [EP_i \text{Max}\{0, dd_i - CD_i\}] \end{aligned} \quad (137)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n (Y_{ijt} - O_{ijt} - Sr_{ijt}) \leq (CR_{jt} - APTO_{jt})(1 - \lambda_{jt}); \quad \forall j, t \quad (138)$$

$$\sum_{i=1}^n O_{ijt} \leq CO_{jt}; \quad \forall j, t \quad (139)$$

$$\sum_{i=1}^n Sr_{ijt} \leq CS_{jt}; \quad \forall j, t \quad (140)$$

$$\sum_{t=1}^T APTO_{jt} + \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T [dd_i iw_{ijt} PROBi] \leq \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T Y_{ijt}; \quad \forall j \quad (141)$$

$$\sum_{t=agora}^T [dd_i iw_{ijt} PROBi] \leq \sum_{t=agora}^T Y_{ijt}; \quad \forall j, (i \in Hp) \quad (142)$$

$$\sum_{i \in H_p} \sum_{k=1}^t [dd_i \text{ ow}_{ijk} \text{ PROBi}] = \sum_{i \in H_p} \sum_{k=1}^t Y_{ijk}; \quad \forall j, t \quad (143)$$

$$\sum_{k=1}^t [dd_i \text{ ow}_{ijk} \text{ PROBi}] = \sum_{k=1}^{t+T-dd_i} Y_{ijk}; \quad \forall j, (i \in N_p), \quad t = 1, \dots, dd_i \quad (144)$$

$$Y_{ijt} \leq M X_{it}; \quad \forall i, j, t \quad (145)$$

$$t X_{it} \leq CD_i; \quad \forall i, t \quad (146)$$

$$Lt_i \leq T - dd_i; \quad \forall i \in N_p \quad (147)$$

$$Lt_i \geq CD_i - dd_i; \quad \forall i \in N_p \quad (148)$$

$$Et_i \leq dd_i - CD_i; \quad \forall i \quad (149)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{r=1}^R X_{lir} = dd_i; \quad \forall l \quad (150)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^n X_{lir} = 1; \quad \forall r \quad (151)$$

$$\sum_{l=1}^n \sum_{r=1}^R X_{lir} = dd_i; \quad \forall i \quad (152)$$

$$Pr_{ijr} = \left( \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^n X_{lir} [Po_{ij} + S_{rj}] \right) r; \quad \forall r, j \quad (153)$$

$$ul_{jr} \leq \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^n Pr_{ijr} X_{lir} + \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^n (ST_{lij} X_{lir}); \quad \forall r, j \quad (154)$$

$$S_{rj} \geq S_{r-1j} + ul_{jr-1}; \quad \forall j, r = 2, \dots, R \quad (155)$$

$$S_{rj} + ul_{jr} \leq r \sum_{g=1}^j LEN_g; \quad \forall r, j \quad (156)$$

$$At_{r1} = (r-1)LEN_1; \quad \forall r = 2, \dots, R \quad (157)$$

$$S_{rj} - At_{rj} \geq 0; \quad \forall r, j \quad (158)$$

$$At_{rj} = At_{rj-1} + LEN_{j-1}; \quad \forall r, (j = 2, \dots, J) \quad (159)$$

A função objetivo (137) do modelo busca minimizar os custos operacionais, ou seja, processamentos regulares, horas extras e terceirização, bem como as penalidades por atrasos e adiantamentos. O grupo de restrições (138) – (149) estão vinculadas aos custos de aceitação ou rejeição de uma ordem, enquanto o grupo de restrições (150) – (159) estão vinculadas à carga de trabalho.

As desigualdades (138), (139) e (140) representam as limitações de capacidade de cada máquina considerando o trabalho regular, o trabalho em horas extras, e o trabalho terceirizado, respectivamente.

A restrição (141) garante que os pedidos aceitos devem ser concluídos no horizonte de planejamento estipulado.

As restrições (142) e (143) abrangem as ordens de alta prioridade, garantindo que estas sejam concluídas em suas datas de vencimento.

A desigualdade (144) trata as ordens com prioridade normal, fazendo com que elas sejam produzidas após as ordens de prioridade alta.

A restrição (145) calcula o tempo de conclusão de cada ordem, enquanto a restrição (146) determina a data de conclusão.

As equações (147) e (148) expressam os limites de atraso das ordens com prioridade normal. Por outro lado, a restrição (149) dita os limites máximos de adiantamento.

Já as restrições (150), (151) e (152) garantem que apenas uma ordem deve ser fabricada em cada posição  $r$  do sequenciamento.

A equação (153) expressa os tempos de processamento por posição do sequenciamento, enquanto a equação (154) discrimina os fatores de tempo, tais como *setup* e movimentação.

A restrição (155) garante que o trabalho na posição  $r$  da sequência inicia apenas se o trabalho na posição  $r - 1$  foi concluído.

A restrição (156) garante que o trabalho na posição  $r$  não pode ser processado além do limite da máquina.

A equação (157) garante que o processamento da ordem se inicia na primeira máquina em todas as posições  $r$ .

Por fim, as desigualdades (158) e (159) estão relacionadas com o tempo de chegada e partida das ordens em cada máquina em cada posição  $r$  do sequenciamento.

Manavizadeh et al. (2014) trazem um modelo que determina o sequenciamento ótimo das ordens aceitas em função dos custos de *setup* inerentes às trocas de produtos. O modelo também assume que as máquinas e os operadores possuem eficiência, não há prazos para a entrega das ordens e as ordens podem ser agrupadas em famílias, uma vez que possuem processamentos semelhantes. O problema é formulado com os seguintes índices:

$i$ : posição ( $i = 1, \dots, I$ )

$j$ : máquina ( $j = 1, \dots, J$ )

$m, r, k$ : família de produtos ( $m, r, k = 1, \dots, M$ )

Os autores definem como parâmetros do modelo os seguintes pontos:

$w_j$ : custo de utilização da máquina  $j$

$Z_{ij}$ : posição  $i$  de início do processamento do  $i$ -ésimo produto na máquina  $j$

$v_c$ : eficiência do operador das máquinas

$s_{jmr}$ : custo de *setup* na troca de processamento da família  $m$  para a família  $r$  na máquina  $j$ .

$d_m$ : demanda de produtos da família  $m$

$t_{mj}$ : tempo de processamento de produtos da família  $m$  na máquina  $j$

$\gamma$ : tempo de descanso do operador

$L_j$ : eficiência da máquina  $j$

As variáveis de decisão que contemplam o modelo são:

$U_{ij}$ : tempo de processamento necessário para o  $i$ -ésimo produto na máquina  $j$

$x_{im}$ : variável binária: se a posição  $i$  do sequenciamento é ocupada pela família de produtos  $m$ :  
1; caso contrário: 0

$t'_{mj}$ : posição do fim do processamento de produtos da família  $m$  na máquina  $j$

$x_{imr}$ : variável binária: se as posições  $i$  e  $i+1$  do sequenciamento pertencem à família de produtos  $m$  e  $r$ : 1; caso contrário: 0

Dessa forma, os autores constroem o seguinte modelo:

$$\min \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I \frac{w_j U_{ij} + Z_{(i+1)j}}{v_c} + \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M \sum_{r=1}^M x_{imr} S_{jmr} \quad (160)$$

Sujeito a:

$$\sum_{m=1}^M x_{im} = 1; \quad \forall i \quad (161)$$

$$\sum_{i=1}^I x_{im} = d_m; \quad \forall m \quad (162)$$

$$Z_{(i+1)j} = \max \{0, \min (Z_{ij} + v_c \sum_{m=1}^M x_{im} t'_{mj} - (\gamma \times v_c), L_j - (\gamma \times v_c))\}; \quad \forall i, j \quad (163)$$

$$t'_{mj} = t_{mj} \times i^\alpha; \quad \forall i, j, m \quad (164)$$

$$U_{ij} = \max \left\{ 0, \frac{Z_{ij} + v_c \sum_{m=1}^M x_{im} t'_{mj} - L_j}{v_c} \right\}; \quad \forall i, j \quad (165)$$

$$Z_{1j} = 0; \quad \forall j \quad (166)$$

$$\sum_{m=1}^M \sum_{r=1}^M x_{imr} = 1; \quad \forall i \quad (167)$$

$$\sum_{r=1}^M x_{imr} = \sum_{r=1}^M x_{(i+1)rk}; \quad \forall r, (i = 1, \dots, I - 1) \quad (168)$$

$$\sum_{m=1}^M x_{imr} = \sum_{k=1}^M x_{1rk}; \quad \forall r \quad (169)$$

A primeira parte da função objetivo (160) busca uma sequência de produtos que minimiza os custos dos processamentos, abrangendo a eficiência do operador. O segundo elemento minimiza o custo de *setup*, que é dado em função da sequência com que os produtos são fabricados.

A restrição (161) assegura que apenas um produto é designado para cada posição do sequenciamento.

A restrição (162) garante que a demanda de cada produto será satisfeita.

As equações (163), (164) e (165) indicam a posição de início e término do processamento de cada produto, garantindo que o produto na posição  $i+1$  seja iniciado imediatamente após a conclusão do produto correspondente à posição  $i$ .

A restrição (166) define que o tempo zero corresponde ao início do processamento do produto da posição 1.

A equação (167) e (168) ditam que há apenas um *setup* por posição da sequência e que este *setup* deve ser correspondente ao produto que será produzido na posição seguinte.

A equação (169) estabelece que a posição 1 da sequência não exige um *setup* prévio antes da produção do produto que corresponde à esta posição.

## 2.2.2 Considerações sobre os Modelos Levantados

Ao analisar os modelos estudados para serem utilizados em sistemas MTO, nota-se que Slotnick e Morton (1996), Rom e Slotnick (2009), Charnsirisalsul et al. (2004), Oguz et al. (2011) e Mestry et al. (2011) trazem modelos que buscam a maximização dos lucros através da aceitação de ordens que geram maiores receitas e rejeição de ordens com pouco retorno econômico.

As modelagens de Slotnick e Morton (1996), Rom e Slotnick (2009), Charnsirisalsul et al. (2004), Thevenin et al. (2014), Ebben et al. (2005), Mestry et al. (2011), Manavizadeh et al. (2013) e Manavizadeh et al. (2014) consideram o momento em que a ordem é entregue ao cliente sendo que as ordens entregues com atrasos devem ser penalizadas com custos adicionais.

Já em Chen et al. (2008), Oguz et al. (2011), Thevenin et al. (2014), Manavizadeh et al. (2013) e Manavizadeh et al. (2014) os autores associam as ordens que devem ser aceitas pelo sistema ao sequenciamento de produção, ou seja, além de determinar quais ordens produzir, o modelo também traz como resposta a sequência com que estas devem ser fabricadas considerando-se os custos de *setup*.

Em Mestry et al. (2011), Manavizadeh et al. (2013) e Manavizadeh et al. (2014) há como restrição dois tipos de jornada de trabalho: a jornada regular que pertence à rotina de trabalho; e a jornada de horas extras que aumenta a capacidade produtiva, mas também gera custos adicionais ao processo.

Dessa forma, para os modelos de otimização elaborados para serem aplicados em sistemas MTO como indicam os próprios autores, conclui-se que há uma infinidade de restrições e funções objetivos que podem ser combinadas para formar um novo modelo, contribuindo para a existência de oportunidades em modelagens para sistemas produtivos com restrições específicas. Além disso, nota-se que alguns elementos de modelagem, embora denotados com letras diferentes e combinados com índices distintos, são comuns nos diferentes modelos aqui abordados uma vez que representam o mesmo efeito, seja na forma de variável ou na forma de parâmetro. Dessa forma, o Quadro 2 descreve a presença de tais elementos (linhas) nos trabalhos aqui referenciados (colunas), evidenciando certa similaridade nos *inputs* dos modelos.





## 2.3 Make-to-Stock (MTS)

Os ambientes *Make-to-Stock* (MTS) caracterizam-se por atender à demanda por meio de uma política de estoque de produtos acabados que foram produzidos antecipadamente ao pedido do cliente. Dessa forma, a chegada do pedido do cliente provoca o seu atendimento quase imediato (HASKOSE et al., 2004).

Conforme Arnold (2011), nos ambientes MTS, o fornecedor fabrica os produtos e os vende a partir do estoque de produtos acabados, uma vez que o cliente tem pouco envolvimento na especificação dos produtos.

Para as empresas que operam com a estratégia MTS, a demanda é caracterizada por possuir boa previsibilidade e por contemplar itens de alto volume. As prioridades competitivas nessa política são: qualidade, confiabilidade da entrega e preço. Dessa forma, as competências operacionais estão focadas na habilidade de fornecer produtos a baixo custo, uma vez que o volume de estoques a serem mantidos para o nível de atendimento desejado pode significar um grande volume de capital investido (HALLGREN; OLHAGER, 20006).

Para Duray (2002), se uma empresa utiliza sistema MTS, mas ainda possui dificuldades no processo de racionalização da produção, provavelmente ela possui falhas em seu processo de gestão da demanda (*demand management*) e no processo de previsão (*forecasting*).

Conforme Baker et al. (1986), os modelos de otimização em sistemas MTS tornam-se viáveis para a obtenção de uma política que determina o nível e a frequência de reposição de estoques com o objetivo de minimizar os custos e aumentar a eficiência na gestão dos recursos.

### 2.3.1 Modelos Matemáticos de Otimização para Sistemas Produtivos MTS

Em Laguna (1999) encontra-se um modelo de programação linear inteira (PLI) para solucionar problemas de produção e controle de estoques em ambientes mono máquina cujos tempos de *setup* são dependentes da sequência. Os autores consideram demanda mensal, ritmos de produção variados e limites mínimos e máximos de estoque. Os índices do modelo são:

$i, j$ : produtos ( $i, j = 1, \dots, n$ )

t: mês ( $t = 1, \dots, m$ )

Os parâmetros trabalhados são:

$c_{ij}$ : tempo de *setup* entre os produtos  $i$  e  $j$

$h_i$ : custo de estoque do produto  $i$

$L_i$ : nível mínimo de estoque do produto  $i$

$H_i$ : nível máximo de estoque do produto  $i$

$I_{i_0}$ : estoque inicial de produto  $i$

$v$ : custo de um dia de hora extra

$A_t$ : número de dias regulares de trabalho disponíveis no mês  $t$

$B_t$ : número de horas extras disponíveis no mês  $t$

$d_{it}$ : demanda de produto  $i$  no período  $t$

$r_{it}$ : ritmo de produção do produto  $i$  no período  $t$

Variáveis de decisão são:

$I_{it}$ : estoque de produto  $i$  ao fim do mês  $t$

$x_{it}$ : número de dias atribuídos ao produto  $i$  no mês  $t$

$z_t$ : dias de hora extra no mês  $t$

$y_{it}$ : variável binária: se a máquina está preparada para produzir o produto  $i$  no mês  $t$ : 1; caso contrário: 0

$q_{ijt}$ : variável binária: se ocorre a troca do produto  $i$  para o produto  $j$  no mês  $t$ : 1; caso contrário: 0

Assim, formula-se e o seguinte modelo:

$$\min \sum_{t=1}^m v z_t + \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^m h_i I_{it} \quad (170)$$

Sujeito a:

$$r_{it} x_{it} + I_{i,t-1} = I_{it} + d_{it}; \quad \forall i, t \quad (171)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{it} + \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n c_{ij} q_{ijt} - z_t \leq A_t; \quad \forall t \quad (172)$$

$$x_{it} \leq (A_t + B_t) \left( y_{i,t-1} + \sum_{j \neq i}^n q_{jit} \right); \quad \forall i, t \quad (173)$$

$$\sum_{j \neq i}^n x_{jt} + (A_t + B_t) (y_{i,t-1} + y_{it}) \leq 2(A_t + B_t); \quad \forall i, t \quad (174)$$

$$y_{i,t-1} + \sum_{j \neq i}^n q_{jit} - y_{it} - \sum_{j \neq i}^n q_{ijt} = 0; \quad \forall i, t \quad (175)$$

$$\sum_{j \neq i}^n q_{ijt} \leq 1; \quad \forall i, t \quad (176)$$

$$\sum_{j \neq i}^n q_{jit} \leq 1; \quad \forall i, t \quad (177)$$

$$\sum_{i=1}^n y_{it} = 1; \quad \forall t \quad (178)$$

$$L_i \leq I_{it} \leq H_i; \quad \forall i, t \quad (179)$$

$$z_t \leq B_t; \quad \forall t \quad (180)$$

A função objetivo (170) deste modelo busca a minimização da quantidade de horas extras e da quantidade de estoques.

A restrição (171) garante que o estoque do período atual corresponda ao estoque do período anterior mais a produção atual menos a demanda.

A restrição (172) limita o tempo total de produção de cada produto mais o tempo de *setup* realizado à disponibilidade de dias em cada mês.

A inequação (173) dita que a produção do produto  $i$  no mês  $t$  somente acontecerá se o *setup* requerido tiver sido realizado no mês  $t - 1$ .

As desigualdades (174) e (175) garantem que, se o *setup* para a produção do produto  $i$  foi realizado na máquina ao fim do mês  $t - 1$  e ao fim do mês  $t$ , o produto  $i$  será o único produto a ser fabricado no mês  $t$ . Em situações contrárias a esta, haverá a produção de mais de um produto no mesmo mês.

As restrições (176) e (177) estabelecem que a demanda de um produto  $i$  deve ser produzida integralmente antes da troca (*setup*) para o produto  $j$ .

A restrição (178) impõe que apenas um produto deve ser produzido por vez no sequenciamento.

Por fim, as restrições (179) e (180) impõem limites sobre os níveis de estoque e de horas extras, respectivamente.

Gharehgozli et al. (2006) apresentam um modelo de PLIM para auxiliar o planejamento em sistemas MTS com múltiplas máquinas sob restrições gerenciais que abrangem uma política de gerenciamento de estoques, ajustes de mão de obra (através de contrações e demissões de operadores) e terceirização de produto final, caso a empresa não tenha capacidade suficiente para atender a demanda. Neste modelo, os autores estabelecem que parte dos estoques podem ser utilizadas para abastecer até dois períodos subsequentes. Os índices do modelo são:

$i$ : produto ( $i = 1, \dots, n$ )

$t$ : período ( $t = 1, \dots, T$ )

$j$ : máquina ( $j = 1, \dots, J$ )

Parâmetros do modelo:

$D_{it}$ : demanda de produto  $i$  no período  $t$

$C_{it}$ : custo de produção do produto  $i$  no período  $t$

$CAP_{jt}$ : capacidade da máquina  $j$  no período  $t$  para processamento dos produtos MTS

$CO_t$ : custo de horas extras por operador no período  $t$

$\rho_u$ : fração de tempo que corresponde às paradas do operador (para refeição, por exemplo) durante a jornada regular.

$PS_{it}$ : quantidade máxima possível para terceirização do produto  $i$  no período  $t$ .

$CW_t$ : custo do operador durante a jornada regular no período  $t$

$Cf_t$ : custo de demissão de um operador no período  $t$

$\beta$ : percentual máximo permitido para os estoques atenderem dois períodos subsequentes

$a_{ij}$ : taxa de processamento do produto  $i$  na máquina  $j$ .

$h_{it}$ : custo de estoque do produto  $i$  no período  $t$

$cs_{it}$ : custo de terceirização do produto  $i$  no período  $t$

$SS_{it}$ : estoque de segurança do produto  $i$  no período  $t$

$Ch_t$ : custo de contratação de um operador no período  $t$

$overtime_{jt}$ : disponibilidade da máquina  $j$  durante a jornada de horas extras no período  $t$

As variáveis presentes no modelo são:

$X_{it}$ : quantidade de produto  $i$  produzido no período  $t$

$W_{jt}$ : total de utilização da máquina  $j$  no período  $t$  durante a jornada regular de trabalho

$I_{it}$ : nível de estoque do produto  $i$  no período  $t$

$F_t$ : quantidade de demissões no período  $t$

$O_{jt}$ : total de utilização da máquina  $j$  no período  $t$  durante as horas extras de trabalho

$S_{it}$ : quantidade de produto  $i$  terceirizado no período  $t$

$H_t$ : quantidade de contratações no período  $t$

$Y_t$ : quantidade de produtos fabricados no período  $t$  e utilizados em períodos subsequentes

$Z_t$ : variável utilizada para controlar o nível de estoque nos períodos subsequentes

Os autores elaboram o modelo conforme a seguir:

$$\begin{aligned} \min \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T h_{it} I_{it} + \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T [CO_t O_{jt} + CW_t W_{jt}] + \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T C_{it} X_{it} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T CS_{it} S_{it} \\ + \sum_{t=1}^T [Ch_t H_t + Cf_t F_t] \end{aligned} \quad (181)$$

Sujeito a:

$$I_{i,t-1} + X_{it} + S_{it} - I_{it} = D_{it}; \quad \forall i, t \quad (182)$$

$$\sum_{j \in J} a_{ij} X_{it} < CAP_{jt} + O_{jt}; \quad \forall i, j, t \quad (183)$$

$$\sum_{i \in J} a_{ij} X_{it} > (1 - \rho_u) CAP_{jt}; \quad \forall i, t \quad (184)$$

$$O_{jt} \leq overtime_{jt}; \quad \forall j, t \quad (185)$$

$$S_{it} \leq PS_{it}; \quad \forall i, t \quad (186)$$

$$I_{it} \geq SS_{it}; \quad \forall i, t \quad (187)$$

$$Y_t - Y_{t-1} \leq \beta Z_t; \quad \forall (t = 2, \dots, T - 1) \quad (188)$$

$$\sum_{j=1}^J [W_{jt} - W_{j(t-1)}] - H_t + F_t = 0; \quad \forall t \quad (189)$$

A função objetivo (181) do modelo minimiza os custos de produção, estoques, contratações e demissões de operadores, horas extras e terceirização.

A restrição (182) corresponde ao balanceamento de estoque, que é consumido pela demanda e ao mesmo tempo abastecido pela produção.

As restrições (183) e (184) garantem que a capacidade do sistema não será excedida em cada período do horizonte de planejamento.

As restrições (185) e (186) garantem que a quantidade de horas extras e terceirização utilizadas serão iguais ou inferior à disponibilidade, respectivamente.

A restrição (187) estabelece que o nível de estoque será sempre igual ou superior à política de estoque mínimo de segurança.

A restrição (188) controla a quantidade de produto que será utilizado em períodos subsequentes.

Por fim, a restrição (189) equilibra as contratações e demissões ao longo do horizonte de planejamento.

Wang et al. (2007) trazem um modelo de programação não linear inteira mista para políticas MTS em um ambiente com uma diversidade de produtos sendo produzidos em múltiplas máquinas. Com este modelo, busca-se auxiliar na decisão de alocação de recursos para vários pedidos de compra, uma vez que nem todos os produtos precisam ser processados em todas as máquinas. Os índices trabalhados no modelo são:

t: período ( $t = 1, \dots, t^{\text{end}}$ )

d: produto ( $d = 1, \dots, D$ )

m: máquina ( $m = 1, \dots, M$ )

r: conjunto de máquinas a serem utilizadas para o processamento ( $r = 1, \dots, R$ )

Os parâmetros do modelo são:

$o_{td}$ : demanda de produto d no período t

$S_{tm}$ : custo de matéria-prima a ser processada na máquina m no período t

$b_{tmr}$ : custo de transferência de produto na máquina  $m$  pertencente ao conjunto  $r$  no período  $t$

$f_{tm}$ : estoque na máquina  $m$  no período  $t$

$h_{td}$ : custo de estoque do produto  $d$  no período  $t$

$l_{td}$ : custo de atraso na entrega do produto  $d$  no período  $t$

$e_{md}$ : eficiência da máquina  $m$  na produção do produto  $d$

$w_{tm}$ : tempo disponível para a máquina  $m$  no período  $t$

$z_{tm}$ : perdas na máquina  $m$  no período  $t$

$I_t$ : taxa de juros no período  $t$

$p_{td}$ : lucro gerado pelo produto  $d$  no período  $t$

As variáveis do modelo são:

$a_{md}$ : variável binária: se a máquina  $m$  é necessária para o processamento do produto  $d$ : 1;  
caso contrário 0

$X_{tmd}$ : quantidade de produto  $d$  processado na máquina  $m$  no período  $t$

$N_{tm}$ : quantidade de máquinas  $m$  utilizadas no período  $t$

$Q_{tmr}$ : quantidade de produto transferido para a máquina  $m$  do conjunto  $r$

$G_{tm}$ : taxa de utilização da máquina  $m$  na mudança do período  $t - 1$  ao período  $t$

$Y_{td}$ : quantidade de produto  $d$  em atraso no período  $t$

$K_{td}$ : nível do estoque de produto  $d$  no período  $t$

$V_t$ : balanceamento dos ativos e capital no fim do período  $t$

O modelo é elaborado da seguinte maneira:

$$\max \frac{1}{(1 + I_{tend})} \left[ \sum_{m \in M} (f_{tend_m}, N_{tend_m}) \right] + \frac{V_{tend}}{(1 + I_{tend})^{tend}} \quad (190)$$

Sujeito a:

$$K_{td} = k_{t-1,d} + \sum_{m \in M} a_{md} X_{tmd} - o_{td}; \quad \forall t, d \quad (191)$$

$$Y_{td} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{h_{td}(K_{t-1,d})}{(1 + I_t)^t} \text{ se } K_{t-1,d} \geq 0 \\ \frac{I_{td}|K_{t-1,d}|}{(1 + I_t)^t} \text{ caso contrário} \end{array} \right\} \quad \forall t, d \quad (192)$$

$$N_{tm} + \sum_{r \in R} Q_{tmr} \geq \sum_{d \in D} \frac{a_{md} X_{tmd}}{e_{md} W_{tm} Z_{tm}}; \quad \forall t, m \quad (193)$$

$$G_{tm} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{S_{tm}(N_{tm} - N_{t-1,m})}{(1 + I_t)^t} \text{ se } N_{tm} - N_{t-1,m} \geq 0 \\ \frac{f_{tm}(N_{tm} - N_{t-1,m})}{(1 + I_t)^t} \text{ caso contrário} \end{array} \right\} \quad \forall t, m \quad (194)$$

$$V_t = V_{t-1}(1 + I_{t-1}) - \sum_{r \in R, m \in M} b_{tmr} Q_{tmr} - \sum_{m \in M} G_{tm} + \sum_{m \in M} \sum_{d \in D} p_{td} - \sum_d Y_{td}; \quad \forall t \quad (195)$$

A função objetivo (190) do problema busca a maximização dos lucros. O primeiro termo da função objetivo representa o valor resgatado com a utilização dos ativos (máquinas) em seu valor presente, enquanto o segundo termo representa o balanceamento entre recurso utilizado e capital investido.

A restrição (191) indica o balanceamento de estoques ao longo dos períodos, ou seja, tudo que é produzido menos o que é consumido representa a quantidade em estoque.

A restrição (192) garante que só haverá custo de estoque se o nível deste for positivo; caso contrário, o sistema não possui produto estocado e um custo de atraso deve ser contabilizado.

A restrição (193) estabelece que o sistema possui uma capacidade, que não deve ser excedida durante a fabricação dos produtos MTS.

As restrições (194) e (195) garantem o balanceamento entre capital investido e ativos (máquinas) utilizadas, aumentando os lucros.

Kanyalkar e Adil (2005) trazem um modelo de programação linear para auxiliar no planejamento de múltiplas fábricas que abastecem múltiplos armazéns com produtos MTS, dando origem a uma política de estoques ótima, considerando-se a capacidade de cada fábrica e cada armazém. Os índices trabalhados pelo modelo são:

- j: produtos (j = 1, ..., J)
- m: fábricas (m = 1, ..., M)
- s: armazém (s = 1, ..., S)
- t: micro período (t = 1, ..., T)

$u$ : macro período ( $u = 1, \dots, U$ )

Os parâmetros do modelo são:

$B_j$ : percentual da demanda do produto  $j$  do macro período que deve estar disponível como estoque para o macro período seguinte (política de estoques)

$BO_j$ : quantidade de matéria-prima necessária para a fabricação do produto  $j$

$C_j$ : capacidade necessária para produzir cada unidade de produto  $j$

$E_m$ : capacidade da fábrica  $m$

$F_j$ : percentual da demanda do produto  $j$  do micro período que deve estar disponível como estoque para o macro período seguinte (política de estoques)

$EA$ : Capacidade total nos macro períodos

$HT_j$ : custo de processamento do produto  $j$  em um micro período

$HU_j$ : custo de estoque do produto  $j$  em um macro período

$N_{jms}$ : custo de transporte do produto  $j$  da fábrica  $m$  para o armazém  $s$

$PA_{ju}$ : demanda do produto  $j$  no macro período  $u$

$PS_{jst}$ : demanda do produto  $j$  no armazém  $s$  em um micro período  $t$

$RP_t$ : recebimento previsto de matéria-prima no micro período  $t$

$V_j$ : volume necessário para estocar cada unidade do produto  $j$

$WM_m$ : volume disponível na fábrica  $m$

$WS_s$ : volume disponível no armazém  $s$

As variáveis utilizadas são:

$D_{jmst}$ : quantidade de produto  $j$  transportado da fábrica  $m$  para o armazém  $s$  no micro período  $t$

$IA_{ju}$ : estoque de produto  $j$  ao fim do macro período  $u$

$IM_{jmt}$ : estoque de produto  $j$  na fábrica  $m$  ao fim do micro período  $t$

$IP_t$ : estoque de matéria-prima ao fim do micro período  $t$

$IS_{jst}$ : estoque de produto  $j$  no armazém  $s$  ao fim do micro período  $t$

$XA_{ju}$ : quantidade de produto  $j$  produzido ao fim do macro período  $u$  (total produzido em todas as fábricas)

$XM_{jmt}$ : quantidade de produto  $j$  produzido na fábrica  $m$  no micro período  $t$

Logo, desenvolve-se o seguinte modelo:

$$\text{Min } \sum_{jmt} D_{jmst} N_{jms} + \sum_{jmt} IM_{jmt} HT_j + \sum_{jst} IS_{jst} HT_j + \sum_{ju} IA_{ju} HU_j \quad (196)$$

Sujeito a:

$$IM_{jm,t-1} + XM_{jmt} - \sum_s D_{jmst} = IM_{jmt}; \quad \forall m, j, t \quad (197)$$

$$IS_{jst-1} + \sum_m D_{jmst} - PS_{jst} = IS_{jst}; \quad \forall s, t, j \quad (198)$$

$$\sum_m IM_{jmt} + \sum_s IS_{jst} + XA_{ju} - PA_{ju} = IA_{ju}; \quad \forall j, t = T, u = 1 \quad (199)$$

$$IA_{ju} + XA_{ju+1} - PA_{ju+1} = IA_{ju+1}; \quad \forall j, u \quad (200)$$

$$\sum_j XM_{jmt} C_j \leq E_m; \quad \forall m, t \quad (201)$$

$$\sum_j XA_{ju} C_j \leq EA; \quad \forall u \quad (202)$$

$$\sum_j IM_{jmt} V_j \leq WM_m; \quad \forall m, t \quad (203)$$

$$\sum_j IS_{jst} V_j \leq WS_s; \quad \forall s, t \quad (204)$$

$$\sum_j IA_{ju} V_j \leq \sum_m WM_m + \sum_s WS_s; \quad \forall u \quad (205)$$

$$\sum_m IM_{jms} + \sum_s IS_{jst} \geq F_j \sum_s P_{jst+1}; \quad \forall j, t \quad (206)$$

$$\sum_m IM_{jms} + \sum_s IS_{jst} \geq PA_{ju} B_j; \quad \forall j, t = 1, u = 1 \quad (207)$$

$$IA_{ju} \geq PA_{ju+1} B_j; \quad \forall j, u \leq U - 1 \quad (208)$$

$$\sum_m IP_{t-1} + RP_t - \sum_{mj} XM_{jmt} BO_j = IP_t; \quad \forall t \quad (209)$$

Assim como em Toso e Morabito (2005) e em Tempelmeier e Buschkuhl (2008), Kanyalkar e Adil (2005) também utilizam a técnica de subperíodos em seus trabalhos para efeito de modelagem.

A função objetivo do modelo (196) minimiza os custos de transporte entre fábrica e armazém, os custos de processamento, e os custos de estoque.

A restrição (197) garante o balanceamento de estoques em cada fábrica durante os micro períodos do horizonte de planejamento.

Da mesma forma que a restrição anterior, a restrição (198) balanceia os estoques nos armazéns nos micro períodos.

A restrição (199) faz a ligação dos estoques dos micro períodos  $t$  com os macro períodos  $u$ , uma vez que os micro períodos compõem os macro períodos.

A restrição (200) balanceia os estoques entre os macro períodos.

As restrições (201) e (202) representam as capacidades ao longo dos micro períodos e macro períodos, respectivamente.

As restrições (203), (204) e (205) representam as limitações de armazenamento nas fábricas e nos armazéns ao longo dos micro e macro períodos do horizonte de planejamento.

As restrições (206), (207) e (208) fazem a ligação entre os estoques e as demandas nos micro e macro períodos. Ou seja, essas restrições garantem que estoques de micro e macro períodos podem ser utilizados para atender a demanda de macro e micro períodos futuros, estabelecendo uma política de estoques ótima.

Finalmente, a restrição (209) representa as limitações de matéria-prima disponíveis para a fabricação de cada produto em cada fábrica.

Frank et al. (2003) contribuem com os estudos em sistemas MTS trazendo um modelo dinâmico que considera dois tipos de demanda: demanda determinística e demanda estocástica. Nesse sistema, a demanda determinística deve ser satisfeita imediatamente através de um estoque. Já a demanda estocástica deve ser satisfeita após toda a demanda determinística ser atendida. A quantidade da demanda estocástica que o sistema não for capaz de atender no mesmo período é considerada venda perdida. Dessa forma, o objetivo é determinar a cada período o nível do estoque ótimo para atender a demanda estocástica e minimizar o custo total. O índice do modelo é:

$i$ : períodos ( $i = 1, \dots, I$ )

Os parâmetros utilizados são:

$K$ : custo de *setup*

$c$ : custo de matéria-prima

$h$ : custo de processamento

$x$ : estoque disponível no início de cada período

$\lambda_d$ : demanda determinística

$\pi$ : penalidade por vendas perdidas

$y$ : demanda estocástica no início do período

$P$ : preço de venda por unidade da demanda estocástica

$\beta$ : fator de desconto

$p_i$ : probabilidade de existir demanda estocástica em cada período

As variáveis de decisão do modelo são

$Q$ : tamanho do pedido a ser produzido

$w$ : parcela do estoque a ser destinada para o atendimento da demanda estocástica

$V_n(x, y)$ : custo total

$\sigma(Q)^+$ : variável binária: se o setup para a fabricação da ordem  $Q$  que necessária: 1; caso contrário: 0

O problema é formulado através da seguinte equação:

$$\begin{aligned}
 V_n(x, y) = \min_{Q, w} & \left\{ k\sigma(Q)^+ + cQ + h(x + Q - \lambda_d - w) + \pi(y - w) - Pw \right. \\
 & \left. + \beta \sum_i p_i V_{n-1}(x + Q - \lambda_d - w, i); Q \geq 0; 0 \leq w \right. \\
 & \left. \leq \min\{y, x + Q - \lambda_d\} \right\}
 \end{aligned} \tag{210}$$

A equação (210) busca determinar uma política  $(Q, w)$  que resulte em um custo mínimo para qualquer estado de  $(x, y)$ .

