



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Faculdade de Engenharia Mecânica

CARLOS ALBERTO ALVES VIANA

**ANÁLISE LINEAR E NÃO-LINEAR DO
COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM
ROTOR COM MANCAIS
HIDRODINÂMICOS MULTI-LOBULARES**

CAMPINAS
2021

CARLOS ALBERTO ALVES VIANA

**ANÁLISE LINEAR E NÃO-LINEAR DO
COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM
ROTOR COM MANCAIS
HIDRODINÂMICOS MULTI-LOBULARES**

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Orientador: Prof. Dr. Tiago Henrique Machado
Coorientador: Dr. Diogo Stuani Alves

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO ALUNO CARLOS ALBERTO ALVES VIANA E ORIENTADO PELO PROF. DR. TIAGO HENRIQUE MACHADO

CAMPINAS
2021

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

V654a Viana, Carlos Alberto Alves, 1994-
Análise linear e não-Linear do comportamento dinâmico de um rotor com mancais hidrodinâmicos multi-lobulares / Carlos Alberto Alves Viana. – Campinas, SP : [s.n.], 2021.

Orientador: Tiago Henrique Machado.
Coorientador: Diogo Stuani Alves.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Rotores - Dinâmica. 2. Dinâmica das máquinas. 3. Mancais. 4. Lubrificação e lubrificantes. 5. Dinâmica não-linear. I. Machado, Tiago Henrique, 1986-. II. Alves, Diogo Stuani, 1986-. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. IV. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Linear and nonlinear analysis of the dynamic behavior of a rotor using multi-lobe journal bearings

Palavras-chave em inglês:

Rotordynamics

Machine dynamics

Journal bearings

Lubrication and lubricants

Nonlinear dynamics

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Tiago Henrique Machado [Orientador]

Tobias Souza Morais

Rodrigo Nicoletti

Data de defesa: 27-07-2021

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)

- ORCID do autor: <https://orcid.org/0000-0003-3719-8877>

- Currículo Lattes do autor: <http://lattes.cnpq.br/1522947450375620>

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

**ANÁLISE LINEAR E NÃO-LINEAR DO
COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM
ROTOR COM MANCAIS
HIDRODINÂMICOS MULTI-LOBULARES**

Autor: Carlos Alberto Alves Viana

Orientador: Prof. Dr. Tiago Henrique Machado

Coorientador: Dr. Diogo Stuani Alves

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:

**Prof. Dr. Tiago Henrique Machado, Presidente
DSI/FEM/UNICAMP**

**Prof. Dr. Tobias Souza Morais
FEMEC/UFU**

**Prof. Dr. Rodrigo Nicoletti
SEM/EESC/USP**

A Ata de Defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no SIGA/Sistema de Fluxo de Dissertação/Tese e na Secretaria do Programa da Unidade.

Campinas, 27 de julho de 2021.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a meus pais, Benedito e Ludevina.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho é fruto de uma vontade que sempre foi compartilhada, tendo muita fé envolvida e não poderia ter sido concluído sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem e sincero agradecimento:

Aos meus pais, por nunca deixarem que faltasse nada para os meus sonhos se tornarem possíveis. Este foi um deles.

A toda minha família, pelo apoio, inspiração, convivência e amor em todos os momentos da minha vida.

Ao amigo e irmão Gustavo, em especial, pela ligação, que fez com que tudo isso acontecesse.

Ao professor Tiago, pela oportunidade de realização do mestrado e orientação ao longo desses anos.

Ao Diogo, pela orientação, parceria, aprendizado e ajuda na realização do trabalho.

Aos grandes amigos que tenho o prazer de ter nessa caminhada chamada vida, que sempre me incentivaram a continuar buscando meus objetivos, sempre com amizade verdadeira e alegria.

Aos colegas de LAMAR, alunos e professores, por toda a recepção, acolhimento, assim como pela convivência maravilhosa que foi construída todos os dias.

Aos integrantes da república mais amada de Barão Geraldo, por terem sido a minha família nesses anos, por todos os sons que fizemos e as histórias que foram escritas.

A todos colaboradores da Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP, que possibilitaram a realização da pesquisa e conclusão deste trabalho. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

“Sonhe. Voar é apenas um detalhe.”

Rafael Constant

RESUMO

Máquinas rotativas possuem um papel fundamental na história da evolução industrial, por permitirem alcançar, cada vez mais, níveis produtivos esperados para o suprimento global. Com a necessidade crescente por projetos com cargas e velocidades substancialmente maiores, falhas de natureza vibratória motivaram a criação de áreas de pesquisas e necessidade por pessoal capacitado. Um dos nichos de pesquisa, nesse sentido, é em relação aos componentes das máquinas, como por exemplo, os mancais hidrodinâmicos, sendo os elementos intermediários de transmissão de vibração entre as partes fixas e móveis do rotor. Para a modelagem matemática da dinâmica dos mancais hidrodinâmicos, tradicionalmente são utilizados modelos lineares. No entanto, os mancais hidrodinâmicos podem apresentar uma natureza altamente não-linear, dependendo da condição de operação analisada. Diversas configurações de mancais foram desenvolvidas ao longo do tempo, sendo os mancais cilíndricos os que apresentam maior instabilidade quando em altas rotações ou baixas cargas. Como solução, outras geometrias foram projetadas, postergando a região de instabilidade para faixas de rotação maiores, como no caso dos mancais multi-lobulares - elípticos e trilobulares. Dessa forma, este trabalho propõe um estudo do comportamento dinâmico de um sistema rotativo apoiado em mancais hidrodinâmicos elípticos e trilobulares, sob carregamento severo, variando-se o parâmetro de pré-carga e comparando os modelos linear e não-linear. Em um primeiro momento, o comportamento do rotor é avaliado no domínio do tempo, através do cálculo das órbitas dos mancais. Em seguida, os resultados são avaliados no domínio da frequência para visualização das componentes harmônicas do sinal. Finalmente, é conduzida a análise do rotor em condição de aceleração constante para verificação das passagens pela 1ª velocidade crítica e pela instabilidade fluido-induzida. Este conjunto de análises realizadas possibilitou um entendimento melhor dos efeitos não-lineares em mancais hidrodinâmicos multi-lobulares e, conseqüentemente, no comportamento dinâmico do sistema rotativo. A caracterização dos resultados, contrastados pelo emprego dos modelos linear e não-linear, evidenciou diferenças significativas nos casos analisados, de maneira a contribuir quanto à escolha do modelo que melhor represente o sistema mecânico em determinada situação, seja em fase de projeto, teste ou operação.

