



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Faculdade de Engenharia Mecânica

Gilberto Machado da Silva

**Detecção de Falhas em Rotores Sustentados
por Mancais Magnéticos Ativos – Análise
Teórica e Experimental**

CAMPINAS
2022

Gilberto Machado da Silva

Deteccão de Falhas em Rotores Sustentados por Mancais Magnéticos Ativos – Análise Teórica e Experimental

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e Projetos Mecânicos.

Orientador: Prof. Dr. Robson Pederiva

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO
FINAL DA TESE DEFENDIDA PELO ALUNO
GILBERTO MACHADO DA SILVA, E ORIENTADO
PELO PROF. DR. ROBSON PEDERIVA

CAMPINAS
2022

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

Si38d Silva, Gilberto Machado, 1960-
Detecção de falhas em rotores sustentados por mancais magnéticos ativos - análise teórica e experimental / Gilberto Machado da Silva. – Campinas, SP : [s.n.], 2022.

Orientador: Robson Pederiva.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Localização de falhas (Engenharia). 2. Mancais. 3. Rotores - Dinâmica. 4. Redes neurais (Computação). I. Pederiva, Robson, 1957-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Fault diagnosis in a rotor supported by active magnetic bearings - theoretical and experimental analysis

Palavras-chave em inglês:

Fault diagnosis (Engineering)

Bearings

Rotordynamics

Neural networks (Computer science)

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Doutor em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Robson Pederiva [Orientador]

Katia Lucchesi Cavalca Dedini

Gregory Bregion Daniel

Valder Steffen Junior

Marcus Antonio Vianna Duarte

Data de defesa: 23-05-2022

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)

- ORCID do autor: <https://orcid.org/0000-0002-8515-9314>

- Currículo Lattes do autor: <http://lattes.cnpq.br/6020677480489777>

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS INTEGRADOS**

TESE DE DOUTORADO ACADÊMICO

Deteccão de Falhas em Rotores Sustentados por Mancais Magnéticos Ativos – Análise Teórica e Experimental

Autor: Gilberto Machado da Silva

Orientador: Prof. Dr. Robson Pederiva

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Tese:

Prof. Dr. Robson Pederiva, Presidente
Universidade Estadual de Campinas-Unicamp/FEM

Prof. Dra. Katia Lucchesi Cavalca Dedini
Universidade Estadual de Campinas-Unicamp/FEM

Prof. Dr. Gregory Bregion Daniel
Universidade Estadual de Campinas-Unicamp/FEM

Prof. Dr. Valder Steffen Jr.
Universidade Federal de Uberlândia – UFU/Femec

Prof. Dr. Marcus Antônio Viana Duarte
Universidade Federal de Uberlândia – UFU/Femec

A Ata de Defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no SIGA/Sistema de Fluxo de Dissertação/Tese e na Secretaria do Programa da Unidade.

Campinas, 23 de Maio de 2022.

Dedicatória

Dedico este trabalho a minha esposa Maria Amélia e à minha filha Maísa.

Agradecimentos

Este trabalho é resultado do apoio e contribuição de diversas pessoas as quais agradeço neste espaço.

Ao Professor Dr. Robson Pederiva pelo trabalho de orientação e amizade nesses anos de caminhada desde o mestrado.

Aos professores e colegas da FEM /Unicamp pelos ensinamentos e convívio.

Aos colegas de trabalho das instituições onde leciono pelo incentivo e amizade, especial agradecimento aos coordenadores e ao diretor da Faculdade de Tecnologia de Mogi Mirim que não mediram esforços para me auxiliar nos afastamentos para concluir este trabalho.

Aos ex-colegas do Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo (CTMSP) onde foi realizado a parte experimental deste trabalho, em especial ao Dr. Paulo Sérgio Pierri pelas contribuições e apoio nos experimentos.

À minha esposa Maria Amélia e à minha filha Maísa pela compreensão nos momentos de ausência, pelo carinho e pela paciência.

Resumo

Os mancais magnéticos ativos são intrinsecamente instáveis e requerem um controlador em realimentação para garantir que sua operação seja estável. Por isso sensores, atuadores e o rotor propriamente dito precisam funcionar dentro de condições normais. Logo possuir um sistema de detecção e diagnóstico de falhas é importante para garantir uma operação segura e confiável. Nesse sentido, vários estudos têm desenvolvido métodos para detectar falhas mecânicas associadas principalmente ao rotor ou ao sistema elétrico: sensores, atuadores do mancal e controle. No entanto, nesses estudos, geralmente é necessário a identificação prévia dos parâmetros dinâmicos do sistema ou das forças magnéticas, o que pode ser impraticável em máquinas reais. Para superar este problema, este trabalho aplica uma metodologia de detecção de falhas mecânicas e elétricas em um rotor totalmente levitado por mancais magnéticos ativos com controle em realimentação. O método é desenvolvido com base no conhecimento da estrutura do modelo matemático que foi desenvolvido para o rotor associado à lei de controle e às forças magnéticas dos mancais. Inicialmente o sistema é excitado por forças de desbalanceamento e ruídos, e simulado no domínio do tempo. A abordagem baseia-se no uso de equações de correlação obtidas a partir da formulação matricial de Lyapunov para sistemas lineares estacionários. As equações relacionadas aos parâmetros mecânicos e elétricos de interesse são selecionadas a partir de um conjunto de equações de correlação entre os sinais medidos. As diferenças entre os sinais de correlação relacionados a cada defeito proposto, seja mecânico ou elétrico, são monitoradas. Os termos das equações de correlação referentes aos estados que não puderam ser medidos são mapeados por redes neurais artificiais, sendo gerada uma rede neural para cada equação de interesse. Por fim, é calculada a diferença entre as correlações medidas (com falha) e as correlações esperadas (sem falha). Através dessas diferenças e da rede neural onde o erro se manifesta, conclui-se quanto ao tipo de falha e sua localização no sistema. Através do método proposto, é possível identificar diversas configurações de desbalanceamento do rotor juntamente com o efeito de empeno do eixo e falhas elétricas no ganho do sensor de posição e do atuador magnético.

Palavras-Chave: Mancais Magnéticos Ativos, Redes Neurais Artificiais, Funções de Correlações, Detecção de Falhas, Dinâmica de Rotores,

Abstract

Active magnetic bearings are intrinsically unstable, and require feedback control to ensure stable operation. Further, sensors, actuators, and the rotor need to work under normal conditions, and a fault detection and diagnostics system is important to ensure a safe and reliable operation. Accordingly, several studies have developed methods to detect failures associated with the rotor or on the electrical system: sensors, bearing actuators or controllers. However, prior identification of dynamic system parameters or the magnetic forces is usually desired, which can be impractical on real machines. To overcome this problem this work applies a fault detection methodology for mechanical and electrical faults in a rotor fully levitated on magnetic bearings with feedback control. The method is developed based on the knowledge of the structure of the mathematical model developed for the rotor associated with the law of control and the magnetic forces of the bearings. The system is excited by unbalance forces and noises, and it is simulated in the time domain. The approach is based on the use of correlation equations obtained from the Lyapunov matrix formulation for stationary linear systems. Equations related to the mechanical and electrical parameters of interest were selected from a set of correlation equations between the measured signals. Differences between the correlation signals related to each proposed defect, whether mechanical or electrical, were monitored. The terms of the correlation equations related to states that could not be measured were mapped through artificial neural network, and a network was generated for each equation of interest. Finally, the difference between the measured correlations (with failure) and the expected correlations (without failure) was calculated. Through these differences and the neural network where the error manifests, the type of failure and its location in the system are concluded upon. Through the proposed method, it is possible to identify various unbalance and shaft bow configurations and electrical failures in the gain of the position sensor and the magnetic actuator.

Key Word: Active Magnetic Bearings, Artificial Neural Network, Correlation Functions, Fault Detection, Rotordynamics.

Lista de Ilustrações

| | |
|---|-----|
| Figura 1.1 Bancada de ensaio. | 20 |
| Figura 2.1 Classificação dos métodos de diagnóstico de falhas. | 23 |
| Figura 2.2 Diagrama de blocos do sistema nervoso. | 35 |
| Figura 3.1 Diagrama do mancal magnético ativo radial. | 42 |
| Figura 3.2 (a) Bobina e fluxo magnético e (b) Modelo diferencial com um par de bobinas. | 43 |
| Figura 4.1 Bancada de ensaios. (a) Rotor, motor, sensor de rotação e mancais magnéticos. (b) Detalhe dos sensores de posição. (c) Detalhe da fixação da massa de desbalanceamento. | 75 |
| Figura 4.2 Força magnética dos atuadores. | 78 |
| Figura 4.3 Disposição dos sensores e dispositivo micrométrico para a identificação do ganho dos sensores. | 79 |
| Figura 4.4 Curva de calibração do sensor. | 80 |
| Figura 4.5 Diagrama de blocos do sistema em malha fechada. | 81 |
| Figura 4.6 Resposta em frequência do controle. | 82 |
| Figura 4.7 Esquema de balanceamento. | 84 |
| Figura 4.8 Resposta em frequência em malha fechada – simulado e experimental. | 85 |
| Figura 4.9 Diagrama de Campbell – primeira e segunda frequências de flexão - simulado e experimental. | 85 |
| Figura 5.1 Modelo Simulink para simulação no tempo. | 89 |
| Figura 5.2 Resposta do filtro dinâmico de primeira ordem. | 90 |
| Figura 5.3 Ruído branco. | 91 |
| Figura 5.4 Ruído colorido. | 91 |
| Figura 5.5 Resposta no domínio do tempo sem falha– deslocamento z_1 e estado de controle z_{11c} | 92 |
| Figura 5.6 Redes neurais artificiais relativas aos estados mecânicos. | 93 |
| Figura 5.7 Redes neurais artificiais relativas aos estados elétricos. | 93 |
| Figura 5.8 Falha mecânica – caso #1 - (a) 20 Hz e (b) 50 Hz. | 97 |
| Figura 5.9 Falha elétrica – caso #2 - (a) 20 Hz e (b) 50 Hz. | 97 |
| Figura 5.10 Falha elétrica – caso #3 - (a) 20 Hz e (b) 50 Hz. | 98 |
| Figura 5.11 Falha mecânica – caso #1 – (a) 20 Hz e (b) 50 Hz. | 100 |
| Figura 5.12 Falha elétrica – caso #2 – (a) 25 Hz e (b) 50 Hz. | 101 |

| | |
|---|-----|
| Figura 5.13 Falha elétrica – caso #3 – (a) 20 Hz e (b) 50 Hz. | 101 |
| Figura 5.14 Resposta em frequência em malha fechada – modelo completo e modelo reduzido. | 102 |
| Figura 5.15 Falha mecânica – caso #1 – (a) 20 Hz e (b) 50 Hz. | 103 |
| Figura 5.16 Falha elétrica – caso #2 – (a) 20 Hz e (b) 50 Hz. | 103 |
| Figura 5.17 Falha elétrica – caso #3 – (a) 20 Hz e (b) 50 Hz. | 103 |
| Figura 5.18 Coordenadas e ângulos do eixo sujeito à ação do empeno. | 105 |
| Figura 5.19 Resposta ao desbalanceamento. | 105 |
| Figura 5.20 Resposta ao empeno residual. | 106 |
| Figura 5.21 Resposta ao desbalanceamento e empeno residual simultâneos. | 107 |
| Figura 5.22 Resposta ao desbalanceamento e empeno residual em fase a 0° - (caso #1). | 108 |
| Figura 5.23 Resposta ao desbalanceamento a 0° e empeno em contra fase a 180°- (caso #2). | 108 |
| Figura 5.24 Resposta ao desbalanceamento e empeno em fase a 0°- (caso #1). | 109 |
| Figura 5.25 Resposta ao desbalanceamento a 0° e empeno em contra fase a 180°- (caso #2). | 110 |
| Figura 6.1 Posição dos estados medidos experimentalmente. | 111 |
| Figura 6.2 (a) Deslocamento z_1 , (b) Tensão z_{11c} , (c) Correlação $R_{z_1z_1}$ e (d) Correlação $R_{z_{11c}z_1}$ – simulado e experimental. | 112 |
| Figura 6.3 Falha de sensor - caso#1 - (19000 V/m para 16000 V/m): (a), (b) e (c) - Resultados numéricos. (d), (e) e (f) - Resultados experimentais. | 121 |
| Figura 6.4 Falha de sensor - caso #2- (19000 V/m para 13000 V/m): (a), (b) e (c) - Resultados numéricos. (d), (e) e (f) - Resultados experimentais. | 122 |
| Figura 6.5 Falha na corrente do atuador magnético - caso #1- (0,307 A para 0,250 A): (a), (b) e (c) - Resultados numéricos. (d), (e) e (f) - Resultados experimentais. | 123 |
| Figura 6.6 Falha na corrente do atuador magnético - caso #2- (0,307 A para 0,204 A): (a), (b) e (c) - Resultados numéricos, (d), (e) e (f) - Resultados experimentais. | 124 |

Lista de Tabelas

| | |
|--|-----|
| Tabela 3.1 Correlações de entrada e saída das redes para falhas mecânicas – modelo completo | 72 |
| Tabela 3.2 Correlações de entrada e saída das redes para falhas elétricas – modelo completo | 72 |
| Tabela 3.3 Correlações de entrada e saída das redes para falhas mecânicas – modelo reduzido | 73 |
| Tabela 3.4 Correlações de entrada e saída das redes para falhas de empeno | 73 |
| Tabela 4.1 Empeno residual medido | 76 |
| Tabela 4.2 Comparação das três primeiras frequências naturais de flexão teórica e experimental – rotor livre | 83 |
| Tabela 4.3 Valor das massas e ângulo de fase do desbalanceamento residual. | 84 |
| Tabela 5.1 Parâmetros físicos do rotor e do mancal magnético | 88 |
| Tabela 5.2 Configurações de redes com 1 camada oculta..... | 95 |
| Tabela 5.3 Análise das redes na presença de ruído branco sem falha..... | 96 |
| Figura 5.4 Análise das redes com variação da rotação sem falha | 96 |
| Tabela 5.5 Análise das redes na presença de ruído colorido sem falha..... | 99 |
| Tabela 5.6 Análise das redes com variação da rotação sem falha..... | 99 |
| Tabela 5.7 Configuração de desbalanceamento e empeno simulados..... | 109 |
| Tabela 6.1 Análise das redes com variação da rotação sem falha experimentalmente | 113 |
| Tabela 6.2 Falha de desbalanceamento – resultados numéricos | 115 |
| Tabela 6.3 Falha de desbalanceamento – resultados experimentais | 117 |
| Tabela 6.4 Falha de desbalanceamento e empeno – resultados numéricos..... | 119 |
| Tabela 6.5 Falha de desbalanceamento e empeno – resultados experimentais..... | 120 |

Lista de Abreviaturas e Siglas

Letras Latinas

| | | |
|---------------|---|------------|
| $[A_c]$ | Matriz dinâmica dos estados de controle | |
| $[A_f]$ | Matriz dinâmica dos estados do sistema completo | |
| $[\bar{A}_f]$ | Matriz dinâmica dos estados do sistema completo de ordem reduzida | |
| $[A_m]$ | Matriz dinâmica dos estados mecânicos | |
| $[\bar{A}_m]$ | Matriz dinâmica dos estados mecânicos de ordem reduzida | |
| $[B_c]$ | Matriz de entrada do controlador | |
| $[B_f]$ | Matriz de entrada do sistema completo | |
| $[\bar{B}_f]$ | Matriz de entrada do sistema completo de ordem reduzida | |
| $[B_m]$ | Matriz de entrada do sistema mecânico | |
| $[\bar{B}_m]$ | Matriz de entrada do sistema mecânico de ordem reduzida | |
| $[C_c]$ | Matriz de saída do controlador | |
| $[C_m]$ | Matriz de saída do sistema mecânico | |
| $[\bar{C}_m]$ | Matriz de saída do sistema mecânico de ordem reduzida | |
| e | Excentricidade da massa de desbalanceo | m |
| e_i | Entradas das redes neurais artificiais | |
| $\{f\}$ | Vetor de forças externas | N |
| $\{f_e\}$ | Vetor de forças de empeno | |
| $\{f_d\}$ | Vetor de forças de desbalanceamentos | N |
| $\{f_m\}$ | Vetor de forças magnéticas | N |
| $f(v)$ | Função de ativação da rede neural | |
| G | Matriz de efeito giroscópico e amortecimento viscoso | |
| $G(s)$ | Função de transferência do controlador | |
| $H(t)$ | Vetor de ruído branco | |
| i | Corrente total nas bobinas do atuador | A |
| i_c | Corrente do controle | A |
| i_p | Corrente de polarização | A |
| $[K]$ | Matriz de rigidez global | |
| $[K_e]$ | Matriz de rigidez do eixo do rotor | |
| k_{mi} | Constante magnética do atuador | Nm^2/A^2 |

| | | |
|----------------------|---|-----|
| k_i | Rigidez de corrente | N/A |
| k_z | Rigidez de deslocamento | N/m |
| k_p | Ganho do estágio de potência | A/V |
| k_s | Ganho de sensor | V/m |
| L | Comprimento do elemento de eixo | m |
| $[M]$ | Matriz de massas completa | |
| m_u | Massa de desbalanceamento | kg |
| $\{q(t)\}$ | Vetor de deslocamentos e rotações do sistema mecânico | |
| r_k | Simboliza a saída das redes neurais | |
| r_u | Raio de desbalanceamento | m |
| $[T_R]$ | Matriz de condensação ou matriz de redução estática | |
| v_i | Tensão de saída do controlador para do eixo (i) | V |
| u_i | Tensão de entrada do controlador | V |
| w_k | Peso sináptico | |
| $\{x_m\}$ | Vetor de estados do sistema mecânico | |
| $\{x_c\}$ | Vetor de estados do controlador | |
| $\{x_f\}$ | Vetor de estados do sistema em malha fechada | |
| <i>Letras Gregas</i> | | |
| α | Ângulo de fase do plano de empeno em relação ao plano de referência | |
| β | Ângulo de fase das massas de desbalanceamento | |
| $\{\delta\}$ | Vetor dos valores de empeno no eixo | |
| ε | Esperança matemática | |
| ϕ | Rotação em torno do eixo z | |
| η | Taxa de aprendizado | |
| θ | Rotação em torno do eixo y | |
| ω | Velocidade angular | |
| τ | Espaço fixo de tempo | |
| <i>Superescritos</i> | | |
| T | Transposto | |
| <i>Subscritos</i> | | |
| m | Sistema mecânico | |
| ma | <i>Master</i> | |
| c | Sistema elétrico (controle) | |

| | |
|----------|---------------------------------------|
| f | Sistema em malha fechada |
| $z1, z4$ | Controlador na direção y discos 1 e 4 |
| s | <i>Slave</i> |
| $z1, z4$ | Controlador na direção z discos 1 e 4 |

Abreviações

| | |
|-------|---|
| AMB | <i>Active Magnetic Bearing</i> (Mancal Magnético Ativo) |
| DOF | <i>Degree of freedom</i> (Graus de Liberdade) |
| DR | <i>Dynamic range</i> (Faixa dinâmica) |
| GLRT | <i>Generalized Likelihood Ratio</i> (Razão de Verossimilhança Generalizada) |
| HMB | <i>Hibrid Magnetic Bearing</i> (Mancal Magnético Híbrido) |
| IEA | <i>International Energy Agency</i> |
| IRS | <i>Improved Reduction System</i> |
| FEM | <i>Finite Element Method</i> (Método dos Elementos Finitos) |
| FFT | <i>Fast Fourier Transform</i> (Transformada Rápida de Fourier) |
| HMB | <i>Hibrid Magnetic Bearing</i> (Mancais Magnéticos Híbridos) |
| MBFD | <i>Model Based Fault Detection</i> (Detecção de Falha Baseada em Modelo) |
| MSD | <i>Mean Square Deviation</i> (Desvio Quadrático Médio) |
| MLP | <i>Mult Layer Perceptron</i> (Rede de Múltiplas Camadas) |
| PCA | <i>Principal Component Analysis</i> (Análise da componente principal) |
| PMB | <i>Passive Magnetic Bearing</i> (Mancais Magnéticos Passivos) |
| RNA | <i>Redes Neurais Artificiais</i> |
| SEREP | <i>System Equivalent Reduction Expansion Process</i> |
| SNR | Razão sinal/ruído |
| SVD | <i>Singular Value Decomposition</i> |
| SISO | <i>Single Input – Single Output</i> (uma entrada e uma saída) |
| SVM | <i>Support Vector Machine</i> (Máquinas de Vetores de Suporte) |

Sumário

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 17 |
| 1.1 | Objetivos do trabalho | 19 |
| 1.2 | Divisão da tese | 20 |
| 2 | REVISÃO DA LITERATURA | 22 |
| 2.1 | Diagnóstico de falhas baseado em modelos | 22 |
| 2.2 | Falhas em sistemas dotados de mancais magnéticos | 24 |
| 2.3 | Falha mecânica | 25 |
| 2.4 | Falha elétrica | 30 |
| 2.5 | Redução da ordem do modelo | 33 |
| 2.6 | Redes neurais artificiais | 35 |
| 2.7 | Evolução da linha de pesquisa na FEM - DSI-Unicamp | 40 |
| 3 | MODELAGEM MATEMÁTICA | 42 |
| 3.1 | Modelo matemático do mancal magnético e controle | 42 |
| 3.2 | Modelo mecânico e equações na forma de espaço de estados em malha fechada | 48 |
| 3.2.1 | Elemento de disco | 50 |
| 3.2.2 | Elemento de eixo | 51 |
| 3.2.3 | Modelo mecânico na forma de espaço de estados | 53 |
| 3.3 | Equação matricial de Lyapunov e equações de correlações | 55 |
| 3.4 | Redução da ordem do modelo | 59 |
| 3.5 | Excitação por forças de desbalanceamento | 63 |
| 3.6 | Excitação por ruído branco e ruído colorido | 64 |
| 3.7 | Forças de empeno de eixo | 65 |
| 3.8 | Redes neurais artificiais | 68 |
| 4 | PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL | 75 |
| 4.1 | Eixo e rotor | 76 |

| | |
|--|------------|
| 4.2 Motor e sensor de rotação..... | 77 |
| 4.3 Ganho dos atuadores do mancal magnético | 77 |
| 4.4 Ganho dos sensores de posição | 79 |
| 4.5 Amplificadores de potência | 81 |
| 4.6 Sistema de controle..... | 81 |
| 4.7 Frequências naturais do rotor | 82 |
| 4.8 Balanceamento do rotor..... | 83 |
| 4.9 Resposta em frequência e diagrama de Campbell..... | 84 |
| 5 ANÁLISE NUMÉRICA | 88 |
| 5.1 Análise da excitação por ruído branco e colorido | 90 |
| 5.2 Análise da robustez do método com modelo completo..... | 92 |
| 5.2.1 Excitação por ruído branco..... | 95 |
| 5.2.2 Excitação por ruído colorido | 98 |
| 5.3 Análise do método usando modelo reduzido..... | 102 |
| 5.4 Análise do método com a adição do efeito de empeno no eixo e desbalanceamento..... | 104 |
| 5.4.1 Resposta ao desbalanceamento e empeno residual..... | 105 |
| 6 RESULTADOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS..... | 111 |
| 6.1 Análise da variação da rotação experimentalmente | 112 |
| 6.2 Falha Mecânica - alteração no desbalanceamento..... | 113 |
| 6.3 Falha Mecânica – empeno do eixo | 117 |
| 6.4 Falha elétrica – alteração no ganho dos sensores | 120 |
| 6.5 Falha elétrica – alteração na corrente da bobina do mancal magnético | 123 |
| 7 CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS FUTURAS..... | 126 |
| REFERÊNCIAS..... | 130 |
| APÊNDICE A – Estrutura da matriz de rigidez e do vetor de forças de empeno..... | 141 |
| APÊNDICE B – Determinação dos ângulos de empeno..... | 143 |
| APÊNDICE C – Matrizes do modelo mecânico do rotor..... | 145 |

1 INTRODUÇÃO

Segundo o relatório anual de eficiência energética da IEA - *International Energy Agency* (2021) uma rápida expansão de tecnologias e soluções que impulsionem o uso mais eficiente de energia em toda a economia é necessária para manter as promessas climáticas globais. Neste sentido as máquinas rotativas têm presença de destaque nessa expansão em diversas áreas, como em grandes turbinas em usinas hidrelétricas e termoelétricas, motores de propulsão em navios, automóveis e aeronaves, além de compressores e bombas na indústria de petróleo e gás. Essas aplicações são geralmente associadas a altas velocidades de rotação e longos ciclos operacionais, às vezes contínuos. Portanto, o comportamento dinâmico dessas máquinas deve ser bem conhecido para que seja possível um projeto robusto, com máquinas mais eficientes, econômicas e sustentáveis.

Diante dessa necessidade a busca por máquinas mais precisas, confiáveis e que operem em condições extremas tem exigido o uso de materiais mais leves, mais resistentes e com elementos de suporte que atendam essa demanda. Em altas velocidades, os mancais de elementos rolantes não podem ser usados ou têm vida útil limitada devido ao desgaste excessivo. Os mancais sem contato, como os mancais a gás ou aerostáticos, lubrificados com óleo ou magnéticos, oferecem vida útil mais longa do que os mancais convencionais. Em muitas aplicações, principalmente no setor de energia, os mancais magnéticos tem assumido papel de destaque perante outros tipos de mancais (Prasad e Narayanan, 2021).

Um mancal magnético é um dispositivo mecatrônico, no qual forças magnéticas são usadas para levantar um rotor sem nenhum contato. Os mancais magnéticos podem ser classificados como mancais magnéticos ativos AMBs (*Active Magnetic Bearings*), mancais magnéticos passivos PMBs (*Passive Magnetic Bearings*) e mancais híbridos com polarização de ímã permanente HMBs (*Hibrid Magnetic Bearings*). A levitação do rotor é alcançada passivamente ao se usar PMBs e HMBs, pois as forças magnéticas estão sempre presentes. De maneira oposta os AMBs necessitam de um atuador magnético e controladores para um funcionamento estável, contudo, devido a esta característica, os mancais magnéticos ativos são amplamente utilizados em sistemas de rotores flexíveis devido à sua robustez, controlabilidade e alta rigidez em comparação aos PMBs e HMBs (Schweitzer e Maslen, 2009).

Os rotores sustentados por mancais magnéticos ativos oferecem uma variedade de vantagens em comparação aos sistemas convencionais. Alguns deles são as possibilidades de ajuste de rigidez e amortecimento, a ausência de desgaste e de sistemas de lubrificação, a redução do atrito e possível compensação de desbalanço. Encontra aplicações em turbinas de alta velocidade, compressores, bombas, motores a jato e ultracentrifugas. Possui também possíveis aplicações para equipamentos dotados de micro mancais como giroscópios, espelhos rotativos, helicópteros, medidores de vácuo giratórios, na microusinagem e em microturbinas. Prasad e Narayanan (2021) acrescentam que por se tratar de um sistema de suporte isento de lubrificação e manutenção é adequado também para aplicações onde se exige requisitos de limpeza (por exemplo, indústria alimentícia e farmacêutica) e para aplicações perigosas (por exemplo, na indústria de petróleo e química).

O principal benefício da aplicação dos mancais magnéticos ativos como sistema de suporte do rotor repousa no fato de que a carga do eixo não nasce por contato metálico ou por fluido, mas pela força magnética entre os polos estacionários e o rotor girante. Isso faz esse tipo de mancal ter a preferência de escolha quando há a necessidade de operar em ambiente a vácuo e de alta temperatura, onde os mancais convencionais não podem ser colocados em serviço. É adequado para aplicações em que a lubrificação é proibitiva ou incontrolável, como aparelhos farmacêuticos, bombas de difusão e aplicações espaciais (Singh e Tiwari, 2016).

Em várias aplicações, a viabilidade e lucratividade tem sido demonstrado devido ao baixo desgaste e perdas mecânicas mínimas (Polajžer, 2010). No entanto, há muito mais potencial nesses sistemas do que usá-los apenas como mancais simples. Os mancais magnéticos ativos, podem também ser usados como elementos de sensor e atuador. Eles ainda podem ser utilizados nas novas gerações de turbomáquinas como uma ferramenta de identificação e diagnóstico. Dessa forma, é possível projetar novas máquinas com maior desempenho, maior confiabilidade e vida útil mais longa (Aenis e Nordmann, 2002).

Segundo Schweitzer e Maslen (2009) os mancais magnéticos apresentam uma interconexão de componentes mecânicos, eletrônicos e de softwares fazendo parte do sistema, o que o torna um típico sistema mecatrônico que pode estar sujeito a falhas elétricas e mecânicas. As falhas elétricas podem estar relacionadas aos sistemas de controle, amplificadores de potência, atuadores magnéticos ou sensores. São falhas que podem alterar as características de rigidez e amortecimento do mancal magnético, provocar erros de leitura da posição do rotor e causar instabilidades do sistema (Cheng et al., 2020). As falhas mecânicas são caracterizadas por defeitos que podem surgir principalmente no rotor de uma

máquina durante sua vida útil. Esses defeitos podem ocorrer devido a erros de processo, manutenção, projeto ou montagem. Eles podem causar defeitos localizados: trincas transversais, empeno do eixo, desalinhamentos e falhas de desbalanceamento. Entre a variedade de falhas mecânicas citadas, a falha mais frequente é a falha por desbalanceamento, que pode ocorrer devido à imprecisão de fabricação (ajustes e tolerâncias), falta de homogeneidade do material, deformação térmica, desgaste em operação e tensões residuais (Tiwari e Chougale, 2014). Por requisitos de confiabilidade e segurança, um sistema de diagnóstico de falhas dedicado ao diagnóstico de possíveis falhas do sistema rotor e mancais aumenta a confiabilidade da máquina.

1.1 Objetivos do trabalho

O problema de detecção de falhas aplicado ao um sistema rotacional com mancal magnético tem uma dificuldade especial porque as equações do sistema mecânico estão associadas à estrutura de controle do sistema. Normalmente, a medição de todas as variáveis de estado não é possível em sistemas reais e o conhecimento dos valores de rigidez e amortecimento também é difícil de ser identificado. Para evitar essa dificuldade prática, esse trabalho objetiva a aplicação de uma metodologia que trabalha apenas com a estrutura do modelo não sendo necessário o conhecimento prévio dos valores dos parâmetros. O sistema é excitado por forças de desbalanceamento, forças de empenos e ruídos para a obtenção de sua resposta no domínio do tempo. Será considerado apenas as variáveis de estado possíveis de serem medidas. Serão empregadas as equações de correlações obtidas através da formulação matricial de Lyapunov. Estas equações relacionam os parâmetros físicos do sistema com as equações de correlação dos sinais medidos, através dos sensores de deslocamento do rotor e dos estados de controle. Quando ocorre alguma alteração em um parâmetro físico do sistema ocorrerá uma diferença na igualdade da equação relacionada. Serão calculadas estas diferenças entre os sinais das correlações relacionadas a cada defeito proposto seja ele mecânico ou elétrico. Os termos das equações da correlação relacionadas com estados que não podem ser medidos são mapeados através de redes neurais artificiais, criadas para cada equação relacionadas aos parâmetros que será investigado. O método será aplicado numericamente e experimentalmente.

Para a aplicação experimental do método proposto foi desenvolvido uma bancada de ensaios, composta por rotor, um par de mancais magnéticos, motor e sensores de proximidade e de rotação, mostrados na Figura 1.1.

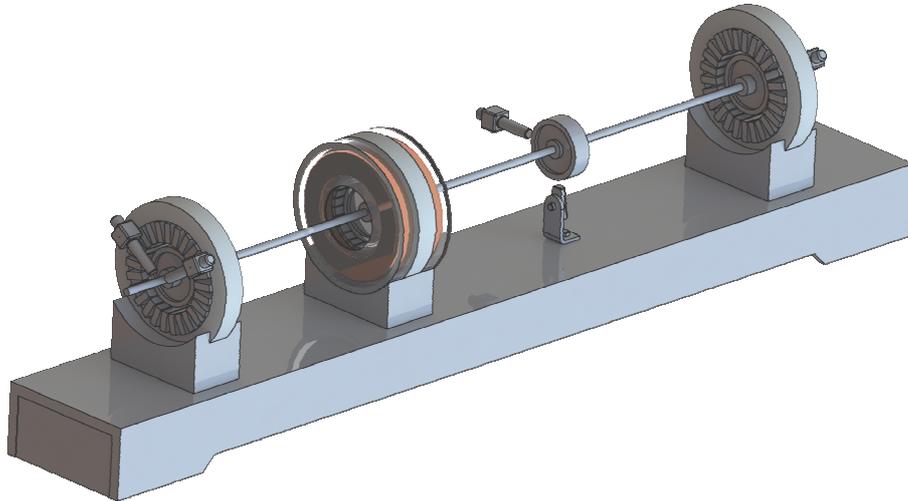


Figura 1.1 Bancada de ensaio.

1.2 Divisão da tese

Este trabalho foi dividido em seis capítulos, onde são apresentados uma introdução ao tema, bibliografia utilizada, as metodologias abordadas, simulações e procedimentos experimentais realizados, resultados encontrados e conclusões. A seguir, faz-se uma breve descrição do sumário estruturado dos capítulos:

Capítulo 2 – Revisão da Literatura: apresenta as publicações utilizadas no trabalho e um relato geral das publicações sobre o estado da arte do tema proposto.

Capítulo 3 – Modelagem Matemática: apresenta a modelagem matemática do mancal magnético, do sistema de controle e o modelo mecânico do rotor, colocados na forma de espaço de estados. Apresenta as equações de correlações através da equação matricial de Lyapunov, as funções de correlações e a estrutura das redes neurais, para o sistema completo, sistema de ordem reduzida e para empeno do eixo.

Capítulo 4 – Análise Numérica: É apresentado um estudo numérico para escolha da melhor estrutura de rede neural a ser utilizada, faz-se um estudo da robustez do método quanto à variação de rotação e com a adição de ruído branco e ruído colorido como excitação, apresenta os resultados da simulação de algumas falhas para teste do método na presença destas perturbações na entrada do sistema.

Capítulo 5 – Procedimento Experimental: apresenta a análise dinâmica do sistema, são confrontados os resultados simulados e experimentais de resposta em frequência do controle do sistema completo em malha fechada, diagrama de Campbell, curvas de calibração dos sensores e resposta ao desbalanceamento residual.

Capítulo 6 – Resultados Numéricos e Experimentais: Apresenta os resultados quanto à variação de rotação do rotor utilizando a estrutura de rede neural escolhida em tópicos anteriores. É apresentado também os resultados das falhas impostas ao sistema: falha de sensor, falha de atuador, falha apenas de alteração de desbalanceamento e falhas de desbalanceamento associada com empeno do eixo, simuladas e experimentais. Confronta os resultados simulados e experimentais e analisa estes resultados.

Capítulo 7 - Conclusões e Sugestões para próximos trabalhos: Apresentam-se as principais conclusões deste trabalho e sugestões para prosseguimento da linha de pesquisa.

Referências Bibliográficas: Listam-se as referências bibliográficas utilizadas neste trabalho por ordem alfabética.

2 REVISÃO DA LITERATURA

As máquinas rotativas desempenham um papel fundamental na indústria moderna. Nas últimas décadas, a segurança destes equipamentos tem recebido cada vez mais atenção e o estudo de métodos de diagnóstico de falhas tornou-se um tópico de pesquisa relevante. As falhas não incluem apenas problemas relacionados ao rotor, mas também podem ocorrer em mancais, caixas de engrenagens, acoplamentos e sistemas elétricos, o que determina a variação e a complexidade das possíveis ocorrências (Yan et al., 2019). Existe uma demanda crescente de confiabilidade e segurança dos sistemas industriais sujeitos a potenciais anormalidades de processo ou por falhas de componentes. Como resultado, é fundamental detectar e identificar qualquer tipo de anormalidade o mais cedo possível e implementar algum sistema de detecção e correção para minimizar a degradação do desempenho do equipamento evitando situações perigosas (Gao et al., 2015). As pesquisas sobre diagnóstico e prognóstico de falhas e de sistemas tolerantes a falhas é um tópico em desenvolvimento, em que a aplicação dessas tecnologias na indústria ainda não chegou a um estágio onde existem soluções comuns, ou mesmo um conjunto de procedimentos a ser seguido, embora tenha gerado muitas soluções (Simani e Zlatoni, 2021).

2.1 Diagnóstico de falhas baseado em modelos

As falhas nos sistemas de engenharia podem ser diagnosticadas por um amplo espectro de métodos. Uma classificação é apresentada por Ding (2013) é mostrado de forma adaptada na Figura 2.1.

No primeiro quadro é apresentado a metodologia por redundância de hardware, onde componentes de hardware idênticos adicionais são inclusos ao sistema. A ideia básica da redundância de hardware é usar identificadores idênticos, componentes com o mesmo sinal de entrada, de modo que duplicado os sinais de saída possam ser comparados, levando à decisão de diagnóstico por uma variedade de métodos, por exemplo fazendo uma verificação de limites aceitáveis. A redundância de hardware é confiável, mas cara pois aumenta peso e

ocupa mais espaço. É necessário para os componentes principais equiparem-se com a duplicata redundante, e não seria aplicável se a redundância de hardware for aplicada a todo o sistema devido ao custo ou à dificuldade para instalação física quando houver restrição de espaço e de peso (Gao et al., 2015).

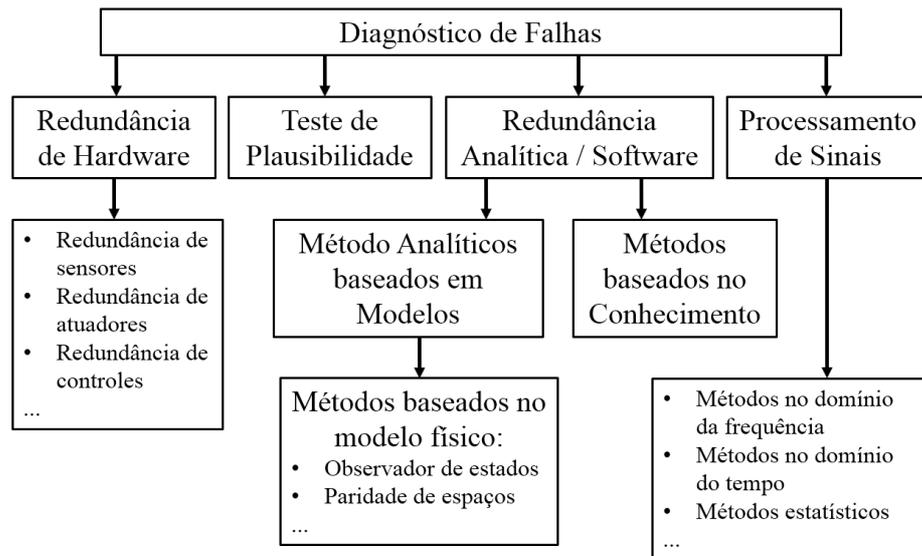


Figura 2.1 Classificação dos métodos de diagnóstico de falhas.

Os testes de plausibilidade, apresentado no segundo quadro, compara leis físicas às saídas do sistema. Quando não há uma explicação plausível sobre um sinal de saída, então há um sintoma de falha (Imbassahy et al., 2019).

O terceiro quadro mostra os métodos que se utilizam da redundância analítica ou de software. Segundo Lees et al. (2009) podem ser classificados em duas classes: métodos analíticos, conhecidos como MBFD (*Model Base Fault Detection*) métodos baseados em modelo matemático e os métodos baseados no conhecimento, que são os métodos heurísticos. Durante décadas, os métodos heurísticos foram bem aceitos, amplamente utilizados para identificar falhas em máquinas rotativas. No entanto, a quantificação de falhas pode exigir a realização de um número significativo de testes, que podem ser demorados e caros. Segundo Espinoza-Sepulveda e Sinha (2021) os modelos matemáticos têm sido amplamente utilizados no estudo de máquinas rotativas. Sua aplicação em dinâmica facilitou novas pesquisas, uma vez que podem evitar processos experimentais demorados e custosos para simular diferentes falhas.

O diagnóstico de falhas baseado em modelo foi originado por Beard (1971), para substituir a redundância de hardware por redundância analítica. Segundo Isermann (2006) os diversos tipos de abordagem para métodos baseados em modelo podem ser classificadas como: estimação de parâmetros, quando os parâmetros constantes e característicos do processo ou do componente são afetados pela falha. Estimação de estados, quando os parâmetros característicos do processo ou componente não são afetados pela falha, apenas os estados do sistema, representados por um conjunto de variáveis de estado não medidas, são afetados pela falha. Neste caso, o modelo age como um observador de estados. Equações de paridade: as falhas afetam algumas variáveis de entrada não medidas. Os parâmetros do sistema são constantes e apenas variáveis de saída são medidas e comparadas com as variáveis de saída calculadas pelo modelo.

O último quadro mostra métodos de diagnóstico de falhas via processamento de sinal, que são vantajosos em processos em estado estacionário. Eles não devem ser usados para processos que possuem uma ampla faixa de operação devido à variação dos sinais de entrada (Isermann, 2006).

2.2 Falhas em sistemas dotados de mancais magnéticos

Em um sistema composto por rotor / mancais magnéticos as falhas podem ser classificadas como internas ou externas ao sistema. Essa classificação refere-se à maneira pela qual as falhas podem ser tratadas após a ocorrência. Gouws (2013) define que uma falha é considerada externa quando o efeito da falha pode ser replicado por alguma perturbação externa ao sistema. Esses distúrbios sempre terão um componente transitório e possivelmente um componente em estado estacionário. Comenta que, no caso de falhas externas, geralmente não se requer nenhuma reconfiguração do próprio sistema de controle, embora algum ajuste ou adaptação da lei de controle possa melhorar a operação. Classifica como falhas externas principalmente falhas mecânicas associadas ao eixo, rotor e algumas falhas de mancal, e pontua algumas situações em que cada um pode ocorrer.

Waseen e Agarwal (2015) define que as falhas internas não podem ser representadas por distúrbios externos, pois afetam os processos de atuação, medição ou controle e, portanto, a dinâmica do sistema. São falhas principalmente associadas aos componentes

eletroeletrônicos do mancal magnético. Gouws (2013) comenta que algumas falhas associadas ao rotor como fadiga, trincas ou desprendimento de parte do rotor também possam ser consideradas como falhas internas.

2.3 Falha mecânica

Segundo Tiwari e Kumar (2022), as falhas mecânicas mais comuns em máquinas rotativas são:

- Desbalanço,
- Desalinhamentos,
- Trincas transversais,
- Empenos de eixo,
- Instabilidades fluido induzida,
- Falhas em mancais, rolamentos e suportes,
- Roçamento e frouxamento.

