



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE COMUNICAÇÕES – DECOM

## CONTRIBUIÇÕES AO ESTUDO DE SISTEMAS ÓPTICOS DE MÚLTIPLO ACESSO POR DIVISÃO DE CÓDIGOS

Por

JOSÉ SANTO GUISCAFRÉ PANARO

Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica da UNICAMP como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica.

### **Banca Examinadora:**

Prof. Dr. Celso de Almeida (Orientador) – FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Carlos Eduardo Câmara – USF/UNIANCHIETA

Prof. Dr. Dayan Adionel Guimarães – INATEL

Prof. Dr. Hélio Waldman – FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Reginaldo Palazzo Jr. – FEEC/UNICAMP

Campinas, 25 de fevereiro de 2005

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

P191c Panaro, José Santo Guiscafré  
Contribuição ao estudo de sistemas ópticos de múltiplo  
acesso por divisão de códigos / José Santo Guiscafré  
Panaro. --Campinas, SP: [s.n.], 2005.

Orientador: Celso de Almeida.  
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas,  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Comunicação com dispersão de espectro. 2.  
Comunicações óticas. 3. Telecomunicações. I. Almeida,  
Celso de. II. Universidade Estadual de Campinas.  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III.  
Título.

Titulo em Inglês: Contributions to the study of code division multiple access optical  
systems

Palavras-chave em Inglês: Spread spectrum communications, Optical communications  
e Telecommunications

Área de concentração: Telecomunicações e Telemática

Titulação: Doutor em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Carlos Eduardo Câmara, Dayan Adionel Guimarães, Hélio  
Waldmann e Reginaldo Palazzo Junior

Data da defesa: 25/02/2005

# Resumo

O presente trabalho investiga códigos adequados para esquemas CDMA em redes de comunicação por meios ópticos como, por exemplo, fibras ópticas e redes sem fio por infravermelho. O trabalho desenvolve uma base teórica do comportamento de sistemas CDMA em canais unipolares submetidos à interferência estritamente positiva e sinalização binária, e antecipa as suas implicações. Além disso, verifica-se o desempenho de códigos unipolares apropriados para comunicação óptica propostos anteriormente, comparando-os com uma nova classe de códigos ópticos com salto temporal (OTH). Finalmente, para sistemas ópticos de múltiplo acesso por divisão de código (O-CDMA) com códigos de espalhamento ortogonais no tempo e no comprimento de onda, efetua-se uma análise de desempenho para sistemas tanto com sinalização do tipo OOK (on-off keying) quanto OOO (on-off orthogonal keying).

# Abstract

This work concerns optical fiber and infrared networks using code-division multiple access techniques. A theoretical basis for the behavior of the unipolar CDMA systems under strictly positive interference and binary signaling is developed, and their consequences are predicted. In addition, the performance of unipolar codes, appropriate for optical communications is verified and compared with a new class of optical time-hopping codes (OTH) proposed in this work. Finally, a performance evaluation analysis is done for O-CDMA systems using time and wavelength spreading codes, considering OOK (on-off keying) and OOO (on-off orthogonal keying).

# Agradecimentos

Eu gostaria de agradecer ao Prof. Celso de Almeida por sua dedicação e orientação. Também agradeço ao INATEL pela confiança depositada e pelo apoio logístico e financeiro fornecido, sem o qual este trabalho não seria possível. Em particular, desejo citar os nomes dos amigos Dayan Adionel Guimarães, Geraldo Gil Ramundo Gomes, José Geraldo de Souza, José Marcos Câmara Brito e Rosanna Mara Rocha Silveira pelo estímulo fornecido, tanto no trabalho quanto fora dele, para que esta empreitada fosse concluída. Também gostaria de agradecer o Prof. Renato Baldini Filho, da Unicamp, por sua presteza. Além disso, expresso o mais profundo agradecimento à minha esposa Clarice, aos meus filhos Carolina e Bruno pelo seu amor, encorajamento e paciência. Finalmente, dedico este trabalho ao meu pai (in memoriam), por ter me ensinado a nunca parar de aprender.

# Índice

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1	Motivação .....	1
1.2	Objetivos do Trabalho .....	5
1.3	Estrutura da Tese .....	7
<b>2</b>	<b>MÚLTIPLO ACESSO POR DIVISÃO DE CÓDIGO EM COMUNICAÇÕES ÓPTICAS</b>	<b>11</b>
2.1	Introdução .....	11
2.2	Fundamentos .....	12
2.2.1	Filtro Casado .....	14
2.2.2	Ruído de Batimento Óptico .....	15
2.2.3	Porta de Recepção Temporizada .....	16
2.2.4	Ganho de Processamento .....	18
2.3	Detecção Não Coerente de Sinais Unipolares .....	18
2.3.1	Sinalização Binária Unipolar OOK .....	19
2.3.2	Sinalização Binária Unipolar Ortogonal .....	22
2.3.3	Detecção Convencional de Sinais Unipolares .....	24
2.3.4	Estimativa de Desempenho para Sinalização OOK .....	28
2.3.5	Estimativa de Desempenho para Sinalização Ortogonal .....	31
2.4	Desempenho de Sistemas O-CDMA .....	34
2.4.1	Detecção Convencional para Sinalização OOK .....	34
2.4.2	Detecção por Limitação Abrupta para Sinalização OOK .....	36

2.4.3	Detecção Convencional para Sinalização Ortogonal .....	38
2.4.4	Detecção por Limitação Abrupta para Sinalização Ortogonal ...	40
<b>3</b>	<b>CÓDIGOS UNIPOLARES COM APLICAÇÕES EM SISTEMAS CDMA ÓPTICOS</b>	<b>42</b>
3.1	Introdução .....	42
3.2	Códigos PPM .....	44
3.2.1	Desempenho dos Sistemas CDMA – PPM .....	45
3.2.2	Seqüências Primas .....	50
3.3	Códigos Ópticos Ortogonais .....	53
3.3.1	Propriedades Fundamentais das Seqüências OOC .....	53
3.3.2	Construção de Códigos OOC .....	56
3.3.3	Desempenho dos Sistemas CDMA – OOC ( $\lambda = 1$ ) .....	61
3.3.4	Desempenho dos Sistemas CDMA – OOC ( $\lambda = 2$ ) .....	64
3.3.4.1	Probabilidade de Erro com Detecção Convencional .....	67
3.3.4.2	Probabilidade de Erro com Limitação Abrupta .....	68
3.4	Códigos Ópticos com Salto Temporal .....	71
3.4.1	Limitante Inferior da Probabilidade de Erro .....	71
3.4.2	Limitante Superior da Probabilidade de Erro .....	75
3.4.3	Construção de Códigos OTH .....	79
3.5	Comparação de Desempenho entre OTH e OOC .....	81
<b>4</b>	<b>ANÁLISE DE DESEMPENHO DE CÓDIGOS PPM MULTIDIMENSIONAIS EM SISTEMAS O-CDMA</b>	<b>86</b>
4.1	Introdução .....	86
4.2	Análise Estatística da Interferência O-CDMA .....	87
4.2.1	Interferência em Sistemas com Sinalização OOK .....	87
4.2.2	Interferência em Sistemas com Sinalização OOO .....	91

4.3	Desempenho de Sistemas O-CDMA Multidimensionais .....	93
4.3.1	Sistemas O-CDMA com Sinalização OOK Unidimensional .....	93
4.3.2	Sistemas O-CDMA com Sinalização OOK Multidimensional ..	96
4.3.3	Sistemas O-CDMA com Sinalização OOO .....	99
4.4	Análise Estatística do Ruído e Interferência Combinados .....	103
4.4.1	Ruído e Interferência em Sistemas com Sinalização OOK .....	103
4.4.2	Ruído e Interferência em Sistemas com Sinalização OOO .....	106
4.5	Desempenho de Sistemas O-CDMA na Presença de Ruído .....	108
4.5.1	Sistemas com Sinalização OOK e Detecção Convencional .....	108
4.5.2	Sistemas com Sinalização OOO e Detecção Convencional .....	114
4.5.3	Sistemas O-CDMA com Detecção de Máxima Verossimilhança	117
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISA FUTURA</b>	<b>122</b>
5.1	Conclusões .....	122
5.2	Sugestões para Pesquisa Futura .....	127
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>130</b>

# Lista de Figuras

1-1	Sistemas de múltiplo acesso .....	4
1-2	Relação do CDMA óptico com WDMA e TDMA .....	6
2-1	Rede óptica CDMA com acoplador em estrela .....	13
2-2	Receptor com porta de recepção óptica .....	18
2-3	Exemplo de seqüência unipolar normalizada .....	20
2-4	Exemplo de duas seqüências unipolares ortogonais .....	23
2-5	Estrutura dos receptores para sistemas unipolares .....	24
2-6	Funções densidade de probabilidade condicionais na saída do correlator para sinalização unipolar OOK .....	28
2-7	O canal $Z$ .....	29
2-8	Funções densidade de probabilidade condicionais da variável de decisão para sinalização ortogonal .....	32
2-9	O canal $\Sigma$ .....	33
2-10	Esquema de recepção com limitação abrupta na saída de um banco de correladores e decisão por unanimidade .....	37
3-1	Modelo de um sistema CDMA unipolar utilizando modulação PPM .....	45
3-2	Operação do sistema PPM-CDMA .....	45
3-3	Probabilidade de erro para um sistema PPM-CDMA em função do número de usuários para os casos chip-síncrono e assíncrono .....	49
3-4	Exemplo de um trecho de uma seqüência PPM .....	50
3-5	Função de correlação cruzada entre seqüências primas .....	52



3-6	Funções de autocorrelação e correlação cruzada entre seqüências OOC ( $\lambda=1$ ) .....	60
3-7	Funções de autocorrelação e correlação cruzada entre seqüências OOC ( $\lambda=2$ ) .....	60
3-8	Probabilidade de erro para sistemas CDMA utilizando códigos OOC (501, $K$ ,1) considerando detecção convencional e limitação abrupta .....	63
3-9	Variação da probabilidade de erro com o número de usuários para um sistema CDMA utilizando um código (501, 5, 1) para detecção convencional e por limitação abrupta .....	64
3-10	Probabilidade de erro ( $\lambda=1$ ) e limitante superior da probabilidade de erro ( $\lambda=2$ ) para detecção convencional em função do peso $K$ .....	68
3-11	Limitantes superior e inferior da probabilidade de erro e resultados de simulação para um sistema CDMA com detecção por limitação abrupta, em função do peso $K$ , para códigos com $\lambda = 2$ , comparado a um sistema equivalente OOC-1 .....	70
3-12	Seqüência OTH com $L = 10$ , $K = 2$ e $P = 4$ .....	71
3-13	Limitante inferior de desempenho do código OTH com $L = 1000$ chips por bit para 25, 50, 75 e 100 usuários .....	73
3-14	Probabilidade de erro mínima exata e aproximada para códigos OTH .....	74
3-15	Exemplo de padrões de interferência .....	76
3-16	Limitantes superior e inferior da probabilidade de erro para OTH aleatório e resultados de simulação ( $L = 100$ e $N = 10$ ) .....	78
3-17	Comparação entre os resultados da expressão da probabilidade de erro exata para o código $\lambda_2$ OOC e os seus limitantes ( $L = 501$ e $N = 25$ ) .....	83
3-18	Desempenho dos códigos OTH e OOC para $L = 501$ e $N = 25$ .....	84

3-19	Probabilidade de erro mínima para os códigos $\lambda_1$ OOO e OTH para $L = 501$	85
4-1	Exemplo de palavra código PPM com dimensões $W = 4$ e $L = 5$ .....	87
4-2	Função densidade de probabilidade para um sistema O-CDMA com sinalização OOK e seqüências PPM ( $L = 10$ e $n = 10$ ) .....	90
4-3	Função densidade de probabilidade para um sistema O-CDMA com sinalização OOO e seqüências PPM ( $L = 10$ e $n = 10$ ) .....	92
4-4	Probabilidade de erro para um sistema O-CDMA com sinalização OOK e empregando seqüências PPM unidimensionais de comprimento $L = 100$ , para diferentes valores do limiar de decisão .....	95
4-5	Desempenho do detector SUM em sistemas O-CDMA com sinalização OOK e empregando seqüências PPM multidimensionais de comprimento $L = 100$ , em função do número de usuários, para diferentes valores de peso do código $W$ .....	97
4-6	Desempenho do detector AND em sistemas O-CDMA com sinalização OOK e empregando seqüências PPM multidimensionais de comprimento $L = 100$ , em função do número de usuários, para diferentes valores de peso do código $W$ .....	98
4-7	Desempenho comparativo entre detectores SUM e MINIMAX em sistemas O-CDMA com sinalização OOO empregando seqüências PPM multidimensionais de comprimento $L = 100$ , em função do número de usuários, para diferentes valores de peso do código $W$ .....	102
4-8	Desempenho comparativo entre sistemas O-CDMA com sinalização OOK e OOO .....	102
4-9	Função densidade de probabilidade de ruído branco gaussiano combinado com interferência de múltiplo acesso em um sistema O-CDMA com sinalização OOK .....	106
4-10	Função densidade de probabilidade de ruído branco gaussiano combinado	

	com interferência de múltiplo acesso em um sistema O-CDMA com sinalização OOO .....	107
4-11	Exemplo de funções densidade de probabilidade condicionais de ruído branco gaussiano combinado com interferência de múltiplo acesso em um sistema O-CDMA com sinalização OOK e $W = 1$ .....	110
4-12	Desempenho de um sistema O-CDMA/OOK usando $W = 3$ seqüências PPM de comprimento $L = 100$ , em função do número de usuários .....	111
4-13	Desempenho de um sistema O-CDMA/OOK usando $W = 3$ seqüências PPM de comprimento $L = 100$ , em função da relação sinal-ruído .....	112
4-14	Degradação de desempenho para alguns valores fixos de limiar de decisão para sistemas O-CDMA/OOK .....	113
4-15	Comparação de desempenho entre sistemas O-CDMA com sinalização OOK e OOO em função da relação sinal ruído .....	115
4-16	Probabilidade de erro para sistemas O-CDMA com sinalização OOK e OOO em função do número de usuários para um número variável de seqüências PPM .....	116
4-17	Comparação de desempenho entre sistemas O-CDMA/OOK empregando detectores SUM convencional e de máxima verossimilhança, em função da relação sinal-ruído .....	120
4-18	Comparação de desempenho entre sistemas O-CDMA/OOO empregando detectores SUM convencional e de máxima verossimilhança, em função da relação sinal-ruído .....	120

## Lista de Tabelas

3-1	Família de seqüências primas para $P = 7$ .....	51
3-2	OOC (61, 5, 1) .....	59
3-3	OOC (63, 9, 2) .....	59

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 Motivação

Um sistema de comunicação de múltiplo acesso permite que diversos usuários compartilhem um meio de transmissão em comum para enviar dados a uma variedade de destinatários. Deve-se fazer a distinção entre *sistemas multiplex* e de *múltiplo acesso*. Os sistemas multiplex alocam os recursos de comunicação de maneira fixa ou, no máximo, de forma restrita. Os recursos são alocados previamente, e a operação de compartilhamento é efetuada, geralmente, de forma concentrada dentro de um equipamento eletrônico. Os sistemas de múltiplo acesso, ao contrário, permitem o compartilhamento dinâmico de um recurso como, por exemplo, um satélite ou uma fibra ótica. Neste caso, as variações na demanda dos usuários podem ser mais bem acomodadas estatisticamente, mas com o tempo de transferência dos dados constituindo-se em um limitante na eficiência de utilização dos recursos.

Um dos pontos-chave dos sistemas de múltiplo acesso é como compartilhar o meio de transmissão de forma eficiente entre todos os usuários. Basicamente, existem três métodos genéricos para realizar esta tarefa. Historicamente, o primeiro a ser utilizado foi o sistema de *múltiplo acesso por divisão em frequência* – FDMA, onde o canal é dividido em diversas sub-bandas de frequência que são compartilhadas entre os usuários

através de algum processo de gerência de acesso. Outro sistema é o de *múltiplo acesso por divisão no tempo* – TDMA, em que o canal é dividido temporalmente em intervalos definidos e periódicos. Em alguns sistemas, os usuários são designados usando-se uma alocação fixa de tempo, enquanto que em outros os mesmos podem acessar o recurso por períodos variáveis. Além disso, existe o sistema de *múltiplo acesso por divisão de código* – CDMA, onde os usuários compartilham o meio de transmissão através do uso de diferentes códigos de espalhamento espectral ortogonais ou quase ortogonais, com cada seqüência ocupando toda a largura de faixa disponível do canal. Os sistemas CDMA tiveram seu uso difundido mais recentemente, somente após o término da chamada Guerra Fria, devido às suas aplicações militares, quando essa tecnologia, enfim, foi liberada para aplicações civis. A Figura 1-1 ilustra pictoricamente os esquemas FDMA, TDMA e CDMA. Pode-se observar que a técnica de CDMA efetua o compartilhamento do canal entre os usuários tanto no domínio do tempo quanto no domínio da freqüência, constituindo-se numa generalização dos dois métodos antecessores.

Tipicamente, o comportamento do tráfego das redes de comunicação de dados e das redes locais de comunicação (LANs) segue um padrão aleatório, com características de grande concentração no fluxo de dados em certos períodos. Por esta razão, as técnicas de múltiplo acesso aleatório são soluções largamente adotadas nessas redes. Por exemplo, a técnica de múltiplo acesso usada em redes locais do tipo Ethernet é denominada de CSMA/CD (*carrier sense multiple access / collision detection*). Nesse esquema, o problema de colisão, que ocorre quando vários usuários enviam mensagens simultaneamente, é contornado da seguinte forma: cada usuário ativo deve perscrutar inicialmente o meio de transmissão para determinar se alguma comunicação encontra-se em progresso antes de iniciar o envio da mensagem, de modo que o mesmo não interfira na transmissão em curso. Além disso, caso dois usuários comecem a transmitir

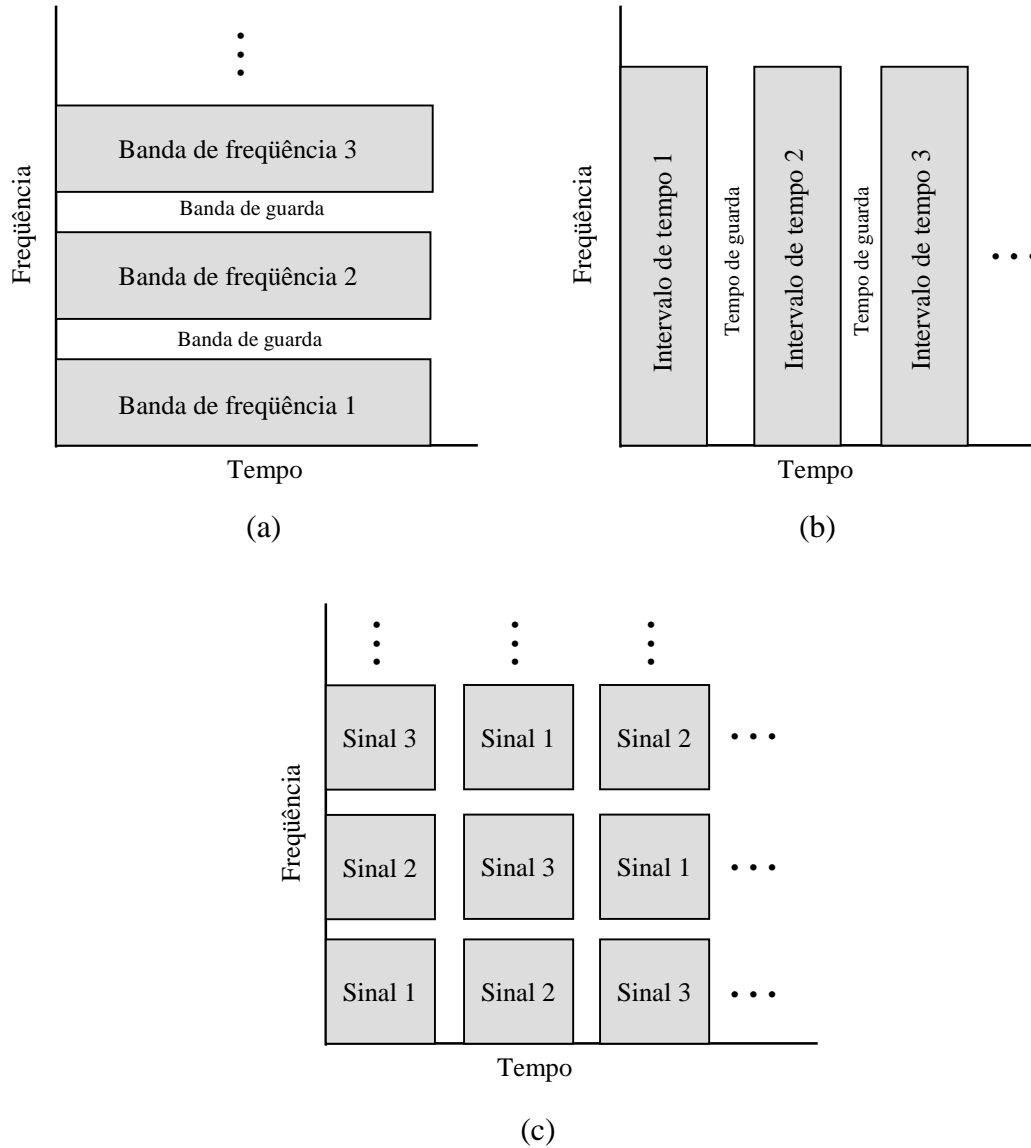
simultaneamente, ambos serão capazes de detectar o evento de colisão e interromperão a transmissão após um breve retardo. Após um atraso aleatório, cada usuário irá retransmitir a sua respectiva mensagem. Com isso, o esquema CSMA/CD pode aumentar a vazão do sistema e diminuir o atraso médio de envio das mensagens significativamente.

Uma forma alternativa às técnicas de acesso aleatório é o esquema de múltiplo acesso por divisão de código. O CDMA fornece uma capacidade de múltiplo acesso com a característica de atraso constante (o atraso é proporcional ao comprimento da palavra código da *seqüência de assinatura*). Além disso, a degradação no desempenho imposto pelo CDMA é gradual, isto é, o sistema é capaz de absorver um número crescente de usuários, ao custo de uma elevação paulatina na taxa de erro do sistema.

O sistema de múltiplo acesso por divisão de código óptico (O-CDMA) combina a grande largura de faixa da fibra óptica com a flexibilidade da técnica CDMA, de modo a fornecer conectividade em alta velocidade. O CDMA foi desenvolvido originalmente no contexto dos sistemas de comunicação de radiofrequência e, somente nos meados dos anos 80, passou a ser aplicado em sistemas ópticos [Hui85], [Sal89]. Esses pesquisadores vislumbraram a possibilidade de usar a largura de faixa em excesso das fibras, operando em monomodo, para conseguir uma operação aleatória assíncrona, sem a necessidade de um controlador de rede centralizado.

Em um sistema O-CDMA cada bit é dividido em  $L$  intervalos de tempo, denominados chips. Enviando-se um pulso óptico de curta duração em alguns intervalos de chip, mas não em outros, uma seqüência de assinatura ou palavra-código pode ser criada. Cada usuário do sistema O-CDMA tem uma seqüência de assinatura única. O codificador de cada transmissor representa cada bit 1 enviando a seqüência de assinatura; no entanto,

um bit 0 não é codificado e é representado usando-se a seqüência toda nula. Como cada bit é representado por um padrão de chips acesos e apagados, a largura de faixa ocupada pela seqüência de dados é aumentada. Portanto, O-CDMA é uma tecnologia de espalhamento espectral.



**Fig. 1-1:** Sistemas de múltiplo acesso: (a) FDMA, (b) TDMA e (c) CDMA.



Os dados O-CDMA codificados são, então, enviados para um acoplador em estrela  $N \times N$  (numa rede local) ou para um acoplador  $1 \times N$  (numa rede de acesso) e transmitidos para todos os nós da rede. A diafonia (*crosstalk*) entre os diversos usuários que compartilham o mesmo canal óptico, conhecida como interferência de múltiplo acesso (MAI), é geralmente a fonte dominante de erros de um sistema O-CDMA; portanto, o projeto inteligente das seqüências de espalhamento é importante para reduzir a contribuição da MAI sobre o sinal total recebido.

Um enfoque alternativo, que reduz as exigências sobre os circuitos eletrônicos, realiza o espalhamento dos códigos ópticos ortogonais em ambos os domínios, no tempo e no comprimento de onda, simultaneamente. Ao invés de considerar cada comprimento de onda como um canal separado que pode suportar um conjunto de códigos ópticos ortogonais, os intervalos de chip e os canais em cada comprimento de onda podem ser vistos como eixos de uma palavra-código bidimensional. A Figura 1-2 demonstra como o esquema O-CDMA de múltiplos comprimentos de onda (ou bidimensional) se compara com os esquemas convencionais de múltiplo acesso por divisão de comprimento de onda (WDMA) e múltiplo acesso por divisão de tempo (TDMA).

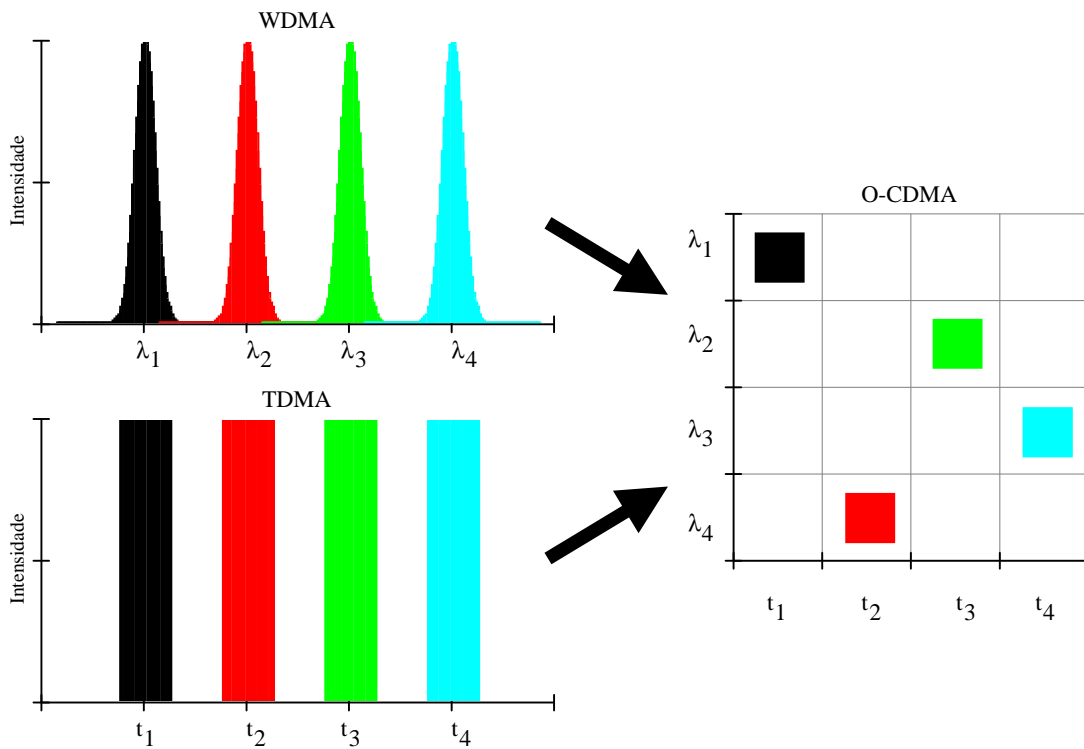
## 1.2 Objetivos do Trabalho

O presente trabalho investiga códigos adequados para esquemas CDMA em redes de comunicação por meios ópticos como, por exemplo, fibras ópticas e redes infravermelhas.

Um dos objetivos é o desenvolvimento de uma base teórica do comportamento de sistemas CDMA em *canais unipolares* submetidos à interferência estritamente positiva,

considerando o caso de sinalização binária, antecipando as suas implicações. Além disso, deseja-se verificar o desempenho de códigos unipolares apropriados para comunicação óptica propostos anteriormente e compará-los com uma nova classe de códigos óticos com salto temporal (OTH) aqui proposto.

Finalmente, para sistemas O-CDMA com códigos de espalhamento ortogonais no tempo e no comprimento de onda, o objetivo é efetuar uma análise de desempenho para sistemas tanto com sinalização do tipo OOK (*on-off keying*) quanto OOO (*on-off orthogonal keying*).



**Fig. 1-2:** Relação do CDMA óptico com WDMA e TDMA.

## 1.3 Estrutura da Tese

O trabalho encontra-se dividido em cinco capítulos, estruturados da seguinte forma:

- **Capítulo 1: Introdução**
- **Capítulo 2: Múltiplo Acesso através de Divisão por Códigos em Comunicações Ópticas**

Inicialmente são enfocados os fundamentos operacionais de sistemas CDMA fotônicos. Considerando a existência de uma rede óptica com acoplamento em estrela em que a propagação da luz se faz de modo não-coerente, então, são discutidos diversos aspectos operacionais do receptor, incluindo a estrutura adequada do filtro casado, a ação do ruído de batimento óptico, a utilização de uma porta de recepção óptica temporizada e da adoção da técnica de limitação abrupta do sinal, objetivando a melhoria do desempenho.

Em seguida, desenvolve-se um estudo teórico das técnicas de detecção não-coerente de sinais unipolares. Para esse objetivo, as seqüências unipolares são interpretadas no espaço de sinais multidimensional. O estudo contempla os métodos de sinalização de linha binária OOK (*on-off keying*) e OOO (*on-off orthogonal keying*).

As estruturas de detecção convencional, utilizando correladores ou filtros casados, são analisadas sob a perspectiva de interferência estritamente positiva no canal unipolar. Como medida de desempenho são obtidas as expressões correspondentes da relação sinal-interferência e discutidas suas conseqüências na probabilidade de erro no canal. Além disso, o efeito da interferência unipolar no caso de sistemas CDMA é abordado, modelando-se as características do sinal de recepção e determinando-se o ganho de processamento para o tipo de sinalização empregado.

Finalmente, o caso de detecção não convencional, que utiliza a técnica de limitação abrupta sobre o sinal recebido, é discutido e a estrutura do seu receptor definida. De modo similar ao caso de detecção convencional, a relação sinal-interferência na saída do detetor é obtida e as possíveis conseqüências na probabilidade de erro são previstas. No entanto, a obtenção de resultados específicos é postergada para os Capítulos 3 e 4.

- **Capítulo 3: Códigos Unipolares com Aplicação em Sistemas CDMA Ópticos**

Neste capítulo enfoca-se o desempenho de códigos unipolares adequados para sistemas CDMA em canais ópticos não-coerentes, sob a perspectiva de detecção convencional e, também, de limitação abrupta no receptor.

Após uma breve descrição dos códigos baseados na técnica de modulação por posição de pulso (PPM), são obtidas as expressões de probabilidade de erro considerando os casos síncrono e assíncrono. Em seguida, a sua construção por meio de seqüências primas é descrita.

Na continuação do capítulo, os códigos ópticos ortogonais (OOC) são abordados. As propriedades fundamentais das seqüências OOC são discutidas com ênfase nas suas excelentes propriedades de correlação cíclica e, ainda, abordando a limitação no número de palavras-código disponíveis em função dos parâmetros de construção dos códigos. Em seguida, algumas técnicas de construção de códigos ópticos ortogonais são descritas, incluindo os casos com limites máximos de correlação  $\lambda = 1$  e  $\lambda = 2$ .

Em seguida, o desempenho dos sistemas CDMA com a utilização de códigos OOC com  $\lambda = 1$  e  $\lambda = 2$  é estudado. A caracterização da distribuição de probabilidade de

interferência no ambiente de múltiplo acesso é feita para ambos os casos, e são mostradas expressões de probabilidade de erro, tanto para detecção convencional quanto para o caso de limitação abrupta. Para os sistemas OOC com  $\lambda = 2$ , até o presente, somente se dispunha de limitantes para a probabilidade de erro. Em consequência de um teorema proposto e demonstrado, uma fórmula fechada para a estimativa da taxa de erro pode ser obtida para esse caso. Além disso, o desempenho dos sistemas é comparado sob a ótica do tipo de detecção e dos códigos empregados.

Finalmente, uma nova classe de códigos ópticos com salto temporal (*optical time-hopping codes* - OTH) é proposta, sendo o seu desempenho investigado e comparado com os códigos OOC.

- **Capítulo 4: Análise de Desempenho de Códigos PPM Multidimensionais em Sistemas O-CDMA**

Nesse capítulo, após a explanação inicial sobre sistemas O-CDMA com espalhamento temporal e em comprimento de onda, realiza-se uma análise das características da interferência de múltiplo acesso. Como resultado obtêm-se as funções densidade de probabilidade (f.d.p.) da interferência de múltiplo acesso para sistemas O-CDMA que empregam seqüências PPM, para os casos de sinalização OOK e OOO.

A partir das f.d.p. de interferência torna-se possível obter o limite superior de desempenho dos sistemas O-CDMA/PPM empregando múltiplos comprimentos de onda, para o qual admite-se apenas a interferência de múltiplo acesso como fator de perturbação, por meio do cômputo da probabilidade de erro de bit para os sistemas com sinalização OOK e OOO.

Finalmente, considerando-se a presença adicional de ruído gaussiano no sistema, são obtidas as funções densidade de probabilidade de interferência e ruído combinados. Dessa forma, o desempenho dos sistemas O-CDMA/PPM pode ser obtido para uma ampla gama de situações, que abrangem um número variável de usuários compartilhando o meio de transmissão e uma certa potência de ruído no canal. Técnicas de detecção convencionais e não convencionais são consideradas.

- **Capítulo 5: Conclusões e Sugestões para Pesquisa Futura**

Diversas conclusões são tecidas com base nos resultados obtidos nos capítulos anteriores, onde os pontos mais relevantes são destacados e interpretados. Adicionalmente, sugestões para pesquisa futura são apontadas e comentadas.

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 Motivação

Um sistema de comunicação de múltiplo acesso permite que diversos usuários compartilhem um meio de transmissão em comum para enviar dados a uma variedade de destinatários. Deve-se fazer a distinção entre *sistemas multiplex* e de *múltiplo acesso*. Os sistemas multiplex alocam os recursos de comunicação de maneira fixa ou, no máximo, de forma restrita. Os recursos são alocados previamente, e a operação de compartilhamento é efetuada, geralmente, de forma concentrada dentro de um equipamento eletrônico. Os sistemas de múltiplo acesso, ao contrário, permitem o compartilhamento dinâmico de um recurso como, por exemplo, um satélite ou uma fibra ótica. Neste caso, as variações na demanda dos usuários podem ser mais bem acomodadas estatisticamente, mas com o tempo de transferência dos dados constituindo-se em um limitante na eficiência de utilização dos recursos.

Um dos pontos-chave dos sistemas de múltiplo acesso é como compartilhar o meio de transmissão de forma eficiente entre todos os usuários. Basicamente, existem três métodos genéricos para realizar esta tarefa. Historicamente, o primeiro a ser utilizado foi o sistema de *múltiplo acesso por divisão em frequência* – FDMA, onde o canal é dividido em diversas sub-bandas de frequência que são compartilhadas entre os usuários

através de algum processo de gerência de acesso. Outro sistema é o de *múltiplo acesso por divisão no tempo* – TDMA, em que o canal é dividido temporalmente em intervalos definidos e periódicos. Em alguns sistemas, os usuários são designados usando-se uma alocação fixa de tempo, enquanto que em outros os mesmos podem acessar o recurso por períodos variáveis. Além disso, existe o sistema de *múltiplo acesso por divisão de código* – CDMA, onde os usuários compartilham o meio de transmissão através do uso de diferentes códigos de espalhamento espectral ortogonais ou quase ortogonais, com cada seqüência ocupando toda a largura de faixa disponível do canal. Os sistemas CDMA tiveram seu uso difundido mais recentemente, somente após o término da chamada Guerra Fria, devido às suas aplicações militares, quando essa tecnologia, enfim, foi liberada para aplicações civis. A Figura 1-1 ilustra pictoricamente os esquemas FDMA, TDMA e CDMA. Pode-se observar que a técnica de CDMA efetua o compartilhamento do canal entre os usuários tanto no domínio do tempo quanto no domínio da freqüência, constituindo-se numa generalização dos dois métodos antecessores.