Palavras-Chave: Dinâmica de Rotores, Mancais Hidrodinâmicos, Lubrificação Hidrodinâmica, Não-linearidades, Mancais Elípticos, Mancais Trilobulares.

ABSTRACT

Rotating machines play a fundamental role in the history of industrial development, as they have enabled significant growth of expected production levels. Despite the need for projects with substantially higher loads and speeds, faults caused by vibrational phenomena motivated the rise for new research areas and skilled workers. In this way, one of these research fields is related to components that make up machines, such as hydrodynamic bearings, being they intermediate elements of vibration's transmission between fixed and mobile parts of the rotor. For mathematical modelling of hydrodynamic bearings, linear models are often used. However, this type of bearing may have a highly nonlinear nature, depending on the operating condition analyzed. Several bearing configurations have been developed over time, in which the cylindrical one is more prone to fluid-induced instability when operating at high speeds or supporting low loads. As a solution, other geometries were designed, postponing the instability threshold to higher rotating speeds, like in multi-lobed bearings - elliptical and three-lobed. Therefore, this work proposes to study the dynamic behavior of a rotating system supported by elliptical and three-lobed hydrodynamic bearings under severe loading conditions, changing the preload parameter and comparing linear and nonlinear models. At first, the rotor behavior is evaluated in the time domain, through the calculation of the bearing orbits. Then, the results are evaluated in the frequency domain in order to visualize the harmonic components of the signal. Finally, to verify the passages through the 1st critical speed and fluid-induced instability, an analysis is conducted simulating the rotor in a constant acceleration condition. This set of analyzes enabled a better understanding of the nonlinear effects in multi-lobed hydrodynamic bearings and, consequently, the dynamic behavior of the rotating system. The characterization of the results, contrasted by the use of linear and nonlinear models, showed significant differences in the analyzed cases, helping to choose the model that best represents the mechanical system in a given situation, whether in the design phase, test or operation.

Keywords: Rotordynamics, Journal Bearings, Hydrodynamic Lubrication, Nonlinearities, Elliptical Bearings, Three-lobe Bearings.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|---|----|
| Figura 3.1: Cisalhamento do filme de óleo, com sapata paralela..... | 32 |
| Figura 3.2: Cisalhamento do filme de óleo, com sapata inclinada..... | 32 |
| Figura 3.3: Variação do atrito com a velocidade relativa, nos regimes de lubrificação | 34 |
| Figura 3.4: Escoamento discretizado de um fluido em uma coluna de lubrificante | 36 |
| Figura 3.5: Forças atuantes no elemento fluido discretizado | 39 |
| Figura 3.6: Posições do eixo no interior do mancal - (a) repouso, (b) partida, (c) operação | 42 |
| Figura 3.7: Geometria do mancal hidrodinâmico radial | 42 |
| Figura 3.8: Forças atuantes no eixo, nos referenciais inercial e móvel..... | 43 |
| Figura 3.9: Curva de equilíbrio estático do eixo no mancal..... | 44 |
| Figura 3.10: Representação do fluido por conjunto de molas e amortecedores..... | 45 |
| Figura 3.11: Perturbações finitas sendo aplicadas na posição de equilíbrio | 46 |
| Figura 3.12: Outros tipos de mancais radiais pré-carregados | 47 |
| Figura 3.13: Geometria do mancal elíptico | 48 |
| Figura 3.14: Posicionamento do eixo fora do centro, no mancal elíptico..... | 49 |
| Figura 3.15: Geometria do mancal trilobular | 50 |
| Figura 3.16: Posicionamento do eixo fora do centro, no mancal trilobular | 51 |
| Figura 3.17: Diagrama de vibração em cascata, de um rotor experimental. (MUSZYNSKA, 1986)..... | 53 |
| Figura 3.18: Deslocamentos da massa para um rotor simulado em desaceleração. (CASTRO, 2007)..... | 54 |
| Figura 3.19: Esquema de um sistema rotativo básico | 55 |
| Figura 3.20: Comparação entre o movimento circular uniforme e uniformemente variado.... | 59 |
| Figura 3.21: Massa de desbalanceamento | 59 |
| Figura 3.22: Sequência de processamento do sinal utilizando a “ <i>FFT half spectrum</i> ”. (Adaptado de Goldman & Muszynska, 1999)..... | 62 |
| Figura 3.23: Sequência para obtenção do “ <i>full spectrum</i> ”. (Adaptado de Goldman & Muszynska, 1999) | 63 |
| Figura 3.24: Diferentes tempos de referência para definição da função janela. (Adaptado de Raza, 2012)..... | 64 |
| Figura 4.1: Fluxos mássicos em um subdomínio, com duas dimensões (x,y) | 67 |

| | |
|--|-----|
| Figura 4.2: Volume finito (i,j) destacado na malha..... | 69 |
| Figura 4.3: Inserção das matrizes elementares para composição da matriz global..... | 76 |
| Figura 4.4: Fluxograma para obtenção do vetor de respostas após integração numérica | 77 |
| Figura 4.5: Fluxograma do integrador Newmark implementado | 81 |
| Figura 5.1: Esquema da divisão em elementos finitos do rotor simulado (fora de escala, para melhor visualização) | 84 |
| Figura 5.2: Resposta em frequência do sistema, com ênfase na primeira velocidade crítica . | 85 |
| Figura 5.3: Órbitas no mancal 1 - elíptico com pré-carga 0,25. Zoom na rotação de 15Hz ... | 87 |
| Figura 5.4: Órbitas no disco – mancal elíptico com pré-carga 0,25..... | 87 |
| Figura 5.5: Órbitas no mancal 1 - elíptico com pré-carga 0,8. Zoom na rotação de 15Hz | 88 |
| Figura 5.6: Órbitas no disco – mancal elíptico com pré-carga 0,8..... | 89 |
| Figura 5.7: Órbitas no mancal 1 - trilobular com pré-carga 0,25. Zoom na rotação de 15Hz | 90 |
| Figura 5.8: Órbitas no disco – mancal trilobular com pré-carga 0,25..... | 90 |
| Figura 5.9: Órbitas no mancal 1 - trilobular com pré-carga 0,8. Zoom na rotação de 15Hz .. | 91 |
| Figura 5.10: Órbitas no disco – mancal trilobular com pré-carga 0,8..... | 91 |
| Figura 5.11: DFT no mancal 1 – elíptico com pré-carga 0,25: (a) linear, (b) não-linear..... | 93 |
| Figura 5.12: DFT no disco – elíptico com pré-carga 0,25: (a) linear, (b) não-linear..... | 94 |
| Figura 5.13: DFT no mancal 1 – elíptico com pré-carga 0,8: (a) linear, (b) não-linear..... | 95 |
| Figura 5.14: DFT no disco – elíptico com pré-carga 0,8: (a) linear, (b) não-linear..... | 96 |
| Figura 5.15: DFT no mancal 1 – trilobular com pré-carga 0,25: (a) linear, (b) não-linear..... | 97 |
| Figura 5.16: DFT no disco – trilobular com pré-carga 0,25: (a) linear, (b) não-linear..... | 98 |
| Figura 5.17: DFT no mancal 1 – trilobular com pré-carga 0,8: (a) linear, (b) não-linear..... | 99 |
| Figura 5.18: DFT no disco – trilobular com pré-carga 0,8: (a) linear, (b) não-linear..... | 100 |
| Figura 5.19: Resposta no tempo da simulação run-up – Velocidade Crítica – Mancal Elíptico com pré-carga 0,25: (a) linear, (b) não-linear | 102 |
| Figura 5.20: Resposta no tempo da simulação run-up – Velocidade Crítica – Mancal Elíptico com pré-carga 0,8: (a) linear, (b) não-linear | 103 |
| Figura 5.21: Resposta no tempo da simulação run-up – Velocidade Crítica – Mancal Trilobular com pré-carga 0,25: (a) linear, (b) não-linear | 104 |
| Figura 5.22: Resposta no tempo da simulação run-up – Velocidade Crítica – Mancal Trilobular com pré-carga 0,8: (a) linear, (b) não-linear | 105 |
| Figura 5.23: Resposta no tempo da simulação run-up – Instabilidade Fluido-Induzida – Mancal Elíptico com pré-carga 0,25: (a) linear, (b) não-linear..... | 107 |