Essas falhas que podem ocorrer individualmente ou simultaneamente, podem gerar altas amplitudes de vibração e levar o equipamento à instabilidade e a acidentes catastróficos. As falhas mecânicas são caracterizadas por defeitos que podem surgir principalmente no rotor de uma máquina durante a sua vida em operação. Esses defeitos podem ocorrer devido a problemas de processo, manutenção, projeto ou montagem. Walker et al. (2013) complementa que cada uma das falhas mecânicas listadas é variadas e algumas são mais comuns do que outras. Pontua que há consenso entre diversos autores que o problema de desbalanceamento é o mais comum seguido do desalinhamento e empeno de eixo. Em relação ao desbalanceamento ocorre em parte devido às tolerâncias finas aplicadas às máquinas modernas e devido às ligações entre o desbalanceamento com outras falhas. Comenta que as falhas associadas aos mancais ou rolamentos é a falha mais diversa e que tem a maior concentração de pesquisas em várias áreas. Observa que se deve separar as falhas que ocorrem nos eixos das que ocorrem nos rotores, uma vez que podem ser classificadas como falhas distintas, particularmente no que diz respeito à localização e manutenção.

O desbalanceamento de um rotor é uma situação em que o centro de massa de um componente rotativo, normalmente o eixo e seus componentes fixos, como discos ou pás, não coincide com o centro de rotação. O centro de massa se desloca do eixo de rotação e nenhum dos eixos principais de inércia está alinhado com ele (Lees, 2015). Em condições de operação, sempre haverá algum desbalanceamento residual, devido a erros de fabricação, porosidades, densidade não homogênea do material ou perda de material devido ao processo de conformação, mesmo que tenha sido realizado um balanceamento do rotor previamente. Os rotores geralmente são balanceados em uma máquina de balanceamento para manter o desbalanceamento residual em um nível mínimo, contudo o desbalanceamento residual pode aumentar na operação de máquinas rotativas em uso a longo prazo. Por exemplo, em uma turbina a gás, pode ocorrer desbalanceamento devido a danos na lâmina, instalação imprecisa após uma revisão geral da montagem, cavitação ou devido ao contato com algum fluido corrosivo (Gohari e Kord, 2018). Esta alteração no desbalanceamento, pode elevar os níveis de vibração do equipamento e conseqüentemente gerar forças excessivas nos mancais, acarretando perda de eficiência e diminuindo a vida útil do sistema, logo é importante algum sistema de detecção para prever e se necessário corrigir essas mudanças (Mogal e Lalwani, 2014).

Os métodos de detecção de falhas baseados em modelos são amplamente utilizados para identificar falhas relacionadas ao rotor e mancais. Sinha et al. (2002) propõem um método no domínio da frequência para identificar o desbalanceamento e os parâmetros de fundação. O método é baseado no uso da matriz de rigidez dinâmica, que contém os parâmetros de massa, rigidez e amortecimento da fundação e no vetor de desbalanceamento relativos a alguns pontos do rotor. Sudhakar e Shekar (2011) apresentam duas abordagens para identificar falhas de desbalanço. Propõe um método através da minimização de cargas equivalentes e outro pela minimização de vibrações. Para a identificação da falha utiliza a medida de vibrações transversais em apenas um ponto do sistema e conclui que o método da minimização da vibração é mais efetivo por apresentar erros menores. Pennacchi (2018) propõem método para identificar os parâmetros de desbalanço do rotor de um turbogerador usando o método dos mínimos quadrados e a técnica *M-estimators* para avaliar a adequação do modelo do sistema. Por meio da expansão modal. Chatzisavvas e Dohnal (2015) propõe um procedimento robusto para a identificação de desbalanço utilizando o método de carga equivalente com base em medições de vibração. O procedimento baseia-se na técnica generalizada LAR (*Least Angle Regression*), para identificação de falhas. Comparam essa técnica com a expansão modal

usada no domínio do tempo e múltiplas regressões usadas nas técnicas de domínio da frequência utilizadas por Markert et al. (2001) e Bachschmid (2002) respectivamente. Yao et al. (2018) apresentam dois métodos para a identificação das características de desbalanço: um é baseado na expansão modal combinada com o uso de algoritmos de otimização e outro refere-se ao uso da técnica de expansão modal aplicada ao problema inverso. Luo et al. (2011) identificaram falhas de desbalanceamento em um rotor com dois vãos e quatro apoios. O desbalanceamento foi identificado através do ajuste de mínimos quadrados pela vibração residual transitória do sistema e FFT para identificação das fases. Ponderam sobre a necessidade em medir a resposta em regime permanente em diferentes rotações do sistema. Tiwari e Chougale (2014) aplicam um algoritmo para identificar os parâmetros dinâmicos, rigidez e amortecimento, e o desbalanço em planos previamente definidos de em um rotor flexível sustentados por mancais magnéticos, o algoritmo é baseado simultaneamente nas medidas da corrente de controle do mancal e na resposta ao desbalanço. Utiliza mínimos quadrados e a resposta do sistema no domínio da frequência na presença de ruído e conclui que, em algumas condições, os resultados experimentais diferem dos teóricos. Posteriormente, Tiwari e Kumar (2021) identificaram desbalanceamento e desalinhamentos do rotor em um sistema sustentado por mancais magnéticos ativos. Utilizam um modelo de rotor baseado em elementos finitos com redução de ordem de modelo para evitar graus de liberdade de rotação do sistema de difícil medição. Para aplicação do algoritmo de detecção é necessário identificar os parâmetros de rigidez de deslocamentos e rigidez de corrente associados aos mancais magnéticos. Gangsar et al. (2021) desenvolveram um sistema automatizado para diagnóstico de desbalanceamento em um sistema rotativo rotor baseado em SVM (*Support Vector Machine*). Usa sinais de vibração adquiridos do rotor saudável e defeituoso no domínio do tempo e da frequência. Dados estatísticos são extraídos do domínio e usadas como entrada para o algoritmo. Conclui que em rotações mais altas a relação sinal-ruído é melhor, o que não ocorre em rotações baixas.

Assim como em todo rotor sempre existira algum desbalanceamento residual, da mesma forma sempre existira algum empeno residual. O empeno de eixos pode ser desenvolvido de várias maneiras. Devido à fluência do material, pela ação da força peso em rotores horizontais longos, quando ficam em descanso por um longo período, por distorção térmica, devido ao aquecimento e resfriamento assimétrico do rotor, devido à própria força de desbalanceamento ou devido à fricção do rotor com algum tipo de vedação (Mogal e Lalwani, 2017). A razão típica para o empeno de um rotor é devido à ocorrência de deformação ou à flexão estática

(permanente ou temporária). Embora a influência de um eixo empenado seja essencialmente uma condição de desbalanço, ela é diferente da excentricidade clássica da massa do centro geométrico. O arco de empeno e a excentricidade são em geral em diferentes locais angulares e os rotores empenados se comportam de maneira um pouco diferente dos rotores puramente desbalanceados (Rao, 2001).

Os primeiros estudos da resposta ao desbalanceamento de um rotor com empeno de eixo foram apresentados por Nicholas et al. (1976) (Parte I e Parte II). Num primeiro trabalho, consideraram desbalanceamento e empeno conhecidos sobre um rotor de Laval apoiado em mancais rígidos. O empeno foi reproduzido pela ação força síncrona com a rotação atuando sobre o eixo. Realizaram simulações variando a posição do empeno em relação à posição do desbalanceamento. Concluíram que na ressonância o ângulo de fase é diferente de 90° e que as amplitudes de vibração mudam sob o efeito de empeno. Se o efeito do empeno e do desbalanceamento estiverem em contra fase pode ocorrer um autobalanceamento e que em baixas rotações a resposta ao empeno é mais relevante e em altas rotações é a resposta ao desbalanço. No segundo trabalho, discutem procedimentos de balanceamento do mesmo rotor na presença de empeno. Nessa mesma linha, Nelson (2002) apresentou um procedimento para balancear um rotor com vários graus de liberdade. Ressalta que para a aplicação do procedimento de balanceamento proposto requer um bom conhecimento do modelo matemático do rotor. Rao (2001) estudou diferentes casos de empenos num rotor de massa simples. Simulou casos de autobalanceamento e verificou que a fase da resposta sofre significativas alterações devido à amplitude e fase do empeno, inclusive na velocidade crítica. Flack e Rooke (1980) compararam as respostas teóricas e experimentais ao empeno em diferentes tipos de mancais de fluido usando o método da matriz de transferência. Concluem que os resultados obtidos anteriormente por Nicholas et al. (1976) não podem ser aplicados para um rotor montado sobre mancais hidrodinâmicos e que cada tipo de mancal apresenta sua característica de resposta ao empeno. Darpe et al. (2006) estudaram o efeito do empeno residual e de trincas transversais presentes no eixo do rotor. Realizaram as análises com rotor em estado estacionário e transiente. Song et al. (2013) detectaram falhas de empeno num sistema rotor / mancais na presença de ruído utilizaram *wavelets transform* e método gráfico para reconstruir sinais decompostos. Exploram condição com várias falhas atuando simultaneamente desalinhamento, desbalanço e empeno, teoricamente e experimentalmente. Vania et al. (2013) apresentaram um estudo para verificar a causa de vibração numa unidade de geração de energia. Investigou algumas possíveis falhas mecânicas e concluiu que o

empeno térmico era a principal causa. Os autores ressaltam que várias falhas diferentes podem causar sintomas semelhantes na vibração de grandes máquinas rotativas e que apenas um modelo bem ajustado é capaz de fornecer identificações confiáveis de falhas. Num primeiro trabalho, Sanches e Pederiva (2016) exploram falhas de desbalanceamento e de empeno residual de eixo simultâneos num rotor de Laval. O método é baseado na equação matricial de Lyapunov e o procedimento de identificação utilizou a resposta no domínio do tempo de um modelo reduzido pelo método de Guyan e mínimos quadrados. Simulou vários casos diferentes de desbalanceamento e de configuração de empenos e alguns foram comparados com os experimentos. Na mesma linha num segundo trabalho, Sanches e Pederiva (2018) também exploram falhas de desbalanceamento e empeno. Aplicam o mesmo método de identificação, porém em um rotor com vários graus de liberdade, constituído de um eixo e dois discos. Neste caso utilizaram o método de redução de modelo de SEREP (*System Equivalent Reduction Expansion Process*). Comentam da dificuldade de descrever sistemas dinâmicos complexos com apenas alguns graus de liberdade e da necessidade de um modelo acurado, para se obter bons resultados no processo de identificação, através do método proposto. Sarmah e Tiwari (2020) exploram falhas de trincas transversais (*breathing model*) e empeno de eixo em um rotor sustentado por mancais magnéticos ativos excitado por forças de desbalanceamento, considerando amortecimento interno e ruídos. Trabalham com um modelo reduzido por condensação dinâmica, para evitar estados que não medidos. Utilizam um algoritmo de identificação baseado nas equações de movimento linearizada, para estimar parâmetros críticos, como rigidez aditiva à trinca, amplitude de empeno, desbalanceamento e alguns ganhos dos mancais magnéticos. Através do espectro de frequência gerado a partir das respostas no domínio do tempo observa a presença de empeno residual. Comentam que os harmônicos presentes no espectro de frequência característicos de um eixo com trinca transversal, se alteram com a presença de empeno. Concluem que a amplitude de vibração é maior na presença de empeno do eixo com respectivo aumento na corrente de controle do mancal e que o ruído interfere na rigidez da trinca.

2.4 Falha elétrica

Segundo Cheng et al. (2020) embora os sistemas dotados de mancais magnéticos sejam geralmente confiáveis, uma preocupação importante deve ser a sua tolerância a falhas. São sistemas mecatrônicos que levita o rotor manipulando a intensidade de forças de atração eletromagnéticas. A operação desejada do sistema rotor / mancal magnético depende principalmente do desempenho dos controladores, sensores de posição, atuadores magnéticos e dos sistemas de potência. A falha de qualquer um desses componentes pode resultar em comportamento destrutivo da dinâmica do rotor. Para evitar a desestabilização de todo o sistema, o uso de algum sistema de detecção e diagnóstico de falhas sob sua condição operacional são essenciais (Waseen e Agarwal, 2015).

Cole et al. (2004) apresentam um estudo abrangente dos cenários de falhas elétricas para mancais magnéticos ativos, onde as falhas são categorizadas por tipo, efeito e viabilidade da tolerância. Nagel et al. (2016) pontua que a partir do estudo desses cenários, emergem três categorias de falhas que não estão relacionadas ao rotor e não dependem da redundância física para o comportamento tolerantes: falhas do atuador, falhas de sensor e erros de software. Xu et al. (2019) pontua que o comportamento dinâmico do rotor é significativamente afetado pelas características de rigidez e amortecimento dos mancais e que são parâmetros amplamente afetados quando há falhas de atuação. Relata a dificuldade de se ter uma identificação consistente desses parâmetros, quando necessário, e avalia que o parâmetro de amortecimento é ainda mais complicado por conta das perdas por correntes parasitas que devem ser consideradas no processo de identificação. Com relação às falhas de atuadores, Cheng et al. (2020) comenta que são as falhas mais comuns, como consequência alteram a simetria da estrutura original do mancal, resultando em falhas de controle de grau livre. Como resultado, o rotor poderá perder sustentação, podendo causar sérios danos ao sistema. Portanto, é difícil adotar indicadores de saúde para estimar a vida útil do sistema de mancal magnético. Os projetos de atuadores redundantes é uma possível ferramenta, significa em lidar com a falha no processo levítico-magnético do sistema, mas um diagnóstico preciso e rápido dessas falhas é de base crucial. A detecção e diagnóstico de falhas de atuadores podem ser categorizados nas seguintes abordagens. A primeira são os métodos baseados em modelos matemáticos para analisar diferentes falhas, pondera a necessidade de se estabelecer modelos suficientemente precisos para várias falhas em várias condições de operação. A segunda

abordagem são os métodos baseados em processamento de sinal. As correntes e sinais de vibrações medidos são utilizados no processo de detecção da falha.

Quanto aos sensores estes podem falhar devido ao mau funcionamento de um transdutor que pode produzir uma variedade de sinais enganosos. No entanto, um curto-circuito ou um circuito aberto provavelmente produzirá um sinal DC não desejado. As avarias elétricas podem provocar a perda de um sensor, por exemplo um sensor fica preso a um valor específico ou tem uma variação no seu fator de escala (Kim e Lee, 1999). Outra possibilidade é a geração de ruído excessivo de fontes eletromagnéticas, que podem ser confundidas com sinais de sensor (Schweitzer e Maslen, 2009). Além de uma falha elétrica, danos físicos ou deterioração podem ser a causa provável de mau funcionamento do sensor. Por exemplo, danos ao eixo ou detritos na superfície de medição poderão afetar sua leitura. Sem detecção e correção precoce, a falha de um sensor fornece informações incorretas de posição do rotor transmitidas ao controlador, podendo levá-lo a decisões incorretas e causar danos ao sistema.

Para detecção de falhas em sensores Gou et al. (2020) pontua que a técnica mais comum é a análise de redundância analítica, que pode ser baseada em modelo ou orientada por dados ou os dois simultaneamente. Nos métodos baseados em um modelo analítico a falha é diagnosticada sem conhecimento ou experiência prévia por meio de observadores de estado, filtro de partículas, filtro Kalman ou outras ferramentas. Observa que é necessário construir um modelo preciso do sistema para efetivamente operar esse método.

Com relação às falhas de software Gouws (2013) comenta que são falhas que afetam diretamente o controlador em tempo real pois é suscetível a erros de programação latentes. Podem surgir inesperadamente e podem ser difíceis de pré-detectar. Esse tipo de erro resultará em comportamento imprevisível ou no encerramento do programa. Ressalta que a solução é uma programação bem estruturada e um teste completo do programa antes de sua operação.

O campo do diagnóstico de falhas para sistemas dinâmicos tornou-se um tópico importante de pesquisa nas últimas três décadas. Quaisquer falhas nos atuadores e / ou sensores, como visto, podem causar degradação no desempenho ou acidente fatal. Atuadores com defeito podem afetar severamente a performance do sistema. Da mesma forma que sensores defeituosos fornecem informações enganosas sobre o status do sistema e podem tornar o sistema instável (Yang et al., 2015).

Muitos métodos de detecção de falhas elétricas em mancais magnéticos são apresentados na literatura. Kim e Lee (1999) propõe um método de estimativa de estado para detectar falhas em sensor, porém mudanças abruptas no estado transitório e falhas duplas não

são detectadas por essa metodologia. Losch (2002) utilizou sensores redundantes para diagnosticar falhas, via algoritmo baseado no resíduo de medições dos sensores com e sem falhas. Para falhas de atuadores, utilizou a medida da corrente da bobina do mancal magnético, o valor da corrente é comparado com uma amostra de correntes nas quais o mancal pode operar sem desestabilizar. Hu et al. (2004) utilizaram o método da álgebra lógica de múltiplos valores para identificar a falhas de sensores, mas foi incapaz de diagnosticar uma falha de cada vez. Garcia et al. (2007) usaram método de diagnóstico baseado em redundância analítica associada à abordagem de espaço de paridade para formular e prever mau funcionamento do sensor em condições operacionais anormais em mancais magnéticos, porém, o método não consegue prever falhas em vários sensores simultaneamente. Por essa metodologia, Tsai et al. (2009) aplicaram a técnica de estimativa de estado de Luenberger e estimadores de parâmetros para diagnosticar as falhas de múltiplos sensores e atuadores em sistemas com mancais magnéticos. Porém, necessita combinar dados de simulação e identificação de parâmetros para poder identificar o tipo de falha. Beckerle et al. (2012) propuseram uma abordagem de filtro de balanceamento baseada em equação de paridade para identificar estados defeituosos desconhecidos nos mancais magnéticos. A ideia básica dos filtros é igualar os níveis de amplitude entre as diferenças de estados (estado saudável e estados com falha) onde ocorrem. Porém, por serem métodos baseados em redundância analítica exigem uma modelagem matemática precisa. Waseem et al. (2015) apresentam a metodologia baseada em PCA (*Principal Component Analysis*) para detecção e diagnóstico de falhas em sensores e atuadores do sistema de mancal magnético com oito polos. Estatística Q ou erro de predição quadrada foram usados para diagnosticar desvios e falhas multiplicativas. Nagel et al. (2016) propuseram um método baseado na distribuição gaussiana para detectar falhas em atuadores magnéticos. Com base na análise estatística de resíduos gerados através de dados medidos, são realizados testes de razão de verossimilhança generalizada GLRT (*Generalized Likelihood Ratio Test*) para variáveis aleatórias gaussianas que são utilizadas para a detecção de falhas nos atuadores. Através dos resíduos, um limiar de detecção é selecionado empiricamente com base na caracterização estatística da saída do sistema. Cheng et al. (2020) detecta falha no atuador do mancal magnético com base nas características de variação da corrente da bobina. Analisa falhas de ruptura do circuito e falhas de curto-circuito parciais, ressalta como vantagem do método o tempo rápido de detecção antes de um possível acidente. Yao et al. (2022) propõe procedimento de identificação de falhas de sensores na presença de ruídos do efeito de inércia de atuação em amplificadores de potência

que podem gerar erros de medição e de atuação do mancal. O processo de identificação proposto é baseado em duas etapas: identificação da força de suspensão mancal/rotor e identificação das forças externas em rotação constante. A sensibilidade do algoritmo é testada em um modelo Simulink e a resposta gerada a partir do modelo é comparada com medidas experimentais. Afirma que as comparações mostram concordâncias próximas.

2.5 Redução da ordem do modelo

Os métodos de redução de modelo podem ser divididos em duas categorias principais. A primeira categoria visa obter sistemas reduzidos, adequados para o projeto de estratégias de controle e para sistemas que trabalham com atualização em tempo real. Esses métodos, que incluem os métodos SVD (*Singular Value Decomposition*) ou Krylov, são convenientes não apenas para aplicações de controle, mas também para monitoramento de máquinas. A segunda são os métodos para análise estrutural via método dos elementos finitos, que incluem os métodos de Guyan, IRS (*Improved Reduction System*) e SEREP e suas variantes (Saint Martin et al., 2020).

O modelo de uma máquina rotativa pode ser tão complexo quanto for a necessidade de representação do sistema real. Toda essa complexidade pode tornar sua análise de difícil compreensão e exigir grande esforço computacional, levando à necessidade de redução de graus de liberdade (Wagner et al., 2010). Os métodos de redução de modelo devem fornecer um sistema de ordem reduzida que represente fisicamente e de forma precisa o comportamento real da máquina dentro de sua faixa de frequência de operação. Devem proporcionar redução do tempo de processamento em análises, principalmente em sistema que tratam de não linearidades, com uma boa previsibilidade do comportamento da máquina (Saint Martin et al., 2020).

Entre os métodos com aplicabilidade em máquinas rotativas o método mais direto e de simples aplicação é o método estático de Guyan, proposto por Guyan (1965). A condensação estática é uma boa aproximação para os modos e frequências mais baixas do sistema. A redução estática negligência a matriz de massa e considera apenas a matriz de rigidez na matriz de transformação. Para frequências mais altas, a influência das massas e inércias são mais relevantes e o modelo reduzido pode perder sua capacidade de resposta em relação ao

modelo completo (Wagner et al., 2010). Esse método pode ser modificado para melhorar sua resposta em alguma frequência previamente definida, então passa a ser chamado de método de redução dinâmica que é uma extensão do método estático de Guyan, e foi proposto por Paz (1984). O método da redução dinâmica considera a matriz de rigidez e a matriz de massa, porém a matriz de amortecimento é negligenciada (Prasad e Tiwari, 2019).

O'Callahan et al. (1989) apresenta um método como alternativa ao método de Guyan, onde os termos de inércia são inclusos na forma de forças pseudo-estáticas na matriz de transformação, conhecido como (IRS) e Kammer (1987) propõe o método de redução SEREP. Neste método, os autovetores do modelo analítico completo não amortecido são usados para gerar a matriz de transformação. O método foi testado por O'Callahan et al. (1989) em sistema não amortecido sem a consideração de efeito giroscópico.

Em um sistema com rotor e mancais magnéticos Takagi et al. (2018) aplica o método SVD para reduzir o modelo de controle e testa a sua capacidade de representação comparando o modelo completo com o modelo reduzido, através de diagramas de Bode. Para identificar falhas de desbalanceamento e empeno simultâneos num rotor de Laval, Sanches e Pederiva (2016) utilizaram um modelo reduzido pela condensação estática de Guyan juntamente com funções correlações. Prasad e Tiwari (2019) utiliza o método de redução dinâmica de Guyan modificado para identificar desbalanço residual em um rotor com mancais magnéticos, sem perder efeito giroscópico. Nessa mesma linha Sarmah e Tiwari (2020) também utilizaram um modelo reduzido para identificar trincas transversais e efeito de empeno num rotor com mancais magnéticos auxiliares. Friswell et al. (2000) utilizaram o método de SEREP para reduzir um modelo de rotor com efeito giroscópico, através de autovetores previamente escolhidos necessários para construir a matriz de transformação. Sanches e Pederiva (2018) empregaram o método de redução de SEREP para identificar falha de desbalanço em conjunto com empeno do eixo em um rotor de dois discos. Lal et al. (2017) trabalharam com duas matrizes de transformação SEREP baseados nos autovetores à direita e a esquerda do sistema original para resolver o problema com matrizes de massa e rigidez assimétricas. Saint Martin et al. (2020) comparam a capacidade de reproduzir o comportamento dinâmico de um rotor por meio de três métodos diferentes de redução: método estático de Guyan, SEREP, e uma versão estendida do SEREP.

2.6 Redes neurais artificiais

A aplicação de redes neurais artificiais (RNA's) tem se tornado popular em várias áreas das necessidades humanas. Tem-se investido em redes neurais para resolver problemas no setor econômico, ciências sociais, artes e principalmente na engenharia com amplas aplicações (Abiodun et al., 2018).

Uma rede neural artificial simula o comportamento de uma rede neural biológica. Segundo Hayken (2008) o sistema nervoso humano pode ser representado num diagrama de blocos como em três estágios, mostrados na Figura 1.2. O cérebro representado pela rede neural recebe continuamente informação, percebe-a e toma decisões apropriadas. Os receptores convertem estímulos em impulsos elétricos transmitindo a informação para a rede neural. Os atuadores convertem impulsos elétricos em respostas discerníveis como saída do sistema. As setas indicam transmissão de informação para a frente com realimentação oposta.

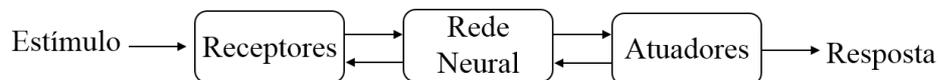


Figura 2.2 Diagrama de blocos do sistema nervoso.

Os neurônios biológicos utilizam uma variedade de mecanismos bioquímicos para o processamento e transmissão de informação, por exemplo os canais iônicos. Esses canais permitem um fluxo contínuo de entrada e saída de correntes elétricas para a liberação de neurotransmissores e a geração e propagação de potenciais de ação. O processo de transmissão de sinais entre neurônios é fundamental para a capacidade de processamento de informação do cérebro. Os neurônios que enviam sinais, são chamados de neurônios pré-sinápticos, fazem contato com os neurônios receptores ou pós-sinápticos em regiões especializadas, denominadas de sinapses. Uma das descobertas mais relevantes da neurociência foi a de que a efetividade da transmissão de sinais pode ser modulada, permitindo que o cérebro se adapte a diferentes situações. A capacidade do sistema nervoso em desenvolvimento de se adaptar ao meio, é o ingrediente chave para o aprendizado das redes neurais.

O estudo das redes neurais artificiais iniciou-se na década de 40, pelo reconhecimento de que o cérebro humano processa informações de uma forma inteiramente diferente de um

computador digital convencional. McCulloch e Pitts (1943) descreveram um cálculo lógico das redes neurais que unificava os estudos da neurofisiologia e da lógica matemática. Esse modelo é baseado na plausibilidade neurofisiológica de um neurônio desempenhando uma função de soma, onde os pesos nas conexões entre os neurônios correspondem às sinapses inibidoras e excitadoras de um neurônio real.

As redes neurais artificiais contêm em suas unidades de computação os chamados neurônios. As unidades computacionais são conectadas umas às outras por meio de pesos sinápticos, que desempenham basicamente o papel que as forças das conexões sinápticas dos organismos biológicos. Cada entrada para um neurônio é dimensionada com um peso, que afeta a função calculada naquela unidade. Uma RNA calcula uma função de entrada propagando os valores calculados dos neurônios de entrada para os neurônios de saída, usando os pesos como parâmetros intermediários (Aggarwal, 2018).

Segundo Alaloul e Qureshi (2020) um neurônio é como uma célula, e cada neurônio executa uma tarefa simples, ou seja, fornece uma resposta a um sinal de entrada. Numa rede neural, vários neurônios artificiais estão interligados e se tornam uma ferramenta robusta baseada em computador que pode lidar com uma grande quantidade de dados para executar cálculos simultâneos usando dados de entrada. As operações de uma RNA não são baseadas em regras explícitas e as saídas são geradas por procedimentos de tentativa e erro por meio de cálculos sequenciais. Uma rede neural também é classificada como "conexionismo" porque os dados fornecidos não são concedidos de neurônio a neurônio, mas são codificados na rede interconectada de neurônios, diferente dos computadores tradicionais. Basicamente, são sistemas paralelos de computação e sua implementação podem ser em hardware (realiza uma determinada tarefa a partir de componentes eletrônicos) ou em software (em simulações por programação). Uma arquitetura de rede compreende vários neurônios ocultos, o número de camadas ocultas, o fluxo de dados, a maneira como os neurônios estão interconectados e funções de ativação específicas. Redes neurais recorrentes MLP (*Multi - Layer Perceptron*), redes neurais probabilísticas, redes de função de base radial, redes neurais de regressão generalizada e redes neurais de retardo de tempo são algumas arquiteturas renomadas.

Uma rede neural multicamadas consiste numa camada de entrada, uma ou mais camadas ocultas e uma camada de saída. O número de neurônios na camada de entrada é determinado pela dimensão do espaço de observação de entrada. O número de neurônios na camada de saída é determinado pela dimensão da resposta desejada. A forma como as camadas

intermediárias ou ocultas são organizadas, quanto ao número de camadas e de neurônios, determina a complexidade da rede neural.

Após a escolha da arquitetura da rede a ser utilizada devem ser definidos as funções de ativação entre camadas e o algoritmo de treinamento mais adequado. As funções de ativação convertem um domínio infinito para um outro finito, delimitados por uma faixa de valores pré-determinados. Basicamente pode-se definir cinco diferentes funções de ativação: função linear, rampa, degrau, sigmoidal e Gaussiana. Atualmente muito tem se investido no desenvolvimento dos algoritmos de treinamento. Segundo Haykin (2008) existem diversos algoritmos para se treinar as redes neurais onde os mais comumente utilizados são os algoritmos de retro propagação do erro (*error backpropagation*) e o de Levenberg - Marquardt. São algoritmos que diferem entre si pela metodologia da correção dos pesos.

Em princípio, deve-se dividir a amostra de dados em: conjunto de treinamento (também chamado de *In Sample*), conjunto de validação e o conjunto de teste (*Out of Sample*) (Aggarwal, 2018). O conjunto de treinamento é um conjunto de amostra que é usado para modificar ou ajustar os pesos na RNA para produzir o resultado desejado. O conjunto de validação é usado para informar a RNA quando o treinamento deve ser encerrado, ou seja, quando o ponto de erro mínimo é atingido. O conjunto de teste fornece uma maneira totalmente independente de examinar a precisão da RNA. O conjunto de teste é um conjunto de amostra que é usado para a avaliação do modelo de RNA. Cabe salientar que conjunto de treinamento, validação e teste devem ser formados por amostras distintas entre si (Haykin, 2008). O processo de treinamento é conhecido como calibração da rede por meio de pares de entrada e saída. Durante o processo de treinamento, a RNA pode sofrer de um ajuste inadequado. Chauvin e Rumelhart (1995) pondera que uma rede com poucos neurônios na camada invisível pode sofrer de subajuste (*underfitting*) e por outro lado se acontecer o oposto, ou seja, excesso de neurônios na camada oculta sofrer de sobreajuste (*overfitting*). O desempenho geral da rede diminui devido a esses dois fatores mencionados. Esse desajuste da rede, pode ser gerenciado também fornecendo um número de épocas adequado para o treinamento. O número ideal de épocas pode ser determinado pela comparação do erro de treinamento e do procedimento de teste do modelo (Alaloul e Qureshi, 2020).

Walker et al. (2014) pontua que as redes neurais podem ser utilizadas para as mais diversas finalidades dentre as quais destacam-se:

- Classificação: a rede neural fornece como saída uma classe representativa de um dado padrão fornecido como entrada,

- Reconhecimento de padrões: se um determinado padrão é fornecido à rede, esta será capaz de reproduzi-lo como saída,
- Complementação de padrões: um padrão incompleto é fornecido à rede neural que reproduzirá o mesmo padrão completando as partes faltantes,
- Remoção de ruído: um padrão contaminado é apresentado à rede neural e ela será capaz de reproduzir o sinal removendo a maior parte, senão a totalidade, do ruído,
- Otimização: um conjunto de condições iniciais de um específico problema de otimização é apresentado à rede neural que, produzirá como saída um conjunto de condições que representa a solução ótima para o problema e
- Controle: um padrão representativo do estado atual do sistema e da resposta desejada, é fornecido à rede neural que produzirá como saída uma sequência de comandos que possibilitará a obtenção da resposta desejada.

As técnicas de inteligência artificial, juntamente com os métodos baseados em modelo, tornaram-se uma ferramenta poderosa para a detecção de falhas em máquinas rotativas. Segundo Gohari e Kord (2018) as redes neurais artificiais é uma das técnicas inteligentes que podem ser usadas para previsão nos sistemas em que o modelo matemático não é claro, linear ou de difícil monitoramento. Lepore et al. (2001) caracterizam forças assíncronas e desbalanceamento através de suas posições, amplitudes, frequências e fases. Utiliza como modelo dinâmico do sistema uma rede neural treinada com sinais de vibração medidos, previamente decompostos por *wavelets*. Um algoritmo de otimização *simulated annealing* modificado, é usado para decompor os sinais de vibração. Li et al. (2004) propuseram um método de detecção de falhas de desbalanceamento em máquinas rotativas baseadas em redes neurais em retropropagação BPN (*Back Propagation Network*). Usaram sinais acústicos, como entrada de redes neurais e espectros de potência normalizados. O método é sensível a mudanças rotacionais e possui limitações para detectar falhas próximas a frequências naturais. Vyas e Satishkumar (2001) apresentam a concepção de redes neurais artificiais para identificação de cinco falhas mecânicas em máquinas rotativas entre elas falhas de desbalanço. Foi aplicado um algoritmo de aprendizagem em retropropagação de uma rede multicamada não linear. Os momentos estáticos dos sinais adquiridos através de sensores fixados na caixa dos mancais são utilizados para o treinamento das redes neurais. As redes são testadas com falhas desconhecidas conseguindo 90% de acerto na detecção das falhas. Castro et al. (2010) propuseram o uso de técnicas de otimização baseadas em métodos de busca

metaheurísticos (algoritmos genéticos e recozimento simulado) para a identificação de amplitude e fase do desbalanceamento presente em um rotor com mancais hidrodinâmicos. Gohari e Kord (2018) propuseram método para localizar desbalanceamento entre vários discos e os valores aproximados de massa e do raio de excentricidade do desbalanço via a rede neural artificial. Utilizam sinais no domínio da frequência e compara os picos de amplitude nos quatro discos. Com base nos resultados, as redes neurais são utilizadas para comparar os padrões de sinais com e sem desbalanço. Concluíram que o índice de acerto do valor da massa de desbalanço é baixo, porém, conseguem melhores índices para a determinação da posição e do raio de excentricidade do desbalanceamento. Espinoza-Sepulveda e Sinha (2020) trabalham com modelo do rotor em elementos finitos e redes neurais artificiais para realizar o reconhecimento e classificação de padrões. Usa dados do sinal de vibração como entrada das redes. A camada de decisão das redes neurais tem cinco classes saídas possíveis relacionadas a quatro condições de falhas associadas ao rotor e ao pedestal dos mancais e uma para o caso de não falha. No entanto, é necessário que uma seleção cuidadosa de recursos baseados na dinâmica do rotor para o sucesso da aplicação do método. Li et al. (2019) utiliza rede neural convolucional e sinal de vibração no domínio do tempo, para detectar falhas em mancais de rolamentos. Os autores ponderam como diferencial o fato de poderem usar diretamente o sinal de vibração bruto no domínio do tempo como entrada da rede neural convolucional (CNN) no processo de diagnóstico. Brito et. a. (2021) compara o uso de características de vibração extraídas com base em modelos de aprendizado de máquina (*machine learning - ML*) e processamento de sinal, para identificar falhas em rolamentos. Verificam a possibilidade de reduzir o número de recursos monitorados e o comportamento do modelo quando trabalham com dimensionalidade reduzida dos dados de entrada. Concluem que a análise de vibração é uma das técnicas preditivas que apresenta melhores resultados no monitoramento de máquinas rotativas e que é possível utilizar sinais de vibração para detecção de falhas não supervisionadas em máquinas rotativas, principalmente em rolamentos.

2.7 Evolução da linha de pesquisa na FEM - DSI-Unicamp

A linha de pesquisa baseada em funções de correlações e equação matricial de Lyapunov, iniciou com Pederiva (1992) e foi aplicada em um rotor vertical com vários graus de liberdade, excitados por forças estocásticas para identificar rigidez e amortecimento dos mancais do rotor.

Chiarello (1998) usou a mesma estratégia na detecção e localização de falhas no sistema mancais/rotor, as falhas foram implementadas como alterações na matriz de parâmetros do sistema.

Eduardo (2003) utilizou redes neurais artificiais para mapear as correlações que envolviam estados que não eram possíveis de serem medidos. Através da comparação das saídas das redes previamente treinadas detectou as falhas no sistema rotor/mancais excitados por desbalanceamento e forças estocásticas do tipo ruído branco.

Silva (2006) aplicou funções de correlações obtidas através da equação matricial de Lyapunov em conjunto com redes neurais artificiais para o diagnóstico de falhas em sistemas rotativos sustentados por mancais magnéticos ativos. Através das comparações entre as correlações do sistema com falha e sem falha, detectou danos no rotor e falhas no mancal magnético e nos sensores de posição numericamente.

Sanchez (2008) trabalhou na identificação de parâmetros do mancal através de equações de paridade, abordado por Pederiva (1992). Posteriormente Sanchez (2015) estudou a identificação simultânea de desbalanceamento e empeno de eixo na posição dos discos. Usou redução de ordem de modelo pelo método de Guyan e SEREP. Inicialmente o método foi aplicado num rotor horizontal com um disco localizado fora da posição central e posteriormente em rotor com mais graus de liberdade com dois discos entre mancais.

Silva e Pederiva em (2006), (2018) e (2019) aplicaram funções de correlação e redes neurais artificiais para a detecção de falhas em um rotor flexível apoiado por mancais magnéticos com controle em realimentação, e detectaram falhas de sensor e danos ao eixo em um rotor num primeiro trabalho, aplicam a mesma estratégia para identificar alterações de desbalanceamento em rotor sustentado por mancais magnéticos ativos no segundo trabalho e posteriormente trabalham na detecção de falhas elétricas que são impostas ao sistema, alteração no ganho do sensor de posição e na corrente dos mancais magnéticos numericamente. Em 2022 identificaram falhas elétricas associadas ao mancal magnético e aos

sensores juntamente com falhas mecânicas de desbalanceamento numericamente e experimentalmente.

Neste trabalho é feito um estudo sobre o efeito de empeno e desbalanço simultâneos e verifica a possibilidade de uso da redução da ordem do modelo com o método proposto. É apresentado o trabalho de identificação experimental de alguns parâmetros do sistema e é feita a validação experimental completa na detecção de falhas mecânicas e elétrica estudadas numericamente em trabalhos anteriores.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo será apresentada a fundamentação teórica utilizada no trabalho, para aplicação do método proposto. Inicia com o equacionamento da lei de força dos mancais magnéticos ativos, apresenta a estrutura do sistema de controle em malha fechada e desenvolve o modelo mecânico do rotor, completo e de forma reduzida. Para os dois casos é apresentado a formulação matricial de Lyapunov e as equações de correlações. Apresenta o desenvolvimento do equacionamento das excitações do sistema por força de desbalanceamento, ruído branco, ruído colorido e o modelo de forças de empeno do eixo, além da estrutura das redes neurais artificiais utilizadas.

3.1 Modelo matemático do mancal magnético e controle

A Figura 3.1 mostra o funcionamento de um mancal magnético radial que consiste em dois pares de eletroímãs dispostos de tal forma a permitir a estabilidade do rotor sem necessidade de contato físico. A força eletromagnética é inversamente proporcional à distância, sendo que ao aplicar uma força eletromagnética a tendência é o rotor ser atraído até a mínima distância possível entre sua superfície e o eletroímã.

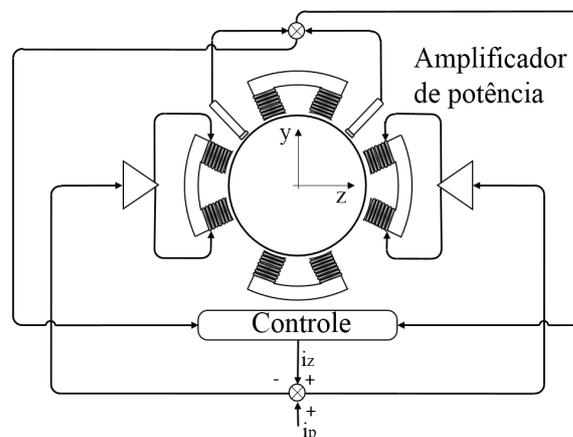


Figura 3.1 Diagrama do mancal magnético ativo radial.

Para se ter força magnética em ambos os sentidos, trabalha-se com duas bobinas diametralmente opostas para cada direção de atuação (y e z). Considerando dois semieixos, um positivo e outro negativo, para o par de bobinas atuantes no mesmo eixo, independente do sinal da corrente, o mesmo sempre exercerá força de atração (Tiwari, 2017).

Em malha fechada o funcionamento do sistema se dá pela leitura do sensor que determina a posição do rotor, neste caso como o sensor não está posicionado na direção de atuação a leitura do sensor é somada através de um ganho equivalente, passa aos controladores a leitura dos deslocamentos de cada direção (y e z), que processam a informação e enviam ao amplificador de potência um sinal que é convertido em um sinal proporcional de corrente. Este sinal é enviado à bobina do atuador do mancal e é transformado em força magnética através dos ganhos do atuador, trabalhando em malha fechada. A Figura 3.2 apresenta uma bobina e fluxo magnético e um modelo diferencial de um par de bobinas.

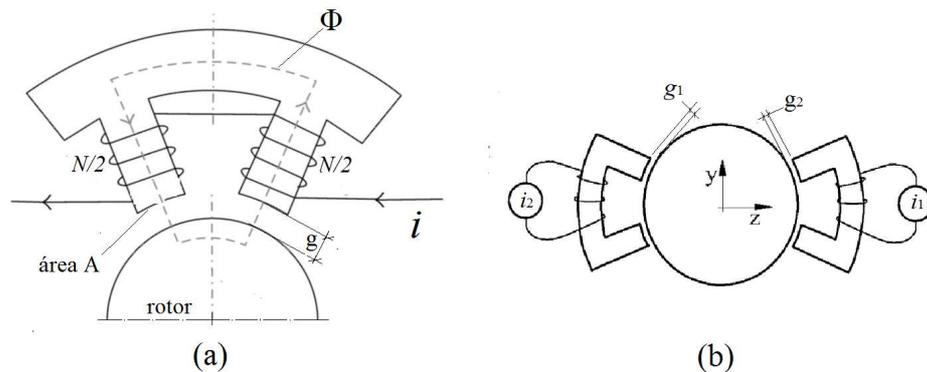


Figura 3.2 (a) Bobina e fluxo magnético e (b) Modelo diferencial com um par de bobinas.