Tipicamente, o comportamento do tráfego das redes de comunicação de dados e das redes locais de comunicação (LANs) segue um padrão aleatório, com características de grande concentração no fluxo de dados em certos períodos. Por esta razão, as técnicas de múltiplo acesso aleatório são soluções largamente adotadas nessas redes. Por exemplo, a técnica de múltiplo acesso usada em redes locais do tipo Ethernet é denominada de CSMA/CD (*carrier sense multiple access / collision detection*). Nesse esquema, o problema de colisão, que ocorre quando vários usuários enviam mensagens simultaneamente, é contornado da seguinte forma: cada usuário ativo deve perscrutar inicialmente o meio de transmissão para determinar se alguma comunicação encontra-se em progresso antes de iniciar o envio da mensagem, de modo que o mesmo não interfira na transmissão em curso. Além disso, caso dois usuários comecem a transmitir



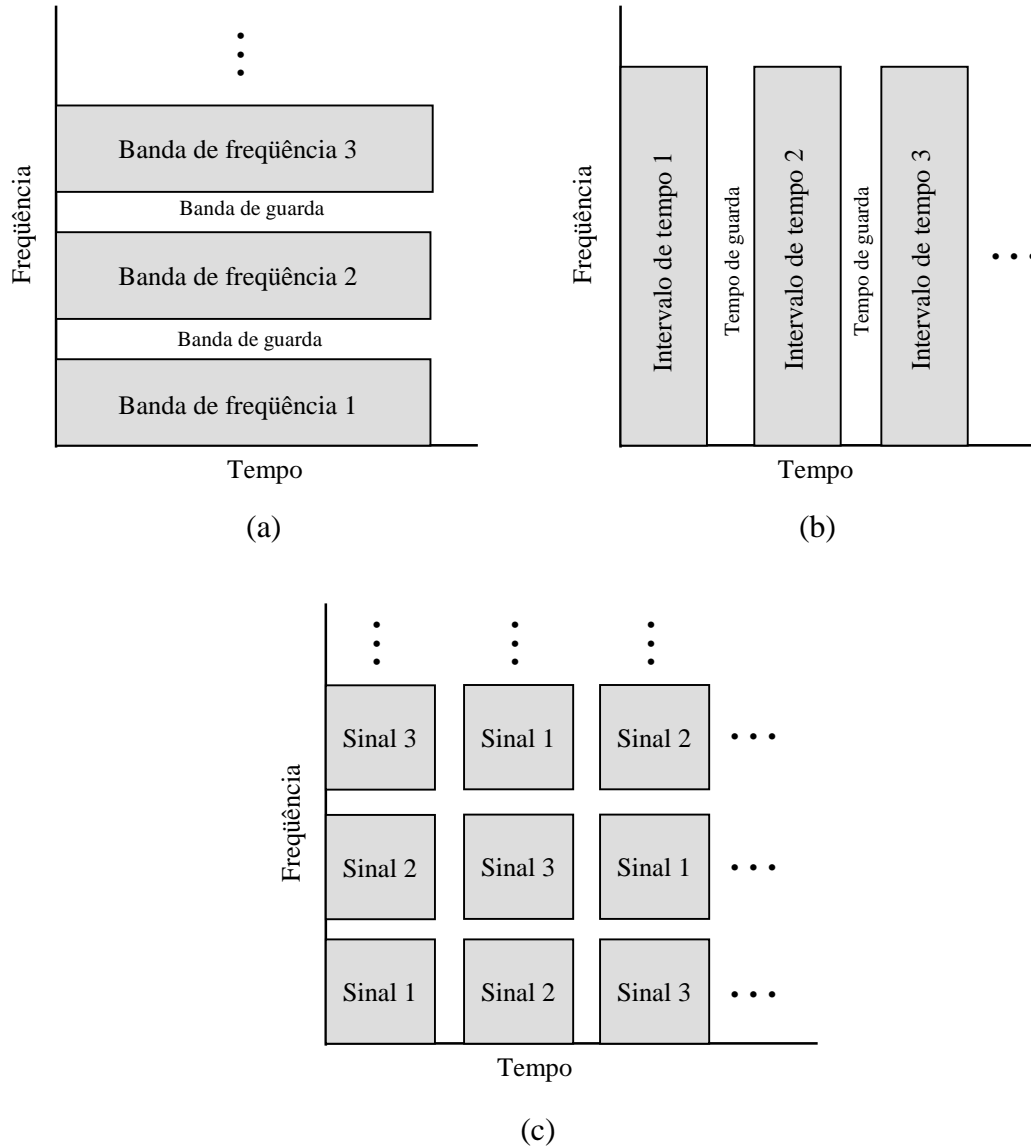
simultaneamente, ambos serão capazes de detectar o evento de colisão e interromperão a transmissão após um breve retardo. Após um atraso aleatório, cada usuário irá retransmitir a sua respectiva mensagem. Com isso, o esquema CSMA/CD pode aumentar a vazão do sistema e diminuir o atraso médio de envio das mensagens significativamente.

Uma forma alternativa às técnicas de acesso aleatório é o esquema de múltiplo acesso por divisão de código. O CDMA fornece uma capacidade de múltiplo acesso com a característica de atraso constante (o atraso é proporcional ao comprimento da palavra código da *seqüência de assinatura*). Além disso, a degradação no desempenho imposto pelo CDMA é gradual, isto é, o sistema é capaz de absorver um número crescente de usuários, ao custo de uma elevação paulatina na taxa de erro do sistema.

O sistema de múltiplo acesso por divisão de código óptico (O-CDMA) combina a grande largura de faixa da fibra óptica com a flexibilidade da técnica CDMA, de modo a fornecer conectividade em alta velocidade. O CDMA foi desenvolvido originalmente no contexto dos sistemas de comunicação de radiofrequência e, somente nos meados dos anos 80, passou a ser aplicado em sistemas ópticos [Hui85], [Sal89]. Esses pesquisadores vislumbraram a possibilidade de usar a largura de faixa em excesso das fibras, operando em monomodo, para conseguir uma operação aleatória assíncrona, sem a necessidade de um controlador de rede centralizado.

Em um sistema O-CDMA cada bit é dividido em  $L$  intervalos de tempo, denominados chips. Enviando-se um pulso óptico de curta duração em alguns intervalos de chip, mas não em outros, uma seqüência de assinatura ou palavra-código pode ser criada. Cada usuário do sistema O-CDMA tem uma seqüência de assinatura única. O codificador de cada transmissor representa cada bit 1 enviando a seqüência de assinatura; no entanto,

um bit 0 não é codificado e é representado usando-se a seqüência toda nula. Como cada bit é representado por um padrão de chips acesos e apagados, a largura de faixa ocupada pela seqüência de dados é aumentada. Portanto, O-CDMA é uma tecnologia de espalhamento espectral.



**Fig. 1-1:** Sistemas de múltiplo acesso: (a) FDMA, (b) TDMA e (c) CDMA.

Os dados O-CDMA codificados são, então, enviados para um acoplador em estrela  $N \times N$  (numa rede local) ou para um acoplador  $1 \times N$  (numa rede de acesso) e transmitidos para todos os nós da rede. A diafonia (*crosstalk*) entre os diversos usuários que compartilham o mesmo canal óptico, conhecida como interferência de múltiplo acesso (MAI), é geralmente a fonte dominante de erros de um sistema O-CDMA; portanto, o projeto inteligente das seqüências de espalhamento é importante para reduzir a contribuição da MAI sobre o sinal total recebido.

Um enfoque alternativo, que reduz as exigências sobre os circuitos eletrônicos, realiza o espalhamento dos códigos ópticos ortogonais em ambos os domínios, no tempo e no comprimento de onda, simultaneamente. Ao invés de considerar cada comprimento de onda como um canal separado que pode suportar um conjunto de códigos ópticos ortogonais, os intervalos de chip e os canais em cada comprimento de onda podem ser vistos como eixos de uma palavra-código bidimensional. A Figura 1-2 demonstra como o esquema O-CDMA de múltiplos comprimentos de onda (ou bidimensional) se compara com os esquemas convencionais de múltiplo acesso por divisão de comprimento de onda (WDMA) e múltiplo acesso por divisão de tempo (TDMA).

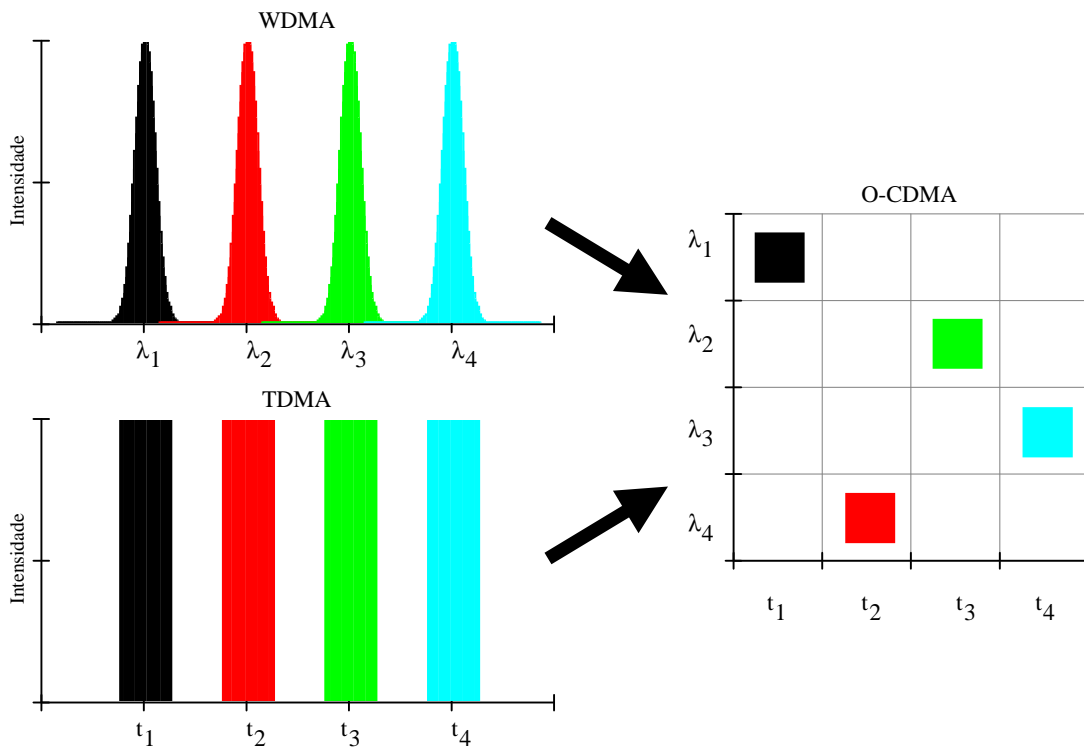
## 1.2 Objetivos do Trabalho

O presente trabalho investiga códigos adequados para esquemas CDMA em redes de comunicação por meios ópticos como, por exemplo, fibras ópticas e redes infravermelhas.

Um dos objetivos é o desenvolvimento de uma base teórica do comportamento de sistemas CDMA em *canais unipolares* submetidos à interferência estritamente positiva,

considerando o caso de sinalização binária, antecipando as suas implicações. Além disso, deseja-se verificar o desempenho de códigos unipolares apropriados para comunicação óptica propostos anteriormente e compará-los com uma nova classe de códigos óticos com salto temporal (OTH) aqui proposto.

Finalmente, para sistemas O-CDMA com códigos de espalhamento ortogonais no tempo e no comprimento de onda, o objetivo é efetuar uma análise de desempenho para sistemas tanto com sinalização do tipo OOK (*on-off keying*) quanto OOO (*on-off orthogonal keying*).



**Fig. 1-2:** Relação do CDMA óptico com WDMA e TDMA.

## 1.3 Estrutura da Tese

O trabalho encontra-se dividido em cinco capítulos, estruturados da seguinte forma:

- **Capítulo 1: Introdução**
- **Capítulo 2: Múltiplo Acesso através de Divisão por Códigos em Comunicações Ópticas**

Inicialmente são enfocados os fundamentos operacionais de sistemas CDMA fotônicos. Considerando a existência de uma rede óptica com acoplamento em estrela em que a propagação da luz se faz de modo não-coerente, então, são discutidos diversos aspectos operacionais do receptor, incluindo a estrutura adequada do filtro casado, a ação do ruído de batimento óptico, a utilização de uma porta de recepção óptica temporizada e da adoção da técnica de limitação abrupta do sinal, objetivando a melhoria do desempenho.

Em seguida, desenvolve-se um estudo teórico das técnicas de detecção não-coerente de sinais unipolares. Para esse objetivo, as seqüências unipolares são interpretadas no espaço de sinais multidimensional. O estudo contempla os métodos de sinalização de linha binária OOK (*on-off keying*) e OOO (*on-off orthogonal keying*).

As estruturas de detecção convencional, utilizando correladores ou filtros casados, são analisadas sob a perspectiva de interferência estritamente positiva no canal unipolar. Como medida de desempenho são obtidas as expressões correspondentes da relação sinal-interferência e discutidas suas conseqüências na probabilidade de erro no canal. Além disso, o efeito da interferência unipolar no caso de sistemas CDMA é abordado, modelando-se as características do sinal de recepção e determinando-se o ganho de processamento para o tipo de sinalização empregado.

Finalmente, o caso de detecção não convencional, que utiliza a técnica de limitação abrupta sobre o sinal recebido, é discutido e a estrutura do seu receptor definida. De modo similar ao caso de detecção convencional, a relação sinal-interferência na saída do detetor é obtida e as possíveis conseqüências na probabilidade de erro são previstas. No entanto, a obtenção de resultados específicos é postergada para os Capítulos 3 e 4.

- **Capítulo 3: Códigos Unipolares com Aplicação em Sistemas CDMA Ópticos**

Neste capítulo enfoca-se o desempenho de códigos unipolares adequados para sistemas CDMA em canais ópticos não-coerentes, sob a perspectiva de detecção convencional e, também, de limitação abrupta no receptor.

Após uma breve descrição dos códigos baseados na técnica de modulação por posição de pulso (PPM), são obtidas as expressões de probabilidade de erro considerando os casos síncrono e assíncrono. Em seguida, a sua construção por meio de seqüências primas é descrita.

Na continuação do capítulo, os códigos ópticos ortogonais (OOC) são abordados. As propriedades fundamentais das seqüências OOC são discutidas com ênfase nas suas excelentes propriedades de correlação cíclica e, ainda, abordando a limitação no número de palavras-código disponíveis em função dos parâmetros de construção dos códigos. Em seguida, algumas técnicas de construção de códigos ópticos ortogonais são descritas, incluindo os casos com limites máximos de correlação  $\lambda = 1$  e  $\lambda = 2$ .

Em seguida, o desempenho dos sistemas CDMA com a utilização de códigos OOC com  $\lambda = 1$  e  $\lambda = 2$  é estudado. A caracterização da distribuição de probabilidade de

interferência no ambiente de múltiplo acesso é feita para ambos os casos, e são mostradas expressões de probabilidade de erro, tanto para detecção convencional quanto para o caso de limitação abrupta. Para os sistemas OOC com  $\lambda = 2$ , até o presente, somente se dispunha de limitantes para a probabilidade de erro. Em consequência de um teorema proposto e demonstrado, uma fórmula fechada para a estimativa da taxa de erro pode ser obtida para esse caso. Além disso, o desempenho dos sistemas é comparado sob a ótica do tipo de detecção e dos códigos empregados.

Finalmente, uma nova classe de códigos ópticos com salto temporal (*optical time-hopping codes* - OTH) é proposta, sendo o seu desempenho investigado e comparado com os códigos OOC.

- **Capítulo 4: Análise de Desempenho de Códigos PPM Multidimensionais em Sistemas O-CDMA**

Nesse capítulo, após a explanação inicial sobre sistemas O-CDMA com espalhamento temporal e em comprimento de onda, realiza-se uma análise das características da interferência de múltiplo acesso. Como resultado obtêm-se as funções densidade de probabilidade (f.d.p.) da interferência de múltiplo acesso para sistemas O-CDMA que empregam seqüências PPM, para os casos de sinalização OOK e OOO.

A partir das f.d.p. de interferência torna-se possível obter o limite superior de desempenho dos sistemas O-CDMA/PPM empregando múltiplos comprimentos de onda, para o qual admite-se apenas a interferência de múltiplo acesso como fator de perturbação, por meio do cômputo da probabilidade de erro de bit para os sistemas com sinalização OOK e OOO.

Finalmente, considerando-se a presença adicional de ruído gaussiano no sistema, são obtidas as funções densidade de probabilidade de interferência e ruído combinados. Dessa forma, o desempenho dos sistemas O-CDMA/PPM pode ser obtido para uma ampla gama de situações, que abrangem um número variável de usuários compartilhando o meio de transmissão e uma certa potência de ruído no canal. Técnicas de detecção convencionais e não convencionais são consideradas.

- **Capítulo 5: Conclusões e Sugestões para Pesquisa Futura**

Diversas conclusões são tecidas com base nos resultados obtidos nos capítulos anteriores, onde os pontos mais relevantes são destacados e interpretados. Adicionalmente, sugestões para pesquisa futura são apontadas e comentadas.



## Capítulo 2

# MÚLTIPLO ACESSO ATRAVÉS DE DIVISÃO POR CÓDIGOS EM COMUNICAÇÕES ÓPTICAS

### 2.1 Introdução

Diversas técnicas de CDMA para comunicações ópticas foram propostas nas últimas duas décadas. Durante esse período vários enfoques foram abordados, diversas análises de desempenho foram desenvolvidas e, também, uma série de experimentos para a comprovação dos conceitos foram realizados. No entanto, apesar do grande sucesso do CDMA como uma ferramenta de comunicação em aplicações via rádio, existem ainda poucas aplicações comerciais dessa técnica em sistemas fotônicos.

O CDMA é uma técnica que oferece a possibilidade de múltiplo acesso através da utilização de seqüências de espalhamento distintas para cada usuário. A codificação permite que os usuários compartilhem simultaneamente a mesma banda de frequências e que os mesmos operem assincronamente. A combinação dessas duas características atrativas distingue o CDMA em relação ao TDMA e ao FDMA. Além disso, outras vantagens aparentes do CDMA nas comunicações ópticas são o atraso de acesso relativamente pequeno (característica essencial em redes locais de comunicação de dados), alta eficiência de largura de faixa, degradação suave com o aumento de tráfego e segurança. Outra propriedade relevante dos sistemas CDMA fotônicos é a possibilidade

de se efetuar os processos de codificação e decodificação inteiramente no domínio óptico.

Neste capítulo, faz-se uma revisão de diversos aspectos do CDMA óptico, com ênfase nos seus princípios fundamentais, e desenvolve-se uma base teórica para a análise de desempenho dos sistemas CDMA em canais unipolares.

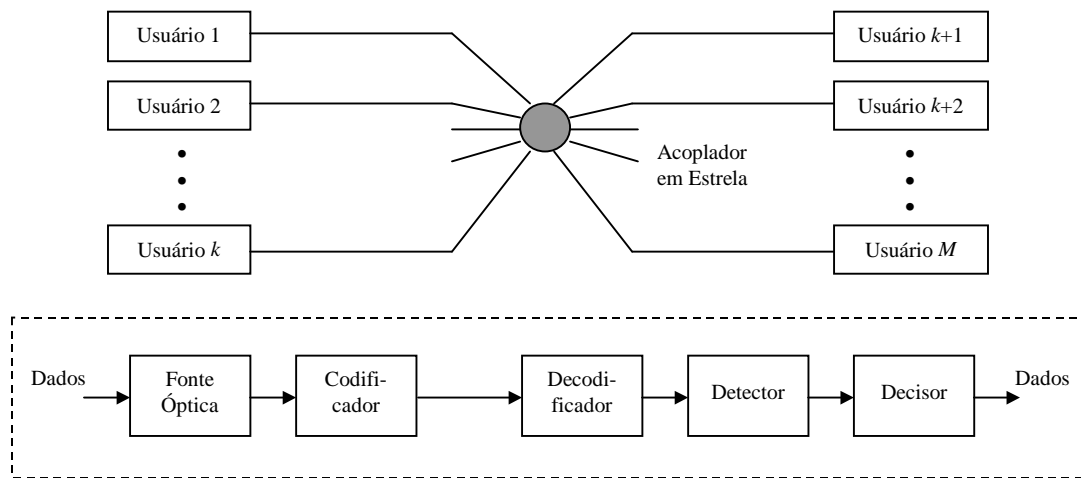
## 2.2 Fundamentos

Esta seção apresenta uma revisão dos princípios de operação fundamentais utilizados nos esquemas de CDMA fotônicos. Para esse propósito, considera-se a existência de uma rede óptica de faixa larga, mostrada esquematicamente na Figura 2-1. Os sinais de todos os transmissores são distribuídos para todos os receptores através de um *acoplador óptico em estrela*. Cada usuário recebe a adição de todos sinais transmitidos, porém, cada um é capaz de distinguir um determinado sinal, dentre os demais sinais interferentes, por intermédio do conhecimento prévio da seqüência de espalhamento empregada no transmissor. A porção inferior da Figura 2-1 ilustra um esquema de transmissão e recepção puramente fotônico. Neste caso os processos de codificação e decodificação são realizados opticamente, podendo resultar em capacidades de transmissão potencialmente superiores em relação aos esquemas de codificação eletrônicos [Sam97].

A razão entre as relações sinal-interferência ( $S/J$ ) na saída e na entrada do decodificador é definida como sendo o ganho de processamento do sistema, isto é,

$$(S/J)_o = G_p (S/J)_i \quad (2.1)$$

Portanto, o ganho de processamento pode ser interpretado como uma medida da capacidade do sistema para suportar a interferência causada por múltiplos usuários concorrentes. No entanto, ao contrário dos sistemas convencionais de RF, o ganho de processamento dos sistemas CDMA ópticos pode não apresentar uma relação simples com a largura de faixa ocupada pelo sinal.



**Fig. 2-1:** Rede óptica CDMA com acoplador em estrela. Detalhe: processo de transmissão de dados com codificação e decodificação puramente fotônicas.

Em princípio, qualquer combinação de espalhamento espacial, temporal e em frequência pode ser usada na codificação dos dados em um esquema de CDMA óptico. Em consequência, existem diferentes enfoques possíveis para a construção de decodificadores fotônicos. Pode-se fazer a distinção entre as técnicas *não-coerentes*, em que ocorre a combinação aditiva da intensidade luminosa de cada usuário, e as técnicas *coerentes*, que utilizam o princípio da superposição coerente da luz. As técnicas coerentes requerem o ajuste e controle dos atrasos ópticos da ordem do comprimento de onda empregado, de modo a se obter as fases corretas para a superposição coerente dos campos eletromagnéticos. As dificuldades inerentes a esse último enfoque conduziram a

uma ênfase nas técnicas não-coerentes. Todavia, trabalhos recentes têm mostrado que as técnicas coerentes apresentam vantagens e têm potencial para aplicações práticas [Sam97]. No entanto, o presente trabalho é baseado nas técnicas não-coerentes, e por essa razão a outra vertente não será abordada com profundidade.

### 2.2.1 Filtro Casado

Um receptor de um sistema CDMA deve recuperar o sinal desejado na presença de uma interferência de fundo causada pelos demais usuários, comportando-se como um ruído aditivo. A maneira mais efetiva de alcançar esse objetivo é conseguida por intermédio de um decodificador que maximiza a relação sinal-ruído (SNR). Se o ruído de fundo é branco, tem-se o resultado bem conhecido que a SNR é maximizada através de um filtro casado com o sinal de entrada, cuja resposta ao impulso é igual ao complexo conjugado do sinal desejado  $f(t)$ , invertido no tempo e atrasado de um intervalo  $\tau_m$  arbitrário [Nor63], isto é,

$$h(t) = f^*(\tau_m - t). \quad (2.2)$$

Para se projetar um filtro de acordo com a Equação (2.2) deve-se conhecer completamente as características do sinal a ser detectado. No entanto, geralmente, essa informação não é conhecida para os sinais usados em CDMA óptico. Por exemplo, o campo fotônico de um diodo emissor de luz é estocástico e apenas as suas estatísticas encontram-se disponíveis. Nesse caso, o melhor filtro é aquele que minimiza o erro quadrático médio da estimativa do sinal transmitido [Tur57]. Conhecendo-se a resposta do codificador e considerando que o ruído aditivo seja branco, com uma densidade espectral de potência muito maior que a do sinal a ser observado (condição que se aproxima do ambiente CDMA típico), então, pode-se mostrar que o melhor filtro é aquele casado com o codificador [Tur57]. Portanto, sob essas condições, a resposta ao

impulso do decodificador deve ser igual ao complexo conjugado da resposta do codificador revertida no tempo, ou seja,

$$h_{\text{dec}} = h_{\text{cod}}^*(\tau_m - t). \quad (2.3)$$

Os esquemas baseados na Equação (2.3), que empregam interferômetros Mach-Zehnder não balanceados e fontes de onda contínua (CW), foram denominados de sistemas de multiplexagem coerente [Cie76].

A maioria dos esquemas CDMA fotônicos, porém, são não-coerentes, onde a filtragem é realizada baseada na potência do sinal resultante da média temporal das fases ópticas. Assumindo-se que todos os sinais na saída do decodificador não mantêm coerência, o sinal total é produzido pela soma das intensidades individuais das componentes. Neste caso, a resposta ao impulso do decodificador pode ser especificada como a seguir:

$$|h_{\text{dec}}(t)|^2 \cong |h_{\text{cod}}(\tau_m - t)|^2, \quad (2.4)$$

isto é, a magnitude da resposta ao impulso do filtro é igual a do codificador revertida no tempo e independente da forma de onda do sinal. Para garantir que os sinais não interfiram coerentemente na saída do decodificador, deve-se assegurar que os atrasos relativos entre o codificador e o decodificador estejam descasados de um valor maior que o tempo de coerência do canal [Sam97]; daí a “aproximação” denotada em (2.4).

### 2.2.2 Ruído de Batimento Óptico

A maioria dos esquemas CDMA em RF se baseia na detecção linear da envoltória dos sinais de entrada após a mixagem com uma réplica do código armazenado no receptor. O ganho de processamento fica limitado em relação ao máximo teórico, tipicamente, pelo vazamento (*crosstalk*) causado pela ortogonalidade imperfeita entre as seqüências,

representada matematicamente através de correlações cruzadas não nulas. De forma distinta, os esquemas fotônicos utilizam meios de detecção óptica com lei quadrática, nos quais todos os campos incidentes são misturados. Os produtos de mixagem (batimento) resultantes, quase ausentes nos sistemas de RF, geram um ruído elétrico em banda-base se os campos ocuparem, aproximadamente, a mesma largura de faixa óptica. Esse tipo de ruído pode limitar severamente o desempenho dos sistemas CDMA fotônicos porque o mesmo tende a crescer com o quadrado do número de usuários, enquanto que a correlação total entre os códigos aumenta linearmente com o mesmo fator. Assim, apesar da obtenção de códigos de baixa correlação cruzada ser um pré-requisito em CDMA óptico, adicionalmente, o ruído de batimento deve ser mantido em níveis aceitáveis [Sam97].

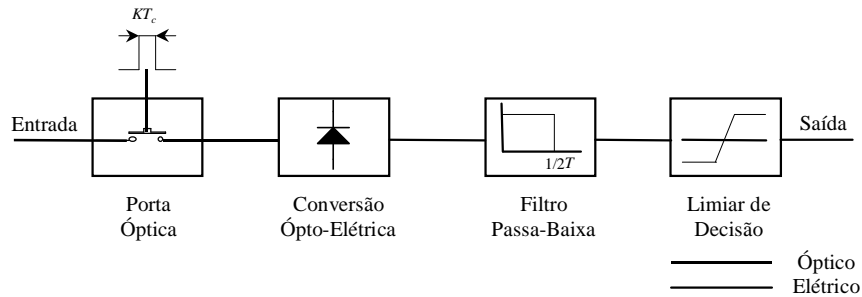
As estratégias para a redução do ruído de batimento incluem a utilização de fontes de luz com largura de faixa relativamente grandes, de modo a reduzir a incidência do batimento dentro da banda passante do receptor, o emprego de técnicas de detecção diferencial e, principalmente, o uso de portas de recepção óptica temporizadas. Essa última técnica é descrita, resumidamente, na próxima subseção.

### **2.2.3 Porta de Recepção Temporizada**

Muitos esquemas CDMA fotônicos utilizam pulsos luminosos estreitos e são baseados no conceito de espalhamento temporal. Nessas configurações, os dados são transmitidos através de pulsos muito menores que o intervalo de bit e são convertidos (espalhados) por um codificador em uma sequência de chips de alta frequência. O processo de decodificação casada concentra o espectro do sinal, reconstruindo os pulsos originais, enquanto que os sinais descorrelacionados são mantidos espalhados espectralmente. Em um dado período de bit, a informação proveniente do transmissor selecionado estará

concentrada, idealmente, em um único intervalo de chip  $T_c$ , contendo o pulso reconstruído, enquanto que a interferência de múltiplo acesso se encontrará espalhada aleatoriamente em todo o intervalo de bit  $T$ . A discriminação do sinal pode ser obtida por meio da comparação do pulso reconstituído com um nível de limiar de decisão adequado. O processo de detecção pode ser aprimorado através de uma porta óptica que é aberta apenas naqueles intervalos de chip ativos da seqüência de origem, codificada para cada bit e, assim, os sinais incidentes fora dos intervalos de transmissão serão rejeitados. Logo, a porta de recepção temporizada se comporta de forma análoga a um filtro passa-faixa sobre o sinal espalhado espectralmente [Sam97], mas intensificando a supressão da interferência e ruído em relação ao filtro linear invariante no tempo.

A melhoria na relação sinal-ruído após a aplicação da técnica descrita acima é dada pela razão entre o período de bit e o intervalo total da janela  $T/KT_c$ , onde  $K$  é o número de chips em que a porta encontra-se aberta. Essa técnica é efetiva na redução de qualquer tipo de ruído ou interferência incidindo sobre o sinal recebido, incluindo os casos de ruído balístico, ruído de batimento e *crosstalk*. Em princípio, a porta pode ser posicionada antes ou depois do fotodetector, sem afetar o ganho de processamento. Entretanto, posicionando-a antes do detector, como ilustrado na Figura 2-2, tem a vantagem de reduzir a largura de faixa mínima do detector de  $1/2T_c$  para  $1/2T$ . Em contrapartida, a contenção da banda antes do detector dificulta a adoção da técnica de *detecção por limitação abrupta*, a menos que a mesma exerça, também, a função limitadora. Esse método alternativo de detecção não-coerente, descrito em detalhes na próxima seção, é capaz de fornecer um desempenho superior em relação à técnica de reconstrução direta dos pulsos de transmissão descrita anteriormente.



**Fig. 2-2:** Receptor com porta de recepção óptica.

### 2.2.4 Ganho de Processamento

As técnicas de espalhamento espectral/temporal têm como objetivo aumentar a imunidade dos sistemas contra as interferências. Portanto, deseja-se obter uma melhoria na relação sinal-interferência ( $SIR$ ) após o processamento do sinal, na saída do detector, em comparação com a relação sinal-interferência na entrada do sistema.

Conforme definido em (2.1), o *ganho de processamento* de um sistema de espalhamento espectral/temporal é a razão entre as relações sinal-interferência de saída e entrada do sistema, isto é

$$G_p = \frac{SIR_o}{SIR_i} . \quad (2.5)$$

## 2.3 Detecção Não Coerente de Sinais Unipolares

Os esquemas de codificação para sistemas CDMA ópticos não-coerentes apresentam uma característica diversa e essencial: as seqüências devem ser adequadas para sinalização unipolar, pois a amplitude dos pulsos fotônicos transmitidos pelos usuários é



sempre positiva. Apesar da utilização de códigos bipolares ter sido também proposta em sistemas utilizando dois canais ópticos simultaneamente [Ngu95] ou por meio da utilização de eliminadores de nível DC [Car00], esse trabalho tem interesse apenas em códigos unipolares, incluindo os casos de sinalização ortogonal e não ortogonal.

### 2.3.1 Sinalização Binária Unipolar OOK

Em um sistema de transmissão unipolar, as formas de onda dos sinais podem assumir apenas amplitudes positivas e, em decorrência, o nível médio dos sinais não é nulo. Considerando o caso de sinalização binária OOK (*On-Off Keying*), admite-se que cada usuário disponha de dois sinais distintos, representando os bits zero e um, tais que

$$s_0(t) = 0, \quad 0 \leq t < T \quad (2.6)$$

e

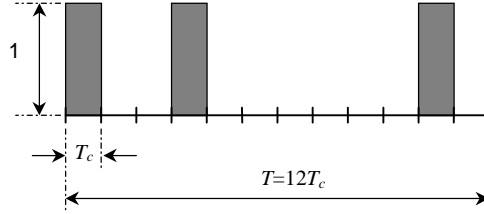
$$s_1(t) = A\phi(t), \quad 0 \leq t < T \quad (2.7)$$

onde  $A$  é a amplitude do sinal e  $T$  é o intervalo de bit. Considera-se, ainda, que o espalhamento está associado a uma seqüência unipolar normalizada  $\phi(t)$ , composta por um trem de  $K$  chips com amplitude unitária e duração  $T_c$ , conforme ilustrado na Figura 2-3. Desse modo, cada período de bit encontra-se dividido em  $L$  intervalos de tempo (*chips*), dos quais apenas  $K$  chips podem ser ativados durante o símbolo e, portanto, tem-se que

$$L = T/T_c . \quad (2.8)$$

Em conseqüência, o nível médio das formas de onda normalizadas será dado por

$$\mu = \overline{\phi(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T \phi(t) dt = \frac{K}{L} . \quad (2.9)$$



**Fig. 2-3:** Exemplo de seqüência unipolar normalizada de comprimento  $L = 12$  e  $K = 3$  chips ativos.

Portanto, pode-se interpretar que o sinal  $\phi(t)$  utiliza  $K$  dimensões de um espaço  $L$ -dimensional, cuja base ortogonal pode ser representada por  $L$  pulsos distintos  $\psi_n(t)$  de amplitude unitária e duração  $T_c$ , isto é,

$$\psi_n(t) = \begin{cases} 1 & (n-1)T_c \leq t < nT_c \\ 0 & \text{fora} \end{cases} \quad (2.10)$$

e  $n = 1, \dots, L$ . Assim, os sinais podem ser representados como pontos em uma hipersfera, gerados por meio de uma combinação linear dos vetores da base do espaço, de modo que

$$\phi(t) = \sum_{n=1}^L a_n \psi_n(t) \quad (2.11)$$

e, de acordo com (2.6) e (2.7)

$$s_m(t) = mA\phi(t) = mA \sum_{n=1}^L a_n \psi_n(t), \quad (2.12)$$

onde,  $m$  pode assumir os valores 0 e 1 apenas, e a seqüência de  $L$  coeficientes  $\{a_n\}$  é escolhida de acordo com as regras de construção do código unipolar utilizado no sistema com a seguinte restrição: as seqüências possuem  $K$  coeficientes de amplitude unitária, enquanto que os demais  $L - K$  coeficientes têm amplitude nula. Em decorrência, os

sinais apresentam valor médio positivo, isto é, de acordo com (2.9) e (2.12) pode-se escrever que

$$\overline{s_m(t)} = \mu A m = \frac{KA}{L} m, \quad (2.13)$$

e potências dadas por

$$\overline{s_m^2(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T s_m^2(t) dt = \mu A^2 m = \frac{KA^2}{L} m. \quad (2.14)$$

Logo, a energia contida no sinal não nulo, durante um intervalo de símbolo, é constante, e pode ser obtida através de (2.8) e (2.13):

$$E_s = \overline{s_1^2(t)} T = KA^2 T_c. \quad (2.15)$$

Além disso, observa-se que

$$s_0(t) s_1(t) = 0 \quad (2.16)$$

Como consequência das restrições impostas, as estatísticas dessas seqüências podem ser computadas independentemente do modo como as mesmas são geradas. Assim, tem-se que o valor médio e o valor médio quadrático dos coeficientes das seqüências não nulas são dados, respectivamente, por

$$\overline{a_n} = \frac{1}{L} \sum_{n=1}^L a_n = \frac{K}{L} \quad (2.17)$$

e

$$\overline{a_n^2} = \frac{1}{L} \sum_{n=1}^L a_n^2 = \frac{K}{L}. \quad (2.18)$$

A autocorrelação das seqüências não pode ser determinada previamente, pois a mesma depende das características intrínsecas do código. Porém, para uma seqüência unipolar, o seu valor será diferente de zero obrigatoriamente. Assim, na ausência dos detalhes de

construção do código, pode-se afirmar apenas que a função de autocorrelação síncrona em chip é dada por

$$\overline{a_j a_{j+k}} = E(a_j a_{j+k}) = \begin{cases} \frac{K}{L}, & k = 0 \\ \frac{\bar{\lambda}_a}{L}, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.19)$$

onde  $\bar{\lambda}_a \leq K$  é o número médio de chips ativos coincidentes entre a sequência original e a sua versão deslocada ciclicamente.