Kumar et al. (2006) trazem um modelo que foi aplicado a uma empresa fornecedora de aços que trabalha sob a estratégia MTS. Tal empresa trabalha com diferentes tipos de demanda. Cada ordem de produção pode ser composta por pedidos de uma ou mais demandas. Ou seja, parte do lote de produção é destinado a um tipo de demanda enquanto a outra parte é destinada para o outro tipo de demanda. Os índices contemplados pelo modelo são os seguintes:

$j$ : demanda ( $j = 1, \dots, m$ )

$k$ : ordem ( $k = 1, \dots, l$ )

Os parâmetros contemplados pelo modelo são:

$G_{jk}$ : receita gerada pela demanda  $j$  que compõe a ordem  $k$

$C_j^e$ : custo de estoque destinado para a demanda  $j$

$C_k^S$ : custo pelo não atendimento da ordem  $k$

$c$ : capacidade

$X_k$ : disponibilidade do estoque para a ordem  $k$

As variáveis de decisão são:

$O_{jk}$ : parcela da ordem  $k$  que corresponde à demanda  $j$

$E_j$ : parcela do estoque destinado à demanda  $j$

$S_k$ : quantidade da ordem  $k$  não atendida

$d_j$ : variável binária: se o estoque será utilizado pela demanda  $j$ : 1; caso contrário: 0

$u_{jk}$ : variável binária: se a demanda  $j$  compõe a ordem  $k$ : 1; caso contrário: 0

$W_j$ : total de produto destinado à demanda  $j$

$Y_j$ : variável binária: se a demanda  $j$  é aceita: 1; caso contrário: 0

$v_k$ : variável binária: se o estoque pode fornecer para a ordem  $k$ : 1; caso contrário: 0

O modelo é elaborado conforme a seguir ;

$$\max \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^l G_{jk} O_{jk} - \sum_{j=1}^m C_j^e E_j - \sum_{k=1}^l C_k^s S_k \quad (211)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^m d_j \leq c \quad (212)$$

$$\sum_{k=1}^l u_{jk} O_{jk} + E_j = Y_j W_j; \quad \forall j \quad (213)$$

$$\sum_{j=1}^m u_{jk} O_{jk} + S_k = X_k v_k; \quad \forall k \quad (214)$$

A função objetivo (211) busca a maximização da receita, considerando os custos de estoque e os custos do não atendimento da demanda.

A restrição (212) diz respeito à capacidade, ou seja, o volume de espaço disponível no estoque.

A restrição (213) é responsável estabelecer se a demanda  $j$  será atendida ou não. Em caso afirmativo, ela calcula o quanto dessa demanda será suprida (se integralmente ou parcialmente).

A restrição (214) calcula a quantidade das demandas que não poderão ser atendidas com base no estoque de produtos.

### 2.3.2 Considerações sobre os Modelos Levantados

Entre os modelos aplicados a sistemas MTS, constata-se que em Laguna (1999), Gharehgozli et al. (2006), Kanyalkar e Adil (2005) e Frank et al. (2003) a função objetivo é minimizar estoques e os custos associados. Já em Wang et al. (2007) e Kumar et al. (2006) a função objetivo visa maximizar os lucros através de uma política de estoques eficiente.

Os trabalhos de Wang et al. (2007), Kanyalkar e Adil (2005) e Frank et al. (2003) contemplam em suas pesquisas a utilização das matérias-primas necessárias para a fabricação dos produtos, enquanto Gharehgozli et al. (2006) contemplam a terceirização de produtos caso não haja capacidade suficiente para produzi-los.

Laguna (1999) e Gharehgozli et al. (2006) trabalham com modelos que permitem mensurar a utilização de mão de obra em jornada regular e em jornada de horas extras, sendo que Laguna (1999) ainda abrange o sequenciamento dos produtos a serem estocados em função do custo de *setup*. Ambos os autores consideram que todos os produtos devem ser processados por todas as máquinas, diferentemente de Wang et al. (2007) que trazem um modelo em que é possível estabelecer somente as máquinas necessárias para o processamento de cada produto.

Dessa forma, para os modelos de otimização elaborados para serem aplicados em sistemas MTS como indicam os próprios autores, pode-se observar que há uma infinidade de restrições e funções objetivos que podem ser combinadas para formar um novo modelo, contribuindo para a existência de oportunidades em modelagens para sistemas produtivos com restrições específicas.

Além disso, conclui-se que alguns elementos de modelagem, embora denotados com letras diferentes e combinados com índices distintos, são comuns nos diferentes modelos aqui abordados uma vez que representam o mesmo efeito, seja na forma de variável ou na forma de parâmetro. Dessa forma, o Quadro 3 descreve a presença de tais elementos (linhas) nos trabalhos aqui referenciados (colunas), evidenciando certa similaridade nos *inputs* dos modelos.

Quadro 3: Elementos de modelagem presentes nos trabalhos levantados sobre sistemas MTS.

Elementos/Autores	Laguna (1999)	Gharehgozli et al. (2006)	Wang et al. (2007)	Kanyalkar e Adil (2005)	Frank et al. (2003)	Kumar et al. (2006)
Custo de <i>setup</i>	X		X		X	
Nível do estoque	X	X	X	X	X	X
Estoque inicial	X				X	
Custo de horas extras	X	X				
Demanda	X	X	X	X	X	X
Variável binária que determina a condição de preparação da máquina ( <i>setup</i> )	X				X	
Custo de processamento		X		X	X	
Capacidade		X	X	X		X
Custo de estoque	X	X		X		
Quantidade de produto processado		X	X	X		
Penalização pelo atraso/não atendimento			X		X	X

## 2.4 Sistemas Híbridos MTO/MTS

Graças à diversidade de produtos fabricados em um mesmo ambiente e à busca pela maximização da capacidade de seus recursos operacionais, as empresas têm adotado sistemas combinados MTO/MTS, chamados híbridos, para melhor alinhamento das estratégias de produção (WILLIAMS, 1984). Para Kalantari et al. (2011), as empresas têm demonstrado uma série de mudanças nas políticas de produção, evidenciando uma mudança para um sistema híbrido de produção. Para Adan e Van Der Wal (1998), embora haja na literatura um vasto estudo sobre sistemas MTO e MTS, na prática, apenas uma pequena parcela dos sistemas produtivos utilizam estratégias puramente MTO ou MTS.

De acordo com Arnold (2011), os sistemas ATO também são caracterizados pela junção dos sistemas MTO e MTS, uma vez que a montagem do produto final (MTO) depende de componentes semiacabados em estoque (MTS). Contudo, conforme explica Yingdong (2001), em um sistema de produção híbrido MTO/MTS uma parte dos produtos fabricados pela empresa segue a política MTO enquanto a outra parte segue a estratégia MTS sem que haja relação alguma entre elas, ou seja, os produtos são completamente independentes uns dos outros e seguem políticas de estoque igualmente independentes.

Lee e Tang (1997) relatam que a principal vantagem associada aos sistemas híbridos é a redução dos estoques sem a perda da capacidade de entrega do produto ao cliente. Soman et al. (2004) afirmam que ao optar-se por um sistema híbrido de produção, algumas questões precisam ser abordadas para que haja uma combinação MTO/MTS eficiente. Determinar quais produtos serão feitos para estoque e quais produtos serão feitos por encomenda é a principal decisão do planejamento e controle da produção e deve estar alinhada às estratégias da empresa e aos demais fatores envolvidos, como características de processamento dos produtos e as exigências do mercado.

Federgruen e Katalan (1999) trazem à tona a importância das decisões baseadas em encontrar um equilíbrio entre a política de reposição de estoques para os produtos MTS e a política para a aceitação e rejeição de ordens de produtos MTO. Já Wanrooij (2012) chama atenção para a maior complexidade do planejamento estratégico, da alocação das tarefas de fabricação, da programação das operações, do controle do chão da fábrica, da definição do tamanho dos lotes e do sequenciamento da produção nos sistemas híbridos. Williams (1984) enfatiza a importância dos modelos de otimização como forma de superar tal complexidade e aumentar a eficiência.

### 2.4.1 Modelos Matemáticos de Otimização para Sistemas Híbridos MTO/MTS

Rajagopalan (2012) propõe um modelo estocástico probabilístico para obtenção de uma política de estoque de segurança ótima para produtos MTS em sistemas mono máquinas, além de garantir a satisfação da demanda dos produtos MTO. Os tempos de *setup* considerados são independentes da sequência. Os índices utilizados são:

$i$ : produto ( $i = 1, \dots, n$ )

Parâmetros do modelo:

$\mu_i$ : média da demanda de produto  $i$   
 $\sigma_i$ : desvio padrão da demanda do produto  $i$   
 $\alpha_i$ : tempo de *setup* para a fabricação do produto  $i$   
 $\beta_i$ : taxa de processamento do produto  $i$   
 $m_i$ : tamanho médio do lote  $i$   
 $h_i$ : custo de estoque do produto  $i$   
 $G_i$ : distribuição da demanda do produto  $i$   
 $P_s$ : probabilidade de demanda de produtos MTS  
 $P_0$ : probabilidade de demanda de produtos MTO  
 $T$ : lead time de produtos MTO

Variáveis do modelo:

$x_i$ : tempo de processamento do produto  $i$   
 $q_i$ : tamanho do lote de produto  $i$   
 $z_i$ : variável binária: se o produto  $i$  segue a estratégia MTS: 1; se segue a estratégia MTO: 0  
 $E(w)$ : tempo médio de fila  
 $u(w)$ : variância do tempo de fila  
 $\lambda$ : número total de ordens  
 $\lambda_i$ : tamanho da ordem de produto  $i$   
 $f_i(G_i, P_s)$ : política de estoque de segurança

O modelo é formulado como a seguir:

$$\min \sum_{i=1}^N h_i \left( \frac{q_i}{2} + f_i(G_i, P_s) \right) z_i \quad (215)$$

Sujeito a:

$$x_i = \left( \alpha_i + \frac{q_i}{\beta_i} \right) \quad (216)$$

$$x_i = \left( \alpha_i + \frac{\left( \frac{\mu_i}{m_i} \right)}{\beta_i} \right) \quad (217)$$

$$\lambda_i = \frac{\mu_i}{q_i} \quad (218)$$

$$\lambda_i = m_i \quad (219)$$

$$\lambda = \sum_{i=1}^N \lambda_i \quad (220)$$

$$E(w) = \frac{\lambda E(x^2)}{2(1 - \rho)} \quad (221)$$

$$E(x^2) = \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i x_i^2}{\lambda} \quad (222)$$

$$\rho = \sum_{i=1}^N \left( \alpha_i \left( z_i \frac{\mu_i}{q_i} + (1 - z_i) m_i \right) + \frac{\mu_i}{\beta_i} \right) \quad (223)$$

$$v(w) = E(w)^2 + \frac{\lambda E(x^3)}{3(1 - \rho)} \quad (224)$$

$$E(x^3) = \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i x_i^3}{\lambda} \quad (225)$$

$$\tau_i(E(w), v(w)) = \sqrt{E(w)\sigma_i^2 + v(w)\mu_i^2} \quad (226)$$

$$H(E(w), v(w), P_0) \leq T \quad (227)$$

A função objetivo (215) busca minimizar a quantidade de produtos MTS em estoque através de uma política de estoque de segurança  $f_i(G_i, P_s)$

A equação (216) corresponde ao tempo de processamento do produto MTS  $i$ .

A equação (217) corresponde ao tempo de processamento do produto MTO  $i$ .

A equação (218) corresponde ao tamanho do lote do produto MTS  $i$ .

A equação (219) corresponde ao tamanho do lote do produto MTO  $i$ .

A equação (220) corresponde ao lote total a ser produzido.

As equações (221) e (224) determinam as propriedades da fila para determinar a política de estoque de produtos MTS. Por uma questão de simplificação, alguns elementos de tais equações foram decompostos nas equações (222), (223) e (225).

A equação (226) calcula o desvio padrão do lead time do processo.

Já equação (227) garante que a demanda de produtos MTO será satisfeita, baseada na distribuição do lead time  $H(E(w), v(w), P_0)$ . Tal restrição aplica-se somente à produção de produtos MTO, uma vez que a demanda de produtos MTS será satisfeita através da política de estoque.

Zhang et al. (2015) propõem um modelo de programação não linear inteira mista que otimiza os níveis de estoque e o planejamento em uma fábrica de aços que combina as políticas MTO e MTS. O modelo considera o planejamento de pedidos e de estoques de produtos acabados e inacabados, abrangendo custos inerentes às penalidades por adiantamento e atrasos de produção, penalidades com atrasos na janela de tempo de entrega, custos de produção, custo de estoque e penalizações por cancelamento de ordens. Além disso, o modelo também considera até dois processamentos simultâneos por período. Os índices do modelo são:

$i$ : produtos ( $i = 1, \dots, N$ )

$l$ : produto inacabado ( $l = 1, \dots, L$ )

$k$ : produto acabado ( $k = 1, \dots, K$ )

$t$ : horizonte de planejamento ( $t = 1, \dots, T$ )

$j$ : processos ( $j = 1, \dots, J$ )

Os parâmetros presentes no modelo são:

$E_{jt}$ : capacidade do processo  $j$  no período  $t$

$Q_k$ : estoque de produto acabado  $k$

$Q_l$ : estoque de produto inacabado  $l$

$\eta_i$ : demanda do produto  $i$

$[a_i, b_i]$ : janela de entrega do produto  $i$

$\beta_i$ : coeficiente para o produto  $i$  que foi entregue dentro da janela de entrega

$\alpha_i$ : penalidade por adiantamento na entrega do produto  $i$

$\delta_i$ : penalidade por cancelamento do produto  $i$

$\gamma_i$ : penalidade por atraso na entrega do produto  $i$

$v_j$ : coeficiente de penalidade de carga de produção desbalanceada no processo  $j$

$F_{ik}$ : custo de estoque de produto  $i$  acabado  $k$

$F_{il}$ : custo de estoque de produto  $i$  inacabado  $l$

$\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4$  e  $\pi_5$ : pesos dados aos custos

As variáveis que contemplam o modelo são:

$h_{ik}$ : quantidade de produto  $i$  acabado  $k$

$h_{il}$ : quantidade de produto  $i$  inacabado  $l$

$X_{ijt}$ : variável binária: se o processo  $j$  do produto  $i$  é programado no período  $t$ : 1; caso contrário: 0

$Y_{ik}$ : variável binária: se o produto  $i$  está vinculado ao produto acabado  $k$ : 1; caso contrário: 0

$Z_{il}$ : variável binária: se o produto  $i$  está vinculado ao produto inacabado  $l$ : 1; caso contrário: 0

O Modelo é expresso por:

$$\min \pi_1 f_1 + \pi_2 f_2 + \pi_3 f_3 + \pi_4 f_4 + \pi_5 f_5 \quad (228)$$

Sujeito a:

$$f_1 = \sum_{i=1}^N \beta_i \eta_i \min \left[ \max \left( \sum_{t=1}^T t X_{ijt} - a_i, 0 \right), b_i - a_i \right] \quad (229)$$

$$f_2 = \sum_{i=1}^N \left( \alpha_i \eta_i \max \left[ \sum_{t=1}^T (a_i - t) X_{ijt}, 0 \right] + \gamma_i \eta_i \max \left[ \sum_{t=1}^T (t - b_i) X_{ijt}, 0 \right] \right) \quad (230)$$

$$f_3 = \sum_{i=1}^N \delta_i \eta_i \left( 1 - \max \left[ \sum_{t=1}^T X_{ijt}, \sum_{k=1}^K Y_{ik} \right] \right) \quad (231)$$

$$f_4 = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K F_{ik} Y_{ik} + \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^L F_{il} Z_{il} \quad (232)$$

$$f_5 = \sum_{j=1}^J v_j \sqrt{\frac{1}{T+1} \left[ \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \eta_i X_{ijt} - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \eta_i X_{ijt} \right]} \quad (233)$$

$$\sum_{i=1}^N h_{ik} Y_{ik} \leq Q_k; \quad \forall k \quad (234)$$

$$\sum_{i=1}^N h_{il} Z_{il} \leq Q_l; \quad \forall l \quad (235)$$

$$\sum_{t=1}^T X_{ijt} + \sum_{k=1}^K Y_{ik} \leq 1; \quad \forall i \quad (236)$$

$$\sum_{t=1}^T X_{ij't} + \sum_{l=1}^L Z_{il} \leq 1; \quad \forall i \quad (237)$$

$$\sum_{l=1}^L Z_{il} + \sum_{K=1}^K Y_{ik} \leq 1; \quad \forall i \quad (238)$$

$$\sum_{i=1}^N \eta_i X_{ijt} \leq E_{jt}; \quad \forall j, t \quad (239)$$

$$\sum_{j=1}^J X_{ijt} \leq 2; \quad \forall i, t \quad (240)$$

$$\sum_{t=1}^T t X_{ijt} \leq \sum_{t=1}^T t X_{ij+1t}; \quad \forall i, j < J \quad (241)$$

$$\sum_{t=1}^T X_{ijt} = \sum_{t=1}^T X_{ij+1t}; \quad \forall i, j = 1, \dots, J' - 1, J' + 1, \dots, J - 1 \quad (242)$$

$$\sum_{t=1}^T X_{ij't} + \sum_{l=1}^L Z_{il} = \sum_{t=1}^T X_{ij'+1t}; \quad \forall i \quad (243)$$

A função objetivo do modelo (228) busca a minimização dos custos de produção e de estoque, bem como a minimização das penalizações por atrasos na entrega e por cancelamento de ordens. Ela está vinculada às restrições (229) – (233).

A restrição (229) estabelece que todas as ordens do produto  $i$  que forem finalizadas dentro do intervalo da janela de entrega são consideradas ordens no prazo. Porém, o modelo considera que quanto mais cedo o produto for entregue, melhor para o sistema.

Assim, a restrição (229) também tem a função de garantir a antecipação das entregas o quanto antes.

A restrição (230) estabelece que produtos que forem finalizados em momentos posteriores à janela de entrega, porém em um prazo aceitável, serão considerados como atrasados.

A restrição (231) estabelece que produtos que exigirem prazos maiores que o limite aceitável de atraso deverão ser cancelados.

A restrição (232) diz respeito aos custos de estoque de produtos acabados e de produtos inacabados.

A restrição (233) representa os custos de produção em função da taxa de utilização dos equipamentos ao longo do tempo.

As restrições (234) e (235) estabelecem os limites de estoque para produtos acabados e inacabados, respectivamente.

As restrições (236), (237) e (238) estabelecem que cada ordem contempla apenas um tipo de produto, acabado ou inacabado. Além disso, os processamentos dos produtos inacabados devem ser diferentes dos processamentos dos produtos acabados.

A restrição (239) representa a limitação da capacidade de produção, restrita a cada processo.

A restrição (240) garante que não mais que dois processos de produção podem ser executados no mesmo período.

A restrição (241) estabelece o sequenciamento da produção.

Por fim, as restrições (242) e (243) certificam-se de que a ordem passará por todos os processos necessários.

Kalantari et al. (2011) trazem um modelo de PLIM para decidir quais ordens de produção devem ser aceitas e quais ordens de produção devem ser recusadas em ambientes multi máquinas, considerando que tais ordens contemplam produtos MTO e produtos MTS e estão sujeitas à capacidade do sistema, que pode ser ampliada através de horas extras e terceirização. O modelo utiliza como fator de decisão a quantidade de matéria-prima necessária para o cumprimento da ordem versus a quantidade disponível em estoque. Além disso, os autores também trabalham com a concepção de *Work-In-Process* (WIP), ou seja, estoque de produtos intermediários que transformam-se em produto final, de acordo com os próprios autores. Os índices do modelo são:

i: ordem de produção ( $i = 1, \dots, I$ )

k: tipo de produto (k = 1 indica o conjunto dos produtos MTO e k = 2 indica o conjunto dos produtos MTS)

r: máquinas (r = 1, ..., R)

l: matéria-prima (l = 1, ..., L)

t: período (t = 1, ..., T)

q: WIP (q = 1, ..., I)

Os parâmetros trabalhados são:

$cr_{krt}$ : custo de produção do produto k na máquina r no período t em horário regular

$co_{krt}$ : custo de produção do produto k na máquina r no período t através de horas extras

$cs_{krt}$ : custo de terceirização do produto k na máquina r no período t

$ct_i$ : penalidade por atraso na entrega da ordem i

$DD_i$ : data de entrega da ordem i estipulada pelo cliente

M: um número suficientemente grande

$CR_{rt}$ : capacidade máxima disponível da máquina r no período t em horário regular

$CO_{rt}$ : capacidade máxima disponível da máquina r no período t em horas extras

$CS_{rt}$ : capacidade máxima disponível da máquina r no período t com terceirização

$PHS_r$ : tempo necessário para o processamento de cada unidade do WIP na máquina r

$PHS'_r$ : tempo total necessário para o processamento de cada unidade dos produtos MTS na máquina r

$\alpha_{rt}$ : eficiência da máquina r no período t

$PR_i$ : total de produtos MTO presentes na ordem de produção i

$PTO_r$ : tempo total necessário para o processamento de cada unidade dos produtos MTO na máquina r

$PRS_{iq}$ : total de produtos MTS presentes na ordem de produção i

$PTS_{qr}$ : tempo necessário para o processamento de q unidades de WIP que correspondem a uma unidade de produto final na máquina r

$RM'_{lt}$ : matéria-prima l necessária no período t.

$UM'_{lq}$ : taxa de consumo de matéria-prima l por q unidades de WIP

$UM_l$ : taxa de matéria-prima l consumida pelos produtos MTO

$UM''_q$ : taxa de processamento de q unidades de WIP

$RM_{lt}$ : quantidade de matéria-prima  $l$  necessária para a produção dos produtos MTO no período  $t$

As variáveis presentes são:

$APTS_{qrt}$ : tempo necessário para finalizar o processamento do WIP  $q$  na máquina  $r$  no período  $t$  (considerando que o processamento foi iniciado e não concluído no período  $t - 1$ )

$APTO_{rt}$ : tempo necessário para o processamento dos produtos MTO na máquina  $r$  no período  $t$  (considerando que o processamento foi iniciado e não concluído no período  $t - 1$ )

$PRSS_{qt}$ : quantidade de WIP  $q$  produzido no período  $t - 1$  e disponível para o período  $t$

$PRSS'_t$ : total de produtos MTS finalizados no período  $t$

$SS_{qt}$ : quantidade de WIP  $q$  produzido no período  $t - 1$  e utilizado no período  $t$

$RSS_{qt}$ : quantidade de WIP  $q$  produzida no período  $t - 1$  e não utilizado no período  $t$

$RRM'_{lt}$ : matéria-prima  $l$  do período  $t - 1$  utilizada no período  $t$

$RRM_{lt}$ : matéria-prima  $l$  do período  $t - 1$  utilizada no período  $t$  para produção de produtos MTO

$Y_{ikrt}$ : tempo total utilizado pela máquina  $r$  para produzir o produto do tipo  $k$  da ordem  $i$  no período  $t$  (incluindo horas regulares mais horas extras mais horas terceirizadas)

$O_{ikrt}$ : tempo utilizado pela máquina  $r$  para produzir o produto do tipo  $k$  da ordem  $i$  no período  $t$  através de horas extras

$S_{ikrt}$ : tempo utilizado pela máquina  $r$  para produzir o produto do tipo  $k$  da ordem  $i$  no período  $t$  através de terceirização

$CD_i$ : momento da conclusão da ordem  $i$

$X_{it}$ : variável binária: se  $Y_{ikrt} > 0$ : 1; caso contrário: 0

$B_{ikrtr't}$ : variável binária auxiliar

Finalmente, o modelo é construído da seguinte forma:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^2 \sum_{r=1}^R \sum_{t=t_{\text{now}}}^T [c_{rkt} (Y_{ikrt} - O_{ikrt} - S_{ikrt}) + co_{rkt} O_{ikrt} + cs_{rkt} S_{ikrt}] + \sum_{i=1}^n [ct_i |CD_i - DD_i|] \quad (244)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^2 (Y_{ikrt} - O_{ikrt} - S_{ikrt}) \leq [CR_{rt} - APTO_{rt} - \sum_{q=1}^m [APTS_{qrt} - (PHS_r PRSS_{qt})] - (PHS'_r PRSS'_t)] (1 - \alpha_{rt}); \quad \forall r, t \quad (245)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^2 O_{ikrt} \leq CO_{rt}; \quad \forall r, t \quad (246)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^2 S_{ikrt} \leq CS_{rt}; \quad \forall r, t \quad (247)$$

$$\sum_{t=t_{\text{now}}}^T Y_{ikrt} \geq PR_i PTO_r; \quad \forall i, r, (k = 1) \quad (248)$$

$$\sum_{t=t_{\text{now}}}^T Y_{ikrt} \geq \sum_{q=1}^m PRS_{iq} PTS_{qr}; \quad \forall i, r, (k = 2) \quad (249)$$

$$Y_{ikrt} \leq B_{ikrtr't'} M; \quad \forall i, k, r, r', t, t', ((r - r')(t - t') < 0) \quad (250)$$

$$Y_{ikr't'} \leq 1 - B_{ikrtr't'} M; \quad \forall i, k, r, r', t, t', ((r - r')(t - t') < 0) \quad (251)$$

$$Y_{ikrt} \leq MX_{it}; \quad \forall i, k, r, t \quad (252)$$

$$X_{it} \leq CD_i; \quad \forall i, t \quad (253)$$

$$\left[ \frac{Y_{ikrt}}{(PR_i PTO_r)} \right] \leq \left[ \frac{(RM_{lt} + RRM_{lt})}{UM_l} \right]; \quad \forall i, k, r, t, l, (k = 1) \quad (254)$$

$$\left[ \frac{Y_{ikrt}}{\sum_{q=1}^m PRS_{iq} PTS_{qr}} \right] \leq \sum_{q=1}^m \frac{(RM'_{lt} + RRM'_{lt})}{UM'_{lq}}; \quad \forall i, k, r, t, l, (k = 2) \quad (255)$$

$$\left[ \frac{Y_{ikrt}}{\sum_{q=1}^m PRS_{iq} PTS_{qr}} \right] \leq \sum_{q=1}^m \frac{(SS_{qt} + RSS_{qt})}{UM''_q}; \quad \forall i, k, r, t, (k = 2) \quad (256)$$

A função objetivo do modelo (244) busca a minimização dos custos operacionais, ou seja, das horas regulares, das horas extras e das terceirizações, além das penalidades por atrasos.

As restrições (245), (246) e (247) representam as restrições de capacidade de cada máquina para horas regulares, horas extras e terceirização, respectivamente. Os autores consideram que o sistema não é ideal, ou seja, existem perdas nas máquinas, que são contempladas pelo parâmetro  $\alpha_{rt}$ .

As restrições (248) e (249) assegura que as máquinas serão capazes de produzir todos os produtos MTO de todas as ordens de produção, bem como todo o WIP das ordens aceitas.

As restrições (250) e (251) estabelecem a relação de precedência entre as máquinas.

As restrições (252) e (253) determinam o momento de conclusão das ordens de produção.

As restrições (254) e (255) garantem que os produtos MTO e MTS só serão produzidos se houver matéria-prima suficiente para a fabricação.

Por fim, a restrição (256) dita que, para que haja um produto final, deve haver WIP suficiente para isso.

Kahkdaman et al. (2015) propõem um modelo de programação linear multi objetivo em um sistema híbrido MTO/MTS multi máquinas para aplicação em um ambiente de negócios incerto sob a perspectiva de quatro incertezas: fornecedores, processos, qualidade e clientes. O modelo permite simular diversos tipos de cenários e comparar resultados para auxiliar na tomada de decisão. Os autores não consideram estoques de produtos MTO acabados, mas consideram WIP para ambas as estratégias, assim como em Kalantari et al. (2011). Horas extras e aquisições externas são permitidas. Produtos MTO podem ou não sofrer processamentos distintos dos produtos MTS. O modelo também contempla o gerenciamento dos operadores, controlando contratações e demissões. Os índices utilizados são:

$[1, \dots, i_b]$ : conjunto dos produtos MTS

$[i_b + 1, \dots, i_z]$ : conjunto dos produtos MTO

$i$ : conjunto de todos os produtos ( $i = 1, \dots, i_b, \dots, i_z$ )

$[1, \dots, j_b]$ : conjunto dos processos MTS

$[1, \dots, j_z]$ : conjunto dos processos MTO

$j$ : conjunto de todos os processos ( $j = 1, \dots, J$ )

$m$ : máquinas ( $m = 1, \dots, M$ )

$k$ : operadores ( $k = 1, \dots, K$ )

$r$ : tipo de matéria-prima ( $r = 1, \dots, R$ )

$a$ : tipo de estoque ( $a = 1$  indica matéria-prima;  $a = 2$  indica WIP;  $a = 3$  indica produto final)

$g$ : jornada de trabalho ( $g = 1$  horário regular;  $g = 2$  horas extras)

$n$ : clientes ( $n = 1, \dots, N$ )

$u$ : fornecedores ( $u = 1, \dots, U$ )

$c$ : modal de transporte ( $c = 1$ : rodoviário;  $c = 2$  ferroviário;  $c = 3$  aéreo;  $c = 4$  aquático)

$t$ : horizonte de planejamento ( $t = 1, \dots, T$ )

$s$ : cenários ( $s = 1, \dots, S$ )

Os parâmetros do modelo são:

$McMax_{mgt}$ : capacidade da máquina  $m$  durante a jornada  $g$  no período  $t$

$IMax_{at}$ : capacidade máxima do estoque do tipo  $a$  no período  $t$

$PcMax_{kgt}$ : tempo de trabalho disponível para o operador  $k$  durante a jornada  $g$  no período  $t$

$SMax_{ijt}$ : volume máximo de produto  $i$  comprado externamente para o processo  $j$  no período  $t$

$RMax_{rut}$ : quantidade máxima de matéria-prima  $r$  que pode ser adquirida através do fornecedor  $u$  no período  $t$

$BMax_{int}$ : quantidade máxima de produto  $i$  que pode atrasar para o cliente  $n$  no período  $t$

$\gamma_t$ : fração de variação da mão de obra no período  $t$

$\beta_{it}$ : meta de qualidade do produto  $i$  no período  $t$

$\alpha_{kt}$ : eficiência do operador  $k$  no período  $t$

$MT_{ijkm}$ : tempo de processamento do produto  $i$  na máquina  $m$  no processo  $j$  pelo operador  $k$

$LT_{ijk}$ : taxa de processamento do produto  $i$  pelo operador  $k$  no processo  $j$

$RU_{ijr}$ : total de matéria-prima  $r$  necessária para o produto  $i$  durante o processo  $j$

$WR_r$ : espaço do armazém necessário para alocar a matéria-prima  $r$

$W_{ij}$ : espaço no armazém necessário para alocar produto acabado e semiacabado  $i$  no processo  $j$

$D_{int}^s$ : demanda de produto  $i$  para o cliente  $n$  no período  $t$  sob o cenário  $s$

$EX_{ut}^S$ : taxa de câmbio entre o fornecedor  $u$  e a empresa que resulta no valor de transporte de cada unidade em moeda local no período  $t$  sob o cenário  $s$

$PC_{ijt}^S$ : custo de produção do produto  $i$  no processo  $j$  no período  $t$  no cenário  $s$

$SC_{ijt}^S$ : custo de aquisição externa do produto  $i$  processado em  $j$  no período  $t$  sob o cenário  $s$

$RC_{rut}^S$ : custo da matéria  $r$  adquirida pelo fornecedor  $u$  no período  $t$  sob o cenário  $s$

$IC_{ijt}^S$ : custo de estoque do produto  $i$  após o processamento no processo  $j$  no período  $t$  sob o cenário  $s$

$IRC_{rt}^S$ : custo de estoque de matéria-prima  $r$  no período  $t$  sob o cenário  $s$

$BC_{int}^S$ : custo de atraso do produto  $i$  para o cliente  $n$  no período  $t$  sob o cenário  $s$

$LC_{kgt}^S$ : custo do operador  $k$  durante a jornada  $g$  no período  $t$  sob o cenário  $s$

$HtC_{kt}^S$ : custo de contratação do operador  $k$  no período  $t$  sob o cenário  $s$

$FC_{kt}^S$ : custo de demissão do operador  $k$  no período  $t$  sob o cenário  $s$

$TC_{nct}^S$ : custo médio de transporte de produto final para o cliente  $n$  utilizando o modal  $c$  no período  $t$  sob o cenário  $s$

$\rho_s$ : probabilidade de ocorrência do cenário  $s$

$\lambda$ : escala para medir o trade-off entre risco e resultado esperado

$\omega_1, \omega_2$ : penalidades

As variáveis são:

$P_{ijgkt}$ : quantidade produzida de produto  $i$  no processo  $j$  durante a jornada  $g$  pelo operador  $k$  no período  $t$

$I_{ijt}$ : quantidade de produto  $i$  em estoque no processo  $j$  no período  $t$

$IR_{rt}$ : estoque de matéria-prima  $r$  no fim do período  $t$

$RS_{rut}$ : quantidade de matéria-prima  $r$  comprada através do fornecedor  $u$  no período  $t$

$SQ_{ijt}$ : quantidade de produto  $i$  comprado externamente no período  $t$  para ser utilizado no processo  $j$  no mesmo período

$H_{kt}$ : total de operadores  $k$  contratados no período  $t$

$F_{kt}$ : total de operadores  $k$  demitidos no período  $t$

$PC^S$ : custo de produção sob cenário  $s$

$IC^S$ : custos de estoque sob o cenário  $s$

$RC^S$ : custo de matéria-prima sob o cenário  $s$

$LC^S$ : custo de mão de obra sob o cenário  $s$

$BC^S$ : custo de atraso sob o cenário  $s$

$SC^S$ : custo de aquisição externa sob o cenário  $s$

$TC^S$ : custo de transporte sob o cenário  $s$

$B_{int}^S$ : quantidade de produto final  $i$  solicitado pelo cliente  $n$  no período  $t$  que está em atraso e será produzido no período futuro sob o cenário  $s$

$Q_{inct}^S$ : quantidade de produto final  $i$  destinado ao cliente  $n$  transportado pelo modal  $c$  no período  $t$  sob o cenário  $s$

$\delta_{1int}^{S-}$ : quantidade de produto MTS  $i$  faltante para o cliente  $n$  no período  $t$  sob o cenário  $s$

$\delta_{1int}^{S+}$ : quantidade de produto MTS  $i$  armazenado para o cliente  $n$  no período  $t$  sob o cenário  $s$

$\delta_{2int}^{S-}$ : quantidade de produto MTO  $i$  faltante para o cliente  $n$  no período  $t$  sob o cenário  $s$

$\delta_{2int}^{S+}$ : quantidade de produto MTO  $i$  armazenado para o cliente  $n$  no período  $t$  sob o cenário  $s$

$\theta^S$ : desvio de violação da média

O modelo é desenhado a seguir:

$$\begin{aligned}
 \min \sum_S \rho_S (PC^S + IC^S + RC^S + LC^S + BC^S + SC^S + TC^S) \\
 + \lambda \sum_S \rho_S [(PC^S + IC^S + RC^S + LC^S + BC^S + SC^S + TC^S) \\
 - \sum_{S'} \rho_{S'} [(PC^{S'} + IC^{S'} + RC^{S'} + LC^{S'} + BC^{S'} + SC^{S'} + TC^{S'}) + 2\theta^S] \quad (257) \\
 + \sum_S \rho_S \left( \sum_i^{i_b} \omega_1 \delta_{1int}^{S-} + \sum_{i_b+1}^{i_z} \omega_2 (\delta_{2int}^{S-} + \delta_{2int}^{S+}) \right)
 \end{aligned}$$

$$\min \left( \sum_m \sum_g \sum_t McMax_{mgt} - \sum_i \sum_j \sum_g \sum_k \sum_t \sum_m \beta_{it} P_{ijgkt} MT_{ijkm} \right) / \left( \sum_m \sum_g \sum_t McMax_{mgt} \right) \quad (258)$$

Sujeito a:

$$PC^S = \sum_i \sum_j \sum_g \sum_k \sum_t P_{ijgkt} PC_{ijt}^S \quad (259)$$

$$LC^S = \sum_i \sum_j \sum_g \sum_k \sum_t P_{ijgkt} LT_{ijk} LC_{kgt}^S + \sum_k \sum_t (H_{kt} HtC_{kt}^S + F_{kt} FC_{kt}^S) \quad (260)$$

$$IC^S = \sum_i \sum_j \sum_t I_{ijt} IC_{ijt}^S + \sum_r \sum_t IR_{rt} IRC_{rt}^S \quad (261)$$

$$SC^S = \sum_i \sum_j \sum_t SQ_{ijt} SC_{ijt}^S \quad (262)$$

$$RC^S = \sum_r \sum_u \sum_t EX_{ut}^S RC_{rut}^S RS_{rut} \quad (263)$$

$$TC^S = \sum_i \sum_n \sum_c \sum_t Q_{inct}^S TC_{nct}^S \quad (264)$$

$$BC^S = \sum_i \sum_n \sum_t B_{int}^S BC_{int}^S \quad (265)$$

$$IR_{rt} = IR_{r,t-1} + \sum_u RS_{rut} - \sum_i \sum_j \sum_g \sum_k P_{ijgkt} RU_{ijr}; \quad \forall r, t \quad (266)$$

$$\begin{aligned} \beta_{it} \sum_g \sum_k P_{ijgkt} + SQ_{ijt} + I_{ij,t-1} - I_{ijt} \\ = \beta_{it} \sum_g \sum_k P_{i,j+1,gkt} + SQ_{i,j+1,t} + I_{i,j+1,t-1}; \quad \forall t, (i \leq i_b), (j \leq j_z - 1) \end{aligned} \quad (267)$$

$$\begin{aligned} \beta_{it} \sum_g \sum_k P_{ijgkt} + SQ_{ijt} + I_{ij,t-1} - I_{ijt} \\ = \beta_{it} \sum_g \sum_k P_{i,j+1,gkt} + SQ_{i,j+1,t} + I_{i,j+1,t-1}; \quad \forall t, (i_b + 1 \leq i \leq i_z), (j < j_b) \end{aligned} \quad (268)$$

$$\begin{aligned} \beta_{it} \sum_g \sum_k P_{ijgkt} + SQ_{ijt} = \beta_{it} \sum_g \sum_k P_{i,j+1,gkt} + SQ_{i,j+1,t}; \quad \forall t, (i_b + 1 \leq i \leq i_z), (j_b \\ \leq j \leq j_z - 1) \end{aligned} \quad (269)$$

$$\sum_i \sum_j \sum_k P_{ijgkt} MT_{ijkm} \leq McMax_{mgt}; \quad \forall m, g, t \quad (270)$$

$$SQ_{ijt} \leq SMax_{ijt}; \quad \forall i, j, t \quad (271)$$

$$RS_{rut} \leq RMax_{rut}; \quad \forall r, u, t \quad (272)$$

$$\sum_i \sum_j P_{ijgkt} LT_{ijk} \leq \alpha_{kt} PcMax_{kgt}; \quad \forall k, g, t \quad (273)$$

$$\sum_i \sum_j \sum_g P_{ijgkt} LT_{ijk} = \sum_i \sum_j \sum_g P_{ijgkt-1} LT_{ijk} + (H_{kt} - F_{kt}); \quad \forall k, t \quad (274)$$

$$(H_{kt} - F_{kt}) \leq \gamma_t \sum_i \sum_j \sum_g P_{ijgkt-1} LT_{ijk}; \quad k, t \geq 2 \quad (275)$$

$$\sum_r IR_{rt} WR_r \leq IMax_{1t}; \quad \forall t \quad (276)$$

$$\sum_i^{i_b} \sum_j^{j_z-1} I_{ijt} W_{ij} + \sum_{i_b+1}^{i_z} \sum_j^{j_b} I_{ijt} W_{ij} \leq IMax_{2t}; \quad \forall t \quad (277)$$

$$\sum_i^{i_b} I_{ijzt} W_{ijz} \leq IMax_{3t}; \quad \forall t \quad (278)$$

$$\begin{aligned} & (PC^S + IC^S + RC^S + LC^S + BC^S + SC^S + TC^S) \\ & - \sum_{S'} \rho_{S'} [(PC^{S'} + IC^{S'} + RC^{S'} + LC^{S'} + BC^{S'} + SC^{S'} + TC^{S'}) + \theta^S] \\ & \geq 0; \quad \forall s \end{aligned} \quad (279)$$

$$D_{int}^s + B_{in,t-1}^s = \sum_c Q_{inct}^s + B_{int}^s + \delta_{1int}^{S-} - \delta_{1int}^{S+}; \quad \forall n, t, s, (i \leq i_b) \quad (280)$$

$$D_{int}^s = \sum_c Q_{inct}^s + \delta_{2int}^{S-} - \delta_{2int}^{S+}; \quad \forall n, t, s, (i_b + 1 \leq i \leq i_z) \quad (281)$$

$$\beta_{it} \sum_g \sum_k P_{ijzgmt} + SQ_{ijzt} + I_{ijz,t-1} - I_{ijzt} = \sum_n \sum_c Q_{inct}^s; \quad \forall t, s, (i \leq i_b) \quad (282)$$

$$\beta_{it} \sum_g \sum_k P_{ijzgmt} + SQ_{ijzt} = \sum_n \sum_c Q_{inct}^s; \quad \forall t, s, (i_b + 1 \leq i \leq i_z) \quad (283)$$

$$B_{int}^s \leq BMax_{int}; \quad \forall n, t, s, (i \leq i_b) \quad (284)$$

O primeiro termo da primeira função objetivo (257) busca a minimização dos custos inerentes ao processo e que estão vinculados às restrições (259)–(265). A segunda parte mede a variação dos diferentes cenários simulados.