Na Figura 3.2 tem-se:

- . Φ é o fluxo magnético,
- . N número de espiras,
- . g folga entre o rotor e o estator,
- . i corrente na bobina e
- . A Área de seção transversal do atuador magnético

Forças magnéticas são geradas em campos magnéticos. Os campos magnéticos podem ser gerados por uma corrente ou ímã permanente. Um campo magnético de rotação simétrica H é

gerado em torno de um condutor reto com uma corrente constante i . Segundo Hayt e Buck (2019) a integral de contorno ao redor do condutor é dada por:

$$\oint H ds = i \quad (3.1)$$

O campo magnético é independente do material em torno do condutor, se o caminho de integração engloba várias voltas de corrente, como é o caso de uma bobina no ar, tem-se:

$$\oint H ds = N i \quad (3.2)$$

Segundo Schweitzer e Maslen (2009) na tecnologia de mancais magnéticos, os eletroímãs ou ímãs permanentes fazem com que o fluxo magnético circule num laço magnético. O fluxo magnético Φ pode ser visualizado por linhas de campo magnético. Cada linha de campo está sempre fechada. A densidade destas linhas representa a densidade de fluxo B . O campo magnético H está relacionado à densidade de fluxo B pela permeabilidade do meio, da seguinte forma:

$$B = \mu_0 \mu_r H \quad (3.3)$$

onde

- . μ_0 permeabilidade do espaço livre no vácuo
- . μ_r permeabilidade relativa do material magnetizado

Usando um material ferromagnético, onde geralmente $\mu_r \gg 1$, o laço magnético pode ser concentrado no material do núcleo. A força magnética exercida pode ser derivada considerando a energia w_a armazenada no entreferro entre rotor e ímã, dada por:

$$w_a = \frac{1}{2} B H v_a \quad (3.4)$$

Considerando a permeabilidade do ar igual a μ_0 , a força que age sobre o corpo ferromagnético é gerada por uma carga da energia de campo na folga entre rotor e bobina, em função da posição do rotor. Para pequenos deslocamentos, quando o entreferro aumenta ds o volume $v_a = 2gA$ aumenta e a energia w_a no campo aumenta em dw , logo esta energia tem que ser fornecida, isto é, uma força atrativa tem que ser superada, tem-se:

$$f_m = \frac{dw_a}{ds} = B^2 H A = \frac{B^2 A}{\mu_0} \quad (3.5)$$

No intervalo, onde a densidade de fluxo magnético B é proporcional ao campo magnético H e à corrente i , a força em função da corrente da bobina e da folga para a disposição mostrada na figura 3.2 (a) é dado por:

$$f_m = \mu_0 A \left(\frac{Ni}{2g} \right)^2 = \frac{1}{4} \mu_0 N^2 A \frac{i^2}{g^2} \quad (3.6)$$

Dada estrutura do mancal magnético com um único grau de liberdade tomado na direção z usado e mostrado na Figura 3.2 (b). A força eletromagnética gerada para um par diferencial de bobina pode ser expressa como:

$$f_m = \frac{1}{4} \mu_0 A N^2 \left[\frac{i_1^2}{g_1^2} - \frac{i_2^2}{g_2^2} \right] \quad (3.7)$$

onde

- . g_1 e g_2 folgas entre rotor e bobina
- . i_1 e i_2 corrente nas bobinas

A Equação (3.7) inclui algumas suposições simplificadoras: o fluxo de franjas é negligenciado, assim como o ângulo entre as duas faces do pólo. A força magnética é obviamente uma função não linear entre corrente e folga para ambas as bobinas. Com o arranjo mostrado na Figura 3.2 (b), as folgas dos mancais são aproximadas por:

$$g_1 = g - z \quad \text{e} \quad g_2 = g + z \quad (3.8)$$

Sendo g a folga quando o rotor está centrado e z o deslocamento do rotor a partir do centro. Para linearizar a equação de força, é prática comum operar o mancal com uma corrente de polarização constante enquanto altera a força com uma corrente de controle que é de oposto nas duas bobinas, logo:

$$i_1 = i_p + i_c \quad \text{e} \quad i_2 = i_p - i_c \quad (3.9)$$

onde

- . i_p corrente de polarização

- i_c corrente de controle

Logo:

$$f_m = \frac{1}{4} \mu_0 A N^2 \left[\frac{(i_p + i_c)^2}{(g - z)^2} - \frac{(i_p - i_c)^2}{(g + z)^2} \right] \quad (3.10)$$

Para valores pequenos de deslocamento, $z \ll g$, a força então pode ser aproximada para a relação linear:

$$f_m = k_i i_c - k_z z \quad (3.11)$$

com:

$$k_i = \frac{\partial f_m}{\partial i_p} \text{ e } k_z = \frac{\partial f_m}{\partial z} \quad (3.12)$$

Segundo Prasad e Narayanan (2021) a constante magnética do atuador k_m é uma relação entre a permeabilidade do ar, área de seção transversal e o número de bobinas, onde

$$k_m = \frac{1}{4} \mu_0 A N^2$$

$$k_i = \frac{4k_m i_p}{g^2} \text{ e } k_z = \frac{4k_m i_p^2}{g^3} \quad (3.13)$$

onde

- k_i fator de força linearizada com a corrente ou rigidez de corrente
- k_z fator de força com deslocamento ou rigidez de deslocamento (mola negativa)

A rigidez de deslocamento é um parâmetro incorporado diretamente à matriz de rigidez mecânica nas posições onde atuam os mancais magnéticos em suas devidas direções.

Nota-se na Equação (3.11) que a rigidez de posição é negativa, logo tem-se uma condição instável sem um controle ativo da corrente. No caso foi utilizado um controlador SISO (*single in – single out*) de 6ª ordem expresso pela função de transferência:

$$G(s) = \frac{c_5 s^5 + c_4 s^4 + c_3 s^3 + c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{s^6 + a_5 s^5 + a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (3.14)$$

É necessário um controlador para cada direção de atuação do mancal magnético e o sistema dinâmico pode ser representado na forma de espaço de estados, por:

$$\{\dot{x}_c(t)\} = [A_c]\{x_c(t)\} + [\bar{B}_c]\{z_m(t)\} \text{ e } \{f_m\} = [\bar{C}_c]\{x_c(t)\} \quad (3.15)$$

$$[\bar{B}_c] = [B]k_s \text{ e } [\bar{C}_c] = [C_c]k_m k_p \quad (3.16)$$

onde

- $[A_c]$ matriz dinâmica do controlador
- $\{x_c(t)\}$ vetor dos estados do controle
- $\{z_m(t)\}$ vetor de saída do sistema mecânico composto pelos estados medidos
- $[\bar{B}_c]$ matriz de entrada com o ganho dos sensores k_s nos devidos nós e direção de atuação
- $[\bar{C}_c]$ matriz de saída do sistema de controle com os ganhos do atuador e do estágio de potência nos devidos nós e direção de atuação

Os termos da matriz dinâmica e da matriz de saída advém da função de transferência do controlador Equação (3.14). Como o controlador é de sexta ordem a matriz dinâmica dos quatro controladores é dada por:

$$[A_c] = \begin{bmatrix} Ac_{y1} & Z_{6 \times 6} & Z_{6 \times 6} & Z_{6 \times 6} \\ Z_{6 \times 6} & Ac_{y4} & Z_{6 \times 6} & Z_{6 \times 6} \\ Z_{6 \times 6} & Z_{6 \times 6} & Ac_{z1} & Z_{6 \times 6} \\ Z_{6 \times 6} & Z_{6 \times 6} & Z_{6 \times 6} & Ac_{z4} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

A matriz de cada controlador é dado por:

$$[Ac_{y1}] = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

As matrizes das demais direções Ac_{y4} , Ac_{z1} e Ac_{z4} possuem a mesma estrutura da matriz da Equação (3.18). Os termos a_0 , a_1 , a_2 , a_3 , a_4 e a_5 advém da função de transferência do controle Equação (3.14) e $Z_{6 \times 6}$ são matrizes de zeros de sexta ordem.

A matriz de entrada do controlador é dada por:

$$[B_c] = \begin{bmatrix} Bc_{y1} & Z_{6x6} & Z_{6x6} & Z_{6x6} \\ Z_{6x6} & Bc_{y4} & Z_{6x6} & Z_{6x6} \\ Z_{6x6} & Z_{6x6} & Bc_{z1} & Z_{6x6} \\ Z_{6x6} & Z_{6x6} & Z_{6x6} & Bc_{z4} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

A estrutura das matrizes que compõe a matriz de entrada são dadas por:

$$[Bc_{y1}] = \begin{bmatrix} 1 \\ Z_{5x1} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

As matrizes das demais direções Bc_{y4} , Bc_{z1} e Bc_{z4} possuem a mesma estrutura da matriz da Equação (3.20) e Z_{5x1} é um vetor coluna de zeros de quinta ordem.

A matriz de saída possui a seguinte estrutura:

$$[C_c] = \begin{bmatrix} Cc_{y1} & Z_{1x6} & Z_{1x6} & Z_{1x6} \\ Z_{1x6} & Cc_{y4} & Z_{1x6} & Z_{1x6} \\ Z_{1x6} & Z_{1x6} & Cc_{z1} & Z_{1x6} \\ Z_{1x6} & Z_{1x6} & Z_{1x6} & Cc_{z4} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

A estrutura das matrizes que compõe a matriz de saída são dadas por:

$$[Cc_{y1}] = [c_0 \quad c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4 \quad c_5] \quad (3.22)$$

As matrizes das demais direções Cc_{y4} , Cc_{z1} e Cc_{z4} possuem a mesma estrutura da matriz da Equação (3.22). Os termos c_0 , c_1 , c_2 , c_3 , c_4 e c_5 advém da função de transferência do controle Equação (3.14) e Z_{1x6} são vetores linha de zeros de sexta ordem.

3.2 Modelo mecânico e equações na forma de espaço de estados em malha fechada

O sistema em estudo é constituído por um rotor com eixo flexível e quatro discos. Nos discos externos atuam os mancais magnéticos e os sensores de posição para cada direção de atuação, nos discos internos um motor, sensor de posição e de rotação.

Para a modelagem mecânica do rotor foi utilizado o método dos elementos finitos, proposto inicialmente por Nelson e McVaugh (1976) e posteriormente abordado por Lalanne e Ferraris (1990), Genta (2005) e Friswell et al. (2010). A modelagem pelo método de

elementos finitos consiste em discretizar o sistema contínuo em um número finito de elementos interligados por seus nós. O modelo mecânico utiliza 3 elementos de eixos flexíveis e 4 elementos de discos rígidos. Em aplicações práticas, um modelo de disco rígido pode representar lâminas de turbina, volantes, impulsores de manivelas, freios a disco, e massas rotativas (Tiwari e Kumar, 2021).

O sistema possui no total 16 graus de liberdade, sendo 2 deslocamentos (y, z) e 2 rotações (ϕ, θ) em cada nó, como mostrado na Figura 3.3.

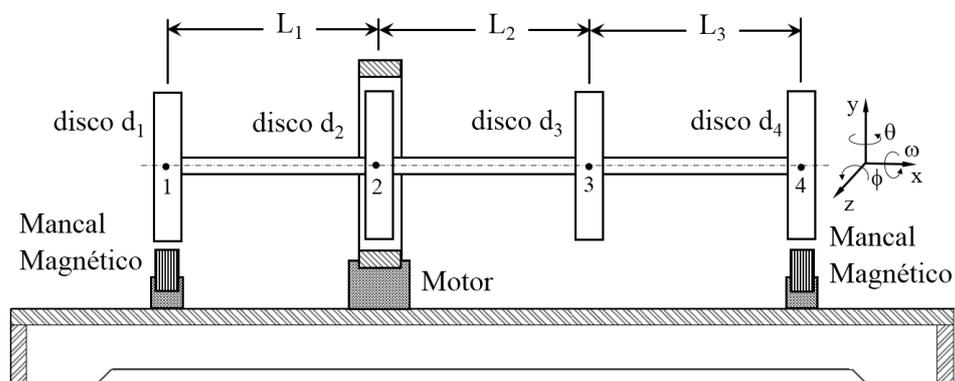


Figura 3.3 Modelo mecânico do rotor.

A dinâmica do rotor pode ser representada pela seguinte equação diferencial:

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + [G]\{\dot{q}(t)\} + [K]\{q(t)\} = \{f(t)\} \quad (3.23)$$

onde

- $[M]$ matriz global de massa e inércia dos discos e dos segmentos de eixo
- $[G]$ matriz global de efeito giroscópico dos discos e dos eixos
- $[K]$ matriz global de rigidez dos eixos adicionada a rigidez de deslocamento dos mancais magnéticos (mola negativa) nos devidos nós e direção de atuação
- $\{f(t)\}$ vetor de forças externas que inclui força magnética, forças de desbalanceamento, forças de empeno e ruídos.

O vetor $\{q(t)\}$ representa as coordenadas generalizadas, deslocamento e rotações do sistema, dado por:

$$\{q(t)\} = \{y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4 \ z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_4 \ \phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3 \ \phi_4 \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4\}^T \quad (3.24)$$

3.2.1 Elemento de disco

O elemento de disco é considerado isotrópico e rígido, logo equaciona-se apenas a sua energia cinética, também é considerado que sua espessura não altera a dinâmica do sistema. O nó onde estão posicionados os discos possuem quatro coordenadas: dois deslocamentos y e z e duas rotações θ e ϕ em torno dos respectivos eixos, como mostrado pela Figura 3.4. O vetor de deslocamentos nodais do disco é dado por:

$$\{q_d\} = \{y_i \ z_i \ \theta_i \ \phi_i\}^T \quad (3.25)$$

na Equação (3.19) i representa a posição do disco sobre o eixo.

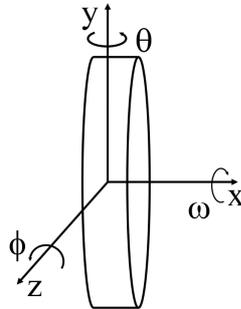


Figura 3.4 Elemento de disco.

O disco é modelado apenas por um nó e a aplicação da equação de Lagrange resulta na matriz de massas e inércias e na matriz de efeito giroscópio que são dadas por:

$$[M_d] = \begin{bmatrix} m_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_d \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$[G_d] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_p \\ 0 & 0 & I_p & 0 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

onde

- m_d massa do disco
- I_d momento de inércia de massa do disco
- I_p momento polar de inércia do disco

3.2.2 Elemento de eixo

O eixo é modelado a partir de elementos de viga com massa contínua e seção transversal constante, contendo dois nós em cada elemento, Figura 3.5. As translações e rotações dos elementos de viga são calculadas a partir das coordenadas generalizadas dos extremos dos elementos, utilizando funções de interpolação cúbicas, conhecidas como funções de Hermit.

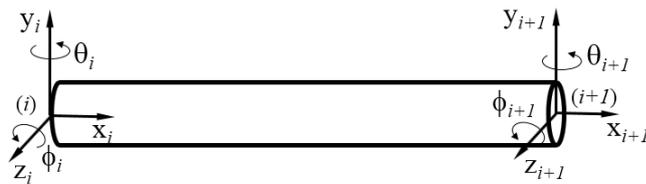


Figura 3.5 Elemento de eixo.

O vetor de deslocamentos nodais do elemento de eixo dado por:

$$\{q_e\} = \{y_i \quad y_{i+1} \quad z_i \quad z_{i+1} \quad \theta_i \quad \theta_{i+1} \quad \phi_i \quad \phi_{i+1}\}^T \quad (3.28)$$

A matriz de massa e a matriz de inércia rotatória são respectivamente $[M_e]$ e $[M_s]$ e a matriz de efeito giroscópica do eixo $[M_r]$ para cada elemento, são dadas por:

$$[M_e] = \frac{\rho A L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 54 & 0 & 0 & 0 & 0 & -22L & 13L \\ 54 & 156 & 0 & 0 & 0 & 0 & -13L & 0 \\ 0 & 0 & 156 & 54 & 22L & -13L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 54 & 156 & 13L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 22L & 13L & 4L^2 & -3L^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -13L & 0 & -3L^2 & 4L^2 & 0 & 0 \\ -22L & -13L & 0 & 0 & 0 & 0 & 4L^2 & -3L^2 \\ 13L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3L^2 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$[M_s] = \frac{\rho I_e}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 36 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3L & -3L \\ -36 & 36 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3L & 3L \\ 0 & 0 & 36 & 36 & 3L & 3L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -36 & 36 & -3L & -3L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3L & 3L & 4L^2 & -L^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3L & -3L & -L^2 & 4L^2 & 0 & 0 \\ -3L & 3L & 0 & 0 & 0 & 0 & 4L^2 & -L^2 \\ -3L & 3L & 0 & 0 & 0 & 0 & -L^2 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

$$[M_r] = \frac{\rho I_e \omega}{15L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -36 & 36 & -3L & -3L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 36 & -36 & 3L & 3L & 0 & 0 \\ 36 & -36 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3L & -3L \\ -36 & 36 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3L & 3L \\ 3L & -3L & 0 & 0 & 0 & 0 & -4L^2 & L^2 \\ 3L & -3L & 0 & 0 & 0 & 0 & L^2 & -4L^2 \\ 0 & 0 & 3L & -3L & 4L^2 & -L^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3L & -3L & -L^2 & 4L^2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

onde

- . L comprimento do elemento de eixo
- . A área da seção transversal do elemento
- . ρ densidade do material
- . I_e momento de inércia de área do eixo
- . E módulo de Young
- . ω rotação do eixo

A matriz de rigidez $[k_e]$ do elemento de eixo incluindo o efeito de cisalhamento é dada por:

$$k_e = \frac{EI_e}{(1+a)L^3} \begin{bmatrix} 12 & -12 & 0 & 0 & 6L & 6L & 0 & 0 \\ -12 & 12 & 0 & 0 & -6L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & -12 & 0 & 0 & -6L & -6L \\ 0 & 0 & -12 & 12 & 0 & 0 & 6L & 0 \\ 6L & -6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 & (2-a)L^2 & 0 & 0 \\ 6L & 0 & 0 & 0 & (2-a)L^2 & (4+a)L^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6L & 6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 & (2-a)L^2 \\ 0 & 0 & -6L & 0 & 0 & 0 & (2-a)L^2 & (4+a)L^2 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

com

$$a = \frac{12EI_e}{GAL^2} \quad (3.33)$$

onde

- . a coeficiente de cisalhamento
- . G módulo de elasticidade transversal do material do eixo

A estrutura completa das matrizes de massa, rigidez e matriz giroscópica do sistema são apresentadas no apêndice A3.

3.2.3 Modelo mecânico na forma de espaço de estados

A equação do sistema mecânico na forma de espaço de estados é dada por:

$$\begin{aligned} \{\dot{x}_m(t)\} &= [A_m] \{x_m(t)\} + [B_m] \{f(t)\} \quad \text{e} \\ \{x_m(t)\} &= [C_m] \{z_m(t)\} \end{aligned} \quad (3.34)$$

A estrutura das matrizes é dada por:

$$[A_m] = \begin{bmatrix} [Z] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[G] \end{bmatrix}$$

e

$$[B_m] = \begin{bmatrix} [Z] \\ [M]^{-1} \end{bmatrix}$$
(3.35)

$$[C_m] = [[I] \quad [Z]]$$

e

$$\{x_m(t)\} = \begin{Bmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \end{Bmatrix}$$
(3.36)

onde

- . $[A_m]$ matriz dinâmica mecânica
- . $[B_m]$ matriz de entrada mecânica
- . $[C_m]$ matriz de saída mecânica
- . $\{z_m(t)\}$ vetor composto pelos estados possíveis de serem medidos do vetor $\{q(t)\}$
- . $\{x_m(t)\}$ vetor de estados do sistema mecânico
- . $[Z]$ matriz de zeros
- . $[I]$ matriz identidade

Os pontos referem-se à diferenciação em relação ao tempo.

Das Equações (3.15) e (3.28) a equação final no espaço de estados formado pelos modelos mecânico e de controle, dado por:

$$\{\dot{x}_f(t)\} = [A_f] \{x_f(t)\} + [B_f] \{f(t)\}$$
(3.37)

A estrutura das matrizes é dada por:

$$[A_f] = \begin{bmatrix} [A_m] & [B_m][C_c] \\ [B_c][C_m] & [A_c] \end{bmatrix},$$

$$[B_f] = \begin{bmatrix} [B_m] \\ [Z] \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad (3.38)$$

$$\{x_f\} = \begin{Bmatrix} x_m \\ x_c \end{Bmatrix}$$

onde

- . $[A_f]$ matriz dinâmica do sistema completo
- . $[B_f]$ matriz de entrada do sistema completo
- . $\{f(t)\}$ vetor de forças externas formada pelas forças de desbalanceamento, força magnética de realimentação do mancal, forças de empeno e ruídos
- . $\{x_f\}$ vetor completo no espaço de estados em malha fechada

3.3 Equação matricial de Lyapunov e equações de correlações

Pela formulação matricial de Lyapunov é possível relacionar analiticamente as matrizes de entrada de um sistema linear com as funções de correlações (Melsa e Sage, 1973). As funções de correlação estabelecem a influência dos valores em um determinado tempo sobre os valores num tempo futuro. Para sinais periódicos a correlação permanece quando temos um deslocamento no tempo, enquanto nos processos aleatórios ela decai a zero. Esta formulação utiliza as propriedades de correlações das variáveis de saída, possibilitando derivar relações envolvendo os parâmetros físicos do sistema com as matrizes de correlações das variáveis medidas.

A partir da equação de estado em malha fechada do sistema Equação (3.37), considera-se que o sistema é invariante com entradas estacionárias. Nessa condição as funções de correlações assumem valores constantes no tempo e dependem apenas da defasagem temporal Eduardo e Pederiva (2002). As funções de correlação do sistema são dadas por:

$$[R_{x_f}(\tau)] = \mathcal{E}\{x_f(t) x_f^T(t+\tau)\} \quad (3.39)$$

$$[R_{x_e x_f}(\tau)] = \mathcal{E}\{x_e(t) x_f^T(t+\tau)\} \quad (3.40)$$

$$[R_{x_f x_e}(\tau)] = \mathcal{E}\{x_f(t) x_e^T(t+\tau)\} \quad (3.41)$$

onde \mathcal{E} representa a esperança matemática com:

- $[R_{x_f}(\tau)]$ matriz de correlação entre os estados do sistema completo em malha fechada
- $[R_{x_e x_f}(\tau)]$ matriz de correlação entre o vetor de entradas e o vetor de estados do sistema completo
- $[R_{x_f x_e}(\tau)]$ matriz de correlação entre o vetor de estados do sistema completo e o vetor de entradas

Sob considerações de linearidade a resposta do sistema no tempo é a resposta $x_f(t)$ devido às excitações $f(t)$ e dada por:

$$x_f(t) = p_1 \cos(\omega t) + p_2 \text{sen}(\omega t) \quad (3.42)$$

onde p_1 e p_2 representam os vetores de amplitudes de dimensão n

Diferenciando a Equação (3.39) em relação ao tempo tem-se:

$$[\dot{R}_{x_f}(\tau)] = \mathcal{E}\{\dot{x}_f(t) x_f^T(t+\tau)\} + \mathcal{E}\{x_f(t) \dot{x}_f^T(t+\tau)\} \quad (3.43)$$

Substituindo a Equação (3.31) na Equação (3.36)

$$[\dot{R}_{x_f}(\tau)] = [A] \mathcal{E}\{x_f(t) x_f^T(t+\tau)\} + [B] \mathcal{E}\{x_e(t) x_f^T(t+\tau)\} + \mathcal{E}\{x_f(t) x_f^T(t+\tau)\} [A]^T + \mathcal{E}\{x_f(t) x_e^T(t+\tau)\} [B]^T \quad (3.44)$$

Considera-se como entrada as excitações causadas pela força de desbalanceamento, de empeno do eixo e ruídos. Evoluindo a Equação (3.44) tem-se:

$$[A_f] [R_{x_f}(\tau)] + [R_{x_f}(\tau)] [A_f]^T + [B_f] [R_{x_e x_f}(\tau)] + [R_{x_f x_e}(\tau)] [B_f]^T = 0 \quad (3.45)$$

A Equação (3.45) é chamada de Equação Matricial de Lyapunov para sistemas lineares estacionários e é a base para o desenvolvimento do método de diagnóstico de falhas proposto nesse trabalho.

A estrutura das matrizes da Equação (3.45), são dadas por:

$$[R_{x_f}] = \begin{bmatrix} [R_{x_m x_m}] & [R_{x_m x_c}] \\ [R_{x_c x_m}] & [R_{x_c x_c}] \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

$$[R_{x_e x_f}] = \begin{bmatrix} [R_{x_e x_m}] & [R_{x_e x_c}] \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

$$[R_{x_f x_e}] = \begin{bmatrix} [R_{x_m x_e}] \\ [R_{x_c x_e}] \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

onde

- $[R_{x_m x_m}]$ matriz de correlações entre os estados mecânicos
- $[R_{x_m x_c}]$ matriz de correlações entre os estados mecânico e de controle
- $[R_{x_c x_m}]$ matriz de correlações entre os estados de controle e mecânico
- $[R_{x_c x_c}]$ matriz de correlações entre os estados de controle
- $[R_{x_e x_m}]$ matriz de correlações entre as excitações e os estados mecânicos
- $[R_{x_e x_c}]$ matriz de correlações entre as excitações e os estados de controle
- $[R_{x_m x_e}]$ matriz de correlações entre os estados mecânicos e as excitações
- $[R_{x_c x_e}]$ matriz de correlações entre os estados de controle e as excitações

O desenvolvimento da Equação (3.45) tem-se como resultado uma matriz onde cada termo corresponde a uma equação de correlação associada aos parâmetros físicos do sistema. Para selecionar as equações que continham relação com os parâmetros relacionados às falhas propostas, adotou-se o seguinte procedimento:

a) Identificou-se os parâmetros físicos relacionadas às falhas elétricas ou mecânicas propostas.

b) Procurou-se nas matrizes de espaço de estados mecânicas, Equações (3.34), (3.35) e (3.36) ou elétricas, Equações (3.16) a (3.22) a posição desses parâmetros.

c) Acompanhou-se a posição desses parâmetros nas equações em espaço de estados completa. Equações (3.37) e (3.38).

d) Na matriz de correlações resultante, Equação (3.45), buscou-se as linhas e colunas que contém o parâmetro desejado e o maior número de correlações relacionadas a estados possíveis de serem medidos.

As equações selecionadas são:

- **Equação associada ao estado mecânico completo z₁**

$$k_{11}.Rz_1z_1 + k_{12}.Rz_2z_1 + k_{16}.R\phi_2z_1 + R\dot{z}_1\dot{z}_1 + b_{11}.Rz_{e1}z_1 + b_{11}.c_{z11}Rz_{11c}z_1 + b_{11}.c_{z12}Rz_{12c}z_1 + b_{11}.c_{z13}Rz_{13c}z_1 + b_{11}.c_{z14}Rz_{14c}z_1 + b_{11}.c_{z15}Rz_{15c}z_1 + b_{11}.c_{z16}Rz_{16c}z_1 + c_{11}R\dot{z}_1z_1 = 0 \quad (3.49)$$

- **Equação associada ao estado mecânico completo z₂**

$$k_{22}.Rz_2z_2 + k_{21}.Rz_1z_2 + k_{23}.Rz_3z_2 + k_{25}.R\phi_1z_1 + k_{27}.R\phi_3z_2 + R\dot{z}_2\dot{z}_2 + b_{22}.Rz_{e2}z_2 + c_{22}R\dot{z}_2z_2 = 0 \quad (3.50)$$

- **Equação associada ao estado mecânico completo z₃**

$$k_{33}.Rz_3z_3 + k_{23}.Rz_2z_3 + k_{34}.Rz_4z_3 + k_{36}.R\theta_2z_3 + k_{37}.R\theta_3z_3 + R\dot{z}_3\dot{z}_3 + b_{33}.Rz_{e3}z_3 + c_{33}R\dot{z}_3z_3 = 0 \quad (3.51)$$

- **Equação associada ao estado mecânico completo z₄**

$$k_{44}.Rz_4z_4 + k_{43}.Rz_3z_4 + k_{47}.R\theta_3z_4 + R\dot{z}_4\dot{z}_4 + b_{44}.Rz_{e4}z_4 + b_{44}.c_{z41}Rz_{41c}z_4 + b_{44}.c_{z42}Rz_{42c}z_4 + b_{44}.c_{z43}Rz_{43c}z_4 + b_{44}.c_{z44}Rz_{44c}z_4 + b_{44}.c_{z45}Rz_{45c}z_4 + b_{44}.c_{z46}Rz_{46c}z_4 + c_{44}R\dot{z}_4z_4 = 0 \quad (3.52)$$

- **Equação associada ao estado de controle z_{1c}**

$$Rz_1z_1 + ks_{z1}Rz_1z_1 + ac_{z11}Rz_{11c}z_1 + ac_{z12}Rz_{12c}z_1 + ac_{z13}Rz_{13c}z_1 + ac_{z14}Rz_{14c}z_1 + ac_{z15}Rz_{15c}z_1 + ac_{z16}Rz_{16c}z_1 + cc_{z11}Rz_{11c}z_1 + Rz_{11c}\dot{z}_1 = 0 \quad (3.53)$$

- **Equação associada ao estado de controle z_{4c}**

$$Rz_4z_4 + ks_{z4}Rz_4z_4 + ac_{z41}Rz_{41c}z_4 + ac_{z42}Rz_{42c}z_4 + ac_{z43}Rz_{43c}z_4 + ac_{z44}Rz_{44c}z_4 + ac_{z45}Rz_{45c}z_4 + ac_{z46}Rz_{46c}z_4 + cc_{z44}Rz_{44c}z_4 + Rz_{44c}\dot{z}_4 = 0 \quad (3.54)$$

Os estados medidos são os deslocamentos e velocidades nos quatro discos e os cinco primeiros estados de controle na mesma direção. Entre as equações de correlações selecionadas há diferentes relações com os parâmetros físicos do sistema, seja elétrico ou mecânico. Qualquer alteração em dado parâmetro que esteja relacionado à equação provocará

mudanças na igualdade da respectiva equação. Essa mudança é um indicativo de que a equação é sensível a alteração desse parâmetro.

As equações (3.49) a (3.54) possuem diferentes relações com os parâmetros físicos do sistema mecânico, rigidez do eixo, parâmetros k_{ij} , e às forças de desbalanceamento, parâmetros b_{11} , b_{22} , b_{33} e b_{44} , relacionados aos termos da matriz de entrada do sistema mecânico relativos aos discos d_1 , d_2 , d_3 e d_4 , respectivamente. As Equações (3.53) e (3.54) são relativas aos nós onde posicionam os mancais magnéticos, logo estão relacionadas à mola negativa (rigidez de deslocamento) k_{z1} e k_{z4} inseridos na matriz de rigidez mecânica.

As Equações (3.53) e (3.54) são sensíveis aos parâmetros de controle e de atuação do mancal nos nós (1) e (4), discos d_1 e d_4 na direção z . Estas propriedades são importantíssimas para o método usado, pois permitem a detecção da variação dos parâmetros de controle e de mancal relacionados a cada nó e em cada direção de atuação. Essas equações estão relacionadas aos parâmetros da matriz dinâmica de controle acz_{ij} , Equações (3.17) e (3.18) e aos parâmetros da matriz de entrada do sistema elétrico bz_{ij} , Equações (3.19) e (3.20), que são termos relacionados aos ganhos dos sensores k_s , Equação (3.16). Convém ressaltar a presença de termos da matriz de saída do sistema elétrico, parâmetros cc_{ij} , Equações (3.21) e (3.22), que estão relacionados aos ganhos k_p do estágio de potência e à rigidez de corrente k_i do mancal magnético, Equações (3.13) e (3.16).

Para o método utilizado, basta saber a que correlações estão associadas cada parâmetro, não sendo necessário saber os valores numéricos desses parâmetros, a variação da relação entre as correlações indicará que houve variação nos parâmetros a elas associadas, dependendo em que equação isso ocorreu será o indicativo de falha ou não e sua localização no sistema.

Para cada Equação (3.49) a (3.54) foi criada uma rede neural para mapear as correlações cujos estados não são medidos.

3.4 Redução da ordem do modelo

Para o desenvolvimento do trabalho foi escolhido o método de condensação estática de Guyan, devido à sua simplicidade e pelo fato das frequências do sistema em análise, serem relativamente baixas. O método de elementos finitos, utilizado para o modelo mecânico gera

muitos graus de liberdade e nem todos são possíveis de serem medidos. Nesse trabalho o objetivo é manter os graus de liberdade relativos aos deslocamentos e desprezar os graus de liberdade relativos às rotações (θ e ϕ). Os graus de liberdade eliminados nesse processo são chamados de *slave* e os graus de liberdade mantidos são chamados de *masters*. Geralmente os graus de liberdade mantidos estão relacionados aos discos, mancais, forças de desbalanceamento e planos de desbalanceamento (Tiwari, 2017).

A estrutura da equação diferencial que representa o sistema é dada pela Equação (3.23) e vetor de deslocamentos e rotações é dado pela Equação (3.24) onde deseja-se manter os oito primeiros graus de liberdade relativos aos deslocamentos e eliminar os oito últimos graus de liberdade relativos às rotações. Duas aproximações são assumidas para a utilização do método. A primeira delas é a de que não ocorra força aplicada aos graus de liberdade descartados e a segunda é que se descarta os termos de inércia do sistema, uma vez que, o método de Guyan é aplicado ao sistema sem a matriz de amortecimento e de efeito giroscópico, reescrevendo a Equação (3.23) tem-se:

$$\begin{bmatrix} [M]_{ma} & [M]_{ms} \\ [M]_{sm} & [M]_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}(t)_{ma} \\ \ddot{q}(t)_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ma} & K_{ms} \\ K_{sm} & K_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q(t)_{ma} \\ q(t)_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f(t)_{ma} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.55)$$

Onde os subscritos ma e s estão relacionados aos termos que foram conservados (*master*) e aos termos que serão eliminados (*slave*). A equação da rigidez é dada por:

$$\begin{bmatrix} [K]_{ma} & [K]_{ms} \\ [K]_{sm} & [K]_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q(t)_{ma} \\ q(t)_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f(t)_{ma} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.56)$$

Na evolução da Equação (3.56), tem-se a seguinte solução:

$$\{q(t)\}_s = -[K]_s^{-1} [K]_{sm} \{q(t)\}_{ma} \quad (3.57)$$

através da identidade:

$$\begin{Bmatrix} q(t)_{ma} \\ q(t)_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] \\ -[K]_s^{-1} [K]_{sm} \end{bmatrix} \{q(t)\}_{ma} = [T]_R [q(t)]_{ma} \quad (3.58)$$

onde

• T_R matriz de condensação ou matriz de redução estática

Logo redução das matrizes de massa e rigidez são dadas por:

$$[M]_R = [T]_R^T [M] [T]_R \quad (3.59)$$

$$[K]_R = [T]_R^T [K] [T]_R \quad (3.60)$$

A equação diferencial do sistema reduzido dada por:

$$[M]_R \{\ddot{q}(t)\}_{ma} + [K]_R \{q(t)\}_{ma} = \{f(t)\} \quad (3.61)$$

onde o vetor de deslocamentos reduzido é dado por:

$$\{q(t)\}_{ma} = \{y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad y_4 \quad z_1 \quad z_2 \quad z_3 \quad z_4\}^T \quad (3.62)$$

O vetor de forças $f(t)$ conserva as forças atuantes como excitações de entrada. A equação no espaço de estados do sistema mecânico na forma reduzida, mantém a mesma estrutura mostrada da Equação (3.28):

$$\{\dot{x}_m(t)\} = [\bar{A}_m] \{x_m(t)\} + [\bar{B}_m] \{f(t)\} \quad (3.63)$$

e

$$\{x_m(t)\} = [\bar{C}_m] \{z_m(t)\}$$

onde

- $[\bar{A}_m]$ matriz dinâmica do sistema com ordem reduzida
- $[\bar{B}_m]$ matriz de entrada do sistema com ordem reduzida
- $[\bar{C}_m]$ matriz de saída do sistema mecânico com ordem reduzida
- $\{\bar{z}_m(t)\}$ vetor composto pelos estados medidos do vetor $\{q(t)\}_m$

A equação final no espaço de estados formado pelos modelos mecânico e de controle, dado por:

$$\{\dot{x}_f(t)\} = [\bar{A}_f] \{x_f(t)\} + [\bar{B}_f] \{f(t)\} \quad (3.64)$$

onde

- . $[\bar{A}_f]$ matriz dinâmica do sistema com ordem reduzida
- . $[\bar{B}_f]$ matriz de entrada do sistema com ordem reduzida

Substituindo a solução da Equação (3.64) nas Equações (3.46), (3.7) e (3.48), resulta na equação matricial de Lyapunov para o modelo reduzido:

$$[\bar{A}_f][\bar{R}x_f] + [\bar{R}x_f][\bar{A}_f]^T + [\bar{B}_f][\bar{R}x_e x_f] + [\bar{R}x_e x_f][\bar{B}_f]^T = 0 \quad (3.65)$$

A equação (3.65) mantém a mesma estrutura da Equação (3.45) do sistema completo, ressaltando que na Equação (3.65) os estados mecânicos são reduzidos pela transformação de estática de Guyan. O desenvolvimento da Equação (3.65) tem-se como resultado uma matriz onde cada termo corresponde a uma equação de correlação. Usando o mesmo critério de escolha como descrito na seção 3.3, as equações selecionadas de acordo com os parâmetros do sistema associados a cada equação para o desenvolvimento do método, são dadas por:

- **Equação associada ao estado mecânico reduzido z_1**

$$\begin{aligned} & k_{11}Rz_1z_1 + k_{12}Rz_2z_1 + k_{13}Rz_3z_1 + k_{14}Rz_4z_1 + R\dot{z}_1\dot{z}_1 + b_{11}cc_{z11}Rz_{11c}z_1 + b_{11}cc_{z12}Rz_{12c}z_1 \\ & + b_{11}cc_{z13}Rz_{13c}z_1 + b_{11}cc_{z14}Rz_{14c}z_1 + b_{11}cc_{z15}Rz_{15c}z_1 + b_{11}cc_{z16}Rz_{16c}z_1 + b_{14}cc_{z11}Rz_{41c}z_1 \\ & + b_{14}cc_{z12}Rz_{42c}z_1 + b_{14}cc_{z13}Rz_{43c}z_1 + b_{14}cc_{z14}Rz_{44c}z_1 + b_{14}cc_{z15}Rz_{45c}z_1 + b_{14}cc_{z16}Rz_{46c}z_1 \\ & + R\dot{z}_1\dot{z}_1 + b_{11}Rz_{e1}z_1 + b_{12}Rz_{e2}z_1 + b_{13}Rz_{e3}z_1 + b_{14}Rz_{e4}z_1 = 0 \end{aligned} \quad (3.66)$$

- **Equação associada ao estado mecânico reduzido z_2**

$$\begin{aligned} & k_{12}Rz_1z_2 + k_{22}Rz_2z_2 + k_{23}Rz_3z_2 + k_{24}Rz_4z_2 + R\dot{z}_2\dot{z}_2 + b_{12}cc_{z11}Rz_{11c}z_2 + b_{12}cc_{z12}Rz_{12c}z_2 \\ & + b_{12}cc_{z13}Rz_{13c}z_2 + b_{12}cc_{z14}Rz_{14c}z_2 + b_{12}cc_{z15}Rz_{15c}z_2 + b_{12}cc_{z16}Rz_{16c}z_2 + b_{24}cc_{z11}Rz_{41c}z_2 \\ & + b_{24}cc_{z12}Rz_{42c}z_2 + b_{24}cc_{z13}Rz_{43c}z_2 + b_{24}cc_{z14}Rz_{44c}z_2 + b_{24}cc_{z15}Rz_{45c}z_2 + b_{24}cc_{z16}Rz_{46c}z_2 \\ & + R\dot{z}_2\dot{z}_2 + b_{21}Rz_{e1}z_2 + b_{22}Rz_{e2}z_2 + b_{23}Rz_{e3}z_2 + b_{24}Rz_{e4}z_2 = 0 \end{aligned} \quad (3.67)$$

- **Equação associada ao estado mecânico reduzido z_3**

$$\begin{aligned} & k_{13}Rz_1z_3 + k_{23}Rz_2z_3 + k_{33}Rz_3z_3 + k_{34}Rz_4z_3 + R\dot{z}_3\dot{z}_3 + b_{13}cc_{z11}Rz_{11c}z_3 + b_{13}cc_{z12}Rz_{12c}z_3 \\ & + b_{13}cc_{z13}Rz_{13c}z_3 + b_{13}cc_{z14}Rz_{14c}z_3 + b_{13}cc_{z15}Rz_{15c}z_3 + b_{13}cc_{z16}Rz_{16c}z_3 + b_{34}cc_{z11}Rz_{41c}z_3 \\ & + b_{34}cc_{z12}Rz_{42c}z_3 + b_{34}cc_{z13}Rz_{43c}z_3 + b_{34}cc_{z14}Rz_{44c}z_3 + b_{34}cc_{z15}Rz_{45c}z_3 + b_{34}cc_{z16}Rz_{46c}z_3 \\ & + R\dot{z}_3\dot{z}_3 + b_{31}Rz_{e1}z_3 + b_{32}Rz_{e2}z_3 + b_{33}Rz_{e3}z_3 + b_{34}Rz_{e4}z_3 = 0 \end{aligned} \quad (3.68)$$

• **Equação associada ao estado mecânico reduzido z_4**

$$\begin{aligned}
 & k_{41}Rz_1z_4 + k_{42}Rz_2z_4 + k_{43}Rz_3z_4 + R\dot{z}_4\dot{z}_4 + k_{44}Rz_4z_4 + b_{14}cc_{z41}Rz_{11c}z_4 + b_{14}cc_{z42}Rz_{12c}z_4 \\
 & + b_{14}cc_{z43}Rz_{13c}z_4 + b_{14}cc_{z44}Rz_{14c}z_4 + b_{14}cc_{z45}Rz_{15c}z_4 + b_{14}cc_{z46}Rz_{16c}z_4 + b_{44}cc_{z11}Rz_{41c}z_4 \\
 & + b_{44}cc_{z12}Rz_{42c}z_4 + b_{44}cc_{z13}Rz_{43c}z_4 + b_{44}cc_{z14}Rz_{44c}z_4 + b_{44}cc_{z15}Rz_{45c}z_4 + b_{44}cc_{z16}Rz_{46c}z_4 \\
 & + R\dot{z}_4z_4 + b_{41}Rz_{e1}z_4 + b_{42}Rz_{e2}z_4 + b_{43}Rz_{e3}z_4 + b_{44}Rz_{e4}z_4 = 0
 \end{aligned} \tag{3.69}$$

As equações relativas aos estados de controle permanecem inalteradas como as Equações (3.53) e (3.54), pois a redução da ordem do modelo altera apenas as equações de correlações relativas aos estados mecânicos. Da mesma forma que nas Equações (3.49) a (3.52) do sistema completo nas Equações (3.66) a (3.69) qualquer alteração em dado parâmetro que esteja relacionado à equação provocará mudanças na igualdade da respectiva equação. Essa mudança é um indicativo de que a equação é sensível a alteração desse parâmetro. Diferente das equações relativas ao sistema completo, as equações obtidas pela redução do modelo possuem diferentes relações com os parâmetros físicos do sistema mecânico e de mancal em todos os estados mecânicos, ou seja, os planos tanto dos estados mecânicos, quanto os de controle se misturam. Isso é um indicativo de que a aplicação do método proposto pode se tornar inviável pois para a sua aplicação é necessário o conhecimento da posição dos parâmetros no sistema.

3.5 Excitação por forças de desbalanceamento

Em sistemas rotativos, o desbalanceamento pode ser causado por massas excêntricas localizadas em diferentes planos e posições angulares dos discos. Como a massa de desbalanceamento é muito menor que a massa do disco, o vetor de forças de desbalanceamento é dado por:

$$\begin{Bmatrix} f_y \\ f_z \end{Bmatrix} = m_u r_u \omega^2 \begin{Bmatrix} \cos(\omega t + \beta) \\ \text{sen}(\omega t + \beta) \end{Bmatrix} \tag{3.70}$$

onde

- . m_u massa de desbalanceamento
- . r_u raio de desbalanceamento

. ω rotação do rotor

. β ângulo de fase

O vetor completo de forças de desbalanceo é dado por:

$$\{f_m\} = \{fy_1 \quad fy_2 \quad fy_3 \quad fy_4 \quad fz_1 \quad fz_2 \quad fz_3 \quad fz_4\}^T \quad (3.71)$$

3.6 Excitação por ruído branco e ruído colorido

O ruído pode ser proveniente de diversas formas como instrumentos eletrônicos, chamados de ruídos eletrônicos, e de vibrações mecânicas, chamadas de ruído mecânico, de máquinas operando nas proximidades ou sob determinadas condições da interação fluido estrutura. Uma vez que sistemas com mancais magnéticos é dependente dos sinais de sensores, portanto, torna-se importante estudar a influência do ruído presente nos sinais (Nayek et al., 2021).