| | |
|---|-----|
| Figura 5.24: STFT no Mancal 1 – Instabilidade Fluido-Induzida – Linear – Mancal Elíptico com pré-carga 0,25: (a) intervalo total, (b) intervalo estável, (c) intervalo instável | 108 |
| Figura 5.25: STFT no Mancal 1 – Instabilidade Fluido-Induzida – Não-Linear – Mancal Elíptico com pré-carga 0,25: (a) intervalo total, (b) intervalo estável, (c) intervalo instável | 108 |
| Figura 5.26: Análise Não-Linear em rotação fixa de 75 Hz no Mancal 1 – Mancal Elíptico com pré-carga 0,25: (a) órbita, (b) DFT Full Spectrum | 109 |
| Figura 5.27: Análise Não-Linear em rotação fixa de 110 Hz no Mancal 1 – Mancal Elíptico com pré-carga 0,25: (a) órbita, (b) DFT Full Spectrum | 110 |
| Figura 5.28: Resposta no tempo da simulação run-up – Instabilidade Fluido-Induzida – Mancal Trilobular com pré-carga 0,25: (a) linear, (b) não-linear | 110 |
| Figura 5.29: STFT no Mancal 1 – Instabilidade Fluido-Induzida – Linear – Mancal Trilobular com pré-carga 0,25: (a) intervalo total, (b) intervalo estável, (c) intervalo instável | 111 |
| Figura 5.30: STFT no Mancal 1 - Instabilidade Fluido-Induzida - Não-Linear – Mancal Trilobular com pré-carga 0,25: (a) intervalo total, (b) intervalo estável, (c) intervalo instável | 112 |
| Figura 5.31: Análise Não-Linear em rotação fixa de 68 Hz no Mancal 1 – Mancal Trilobular com pré-carga 0,25: (a) órbita, (b) DFT Full Spectrum..... | 113 |
| Figura 5.32: Análise Não-Linear em rotação fixa de 110 Hz no Mancal 1 – Mancal Trilobular com pré-carga 0,25: (a) órbita, (b) DFT Full Spectrum..... | 114 |
| Figura 5.33: Resposta no tempo da simulação run-up – Mancal Trilobular com pré-carga 0,25 – Modelo Não-Linear – Sem força externa no disco - $\beta = 1,5 \times 10^{-4}$ | 114 |
| Figura 5.34: Resposta no tempo da simulação run-up – Mancal Trilobular com pré-carga 0,25 – Modelo Não-Linear – Sem força externa no disco - $\beta = 1,5 \times 10^{-3}$ | 115 |
| Figura 5.35: Resposta no tempo da simulação run-up – Mancal Trilobular com pré-carga 0,25 – Modelo Não-Linear - Sem força externa - Desbalanceamento gradual - $\beta = 1,5 \times 10^{-4}$. .. | 116 |
| Figura 5.36: Órbitas no mancal 1 – Mancal trilobular com pré-carga 0,25 – Modelo Linear - $\beta = 1,5 \times 10^{-4}$: (a) 100 Hz, (b) 150 Hz, (c) 200 Hz, (d) 250 Hz, (e) 300 Hz, (f) 350 Hz.... | 116 |
| Figura 5.37: Órbitas no mancal 1 – Mancal trilobular com pré-carga 0,25 – Modelo Linear - $\beta = 1,5 \times 10^{-3}$: (a) 100 Hz, (b) 150 Hz, (c) 200 Hz, (d) 250 Hz, (e) 300 Hz, (f) 350 Hz.... | 117 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|-----|
| Tabela 5.1: Dados do modelo de elementos finitos | 84 |
| Tabela 5.2: Magnitude dos picos mais relevantes da Figura (5.11) – elíptico (pré-carga 0,25) | 93 |
| Tabela 5.3: Magnitude dos picos mais relevantes da Figura (5.12) – elíptico (pré-carga 0,25) | 94 |
| Tabela 5.4: Magnitude dos picos mais relevantes da Figura (5.13) – elíptico (pré-carga 0,8) | 95 |
| Tabela 5.5: Magnitude dos picos mais relevantes da Figura (5.14) – elíptico (pré-carga 0,8) | 96 |
| Tabela 5.6: Magnitude dos picos mais relevantes da Figura (5.15) – trilobular (pré-carga 0,25) | 97 |
| Tabela 5.7: Magnitude dos picos mais relevantes da Figura (5.16) – trilobular (pré-carga 0,25) | 98 |
| Tabela 5.8: Magnitude dos picos mais relevantes da Figura (5.17) – trilobular (pré-carga 0,8) | 99 |
| Tabela 5.9: Magnitude dos picos mais relevantes da Figura (5.18) – trilobular (pré-carga 0,8) | 100 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

a.C – Antes de Cristo.

IS – “*Infinately short approximation*” (Aproximação infinitamente pequena).

IScor – “*Infinately short approximation with polynomial correction*” (Aproximação infinitamente pequena com correção polinomial).

FDM – “*Finite Difference Method*” (Método de Diferenças Finitas).

FEM – “*Finite Element Method*” (Método de Elementos Finitos).