O terceiro termo da primeira função objetivo corresponde à função para penalizar violações das restrições de controle causadas por alguns dos cenários simulados. Por exemplo, uma vez que a falta de produtos MTS não é permitida, qualquer falta iria levar o problema a uma solução impraticável.

A segunda função objetivo (258) busca a minimização das ineficiências das máquinas considerando a fração de tempo em que as máquinas produziram produtos com a qualidade desejada.

As restrições (259)–(265) referem-se aos custos presentes na função objetivo: custos de produção, custos de mão de obra, custos de estoque, custos de aquisição externa, custos de matéria-prima, custo de transporte e custos de atrasos, respectivamente.

A restrição (266) garante que os estoques de matéria-prima em cada período serão iguais às sobras dos períodos anteriores mais as compras no período corrente, excluindo a quantidade utilizada para o processamento.

A restrição (267) mantém um estoque em todos os períodos do horizonte de planejamento para os produtos que seguem a estratégia MTS.

As restrições (268) e (269) estabelecem que não deve haver estoques de produtos que seguem a estratégia MTO em nenhum período do horizonte de planejamento.

A restrição (270) dedica-se a controlar a capacidade das máquinas para que esta não seja excedida em nenhum período.

A restrição (271) garante que a quantidade de produtos adquiridos externamente esteja dentro de um limite controlado.

A restrição (272) considera a quantidade máxima de matéria-prima que pode ser fornecida por cada fornecedor em cada período.

A restrição (273) é utilizada para garantir que o tempo de produção não exceda as horas regulares mais as horas extras permitidas em cada período.

As restrições (274) e (275) mantêm o equilíbrio de mão de obra disponível e necessária para a produção, garantindo que a troca de operadores não exceda a fração permitida por período.

As restrições (276), (277) e (278) garantem que os estoques gerados estarão dentro dos limites de espaço disponíveis para tal armazenamento.

A equação (279) estipula que, para cada cenário, a diferença entre os custos totais e os custos médios esperados para além do desvio por violação da média não seja negativa.

As restrições (280) e (281) são as restrições de controle, utilizadas para determinar a quantidade de produtos MTS e MTO alocadas para cada cliente, respectivamente.

As restrições (282) e (283) determinam o número total de produtos MTS e MTO que devem ser atribuídos em cada cenário, respectivamente.

Finalmente, a restrição (284) é aplicada para garantir que o número de produtos em atraso em cada cenário não exceda a quantidade máxima estipulada, uma vez que a quantidade de produtos pendentes é uma variável de controle para cada cenário.

Amorim et al. (2011) contribuem com um modelo de programação linear multi objetivo que estabelece o tamanho de lote e a programação da produção em sistemas híbridos MTO/MTS com múltiplas máquinas considerando *setups* dependentes do sequenciamento, *setups* independentes do sequenciamento e depreciação de produtos MTS em estoque. Os índices do modelo são:

$l$ : máquinas ( $l = 1, \dots, L$ )

$i, j$ : blocos ( $i, j = 1, \dots, N$ )

$k$ : produtos ( $k = 1, \dots, N$ )

$t, d, h, b$ : macro períodos ( $t, d, h, b = 1, \dots, T$ )

$s$ : micro períodos ( $s = 1, \dots, S$ )

Os parâmetros do modelo são:

$K_j$ : conjunto de produtos pertencentes ao bloco  $j$

$|K_j|$ : quantidade de produtos pertencentes ao bloco  $j$

$S_{ld}$ : conjunto de micro períodos  $s$  contidos no macro período  $d$  na máquina  $l$

$Cap_{ld}$ : capacidade da máquina  $l$  disponível no macro período  $d$

$a_{lk}$ : tempo necessário para o processamento do produto  $k$  na máquina  $l$

$c_{lk}$ : custo de produção do produto  $k$  na máquina  $l$

$u_k$ : durabilidade do produto  $k$  após sua fabricação

$m_{lj}$ : lote mínimo do bloco  $j$  para ser processado na máquina  $l$

$scb_{lij}$ : custo de *setup* entre o bloco  $i$  e o bloco  $j$  (dependente da sequência) na máquina  $l$

$scp_{lk}$ : custo de *setup* do produto  $k$  (independente da sequência) na máquina  $l$

$stb_{lij}$ : tempo de *setup* entre o bloco  $i$  e o bloco  $j$  (dependente da sequência) na máquina  $l$

$stp_{lk}$ : tempo de *setup* do produto  $k$  (independente da sequência) na máquina  $l$

$y_{lj0}$ : condição inicial da máquina  $l$  (para qual produto a máquina  $l$  já está preparada no início do horizonte de planejamento)

$\psi^{MTS}$ : conjunto de produtos que seguem estratégia MTS

$\psi^{MTO}$ : conjunto de produtos que seguem estratégia MTO

$\phi_k$ : custo de depreciação do produto k em estoque ( $k \in \psi^{MTS}$ )

$I_{kh}^+$ : estoque máximo de produto k no macro período h ( $k \in \psi^{MTS}$ )

$I_{kh}^-$ : estoque mínimo de produto k no macro período h ( $k \in \psi^{MTS}$ )

$R_{kb}^*$ : estoque de produto k no início do horizonte de planejamento que foi produzido no macro período b,

$\tilde{d}_{kd}$ : demanda de produto k no macro período d

As variáveis contempladas são:

$w_{khd}$ : fração da demanda do produto k produzida no macro período h para atender a demanda do macro período d

$q_{lks}$ : quantidade de produto k produzido no micro período s na máquina l

$z_{lij}$ : variável binária: se é necessário o *setup* entre o bloco i e o bloco j na máquina l no início do micro período s: 1; caso contrário: 0

$p_{lks}$ : variável binária: se a máquina l está preparada para o produto k no micro período s: 1; caso contrário: 0

$y_{ljs}$ : variável binária: se a máquina l está preparada para o bloco j no micro período s: 1; caso contrário: 0

$B_{kd}$ : quantidade de estoque do produto k que depreciou no macro período d, ( $k \in \psi^{MTS}$ )

$R_{kd}$ : quantidade de produto k produzida para estoque no macro período d para ser usado no macro período seguinte, ( $k \in \psi^{MTS}$ )

$w_{ktd}$ : fração da demanda de produto MTS k produzida no macro período t para atender a demanda do macro período d

O modelo é elaborado pelos autores conforme a seguir:

$$\min \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{s=1}^S scb_{lij} z_{lij} + \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^N \sum_{s=1}^S (scp_{lk} p_{lks} + c_{lk} q_{lks}) + \sum_{k=1}^N \sum_{d=1}^T \phi_k B_{kd} \quad (285)$$

$$\max \sum_{d=1}^T \sum_{h=1}^T \sum_{k=1}^N (u_k + t - d) w_{ktd} + \sum_{h=1}^T \sum_{d=1}^T \sum_{k \in \psi^{MTS}} (h + u_k - d) w_{khd} \quad (286)$$

Sujeito a:

$$\sum_{d=1}^T \tilde{d}_{kd} w_{kbd} \leq R_{kb}^*; \quad \forall b, (k \in \psi^{MTS}) \quad (287)$$

$$B_{kd} \geq R_{kb}^* - \sum_{h=1}^T \tilde{d}_{kh} w_{kbh}; \quad \forall b, (k \in \psi^{MTS}), (d = b + u_k + 1) \quad (288)$$

$$\sum_{t=1}^T w_{ktd} = 1; \quad \forall (k \in \psi^{MTS}), (d: \tilde{d}_{kd} > 0) \quad (289)$$

$$\sum_{h=1}^T w_{khd} = 1; \quad \forall (k \in \psi^{MTO}), (d: d_{kd} > 0) \quad (290)$$

$$\sum_{t=1}^T w_{ktd} = 0; \quad \forall (k \in \psi^{MTS}), (d: \tilde{d}_{kd} = 0) \quad (291)$$

$$\sum_{h=1}^T w_{khd} = 0; \quad \forall (k \in \psi^{MTO}), (d: d_{kd} = 0) \quad (292)$$

$$\sum_{l=1}^L \sum_{s \in S_{lh}} q_{lks} = \sum_{d=1}^T \tilde{d}_{kd} w_{khd} + R_{kh}; \quad \forall h, (k \in \psi^{MTS}) \quad (293)$$

$$\sum_{l=1}^L \sum_{s \in S_{lh}} q_{lks} = \sum_{d=1}^T d_{kd} w_{khd}; \quad \forall h, (k \in \psi^{MTO}) \quad (294)$$

$$I_{kh}^- \leq \sum_{d>h} \sum_{t \leq h} \tilde{d}_{kd} w_{ktd} + \sum_{d \leq h} R_{kd} \leq I_{kh}^+; \quad \forall h, (k \in \psi^{MTS}) \quad (295)$$

$$\sum_{k \in K_j} p_{lks} \leq y_{ljs} |K_j|; \quad \forall l, j, s \quad (296)$$

$$q_{lks} \leq \frac{\text{Cap}_{ld}}{a_{lk}} p_{lks}; \quad \forall l, k, d, (s \in S_{ld}) \quad (297)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{s \in S_{ld}} \text{stb}_{lij} z_{lij} + \sum_{k=1}^N \sum_{s \in S_{ld}} (\text{stp}_{lk} p_{lks} + a_{lk} q_{lks}) \leq \text{Cap}_{ld}; \quad \forall l, d \quad (298)$$

$$\sum_{j=1}^N y_{ljs} = 1; \quad \forall l, s \quad (299)$$

$$\sum_{k \in K_j} q_{lks} \geq m_{lj} (y_{ljs} - y_{ljs-1}); \quad \forall l, j, s \quad (300)$$

$$z_{lij} \geq y_{lis-1} + y_{ljs} - 1; \quad \forall l, i, j, s \quad (301)$$

Para efeito de modelagem, os autores consideram o sequenciamento de blocos. Tais blocos representam a posição dos produtos no sequenciamento, de forma que apenas um produto pode estar associado a um bloco.

Além disso, a modelagem também utiliza a técnica de fragmentação dos macro períodos em micro períodos. Cada bloco é alocado em um micro período, correspondendo ao tamanho do lote a ser produzido.

A primeira função objetivo (285) busca a minimização dos custos de *setup* dependentes da sequência, dos custos de *setup* independentes da sequência, dos custos de fabricação e da depreciação dos estoques MTS.

A segunda função objetivo (286) busca maximizar a antecipação da entrega dos produtos MTS e MTO sempre que possível.

As restrições (287) e (288) garantem que o estoque inicial de todos os produtos MTS produzidos antes do horizonte de planejamento podem ser utilizados para satisfazer as demandas. No entanto, existe uma preocupação com a depreciação dos estoques e, portanto, apenas os produtos que não depreciaram podem ser utilizados.

As restrições (289) e (290) estabelecem que os produtos MTS produzidos em todos os macro períodos podem ser utilizados para satisfazer a demanda dos macro períodos seguintes, enquanto que os produtos MTO devem ser produzidos apenas nos macro períodos que existir demanda.

As equações (291) e (292) são necessárias para garantir que, se não houver demanda, também não haverá produção.

A restrição (293) faz um balanço da quantidade que foi produzida para atender a demanda daquele período e a quantidade que foi produzida para atender as demandas futuras para produtos MTS.

Já a restrição (294) dita que a quantidade de produtos MTO produzida em todos os micro períodos corresponde ao valor da demanda daquele macro período.

A restrição (295) impõe os limites mínimo e máximo para se estocar produtos MTS.

As equações (296) e (297) asseguram que só haverá a produção de determinado bloco se o *setup* correspondente tiver sido realizado.

A restrição (298) limita os tempos de processamento e os tempos de *setup* dependentes e independentes da sequência à capacidade das linhas.

A restrição (299) estabelece que apenas um bloco pode ser produzido por vez em um determinada linha e em um determinado micro período.

Finalmente, as restrições (300) e (301) definem os tamanhos mínimos de lote em cada, fazendo a ligação entre os *setups* nos micro períodos.

Rafiei e Rabbani (2012) contribuem com os estudos em sistemas híbridos MTO/MTS multi máquinas trazendo um modelo que contempla a aceitação/rejeição de ordens e datas de entrega de produtos MTO, bem como o dimensionamento de lotes de produção para produtos MTS. Nem todos os produtos precisam ser processados em todas as máquinas. O modelo preocupa-se com a capacidade do sistema ao longo do horizonte de planejamento. Os índices utilizados são:

t: período ( $t = 1, \dots, T$ )

k: data de entrega ( $k = 1, \dots, K$ )

i: produtos ( $i = 1, \dots, I$ )

j: máquina ( $j = 1, \dots, J$ )

$R(i)$ : conjunto de máquinas utilizadas pelo produto i antes do ponto de diferenciação de produtos MTS/MTO

Os parâmetros do modelo são:

$D_{ik}$ : demanda do produto i com data de entrega k

$RST_{ij}$ : tempo de *setup* para a fabricação do produto i na máquina j durante a jornada regular de trabalho

$OST_{ij}$ : tempo de *setup* para a fabricação do produto i na máquina j durante a jornada de horas extras

$RSC_{ij}$ : custo de *setup* para a fabricação do produto i na máquina j durante a jornada regular de trabalho

$OSC_{ij}$ : custo de *setup* para a fabricação do produto i na máquina j durante a jornada de horas extras

$HC_i$ : custo de estoque do produto i

$BC_i$ : custo de atraso na entrega do produto i

$RC_{ij}$ : custo de produção do produto i na máquina j durante a jornada de trabalho regular de trabalho

$OTC_{ij}$ : custo de produção do produto  $i$  na máquina  $j$  durante a jornada de horas extras

$PVAL_i$ : preço de venda do produto  $i$

$CAP$ : capacidade do armazém

$REGCAP_{jt}$ : capacidade da máquina  $j$  no período  $t$  durante a jornada regular de trabalho

$OTCAP_{jt}$ : capacidade da máquina  $j$  no período  $t$  durante a jornada de horas extras

$CAPRAT_{ij}$ : taxa de consumo do produto  $i$  na máquina  $j$

$M$ : número suficientemente grande

As variáveis são:

$x_{itk}$ : tamanho do lote do produto  $i$  com data de entrega  $k$  durante a jornada regular de trabalho no período  $t$

$y_{itk}$ : tamanho do lote do produto  $i$  com data de entrega  $k$  durante a jornada de horas extras no período  $t$

$S_{ijt}$ : variável binária: se o *setup* para o produto  $i$  na máquina  $j$  é realizado no período  $t$  durante a jornada de trabalho regular: 1; caso contrário: 0

$t_{ijt}$ : variável binária: se o *setup* para o produto  $i$  na máquina  $j$  é realizado no período  $t$  durante a jornada de horas extras: 1; caso contrário: 0

$REGRES_{jt}$ : capacidade da máquina  $j$  utilizada durante a jornada regular de trabalho no período  $t$

$OTRES_{jt}$ : capacidade da máquina  $j$  utilizada durante a jornada de horas extras no período  $t$

O modelo é descrito por:

$$\begin{aligned}
 \min \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J & \left[ \left( RC_{ij} \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T x_{itk} \right) + \left( OTC_{ij} \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T y_{itk} \right) + \left( RSC_{ij} \sum_{t=1}^T S_{ijt} \right) \right. \\
 & \left. + \left( OSC_{ij} \sum_{t=1}^T t_{ijt} \right) \right] + \sum_{k=1}^K \sum_{t < k} (k - t) HC_i (x_{itk} + y_{itk}) \\
 & + \sum_{i=1}^I BC_i \sum_{k=1}^K \max \left\{ 0, D_{ik} - \sum_{t < k} (x_{itk} + y_{itk}) \right\} - \sum_{i=1}^I PVAL_i \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T x_{itk}
 \end{aligned} \tag{302}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^I \text{CAPRAT}_{ij} \sum_{k=1}^K (x_{itk} + y_{itk}) + \sum_{i=1}^I (\text{RST}_{ij} S_{ijt} + \text{OST}_{ij} t_{ijt}) \leq \text{REGRES}_{jt} + \text{OTRES}_{jt}; \quad \forall [j \in R(i)], t \quad (303)$$

$$x_{itk} \leq \text{MS}_{ijt}; \quad \forall [j \in R(i)], i, t, k \quad (304)$$

$$y_{itk} \leq \text{Mt}_{ijt}; \quad \forall [j \in R(i)], i, t, k \quad (305)$$

$$\text{REGRES}_{jt} \leq \text{REGCAP}_{jt}; \quad \forall [j \in R(i)], t \quad (306)$$

$$\text{OTRES}_{jt} \leq \text{OTCAP}_{jt}; \quad \forall [j \in R(i)], t \quad (307)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{t < k} (x_{itk} + y_{itk}) \leq \text{CAP}; \quad \forall k \quad (308)$$

A função objetivo (302) busca a minimização dos custos de produção, de *setup* e de adiantamento/atraso na entrega de ordens de produtos MTO. O último termo visa a maximização da quantidade de produtos fabricados na jornada de trabalho regular.

A restrição (303) é responsável por garantir a utilização das máquinas necessárias para a fabricação dos produtos, considerando-se os tempos de *setup* e a capacidade disponível.

As restrições (304) e (305) garantem que o *setup* prévio à fabricação será realizado em ambas as jornas de trabalho, regular e horas extras.

As restrições (306) e (307) ditam a capacidade das jornadas regular e horas extras, respectivamente.

Por fim, a restrição (308) estabelece a capacidade máxima dos estoques dos produtos no armazém.

Rafiei et al. (2014) elaboram um modelo de PLIM considerando o atendimento da demanda de dois tipos de clientes. Para isso, três fábricas estão disponíveis, sendo que a primeira e a segunda fabricam produtos MTS e a terceira produz produtos MTO e MTS. Os autores também consideram três fornecedores: fornecedores 1 e 2 abastecem as fábricas 1 e 2, enquanto o fornecedor 3 abastece apenas a fábrica 3. Durante os processamentos formam-se WIP de ambos os produtos (MTO e MTS) que podem ser utilizados para atender determinada demanda. O modelo busca o atendimento da demanda dos produtos MTS prioritariamente, e em seguida, aceitar/rejeitar ordens de produtos MTO de acordo com a rentabilidade. Os índices trabalhado são:

$i$ : produtos MTS ( $i = 1, \dots, I_1$ )

$i$ : WIP ( $i = I_1, \dots, I_2$ )

$i$ : produtos MTO ( $i = I_2, \dots, I_3$ )

$j$ : fábricas ( $j = 1, 2, 3$ )

$s$ : fornecedores ( $s = 1, 2, 3$ )

$c$ : clientes ( $j = 1, 2$ )

$r$ : matéria-prima ( $j = 1, \dots, R$ )

$m_j$ : máquina ( $m_j = 1, \dots, M_j$ )

#### Parâmetros:

$h_{rjt}$ : custo de matéria-prima do tipo  $r$  na fábrica  $j$  no período  $t$

$h_{it}$ : custo de estoque do produto  $i$  no período  $t$

$CR_{ijmt}$ : custo de produção do produto  $i$  na fábrica  $j$  na máquina  $m$  no período  $t$  durante a jornada regular de trabalho

$CO_{ijmt}$ : custo de produção do produto  $i$  na fábrica  $j$  na máquina  $m$  no período  $t$  durante a jornada de horas extras

$PS_{ict}$ : preço do produto  $i$  para o cliente  $c$  no período  $t$

$PR_{srt}$ : custo de matéria-prima  $r$  comprada do fornecedor  $s$  no período  $t$

$RR_{mjt}$ : capacidade da máquina  $m$  na fábrica  $j$  no período  $t$  durante a jornada de trabalho regular

$RO_{mjt}$ : capacidade da máquina  $m$  na fábrica  $j$  no período  $t$  durante a jornada de horas extras

$R_{ijmt}$ : total de máquinas  $m$  na fábrica  $j$  necessárias para processar o produto  $i$  no período  $t$  durante a jornada de trabalho regular

$O_{ijmt}$ : total de máquinas  $m$  na fábrica  $j$  necessárias para processar o produto  $i$  no período  $t$  durante a jornada de horas extras

$RMR_{ir}$ : total de matéria-prima  $r$  necessária para produzir o produto  $i$

$D_{ict}$ : demanda de produtos MTS  $i$  para o cliente  $c$  no período  $t$

$DD_{ic}$ : data de entrega do produto  $i$  para o cliente  $c$

$WIP_{it}$ : quantidade total de produto  $i$  no período  $t$

$PRO_{ict}$ : demanda de produtos MTO  $i$  para o cliente  $c$  no período  $t$

$PRSO_{ict}$ : demanda de produtos WIP  $i$  para o cliente  $c$  no período  $t$

Variáveis:

$XO_{ijmt}$ : quantidade de produto  $i$  produzido na máquina  $m$  da fábrica  $j$  no período  $t$  durante a jornada de horas extras

$XR_{ijmt}$ : quantidade de produto  $i$  produzido na máquina  $m$  da fábrica  $j$  no período  $t$  durante a jornada de trabalho regular

$S_{ijct}$ : quantidade de produto  $i$  produzido na fábrica  $j$  e enviado para o armazém para ser entregue ao cliente  $c$  no período  $t$

$RM_{jsrt}$ : total de matéria-prima  $r$  comprada do fornecedor  $s$  para a fábrica  $j$  no período  $t$

$IW_{it}$ : tamanho de WIP dos produtos  $i$  ao fim do período  $t$

$IX_{it}$ : estoque de produto  $i$  ao fim do período  $t$

$IR_{jrt}$ : estoque de matéria-prima  $r$  na fábrica  $j$  no período  $t$

$APTSO_{ict}$ : quantidade de produtos MTS  $i$  que foram produzidas para o cliente  $c$  no período  $t$

$APTO_{ict}$ : quantidade de ordens de produtos MTO  $i$  que foram produzidas para o cliente  $c$  no período  $t$

$y_{ict}$ : variável binária: se a ordem  $i$  do cliente  $c$  é aceita no período  $t$ : 1; caso contrário: 0.

O modelo é elaborado conforme a seguir:

$$\begin{aligned}
 \max \sum_{i=1}^{I_3} \sum_{j=1}^3 \sum_{c=1}^2 \sum_{t=1}^T (S_{ijct} PS_{ict}) - \sum_{i=1}^{I_3} \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (CR_{ijmt} XR_{ijmt} + CO_{ijmt} XO_{ijmt}) \\
 - \sum_{s=1}^3 \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^3 \sum_{t=1}^T (PR_{srt} RM_{jsrt}) - \sum_{i=1}^{I_2} \sum_{t=1}^T (IW_{it} h_{it}) - \sum_{i=1}^{I_3} \sum_{t=1}^T (IX_{it} h_{it}) \\
 - \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^3 \sum_{t=1}^T (IR_{jrt} h_{jrt})
 \end{aligned} \quad (309)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^2 \sum_{m=1}^M (XO_{ijmt} + XR_{ijmt} + IX_{i(t-1)}) \geq \sum_{c=1}^2 D_{ict}; \quad \forall t, (i = 1, \dots, I_1) \quad (310)$$

$$\sum_{j=1}^2 \sum_{m=1}^M (XO_{ijmt} + XR_{ijmt} + IX_{it}) \geq WIP_{it}; \quad \forall t, (i = I_1, \dots, I_3) \quad (311)$$

$$\sum_{i=1}^{I_3} R_{ijm} XR_{ijmt} \leq RR_{mjt}; \quad \forall m, j, t \quad (312)$$

$$\sum_{i=1}^{I_3} O_{ijmt} XO_{ijmt} \leq RO_{mjt}; \quad \forall m, j, t \quad (313)$$

$$IX_{it} = IX_{i(t-1)} + \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^M (XO_{ijmt} + XR_{ijmt}) - \sum_{c=1}^2 \sum_{j=1}^3 S_{ijct}; \quad \forall t, (i = 1, \dots, I_3) \quad (314)$$

$$IW_{it} = IW_{i(t-1)} + \sum_{j=1}^2 \sum_{m=1}^M (XO_{ijmt} + XR_{ijmt}) - \sum_{m=1}^M (XO_{i3mt} + XR_{i3mt}); \quad \forall (i = I_1, \dots, I_2) \quad (315)$$

$$IX_{i0} = 0; \quad \forall i \quad (316)$$

$$IR_{rjt} = IR_{rj(t-1)} + \sum_{s=1}^4 RM_{rjst} - \sum_{i=1}^{I_3} \sum_{m=1}^M RMR_{ir} (XO_{ijmt} + XR_{ijmt}); \quad \forall r, j, t \quad (317)$$

$$IR_{rj0} = 0; \quad \forall r, j \quad (318)$$

$$\sum_{j=1}^2 S_{ijct} = D_{ict}; \quad \forall c, t, (i = 1, \dots, I_1) \quad (319)$$

$$IX_{it} = IX_{i(t-1)} + \sum_{m=1}^M (XO_{i3mt} + XR_{i3mt}) - \sum_{c=1}^2 S_{i3ct}, \quad \forall t, (i = I_1, \dots, I_2) \quad (320)$$

$$IW_{i0} = 0; \quad \forall i = I_1, \dots, I_2 \quad (321)$$

$$\sum_{s=1}^4 RM_{rjst} \geq \sum_{i=1}^{I_3} \sum_{m=1}^M (XO_{ijmt} + XR_{ijmt}) RMR_{irjmt} - IR_{rjt}; \quad \forall r, j, t \quad (322)$$

$$APTSO_{ict} = APTSO_{ic(t-1)} + (PRSO_{ict} Y_{ict}) - \sum_{m=1}^M (XO_{i3mt} O_{i3mt} + XR_{i3mt} R_{i3mt}); \quad \forall c, t, i = I_1, \dots, I_2 \quad (323)$$

$$APTSO_{ic0} = 0; \quad \forall c, (i = I_1, \dots, I_2) \quad (324)$$

$$APTSO_{icT} = 0; \quad \forall c, (i = I_1, \dots, I_2) \quad (325)$$

$$\begin{aligned} \text{APTO}_{icT} = & \text{APTO}_{ic(t-1)} + (\text{PRO}_{ict}y_{ict}) \\ & - \sum_{j=1}^2 \sum_{m=1}^M (\text{XO}_{ijmt}O_{ijmt} + \text{XR}_{ijmt}R_{ijmt}); \quad \forall c, t, (i = I_2, \dots, I_3) \end{aligned} \quad (326)$$

$$\text{APTO}_{ic0} = 0; \quad \forall c, (i = I_2, \dots, I_3) \quad (327)$$

$$\text{APTO}_{icT} = 0; \quad \forall c, (i = I_2, \dots, I_3) \quad (328)$$

$$t \times y_{ict} \leq \text{DD}_{ict}; \quad \forall c, (i = I_1, \dots, I_3) \quad (329)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{i3cx} = \text{PRSO}_{ict} \text{ se } (y_{ict} = 1) \wedge (\sum_{t'=t}^x \sum_{m=1}^M (\text{XO}_{i3mt'} + \text{XR}_{i3mt'})) \geq \text{PRSO}_{ict} \\ S_{i3cx} = 0 \text{ caso contrário} \end{array} \right\} \quad (330)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^2 S_{ijcx} = 1 \text{ se } (y_{ict} = 1) \wedge (\sum_{t'=1}^x \sum_{j=1}^2 \sum_{m=1}^M (\text{XO}_{ijmt'} + \text{XR}_{ijmt'})) \geq \text{PRO}_{ict} \\ S_{i3cx} = 0 \text{ caso contrário} \end{array} \right\} \quad (331)$$

A função objetivo (309) do modelo busca maximizar os lucros através dos preços que cada produtos são vendidos, dos custos de produção em cada fábrica durante as jornadas de trabalho regular e horas extras, dos custos de compra de matéria-prima, dos custos de estoque de produtos final e WIP e dos custos de armazenagem de matéria-prima.

A restrição (310) refere-se aos produtos MTS e garante que a demanda para estes produtos será satisfeita.

A restrição (311) estabelece que a quantidade necessária de WIP tanto para produtos MTS quanto para produtos MTO será satisfeita.

As restrições (312) e (313) referem-se às capacidades das fábricas, que são definidas através da capacidade de cada máquina.

As restrições (314), (315), e (320) controlam o nível dos estoques de produtos MTS e WIP MTS/MTO em cada fábrica.

As restrições (316), (318) e (321) ditam que a quantidade de estoques no período anterior ao horizonte de planejamento é zero.

As restrições (317) e (322) regulam os níveis de matéria-prima em cada fábrica.

A restrição (319) estabelece que a demanda de produtos MTS deve ser entregue ao final de cada período do horizonte de planejamento.

As restrições (323), (324) e (325) controlam o WIP gerado em determinado período e disponível para ser utilizado em períodos seguintes.

As restrições (326), (327) e (328) controlam as ordens que foram aceitas de produtos MTO em determinado período mas serão concluídas em períodos seguintes.

As restrições (329), (330) e (331) definem se uma ordem de produto MTO será aceita e se será entregue com atraso ou não em função da capacidade do sistema em cada período na fábrica 3.

#### **2.4.2 Considerações sobre os Modelos Levantados**

Através do estudo dos modelos aplicados em sistemas híbridos MTO/MTS, constata-se que os autores trabalham com um tipo de função objetivo. Rajagopalan (2012) e Zhang et al. (2015) buscam minimizar os estoques de produtos MTS. Em Kalantari et al. (2011), Kahkdaman et al. (2015) e Rafiei e Rabbani (2012) a função objetivo busca a minimização dos custos operacionais, além dos produtos a serem entregues em atraso. Amorim et al. (2011) visa a minimização dos custos de *setup* através da obtenção do sequenciamento ótimo da produção. No trabalho de Rafiei et al. (2014), deseja-se maximizar os lucros através dos preços de venda de cada produto.

Nos modelos de Kalantari et al. (2011), Kahkdaman et al. (2015) e Amorim et al. (2011), todos os produtos devem ser processados por todas as máquinas. Já em Rafiei e Rabbani (2012) e Rafiei et al. (2014) pode-se estabelecer um conjunto de máquinas para cada produto conforme a necessidade de processamento.

Amorim et al. (2011), Rafiei e Rabbani (2012) e Rafiei et al. (2014) abrangem em suas modelagens o sequenciamento de produção em função dos custos de *setup*. Sendo assim, o modelo retorna como resposta a sequência com que os produtos devem ser produzidos de forma a minimizar os custos.

Kalantari et al. (2011), Kahkdaman et al. (2015) e Rafiei et al. (2014) consideram a utilização de matéria prima na produção dos produtos MTO e MTS como elementos de modelagem de seus trabalhos.

Já as modelagens de Zhang et al. (2015), Kalantari et al. (2011), Kahkdaman et al. (2015) e Rafiei et al. (2014) trazem em sua composição os estoques de produtos intermediários, tanto dos produtos MTS quanto dos produtos MTO, para serem consumidos até transformarem-se em produto final.

Dessa forma, nos modelos de otimização elaborados para serem aplicados em sistemas híbridos MTO/MTS pode-se observar que há uma diversidade de restrições e funções objetivos que podem ser combinadas para formar um novo modelo, contribuindo para

a existência de oportunidades em modelagens para sistemas produtivos com restrições específicas.

Além disso, conclui-se que alguns elementos de modelagem, embora denotados com letras diferentes e combinados com índices distintos, são comuns nos diferentes modelos aqui abordados uma vez que representam o mesmo efeito, seja na forma de variável ou na forma de parâmetro. Dessa forma, o Quadro 4 descreve a presença de tais elementos (linhas) nos trabalhos aqui referenciados (colunas), evidenciando certa similaridade nos *inputs* dos modelos.

Quadro 4: Elementos de modelagem presentes nos trabalhos levantados sobre sistemas híbridos MTO/MTS.