Filho (2002) define como ruído sinais que têm a capacidade de reduzir a inteligibilidade de uma informação de som, imagem ou dados. Os ruídos não possuem uma expressão matemática no tempo que os definam, não podendo ser preditos no tempo, nem mesmo depois de detectados. No entanto, é possível caracterizá-los no tempo e na frequência. O nível de influência de um ruído nos sistemas pode ser apresentado de várias formas. Uma delas é a razão entre a potência do sinal desejado e a potência do ruído ou, simplesmente, razão sinal/ruído - SNR. Outra forma é a caracterização de um sistema e não de um sinal, chamada de faixa dinâmica – DR (*dynamic range*). A DR exprime a razão entre o máximo sinal desejado que o sistema admite e o mínimo sinal desejado detectável, que é o nível do ruído apresentado quando não existe sinal.

Os ruídos podem ser caracterizados no domínio do tempo por suas propriedades estatísticas, ou seja, por sua média e pelo seu desvio padrão ou pela variância. O desvio padrão é uma medida do espalhamento de quanto os valores se distanciam da média. Os ruídos se distribuem ao longo do tempo, segundo a função densidade de probabilidade. No domínio da frequência através da função densidade espectral de potência que descreve a distribuição de potência do ruído por unidade de banda como função da frequência. O ruído

branco possui uma densidade espectral de potência constante e o ruído colorido possui $1/f$, conforme a energia se distribui no espectro.

Segundo Hayken e Veen (2001) o ruído colorido pode ser gerado passando o ruído branco através de um filtro de modelagem. O filtro de modelagem é um filtro dinâmico, geralmente um filtro passa baixa. A resposta do ruído colorido pode ser variado ajustando os parâmetros do filtro de modelagem. Na Figura 3.6, $w(t)$ representa o ruído branco que passa pelo filtro passa baixa, $n(t)$ representa o ruído colorido que excita o sistema mecânico e $z(t)$ é a resposta do sistema à excitação ao ruído colorido.

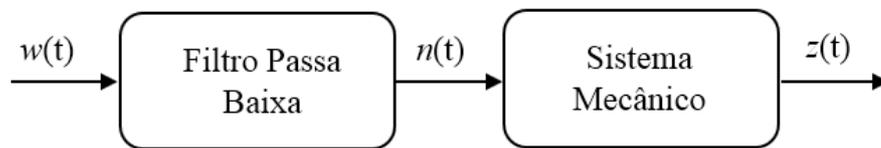


Figura 3.6 Representação esquemática de um sistema mecânico excitado por ruído colorido.

3.7 Forças de empeno de eixo

A presença de empeno no eixo do rotor cria uma distribuição de tensão axial assimétrica na sua seção transversal, resultando num arco permanente. A amplitude de excitação, devido ao empeno residual, é uma quantidade constante. O empeno produz uma força que se destaca principalmente na condição de rotação lenta do rotor. A força de empeno é síncrona com a rotação. Dessa condição origina diferentes amplitudes e relações de fase, em contraste com o desbalanço de massa, que é uma função quadrática com a rotação (Sarmah e Tiwari, 2020). O efeito de empeno no eixo faz com que o centro de massa do rotor seja deslocado de uma distância δ em relação à linha que passa pelo centro dos mancais, Figura 3.7.

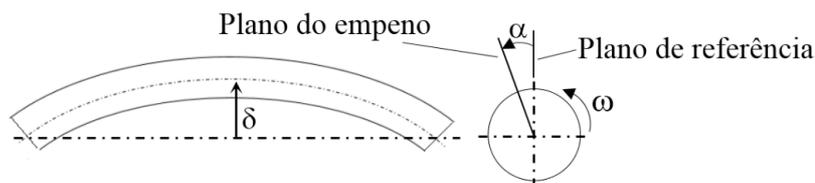


Figura 3.7 Representação do eixo com empeno e sua seção transversal.

onde

- . δ distância da linha de centro do mancal ao centro do eixo empenado
- . α fase do plano de empeno em relação ao plano de referência

Segundo Sanches (2015) à medida que o rotor gira, existe uma deformação elástica adicional nas direções y e z. A força gerada pelo empeno será modelada como uma força elástica de reação que tende a trazer o eixo de volta à sua posição de equilíbrio, que corresponde à posição do empeno. Dessa forma, pela lei de Hooke, a força de empeno é dada por:

$$\{f_{e_i}\} = [K] \{\delta_i\} \quad (3.72)$$

onde

- . $\{f_{e_i}\}$ vetor de forças de empeno
- . $[K]$ matriz de rigidez total
- . $\{\delta_i\}$ vetor de empeno com a amplitude do empeno

Sendo $i = 1$ a 4 que representa os nós onde ocorre o empeno.

O vetor de empeno contém componentes lineares e angulares devido ao arqueamento apresentado pelo eixo e é dado segundo a amplitude do empeno (linear ou angular) presente em cada grau de liberdade dos seus respectivos nós. Pelo sistema de coordenadas adotado no modelo, para cada nó i o vetor de empeno é dado por:

$$\delta_i = \begin{Bmatrix} \delta y_i \text{sen}(\omega t + \alpha_i) \\ \delta z_i \text{cos}(\omega t + \alpha_i) \\ \delta \phi_i \text{sen}(\omega t + \alpha_i) \\ -\delta \theta_i \text{sen}(\omega t + \alpha_i) \end{Bmatrix} \quad (3.73)$$

onde

- . δy_i e δz_i representam as amplitudes do empeno nas direções y e z
- . $\delta \phi_i$ e $\delta \theta_i$ são as amplitudes do empeno angular nas direções ϕ e θ respectivamente.

As forças de empeno serão inseridas em cada grau de liberdade correspondente através da matriz de entrada do sistema mecânico Equação (3.28). A estrutura da matriz de rigidez e do vetor de deslocamentos e rotações são mostrados no Anexo A.

Como comentado na seção (3.3), do desenvolvimento da Equação (3.45) tem-se como resultado uma matriz onde cada termo corresponde a uma equação de correlação. A escolha da equação a ser utilizada na aplicação do método depende dos parâmetros relacionadas que se relacionam com as correlações. O força de empeno é síncrona com a rotação, logo para a detecção de falhas relativas ao efeito do empeno é necessário equações que estejam relacionadas a parâmetros dependentes da rotação. Observando a Equação (3.45) os parâmetros que dependem da rotação são os parâmetros da matriz de efeito giroscópico, logo na seleção das equações necessárias para a detecção do efeito do empeno buscou equações de correlações relacionadas com esses termos apresentados nas Equações (3.74) a (3.77).

- **Equação associada ao empeno z_1**

$$k_{13,5} \cdot Rz_1 z_1 + k_{13,6} \cdot Rz_1 z_2 + k_{13,13} \cdot Rz_1 \theta_1 + k_{13,14} \cdot Rz_1 \theta_2 + g_{13,5} \cdot Rz_1 \dot{z}_1 + g_{14,5} \cdot Rz_1 \dot{z}_2 + g_{13,5} \cdot Rz_1 \dot{\phi}_1 + g_{13,10} \cdot Rz_1 \dot{\phi}_2 + b_{5,21} \cdot Rz_{e1} z_1 = 0 \quad (3.74)$$

- **Equação associada ao empeno z_2**

$$k_{14,5} \cdot Rz_2 z_1 + k_{14,6} \cdot Rz_2 z_2 + k_{14,7} \cdot Rz_2 z_3 + k_{14,13} \cdot Rz_2 \theta_1 + k_{14,15} \cdot Rz_2 \theta_2 + k_{14,16} \cdot Rz_2 \theta_3 + g_{14,5} \cdot Rz_2 \dot{z}_1 + g_{14,6} \cdot Rz_2 \dot{z}_2 + g_{14,7} \cdot Rz_2 \dot{z}_3 + g_{14,9} \cdot Rz_2 \dot{\phi}_1 + g_{14,10} \cdot Rz_2 \dot{\phi}_2 + g_{14,11} \cdot Rz_2 \dot{\phi}_3 + b_{6,22} \cdot Rz_{e2} z_2 = 0 \quad (3.75)$$

- **Equação associada ao empeno z_3**

$$k_{15,6} \cdot Rz_3 z_2 + k_{15,7} \cdot Rz_3 z_3 + k_{15,8} \cdot Rz_3 z_4 + k_{15,14} \cdot Rz_3 \theta_2 + k_{15,15} \cdot Rz_3 \theta_3 + k_{15,16} \cdot Rz_3 \theta_4 + g_{15,6} \cdot Rz_3 \dot{z}_2 + g_{15,7} \cdot Rz_3 \dot{z}_3 + g_{15,8} \cdot Rz_3 \dot{z}_4 + g_{15,10} \cdot Rz_3 \dot{\phi}_2 + g_{15,11} \cdot Rz_3 \dot{\phi}_3 + g_{15,12} \cdot Rz_3 \dot{\phi}_4 + b_{7,23} \cdot Rz_{e3} z_3 = 0 \quad (3.76)$$

- **Equação associada ao empeno z_4**

$$k_{16,7} \cdot Rz_4 z_3 + k_{16,8} \cdot Rz_4 z_4 + k_{16,15} \cdot Rz_4 \theta_3 + k_{16,16} \cdot Rz_4 \theta_4 + g_{16,7} \cdot Rz_4 \dot{z}_3 + g_{16,8} \cdot Rz_4 \dot{z}_4 + g_{16,11} \cdot Rz_4 \dot{\phi}_3 + g_{16,12} \cdot Rz_4 \dot{\phi}_4 + b_{8,24} \cdot Rz_{e4} z_4 = 0 \quad (3.77)$$

3.8 Redes neurais artificiais

As redes neurais têm a capacidade de coletar, utilizar e armazenar informações baseadas em experimentos através de aprendizagem. O processo de aprendizagem é feito a partir de algoritmos, onde os pesos sinápticos da rede são modificados de uma forma ordenada para alcançar o resultado desejado. A partir da informação contida em pares de entradas e saídas, as redes neurais devem aprender e generalizar o conhecimento contido nas amostras, de forma a responder de forma adequada quando entradas não presentes no conjunto de treinamento forem apresentadas à rede. Isto é possível devido ao fato de que a formulação é baseada numa representação simplificada de uma rede real de neurônio (Gomes et al., 2019).

Segundo Greeshma e Annalakshmi (2015) uma rede neural treinada pode ser considerada um "especialista" na categoria de informações que recebeu para analisar, relata que algumas características importantes em uma rede neural artificial são:

- Aprendizagem adaptativa: capacidade de aprender a realizar tarefas com base nos dados fornecidos para treinamento ou experiência inicial.
- Auto-organização: uma rede neural pode criar sua própria organização ou representação das informações que recebe durante o tempo de aprendizagem.
- Operação em tempo real: os cálculos de uma rede neural podem ser realizados em paralelo, enquanto dispositivos de hardware especiais estão sendo projetados e fabricados.
- Tolerância a falhas por meio de codificação de informações redundantes: a eliminação de alguns neurônios não afeta substancialmente o seu desempenho global.

Basicamente, todos os tipos de redes neurais apresentam a mesma unidade de processamento, um neurônio artificial. Esse neurônio artificial possui várias entradas, que correspondem às conexões sinápticas com outras unidades similares a ele, e uma saída, cujo valor depende diretamente da somatória ponderada de todas as saídas dos outros neurônios a esse conectado.

O modelo artificial do neurônio, mostrado na Figura (3.8), é uma generalização do modelo apresentado por McCulloch e Pitts (1943).

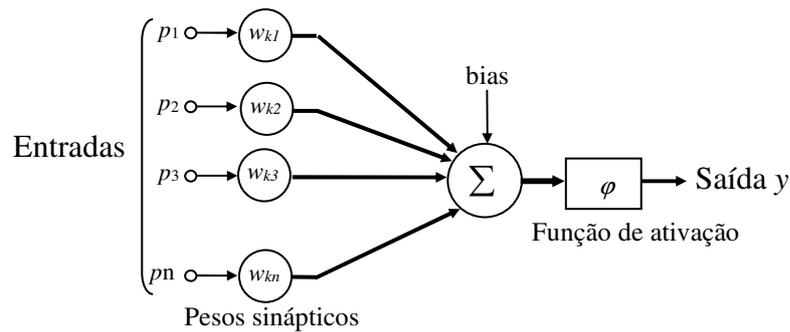


Figura 3.8 Modelo de um neurônio.

Esse modelo de neurônio é composto pelas entradas $\{p_j\}$ e pela saída y_i , ainda inclui um sinal adicional bias (b_i) que favorece ou limita a possibilidade de ativação do neurônio.

$$y_i = \varphi_i \left(\sum_{j=1}^n w_{ij} p_j + b_i \right) \quad (3.78)$$

O processo sináptico é representado pelos pesos sinápticos (w_{ij}) que amplificam cada um dos sinais recebidos. A função de ativação $\varphi_i(\cdot)$ modela a forma como o neurônio responde ao nível de excitação, limitando e definindo a saída da rede neural.

Os tipos básicos de função de ativação: função linear, função degrau, função rampa, função sigmoidal e função gaussiana. A escolha de cada tipo de função de ativação deve ser o que for mais adequado para o projeto.

As arquiteturas de uma rede neural podem ser de diversas formas, e se dá conforme a necessidade da aplicação, estando diretamente ligadas com o algoritmo de aprendizagem usado para treinar a rede. Segundo Aggarwal (2018), basicamente, os itens que compõem a estrutura de uma rede neural estão sujeitos a modificações como: número de camadas intermediárias, quantidade de neurônios nas camadas intermediárias, tipo de função de ativação e o algoritmo de aprendizado.

A principal característica de uma rede neural, é a sua capacidade de aprender. A aprendizagem pode ser definida como a variação dos pesos das ligações, de modo a armazenar implicitamente uma informação. Os procedimentos de aprendizagem podem ser separados em duas situações distintas: o aprendizado supervisionado: neste caso, a rede é treinada, pela ação de um supervisor que fornece a ela, pares de padrões de entrada e de resposta, representativos de um dado fenômeno e o aprendizado não supervisionado: onde a rede é treinada para responder a padrões de características diferentes. Não se tem acesso aos sinais de saída do sistema para formar a par entrada - saída.

A maneira pela qual os neurônios de uma rede neural estão estruturados define o algoritmo de aprendizagem a ser utilizado para treiná-la. Pode-se, portanto, falar de algoritmos de aprendizagem utilizados no projeto de redes neurais como sendo estruturados.

Em geral, podemos classificar três tipos de arquiteturas de rede:

- Redes alimentadas adiante com camada única: onde os neurônios estão organizados na forma de camadas, o termo “camada única” se refere à camada de saída de nós computacionais (neurônios).
- Redes alimentadas diretamente com múltiplas camadas: distingue pela presença de uma ou mais camadas ocultas ou intermediárias, cujos nós computacionais são chamados de neurônios ocultos ou unidades ocultas. A função dos neurônios ocultos é intervir entre a entrada externa e a saída da rede de uma maneira útil. Adicionando-se uma ou mais camadas ocultas, tornamos a rede capaz de extrair estatísticas de ordem elevada.
- Redes Recorrentes: distinguem das redes alimentadas adiante por terem pelo menos um laço de realimentação, com a presença ou não de neurônios ocultos. A presença de laços de realimentação tem um impacto profundo na capacidade de aprendizagem da rede e no seu desempenho.

Existem três tipos de conjuntos nos quais os dados de amostra são distribuídos:

- O conjunto de treinamento é usado para treinar o modelo de rede neural proposto; é um conjunto de dados de amostra que é usado para modificar ou ajustar os pesos sinápticos na rede para produzir o resultado desejado.
- O conjunto de validação é usado para informar a rede quando o treinamento deve ser encerrado (quando o ponto mínimo de erro é alcançado). Este conjunto fornece uma maneira totalmente independente de examinar a precisão da rede.
- O conjunto de teste é um conjunto de dados de amostra que é usado para a avaliação do modelo de rede proposta.

O conjunto de dados pode ser dividido de diversas formas e depende de cada caso. Uma regra geral para esta divisão aleatória: 70% dos dados para treinamento, 15% para validação e 15% para teste (Aggarwal, 2018). O pós-processamento compreende todos os testes, os quais são aplicados em uma rede específica para a validação dos resultados, também, para analisar, descrever e melhorar seu desempenho final. A comparação dos resultados é feita usando três estatísticas diferentes.

Segundo Alaloul e Qureshi (2020) o primeiro é o erro quadrático médio (RMSE) definido por:

$$RMSE = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (obs_i - est_i)^2 \right)^{1/2} \quad (3.79)$$

O segundo o fator estatístico é o erro percentual de volume (% VE), dado por:

$$\%VE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{obs_i - est_i}{obs_i} \right) \quad (3.80)$$

onde:

- . est_i representa a variável estimada
- . obs_i representa o valor observado
- . N número de valores observados

O terceiro fator estatístico é a correlação, ela é usada na medição do coeficiente de correlação linear entre os dados previstos e observados.

Alaloul e Qureshi (2020) comenta que em caso de resultados insatisfatórios no pós-processamento, podem ser feitas modificações nos seguintes itens:

- Pesos sinápticos,
- Número de neurônios na camada intermediária,
- Funções de ativação e
- Número de camadas intermediárias.

A Figura 3.9 mostra uma rede simples, com alimentação adiante, que consiste em três camadas com uma camada de entrada, uma camada intermediária e uma camada de saída, onde não há conexões entre nós na mesma camada.

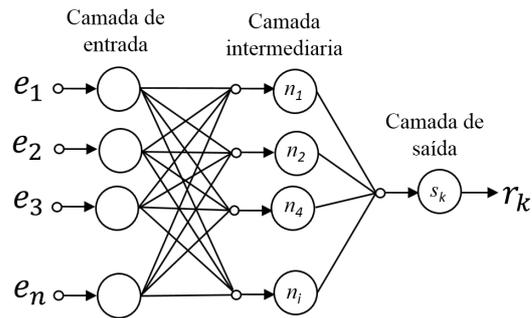


Figura 3.9 Modelo de uma rede neural artificial.

Para aplicação do método de detecção, no capítulo 4 serão propostas e testadas algumas configurações de redes que melhor se adequam para a solução do problema.

As redes neurais foram montadas a partir das equações de compatibilidade Equações (3.49) a (3.54) para o modelo completo. O primeiro termo da Equação (3.49) foi colocado do lado direito da equação, conseqüentemente todos os demais termos da equação ficaram divididos pelo parâmetro relacionado à essa correlação. As correlações relativas a estados que não são medidos foram retirados e serão mapeados pelas redes neurais. As correlações restantes foram colocadas como entradas das redes neurais e a correlação que foi isolada será a saída da rede neural. O mesmo procedimento foi feito para as Equações (3.50) a (3.54) como mostrado nas Tabelas (3.1) e (3.2).

Tabela 3.1 Correlações de entrada e saída das redes para falhas mecânicas – modelo completo.

| <i>Eq.</i> | <i>Estado</i> | <i>Entradas da Rede</i> | <i>Saída</i> | <i>Arq.</i> |
|------------|---------------|--|--------------|-------------|
| (3.49) | z_1 | $Rz_2 z_1, Rz_1 \dot{z}_1, Rz_1 \dot{z}_1, Rz_{11c} z_1, Rz_{12c} z_1, Rz_{13c} z_1, Rz_{11c} z_1$ | $-Rz_1 z_1$ | A_{1m} |
| (3.50) | z_2 | $Rz_1 z_2, Rz_3 z_2, Rz_2 \dot{z}_2, Rz_2 \dot{z}_2$ | $-Rz_2 z_2$ | A_{2m} |
| (3.51) | z_3 | $Rz_2 z_3, Rz_4 z_3, Rz_3 \dot{z}_3, Rz_3 \dot{z}_3$ | $-Rz_3 z_3$ | A_{3m} |
| (3.52) | z_4 | $Rz_3 z_4, Rz_4 \dot{z}_4, Rz_4 \dot{z}_4, Rz_{41c} z_4, Rz_{42c} z_4, Rz_{43c} z_4, Rz_{44c} z_4$ | $-Rz_4 z_4$ | A_{4m} |

Tabela 3.2 Correlações de entrada e saída das redes para falhas elétricas – modelo completo.

| <i>Eq.</i> | <i>Estado</i> | <i>Entradas da Rede</i> | <i>Saída</i> | <i>Arq.</i> |
|------------|---------------|--|--------------|-------------|
| (3.53) | z_{1c} | $Rz_{11c} z_1, Rz_{12c} z_1, Rz_{13c} z_1, Rz_{14c} z_1, Rz_{15c} z_1$ | $-Rz_1 z_1$ | A_{1c} |
| (3.54) | z_{4c} | $Rz_{41c} y_4, Rz_{42c} y_4, Rz_{43c} y_4, Rz_{44c} y_4, Rz_{45c} y_4$ | $-Rz_4 z_4$ | A_{4c} |

Nas equações (3.49) a (3.52) do sistema mecânico reduzido usou-se o mesmo procedimento, isolou-se a primeira correlação do lado direito da equação e retirou-se as correlações relativas aos estados que não podem ser medidos e montou-se a configuração das redes neurais, mostradas na Tabela (3.3).

Tabela 3.3 Correlações de entrada e saída das redes para falhas mecânicas – modelo reduzido.

| <i>Eq.</i> | <i>Est.</i> | <i>Entradas da Rede</i> | <i>Saída</i> | <i>Arq.</i> |
|------------|-------------|---|--------------|-------------|
| (3.66) | z_1 | $Rz_2z_1, Rz_3z_1, Rz_4z_1, R\dot{z}_1\dot{z}_1, R\dot{z}_1z_1, Rz_{11c}z_1, Rz_{12c}z_1, Rz_{13c}z_1, Rz_{14c}z_1, Rz_{15c}z_1, Rz_{41c}z_1, Rz_{42c}z_1, Rz_{43c}z_1, Rz_{44c}z_1, Rz_{45c}z_1$ | $-Rz_1z_1$ | A_{1r} |
| (3.67) | z_2 | $Rz_1z_2, Rz_3z_2, Rz_4z_2, R\dot{z}_2\dot{z}_2, R\dot{z}_2z_2, Rz_{11c}z_2, Rz_{12c}z_2, Rz_{13c}z_2, Rz_{14c}z_2, Rz_{15c}z_2, Rz_{41c}z_2, Rz_{42c}z_2, Rz_{43c}z_2, Rz_{44c}z_2, Rz_{45c}z_2$ | $-Rz_2z_2$ | A_{2r} |
| (3.68) | z_3 | $Rz_1z_3, Rz_2z_3, Rz_4z_3, R\dot{z}_3\dot{z}_3, R\dot{z}_3z_3, Rz_{11c}z_3, Rz_{12c}z_3, Rz_{13c}z_3, Rz_{14c}z_3, Rz_{15c}z_3, Rz_{41c}z_3, Rz_{42c}z_3, Rz_{43c}z_3, Rz_{44c}z_3, Rz_{45c}z_3$ | $-Rz_3z_3$ | A_{3r} |
| (3.69) | z_4 | $Rz_1z_4, Rz_2z_4, Rz_3z_4, R\dot{z}_4\dot{z}_4, R\dot{z}_4z_4, Rz_{41c}z_1, Rz_{42c}z_1, Rz_{43c}z_1, Rz_{44c}z_1, Rz_{45c}z_1, Rz_{41c}z_4, Rz_{42c}z_4, Rz_{43c}z_4, Rz_{44c}z_4, Rz_{45c}z_4$ | $-Rz_4z_4$ | A_{4r} |

Nas equações (3.74) a (3.77) para detecção da falha devido ao empeno do eixo do rotor, usou-se o mesmo procedimento, foram isoladas as correlações do lado direito da equação e retirou-se as correlações relativas aos estados que não podem ser medidos e montou-se a configuração das redes neurais, mostradas na Tabela (3.4).

Tabela 3.4 Correlações de entrada e saída das redes para falhas de empeno

| <i>Eq.</i> | <i>Est.</i> | <i>Entradas da Rede</i> | <i>Saída</i> | <i>Arq.</i> |
|------------|-------------|---|--------------|-------------|
| (3.74) | z_1 | $Rz_1z_2, Rz_1\dot{z}_1, Rz_1\dot{z}_2, Rz_{e1}z_1$ | $-Rz_1z_1$ | A_{1e} |
| (3.75) | z_2 | $Rz_2z_1, Rz_2z_3, Rz_2\dot{z}_1, Rz_2\dot{z}_2, Rz_1\dot{z}_3, Rz_{e2}z_2$ | $-Rz_2z_2$ | A_{2e} |
| (3.76) | z_3 | $Rz_3z_2, Rz_3z_4, Rz_3\dot{z}_2, Rz_3\dot{z}_3, Rz_3\dot{z}_4, Rz_{e3}z_3$ | $-Rz_3z_3$ | A_{3e} |
| (3.77) | z_4 | $Rz_4z_3, Rz_4\dot{z}_3, Rz_4\dot{z}_4, Rz_{e4}z_4$ | $-Rz_4z_4$ | A_{4e} |

As correlações de saída das arquiteturas $A_{1m}, A_{2m}, A_{3m}, A_{4m}, A_{1c}, A_{4c}, A_{1r}, A_{2r}, A_{3r}, A_{4r}, A_{1e}, A_{2e}, A_{3e}, A_{4e}$, foram treinadas na condição do sistema sem falha. A comparação entre a

saída sem falha e com falha é feita através do cálculo do desvio quadrático médio *MSD* (*Mean Square Deviation*):

$$MSD = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Rx_f - \bar{Rx}_f)^2 \right)^{1/2} \quad (3.81)$$

onde

- Rx_f correlação de saída da rede com defeito
- \bar{Rx}_f correlação de saída esperada da rede, sem defeito
- N número de dados de treinamento

4 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

A bancada de ensaios concebida para obter os resultados experimentais encontra-se no Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo (CTMSP). Inicialmente foi montada para o trabalho de Alves (2004), onde o rotor era sustentado por um par de rolamentos atocompensadores de esferas e os atuadores magnéticos tinham a função de amortecer as vibrações do rotor na passagem por rotações críticas. Para este trabalho os rolamentos foram retirados e o rotor passou a ser totalmente levitado por mancais magnéticos ativos.

A base da bancada é constituída por um perfil laminado tipo U invertido cuja base externa foi usinada, para garantir que os componentes estivessem nivelados, e furada, para fixação dos componentes. Sobre ela foram fixados um par de mancais magnéticos, sensores de deslocamento, motor e o sensor de rotação, mostrada na Figura 4.1. Os suportes dos mancais magnéticos e do motor, foram construídos em alumínio e fixados à base através de parafusos e pinos guias para se ter precisão na montagem. Na parte superior dos suportes externos foi usinado uma canaleta em meia cana onde foram fixados o núcleo com as bobinas do mancal magnético através de cola epóxi. O estator do motor possui a parte resinada fixa a um anel externo de alumínio (carcaça do motor) que foi colado na superfície em meia cana do seu respectivo suporte.

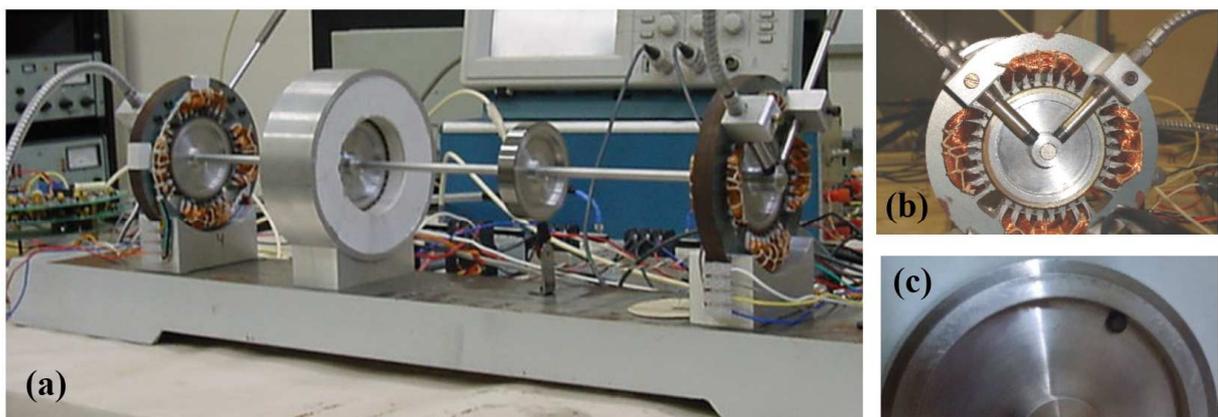


Figura 4.1 Bancada de ensaios. (a) Rotor, motor, sensor de rotação e mancais magnéticos. (b) Detalhe dos sensores de posição. (c) Detalhe da fixação da massa de desbalanceamento.

4.1 Eixo e rotor

O rotor é composto por um eixo flexível de alumínio vazado com diâmetro interno de 4 *mm* e externo de 6 *mm* e por quatro discos de alumínio que possuem um diâmetro externo de aproximadamente 62 *mm* e espessura de 12 *mm*.

Nos discos externos foi montado um pacote de lâminas de ferro-silício, sobre os quais atuam os mancais magnéticos. As lâminas de ferro-silício foram usinadas por eletroerosão e coladas uma a uma à polia de alumínio. Após a colagem o diâmetro externo foi usinado de forma a ajustar a folga com o estator do mancal na dimensão previamente especificada no valor de 1 *mm*.

Nos discos internos montou-se um anel de aço onde atuam o motor e o sensor de rotação. Esses discos também foram usinados a fim de manter a dimensão dos discos externos e a folga com o estator do motor. O disco onde atua o sensor de rotação (disco d_3) foi pintado com tinta preta fosca, resultando em meio perímetro em cor escura não reflexivo e meio perímetro reflexivo, marcando a posição do *trigger* do sensor, Figura 4.7. Os quatro discos foram colados sobre o eixo numa distância de 150 *mm* cada.

Antes da montagem o conjunto passou por um alinhamento e medição da posição dos discos. Os discos externos foram apoiados num bloco de metrologia em V e com auxílio de um relógio comparador foi executado o alinhamento dos discos internos. O relógio comparador marca Mitutoyo com precisão de 0,001 *mm* foi posicionado sobre os discos internos (d_2 e d_3). Entende-se por plano vertical a posição do trigger e plano horizontal a posição a 90° do plano vertical. Os desvios residuais resultantes, foram medidos e considerados como empeno residual, listados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 Empeno residual medido.

| Posição | disco d_1 | disco d_2 | disco d_3 | disco d_4 |
|------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Vertical (μm) | 0 | 15 | 10 | 0 |
| Horizontal (μm) | 0 | 10 | 8 | 0 |

4.2 Motor e sensor de rotação

O motor é de indução e compõe-se de um conjunto de bobinas trifásicas no estator que criam um campo girante que atua sobre o anel ferromagnético do rotor, chamado de anel de histerese. Esse motor é acionado por um conversor estático de frequências, através do qual pode-se variar a frequência de campo girante do motor. O conversor permite que se acelere e desacelere o rotor.

O sensor de rotação e referência de fase é um sensor ótico reflexivo composto de um fotodiodo emissor e um foto-transistor receptor de infravermelho. O disco onde o sensor atua foi pintado em preto fosco na metade de seu perímetro. Devido à mudança entre as cores clara e escura obtém-se como saída uma onda quadrada. Os níveis de tensão com o circuito empregado foram de 0 a 5V entre os níveis baixos e alto.

4.3 Ganho dos atuadores do mancal magnético

Os atuadores são constituídos de um par de bobinas para cada direção e por um núcleo de material ferro - magnético para evitar perdas. A força de tração devido a passagem de uma corrente elétrica pelas bobinas é enviada pelos amplificadores de potência. O circuito é fechado através do material laminado ferromagnético do rotor e foi dimensionado levando em conta a capacidade de carga necessária, limitações dimensionais, limitação térmicas e de saturação magnética. A folga entre o atuador e o disco de rotor foi fixada em 1mm. Com folga menor poderia trabalhar com correntes menores para se obter a mesma força magnética, porém, o rotor ficaria suscetível a possíveis choques com o estator.

Como descrito na seção (3.1) o cálculo da força magnética depende da permeabilidade do ar, da área da bobina, do número de bobinas e da folga entre atuador e rotor. O cálculo da relação entre força magnética e corrente foi obtida via elementos finitos e é apresentado na Figura 4.2. Com essa curva é possível extrair: a constante magnética do atuador (k_m), fixar a corrente de operação, os ganhos de força linearizada com a corrente (k_i) e a rigidez de deslocamento (k_z), apresentados pela Equação (3.13).

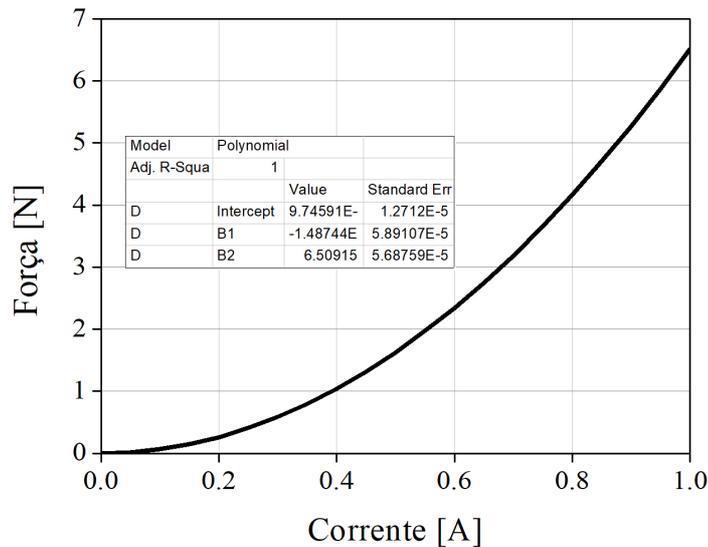


Figura 4.2 Força magnética dos atuadores.

Como o atuador foi projetado para uma folga de 1 mm e força magnética varia com o quadrado da corrente, temos pela curva da Figura 4.2, que a constante magnética do atuador é dada por $k_m = 6,513\text{Nm}^2/\text{A}^2$.

Alves (2004) utilizou o mesmo atuador e realizou um ensaio de identificação do ganho do atuador colocando pequenos pesos no disco do atuador magnético e colheu as respectivas tensões do sensor. Através desse procedimento mediu uma constante linear de mola de $0,525\text{ N/V}$. Em seguida aplicou pequenas correntes DC no atuador do mesmo disco e colheu as tensões do mesmo sensor e obteve a constante linear de $4,2\text{ V/A}$. Supondo que os deslocamentos são pequenos de forma a não influenciar a força magnética obteve uma constante linearizada de força que é a multiplicação das constantes lineares obtidas que resulta em $k_i = 2,21\text{ N/A}$, substituindo esse valor na Eq. (3.13), para uma corrente de $0,085\text{ A}$ e obteve, $k_m = 6,5\text{ Nm}^2/\text{A}^2$.

Considerando que no presente trabalho a corrente de polarização foi fixada em $0,307\text{ A}$, para uma folga de 1 mm e considerando o ganho do atuador identificado, substituindo na Equação (3.13), tem-se a rigidez de corrente e de posição respectivamente: $k_i = 8,0\text{ N/A}$ e $k_z = 2450\text{ N/m}$.

4.4 Ganho dos sensores de posição

Os sensores de deslocamento são sensores comerciais magnéticos indutivos por correntes parasitas tipo *eddy-current* marca Bently Nevada, que foram montados a 45° dos eixos y e z devido ao tamanho da cabeceira das bobinas do mancal magnético. O ganho equivalente na direção dos atuadores é ajustado pela adição de uma eletrônica que soma as projeções de deslocamentos nas respectivas direções, Figura 4.3.

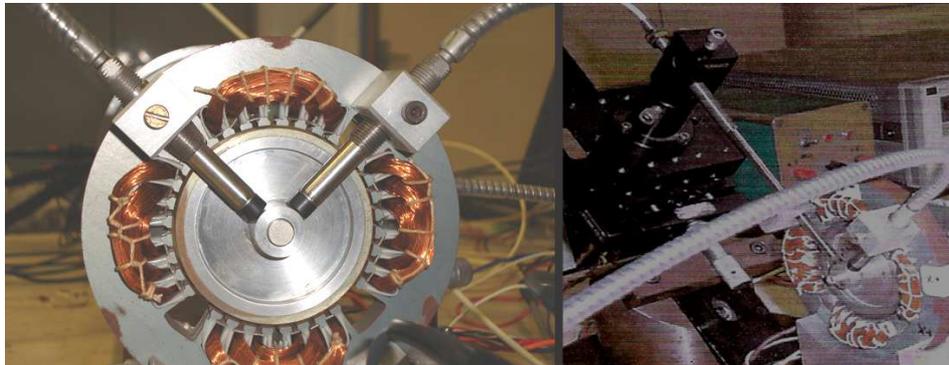


Figura 4.3 Disposição dos sensores e dispositivo micrométrico para a identificação do ganho dos sensores.

Para a identificação do ganho dos sensores de posição, foi adaptado à bancada um dispositivo micrométrico para medir o deslocamento do sensor em relação ao rotor, mostrado na Figura 4.3. O procedimento consiste em encostar a ponta do sensor no anel externo junto ao disco anotando a tensão de saída do sensor. Girando o tambor micrométrico para afastar o sensor do anel foram colhidas as tensões de saída obtendo-se assim a curva de calibração. O resultado do ganho na direção do sensor obtido é mostrado na Figura 4.4.

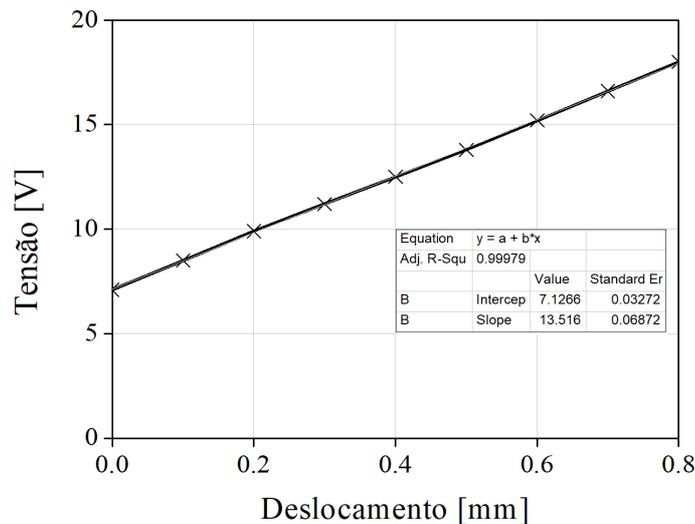


Figura 4.4 Curva de calibração do sensor.

Através da curva obteve-se o coeficiente angular da reta que corresponde ao ganho real do sensor $k_s = 13,516 V/mm$. A ponta do sensor foi fixada numa distância de $0,4 mm$ que corresponde à metade da faixa. Nessa posição há uma tensão DC em aproximadamente $12,5 V$ que deve ser subtraída de mesmo valor de maneira a trabalhar com valor em torno de zero.

Como citado anteriormente devido à falta de espaço causada pelas bobinas dos atuadores os suportes dos sensores foram deslocados de 45° em relação aos eixos y e z como mostrado na Figura 4.3. Assim faz-se necessário a correção das leituras de deslocamentos que são enviadas ao controle, que foram convertidas num ganho equivalente na direção y e z , dadas por:

$$k_{s_y} = k_{s_z} = \frac{2 k_s}{2 \cos(45^\circ)} = \frac{2 k_s}{\sqrt{2}} \quad (4.1)$$

Substituindo o valor do ganho do sensor identificado $k_s = 13,516 N/mm$, na Equação (4.1), tem-se um ganho equivalente tanto na direção y com na direção z de $k_{s_y} = k_{s_z} = 19,11 V/mm$, essa conversão e a anulação da corrente DC é realizada por uma eletrônica adicionada na entrada do sistema de controle.

4.5 Amplificadores de potência

Os amplificadores de potência, para o sistema apresentado na Figura 4.1, recebem o sinal de tensão dos controladores convertendo em sinal proporcional de corrente que é enviado à bobina dos atuadores. São amplificadores de transcondutância, que são fontes de corrente que possuem um circuito de controle com medida e realimentação de corrente de saída, que garante para determinadas faixas de frequência a proporcionalidade da corrente de saída com a tensão de entrada, independente da impedância das bobinas dos atuadores. Embora trabalhe com uma certa dinâmica devido à sua impedância, pode ser considerado como um simples ganho (Alves, 2004). O ganho dos amplificadores utilizados neste trabalho foi no valor de $k_p = 0,25 A/V$.

4.6 Sistema de controle

O controlador analógico é formado por uma sequência de filtros lineares, tais como: integradores, avançadores de fase, filtros passa baixas e filtros a variáveis de estado, para funções biquadráticas. Como descrito na seção 3.1 o funcionamento do sistema se dá basicamente pela leitura do sensor que determina a posição do rotor e envia aos controladores a leitura dos deslocamentos de cada direção (y e z), que processam a informação e enviam ao amplificador de potência um sinal que é convertido em um sinal proporcional de corrente e esse sinal é transformado em força magnética através dos ganhos do atuador, em malha fechada, diagrama mostrado na Figura 4.5, para uma direção.

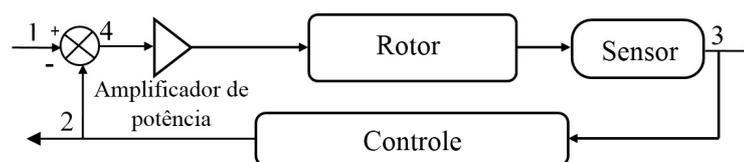


Figura 4.5 Diagrama de blocos do sistema em malha fechada.

O mancal magnético pode ser utilizado como excitador sem contato, inclusive durante a operação da máquina. Na Figura 4.5, nota-se que para cada direção de controle, excitando o sistema no ponto 3 e tomando-se o sinal no ponto 2 se obtém a função de transferência do controle. Com o auxílio do analisador de sinais, HP modelo 3567 A, utilizou-se como sinal de excitação uma varredura senoidal e obteve-se a resposta em frequência do controlador, mostrada na Figura 4.6.