Similarmente, a função de correlação cruzada síncrona em chip é expressa por

$$\overline{a_j a_k} = E(a_j a_k) = \frac{\bar{\lambda}_c}{L}, \quad j \neq k \quad (2.20)$$

onde  $\bar{\lambda}_c \leq K$  é o número médio de chips ativos coincidentes entre duas seqüências distintas.

### 2.3.2 Sinalização Binária Unipolar Ortogonal

Uma forma alternativa de sinalização unipolar consiste na transmissão de dois sinais unipolares distintos e ortogonais [Pan00], selecionados de acordo com o nível lógico do bit a ser transmitido, tal que

$$s_m(t) = (1-m)A\phi_0(t) + mA\phi_1(t) = \begin{cases} A \sum_n a_{0n} \psi_n(t) & m = 0 \\ A \sum_n a_{1n} \psi_n(t) & m = 1 \end{cases} \quad (2.21)$$

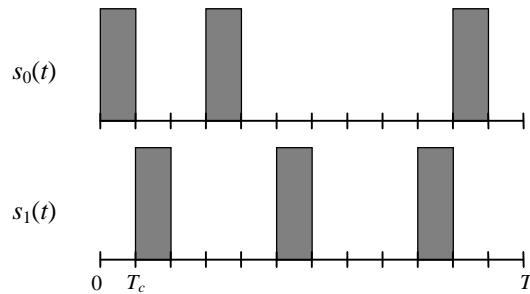
restringindo-se a escolha dos sinais de modo que a condição de ortogonalidade seja satisfeita, isto é, para que se obtenha

$$\int_0^T s_0(t) s_1(t) dt = 0. \quad (2.22)$$

A Fig. 2-4 mostra um exemplo de dois sinais unipolares ortogonais típicos, adequados para sistemas CDMA fotônicos. Observa-se que para satisfazer (2.22) é necessário que os chips ativos das seqüências  $\{a_{0j}\}$  e  $\{a_{1k}\}$  ocorram em instantes diferentes, ou seja, é necessário que  $s_0(t) s_1(t) = 0$ . As estatísticas das seqüências individuais são similares às das seqüências OOK não nulas. Portanto, o valor médio e a média quadrática dos coeficientes de cada seqüência são expressos, também, pelas Equações (2.17) e (2.18) respectivamente. Além disso, devido à ortogonalidade dos sinais pertencentes a um mesmo usuário, pode-se escrever que

$$\overline{a_{0n} a_{1n}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^L a_{0n} a_{1n} = 0. \quad (2.23)$$

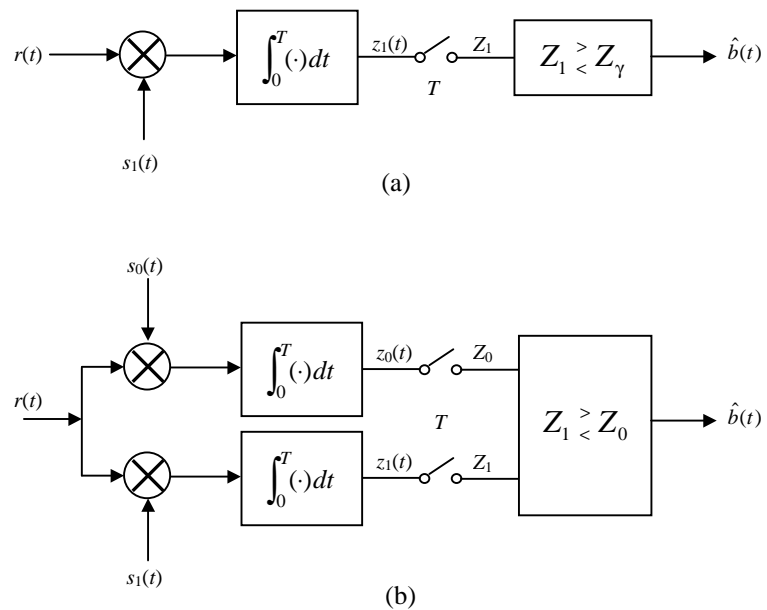
Também nesse caso, sem conhecimento prévio das propriedades do código gerador, a autocorrelação das seqüências não pode ser determinada exatamente, mas os limites expressos em (2.19) permanecem válidos.



**Fig. 2-4:** Exemplo de duas seqüências unipolares ortogonais ( $K = 3$  e  $L = 12$ ).

### 2.3.3 Detecção Convencional de Sinais Unipolares

Admite-se que, devido à natureza unipolar do canal, o sinal transmitido sofre a ação de uma interferência estritamente positiva. A Figura 2-5 mostra a estrutura dos receptores para os dois tipos de sinalização unipolar. No caso de sinalização OOK, utiliza-se apenas um correlator e a decisão pode ser efetuada comparando-se a sua saída com um nível de limiar  $\gamma$ . A regra de decisão no caso de sinalização ortogonal consiste, simplesmente, em comparar as saídas do correladores e decidir por aquela que apresenta o maior valor ao final de cada intervalo de bit.



**Fig. 2-5:** Estrutura dos receptores para sistemas unipolares: (a) sinalização OOK e (b) sinalização ortogonal.

O sinal de interferência pode ser representado no espaço  $L$ -dimensional através de

$$w(t) = \sum_{n=1}^L w_n \Psi_n(t). \quad (2.24)$$

Como  $w_n > 0$ , o nível médio de interferência não é nulo, ou seja,  $\overline{w(t)} > 0$ , e a energia total interferente é dada por

$$\begin{aligned} E_w &= \int_0^T w^2(t) dt = T_c \sum_{n=1}^L w_n^2 \\ &= E_{w_c} + E_{w_A}, \end{aligned} \quad (2.25)$$

onde  $E_{w_c}$  e  $E_{w_A}$  são, respectivamente, as parcelas da energia geradas pelas componentes *contínua* e *alternada* do sinal de interferência, isto é,

$$E_{w_c} = \bar{w}^2 T \quad (2.26)$$

e

$$E_{w_A} = \sigma_w^2 T, \quad (2.27)$$

onde  $\bar{w}^2$  representa a potência DC da interferência e  $\sigma_w^2$  a sua potência AC (variância).

Na entrada do receptor, o sinal de interesse encontra-se combinado à interferência, causada pelos demais usuários que compartilham o canal de transmissão, isto é,

$$r(t) = s_m(t) + w(t), \quad (2.28)$$

sendo correlacionado com as réplicas sincronizadas dos dois símbolos que podem ter sido transmitidos,  $s_0(t)$  e  $s_1(t)$ . Então, ao final dos intervalos de bit, na saída de cada correlator obtém-se

$$z_m = \int_0^T r(t) s_m(t) dt = T_c \sum_{n=1}^L (a_{mn} a_{nn} A^2 + a_{mn} w_n A), \quad (2.29)$$

em decorrência de (2.21), (2.24) e (2.28).

Considerando que os bits são equiprováveis e assumindo que  $a_{mn}$  e  $w_n$  são independentes, então as esperanças condicionais nas saídas dos correladores podem ser calculadas por

$$\begin{aligned}
E(z_i | s_m) &= A^2 T_c \sum_{n=1}^L \overline{a_{in}^2} + AT_c \overline{w} \sum_{n=1}^L \overline{a_{in}} \\
&= KA^2 T_c \left( 1 + \frac{\overline{w}}{A} \right), \quad i = m \\
&= E_s \left( 1 + \frac{\overline{w}}{A} \right)
\end{aligned} \tag{2.30}$$

e

$$\begin{aligned}
E(z_i | s_m) &= A^2 T_c \sum_{n=1}^L \overline{a_{in} a_{jn}} + AT_c \overline{w} \sum_{n=1}^L \overline{a_{in}} \\
&= KAT_c \overline{w}, \quad i \neq m \\
&= E_s \frac{\overline{w}}{A}.
\end{aligned} \tag{2.31}$$

onde, para se obter esses resultados foram usadas as expressões (2.15), (2.17) e (2.18), além do fato que  $\overline{w} = \overline{w_n}$ .

A variância na saída do correlator pode ser obtida aplicando-se a definição de variância sobre cada um dos termos de (2.29), resultando que

$$\begin{aligned}
\text{var}(z_i | s_m) &= \text{var} \left( A^2 T_c \sum_{n=1}^L a_{in} a_{mn} | s_m \right) + \text{var} \left( AT_c \sum_{n=1}^L a_{in} w_n \right) \\
&= \text{var}(X_i | s_m) + \text{var}(Y).
\end{aligned} \tag{2.32}$$

Desenvolvendo a primeira parcela de (2.32) para cada símbolo de entrada, obtém-se que



$$\text{var}(X_i | s_m) = \text{var}\left(A^2 T_c \sum_{n=1}^L a_{in}^2\right) = \text{var}(KA^2 T_c) = 0, \quad i = m \quad (2.33)$$

e

$$\text{var}(X_i | s_m) = \text{var}\left(A^2 T_c \sum_{n=1}^L a_{in} a_{mn}\right) = 0, \quad i \neq m. \quad (2.34)$$

Assim conclui-se que, devido aos símbolos de um usuário serem descorrelacionados, essas variâncias condicionais são nulas, não importando se o símbolo recebido corresponde à seqüência particular do correlator ou não. Em conseqüência, verifica-se que a potência AC de interferência, na saída do correlator, independe do símbolo sendo detectado e, portanto, tem-se que  $\sigma_z^2 = \text{var}(z | s_m) = \text{var}(Y)$ .

A partir da segunda parcela de (2.32), utilizando as equações (2.17) e (2.18) e o fato que  $\overline{w^2} = \overline{w_j^2}$ , então pode-se escrever que

$$\begin{aligned} \sigma_z^2 &= \text{E}\left(A^2 T_c^2 \sum_j \sum_k a_j a_k w_j w_k\right) - \text{E}^2\left(AT_c \sum_j a_j w_j\right) \\ &= A^2 T_c^2 \overline{w^2} \sum_j \overline{a_j^2} + A^2 T_c^2 \overline{w}^2 \sum_{\substack{j,k \\ j \neq k}} \overline{a_j a_k} - \left(AT_c \overline{w} \sum_j \overline{a_j}\right)^2 \\ &= KA^2 T_c^2 \overline{w^2} + K(K-1)A^2 T_c^2 \overline{w}^2 - K^2 A^2 T_c^2 \overline{w}^2 \\ &= KA^2 T_c^2 \left(\overline{w^2} - \overline{w}^2\right). \end{aligned} \quad (2.35)$$

Reconhecendo na última igualdade de (2.35) que a variância da interferência no canal de transmissão é dada por  $\sigma_w^2 = \overline{w^2} - \overline{w}^2$  e, ainda, com auxílio de (2.8), (2.15) e (2.27), finalmente obtém-se

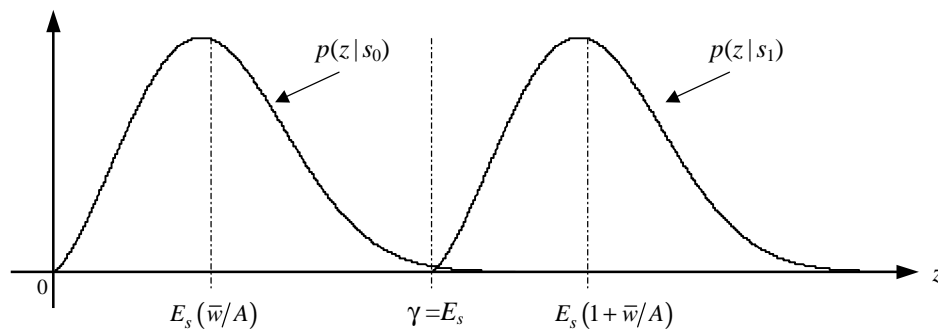
$$\sigma_z^2 = \frac{E_s E_{w_A}}{L}. \quad (2.36)$$

Comparando o resultado obtido em (2.36) para sinalização unipolar com aquele correspondente para *sinalização bipolar* [Pic82], [Pic84], verifica-se que os mesmos são similares. A variância da interferência na saída do correlator é decorrente do produto entre a energia do símbolo e a parcela da energia de interferência gerada pela componente AC do sinal interferente, atenuado pelo número de dimensões  $L$ . No caso unipolar essa energia de interferência é dada por  $E_{w_A} = \sigma_w^2 T$ , enquanto que no caso bipolar a componente DC é nula e, portanto, toda energia  $E_w$  é proveniente, também, da componente AC da interferência.

### 2.3.4 Estimativa de Desempenho para Sinalização OOK

A partir de (2.30) e (2.31) constata-se que a variável aleatória na saída do correlator, ao longo do tempo, apresenta média global não nula. A Figura 2-6 ilustra a forma assimétrica das funções densidade de probabilidade condicionais  $p(z|s_0)$  e  $p(z|s_1)$  para sinalização OOK. A assimetria é decorrente da natureza estritamente positiva da interferência do canal unipolar, acarretando que

$$\int_{-\infty}^0 p(z|s_0) dz = \int_{-\infty}^{E_s} p(z|s_1) dz = 0. \quad (2.37)$$



**Fig. 2-6:** Funções densidade de probabilidade condicionais na saída do correlator para sinalização unipolar OOK.

Logo, na presença apenas de interferência, o limiar de decisão deve ser estabelecido de maneira que  $\gamma \leq E_s$ . No entanto, a obtenção de um valor de limiar ótimo requer, além do conhecimento completo da distribuição de probabilidade da interferência, que o receptor estime o seu nível médio, de modo a minimizar a probabilidade de erro média, isto é, computando-se

$$\min_{\gamma} \left\{ p(s_0) \int_{\gamma}^{\infty} p(z | s_0) dz + p(s_1) \int_{-\infty}^{\gamma} p(z | s_1) dz \right\}. \quad (2.38)$$

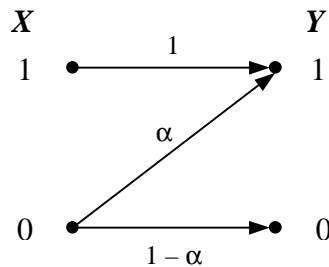
Porém, uma regra de decisão sub-ótima pode ser prontamente estabelecida, fazendo-se  $\gamma = E_s$ . Nesse caso, a probabilidade de erro de bit resultante será dada por

$$P_b = P(z > E_s | s_0) p(s_0) + P(z < E_s | s_1) p(s_1). \quad (2.39)$$

Porém, de acordo com (2.37), a última parcela da expressão anterior é nula, resultando, para uma fonte binária de dados equiprovável, que

$$P_b = \frac{1}{2} \int_{E_s}^{\infty} p(z | s_0) dz. \quad (2.40)$$

Portanto, na ausência de ruído essa configuração origina um canal binário totalmente assimétrico, denominado *canal Z*, pois no mesmo não há possibilidade de erro na detecção de bits “1” transmitidos através do canal, conforme ilustrado na Figura 2-7.



**Fig. 2-7:** O canal Z.

Para um sistema com espalhamento espectral e sinalização bipolar, na saída do detector, a relação sinal-interferência da variável de decisão  $\zeta$  pode ser calculada [Pic82] por

$$SIR = \sum_{m=1}^M \frac{E^2(\zeta | s_m)}{\text{var}(\zeta | s_m)} P(s_m) = \sum_{m=1}^M SIR_m \cdot P(s_m), \quad (2.41)$$

onde  $M$  é o número de sinais distintos usados no esquema de transmissão e  $P(s_m)$  é a probabilidade de ocorrência do  $m$ -ésimo símbolo.

Similarmente, para um sistema unipolar OOK a relação sinal-interferência pode ser derivada a partir de (2.41), mas a variável de decisão correspondente deve ser modificada para  $\zeta = z - \gamma$ . Além disso, para sinalização OOK somente faz sentido calcular a relação sinal-interferência para o símbolo  $s_0$ . Logo, pode-se escrever

$$SIR_0 = \frac{E^2[(z - E_s) | s_0]}{\text{var}(z | s_0)} = \frac{LE_s}{E_{w_A}} \left(1 - \frac{\bar{w}}{A}\right)^2, \quad (2.42)$$

onde o resultado final foi obtido com auxílio as expressões (2.31) e (2.36).

Assim, a partir do resultado anterior e de (2.5), pode-se interpretar que a operação de espalhamento fornece um ganho de processamento para os símbolos  $s_0$  e  $s_1$  dados por

$$G_p = \begin{cases} L \left(1 - \frac{\bar{w}}{A}\right)^2, & s_m = s_0 \\ \infty, & s_m = s_1 \end{cases} \quad (2.43)$$

Para o símbolo  $s_0$ , apesar do ganho de processamento ser proporcional ao número de dimensões  $L$  em que o sinal é espalhado, o mesmo se degrada quadraticamente com a ação do nível médio da interferência. Por esta razão, conclui-se que o desempenho de um

sistema com espalhamento espectral unipolar OOK e detecção convencional é inferior em relação a um sistema bipolar equivalente com sinalização antipodal.

### 2.3.5 Estimativa de Desempenho para Sinalização Ortogonal

No caso de sinalização ortogonal, a variável aleatória de decisão é constituída a partir da diferença das saídas dos correlatores, isto é,  $z = z_1 - z_0$ . Em conseqüência, o seu valor esperado, para cada símbolo transmitido, pode ser obtido a partir de (2.30) e (2.31), resultando que

$$E(z | s_m) = E(z_1 | s_m) - E(z_0 | s_m) = \begin{cases} -E_s & m = 0 \\ +E_s & m = 1 \end{cases} \quad (2.44)$$

Considerando que a fonte de dados é equiprovável, então a esperança e a variância da variável aleatória de decisão são obtidas por

$$\bar{z} = E(z_1) - E(z_0) = 0 \quad (2.45)$$

e

$$\sigma_z^2 = \sigma_{z_0}^2 + \sigma_{z_1}^2 = 2\sigma_{z_1}^2 \quad (2.46)$$

Assim, a relação sinal-interferência da variável de decisão pode ser calculada através da Equação (2.41), substituindo-se os resultados obtidos em (2.36), (2.44) e (2.46):

$$SIR_o = \frac{L}{2} \cdot \frac{E_s}{E_{w_A}}. \quad (2.47)$$

Assim, a partir desse resultado pode-se concluir que a operação de espalhamento fornece um ganho de processamento para a sinalização ortogonal dado por

$$G_p = \frac{L}{2}, \quad (2.48)$$

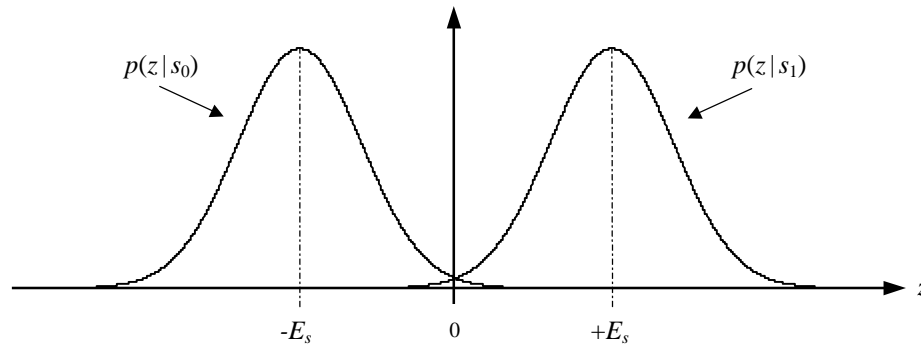
portanto, idêntico ao obtido para sinalização bipolar em [Pic82].

A Figura 2-8 ilustra as funções densidade de probabilidade condicionais  $p(z|s_0)$  e  $p(z|s_1)$  para o caso de sinalização ortogonal. Devido à disposição simétrica das mesmas em torno da origem e considerando que a fonte de dados é equiprovável, o limiar de decisão deve ser escolhido como  $\gamma = 0$ . Logo, a probabilidade de erro de bit, nesse caso, será dada por

$$P_b = P(z > 0 | s_0)p(s_0) + P(z < 0 | s_1)p(s_1), \quad (2.49)$$

e pode-se escrever que

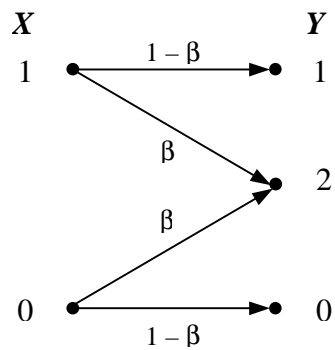
$$P_b = \int_0^{\infty} p(z | s_0) dz = \int_{-\infty}^0 p(z | s_1) dz. \quad (2.50)$$



**Fig. 2-8:** Funções densidade de probabilidade condicionais da variável de decisão para sinalização ortogonal.

Finalmente, ressalta-se que existe uma forma alternativa de decodificação para sinalização ortogonal, efetuando-se uma decisão binária na saída de cada detector [Pan01]. A saída de cada detector está correlacionada a um sinal OOK equivalente, correspondendo à presença ou ausência de uma das duas seqüências empregadas na

sinalização ortogonal. Portanto, a decisão binária obtida na saída de cada detector, equivale a uma decisão OOK para a seqüência correspondente. Idealmente, apenas três resultados são possíveis no processo de decodificação: 01, 10 ou 11. Os dois primeiros correspondem à decodificação dos símbolos  $s_0$  e  $s_1$ , com probabilidade de erro nula. O último resultado só ocorre no caso de erro em um dos detectores. Logo, com esse tipo de decodificação o canal unipolar com sinalização ortogonal equivale a um *canal com apagamento* ou *canal  $\Sigma$* , conforme ilustrado na Figura 2-9, já que a sua saída é ternária, com o estado 2 indicando um erro de transmissão. Este tipo de decodificação é interessante quando se emprega algum tipo de código de correção de erro, pois, para um código de bloco com distância mínima  $d_{\min}$ , é possível efetuar a correção de até  $d_{\min} - 1$  bits apagados por bloco de dados.



**Fig. 2-9:** O canal  $\Sigma$ .

## 2.4 Desempenho de Sistemas O-CDMA

### 2.4.1 Detecção Convencional para Sinalização OOK

Considerando um sistema O-CDMA com sinalização OOK, compartilhado por  $N$  usuários no total, pode-se determinar a variância da interferência resultante para um processo de detecção convencional, conforme ilustrado na Figura 2-5a. A variância do sinal transmitido devido a cada um dos usuários concorrentes é expressa por

$$\sigma_s^2 = \text{var}(s_0)p(s_0) + \text{var}(s_1)p(s_1). \quad (2.51)$$

Logo, considerando que a fonte é equiprovável e com auxílio de (2.13), (2.14) e (2.15), obtém-se que a variância do sinal de cada interferente é dada por

$$\sigma_s^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{KA^2}{L} - \frac{K^2A^2}{L^2} \right) = \frac{E_s}{2T} \left( 1 - \frac{K}{L} \right). \quad (2.52)$$

Assim, admitindo que os sinais interferentes são estatisticamente independentes, obtém-se que a energia decorrente da parcela AC da interferência, resultante da ação conjunta de  $N - 1$  usuários concorrentes, é expressa por

$$E_{w_A} = (N - 1)\sigma_s^2 T = \frac{N - 1}{2} \left( 1 - \frac{K}{L} \right) E_s. \quad (2.53)$$

Observa-se a partir da expressão anterior que a energia interferente AC diminui com o incremento do número de chips ativos,  $K$ . Em compensação, verifica-se que o nível médio da interferência é proporcional a  $K$ , dado que

$$\overline{w} = p(s_1)(N - 1) \overline{s_1(t)} = \frac{K(N - 1)A}{2L} \quad (2.54)$$

para  $p(s_1) = 1/2$ . Então, em decorrência de (2.42) e (2.53), a relação sinal-interferência para esse sistema pode ser calculada por



$$SIR_0 = \frac{2L[1 - K(N-1)/(2L)]^2}{(N-1)(1 - K/L)}, \quad (2.55)$$

sendo essa expressão válida desde que  $K \leq 2L/(N-1)$ . Assim, a partir de (2.43), o ganho de processamento para um sistema CDMA unipolar pode ser escrito como

$$G_p = L \left[ 1 - \frac{K(N-1)}{2L} \right]^2, \quad s_m = s_0. \quad (2.56)$$

Analisando a expressão anterior, determina-se que o ganho de processamento atinge o valor máximo para  $K = 1$ , resultando que

$$G_p(\text{max}) = L \left( 1 - \frac{N-1}{2L} \right)^2, \quad (2.57)$$

sendo, portanto, dependente do número de usuários que compartilham o canal. No entanto, caso  $L \gg N$ , então  $G_p(\text{max}) \approx L$ .

Além disso, a partir de (2.5) e (2.55), pode-se interpretar que a relação sinal-interferência equivalente na entrada do receptor é dada por

$$SIR_i = \frac{2}{(N-1)(1 - K/L)}. \quad (2.58)$$

Apesar da relação sinal-interferência de entrada aumentar com o peso das seqüências, verifica-se que o ganho de processamento do sistema se reduz quadraticamente com o aumento de  $K$ . Assim, a relação sinal-interferência de saída tende a diminuir com o aumento do peso do código. No entanto, o ganho de codificação aumenta com  $K$ . Como conseqüência a probabilidade de erro de bit pode apresentar um ponto de mínimo numa condição de compromisso entre  $G_p$  e  $K$ . Esse efeito pode ser verificado para os códigos OTH, propostos no Capítulo 3.

## 2.4.2 Detecção por Limitação Abrupta para Sinalização OOK

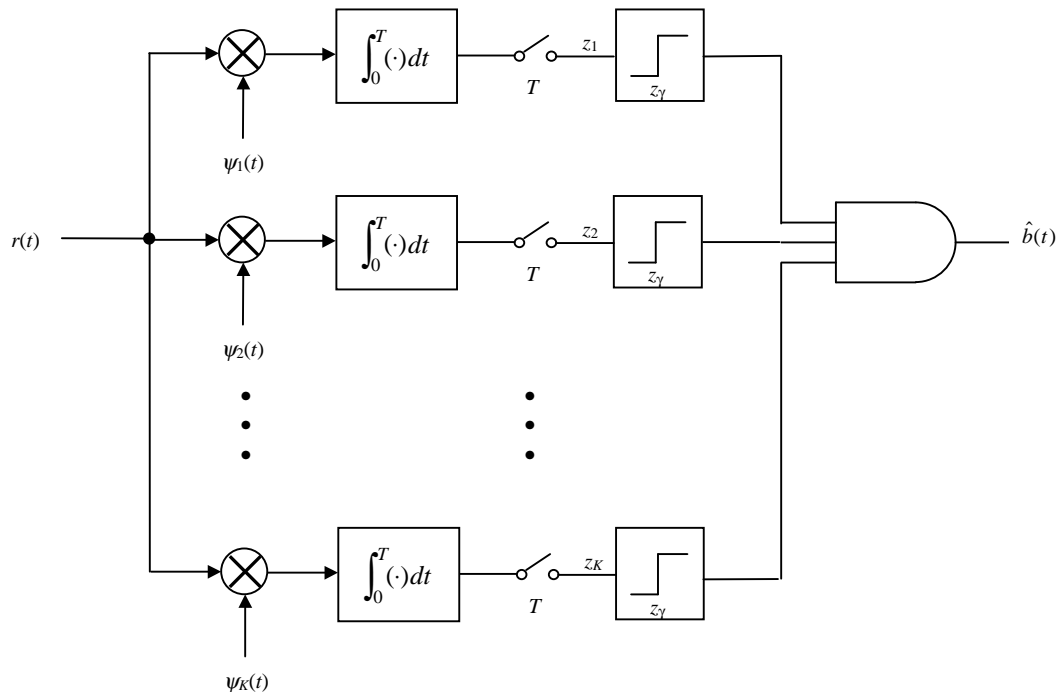
Na subsecção anterior verificou-se que um sistema CDMA com sinalização OOK sofre forte influência do nível médio de interferência presente no canal. Um recurso possível para reduzir esse efeito consiste na utilização de um elemento limitador de intensidade no caminho do sinal [Sal89]. Um limitador ideal é definido como

$$g(x) = \begin{cases} A & x \geq A, \\ x & 0 \leq x < A. \end{cases} \quad (2.59)$$

Assim, se a intensidade do sinal for maior ou igual que a amplitude de um pulso isolado, o dispositivo limita a intensidade naquele valor, caso contrário, a saída obtida será igual a entrada. O processo de limitação abrupta melhora o desempenho dos sistemas com sinalização OOK porque impede que diversos padrões de interferência, com chips excessivamente afetados, causem erros na detecção. Por exemplo, supondo que  $K = 3$  e admitindo-se amplitude e intervalo de sinalização normalizados, todos os padrões de interferência  $I_1 = \{1, 1, 1\}$ ,  $I_2 = \{2, 1, 0\}$  e  $I_3 = \{3, 0, 0\}$  resultariam em valor igual a 3 na saída do correlator (ou filtro casado) de um detector convencional, causando um erro caso o bit transmitido fosse igual a zero. Entretanto, ao utilizar-se limitação abrupta, os padrões seriam modificados pelo dispositivo para  $I_1' = \{1, 1, 1\}$ ,  $I_2' = \{1, 1, 0\}$  e  $I_3' = \{1, 0, 0\}$ . Portanto, as saídas correspondentes do correlator assumiriam os valores 3, 2 e 1, respectivamente. Assim, apenas o padrão  $I_1$  poderia causar um erro de bit após a detecção. Uma outra interpretação do benefício do limitador pode ser compreendida, notando-se que o nível médio da interferência entregue ao correlator torna-se menor, ampliando a excursão útil na saída do mesmo sem que ocorram erros.

Outro aspecto pertinente dessa configuração é que a ação do limitador equivale a se efetuar a decisão abrupta do estado de cada chip no receptor, isto é, um modo alternativo de se implementar esta técnica consiste na utilização de um banco de  $K$  correlatores

sincronizados com a seqüência do transmissor, com cada correlator detectando o estado de um determinado chip reservado da seqüência, conforme mostrado na Figura 2-10. A saída de cada correlator é comparada com um nível de limiar igual à energia de chip, isto é,  $z_{\gamma} = E_c = A^2 T_c$ , e a decisão por um bit 1 ocorre se, e somente se, todas as saídas dos correlatores atingirem esse patamar. Assim, esta técnica vale-se do ganho de codificação, correspondente a um código de repetição com regra de decisão por unanimidade (função lógica AND).



**Fig. 2-10:** Esquema de recepção com limitação abrupta na saída de um banco de  $K$  correlatores e decisão por unanimidade (detector AND).

Nesse caso, a relação sinal-interferência a que cada chip é submetido pode ser obtida a partir do desenvolvimento efetuado anteriormente, apenas considerando-se que a energia detectada corresponde a um intervalo de chip ativo e, portanto, obtém-se que

$$E_c = \frac{E_s}{K} \quad (2.60)$$

e, conseqüentemente, resultando em

$$\begin{aligned} SIR_0 &= \frac{E^2 [(E_c - z) | s_0]}{\text{var}(z | s_0)} \\ &= \frac{LE_s}{KE_{w_A}} \left(1 - \frac{\bar{w}}{A}\right)^2. \end{aligned} \quad (2.61)$$

Assim, a relação sinal-interferência na saída de cada correlator é reduzida por um fator igual ao número de marcas do código em relação ao caso de detecção convencional, expressa em (2.42). No entanto, como um erro de bit só ocorre se o bit transmitido for zero e se a energia interferente em cada um dos  $K$  chips reservados na seqüência do usuário for maior ou igual a  $E_c$ , então, a probabilidade de erro em um detector com limitação abrupta será dada por

$$P_b = \frac{1}{2} \left[ \int_{E_c}^{\infty} p(z | s_0) dz \right]^K. \quad (2.62)$$

Portanto, apesar da degradação na relação sinal-interferência imposta pela técnica de limitação abrupta, é possível que o resultado da integral em (2.62) seja pequeno o suficiente para fornecer uma probabilidade de erro menor que no caso de detecção convencional, para uma faixa de valores de  $K$ . Mais adiante, são apresentados resultados comparativos entre as duas técnicas de detecção para códigos específicos.

### 2.4.3 Detecção Convencional para Sinalização Ortogonal

Para um sistema O-CDMA com sinalização ortogonal compartilhado por  $N$  usuários e empregando detecção convencional, como mostrado na Figura 2-5b, a variância da

interferência resultante na saída do detector também pode ser obtida a partir de (2.51). Porém, neste caso, ambas parcelas são diferentes de zero e, desde que os símbolos sejam equiprováveis, também são idênticas. Logo, a variância do sinal transmitido devido a cada um dos usuários concorrentes é o dobro em relação ao caso OOK, isto é

$$\sigma_s^2 = \frac{E_s}{T} \left( 1 - \frac{K}{L} \right). \quad (2.63)$$

Em decorrência, pode-se escrever que a energia da parcela AC da interferência, resultante da ação conjunta de  $N - 1$  usuários concorrentes, é expressa por

$$E_{w_A} = (N - 1)\sigma_s^2 T = (N - 1) \left( 1 - \frac{K}{L} \right) E_s \quad (2.64)$$

Verifica-se, novamente, que a energia interferente diminui com o incremento do número de chips ativos das seqüências. Assim, a relação sinal-interferência de entrada do receptor neste caso é dada por

$$SIR_i = \frac{E_s}{E_{w_A}} = \frac{1}{(N - 1)(1 - K/L)}, \quad (2.65)$$

e, portanto, para sinalização ortogonal, devido a (2.48), obtém-se que a relação sinal-interferência após o detector resulta em

$$SIR_o = \frac{L}{2(N - 1)(1 - K/L)}. \quad (2.66)$$

Entretanto, deve-se ressaltar que só é possível manter a ortogonalidade entre as seqüências de um determinado usuário se  $K \leq L/2$ . Em conseqüência, dependendo do peso do código, a relação sinal-interferência após o processamento pode variar entre os limites:

$$\frac{L/2}{N-1} < SIR_o \leq \frac{L}{N-1}. \quad (2.67)$$

O desempenho do sistema com sinalização ortogonal pode ser maximizado ao se utilizar códigos com o maior número possível de chips ativos por seqüência, isto é, fazendo-se  $K = L/2$ . Então, com essa condição e as demais considerações anteriores, pode-se supor que os sistemas CDMA com sinalização ortogonal poderiam atingir um desempenho equivalente ao dos sistemas com sinalização antipodal e seqüências aleatórias em canais bipolares.