Elementos/Autores	Rajagopalan (2012)	Zhang et al. (2015)	Kalantari et al. (2011)	Kahkdaman et al. (2015)	Amorim et al. (2011)	Rafiei e Rabbani (2012)	Rafiei et al. (2014)
Sistema mono máquina: mono estágio	X	X					
Sistema multi máquinas: multi estágios com uma máquina por estágio			X	X	X	X	X
Tempo de <i>setup</i>	X				X	X	
Custo de <i>setup</i>					X	X	
Variável binária que determina a condição de preparação da máquina ( <i>setup</i> )					X	X	
Custo de estoque	X	X		X		X	X
Nível do estoque				X	X		
Estoque de produto acabado		X		X	X		X
WIP (MTO/MTS)		X	X				X
Disponibilidade dos recursos utilizados em horas extas			X	X		X	X
Custo de horas extras			X	X		X	X
Capacidade dos recursos utilizados na jornada regular			X	X		X	X

Quadro 4 (Continuação): Elementos de modelagem presentes nos trabalhos levantados sobre sistemas híbridos MTO/MTS. Continuação

Elementos/Autores	Rajagopalan (2012)	Zhang et al. (2015)	Kalantari et al. (2011)	Kahkdaman et al. (2015)	Amorim et al. (2011)	Rafiei e Rabbani (2012)	Rafiei et al. (2014)
Capacidade da(s) máquina(s)		X	X	X	X		X
Demanda MTO/MTS	X	X	X	X	X	X	X
Total de produtos MTO a serem produzidos			X		X		X
Total de produtos MTS a serem produzidos			X		X		
Tempo de processamento	X		X	X	X		
Custo de processamento			X	X	X	X	X
Quantidade de produto processado	X		X	X	X		X
Taxa de processamento			X	X		X	
Tamanho do Lote	X				X	X	
Penalização pelo atraso		X	X	X		X	
Quantidade de aquisição externa			X	X			
Quantidade de matéria-prima utilizada			X	X			X
Custo de matéria-prima			X	X			X

### 3. Método

Os trabalhos científicos geram novos conhecimentos, que levam à criação de novas ideias. Estas produzem novas perguntas a serem respondidas, iniciando-se assim um ciclo responsável pela evolução da ciência (SAMPIERI et al. 2006).

Segundo Carvalho (2000), a metodologia investiga fundamentalmente os métodos, ou seja, os procedimentos que a ciência deve seguir para alcançar êxito, além de se preocupar em articular critérios que permitam avaliar o desempenho de teorias formuladas e decidir entre teorias concorrentes.

De acordo com Gil (2002) a natureza da pesquisa pode ser classificada como básica, quando objetiva gerar conhecimentos novos e úteis para o avanço da ciência, sem aplicação prática prevista; e aplicada, quando tem o objetivo de gerar conhecimentos para aplicação prática na solução de problemas específicos. Para Gerhardt e Silveira (2009), a pesquisa básica envolve verdades e interesses universais, enquanto a pesquisa aplicada busca verdades e interesses locais.

Roll-Hansen (2009) afirma que a pesquisa básica é um trabalho experimental ou teórico realizado principalmente para adquirir novos conhecimentos sobre os fundamentos de fenômenos e fatos observáveis. Já a pesquisa aplicada é uma forma de investigação sistemática envolvendo a aplicação prática da ciência para uma finalidade específica, normalmente utilizada em pesquisas em ambientes empresariais.

Dessa forma, a pesquisa desenvolvida no presente trabalho possui natureza aplicada, pois busca gerar conhecimentos para solução de um problema específico e consequente aplicação prática através de um modelo de otimização matemática.

O presente trabalho pode ser classificado como normativa, tendo em vista que o objetivo de pesquisa é desenvolver um modelo matemático de otimização através de elementos de modelagem presentes na literatura.

Para Martins (2010), a pesquisa normativa está preocupada em desenvolver normas, políticas, estratégias e ações a fim de melhorar os resultados disponíveis na literatura.

De acordo com Ehrlich (1991), as pesquisas que propõem modelos de pesquisa operacional proporcionam o desenvolvimento contínuo de modelos cada vez mais robustos e, conseqüentemente, mais próximos da realidade. Dessa forma, fomentam-se novas pesquisas que melhoram resultados já disponíveis nos trabalhos acadêmicos e tornam-se cada vez mais aplicados.

Caixeta Filho (1997) reforça que modelos de pesquisa operacional são considerados normativos pois prescrevem soluções para problemas e compara o desempenho de resultados sob diferentes estratégias de resolução. O autor também afirma que uma solução otimizada deve ser aprimorada regularmente, uma vez que nos sistemas estão presentes um certo dinamismo que impacta na modelagem do problema.

Este trabalho pode ser classificado como uma abordagem quantitativa, uma vez que traz um modelo de programação linear inteira mista que explica o comportamento de um processo real e auxilia na tomada de decisão.

Segundo Ackoff e Sasiene (1974), os modelos de pesquisa operacional podem ser classificados como quantitativos pois são compostos de equações e inequações matemáticas que buscam a otimização de processos. Tais modelos são alimentados com dados numéricos que representam as restrições do problema e retornam como resposta também um valor numérico que representa a otimização desejada.

Winston e Goldberg (2004) defendem a utilização de métodos quantitativos para a tomada de decisão, uma vez que problemas combinatórios podem assumir níveis de complexidade elevados, tornando-se inviável a obtenção de soluções ótimas sem o emprego de análises quantitativas.

Para Meredith et al. (1989), a pesquisa em gestão de operações através de modelos quantitativos pode ser classificada como uma abordagem de transmissão de conhecimento racional, uma vez que os modelos construídos são capazes de explicar processos reais.

Segundo Bertrand e Fransoo (2002), o presente trabalho pode ser alocado à classe de pesquisa baseada em modelos quantitativos denominada axiomática normativa. De acordo com Morabito e Pureza (2010), na pesquisa axiomática normativa, novos modelos de otimização ou variações de modelos existentes podem ser propostos para um problema idealizado. Conforme Allahverdi (2015), os problemas de sequenciamento da produção em função dos custos/tempos de *setup* podem ser considerados modelos idealizados.

Para Bertrand e Fransoo (2002), a resolução do modelo é uma das fases principais da pesquisa axiomática, uma vez que utiliza métodos de resolução conhecidos na literatura. Assim, tal classificação se confirma na proposta desse trabalho, já que traz uma variação para um modelo idealizado e utiliza-se do *software* de otimização AIMMS fazendo uso do *solver* CPLEX para realização dos cálculos e obtenção da solução do modelo.

### 3.1 Processo de Modelagem Matemática

O processo de modelagem utilizado no presente trabalho é baseado no diagrama proposto por Arenales et al. (2007) e está expresso na Figura 1.

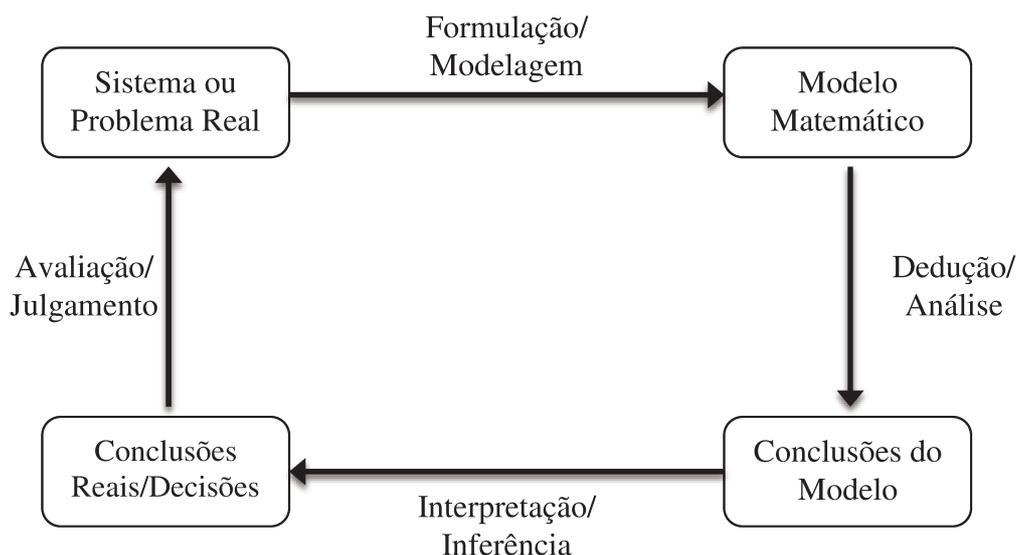


Figura 1: Processo de modelagem. Fonte: Arenales et al. (2007)

De acordo com os autores, o processo se inicia com a identificação de um problema real, cujo sistema permita a aplicação de um modelo de otimização para gerar resultados melhores. Em seguida, definem-se as variáveis de interesse e as relações matemáticas que descrevem o problema identificado (modelagem). A dedução/análise aplica ferramentas para a resolução do modelo (normalmente através de computadores ou códigos computacionais) para enfim obter-se as conclusões sugeridas pelo modelo. A interpretação/inferência avalia se as conclusões obtidas com o modelo são suficientes para inferir conclusões para o problema real. Finalmente, a avaliação/julgamento determina se tais conclusões inferidas são adequadas ou se o modelo precisa de revisão.

#### 3.1.1 Definição do Problema para Modelagem

Considera-se um ambiente de produção em que são fabricados mais de um produto. Além disso, dentre os produtos processados, pelo menos um deles segue a política MTO e pelo menos um deles segue a política MTS. Todos os produtos são independentes uns dos outros, caracterizando um sistema híbrido MTO/MTS.

Cada produto deve ser processado por múltiplas máquinas, cujo fluxo é exibido na Figura 2.

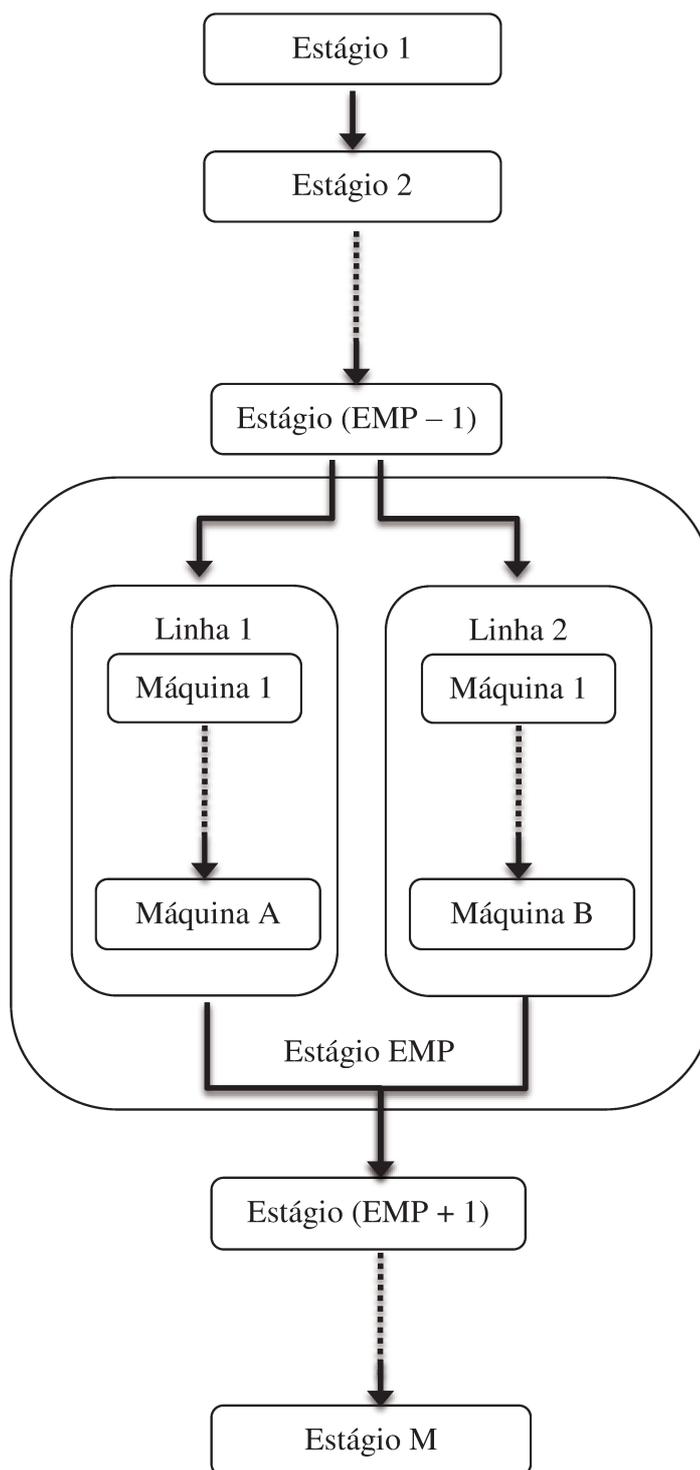


Figura 2: Fluxo de produção

Fonte: Adaptado do fluxo produtivo da empresa objeto de estudo

O processo produtivo envolve  $M$  estágios dispostos em série, sendo que um determinado estágio, denominado de EMP (Estágio com Máquinas em Paralelo), é composto por duas linhas de produção que operam com máquinas distintas em paralelo. A linha 1 possui  $A$  máquinas e a linha 2 possui  $B$  máquinas. Os demais estágios contemplam apenas uma máquina em operação.

Uma parte do produto intermediário que sai do estágio (EMP - 1) é processada pela linha 1, enquanto a outra parte é processada pela linha 2. Já no estágio (EMP + 1), os produtos intermediários oriundos das duas linhas se encontram para então serem processados pelos estágios remanescentes.

Todas as máquinas não são ideais, logo, perde-se um certo percentual de produto durante o processamento em cada uma delas.

Ao mudar-se de um produto para outro, uma preparação (*setup*) é requerida em cada máquina de cada linha em paralelo e em todos os estágios. Assim, a ordem que os produtos são fabricados impacta nos custos operacionais, uma vez que o sequenciamento é dependente dos tempos de *setup*.

Dessa forma, pode-se construir um modelo de pesquisa operacional para um sistema híbrido MTO/MTS com máquinas distintas em série e em paralelo com o objetivo de determinar-se o sequenciamento ótimo minimizando-se os custos de *setup*.

### 3.1.2 Construção do Modelo

Para a construção do modelo, buscou-se elementos que contemplem as características de processos contínuos, que atendem a solução ao problema de pesquisa, dentro da delimitação do trabalho.

Utilizando-se os modelos matemáticos de otimização presentes na literatura e expostos no Capítulo 2, formula-se um modelo que determine o sequenciamento que minimize os custos de *setup* em um sistema híbrido MTO/MTS através dos seguintes elementos:

- Sistema multi estágios em série com uma máquina por estágio, como em Arabameri e Salmasi (2013), Tempelmeier e Buschkuhl (2008), Mohammadi et al. (2010), Ebben et al. (2005), Mestry et al. (2011), Manavizadeh et al. (2013), Manavizadeh et al. (2014), Kalantari et al. (2011), Kahkdaman et al. (2015), Amorim et al. (2011), Rafiei e Rabbani (2012) e Rafiei et al. (2014);

- Sistema multi estágios em série com duas ou mais máquinas em paralelo por estágio, como em Riane et al. (2001), Kurz e Askin (2004) e Harjunoski e Grossmann (2002);
- Tempo de *setup*, como em Gupta e Chantaravaran (2008), Rabadi et al. (2004), Toso e Morabito (2005), Arabameri e Salmasi (2013), Tempelmeier e Buschkuhl (2008), Mohammadi et al. (2010), Kurz e Askin (2004), Harjunoski e Grossmann (2002), Oguz et al. (2011), Thevenin et al. (2014), Manavizadeh et al. (2013), Rajagopalan (2012), Amorim et al. (2011) e Rafiei e Rabbani (2012);
- Custo de *setup*, como em Tempelmeier e Buschkuhl (2008), Mohammadi et al. (2010), Harjunoski e Grossmann (2002), Chen et al. (2008), Thevenin et al. (2014), Manavizadeh et al. (2013), Amorim et al. (2011), Rafiei e Rabbani (2012), Laguna (1999), Wang et al. (2007) e Frank et al. (2003);
- Condição de preparação das máquinas (*setup*), como em Gupta e Chantaravaran (2008), Toso e Morabito (2005), Tempelmeier e Buschkuhl (2008), Mohammadi et al. (2010), Harjunoski e Grossmann (2002), Amorim et al. (2011), Rafiei e Rabbani (2012), Laguna (1999) e Frank et al. (2003);
- Custo de estoque, como em Toso e Morabito (2005), Tempelmeier e Buschkuhl (2008), Mohammadi et al. (2010), Riane et al. (2001), Charnsirisalsul et al. (2004), Thevenin et al. (2014), Rajagopalan (2012), Zhang et al. (2015), Kahkdaman et al. (2015), Rafiei e Rabbani (2012), Rafiei et al. (2014), Laguna (1999), Gharehgozli et al. (2006) e Kanyalkar e Adil (2005);
- Estoque inicial, como em Toso e Morabito (2005), Mohammadi et al. (2010), Riane et al. (2001), Laguna (1999) e Frank et al. (2003);
- Estoque de produto acabado, como em Toso e Morabito (2005), Tempelmeier e Buschkuhl (2008), Mohammadi et al. (2010), Riane et al. (2001), Zhang et al. (2015), Kahkdaman et al. (2015) e Amorim et al. (2011);
- Capacidade das máquinas, como em Toso e Morabito (2005), Tempelmeier e Buschkuhl (2008), Mohammadi et al. (2010), Riane et al. (2001), Slotnick e Morton (1996), Rom e Slotnick (2009), Charnsirisalsul et al. (2004), Ebben et al. (2005), Mestry et al. (2011), Manavizadeh et al. (2013), Zhang et al. (2015), Kalantari et al. (2011), Kahkdaman et al. (2015), Amorim et al. (2011), Rafiei et al. (2014), Gharehgozli et al. (2006), Wang et al. (2007) e Kanyalkar e Adil (2005);
- Demanda de produtos, como em Toso e Morabito (2005), Arabameri e Salmasi (2013), Tempelmeier e Buschkuhl (2008), Mohammadi et al. (2010), Riane et al.

(2001), Rajagopalan (2012), Zhang et al. (2015), Kalantari et al. (2011), Kahkdaman et al. (2015), Amorim et al. (2011), Rafiei e Rabbani (2012), Rafiei et al. (2014), Gharehgozli et al. (2006), Wang et al. (2007), Kanyalkar e Adil (2005), Laguna (1999) e Frank et al. (2003);

- Tempo de processamento nas máquinas, como em Gupta e Chantaravarapan (2008), Rabadi et al. (2004), Toso e Morabito (2005), Arabameri e Salmasi (2013), Tempelmeier e Buschkuhl (2008), Mohammadi et al. (2010), Riane et al. (2001), Kurz e Askin (2004), Harjunoski e Grossmann (2002), Slotnick e Morton (1996), Rom e Slotnick (2009), Chen et al. (2008), Oguz et al. (2011), Thevenin et al. (2014), Ebben et al. (2005), Mestry et al. (2011), Manavizadeh et al. (2013), Manavizadeh et al. (2014), Rajagopalan (2012), Kalantari et al. (2011), Kahkdaman et al. (2015) e Amorim et al. (2011);
- Custo de processamento nas máquinas, como em Mohammadi et al. (2010), Riane et al. (2001), Charnsirisalsul et al. (2004), Thevenin et al. (2014), Mestry et al. (2011), Manavizadeh et al. (2013), Manavizadeh et al. (2014), Kalantari et al. (2011), Kahkdaman et al. (2015), Amorim et al. (2011), Rafiei e Rabbani (2012), Rafiei et al. (2014), Gharehgozli et al. (2006) e Kanyalkar e Adil (2005);
- Quantidade de produto processado nas máquinas, como em Tempelmeier e Buschkuhl (2008), Mohammadi et al. (2010), Riane et al. (2001), Charnsirisalsul et al. (2004), Manavizadeh et al. (2013), Rajagopalan (2012), Kalantari et al. (2011), Kahkdaman et al. (2015), Amorim et al. (2011), Rafiei et al. (2014), Gharehgozli et al. (2006), Wang et al. (2007) e Kanyalkar e Adil (2005);
- Eficiência das máquinas, como em Manavizadeh et al. (2013), Manavizadeh et al. (2014) e Kalantari et al. (2011);
- Condição inicial das máquinas (para qual produto as máquinas estão com o *setup* realizado na posição zero do sequenciamento), como em Mohammadi et al. (2010);
- Política de estoque para produtos MTS, como em Rajagopalan (2012), Gharehgozli et al. (2006), Wang et al. (2007), Kanyalkar e Adil (2005), Laguna (1999) e Frank et al. (2003);
- Posição no sequenciamento, como em Gupta e Chantaravarapan (2008) e Mohammadi et al. (2010);

Como resultado da revisão da literatura, identifica-se que o modelo de programação linear inteira mista (PLIM) é o mais utilizado para sequenciamento de processos

produtivos. De acordo com Winston (2004) os modelos de PLIM são casos específicos dos modelos de programação linear, onde uma parte das variáveis de decisão pode assumir valores fracionados enquanto a outra parte das variáveis deve assumir a valores inteiros.

Logo, utilizando os elementos listados, constrói-se um modelo de programação linear inteira mista que determina o sequenciamento ótimo que minimiza os custos de *setup* dependentes do sequenciamento em um sistema híbrido MTO/MTS, conforme o problema definido.

As premissas desse modelo proposto são:

- Os produtos são independentes uns dos outros;
- No início as máquinas estão preparadas para um determinado produto;
- Os lotes são variáveis em função da demanda;
- Há uma demanda externa apenas para produtos acabados;
- A demanda deve ser atendida;
- Para produtos MTO, assume-se que as ordens a serem produzidas foram previamente aceitas pelas áreas competentes da empresa;
- Para produtos MTS, assume-se que a quantidade a ser fabricada deve ser igual à demanda destes produtos mais uma determinada quantidade que corresponda à política de estoques;
- O tempo de transporte de produto intermediário entre as máquinas é desprezível;
- No início do planejamento todos os recursos requeridos (matéria-prima) estão disponíveis;
- Um novo produto só começa a ser fabricado se o produto anterior já foi finalizado
- Não há prioridade de produção;
- Um produto inicia seu processamento imediatamente após a conclusão do produto anterior no sequenciamento;
- As linhas 1 e 2 trabalham em paralelo;
- O processamento no estágio 1 é em batelada e nos demais estágios é contínuo;
- Por ser em batelada, a quantidade a ser processada no estágio 1 deve ser inteira;
- O produto final é armazenado em silos;
- Considera-se um processo não ideal, ou seja, há um percentual de perda de produto entre os estágios de produção.

Os índices do modelo são:

N: número total de produtos a serem sequenciados  
 N1: índice que representa a quantidade de produtos MTS  
 M: número total de estágios  
 A: número total de máquinas na linha 1  
 B: número total de máquinas na linha 2  
 i e j: produtos MTS ( $i, j = 1, \dots, N_1$ )  
 i e j: produtos MTO ( $i, j = N_1+1, \dots, N$ )  
 n: posição na sequência ( $n = 1, \dots, N$ )  
 m: estágios ( $m = 1, \dots, M$ )  
 MP: estágio que contempla as duas linhas em paralelo  
 a: máquina da linha 1 ( $a = 1, \dots, A$ )  
 b: máquinas da linha 2 ( $b = 1, \dots, B$ )

Os parâmetros utilizados são:

$I_{jM0}$  = quantidade de produto j no último estágio (estoque) na posição 0 de sequenciamento.  
 Ou seja, estoque de produto acabado na posição zero da sequência  
 $d_j$  = demanda de produto j  
 CMTS = política de estoque dos produtos MTS  
 $P_m$  = percentual de perdas de material no estágio m  
 $PL1_a$  = percentual de perdas de material na máquina a da linha 1  
 $PL2_b$  = percentual de perdas de material na máquina b da linha 2  
 $F_j$  = proporção de produto j destinado à linhas 1  
 $S_{jim}$  = tempo de *setup* entre os produtos j e i na máquina do estágio m  
 $S_{jia}$  = tempo de *setup* entre os produtos j e i na máquina a da linha 1  
 $S_{jib}$  = tempo de *setup* entre os produtos j e i na máquina b da linha 2  
 $T_{jm}$  = tempo de processamento do produto j no estágio m  
 $T_{ja}$  = tempo de processamento do produto j na máquina a da linha 1  
 $T_{jb}$  = tempo de processamento do produto j na máquina b da linha 2  
 $C_m$  = capacidade da máquina do estágio m (em unidades de tempo)  
 $C_a$  = capacidade da máquina a da linha 1 (em unidades de tempo)  
 $C_b$  = capacidade da máquina b da linha 2 (em unidades de tempo)

Big = número suficientemente grande

$j_0$  = produto para o qual a máquina já está preparada (com o *setup* realizado) na posição zero do sequenciamento

$i_0$  = produto para o qual a máquina já está preparada (com o *setup* realizado) na posição zero do sequenciamento

$R_{jm}$  = custo de processamento do produto  $j$  na máquina do estágio  $m$

$W_{jim}$  = custo de *setup* entre os produtos  $j$  e  $i$  na máquina do estágio  $m$

$K_{aj}$  = custo de processamento do produto  $j$  na máquina  $a$  da linha 1

$L_{bj}$  = custo de processamento do produto  $j$  na máquina  $b$  da linha 2

$Z_{jia}$  = custo de *setup* entre os produtos  $j$  e  $i$  na máquina  $a$  da linha 1

$U_{jib}$  = custo de *setup* entre os produtos  $j$  e  $i$  na máquina  $b$  da linha 2

As variáveis de decisão do modelo são:

$x_{jmn}$  = quantidade de produto  $j$  processado no estágio  $m$  da linha principal na posição  $n$

$I_{jMN}$  = quantidade de produto acabado  $j$  no último estágio  $M$  (estoque) na última posição  $N$

$q_{ajn}$  = quantidade de produto  $j$  processado na máquina  $a$  da linha 1 na posição  $n$

$v_{bjn}$  = quantidade de produto  $j$  processado na máquina  $b$  da linha 2 na posição  $n$

$y_{jin} = \begin{cases} 1, & \text{se o } \textit{setup} \text{ do produto } j \text{ ao produto } i \text{ é requerido na posição } n \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

Assim, o modelo pode ser definido como:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^N R_{jm} * x_{jmn} + \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^N W_{jim} * y_{jin} + \sum_{a=1}^A \sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^N K_{ajn} * q_{ajn} \\
 & + \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{a=1}^A \sum_{n=1}^N Z_{jia} * y_{jin} + \sum_{b=1}^B \sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^N L_{bjn} * v_{bjn} \\
 & + \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{b=1}^B \sum_{n=1}^N U_{jib} * y_{jin}
 \end{aligned} \tag{332}$$

Sujeito a:

$$I_{jM0} + \sum_{n=1}^N x_{jMn} - d_j = I_{jMN}; \quad j = (1, \dots, N) \quad (333)$$

$$I_{jMN} = \text{CMTS}; \quad j = (1, \dots, N_1) \quad (334)$$

$$I_{jMN} = 0; \quad j = (N_1+1, \dots, N) \quad (335)$$

$$x_{jmn} * (1 - P_m) = x_{j(m+1)n}; \quad j = (1, \dots, N), n = (1, \dots, N), m = (1, [MP - 1]) \quad (336)$$

$$x_{jmn} = q_{ajn} + v_{bjn}; \quad \forall j \in (\text{produtos que são processados nas duas linhas}), a = (1), b = (1), m = (MP), n = (1, \dots, N) \quad (337)$$

$$q_{ajn} = F_j * v_{bjn}; \quad \forall j \in (\text{produtos que são processados nas duas linhas}), n = (1, \dots, N), b = (1), a = (1) \quad (338)$$

$$x_{jmn} = q_{ajn} \quad \forall j \in (\text{produtos que são processados apenas na linha 1}), a = (1), b = (1), m = (MP), n = (1, \dots, N) \quad (339)$$

$$v_{bjn} = 0; \quad \forall j \in (\text{produtos que são processados apenas na linha 1}), a = (1), b = (1), m = (MP), n = (1, \dots, N) \quad (340)$$

$$q_{ajn} * (1 - PL1_a) = q_{(a+1)jn}; \quad j = (1, \dots, N), a = (1, \dots, [A-1]), n = (1, \dots, N) \quad (341)$$

$$v_{bjn} * (1 - PL2_b) = v_{(b+1)jn}; \quad j = (1, \dots, N), b = (1, \dots, [B-1]), n = (1, \dots, N) \quad (342)$$

$$x_{jmn} = q_{Ajn} * (1 - PL1_A) + v_{Bjn} * (1 - PL2_B); \quad j = (1, \dots, N), m = (MP + 1), n = (1, \dots, N) \quad (343)$$

$$x_{j(m-1)n} * (1 - P_{(m-1)}) = x_{jmn}; \quad j = (1, \dots, N), n = (1, \dots, N), m = ([MP + 2], \dots, M) \quad (344)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N S_{jim} * y_{jin} + \sum_{j=1}^N T_{jm} * x_{jmn} \leq C_m; \quad m = (1, \dots, M), n = (1, \dots, N) \quad (345)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N S_{jia} * y_{jin} + \sum_{j=1}^N T_{ja} * q_{jan} \leq C_a; \quad a = (1, \dots, A), n = (1, \dots, N) \quad (346)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N S_{jib} * y_{jin} + \sum_{j=1}^N T_{jb} * v_{jbn} \leq C_b; \quad b = (1, \dots, B), n = (1, \dots, N) \quad (347)$$

$$x_{jmn} \leq \text{Big} * \sum_{i=1}^N y_{ijn}; \quad j = (1, \dots, N), m = (1, \dots, M), n = (1, \dots, N) \quad (348)$$

$$\sum_{j=1}^N y_{ji(n-1)} = \sum_{j=1}^N y_{ijn}; \quad i = (1, \dots, N), n = (1, \dots, N) \quad (349)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N y_{jin} = 1; \quad n = (1, \dots, N) \quad (350)$$

$$y_{j0i0(n-1)} = 1; \quad n = (1) \quad (351)$$

$$\sum_{i=1}^N y_{j0i(n-1)} = 1; \quad n = (1) \quad (352)$$

$$x_{jmn}, y_{jin}, q_{ajn}, v_{bjn}, I_{jMN} \geq 0 \quad (353)$$

$$y_{jin} \in \{0, 1\} \quad (354)$$

$$x_{j1n} = \text{inteiro} \quad (355)$$

A equação (332) aponta a função objetivo do problema, que busca a minimização dos custos inerentes ao processo de fabricação. A primeira porção da equação representa os custos de processamento de todos os produtos em todos os estágios de produção, com exceção do último estágio M uma vez que este representa o estoque. A segunda porção da equação representa os custos de *setup* realizados entre os produtos j e i em todos os estágios do sequenciamento, novamente com exceção do último estágio M uma vez que este representa o estoque. A terceira porção indica os custos de processamento de todos os produtos nas máquinas que compõem a linha 1. Já a quarta porção representa os custos de *setup* realizados entre os produtos j e i nas máquinas que compõem a linha 1. A quinta e sexta porção da função objetivo são similares às duas anteriores, porém aplicadas à linha 2.

A restrição (333) estabelece o balanceamento de estoques. A quantidade de produto em estoque na posição zero do sequenciamento (condição inicial do sistema) mais a quantidade de produto presente no último estágio (estoque) menos a demanda corresponde ao estoque final.

As restrições (334) e (335) estão vinculadas à restrição (333). A restrição (334) determina que o estoque final para os produtos MTS deve ser igual à política de estoque estabelecida. Dessa forma, além do valor da demanda, o sistema também irá produzir uma determinada quantidade para deixar em estoque conforme a política.

Já a restrição (335) determina que, para os produtos MTO, o estoque final deve ser igual a zero. Assim, o sistema produzirá apenas o valor da demanda.

A restrição (336) representa o fluxo de produção entre os estágios anteriores ao estágio que contempla as linhas em paralelo. Uma vez que o processo não é ideal e há perdas de produto nas máquinas, a quantidade a ser processada por um estágio deve ser igual à quantidade produzida pelo estágio anterior menos as perdas. Sabendo-se que  $P_m$  representa o

percentual de perda em cada estágio, logo  $(1 - P_m)$  corresponde ao percentual de produto que não se perde durante ao processamento.

As restrições (337) e (338) são válidas para produtos que exigem processamento nas duas linhas.

A restrição (337) representa o fluxo de material no estágio com as linhas em paralelo. Ela determina que, do total de produto recebido para o processamento neste estágio, parte dele seja processado pela primeira máquina da linha 1 e parte dele seja processado pela primeira máquina da linha 2.

Já a restrição (338) estabelece a fração do total de produto recebido para ser processado no estágio com máquinas em paralelo que será destinado a cada uma das linhas. Dessa forma,  $F_j$  (%) será processado pela linha 1 e  $(1 - F_j)$  (%) será processado pela linha 2.

As restrições (339) e (340) são válidas para produtos que exigem processamento apenas na linha 1.

A restrição (339) estabelece que, se determinado produto precisa ser processado somente pela linha 1, então o total de produto recebido para ser processado no estágio com máquinas em paralelo é exatamente a quantidade a ser processada pela primeira máquina da linha 1.

Consequentemente, a restrição (340) dita que a quantidade a ser processada pela primeira máquina da linha 2 deverá ser igual a zero.

As restrições (341) e (342) representam o fluxo de produção entre as máquinas da linha 1 e da linha 2, respectivamente. Uma vez que o processo não é ideal também nas linhas em paralelo, a quantidade a ser processada por cada máquina de cada linha deve ser igual à quantidade produzida pelo máquina anterior menos as perdas. Sabendo-se que  $PL1_a$  e  $PL2_b$  representam o percentual de perda em cada máquina da linha 1 e 2, respectivamente, logo  $(1 - PL1_a)$  e  $(1 - PL2_b)$  correspondem ao percentual de produto que não se perde durante ao processamento.

A restrição (343) representa o fluxo de material entre o estágio com máquinas em paralelas e o estágio seguinte. Ela estabelece que a quantidade de produto que o estágio seguinte deverá processar corresponde à quantidade processada pela última máquina da linha 1, considerando-se suas perdas analogamente à restrição (341), mais a quantidade processada pela última máquina da linha 2, também considerando-se suas perdas como na restrição (342).

A restrição (344) é análoga à restrição (336) e é válida para os estágios posteriores ao estágio que sucede o estágio com máquinas em paralelo. Ela garante que a quantidade de

produto que chegará ao último estágio (estoque) seja igual à quantidade total estabelecida para os produtos MTO (apenas o valor da demanda) e para os produtos MTS (valor da demanda mais valor da política de estoques).

A restrição (345) limita o conjunto de soluções impondo uma capacidade máxima para cada estágio de produção. À vista disso, o tempo para a realização do *setup* mais o tempo de processamento não devem ser superiores ao tempo disponível em cada estágio. A variável binária  $y_{jin}$  na restrição tem a função de contabilizar o tempo de *setup* quando a preparação entre os produtos  $j$  e  $i$  é requerida a  $n$ ésima posição (quando  $y_{jin} = 1$ ).

As restrições (346) e (347) são análogas à restrição (345) e representam as limitações das máquinas da Linha 1 e 2, respectivamente.

A restrição (348) condiciona a existência de produto à existência do *setup* correspondente. Dessa forma, o produto  $j$  que ocupa a  $n$ ésima posição do sequenciamento só será produzido se houver a preparação da máquina para a troca entre o produto  $i$  (que ocupava a posição anterior) e o produto  $j$  ( $y_{jin} = 1$ ). O parâmetro Big  $M$  é uma técnica de modelagem também utilizada por Rabadi et al. (2004), Kurz e Askin (2004), Kalantari et al. (2011) e Rafiei et al. (2014) e que tem como função garantir que  $x_{jmn}$  assumam um valor factível e chegue à resposta correta para o problema.

A restrição (349) garante que a condição das máquinas é preservada durante o sequenciamento.

A restrição (350) garante que somente um *setup* pode ser realizado em cada posição do sequenciamento e automaticamente, graças à restrição (348), apenas um produto seja produzido por vez.