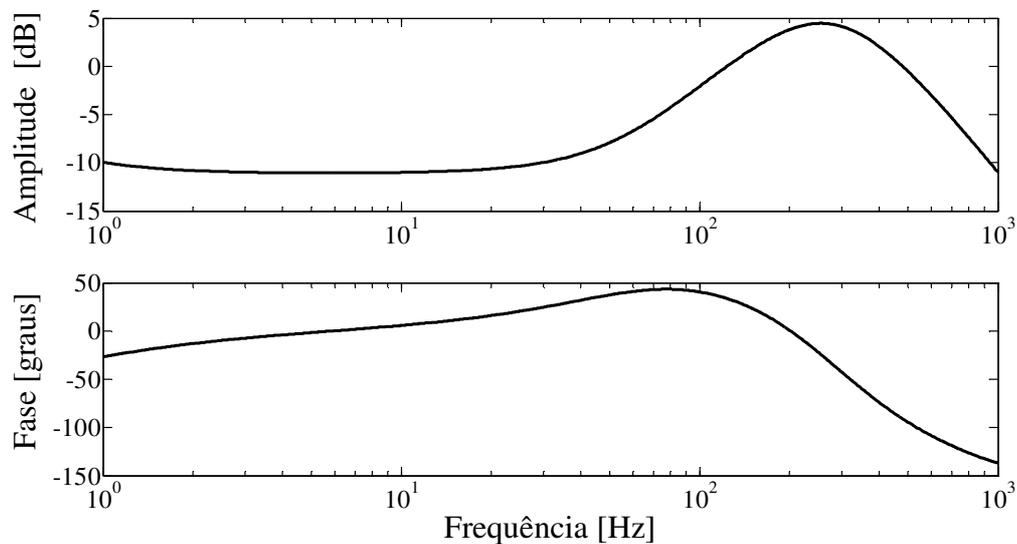


Figura 4.6 Resposta em frequência do controle.

Através de uma interpolação dessa função de transferência, fez-se a identificação do controlador: polos, zeros e os ganhos utilizados nas simulações (Pierri et al., 1988).

4.7 Frequências naturais do rotor

Antes da montagem foram realizados ensaios de impacto com o rotor suspenso através de material elástico. Com o auxílio do analisador de espectros, excitou-se o rotor com um martelo provido de célula de carga *B&K* e o deslocamento foram medidos através de um acelerômetro da mesma marca, colado na mesma direção. Foram medidas as três primeiras frequências de flexão e o resultado experimental foi comparado com os resultados do modelo, mostrados na Tabela (4.1).

Tabela 4.2 Comparação das três primeiras frequências naturais de flexão teórica e experimental – rotor livre.

| | 1ª Frequência (Hz) | 2ª Frequência (Hz) | 3ª Frequência (Hz) |
|--------------|-----------------------|--------------------|--------------------|
| Simulação | 22,3 | 72,6 | 204,7 |
| Experimental | 23,0 | 73,0 | 206,0 |

É importante notar que as frequências listadas na Tabela 4.2 estão relacionadas apenas ao rotor sem atuação dos mancais magnéticos.

4.8 Balanceamento do rotor

Após a montagem da bancada, o rotor foi balanceado pelo método do coeficiente da influência. Esse balanceamento foi executado visando os dois primeiros modos de flexão.

Para o balanceamento foram utilizados quatro planos, discos (d_1 , d_2 , d_3 e d_4) e as leituras obtidas pelos sensores dos discos d_1 e d_4 . A Figura 4.7 mostra o analisador de sinais digital HP 3567A. No canal 1 é obtido o sinal do sensor de posição e no canal 2 o sinal TTL do sensor de rotação.

Brevemente nesse método coloca-se o rotor nas rotações em 20 e 50 Hz foram feitas as leituras de vibração síncrona com a rotação em módulo de fase através dos sensores dos mancais. Em seguida coloca-se massas de teste em diferentes planos posicionados no discos d_1 , d_2 , d_3 e d_4 . Essas massas de teste são posicionadas em ângulos predefinidos em relação à marcação de *trigger* do rotor (limite claro escuro do disco). Para cada massa de teste colocada faz-se uma rodada e obtém-se as medidas de vibração nas mesmas rotações da rodada inicial. Com esse procedimento é possível determinar a influência de cada massa de teste em cada sensor e em cada rotação. Com as medidas de todos os sensores, em todas as rotações escolhidas e todas as massas de teste, monta-se um sistema de equações cujas incógnitas determinam os valores e posição das massas de correção.

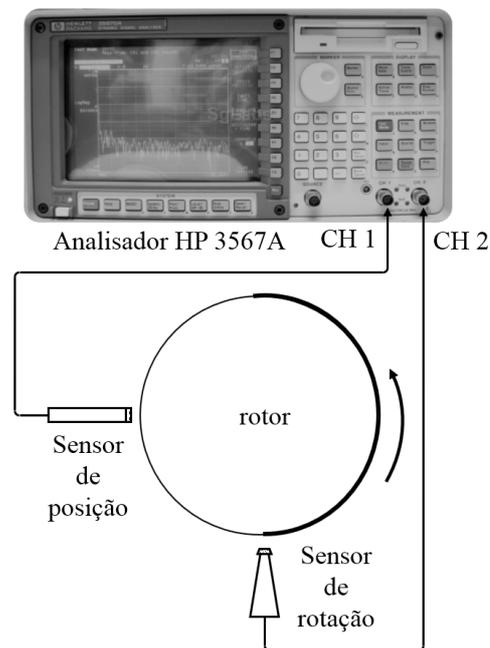


Figura 4.7 Esquema de balanceamento.

As massas utilizadas são uma porção de cera de abelha colada ao disco, Figura 4.1 (c). As massas residuais de desbalanceamento e suas fases foram consideradas para a condição do sistema sem falha, listadas na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 Valor das massas e ângulo de fase do desbalanço residual.

| Planos | Disco d_1 | Disco d_2 | Disco d_3 | Disco d_4 |
|--------------------------|--------------|--------------|---------------|-------------|
| Massa [g] / fase [graus] | 0,02 g / 30° | 0,05 g / 90° | 0,08 g / 180° | 0,04 g / 0° |

4.9 Resposta em frequência e diagrama de Campbell

Como citado anteriormente, os atuadores do mancal magnético podem ser usados como excitador, mesmo com o rotor em rotação. Como mostrado na Figura 4.5 obteve-se a função de transferência entre os sinais dos pontos 3 e do ponto 1, quando se obtém a função de transferência em malha fechada para a mesma direção, que leva em consideração a atuação do controle sobre o sistema conjuntamente com os ganhos de mancal e estágio de potência.

Inicialmente com o rotor parado, com o auxílio do analisador de espectros, utilizou-se como sinal de excitação uma varredura senoidal e obteve - se a resposta em frequência em malha fechada, mostrados na Figura 4.8.

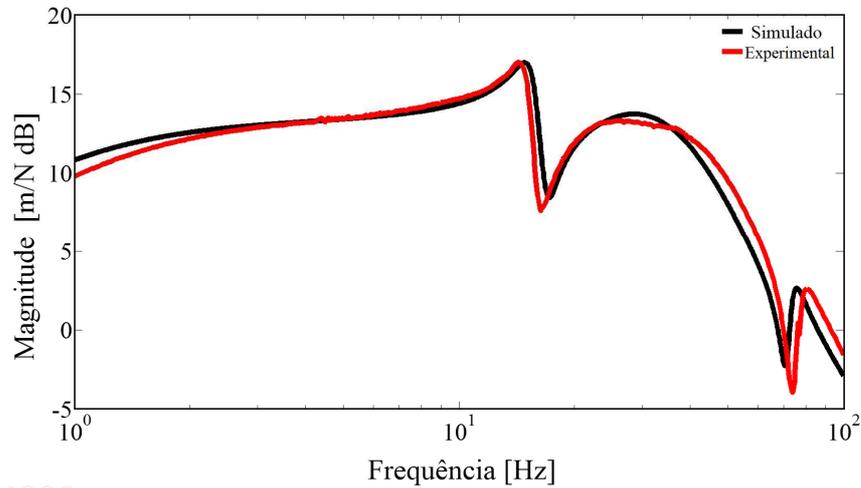


Figura 4.8 Resposta em frequência em malha fechada – simulado e experimental.

Com a mesma configuração descrita anteriormente, aplicou-se ao sistema em malha fechada a mesma excitação e obtiveram-se as frequências naturais para o intervalo de rotações de 0 a 100 Hz e levantou-se o diagrama de Campbell teórico. Experimentalmente como descrito anteriormente, em intervalos de rotações de 5 em 5 Hz mediu-se a 1ª frequência de flexão precessão inversa (*backward whirl*) e a precessão direta (*forward whirl*) e a 2ª frequência de flexão precessão inversa e precessão direta, mostradas na Figura 4.9.

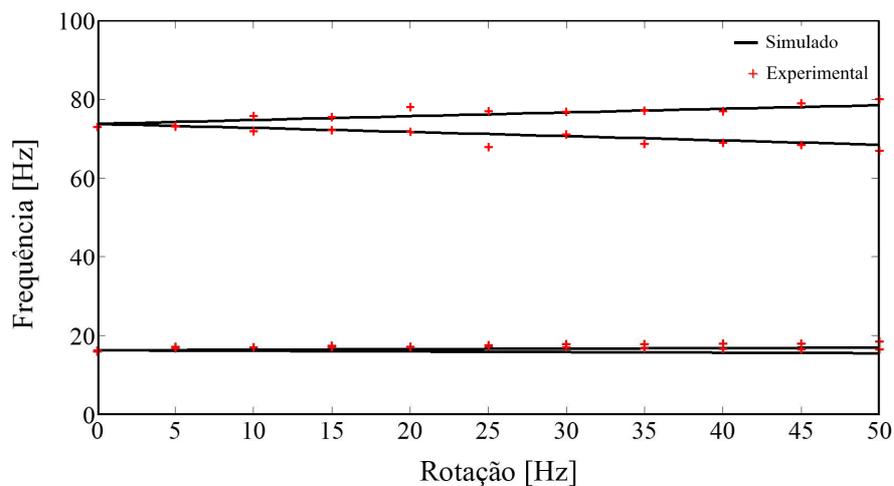


Figura 4.9 Diagrama de Campbell – primeira e segunda frequências de flexão - simulado e experimental.

Pelos resultados apresentados nota-se que o modelo representa o sistema real com boa precisão. Uma característica dos sistemas que usa mancais magnéticos ativos, pelo fato de não haver contato mecânico, a tendência são as curvas teóricas e experimentais serem muito próximas. Como o método proposto nesse trabalho é baseado em modelo matemático essa é uma característica importante.

As Figuras 4.10 e 4.11 são mostradas a resposta ao desbalanço teórico e experimental respectivamente. Neste caso as curvas não estão sendo comparadas pois o modelo não contempla a ação de desaceleração, logo estaríamos comparando situações distintas.

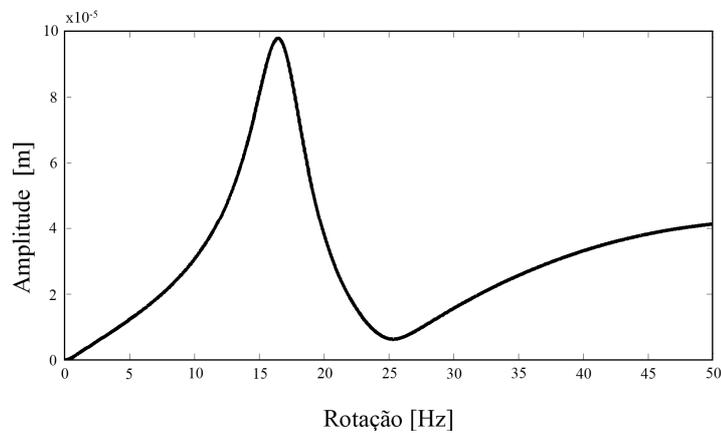


Figura 4.10 Resposta ao desbalanço e empeno residual – simulado.

Experimentalmente para se ter a resposta ao desbalanço, coloca-se o rotor na sua rotação nominal de 50 Hz, retira-se a ação do motor, deixa o rotor desacelerar e com o auxílio do analisador de espectros, faz-se medidas da amplitude em um dado intervalo de tempo.

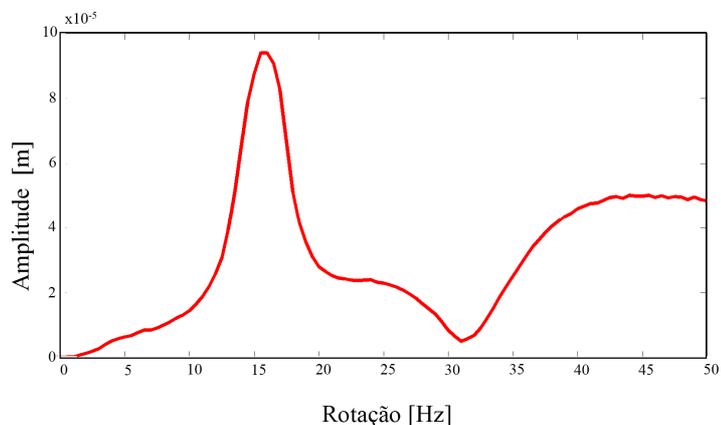


Figura 4.11 Resposta ao desbalanço e empeno residual – experimental.

Nas Figuras 4.10 e 4.11 nota-se que as respostas ao desbalanço seja quanto ao valor da frequência ou quanto à amplitude mostra-se coerentes. Como o desbalanço não excita a frequência de flexão em precessão inversa (*backward whirl*) é apresentado apenas a frequência em precessão direta (*forward whirl*). Estes diagramas também contemplam a resposta ao empeno residual.

5 ANÁLISE NUMÉRICA

Neste capítulo, são descritos os testes preliminares realizados através de simulações computacionais. Inicialmente será avaliada a robustez do método e sua sensibilidade quanto a presença de ruído branco e ruído colorido na excitação do sistema e quanto à variação da rotação. Em seguida será imposto algumas falhas ao sistema com ruídos e com variação da rotação, para verificar a capacidade do método proposto na detecção destas falhas. Será imposto também o efeito de empeno no eixo do rotor com o modelo completo. Finalmente o método também será testado utilizando um modelo reduzido.

Os dados geométricos do rotor são apresentados na tabela 5.1. Esses valores foram identificados na bancada experimental, apresentados na seção (4).

Tabela 5.1 Parâmetros físicos do rotor e do mancal magnético.

| Discos | Parâmetro | Valor | Unidade |
|--------------------------------------|------------------------------|-----------------------|----------|
| Massa | md_1, md_2, md_3, md_4 | $8.80 \cdot 10^{-2}$ | kg |
| Momento de inércia de massa | Id_1, Id_2, Id_3, Id_4 | $3.10 \cdot 10^{-5}$ | $kg.m^2$ |
| Momento polar de inércia | Ip_1, Ip_2, Ip_3, Ip_4 | $6.02 \cdot 10^{-5}$ | m^4 |
| Eixo | Parâmetro | Valor | Unidade |
| Comprimentos | L_1, L_2, L_3 | $1.50 \cdot 10^{-1}$ | m |
| Área de seção transversal | A_{eixo} | $1.57 \cdot 10^{-5}$ | m^2 |
| Momento de inercia de área | I_e | $5.10 \cdot 10^{-11}$ | m^4 |
| Mancal Magnético | Parâmetro | Valor | Unidade |
| Ganho equivalente dos sensores | $ksy_1, ksy_4, ksz_1, ksz_4$ | 19000 | V/m |
| Ganho dos amplificadores de potência | $kpy_1, kpy_4, kpz_1, kpz_4$ | -0.25 | A/V |
| Ganho dos mancais | $kmy_1, kmy_4, kmz_1, kmz_4$ | 8.0 | N/A |
| Mola negativa | ky_1, ky_4, kz_1, kz_4 | -2450 | N/m |
| Corrente no mancal | $ipy_1, ipy_4, ipz_1, ipz_4$ | 0.307 | A |
| Folga no mancal | g | 10^{-3} | m |

Os parâmetros elétricos relativos ao mancal magnético são identificados pelos subíndices que discriminam as respectivas direções e os discos aos quais pertencem (y_1, y_4, z_1 e z_4), Figura 3.3.

Para a simulação no tempo foi utilizado o software MatLab – Simulink, cuja estrutura, é mostrado na figura 5.1. Este modelo constituído por um bloco composto pelas equações de espaço de estados mecânicos, Equação (3.19), cuja saída são todos os deslocamentos e velocidades. Os deslocamentos relativos aos pontos onde se localizam os mancais y_1, z_1, y_4 e z_4 passam pelos ganhos dos sensores, transformando deslocamento em um valor de tensão, que realimentam os quatro blocos composto pelas equações de espaço de estados de controle, Equação (3.15). As saídas de cada controlador passam pelos ganhos do estágio de potência, que transformam o sinal de tensão num sinal proporcional de corrente e pelos ganhos dos mancais, que transformam o sinal de corrente em força magnética para cada direção de atuação do mancal magnético, trabalhando em malha fechada. O sistema é excitado por forças externas de desbalanço e/ou ruído branco e/ou ruído colorido, além da força rotativa de empeno. Obtém-se simultaneamente todos estados mecânicos, deslocamentos e velocidades, e os estados de controle na direção $Z1c$: ($z_{11c}, z_{12c}, z_{13c}, z_{14c}$ e z_{15c}) e na direção $Z4c$: ($z_{41c}, z_{42c}, z_{43c}, z_{44c}$ e z_{45c}) em rotação fixa.

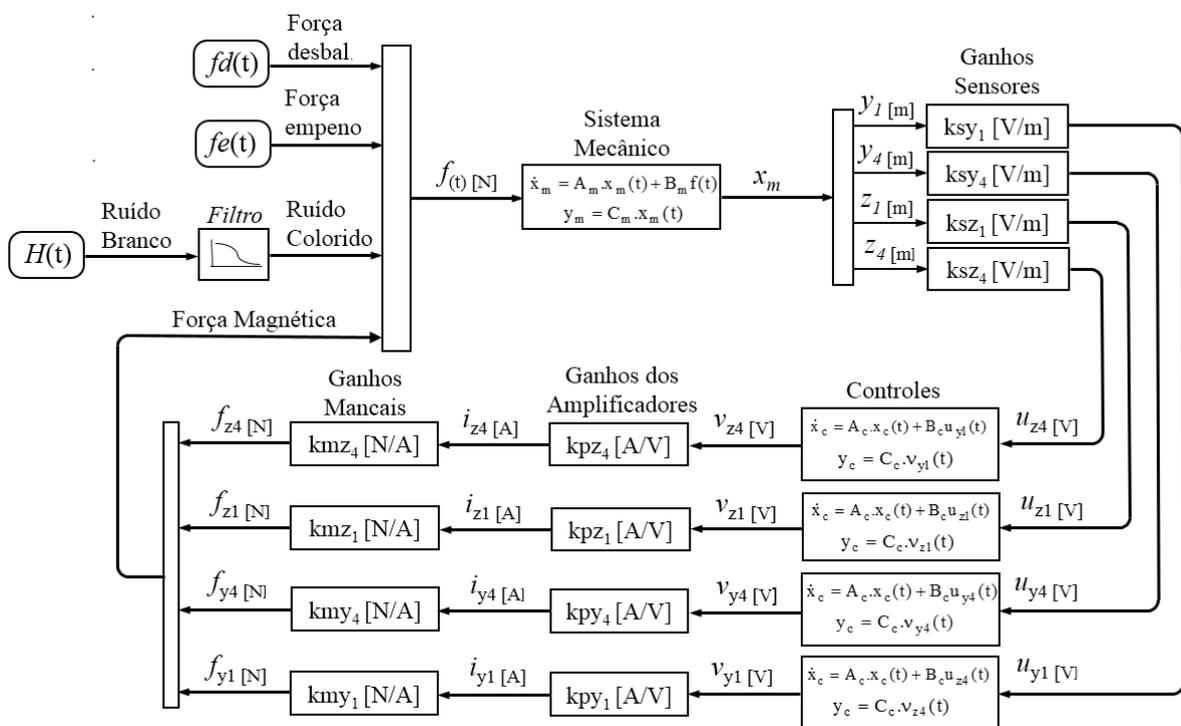


Figura 5.1 Modelo Simulink para simulação no tempo.

5.1 Análise da excitação por ruído branco e colorido

Como descrito na seção 3.5 o ruído colorido pode ser gerado a partir do ruído branco usando um filtro de modelagem passa baixa. Deve então definir a razão desejada entre sinal e ruído de saída, ordem do filtro, frequência de corte, tempo de resposta, *ripple* e outros parâmetros que sejam significativos para a aplicação. Pederiva (1992) estudou a aplicabilidade desse sistema na identificação de parâmetros em sistemas mecânicos com excitação não medida e explorou a utilização de filtros de diversas ordens. Eduardo (2003) analisou o comportamento do sistema mecânico rotativo submetido a uma excitação estocástica do tipo ruído colorido explorando diversas frequências de corte do filtro de acordo com as frequências naturais do sistema. Baseada nessa experiência optou-se por trabalhar com um filtro de primeira ordem com frequência de corte acima da primeira frequência de flexão com conseqüente atenuação das frequências superiores. A Figura 5.2 apresenta a resposta do filtro de primeira ordem com frequência de corte em 50 Hz.

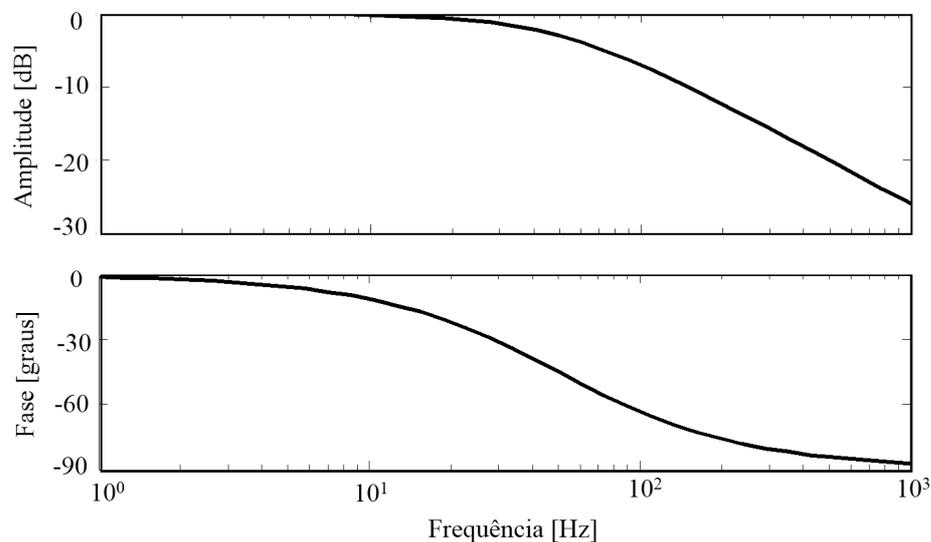


Figura 5.2 Resposta do filtro dinâmico de primeira ordem.

Na simulação foi usado o bloco gerador de ruído branco (*white noise*) do Simulink. Tomou-se o sinal de saída desse bloco com amplitude relativa a 30% do valor *RMS* da amplitude do sinal de desbalanceo. Na Figura 5.3 é apresentado o espectro de ruído branco, a função de autoconvariância e a banda de frequência do sinal.

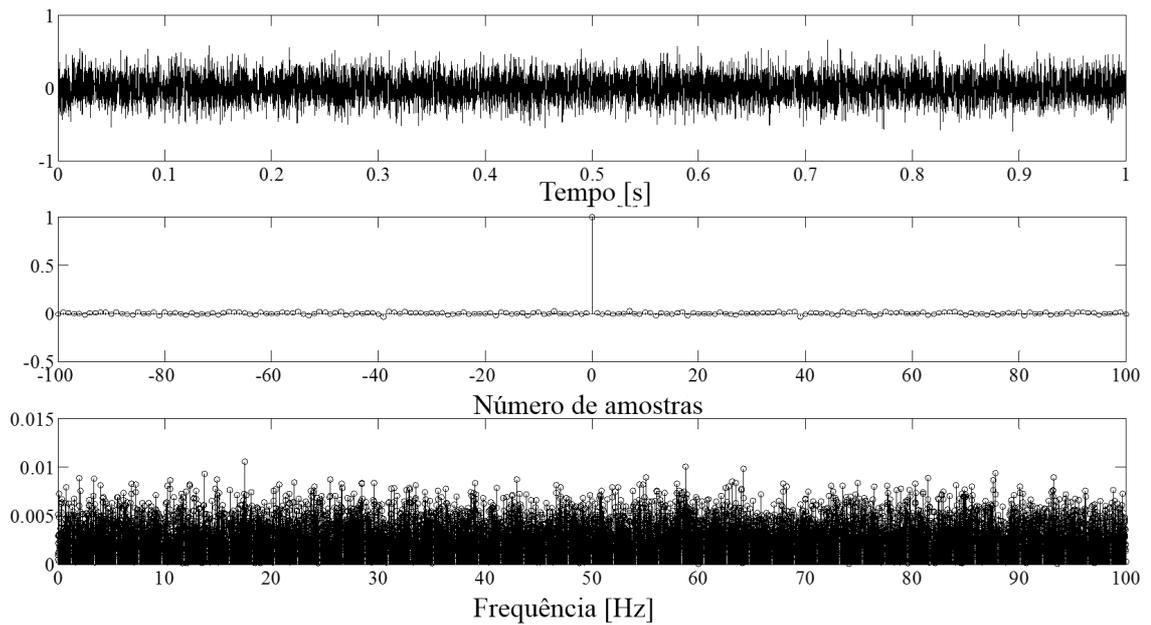


Figura 5.3 Ruído branco.

Da mesma forma foi tomado o sinal após a passagem pelo filtro dinâmico, gerando um ruído colorido. Na Figura 5.4 é apresentado o espectro de ruído colorido, a função de autocovariância e a banda de frequência do sinal.

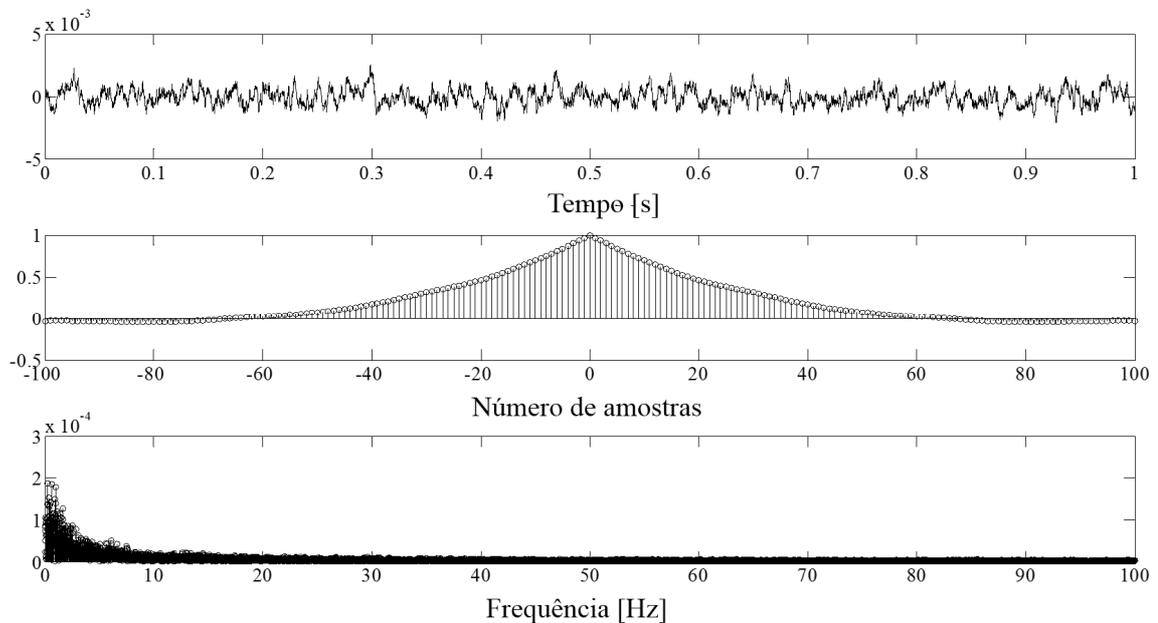


Figura 5.4 Ruído colorido.

Para análise numérica inicialmente o sistema foi considerado com um desbalanceamento residual de 0,1 g a zero graus de fase em um raio de desbalanço de 25mm

em todos os discos. Na simulação o sistema foi excitado pelas forças de desbalanceamento e por ruído branco e ruído colorido na rotação nominal de 50 Hz . A figura 5.5 apresenta os sinais no domínio do tempo medidos são eles: o deslocamento do disco 1 (z_1) e a tensão na saída do sistema de controle (z_{1c}), tendo como excitação inicialmente apenas as forças de desbalanceamento e depois com e sem ruídos na excitação.

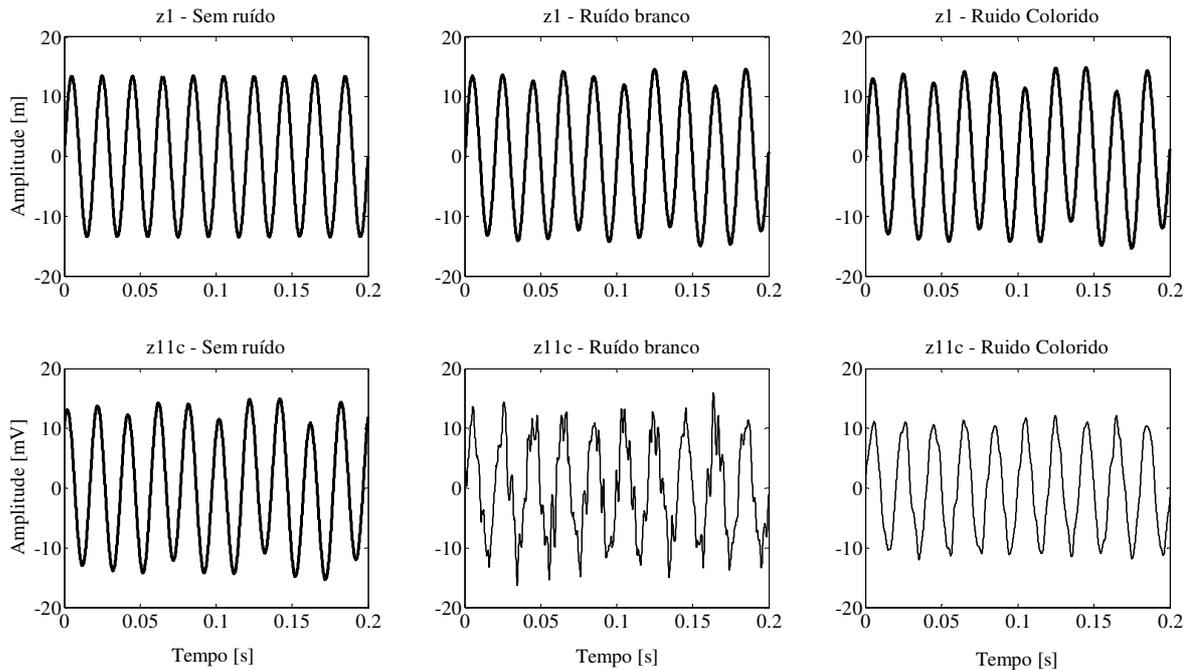
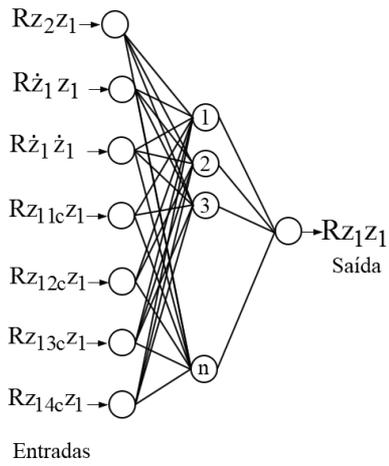


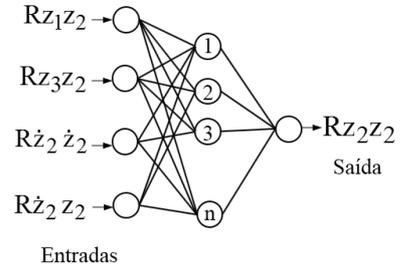
Figura 5.5 Resposta no domínio do tempo sem falha– deslocamento z_1 e estado de controle z_{11c} .

5.2 Análise da robustez do método com modelo completo

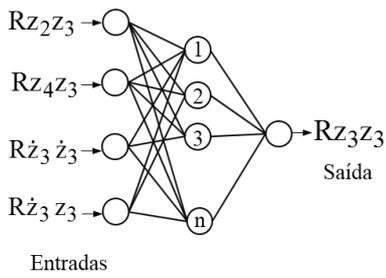
Nesta seção estuda-se a aplicabilidade do método de diagnóstico desenvolvido nos Capítulos 2 e 3. As redes neurais utilizadas possuem uma camada de entrada, uma camada intermediária com n neurônios cada, que será definido baseado no número de épocas mínimas para treinamento. A Figura (5.6) e (5.7) apresentam as redes neurais que irão mapear as equações de correlações relativas aos estados mecânicos e elétricos do sistema completo, cujas entradas são mostradas nas Tabelas (3.1) e (3.2).



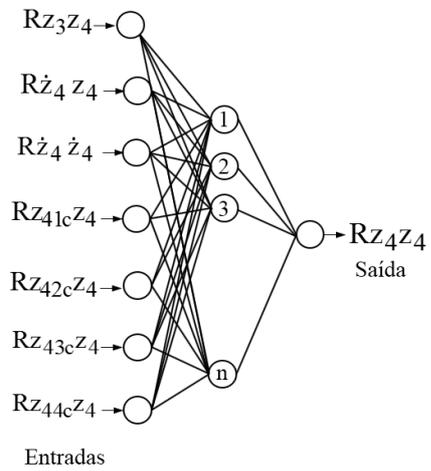
(a) Arquitetura A_{1m}.



(b) Arquitetura A_{2m}.

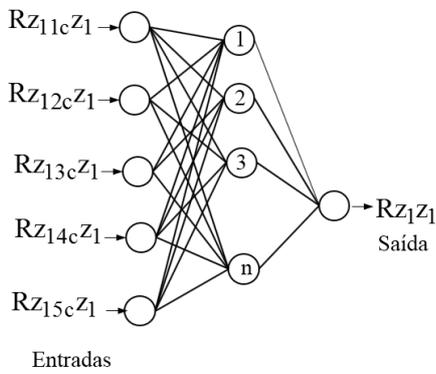


(c) Arquitetura A_{3m}.

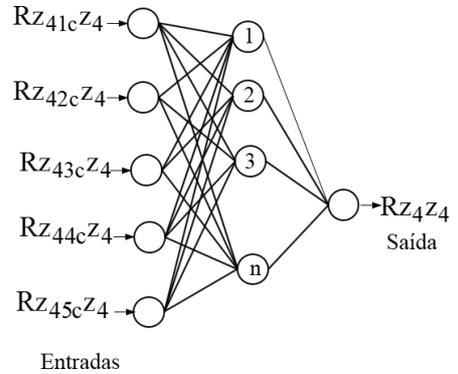


(d) - Arquitetura A_{4m}.

Figura 5.6 Redes neurais artificiais relativas aos estados mecânicos.



(a) Arquitetura A_{1c}.



(b) Arquitetura A_{4c}.

Figura 5.7 Redes neurais artificiais relativas aos estados elétricos.

Para as estruturas de redes neurais mostradas nas Figuras 5.6 e 5.7 foram analisadas várias configurações de redes, onde foram testadas alterações no número de neurônios da camada intermediária. O objetivo dessa análise foi determinar a convergência dos pesos sinápticos no menor número de épocas. Foi utilizado o pacote *NNtool* - MatLab (Beale et al., 2017), algoritmo de treinamento de retropropagação de Levenberg - Marquardt, com função de ativação linear entre a camada de entrada e a camada intermediária e a função de ativação sigmoideal entre a camada intermediária e a camada de saída. Os parâmetros de treinamento foram definidos da seguinte forma:

- Número de épocas máximas = 1000 épocas
- Erro quadrático médio = 10^{-4}
- Gradiente mínimo = 10^{-10}
- Erro global médio = 10^{-6}

Como descrito na seção 3.8, baseado na literatura, a divisão de dados no processo de aprendizagem das redes foram: 70% para treinamento, 15% para validação e 15 % para teste. Tanto numericamente como experimentalmente foram tomados os pontos do conjunto de dados transcorrido 1s, para eliminar qualquer efeitos de aceleração ou desaceleração. A partir daí foi tomado os próximos 4000 pontos. Feita a correlação entre os sinais medidos o vetor de correlação ficou com 2000 pontos. As correlações de entrada das redes mostradas nas Figuras 5.6 e 5.7 foram divididos em 1400 amostras para treinamento 300 amostras para validação e 300 amostras para teste. Após a divisão dos dados foi realizado o treinamento somente as amostras de treinamento, em seguida foi feita a validação e os testes da rede quando foi avaliado o erro quadrático médio. Em todos os casos o erro foi menor que o estipulado e em nenhum caso foi atingido as 1000 épocas máximas.

A Tabela 5.2 apresenta os resultados entre a variação do número de neurônios na camada intermediária tomando como base o menor número de épocas depois de atingido os parâmetros de treinamento descritos acima.

Tabela 5.2 Configurações de redes com 1 camada oculta.

| Estrutura | Número de épocas (n) | | | | | |
|-----------|--------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | A_{1m} | A_{2m} | A_{3m} | A_{4m} | A_{1c} | A_{4c} |
| $mx5x1$ | 91 | 103 | 122 | 119 | 75 | 98 |
| $mx8x1$ | 72 | 58 | 71 | 45 | 33 | 60 |
| $mx10x1$ | 51 | 43 | 67 | 58 | 52 | 67 |
| $mx12x1$ | 54 | 64 | 41 | 49 | 58 | 39 |
| $mx15x1$ | 65 | 52 | 51 | 33 | 46 | 42 |
| $mx20x1$ | 31 | 43 | 42 | 34 | 35 | 41 |
| $mx40x1$ | 43 | 49 | 47 | 48 | 51 | 54 |
| $mx50x1$ | 42 | 46 | 39 | 46 | 38 | 48 |
| $mx100x1$ | 42 | 55 | 46 | 62 | 57 | 47 |

onde m é o número de entradas de cada rede e n é o número de épocas até a convergência.

De acordo com a Tabela 5.2 a convergência da rede ($mx20x1$) para o erro admissível considerado apresentou menos iterações para praticamente todas as redes. Para esta aplicação do método proposto foi escolhida a arquitetura com 20 neurônios na camada intermediária.

5.2.1 Excitação por ruído branco

Com a configuração definida, no item anterior, para cada arquitetura, foram adicionadas diversas amplitudes de ruído branco ao sistema para testar a capacidade de mapeamento das redes na presença de ruído, mostradas na Tabela 5.3. A amplitude de ruído foi adicionada baseando na porcentagem do valor RMS em relação à amplitude da força de desbalanceamento. O erro quadrático médio MSD , Equação (3.79) utiliza como padrão o sistema sem falha e sem ruído, para comparar os resultados.

Tabela 5.3 Análise das redes na presença de ruído branco sem falha.

| Nível de ruído branco | MSD [%] | | | | | |
|-----------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | A _{1m} | A _{2m} | A _{3m} | A _{4m} | A _{1c} | A _{4c} |
| 10% | 0,222 | 0,059 | 0,017 | 0,002 | 0,037 | 0,021 |
| 20% | 0,282 | 0,072 | 0,032 | 0,021 | 0,041 | 0,033 |
| 30% | 0,213 | 0,061 | 0,067 | 0,051 | 0,042 | 0,061 |
| 40% | 0,291 | 0,102 | 0,123 | 0,095 | 0,151 | 0,131 |
| 50% | 0,522 | 0,480 | 0,541 | 0,620 | 0,423 | 0,521 |
| 70% | 0,937 | 0,743 | 0,912 | 1,098 | 1,292 | 1,056 |
| 80% | 1,651 | 1,812 | 1,043 | 1,267 | 1,881 | 1,448 |
| 100% | 1,730 | 2,201 | 1,921 | 1,321 | 1,932 | 1,521 |

Pelos resultados apresentados na Tabela 5.3 optou-se em trabalhar com a configuração de redes definidas e na presença de 30% de ruído branco. Nesta condição será analisada a condição de variação de rotação do sistema. Partiu-se de uma rotação inicial de 5 Hz até a rotação nominal de 50 Hz em intervalos de 5 Hz, Tabela 5.4.

Figura 5.4 Análise das redes com variação da rotação sem falha.

| Rotação [Hz] | MSD [%] | | | | | |
|--------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | A _{1m} | A _{2m} | A _{3m} | A _{4m} | A _{1c} | A _{4c} |
| 5 | 0,242 | 0,089 | 0,270 | 0,086 | 0,075 | 0,070 |
| 10 | 0,273 | 0,102 | 0,391 | 0,122 | 0,240 | 0,071 |
| 15 | 1,972 | 2,561 | 2,556 | 0,110 | 0,423 | 0,934 |
| 20 | 1,172 | 2,613 | 2,559 | 0,139 | 0,371 | 0,791 |
| 25 | 0,743 | 0,523 | 0,478 | 0,161 | 0,139 | 0,702 |
| 30 | 0,725 | 0,301 | 0,208 | 0,062 | 0,192 | 0,174 |
| 35 | 0,689 | 0,213 | 0,125 | 0,090 | 0,052 | 0,102 |
| 40 | 0,663 | 0,148 | 0,074 | 0,095 | 0,053 | 0,151 |
| 45 | 0,372 | 0,082 | 0,033 | 0,073 | 0,046 | 0,075 |
| 50 | 0,213 | 0,061 | 0,067 | 0,051 | 0,042 | 0,061 |

Pelos resultados mostrados na Tabela 5.4 nota-se que as redes neurais se mostraram robustas e mantiveram sua capacidade de mapeamento na presença de ruído branco e com a variação de rotação. As redes não tomaram essas variações como possíveis falhas. Há um pequeno aumento no erro de saída das redes entre 15 e 20 Hz nas proximidades da primeira frequência natural de flexão, valores que não comprometem a detecção de possíveis falhas.

Para testar a capacidade de generalização das redes foram impostas ao sistema falhas elétricas e falhas de desbalanceamento com a presença de 30% de ruído branco nas rotações de 20Hz e 50 Hz. A Figura 5.8 apresenta o índice MSD para a adição de massa de desbalanceamento de 1g na fase de 0° no disco d₁, caso #1. A Figura 5.9 apresenta uma variação no ganho equivalente do sensor do disco d₁ de 19000 V/m para 16000 V/m, caso#2. A Figura 5.10 apresenta uma falha na atuação do mancal magnético. Esta falha foi imposta através da mudança da corrente do mancal do disco d₁ de 0,307 A para 0,240 A, caso #3.

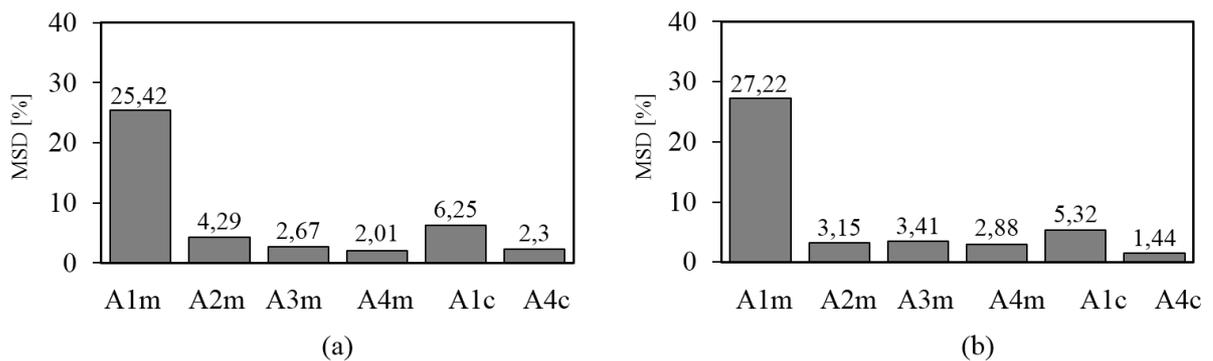


Figura 5.8 Falha mecânica – caso #1 - (a) 20 Hz e (b) 50 Hz.