Além disso, em princípio, seria possível utilizar as mesmas seqüências de espalhamento tradicionais (Gold, Kasami, etc.), apenas tendo-se o cuidado de mapeá-las adequadamente, isto é, transmitindo-se um dos símbolos com os chips da seqüência binária original ativados e os demais mantidos em zero, e o outro símbolo com os mesmos mantidos em zero e os demais sendo, agora, acionados.

Nota-se também que a relação sinal-interferência mínima, obtida para  $K = 1$ , é da ordem da metade do valor máximo. Logo, para sistemas com detecção convencional baseados em códigos simples como, por exemplo, seqüências de espalhamento de peso unitário, a degradação no desempenho não ultrapassa a 3 dB em relação ao máximo previsto. Assim, a opção pela sinalização ortogonal em sistemas CDMA unipolares permite soluções de compromisso entre desempenho e simplicidade de implementação.

#### **2.4.4 Detecção por Limitação Abrupta para Sinalização Ortogonal**

Pode-se conceber um sistema de detecção por limitação abrupta para sinalização ortogonal, estendendo-se a idéia desenvolvida anteriormente para OOK. O sistema deve

empregar dois detectores idênticos ao esquema mostrado na Figura 2-10, um para cada seqüência usada. As saídas de cada detector podem ser decodificadas em um símbolo ternário, conforme descrito na seção 2.3.5.

O esquema de detecção descrito é adequado quando associado a um código corretor de erros e se processa a correção dos bits apagados. Se, no entanto, for necessário realizar diretamente a decodificação binária do sinal recebido, o sistema deve ser modificado para tomar uma decisão, caso ambos os detectores forneçam todas as saídas dos correlatores com valores maiores que o limiar. Para esse fim propõe-se um esquema calcado em um detector AND modificado, baseado no fato que a decisão unânime por um bit 1 é obtida se o decodificador seleciona, dentre as  $K$  saídas do banco de correlatores, a de menor nível e efetua, em seguida, a sua comparação com o limiar de decisão.

Assim, para sinalização ortogonal o receptor pode combinar dois detectores AND modificados, porém, em vez de efetuar a comparação com um nível de limiar fixo, a decisão pode ser tomada comparando-se diretamente as amplitudes das saídas selecionadas. Esse processo de decisão é sub-ótimo e pode ser expresso por

$$\hat{b} = u\left(\min\{z_1^{(1)}, \dots, z_K^{(1)}\} - \min\{z_1^{(0)}, \dots, z_K^{(0)}\}\right), \quad (2.68)$$

onde  $u(\cdot)$  é a função degrau unitário e,  $\mathbf{z}^{(0)}$  e  $\mathbf{z}^{(1)}$  são os vetores de saída dos correlatores correspondentes aos símbolos  $s_0$  e  $s_1$ , respectivamente.

## Capítulo 3

# CÓDIGOS UNIPOLARES COM APLICAÇÕES EM SISTEMAS CDMA ÓPTICOS

### 3.1 Introdução

Um código óptico unipolar é constituído por uma família de seqüências binárias compostas apenas de pulsos com amplitude 0 e 1. Deseja-se que as seqüências apresentem boas propriedades de autocorrelação e correlação cruzada. O estudo desses códigos tem sido motivado, principalmente, pelas aplicações de CDMA em canais ópticos não-coerentes. O emprego dos códigos ópticos unipolares permite que um número relativamente grande de usuários assíncronos transmita informações através do canal, simultaneamente, de maneira eficiente e confiável. Os códigos ópticos unipolares estão intimamente ligados à teoria dos códigos de peso constante e aos conjuntos à diferença [Dav83]. Esses códigos estão relacionados, também, às seqüências binárias com propriedades de correlação bem comportadas descritas fartamente na literatura. Contudo, os códigos estudados neste trabalho consistem de seqüências adequadas para ambientes que não admitem componentes negativas, isto é, canais exclusivamente unipolares, enquanto que a maioria das seqüências estudadas é adequada para canais bipolares, apresentando tanto componentes positivas quanto negativas. Esta importante distinção geralmente produz resultados bastante diferentes.



Neste capítulo são estudados os principais códigos conhecidos para a geração de seqüências de espalhamento, adequadas para o emprego em sistemas CDMA ópticos unipolares. As características desejáveis para um código de espalhamento temporal são simplicidade de implementação, boas propriedades de autocorrelação e correlação cruzada para facilitar o processo de sincronização e fornecer taxas de erro pequenas, e diversidade de seqüências para acomodar o acesso de um grande número de usuários ao sistema.

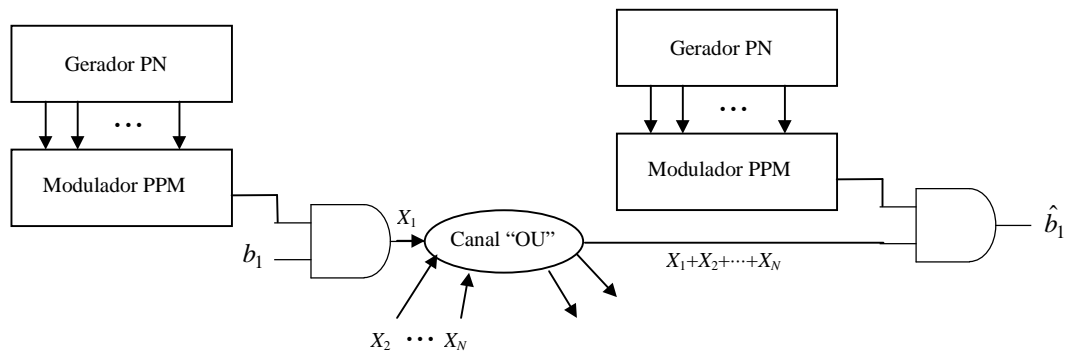
Inicialmente são descritos os códigos baseados em modulação por posição de pulso (*pulse position modulation* – PPM) e o caso particular das *seqüências primas*, cuja característica principal é a simplicidade de implementação e, historicamente, foi o primeiro código proposto especificamente para a utilização em sistemas CDMA unipolares. Em seguida são enfocados os códigos ópticos ortogonais (*optical orthogonal codes* – OOC) que fornecem seqüências com as melhores propriedades de correlação cíclica, ao custo de uma severa restrição no conjunto de seqüências disponíveis. Para cada um dos códigos é feita a análise de desempenho, em termos de probabilidade de erro, sob o efeito da interferência presente num ambiente de múltiplo acesso em que os diversos usuários concorrentes compartilham um canal de comunicação comum, dividido por meio de suas respectivas seqüências de espalhamento.

Finalmente, propõe-se uma nova classe de códigos unipolares adequada para sistemas ópticos CDMA, permitindo uma diversidade maior de seqüências em relação ao OOC. Finalmente, efetua-se um estudo de desempenho comparativo, cujos resultados indicam que, sob certas condições, é possível obter um desempenho superior quanto à taxa de erro em relação ao OOC.

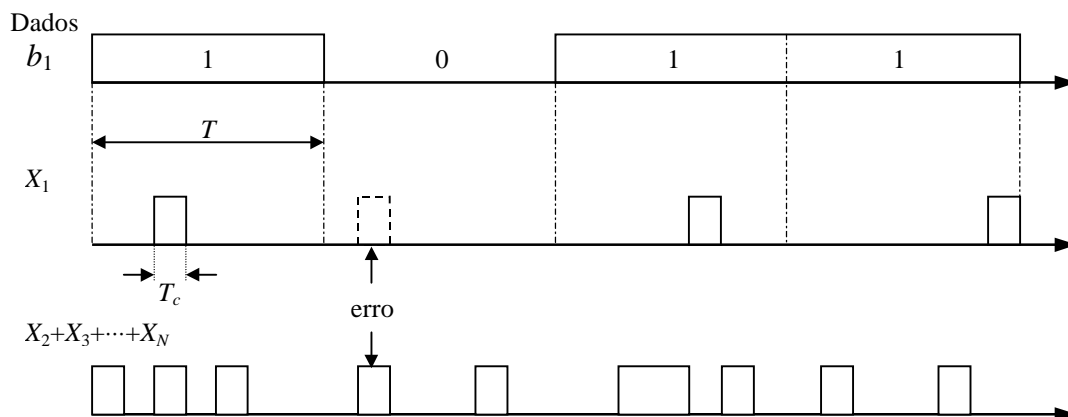
## 3.2 Códigos PPM

Um sistema de modulação por posição de pulso é concebido ao definir-se um quadro composto por  $L$  intervalos distintos ou chips, dos quais apenas um pode ser ativado durante a transmissão de um símbolo. Assim, se a duração de cada chip é igual a  $T_c$ , o período do símbolo é dado por  $T = LT_c$ . Dependendo do objetivo do sistema, esse esquema de modulação pode ser empregado de diversas formas. Por exemplo, para um sistema composto por apenas um usuário, pode-se transmitir  $B = \log_2 L$  bits de informação no intervalo de símbolo  $T$ , codificando-se a mensagem através da ativação de apenas um chip por símbolo.

O mesmo conceito pode ser aplicado a um sistema CDMA unipolar ao se destinar para cada usuário que compartilha o canal uma seqüência distinta de estados de alocação de pulso, cada estado fornecendo a posição do pulso a ser enviado [Dav83]. O usuário transmite um bit 1 ativando o chip alocado pela seqüência, e um bit 0 mantendo-o inativo. Uma forma de implementação desse esquema, mostrada na Fig. 3-1, consiste no mapeamento de cada um dos  $P$  estados de um gerador pseudo-aleatório (gerador PN) em palavras código de comprimento  $L$  com apenas uma posição de chip ativada, correspondente ao número do estado, produzindo assim uma seqüência PPM pseudo-aleatória. Cada palavra código é combinada com um bit de informação (operação binária AND), e o resultado é transmitido através do canal. O receptor, operando em sincronismo com o transmissor, realiza a operação inversa, decodificando o sinal recebido. Uma ilustração da operação do sistema está mostrada na Fig. 3-2.



**Fig. 3-1:** Modelo de um sistema CDMA unipolar utilizando modulação PPM.



**Fig. 3-2:** Operação do Sistema PPM-CDMA.

### 3.2.1 Desempenho dos Sistemas CDMA – PPM

Como pode ser observado na Fig. 3-2, os erros ocorrem quando o usuário de referência transmite um bit 0 e pelo menos um usuário interferente sinaliza um bit 1 por intermédio de um pulso cuja posição coincide com o chip alocado na seqüência do usuário de

interesse. Assumindo que as fontes binárias dos usuários são equiprováveis, tem-se que a probabilidade de que um certo usuário interfira no usuário de referência é dada por

$$p = \frac{p_1}{L} = \frac{1}{2L} \quad (3.1)$$

Assim, considerando a existência de  $N$  usuários compartilhando o sistema, a probabilidade de que o usuário de interesse não sofra interferência pode ser calculada por

$$\bar{P}_i = (1 - p)^{N-1}, \quad (3.2)$$

e, portanto, a probabilidade de erro resultante pode ser expressa através de

$$P_b = p_0(1 - \bar{P}_i) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{2L} \right)^{N-1} \right]. \quad (3.3)$$

O resultado obtido em (3.3) considera, implicitamente, que os usuários operam em sincronismo de chip. Naturalmente, essa condição não representa a operação típica dos sistemas CDMA, os quais apresentam o grande atrativo de permitir a inexistência de sincronismo entre os seus usuários. No entanto, para fins de avaliação de desempenho do sistema esta é uma hipótese simplificadora dos cálculos. Além disso, conjectura-se que a probabilidade de erro para o caso de sincronismo de chip seja um limitante superior para o caso mais geral de ausência de sincronismo, para todos os sistemas CDMA. Uma evidência desse fato pode ser constatada ao analisar-se o sistema PPM para apenas dois usuários compartilhando o sistema. Neste caso, considerando um controle de potência perfeito e um sistema de recepção convencional, como descrito no Capítulo 2, com um limiar de decisão igual à energia do pulso, para que o interferente cause um erro no usuário de referência é necessário que o mesmo transmita o pulso coincidindo exatamente com a posição alocada na seqüência do mesmo. Se os usuários são

independentes, o atraso entre as seqüências é modelado por uma variável aleatória com distribuição uniforme. Portanto, a probabilidade que o evento descrito ocorra tende a zero.

Uma questão adicional é a inferência do quão menor é a probabilidade de erro em relação ao caso chip-síncrono, pois, para o exemplo fornecido a diferença entre os resultados é enorme. Para esse propósito, pode-se obter a expressão exata da probabilidade média de erro para o caso relativamente simples dos sistemas PPM-CDMA, de modo que as conclusões decorrentes possam ser extrapoladas para outros sistemas mais complexos.

Considerando que a intensidade de interferência  $x_i$  resultante entre duas seqüências PPM é uma variável aleatória contínua que pode assumir valores entre 0 e 1, então pode-se representar a sua função densidade de probabilidade através da seguinte expressão:

$$f(x_i) = [1 - P(I)]\delta(x_i) + P(I)[u(x_i) - u(x_i - 1)], \quad (3.4)$$

onde  $\delta(x)$  é a função impulso (delta de Dirac) e  $u(x)$  representa a função degrau unitário. Além disso, a probabilidade de ocorrência do evento de interferência parcial  $I$ , para o qual ocorre que  $x_i > 0$ , é dada por

$$P(I) = 2p = \frac{1}{L}. \quad (3.5)$$

Nota-se que a função densidade de probabilidade condicional  $f(x_i)$  é uniforme entre 0 e 1 e, portanto, pode-se escrever que

$$f(x_i | I) = u(x_i) - u(x_i - 1). \quad (3.6)$$

Considerando a incidência aditiva de  $n$  interferentes efetivos, independentes e igualmente distribuídos sobre o usuário de referência, então, a f.d.p. condicional da nova variável aleatória  $x = x_1 + x_2 + \dots + x_n$  pode ser calculada através de operações de convolução sucessivas das f.d.p. individuais, isto é,

$$f(x | I^n) = f(x_1 | I) * f(x_2 | I) * \dots * f(x_n | I), \quad (3.7)$$

onde  $I^n$  denota o evento de interferência com a contribuição efetiva de  $n$  usuários simultaneamente. Como todas as funções  $f(x_i | I)$  são idênticas e descritas por (3.6), pode-se mostrar (vide Capítulo 4) que o resultado da operação em (3.7) no intervalo de interesse, entre 0 e 1, pode ser expresso por

$$f(x | I^n) = \frac{x^{n-1}}{(n-1)!}, \quad 0 < x \leq 1 \quad (3.8)$$

Assim, a probabilidade condicional que o usuário de interesse sofra a interferência total ( $x \geq 1$ ), sob a ação de  $n$  usuários ativos, pode ser computada através de

$$P_e(I^n) = 1 - \int_0^1 f(x | I^n) dx = 1 - \frac{1}{n!}. \quad (3.9)$$

No entanto, a probabilidade que exatamente  $n$  usuários, dentre  $N - 1$  concorrentes, interfiram simultaneamente no chip de referência pode ser expressa por

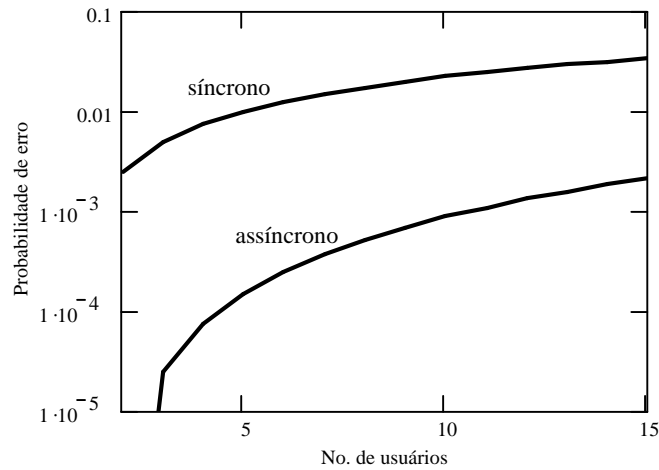
$$P(I^n) = \binom{N-1}{n} \left(\frac{1}{L}\right)^n \left(1 - \frac{1}{L}\right)^{N-n-1}. \quad (3.10)$$

Levando-se em conta todas as possibilidades de eventos de interferência total e que um erro de bit somente pode ocorrer quando o usuário de referência transmite um bit 0,

então, finalmente obtém-se que a probabilidade de erro média para um sistema PPM-CDMA assíncrono é dada por

$$\begin{aligned}
 P_e &= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N-1} P(I^n) P_e(I^n) \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N-1} \binom{N-1}{n} \left(1 - \frac{1}{n!}\right) \left(\frac{1}{L}\right)^n \left(1 - \frac{1}{L}\right)^{N-n-1}.
 \end{aligned}
 \tag{3.11}$$

A Fig. 3-3 mostra os gráficos de probabilidade de erro para os casos chip-síncrono e assíncrono em função do número de usuários para  $L = 100$ . Nota-se que, como previsto anteriormente, no caso de apenas dois usuários compartilhando o canal, a probabilidade de erro tende para zero para o caso assíncrono.



**Fig. 3-3:** Probabilidade de erro para um sistema PPM-CDMA em função do número de usuários para os casos chip-síncrono e assíncrono ( $L = 100$ ).

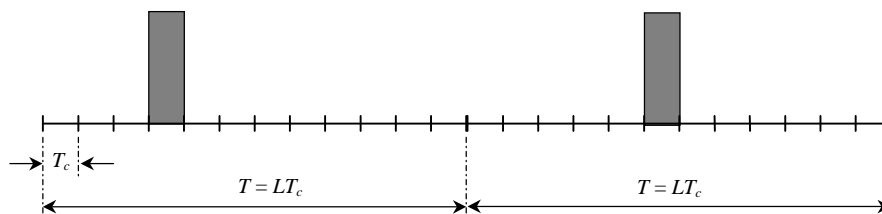
Além disso, observa-se que a diferença de desempenho entre os dois casos é razoavelmente grande, principalmente para um número de usuários pequeno ou moderado, podendo exceder uma ordem de grandeza. Portanto, pode-se concluir que ao

adotar a hipótese simplificadora de sincronismo entre os chips das seqüências, a estimativa de desempenho de um sistema CDMA unipolar reflete apenas um limitante superior dos resultados reais para o caso assíncrono, sendo possível que o desempenho real seja substancialmente melhor que o estimado pelo limitante.

### 3.2.2 Seqüências Primas

As probabilidades de erro calculadas na subseção anterior são valores médios. De modo a minimizar os picos da probabilidade de erro para diferentes deslocamentos entre as seqüências, a correlação cruzada entre as mesmas deve ser pequena.

Deseja-se construir seqüências em que os valores dos seus elementos especifiquem a posição de um pulso dentro de um quadro composto por  $L$  intervalos, conforme mostrado na Figura 3-4. As seqüências binárias obtidas resultam do mapeamento dos estados das seqüências originais do gerador em posições temporais dos pulsos. De modo a se obter valores de correlação cíclica mínimos entre as seqüências, as distâncias entre pulsos devem ser diferentes para as diversas seqüências. Uma restrição adicional é que cada quadro deve conter apenas um pulso.



**Fig. 3-4:** Exemplo de um trecho de uma seqüência PPM.

Shaar e Davies encontraram seqüências de mapeamento temporal quase ótimas que são produzidas a partir de uma tabela de multiplicação dos elementos de um corpo de Galois



$GF(P)$ , onde  $P$  é um número primo [Sha83]. O conjunto de seqüências é construído da seguinte forma:

- (i) Seleciona-se um número primo  $P$ .
- (ii) Enumeram-se os elementos de  $GF(P)$  em ordem ascendente ou descendente.
- (iii) Multiplica-se essa linha por um elemento de  $GF(P)$  módulo  $P$ .

Por razões óbvias, o conjunto de seqüências construídas por meio do algoritmo descrito acima são denominadas de *seqüências primas*. As seqüências resultantes para  $P = 7$  estão mostradas na Tabela 3-1.

**Tabela 3-1:** Família de Seqüências Primas para  $P = 7$ .

Elementos de $GF(7)$							
em ordem ascendente	0	1	2	3	4	5	6
Seqüência $S_0$	0	0	0	0	0	0	0
Seqüência $S_1$	0	1	2	3	4	5	6
Seqüência $S_2$	0	2	4	6	1	3	5
Seqüência $S_3$	0	3	6	2	5	1	4
Seqüência $S_4$	0	4	1	5	2	6	3
Seqüência $S_5$	0	5	3	1	6	4	2
Seqüência $S_6$	0	6	5	4	3	2	1

A função de correlação de Hamming entre qualquer par de seqüências  $S_x$  e  $S_y$  é definida como

$$H_{S_x, S_y}(j) = \sum_{i=0}^{P-1} h(S_{x_i}, S_{y_{i+j}}) \quad 0 \leq j \leq P-1, \quad (3.12)$$

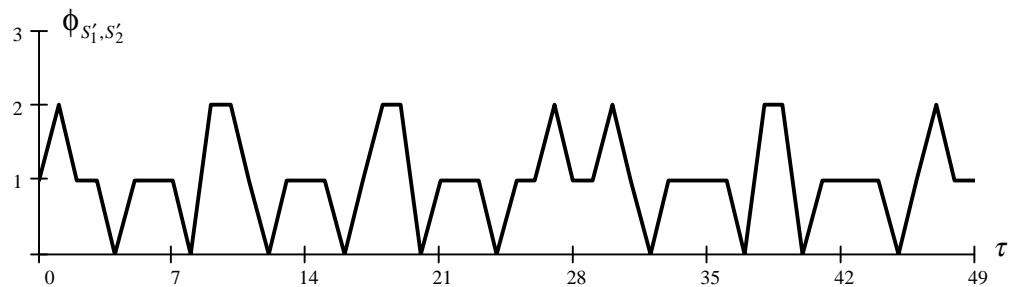
onde

$$h(S_x, S_y) = \begin{cases} 0 & \text{se } S_x \neq S_y \\ 1 & \text{se } S_x = S_y \end{cases} \quad (3.13)$$

Para as seqüências primas, o valor de pico dessa função é igual a 1, isto é, apenas uma coincidência ocorre entre duas seqüências a cada deslocamento. Essa propriedade é particularmente importante para certas aplicações como, por exemplo, sistemas de espalhamento espectral por salto em freqüência. No caso de sistemas de espalhamento temporal é de maior relevância a função de correlação das seqüências mapeadas no tempo, definida como

$$\phi_{S'_x, S'_y}(\tau) = \sum_{n=0}^{P^2-1} S'_x(n) \cdot S'_y(n+\tau) \quad 0 \leq \tau \leq P^2 - 1 . \quad (3.14)$$

Pode-se mostrar que para as seqüências primas essa função é igual a 1 para a seqüência  $S'_0$  confrontada com qualquer outra seqüência do conjunto e apresenta um valor menor ou igual a 2 para qualquer outro par de seqüências [Sha83]. Logo, existem no máximo duas coincidências entre as seqüências primas mapeadas temporalmente, conforme ilustrado na Figura 3-5.



**Figura 3-5:** Função de correlação cruzada entre as seqüências  $S'_1$  e  $S'_2$ .

### 3.3 Códigos Ópticos Ortogonais

Um código óptico ortogonal (OOC) é uma família de seqüências binárias unipolares com boas propriedades de autocorrelação e correlação cruzada. Apesar da denominação largamente aceita, esses códigos não são exatamente ortogonais, mas *quase* ortogonais, isto é, a função de autocorrelação apresenta um valor máximo na origem e valores pequenos para deslocamentos diferentes de zero, enquanto que a função de correlação cruzada entre duas seqüências distintas permanece pequena para qualquer deslocamento relativo. O formato da função de autocorrelação facilita a detecção do sinal desejado e o pequeno valor da correlação cruzada reduz a interferência dos sinais indesejados no sistema. As seqüências OOC, em oposição às seqüências binárias bipolares (+1, -1), otimizam essas funções para a operação totalmente unipolar (0, 1). Essa importante distinção produz resultados bastante diferentes em relação ao caso bipolar.

#### 3.3.1 Propriedades Fundamentais das Seqüências OOC

Um código óptico ortogonal  $C$  determinado pela quádrupla  $(L, K, \lambda_a, \lambda_c)$  é uma família de seqüências (0, 1) de comprimento  $L$  e peso  $K$  que satisfazem as seguintes propriedades:

1) *Propriedade da Autocorrelação:*

$$\phi_{x,x}(\tau) = \sum_{i=0}^{L-1} x_i x_{i+\tau} \leq \lambda_a \quad (3.15)$$

para qualquer  $x \in C$  e  $\tau$  inteiro,  $0 < \tau \leq L$ .

2) *Propriedade da Correlação Cruzada:*

$$\phi_{x,y}(\tau) = \sum_{i=0}^{L-1} x_i y_{i+\tau} \leq \lambda_c \quad (3.16)$$

para  $x \neq y \in C$  e qualquer inteiro  $\tau$ .

As funções de correlação definidas em (3.15) e (3.16) são periódicas, o que equivale a tomar os índices subscritos dessas expressões reduzidos módulo  $L$ . Além disso, como cada seqüência tem um peso constante igual a  $K$ , então, tem-se que  $\phi_{x,x}(0) = K$ . Os números  $\lambda_a$  e  $\lambda_c$  são denominados de restrições da autocorrelação para  $\tau \neq 0$  e correlação cruzada, respectivamente. O tamanho de um código óptico ortogonal, denotado por  $|C|$ , é o número de palavras-código ou seqüências distintas pertencentes a  $C$ .

Os deslocamentos cíclicos das seqüências OOC não afetam as suas propriedades de correlação. Para um código  $C'$  obtido a partir de deslocamentos cíclicos arbitrários das palavras-código de  $C$ , tem-se que  $C'$  ainda é um código  $(L, K, \lambda_a, \lambda_c)$ . Portanto não se faz distinção entre  $C$  e  $C'$ .

Geralmente deseja-se obter um código com boa diversidade de seqüências. Para um dado conjunto de valores  $L, K, \lambda_a$  e  $\lambda_c$ , o maior número possível de palavras-código é denotado por  $\Theta(L, K, \lambda_a, \lambda_c)$ . Um código OOC que apresenta tamanho máximo é dito ótimo.

Os códigos OOC também podem ser interpretados sob a perspectiva da Teoria de Conjuntos. Um código  $C: (L, K, \lambda_a, \lambda_c)$  pode ser considerado como uma família composta de conjuntos com  $K$  inteiros módulo  $L$ , cada conjunto correspondendo a uma palavra-código na qual os inteiros especificam os bits não nulos da mesma. Assim, as propriedades de correlação podem ser reformuladas como a seguir:

1') *Propriedade da Autocorrelação:*

$$|(a + X) \cap (b + X)| \leq \lambda_a, \quad (3.17)$$

onde  $a + X = \{a + x : x \in X\}$  e todos os inteiros sob consideração são tomados módulo  $L$ , para qualquer  $X \in C$  e  $a \neq b \pmod L$ .

2') *Propriedade da Correlação Cruzada:*

$$|(a + X) \cap (b + Y)| \leq \lambda_c, \quad (3.18)$$

para  $X \neq Y \in C$  e  $a, b$  quaisquer.

Para os códigos em que  $\lambda = \lambda_a = \lambda_c$  adota-se notação simplificada  $(L, K, \lambda)$ .

*Exemplos:*  $C = \{1011000100000\}$  é um código  $(13,4,1)$  com apenas uma palavra-código. Na notação de conjuntos, tem-se que  $C = \{0, 2, 3, 7\} \pmod{13}$ .

$C = \{1100100000000, 1010000100000\}$  é um código  $(13,3,1)$  com duas palavras-código. Logo,  $C = \{0, 1, 4, 7\} \pmod{13}$ .

Existe uma outra interpretação das propriedades de correlação. Verifica-se a partir da condição 1' que para cada  $X \in C$ , um inteiro  $c \neq 0$  pode ser representado pela diferença  $x - x'$ , com  $x, x' \in X$ , de no máximo  $\lambda_a$  maneiras. Similarmente, a condição 2' implica que para cada par de conjuntos  $X \neq Y \in C$ , um inteiro  $c \neq 0$  pode ser representado como a diferença  $x - y$ , com  $x \in X$  e  $y \in Y$ , de no máximo  $\lambda_c$  maneiras. Então, um limitante superior para o tamanho máximo do código  $(L, K, 1)$  pode ser obtido através do argumento das diferenças distintas. Seja  $C$  um código  $(L, K, 1)$  e  $\Delta(X) = \{x - x' : x, x' \in X \text{ e } x \neq x'\} \pmod L$  para  $X \in C$ . Como esse código não tem

diferenças repetidas,  $0 \notin \Delta(X)$ . Portanto,  $|\Delta(X)| = K(K-1)$  para qualquer  $X \in C$ , e  $\Delta(X) \cap \Delta(Y) = \emptyset$  para quaisquer  $X \neq Y \in C$ . Logo, conclui-se que

$$\Theta(L, K, 1) \leq \frac{L-1}{K(K-1)}. \quad (3.19)$$

Além disso, quando  $L$  é par,  $L/2 \notin \Delta(X)$ , e  $|X \cap (L/2 + X)| \geq 2$ . Portanto, nesse caso, o limitante é um pouco mais forte:

$$\Theta(L, K, 1) \leq \frac{L-2}{K(K-1)}, \quad n \text{ par.} \quad (3.20)$$

Um limitante superior para o número de seqüências distintas de um código OOC genérico, com  $\lambda = \lambda_a = \lambda_c$ , foi obtido em [Chu89] e estabelece que

$$\Theta(L, K, \lambda) \leq \frac{(L-1) \cdots (L-\lambda)}{K(K-1) \cdots (K-\lambda)}. \quad (3.21)$$

Caso  $\lambda_a \neq \lambda_c$  pode-se fazer  $\lambda = \max\{\lambda_a, \lambda_c\}$  e aplicar o limitante anterior. Esse limitante é particularmente forte para valores pequenos de  $\lambda$ .

### 3.3.2 Construção de Códigos OOC

Os códigos OOC podem ser encarados como códigos de correção de erro com peso constante [Mac77], nos quais cada uma das palavras-código é ciclicamente distinta. O problema de construção de tais códigos é complexo e diversos métodos foram desenvolvidos baseados em técnicas iterativas, na análise combinatória, em geometria projetiva, na teoria de códigos de bloco e de corpos finitos.

Em seguida estão descritos três métodos para a construção de códigos OOC. O primeiro utiliza um algoritmo de *força bruta* [Chu89] que é útil em muitos problemas combinatórios e computacionais, permitindo a obtenção de códigos  $(L, K, \lambda_a, \lambda_c)$  genéricos, porém não necessariamente ótimos, isto é, o número de seqüências resultantes geralmente não é o máximo possível. O segundo método permite a construção de códigos com  $\lambda_a = \lambda_c = 1$  e utiliza o projeto de blocos balanceados incompletos devido a Bose [Bos39], cujos resultados foram generalizados por Wilson [Wil72]. Os códigos resultantes, quando possíveis de serem obtidos por esse método, são ótimos no sentido que atingem os limites expressos em (3.19) e (3.20). Por último, apresenta-se um método para a construção de códigos ótimos com  $\lambda_a = \lambda_c = 2$ . O algoritmo de construção é derivado da teoria de corpos finitos e foi obtido por Chung e Kumar [Chu90].

*Método 1 – Algoritmo Simples (Força Bruta) para a Construção de Códigos  $(L, K, \lambda_a, \lambda_c)$ :*

Originalmente o código está vazio. Em  $\binom{L}{K}$  passos, o algoritmo examina todas as palavras binárias de comprimento  $L$  e peso  $K$ , uma de cada vez. Se a palavra em teste satisfaz a propriedade de autocorrelação e correlação cruzada com todas as palavras já incluídas, então a mesma é adicionada ao código, senão a palavra é descartada.

O algoritmo pode ser implementado com complexidade computacional da ordem de  $\binom{L}{K} |C| K^2$  e num espaço de armazenamento da ordem de  $|C| L$ . O limitante inferior para o tamanho do OOC gerado pelo algoritmo é dado por [Chu89]

$$\Theta(L, K, \lambda_a, \lambda_c) \geq \frac{\binom{L}{K} - \frac{L-1}{2} \binom{K}{\lambda_a+1} \binom{L}{K-\lambda_a-1}}{L \cdot \sum_{i=\lambda_c+1}^{\min(L-K, K)} \binom{L-K}{K-i} \binom{K}{i}} \quad (3.22)$$

*Método 2 – Algoritmo de Wilson para a Construção de Códigos  $(L, K, 1, 1)$ :*

$K$  ímpar: - Seja  $K = 2m + 1$  e  $L = K(K - 1)t + 1$ . Escolha os inteiros  $m$  e  $t$  tais que  $L$  seja um número primo. Seja  $\alpha$  um elemento primitivo de  $\text{GF}(L)$  tal que  $\{\log_\alpha [\alpha^{2mkt} - 1] : 1 \leq k \leq m\}$  são todos distintos módulo  $m$ . Então o código consistindo dos blocos

$$\{\alpha^{mi}, \alpha^{mi+2mt}, \alpha^{mi+4mt}, \dots, \alpha^{mi+4m^2t}\} : i = 0, 1, \dots, t-1$$

é um código OOC com  $\lambda = 1$ .

$K$  par: - Seja  $K = 2m$  e  $L = K(K - 1)t + 1$ . Escolha os inteiros  $m$  e  $t$  tais que  $L$  seja um número primo. Seja  $\alpha$  um elemento primitivo de  $\text{GF}(L)$  tal que  $\{\log_\alpha [\alpha^{2mkt} - 1] : 1 \leq k \leq m-1\}$  são todos distintos e não nulos módulo  $m$ . Então o código consistindo dos blocos

$$\{0, \alpha^{mi}, \alpha^{mi+2mt}, \alpha^{mi+4mt}, \dots, \alpha^{mi+4m(m-1)t}\} : i = 0, 1, \dots, t-1$$

é um código OOC com  $\lambda = 1$ .

*Método 3 – Algoritmo de Chung e Kumar para a Construção de Códigos  $(L, K, 2, 2)$ :*

Seja  $\alpha$  um elemento primitivo de  $\text{GF}(p^{2m})$ , sendo  $p$  um número primo e  $m \geq 1$  inteiro. Faça  $q = p^m + 1$ , e  $\beta = \alpha^q$ . Seja  $f$  o mapa logarítmico de  $\text{GF}(p^{2m})$ , exceto o zero, para os



inteiros mod  $p^{2m} - 1$ . Então as funções características dos conjuntos  $S_i$ ,  $1 \leq i \leq p^m - 2$ , expressas por

$$S_i = \{f(x) \mid (x-1)^{p^m+1} = \beta^i\}$$

podem ser tomadas como palavras-código de um código ótimo  $(p^{2m} - 1, p^m + 1, 2, 2)$ , isto é, um OOC com  $\lambda = 2$ , comprimento  $L = p^{2m} - 1$  e peso  $K = p^m + 1$ .