As restrições (351) e (352) referem-se às condições iniciais das máquinas, ou seja, para qual produto elas estão preparadas na posição zero do sequenciamento. Supondo que as máquinas estejam com o *setup* realizado para o produto 1, então os parâmetros  $j_0$  e  $i_0$  assumem valor 1 na restrição (351) e  $y_{110} = 1$ . Já a restrição (352) garante que para qualquer situação diferente à condição inicial das máquinas a variável binária  $y_{ijn}$  assume valor zero, validando a condição de um único *setup* também para a posição zero.

A restrição (353) diz respeito à condição de não negatividade das variáveis e a restrição (354) confirma que a variável  $y_{ijn}$  só pode assumir os valores zero ou 1.

Finalmente, a restrição (355) indica que a quantidade a ser processada no estágio 1 deve ser inteira, já que neste estágio o processo é em batelada.

#### 4. Desenvolvimento e Resultados

Este capítulo tem por função aplicar valores aos parâmetros que estão presentes na modelagem desenvolvida a fim de obter uma solução para o problema de sequenciamento da produção em sistemas híbridos MTO/MTS.

Com tais valores de parâmetros, o modelo foi implementado no *software* AIMMS em busca de soluções factíveis. Dessa forma, os resultados obtidos com a solução do modelo serão apresentados também nesta seção de forma a demonstrar a relação entre os parâmetros, variáveis, restrições e função objetivo trabalhados na presente pesquisa.

Para verificar a funcionalidade do modelo de PLIM proposto, cinco cenários com diferentes parâmetros foram testados para comprovar a eficiência e a aplicabilidade do mesmo

O desenvolvimento do modelo se deu a partir de um estudo realizado em uma empresa química, onde toda a modelagem foi baseada no sistema produtivo e nas políticas de estoque trabalhadas por esta companhia.

Dessa forma, os parâmetros da empresa objeto de estudo irão compor o cenário central das simulações, denominado de Cenário 1. Outros quatro cenários também foram simulados para evidenciar a aplicabilidade do modelo em outros sistemas produtivos semelhantes ao cenário central, como ilustrado na Figura 3.

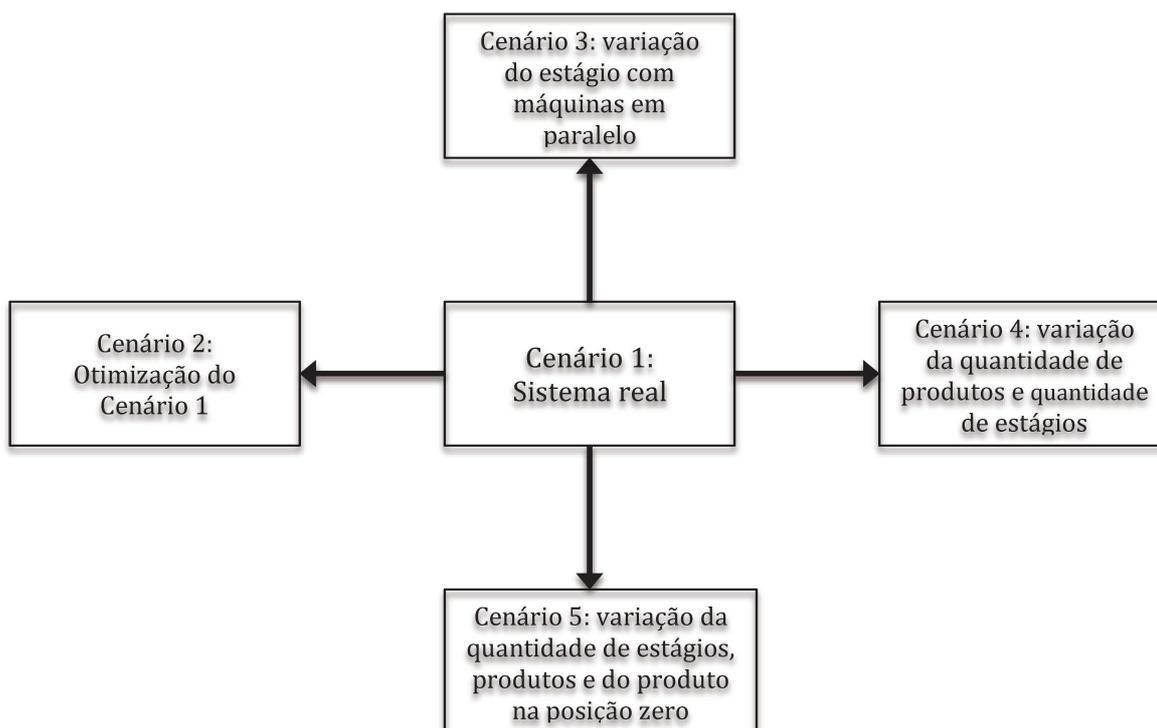


Figura 3: Construção dos cenários a partir do Cenário 1

Os cenários 2, 3, 4 e 5 são derivações do Cenário 1, dado que os parâmetros trabalhados são variações dos parâmetros centrais. Com isso, sugere-se que o modelo possa gerar resultados melhores que aqueles praticados pela empresa, bem como ser aplicado que em uma diversidade de ambientes produtivos.

#### **4.1 Estudo de Cenários**

Esta seção traz em detalhes os parâmetros utilizados em cada um dos cenários, bem como os resultados obtidos nas respectivas simulações. Por uma questão de simplificação, variáveis que possuem valor zero serão omitidas nas tabelas de resultados.

##### **4.1.1 Parâmetros do Cenário 1**

O Cenário 1, considerado o cenário central, representa o sistema produtivo da empresa química utilizado como base para a construção do modelo. Além disso, esse cenário também considera a sequência de produção praticada em um determinado período.

Tal empresa produz quatro tipos de produtos, sendo que dois deles seguem a política MTS e dois deles seguem a estratégia MTO, caracterizando um sistema híbrido de produção. Os produtos são independentes uns dos outros.

Para os dois produtos MTS, deve-se produzir o valor da demanda e mais uma determinada quantidade de acordo com a política de estoques estabelecida. Já para os dois produtos MTO, deve-se produzir apenas o valor da demanda.

O processamento desses produtos acontece em 7 estágios dispostos em série, conforme a Figura 4. Os estágios 1, 2, 4, 5 e 6 contêm apenas um tipo de máquina para o processamento. Já o estágio 3 contempla duas linhas de produção; após ser processado no estágio 2, 50% do produto intermediário resultante é processado pela linha 1 e 50% é processado pela linha 2. A linha 1 é composta por apenas uma máquina, enquanto a linha 2 é composta por 3 máquinas dispostas em série. A quantidade a ser processada pelo estágio 4 corresponde à junção da quantidade processada pela linha 1 somada à quantidade processada pela última máquina da linha 2. Por fim, o estágio 7 representa o armazém onde são estocados os produtos acabados para serem encaminhados aos clientes.

Todos os quatro produtos são processados em todos os estágios. Todas as máquinas possuem restrição de capacidade (em unidades de tempo) e cada máquina de cada

estágio pode processar apenas um produto por vez. O processo produtivo não é ideal, portanto, existem perdas de material durante os processamentos nas máquinas, ou seja, não há conservação de massa entre os estágios. Além disso, o processamento no estágio 1 é em batelada e, conseqüentemente, é inviável produzir quantidades fracionadas neste estágio. Os demais estágios são contínuos.

Entre a fabricação de um produto e outro, exige-se uma preparação das máquinas (*setup*), dado que os produtos possuem composições químicas distintas que não podem ser misturadas. O tempo e o custo de *setup* em cada máquina é dependente da sequência de produção, ou seja, o um produto pode exigir um tempo de *setup* maior ou menor em determinada máquina, dependendo de qual produto foi fabricado anteriormente a ele. Não é necessária a preparação da máquina para fabricação do mesmo produto.

Dessa forma, os parâmetros que compõem o sistema produtivo da empresa e que foram adicionados ao *software* AIMMS para a obtenção da solução do modelo estão presentes nas tabelas 1 – 19 presentes no Apêndice 1. Por uma questão de confidencialidade dos dados, tais valores foram divididos ou multiplicados por um fator que será omitido neste trabalho. Todas as unidades dos parâmetros também serão omitidas.

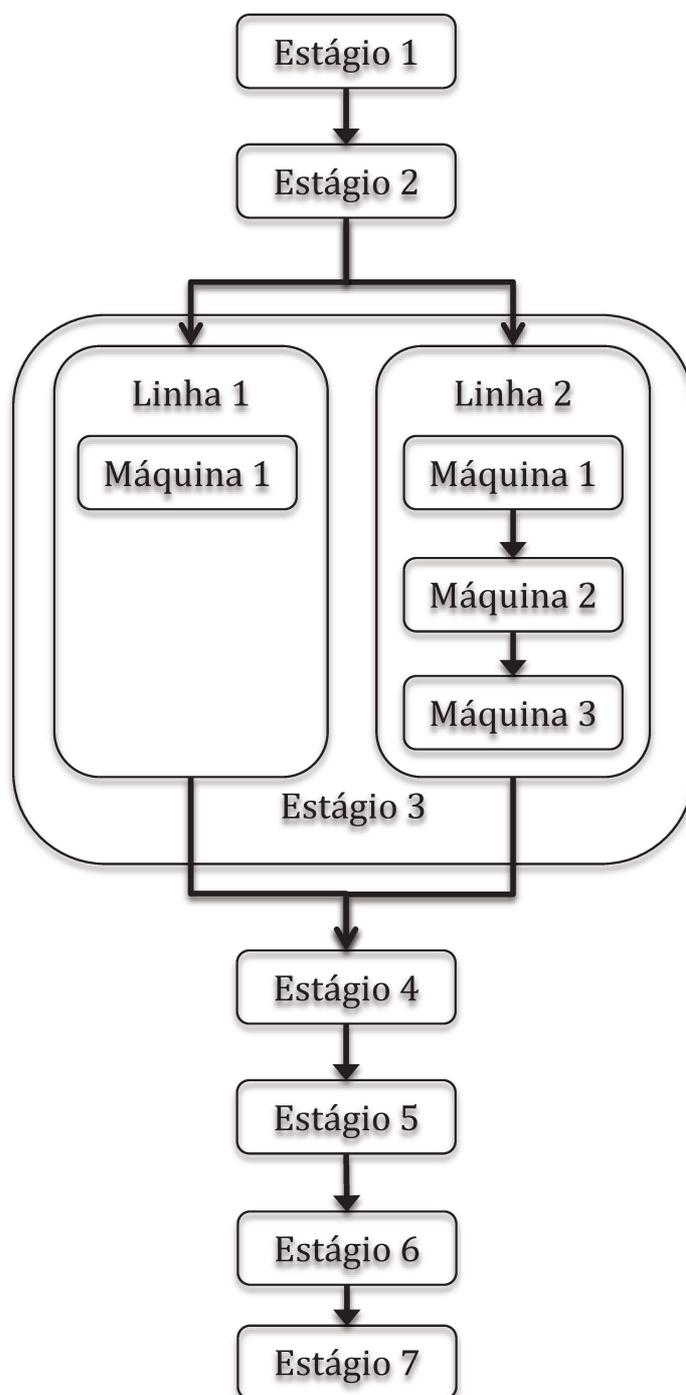


Figura 4: Fluxo de produção que representa o Cenário 1

A Tabela 1 expressa os parâmetros para os índices do modelo, ou seja, toda a definição apresentada para o sistema produtivo que define o Cenário 1. Nela estão presentes a quantidade total de produtos a serem sequenciados (4 produtos) neste cenário, desses produtos, quantos deles seguem a estratégia MTS, o número total de estágios presentes no cenário 1, a quantidade total de máquinas que compõem as linhas paralelas 1 e 2, os índices  $i$  e

$j$  que vão representar os produtos MTO e os produtos MTS, cada posição  $n$  do sequenciamento (em função do total de produtos a serem sequenciados – se há 4 produtos consequentemente há 4 posições na sequência de produção), cada um dos 7 estágios do fluxo produtivo, em qual estágio estão presentes as linhas em paralelo e cada uma das máquinas das linhas 1 e 2.

A Tabela 2 expressa os valores da demanda para cada um dos produtos que são fabricados e que devem ser atendidos.

A Tabela 3 contém as perdas de produto em cada um dos estágios dado que o sistema não é ideal. Não há valores para o estágio 3 pois tais valores estão representados por cada máquina da a Linha 1 e da Linha 2.

A Tabela 4 apresenta as perdas de produto em cada uma das máquinas da Linha 2, dado que o sistema não é ideal também nas máquinas em paralelo.

A Tabela 5 apresenta os tempos de *setup* entre um produto e outro para cada um dos estágios. Não há valores para o estágio 3 pois tais valores estão presentes para cada uma das máquinas da Linha 1 e da Linha 2.

A Tabela 6, assim como a Tabela 5, traz os tempos de *setup* entre a fabricação do produto  $j$  e o produto  $i$  na máquina presente na linha 1.

Já a Tabela 7 traz os valores dos tempos de *setup* para cada uma das máquinas que compõem a linha 2.

A Tabela 8 contém o tempo de processamento de cada produto em cada um dos estágios. Novamente não há valores para o estágio 3 pois tais valores estão presentes para cada uma das máquinas da Linha 1 da Linha 2.

A Tabela 9 expressa os valores para os tempos de processamento de cada produto na máquina presente na linha 1. Já a Tabela 10 apresenta os valores dos tempos de processamento de cada produto em cada uma das máquinas da linha 2.

A Tabela 11 expressa a capacidade (em unidades de tempo) de cada estágio do fluxo. O estágio 3 está contemplado pela capacidade da máquina da Linha 1 e pela capacidade das máquinas da Linha 2.

A Tabela 12 contempla os valores de capacidade (em unidades de tempo) para cada máquina que compõe a linha 2.

Na Tabela 13 estão presentes os custos de processamento de cada produto em cada um dos estágios. Para o estágio 3, tais valores estão presentes para as máquinas da Linha 1 e Linha 2.

A Tabela 14 traz os custos de *setup* entre um produto e outro para cada um dos estágios. Novamente não há valores para o estágio 3 pois tais valores estão presentes para cada uma das máquinas da Linha 1 e da Linha 2.

Na tabela 15 estão presentes os custos de processamento de cada produto na máquina da linha 1.

A Tabela 16 traz os valores dos custos de processamento de cada produto em cada máquina da linha 2.

A Tabela 17 traz os custos de *setup* entre um produto e outro para a máquina presente na linha 1

Na Tabela 18 estão os valores dos custos de *setup* entre a fabricação dos produtos para cada máquina que compõe a linha 2.

Finalmente, na Tabela 19 estão presentes os valores dos demais parâmetros de processo. A primeira linha contém a quantidade de produto presente no último estágio (armazém) na posição zero do sequenciamento, ou seja, o estoque inicial. A segunda linha expressa a política de estoque dos produtos MTS, ou seja, o quanto deve-se manter em estoque ao fim do sequenciamento. A terceira linha traz a proporção de produto destinado à linhas 1, ou seja, do total de produto que chega ao estágio 3, 50% é processado pela linha 1 e os demais 50% são processados pela linha 2. A quarta linha mostra o valor de 1000 que foi utilizado para o número suficientemente grande presente na restrição (348). A quinta linha determina que as máquinas estão com o *setup* realizado para a fabricação do produto 1 na posição zero do sequenciamento (posição inicial). Já na sexta linha há o valor de perda na máquina da linha 1, que corresponde a 0%. Por fim, a sétima linha diz que a capacidade da linha 1 é de 4800 (em unidades de tempo).

#### **4.1.1.1 Resultados do Cenário 1**

O Cenário 1 consiste em trazer os resultados encontrados através da situação praticada pela empresa objeto de estudo. Sabe-se que a sequência de produção realizada em um determinado período foi a seguinte:

- Posição 0: Produto 1
- Posição 1: Produto 3
- Posição 2: Produto 1
- Posição 3: Produto 2
- Posição 4: Produto 4

Dado que a sequência de produção já é conhecida, o modelo apresenta como resultado para a variável  $x_{jmn}$  os valores presentes na Tabela 20.

Tabela 20: valores obtidos para a variável  $x_{jmn}$  através da solução do modelo.

n	j	m	Quantidade
Posição 1	Produto 3	Estágio 1	32,000
		Estágio 2	28,800
		Estágio 3	27,360
		Estágio 4	26,161
		Estágio 5	24,853
		Estágio 6	22,368
		Estágio 7	21,250
Posição 2	Produto 1	Estágio 1	190,000
		Estágio 2	171,000
		Estágio 3	162,000
		Estágio 4	155,333
		Estágio 5	147,566
		Estágio 6	132,810
		Estágio 7	126,169
Posição 3	Produto 2	Estágio 1	121,000
		Estágio 2	108,900
		Estágio 3	103,455
		Estágio 4	98,923
		Estágio 5	93,977
		Estágio 6	84,579
		Estágio 7	80,350
Posição 4	Produto 4	Estágio 1	43,000
		Estágio 2	38,700
		Estágio 3	36,765
		Estágio 4	35,154
		Estágio 5	33,397
		Estágio 6	30,057
		Estágio 7	28,554

As colunas 1 e 2 da Tabela 20 mostram que os produtos 3, 1, 2 e 4 ocupam a primeira, segunda, terceira e quarta posições do sequenciamento, respectivamente, conforme a sequência praticada pela empresa.

A quantidade processada por cada estágio em cada posição, considerando-se as perdas de processo, estão presentes na última coluna. No estágio 7, que representa o armazém, chegam as quantidades estabelecidas pela demanda para os produtos MTO e as quantidades

estabelecidas pela demanda mais a política de estoques para os produtos MTS. O valor fracionado é consequência da restrição que dita que o estágio 1 deve processar apenas valores inteiros e pode ser desconsiderado na prática.

A Tabela 21 traz os resultados encontrados na solução do modelo para a variável da linha 1  $q_{ajn}$ .

Tabela 21: valores obtidos para a variável  $q_{ajn}$  através da solução do modelo

a	n	j	Quantidade
1	Posição 1	Produto 3	13,680
	Posição 2	Produto 1	81,255
	Posição 3	Produto 2	51,727
	Posição 4	Produto 4	18,382

Na Tabela 21, estão presentes os valores processados pela única máquina da linha 1 (primeira coluna da tabela) em cada posição do sequenciamento. As colunas 2 e 3 mostram que a posição 1, 2, 3 e 4 do sequenciamento são ocupadas pelos produtos 3, 1, 2 e 4, respectivamente. Tal resultado está alinhado com o encontrado nos demais estágios, ou seja, a posição 1 é ocupada pelo produto 3 tanto na Tabela 20, quanto na Tabela 21, por exemplo, validando a relação entre ambas as variáveis.

A Tabela 22 traz os resultados encontrados na solução do modelo para a variável da linha 2  $v_{bjn}$ .

Tabela 22: valores obtidos para a variável  $v_{bjn}$  através da solução do modelo

n	j	b	Quantidade
Posição 1	Produto 3	Máquina 1	13,680
		Máquina 2	12,996
		Máquina 3	12,736
Posição 2	Produto 1	Máquina 1	81,255
		Máquina 2	77,164
		Máquina 3	75,620
Posição 3	Produto 2	Máquina 1	51,728
		Máquina 2	49,141
		Máquina 3	48,158
Posição 4	Produto 4	Máquina 1	18,383
		Máquina 2	17,463
		Máquina 3	17,114

A Tabela 22, assim como a Tabela 21, mostra na primeira coluna a posição do sequenciamento, na segunda coluna o produto que ocupa tal posição, na terceira coluna cada uma das máquinas que compõem a linha 2 e na quarta coluna o valor processado por cada uma dessas máquinas considerando-se as perdas.

Os produtos ocupam a mesma posição das Tabelas 20, 21 e 22, apresentando um resultado factível. Pode-se destacar também que, do total presente no estágio 3 em cada posição do sequenciamento na Tabela 20, 50% foi destinado à linha 1 e 50% foi destinado à linha 2, como dita o parâmetro.

Já a Tabela 23 apresenta os resultados encontrados pelo modelo para a variável binária  $y_{jin}$ .

Tabela 23: valores obtidos para a variável  $y_{jin}$  através da solução do modelo.

n	j	i	Valor
Posição 1	Produto 1	Produto 3	1
Posição 2	Produto 3	Produto 1	1
Posição 3	Produto 1	Produto 2	1
Posição 4	Produto 2	Produto 4	1

Na Tabela 23, constata-se que na posição 1, representada na primeira coluna, foi realizado o *setup* do produto 1 (segunda coluna) para o produto 3 (terceira coluna), dado que a variável binária assumiu valor 1 (quarta coluna) para esta situação. A mesma relação vale para as demais posições.

Com isso, observa-se que apenas o devido *setup* foi realizado nas trocas de produtos nas posições do sequenciamento, validando a factibilidade da solução do Cenário 1.

A Tabela 24 mostra os resultados obtidos para a variável  $I_{jMN}$  que dita a política de estoques dos produtos MTS.

Tabela 24: valores obtidos para a variável  $I_{jMN}$  através da solução do modelo.

n	j	M	Quantidade
Posição 4	Produto 1	Estágio 7	40
Posição 4	Produto 2	Estágio 7	40

Com a Tabela 24, conclui-se que ao fim do sequenciamento, ou seja, na posição 4 (vide coluna 1) há 40 unidades (coluna 4) de produtos MTS 1 e 2 (coluna 2) no armazém (coluna 3), como manda a política de estoques dos parâmetros.

Finalmente, através dos parâmetros definidos e dos valores encontrados pelas variáveis, a valor da função objetivo para o cenário 1 assume o valor de \$ 27496.

#### **4.1.2 Parâmetros do Cenário 2**

O Cenário 2 considera o mesmo fluxo produtivo (Figura 4) e os mesmos parâmetros das tabelas 1 – 19 do Cenário 1.

Contudo, o Cenário 1 considera a sequência de produção praticada pela empresa para calcular o valor da função objetivo. Já o objetivo do Cenário 2 é utilizar o modelo para obter o sequenciamento dos quatro produtos de forma a minimizar os custos de produção nas mesmas condições do Cenário 1. Dessa forma, espera-se como resposta do modelo, além do valor da função objetivo, os valores ótimos para as variáveis  $x_{jmn}$ ,  $I_{jMN}$ ,  $Q_{ajn}$ ,  $V_{bjn}$  e  $Y_{jin}$ .

##### **4.1.2.1 Resultados do Cenário 2**

O Cenário 2 consiste em resolver o modelo para os mesmos parâmetros do Cenário 1 e obter uma nova sequência de produção que minimize os custos conforme dita o modelo.

A Tabela 25 traz os valores encontrados para a variável  $x_{jmn}$ , denotando o quanto de cada produto foi processado em cada um dos estágios nas 4 posições do sequenciamento.

Tabela 25: valores obtidos para a variável  $x_{jmn}$  através da solução do modelo.

n	j	m	Quantidade
Posição 1	Produto 1	Estágio 1	190,000
		Estágio 2	171,000
		Estágio 3	162,000
		Estágio 4	155,333
		Estágio 5	147,566
		Estágio 6	132,810
		Estágio 7	126,169
Posição 2	Produto 2	Estágio 1	121,000
		Estágio 2	108,900
		Estágio 3	103,455
		Estágio 4	98,923
		Estágio 5	93,977
		Estágio 6	84,579
		Estágio 7	80,350
Posição 3	Produto 4	Estágio 1	43,000
		Estágio 2	38,700
		Estágio 3	36,765
		Estágio 4	35,154
		Estágio 5	33,397
		Estágio 6	30,057
		Estágio 7	28,554
Posição 4	Produto 3	Estágio 1	32,000
		Estágio 2	28,800
		Estágio 3	27,360
		Estágio 4	26,161
		Estágio 5	24,853
		Estágio 6	22,368
		Estágio 7	21,250

Com a Tabela 25, nota-se que a sequência obtida com a solução do modelo foi: Produto 1, Produto 2, Produto 4 e Produto 3.

Além disso, também é possível observar que no estágio 7 (que contempla o estoque de produto acabado) estão presentes os valores exigidos pela demanda para os produtos MTO e os valores de demanda mais política de estoques para os produtos MTS. Os valores fracionados são consequência da restrição que determina que no estágio 1 o valor seja inteiro, uma vez que o processo é em batelada, e podem ser desconsiderados na prática.

A Tabela 26 traz os resultados encontrados na solução do modelo para a variável da linha 1  $q_{ajn}$ .

Tabela 26: valores obtidos para a variável  $q_{ajn}$  através da solução do modelo.

a	n	j	Quantidade
1	Posição 1	Produto 1	81,255
	Posição 2	Produto 2	51,727
	Posição 3	Produto 4	18,382
	Posição 4	Produto 3	13,680

Na Tabela 26 observa-se que a os produtos que ocupam as posições 1, 2, 3 e 4 na linha 1 são os produtos 1, 2, 4, e 3, respectivamente, Tal sequência é equivalente à sequência estabelecida na Tabela 25, garantindo a relação entre ambas as variáveis.

A Tabela 27 traz os resultados encontrados na solução do modelo para a variável da linha 2  $v_{bjn}$ .

Tabela 27: valores obtidos para a variável  $v_{bjn}$  através da solução do modelo

n	j	b	Quantidade
Posição 1	Produto 1	Máquina 1	81,255
		Máquina 2	77,164
		Máquina 3	75,620
Posição 2	Produto 2	Máquina 1	51,728
		Máquina 2	49,141
		Máquina 3	48,158
Posição 3	Produto 4	Máquina 1	18,383
		Máquina 2	17,463
		Máquina 3	17,114
Posição 4	Produto 3	Máquina 1	13,680
		Máquina 2	12,996
		Máquina 3	12,736

Na Tabela 27, os produtos processados pela linha 2 ocupam a mesma posição que os produtos das Tabelas 26 e 25, apresentando um resultado factível.

Destaca-se também que a quantidade de produto que chega ao estágio 3 (vide Tabela 25) é distribuída igualmente para a primeira máquina de cada uma das linhas, conforme manda o parâmetro. Já a quantidade de produto recebida no estágio 4 representa a soma de produto que deixou a linha 1 mais a quantidade que deixou a linha 2.

Já a Tabela 28 apresenta os resultados encontrados pelo modelo para a variável binária  $y_{jin}$ .

Tabela 28: valores obtidos para a variável  $y_{jin}$  através da solução do modelo.

n	j	i	Valor
Posição 1	Produto 1	Produto 1	1
Posição 2	Produto 1	Produto 2	1
Posição 3	Produto 2	Produto 4	1
Posição 4	Produto 4	Produto 3	1

A Tabela 28 traz os valores diferentes de zero obtidos pela variável binária  $y_{jin}$ . Com ela, nota-se que na posição 1, manteve-se a produção de produto 1. Já na posição 2, a variável estabeleceu que o *setup* a ser realizado deve ser entre os produtos 1 e 2. Para a posição 3, o *setup* realizado foi entre os produtos 2 e 4. E finalmente para a posição 4, o *setup* definido foi entre os produtos 4 e 3. Novamente a coluna de posição e as colunas de produtos estão alinhadas com os valores presentes nessas mesmas colunas das tabelas 25, 26 e 27 indicando que somente o *setup* necessário foi realizado.

A Tabela 29 mostra os resultados obtidos para a variável  $I_{jMN}$  que dita a política de estoques dos produtos MTS.

Tabela 29: valores obtidos para a variável  $I_{jMN}$  através da solução do modelo.

n	j	M	Quantidade
Posição 4	Produto 1	Estágio 7	40
Posição 4	Produto 2	Estágio 7	40

Por fim, a Tabela 29 traz os valores obtidos para a variável  $I_{jMN}$ , ou seja, após atender toda a demanda (última posição da sequência), no estágio 7 (armazém) estão estocadas as quantidades que determina a política MTS para os produtos 1 e 2. Para os produtos 3 e 4 não há valores pois estes obedecem a política MTO onde só é produzida a quantidade correspondente à demanda.

Finalmente, através dos parâmetros definidos e dos valores encontrados para as variáveis, a função objetivo para o cenário 2 assume o valor de \$ 26481.

#### 4.1.3 Parâmetros do Cenário 3

O Cenário 3 considera os mesmos parâmetros do Cenário 1 das tabelas 1 – 19 presentes no Apêndice 1, com exceção para o parâmetro MP presente na Tabela 19. Este cenário trabalha com as linhas em paralelo pertencentes ao estágio 2, como mostra a Figura 5.

Logo, altera-se apenas o valor do parâmetro MP para o valor 2. Vale ressaltar que as políticas MTS para os produtos 1 e 2 e MTO para os produtos 3 e 4 também são mantidas.

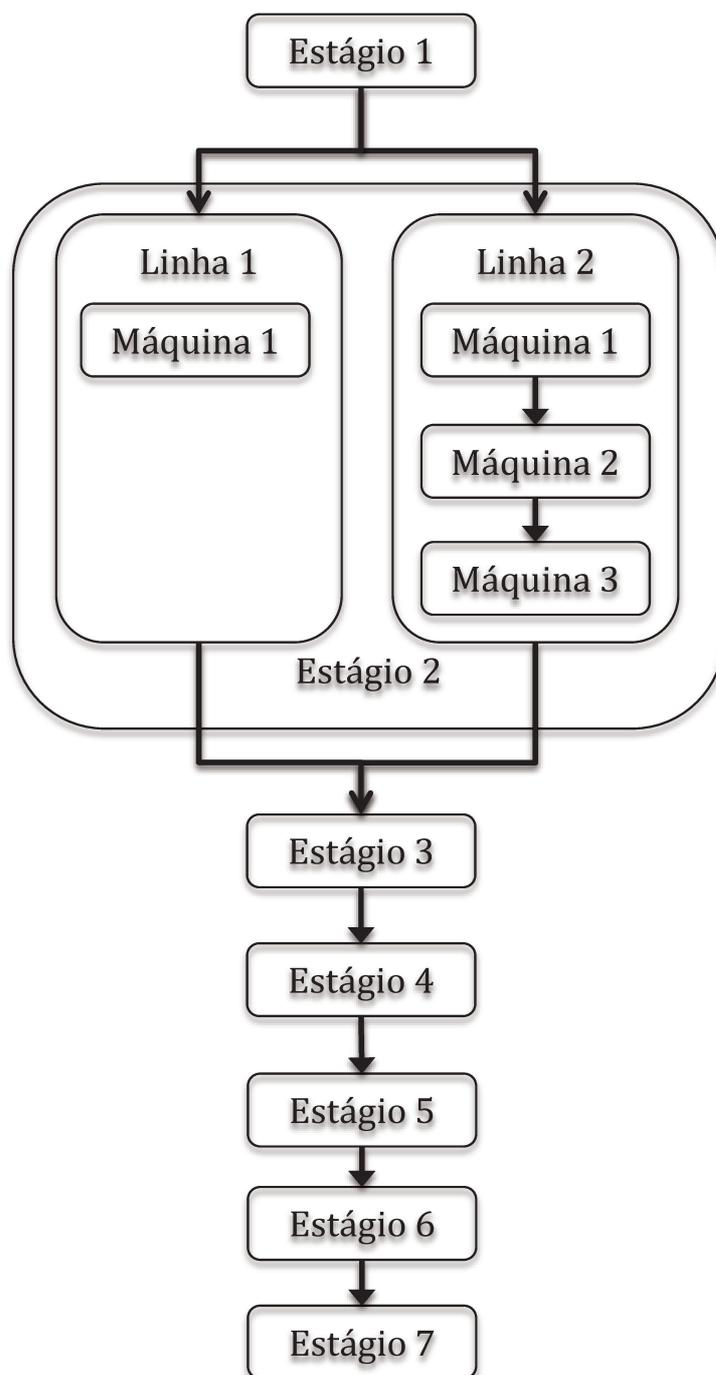


Figura 5: Fluxo de produção que representa o Cenário 3

Sabendo que há 4 produtos a serem processados pelos estágios mostrados na Figura 5 e que o estágio 2 contém as máquinas em paralelo, novos valores para as variáveis  $x_{jmn}$ ,  $I_{jMN}$ ,  $q_{ajn}$ ,  $v_{bjn}$  e  $y_{jin}$  são esperados.

#### 4.1.3.1 Resultados do Cenário 3

O Cenário 3, sendo uma variação do Cenário 1, visa novos resultados mantendo-se as mesmas políticas de estoque e demais os parâmetros do cenário real, porém com as máquinas em paralelo pertencendo ao estágio 2.

A Tabela 30 traz os valores encontrados para a variável  $x_{jmn}$ , exibindo o quanto foi produzido em cada estágio com a configuração exibida na Figura 5.

Tabela 30: valores obtidos para a variável  $x_{jmn}$  através da solução do modelo.

n	j	m	Quantidade
Posição 1	Produto 1	Estágio 1	190,000
		Estágio 2	171,000
		Estágio 3	163,508
		Estágio 4	155,333
		Estágio 5	147,566
		Estágio 6	132,810
		Estágio 7	126,169
Posição 2	Produto 2	Estágio 1	121,000
		Estágio 2	108,900
		Estágio 3	104,129
		Estágio 4	98,923
		Estágio 5	93,977
		Estágio 6	84,579
		Estágio 7	80,350
Posição 3	Produto 4	Estágio 1	43,000
		Estágio 2	38,700
		Estágio 3	37,005
		Estágio 4	35,154
		Estágio 5	33,397
		Estágio 6	30,057
		Estágio 7	28,554
Posição 4	Produto 3	Estágio 1	32,000
		Estágio 2	28,800
		Estágio 3	27,538
		Estágio 4	26,161
		Estágio 5	24,853
		Estágio 6	22,368
		Estágio 7	21,250

Os valores presentes na Tabela 30 apontam que as posições 1, 2, 3 e 4 do sequenciamento são ocupadas pelos produtos 1, 2, 4 e 3, respectivamente. Os produtos são

processados por todos os estágios na ordem estabelecida, como mostra a última coluna da Tabela 30, e a quantidade de produto que chega ao armazém, representado pelo estágio 7, dos produtos 1 e 2 é equivalente à demanda mais política de estoques enquanto para os produtos 3 e 4 é apenas o valor da demanda.

Na Tabela 31 estão presentes os valores obtidos para a variável  $q_{ajn}$  que representa o processamento na máquina da linha 1.

Tabela 31: valores obtidos para a variável  $q_{ajn}$  através da solução do modelo

a	n	j	Quantidade
1	Posição 1	Produto 1	85,500
	Posição 2	Produto 2	54,450
	Posição 3	Produto 4	19,350
	Posição 4	Produto 3	14,400

A Tabela 31 mostra que os produtos que ocupam as posições 1, 2, 3 e 4 também são os produtos 1, 2, 4 e 3, respectivamente, assim como na Tabela 30. A quantidade de cada produto processado na única máquina da linha 1 (última coluna) é exatamente metade do valor que corresponde ao estágio 2 na Tabela 30 como manda o parâmetro.

Já a Tabela 32 contém os resultados para a variável  $v_{bjn}$  que corresponde ao processamento nas máquinas da linha 2.

Tabela 32: valores obtidos para a variável  $v_{bjn}$  através da solução do modelo.

n	j	b	Quantidade
Posição 1	Produto 1	Máquina 1	85,500
		Máquina 2	81,225
		Máquina 3	79,601
Posição 2	Produto 2	Máquina 1	54,450
		Máquina 2	51,728
		Máquina 3	50,693
Posição 3	Produto 4	Máquina 1	19,350
		Máquina 2	18,383
		Máquina 3	18,015
Posição 4	Produto 3	Máquina 1	14,400
		Máquina 2	13,680
		Máquina 3	13,406

Através da tabela 32, constata-se que a sequência de produção é exatamente a mesma encontrada nas tabelas 30 e 31: produto 1 na posição 1, produto 2 na posição 2,

produto 4 na posição 3 e produto 3 na posição 4. A quantidade de produto a ser processada pela máquina 1 da linha 2 é metade da quantidade pertencente ao estágio 2 da tabela 30, validando novamente o parâmetro que determina que 50% seja processado por cada uma das linhas.

Destaca-se também que a quantidade de produto presente no estágio 3 da Tabela 30 corresponde à junção dos produtos que deixaram a linha 1 e a linha 2. A partir daí o processamento segue estágio a estágio até ser finalizado no armazém.

Na Tabela 33 estão os valores obtidos para a variável binária  $y_{jin}$  que estabelece qual *setup* deve ser realizado em cada posição da sequência.