DFT – “*Discrete Fourier Transform*” (Transformada Discreta de Fourier).

FFT – “*Fast Fourier Transform*” (Transformada Rápida de Fourier).

STFT – “*Short-Time Fourier Transform*” (Transformada de Fourier de Tempo Curto).

FRD – Função de resposta ao desbalanceamento.

SUMÁRIO

| | | |
|-----------|---|-----------|
| 1. | INTRODUÇÃO | 17 |
| 1.1 | HISTÓRIA DAS MÁQUINAS ROTATIVAS | 17 |
| 1.2 | MANCAIS HIDRODINÂMICOS | 18 |
| 1.3 | ESCOPO DO TRABALHO | 20 |
| 2. | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 22 |
| 2.1 | DESENVOLVIMENTO DAS CIÊNCIAS ELEMENTARES | 22 |
| 2.2 | DESENVOLVIMENTO DA DINÂMICA DE ROTORES | 23 |
| 2.3 | DESENVOLVIMENTO DA LUBRIFICAÇÃO HIDRODINÂMICA | 25 |
| 2.4 | NÃO-LINEARIDADES EM MÁQUINAS ROTATIVAS | 28 |
| 2.5 | CONTRIBUIÇÕES CONTEMPORÂNEAS | 29 |
| 3. | MODELAGEM TEÓRICA | 31 |
| 3.1 | TEORIA DA LUBRIFICAÇÃO HIDRODINÂMICA | 31 |
| 3.2 | TIPOS GERAIS DE LUBRIFICAÇÃO | 33 |
| 3.3 | EQUAÇÃO DE REYNOLDS | 35 |
| 3.3.1 | Equação de Reynolds com carregamento dinâmico | 36 |
| 3.3.2 | Equação de Reynolds com carregamento estático | 41 |
| 3.4 | MANCAIS RADIAIS | 41 |
| 3.4.1 | Coefficientes de Rigidez e Amortecimento | 45 |
| 3.4.2 | Outras geometrias de Mancais Radiais | 47 |
| 3.4.2.1 | Mancal Elíptico | 48 |
| 3.4.2.2 | Mancal Trilobular | 50 |
| 3.5 | INSTABILIDADE EM MANCAIS HIDRODINÂMICOS | 52 |
| 3.6 | MODELAGEM DO SISTEMA ROTATIVO | 55 |
| 3.7 | CONDIÇÃO DE PARTIDA ACELERADA DE UM ROTOR | 58 |
| 3.8 | ANÁLISE EM FREQUÊNCIA DO SINAL TEMPORAL | 61 |
| 3.8.1 | <i>DFT</i> – Transformada Discreta de Fourier (“Full Spectrum”) | 61 |
| 3.8.2 | <i>STFT</i> – Transformada de Fourier de Tempo Curto | 64 |
| 4. | MÉTODO NUMÉRICO | 66 |
| 4.1 | MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS | 66 |
| 4.2 | FORÇAS HIDRODINÂMICAS E COEFICIENTES HIDRODINÂMICOS | 74 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 4.3 | MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS | 75 |
| 4.4 | MÉTODO DE NEWMARK | 78 |
| 5. | RESULTADOS E DISCUSSÕES | 83 |
| 5.1 | DESCRIÇÃO DO SISTEMA ROTATIVO | 83 |
| 5.2 | RESULTADOS NUMÉRICOS DAS ÓRBITAS | 86 |
| 5.3 | RESULTADOS DAS ÓRBITAS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA | 92 |
| 5.4 | RESULTADOS DA PARTIDA ACELERADA (“ <i>run-up</i> ”) | 101 |
| 5.4.1 | Velocidade crítica | 101 |
| 5.4.2 | Instabilidade Fluido-Induzida | 105 |
| 6. | CONCLUSÕES | 119 |
| 7. | SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS..... | 122 |
| | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 123 |

1 INTRODUÇÃO

1.1 HISTÓRIA DAS MÁQUINAS ROTATIVAS

O papel mais importante da engenharia, sem dúvidas, sempre foi o de facilitar a vida e a convivência do homem em natureza e sociedade. Grandes adventos como construções, automóveis, maquinários, equipamentos e dispositivos mecânicos, exemplificam as categorias de algumas das invenções e desenvolvimentos que trazem benefícios e, conseqüentemente, mais qualidade de vida para as pessoas.

Um grande marco na história foi a chamada “Revolução Industrial”, período que trouxe inúmeros avanços científicos e tecnológicos, resultantes de uma demanda de substituição do trabalho braçal por maquinários. Com a utilização de máquinas a vapor, máquinas de tecelagem, timbragem, moagem entre outras, seria possível alcançar os níveis produtivos esperados para o suprimento global.

Desde então, houve uma necessidade cada vez maior por projetos de equipamentos que operem com cargas e velocidades de rotação substancialmente maiores, surgindo mais falhas de natureza vibratória. Os problemas, naturalmente inerentes ao descobrimento e operação dos maquinários, deram base para as pesquisas e análises com o intuito de compreender o comportamento dos fenômenos tipicamente observados, dando origem a área de estudo conhecida como dinâmica de rotores. Neste contexto, aumentou-se a produção científica nesta área, entendendo-se que o estudo dos componentes individuais dos rotores - mediante criação e refinamento de modelos, inclusão de efeitos, com uma precisão mais exata do sistema rotativo, era necessário para o conhecimento dos efeitos vibracionais indesejáveis.

De maneira crescente, a indústria continua procurando por maior potência, menor peso, maiores velocidades e maior confiabilidade neste tipo de equipamento, buscando soluções economicamente viáveis, sabendo que, paradas para manutenções imprevistas podem acarretar em grandes perdas financeiras. O meio industrial, tem a particularidade de abranger as máquinas rotativas em quase todos os setores - petrolífero, químico, de manufatura, de transporte, aeroespacial, entre outros, apresentando um papel vital nas suas operações. Também, as máquinas rotativas estão presentes nas mais variadas configurações, com diferentes objetivos, podendo alterar o estado de trabalho de fluidos (bombas e compressores), extrair energia (turbinas) e criar propulsão (hélices).

Nas plantas de geração de energia, na maior parte da produção energética, utilizam-se turbinas a gás, vapor e hidráulicas. Centrais nucleares e usinas de carvão utilizam turbinas a vapor para a extração de energia. Nos últimos anos, a produção por turbinas eólicas aumentou dramaticamente, tendo sido projetadas máquinas de até 6 MW com rotores de 130 metros de diâmetro. Nas usinas hidrelétricas, é possível encontrar turbinas a água com corredores de 10 metros de diâmetro, que evidentemente demandam atenção especial nas etapas de projeto, operação, manutenção e monitoramento.