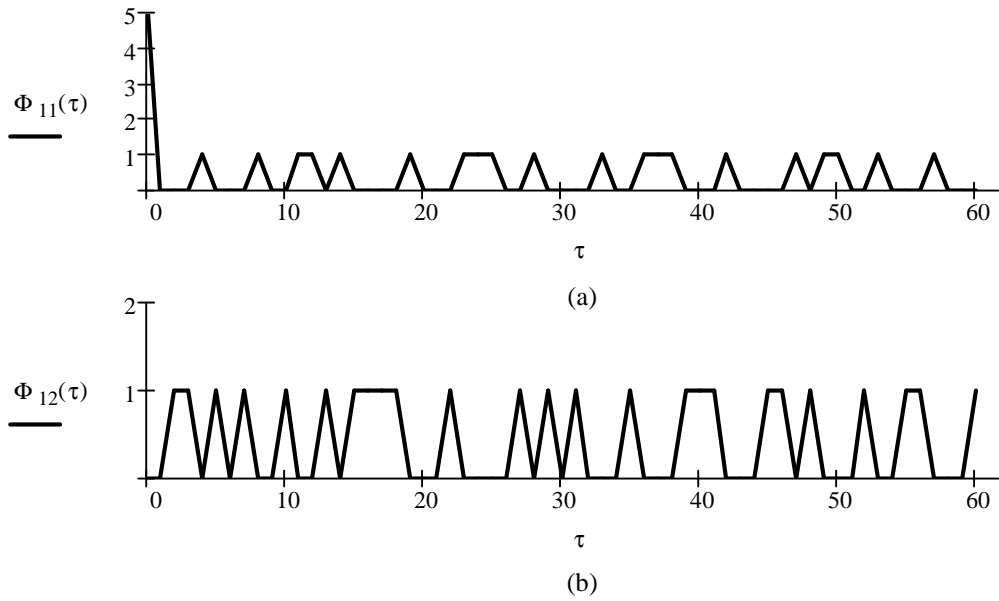
As Tabelas 3-2 e 3-3 mostram exemplos de códigos OOC obtidos através dos métodos 2 e 3, respectivamente. As Figuras 3-6(a) e 3-7(a) ilustram as funções de autocorrelação das seqüências  $S_1$  de cada código, enquanto que as Figuras 3-6(b) e 3-7(b) mostram a função de correlação cruzada entre as seqüências  $S_1$  e  $S_2$  de cada código.

**Tabela 3-2: OOC (61, 5, 1)**

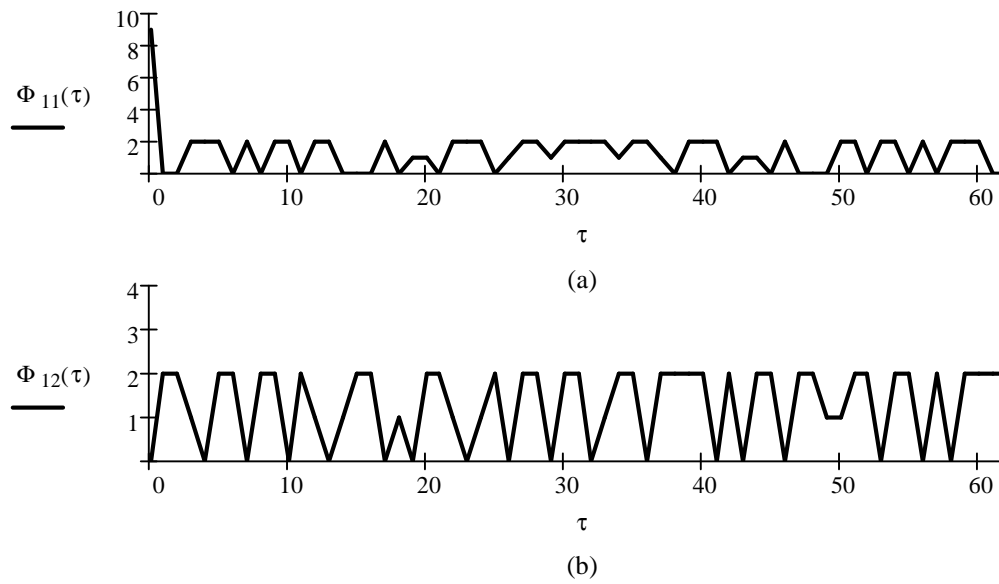
Seqüência	Posições dos bits 1
$S_1$	{1, 9, 20, 34, 58}
$S_2$	{4, 14, 19, 36, 49}
$S_3$	{13, 15, 16, 22, 56}

**Tabela 3-3: OOC (63, 9, 2)**

Seqüência	Posições dos bits 1
$S_1$	{1, 5, 8, 18, 28, 31, 35, 40, 59}
$S_2$	{2, 7, 10, 16, 17, 36, 55, 56, 62}
$S_3$	{3, 11, 24, 25, 27, 29, 30, 43, 51}
$S_4$	{4, 9, 14, 20, 32, 34, 47, 49, 61}
$S_5$	{6, 22, 23, 39, 48, 50, 54, 58, 60}
$S_6$	{12, 15, 33, 37, 44, 45, 46, 53, 57}



**Fig. 3-6:** Funções de autocorrelação da seqüência  $S_1$  (a) e correlação cruzada entre as seqüências  $S_1$  e  $S_2$  (b), para o código OOC ( $\lambda = 1$ ) da Tabela 3-2.



**Fig. 3-7:** Funções de autocorrelação da seqüência  $S_1$  (a) e correlação cruzada entre as seqüências  $S_1$  e  $S_2$  (b), para o código OOC ( $\lambda = 2$ ) da Tabela 3-3.

### 3.3.3 Desempenho dos Sistemas CDMA – OOC ( $\lambda = 1$ )

Nesta seção deseja-se avaliar a probabilidade de se efetuar uma decisão errônea devido à interferência de múltiplo acesso para um sistema CDMA empregando seqüências OOC com  $\lambda = 1$ . O efeito negativo do ruído térmico e ruído balístico no processo de detecção fotônica é desprezado. Portanto, os resultados devem ser interpretados como o desempenho assintótico de uma rede de comunicação à medida que a relação sinal-ruído do sistema tende para infinito.

A função densidade de probabilidade de interferência entre duas seqüências OOC com parâmetros  $(L, K, 1)$  pode ser obtida a partir do seguinte raciocínio: - Fixando-se uma dentre as  $K$  marcas ativas de uma das seqüências, verifica-se que esta pode sofrer a interferência para os  $K$  deslocamentos relativos da outra seqüência. Como por hipótese  $\lambda = 1$ , então cada uma das coincidências afeta apenas a marca selecionada. Assim, considerando a possibilidade de interferência em qualquer uma das marcas ativas, conclui-se que existem  $K^2$  deslocamentos relativos que resultam em colisão entre as seqüências, afetando sempre apenas uma das marcas ativas das mesmas. Logo, como as seqüências têm comprimento  $L$ , a função densidade de probabilidade de interferência entre duas seqüências é dada por

$$f_x(x) = \left(1 - \frac{K^2}{L}\right) \delta(x) + \frac{K^2}{L} \delta(x-1), \quad (3.23)$$

onde a variável aleatória discreta  $X$  representa o evento de interferência para  $x = 1$  e sua ausência quando  $x = 0$ ;  $\delta(\cdot)$  representa o impulso discreto (delta de Kronecker).

Considerando um sistema O-CDMA com  $N$  usuários compartilhando simultaneamente o meio de comunicação, tal que os mesmos transmitem os bits 1 ativando a sua seqüência

particular e sinalizam os bits 0 enviando a palavra toda nula, então a probabilidade que um pulso pertencente a um certo usuário se sobreponha a uma das marcas reservadas do usuário de referência pode ser calculada por

$$q = \frac{K^2}{2L}, \quad (3.24)$$

onde o fator  $\frac{1}{2}$  é devido à probabilidade de um usuário interferente transmitir um bit 0. Assim, a probabilidade que  $n$  usuários interfiram simultaneamente na seqüência do usuário de referência segue uma distribuição binomial expressa por

$$P_I(n) = \binom{N-1}{n} q^n (1-q)^{N-1-n}. \quad (3.25)$$

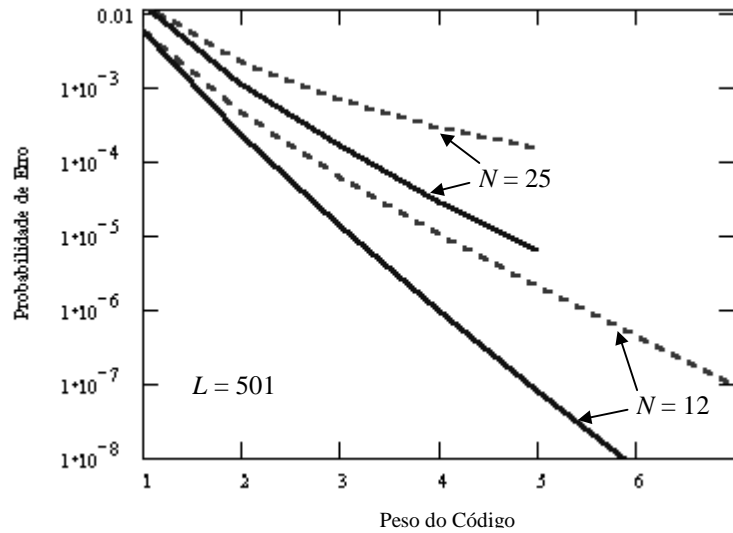
A probabilidade de erro depende do tipo de detecção utilizado. Para detecção convencional (vide Capítulo 2), um erro ocorre se o usuário de referência transmite um bit 0 e um número maior ou igual a  $K$  usuários interferem na seqüência (toda nula) transmitida. Logo, neste caso a probabilidade de erro de bit média pode ser computada por

$$P_e = \frac{1}{2} \sum_{n=K}^{N-1} \binom{N-1}{n} q^n (1-q)^{N-1-n}. \quad (3.26)$$

No caso de detecção por limitação abrupta, o evento de erro ocorre apenas se o padrão de interferência atinge todas as marcas reservadas do usuário de referência. O cálculo exato dessa probabilidade foi obtido por Azizoglu, Salehi e Li em [Azi92] e está deduzido de forma alternativa, mais adiante, na Seção 3.5. Para fins de referência, o resultado final também se encontra reproduzido a seguir:

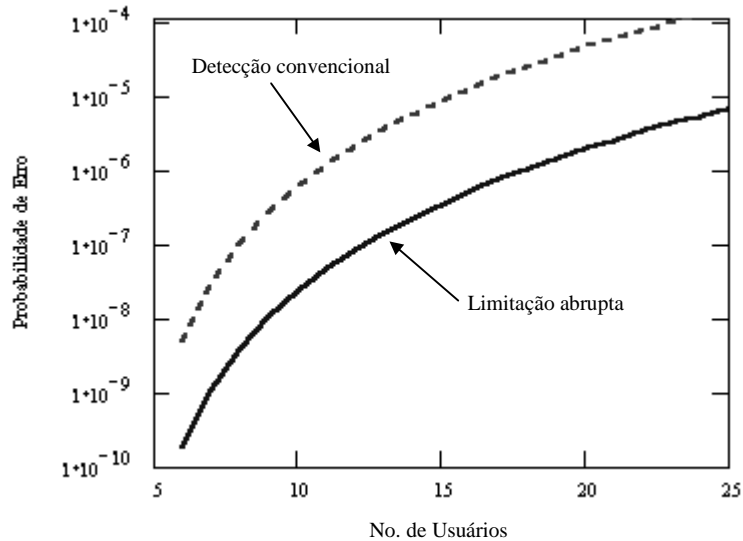
$$P_e = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^K (-1)^k \binom{K}{k} \left(1 - \frac{qk}{K}\right)^{N-1}. \quad (3.27)$$

Como pode ser observado na Figura 3-8, a técnica de limitação abrupta resulta numa probabilidade de erro sensivelmente menor em relação à detecção convencional. O sistema exemplificado utiliza um código OOC (501, 5, 1) e, a partir de (3.19), verifica-se que o número máximo de seqüências disponíveis é igual a 25. Logo, esse número constitui o limite no número de usuários que poderiam compartilhar o sistema simultaneamente.



**Fig. 3-8:** Probabilidade de erro de bit para sistemas CDMA utilizando códigos OOC (501,K,1), considerando detecção convencional (curvas tracejadas) e limitação abrupta (curvas contínuas), para 12 e 25 usuários ativos.

A Fig. 3-9 mostra a evolução da taxa de erro para um número crescente de usuários compartilhando esse sistema, até o valor máximo, considerando os casos de detecção convencional e por limitação abrupta. A probabilidade de erro é nula quando  $N \leq K$ .



**Fig. 3-9:** Variação da probabilidade de erro de bit com o número de usuários para um sistema CDMA utilizando um código (501,5,1) para detecção convencional e por limitação abrupta.

### 3.3.4 Desempenho de Sistemas CDMA – OOC ( $\lambda = 2$ )

Os códigos ópticos ortogonais com  $\lambda = 1$  têm a propriedade interessante de fornecer a correlação cruzada e autocorrelação mínimas no universo dos códigos unipolares. Em consequência, dado um código de peso  $K$ , a interferência causada pelos usuários de múltiplo acesso é minimizada quando comparada àquela proporcionada por outros códigos de mesmo peso. A restrição, no entanto, é que o número de seqüências distintas, isto é, o número de usuários no sistema fica bastante limitado, em decorrência de (3.18). Este fato coloca um limite superior no número de pulsos  $K$  que pode ser usado para um certo número de usuários que se necessita acomodar. Portanto, existe um compromisso entre capacidade e desempenho em termos de taxa de erro do sistema. Assim, surge a

necessidade de se investigar o desempenho de códigos menos estruturados, mas que forneçam uma gama mais ampla de seqüências [Azi92].

Para um código OOC com  $\lambda = 2$  verifica-se a partir de (3.21) que o número de seqüências distintas fica limitado a

$$\Theta(L, K, 2) \leq \frac{(L-1)(L-2)}{K(K-1)(K-2)}, \quad (3.28)$$

que é consideravelmente maior que o fornecido por (3.19), pois  $L > K$ . Por exemplo, para um OOC (501, 5, 1) obtém-se o número máximo de usuários igual a 25. Já para um código (501, 5, 2) esse número pode atingir mais de 4000 seqüências.

De modo a se avaliar o desempenho dos códigos com  $\lambda = 2$  é necessário obter a probabilidade que duas seqüências se sobreponham em uma ou em duas posições de pulso. Considerando duas palavras código  $S_1$  e  $S_2$ , cada uma de comprimento  $L$  e peso  $K$ , então denota-se que  $S_k(j) = 1$  se a  $j$ -ésima posição da seqüência  $S_k$  contém uma marca ativa e  $S_k(j) = 0$ , em caso contrário,  $1 \leq j \leq L$  e  $k = 1, 2$ . Seja  $\phi_{12}(\tau)$  a correlação cruzada síncrona em chip entre  $S_1$  e  $S_2$  com  $\tau$  deslocamentos. Pode-se escrever que

$$\phi_{12}(\tau) = \sum_{j=1}^L S_1(j)S_2(j \oplus \tau), \quad (3.29)$$

onde  $\oplus$  representa a operação de adição módulo  $L$ . Admitindo que as fronteiras de bit dos usuários não estejam alinhadas, então, o deslocamento relativo entre  $S_1$  e  $S_2$  é uma variável aleatória discreta com distribuição uniforme entre 0 e  $L - 1$ . Logo, o valor esperado de  $\phi_{12}(\tau)$  pode ser obtido através de

$$E[\phi_{12}(\tau)] = \sum_{\tau=0}^{L-1} \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L S_1(j) S_2(j \oplus \tau) = \frac{K^2}{L}. \quad (3.30)$$

A correlação média não depende da estrutura do código, apenas do seu peso e comprimento. Para um código com  $\lambda = 2$ ,  $\phi_{12}(\tau)$  é uma variável aleatória ternária que pode assumir os valores 0, 1 e 2. Se  $p_1$  e  $p_2$  são as probabilidades dessa variável assumir os valores 1 e 2, respectivamente, então com auxílio de (3.30) obtém-se que

$$E[\phi_{12}(\tau)] = p_1 + 2p_2 = \frac{K^2}{L}. \quad (3.31)$$

Logo, de forma similar ao desenvolvido na subseção 3.3.3 pode-se expressar a função densidade de probabilidade de interferência entre duas seqüências  $(L, K, 2)$  através de

$$p_I(i) = (1 - p_1 - p_2) \delta(i) + p_1 \delta(i-1) + p_2 \delta(i-2). \quad (3.32)$$

As probabilidades  $p_1$  e  $p_2$  dependem do código particular usado. No entanto, a partir da Figura 3-7 pode-se constatar que, para códigos moderadamente densos, a maioria dos padrões de interferência ocorrem em duas marcas simultaneamente. Logo, considerando que  $p_1 \approx 0$ , obtém-se a seguinte aproximação para a Eq. (3.32):

$$p_I(i) \cong \left(1 - \frac{K^2}{2L}\right) \delta(i) + \frac{K^2}{2L} \delta(i-2). \quad (3.33)$$

Novamente, considerando um sistema O-CDMA com  $N$  usuários compartilhando simultaneamente o meio de comunicação, em que cada um sinaliza um bit 1 ativando a sua seqüência particular e transmitindo um bit 0 enviando a palavra toda nula, então o limitante superior para a probabilidade de dois pulsos pertencentes a um certo usuário se sobreponham à duas marcas reservadas do usuário de referência pode ser calculado por



$$q_2 \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{K^2}{2L} = \frac{K^2}{4L}, \quad (3.34)$$

onde o fator  $\frac{1}{2}$  é devido à probabilidade do interferente transmitir um bit 1.

### 3.3.4.1 Probabilidade de Erro com Detecção Convencional

Como, agora, cada evento de interferência corresponde a uma colisão em duas marcas reservadas do usuário de referência, então, para o caso de detecção convencional, a ocorrência de um erro de bit fica condicionado a incidência de pelo menos  $\lceil K/2 \rceil$  eventos de interferência simultâneos sobre a seqüência de interesse, onde  $\lceil x \rceil$  representa o menor inteiro maior ou igual a  $x$ . Logo, o limitante superior da probabilidade de erro para um sistema CDMA unipolar, utilizando seqüências de espalhamento OOC  $(L, K, 2)$  e detecção convencional, pode ser obtido por

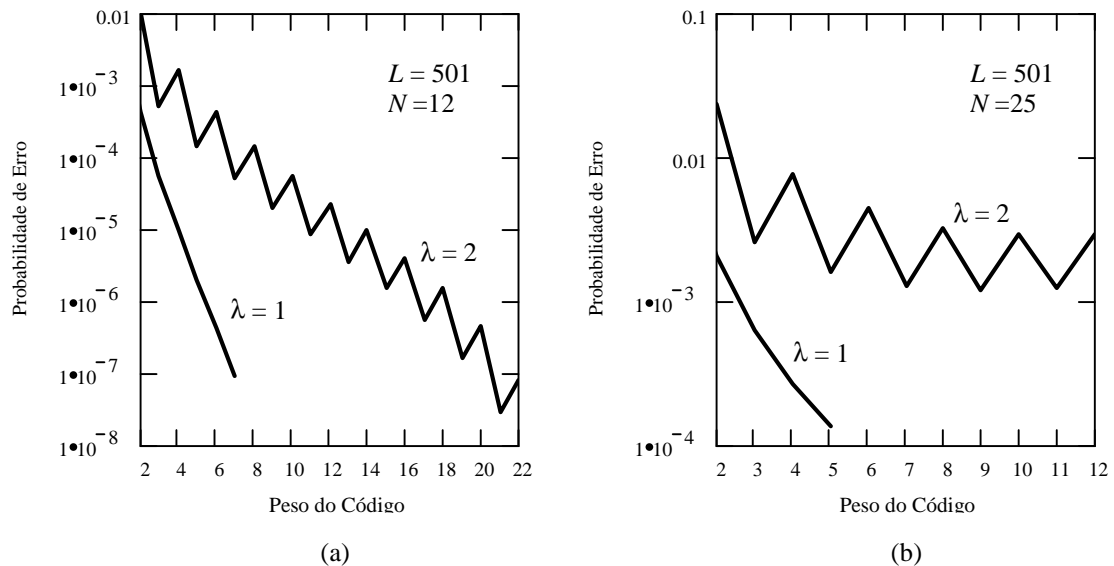
$$P_e \leq \frac{1}{2} \sum_{n=\lceil K/2 \rceil}^{N-1} \binom{N-1}{n} q_2^n (1-q_2)^{N-1-n}, \quad K \text{ par} \quad (3.35)$$

e

$$P_e \leq \frac{1}{2} \sum_{n=\frac{K+1}{2}}^{N-1} \binom{N-1}{n} q_2^n (1-q_2)^{N-1-n}, \quad K \text{ ímpar}. \quad (3.36)$$

A Figura 3-10 mostra dois gráficos comparativos de desempenho para sistemas CDMA utilizando detecção convencional. Cada gráfico mostra a evolução da probabilidade de erro considerando-se a utilização de códigos com  $\lambda = 1$  e  $\lambda = 2$ . Uma propriedade interessante é que, para esse último, os valores da probabilidade de erro oscilam quando se promove o incremento de uma unidade no peso do código, isto é, considerando um valor de  $K$  par, verifica-se que  $P_e(K-1) < P_e(K)$ . Portanto, ao se utilizar um código com  $\lambda = 2$  deve-se adotar, preferencialmente, um valor ímpar para  $K$ . Um segundo aspecto relevante é que, apesar do OOC com  $\lambda = 1$  fornecer menor probabilidade de erro

para um valor de  $K$  fixo, o desempenho do código com  $\lambda = 2$  pode ser superior, pois, dado um número de usuários, o peso máximo disponível para o primeiro se exaure em um valor bem inferior do que para aquele último. Esse fato pode ser observado na Figura 3-10(a). Entretanto, essa característica não ocorre em todas as situações. Na realidade, como mostra a Figura 3-10(b), para um sistema com maior número de usuários, o desempenho do código  $\lambda = 1$  se mostra superior em toda a faixa de valores possíveis para  $K$ .



**Fig. 3-10:** Probabilidade de erro ( $\lambda = 1$ ) e limitante superior da probabilidade de erro ( $\lambda = 2$ ) para detecção convencional em função do peso  $K$ .

### 3.3.4.2 Probabilidade de Erro com Limitação Abrupta

A variação das estatísticas da interferência, entre diferentes usuários utilizando seqüências  $\lambda = 2$  acarreta uma grande complexidade para a análise geral de desempenho dos sistemas CDMA utilizando esses códigos e detecção abrupta. Por essa razão a análise prévia do problema, por meio de uma abordagem aproximada, resultou apenas

em limitantes inferior e superior para a probabilidade de erro [Azi92], conforme descrito a seguir.

Considerando um jogo de loteria em que  $n$  indivíduos são convidados a escolher aleatoriamente um par de números inteiros entre 1 e  $K$  (sem possibilidade de repetição), então, a probabilidade que todos os números sejam selecionados pelos participantes coincide exatamente com  $P_e(n)$  para um código com  $\lambda = 2$ . Se o jogo for modificado de tal forma que agora os jogadores sejam convidados a escolher dois números de forma independente, então a probabilidade que todos os números sejam sorteados diminui devido à possibilidade que algum jogador escolha números idênticos. Esta probabilidade corresponde também ao caso em que  $2n$  participantes escolhem apenas um número cada, o que equivale a  $P_e(2n)$  para o OOC com  $\lambda = 1$ . Logo, um limitante inferior da probabilidade de erro para um sistema CDMA com códigos  $\lambda = 2$  e detecção por limitação abrupta pode ser expresso por

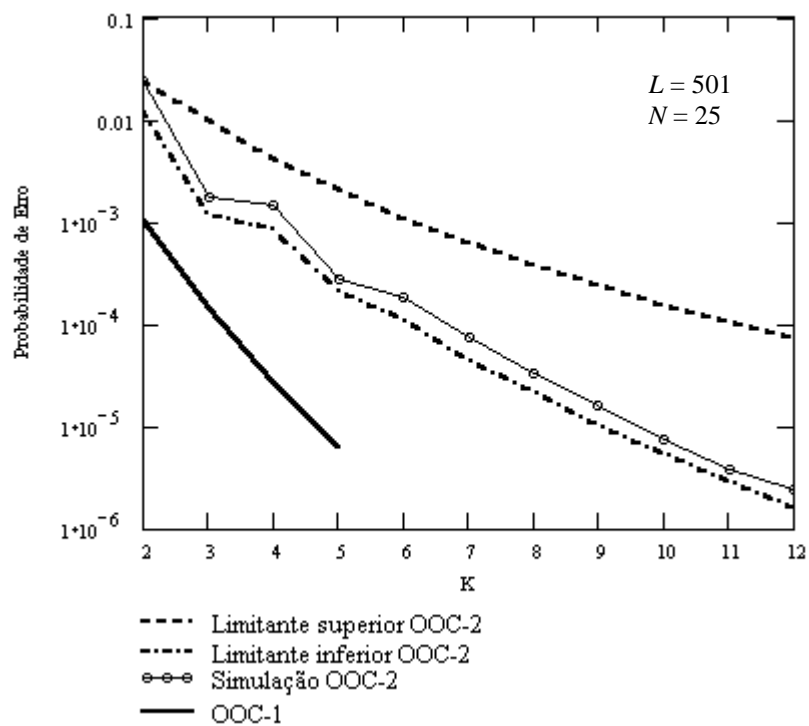
$$P_e \geq \frac{1}{2} \sum_{k=0}^K (-1)^k \binom{K}{k} \left[ 1 - \frac{q_2 k}{K} \left( 2 - \frac{k}{K} \right) \right]^{N-1}. \quad (3.37)$$

Para se obter um limitante superior, o jogo de loteria pode ser modificado de modo que cada participante deve sortear um número entre 1 e  $K/2$ , e escolher o segundo número igual ao primeiro mais  $K/2$ . Com essa modificação a probabilidade de que todos os números sejam sorteados aumenta em relação ao jogo original, onde cada participante sorteava um par de números. Logo, a nova loteria guarda correspondência com o caso de um sistema CDMA utilizando um OOC  $(L, K/2, 1)$  e, portanto, para valores pares de  $K$ , obtém-se

$$P_e \leq \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{K/2} (-1)^k \binom{K/2}{k} \left( 1 - \frac{qk}{K} \right)^{N-1}, \quad (3.38)$$

onde  $q = 2q_2$ , em conformidade com (3.24) e (3.34).

A Figura 3.11 ilustra a dependência do desempenho de um sistema CDMA compartilhado por  $M = 25$  usuários, utilizando um código com comprimento  $N = 501$  e  $\lambda = 2$ , em função do peso do código  $K$ . Estão mostrados os limitantes superior e inferior da probabilidade de erro, bem como os resultados de uma simulação para esse sistema. Como referência também foi incluído o gráfico de probabilidade de erro de um sistema com  $\lambda = 1$  (OOC-1) equivalente. Observa-se que no domínio de existência deste último, o mesmo fornece um desempenho bastante superior em relação ao sistema com  $\lambda = 2$  (OOC-2). No entanto, como o OOC-2 admite valores para  $K$  bem maiores para um dado número de usuários, verifica-se que o seu desempenho pode exceder o do sistema OOC-1, desde que o peso do código seja suficientemente grande.

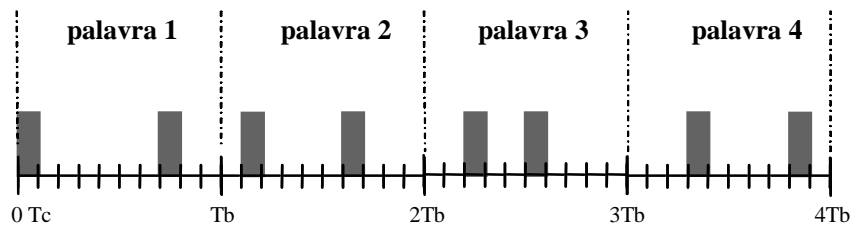


**Figura 3-11:** Limitantes superior e inferior da probabilidade de erro e resultados de simulação para um sistema CDMA com detecção por limitação abrupta, em função do peso  $K$ , para códigos com  $\lambda = 2$ , comparado a um sistema similar utilizando OOC-1.

A expressão exata para a probabilidade de erro para esse caso está demonstrada mais adiante, na Seção 3.5, como consequência da análise de um problema mais geral.

### 3.4 Códigos Ópticos com Salto Temporal

Pode-se estruturar um código unipolar estabelecendo-se a assinatura de cada usuário por meio de uma seqüência composta de diversas palavras, cada uma com duração igual ao intervalo de bit de informação  $T_b$ . Além disso, de forma similar aos códigos OOC, cada palavra é dividida em  $L$  intervalos de chip de duração  $T_c$ , tal que  $T_b = L T_c$  e, para cada palavra,  $K$  chips são alocados dinamicamente, sendo que estes serão ativados se o bit a ser transmitido for igual a um, ou mantidos em zero caso contrário. Assim, a seqüência completa de cada usuário é composta de  $P$  palavras distintas, fazendo com que as posições dos chips alocados varie a cada bit transmitido, configurando, portanto, um código óptico com salto temporal (*optical time hopping - OTH*) conforme ilustrado na Figura 3-12.



**Fig. 3-12:** Seqüência OTH com  $L = 10$ ,  $K = 2$  e  $P = 4$ .

#### 3.4.1 Limitante Inferior da Probabilidade de Erro

Considerando inicialmente que  $L$  e  $P$  são números muito grandes, tendendo a infinito, e que a alocação dos chips é aleatória, obtém-se que a probabilidade de um chip na seqüência ser ativado é dada por

$$p = \frac{K}{2L} \quad (3.39)$$

onde o fator  $\frac{1}{2}$  é devido à possibilidade equiprovável de um bit transmitido ser igual a zero.

Em seguida, considerando-se a existência de  $N$  usuários ocupando o meio de transmissão e que os mesmos operam em sincronismo de chip, a probabilidade de que um determinado chip sofra interferência de pelo menos um dos  $N - 1$  concorrentes é expressa por

$$P_c = 1 - (1 - p)^{N-1}. \quad (3.40)$$

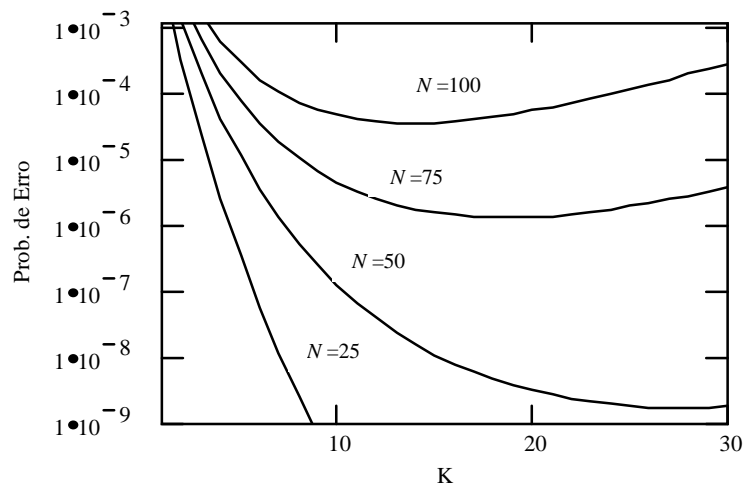
Na ausência de ruído, supondo que o receptor mantém sincronismo perfeito com o transmissor e que o processo de detecção utilize limitação abrupta, a ocorrência de erro em um bit qualquer da seqüência se dá, apenas, quando o bit transmitido for zero e todos os  $K$  chips alocados na palavra em questão sofrerem interferência. Logo, o limitante inferior para a probabilidade de erro de bit para o código OTH pode ser obtido por

$$P_i = \frac{1}{2} P_c^K = \frac{1}{2} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{K}{2L} \right)^{N-1} \right]^K \quad (3.41)$$

Pode-se constatar a partir da equação anterior que as seqüências primas definidas em [5] e [6] são um caso particular das seqüências OTH com  $K = 1$ .

A Figura 3-13 mostra algumas curvas para o limitante inferior da probabilidade de erro em função do peso do código  $K$ , para quantidades distintas de usuários. Observa-se que há um peso ótimo para o código, que fornece o melhor desempenho, para cada valor de  $N$ . Isso decorre do fato que para valores moderados no número de pulsos por bit a

probabilidade de interferência em um chip da seqüência,  $P_c$ , é suficientemente pequena, de modo que o expoente de (3.41) domina, reduzindo a probabilidade de erro com o aumento de  $K$ . Porém, à medida que o peso do código aumenta, a probabilidade de interferência nos chips cresce paulatinamente, invertendo, por fim, o comportamento da probabilidade de erro.



**Fig. 3-13:** Limitante inferior de desempenho do código OTH com  $L = 1000$  chips por bit para 25, 50, 75 e 100 usuários.

O peso ótimo do código,  $K_o$ , pode ser computado numericamente para cada par  $(N, L)$  ou estimado através do inteiro mais próximo ao resultado da seguinte aproximação, obtida a partir de (3.41) para  $N \gg 1$ :

$$K_o \cong \frac{2L}{N} \ln 2. \quad (3.42)$$

Um fato interessante pode ser observado a partir da expressão acima é que a probabilidade de um chip ser ativado, quando  $K_o$  é adotado, tende a

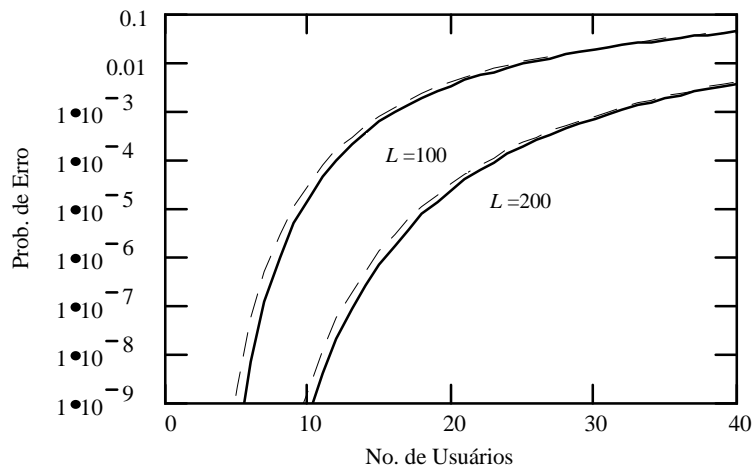
$$P_o = \frac{K_o}{2L} \cong \frac{\ln 2}{N}, \quad (3.43)$$

implicando, neste caso, que

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P_c = \frac{1}{2}. \quad (3.44)$$

Assim, uma estimativa da probabilidade de erro mínima inerente a um código OTH aleatório com detecção por limitação abrupta pode ser obtida substituindo-se as expressões (3.43) e (3.44) em (3.41), resultando na expressão a seguir, ilustrada pela Figura 3-14.

$$P_o \cong \frac{1}{2} \exp\left[-2(\ln 2)^2 \frac{L}{N}\right]. \quad (3.45)$$



**Fig. 3-14:** Probabilidade de erro mínima exata e aproximada (curvas tracejadas) para códigos OTH.



### 3.4.2 Limitante Superior da Probabilidade de Erro

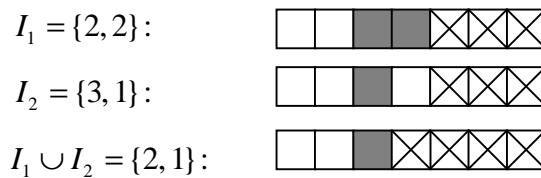
Para se obter um limitante superior para a probabilidade de erro para os códigos OTH, deve-se considerar o pior caso de alinhamento entre as palavras das seqüências interferentes. É um fato conhecido que a taxa de erro é maior quando há sincronismo de chip entre as seqüências [Sal89]. Além disso, a probabilidade de erro de bit aumenta, em certo grau, se as palavras da seqüência encontram-se alinhadas nas fronteiras de bit. Este fato pode ser mostrado através do seguinte exemplo: – Seja um código OTH com  $L = K = N = 2$ . Considerando-se inicialmente o caso bit síncrono, constata-se que ocorrerá erro para um dos usuários se o mesmo transmitir um bit zero e o interferente transmitir um bit um. Logo, a probabilidade de erro neste caso é igual a  $P_1 = 1/4$ . Para o caso assíncrono, o interferente pode estar alinhado na fronteira de bit ou desalinhado com probabilidade  $1/2$ . Se existir alinhamento de bit, a probabilidade de erro será idêntica à computada anteriormente. Caso contrário, um erro somente pode ocorrer se o bit transmitido for zero e os dois bits parcialmente interferentes forem ambos um, resultando numa probabilidade condicional de  $1/8$ . Então, a probabilidade de erro total para o caso bit assíncrono resulta em  $P_2 = 3/16$ , portanto, menor que  $P_1$ .