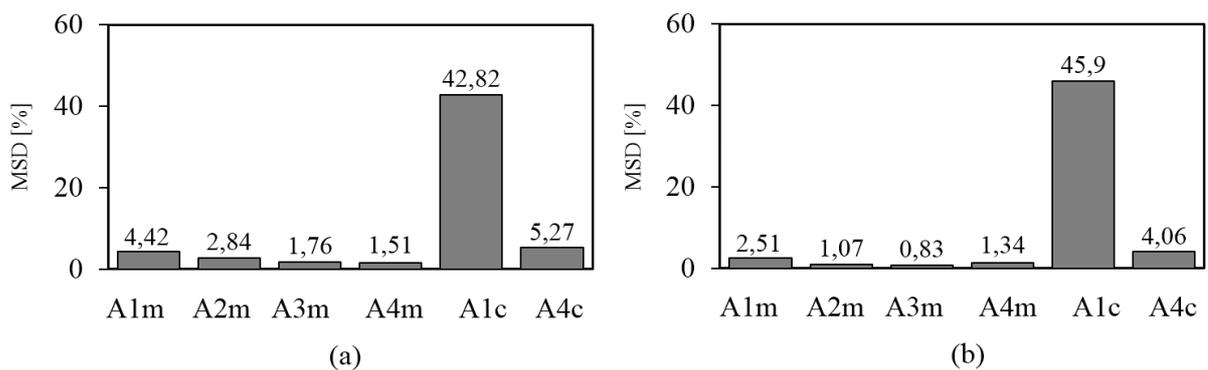


Figura 5.9 Falha elétrica – caso #2 - (a) 20 Hz e (b) 50 Hz.

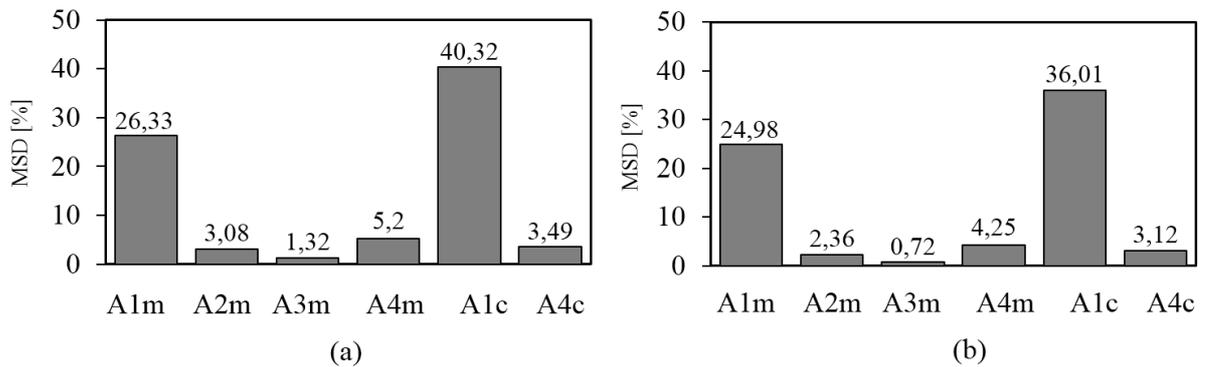


Figura 5.10 Falha elétrica – caso #3 - (a) 20 Hz e (b) 50 Hz.

Nota-se pela figura 5.8 que o maior erro ocorre na rede neural A_1 pois ela está relacionada ao disco d_1 onde foi acrescentado a massa de desbalanço e não houve grandes diferenças com a alteração de rotação. Pela Figura 5.9 nota-se que o maior erro ocorreu na rede neural A_{1c} que está relacionada ao controlador presente no disco d_1 . Nos dois casos o método foi capaz de detectar o erro, embora ocorra um pequeno aumento na rede relacionada à rede A_{4c} não é um valor que comprometa a detecção de falha. Pela Figura 5.10 nota-se erros nas redes A_1 e A_{1c} pois quando se altera a corrente na bobina do mancal altera-se o ganho do mancal relacionado às redes elétricas e a mola negativa relacionada às redes mecânicas e a alteração de rotação não alterou a capacidade das redes de mapear as falhas. É importante ressaltar que as redes neurais foram treinadas na rotação nominal de 50 Hz e sem ruído. Outras configurações de falhas são exploradas na seção 6, numericamente e experimentalmente.

5.2.2 Excitação por ruído colorido

Da mesma forma que foi simulado na seção 5.2.1, foram adicionadas diversas amplitudes de ruído colorido na excitação do sistema. Como descrito na seção 4 o ruído colorido foi gerado a partir do ruído branco usando um filtro de modelagem passa baixa na entrada do sistema, Figura 4.1. Para testar a capacidade de mapeamento das redes na presença de ruído amplitude do ruído foi adicionada baseado na porcentagem do valor RMS da amplitude de desbalanço, mostrados na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 Análise das redes na presença de ruído colorido sem falha.

| Nível de ruído colorido | MSD [%] | | | | | |
|-------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| | A ₁ | A ₂ | A ₃ | A ₄ | A _{1c} | A _{4c} |
| 5% | 0,311 | 0,260 | 0,106 | 0,492 | 0,273 | 0,396 |
| 10% | 0,657 | 1,712 | 0,493 | 0,423 | 0,592 | 0,649 |
| 15% | 1,547 | 1,900 | 1,058 | 1,549 | 1,142 | 1,199 |
| 20% | 3,084 | 3,345 | 2,417 | 4,097 | 5,166 | 3,243 |
| 25% | 6,282 | 5,223 | 4,324 | 4,867 | 6,213 | 4,592 |
| 30% | 8,134 | 6,482 | 5,465 | 9,159 | 7,2024 | 8,298 |

Pela Tabela 5.5 optou-se em trabalhar com o nível de ruído colorido em 10%, nesta condição partiu-se de uma rotação inicial de 5 Hz até a rotação nominal de 50 Hz em intervalos de 5 Hz, resultados mostrados na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 Análise das redes com variação da rotação sem falha.

| Rotação [Hz] | MSD [%] | | | | | |
|--------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| | A ₁ | A ₂ | A ₃ | A ₄ | A _{1c} | A _{4c} |
| 5 | 0,589 | 0,421 | 0,567 | 0,712 | 0,932 | 0,708 |
| 10 | 0,621 | 0,130 | 0,289 | 0,889 | 0,971 | 0,693 |
| 15 | 3,034 | 2,996 | 2,556 | 1,814 | 2,530 | 1,902 |
| 20 | 2,975 | 2,311 | 2,721 | 2,876 | 2,995 | 1,943 |
| 25 | 1,972 | 0,887 | 0,889 | 1,374 | 1,789 | 0,902 |
| 30 | 0,521 | 0,771 | 0,982 | 0,774 | 0,987 | 0,441 |
| 35 | 0,605 | 0,821 | 0,809 | 0,902 | 0,624 | 0,367 |
| 40 | 0,702 | 1,189 | 0,723 | 0,915 | 0,573 | 0,512 |
| 45 | 0,542 | 0,963 | 0,422 | 0,569 | 0,609 | 0,523 |
| 50 | 0,657 | 1,712 | 0,493 | 0,423 | 0,592 | 0,649 |

Pelos resultados mostrados na Tabelas 5.5 e 5.6, nota-se que as redes neurais se mostraram robustas e mantiveram sua capacidade de mapeamento também na presença de

ruído colorido, embora em uma amplitude menor que o ruído branco, e com a variação de rotação. Embora o nível do erro *MSD* tenha aumentado em relação à simulação com ruído branco, os valores são desprezíveis quando comparados com o sistema com falha. Assim como no caso anterior há um pequeno aumento no erro de saída das redes entre 15 e 20 *Hz* nas proximidades da primeira frequência natural de flexão, Tabela (4.6), valores que não comprometem a detecção de possíveis falhas.

Assim como no caso do ruído branco, foram impostas ao sistema duas falhas elétrica e uma falha de desbalanceamento com a presença de 10% de ruído colorido na rotação de 20 *Hz* e 50 *Hz*, para testar a capacidade de mapeamento das redes na presença de ruído colorido. A Figura 5.11 apresenta o índice *MSD* para a adição de massa de desbalanceamento de 1g na fase de 0° no disco d_1 , caso #1. A Figura 5.12 apresenta uma variação no ganho equivalente do sensor do disco d_1 de 19000 *V/m* para 16000 *V/m*, caso #2 e a Figura 5.13 apresenta uma falha na atuação do mancal magnético. Esta falha foi imposta através da mudança da corrente do mancal do disco d_1 de 0,307 *A* para 0,240 *A*, caso #3.

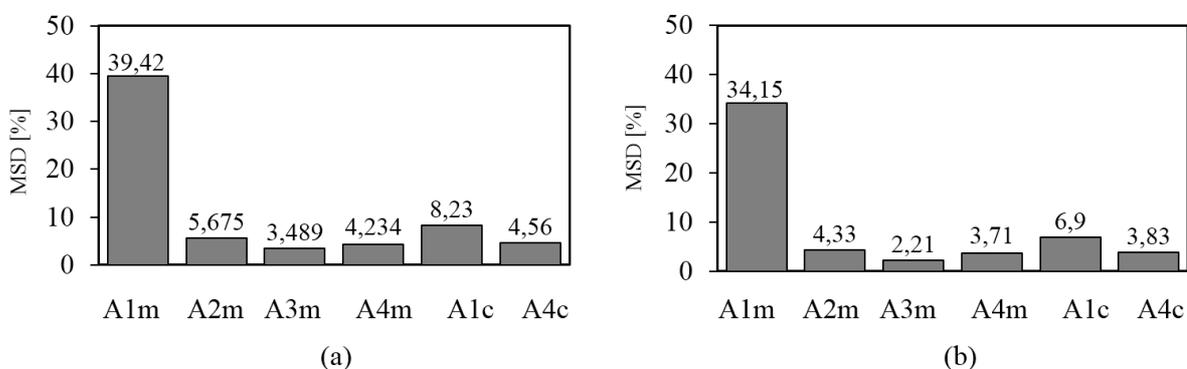


Figura 5.11 Falha mecânica – caso #1 – (a) 20 *Hz* e (b) 50 *Hz*.

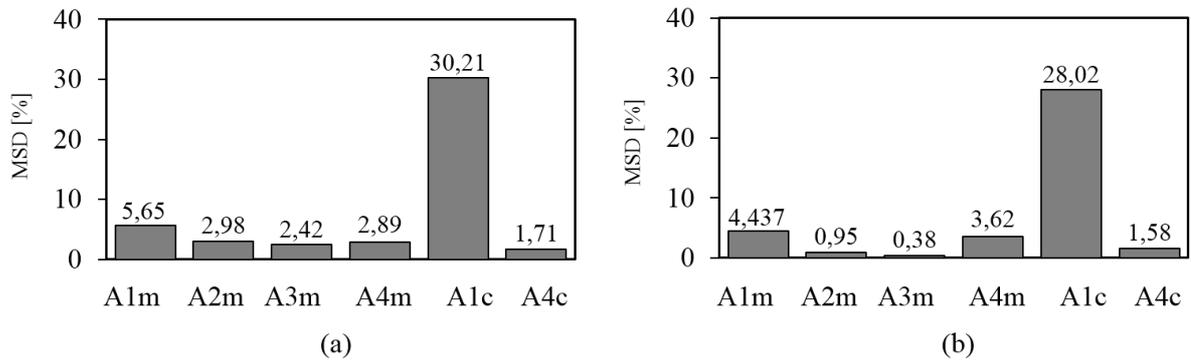


Figura 5.12 Falha elétrica – caso #2 – (a) 25 Hz e (b) 50 Hz.

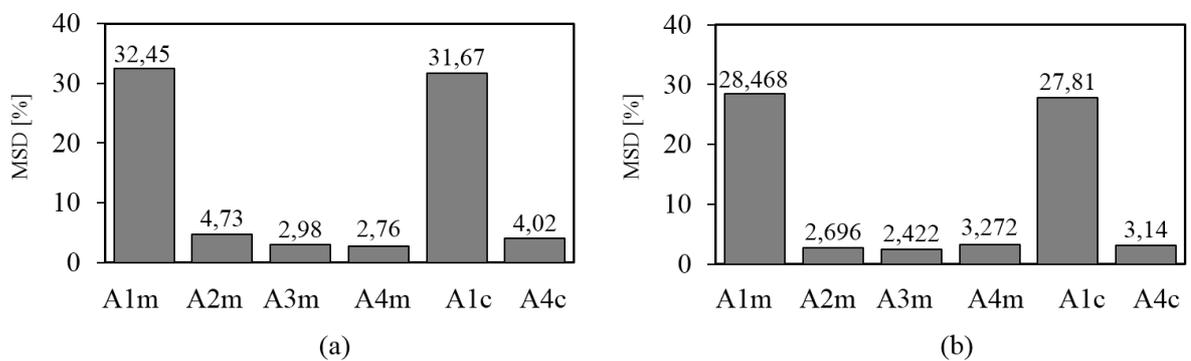


Figura 5.13 Falha elétrica – caso #3 – (a) 20 Hz e (b) 50 Hz.

Assim como discutido na seção 5.2.1, nota-se pela Figura 5.11 que o maior erro ocorre na rede neural A_1 pois ela está relacionada ao disco d_1 onde foi acrescentado a massa de desbalanço e não houve grandes diferenças com a alteração de rotação. Pela Figura 5.12 nota-se que o maior erro ocorreu na rede neural A_{1c} que está relacionada ao controlador presente no disco d_1 . Nas duas rotações o método foi capaz de detectar a falha. Pela Figura 5.13 nota-se erros nas redes A_1 e A_{1c} pois quando se altera a corrente na bobina do mancal altera-se o ganho do mancal relacionado às redes elétricas e a mola negativa relacionada às redes mecânicas e a alteração de rotação não alterou a capacidade das redes de mapear as falhas. Cabe também ressaltar que as redes neurais foram treinadas na rotação nominal de 50 Hz e sem ruído.

5.3 Análise do método usando modelo reduzido

Como discutido na seção (3.4) para o desenvolvimento do trabalho foi escolhido o método de condensação estática de Guyan, Através da redução da ordem do modelo a ideia foi manter os graus de liberdade relativos aos deslocamentos e desprezar os graus de liberdade relativos às rotações. Diante disso modelo não apresenta efeito giroscópio pois este efeito está relacionado aos graus de liberdade de rotação. A Figura 5.14 apresenta a resposta em frequência do modelo completo e do modelo reduzido.

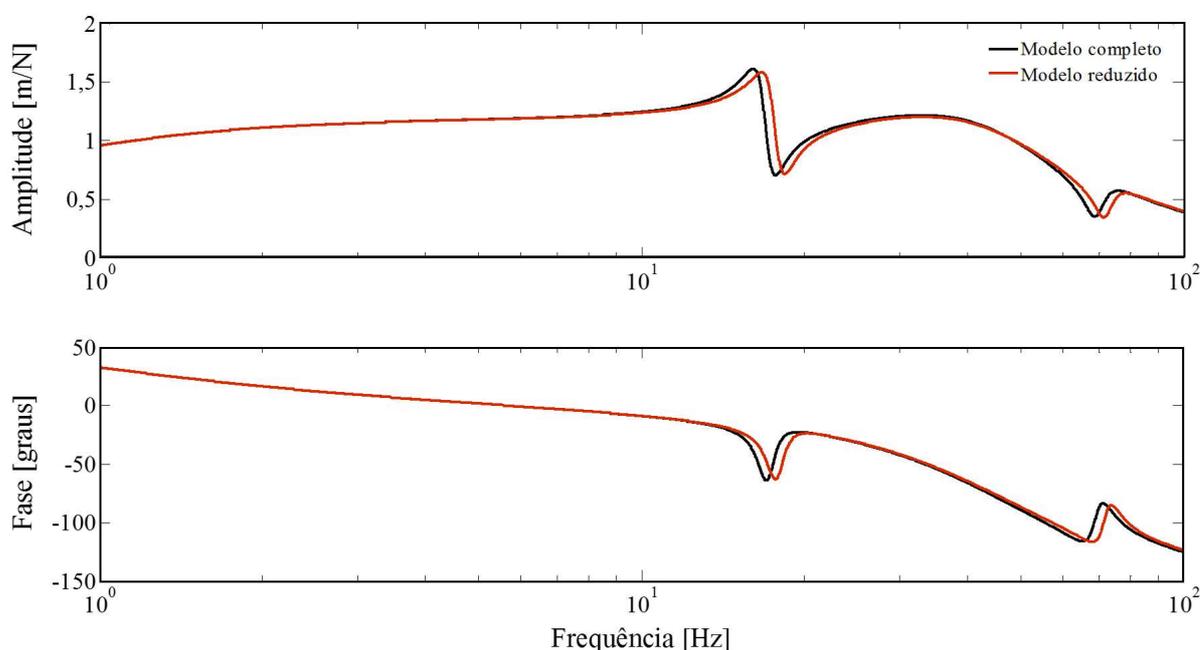


Figura 5.14 Resposta em frequência em malha fechada - modelo completo e modelo reduzido.

Como visto na Figura 5.14 o modelo reduzido foi capaz de reproduzir as duas primeiras frequências de flexão e como comentado as frequências mais altas não são reproduzidas pelo modelo reduzido.

As equações de correlações relacionadas às falhas mecânicas do modelo reduzido são as Equações (3.48) a (3.51) e as equações de correlações relacionadas às falhas elétricas são as Equações (3.35) e (3.36). Para o sistema reduzido e falhas mecânicas utilizou-se as redes neurais A_{1R} , A_{2r} , A_{3r} e A_{4r} cujas entradas e saída são mostradas na tabela 3.4 e para falhas elétricas as redes neurais A_{1c} e A_{4c} com entradas e saídas mostradas mostrada na Tabela 3.3. Para todos os casos assim como no sistema completo foi utilizado os mesmos parâmetros de redes neurais. Foram impostas ao sistema os mesmos casos de falhas anteriores na presença

de 30% de ruído branco na rotação de 20Hz e 50 Hz, para testar o método com modelo reduzido, os resultados são mostrados nas Figuras 5.15 a 5.17

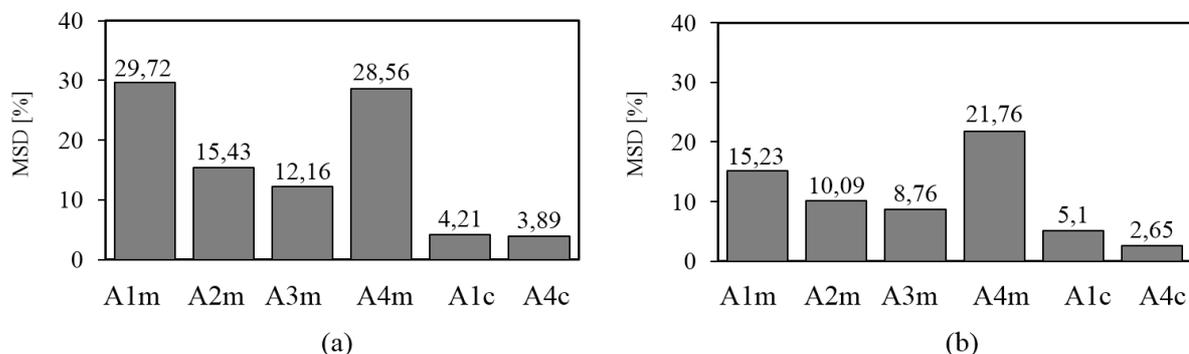


Figura 5.15 Falha mecânica – caso #1 – (a) 20 Hz e (b) 50 Hz.

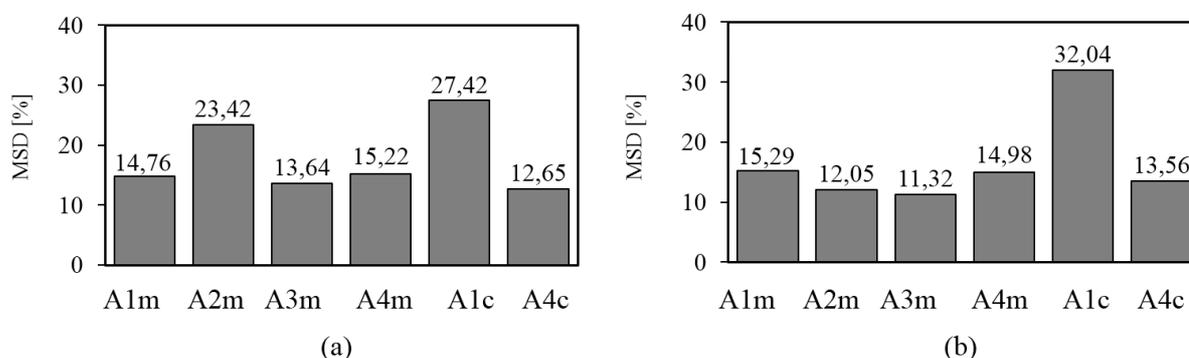


Figura 5.16 Falha elétrica – caso #2 – (a) 20 Hz e (b) 50 Hz.

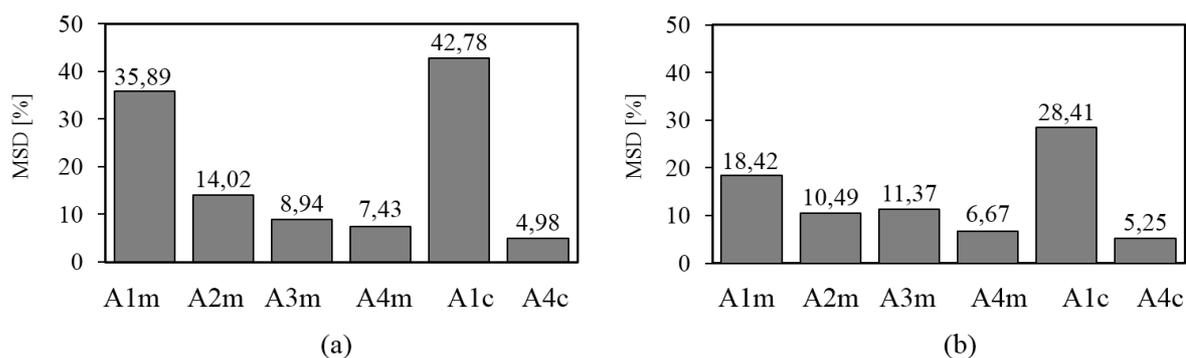


Figura 5.17 Falha elétrica – caso #3 – (a) 20 Hz e (b) 50 Hz.

Nota-se pela Figura 5.15 que ocorre erros em todas as redes neurais, quando o mesmo deveria ocorrer apenas na rede neural A₁ pois a falha está relacionada ao disco d₁ onde foi imposto a massa de desbalanço (caso#1). As redes neurais relativas às falhas elétricas mantiveram-se praticamente inalteradas. Pela Figura 5.16 (caso #2) nota-se que para o (caso #2) embora tenha ocorrido erro na rede neural A_{1c} que está relacionada ao controlador

presente no disco d_1 , houve erros também nas redes neurais mecânicas pois o parâmetro relacionado ao ganho do sensor, devido à estrutura do modelo reduzido, aparece na outras equações. Pela Figura 5.17 nota-se aumento nos erros em todas as redes relacionadas à falha mecânica, quando deveria aumentar apenas o erro na rede neural A_{1r} relacionado à rigidez de deslocamento pois quando se altera a corrente na bobina do mancal altera-se a rigidez de corrente relacionado às redes elétricas e a rigidez de deslocamento (mola negativa) relativa à rede neural mecânica A_{1r} . Em todos os casos o modelo reduzido se mostrou inapropriado para a aplicação do método proposto. Como a redução modal altera a estrutura do modelo mecânico a detecção de falhas de uma maneira geral fica comprometido, pois no processo de redução os parâmetros relacionados às falhas mecânicas e elétricas acabam se misturando nas diversas equações.

5.4 Análise do método com a adição do efeito de empeno no eixo e desbalanço

Na seção 3.7 foi discutido que a presença de empeno no eixo do rotor cria uma distribuição de tensão axial assimétrica na sua seção transversal, resultando num arco permanente e que a amplitude de excitação, devido ao empeno residual, é uma quantidade constante síncrona com a rotação. A deformação devido ao empeno é simulada através de uma força constante aplicada como excitação. A Figura 5.18 mostra um eixo empenado no plano xy com a discriminação dos valores de empeno e seus respectivos ângulos de inclinação. O mesmo pode ocorrer no plano xz com deslocamentos: δz_1 , δz_2 , δz_3 e δz_4 , com os respectivos ângulos: $\delta\theta_1$, $\delta\theta_2$, $\delta\theta_3$ e $\delta\theta_4$. A relação entre força e deformação é dada pela lei de Hooke, Equação 3.54. Os ângulos foram determinados numericamente e experimentalmente pela derivada da função obtida pela interpolação dos deslocamentos devido ao empeno, conforme descrito no apêndice B.

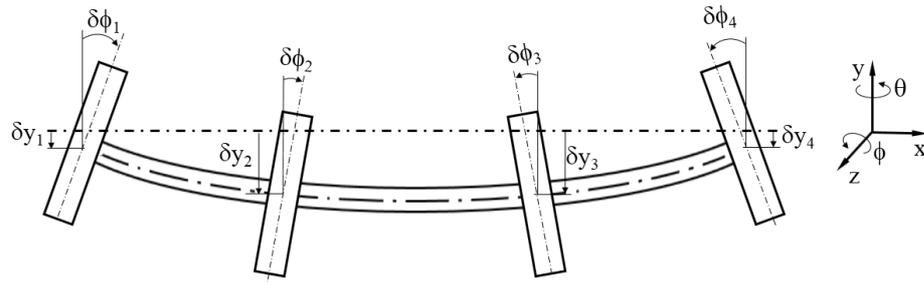


Figura 5.18 Coordenadas e ângulos do eixo sujeito à ação do empeno.

Inicialmente será analisado apenas as respostas ao desbalanceamento, depois apenas as respostas ao empeno e em seguida será feito um estudo com desbalanceamento e empeno simultaneamente.

5.4.1 Resposta ao desbalanceamento e empeno residual

Nesta seção será mostrada a influência do empeno na resposta do rotor e as alterações provocadas nas fases de resposta. Foi considerado a configuração de desbalanceamento e empeno residual apresentados nas Tabelas 4.2 e 4.3. Os gráficos de amplitude e fase da resposta ao desbalanceamento estão mostrados pela Figura (5.19) leitura no disco d_1 direção z_1 , Figura 3.3.

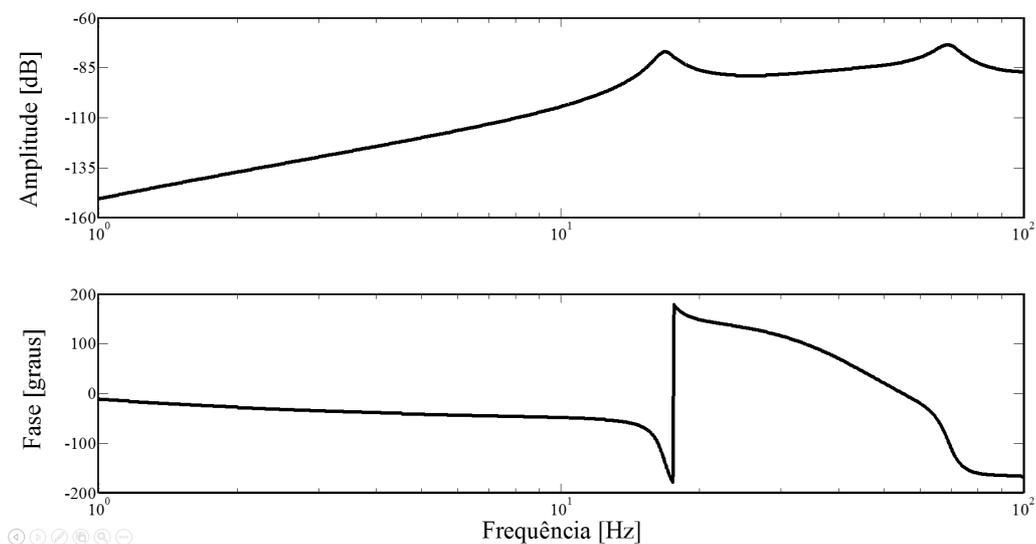


Figura 5.19 Resposta ao desbalanceamento.

Nesse caso a simulação contempla as duas primeiras frequências de flexão. Como comentado o modo retrógrado não é excitado. A partir da distribuição de empeno medido, mostrada na Tabela 4.3, obteve-se uma função de polinômio de grau 3, que representa o empeno do eixo. O ângulo foi obtido através da derivada numérica desse polinômio na posição de cada um dos nós, como descrito na seção 5.4. Os resultados simulados da resposta ao empeno está mostrado na Figura 5.20.

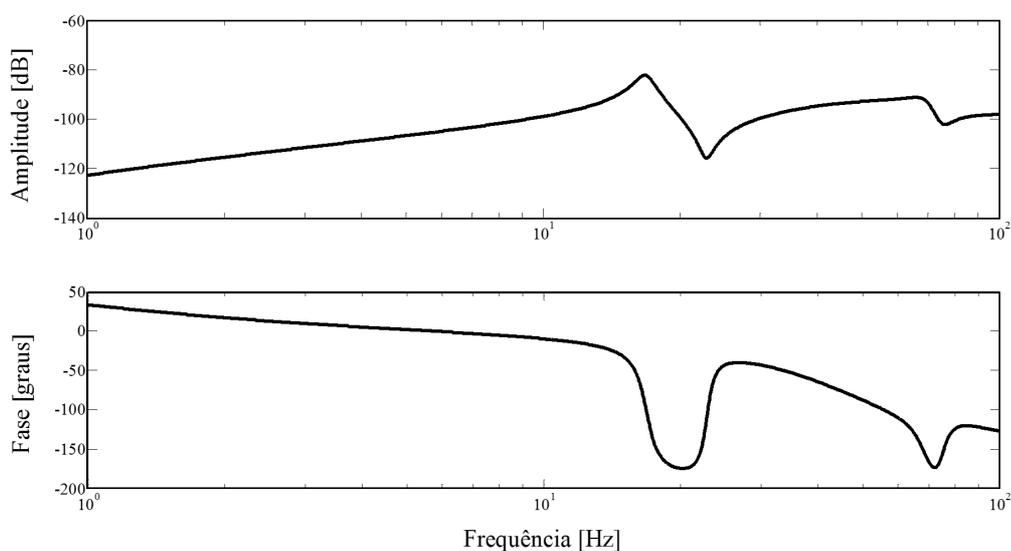


Figura 5.20 Resposta ao empeno residual.

Observa-se nas Figuras 5.19 a 5.20 que tanto os gráficos de amplitude quanto os de fase para o empeno mostram diferenças entre a resposta ao desbalanceamento e ao empeno. Embora sejam duas excitações síncronas com a rotação do rotor, observa-se que as amplitudes de resposta ao desbalanceamento são próximas em amplitudes. No caso da resposta ao empeno a amplitude do primeiro modo é maior que o segundo modo. Sanchez (2015) ressalta a diferença entre a resposta ao empeno e ao desbalanceamento está na diferença de amplitudes de vibração que ocorre em baixas e em altas frequências de rotação. Em rotações baixas, o desbalanceamento é pequeno, sendo predominante em rotações elevadas e no caso do empeno, a situação se inverte.

A Figura 5.21 mostra a resposta ao empeno e ao desbalanceamento residual ocorrendo simultaneamente, caso real.

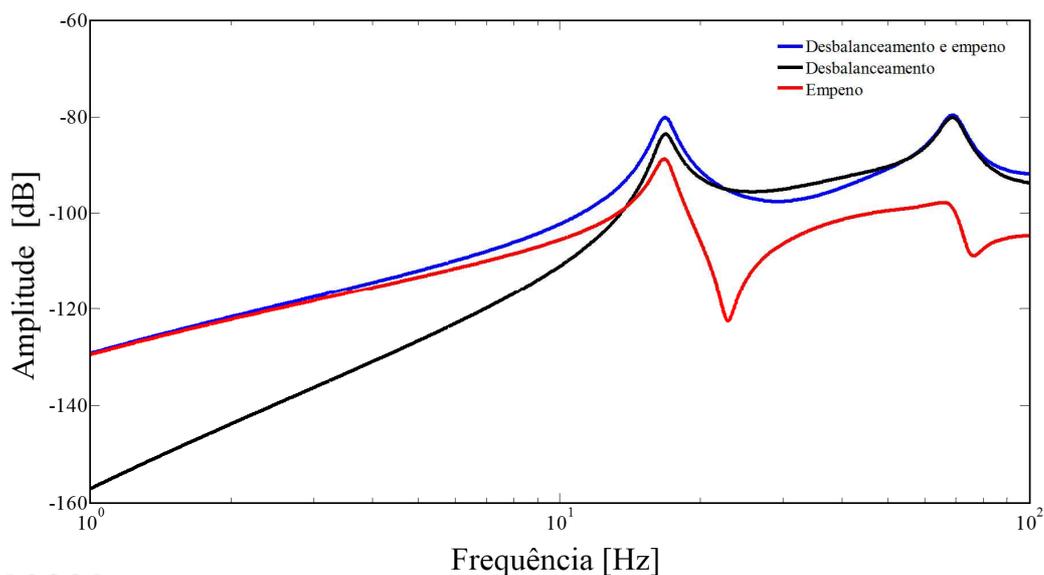


Figura 5.21 Resposta ao desbalanceamento e empeno residual simultâneos.

Na Figura 5.21 é interessante notar que a resposta do sistema considerando desbalanceamento e empeno simultâneos, o efeito do empeno aparece em baixas rotações abaixo da primeira frequência de flexão e fortemente influenciada pelo desbalanceamento em altas rotações acima da primeira frequência de flexão e na segunda frequência de flexão.

Explorando um pouco mais o empeno e o desbalanceamento residual, foram simulados dois casos. Dessa forma, será considerado que desbalanceamento e empeno coexistem na mesma amplitude residual, porém com fases em duas situações. Na Figura 5.22 foi simulado o caso#1, com o empeno residual e o desbalanceamento colocados em fase 0° . O caso#2, mostrado na Figura 5.23, em que todas as massas de desbalanceamento residual se mantêm a na fase de 0° e o empeno residual é colocado em contra fase a 180° .

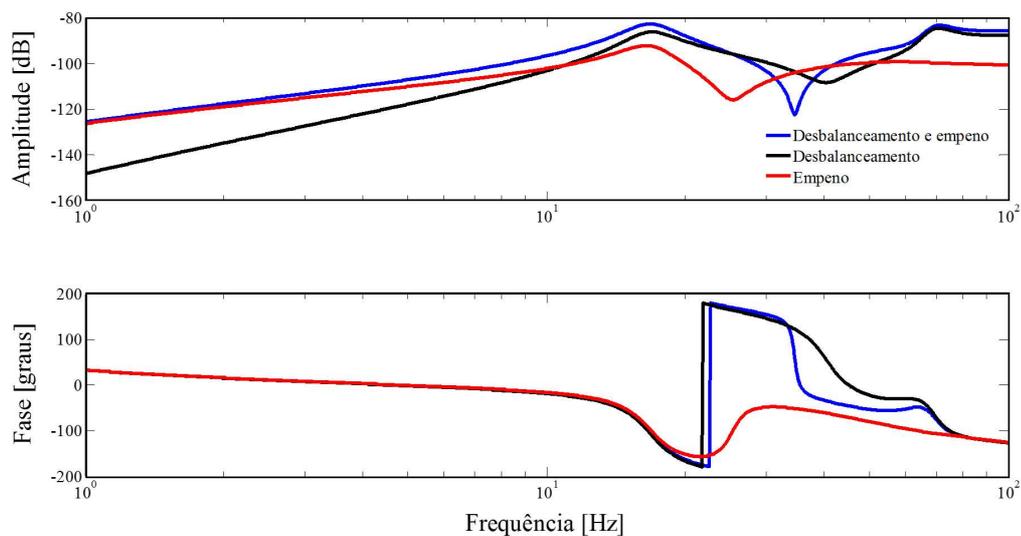


Figura 5.22 Resposta ao desbalanceamento e empeno residual em fase a 0° - (caso #1).

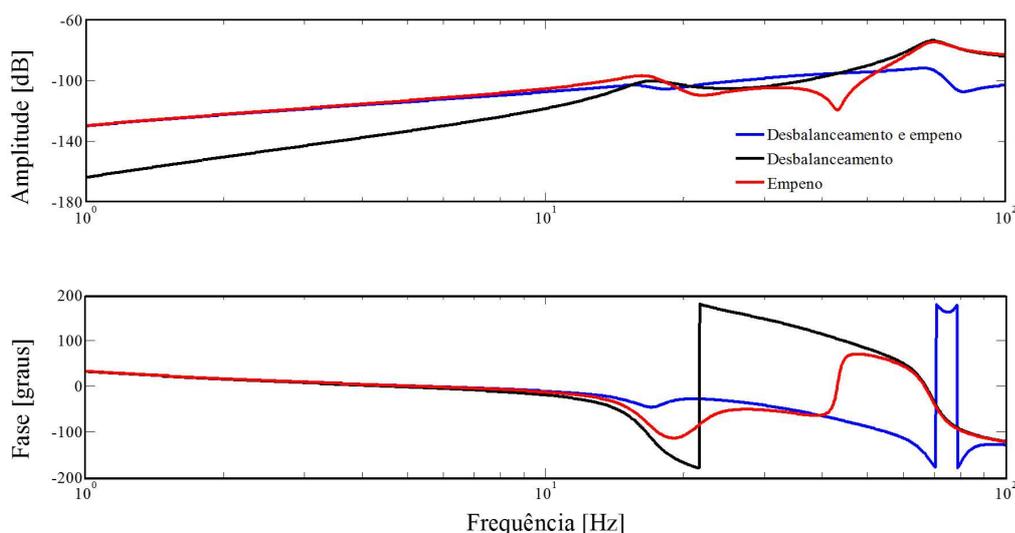


Figura 5.23 Resposta ao desbalanceamento a 0° e empeno em contra fase a 180° - (caso #2).

Na Figura 5.22 nota-se que a amplitude da resposta do rotor aumenta quando o desbalanceamento e o empeno estão em fase. No gráfico de fase da Figura 5.22, nota-se que o desbalanceamento se comporta semelhante à resposta total o que não ocorre com a fase da resposta ao empeno.

Na Figura 5.23 nota-se que as amplitudes tanto da primeira frequência como da segunda frequência de flexão diminui com a adição do empeno em contra fase. No gráfico de fase da Figura 5.23 nota-se que a fase da resposta total não se assemelha à fase da resposta ao desbalanceamento.

As Figuras 5.24 e 5.25 apresenta a resposta de dois casos como falhas de alteração de desbalanceamento e empeno simultâneos, apresentados na seção 6.2. A configuração de desbalanceamento e de empeno são mostrados na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 Configuração de desbalanceamento e empeno simulados.

| Pos. | Massa de desbalanço [g] / fase[graus] | | | |
|--------|---|------------------------|------------------------|----------------------|
| | Empeno [μm] / fase [graus] | | | |
| | disco d ₁ | disco d ₂ | disco d ₃ | disco d ₄ |
| caso#1 | 1,0g/0° | 1,0g /0° | 1,0g /0° | 1,0g/0° |
| | 0 | 25 μm /0° | 20 μm /0° | 0 |
| caso#2 | 1,0g/0° | 1,0g /0° | 1,0g /0° | 1,0g/0° |
| | 0 | 25 μm /180° | 20 μm /180° | 0 |

As Figuras 5.24 e 5.25 mostram a resposta ao desbalanceamento, a resposta ao empeno e a resposta ao desbalanceamento e empenos simultâneos e os respectivos gráficos de fase.

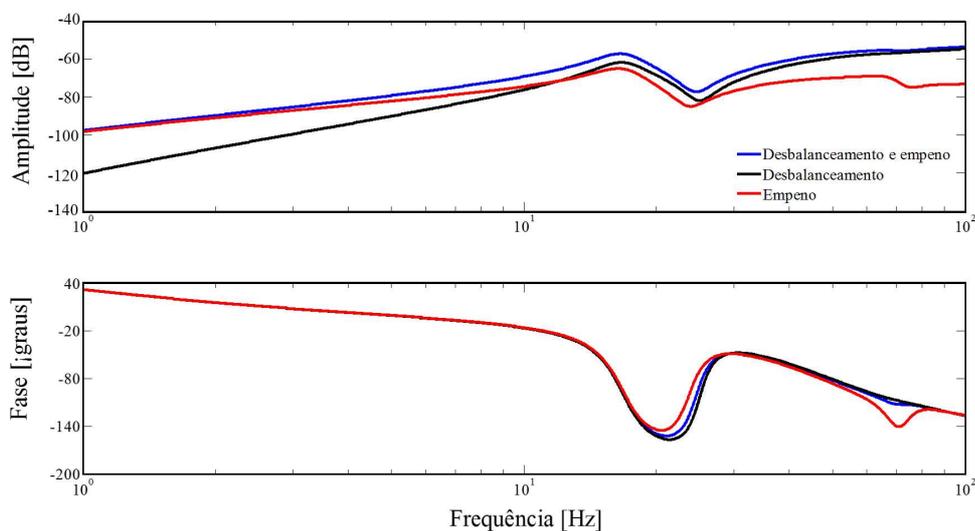


Figura 5.24 Resposta ao desbalanceamento e empeno em fase a 0°- (caso #1).

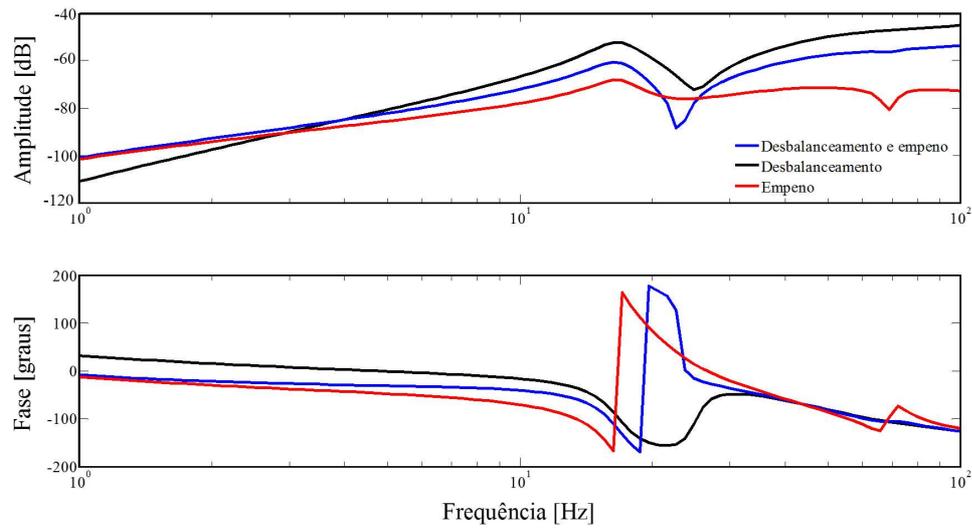


Figura 5.25 Resposta ao desbalanceamento a 0° e empeno em contra fase a 180° - (caso #2).