No setor de transportes, os rotores apresentam papel igualmente importante. Para o transporte aéreo, o conjunto de hélices, compressores e turbinas compõem a maioria dos sistemas das aeronaves comerciais. Sendo o combustível uma variável de custo que impacta diretamente a lucratividade das companhias aéreas e, com regulamentos sobre ruído e emissões cada vez mais rigorosos, existe cada vez mais uma necessidade por projetos de motores mais limpos, silenciosos e com menor consumo de combustível.

Cada tipo de máquina rotativa possui os seus desafios particulares. Por exemplo, turbinas a gás apresentam recorrentes problemas de arrefecimento devido às altas temperaturas. Cavitação é um problema comum em bombas. O comportamento não ideal dos gases, em turbinas a vapor e compressores, deve ser levado em consideração para análise dos estados termodinâmicos. Nas hélices um desafio enfrentado é o ruído. Em turbinas hidráulicas, os fenômenos de instabilidade transitória em larga escala (conhecidos como “cabos de vórtice”) podem ocorrer em determinadas condições de operação. Dessa maneira, considerações devem ser feitas nos modelos para se atingir simulações precisas do comportamento real da máquina.

Por esse motivo, fica evidente a necessidade de pesquisas, e pesquisadores capacitados, para construção de um, cada vez mais, amplo e atualizado conhecimento do conjunto de fenômenos ligados às máquinas rotativas. E, mais significativamente, em relação aos componentes das máquinas, como os de interface entre partes fixas e móveis, como se configuram os mancais hidrodinâmicos.

1.2 MANCAIS HIDRODINÂMICOS

Os mancais hidrodinâmicos acomodam em seu interior o eixo e, portanto, são os componentes intermediários entre a estrutura de suporte e o rotor. A dinâmica do mancal é regida pelas zonas de sustentação, que transmitem as vibrações de uma parte a outra. As características dinâmicas do rotor são altamente influenciadas pelas propriedades dos mancais,

de modo que os fenômenos de instabilidade tendem a aparecer em altas velocidades de rotação, devido ao efeito cruzado das propriedades dinâmicas de rigidez e amortecimento (efeito “*cross-coupling*”).

Uma das formas mais tradicionais de representar a dinâmica dos mancais hidrodinâmicos é através do emprego de coeficientes equivalentes de rigidez e amortecimento. Para a obtenção destes coeficientes é necessário realizar um processo de linearização das forças hidrodinâmicas, em torno do ponto equilíbrio do eixo na folga radial do mancal. Os mancais hidrodinâmicos, no entanto, podem apresentar uma natureza altamente não linear, dependendo da condição de operação analisada. Assim, nessas condições, a utilização dos coeficientes lineares de rigidez e amortecimento para analisar a resposta dinâmica do rotor pode gerar resultados que não condizem com a condição real apresentada pela máquina.

Quando o sistema analisado apresenta condições altamente não lineares, novos fenômenos podem se desenvolver, relacionados à presença de subharmônicas, superharmônicas ou ainda vibrações caóticas. Uma das situações muito comuns em que o rotor apresenta comportamento não linear é quando esse atinge a chamada instabilidade fluido induzida. Sendo assim, uma análise no domínio do tempo, considerando as não linearidades provenientes das forças hidrodinâmicas, torna-se necessária para o correto entendimento dos fenômenos associados ao movimento do rotor.

Para a solução dinâmica do sistema rotativo no domínio do tempo, incluindo as não linearidades das forças hidrodinâmicas, a equação de movimento deve ser resolvida simultaneamente com a Equação de Reynolds para cada instante de tempo, e, se tratando de uma equação diferencial que não possui solução analítica completa, existe um alto custo computacional envolvido no processo. Por isso, soluções analíticas simplificadas, reduções de modelo, regressões lineares e outros métodos estão sendo sempre discutidos como forma de contornar o problema do alto tempo de processamento.

Dentre as diversas configurações de mancais hidrodinâmicos, existem as de geometria fixa, sendo o caso mais comum o mancal cilíndrico. Existem também os mancais de geometria variável, conhecidos como mancais de sapatas oscilantes, do inglês ‘*tilting pad bearings*’. Embora os mancais de geometria variável tragam benefícios com relação a estabilidade do sistema, a perda de potência devido aos efeitos viscosos é mais acentuada e seu custo mais elevado inviabiliza sua aplicação em muitos casos. Desta forma, o foco deste trabalho será nos mancais de geometria fixa.

Ao longo da história, foram desenvolvidos vários tipos de geometria fixa, sendo os mancais cilíndricos os que apresentam maior instabilidade quando em altas rotações ou baixas cargas. Para contornar esse problema, investigações acerca dos parâmetros geométricos concluíram que o aumento da elipticidade tende a pré-carregar os segmentos e estabilizar o mancal, postergando a região de instabilidade para faixas de rotação maiores.

Nesse sentido, os mancais hidrodinâmicos lobulados são uma alternativa para o aumento da estabilidade do rotor. O mancal elíptico é formado por dois arcos circulares, cujos centros estão localizados na mesma linha. Os mancais trilobulares consistem essencialmente em três lóbulos excêntricos, estando o centro de cada lóbulo igualmente distanciado (distância esta chamada de elipticidade do centro do mancal), produzindo na maioria dos casos três cunhas de pressão hidrodinâmica.

1.3 ESCOPO DO TRABALHO

Os mancais escolhidos para a análise foram os elípticos e trilobulares, variando-se, a nível comparativo, o parâmetro geométrico de pré-carga. Além disso, os mancais modelados contêm uma condição imposta de descontinuidade geométrica, sendo para isso introduzidas ranhuras axiais, que são comuns nos componentes reais, servindo como canais de alimentação para o fluxo de óleo lubrificante.

A implementação numérica, deu-se pelo desenvolvimento de um algoritmo de simulação, em linguagem *Fortran*[®], com visualização gráfica gerada no software *Matlab*[®]. As sub-rotinas utilizam o método dos Volume Finitos para obtenção do campo de pressão gerado no interior do mancal pelo lubrificante, para a solução da Equação de Reynolds, e o método dos Elementos Finitos para integração do sistema rotativo como um todo.

O trabalho está basicamente dividido em sete capítulos. Inicialmente, o Capítulo 2 deste trabalho reúne o resumo dos pontos centrais de diversas publicações que nortearam o desenvolvimento da teoria da lubrificação, dinâmica de rotores e das máquinas rotativas. Da mesma forma, alguns trabalhos foram colocados mostrando o estágio atual, com pesquisas recentes relacionadas a essas áreas de interesse.