A expressão da probabilidade de erro exata para o código OTH aleatório, bit e chip-síncronos, pode ser obtida a partir do teorema a seguir, formulado no contexto destes códigos.

**Teorema 1:** *Para uma seqüência com peso  $K$  e comprimento  $L$ , seja  $p(i, j)$  a probabilidade de que pelo menos  $i$  chips selecionados não sejam atingidos, e que pelo menos  $j$  chips em posições determinadas sofram interferência, durante um intervalo de bit, causada por  $n$  interferentes ativos, chip e bit-síncronos. Então, a seguinte igualdade é verdadeira para quaisquer  $i \geq 0$ ,  $j \geq 1$  e  $i + j \leq K \leq L$ :*

$$p(i, j-1) = p(i, j) + p(i+1, j-1) \quad (3.46)$$

**Prova:** Denotando um evento de interferência por  $I = \{i, j\}$  com probabilidade  $p(i, j)$ , onde  $i$  representa o número mínimo de chips livres de interferência;  $j$  o número mínimo de chips que sofrem interferência, produzida em conjunto por  $n$  interferentes ativos, tem-se que os  $L - i - j$  chips restantes são irrelevantes, isto é, podem ter sofrido ou não interferência. Sejam dois eventos de interferência com padrões  $I_1 = \{i, j\}$  e  $I_2 = \{i+1, j-1\}$ . Então, todas as permutações de cada um desses padrões de interferência apresentam probabilidades dadas por  $p(i, j)$  e  $p(i+1, j-1)$ , respectivamente. Considerando, sem perda de generalidade, aquelas permutações em que há coincidência na posição entre  $i$  chips não interferidos de ambos eventos, e, simultaneamente, entre  $j - 1$  chips atingidos, então sempre existirá uma permutação onde em  $I_1$  ocorrerá interferência de pelo menos um dos  $n$  interferentes e em  $I_2$  não, numa posição em comum, conforme ilustrado na Figura 3-15. Assim, como o resultado da união dos eventos é  $I_1 \cup I_2 = \{i, j-1\}$ , conclui-se que a igualdade expressa em (3.46) é válida.



**Fig. 3-15:** Exemplo de padrões de interferência. As posições em branco representam chips não atingidos, as escuras são as atingidas por pelo menos um interferente e aquelas marcadas com um  $\times$  são irrelevantes.

**Corolário 1:** A probabilidade de  $K$  chips sofrerem interferência em um intervalo de bit, em posições determinadas numa seqüência de peso  $K$ , devido a ação de  $n$  interferentes ativos é expressa por

$$p(0, K) = \sum_{k=0}^K (-1)^k \binom{K}{k} p(k, 0) \quad (3.47)$$

**Prova:** A partir de (3.46) pode-se desenvolver a seguinte recorrência:

$$\begin{aligned} p(0, K) &= p(0, K-1) - p(1, K-1) \\ &= p(0, K-2) - 2p(1, K-2) + p(2, K-2) \\ &= p(0, K-3) - 3p(1, K-3) + 3p(2, K-3) - p(3, K-3) \\ &\quad \vdots \\ &= p(0, K-k) - \binom{K}{1} p(1, K-k) + \dots + (-1)^k \binom{K}{k} p(k, K-k) \end{aligned} \quad (3.48)$$

que conduz diretamente à Equação (3.47), ao fazer-se  $k = K$  na igualdade final.

Observa-se a partir de (3.47) que a probabilidade de erro de bit para um código OTH aleatório de peso  $K$ , com sincronismo nos intervalos de chip e bit, e submetido ao efeito de  $n$  interferentes ativos simultaneamente,  $P_s(n) = \frac{1}{2} p(0, K)$ , só depende da seqüência de probabilidades  $p_k(n) = p(k, 0)$ , cuja única restrição é que pelo menos  $k$  chips não sejam atingidos e  $k \leq K$ . Estas probabilidades podem ser computadas por meio da seguinte expressão:

$$\begin{aligned} p_k(n) &= \binom{L-k}{K}^n / \binom{L}{K}^n, \quad 0 \leq k \leq K \\ &= \prod_{i=0}^{k-1} \left( \frac{L-K-i}{L-i} \right)^n, \quad 0 < k \leq K \end{aligned} \quad (3.49)$$

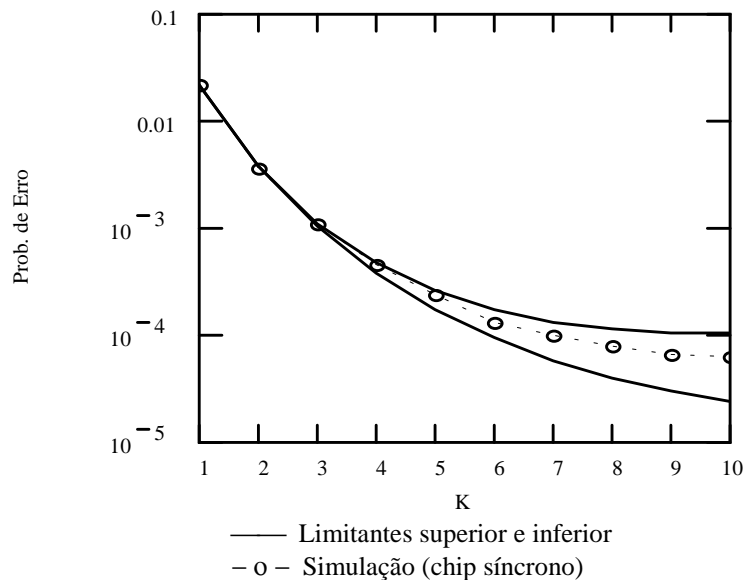
notando que para  $k = 0$  configura-se o evento certo, isto é,  $p_0(n) = 1$ . Desta forma, combinando-se (3.47) e (3.49), obtém-se que

$$P_s(n) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \sum_{k=1}^K (-1)^k \binom{K}{k} \prod_{i=0}^{k-1} \left( \frac{L-K-i}{L-i} \right)^n \right]. \quad (3.50)$$

Finalmente, a probabilidade de erro total pode ser obtida, somando-se a contribuição de todos os padrões de bit dos  $N - 1$  interferentes, isto é

$$P_s = \frac{1}{2^{N-1}} \sum_{n=1}^{N-1} \binom{N-1}{n} P_s(n). \quad (3.51)$$

A expressão acima constitui, portanto, um limitante superior para a probabilidade de erro de bit média para os códigos OTH com seqüências aleatórias assíncronas. A Figura 3-16 mostra as curvas resultantes para os limitantes superior e inferior, bem como os resultados de simulação do código OTH aleatório com sincronismo apenas de chip.



**Fig. 3-16:** Limitantes superior e inferior da probabilidade de erro para OTH aleatório e resultados de simulação ( $L = 100$  e  $N = 10$ ).

### 3.4.3 Construção de Códigos OTH

A concepção das seqüências com salto temporal teve como objetivo maximizar o desempenho, em termos de taxa de erro de bit, para aplicações que requerem códigos unipolares e que utilizem sistema de detecção com limitação abrupta. Códigos como o OOC tiveram como motivador a minimização da autocorrelação e correlação cruzada entre as seqüências, de forma a satisfazer os requisitos de mínima interferência prioritariamente, reduzindo o número total de seqüências disponíveis.

Para um código OTH com parâmetros  $(L, K, P)$ , o número de seqüências distintas disponíveis é expresso por

$$\Theta = \binom{L}{K}^P = \left( \frac{L!}{(L-K)!K!} \right)^P. \quad (3.52)$$

Assim, considerando, por exemplo,  $L = 100$ ,  $K = 10$  e  $P = 1$ , conclui-se a partir de (3.19), (3.28) e (3.52) que o número de seqüências distintas disponíveis, neste caso, são 1, 13 e  $1,7 \cdot 10^{13}$  para os códigos OOC-1, OOC-2 e OTH, respectivamente. Este exemplo ilustra o quão raras são as seqüências bem comportadas, sob o ponto de vista da correlação cíclica, em meio ao caos numérico.

Sob o aspecto do processo de aquisição de sincronismo, o parâmetro essencial não é o valor máximo da autocorrelação para deslocamento relativo diferente de zero,  $\lambda_a$ , nem a correlação cruzada máxima entre seqüências,  $\lambda_c$ , e sim a relação entre o número total de pulsos da seqüência e o valor máximo da (auto)correlação. Assim, pode-se definir uma figura de mérito de correlação para as seqüências unipolares da forma:

$$Q = K \frac{P}{\lambda}, \quad (3.53)$$

onde  $\lambda$  é o valor máximo da correlação entre seqüências de comprimento  $LP$ .

Com esta definição, para o código OOC-1, tem-se que  $Q_1 = K$ . Então, caso se deseje que um código OTH tenha um desempenho, do ponto de vista de sincronismo, similar ao OOC, se poderia adotar seqüências OTH tais que  $\lambda = P$ . No entanto, esta igualdade geralmente não é necessária, pois para minimizar a probabilidade de erro o sistema deverá estar operando com um código de peso próximo ao ótimo que é, normalmente, bem maior que o peso máximo do OOC, para um dado número de usuários do sistema. Uma estimativa do valor de  $\lambda$  para as seqüências OTH em sistemas operando com o peso ótimo obtido em (3.42), que se aproxima do fator de mérito de um sistema OOC-1, considerando-se a restrição em (3.19), e válida desde que  $L > K \gg 1$ , pode ser expressa por

$$\lambda_o = \left\lceil 2 \ln 2 \sqrt{\frac{L}{N}} P \right\rceil. \quad (3.54)$$

Logo, seja qual for o valor adequado de  $Q$  a ser adotado, pode-se concluir que o aumento no número de palavras,  $P$ , permite o relaxamento da restrição de autocorrelação e correlação cruzada das seqüências, aumentando proporcionalmente o valor de  $\lambda$  e com isso, ampliando exponencialmente o número de seqüências que satisfazem o critério. Este fato pode ser comprovado através do cálculo do número máximo de seqüências com valor de  $\lambda$  genérico, obtido a partir do limitante de Johnson para códigos com peso constante [Chu89], adaptado para os códigos OTH:

$$\Theta \leq \left\lceil \frac{(LP-1)(LP-2)\cdots(LP-\lambda)}{PK(PK-1)\cdots(PK-\lambda)} \right\rceil. \quad (3.55)$$

Como  $PK = Q\lambda$ ,  $L > K$  e, geralmente,  $Q \gg 1$ , então a expressão anterior admite a seguinte simplificação:

$$\Theta \leq \left\lfloor \frac{L^\lambda}{PK^{\lambda+1}} \right\rfloor. \quad (3.56)$$

Conclui-se que a escolha adequada do número de palavras das seqüências, permite que se obtenha boas características de autocorrelação e correlação cruzada para as seqüências OTH. Além disso, apesar da probabilidade de erro média com estes códigos não depender de  $P$ , é evidente que o aumento no número de palavras é benéfico, pois a variância na taxa de erro será reduzida ao diminuir a incidência de alinhamentos infortunados entre as palavras.

### 3.5 Comparação de Desempenho entre OTH e OOC

A probabilidade de erro para um código OOC-1 pode ser derivada sob a perspectiva do teorema apresentado na Seção 3.4.2. Neste caso observa-se que cada interferente pode atingir, no máximo, um dos  $K$  chips alocados de uma seqüência OOC-1, isto é, para o caso de um único interferente tem-se que  $p_1(k, 1) = p$  para  $k < K$ , onde  $p$  é a probabilidade de um chip ser atingido, já levando-se em conta a possibilidade do bit interferente ser zero ou um, expressa em (3.39). Logo, como decorrência de (3.46), obtém-se que

$$\begin{aligned} p_1(1, 0) &= p_1(0, 0) - p_1(0, 1) = 1 - p \\ p_1(2, 0) &= p_1(1, 0) - p_1(1, 1) = 1 - 2p \\ &\vdots \\ p_1(k, 0) &= 1 - kp \end{aligned} \quad (3.57)$$

Portanto, a probabilidade de que pelo menos  $k$  chips selecionados não sofram interferência na presença de  $N - 1$  interferentes é expressa por

$$p_k(N-1) = p(k,0) = (1 - kp)^{N-1}. \quad (3.58)$$

Então, com o auxílio de (3.39), (3.47) e (3.58) e, considerando ainda que o evento de erro só ocorre se o bit transmitido for zero, resulta que a probabilidade de erro de bit para o código OOC-1 é dada por

$$P_e = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^K (-1)^k \binom{K}{k} \left(1 - \frac{K}{2L} k\right)^{N-1}, \quad (3.59)$$

reproduzindo a expressão obtida anteriormente em [Azi92].

Para o código OOC-2 até o momento somente se dispunha de expressões para os limitantes superior e inferior da probabilidade de erro [Azi92]. Todavia, à luz dos resultados obtidos, pode-se conseguir uma expressão exata determinando-se, inicialmente, a probabilidade de ausência de interferência em pelo menos  $k$  chips escolhidos de uma seqüência OOC-2 e que, ao mesmo tempo, no mínimo um chip selecionado seja atingido, para o caso de um único interferente. Considerando-se, ainda, que todos os padrões de interferência atingem dois dentre os  $K$  chips alocados, simultaneamente, obtém-se a seguinte expressão, válida para  $k < K$ :

$$p_1(k,1) = \left(1 - \frac{k}{K-1}\right) p. \quad (3.60)$$

Utilizando um processo de recorrência similar àquele desenvolvido em (3.57) e estendendo-se o resultado para a ação de  $N - 1$  interferentes pode-se concluir que

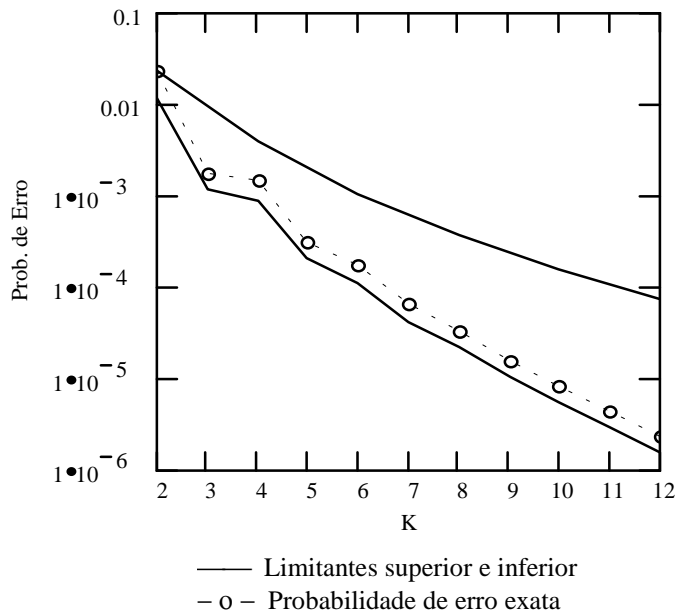
$$p_k(N-1) = \left[1 - kp \left(1 - \frac{k-1}{2(K-1)}\right)\right]^{N-1}. \quad (3.61)$$



Logo, a probabilidade erro de bit para o código OOC-2 pode ser obtida por intermédio de (3.47), conduzindo, finalmente, à seguinte expressão:

$$P_{e2} = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^K (-1)^k \binom{K}{k} \left[ 1 - \frac{K}{4L} k \left( 2 - \frac{k-1}{K-1} \right) \right]^{N-1}. \quad (3.62)$$

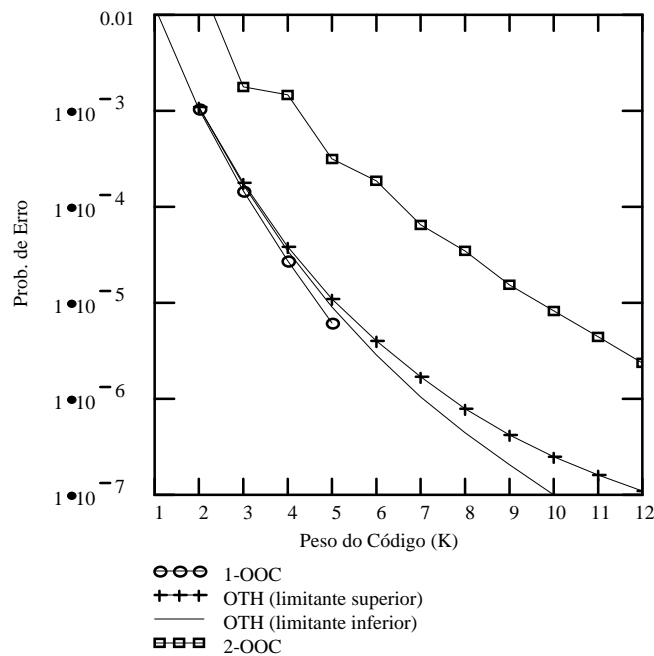
A Figura 3-17 mostra o gráfico resultante da expressão obtida em comparação com os limitantes disponíveis anteriormente. Verifica-se que o resultado está em concordância com a simulação mostrada na Figura 3-11.



**Fig. 3-17:** Comparação entre os resultados da expressão da probabilidade de erro exata para o código OOC-2, e os seus limitantes ( $L = 501$  e  $N = 25$ ).

Além disso, a Figura 3-18 mostra um conjunto de gráficos comparativos de desempenho entre os códigos OTH e OOC. Observa-se que as curvas de probabilidade de erro do código OTH são assintóticas ao OOC-1 para valores pequenos de  $K$ , justamente onde é

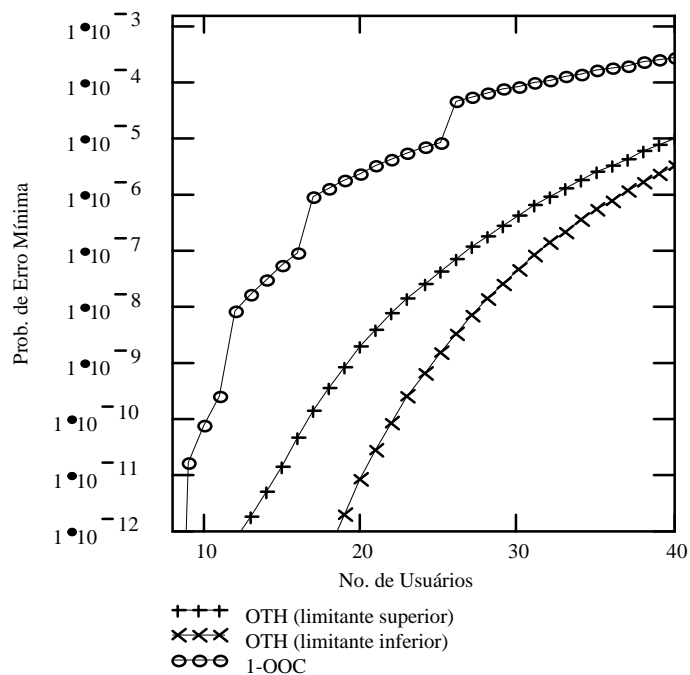
possível se obter seqüências com  $\lambda = 1$ . Logo, a diferença de desempenho entre esses dois códigos é, geralmente, irrelevante no domínio de existência do OOC-1. Além disso, sem a restrição severa no número de seqüências, no caso do OTH é possível alocar um número de marcas por bit maior em relação ao código OOC-1, resultando numa probabilidade de erro bem menor para um mesmo número de usuários no sistema. Observa-se que o código OOC-2, apesar de fornecer um desempenho inferior ao OTH, também tem o potencial de superar o OOC-1, devido à possibilidade que se obtenham seqüências com pesos maiores, para um mesmo número de usuários e, assim, conduzindo a taxas de erro menores que a probabilidade de erro mínima do OOC-1.



**Fig. 3-18:** Desempenho dos códigos OTH e OOC para  $L = 501$  e  $N = 25$  usuários.

Um outro aspecto que pode ser comparado é o desempenho ótimo dos códigos para um comprimento das palavras constante, em função do número de usuários do sistema,

conforme mostrado na Figura 3-19. Para isso é necessário que os sistemas sejam dimensionados adotando-se o código de maior peso possível, para um dado número de usuários, no caso do OOC-1, e utilizando-se o peso ótimo, no caso do OTH. Observa-se que o OOC-1 somente tem desempenho superior, em termos de probabilidade de erro, para sistemas com número de usuários muito pequeno, correspondente à região em que este código apresenta probabilidade de erro de bit nula, isto é, para  $N < K_{\max} + 1$ . No gráfico do OOC, os saltos bruscos observados na taxa de erro são devidos ao esgotamento das seqüências para um certo valor de  $K$ , forçando a redução do peso do código em uma unidade.



**Fig. 3-19:** Probabilidade de erro mínima para os códigos OOC-1 e OTH para  $L = 501$ .

# Capítulo 4

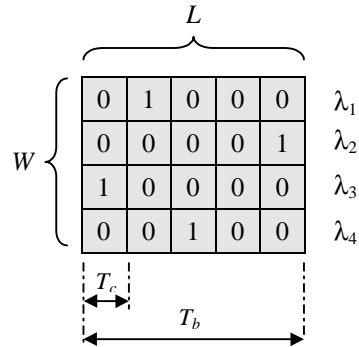
## ANÁLISE DE DESEMPENHO DE CÓDIGOS PPM MULTIDIMENSIONAIS EM SISTEMAS O-CDMA

### 4.1 Introdução

Existem algumas opções de implementação de sistemas O-CDMA utilizando códigos PPM. O sistema mais simples e concebido em primeiro lugar consiste na designação de uma seqüência binária de comprimento  $L$  e peso unitário para cada usuário do sistema. Deste modo, cada seqüência apresenta apenas um chip diferente de zero. A transmissão de um bit 1 é realizada pelo envio da seqüência designada ao usuário através do canal, enquanto que o bit 0 é sinalizado por meio da seqüência toda nula. Esse sistema CDMA unipolar simples, configurando um esquema de sinalização do tipo OOK, foi analisado na Seção 3.2.

Sistemas mais sofisticados podem ser concebidos, empregando códigos PPM multidimensionais conforme proposto em [Par92], [Tan96], [Shi98] e [Cha01]. Nestes casos, os códigos são construídos de modo a espalhar a informação temporalmente e em múltiplos comprimentos de onda. Assim, cada bit pode ser codificado por meio de  $W$  seqüências PPM de comprimento  $L$ , transmitidas simultaneamente. Portanto, uma palavra pertencente a um código PPM multidimensional pode ser representada por uma matriz binária de dimensões  $W \times L$ , apresentando um único elemento 1 em cada uma das

suas linhas. A Figura 4-1 ilustra, como exemplo, a representação de uma palavra de um código PPM (4×5).



**Fig. 4-1:** Exemplo de palavra de um código PPM com dimensões  $W = 4$  e  $L = 5$ .

Além do esquema de sinalização OOK, os códigos PPM multidimensionais podem ser empregados em sistemas com sinalização OOO (*on-off orthogonal*). Neste caso utilizam-se dois sub-canais OOK complementares em comprimentos de onda distintos, para cada uma das seqüências PPM, de tal forma que apenas um deles seja ativado durante o intervalo de sinalização, dependendo do estado do bit a ser transmitido.

## 4.2 Análise Estatística da Interferência O-CDMA

Nesta seção efetua-se a análise estatística da interferência em sistemas O-CDMA/PPM, em continuidade à análise preliminar realizada na Seção 3.2, com o intuito de se conhecer a sua função de distribuição de probabilidade.

### 4.2.1 Interferência em Sistemas com Sinalização OOK

Conforme já descrito, para um sistema O-CDMA a intensidade da interferência  $x_i$ , resultante da ação do sinal do  $i$ -ésimo usuário sobre um determinado chip da seqüência

de um usuário de referência, é uma variável aleatória contínua que pode assumir valores entre 0 e 1. Para sistemas que empregam seqüências PPM e sinalização OOK, a função densidade de probabilidade dessa interferência é expressa por (3.4), isto é

$$f_i(x_i) = (1-p)\delta(x_i) + p[u(x_i) - u(x_i - 1)], \quad (4.1)$$

onde  $\delta(\cdot)$  é a função *delta de Dirac* e  $u(\cdot)$  é a função *degrau de Heaviside*. Além disso, a probabilidade de superposição parcial de um pulso da seqüência do  $i$ -ésimo usuário sobre um chip específico da seqüência de referência de comprimento  $L$ , já considerando que a probabilidade de ativação do canal é  $1/2$ , é dada por (3.5), ou seja:

$$p = \frac{1}{L}. \quad (4.2)$$

A intensidade total de interferência em qualquer chip da seqüência de referência, causada pela ação independente de  $n$  usuários adicionais durante um intervalo de bit é uma nova variável aleatória, expressa por

$$x = x_1 + x_2 + \dots + x_n. \quad (4.3)$$

Logo, a função densidade de probabilidade relativa à ação conjunta de  $n$  interferentes resulta na convolução das f.d.p. individuais [Pap91], isto é

$$f_x(x) = f_1(x_1) * f_2(x_2) * \dots * f_n(x_n) \quad (4.4)$$

Existe um caminho efetivo para o cômputo dessa f.d.p., a partir da obtenção da função geradora de momentos (f.g.m.) de  $f_i(x_i)$ , dada por

$$\Phi_i(s) = E\left[ e^{sx_i} \right] = 1 - p + p \frac{e^s - 1}{s}. \quad (4.5)$$

Conseqüentemente, a função geradora de momentos da interferência conjunta, referente a (4.4), pode ser obtida pelo produto das f.g.m. individuais [Pap91], isto é

$$\Phi_x(s) = \Phi_1(s) \cdot \Phi_1(s) \cdots \Phi_n(s) = [\Phi_i(s)]^n, \quad (4.6)$$

cujo resultado pode ser escrito por meio do seguinte desenvolvimento

$$\begin{aligned} \Phi_x(s) &= \left(1 - p + p \frac{e^s - 1}{s}\right)^n \\ &= \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j} \left(\frac{e^s - 1}{s}\right)^j \\ &= \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^j \binom{n}{j} \binom{j}{k} p^j (1-p)^{n-j} \frac{(-1)^k e^{sk}}{(-s)^j}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Lembrando que os momentos de uma variável aleatória podem ser obtidos diretamente das derivadas da f.g.m. na origem, isto é,  $E\{x^k\} = \Phi_x^{(k)}(0)$ , então a média e a variância da interferência de múltiplo acesso são dadas, respectivamente, por

$$\mu_x = \Phi_x^{(1)}(0) = \frac{1}{2} p n \quad (4.8)$$

e

$$\sigma_x^2 = \Phi_x^{(2)}(0) - \mu_x^2 = \frac{4-3p}{12} p n. \quad (4.9)$$

Finalmente, a f.d.p. da interferência de múltiplo acesso pode ser calculada, tomando-se a transformada inversa de (4.7), o que resulta em

$$\begin{aligned} f_x(x) &= (1-p)^n \delta(x) \\ &+ \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^j \binom{n}{j} \binom{j}{k} p^j (1-p)^{n-j} \frac{(x-k)^{j-1}}{(-1)^k (j-1)!} u(x-k). \end{aligned} \quad (4.10)$$

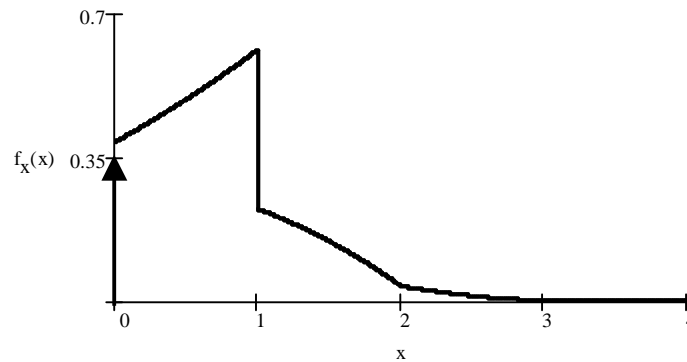
A partir do resultado obtido, nota-se que um determinado chip da seqüência pode permanecer isento de interferência com uma probabilidade definida por

$$P(x = 0) = (1 - p)^n . \quad (4.11)$$

Além disso, a f.d.p. pode ser segmentada em  $n$  seções  $f_x(x < n)$  devido ao degrau deslocado presente à direita de (4.10). Em particular, o primeiro desses segmentos pode ser obtido restringindo  $k = 0$  na equação e, conseqüentemente, obtendo-se que

$$f_x(x < 1) = (1 - p)^n \delta(x) + \sum_{j=1}^n \binom{n}{j} p^j (1 - p)^{n-j} \frac{x^{j-1}}{(j-1)!} . \quad (4.12)$$

A Figura 4-2 mostra o gráfico da f.d.p. da interferência para um sistema O-CDMA com sinalização OOK, onde se observa a natureza assimétrica e exclusivamente positiva da interferência.



**Fig. 4-2:** Função densidade de probabilidade para um sistema O-CDMA com sinalização OOK e seqüências PPM ( $L = 10$  e  $n = 10$ ).



## 4.2.2 Interferência em Sistemas com Sinalização OOO

O sistema de sinalização unipolar binária OOO emprega dois sub-canais OOK (dois comprimentos de onda). Durante o intervalo de sinalização, a seqüência PPM é transmitida através de um dos sub-canais, enquanto que o outro permanece inativo, dependendo do estado do bit. Assim, o receptor incorpora dois detectores, um para cada sub-canal, seguido de um decodificador que decide pelo detector que apresenta a maior saída. Equivalentemente, o decodificador pode efetuar a decisão subtraindo as saídas dos detectores e comparando o resultado com zero.

Considerando a última alternativa, a intensidade da interferência diferencial  $x_i$ , resultante da ação do sinal do  $i$ -ésimo usuário sobre um determinado chip da seqüência de um usuário de referência é uma variável aleatória contínua que pode assumir valores normalizados entre  $-1$  e  $1$ . Logo, essa interferência segue uma distribuição expressa por

$$f_i(x_i) = (1 - 2p)\delta(x_i) + p[u(x_i + 1) - u(x_i - 1)], \quad (4.13)$$

onde  $p$  é a probabilidade de interferência parcial fornecida em (4.2).

Pelas mesmas razões expressas em (4.3), (4.4) e (4.6), a f.g.m. da interferência devido a ação de  $n$  usuários concorrentes pode ser escrita, neste caso, como

$$\begin{aligned} \Phi_x(s) &= \left(1 - 2p + p \frac{e^{-s} - e^s}{-s}\right)^n \\ &= \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^j \binom{n}{j} \binom{j}{k} p^j (1 - 2p)^{n-j} \frac{(-1)^k e^{(2k-j)s}}{(-s)^j}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Assim, a média e variância da interferência de múltiplo acesso para sinalização OOO são dadas, respectivamente, por

$$\mu_x = \Phi_x^{(1)}(0) = 0 \quad (4.15)$$

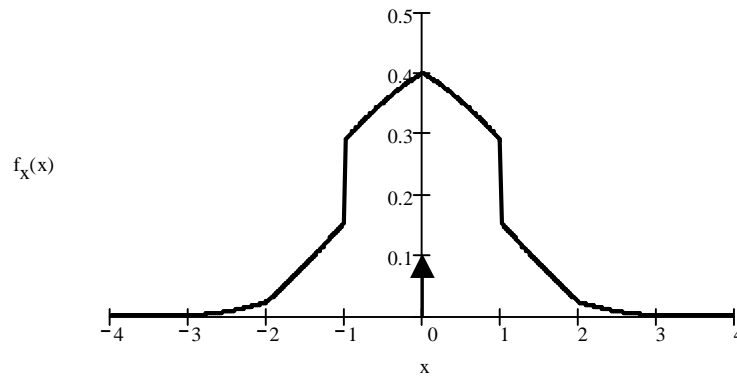
e

$$\sigma_x^2 = \Phi_x^{(2)}(0) - \mu_x^2 = \frac{2}{3} p n. \quad (4.16)$$

Além disso, a f.d.p. da interferência resultante da ação conjunta de  $n$  usuários concorrentes é dada por

$$f_x(x) = (1-2p)^n \delta(x) + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^j \binom{n}{j} \binom{j}{k} p^j (1-2p)^{n-j} \frac{(x+j-2k)^{j-1}}{(-1)^k (j-1)!} u(x+j-2k). \quad (4.17)$$

A Figura 4-3 ilustra a forma da f.d.p. da interferência diferencial de múltiplo acesso para sinalização OOO. Nota-se a característica simétrica em torno da origem neste caso.



**Fig. 4-3:** Função densidade de probabilidade para um sistema O-CDMA com sinalização OOO e seqüências PPM ( $L = 10$  e  $n = 10$ ).

### 4.3 Desempenho de Sistemas O-CDMA Multidimensionais

Nesta seção realiza-se uma análise de desempenho de sistemas CDMA unipolares, compartilhados por  $N$  usuários no total, utilizando códigos PPM multidimensionais aleatórios. Os resultados obtidos consideram implicitamente que as fontes de dados geram bits equiprováveis e que o único fator de degradação do sinal de um usuário específico é a interferência aditiva causada pela ação simultânea de  $n = N - 1$  usuários independentes.

#### 4.3.1 Sistemas O-CDMA com Sinalização OOK Unidimensional

A probabilidade de erro média na saída de um canal binário, acoplado na entrada a uma fonte equiprovável é dada por

$$P_e = \frac{1}{2} [P_e(\bar{s}_0) + P_e(\bar{s}_1)] \quad (4.18)$$

Nos sistemas O-CDMA não coerentes a interferência é uma grandeza inerentemente positiva e, dado que o tipo de sinalização empregada é OOK, um erro pode ocorrer somente quando o símbolo  $\bar{s}_0$  é transmitido. Portanto, neste caso tem-se que  $P_e(\bar{s}_1) = 0$  idealmente.

Assim, para sistemas que empregam códigos PPM unidimensionais, a ocorrência de um erro se dá quando transmite-se a seqüência nula e a intensidade de interferência na posição de um chip em particular excede um limiar de decisão positivo, isto é,  $x \geq \gamma$ . Logo, a probabilidade de erro neste caso pode ser expressa como

$$\begin{aligned}
P_e &= \frac{1}{2} P_e(\bar{s}_0) = \frac{1}{2} P(x \geq \gamma) \\
&= \frac{1}{2} [1 - P(x < \gamma)].
\end{aligned} \tag{4.19}$$

Naturalmente, o valor ótimo do limiar de decisão normalizado é  $\gamma = \gamma_o = 1$ . Contudo, na implementação de sistemas OOK é necessário estimar dinamicamente o nível do limiar de decisão no receptor, para a decodificação efetiva dos dados transmitidos. Conseqüentemente, o efeito devido a variações em  $\gamma$  devem ser previstos.