Tabela 33: valores obtidos para a variável  $y_{jin}$  através da solução do modelo.

n	j	i	Valor
Posição 1	Produto 1	Produto 1	1
Posição 2	Produto 1	Produto 2	1
Posição 3	Produto 2	Produto 4	1
Posição 4	Produto 4	Produto 3	1

Para a posição 1 da Tabela 33, a variável que assumiu valor 1 foi a  $y_{111}$ , ou seja, manteve-se a produção de produto 1 dado que na posição zero as máquinas estavam preparadas justamente para o produto 1. Já na posição 2 o *setup* realizado foi do produto 1 para o produto 2, uma vez nesta posição há produto 2 sendo fabricado conforme as tabelas 30, 31 e 32. Na posição 3 fez-se o *setup* do produto 2 para o produto 4 e na posição 4 preparou-se as máquinas para iniciar a produção do produto 3. Sendo assim, o devido *setup* é realizado nas trocas de produtos entre as posições do sequenciamento estabelecido.

Por fim, a Tabela 34 traz os resultados encontrados para a variável  $I_{jMN}$  responsável pela política MTS.

Tabela 34: valores obtidos para a variável  $I_{jMN}$  através da solução do modelo.

n	j	M	Quantidade
Posição 4	Produto 1	Estágio 7	40
Posição 4	Produto 2	Estágio 7	40

A partir dos valores da Tabela 34, constata-se que após atender a demanda dos produtos 1 e 2, o estágio 7 ainda permaneceu com o valor de 40 (que representa a estratégia MTS) ao fim do sequenciamento.

Finalmente, através dos parâmetros definidos e dos valores encontrados pelas variáveis, a função objetivo para o cenário 3 assume o valor de \$ 26867.

#### 4.1.4 Parâmetros do Cenário 4

O Cenário 4 também representa uma variação do Cenário 1. Nele, consideram-se seis produtos a serem sequenciados e processados em cinco estágios, sendo o quinto estágio o armazém onde são estocados os produtos. Os produtos 1 e 2 seguem a política MTS enquanto os produtos 3, 4, 5, 6 e 7 seguem a estratégia MTO. Além disso, as Linhas 1 e 2, pertencentes ao estágio 3, passam a contemplar duas máquinas cada, conforme mostra a Figura 6.

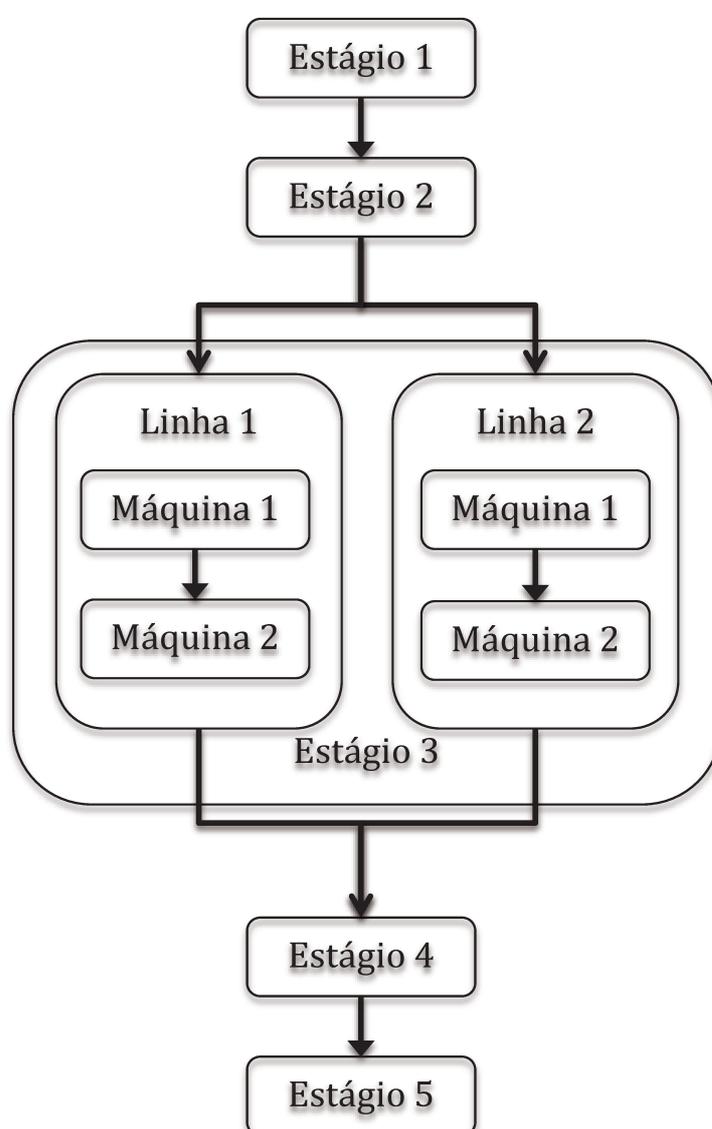


Figura 6: Fluxo de produção que representa o Cenário 4

Os novos parâmetros utilizados são apresentados nas tabelas 35 – 55 presentes no Apêndice 2. Dado que este cenário é hipotético, os parâmetros também possuem valores fictícios, uma vez que a função do cenário é validar o funcionamento do modelo.

A Tabela 35 expressa os parâmetros para os índices do modelo, ou seja, toda a definição apresentada para o sistema produtivo que define o Cenário 4. Nela estão presentes a quantidade total de produtos a serem sequenciados (6 produtos) neste cenário, quais deles seguem a estratégia MTS, o número total de estágios presentes no cenário 4, a quantidade total de máquinas que compõem as linhas paralelas 1 e 2, os índices  $i$  e  $j$  que vão representar os produtos MTO e os produtos MTS, cada posição  $n$  do sequenciamento (em função do total de produtos a serem sequenciados – se há 6 produtos consequentemente há 6 posições na sequência de produção), cada um dos 5 estágios do fluxo produtivo, em qual estágio estão presentes as linhas em paralelo e a quantidade de máquinas nas linhas 1 e 2.

A Tabela 36 expressa os valores da demanda para cada um dos 6 produtos que são fabricados neste cenário.

A Tabela 37 contém as perdas de produto em cada um dos 5 estágios deste cenário dado que o sistema não é ideal. Não há valores para o estágio 3 pois tais valores estão representados por cada máquina da Linha 1 e da Linha 2.

As Tabelas 38 e 39 apresentam as perdas de produto em cada uma das máquinas das linhas 1 e 2, respectivamente, dado que o sistema não é ideal também nas máquinas em paralelo.

A Tabela 40 apresenta os tempos de *setup* entre um produto e outro para cada um dos estágios do cenário 4. Não há valores para o estágio 3 pois tais valores estão presentes para cada uma das máquinas da Linha 1 e da Linha 2.

As Tabelas 41 e 42 trazem os tempos de *setup* entre a fabricação do produto  $j$  e o produto  $i$  nas duas máquinas presente na linha 1 e na linha 2, respectivamente.

A Tabela 43 contém o tempo de processamento de cada produto em cada um dos 5 estágios. Novamente não há valores para o estágio 3 pois tais valores estão presentes para cada uma das máquinas da Linha 1 da Linha 2.

A Tabela 44 expressa os valores para os tempos de processamento de cada produto nas duas máquinas presentes na linha 1. Já a Tabela 45 apresenta os valores dos tempos de processamento de cada produto em cada uma das máquinas da linha 2.

A Tabela 46 expressa a capacidade (em unidades de tempo) de cada estágio do fluxo. O estágio 3 está contemplado pela capacidade das máquinas da Linha 1 e pela capacidade das máquinas da Linha 2.

As tabelas 47 e 48 contemplam os valores de capacidade (em unidades de tempo) para cada máquina presente nas linhas 1 e 2, respectivamente.

Na Tabela 49 estão presentes os custos de processamento de cada produto em cada um dos 5 estágios. Para o estágio 3, tais valores estão presentes para as máquinas da Linha 1 e Linha 2.

A Tabela 50 traz os custos de *setup* entre um produto e outro para cada um dos estágios. Novamente não há valores para o estágio 3 pois tais valores estão presentes para cada uma das máquinas da Linha 1 e da Linha 2.

Na tabela 51 estão presentes os custos de processamento de cada produto nas duas máquinas da linha 1.

A Tabela 52 traz os valores dos custos de processamento de cada produto em cada máquina da linha 2.

As tabelas 53 e 54 trazem os custos de *setup* entre um produto e outro para as duas máquina presente na linha 1 e para as duas máquinas pertencentes à linha 2, respectivamente.

Finalmente, na Tabela 55 estão presentes os valores dos demais parâmetros de processo. A primeira linha contém a quantidade de produto presente no último estágio (armazém) na posição zero do sequenciamento, ou seja, o estoque inicial. A segunda linha expressa a política de estoque dos produtos MTS, ou seja, o quanto deve-se manter em estoque ao fim do sequenciamento. A terceira linha traz a proporção de produto destinado à linhas 1, ou seja, do total de produto que chega ao estágio 3, 50% é processado pela linha 1 e os demais 50% são processados pela linha 2. A quarta linha mostra o valor de 1000 que foi utilizado para o número suficientemente grande presente na restrição (348). A quinta linha determina que as máquinas estão com o *setup* realizado para a fabricação do produto 1 na posição zero do sequenciamento (posição inicial).

#### **4.1.4.1 Resultados do Cenário 4**

No Cenário 4, derivado do Cenário 1, são variadas a quantidade de estágios, a quantidade de produtos a serem produzidos e a quantidade de máquinas que compõem as linhas 1 e 2.

A Tabela 56 exibe os valores para a variável  $x_{jmn}$  que representa a quantidade de produto processado em cada posição.

Tabela 56: valores obtidos para a variável  $x_{jmn}$  através da solução do modelo

n	j	m	Quantidade
Posição 1	Produto 1	Estágio 1	161,000
		Estágio 2	144,900
		Estágio 3	137,655
		Estágio 4	132,906
		Estágio 5	126,261
Posição 2	Produto 6	Estágio 1	64,000
		Estágio 2	57,600
		Estágio 3	54,720
		Estágio 4	52,832
		Estágio 5	50,196
Posição 3	Produto 5	Estágio 1	39,000
		Estágio 2	35,100
		Estágio 3	33,345
		Estágio 4	32,195
		Estágio 5	30,585
Posição 4	Produto 2	Estágio 1	103,000
		Estágio 2	92,700
		Estágio 3	88,065
		Estágio 4	85,027
		Estágio 5	80,775
Posição 5	Produto 4	Estágio 1	36,000
		Estágio 2	32,400
		Estágio 3	30,780
		Estágio 4	29,718
		Estágio 5	28,232
Posição 6	Produto 3	Estágio 1	27,000
		Estágio 2	24,300
		Estágio 3	23,085
		Estágio 4	22,289
		Estágio 5	21,474

As colunas 1 e 2 da Tabela 56 mostram que as posições 1, 2, 3, 4, 5 e 6 do sequenciamento são ocupadas pelos produtos 1, 6, 5, 2, 4 e 3, respectivamente, sendo esta a sequência ótima encontrada através da solução do modelo.

A quantidade processada por cada estágio em cada posição, considerando-se as perdas de processo, estão presentes na última coluna. No estágio 5, que representa o armazém,

chegam as quantidades estabelecidas pela demanda mais a política de estoques para os produtos 1 e 2 MTS e as quantidades estabelecidas pela demanda para os produtos 3, 4, 5 e 6 MTO. O valor fracionado é consequência da restrição que dita que o estágio 1 deve processar apenas valores inteiros e pode ser desconsiderado na prática.

A Tabela 57 traz os resultados encontrados pela solução do modelo para a variável da linha 1  $q_{ajn}$ .

Tabela 57: valores obtidos para a variável  $q_{ajn}$  através da solução do modelo.

n	j	a	Quantidade
Posição 1	Produto 1	Máquina 1	68,875
		Máquina 2	68,875
Posição 2	Produto 6	Máquina 1	27,360
		Máquina 2	27,360
Posição 3	Produto 5	Máquina 1	16,673
		Máquina 2	16,673
Posição 4	Produto 2	Máquina 1	44,033
		Máquina 2	44,033
Posição 5	Produto 4	Máquina 1	15,390
		Máquina 2	15,390
Posição 6	Produto 3	Máquina 1	11,543
		Máquina 2	11,543

As colunas 1 e 2 da Tabela 57 mostram que as posições 1, 2, 3, 4, 5 e 6 são ocupadas pelos mesmos produtos da sequência da Tabela 56, garantindo a factibilidade da solução. Já as colunas 3 e 4 relacionam os valores processados de cada produto pelas duas máquinas da linha 1 em cada uma das 6 posições. Como não há perdas nessas máquinas, a quantidade produzida por cada uma delas é exatamente a mesma em cada posição. A quantidade a ser processada pela máquina 1 em cada posição corresponde à metade do valor presente no estágio 3 da Tabela 56, seguindo tal parâmetro.

A Tabela 58 traz os resultados encontrados na solução do modelo para a variável da linha 2  $v_{bjn}$ .

Tabela 58: valores obtidos para a variável  $v_{bjn}$  através da solução do modelo.

n	j	b	Quantidade
Posição 1	Produto 1	Máquina 1	68,828
		Máquina 2	65,386
Posição 2	Produto 6	Máquina 1	27,360
		Máquina 2	25,992
Posição 3	Produto 5	Máquina 1	16,673
		Máquina 2	15,839
Posição 4	Produto 2	Máquina 1	44,033
		Máquina 2	41,831
Posição 5	Produto 4	Máquina 1	15,390
		Máquina 2	14,621
Posição 6	Produto 3	Máquina 1	11,543
		Máquina 2	10,965

As colunas 1 e 2 da Tabela 58 também mostram que as posições 1, 2, 3, 4, 5 e 6 são ocupadas pelos mesmos produtos da sequência da Tabela 56. Já as colunas 3 e 4 relacionam os valores processados de cada produto pelas duas máquinas da linha 2 em cada uma das 6 posições considerando-se as perdas de processo. A quantidade a ser processada pela máquina 1 em cada posição também corresponde à metade do valor presente no estágio 3 da Tabela 56, como dita o parâmetro.

Já a Tabela 59 apresenta os resultados encontrados pelo modelo para a variável binária determinante do *setup* a ser realizado  $y_{jin}$ .

Tabela 59: valores obtidos para a variável  $y_{jin}$  através da solução do modelo.

n	j	i	Valor
Posição 1	Produto 1	Produto 1	1
Posição 2	Produto 1	Produto 6	1
Posição 3	Produto 6	Produto 5	1
Posição 4	Produto 5	Produto 2	1
Posição 5	Produto 2	Produto 4	1
Posição 6	Produto 4	Produto 3	1

A Tabela 59 traz os valores diferentes de zero obtidos pela variável binária  $y_{jin}$ . Com ela, nota-se que na posição 1, manteve-se a produção de produto 1. Já na posição 2, a variável estabeleceu que o *setup* a ser realizado deve ser entre os produtos 1 e 6. Para a posição 3, o *setup* realizado foi entre os produtos 6 e 5. Na posição 4, o *setup* definido foi entre os produtos 5 e 2. A posição 5 é ocupada pelo *setup* entre os produtos 2 e 4. Por fim, a

posição 6 indica que o *setup* realizado foi entre os produtos 4 e 3. Novamente a coluna de posição e as colunas de produtos estão alinhadas com os valores presentes nessas mesmas colunas das tabelas 56, 57 e 58 indicando que somente o *setup* necessário foi realizado.

A Tabela 60 traz os resultados encontrados para a variável  $I_{jMN}$  responsável pela política MTS no Cenário 4.

Tabela 60: valores obtidos para a variável  $I_{jMN}$  através da solução do modelo.

n	j	M	Quantidade
Posição 4	Produto 1	Estágio 5	40
Posição 4	Produto 2	Estágio 5	40

Finalmente, a Tabela 60 traz os valores obtidos para a variável  $I_{jMN}$ , ou seja, após atender toda a demanda (última posição da sequência) no estágio 5 (armazém) estão estocadas as quantidades que determina a política MTS para os produtos 1 e 2. Para os produtos 3, 4, 5 e 6 não há valores pois estes obedecem a política MTO onde só é produzida a quantidade correspondente à demanda.

Com todos os valores de parâmetros apresentados e os resultados obtidos para cada uma das variáveis, tem-se que o valor da função objetivo representa um custo de \$ 23857.

#### 4.1.5 Parâmetros do Cenário 5

O quinto e último cenário também é uma variação do Cenário 1. Nele, consideram-se 10 estágios de processamento, sendo o último deles o armazém onde os produtos são estocados. O objetivo principal é sequenciar 6 produtos também de forma a minimizar os custos.

As Linhas paralelas 1 e 2 possuem duas máquinas cada e o estágio que as contempla passa a ser o estágio 2, conforme a Figura 7. Os produtos 1 e 2 seguem a política MTS enquanto os produtos 3, 4, 5 e 6 seguem a estratégia MTO. Diferentemente do Cenário 1 que possui produto 1 na posição zero do sequenciamento, este cenário considera produto 4 na posição inicial.

Novamente, por se tratar de um cenário hipotético, os respectivos parâmetros também são aleatórios e estão representados nas tabelas 61 – 81 no Apêndice 3.

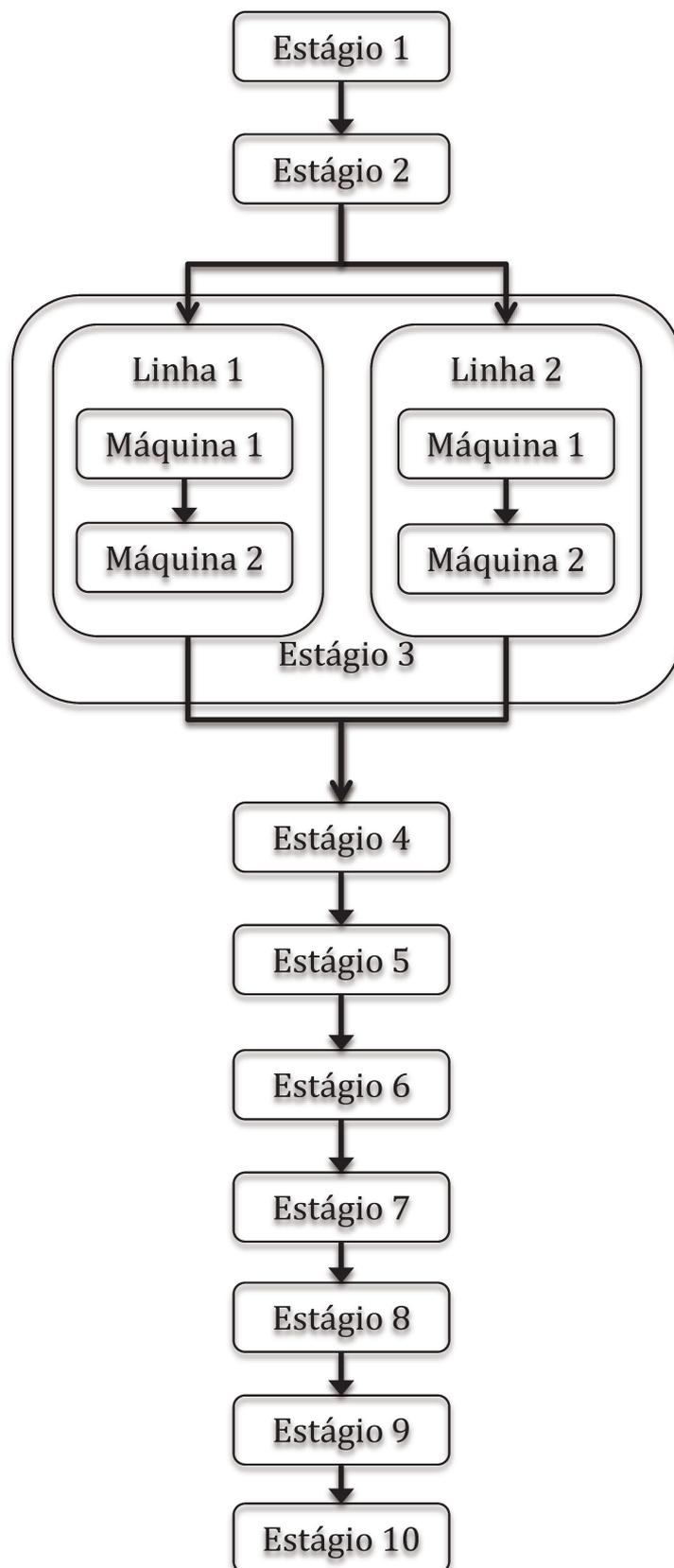


Figura 7: Fluxo de produção que representa o Cenário 5

A Tabela 61 expressa os parâmetros para os índices do modelo, ou seja, toda a definição apresentada para o sistema produtivo que define o Cenário 5. Nela estão presentes a quantidade total de produtos a serem sequenciados (6 produtos) neste cenário, quais deles seguem a estratégia MTS, o número total de estágios presentes no Cenário 5, a quantidade total de máquinas que compõem as linhas paralelas 1 e 2, os índices  $i$  e  $j$  que vão representar os produtos MTO e os produtos MTS, cada posição  $n$  do sequenciamento (em função do total de produtos a serem sequenciados – se há 6 produtos consequentemente há 6 posições na sequência de produção), cada um dos 10 estágios do fluxo produtivo, em qual estágio estão presentes as linhas em paralelo e a quantidade de máquinas nas linhas 1 e 2.

A Tabela 62 expressa os valores da demanda para cada um dos 6 produtos que são fabricados neste cenário.

A Tabela 63 contém as perdas de produto em cada um dos 10 estágios deste cenário dado que o sistema não é ideal. Não há valores para o estágio 2 pois tais valores estão representados por cada máquina da Linha 1 e da Linha 2.

As Tabelas 64 e 65 apresentam as perdas de produto em cada uma das máquinas das linhas 1 e 2, respectivamente, dado que o sistema não é ideal também nas máquinas em paralelo.

A Tabela 66 apresenta os tempos de *setup* entre um produto e outro para cada um dos estágios do cenário 4. Não há valores para o estágio 2 pois tais valores estão presentes para cada uma das máquinas da Linha 1 e da Linha 2.

As Tabelas 67 e 68 trazem os tempos de *setup* entre a fabricação do produto  $j$  e o produto  $i$  nas duas máquinas presente na linha 1 e na linha 2, respectivamente.

A Tabela 69 contém o tempo de processamento de cada produto em cada um dos 10 estágios. Novamente não há valores para o estágio 2 pois tais valores estão presentes para cada uma das máquinas da Linha 1 da Linha 2.

A Tabela 70 expressa os valores para os tempos de processamento de cada produto nas duas máquinas presentes na linha 1. Já a Tabela 71 apresenta os valores dos tempos de processamento de cada produto em cada uma das máquinas da linha 2.

A Tabela 72 expressa a capacidade (em unidades de tempo) de cada estágio do fluxo. O estágio 2 está contemplado pela capacidade das máquinas da Linha 1 e pela capacidade das máquinas da Linha 2.

As tabelas 73 e 74 contemplam os valores de capacidade (em unidades de tempo) para cada máquina presente nas linhas 1 e 2, respectivamente.

Na Tabela 75 estão presentes os custos de processamento de cada produto em cada um dos 10 estágios. Para o estágio 2, tais valores estão presentes para as máquinas da Linha 1 e Linha 2.

A Tabela 76 traz os custos de *setup* entre um produto e outro para cada um dos estágios. Novamente não há valores para o estágio 2 pois tais valores estão presentes para cada uma das máquinas da Linha 1 e da Linha 2.

Na tabela 77 estão presentes os custos de processamento de cada produto nas duas máquinas da linha 1.

A Tabela 78 traz os valores dos custos de processamento de cada produto em cada máquina da linha 2.

As tabelas 79 e 80 trazem os custos de *setup* entre um produto e outro para as duas máquina presente na linha 1 e para as duas máquinas pertencentes à linha 2, respectivamente.

Finalmente, na Tabela 81 estão presentes os valores dos demais parâmetros de processo. A primeira linha contém a quantidade de produto presente no último estágio (armazém) na posição zero do sequenciamento, ou seja, o estoque inicial. A segunda linha expressa a política de estoque dos produtos MTS, ou seja, o quanto deve-se manter em estoque ao fim do sequenciamento. A terceira linha traz a proporção de produto destinado à linhas 1, ou seja, do total de produto que chega ao estágio 2, 50% é processado pela linha 1 e os demais 50% são processados pela linha 2. A quarta linha mostra o valor de 1000 que foi utilizado para o número suficientemente grande presente na restrição (348). A quinta linha determina que as máquinas estão com o *setup* realizado para a fabricação do produto 4 na posição zero do sequenciamento (posição inicial).

#### **4.1.5.1 Resultados do Cenário 5**

No Cenário 5, derivado do Cenário 1, são variadas a quantidade de estágios, a quantidade de produtos a serem produzidos, a quantidade de máquinas que compõem as linhas 1 e 2 e o produto que ocupa a posição zero do sequenciamento.

A Tabela 82 exhibe os valores para a variável  $x_{jmn}$  que representa a quantidade de produto processado em cada posição.

Tabela 82: valores obtidos para a variável  $x_{jmn}$  através da solução do modelo

n	j	m	Quantidade
Posição 1	Produto 4	Estágio 1	76,000
		Estágio 2	68,400
		Estágio 3	59,132
		Estágio 4	53,219
		Estágio 5	47,897
		Estágio 6	43,107
		Estágio 7	38,796
		Estágio 8	34,917
		Estágio 9	31,425
		Estágio 10	28,283
Posição 2	Produto 5	Estágio 1	86,000
		Estágio 2	77,400
		Estágio 3	66,912
		Estágio 4	60,221
		Estágio 5	54,199
		Estágio 6	48,779
		Estágio 7	43,901
		Estágio 8	39,511
		Estágio 9	35,560
		Estágio 10	32,004
Posição 3	Produto 2	Estágio 1	215,000
		Estágio 2	193,500
		Estágio 3	167,281
		Estágio 4	150,553
		Estágio 5	135,497
		Estágio 6	121,948
		Estágio 7	109,753
		Estágio 8	98,778
		Estágio 9	88,900
		Estágio 10	80,010
Posição 4	Produto 1	Estágio 1	339,000
		Estágio 2	305,100
		Estágio 3	263,759
		Estágio 4	237,383
		Estágio 5	213,645
		Estágio 6	192,280
		Estágio 7	173,052
		Estágio 8	155,747
		Estágio 9	140,172
		Estágio 10	126,155

Tabela 82 (Continuação): valores obtidos para a variável  $x_{jmn}$  através da solução do modelo

n	j	m	Quantidade
Posição 5	Produto 3	Estágio 1	57,000
		Estágio 2	51,300
		Estágio 3	44,349
		Estágio 4	39,914
		Estágio 5	35,923
		Estágio 6	32,330
		Estágio 7	29,097
		Estágio 8	26,188
		Estágio 9	23,569
		Estágio 10	21,212
Posição 6	Produto 6	Estágio 1	218,000
		Estágio 2	196,200
		Estágio 3	169,615
		Estágio 4	152,653
		Estágio 5	137,388
		Estágio 6	123,649
		Estágio 7	111,284
		Estágio 8	100,156
		Estágio 9	90,140
		Estágio 10	81,126

As colunas 1 e 2 da Tabela 82 mostram as posições 1, 2, 3, 4, 5 e 6 do sequenciamento são ocupadas pelos produtos 4, 5, 2, 1, 3 e 6, respectivamente, sendo esta a sequência ótima encontrada através da solução do modelo.

A quantidade processada por cada estágio em cada posição, considerando-se as perdas de processo, estão presentes na última coluna. No estágio 10, que representa o armazém, chegam as quantidades estabelecidas pela demanda mais a política de estoques para os produtos 1 e 2 MTS e as quantidades estabelecidas pela demanda para os produtos 3, 4, 5 e 6 MTO. O valor fracionado é consequência da restrição que dita que o estágio 1 deve processar apenas valores inteiros e pode ser desconsiderado na prática.

A Tabela 83 traz os resultados encontrados pela solução do modelo para a variável da linha 1  $q_{ajn}$ .

Tabela 83: valores obtidos para a variável  $q_{ajn}$  através da solução do modelo.

n	j	a	Quantidade
Posição 1	Produto 4	Máquina 1	34,200
		Máquina 2	34,200
Posição 2	Produto 5	Máquina 1	38,700
		Máquina 2	38,700
Posição 3	Produto 2	Máquina 1	96,750
		Máquina 2	96,750
Posição 4	Produto 1	Máquina 1	152,550
		Máquina 2	152,550
Posição 5	Produto 3	Máquina 1	25,650
		Máquina 2	25,650
Posição 6	Produto 6	Máquina 1	98,100
		Máquina 2	98,100

As colunas 1 e 2 da Tabela 83 mostram que as posições 1, 2, 3, 4, 5 e 6 são ocupadas pelos mesmos produtos da sequência da Tabela 82, garantindo a factibilidade da solução. Já as colunas 3 e 4 relacionam os valores processados de cada produto pelas duas máquinas da linha 1 em cada uma das 6 posições. Como não há perdas nessas máquinas, a quantidade produzida por cada uma delas é exatamente a mesma em cada posição. A quantidade a ser processada pela máquina 1 em cada posição corresponde à metade do valor presente no estágio 2 da Tabela 82, seguindo tal parâmetro.

A Tabela 84 traz os resultados encontrados na solução do modelo para a variável da linha 2  $v_{bjn}$ .

Tabela 84: valores obtidos para a variável  $v_{bjn}$  através da solução do modelo.

n	j	b	Quantidade
Posição 1	Produto 4	Máquina 1	34,200
		Máquina 2	30,780
Posição 2	Produto 5	Máquina 1	38,700
		Máquina 2	34,830
Posição 3	Produto 2	Máquina 1	96,750
		Máquina 2	78,367
Posição 4	Produto 1	Máquina 1	152,550
		Máquina 2	123,565
Posição 5	Produto 3	Máquina 1	25,650
		Máquina 2	20,776
Posição 6	Produto 6	Máquina 1	98,100
		Máquina 2	88,290

As colunas 1 e 2 da Tabela 84 também mostram que as posições 1, 2, 3, 4, 5 e 6 são ocupadas pelos mesmos produtos da sequência da Tabela 82. Já as colunas 3 e 4 relacionam os valores processados de cada produto pelas duas máquinas da linha 2 em cada uma das 6 posições considerando-se as perdas de processo. A quantidade a ser processada pela máquina 1 em cada posição também corresponde à metade do valor presente no estágio 2 da Tabela 82, como dita o parâmetro.

Já a Tabela 85 apresenta os resultados encontrados pelo modelo para a variável binária determinante do *setup* a ser realizado  $y_{jin}$ .

Tabela 85: valores obtidos para a variável  $y_{jin}$  através da solução do modelo.

n	j	i	
Posição 1	Produto 4	Produto 4	1
Posição 2	Produto 4	Produto 5	1
Posição 3	Produto 5	Produto 2	1
Posição 4	Produto 2	Produto 1	1
Posição 5	Produto 1	Produto 3	1
Posição 6	Produto 3	Produto 6	1

A Tabela 85 traz os valores diferentes de zero obtidos pela variável binária  $y_{jin}$ . Com ela, nota-se que na posição 1, manteve-se a produção de produto 4. Já na posição 2, a variável estabeleceu que o *setup* a ser realizado deve ser entre os produtos 4 e 5. Para a posição 3, o *setup* realizado foi entre os produtos 5 e 2. Na posição 4, o *setup* definido foi entre os produtos 2 e 1. A posição 5 é ocupada pelo *setup* entre os produtos 1 e 3. Por fim, a posição 6 indica que o *setup* realizado foi entre os produtos 3 e 6. Novamente a coluna de posição e as colunas de produtos estão alinhadas com os valores presentes nessas mesmas colunas das tabelas 82, 83 e 84 indicando que somente o *setup* necessário foi realizado.

A Tabela 86 traz os resultados encontrados para a variável  $I_{jMN}$  responsável pela política MTS no Cenário 4.

Tabela 86: valores obtidos para a variável  $I_{jMN}$  através da solução do modelo.

n	j	M	Quantidade
Posição 4	Produto 1	Estágio 10	40
Posição 4	Produto 2	Estágio 10	40

Finalmente, a Tabela 86 traz os valores obtidos para a variável  $I_{jMN}$ , ou seja, após atender toda a demanda (última posição da sequência) no estágio 10 (armazém) estão

estocadas as quantidades que determina a política MTS para os produtos 1 e 2. Para os produtos 3, 4, 5 e 6 não há valores pois estes obedecem a política MTO onde só é produzida a quantidade correspondente à demanda.

Com todos os valores de parâmetros apresentados e os resultados obtidos para cada uma das variáveis, tem-se que o valor da função objetivo representa um custo de \$ 94200.

## 4.2 Discussões dos Resultados

Com os cinco cenários apresentados no capítulo anterior, surge a oportunidade de analisar e discutir os resultados obtidos, bem como o efeito dos parâmetros, das variáveis e das restrições na solução do modelo.

O Cenário 1, considerado o cenário central do trabalho, mostra que a sequência de produção praticada, ou seja, produtos 3, 2, 1 e 4, resultou em um custo de \$ 27.496,00. Já o Cenário 2, consiste em manter exatamente os mesmos parâmetros do Cenário 1, porém com a função de deixar que o modelo encontre a solução ótima que minimiza os custos, obteve como resultado a sequência produto 1, 2, 4 e 3 que resulta em um custo de \$ 26.481,00. Tal custo corresponde a uma diferença menor em 4% quando comparado ao custo do cenário praticado, trazendo à tona uma sequência que proporciona uma redução de custos.

Essa diferença entre os valores da função objetivo dos cenários 1 e 2 mostra que o modelo pode trazer resultados que melhorem as práticas de sequenciamento minimizando os custos de *setup* do sistema. A representatividade dos 4% economizados depende da ordem de grandeza dos parâmetros utilizados no modelo. Conforme já apresentado, os parâmetros utilizados neste trabalho foram divididos por um fator de correção, deixando-os com ordem de grandeza pequena. Consequentemente, a diferença entre os custos do Cenário 1 e do Cenário 2 representa um valor pequeno. Para parâmetros na ordem de milhões, por exemplo, essa diferença passa a ser também em milhões, refletindo em uma representatividade maior nos 4%.

Uma vez que o número de combinações é enorme, dado que cada máquina possui um custo para cada troca de produto, encontrar a solução ótima fica impraticável sem a ajuda de um modelo de otimização.

No Cenário 3 muda-se as máquinas em paralelo do estágio 3 para o estágio 2 em relação aos cenários 1 e 2 obtendo como resposta a mesma sequência do Cenário 2. Isso aconteceu porque os custos de *setup* independem da ordem das máquinas em paralelo no sistema, ou seja, pode-se alterar livremente a ordem dos estágios que a sequência será a

mesma. Os custos de *setup* dependem exclusivamente da sequência em que os produtos serão fabricados, e não da sequência de processamento das máquinas.

Contudo, o valor para a função objetivo da Cenário 3 foi de \$ 26867,00, equivalente a um aumento de 1,5% em relação ao Cenário 2 otimizado. Graças às perdas de processo, a mudança das máquinas em paralelo do estágio 3 para o estágio 2 fez com que estas processassem uma quantidade maior de produtos. Por consequência, os parâmetros de custo de processamento nas máquinas das linhas 1 e 2 foram os responsáveis pelo aumento do valor da função objetivo. Ao contrário do parâmetro de custo de *setup*, os custos de processamento independem da sequência com que os produtos serão fabricados, mas dependem da sequência das máquinas no processo.

Os cenários 4 e 5, apesar de considerarem parâmetros hipotéticos, também permitem uma análise de resultados importante.

No Cenário 4 a adição de mais dois produtos, a redução de dois estágios no sistema e alteração na quantidade de máquinas nas linhas 1 e 2 em paralelo fez com que o modelo encontrasse uma nova sequência de produção. Como tais parâmetros foram modificados, o número de combinações de soluções possíveis também foi alterado em relação aos cenários 1, 2 e 3, estabelecendo novos resultados.

O Cenário 5 aumenta a quantidade de produtos e altera a quantidade de máquinas em paralelo nas linhas quando comparado aos cenários 1, 2 e 3, aumenta a quantidade de estágios e altera o produto na posição zero do sequenciamento quando comparado aos cenários 1, 2, 3 e 4. Tais mudanças também geram novas combinações de soluções e automaticamente geram novas soluções para o modelo.