Nas Figuras 5.24 e 5.25 as amplitudes de resposta são maiores que nos casos anteriores. Na Figura 5.24 nota-se que a amplitude da resposta do rotor aumenta em relação ao desbalanceamento quando o desbalanceamento e o empeno estão em fase. Na Figura 5.25 nota-se que as amplitudes de uma forma geral diminui em relação ao desbalanceamento com a adição do empeno em contra fase.

6 RESULTADOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS

Para a aplicação do método na simulação, obtém-se simultaneamente todos estados mecânicos, deslocamentos e velocidades, e os estados de controle na direção z_{1c} : (z_{11c} , z_{12c} , z_{13c} , z_{14c} e z_{15c}) e na direção z_{4c} : (z_{41c} , z_{42c} , z_{43c} , z_{44c} e z_{45c}) na rotação fixa em 50 Hz, através do modelo MatLab – Simulink, mostrado na seção 3, Figura 3.1. Experimentalmente foram medidos simultaneamente todos os sinais de sensores de posição (y_1 , y_4 , z_1 , z_3 e z_4), os cinco primeiros estados de controle na direção z_{1c} e na direção z_{4c} no domínio do tempo, na rotação fixa, Figura 6.1. As velocidades foram obtidas a partir da derivação numérica dos sinais de deslocamento.

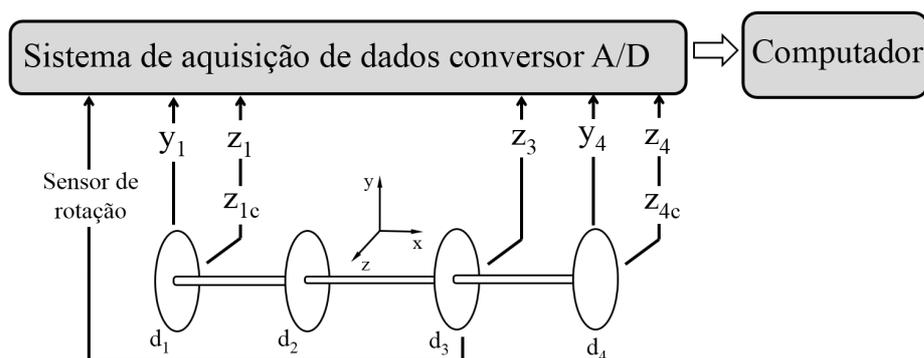


Figura 6.1 Posição dos estados medidos experimentalmente.

Os dados foram condicionados numa placa de aquisição que converte o sinal analógico para digital para o processamento dos sinais. A placa utilizada foi o modelo NI USB-6251 da *National Instruments*. Possui 16 entradas analógicas com 16 bits de resolução, além de duas saídas analógicas e duas entradas e saídas digitais que opera com frequência de amostragem máxima de 1,25 MS/s. Utilizou-se como tempo de amostragem 20s e frequência de amostragem 2500 Hz.

Após a aquisição dos sinais, foram feitas as correlações entre os sinais medidos. Selecionou-se as correlações, que serão colocadas com entrada e saída de cada rede neural, conforme Tabela 3.1 e 3.2. As redes neurais foram treinadas com os valores de parâmetros sem falha, apresentados na Tabela 5.1. As configurações de treinamento são mostradas na seção 3.1. Após o treinamento das redes é aplicada a falha e faz-se a análise em que redes a

falha se manifesta. Através dessa análise é possível detectar qual o tipo de falha e sua localização no sistema.

A Figura (6.2) apresenta os deslocamentos numérico e experimental dado pelo sensor z_1 (a), o sinal de tensão da saída do controle z_{11c} (b), autocorrelação Rz_1z_1 (c) e a correlação $Rz_{11c}z_1$ (d), para a condição sem falha.

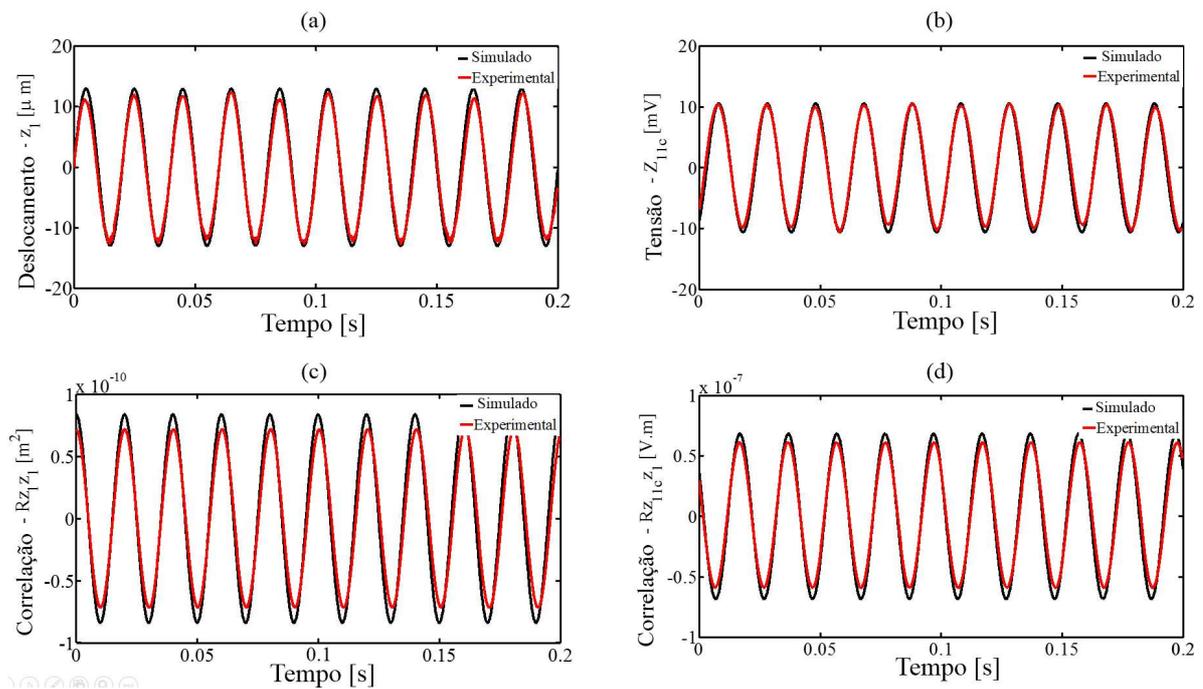


Figura 6.2 (a) Deslocamento z_1 , (b) Tensão z_{11c} , (c) Correlação Rz_1z_1 e (d) Correlação $Rz_{11c}z_1$ – simulado e experimental.

6.1 Análise da variação da rotação experimentalmente

Como descrito no item anterior foram obtidas todas as respostas possíveis para a montagem das redes neurais artificiais. Com a configuração de redes definidas e testadas na seção 5.2.1 e 5.2.2 foi analisada a condição de variação de rotação do sistema. Partiu-se de uma rotação inicial de 5 Hz até a rotação nominal de 50 Hz em intervalos de 5 Hz . As redes foram treinadas com a configuração de desbalanço residual mostrada na Tabela 4.3 a 50 Hz . Tomou-se as saídas das respectivas redes neurais e calculou-se o erro quadrático médio MSD para todas as redes em relação ao caso sem falha, os resultados são mostrados na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 Análise das redes com variação da rotação sem falha experimentalmente.

| Rotação [Hz] | MSD [%] | | | | |
|--------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| | A ₁ | A ₃ | A ₄ | A _{1c} | A _{4c} |
| 5 | 1,24 | 2,15 | 2,42 | 1,67 | 1,53 |
| 10 | 2,41 | 2,44 | 2,23 | 2,71 | 2,25 |
| 15 | 3,45 | 3,40 | 3,79 | 3,91 | 3,76 |
| 20 | 3,46 | 2,82 | 3,65 | 2,98 | 4,02 |
| 25 | 1,56 | 1,88 | 2,05 | 2,21 | 2,76 |
| 30 | 1,62 | 2,33 | 2,51 | 2,32 | 2,03 |
| 35 | 1,22 | 1,84 | 1,98 | 2,01 | 1,34 |
| 40 | 2,36 | 1,56 | 2,09 | 2,12 | 1,85 |
| 45 | 1,07 | 1,45 | 1,98 | 2,08 | 2,12 |
| 50 | 1,29 | 1,06 | 1,23 | 1,09 | 1,02 |

Pelos resultados mostrados na Tabela 6.1 é interessante que com os dados experimentais as redes neurais se mostraram robustas e mantiveram sua capacidade de mapeamento com a variação de rotação. As redes não tomaram essas variações como possíveis falhas, assim como aconteceu nos testes numéricos mostrados nas Tabelas 5.3 e 5.4. No caso experimental também ocorreu um pequeno aumento no erro de saída das redes entre 15 e 20 Hz nas proximidades da primeira frequência natural de flexão. Na análise geral a variação de rotação não compromete a detecção de possíveis falhas.

6.2 Falha Mecânica - alteração no desbalanceamento

Para análise numérica inicialmente o sistema foi considerado com um desbalanço residual de 0,1 g a zero graus no raio de desbalanceamento de 25 mm em todos os discos. Na simulação o sistema foi excitado pelas forças de desbalanceamento e por ruído branco na rotação nominal de 50 Hz, mediu-se todos os estados possíveis de serem medidos, os seis estados mecânicos: y_1 , z_1 , z_2 , z_3 , y_4 e z_4 e os dez estados de controle z_{1c} e z_{4c} . Foram

calculadas as funções de correlações e esses resultados foram utilizados para treinamento das redes neurais, usou-se as correlações de entrada e saída mostradas nas Tabelas 3.1 e 3.2. Utilizou-se para treinamento das redes os mesmos parâmetros e algoritmo apresentados na seção 5.2.

As falhas de desbalanço impostas ao sistema foram divididas em 12 casos com massas sendo sempre colocadas num raio de desbalanço de 25 *mm*, ou seja, alterou se apenas o valor da massa e a fase onde foram colocadas. Os casos simulados são listados a seguir:

- . Caso #1 - 1g de massa de desbalanceamento apenas no disco d_1 na fase de 0° .
- . Caso #2 - 1g de massa de desbalanceamento apenas no disco d_2 na fase de 0°
- . Caso#3 - 1g de massa de desbalanceamento apenas no disco d_3 na fase de 0° .
- . Caso#4 - 1g de massa de desbalanceamento apenas no disco d_4 na fase de 0° .
- . Caso#5 -1g de massa de desbalanceamento a 0° nos discos d_1 , d_2 , d_3 e d_4 simultaneamente.
- . Caso #6 - 1g de massa de desbalanceamento no disco d_1 na fase de 0° , 1g no disco d_2 na fase de 90° , 1g no disco d_3 na fase de 0° e 1g no disco d_4 na fase de 0° , simultaneamente.
- . Caso#7 -1g de massa de desbalanceamento no disco d_3 na fase de 90° e 1g no disco d_4 na fase de 0° , simultaneamente.
- . Caso#8 -1g de massa de desbalanceamento no disco d_2 na fase de 0° e 1g no disco d_3 na fase de 90° , simultaneamente.
- . Caso#9 - 1g de massa de desbalanceamento no disco d_3 na fase de 180° e 1g no disco d_4 na fase de 0° , simultaneamente.
- . Caso#10 -1g de massa de desbalanceamento no disco d_2 na fase de 0° e 1g no disco d_3 na fase de 180° , simultaneamente.
- . Caso#11 -2g de massa de desbalanceamento no disco d_1 na fase de 0°
- . Caso#12 -2g de massa de desbalanceamento no disco d_1 na fase de 0° e 2g no disco d_4 na fase de 180° , simultaneamente.

Para todos os casos simulados tomou-se as saídas das respectivas redes neurais e calculou-se o erro quadrático médio *MSD* para todas as redes em relação ao caso sem falha, os resultados são mostrados na Tab.6.2.

Tabela 6.2 Falha de desbalanceamento – resultados numéricos.

| Pos. | Massa de desbalanceamento / fase | | | | MSD [%] | | | | | |
|---------|----------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | disco d ₁ | disco d ₂ | disco d ₃ | disco d ₄ | A _{1m} | A _{2m} | A _{3m} | A _{4m} | A _{1c} | A _{4c} |
| Trein. | 0,1g/0° | 0,1g /0° | 0,1g /0° | 0,1g/0° | - | - | - | - | - | - |
| caso#1 | 1,0g/0° | - | - | - | 27,2 | 3,1 | 3,4 | 2,9 | 5,3 | 1,4 |
| caso#2 | - | 1,0g /0° | - | - | 3,9 | 37,5 | 1,4 | 1,3 | 2,9 | 1,1 |
| caso#3 | - | - | 1,0g /0° | - | 2,5 | 2,0 | 37,0 | 3,6 | 0,7 | 3,4 |
| caso#4 | - | - | - | 1,0g/0° | 1,6 | 3,4 | 3,3 | 26,7 | 2,2 | 5,4 |
| caso#5 | 1,0g/0° | 1,0g /0° | 1,0g /0° | 1,0g/0° | 25,5 | 33,7 | 33,8 | 24,9 | 4,9 | 5,1 |
| caso#6 | 1,0g/0° | 1,0g/90° | 1,0g /0° | 1,0g/90° | 27,5 | 20,7 | 39,8 | 19,7 | 1,3 | 2,0 |
| caso#7 | - | - | 1,0g /0° | 1,0g/90° | 2,3 | 3,7 | 22,5 | 28,6 | 2,5 | 4,8 |
| caso#8 | - | 1,0g/90° | 1,0g /0° | - | 4,3 | 28,5 | 56,9 | 6,7 | 3,3 | 3,7 |
| caso#9 | - | - | 1,0g/180° | 1,0g/0° | 4,4 | 8,4 | 56,9 | 25,0 | 2,8 | 5,9 |
| caso#10 | - | 1,0g /0° | 1,0g/180° | - | 8,6 | 37,4 | 20,9 | 7,4 | 5,9 | 5,1 |
| caso#11 | 2,0g/0° | - | - | - | 38,3 | 4,1 | 3,8 | 1,4 | 6,7 | 2,6 |
| caso#12 | 2,0g/0° | - | - | 2,0g/180° | 41,7 | 3,3 | 2,7 | 29,2 | 4,7 | 6,1 |

Pelos resultados apresentados na Tabela 6.2 nota-se que os maiores valores de *MSD* ocorreram nas redes neurais relacionadas aos discos onde foram implementadas as falhas, mesmo nos casos com diferentes fases. Embora em praticamente todos os casos tenha ocorridos um pequeno aumento no valor *MSD* das redes neurais relativas ao sistema elétrico, são valores que não comprometem a identificação da falha devido a sua ordem de grandeza em relação aos casos com falha. Outra consideração a se fazer são os casos#11 e #12 quando foi dobrado o valor da massa de desbalanceamento e o valor *MSD* também aumentou o que é um indicativo de que o método é sensível a esta mudança.

Experimentalmente o sistema foi considerado sem falha com a configuração de massas de desbalanço residual identificada e mostrada na Tabela 4.3. Também é importante ressaltar que as massas colocadas naturalmente foram somadas às massas residuais. Com a bancada na rotação nominal de 50 *Hz* foram tomados todos os estados possíveis de serem medidos, notando que como não há sensor no disco d₂ essa medida ficou prejudicada no ensaio. Para

alimentar a rede neural A_3 as velocidades foram obtidas através da derivação numérica do sinal de deslocamento do disco d_3 . Em seguida calculou-se todas as correlações e treinou-se as redes para o caso sem falha. Para a imposição das falhas foram estudados oito casos de falhas, listados a seguir:

- . Caso #13 - 1g de massa de desbalanceamento apenas no disco d_1 na fase de 0° .
- . Caso#14 - 1g de massa de desbalanceamento apenas no disco d_3 na fase de 0° .
- . Caso#15 - 1g de massa de desbalanceamento apenas no disco d_4 na fase de 0° .
- . Caso#16 -1g de massa de desbalanceamento a 0° nos discos d_1 , d_3 e d_4 simultaneamente.
- . Caso #17 - 1g de massa de desbalanceamento no 1g no disco d_3 na fase de 90° e 1g no disco d_4 na fase de 0° , simultaneamente.
- . Caso#18 -1g de massa de desbalanceamento no disco d_3 na fase de 180° e 1g no disco d_4 na fase de 0° , simultaneamente.
- . Caso#19 -2g de massa de desbalanceamento no disco d_1 na fase de 0°
- . Caso#20 -2g de massa de desbalanceamento no disco d_1 na fase de 0° e 2g no disco d_4 na fase de 180° , simultaneamente.

Para os oito casos simulados tomou-se a saídas das respectivas redes neurais e calculou-se o erro quadrático médio *MSD* para todas as redes em relação ao caso sem falha, os resultados são mostrados na Tabela 6.3.

Tabela 6.3 Falha de desbalanceamento – resultados experimentais.

| Pos. | Massa de desbalanceamento / fase | | | <i>MSD</i> [%] | | | | |
|---------|----------------------------------|----------------------|----------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | disco d ₁ | disco d ₃ | disco d ₄ | A _{1m} | A _{3m} | A _{4m} | A _{1c} | A _{4c} |
| Trein. | 0,06 g /50° | 0,1 g /130° | 0,08 g /20° | - | - | - | - | - |
| caso#13 | 1,0 g /0° | - | - | 31,4 | 4,3 | 5,2 | 7,0 | 2,6 |
| caso#14 | - | 1,0 g /0° | - | 4,1 | 29,2 | 6,1 | 3,0 | 4,1 |
| caso#15 | - | - | 1,0 g /0° | 2,9 | 5,7 | 34,7 | 1,0 | 8,8 |
| caso#16 | 1,0 g /0° | 1,0 g /0° | 1,0 g /0° | 30,5 | 18,1 | 36,8 | 8,0 | 10,3 |
| caso#17 | - | 1,0 g /90° | 1,0 g /0° | 5,8 | 21,1 | 33,9 | 2,0 | 5,1 |
| caso#18 | - | 1,0 g /180° | 1,0 g /0° | 2,9 | 31,7 | 39,9 | 3,0 | 7,9 |
| caso#19 | 2,0 g /0° | - | - | 40,5 | 3,8 | 4,0 | 6,5 | 3,9 |
| caso#20 | 2,0 g /0° | - | 2,0 g /180° | 48,2 | 5,8 | 35,3 | 7,2 | 6,4 |

As mesmas considerações feitas para o caso numérico Tabela 6.2 também cabe para os casos experimentais, Tabela 6.3. Nota-se que os maiores valores de *MSD* ocorreram nas redes neurais relacionadas aos discos onde foram implementadas as falhas, mesmo nos casos com diferentes fases. Embora em praticamente todos os casos tenha ocorridos um pequeno aumento no valor *MSD* das redes neurais relativas ao sistema elétrico, valores até maiores que no caso numérico, porém são valores que continuam não comprometendo a identificação da falha devido a sua ordem de grandeza em relação aos casos com falha. Da mesma forma os casos#19 e caso#20 quando foi dobrado o valor da massa de desbalanceamento e o valor *MSD* também aumentou o que é um indicativo de que o método mostrou-se sensível a esta mudança também experimentalmente.

6.3 Falha Mecânica – empeno do eixo

Para análise numérica nesse caso o sistema foi considerado com o desbalanço residual, mostrado na Tabela 4.3 e sem empeno. O sistema foi excitado pelas forças de desbalanceamento e ruído branco na rotação nominal de 50 Hz, mediu-se todos os estados

possíveis de serem medidos na prática, os seis estados mecânicos: y_1 , z_1 , z_2 , z_3 , y_4 e z_4 , as respectivas velocidades e os dez estados de controle z_{1c} e z_{4c} . Foram calculadas as funções de correlações e esses resultados foram utilizados para treinamento das redes neurais (A_{1e} , A_{2e} , A_{3e} e A_{4e}) que estão associadas à rotação. Usou-se as correlações de entrada e saída mostradas na Tabela 3.4 e a configuração de treinamento listada na seção 3.1. Para a imposição das falhas foram estudados os casos de falhas listados a seguir:

- . Caso #1 -1g de massa de desbalanceamento a 0° nos discos d_1 , d_2 , d_3 e d_4 simultaneamente.
- . Caso#2 - só empeno de $25 \mu m$ a 180° disco d_2 e empeno de empeno de $20 \mu m$ a 0° disco d_3 simultaneamente.
- . Caso#3 -1g de massa de desbalanceamento a 0° nos discos d_1 , d_2 , d_3 e d_4 e empeno de $25 \mu m$ a 180° disco d_2 e empeno de empeno de $20 \mu m$ a 0° disco d_3 , simultaneamente.
- . Caso#4 - só empeno de $25 \mu m$ a 0° disco d_2 e empeno de empeno de $20 \mu m$ a 0° disco d_3 simultaneamente.
- . Caso #5 -1g de massa de desbalanceamento a 0° nos discos d_1 , d_2 , d_3 e d_4 e empeno de $20 \mu m$ a 0° disco d_2 e empeno de empeno de $20 \mu m$ a 0° disco d_3 , simultaneamente.

Tabela 6.4 Falha de desbalanceamento e empeno – resultados numéricos.

| Pos. | Massa de desbalanceamento / fase Empeno / fase | | | | MSD [%] | | | |
|--------|---|--------------------------|--------------------------|----------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | disco d ₁ | disco d ₂ | disco d ₃ | disco d ₄ | A _{1e} | A _{2e} | A _{3e} | A _{4e} |
| Trein. | 0,02 g / 30° | 0,05 g / 90° | 0,08 g / 180° | 0,04 g / 0° | - | - | - | - |
| caso#1 | 1,0g/0° - | 1,0g /0° - | 1,0g /0° - | 1,0g/0° - | 32,4 | 43,1 | 37,9 | 35,2 |
| caso#2 | - 0 | - 25 μ m /180° | - 20 μ m /180° | - 0 | 5,4 | 12,1 | 17,9 | 6,2 |
| caso#3 | 1,0g/0° 0 | 1,0g /0° 25 μ m /180° | 1,0g /0° 20 μ m /180° | 1,0g/0° 0 | 20,5 | 12,0 | 15,9 | 28,3 |
| caso#4 | - 0 | - 25 μ m /0° | - 20 μ m /0° | - 0 | 8,9 | 22,3 | 18,3 | 7,4 |
| caso#5 | 1,0g/0° 0 | 1,0g /0° 25 μ m /0° | 1,0g /0° 20 μ m /0° | 1,0g/0° 0 | 40,9 | 42,7 | 44,9 | 46,2 |

Observa-se na Tabela 6.4 que usando as redes neurais destinadas à detecção de empeno, também é possível detectar falha por desbalanceamento. Quando é imposto só desbalanceamento caso#1, os valores de *MSD* se assemelham ao caso #5, listado na Tabela 6.2. No caso#2 quando foi imposto empeno só nos discos centrais os maiores valores de *MSD* ocorreram nas redes neurais relativas a estes discos. No caso#2 o desbalanceamento está em contra-fase com o empeno logo ocorre uma diminuição no valor *MSD* o que pode se chamar de um autobalanceamento pois forças de desbalanço e as forças de empeno estavam em fases opostas e no caso#5 ocorre o oposto o empeno e o desbalanceamento estão em fase o que faz aumentar o valo *MSD* na saída das redes neurais. É como se o desbalanceamento tivesse aumentado.

Experimentalmente a detecção ficou prejudicada devido à falta de medida no disco d₂ e da medida da força de excitação nos discos. As redes neurais A_{1e} e A_{2e} são dependentes destas medidas. Contudo as redes A_{3e} e A_{4e} ainda tinham correlações de entrada para alimentar as redes. As redes foram treinadas com a massa de desbalanceamento residual, apresentados na Tabela 3.7 e com o empeno residual, apresentados na Tabela 3.6

Tabela 6.5 Falha de desbalanço e empeno – resultados experimentais.

| Posição | Massa de desbalanço / fase | | | | MSD [%] | | | |
|---------|----------------------------|------------------|------------------|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | Empeno / fase | | | | A _{1e} | A _{2e} | A _{3e} | A _{4e} |
| Trein. | 0,02g/30° | 0,05 g / 90° | 0,08 g / 180° | 0,04 g / 0° | - | - | - | - |
| | 0 | 25 μm /180° | 20 μm /180° | 0 | - | - | - | - |
| caso#5 | 1,0g/0° | 1,0g /0° | 1,0g /0° | 1,0g/0° | - | - | 16,8 | 31,3 |
| | - | - | - | - | - | - | - | - |

Nota-se na Tabela 6.5 que os valores de desbalanceamento identificados são semelhantes ao caso #3, apresentados na Tabela 6.4. Embora a rede tenha sido treinada com desbalanceamento residual e empeno, foi detectado a alteração de desbalanço com efeito de empeno (caso #5), nos discos onde foi possível montar as redes neurais artificiais.

6.4 Falha elétrica – alteração no ganho dos sensores

A alteração nos parâmetros de sensor foi imposta para a simulação numérica através da alteração do ganho do sensor k_s , Equação (7) e experimentalmente através da mudança de alguns componentes analógicos do controlador simulando possíveis falhas no ganho do sensor. Essa alteração não se deu puramente no ponto de operação do sensor que se manteve na mesma posição, foi alterada a sua curva de calibração. Inicialmente tanto a simulação como experimentalmente, todos os sensores trabalham com ganho equivalente no valor de 19000 V/m, conforme descrito na seção 4.2. Mediu-se todos os estados mecânicos e os cinco primeiros estados de controle como descrito anteriormente na rotação nominal de 50 Hz.

Posteriormente aplicou-se a falha alterando o ganho do sensor k_{sz1} de 19000 V/m para 16000 V/m (caso #1) o que resulta numa perda de sensibilidade de aproximadamente 15% em relação à condição sem falha e realizou-se novamente as medições e simulações. O procedimento foi repetido fazendo a mesma alteração de ganho do sensor k_{sz4} e posteriormente dos sensores k_{sz1} e k_{sz4} simultaneamente. O mesmo procedimento foi executado alterando o ganho do sensor k_{sz1} de 19000 V/m para 13000 V/m (caso #2) que

corresponde a uma perda de sensibilidade de aproximadamente 30% em relação ao ganho para a condição sem falha, sendo feito o mesmo procedimento para os sensores ks_{z1} depois ks_{z4} e dos sensores ks_{z1} e ks_{z4} simultaneamente.

Posteriormente calcularam-se todas as correlações com os sinais possíveis de serem medidos e para todos os casos foi calculado o índice *MSD* para redes neurais usando as arquiteturas A_{1m} , A_{2m} , A_{3m} , A_{4m} , A_{1c} e A_{4c} . A Figura 6.3 apresenta os resultados para falha no ganho do sensor do disco d_1 , no sensor do disco d_4 e em ambos os sensores dos discos d_1 e d_4 simultaneamente, simulados e experimentalmente respectivamente (caso#1) e a Figura 6.4 apresenta os resultados do caso#2.

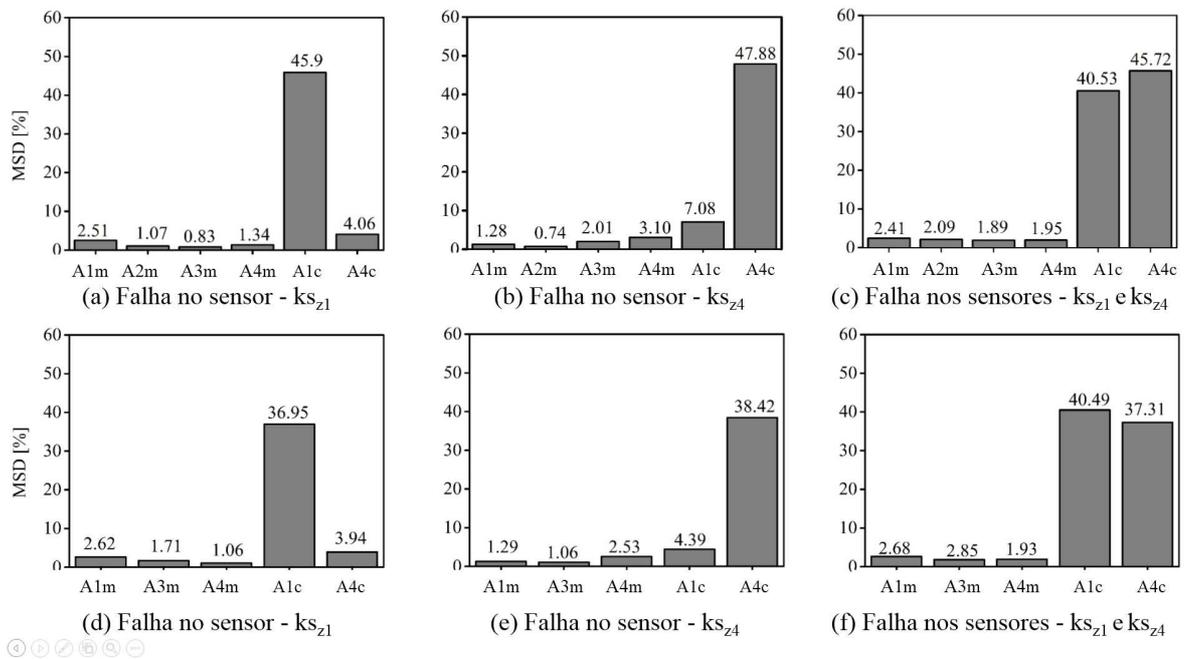


Figura 6.3 Falha de sensor - caso#1 - (19000 V/m para 16000 V/m): (a), (b) e (c) - Resultados numéricos. (d), (e) e (f) - Resultados experimentais.

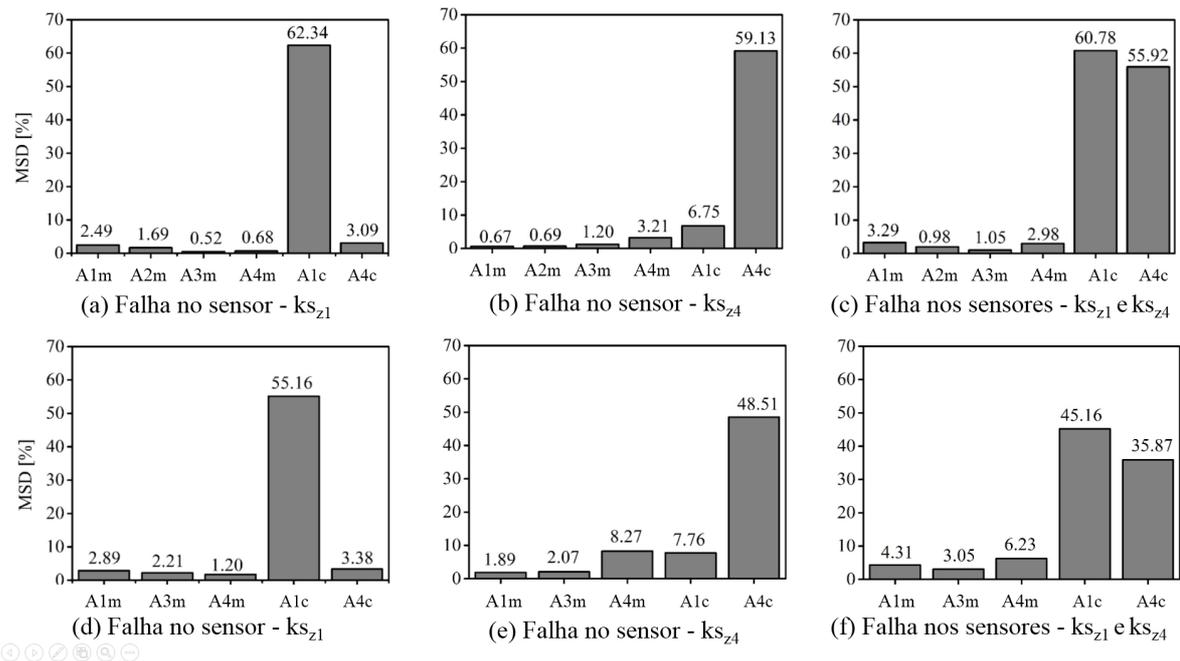


Figura 6.4 Falha de sensor - caso #2- (19000 V/m para 13000 V/m): (a), (b) e (c) - Resultados numéricos. (d), (e) e (f) - Resultados experimentais.

Na Figura 6.4 (a) e (d) o índice de erro MSD é maior para as arquiteturas de redes A_{1c} , pois a falha está relacionada ao sensor ks_{z1} cujo parâmetro está relacionado com a equação do estado de controle z_{1c} . O mesmo ocorreu para as redes A_{4c} que está relacionada ao estado de controle z_{4c} , Figura 6.4 (b) e (e) e é significativa nas redes A_{1c} e A_{4c} simultaneamente que estão relacionadas aos estados z_{1c} e z_{4c} respectivamente, pois as falhas foram impostas para ambos os sensores ks_{z1} e ks_{z4} , Figura 6.4 (c) e (f). Nota-se que ocorreu um pequeno aumento no valor MSD das arquiteturas de redes A_{1m} e A_{4m} que não é significativo pois a ordem de grandeza é bem diferentes em relação aos casos com falhas. Na Figura 6.4 nota-se que o índice de erro MSD foram maiores quando comparados com os valores do caso#1. Isso ocorre pois embora a falha imposta seja a mesma o valor da falha imposta é maior e o método foi sensível a esta mudança.

6.5 Falha elétrica – alteração na corrente da bobina do mancal magnético

Na simulação quando se altera o valor da corrente de polarização altera-se a rigidez de corrente (k_{iz_1} e /ou k_{iz_4}) e a rigidez de deslocamento (mola negativa) (k_{z_1} e /ou k_{z_4}), Equação (3.13). Experimentalmente as falhas no mancal foram impostas alterando-se a corrente da bobina do mancal através da alteração de alguns componentes eletrônicos na placa de controle relativa à direção dos eixos z_{1c} e z_{4c} . Inicialmente variou-se a corrente de polarização de 0.307A para 0.250A (caso #1). Isso significa numa perda de aproximadamente 20% na rigidez de corrente e de aproximadamente 35% no valor da rigidez de deslocamento ganho k_{z_1} e k_{z_4} . Essa queda de corrente e conseqüente perda de rigidez altera os parâmetros de rigidez, amortecimento e a força de atuação do mancal na direção em que a falha é colocada.

A Figura 6.5 mostra os respectivos resultados de aplicação desta falha na direção z_1 do mancal do disco d_1 , do mancal do disco d_4 e nos mancais dos discos d_1 e d_4 simultaneamente, simulados e experimentalmente para o caso #1. As diferenças entre as correlações de saídas das redes para o caso proposto e para o sistema sem falha são mostradas pelo índice *MSD*.

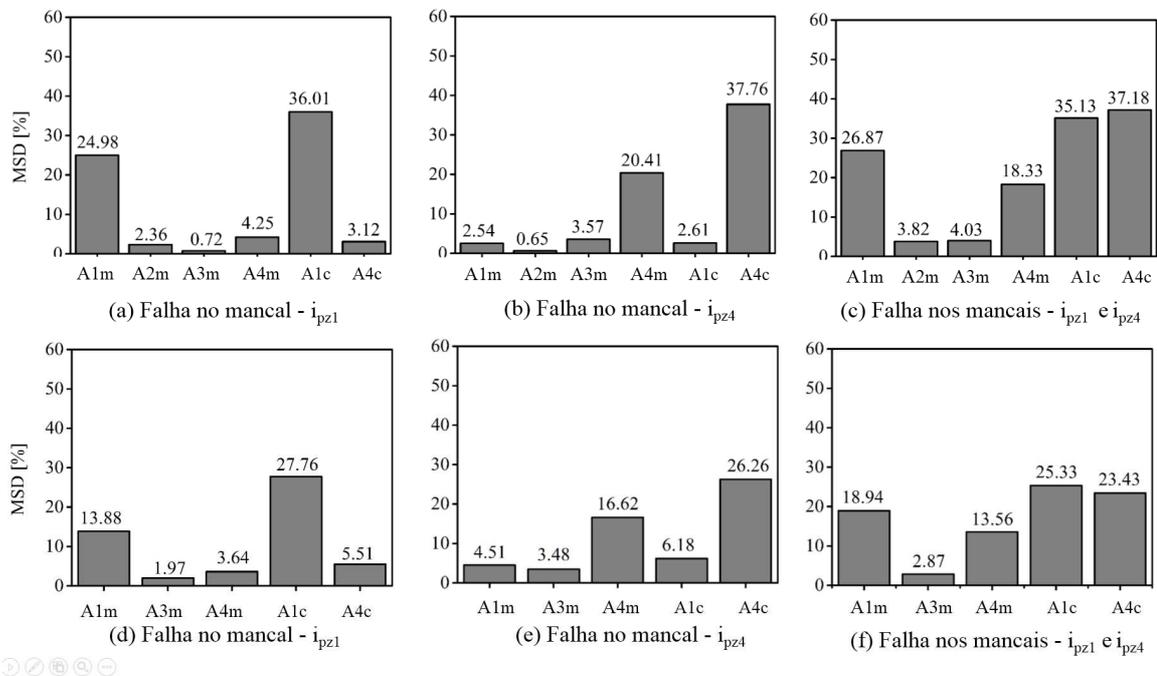


Figura 6.5 Falha na corrente do atuador magnético - caso #1- (0,307 A para 0,250 A): (a), (b) e (c) - Resultados numéricos. (d), (e) e (f) - Resultados experimentais.

Em seguida fez-se uma alteração na corrente de 0,307 A para 0,204 A (caso #2). Seguindo o mesmo roteiro do caso anterior. Inicialmente na direção z_1 do mancal do disco d_1 , do mancal do disco d_4 e nos mancais dos discos d_1 e d_4 . A Figura 6.7 mostra o índice MSD para os casos simulados e experimental.

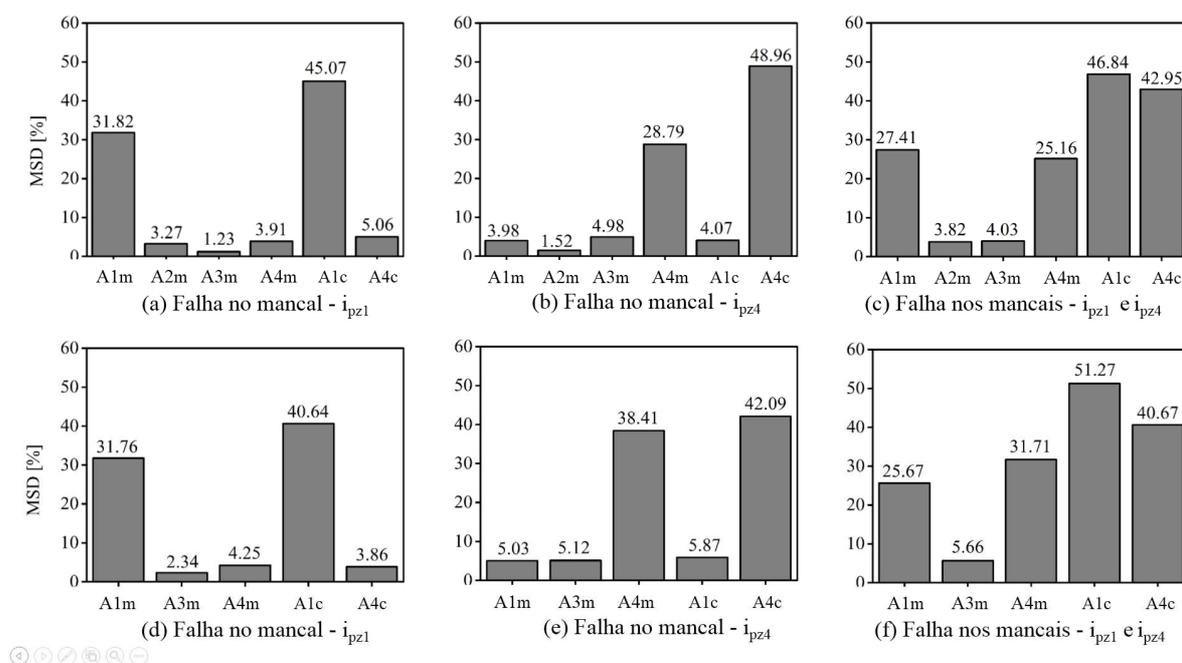


Figura 6.6 Falha na corrente do atuador magnético - caso #2- (0,307 A para 0,204 A): (a), (b) e (c) - Resultados numéricos, (d), (e) e (f) - Resultados experimentais.

Como descrito anteriormente a alteração de corrente de polarização altera consequentemente dois parâmetros a rigidez de corrente e a rigidez de deslocamento. Como consequência nota-se na Figura 6.5, quando é alterada a corrente de polarização na direção z_1 do disco d_1 , que o índice de erro MSD é maior para as arquiteturas de redes A_{1m} relacionada à mola negativa k_{z1} que está relacionada ao estado mecânico z_1 . Pois esse parâmetro foi inserido na matriz de rigidez relacionado ao estado mecânico z_1 . Conjuntamente há um aumento na arquitetura A_{1c} relacionada a direção de controle z_{1c} , relacionada à rigidez de corrente que altera substancialmente a força de atuação do mancal. O mesmo ocorreu para as redes A_{4m} e A_{4c} que estão relacionadas à direção de atuação z_4 . E no terceiro caso o índice MSD é significativo nas redes A_{1m} , A_{4m} , A_{1c} e A_{4c} relacionadas aos estados z_1 , z_4 , z_{1c} e z_{4c} respectivamente, pois a falha foi imposta para ambos os controles.

A Figura 6.6 mostra os resultados do caso #2, quando a corrente é alterada de 0,307 A para 0,204 A, nota-se que o aumento do índice MSD segue o mesmo roteiro do caso#1.

Contudo embora a falha seja a mesma em todos os casos a amplitude de falha é maior e o método é sensível a esta mudança. Nota-se nos dois casos que há um pequeno aumento no índice *MSD* nas arquiteturas de redes que não estão relacionadas com as falhas impostas, contudo são valores pequenos quando comparados com os casos com falha. Fato que não prejudica a detecção de falha.

7 CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS FUTURAS

Neste estudo, foi aplicado o método de detecção de falhas em um rotor flexível sustentado por mancais magnéticos ativos. O método é baseado na formulação matricial de Ljapunov e redes neurais artificiais para monitorar e diagnosticar os parâmetros físicos do sistema, sejam elétricos ou mecânicos, que apresentem algum tipo de falha. A formulação matricial de Ljapunov relaciona os parâmetros físicos do sistema linear com as funções de correlação entre os estados medidos do sistema. Esta combinação representa um excelente procedimento na identificação de possíveis falhas relacionadas ao sistema rotor/mancais. Os resultados encontrados nos vários casos estudados numericamente e experimentalmente foram concordantes e comprovaram a eficácia e a robustez do método.