O Capítulo 3 apresenta a modelagem matemática para descrever o comportamento do fluido lubrificante na folga radial do mancal hidrodinâmico, partindo das equações de Navier-Stokes e da equação da continuidade para demonstração da Equação de Reynolds, nos casos de carregamentos dinâmicos e estáticos. As forças hidrodinâmicas e coeficientes representativos

são explanados para os mancais radiais cilíndricos, elípticos e trilobulares. É realizada ainda, a modelagem teórica para o sistema rotativo como um todo. O caso de partida acelerada (“*run-up*”) também é descrito para indicar sua influência na força de desbalanceamento do sistema.

No Capítulo 4, os métodos numéricos de Volumes Finitos (para resolução completa da Equação de Reynolds) e de Elementos Finitos (para discretização e integração da resposta dinâmica do sistema rotativo) são mostrados, bem como a rotina para obtenção das forças hidrodinâmicas e coeficientes dinâmicos do mancal. Por fim, de maneira breve, o capítulo mostra também o integrador numérico utilizado de Newmark.

Os resultados obtidos nas simulações numéricas desenvolvidas em linguagem Fortran® são apresentados no Capítulo 5. Inicia-se com uma descrição do sistema rotativo analisado, dos mancais hidrodinâmicos e das condições de operação para cada caso. São realizadas as comparações entre as órbitas lineares e não lineares do eixo no interior do mancal e análise espectral total, no domínio da frequência. Também, são apresentados os resultados das condições de partida acelerada, discutindo-se as regiões de instabilidade visualizadas nas faixas de operação simuladas.

O Capítulo 6 apresenta as conclusões finais do trabalho, de modo a sintetizar os pontos mais importantes da investigação acerca dos objetivos propostos inicialmente.

E, finalmente, o Capítulo 7 contém as sugestões de trabalhos futuros para continuidade da linha de pesquisa apresentada, baseando-se nos resultados e conclusões, obtidos nos Capítulos 5 e 6.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 DESENVOLVIMENTO DAS CIÊNCIAS ELEMENTARES

Segundo Rao (2011), a humanidade tem usado a engenharia e o fenômeno da rotação em seu benefício desde os tempos pré-históricos. Nesse período, descobriu-se que uma seção de tronco de árvore podia ser movida sob a força da gravidade, devido à sua geometria circular. Se os galhos do tronco fossem removidos, a velocidade de rotação e conseqüentemente de transporte da carga, era maior.

Uma das primeiras ferramentas para transformação de energia, e sua conversão em energia mecânica para substituição da força humana e animal, foram os moinhos. A primeira descrição de uma roda d'água é datada de aproximadamente 31 a.C., feita por Vitruvius, um engenheiro romano, sendo usada em processos como moagem, esmagamento e fundição de implementos agrícolas.

Nos primórdios da Idade Média, a tecnologia era desenvolvida por artesãos, a passos lentos. A base de conhecimento existente não era suficiente para um entendimento unificado do movimento comportamental de sólidos e fluidos, sendo utilizado extensivamente o método de tentativa e erro. A situação mudou com o período do Renascimento, quando começaram a nascer contribuições significativas para o desenvolvimento científico, principalmente no que diz respeito às ciências de base como a física e a matemática.

Descobertas são creditadas a cientistas renomados, como Leonardo da Vinci (1452-1519) na área de mecânica dos sólidos, mecânica dos fluidos e projeto mecânico. Galileo Galilei (1564-1642), com o desenvolvimento da teoria de vigas, reconhecendo o Princípio do Trabalho Virtual como uma lei geral. Isaac Newton (1642-1727) contribuiu com os fundamentos do cálculo, possibilitando novas aplicações e novos métodos matemáticos para resolução de problemas, além do tratamento do conceito de aceleração e inércia na mecânica clássica e da Teoria da Gravitação Universal. Leonhard Euler (1707-1783) propôs as equações de Euler, que descrevem a conservação de momento e conservação de massa. Joseph Lagrange (1739-1813) transformou a mecânica Newtoniana, desenvolvendo a mecânica Lagrangiana com resultados do cálculo variacional. William Hamilton (1805-1865) formulou o princípio de Hamilton, em que a dinâmica de um sistema físico podia ser determinada baseado em uma única função, o Lagrangiano, contendo todas as informações relativas ao sistema e às forças atuantes sobre ele.

2.2 DESENVOLVIMENTO DA DINÂMICA DE ROTORES

Entre os anos de 1780 e 1850, a Inglaterra foi protagonista de um marco na história, conhecido como a Revolução Industrial. Até então, as máquinas a vapor existentes eram de movimento alternado, com baixa eficiência. James Watt (1736-1819), com pesquisas na área térmica, melhorou a eficiência das máquinas existentes, desenvolvendo mecanismos que transformavam o movimento alternado das máquinas térmicas em movimento rotativo. Dada a alta demanda por produção da época, esse foi um problema chave para o sucesso na automatização das máquinas industriais.

Com os crescentes avanços tecnológicos e aumento da potência associado ao volume unitário de maquinário, vários problemas de vibrações surgiram. De acordo com Goodwin (1992), os conhecimentos consolidados de cálculo aliados aos de mecânica do contínuo possibilitaram um rápido desenvolvimento da teoria de vibrações. Daniel Bernoulli contribuiu com resultados experimentais mostrando o Princípio da superposição, concluindo que a resposta de um sistema seria composta pela soma do seu conjunto de harmônicas simples. Rayleigh teria formalizado a ideia de funções normais, introduzida por Bernoulli, e apresentado os conceitos de forças e coordenadas generalizadas. Ainda, teria sistematizado as ideias de Ritz, com a energia e métodos aproximados em análise de vibrações, sem resolver equações diferenciais. Rayleigh apresentou uma correção para a vibração lateral devido à inércia rotatória e Timoshenko a correção devido à deformação de cisalhamento.

No final do século XIX, a teoria de vibrações já estava extensivamente difundida. Rankine estudou a rotação de eixos, assumindo erroneamente, dentre suas conclusões, que se a força centrífuga devido à deformação virtual do eixo fosse menor que a força restauradora elástica do eixo, não haveria movimento de precessão. Dessa maneira, o sistema se comportaria de maneira instável acima da velocidade crítica.

Na década seguinte, De Laval desenvolveu um separador de nata do leite, que funcionava na faixa de 6.000 a 10.000 RPM, rotação muito superior à de máquinas que usualmente operavam na faixa de 1.000 RPM. Tendo essa demanda por maiores faixas de rotação, ele desenvolveu a primeira turbina a vapor conhecida. Seu modelo de rotor, com eixo flexível, conseguia atingir rotações acima da velocidade crítica, contradizendo a conclusão feita por Rankine.