Além disso, nota-se que o produto que ocupa a posição zero na sequência impacta diretamente no produto que ocupará a primeira posição. Isso acontece pois a função objetivo busca a minimização dos custos e é sabido que não há custos de *setup* na produção de um mesmo produto. Nos cenários 1, 2, 3 e 4 as máquinas já estavam preparadas para o produto 1, logo, a posição 1 também foi ocupada pelo produto 1. Já no Cenário 5 as máquinas estavam preparadas para produto 4 na posição zero e o modelo obteve produto 4 na posição 1 como solução.

Em todos os cenários presentes, as políticas de estoques foram obedecidas independentemente da alteração de parâmetros e da sequência com que os produtos foram fabricados. Para os produtos MTO produziu-se apenas a demanda e para os produtos MTS terminou-se o sequenciamento com a quantidade de produto em estoque que determina tal política.

## 5. Conclusão

A presente pesquisa motivou-se no problema de sequenciamento da produção em sistemas produtivos com múltiplos estágios de processamento, onde uma diversidade de produtos devem ser sequenciados e suas políticas de reposição de estoques devem ser garantidas.

Suportada pelos modelos levantados na revisão da literatura presente nesta pesquisa e pelo método utilizado, conclui-se que é possível propor novos modelos de otimização combinando elementos de modelagem presentes na literatura que atendam a determinadas restrições, que neste caso, restrições pertencentes a um sistema produtivo químico utilizado como base para o desenvolvimento do modelo. As modelagens estudadas mostram que existem elementos que são comuns, mesmo os modelos sendo distintos. A lógica de modelagem, os índices associados a esses elementos e as restrições definidas são o que caracterizam a criação de um modelo. Consequentemente, responde positivamente à questão de pesquisa levantada no problema de pesquisa, uma vez que um novo modelo é aqui proposto.

Tendo em vista a necessidade de minimizar os custos de setup inerentes ao sequenciamento, cumpriu com o seu objetivo geral de garantir a otimização utilizando um modelo de programação linear inteira mista (PLIM) que integra as decisões de planejamento às restrições operacionais. Geralmente, obter resultados ótimos não é trivial, pois envolve grande quantidade de combinações de solução que são impossíveis de se mensurar sem o auxílio de uma ferramenta computacional. Além disso, os sistemas produtivos são dinâmicos, impactando em variações de parâmetros a todo momento. Nesse âmbito destaca-se a importância das modelagens devido a sua funcionalidade em obter o resultado ótimo e sua flexibilidade em alterar parâmetros para a obtenção de novas soluções sempre que mudanças nos sistemas produtivos forem necessárias.

A solução do modelo contemplando os parâmetros trazidos pelos cenários 1 e 2, permitiu avaliar e validar o sequenciamento em um processo contínuo químico, pois obteve como resultado uma sequência diferente daquela praticada que proporciona redução nos custos de produção. Dessa forma, conclui-se que o modelo pode ser utilizado para avaliar práticas de sequenciamento e automaticamente contribuir para a obtenção de melhorias no planejamento da produção em outros sistemas produtivos contínuos. Uma ferramenta de otimização é capaz de proporcionar aos sistemas produtivos a utilização eficiente de seus

recursos operacionais, impactando diretamente nos custos inerentes ao processo e no desempenho fabril através da minimização de custos.

A simulação de outros três cenários derivados do cenário 1 através da variação de parâmetros permite concluir que o modelo também pode ser utilizado em outros sistemas produtivos que possuem as seguintes características:

- Múltiplos estágios de processamento dispostos em série,
- Múltiplos produtos a serem sequenciados,
- Sistema híbrido de produção que combina as políticas de reposição de estoques MTO e MTS,
- Múltiplas máquinas distintas trabalhando em paralelo em um determinado estágio do fluxo produtivo,
- Custos de *setup* dependentes da sequência programada.
- Todos os produtos devem ser processados por todos os estágios e por todas as máquinas em paralelo.

Os resultados obtidos com os cinco cenários trabalhados comprovam que o modelo é capaz de gerar resultados factíveis e satisfatórios, além de assegurar as políticas de estoque MTO ou MTS para cada um dos produtos a serem sequenciados, alcançando todos os objetivos específicos listados.

## 5.1 Oportunidades Futuras

A utilização de uma ferramenta de otimização que auxilie nas decisões estratégicas pode proporcionar vantagens competitivas aliadas à redução dos custos operacionais. Sistemas híbridos de produção são cada vez mais comuns, evidenciando a necessidade de modelos matemáticos de otimização que permitam flexibilizar a política de estoque de cada produto com o intuito de acompanhar o dinamismo de mercado que rege tais decisões.

Como proposta para estudos futuros, espera-se que essa pesquisa sirva como subsídios para trabalhos na área de sequenciamento da produção dependente dos custos de *setup* em sistemas híbridos de produção MTO/MTS, uma vez que traz à tona a possibilidade de desenvolvimento de novos modelos garantidos pela metodologia aplicada.

Além disso, sugere-se incorporar à modelagem aqui desenvolvida algumas decisões que são tratadas como variáveis nos trabalhos presentes na literatura, mas nesta pesquisa são tratadas como premissas ou parâmetros do modelo:

- Quais produtos devem seguir a estratégia MTO e quais produtos devem seguir a estratégia MTS,
- Quais ordens devem ser aceitas e quais ordens devem ser rejeitas para produtos que seguirem a política MTO,
- Qual deve ser a política de estoques ótima para os produtos que seguirem a estratégia MTS,
- Possibilidade de adiantamento e atrasos na entrega dos pedidos, flexibilizando a produção,
- Integração dos custos de matéria prima com a fabricação dos produtos nos estágios produtivos.

Tais decisões, se integradas na forma de variáveis, podem contribuir para uma redução de custos ainda maior, dado que aumentarão as possibilidades de otimização e oferecerão suporte para a avaliação de outras práticas operacionais e gerenciais. Outra possibilidade é adicionar ao modelo restrições que permitam definir um determinado grupo de estágios para produtos que não precisam de processamento em todas as máquinas, oferecendo ao modelo maior robustez e eficiência na geração de resultados.

Ambientes com grande quantidade de produtos a serem sequenciados em muitos estágios podem aumentar o tempo computacional para a solução do modelo já que aumentará a quantidade de restrições e variáveis. Sendo assim, pode-se propor também o desenvolvimento de heurísticas para obtenção da solução do modelo mais rapidamente para quando for aplicado a sistemas produtivos mais robustos.

## REFERÊNCIAS

- AAKER, D. A. *Administração Estratégica de Mercado* 9ed. Bookman Editora, 2009.
- ACKOFF, R. L.; SASIENE, Maurice W. *Pesquisa operacional*. Livros Técnicos e Científicos, 1974.
- ADAN, I. J. B. F.; VAN DER WAL, J. Combining make to order and make to stock. *Operations-Research-Spektrum*, v. 20, n. 2, p. 73-81, 1998.
- ALLAHVERDI, A.; NG, C. T.; CHENG, T. E.; KOVALYOV, M. Y. A survey of scheduling problems with setup times or costs. *European Journal of Operational Research*, v. 187, n. 3, p. 985-1032, 2008.
- ALLAHVERDI, A. The third comprehensive survey on scheduling problems with setup times/costs. *European Journal of Operational Research*, v. 246, n. 2, p. 345-378, 2015.
- AMORIM, P.; ANTUNES, C. H.; ALMADA-LOBO, B. Multi-objective lot-sizing and scheduling dealing with perishability issues. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, v. 50, n. 6, p. 3371-3381, 2011.
- ARABAMERI, S.; SALMASI, N. Minimization of weighted earliness and tardiness for no-wait sequence-dependent setup times flowshop scheduling problem. *Computers & Industrial Engineering*, v. 64, n. 4, p. 902-916, 2013.
- ARAUJO, S. A.; ARENALES, M. N. Problema de dimensionamento de lotes monoestágio com restrição de capacidade: modelagem, método de resolução e resultados computacionais. *Pesquisa Operacional*, v. 20, n. 2, p. 287-306, 2000.
- ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R. E.; YANASSE, H. *Pesquisa operacional*. Rio de Janeiro: Campus/Elsevier, 2007.
- ARNOLD, T. *Introduction to materials management*. Pearson Education India, 2011.
- BAKER, K. R.; MAGAZINE, M. J.; NUTTLE, H. L. The effect of commonality on safety stock in a simple inventory model. *Management Science*, v. 32, n. 8, p. 982-988, 1986.
- BERTRAND, J.; FRANSOO, J. C. Operations management research methodologies using quantitative modeling. *International Journal of Operations & Production Management*, v. 22, n. 2, p. 241-264, 2002.
- BLOMER, F.; GUNTHER, H. O. LP-based heuristics for scheduling chemical batch processes. *International Journal of Production Research*, v. 38, n. 5, p. 1029-1051, 2000.
- BREMER, C. F.; LENZA, R. P. Um modelo de referência para gestão da produção em sistemas de produção assembly-to-order: ato e suas múltiplas aplicações. *Gestão da Produção, São Carlos*, v. 7, n. 3, p. 269-282, Dez. 2000.
- BUCHER, D.; MEISSNER, J. Spare Parts Safety Stock Planning in the German Automotive

Industry—a Case Study. 2011.

CAIXETA FILHO, J. V. Pesquisa operacional aplicada ao sistema agroindustrial. Piracicaba: ESALQ, 1997.

CARVALHO, M. C. M. A construção do saber científico: algumas posições. Construindo O Saber, 2000.

CHARNSIRISAKSKUL, K.; GRIFFIN, P. M.; KESKINOC AK, P. Order selection and scheduling with leadtime flexibility. IIE transactions, v. 36, n. 7, p. 697-707, 2004.

CHEN, Chin-Sheng. Concurrent engineer-to-order operation in the manufacturing engineering contracting industries. International Journal of Industrial and Systems Engineering, v. 1, n. 1-2, p. 37-58, 2006.

CHEN, Y.; LU, Y.; YANG, G. Hybrid evolutionary algorithm with marriage of genetic algorithm and extremal optimization for production scheduling. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, v. 36, n. 9-10, p. 959-968, 2008.

CORRÊA, H. L.; CORRÊA, C. A. Administração da produção e operações: manufatura e serviços: uma abordagem estratégica. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2012.

DILTS, G. A. Moving-least-squares-particle hydrodynamics. Consistency and stability. International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 44, n. 8, p. 1115-1155, 1999.

DREXL, A.; KIMMS, A. Lot sizing and scheduling—survey and extensions. European Journal of Operational Research, v. 99, n. 2, p. 221-235, 1997.

DROHOMERETSKI, E.; FAVARETTO, F. Um levantamento das causas e efeitos da falta de acuracidade nos estoques: um estudo exploratório. Revista Gestão Industrial, v. 6, n. 2, 2010.

DURAY, R. Mass customization origins: mass or custom manufacturing?. International Journal of Operations & Production Management, v. 22, n. 3, p. 314-328, 2002.

EBBEN, M. J. R.; HANS, E. W.; WEGHUIS, F. M. O. Workload based order acceptance in job shop environments. OR spectrum, v. 27, n. 1, p. 107-122, 2005.

EHRlich, P. J. Pesquisa operacional: curso introdutório. Atlas, 1991.

FEDERGRUEN, A.; KATALAN, Z. The impact of adding a make-to-order item to a make-to-stock production system. Management Science, v. 45, n. 7, p. 980-994, 1999.

FERNANDES, F. C. F.; GODINHO FILHO, M. Planejamento e controle da produção: dos fundamentos ao essencial. São Paulo: Atlas, 2010.

FLEURY, A.; FLEURY M. T. The evolution of production systems and conceptual frameworks. Journal of Manufacturing Technology Management. Vol. 18 Iss 8 pp. 949 – 965. 2007.

FRANK, K. C.; ZHANG, R. Q.; DUENYAS, I. Optimal policies for inventory systems with

priority demand classes. *Operations Research*, v. 51, n. 6, p. 993-1002, 2003.

GATTORNA, J. L.; WALTERS, D. W. *Managing the supply chain: a strategic perspective*. London: Macmillan, 1996.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. *Métodos de pesquisa*. PLAGEDER, 2009.

GHAREHGOZLI, A. H.; RABBANI, M.; TAVAKKOLI-MOGHADDAM, R. A proposed hierarchical production planning structure for combined MTS/MTO environments. In: *Proceedings of the 9th WSEAS international conference on applied mathematics*, Istanbul, May. 2006. p. 27-29.

GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa*. São Paulo: Atlas, 2002. *Métodos e técnicas de pesquisa social*, v. 5, 2002.

GUPTA, J. N. D.; CHANTARAVARAPAN, S. Single machine group scheduling with family setups to minimize total tardiness. *International Journal of Production Research*, v. 46, n. 6, p. 1707-1722, 2008.

HALLGREN, M.; OLHAGER, J. Differentiating manufacturing focus. *International Journal of Production Research*, v. 44, n. 18-19, p. 3863-3878, 2006.

HARJUNKOSKI, I.; GROSSMANN, I. E. Decomposition techniques for multistage scheduling problems using mixed-integer and constraint programming methods. *Computers & Chemical Engineering*, v. 26, n. 11, p. 1533-1552, 2002.

HASKOSE, A.; KINGSMAN, B. G.; WORTHINGTON, D. Performance analysis of make-to-order manufacturing systems under different workload control regimes. *International journal of production economics*, v. 90, n. 2, p. 169-186, 2004.

HAX, A.; CANDEA, D. *Production and inventory management*. New Jersey: Prentice-Hall; Englewood Cliffs, 1984.

HAYES, R.; UPTON, D. Operations based strategy. *California Management Review*, v. 40, n. 4, p. 8-25, 1998.

HAYES, R.; UPTON, D. Operations based strategy. *California Management Review*, v. 40, n. 4, p. 8-25, 1998.

HEATON, C. A. *The chemical industry*. Springer Science & Business Media, 2012.

JANS, R.; DEGRAEVE, Z. Modeling industrial lot sizing problems: a review. *International Journal of Production Research*, v. 46, n. 6, p. 1619-1643, 2005.

JOHNSON, L. A.; MONTGOMERY, D. C. *Operations - research in production planning, scheduling and inventory control*. New York: Wiley, 1974.

KAHKDAMAN, M.; WONG, K. Y.; ZOHOORI, B.; TIWARI, M. K.; MERKERT, R. Tactical production planning in a hybrid Make-to-Stock–Make-to-Order environment under

supply, process and demand uncertainties: a robust optimisation model. *International Journal of Production Research*, v. 53, n. 5, p. 1358-1386, 2015.

KALANTARI, M.; RABBANI, M.; EBADIAN, M. A decision support system for order acceptance/rejection in hybrid MTS/MTO production systems. *Applied Mathematical Modelling*, v. 35, n. 3, p. 1363-1377, 2011.

KALANTARI, M.; RABBANI, M.; EBADIAN, M. A decision support system for order acceptance/rejection in hybrid MTS/MTO production systems. *Applied Mathematical Modelling*, v. 35, n. 3, p. 1363-1377, 2011.

KANYALKAR, A. P.; ADIL, G. K. An integrated aggregate and detailed planning in a multi-site production environment using linear programming. *International Journal of Production Research*, v. 43, n. 20, p. 4431-4454, 2005.

KENT, J. A. *Riegel's handbook of industrial chemistry*. Springer Science & Business Media, 2012.

KUMAR, V. PRAKASH, TIWARI, M. K., CHAN, F. T. S. Stochastic make-to-stock inventory deployment problem: an endosymbiotic psychoclonal algorithm based approach. *International Journal of Production Research*, v. 44, n. 11, p. 2245-2263, 2006.

KURZ, M. E.; ASKIN, R. G. Scheduling flexible flow lines with sequence dependent setup times. *European Journal of Operational Research*, v. 159, n. 1, p. 66-82, 2004.

LAGUNA, M. A heuristic for production scheduling and inventory control in the presence of sequence dependent setup times. *IIE transactions*, v. 31, n. 2, p. 125-134, 1999.

LEE, H. L.; TANG, C. S. Modelling the costs and benefits of delayed product differentiation. *Management science*, v. 43, n. 1, p. 40-53, 1997.

MANAVIZADEH, N.; TAVAKOLI, L.; RABBANI, M.; JOLAI, F. A multi-objective mixed-model assembly line sequencing problem in order to minimize total costs in a Make-To-Order environment, considering order priority. *Journal of Manufacturing Systems*, v. 32, n. 1, p. 124-137, 2014.

MANAVIZADEH, N.; GOODARZI, A. H.; RABBANI, M.; JOLAI, F. Order acceptance/rejection policies in determining the sequence in mixed model assembly lines. *Applied Mathematical Modelling*, v. 37, n. 4, p. 2531-2551, 2013.

MARTINS, R. A. *Abordagens quantitativa e qualitativa. Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.

MEREDITH, J. R.; RATURI, A.; AMOAKO-GYAMPAH, K.; KAPLAN, B. Alternative research paradigms in operations. *Journal of operations management*, v. 8, n. 4, p. 297-326, 1989.

MESTRY, S.; DAMODARAN, P.; CHEN, C. A branch and price solution approach for order acceptance and capacity planning in make-to-order operations. *European Journal of Operational Research*, v. 211, n. 3, p. 480-495, 2011.

METAXIOTIS, K.; ERGAZAKIS, K.; PSARRAS, J. An elaborate analysis of production systems in industry: what a consultant should know. *Industrial Management & Data Systems*, Vol. 101 Iss 4 pp. 185 – 193. 2003.

MEYR, H. Simultaneous lot sizing and scheduling by combining local search whit dual reoptimization. *European Journal of Operational Research*, v. 120, p. 311-326, 2000.

MOHAMMADI, M.; FATEMI GHOMI, S. M. T.; KARIMI, B.; TORABI, S. A. MIP-based heuristics for lotsizing in capacitated pure flow shop with sequence-dependent setups. *International Journal of Production Research*, v. 48, n. 10, p. 2957-2973, 2010.

MOLLER, C. ERP II: a conceptual framework for next-generation enterprise systems? *Journal of Enterprise Information Management*, vol.18. n.4, p.483–497, 2005.

MORABITO, R.; PUREZA, V. Modelagem e simulação. Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações. Rio de Janeiro: Elsevier. cap, v. 8, p. 165-194, 2010.

NAHMIA, C.; STROBERG, A. D. The angiotensin AT 2 receptor: searching for signal-transduction pathways and physiological function. *Trends in pharmacological sciences*, v. 16, n. 7, p. 223-225, 1995.

OGUZ, C.; SALMAN, F. S.; YALÇIN, Z. B. Order acceptance and scheduling decisions in make-to-order systems. *International Journal of Production Economics*, v. 125, n. 1, p. 200-211, 2011.

POCHET, Y.; WOLSEY, L. A. Production planning by mixed integer programming. Springer Science & Business Media, 2006.

RABADI, G.; MOLLAGHASEMI, M.; ANAGNOSTOPOULOS, G. C. A branch-and-bound algorithm for the early/tardy machine scheduling problem with a common due-date and sequence-dependent setup time. *Computers & Operations Research*, v. 31, n. 10, p. 1727-1751, 2004.

RAFIEI, H.; RABBANI, M. Capacity coordination in hybrid make-to-stock/make-to-order production environments. *International Journal of Production Research*, v. 50, n. 3, p. 773-789, 2012.

RAFIEI, H.; RABBANI, M.; KOKABI, R. Multi-site production planning in hybrid make-to-stock/make-to-order production environment. *Journal of Industrial Engineering International*, v. 10, n. 3, p. 1-9, 2014.

RAJAGOPALAN, S. Make to order or make to stock: model and application. *Management Science*, v. 48, n. 2, p. 241-256, 2002.

RIANE, F.; ARTIBA, A.; IASSINOVSKI, S. An integrated production planning and scheduling system for hybrid flowshop organizations. *International Journal of Production Economics*, v. 74, n. 1, p. 33-48, 2001.

ROLL-HANSEN, N. Why the distinction between basic (theoretical) and applied (practical) research is important in the politics of science. London School of Economics and Political Science, Contingency and Dissent in Science Project, 2009.

ROM, W. O.; SLOTNICK, S. A. Order acceptance using genetic algorithms. *Computers & Operations Research*, v. 36, n. 6, p. 1758-1767, 2009.

SAMPIERI, R. H.; COLLADO, C. F. *Metodologia de Pesquisa*. 2006.

SCHIMITT, B. H. *Gestão da Experiência do Cliente: uma revolução no relacionamento com os consumidores*. São Paulo: Bookmann, 2004.

SHINGO, S. *A Revolution in Manufacturing: The SMED System*. Productivity Press. Cambridge, MA, 1985.

SLACK, N.; CHAMBERS, S.; JOHNSTON R. *Administração da produção*. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

SLOTNICK, S. A.; MORTON, T. E. Order acceptance with weighted tardiness. *Computers & Operations Research*, v. 34, n. 10, p. 3029-3042, 2007.

SLOTNICK, S. A.; MORTON, T. E. Selecting jobs for a heavily loaded shop with lateness penalties. *Computers & Operations Research*, v. 23, n. 2, p. 131-140, 1996.

SOMAN, C. A.; VAN DONK, D. P.; GAALMAN, G. Combined make-to-order and make-to-stock in a food production system. *International Journal of Production Economics*, v. 90, n. 2, p. 223-235, 2004.

STEVENSON, M.; HENDRY, L. C.; KINGSMAN, B. G. A review of production planning and control: the applicability of key concepts to the make-to-order industry. *International journal of production research*, v. 43, n. 5, p. 869-898, 2005.

TEMPELMEIER, H.; BUSCHKÜHL, L. Dynamic multi-machine lotsizing and sequencing with simultaneous scheduling of a common setup resource. *International Journal of Production Economics*, v. 113, n. 1, p. 401-412, 2008.

THEVENIN, S.; ZUFFEREY, N.; WIDMER, M. Metaheuristics for a scheduling problem with rejection and tardiness penalties. *Journal of Scheduling*, v. 18, n. 1, p. 89-105, 2014.

TOSO, E. A. V.; MORABITO, R. Otimização no dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção: estudo de caso numa fábrica de rações. *Gestão & Produção*, v. 12, n. 2, 2005.

TUBINO, D. F. *Planejamento e Controle da Produção: Teoria e Prática*. - São Paulo: Atlas, 2006.

VELLANI, C. L.; RIBEIRO, M. S. Sistema contábil para gestão da ecoeficiência empresarial. *Revista Contabilidade & Finanças*, v. 20, n. 49, p. 25-43, 2009.

WANG, S. M.; CHEN, J. C.; WANG, K.-J. Resource portfolio planning of make-to-stock products using a constraint programming-based genetic algorithm. *Omega*, v. 35, n. 2, p. 237-246, 2007.

WANROOIJ, M. R. Strategic supply chain planning in a multi-echelon environment: Identification of the CODP location constrained by controllability and service requirements – School of Industrial Engineering. Series Master Theses Operations Management and Logistics - Eindhoven, 2012.

WILLIAMS, T. M. Special products and uncertainty in production/inventory systems. *European Journal of Operational Research*, v. 15, n. 1, p. 46-54, 1984.

WINSTON, W. L.; GOLDBERG, Jeffrey B. Operations research: applications and algorithms. Belmont, CA: Duxbury press, 2004.

YINGDONG, M. Design of hybrid make-to-stock (MTS)–make-to-order (MTO) manufacturing system 2001. 2001. Tese de Doutorado. MSc thesis, The University of Minnesota.

ZHANG, T.; ZHENG, Q. P.; FANG, Y.; ZHANG, Y. Multi-level inventory matching and order planning under the hybrid Make-To-Order/Make-To-Stock production environment for steel plants via Particle Swarm Optimization. *Computers & Industrial Engineering*, v. 87, p. 238-249, 2015.

ZHU, X.; WILHELM, W. E. Scheduling and lot sizing with sequence dependent setup: A literature review. *IIE transactions*, v. 38, n. 11, p. 987-1007, 2006.

ZORZINI, M.; HENDRY, L.; STEVENSON, M.; POZZETTI, A. Customer enquiry management and product customization: An empirical multi-case study analysis in the Italian capital goods sector. *International Journal of Operations & Production Management*, v. 28, n. 12, p. 1186-1218, 2008.

## Apêndice 1

Tabela 1: Parâmetros para os índices do modelo

Índice	Parâmetro Utilizado
N: número total de produtos a serem sequenciados	4
N1: índice que representa a quantidade de produtos MTS	2
M: número total de estágios	7
A: número total de máquinas na linha 1	1
B: número total de máquinas na linha 2	3
i e j: produtos MTS ( $i, j = 1, \dots, N_1$ )	1, 2
i e j: produtos MTO ( $i, j = N_1+1, \dots, N$ )	3, 4
n: posição na sequência ( $n = 1, \dots, N$ )	1, 2, 3, 4
m: estágios ( $m = 1, \dots, M$ )	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
MP: estágio que contempla as duas linhas em paralelo	3
a: máquina da linha 1 ( $a = 1, \dots, A$ )	1
b: máquinas da linha 2 ( $b = 1, \dots, B$ )	1, 2, 3

Tabela 2: demanda de produtos ( $d_j$ )

Produto	Demanda
1	86
2	40
3	21
4	28

Tabela 3: percentual de perdas de material em cada estágio ( $P_m$ )

Estágio	Perda nos estágios (%)
1	0,10
2	0,05
3	-
4	0,05
5	0,10
6	0,05
7	-

Tabela 4: percentual de perdas de material em cada máquina da linha 2 ( $PL_{2_b}$ )

Máquina da linha 2	Perda nas máquinas (%)
1	0,05
2	0,02
3	0,02

Tabela 5: tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $S_{jim}$ )

Estágio	Produto	Produto	Tempo de Setup
1	1	2	3,00
		3	5,40
		4	6,60
	2	1	2,40
		3	6,60
		4	6,60
	3	1	5,40
		2	6,00
		4	6,60
	4	1	5,40
		2	4,80
		3	7,20
2	1	2	3,60
		3	5,40
		4	5,40
	2	1	5,40
		3	5,40
		4	5,40
	3	1	4,80
		2	6,60
		4	7,80
	4	1	7,20
		2	6,60
		3	6,60
3	-	-	-
4	1	2	6,60
		3	12,00
		4	12,00
	2	1	7,20
		3	12,00
		4	12,00
	3	1	9,00
		2	9,00
		4	9,60
	4	1	8,40
		2	7,20
		3	10,80
5	1	2	0,60
		3	1,80
		4	1,80
	2	1	1,20
		3	1,80
		4	1,80
	3	1	1,80
		2	2,40
		4	1,80
	4	1	1,20
		2	1,20
		3	0,60

Tabela 5 (Continuação): tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $S_{jim}$ ).

Estágio	Produto	Produto	Tempo de Setup
6	1	2	6,60
		3	10,20
		4	12,60
	2	1	14,40
		3	12,60
		4	13,20
	3	1	11,40
		2	5,40
		4	6,60
	4	1	16,80
		2	18,60
		3	21,00
7	-	-	-

Tabela 6: tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos na máquina da linha 1 ( $S_{jia}$ )

Máquina da linha 1	Produto	Produto	Tempo de Setup
1	1	1	0,00
		2	4,80
		3	12,60
		4	14,40
	2	1	9,00
		2	0,00
		3	16,80
		4	18,60
	3	1	16,20
		2	18,00
		3	0,00
		4	22,20
	4	1	1,20
		2	1,80
		3	1,20
		4	0,00

Tabela 7: tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada máquina da linha 2 ( $S_{jib}$ )

Máquina da linha 2	Produto	Produto	Tempo de Setup
1	1	1	0,00
		2	7,20
		3	20,40
		4	15,00
	2	1	6,60
		2	0,00
		3	10,20
		4	10,80
	3	1	13,20
		2	8,40
		3	0,00
		4	14,40
	4	1	6,60
		2	14,40
		3	10,20
		4	0,00
2	1	1	0,00
		2	12,60
		3	12,60
		4	12,60
	2	1	12,60
		2	0,00
		3	12,60
		4	12,60
	3	1	12,60
		2	12,60
		3	0,00
		4	12,60
	4	1	12,60
		2	12,60
		3	12,60
		4	0,00
3	1	1	0,00
		2	8,40
		3	11,40
		4	11,40
	2	1	12,60
		2	0,00
		3	16,80
		4	16,80
	3	1	14,40
		2	19,80
		3	0,00
		4	22,80
	4	1	22,20
		2	17,40
		3	18,60
		4	0,00

Tabela 8: tempo de processamento de cada produto em cada estágio do processo ( $T_{jm}$ )

Estágio	Produto	Tempo de processamento
1	1	48
	2	36
	3	66
	4	84
2	1	42
	2	54
	3	72
	4	66
3	-	-
4	1	72
	2	90
	3	132
	4	132
5	1	12
	2	6
	3	24
	4	18
6	1	108
	2	102
	3	150
	4	168
7	-	-

Tabela 9: tempo de processamento de cada produto na máquina da linha 1 ( $T_{ja}$ )

Produto	Tempo de processamento
1	48
2	66
3	108
4	132

Tabela 10: tempo de processamento de cada produto em cada em cada máquina da linha 2

( $T_{jb}$ )

Máquina	Produto	Tempo de processamento
1	1	60
	2	72
	3	162
	4	144
2	1	108
	2	108
	3	108
	4	108
3	1	96
	2	102
	3	150
	4	174

Tabela 11: capacidade de cada estágio (em unidades de tempo) ( $C_m$ )

Estágio	Capacidade
1	4800
2	4800
3	-
4	4800
5	4800
6	4800
7	-

Tabela 12: capacidade de cada máquina da linha 2 (em unidades de tempo) ( $C_b$ )

Máquina	Capacidade
1	4800
2	4800
3	4800

Tabela 13: custo de processamento de cada produto em cada estágio do processo ( $R_{jm}$ )

Estágio	Produto	Custo de processamento
1	1	8
	2	6
	3	11
	4	14
2	1	7
	2	9
	3	12
	4	11
3	-	-
4	1	12
	2	15
	3	22
	4	22
5	1	2
	2	1
	3	4
	4	3
6	1	18
	2	17
	3	25
	4	28
7	-	-

Tabela 14: custo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $W_{jim}$ )

Estágio	Produto	Produto	Custo de Setup
1	1	2	0,50
		3	0,90
		4	1,10
	2	1	0,40
		3	1,10
		4	1,10
	3	1	0,90
		2	1,00
		4	1,10
	4	1	0,90
		2	0,80
		3	1,20
2	1	2	0,60
		3	0,90
		4	0,90
	2	1	0,90
		3	0,90
		4	0,90
	3	1	0,80
		2	1,10
		4	1,30
	4	1	1,20
		2	1,10
		3	1,10
3	-	-	-
4	1	2	1,10
		3	2,00
		4	2,00
	2	1	1,20
		3	2,00
		4	2,00
	3	1	1,50
		2	1,50
		4	1,60
	4	1	1,40
		2	1,20
		3	1,80
5	1	2	0,10
		3	0,30
		4	0,30
	2	1	0,20
		3	0,30
		4	0,30
	3	1	0,30
		2	0,40
		4	0,30
	4	1	0,20
		2	0,20
		3	0,10

Tabela 14 (Continuação): custo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $W_{jim}$ ).

Estágio	Produto	Produto	Custo de Setup
6	1	2	1,10
		3	1,70
		4	2,10
	2	1	2,40
		3	2,10
		4	2,20
	3	1	1,90
		2	0,90
		4	1,10
	4	1	2,80
		2	3,10
		3	3,50
7	-	-	-

Tabela 15: custo de processamento de cada produto na máquina da linha 1 ( $K_{aj}$ )

Produto	Custo de processamento
1	8
2	11
3	18
4	22

Tabela 16: custo de processamento de cada produto em cada máquina da linha 2 ( $L_{bj}$ )

Máquina	Produto	Custo de processamento
1	1	10
	2	12
	3	27
	4	24
2	1	18
	2	18
	3	18
	4	18
3	1	16
	2	17
	3	25
	4	29

Tabela 17: custo de *setup* entre a fabricação dos produtos na máquina da linha 1 ( $Z_{jia}$ )

Máquina da linha 1	Produto	Produto	Custo de setup
1	1	1	0,00
		2	0,80
		3	2,10
		4	2,40
	2	1	1,50
		2	0,00
		3	2,80
		4	3,10
	3	1	2,70
		2	3,00
		3	0,00
		4	3,70
	4	1	0,20
		2	0,30
		3	0,20
		4	0,00

Tabela 18: custo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada máquina da linha 2 ( $U_{jib}$ )

Máquina da linha 2	Produto	Produto	Custo de setup
1	1	1	0,00
		2	1,20
		3	3,40
		4	2,50
	2	1	1,10
		2	0,00
		3	1,70
		4	1,80
	3	1	2,20
		2	1,40
		3	0,00
		4	2,40
	4	1	1,10
		2	2,40
		3	1,70
		4	0,00
2	1	1	0,00
		2	2,10
		3	2,10
		4	2,10
	2	1	2,10
		2	0,00
		3	2,10
		4	2,10
	3	1	2,10
		2	2,10
		3	0,00
		4	2,10
	4	1	2,10
		2	2,10
		3	2,10
		4	0,00

Tabela 18 (Continuação): custo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada máquina da linha 2 ( $U_{jib}$ ).