Esta abordagem pressupõe que o modelo matemático tanto do sistema mecânico (rotor) como do sistema elétrico (sistema de controle e mancais) seja bem conhecidos. Conjuntamente os modelos constituem o modelo completo do sistema rotor/mancais em malha fechada na forma de espaço de estados. O sistema é excitado forças de desbalanceamento, forças de empeno, ruído branco e/ou ruído colorido. A excitação tipo ruído colorido é modelada por um sistema de filtro passa baixa excitado por um ruído branco e o empeno é modelado por uma força girante síncrona com a rotação.

Os defeitos foram impostos ao sistema através da alteração numérica em um ou mais parâmetros mecânicos e elétricos do sistema. O procedimento de diagnóstico de defeitos usa somente as variáveis de estado medidas pelos sensores de proximidade do rotor e alguns estados do controlador, não sendo necessária a identificação prévia dos parâmetros e nem a medição das excitações. As funções de correlações que não podem ser medidas diretamente foram mapeadas por redes neurais artificiais. Através do desvio quadrático médio ou MSD (*Mean Squared Deviation*) foi possível avaliar a sensibilidade e a robustez das arquiteturas neurais mediante alterações nos parâmetros físicos do sistema. Foram utilizadas quatro arquiteturas neurais para o diagnóstico de defeitos de falhas de desbalanceamento (A_{1m} , A_{2m} , A_{3m} e A_{4m}), duas arquiteturas para falhas no ganho de sensor e na corrente da bobina do mancal magnético (A_{1c} e A_{4c}), quatro arquiteturas para identificação de empeno, arquiteturas cujas equações de correlação estavam associadas aos parâmetros que dependiam da rotação

(A_{1e} , A_{2e} , A_{3e} e A_{4e}) e mais quatro arquiteturas para o estudo do modelo reduzido (A_{1r} , A_{2r} , A_{3r} e A_{4r}).

Na seção 4 foi apresentado inicialmente a identificação dos componentes da bancada experimentalmente. Foram identificados os ganhos dos sensores de posição, do atuador magnético, estágios de potência e controle. Foram medidos: o empeno residual do eixo, o desbalanceamento residual do rotor e as frequências naturais do sistema. Esses dados foram utilizados nas simulações. Para testar a capacidade do modelo matemático em representar o sistema real foram confrontados: as respostas em frequência numérica e experimental, diagrama de Campbell numérico e experimental e as respostas ao desbalanceamento numérico e experimental e todos os resultados se mostraram bem coerentes, mostrando que o modelo matemático estava bem ajustado.

Na seção 5 foi elaborado um estudo numérico do sistema. Inicialmente foi avaliada a robustez do método quanto a presença de ruído branco e ruído colorido na excitação do sistema. Em ambos os casos o método não tomou como falhas a presença dos ruídos na excitação. Naturalmente quando o sistema foi excitado por ruído colorido o método torna-se mais sensível que quando excitado por ruído branco, isso devido ao fato de se ter uma dinâmica à excitação imposta pelo filtro passa baixa, Em seguida foi testada as redes mecânicas e elétricas quanto a variação de rotação da mesma forma essas redes se mostraram robustas em relação a variação da rotação. Numa fase seguinte foi imposto algumas falhas ao sistema em conjunto com os ruídos e foi testada a capacidade detecção de falhas em duas rotações distintas. O método se mostrou robusto e foi capaz de detectar falhas de desbalanceamento e falhas no ganho o sensor de deslocamento e na corrente da bobina do mancal. Utilizando as redes preparadas para detecção de empeno foi imposto ao sistema alterações de empeno e desbalanceamento simultâneos. Percebeu-se que quando empeno e desbalanceamento estão em fase a amplitude de vibração é maior, oposto do que ocorre quando estão em contra fase a amplitude diminui com se ocorresse um auto balanceamento. Cabe ressaltar que no estudo da resposta ao desbalanceamento na presença de empeno, o efeito do empeno aparece em baixas rotações abaixo da primeira frequência de flexão e fortemente influenciada pelo desbalanceamento em altas rotações acima da primeira frequência de flexão e na segunda frequência de flexão. Finalmente o método também foi testado utilizando um modelo reduzido pelo método de redução de modelos de Guyan. Ao utilizar as redes neurais preparadas para esse fim, o modelo reduzido se mostrou inapropriado para a aplicação do método proposto. Como a redução modal altera a estrutura do modelo

mecânico a detecção de falhas de uma maneira geral fica comprometido, pois no processo de redução os parâmetros relacionados às falhas mecânicas e elétricas acabam se misturando nas diversas equações.

Na seção 6 foram confrontados os resultados numéricos e experimentais quanto a detecção de falhas mecânicas e elétricas com o modelo completo. De uma maneira geral resultados experimentais foram concordantes com os resultados simulados, e a diferença entre os dois casos não foi constante. Tomando o erro absoluto médio entre os resultados teóricos e experimentais para falhas elétricas houve uma diferença de aproximadamente 3,5% para falhas de sensores e cerca de 4,0% para falhas de atuadores e para as falhas de desbalanceamento, o erro absoluto médio foi de aproximadamente 6,0%. Contudo quando houve aumento na proporção de falhas, o desvio MSD também aumentou, comprovando que o método mostrou-se sensível a essas alterações.

No procedimento experimental, a rede neural A_{2m} foi excluída devido à não medição do deslocamento no disco d_2 , devido à presença do motor neste disco. Para todos os outros casos, o método se mostrou eficiente na detecção de falhas para desbalanceamento e empeno. Na detecção do empeno a falta de medida no disco d_2 prejudicou a montagem das redes A_{1e} e A_{2e} pois ambas são dependentes dessa medida para alimentar as entradas destas redes. Contudo como não é possível treinar as redes experimentalmente sem empeno e desbalanceamento residual, a detecção destas condições não é possível. Pode-se verificar na simulação, que se considerarmos o eixo sem empeno no treinamento das redes é possível detectar a falha caso ocorra alguma mudança nessa condição. Em planos onde a falha deva ser detectada, pelo menos um sensor de deslocamento no plano se faz necessário. Apesar dessa necessidade, o uso do método mostrou-se viável para casos reais, considerando a boa consistência dos resultados numéricos com os resultados experimentais e quanto a robustez do método.

O diferencial deste trabalho reside no fato que a partir dessa formulação dispõe-se de uma gama de equações que relacionam os parâmetros físicos do sistema com as correlações. Essas equações funcionam como um banco de dados do sistema, tornando possível relacionar possíveis falhas com alguma equação disponível, além de envolver um número reduzido de variáveis de estados. Não é necessário o uso de sensores especiais, por exemplo sensor de efeito hall (sensor de campo magnético) ou atuadores adicionais, apenas os sensores usuais de um mancal magnético. Todos os sinais necessários são facilmente medidos via sensores de deslocamento do rotor e via controladores. Tão pouco é necessário conhecer os valores dos parâmetros do modelo, sejam elétricos ou mecânicos, apenas a sua localização na estrutura do

modelo. Outra característica interessante do método proposto é a de se poder detectar falhas mecânicas e elétricas com a aplicação do método, fato não encontrado na literatura recente. Este estudo contribui para a detecção de falhas de rotores sustentados por mancais magnéticos ativos, podendo ser estendido para outros tipos de mancais com a devida adaptação para isso.

Em trabalhos futuros o método proposto pode ser estendido a outros tipos de falhas, como falha mecânica (desalinhamentos, trincas ou atrito) e falha elétrica (falha de controle ou acionamento assimétrico do mancal devido a curto-circuito).

Outra perspectiva seria confrontar o método proposto com outros métodos de detecção de falhas, para avaliar sua capacidade de identificação, conhecendo melhor suas limitações a aplicação. Eventualmente utilizar o modelo reduzido com as funções de correlações e mínimos quadrados ou uma técnica de observadores de estado que poderia estimar as variáveis de estado não podem ser medidas com tanta facilidade, como é o caso das coordenadas angulares. Uma possibilidade seria utilizar dois métodos para identificar falhas de desbalanceamento juntamente com efeito de trincas ou desalinhamentos simultaneamente.

REFERÊNCIAS

ABIODUN, O.I.; JANTAN, A.; OMOLARA, A.E.; DADA, K.V.; MOHAMED, N.A.; ARSHAD, H. State-of-the-art in artificial neural network applications: A survey. **Heliyon**, v.4, p. 1 - 41, 2018.

AENIS, M.; NORDMANN R. Active magnetic bearing for the identification and fault diagnosis in turbomachinery. **Mechatronics**, v. 12, p. 1011 - 1021, 2002.

AGGARWAL, C. C. **Neural networks and deep learning: A textbook**, Cham, Switzerland, Springer, 2018, 497p.

ALALOUL, W. S.; QURESHI, A. H. **Data processing using artificial neural networks, Dynamic data assimilation - beating the uncertainties**, Dinesh G. Harkut, IntechOpen, 2020, Disponível em: <https://www.intechopen.com/chapters/71673>

ALVES, J. S. **Otimização teórico-experimental da passagem por velocidades críticas de um rotor flexível contínuo**. 2004, 136p. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

BACHSCHMID, N.; PENNACCHI, P.; VANIA, A. Identification of multiple faults in rotor systems. **Journal of Sound and Vibration**, v. 254, p. 327 - 366, 2002.

BEALE, M. H.; HAGAN, M. T.; DEMUTH, H. B. **Neural network toolbox - user's guide - The Math Works – INC- R2017b**, Disponível em: www.mathworks.com.

BETANCOR, J.; SAHINKAYA, N.; ZWEIRI, Y. H. Radial active magnetic bearing design optimization. In: Proceedings of the 10th International Conference on Rotor Dynamics – IFToMM, 2018, v. 1, p. 321 - 334, Rio de Janeiro, RJ.

BECKERLE, P.; SCHAEDE, H.; BUTZEK, N.; RINDERKNECHT S. Balancing filters: an approach to improve model-based fault diagnosis based on parity equations, **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 29, p. 137 – 147, 2012.

BEARD, R., **Failure accommodation in linear system through self-reorganization**. 1971, 376 p. Tese (Doutorado) - MIT, Cambridge, MA, USA, 1971.

BRITO, L.C.; SUSTO, G.A.; BRITO, J.N.; DUARTE, M.A.V. Fault Detection of Bearing: An Unsupervised Machine Learning Approach Exploiting Feature Extraction and Dimensionality Reduction, **Informatics**, 2021, v. 8, p. 1-16.

BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D., **Numerical Analysis**, 9th International Edition. Brooks/Cole, Cengage Learning, 2011, 761p.

CASTRO, H. F.; CAVALCA, K. L.; CAMARGO, L. W. F.; BACHSCHMID, N. Identification of unbalance forces by metaheuristic search algorithms. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 24, p. 1785 - 1798, 2010.

CHATZISAVVAS, I.; DOHNAL, F. Unbalance identification using the least angle regression technique, **Mechanical System Signal Processing**, v. 50 - 51, p. 706 - 717. 2015

CHENG, X.; CHENG, B.; LU, M.; ZHOU, R.; ZHANG, L. An online fault-diagnosis of electromagnetic actuator based on variation characteristics of load current, **Automatika - Journal for Control, Measurement, Electronics, Computing and Communications** v. 61, p. 11 - 20, 2020.

CHIARELLO, A. G. **Detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos estacionários através de funções de correlação**. 1998. 159p. Tese (Doutorado) -Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1988

COLE, M. O. T.; KEOGH, P. S.; SAHINKAYA, M. N.; BURROWS, C. R. Towards fault-tolerant active control of rotor – magnetic bearing systems, **Control Engineering Practice**, v. 12, p. 491 – 501, 2004.

DARPE, A. K.; GUPTA, K.; CHAWLA, A. Dynamics of a bowed rotor with a transverse surface crack. **Journal of Sound and Vibration**, v. 296, p. 888 - 907, 2006.

DING, S. X. **Model-based fault diagnosis techniques - design schemes, algorithms and tools**, Sec. Edition, Springer, London, 2013, 504 p.

ESPINOZA-SEPULVEDA, N.; SINHA, J. Mathematical validation of experimentally optimised parameters used in a vibration - based machine - learning model for fault diagnosis in rotating machines. **Machines** v. 155, P. 1 – 15, 2021.

EDUARDO, A. C. **Diagnóstico de defeitos em sistemas mecânicos rotativos através da análise de correlações e redes neurais artificiais**. 2003. 138 p. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

EDUARDO, A. C.; PEDERIVA, R. Parameter monitoring of a rotor system excited by stochastic forces. In: Proceedings of IFToMM - Sixth International Conference on Rotor Dynamics, Sydney, Australia, 2002.

FILHO, S. N. **Fundamentos sobre Ruídos** - Universidade Federal de Santa Catarina, 2018, Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/327740850>.

FLACK, R. D.; ROOKE, J. H. A. Theoretical - experimental comparison of the synchronous response of a bowed rotor in five different sets of fluid film bearings. **Journal of Sound and Vibration**, v. 73, n. 4, p. 505 - 517, 1980.

FRISWELL, M. I.; GARVEY, S. D.; PENNY, J. E. T. Model reduction for structures with damping and gyroscopic effects, In: Proceedings of International Conference on Noise and Vibration Engineering, 2000, Leuven, Belgium.

FRISWELL, M. I.; PENNY, J. E. T.; GARVEY, S. D.; LEES, W.A. **Dynamics of Rotating Machines**. New York: Cambridge University Press, 2010, 526p.

GARCIA, F.; CASTELO, P.; PAZOS, P.; ROLLE, C. On AMBs Diagnosis by Analytical Redundancy. In: Proceedings of the IEEE Conference on International Symposium on Industrial Electronics, 2007, Vigo, Spain.

GANGSAR, P.; PANDEY, R. K.; CHOUKSEY, M. Unbalance detection in rotating machinery based on support vector machine using time and frequency domain vibration features. **Noise & Vibration Worldwide**, v. 52 p. 75 – 85, 2021.

GAO, Z.; FELLOW, C. C.; DING, S. X., A Survey of fault diagnosis and fault-tolerant techniques - Part I: fault diagnosis with model-based and signal-based approaches, **IEEE Transaction on industrial electronics**, V. 62, p. 3757- 3767, 2015.

GENTA, G. **Dynamics of rotating systems**. New York: Springer, 2005, 660p.

GOU, L.; LI, H.; ZHENG, H.; LI, H.; PEI, X. Aero engine control system sensor fault diagnosis based on CWT and CNN, **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2020, p. 1 - 12, 2020.

GOHARI, M.; KORD, A., Unbalance rotor parameters detection based on artificial neural network, **International Journal of Acoustics and Vibration**, v. 24, p. 113 - 118, 2018.

GOMES, G. F.; MENDEZ, Y. A. D.; ALEXANDRINO, P. S. L.; CUNHA JR, S. S.; ANCELOTTI JR., A. C. A. Review of vibration based inverse methods for damage detection and identification in mechanical structures using optimization algorithms and ANN, **Archives of Computational Methods in Engineering**, v. 26, p. 883 – 897, 2019.

GOUWS, R. Energy management by means of fault conditions on active magnetic bearing systems, **International Journal of Emerging Trends in Electrical and Electronics**, v. 8, p. 35 - 38, 2013.

GREESHMA, U.; ANNALAKSHMI, S. Artificial neural network, **International Journal of Scientific & Engineering Research**, v. 6 (4), p. 110 - 115, 2015.

GUYAN, R. J. Reduction of stiffness and mass matrices. **AIAA Journal**, v. 3, n. 2, p. 380, 1965.

HAYT Jr., W. H.; BUCK, J. A. **Engineering Electromagnetics**. New York: Mac Graw Hill, 2019, 561p.

HAYKIN, S.; VEEN, B. V. **Sinais e sistemas**. Porto Alegre: Bookman, 2001, 668p.

HAYKIN, S. **Neural networks and learning machines**. New York: Prentice Hall, 2008, 906p.

HU, Y. F.; KU, S. P.; ZHOU, Z. D.; SU Y. X. Multi-valued Logic and its Application in the Fault Diagnosis of the Sensors of Magnetic Bearings. In: Proceedings of the Third International Conference on Machine Learning and Cybernetics, 2004, p. 2458-2462, Shanghai, China.

IEA (2021), **Energy Efficiency 2021**, IEA, Paris Disponível em: <https://www.iea.org/reports/energy-efficiency-2021>

IMBASSAHY, D. W. D.; MARQUES, H. C. M.; ROCHA, G. C. Método para extração de características de dados em séries temporais para detecção de falhas em sistemas complexos, In: Anais do Simpósio de Aplicações Operacionais em Áreas de Defesa - SIGE, 2019, p. 164-169, São José dos Campos, Brasil.

ISERMANN, R. **Fault diagnosis systems – An introduction from fault detection to fault tolerance**. Berlin: Springer, 2006, 474p.

KAMMER, D.C. Test-analysis model development using an exact modal reduction, **International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis**, v.2 (4), p.174–179, 1987.

KIM, S.J.; LEE, C.W. Diagnosis of sensor faults in active magnetic bearing system equipped with built-in force transducers, **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, vol. 4, p. 180 - 186, 1999.

LAL, H. P.; SAKAR, S.; GUPTA, S. Stochastic model order reduction in randomly parametered linear dynamical systems, **Applied Mathematical Modelling**, v. 51, p. 744 – 763, 2017.

LALANNE, M.; FERRARIS, G. **Rotordynamics Prediction in Engineering**. 1st. ed. West Sussex: John Wiley & Sons, 1990.

LEES, A. W. **Vibration Problems in Machines: Diagnosis and Resolution 1st ed.**, CRC Press, New York, 2015, 348 p.

LEES, A. W.; SINHA, J. K.; FRISWELL, M. I. Model-based identification of rotating machines. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 23, p. 1884 - 1893, 2009.

LEPORE, F. P.; SANTOS, M. B.; BARRETO, R. G. Identification of rotary machines excitation forces using wavelet transform and neural networks, **Shock and Vibration** v.9, p. 235–244, 2002.

LI, W.; TSAI, Y. P.; CHIU, C. L. The experimental study of the expert system for diagnosing unbalances by ANN and acoustic signals, **Journal of Sound and Vibration**, v. 272, p. 69 – 83, 2004.

LI, M.; WEI, Q.; WANG, H.; ZHANG, X. Research on fault diagnosis of time-domain vibration signal based on convolutional neural networks, **Systems Science & Control Engineering** v. 7, p. 73-81, 2019.

LOSH, F. Detection and correction of actuator and sensor faults in active magnetic bearing systems. In: Proceedings of the 8th International Symposium on Magnetic Bearing, 2002, p. 113 - 118, Mito, Japan.

LUO, Y. G.; ZHANG, S. H.; YAO, H. L.; WEN, B. C. Application of model based diagnosis in two-span rotor system with two unbalance faults, **Advanced Materials Research** , v. 199 - 200, p. 780 - 783, 2011.

MARKERT, R.; PLATZ, R.; SEIDLER, M. Model based fault identification in rotor systems by least squares fitting, **Journal of Mechanical Science and Technology International Journal of Rotating Machinery**, v. 7, p. 311 - 321, 2001.

MELSA, J.L.; SAGE, A.P. **An Introduction to Probability and Stochastic Process**, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1973, 405p.

MCCULLOCH, W.S.; PITTS, W.H. A Logical Calculus of the ideas immanent in nervous activity, **Bulletin of Mathematical Biophysics**, v. 5, p. 115 – 133, 1943.

MOGAL, S. P.; LALWANI, D. I. A Brief review on fault diagnosis of rotating machineries, **Applied Mechanics and Materials**, V. 541 - 542, p. 635 - 640, 2014.

MOGAL, S. P.; LALWANI, D. I. Fault diagnosis of bent shaft in rotor bearing system, **Journal of Mechanical Science and Technology** ,v. 31, p. 1 - 4, 2017.

NAYEK, B.; DAS, A. S.; J.K. DUTT J. K. Model based estimation of inertial parameters of a rigid rotor having dynamic unbalance on active magnetic bearings in presence of noise. **Applied Mathematical Modelling**, v. 97, p. 701 – 720, 2021.

NAGEL, L.; GALEAZZI, R.; A. J. VOIGHT, A. J.; SANTOS, I. J. Fault diagnosis of active magnetic bearings based on gaussian GLRT detector, In: Proceedings of the Conference on Control and Fault-Tolerant Systems – SysTol – IEEE. 2016, p. 540 - 547, Barcelona, Spain

NELSON, H. D. Steady synchronous response and balancing of rotor systems with residual shaft bow, **International Journal of Rotating Machinery**, v. 8, n. 6, p. 431 - 438, 2002.

NELSON, H. D.; MCVAUGH, J. M. The dynamics of rotor - bearing systems using finite elements. **Journal of Engineering for Industry**, p. 593 - 600, 1976.

NICHOLAS, J. C.; GUNTER, E. J.; ALLAIRE, P. E. Effect of residual shaft bow on unbalance response and balancing of a single mass flexible rotor. Part I: Unbalance response. **Journal of Engineering for Power**, v. 98, p. 171 - 181, 1976.

NICHOLAS, J. C.; GUNTER, E. J.; ALLAIRE, P. E. Effect of residual shaft bow on unbalance response and balancing of a single mass flexible rotor. Part II: balancing. **Journal of Engineering for Power**, v. 98, p. 182 - 189, 1976.

O' CALLAHAN, J. C. A procedure for an improved reduced system (IRS) model, in: Proceedings of the 17th International Modal Analysis Conference, 1989, p 17 - 21, Las Vegas, USA.

O'CALLAHAN, J. C.; AVITABILE, P.; RIEMER, R. System equivalent reduction expansion Process (SEREP). In: Proceedings of the 17th International Modal Analysis Conference.1989, p. 29 - 37, Las Vegas, USA.

PAZ, M. Dynamic condensation, **AIAA Journal**, v. 22, n. 5, p. 724 - 727, 1984.

PEDERIVA, R. **Identificação Paramétrica de Sistemas Mecânicos Excitados Estocasticamente**. 1992. 110 p. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

PENNACCHI, P. Robust estimation of excitations in mechanical systems using M-estimators - experimental applications, **Journal of Sound and Vibration**, v. 319, p. 140-162, 2018.

PIERRI, P. S.; BETTI, F.; SILVA, P. S. Design of a Controller for Magnetic Levitation. In: Proceedings of the First International Symposium on Magnetic Bearings, 1988, p.129-136, Zurich, Swiss.

POLAJZER, B. **Magnetic bearings, theory and applications**. Rijeka – Croatia: Ed. Sciyo, 2010, 132p.

PRASAD, K. N. V.; NARAYANAN, G. Electromagnetic bearings with power electronic control for high - speed rotating machines: review, analysis, and design example, **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 57, p. 4946 – 4947, 2021.

PRASAD, V.; TIWARI, R. Identification of speed- dependent active magnetic bearing parameters and rotor balancing in high-speed rotor systems, **Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, v. 141, p. 1 - 10 – 2019.

RAO, J. S. A Note on Jeffcott Warped Rotor. **Mechanism and Machine Theory**, v.36, p. 563 - 575, 2001.

CHAUVIN, Y., RUMELHART, D. E. **Backpropagation: Theory, Architectures, and Applications (1st ed.)**, Psychology Press, 1995, 576p.

SAINT MARTIN, L. B.; MENDES, R. U.; CAVALCA, K. L. Model reduction and dynamic matrices extraction from state-space representation applied to rotating machines, **Mechanism and Machine Theory**, v.149, p. 1 - 26, 2020.

SANCHES, F. D. **Identificação de parâmetros de mancal através de análise de correlações**. 2008. 144 p. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2008.

SANCHES, F. D. **Identificação simultânea de desbalanceamento e empeno de eixo em rotores através de análise de correlações**. 2015. 224 p. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2015.

SANCHES, F. D.; PEDERIVA, R. Theoretical and experimental identification of the simultaneous occurrence of unbalance and shaft bow in a Laval rotor, **Mechanisms and Machine Theory**, v. 101, p. 209 – 221, 2016.

SANCHES, F. D.; PEDERIVA, R. Simultaneous identification of unbalance and shaft bow in a two - disk rotor based on correlation analysis and the SEREP model order reduction method, **Journal of Sound and Vibration**, v. 433, p. 230 - 247, 2018.

SARMAH, N.; TIWARI, R. Analysis and identification of the additive and multiplicative fault parameters in a cracked – bowed - unbalanced rotor system integrated with an auxiliary active magnetic bearing, **Mechanism and Machine Theory**, v. 146, p. 1 - 25, 2020.

SILVA, G. M. **Detecção de falhas em rotores sustentados por mancais magnéticos ativos**. 2006. 96 p. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006.

SILVA, G. M.; PEDERIVA, R. Fault diagnosis of active magnetic bearings, **Mechatronics**, V. 84, p. 1 a 15, 2022.

SILVA, G. M.; PEDERIVA, R. Fault diagnosis in a rotor supported by active magnetic bearings. In: Proceedings of 7th International Conference on Rotor Dynamics IFToMM, 2006, p. 25 - 28, Vienna, Austria.

SILVA, G.M., PEDERIVA, R. Unbalance identification in a rotor supported by active magnetic bearing. In: Proceedings of 10th International Conference on Rotor Dynamics IFToMM, 2018, V. 01, p. 82 - 96, Rio de Janeiro, Brasil.

SILVA, G.M.; PEDERIVA, R. Electrical fault detection in a rotor supported by active magnetic bearing. In: Proceedings of the XV International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics – DINAME - 2019, p. 36 - 42, Armação dos Búzios, Brasil.

SIMANI, S.; ZATTONI, E. Advanced Control Design and Fault Diagnosis. **Energies**, v. 14, p. 1 – 6, 2021.

SINHA, J. K.; FRISWELL, M. I.; LEES, A. W. The Identification of the unbalance and the foundation model of a flexible rotating machine from a single run-down. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 16, n. 2 - 3, p. 255 - 271, 2002.

SUDHAKAR, G.N.S.; SEKHAR, A. S. Identification of unbalance in a rotor bearing system, **Journal of Sound and Vibration**, v. 330, p. 2299 – 2313, 2011.

SCHWEITZER, G.; MASLEN, E. H. **Magnetic bearings: theory, design and application to rotating machinery**. Berlin: Springer, 2009, 535p.

SINGH, S.; TIWARI, R. Model-based switching - crack identification in a Jeffcott rotor with an offset disk integrated with an active magnetic bearing, **Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, v. 138, P. 1 - 11, 2016.

SONG, G. F.; JI, C.; YANG, Z. J.; WANG, F. P. Theoretical - experimental study on a rotor with a residual shaft bow. **Mechanism and Machine Theory**, v. 63, p. 50 - 58, 2013.

TAKAGI, T.; CHEN, G.; TAKAMI, I. Model reduction via subsystem decomposition for flexible rotor - magnetic bearing with gyroscopic effect, In: Proceedings of the International Conference on Control, Electronics, Renewable Energy and Communications (ICCEREC), 2018, p. 104 – 109, Bali – Indonesia.

TSAI, C.; KING, Y. H.; LEE, R. M. Fault diagnosis for magnetic bearing, **Mechanical Systems and Signal Processing**, V. 23 ,p. 1339 – 1351, 2009.

TIWARI, R. **Rotor Systems: Analysis and Identification**. Boca Raton: CRC Press, 2017, 1069p.

TIWARI, R.; CHOUGALE, A. Identification of bearing dynamic parameters and unbalance states in a flexible rotor system fully levitated on active magnetic bearings, **Mechatronics**, v. 24, p. 274 - 286, 2014.

TIWARI R.; KUMAR, P. An innovative virtual trial misalignment approach for identification of unbalance, sensor and active magnetic bearing misalignment along with its stiffness parameters in a magnetically levitated flexible rotor system. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 167, p. 1 – 30, 2022.

VYAS, N. S.; SATISHHUMAR, D. Artificial neural network design for fault identification in a rotor-bearing system, **Mechanism and Machine Theory**, v. 36, p. 157-175, 2001.

VANIA, A.; PENNACCHI, P.; CHATTERTON, S. Identification of a shaft thermal bow by means of model - based diagnostic techniques. In: Proceedings of the International Conference Surveillance 7, 2013, p. 1-11, Chartres - France.

XU, Y., ZHOU, J., JIN, C. Identification of dynamic stiffness and damping in active magnetic bearings using transfer functions of electrical control system, **Journal of Mechanical Science and Technology**, v. 33, p. 571 - 577, 2019.

YAN, X.; SUN, Z.; ZHAO, J.; SHI, Z. 1; ZHANG, C. Fault Diagnosis of active magnetic bearing – rotor system via vibration images, **Sensors**, v. 19, p. 1 - 21, 2019.

YANG, J.; ZHU, F., WANG, X.; BU, X. Robust sliding-mode observer-based sensor fault estimation, actuator fault detection and isolation for uncertain nonlinear systems, **International Journal of Control, Automation, and Systems**, v.13, p.1037 - 1046, 2015.

YAO, J., LIU, L., YANG, F., SCARPA, F., GAO, J. Identification and optimization of unbalance parameters in rotor-bearing systems, **Journal of Sound and Vibration**, v. 431, p. 54 - 69, 2018.

YAO, Y.; SHA, H.; SU, Y.; REN, G., YU, S. Identification of system parameters and external forces in AMB - supported PMSM system. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v.166, p. 1 - 18, 2022.

WAGNER, M. B.; A YOUNAN, A.; ALLAIRE, P.; COGILL, R. Model reduction methods for rotor dynamic analysis: a survey and review. **International Journal of Rotating Machinery**, v. 2010, p. 1 - 17, 2010.

WALKER, R. B.; VAYANAT, R.; PERINPANAYAGAM, S.; JENNIONS, J. K. Unbalance localization through machine nonlinearities using an artificial neural network approach, **Mechanism and Machine Theory**, v. 75, p. 54 - 66, 2014.

WALKER, R., B.; PERINPANAYAGAM, S.; JENNIONS, I., K. Rotordynamic faults: recent advances in diagnosis and prognosis, **International Journal in Rotating Machinery**, v. 5, p. 1 - 12, 2013.

WASSEM, M.; AGARWAL, P. K., Principal component analysis-based fault detection and diagnosis of active magnetic bearing system, **MIT - International Journal of Mechanical Engineering**, v. 5, p. 1 - 5, 2015.

APÊNDICE A – Estrutura da matriz de rigidez e do vetor de forças de empeno

A lei de Hooke, para a força de empeno mostrada na seção 3, é dada por:

$$\{fe\} = [K] \{\delta\} \quad (\text{A.1})$$

A estrutura do vetor de força de empeno $\{fe\}$ é dada por:

$$\{fe\} = \{f_{y1} \ f_{y2} \ f_{y3} \ f_{y4} \ f_{z1} \ f_{z2} \ f_{z3} \ f_{z4} \ T_{\phi1} \ T_{\phi2} \ T_{\phi3} \ T_{\phi4} \ T_{\theta1} \ T_{\theta2} \ T_{\theta3} \ T_{\theta4}\}^T \quad (\text{A.2})$$

A estrutura da matriz de rigidez $[K]$ é dada por:

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{1,9} & k_{1,10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{2,1} & k_{2,2} & k_{2,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{2,9} & 0 & k_{2,11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{3,2} & k_{3,3} & k_{3,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{3,10} & 0 & k_{3,12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{4,3} & k_{4,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{4,11} & k_{4,12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{5,5} & k_{5,6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{5,13} & k_{5,14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{6,5} & k_{6,6} & k_{6,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{6,13} & 0 & k_{6,15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{7,6} & k_{7,7} & k_{7,8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{7,14} & 0 & k_{7,16} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{8,7} & k_{8,8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{8,15} & k_{8,16} \\ k_{9,1} & k_{9,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{9,9} & k_{9,10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{10,1} & 0 & k_{10,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{10,9} & k_{10,10} & k_{10,11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{11,2} & 0 & k_{11,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{11,10} & k_{11,11} & k_{11,12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{12,3} & k_{12,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{12,11} & k_{12,12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{13,5} & k_{13,6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{13,13} & k_{13,14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{14,5} & 0 & k_{14,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{14,13} & k_{14,14} & k_{14,15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{15,6} & 0 & k_{15,8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{15,14} & k_{15,15} & k_{15,16} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{16,7} & k_{16,8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{16,15} & k_{16,16} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

A estrutura do vetor de amplitudes de empeno $\{\delta\}$ é dada por:

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} \delta_{y1} \text{sen}(\omega t + \alpha_1) \\ \delta_{y2} \text{sen}(\omega t + \alpha_2) \\ \delta_{y3} \text{sen}(\omega t + \alpha_3) \\ \delta_{y4} \text{sen}(\omega t + \alpha_4) \\ \delta_{z1} \cos(\omega t + \alpha_1) \\ \delta_{z3} \cos(\omega t + \alpha_2) \\ \delta_{z3} \cos(\omega t + \alpha_3) \\ \delta_{z4} \cos(\omega t + \alpha_4) \\ \delta_{\phi1} \text{sen}(\omega t + \alpha_1) \\ \delta_{\phi2} \text{sen}(\omega t + \alpha_2) \\ \delta_{\phi3} \text{sen}(\omega t + \alpha_3) \\ \delta_{\phi4} \text{sen}(\omega t + \alpha_4) \\ \delta_{\theta1} \cos(\omega t + \alpha_1) \\ \delta_{\theta2} \cos(\omega t + \alpha_2) \\ \delta_{\theta3} \cos(\omega t + \alpha_3) \\ \delta_{\theta4} \cos(\omega t + \alpha_4) \end{Bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

APÊNDICE B – Determinação dos ângulos de empeno

Sabendo os deslocamentos nos nós devido ao empeno através de interpolação levantou-se a função que representa o arco de empeno do eixo. Com a função do arco de empeno foi feita uma derivação numérica nos pontos desejados para obter os devidos ângulos de inclinação dos discos, Figura 5.18.

O método de interpolação utilizado será a forma de Lagrange (Faires e Bourden, 2011). O problema de determinar um polinômio de grau um que passa pelos distintos pontos (x_0, y_0) e (x_1, y_1) é o mesmo que aproximar uma função f para a qual $f(x_0) = y_0$ e $f(x_1) = y_1$ por meio de uma interpolação polinomial de primeiro grau, ou concordando com a valores de f nos pontos dados. Usando este polinômio para aproximação dentro do intervalo dado pelos pontos finais é chamado de interpolação polinomial. Definindo as funções:

$$L_0(x) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} \text{ e } L_1(x) = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} \quad (\text{B.1})$$

A interpolação polinomial linear de Lagrange entre (x_0, y_0) e (x_1, y_1) é dada por:

$$P(x) = L_0(x)f(x_0) + L_1(x)f(x_1) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} f(x_1) \quad (\text{B.2})$$

nota-se que se:

$$L_0(x_0) = 1, L_0(x_1) = 0, L_1(x_0) = 0 \text{ e } L_1(x_1) = 1, \quad (\text{B.3})$$

onde:

$$P(x_0) = 1 \cdot f(x_0) + 0 \cdot f(x_1) = f(x_0) = y_0 \quad (\text{B.4})$$

$$P(x_1) = 0 \cdot f(x_0) + 1 \cdot f(x_1) = f(x_1) = y_1$$

Portanto, P é um polinômio de grau no maior, que passa por (x_0, y_0) e (x_1, y_1) .

Generalizando o conceito da interpolação linear, na construção de um polinômio de grau n que passa pelos $(n + 1)$ pontos, onde: $(x_0, f(x_0)), ((x_1), f(x_1)), \dots, ((x_n), f(x_n))$. Neste caso, inicialmente, para cada $k = 0, 1, \dots, n$, a função $L_{n,k}(x)$ com a propriedade que $L_{n,k}(x_i) = 0$ onde $i = k$ e $L_{n,k}(x_k) = 1$. Para satisfazer $L_{n,k}(x_i) = 0$ para cada $i = k$ e requer que o numerador de $L_{n,k}(x)$ contenha seu termo $(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{k-1})(x - x_{k+1}) \dots (x - x_n)$. para satisfazer $L_{n,k}$

$(x_k)=1$, o denominador de $L_{nk}(x)$ necessita ter o mesmo termo porém desenvolvendo para $x = x_k$. Logo:

$$L_{n,k} = \frac{(x-x_0)\dots(x-x_{k-1})(x-x_{k+1})\dots(x-x_n)}{(x_k-x_0)\dots(x_k-x_{k-1})(x_k-x_{k+1})\dots(x_k-x_n)} \quad (\text{B.5})$$

O polinômio de interpolação é facilmente descrito uma vez que a forma de $L_{n,k}$ é conhecida. Este polinômio, denominado enésimo polinômio de interpolação de Lagrange, é definido pelo seguinte teorema: se x_0, x_1, \dots, x_n são $(n + 1)$ números distintos e f é uma função cujos valores são dados nesses números, então um polinômio único $P(x)$ de grau n existe com $f(x) = P(x_k)f(x_k)$, para cada $k=0, 1, \dots, n$. Este polinômio é dado por:

$$f(x) = f(x_0)L_{n,0}(x) + \dots + f(x_n)L_{n,n}(x) = \sum_{k=0}^n f(x_k)L_{n,k}(x) \quad (\text{B.6})$$

para $k=0, 1, \dots, n$.

$$L_{n,k} = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{k-1})(x-x_{k+1})\dots(x-x_n)}{(x_k-x_0)(x_k-x_1)\dots(x_k-x_{k-1})(x_k-x_{k+1})\dots(x_k-x_n)} \quad (\text{B.7})$$

Logo:

$$L_{n,k} = \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^n \frac{(x-x_i)}{(x_k-x_i)} \quad (\text{B.8})$$

Dessa forma a partir dos deslocamentos nos nós utilizou-se da forma de Lagrange para se determinar a função que expressa o arco de empeno, derivou-se essa função e obteve-se os ângulos correspondentes a cada deslocamento em cada nó sobre o eixo.

$$[K] = \frac{EI_e}{(1+a)L^3} \begin{bmatrix} [K11] & [K12] \\ [K21] & [K22] \end{bmatrix} \quad (C.3)$$

onde

$$[K11] = \begin{bmatrix} 12 & -12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -12 & 24 & -12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & 24 & -12 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & -12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -12 & 12 & -12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -12 & 24 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -12 & 12 \end{bmatrix} \quad (C.4)$$

$$[K12] = \begin{bmatrix} 6L & 6L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6L & 0 & 6L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6L & 0 & 6L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6L & -6L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -6L & -6L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6L & 0 & -6L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6L & 0 & -6L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6L & 6L \end{bmatrix} \quad (C.5)$$

$$[K21] = \begin{bmatrix} 6L & -6L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6L & 0 & -6L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6L & 0 & -6L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6L & -6L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -6L & 6L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -6L & 0 & 6L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6L & 0 & 6L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6L & 6L \end{bmatrix} \quad (C.6)$$

$$[K22] = \begin{bmatrix} (4+a)L^2 & (2-a)L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (2-a)L^2 & 2(4+a)L^2 & (2-a)L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (2-a)L^2 & 2(4+a)L^2 & -12 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & (4+a)L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (4+a)L^2 & (2-a)L^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (2-a)L^2 & 2(4+a)L^2 & (2-a)L^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (2-a)L^2 & 2(4+a)L^2 & (2-a)L^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (2-a)L^2 & (4+a)L^2 \end{bmatrix} \quad (C.7)$$

A estrutura da matriz de massa dos elementos de eixo com densidade ρ , área de seção transversal A e comprimento L é dada por:

$$[M_e] = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} [M_{e11}] & [M_{e12}] \\ [M_{e21}] & [M_{e22}] \end{bmatrix} \quad (\text{C.8})$$

onde

$$[M_{e11}] = \begin{bmatrix} 156 & 54 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 54 & 312 & 54 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 312 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 156 & 54 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 54 & 312 & 54 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 54 & 312 & 54 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 54 & 156 \end{bmatrix} \quad (\text{C.9})$$

$$[M_{e12}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 22L & 13L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -13L & 0 & 13L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -13L & 0 & 13L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -13L & 22L \\ 22L & -13L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 13L & 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 13L & 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13L & 22L & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.10})$$

$$[M_{e21}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 22L & 13L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -13L & 0 & 13L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -13L & 0 & 13L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -13L & 22L \\ 22L & -13L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 13L & 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 13L & 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13L & 22L & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.11})$$

$$[M_e^{22}] = \begin{bmatrix} 4L^2 & 3L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3L^2 & 8L^2 & 3L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3L^2 & 8L^2 & 3L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3L^2 & 4L^2 & 3L^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3L^2 & 4L^2 & 3L^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3L^2 & 8L^2 & 3L^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3L^2 & 8L^2 & 3L^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3L^2 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{C.12})$$

A estrutura da matriz de inércia dos elementos de eixo é dada por:

$$[M_s] = \frac{\rho I_e}{30L} \begin{bmatrix} [M_s^{11}] & [M_s^{12}] \\ [M_s^{21}] & [M_s^{22}] \end{bmatrix} \quad (\text{C.13})$$

onde

$$[M_s^{11}] = \begin{bmatrix} 36 & -36 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -36 & 72 & -36 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & 72 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 36 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 36 & -36 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -36 & 72 & -36 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -36 & 72 & -36 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -36 & 36 \end{bmatrix} \quad (\text{C.14})$$

$$[M_s^{12}] = \begin{bmatrix} -3L & -3L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3L & 0 & -3L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & 0 & -3L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3L & 3L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3L & -3L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3L & 0 & -3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3L & 0 & -3L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3L & 3L \end{bmatrix} \quad (\text{C.15})$$

$$[M_{s21}] = \begin{bmatrix} -3L & 3L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3L & 0 & 3L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3L & 0 & 3L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3L & 3L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3L & 3L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3L & 0 & 3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3L & 0 & 3L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3L & 3L \end{bmatrix} \quad (\text{C.16})$$

$$[M_{s22}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 4L^2 & -L^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -L^2 & 8L^2 & -L^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -L^2 & 8L^2 & -L^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -L^2 & 4L^2 \\ 4L^2 & -L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -L^2 & 8L^2 & -L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -L^2 & 8L^2 & -L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -L^2 & 4L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.17})$$

A estrutura da matriz de efeito giroscópico dos elementos do eixo é dada por:

$$[M_R] = \frac{\rho I_e \omega}{15L} \begin{bmatrix} [M_{R11}] & [M_{R12}] \\ [M_{R21}] & [M_{R22}] \end{bmatrix} \quad (\text{C.18})$$

onde

$$[M_{R11}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 36 & -36 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -36 & 72 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -36 & 72 & -36 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -36 & 36 \\ 36 & -36 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -36 & 72 & -36 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & 72 & -36 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -36 & 36 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.19})$$

$$[M_{R12}] = \begin{bmatrix} -3L & -3L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3L & 0 & -3L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & 0 & -3L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3L & 3L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3L & -3L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3L & 0 & -3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3L & 0 & -3L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3L & 3L \end{bmatrix} \quad (\text{C.20})$$

$$[M_{R12}] = \begin{bmatrix} 3L & -3L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3L & 0 & -3L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & 0 & -3L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3L & -3L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3L & -3L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3L & 0 & -3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3L & 0 & -3L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3L & -3L \end{bmatrix} \quad (\text{C.21})$$

$$[M_{R22}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -4L^2 & L^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L^2 & -8L^2 & L^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L^2 & -8L^2 & L^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L^2 & -4L^2 \\ 4L^2 & -L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -L^2 & 8L^2 & -L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -L^2 & 8L^2 & -L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -L^2 & 4L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.22})$$