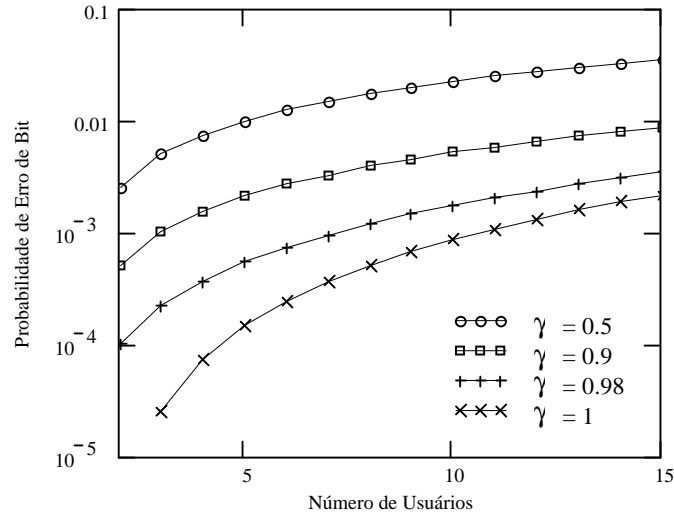
Assim, a partir de (4.12) obtém-se que

$$\begin{aligned}
P(x < \gamma) &= \int_0^\gamma f_x(x < 1) dx \\
&= \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} \frac{\gamma^j}{j!} p^j (1-p)^{n-j}
\end{aligned} \tag{4.20}$$

e, portanto, a dependência da probabilidade de erro nos sistemas O-CDMA/OOK unidimensionais, em função do limiar de decisão pode ser expressa por

$$P_e = \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{N-1} \binom{N-1}{j} \left( 1 - \frac{\gamma^j}{j!} \right) p^j (1-p)^{N-1-j}. \tag{4.21}$$

A Figura 4-4 ilustra o desempenho de um sistema O-CDMA empregando seqüências PPM unidimensionais para diversos valores de  $\gamma$ . Verifica-se que a degradação de desempenho é substancial, mesmo para desvios relativamente pequenos em relação ao limiar de decisão ótimo. Além disso, comparando-se o gráfico da probabilidade de erro para  $\gamma=1/2$  com o desempenho obtido no Capítulo 3 para o caso PPM chip-síncrono e ilustrado na Figura 3-3, verifica-se que ambos são aproximadamente iguais.



**Fig. 4-4:** Probabilidade de erro para um sistema O-CDMA com sinalização OOK e empregando seqüências PPM unidimensionais de comprimento  $L = 100$ , para diferentes valores de limiar de decisão no receptor.

Assim, pode-se concluir que a degradação de desempenho no caso chip-síncrono é equivalente a uma redução no nível de limiar para, aproximadamente, 50% do valor ótimo. Isto ocorre porque a f.d.p. de interferência contínua produzida por um único usuário, descrita por (4.1) e (4.2), após o processo de detecção com  $\gamma = 1/2$  se transforma na seguinte f.d.p. discreta:

$$f_i(x_i) = \left(1 - \frac{1}{2L}\right)\delta(x_i) + \frac{1}{2L}\delta(x_i - 1), \quad (4.22)$$

que é justamente a f.d.p. de interferência causada por um usuário em sincronismo de chip com o usuário de referência.

### 4.3.2 Sistemas O-CDMA com Sinalização OOK Multidimensional

A sinalização OOK multidimensional consiste na transmissão de um bit através de  $W$  seqüências PPM simultaneamente, cada uma ocupando um comprimento de onda distinto. Para esses sistemas há duas técnicas de detecção possíveis: *convencional* (detector SUM) e *limitação abrupta* (detector AND).

No primeiro caso pode-se aplicar um atraso variável em cada um dos  $W$  sinais PPM recebidos, de modo a fazer com que as posições de chip de cada seqüência estejam alinhadas, somando-os em seguida, de modo a gerar um único pulso resultante. Assim, tem-se que a interferência combinada de  $W$  sinais aleatórios independentes, cada um com a f.d.p. especificada em (4.10), forma um novo processo aleatório  $y$  cuja f.d.p. é similar a (4.10), exceto que, neste caso,  $n = W(N - 1)$ .

O processo de decodificação consiste na comparação entre a amplitude do pulso resultante e um limiar de decisão  $\gamma$ . O melhor desempenho é obtido para  $\gamma_o = W$  e, conseqüentemente, a probabilidade de erro para o detector SUM ideal pode ser calculada por

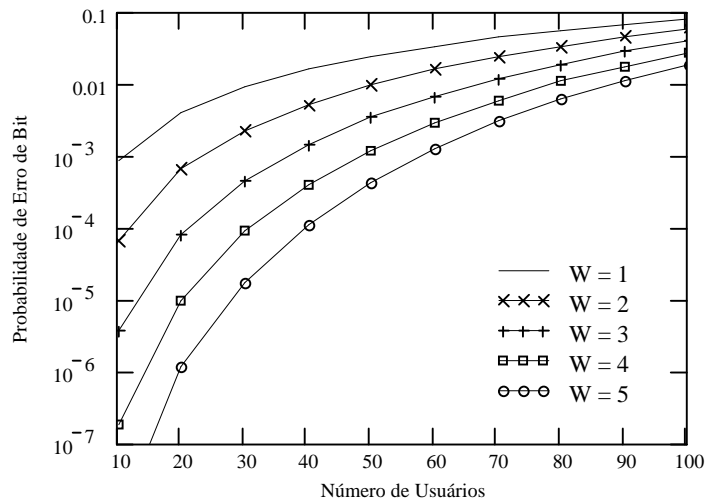
$$P_e = \frac{1}{2} [1 - P(y < W)], \quad (4.23)$$

onde  $P(y < W)$  representa a probabilidade que a intensidade da interferência resultante seja menor que a soma das amplitudes de  $W$  pulsos combinados. Essa probabilidade pode ser determinada pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned} P(y < W) &= \int_0^W f_y(y | y < W) dy \\ &= \sum_{j=0}^n \sum_{\substack{k=0 \\ k < W}}^j \binom{n}{j} \binom{j}{k} p^j (1-p)^{n-j} \frac{(W-k)^j}{(-1)^k j!}, \end{aligned} \quad (4.24)$$

para a qual tem-se que  $n = W(N - 1)$ .

O desempenho do detector SUM ideal encontra-se ilustrado na Figura 4-5. Como pode ser observado, o aumento no peso do código  $W$  resulta em menor probabilidade de erro, às custas da menor eficiência espectral. No entanto, verifica-se que a melhoria no desempenho é relativamente modesta quando o sistema é submetido a tráfego intenso.



**Fig. 4-5:** Desempenho do detector SUM em sistemas O-CDMA com sinalização OOK e empregando seqüências PPM multidimensionais de comprimento  $L = 100$ , em função do número de usuários, para diferentes valores de peso do código  $W$ .

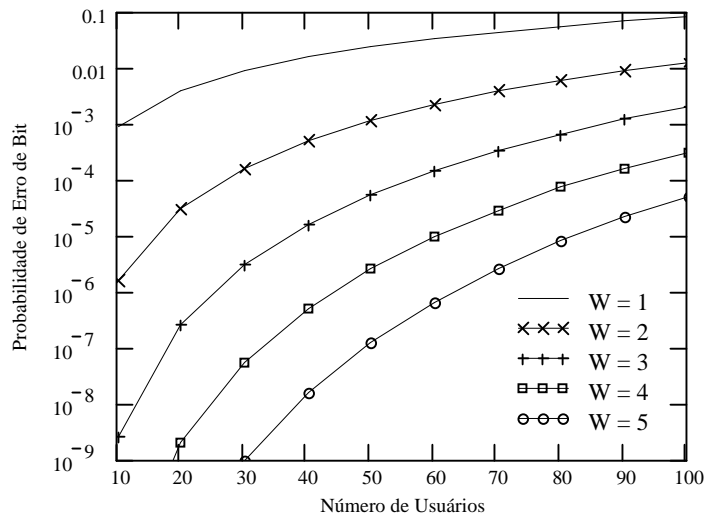
No segundo método de detecção emprega-se um detector AND. A detecção é realizada de forma independente em cada uma das  $W$  seqüências PPM recebidas e a saída binária de cada detector é obtida por comparação com um nível de limiar  $\gamma$ . A decisão final é realizada efetuando-se a lógica booleana “E” sobre todas saídas binárias dos detectores. Neste caso, um erro ocorre apenas quando um bit 0 é transmitido e a intensidade de interferência excede o limiar em todos detectores. Logo, a probabilidade de erro de bit pode ser escrita como

$$\begin{aligned}
P_e &= \frac{1}{2} [P(x \geq \gamma)]^W \\
&= \frac{1}{2} [1 - P(x < \gamma)]^W,
\end{aligned} \tag{4.25}$$

que com a substituição de (4.20) torna-se

$$P_e = \frac{1}{2} \prod_{i=1}^W \sum_{j=0}^{N_u-1} \binom{N_u-1}{j} \left(1 - \frac{\gamma^j}{j!}\right) p^j (1-p)^{N_u-1-j}. \tag{4.26}$$

A Figura 4-6 ilustra o desempenho de um detector AND ideal ( $\gamma = \gamma_o = 1$ ) para crescentes pesos do código. A comparação entre as Figuras 4-5 e 4-6 mostra que o desempenho da detecção por limitação abrupta é significativamente superior em relação à detecção convencional, inclusive para situações em que o sistema é compartilhado por muitos usuários.



**Fig. 4-6:** Desempenho do detector AND em sistemas O-CDMA com sinalização OOK e empregando seqüências PPM multidimensionais de comprimento  $L = 100$ , em função do número de usuários, para diferentes valores de peso do código,  $W$ .



### 4.3.3 Sistemas O-CDMA com Sinalização OOK

Os sistemas que utilizam sinalização OOK, estudados na seção anterior, têm a desvantagem de necessitar uma estimativa do limiar de decisão no receptor. Conforme foi verificado, pequenos desvios no nível de limiar em relação ao ideal resultam em degradação substancial no desempenho. De modo a eliminar essa exigência, pode-se empregar, alternativamente, um esquema de sinalização unipolar ortogonal.

A técnica de sinalização binária ortogonal OOK multidimensional emprega  $W$  seqüências de comprimento  $L$  e  $2W$  sub-canais (comprimentos de onda) agrupados em pares. Assim, a cada intervalo de símbolo apenas um sub-canal do par é ativado com a seqüência PPM correspondente, enquanto o outro permanece desativado, dependendo do estado do bit sendo transmitido. Os conjuntos de seqüências temporais PPM são configurados de modo similar ao ilustrado na Figura 4-1.

Para o caso mais simples, em que  $W = 1$ , o receptor incorpora dois detectores OOK unidimensionais, um para cada comprimento de onda, seguido por um decodificador que seleciona a maior das saídas ou, de forma equivalente, subtraindo as saídas dos detectores e comparando o resultado obtido com zero. Assim, a partir de (4.18), pode-se escrever que

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{1}{2} [P(x > 0 | \bar{s}_0) + P(x < 0 | \bar{s}_1)] \\ &= P(x > 0 | \bar{s}_0) = P(x < 0 | \bar{s}_1), \end{aligned} \quad (4.27)$$

onde  $x$  representa a variável aleatória de interferência diferencial na saída do detector, cuja f.d.p. foi obtida em (4.17). Logo, para o caso particular no qual  $W = 1$  essa probabilidade de erro pode ser expressa por

$$\begin{aligned}
P_e &= P(x < 0 | \bar{s}_1) = \int_{-\infty}^0 f_x(x | \bar{s}_1) dx = \int_{-\infty}^{-1} f_x(x) dx \\
&= \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=0}^{j-1} \binom{N-1}{j} \binom{j}{k} p^j (1-2p)^{N-1-j} \frac{(j-2k-1)^j}{(-1)^k j!} u(j-2k-1).
\end{aligned} \tag{4.28}$$

No caso geral a sinalização binária é realizada transmitindo-se  $W$  seqüências, em dois conjuntos de comprimentos de onda, simultaneamente. O método de detecção convencional neste caso consiste do emprego de dois detectores SUM, idênticos aos usados no caso de sinalização OOK, um para cada conjunto. Novamente, a estratégia de decisão pode ser baseada na escolha da saída de maior valor ou, equivalentemente, comparando-se a diferença entre as saídas dos detectores com zero. Na segunda opção, a variável aleatória  $y = x_1 - x_0$ , que representa a interferência diferencial conjunta, tem uma f.d.p. similar àquela obtida em (4.17), apenas ressaltando-se que  $n = W(N-1)$ . Assim, a expressão geral para se determinar a probabilidade de erro para sistemas com sinalização OOK e detecção convencional é dada por

$$\begin{aligned}
P_e &= P(y < 0 | \bar{s}_1) = \int_{-\infty}^0 f_y(y | \bar{s}_1) dy = \int_{-\infty}^{-W} f_y(y) dy \\
&= \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{j-1} \binom{n}{j} \binom{j}{k} p^j (1-2p)^{n-j} \frac{(j-2k-W)^j}{(-1)^k j!} u(j-2k-W),
\end{aligned} \tag{4.29}$$

onde  $n = W(N-1)$ .

Uma outra técnica de detecção para sinalização OOK, que dispensa a estimação do limiar de decisão e fornece um desempenho superior em relação ao método anterior, pode ser implementada a partir de dois detectores AND modificados. Para este fim, pode-se conceber um detector AND equivalente empregando  $W$  detectores unidimensionais seguidos por um elemento de decisão que compara a saída de menor amplitude com o limiar  $\gamma$ . Assim, torna-se possível a detecção de sinais OOK

modificando-se os detectores AND de modo a comparar as saídas de menor amplitude de cada detector. Este processo de decisão é quase ótimo e pode ser descrito por

$$\hat{m} = \max \left\{ \min \left( d_1^{(0)}, \dots, d_w^{(0)} \right), \min \left( d_1^{(1)}, \dots, d_w^{(1)} \right) \right\}, \quad (4.30)$$

onde  $\mathbf{d}^{(0)}$  e  $\mathbf{d}^{(1)}$  são os vetores de saída de cada um dos detectores.

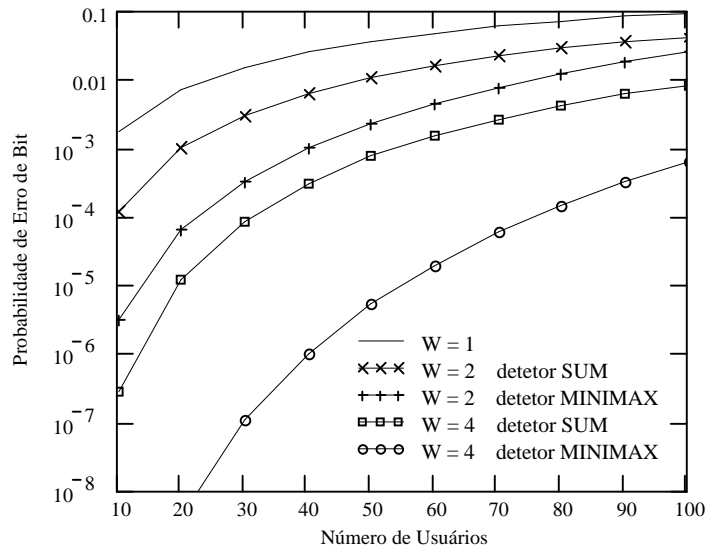
O detector *minimax*, assim denominado devidos às operações de minimização e maximização em (4.30), fornece um desempenho superior ao que seria obtido utilizando-se detectores AND na detecção de sinais OOO. Isso pode ser verificado no caso em que ambas as saídas dos detectores excedem o valor ótimo do limiar de decisão, resultando numa probabilidade de erro condicional igual a meio no caso do detector AND e um valor menor no caso do minimax.

Portanto, a probabilidade de erro do detector minimax fica limitada, no máximo, àquela correspondente ao caso de dois detectores AND, isto é

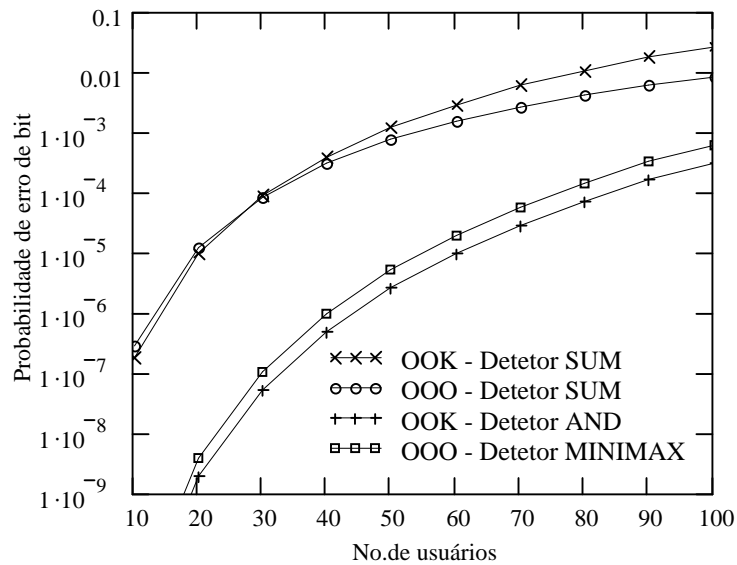
$$P_e \leq \prod_{i=1}^W \sum_{j=0}^{N_u-1} \binom{N_u-1}{j} \left( 1 - \frac{1}{j!} \right) p^j (1-p)^{N_u-1-j}. \quad (4.31)$$

A Figura 4-7 mostra o desempenho dos sistemas O-CDMA que empregam sinalização OOO comparativamente. Como esperado, o detector minimax apresenta um desempenho superior, especialmente para maiores valores de  $W$ .

Finalmente, a Figura 4-8 mostra uma comparação de desempenho entre as sinalizações OOK e OOO. Como pode ser notado nessa figura, o desempenho obtido com ambos os tipos de sinalização é bastante similar. Para o detector SUM o desempenho do OOO é um pouco melhor para situações de alto tráfego em relação ao OOK.



**Fig. 4-7:** Desempenho comparativo entre detectores SUM e MINIMAX em sistemas O-CDMA com sinalização OOO empregando seqüências PPM multidimensionais de comprimento  $L = 100$ , em função do número de usuários, para diferentes valores de peso do código  $W$ .



**Fig. 4-8:** Desempenho comparativo entre sistemas O-CDMA com sinalização OOK e OOO para  $W = 4$  e  $L = 100$ .

## 4.4 Análise Estatística do Ruído e Interferência Combinados

A interferência é um fator de degradação inerente aos sistemas CDMA e, portanto, o projeto desses sistemas requer esquemas eficientes para combater os seus efeitos negativos. Além disso, todos os sistemas de comunicação sofrem, em algum grau, os efeitos do ruído presente nos dispositivos elétricos, eletrônicos e fotônicos.

O escopo do presente trabalho não contempla o estudo de dispositivos eletrônicos e/ou fotônicos. Assim, as características específicas do ruído não podem ser determinadas explicitamente. No entanto, considerando que o ruído total é composto pela contribuição de diversas fontes, pode-se invocar o *Teorema Central do Limite* e adotar o canal AWGN (*ruído aditivo branco gaussiano*) como modelo. A seguir efetua-se uma análise estatística do efeito conjunto do ruído branco gaussiano e da interferência.

### 4.4.1 Ruído e Interferência em Sistemas com Sinalização OOK

O ruído está sendo considerado um processo aleatório branco gaussiano de média nula. Portanto, a f.d.p. do ruído pode ser escrita como

$$f_R(r) = \frac{1}{\sigma_r \sqrt{2\pi}} e^{-r^2/2\sigma_r^2}, \quad (4.32)$$

onde  $\sigma_r^2$  é a variância do ruído. Conseqüentemente, a f.g.m. do ruído é dada por

$$\Phi_R(s) = E[e^{sR}] = e^{\sigma_r^2 s^2/2}. \quad (4.33)$$

O efeito combinado da interferência e do ruído aditivo sobre qualquer intervalo de chip resulta em um novo processo aleatório, descrito por

$$Y = X + R \quad (4.34)$$

e a distribuição da nova variável aleatória resulta na convolução entre as funções densidade de probabilidade da interferência e do ruído, isto é

$$f_Y(y) = f_X(x) * f_R(r) \quad (4.35)$$

O resultado da operação indicada em (4.35) pode ser obtido de modo conveniente a partir da transformada inversa da f.g.m. da variável aleatória Y [Pap91] calculada por:

$$\Phi_Y(s) = \Phi_X(s) \cdot \Phi_R(s) \quad (4.36)$$

e, substituindo na expressão anterior os resultados fornecidos em (4.7) e (4.33), para sinalização OOK, obtém-se que

$$\Phi_Y(s) = \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^j \binom{n}{j} \binom{j}{k} p^j (1-p)^{n-j} \frac{(-1)^k}{(-s)^j} e^{sk} e^{\sigma_r^2 s^2 / 2}. \quad (4.37)$$

Para se obter a transformada inversa de (4.37) pode-se usar o resultado obtido para a f.g.m. de uma variável aleatória gaussiana de média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , expresso por

$$\Phi(s) = e^{\mu s} e^{\sigma^2 s^2 / 2}, \quad (4.38)$$

em conjunto com a transformada da função integral, definida como  $g(u) = \int_{-\infty}^u f(t) dt$ , dada por

$$G(s) = E[g(u) e^{su}] = -\frac{1}{s} F(s). \quad (4.39)$$

Logo, aplicando-se (4.38) e (4.39) em (4.37) obtém-se que a f.d.p. da interferência combinada ao ruído para sinalização OOK resulta em

$$f_Y(y) = \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^j \binom{n}{j} \binom{j}{k} p^j (1-p)^{n-j} \frac{(-1)^k}{\sigma_r \sqrt{2\pi}} \underbrace{\int \cdots \int}_{j}^y \exp\left(-\frac{(t-k)^2}{2\sigma_r^2}\right) dt. \quad (4.40)$$

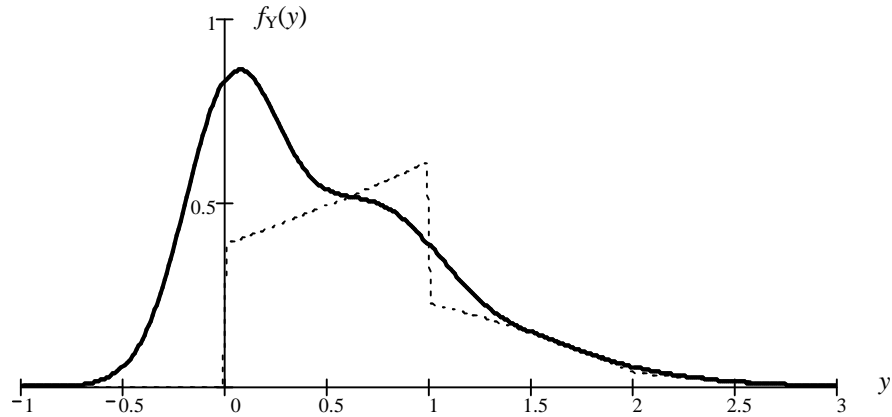
Apesar do resultado obtido encontrar-se numa forma analítica, as operações de integração múltiplas em (4.40) dificultam o seu cálculo numérico. Entretanto, uma expressão mais adequada pode ser obtida com o auxílio da *função erro complementar generalizada* [Abr72], definida por

$$\operatorname{erfc}_m(u) = \underbrace{\int \cdots \int}_m \operatorname{erfc}(u) du = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_u^\infty \frac{(t-u)^m}{m!} e^{-t^2} dt, \quad m \geq 0 \quad (4.41)$$

onde a função erro complementar primitiva é representada por  $\operatorname{erfc}(u) = \operatorname{erfc}_0(u)$ . Assim, a Equação (4.40) pode ser rescrita como

$$f_Y(y) = (1-p)^n \frac{1}{\sigma_r \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_r^2}\right) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^j \binom{n}{j} \binom{j}{k} p^j (1-p)^{n-j} \frac{(\sigma_r \sqrt{2})^{j-1}}{(-1)^k} \operatorname{erfc}_{j-1}\left(\frac{k-y}{\sigma_r \sqrt{2}}\right). \quad (4.42)$$

A Figura 4-9 ilustra a forma da f.d.p. resultante da ação conjunta da interferência e do ruído para um exemplo de sistema O-CDMA/OOK. Como referência, também encontra-se delineada a f.d.p. da interferência de múltiplo acesso apenas, obtida anteriormente em (4.10). A natureza assimétrica do processo é evidente.



**Fig. 4-9:** Função densidade de probabilidade de ruído branco gaussiano combinado com interferência de múltiplo acesso em um sistema O-CDMA com sinalização OOK para  $p = 0.1$ ,  $n = 10$  e  $\sigma_r^2 = 0.05$ . A f.d.p. da interferência apenas, a menos do impulso na origem, também se encontra delineada.

#### 4.4.2 Ruído e Interferência em Sistemas com Sinalização OOK

A sinalização OOK emprega dois sub-canais unipolares, de modo complementar. A potência de ruído em cada sub-canal é igual a  $\sigma_r^2$ , e o detector diferencial combina (subtrai) os sinais de ambos os canais. Neste caso, a variância total de ruído é igual a  $2\sigma_r^2$  e, portanto, a f.g.m. de ruído branco gaussiano de média nula é dada por

$$\Phi_R(s) = e^{\sigma_r^2 s^2}. \quad (4.43)$$

Assim, substituindo as funções geradoras de momento de interferência e ruído definidas respectivamente por (4.14) e (4.43) em (4.35), obtém-se que

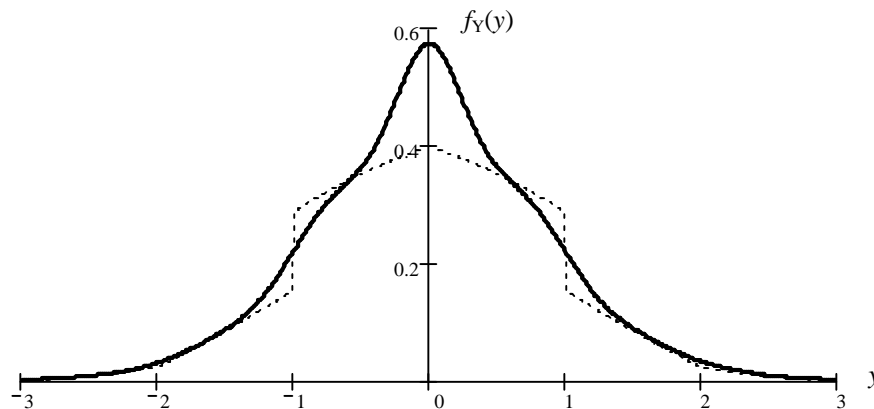


$$\Phi_Y(s) = \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^j \binom{n}{j} \binom{j}{k} p^j (1-2p)^{n-j} \frac{(-1)^k}{(-s)^j} e^{(2k-j)s} e^{\sigma_r^2 s^2}. \quad (4.44)$$

Efetuando-se um desenvolvimento sobre a expressão (4.44), de modo semelhante ao caso anterior, obtém-se que a f.d.p. de ruído e interferência combinados para sinalização ortogonal resulta em

$$f_Y(y) = (1-2p)^n \frac{1}{2\sigma_r \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{4\sigma_r^2}\right) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^j \binom{n}{j} \binom{j}{k} p^j (1-2p)^{n-j} \frac{(2\sigma_r)^{j-1}}{(-1)^k} \operatorname{erfc}_{j-1}\left(\frac{2k-j-y}{2\sigma_r}\right). \quad (4.45)$$

A Figura 4-10 ilustra a forma da f.d.p. resultante da ação conjunta da interferência e do ruído para um exemplo de sistema O-CDMA/OOQ. Como referência, também encontra-se delineada a f.d.p. da interferência de múltiplo acesso apenas, obtida anteriormente em (4.17). Observa-se que neste caso o processo é de média nula e é simétrico em torno da origem, como esperado.



**Fig. 4-10:** Função densidade de probabilidade de ruído branco gaussiano combinado com interferência de múltiplo acesso em um sistema O-CDMA com sinalização OOQ para  $p = 0.1$ ,  $n = 10$  e  $\sigma_r^2 = 0.05$ . A f.d.p. da interferência apenas, a menos do impulso na origem, também se encontra delineada.

## 4.5 Desempenho de Sistemas O-CDMA na Presença de Ruído

Em seguida realiza-se uma análise de desempenho dos sistemas O-CDMA na presença de ruído branco gaussiano. Os resultados para sinalização OOK e OOO são obtidos separadamente e, finalmente, faz-se uma comparação entre esses sistemas.

### 4.5.1 Sistemas com Sinalização OOK e Detecção Convencional

Em sistemas O-CDMA empregando sinalização OOK multidimensional, cada um dos  $N$  usuários utilizam  $W$  seqüências PPM transmitidas simultaneamente em um número idêntico de sub-canais distintos. Considera-se que cada receptor é composto por um detector SUM seguido de um decodificador binário. Assim, para alinhar os chips das seqüências recebidas, o detector pode efetuar um atraso variável em cada um dos sinais e efetuar a adição dos mesmos, de modo a produzir um único pulso resultante. Logo, o sinal de saída ideal tem amplitude normalizada igual a  $W$  quando o símbolo  $\bar{s}_1$  é transmitido e zero em caso contrário. Além disso o ruído na saída do detector permanece com distribuição gaussiana e média nula, porém com variância igual a  $W\sigma_r^2$ , onde  $\sigma_r^2$  é a potência de ruído de entrada, proveniente de cada sub-canal. Assim, se a potência transmitida em cada sub-canal é mantida inalterada, a relação sinal-ruído na saída do detector SUM aumenta e é dada por

$$SNR_o = W \cdot SNR, \quad (4.46)$$

onde

$$SNR = \frac{1}{2\sigma_r^2} \quad (4.47)$$

é a relação sinal-ruído de entrada normalizada, em cada sub-canal.

A combinação de  $W$  sinais independentes com propriedades estatísticas estabelecidas em (4.42), produz um novo processo aleatório de forma semelhante, cuja f.d.p. pode ser expressa por

$$f_z(z) = (1-p)^n \frac{1}{\sigma_r \sqrt{2\pi W}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma_r^2 W}\right) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^j \binom{n}{j} \binom{j}{k} p^j (1-p)^{n-j} \frac{(\sigma_r \sqrt{2W})^{j-1}}{(-1)^k} \operatorname{erfc}_{j-1}\left(\frac{k-z}{\sigma_r \sqrt{2W}}\right) \quad (4.48)$$

onde  $n = W(N-1)$ .

Considerando que os símbolos  $\bar{s}_0$  e  $\bar{s}_1$  sejam equiprováveis, então a probabilidade de erro média pode ser calculada por meio de (4.18), onde as probabilidades condicionais presentes na expressão são dadas por

$$P_e(\bar{s}_0) = \int_{\gamma}^{\infty} f_z(z | \bar{s}_0) dz = \int_{\gamma}^{\infty} f_z(z) dz = 1 - \frac{1}{2} \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^j \binom{n}{j} \binom{j}{k} p^j (1-p)^{n-j} \frac{(\sigma_r \sqrt{2W})^j}{(-1)^k} \operatorname{erfc}_j\left(\frac{k-\gamma}{\sigma_r \sqrt{2W}}\right) \quad (4.49)$$

e

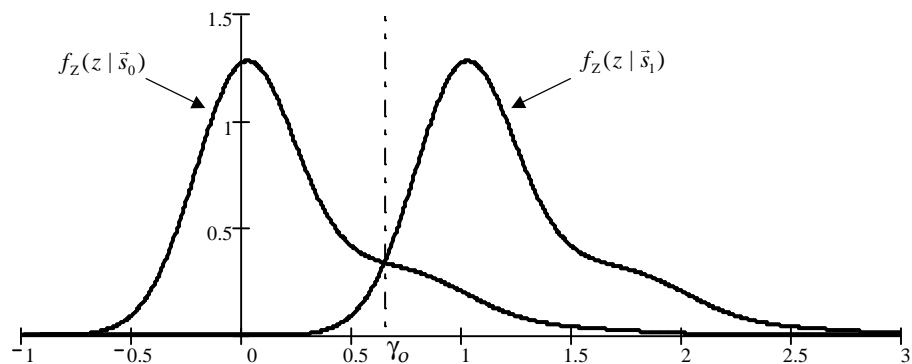
$$P_e(\bar{s}_1) = \int_{-\infty}^{\gamma} f_z(z | \bar{s}_1) dz = \int_{-\infty}^{\gamma} f_z(z-W) dz = \frac{1}{2} \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^j \binom{n}{j} \binom{j}{k} p^j (1-p)^{n-j} \frac{(\sigma_r \sqrt{2W})^j}{(-1)^k} \operatorname{erfc}_j\left(\frac{k-\gamma+W}{\sigma_r \sqrt{2W}}\right) \quad (4.50)$$

onde  $\gamma$  é o limiar de decisão do decodificador binário.

Como pode ser entendido a partir da Figura 4-11, o nível ótimo do limiar de decisão  $\gamma_o$  é alcançado quando a soma das áreas sob as caudas das funções densidade de probabilidade condicionais  $f_z(z|\bar{s}_0)$  e  $f_z(z|\bar{s}_1)$ , delimitadas pelo limiar de decisão  $\gamma$ , é minimizada. Esta condição é satisfeita no ponto de interseção das duas funções. Logo, como não há uma expressão fechada para  $\gamma_o$ , o limiar de decisão ótimo pode ser obtido resolvendo numericamente a seguinte equação:

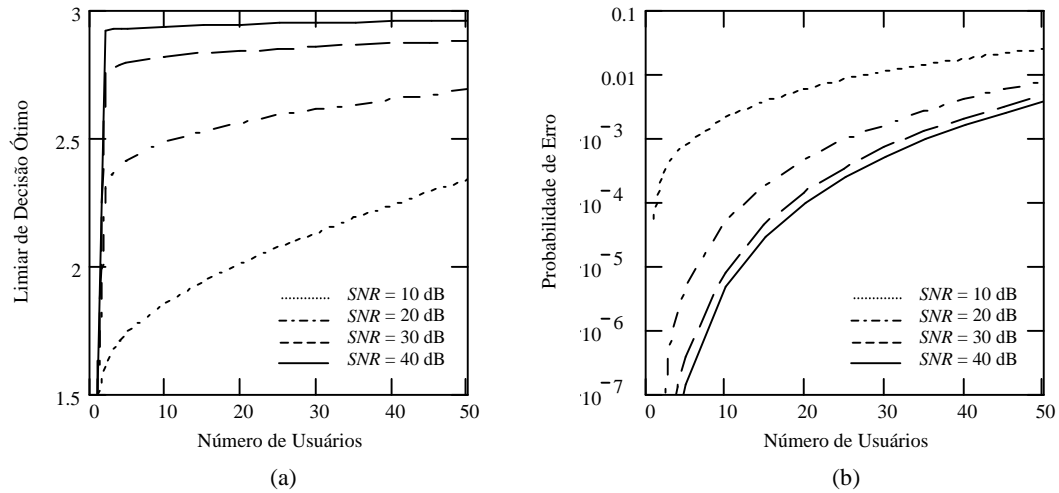
$$f_z(\gamma_o | \bar{s}_0) = f_z(\gamma_o | \bar{s}_1). \quad (4.51)$$

A assimetria na distribuição da interferência combinada com ruído tem duas conseqüências. Em primeiro lugar, as probabilidades de erro condicionais expressas em (4.49) e (4.50) resultam, geralmente, em valores diferentes entre si e os usuários percebem o sistema como um canal binário assimétrico. Além disso,  $\gamma_o$  não é um valor fixo, pois o limiar de decisão ótimo depende tanto da relação sinal-ruído quanto do número de usuários acessando o sistema.



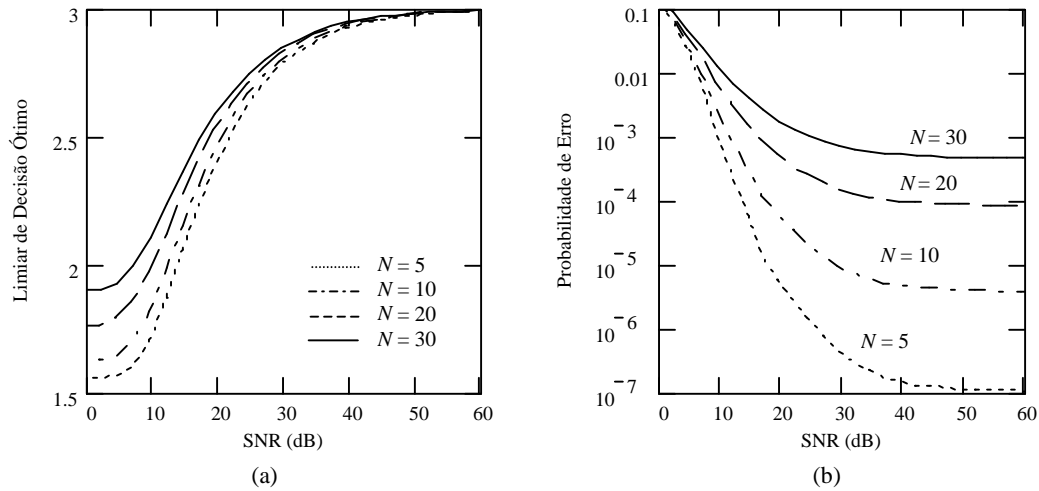
**Fig. 4-11:** Exemplo de funções densidade de probabilidade condicionais de ruído branco gaussiano combinado com interferência em sistemas O-CDMA com sinalização OOK e  $W = 1$ . O limiar de decisão ótimo ocorre na interseção das duas funções.