Máquina da linha 2	Produto	Produto	Custo de setup
3	1	1	0,00
		2	1,40
		3	1,90
		4	1,90
	2	1	2,10
		2	0,00
		3	2,80
		4	2,80
	3	1	2,40
		2	3,30
		3	0,00
		4	3,80
	4	1	3,70
		2	2,90
		3	3,10
		4	0,00

Tabela 19: outros parâmetros

Parâmetro	Valor
Quantidade de produto $j$ no último estágio na posição 0 do sequenciamento ( $I_{jM0}$ )	0
Política de estoque dos produtos MTS (CMTS)	40
Proporção de produto $j$ destinado à linhas 1 ( $F_j$ )	50%
Número suficientemente grande (Big)	1000
Produto para o qual a máquina já está preparada na posição zero do sequenciamento ( $j_0$ e $i_0$ )	1
Percentual de perdas de material na máquina da linha 1 ( $PL1_a$ )	0%
Capacidade da máquina $a$ da linha 1 ( $C_a$ )	480

## Apêndice 2

Tabela 35: Parâmetros para os índices do modelo

Índice	Parâmetro Utilizado
N: número total de produtos a serem sequenciados	6
N1: índice que representa a quantidade de produtos MTS	2
M: número total de estágios	5
A: número total de máquinas na linha 1	2
B: número total de máquinas na linha 2	2
i e j: produtos MTS ( $i, j = 1, \dots, N_1$ )	1, 2
i e j: produtos MTO ( $i, j = N_1+1, \dots, N$ )	3, 4, 5, 6
n: posição na sequência ( $n = 1, \dots, N$ )	1, 2, 3, 4, 5, 6
m: estágios ( $m = 1, \dots, M$ )	1, 2, 3, 4, 5
MP: estágio que contempla as duas linhas em paralelo	3
a: máquina da linha 1 ( $a = 1, \dots, A$ )	1, 2
b: máquinas da linha 2 ( $b = 1, \dots, B$ )	1, 2

Tabela 36: demanda de produtos ( $d_j$ )

Produto	Demanda
1	86
2	40
3	21
4	28
5	30
6	50

Tabela 37: percentual de perdas de material em cada estágio ( $P_m$ )

Estágio	Perda nos estágios (%)
1	0,10
2	0,05
3	-
4	0,05
5	-

Tabela 38: percentual de perdas de material em cada máquina da linha 1 ( $PL1_a$ )

Máquina da linha 1	Perda nas máquinas (%)
1	0,00
2	0,00

Tabela 39: percentual de perdas de material em cada máquina da linha 2 (PL2<sub>b</sub>)

Máquina da linha 2	Perda nas máquinas (%)
1	0,05
2	0,02

Tabela 40: tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo (S<sub>jim</sub>)

Estágio	Produto	Produto	Tempo de Setup
1	1	1	0,00
		2	3,00
		3	5,40
		4	6,60
		5	4,80
		6	6,60
	2	1	2,40
		2	0,00
		3	6,60
		4	6,60
		5	4,20
		6	15,00
	3	1	5,40
		2	6,00
		3	0,00
		4	6,60
		5	8,40
		6	16,20
	4	1	5,40
		2	4,80
		3	7,20
		4	0,00
		5	12,00
		6	9,00
	5	1	4,20
		2	6,60
		3	7,80
		4	6,60
		5	0,00
		6	5,40
6	2	5,40	
	3	6,00	
	4	6,60	
	5	10,20	
	6	0,00	

Tabela 40 (Continuação): tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $S_{jim}$ )

Estágio	Produto	Produto	Tempo de Setup
2	1	1	0,00
		2	3,60
		3	5,40
		4	5,40
		5	4,80
		6	13,20
	2	1	5,40
		2	0,00
		3	5,40
		4	5,40
		5	13,20
		6	16,80
	3	1	4,80
		2	6,60
		3	0,00
		4	7,80
		5	4,20
		6	4,80
	4	1	7,20
		2	6,60
		3	6,60
		4	0,00
		5	17,40
		6	8,40
	5	1	8,40
		2	8,40
		3	10,20
		4	4,80
		5	0,00
		6	13,20
6	1	16,80	
	2	17,40	
	3	18,60	
	4	5,40	
	5	4,20	
	6	0,00	
3	-	-	-

Tabela 40 (Continuação): tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $S_{jim}$ )

Estágio	Produto	Produto	Tempo de Setup
4	1	1	0,00
		2	6,60
		3	12,00
		4	12,00
		5	18,60
		6	5,40
	2	1	7,20
		2	0,00
		3	12,00
		4	12,00
		5	16,80
		6	4,20
	3	1	9,00
		2	9,00
		3	0,00
		4	9,60
		5	9,00
		6	6,60
	4	1	8,40
		2	7,20
		3	10,80
		4	0,00
		5	11,40
		6	14,40
5	1	13,20	
	2	8,40	
	3	16,80	
	4	11,40	
	5	0,00	
	6	12,60	
6	1	9,00	
	2	5,40	
	3	4,20	
	4	18,60	
	5	13,20	
	6	0,00	
5	-	-	-

Tabela 41: tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos na máquina da linha 1 ( $S_{jia}$ )

Máquina	Produto	Produto	Tempo de Setup na linha 1
1	1	2	10,80
		3	7,20
		4	8,40
		5	10,80
		6	3,00
	2	1	6,60
		3	12,00
		4	10,80
		5	10,20
		6	4,20
	3	1	13,20
		2	14,40
		4	6,60
		5	4,80
		6	12,60
	4	1	20,40
		2	18,00
		3	6,60
		5	4,80
		6	13,20
	5	1	4,80
		2	6,60
		3	15,00
		4	12,00
		6	18,00
	6	1	4,20
		2	6,60
		3	4,20
		4	16,20
		5	4,20

Tabela 41 (Continuação): tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos na máquina da linha 1 ( $S_{jia}$ )

Máquina	Produto	Produto	Tempo de Setup na linha 1	
2	1	2	10,80	
		3	7,20	
		4	8,40	
		5	10,80	
		6	3,00	
	2	1	1	6,60
			3	12,00
			4	10,80
			5	10,20
			6	4,20
	3	1	1	13,20
			2	14,40
			4	6,60
			5	4,80
			6	12,60
	4	1	1	20,40
			2	18,00
			3	6,60
			5	4,80
			6	13,20
	5	1	1	4,80
			2	6,60
			3	15,00
			4	12,00
			6	18,00
	6	1	1	4,20
			2	6,60
			3	4,20
			4	16,20
			5	4,20

Tabela 42: tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos na máquina da linha 2 ( $S_{jib}$ )

Máquina	Produto	Produto	Tempo de Setup na linha 2
1	1	2	7,20
		3	20,40
		4	15,00
		5	4,20
		6	5,40
	2	1	6,60
		3	10,20
		4	10,80
		5	6,60
		6	16,20
	3	1	13,20
		2	8,40
		4	14,40
		5	10,80
		6	9,60
	4	1	6,60
		2	14,40
		3	10,20
		5	10,20
		6	18,00
	5	1	7,80
		2	15,00
		3	12,60
		4	4,20
		6	3,60
	6	1	6,60
		2	13,20
		3	19,80
		4	5,40
		5	6,60

Tabela 42 (Continuação): tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos na máquina da linha 2 ( $S_{jib}$ )

Máquina	Produto	Produto	Tempo de Setup na linha 2
2	1	2	12,60
		3	12,60
		4	12,60
		5	4,80
		6	10,20
	2	1	12,60
		3	12,60
		4	12,60
		5	5,40
		6	15,60
	3	1	12,60
		2	12,60
		4	12,60
		5	16,20
		6	5,40
	4	1	12,60
		2	12,60
		3	12,60
		5	13,20
		6	6,60
	5	1	12,60
		2	4,80
		3	3,60
		4	16,20
		6	18,00
	6	1	12,60
		2	5,40
		3	4,80
		4	16,20
		5	6,60

Tabela 43: tempo de processamento de cada produto em cada estágio do processo ( $T_{jm}$ )

Estágio	Produto	Tempo de Processamento
1	1	48
	2	36
	3	66
	4	84
	5	60
	6	90
2	1	42
	2	54
	3	72
	4	66
	5	84
	6	42
3	-	-
4	1	72
	2	90
	3	132
	4	132
	5	150
	6	168
5	-	-

Tabela 44: tempo de processamento de cada produto nas máquinas da linha 1 ( $T_{ja}$ )

Máquina	Produto	Tempo de processamento
1	1	60
	2	72
	3	162
	4	144
	5	22
	6	57
2	1	108
	2	108
	3	108
	4	108
	5	108
	6	108

Tabela 45: tempo de processamento de cada produto na máquina da linha 2 ( $T_{jb}$ )

Máquina	Produto	Tempo de processamento
1	1	60
	2	72
	3	162
	4	144
	5	22
	6	57
2	1	108
	2	108
	3	108
	4	108
	5	108
	6	108

Tabela 46: capacidade de cada estágio (em unidades de tempo) ( $C_m$ )

Estágio	Capacidade
1	4800
2	4800
3	-
4	4800
5	-

Tabela 47: capacidade de cada máquina da linha 1 (em unidades de tempo) ( $C_a$ )

Máquina	Capacidade
1	4800
2	4800

Tabela 48: capacidade de cada máquina da linha 2 (em unidades de tempo) ( $C_b$ )

Máquina	Capacidade
1	4800
2	4800

Tabela 49: custo de processamento de cada produto em cada estágio do processo ( $R_{jm}$ )

Estágio	Produto	Custo de processamento
1	1	8
	2	6
	3	11
	4	14
	5	10
	6	15
2	1	7
	2	9
	3	12
	4	11
	5	14
	6	7
3	-	-

Tabela 49 (Continuação): custo de processamento de cada produto em cada estágio do processo ( $R_{jm}$ )

Estágio	Produto	Custo de processamento
4	1	12
	2	15
	3	22
	4	22
	5	25
	6	28
5	-	-

Tabela 50: custo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $W_{jim}$ )

Estágio	Produto	Produto	Custo de Setup
1	1	1	0,00
		2	0,50
		3	0,90
		4	1,10
		5	0,80
		6	1,10
	2	1	0,40
		2	0,00
		3	1,10
		4	1,10
		5	0,70
		6	2,50
	3	1	0,90
		2	1,00
		3	0,00
		4	1,10
		5	1,40
		6	2,70
	4	1	0,90
		2	0,80
		3	1,20
		4	0,00
		5	2,00
		6	1,50
	5	1	0,70
		2	1,10
		3	1,30
		4	1,10
		5	0,00
		6	0,90
	6	2	0,90
		3	1,00
		4	1,10
		5	1,70
		6	0,00

Tabela 50 (Continuação): custo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $W_{jim}$ )

Estágio	Produto	Produto	Custo de Setup
2	1	1	0,00
		2	0,60
		3	0,90
		4	0,90
		5	0,80
		6	2,20
	2	1	0,90
		2	0,00
		3	0,90
		4	0,90
		5	2,20
		6	2,80
	3	1	0,80
		2	1,10
		3	0,00
		4	1,30
		5	0,70
		6	0,80
	4	1	1,20
		2	1,10
		3	1,10
		4	0,00
		5	2,90
		6	1,40
5	1	1,40	
	2	1,40	
	3	1,70	
	4	0,80	
	5	0,00	
	6	2,20	
6	1	2,80	
	2	2,90	
	3	3,10	
	4	0,90	
	5	0,70	
	6	0,00	
3	-	-	-

Tabela 50 (Continuação): custo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $W_{jim}$ )

Estágio	Produto	Produto	Custo de Setup
4	1	1	0,00
		2	1,10
		3	2,00
		4	2,00
		5	3,10
		6	0,90
	2	1	1,20
		2	0,00
		3	2,00
		4	2,00
		5	2,80
		6	0,70
	3	1	1,50
		2	1,50
		3	0,00
		4	1,60
		5	1,50
		6	1,10
	4	1	1,40
		2	1,20
		3	1,80
		4	0,00
		5	1,90
		6	2,40
5	1	2,20	
	2	1,40	
	3	2,80	
	4	1,90	
	5	0,00	
	6	2,10	
6	1	1,50	
	2	0,90	
	3	0,70	
	4	3,10	
	5	2,20	
	6	0,00	
5	-	-	-

Tabela 51: custo de processamento de cada produto na máquina da linha 1 ( $K_{aj}$ )

Máquina	Produto	Custo de Processamento
1	1	8
	2	11
	3	18
	4	22
	5	10
	6	33
2	1	4
	2	11
	3	17
	4	28
	5	4
	6	11

Tabela 52: custo de processamento de cada produto em cada máquina da linha 2 ( $L_{bj}$ )

Máquina	Produto	Custo de processamento
1	1	10
	2	12
	3	27
	4	24
	5	22
	6	12
2	1	18
	2	18
	3	18
	4	18
	5	15
	6	17

Tabela 53: custo de *setup* entre a fabricação dos produtos na máquina da linha 1 ( $Z_{jia}$ )

Máquina	Produto	Produto	Custo de setup linha 1
1	1	2	1,80
		3	1,20
		4	1,40
		5	1,80
		6	0,50
	2	1	1,10
		3	2,00
		4	1,80
		5	1,70
		6	0,70
	3	1	2,20
		2	2,40
		4	1,10
		5	0,80
		6	2,10
	4	1	3,40
		2	3,00
		3	1,10
		5	0,80
		6	2,20
	5	1	0,80
		2	1,10
		3	2,50
		4	2,00
		6	3,00
	6	1	0,70
		2	1,10
		3	0,70
		4	2,70
		5	0,70

Tabela 53 (Continuação): custo de *setup* entre a fabricação dos produtos na máquina da linha 1 ( $Z_{jia}$ )

Máquina	Produto	Produto	Custo de setup linha 1	
2	1	2	1,80	
		3	1,20	
		4	1,40	
		5	1,80	
		6	0,50	
	2	1	1	1,10
			3	2,00
			4	1,80
			5	1,70
			6	0,70
	3	1	1	2,20
			2	2,40
			4	1,10
			5	0,80
			6	2,10
	4	1	1	3,40
			2	3,00
			3	1,10
			5	0,80
			6	2,20
	5	1	1	0,80
			2	1,10
			3	2,50
			4	2,00
			6	3,00
	6	1	1	0,70
			2	1,10
			3	0,70
			4	2,70
			5	0,70

Tabela 54: custo de *setup* entre a fabricação dos produtos na máquina da linha 2 ( $U_{jib}$ )

Máquina	Produto	Produto	Custo de setup linha 2
1	1	2	1,20
		3	3,40
		4	2,50
		5	0,70
		6	0,90
	2	1	1,10
		3	1,70
		4	1,80
		5	1,10
		6	2,70
	3	1	2,20
		2	1,40
		4	2,40
		5	1,80
		6	1,60
	4	1	1,10
		2	2,40
		3	1,70
		5	1,70
		6	3,00
	5	1	1,30
		2	2,50
		3	2,10
		4	0,70
6		0,60	
6	1	1,10	
	2	2,20	
	3	3,30	
	4	0,90	
	5	1,10	

Tabela 54 (Continuação): custo de *setup* entre a fabricação dos produtos na máquina da linha 2 ( $U_{jib}$ )

Máquina	Produto	Produto	Custo de setup linha 2
2	1	2	2,10
		3	2,10
		4	2,10
		5	0,80
		6	1,70
	2	1	2,10
		3	2,10
		4	2,10
		5	0,90
		6	2,60
	3	1	2,10
		2	2,10
		4	2,10
		5	2,70
		6	0,90
	4	1	2,10
		2	2,10
		3	2,10
		5	2,20
		6	1,10
	5	1	2,10
		2	0,80
		3	0,60
		4	2,70
		6	3,00
	6	1	2,10
		2	0,90
		3	0,80
		4	2,70
		5	1,10

Tabela 55: outros parâmetros

Parâmetro	Valor
Quantidade de produto $j$ no último estágio na posição 0 do sequenciamento ( $I_{jM0}$ )	0
Política de estoque dos produtos MTS (CMTS)	40
Proporção de produto $j$ destinado à linhas 1 ( $F_j$ )	50%
Número suficientemente grande (Big)	1000
Produto para o qual a máquina já está preparada na posição zero do sequenciamento ( $j_0$ e $i_0$ )	1

## Apêndice 3

Tabela 61: Parâmetros para os índices do modelo

Índice	Parâmetro Utilizado
N: número total de produtos a serem sequenciados	6
N1: índice que representa a quantidade de produtos MTS	2
M: número total de estágios	10
A: número total de máquinas na linha 1	2
B: número total de máquinas na linha 2	2
i e j: produtos MTS ( $i, j = 1, \dots, N_1$ )	1, 2
i e j: produtos MTO ( $i, j = N_1+1, \dots, N$ )	3, 4, 5, 6
n: posição na sequência ( $n = 1, \dots, N$ )	1, 2, 3, 4, 5, 6
m: estágios ( $m = 1, \dots, M$ )	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
MP: estágio que contempla as duas linhas em paralelo	2
a: máquina da linha 1 ( $a = 1, \dots, A$ )	1, 2
b: máquinas da linha 2 ( $b = 1, \dots, B$ )	1, 2

Tabela 62: demanda de produtos ( $d_j$ )

Produto	Demanda
1	86
2	40
3	21
4	28
5	30
6	50

Tabela 63: percentual de perdas de material em cada estágio ( $P_m$ )

Estágio	Perda nos estágios (%)
1	0,10
2	-
3	0,10
4	0,10
5	0,10
6	0,10
7	0,10
8	0,10
9	0,10
10	-

Tabela 64: percentual de perdas de material em cada máquina da linha 1 (PL1<sub>a</sub>)

Máquina da linha 1	Perda nas máquinas (%)
1	0,00
2	0,00

Tabela 65: percentual de perdas de material em cada máquina da linha 2 (PL2<sub>b</sub>)

Máquina da linha 2	Perda nas máquinas (%)
1	0,10
2	0,10

Tabela 66: tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo (S<sub>jim</sub>)

Estágio	Produto	Produto	Tempo de setup
1	1	1	0,00
		2	3,00
		3	5,40
		4	6,60
		5	2,40
		6	6,60
	2	1	2,40
		2	0,00
		3	6,60
		4	5,40
		5	13,20
		6	8,40
	3	1	5,40
		2	6,00
		3	0,00
		4	5,40
		5	24,00
		6	18,00
	4	1	5,40
		2	4,80
		3	7,20
		4	0,00
		5	24,00
		6	32,40
5	1	42,00	
	2	30,00	
	3	66,00	
	4	120,00	
	5	0,00	
	6	54,00	
6	1	84,00	
	2	24,00	
	3	114,00	
	4	132,00	
	5	204,00	
	6	0,00	
2	-	-	-

Tabela 66 (Continuação): tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $S_{jim}$ )

Estágio	Produto	Produto	Tempo de setup
3	1	1	0,00
		2	3,60
		3	5,40
		4	5,40
		5	12,60
		6	12,60
	2	1	5,40
		2	0,00
		3	18,00
		4	12,60
		5	12,60
		6	42,00
	3	1	4,80
		2	6,60
		3	0,00
		4	7,20
		5	6,60
		6	6,60
	4	1	7,20
		2	6,60
		3	6,60
		4	0,00
		5	12,60
		6	12,60
5	1	108,00	
	2	24,00	
	3	126,00	
	4	168,00	
	5	0,00	
	6	12,60	
6	1	12,60	
	2	12,60	
	3	12,60	
	4	12,60	
	5	12,60	
	6	12,60	
4	1	1	0,00
		2	24,00
		3	12,00
		4	96,00
		5	90,00
		6	48,00
	2	1	24,00
		2	0,00
		3	114,00
		4	192,00
		5	42,00
		6	66,00

Tabela 66 (Continuação): tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $S_{jim}$ )

Estágio	Produto	Produto	Tempo de setup
4	3	1	72,00
		2	216,00
		3	0,00
		4	30,00
		5	24,00
		6	24,00
	4	1	54,00
		2	144,00
		3	222,00
		4	0,00
		5	78,00
		6	12,00
	5	1	60,00
		2	12,00
		3	24,00
		4	192,00
		5	0,00
		6	114,00
	6	1	24,00
		2	138,00
		3	246,00
		4	66,00
		5	36,00
		6	0,00
5	1	1	0,00
		2	3,60
		3	5,40
		4	5,40
		5	12,60
		6	12,60
	2	1	5,40
		2	0,00
		3	18,00
		4	12,60
		5	12,60
		6	42,00
	3	1	4,80
		2	6,60
		3	0,00
		4	7,20
		5	6,60
		6	6,60
	4	1	7,20
		2	6,60
		3	6,60
		4	0,00
		5	12,60
		6	12,60

Tabela 66 (Continuação): tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $S_{jim}$ )

Estágio	Produto	Produto	Tempo de setup
5	5	1	108,00
		2	24,00
		3	126,00
		4	168,00
		5	0,00
		6	12,60
	6	1	19,80
		2	19,80
		3	19,80
		4	19,80
		5	102,00
		6	0,00
6	1	1	0,00
		2	30,00
		3	36,00
		4	108,00
		5	138,00
		6	24,00
	2	1	66,00
		2	0,00
		3	24,00
		4	192,00
		5	6,00
		6	84,00
	3	1	132,00
		2	186,00
		3	0,00
		4	24,00
		5	24,00
		6	24,00
	4	1	66,00
		2	234,00
		3	12,00
		4	0,00
		5	198,00
		6	90,00
	5	1	12,00
		2	24,00
		3	48,00
		4	126,00
		5	0,00
		6	36,00
	6	1	84,00
		2	204,00
		3	156,00
		4	12,00
		5	66,00
		6	0,00

Tabela 66 (Continuação): tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $S_{jim}$ )

Estágio	Produto	Produto	Tempo de setup
7	1	1	0,00
		2	228,00
		3	72,00
		4	30,00
		5	186,00
		6	54,00
	2	1	6,00
		2	0,00
		3	108,00
		4	18,00
		5	198,00
		6	12,00
	3	1	54,00
		2	66,00
		3	0,00
		4	168,00
		5	210,00
		6	24,00
	4	1	66,00
		2	36,00
		3	138,00
		4	0,00
		5	246,00
		6	108,00
5	1	12,00	
	2	42,00	
	3	18,00	
	4	6,00	
	5	0,00	
	6	24,00	
6	1	66,00	
	2	66,00	
	3	90,00	
	4	156,00	
	5	96,00	
	6	0,00	
8	1	1	0,00
		2	3,60
		3	5,40
		4	5,40
		5	12,60
		6	12,60
	2	1	5,40
		2	0,00
		3	18,00
		4	12,60
		5	12,60
		6	42,00

Tabela 66 (Continuação): tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $S_{jim}$ )

Estágio	Produto	Produto	Tempo de setup
8	3	1	4,80
		2	6,60
		3	0,00
		4	7,20
		5	6,60
		6	6,60
	4	1	7,20
		2	6,60
		3	6,60
		4	0,00
		5	12,60
		6	12,60
	5	1	108,00
		2	24,00
		3	126,00
		4	168,00
		5	0,00
		6	12,60
	6	1	19,80
		2	19,80
		3	19,80
		4	19,80
		5	102,00
		6	0,00
9	1	1	0,00
		2	138,00
		3	30,00
		4	6,00
		5	192,00
		6	24,00
	2	1	42,00
		2	0,00
		3	24,00
		4	132,00
		5	204,00
		6	36,00
	3	1	54,00
		2	24,00
		3	0,00
		4	162,00
		5	186,00
		6	24,00
	4	1	132,00
		2	36,00
		3	36,00
		4	0,00
		5	126,00
		6	204,00

Tabela 66 (Continuação): tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $S_{jim}$ )

Estágio	Produto	Produto	Tempo de setup
9	5	1	24
		2	24
		3	24
		4	24
		5	0
		6	24
	6	1	102
		2	12
		3	138
		4	54
		5	72
		6	0
10	-	-	-

Tabela 67: tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos nas máquinas da linha 1 ( $S_{jia}$ )

Máquina	Produto	Produto	Tempo de Setup na linha 1
1	1	2	10,80
		3	7,20
		4	8,40
		5	10,80
		6	3,00
	2	1	6,60
		3	12,00
		4	10,80
		5	10,20
		6	4,20
	3	1	13,20
		2	14,40
		4	6,60
		5	4,80
		6	12,60
	4	1	20,40
		2	18,00
		3	6,60
		5	4,80
		6	13,20
	5	1	4,80
		2	6,60
		3	15,00
		4	12,00
		6	18,00
	6	1	4,20
		2	6,60
		3	4,20
		4	16,20
		5	4,20

Tabela 67 (Continuação): tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos nas máquinas da linha 1 ( $S_{jia}$ )

Máquina	Produto	Produto	Tempo de Setup na linha 1
2	1	2	10,80
		3	7,20
		4	8,40
		5	10,80
		6	3,00
	2	1	6,60
		3	12,00
		4	10,80
		5	10,20
		6	4,20
	3	1	13,20
		2	14,40
		4	6,60
		5	4,80
		6	12,60
	4	1	20,40
		2	18,00
		3	6,60
		5	4,80
		6	13,20
	5	1	4,80
		2	6,60
		3	15,00
		4	12,00
		6	18,00
6	1	4,20	
	2	6,60	
	3	4,20	
	4	16,20	
	5	4,20	

Tabela 68: tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos nas máquinas da linha 2 ( $S_{jib}$ )

Máquina	Produto	Produto	Tempo de Setup na linha 2
1	1	2	7,20
		3	20,40
		4	15,00
		5	4,20
		6	5,40
	2	1	6,60
		3	10,20
		4	10,80
		5	6,60
		6	16,20
	3	1	13,20
		2	8,40
		4	14,40
		5	10,80
		6	9,60
	4	1	6,60
		2	14,40
		3	10,20
		5	10,20
		6	18,00
	5	1	7,80
		2	15,00
		3	12,60
		4	4,20
		6	3,60
	6	1	6,60
		2	13,20
		3	19,80
		4	5,40
		5	6,60

Tabela 68 (Continuação): tempo de *setup* entre a fabricação dos produtos nas máquinas da linha 2 ( $S_{jib}$ )

Máquina	Produto	Produto	Tempo de Setup na linha 2
2	1	2	12,60
		3	12,60
		4	12,60
		5	4,80
		6	10,20
	2	1	12,60
		3	12,60
		4	12,60
		5	5,40
		6	15,60
	3	1	12,60
		2	12,60
		4	12,60
		5	16,20
		6	5,40
	4	1	12,60
		2	12,60
		3	12,60
		5	13,20
		6	6,60
	5	1	12,60
		2	4,80
		3	3,60
		4	16,20
		6	18,00
	6	1	12,60
		2	5,40
		3	4,80
		4	16,20
		5	6,60

Tabela 69: tempo de processamento de cada produto em cada estágio do processo ( $T_{jm}$ )

Estágio	Produto	Tempo de Processamento
1	1	48
	2	36
	3	66
	4	84
	5	60
	6	90
2	-	-
3	1	42
	2	54
	3	72
	4	66
	5	84
	6	42
4	1	72
	2	90
	3	132
	4	132
	5	150
	6	168
5	1	42
	2	54
	3	72
	4	66
	5	84
	6	42
6	1	72
	2	90
	3	132
	4	132
	5	150
	6	168
7	1	42
	2	54
	3	72
	4	66
	5	84
	6	42
8	1	72
	2	90
	3	132
	4	132
	5	150
	6	168

Tabela 69 (Continuação): tempo de processamento de cada produto em cada estágio do processo ( $T_{jm}$ )

Estágio	Produto	Tempo de Processamento
9	1	42
	2	54
	3	72
	4	66
	5	84
	6	42
10	-	-

Tabela 70: tempo de processamento de cada produto nas máquinas da linha 1 ( $T_{ja}$ )

Máquina	Produto	Tempo de processamento
1	1	60
	2	72
	3	162
	4	144
	5	22
	6	57
2	1	108
	2	108
	3	108
	4	108
	5	108
	6	108

Tabela 71: tempo de processamento de cada produto nas máquinas da linha 2 ( $T_{jb}$ )

Máquina	Produto	Tempo de processamento
1	1	60
	2	72
	3	162
	4	144
	5	22
	6	57
2	1	108
	2	108
	3	108
	4	108
	5	108
	6	108

Tabela 72: capacidade de cada estágio (em unidades de tempo) ( $C_m$ )

Estágio	Capacidade
1	4800
2	-
3	4800
4	4800
5	4800
6	4800
7	4800
8	4800
9	4800
10	-

Tabela 73: capacidade de cada máquina da linha 1 (em unidades de tempo) ( $C_a$ )

Máquina	Capacidade
1	4800
2	4800

Tabela 74: capacidade de cada máquina da linha 2 (em unidades de tempo) ( $C_b$ )

Máquina	Capacidade
1	4800
2	4800

Tabela 75: custo de processamento de cada produto em cada estágio do processo ( $R_{jm}$ )

Estágio	Produto	Custo de processamento
1	1	8
	2	6
	3	11
	4	14
	5	10
	6	15
2	-	-
3	1	7
	2	9
	3	12
	4	11
	5	14
	6	7
4	1	12
	2	15
	3	22
	4	22
	5	25
	6	28
5	1	2
	2	1
	3	4
	4	3
	5	6
	6	7

Tabela 75 (Continuação): custo de processamento de cada produto em cada estágio do processo ( $R_{jm}$ )

Estágio	Produto	Custo de processamento
6	1	18
	2	17
	3	25
	4	28
	5	10
	6	20
7	1	5
	2	8
	3	3
	4	12
	5	4
	6	9
8	1	32
	2	28
	3	11
	4	7
	5	25
	6	10
9	1	22
	2	15
	3	17
	4	11
	5	11
	6	20
10	-	-

Tabela 76: custo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $W_{jim}$ )

Estágio	Produto	Produto	Custo de Setup
1	1	1	0,00
		2	0,50
		3	0,90
		4	1,10
		5	0,40
		6	1,10
	2	1	0,40
		2	0,00
		3	1,10
		4	0,90
		5	2,20
		6	1,40
	3	1	0,90
		2	1,00
		3	0,00
		4	0,90
		5	4,00
		6	3,00
	4	1	0,90
		2	0,80
		3	1,20
		4	0,00
		5	4,00
		6	5,40
	5	1	7,00
		2	5,00
		3	11,00
		4	20,00
		5	0,00
		6	9,00
6	1	14,00	
	2	4,00	
	3	19,00	
	4	22,00	
	5	34,00	
	6	0,00	
2	-	-	-

Tabela 76 (Continuação): custo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $W_{jim}$ )

Estágio	Produto	Produto	Custo de Setup
3	1	1	0,00
		2	0,60
		3	0,90
		4	0,90
		5	2,10
		6	2,10
	2	1	0,90
		2	0,00
		3	3,00
		4	2,10
		5	2,10
		6	7,00
	3	1	0,80
		2	1,10
		3	0,00
		4	1,20
		5	1,10
		6	1,10
	4	1	1,20
		2	1,10
		3	1,10
		4	0,00
		5	2,10
		6	2,10
5	1	18,00	
	2	4,00	
	3	21,00	
	4	28,00	
	5	0,00	
	6	2,10	
6	1	2,10	
	2	2,10	
	3	2,10	
	4	2,10	
	5	2,10	
	6	2,10	
4	1	1	0,00
		2	4,00
		3	2,00
		4	16,00
		5	15,00
		6	8,00
	2	1	4,00
		2	0,00
		3	19,00
		4	32,00
		5	7,00
		6	11,00

Tabela 76 (Continuação): custo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $W_{jim}$ )

Estágio	Produto	Produto	Custo de Setup
4	3	1	12,00
		2	36,00
		3	0,00
		4	5,00
		5	4,00
		6	4,00
	4	1	9,00
		2	24,00
		3	37,00
		4	0,00
		5	13,00
		6	2,00
	5	1	10,00
		2	2,00
		3	4,00
		4	32,00
		5	0,00
		6	19,00
	6	1	4,00
		2	23,00
		3	41,00
		4	11,00
		5	6,00
		6	0,00
5	1	1	0,00
		2	0,60
		3	0,90
		4	0,90
		5	2,10
		6	2,10
	2	1	0,90
		2	0,00
		3	3,00
		4	2,10
		5	2,10
		6	7,00
	3	1	0,80
		2	1,10
		3	0,00
		4	1,20
		5	1,10
		6	1,10
	4	1	1,20
		2	1,10
		3	1,10
		4	0,00
		5	2,10
		6	2,10

Tabela 76 (Continuação): custo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $W_{jim}$ )

Estágio	Produto	Produto	Custo de Setup
5	5	1	18,00
		2	4,00
		3	21,00
		4	28,00
		5	0,00
		6	2,10
	6	1	3,30
		2	3,30
		3	3,30
		4	3,30
		5	17,00
		6	0,00
6	1	1	0,00
		2	5,00
		3	6,00
		4	18,00
		5	23,00
		6	4,00
	2	1	11,00
		2	0,00
		3	4,00
		4	32,00
		5	1,00
		6	14,00
	3	1	22,00
		2	31,00
		3	0,00
		4	4,00
		5	4,00
		6	4,00
	4	1	11,00
		2	39,00
		3	2,00
		4	0,00
		5	33,00
		6	15,00
	5	1	2,00
		2	4,00
		3	8,00
		4	21,00
		5	0,00
		6	6,00
	6	1	14,00
		2	34,00
		3	26,00
		4	2,00
		5	11,00
		6	0,00

Tabela 76 (Continuação): custo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $W_{jim}$ )

Estágio	Produto	Produto	Custo de Setup
7	1	1	0,00
		2	38,00
		3	12,00
		4	5,00
		5	31,00
		6	9,00
	2	1	1,00
		2	0,00
		3	18,00
		4	3,00
		5	33,00
		6	2,00
	3	1	9,00
		2	11,00
		3	0,00
		4	28,00
		5	35,00
		6	4,00
	4	1	11,00
		2	6,00
		3	23,00
		4	0,00
		5	41,00
		6	18,00
5	1	2,00	
	2	7,00	
	3	3,00	
	4	1,00	
	5	0,00	
	6	4,00	
6	1	11,00	
	2	11,00	
	3	15,00	
	4	26,00	
	5	16,00	
	6	0,00	
8	1	1	0,00
		2	0,60
		3	0,90
		4	0,90
		5	2,10
		6	2,10
	2	1	0,90
		2	0,00
		3	3,00
		4	2,10
		5	2,10
		6	7,00

Tabela 76 (Continuação): custo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $W_{jim}$ )

Estágio	Produto	Produto	Custo de Setup
8	3	1	0,80
		2	1,10
		3	0,00
		4	1,20
		5	1,10
		6	1,10
	4	1	1,20
		2	1,10
		3	1,10
		4	0,00
		5	2,10
		6	2,10
	5	1	18,00
		2	4,00
		3	21,00
		4	28,00
		5	0,00
		6	2,10
	6	1	3,30
		2	3,30
		3	3,30
		4	3,30
		5	17,00
		6	0,00
9	1	1	0,00
		2	23,00
		3	5,00
		4	1,00
		5	32,00
		6	4,00
	2	1	7,00
		2	0,00
		3	4,00
		4	22,00
		5	34,00
		6	6,00
	3	1	9,00
		2	4,00
		3	0,00
		4	27,00
		5	31,00
		6	4,00
	4	1	22,00
		2	6,00
		3	6,00
		4	0,00
		5	21,00
		6	34,00

Tabela 76 (Continuação): custo de *setup* entre a fabricação dos produtos em cada estágio do processo ( $W_{jim}$ )

Estágio	Produto	Produto	Custo de Setup
9	5	1	4
		2	4
		3	4
		4	4
		5	0
		6	4
	6	1	17
		2	2
		3	23
		4	9
		5	12
		6	0
10	-	-	-

Tabela 77: custo de processamento de cada produto na máquina da linha 1 ( $K_{aj}$ )

Máquina	Produto	Custo de Processamento
1	1	10
	2	23
	3	18
	4	47
	5	36
	6	39
2	1	10
	2	23
	3	18
	4	47
	5	36
	6	39

Tabela 78: custo de processamento de cada produto em cada máquina da linha 2 ( $L_{bj}$ )

Máquina	Produto	Custo de processamento
1	1	15
	2	22
	3	33
	4	24
	5	12
	6	18
2	1	39
	2	41
	3	25
	4	8
	5	7
	6	10

Tabela 79: custo de *setup* entre a fabricação dos produtos na máquina da linha 1 ( $Z_{jia}$ )

Máquina	Produto	Produto	Custo de setup linha 1
1	1	2	
		3	22
		4	14
		5	23
		6	3
	2	1	7
		3	40
		4	25
		5	11
		6	17
	3	1	5
		2	6
		4	2
		5	2
		6	
	4	1	27
		2	31
		3	2
		5	7
		6	2
	5	1	14
		2	
		3	4
		4	19
		6	4
	6	1	4
		2	4
		3	4
		4	
		5	4

Tabela 79 (Continuação): custo de *setup* entre a fabricação dos produtos na máquina da linha 1 ( $Z_{jia}$ )

Máquina	Produto	Produto	Custo de setup linha 1	
2	1	2		
		3	22	
		4	14	
		5	23	
		6	3	
	2	1	1	7
			3	40
			4	25
			5	11
			6	17
	3	1	1	5
			2	6
			4	2
			5	2
			6	
	4	1	1	27
			2	31
			3	2
			5	7
			6	2
	5	1	1	14
			2	
			3	4
			4	19
			6	4
	6	1	1	4
			2	4
			3	4
			4	
			5	4

Tabela 80: custo de *setup* entre a fabricação dos produtos na máquina da linha 2 ( $U_{jib}$ )

Máquina	Produto	Produto	Custo de setup linha 2
1	1	2	11
		3	16
		4	27
		5	35
		6	4
	2	1	14
		3	2
		4	7
		5	4
		6	3
	3	1	18
		2	5
		4	33
		5	29
		6	7
	4	1	6
		2	18
		3	14
		5	9
		6	7
	5	1	14
		2	22
		3	33
		4	18
		6	7
	6	1	12
		2	14
		3	19
		4	23
		5	4

Tabela 80 (Continuação): custo de *setup* entre a fabricação dos produtos na máquina da linha 2 ( $U_{jib}$ )

Máquina	Produto	Produto	Custo de setup linha 2	
2	1	2	14	
		3	2	
		4	7	
		5	4	
		6	3	
	2	1	1	18
			3	5
			4	33
			5	29
			6	7
	3	1	1	6
			2	18
			4	14
			5	9
			6	7
	4	1	1	14
			2	22
			3	33
			5	18
			6	7
	5	1	1	12
			2	14
			3	19
			4	23
			6	4
	6	1	1	14
			2	2
			3	7
			4	4
			5	3

Tabela 81: outros parâmetros

Parâmetro	Valor
Quantidade de produto $j$ no último estágio na posição 0 do sequenciamento ( $I_{jM0}$ )	0
Política de estoque dos produtos MTS (CMTS)	40
Proporção de produto $j$ destinado à linhas 1 ( $F_j$ )	50%
Número suficientemente grande (Big)	1000
Produto para o qual a máquina já está preparada na posição zero do sequenciamento ( $j_0$ e $i_0$ )	4