Várias investigações, tanto analíticas como experimentais, acerca de eixos mais complexos foram feitas. Durkenley encontrou a frequência natural, chamada de velocidade

crítica para um rotor com uma massa em diferentes configurações e geometrias de eixos, concluindo que as velocidades críticas de um eixo apoiado em mancais são iguais às frequências naturais de uma viga em vibração transversal.

A solução analítica para o problema de rotação foi dada por Foepl (1895), que explicou a resposta dinâmica do rotor proposto por De Laval, abaixo, durante e acima da velocidade crítica.

Jeffcott (1919) introduziu uma constante de amortecimento à análise feita por Foepl, para explicar a amplitude finita de vibração na velocidade crítica. Foi realizada uma análise matemática considerando uma força de amortecimento viscoso. O movimento de precessão elíptico satisfazia a equação de movimento e, durante a passagem pela velocidade crítica, havia a inversão da fase do desbalanceamento.

Nesta época, a indústria de turbinas vinha projetando máquinas para operar com cargas substancialmente mais altas e em velocidades acima da crítica, surgindo cada vez mais falhas devido a vibrações excessivas.

Newkirk (1924) publicou uma análise sobre o efeito conhecido como “*shaft whipping*”, condição de vibração instável em que o rotor é submetido a uma precessão com amplitude muito elevada e com frequência baixa, sendo possível a observação a olho nu. Dessa forma, chegou à conclusão de que o movimento era auto excitado, advindo do atrito interno na montagem do sistema e das forças dos mancais flexíveis.

Fatos mundiais, como a Primeira Guerra Mundial, fim da Segunda Guerra, a chamada Grande Depressão, fizeram com que no período de 1925 a 1945 houvesse pouco desenvolvimento científico dedicado para a área, visto o período ditatorial vivido pelos países europeus. Além disso, muito da modelagem analítica e de validações experimentais da teoria básica de rotores estava estabelecida, o que fez com que poucos trabalhos fossem publicados na época de 1920 a 1960.

Com o advento dos computadores, os métodos numéricos ficaram em maior evidência, sendo possível o aprimoramento no estudo de máquinas rotativas, devido à precisão de cálculo aliada à alta eficiência de processamento. No campo da mecânica dos sólidos, especialmente nas áreas de análise vibracional, estruturas e dinâmica de rotores, um método muito difundido foi o dos elementos finitos. Na área de máquinas rotativas, um dos primeiros trabalhos utilizando o método dos elementos finitos foi publicado por Ruhl e Booker (1972), aplicando o método a turbo máquinas suportadas por mancais flexíveis, calculando a estabilidade do sistema e resposta dinâmica ao desbalanceamento.

Seguindo com o aprimoramento nas análises, também nos métodos numéricos, Nelson e McVaugh (1976) apresentaram um modelo para um elemento de eixo rotativo finito, baseando-se no elemento de viga de Rayleigh. Efeitos como o momento giroscópico, inércia rotacional e carregamento axial foram inseridos. Nelson (1980) mostrou o desenvolvimento de um elemento finito de eixo baseado no elemento de viga de Timoshenko, considerando o efeito de cisalhamento transversal, calculando as velocidades críticas do sistema de maneira mais precisa.

Voltando um pouco no tempo, desde os resultados das análises de vibrações instáveis, mostrados por Newkirk e Taylor (1925), os pesquisadores da área de rotores já vinham tendo o consenso de que uma compreensão mais exata do sistema rotativo, com mais efeitos, só seria possível mediante o estudo dos componentes individuais da máquina, como por exemplo os mancais. Concluiu-se na época que os mancais eram elementos flexíveis, e não rígidos como se supunha usualmente. Para a análise dinâmica de rotores foi proposta a representação dos mancais como uma associação em série de molas e amortecedores, de forma a representar a flexibilidade e o amortecimento inerentes deste componente, feita por Stodola (1925).

2.3 DESENVOLVIMENTO DA LUBRIFICAÇÃO HIDRODINÂMICA

Ainda após a Revolução Industrial, no campo das máquinas rotativas, outro grande problema encontrado na interface entre os eixos e suportes da máquina era o do atrito, sendo um fator responsável por grandes perdas energéticas, desgastes, gerando por consequência elevados níveis de calor.

Os primeiros trabalhos relacionados à lubrificação hidrodinâmica, com o objetivo de solucionar o problema do atrito, foram feitos por três pesquisadores, que trabalharam independentemente – N.P. Petrov (1836-1920), B. Tower (1845-1904) e O. Reynolds (1842-1912). Eles resolveram os problemas fundamentais da hidrodinâmica, equacionando o comportamento do filme de óleo existente entre as partes móveis e fixas das máquinas, dando origem ao que se conhece hoje por Tribologia.

Petrov mostrou que a propriedade mais importante de um fluido relacionada ao atrito era a viscosidade, e não a densidade, como se imaginava na época. Ele concluiu também que o atrito encontrado em mancais lubrificados hidrodinamicamente não vinha da fricção das superfícies sólidas, mas sim do cisalhamento do filme de óleo.

Mediante várias tentativas falhas de Petrov de entender a capacidade de carga do mancal, Tower começou suas análises de fricção entre partes sólidas e fluidas, conduzindo uma série de experimentos sobre o atrito em mancais ferroviários. Entre os anos de 1883 e 1884, Tower (1883 e 1885) realizou a famosa série de experimentos em que descobriu a presença de pressões hidrodinâmicas no filme de óleo. Isso se deu mediante o teste com um furo no centro do mancal para averiguar o efeito do suprimento de fluido no local. Ao iniciar a rotação notou-se que o óleo era bombeado para fora do mancal. Para conter o escoamento, Tower inseriu uma rolha de cortiça e depois de madeira, mas ambas eram ejetadas. Como conclusão, ele entendeu que o fluido estava sob alta pressão. Com medidores de pressão na superfície do mancal, foi possível obter o perfil de pressão e, integrando sobre toda a superfície, Tower obteve como resultado finalmente a carga aplicada sobre o mancal.

Tanto Petrov como Tower chegaram aos seus resultados de maneira experimental, faltando, portanto, uma relação matemática para descrever e, de certa forma, prever o comportamento dos mancais. Reynolds (1886) publicou, pela primeira vez, a equação diferencial que representava a natureza da lubrificação, trazendo conceitos novos como o de folga radial. Desconhecendo-se a pressão do filme de óleo nas extremidades do mancal, uma limitação que ocorreu durante muito tempo foi o desconhecimento das condições de contorno necessárias para a integração da equação diferencial.