A Figura 4-12 mostra a variação do limiar de decisão ótimo em função do número de usuários e a probabilidade de erro resultante para um sistema O-CDMA/OOK de referência que emprega  $W = 3$  seqüências PPM.



**Fig. 4-12:** Desempenho de um sistema O-CDMA/OOK usando  $W = 3$  seqüências PPM de comprimento  $L=100$ , em função do número de usuários. (a) limiar de decisão ótimo; (b) probabilidade de erro de bit mínima para  $\gamma = \gamma_o$ .

A variação do limiar de decisão ótimo em função da relação sinal-ruído de entrada e a probabilidade de erro resultante, para o mesmo sistema O-CDMA/OOK de referência, estão ilustradas a seguir, na Figura 4-13.



**Fig. 4-13:** Desempenho de um sistema O-CDMA/OOK usando  $W = 3$  seqüências PPM de comprimento  $L=100$ , em função da relação sinal-ruído. (a) limiar de decisão ótimo; (b) probabilidade de erro de bit mínima para  $\gamma = \gamma_o$ .

A observação das Figuras 4-12(a) e 4-13(a) indica que o limiar de decisão ótimo pode variar numa faixa de valores definida por

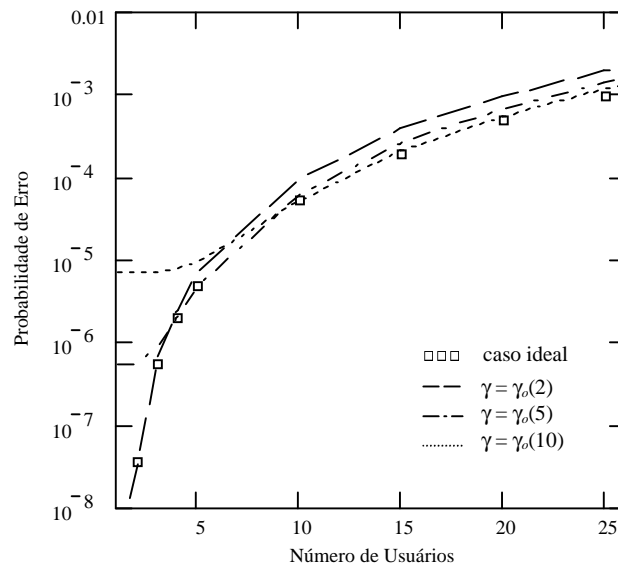
$$W/2 \leq \gamma_o \leq W. \quad (4.52)$$

Como esperado, o limite inferior, equidistante entre a amplitude dos dois símbolos, ocorre na ausência de interferência ( $N = 1$ ), quando apenas o ruído de média nula perturba o sistema. Além disso, conforme pode ser verificado na Figura 4-13(a), o limite máximo, tendendo para o valor igual ao peso do código, está de acordo com o obtido na Seção 4.3.2, pois para condições de baixo ruído ( $SNR \rightarrow \infty$ ) o sistema é perturbado quase que somente pela interferência de múltiplo acesso.

O receptor ideal requer a estimação dinâmica do limiar ótimo de decisão, o qual depende das condições de tráfego instantâneo no sistema. Este requisito nem sempre é tecnicamente e/ou economicamente viável de se obter. Contudo, a partir da Figura

4-13(a) verifica-se que, se a relação sinal-ruído do sistema é grande,  $\gamma_o$  varia relativamente pouco com o número de usuários, tornando possível estabelecer um limiar de decisão fixo, sub-ótimo, tal que o impacto no desempenho do sistema seja aceitável em diversos casos.

A Figura 4-14 mostra que é possível limitar a degradação no desempenho para condições de tráfego leve, moderado ou pesado, escolhendo-se um valor fixo para o limiar de decisão, tal que este seja o valor ótimo correspondente a um determinado número de usuários na faixa de operação desejada. Na ilustração, os níveis do limiar de decisão do sistema de referência foram escolhidos tal que  $\gamma = \gamma_o(N)$  para  $N = 2, 5$  e  $10$  usuários. Também, como referência, incluiu-se o desempenho do receptor ideal.



**Fig. 4-14:** Degradação de desempenho para alguns valores fixos de limiar de decisão para sistemas O-CDMA/OOK, empregando  $W = 3$  seqüências PPM de comprimento  $L = 100$  e  $SNR = 20$  dB.

## 4.5.2 Sistemas com Sinalização OOO e Detecção Convencional

Na configuração de um sistema de sinalização OOO multidimensional são usados  $W$  conjuntos compostos por dois sub-canais OOK complementares. Portanto, o receptor pode empregar dois detectores SUM idênticos e a decodificação pode ser realizada pela observação diferencial das saídas. Neste caso, a Equação (4.45) pode ser estendida para o caso multidimensional, permitindo escrever que

$$f_z(z) = (1-2p)^n \frac{1}{2\sigma_r \sqrt{\pi W}} \exp\left(-\frac{z^2}{4\sigma_r^2 W}\right) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^j \binom{n}{j} \binom{j}{k} p^j (1-2p)^{n-j} \frac{(2\sigma_r \sqrt{W})^{j-1}}{(-1)^k} \operatorname{erfc}_{j-1}\left(\frac{2k-j-z}{2\sigma_r \sqrt{W}}\right) \quad (4.53)$$

onde  $n = W(N-1)$ .

A saída do detector SUM diferencial é bipolar, com amplitude normalizada ideal igual a  $\pm W$ . Além disso, como  $f_z(z)$  é simétrica e de média nula, então obtém-se que  $\gamma_o = 0$ . Portanto, considerando que a fonte binária de dados seja equiprovável, a probabilidade de erro de bit é dada por

$$P_e = P_e(\bar{s}_0) = P_e(\bar{s}_1) \quad (4.54)$$

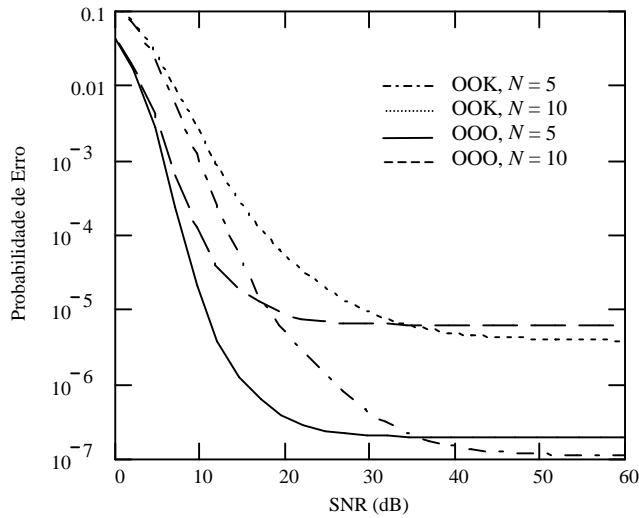
e, particularmente, pode-se escrever que

$$P_e = \int_{-\infty}^{\gamma_o} f_z(z | \bar{s}_1) dz = \int_{-\infty}^0 f_z(z-W) dz = \frac{1}{2} \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^j \binom{n}{j} \binom{j}{k} p^j (1-2p)^{n-j} \frac{(2\sigma_r \sqrt{W})^j}{(-1)^k} \operatorname{erfc}_j\left(\frac{2k-j+W}{2\sigma_r \sqrt{W}}\right) \quad (4.55)$$

onde  $n = W(N-1)$ .



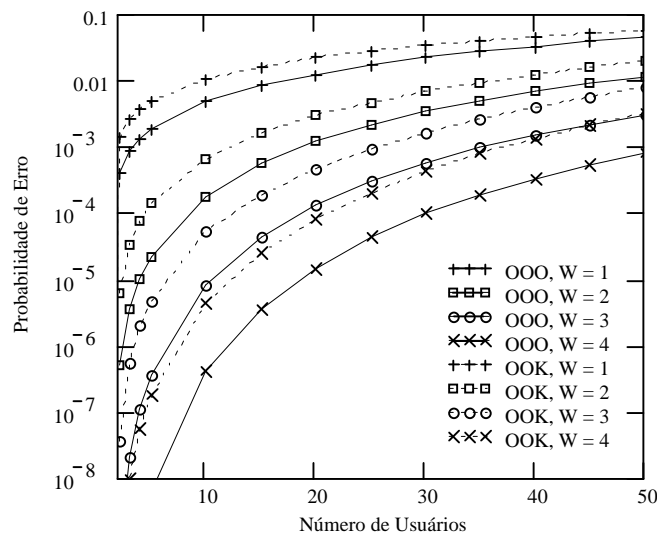
A Figura 4-15 mostra gráficos de desempenho comparativos entre sistemas O-CDMA de referência, empregando sinalização OOK e OOO, em função da relação sinal-ruído, obtidos para receptores com detectores SUM.



**Fig. 4-15:** Comparação de desempenho entre sistemas O-CDMA com sinalização OOK e OOO em função da relação sinal-ruído ( $W = 3$  e  $L = 100$ ).

Verifica-se que, para sistemas com níveis de ruído moderado ou grande, a sinalização OOO é mais efetiva, fazendo com que o sistema se aproxime do seu patamar de desempenho máximo para valores de relação sinal-ruído bem menores, quando comparados aos sistemas que empregam sinalização OOK. Observa-se que somente em sistemas com baixo nível ruído a sinalização OOK pode fornecer uma probabilidade de erro ligeiramente menor. Porém, mesmo neste caso, considerando que o receptor OOK é mais propenso a exibir imprecisões na estimativa do limiar de decisão, esta pequena vantagem tende a ser anulada em sistemas reais.

Finalmente, a Figura 4-16 ilustra a evolução comparativa de desempenho, entre sistemas O-CDMA com sinalização OOK e OOO, para pesos dos códigos crescentes, em função do número de usuários e um valor de relação sinal-ruído fixo. As probabilidades de erro de bit obtidas são para decodificadores com níveis de limiar de decisão ótimos.



**Fig. 4-16:** Probabilidade de erro para sistemas O-CDMA com sinalização OOK e OOO em função do número de usuários, para um número  $W$ , variável, de seqüências PPM de comprimento  $L = 100$ . A relação sinal-ruído em todos os sub-canais é de  $SNR = 20$  dB.

Nota-se que o ganho no desempenho com o número de seqüências PPM empregado é substancial e progressivamente maior à medida que  $W$  aumenta. Além disso, em concordância com a Figura 4-15, o desempenho dos sistemas com sinalização OOO é significativamente melhor que o dos sistemas OOK, para a relação sinal-ruído de entrada moderada considerada (20 dB).

### 4.5.3 Sistemas O-CDMA com Detecção de Máxima Verossimilhança

No decorrer deste trabalho constatou-se que, na ausência de ruído, os esquemas de detecção ótimos, que minimizam a probabilidade de erro de bit no receptor, diferem dos esquemas de detecção convencionais. Em síntese, um método de detecção convencional mede a correlação entre o sinal recebido em certos chips reservados e as possíveis palavras-código, enquanto que uma técnica de detecção não convencional analisa cada um desses chips individualmente.

A razão primordial que justifica a diferença de desempenho entre os dois tipos de detectores é conhecida: o esquema de detecção que minimiza a probabilidade de erro de bit, se os símbolos são equiprováveis, é aquele que emprega um *detector de máxima verossimilhança*. Se a ação conjunta do ruído e da interferência constitui um processo aleatório gaussiano, então a detecção de máxima verossimilhança equivale a um esquema de detecção de distância mínima [Hay01], [Zie01]. Neste caso sabe-se que o detector de correlação satisfaz o critério ótimo. No entanto, para sistemas O-CDMA, essa condição geralmente não é satisfeita, acarretando que os esquemas de detecção convencional forneçam um desempenho sub-ótimo.

A partir da teoria da decisão sabe-se que o receptor de Bayes, o qual minimiza o custo médio decorrente de decisão, é implementado por meio de funções de verossimilhança [Zie01]. Para o caso de decisão binária em que os símbolos são equiprováveis, pode-se escrever

$$L(\vec{s}_1) \begin{matrix} \vec{s}_1 \\ > \\ < \\ \vec{s}_0 \end{matrix} L(\vec{s}_0). \quad (4.56)$$

Essas funções de verossimilhança são obtidas a partir da f.d.p. de ruído e interferência combinados, isto é

$$L(\vec{s}_m) = f_Y(\mathbf{y} | \vec{s}_m), \quad (4.57)$$

onde  $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_W)$  é o vetor de observação constituído pelo conjunto de saídas dos detectores individuais de cada chip reservado da palavra-código do usuário de referência. e  $f_Y(\mathbf{y})$  é a função densidade de probabilidade conjunta, expressa por

$$\begin{aligned} f_Y(\mathbf{y}) &= f_Y(y_1) \cdot f_Y(y_2) \cdots f_Y(y_W) \\ &= \prod_{i=1}^W f_Y(y_i). \end{aligned} \quad (4.58)$$

Para sistemas O-CDMA que empregam seqüências PPM, cada uma das f.d.p.  $f_Y(y_i)$  são definidas pela Equação (4.42). Para sinalização OOK, as funções de verossimilhança normalizadas são dadas por

$$L(\vec{s}_0) = \prod_{i=1}^W f_Y(y_i) \quad (4.59)$$

e

$$L(\vec{s}_1) = \prod_{i=1}^W f_Y(y_i - 1), \quad (4.60)$$

enquanto que para sinalização OOO essas funções assumem as seguintes formas:

$$L(\vec{s}_0) = \prod_{i=1}^W f_Y(y_{Ai}) f_Y(y_{Bi} - 1) \quad (4.61)$$

e

$$L(\vec{s}_1) = \prod_{i=1}^W f_Y(y_{Ai} - 1) f_Y(y_{Bi}), \quad (4.62)$$

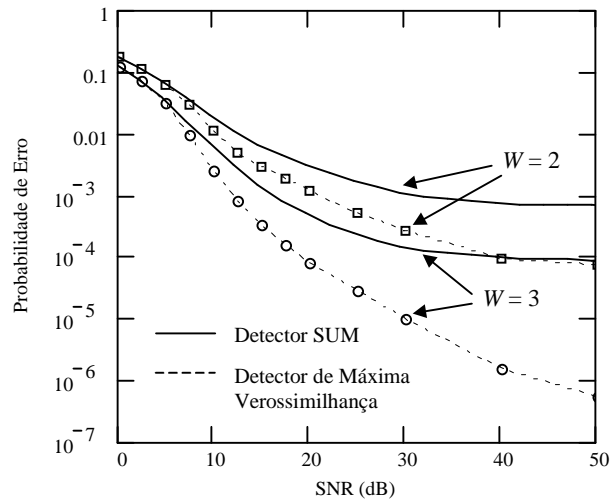
onde as variáveis  $y_A$  e  $y_B$  são decorrentes do processo de sinalização OOK complementar em dois sub-canais  $A$  e  $B$ .

Para o detector de máxima verossimilhança, as probabilidades de erro de bit condicionais  $P_e(\vec{s}_0)$  e  $P_e(\vec{s}_1)$  são dadas pelo cálculo do volume residual da f.d.p. de ruído e interferência que transborda através de uma superfície  $\Gamma$  que delimita a região de decisão, isto é,

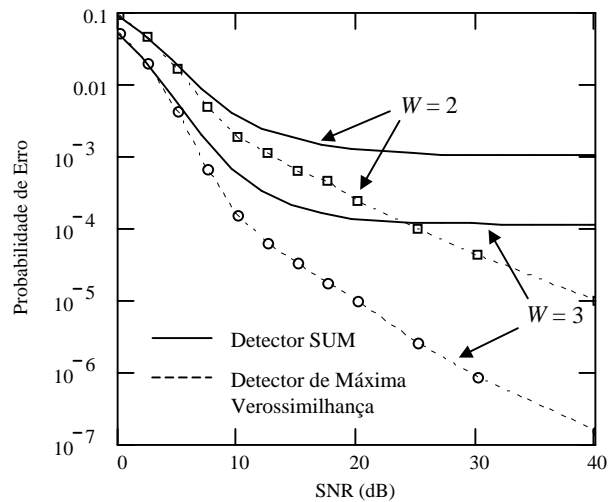
$$P_e(\vec{s}_m) = \int_{\Gamma} \cdots \int L(\vec{s}_m) dy_1 \cdots dy_W . \quad (4.63)$$

A determinação dos limites da região de decisão  $\Gamma$  não é trivial, exceto para o caso em que  $W = 1$ , dificultando o cálculo exato da probabilidade de erro mínima, quando se emprega o detector de máxima verossimilhança. Assim, de modo a obter dados de desempenho do detector ótimo, foram efetuadas simulações com o detector de máxima verossimilhança cujos resultados, para sinalização OOK e OOO, estão mostrados nas Figuras 4-17 e 4-18 respectivamente.

Como esperado, verifica-se que o desempenho do detector SUM é quase ótimo para canais ruidosos. No entanto, à medida que a relação sinal-ruído aumenta, a diferença de desempenho entre os detectores se acentua, principalmente para sistemas com pesos do código,  $W$ , maiores.



**Fig. 4-17:** Comparação de desempenho entre sistemas O-CDMA/OOK empregando detectores SUM convencional e de máxima verossimilhança, em função da relação sinal-ruído. As seqüências PPM são de comprimento  $L = 100$  e  $N = 20$  usuários.



**Fig. 4-18:** Comparação de desempenho entre sistemas O-CDMA/OOK empregando detectores SUM convencional e de máxima verossimilhança, em função da relação sinal-ruído. As seqüências PPM são de comprimento  $L = 100$  e  $N = 20$  usuários.

Comparando-se o desempenho do detector de máxima verossimilhança para os dois tipos de sinalização, observa-se novamente que a sinalização OOO é mais efetiva em termos de probabilidade de erro, principalmente em canais de baixo ruído. Este resultado se justifica, pois a sinalização OOO emprega o dobro de sub-canais em relação a sinalização OOK.

## Capítulo 5

### CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISA FUTURA

No presente trabalho foi feita uma abordagem dos sistemas CDMA com sinalização unipolar, adequados para redes de comunicação por meios óticos como, por exemplo, fibras óticas e redes sem fio por infravermelho.

Analisou-se o comportamento desses sistemas em canais unipolares submetidos à interferência de múltiplo acesso estritamente positiva apenas e, também, na presença de ruído aditivo gaussiano de média nula. Verificou-se o desempenho dos sistemas para diversos códigos de espalhamento temporal e também para sistemas híbridos de espalhamento temporal e em comprimento de onda.

A seguir são apresentadas diversas conclusões sobre o trabalho e, também, são apontados alguns temas para pesquisa futura.

#### 5.1 Conclusões

Inicialmente foram apresentados os fundamentos sobre espalhamento espectral. O modelo clássico de um sistema de espalhamento espectral por seqüência direta, equacionado no espaço de sinais  $N$ -dimensional, foi estendido para o caso de sinalização



unipolar e interferência no canal de transmissão estritamente positiva. As estruturas de detecção convencional, utilizando correladores ou filtros casados, foram analisadas sob essa perspectiva. Como resultado, as correspondentes expressões para a relação sinal - interferência e o ganho de processamento foram obtidas.

Verificou-se que, apesar do espalhamento espectral ser efetivo, diminuindo o nível de interferência na saída do detector de um fator equivalente à dimensão do espaço do sinal, o ganho de processamento sofre uma redução com o nível médio da interferência. Este fato permite prever que os sistemas CDMA unipolares utilizando detecção convencional podem apresentar uma característica incomum na curva de probabilidade de erro: a inversão no seu comportamento para códigos de peso maiores. Essa característica pôde ser observada claramente nos códigos OTH. Logo, dependendo do tipo de código empregado, existe um valor ótimo para o peso do código que fornece a probabilidade de erro mínima.

Na análise de desempenho dos sistemas CDMA tratados no presente e em outros trabalhos, assume-se a hipótese simplificadora que os diversos usuários operam em sincronismo de chip. Sabe-se que ao aplicar-se essa restrição, o resultado decorrente para a probabilidade de erro corresponde a um limitante superior. No entanto, uma estimativa da distância entre o limitante e a taxa de erro para sistemas assíncronos era, em grande parte, desconhecida para o caso unipolar. Com essa motivação foi possível obter uma expressão exata para a probabilidade de erro para o caso de sistemas CDMA/PPM assíncronos. Os resultados mostram que a diferença de desempenho é significativa e, portanto, esse resultado constitui um forte indício que para sistemas CDMA unipolares com tráfego brando ou moderado, o desempenho real possa ser pelo menos uma ordem de grandeza melhor do que resultado previsto pelo limitante superior da probabilidade de erro de bit.

Os códigos ópticos (quase) ortogonais foram estudados. As propriedades fundamentais das seqüências OOC foram discutidas, mostrando as suas excelentes propriedades de correlação cíclica. No entanto, como decorrência da forte limitação no número de seqüências disponíveis para os códigos com  $\lambda = 1$ , também foram considerados os códigos com  $\lambda = 2$ . Algumas técnicas de construção de códigos OOC foram descritas, incluindo os casos com limites máximos de correlação  $\lambda = 1$  e  $\lambda = 2$ .

O desempenho dos sistemas CDMA usando códigos OOC foi caracterizado a partir da distribuição de probabilidade de interferência num ambiente de múltiplo acesso para os casos em que  $\lambda = 1$  e  $\lambda = 2$ . Foram mostrados expressões e gráficos de probabilidade de erro tanto para detecção convencional quanto para o caso de limitação abrupta. Para os sistemas OOC com  $\lambda = 2$ , até o momento somente se dispunha de limitantes para a probabilidade de erro. Em consequência de um teorema proposto e demonstrado, uma fórmula fechada para a probabilidade de erro de bit pôde ser obtida para esse caso. Além disso, o desempenho dos sistemas foi comparado sob a ótica do tipo de detecção e dos códigos empregados. Como resultado geral obteve-se que a técnica de limitação abrupta, apesar da relação sinal-interferência para a detecção de cada marca individual sofrer uma redução equivalente com o número de chips ativos da seqüência em relação ao outro caso, faz com que o processo de decisão se beneficie do ganho de codificação corresponde a um código de repetição por decisão por unanimidade. Verificou-se que, para os sistemas CDMA utilizando códigos OOC, o efeito global dessas duas tendências conflitantes é favorável, com os sistemas com limitação abrupta fornecendo uma taxa de erro de bit menor para um dado valor do peso do código. Além disso, constatou-se que os códigos unipolares com propriedades ótimas de correlação ( $\lambda = 1$ ) nem sempre conduzem a um desempenho global, em termos de taxa de erro, superior. Essa conclusão decorre do fato de que códigos com restrição mais branda em  $\lambda$ , podem fornecer, sob

certas condições, seqüências de peso maior e cardinalidade equivalente ou superior aos códigos com  $\lambda = 1$ .

Os códigos OTH constituem uma nova classe de códigos unipolares adequados para aplicações em CDMA óptico. Ao contrário dos códigos OOC, a sua concepção não restringe em demasia a construção das seqüências sob o aspecto da autocorrelação e correlação cruzada. A condição necessária para viabilizar o processo de aquisição de sincronismo é a diversificação das palavras das seqüências, de modo a se obter boas propriedades globais de correlação cíclica.

O desempenho dos códigos OTH aleatórios, em termos de probabilidade de erro de bit, é potencialmente superior ao do OOC, especialmente quando é necessário acomodar um número maior de usuários no sistema, devido a uma limitação inerente: o peso máximo que pode ser obtido nas seqüências OOC. Este fato sugere que a otimização das características de correlação e a conseqüente geração de seqüências extremamente ordenadas, porém raras, impede que esses códigos liberem todo o desempenho potencial dos códigos unipolares. Por outro lado, os códigos OTH, devido a sua estrutura mais flexível, conduzem a um universo de seleção de seqüências muito maior, abrindo uma vasta gama de possibilidades a serem exploradas.

Os sistemas O-CDMA multidimensionais com espalhamento no domínio do tempo e em comprimento de onda foram estudados sob uma perspectiva assíncrona. Foram obtidas as funções densidade de probabilidade de interferência de múltiplo acesso para os casos de sinalização OOK e OOO e códigos PPM. Em conseqüência, tornou-se possível estimar o patamar superior de desempenho desses sistemas em função do número de usuários, parametrizado pelo comprimento e pelo número de seqüências do código. Além disso, com a adição de ruído gaussiano foram obtidas as funções densidade de

probabilidade de interferência e ruído combinados para os casos de sinalização OOK e OOO.

Verificou-se que os sistemas que empregam sinalização OOK e OOO, quando perturbados apenas pela interferência de múltiplo acesso, são praticamente equivalentes em termos de taxa de erro de bit. No entanto, com a presença adicional de ruído, o desempenho do sistema com sinalização OOO é superior. Para valores moderados de relação sinal-ruído, o sistema com sinalização ortogonal fornece uma probabilidade de erro inferior quando comparado ao caso de sinalização OOK. Nesse caso, a taxa de erro para sistemas OOO tende para o limitante de desempenho inferior, devido apenas à interferência, para valores de relação sinal-ruído acentuadamente menores do que para a sinalização OOK. Além disso, os sistemas O-CDMA/OOO não requerem a estimação do limiar ótimo de decisão. No entanto os sistemas OOO requerem sub-canais complementares.

Em seguida estão listadas, sinteticamente, as principais contribuições do trabalho ao tema:

- Análise geral estatística de interferência dos sistemas CDMA unipolares (O-CDMA) com ambos os tipos de sinalização, OOK e ortogonal.
- Obtenção do ganho de processamento para os sistemas O-CDMA com ambos os tipos de sinalização.
- Estabelecimento da correspondência entre os sistemas O-CDMA com sinalização OOK com o canal  $Z$  e sistemas O-CDMA com sinalização ortogonal e o canal  $\Sigma$  (canal com apagamento).
- Determinação do peso ótimo das seqüências de espalhamento temporais que minimizam a probabilidade de erro para sistemas O-CDMA.

- Proposta de uma nova classe de códigos com salto temporal (OTH), permitindo uma maior flexibilidade na escolha do peso das seqüências e, conseqüentemente, reduzindo a probabilidade de erro em sistemas O-CDMA.
- Cálculo exato do limitante da probabilidade de erro para sistemas O-CDMA empregando códigos OOC com restrição de correlação igual a dois ( $\lambda = 2$ ).
- Cálculo da probabilidade de erro para operação assíncrona de sistemas O-CDMA empregando códigos PPM.
- Obtenção das funções densidade de probabilidade de interferência de múltiplo acesso para sistemas O-CDMA/PPM empregando sinalizações OOK e OOO.
- Obtenção do limitante inferior de desempenho dos sistemas O-CDMA/PPM assíncronos empregando sinalização OOK e OOO, perturbados apenas pela interferência de múltiplo acesso, com detecção convencional (detector SUM) e por limitação abrupta (detector AND).
- Obtenção das funções densidade de probabilidade de ruído gaussiano e interferência combinados para sistemas O-CDMA/PPM empregando sinalizações OOK e OOO.
- Análise de desempenho dos sistemas O-CDMA/PPM assíncronos na presença de interferência e ruído, para sinalizações OOK e OOO, com detector SUM e com detector de máxima verossimilhança.

## 5.2 Sugestões para Pesquisa Futura

A partir do presente trabalho, alguns pontos de interesse para pesquisa futura foram observados. O primeiro deles diz respeito ao tipo de sinalização empregada. Em todos os trabalhos de conhecimento do autor, considera-se apenas a possibilidade de sinalização

binária, isto é, os símbolos transmitidos se resumem a bits (zero ou um). Uma forma alternativa seria a utilização de sinalização  $M$ -ortogonal. Assim, uma possibilidade a ser investigada é a implementação de esquemas de sinalização não exclusivamente binários, isto é, cada usuário poderia utilizar um conjunto de  $M = 2^k$  seqüências ortogonais, possibilitando a transmissão de  $k$  bits por símbolo. Conforme a conveniência de cada usuário, os mesmos poderiam adotar valores de  $k$  diferentes. Isso permitiria que cada conexão fosse configurada de modo independente, realizando um compromisso entre confiabilidade e velocidade de transmissão.

Outra área de pesquisa com potencial de bons resultados é a possibilidade de se construir sistemas O-CDMA multidimensionais (diversos comprimentos de onda) empregando-se, para o espalhamento temporal, seqüências OOC de pequeno peso e ortogonais (p. ex.,  $K = 2$ ). Como no caso unidimensional o desempenho dos sistemas com códigos OOC é superior ao desempenho dos sistemas que empregam códigos PPM, é previsível que os novos sistemas O-CDMA/OOC multidimensionais forneçam um desempenho superior àquele obtido nos sistemas O-CDMA/PPM de mesma dimensão. Além disso, para desempenhos equivalentes, prevê-se que os sistemas que utilizem códigos OOC utilizem um número menor de comprimentos de onda em relação aos sistemas com sinalização PPM.

Finalmente, verificou-se que um sistema CDMA unipolar apresenta características diversas em relação ao seu equivalente bipolar. No primeiro caso, cada usuário é submetido ao comportamento de um canal totalmente assimétrico (canal  $Z$ ), enquanto que o sistema bipolar dá origem a um canal binário simétrico (BSC), o qual é muito bem estudado. Constituem questões abertas: a determinação da capacidade dos sistemas CDMA unipolares e, sob essa perspectiva, a investigação de códigos de correção de erro mais adequados para esse tipo de canal. Apesar de existirem alguns trabalhos propondo a

aplicação de códigos de bloco bem conhecidos para esses sistemas, até onde o autor tem conhecimento, as características peculiares do canal  $Z$  não foram consideradas na sua decodificação. Além disso, a utilização de códigos convolucionais e o estudo das implicações da assimetria do canal na sua decodificação são outras questões de grande interesse.

# Referências

- [Abr72] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions* (New York: Dover, 1972).
- [Azi92] M. Azizoglu, J.A. Salehi and Y. Li, “Optical CDMA Via Temporal Codes”, *IEEE Trans. on Communications*, vol. 40, no. 7, pp. 1162-1170, July 1992.
- [Bos39] R. C. Bose, “On the Construction of Balanced Incomplete Block Design”, *Ann. Eugenics*, vol. 9, pp. 353-399, 1939.
- [Car00] V. R. Carvalho, Tese de Mestrado: “Contribuições ao Cálculo Analítico do Desempenho de Redes Ópticas CDMA.” *FEEC-UNICAMP*, 2000.
- [Cha01] T. W. F. Chang, and E. H. Sargent, “Optical CDMA Using 2-D Codes: The Optimal Single-User Detector,” *IEEE Comm. Lett.*, 5(4), 2001, 169-171.
- [Chu89] F.R.K. Chung, J.A. Salehi and V.K. Wei, “Optical Orthogonal Codes: Design, Analysis, and Applications”, *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-35, pp. 595-604, May 1989.
- [Chu90] H. Chung and P.V. Kumar, “Optical Orthogonal Codes – New Bounds and an Optimal Construction”, *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 36, no. 4, pp. 866-873, July 1990.
- [Cie76] P. Cielo and C. Delisle “Multiplexage em Communicacion Optique par Interférométrie à Grande Différence de Marche en Lùmiere Blanche.” *Canad. J. Phys.* 54:2322-2331, 1976.
- [Dav83] P. A. Davies and A. A. Shaar, “Asynchronous Multiplexing for an Optical-Fibre Local Area Network”, *Electron. Lett.*, vol. 19, no. 10, pp. 390-392, May 1983.
- [Hay01] S. Haykin, *Communication Systems*, 4<sup>th</sup> ed. (New York: John Wiley & Sons, 2001).
- [Hui85] J. Y. Hui, “Pattern Code Modulation and Optical Decoding – A Novel Code-Division Multiplexing Technique for Multifiber Network”, *IEEE JSAC*, vol. SAC-3, no. 6, Nov. 985, pp. 916-27.
- [Mac77] F. J. MacWilliams and N. J. A. Sloane, *The Theory of Error-Correcting Codes*, Amsterdam: North-Holland, 1977.



- [Ngu95] L. Nguyen, B. Aazhang and J. F. Young “All-optical CDMA with Bipolar Codes.” *Electr. Letters* 31:469-470, 1995.
- [Nor63] D. O. North “An Analysis of the Factors which Determine Signal/Noise Discrimination in Pulsed-Carrier Systems.” *Proc. IEEE* 51:1016-1027, 1963.
- [Pan00] J. S. G. Panaro e C. Almeida “Códigos Unipolares para Aplicações em CDMA Óptico” *Revista da Sociedade Brasileira de Telecomunicações*, vol. 15, no. 01, pp. 10-24, jun 2000.
- [Pan01] J. S. G. Panaro e C. Almeida “Explorando a Capacidade de Sistemas CDMA em Canais Unipolares” *Revista do Instituto Nacional de Telecomunicações*, vol. 03, no. 02, dez 2000
- [Pap91] A. Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, 3<sup>rd</sup> ed. Singapore: McGraw-Hill Inc., 1991.
- [Par92] E. Park, A. J. Mendez, and E. M. Gasmeiere, “Temporal/spatial optical CDMA networks: Design, demonstration and comparison with temporal network,” *IEEE Photon. Tech. Lett.*, 4, 1992, 1160-1162.
- [Pic82] R. L. Pickholtz, D. L. Schilling and L. B. Milstein “Theory of Spread-Spectrum Communications – A Tutorial”, *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM30, 5:855-884, May 1982.
- [Pic84] R. L. Pickholtz, D. L. Schilling and L. B. Milstein “Revisions to Theory of Spread-Spectrum Communications – A Tutorial”, *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM32, 2:211-212, Feb. 1984.
- [Sal89] J. A. Salehi and C. A. Brackett “Code Division Multiple-access Techniques in Optical Fiber Networks – Part II: Systems Performance Analysis.” *IEEE Trans. Comm.* 37:834-842, 1989.
- [Sam97] D. D. Sampson, G. J. Pendock and R. A. Griffin “Photonic Code-Division Multiple Access Communications.” *Fiber and Integr. Optics* 16:129-157, 1997.
- [Sha83] A.A. Shaar and P.A. Davies, “Prime Sequences: Quasi-optimal Sequences for OR Channel Code Division Multiplexing”, *Electron. Lett.*, vol. 19, no. 21, pp. 888-889, Oct. 1983.
- [Shi98] E. S. Shivaleela, K. N. Sivarajan, and A. Selvarajan, “Design of a New Family of Two-dimensional Codes for Fiber-Optic CDMA Networks,” *J. Light. Tech.*, 16(4), 1998, 501-508.
- [Tan96] L. Tancevski, I. Andonovic, M. Tur, and J. Budin, “Hybrid Wavelength Hopping/Time Spreading Code Division Multiple Access Systems,” *Proc. IEE – Optoelectron.*, 143(3), 1996, 161-166.

- [Tur57] G. L. Turin “On the Estimation in the Presence of Noise of the Impulse Response of a Random, Linear Filter.” *IRE Trans. Inform. Theory* IT-3: 5-10, 1957.
- [Wil72] R. M. Wilson, “Cyclotomy and Difference Families in Elementary Abelian Groups”, *J. Number Theory*, vol. 4, pp. 17-47, 1972.
- [Zie01] R. E. Ziemer and R. L. Peterson, *Introduction to Digital Communication*, 2<sup>nd</sup> ed. New Jersey: Prentice-Hall, 2001.