O desafio nessa área nos anos seguintes, portanto, consistia na resolução da equação de Reynolds, já que se tratava de uma equação diferencial parcial, não-homogênea, com coeficientes variáveis, de difícil resolução analítica, exceto para casos específicos. Sommerfeld (1904) publicou uma solução analítica para a equação de Reynolds, considerando mancais longos (em que o termo referente ao fluxo do lubrificante e os gradientes de pressão na direção axial eram desprezados), mediante novas condições de contorno, em que se considerava a inexistência de perdas de fluido na extremidade do mancal. A solução da equação diferencial, que fornecia o perfil de pressão, era dada em função de parâmetros geométricos e de operação como a folga radial, posição angular, razão de excentricidade e velocidade da superfície.

Mesmo já existindo uma solução para mancais longos, sua aplicação apresentava algumas restrições, como a possibilidade de redução da folga radial a zero, causada pela ocorrência de pequenas deflexões do eixo ou devido a desalinhamentos. Assim, era necessário o estudo do comportamento hidrodinâmico de mancais curtos. Em 1952, Ocvirk propôs uma solução da equação de Reynolds, considerando o termo de perdas nas extremidades, para mancais curtos. Uma condição de contorno importante negligenciava o termo que leva em conta o fluxo

circunferencial do mancal, considerando-o pequeno quando comparado ao fluxo na direção axial do eixo.

A década de 1950 foi marcada por avanços tecnológicos na computação, evidenciando o surgimento de métodos numéricos, como discutido no caso do método dos elementos finitos. Outros métodos importantes foram desenvolvidos nesse tempo, como o método de diferenças finitas e volumes finitos, aplicados também nas áreas de transferência de calor e mecânica dos fluidos. Pinkus (1956) aplicou o método de diferenças finitas para modelar a pressão de sustentação do fluido, sendo possível resolver a equação de Reynolds para mancais hidrodinâmicos elípticos. Pinkus (1959), a partir do mesmo método, publicou a solução para mancais trilobados.

Acerca da dinâmica do filme de óleo, Lund (1964) desenvolveu um método para o cálculo de coeficientes linearizados dinâmicos de rigidez e amortecimento, utilizando o método de perturbações infinitesimais. Uma verificação importante feita foi que, para a validade dos coeficientes, matematicamente, seriam aceitos apenas nos casos de amplitudes infinitesimais. Porém, verificou-se que na prática eles estariam em conformidade para movimentos de até 40% da folga radial. Lund (1987) mostra a ressalva de que existem diferenças, para alguns casos, entre as órbitas lineares e não-lineares, com o cálculo da resposta completa da equação de Reynolds.

Devido à influência de diversos fatores no comportamento dos mancais, como temperatura, cavitação, deformação do alojamento, sabe-se que o cálculo preciso dos coeficientes dinâmicos possui uma série de dificuldades. Nesse sentido, Tieu e Qiu (1994) utilizaram um rotor flexível suportado por dois mancais hidrodinâmicos cilíndricos, com dois discos, para medir experimentalmente a resposta ao desbalanceamento. Nesse trabalho, foi desenvolvido um método para calcular os coeficientes lineares através da resposta experimental, que se mostraram em concordância com os resultados obtidos por Lund anteriormente.

Vários métodos para o caso de perturbações finitas foram desenvolvidos, em que pequenas variações de deslocamento e velocidade foram impostas em torno da posição de equilíbrio do mancal. Nesse caso, as forças resultantes calculadas foram usadas para estimar os coeficientes lineares. Qiu e Tieu (1997) averiguaram os limites para os quais os métodos, tanto por perturbações infinitesimais quanto finitas, seriam análogos.

Através do ajuste pelo método de mínimos quadrados, Mueller-Karger e Granados (1997) identificaram os coeficientes lineares de um mancal cilíndrico, com rasgos axiais, utilizando

um carregamento dinâmico, porém não variável com a rotação do eixo. Verificou-se que, para cargas dinâmicas menores que 2 N, os coeficientes eram coincidentes aos obtidos no caso de pequenas perturbações. A fase do carregamento dinâmico podia gerar diferenças notáveis nos coeficientes, visto que o tamanho e formato das órbitas eram afetados.

Utilizando um esquema de rotor rígido, com aquisição de posição, velocidade e aceleração, com posterior ajuste por mínimos quadrados, Zhao et al. (2005a) propuseram um método para obtenção dos coeficientes em várias condições de operação. Observou-se que, com o aumento do carregamento e da amplitude de vibração, a diferença, comparando com o método das pequenas perturbações, era mais evidente.

Li et al. (2016) apresenta um novo método para a identificação dos coeficientes dinâmicos, convertendo o problema de identificação dos coeficientes em um problema de reconstrução de cargas dinâmicas equivalentes através do método da função de Green com regularização, para facilitar a modelagem da estrutura do rotor. Os coeficientes foram obtidos pelo ajuste também pelo método de mínimos quadrados.

2.4 NÃO-LINEARIDADES EM MÁQUINAS ROTATIVAS

Nos estudos acerca dos coeficientes dinâmicos verificou-se que as forças hidrodinâmicas, provenientes das reações nos mancais, podiam apresentar característica altamente não lineares, quando o sistema era submetido a condições específicas. Nesse sentido, diversos estudos foram feitos em relação aos efeitos não lineares. Hattori (1993) concluiu em uma simulação simplificada de um rotor apoiado por três mancais, de forma não linear, resolvendo a equação de Reynolds simultaneamente com a equação de movimento, que os coeficientes dinâmicos calculados para cada instante de tempo variavam em mais de uma ordem de grandeza, atestando que as não linearidades afetavam seriamente o sistema.

Nas simulações numéricas não lineares, Khonsari e Chang (1993) investigaram a influência dos chutes iniciais na convergência e estabilidade do sistema. Dentre os resultados, chegou-se à conclusão que existe um círculo limite que gera órbitas estáveis, sendo que, variando-se a velocidade de rotação para o mesmo número de Sommerfeld, quanto maior a rotação menor era o círculo limite.

Modelando um rotor por elementos finitos e calculando a resposta não linear via implementação dos métodos de Newmark e de Superposição dos Modos, JianPing et al. (2004) mostraram que os efeitos “oil whirl” e “oil whip” podiam aparecer nas condições de queda de

velocidade de rotação, sendo recomendada atenção na fase de projeto do sistema rotativo para evitar essa situação.

O fenômeno “*oil whirl*” ocorre quando o eixo gira a uma frequência aproximadamente igual à metade da frequência natural. O movimento vibratório caracteriza-se por uma precessão, até que a velocidade de rotação atinja duas vezes o valor da frequência natural, chegando à chamada instabilidade fluido induzida, com valor de velocidade constante e igual à velocidade de ressonância, sendo chamada a partir desse ponto de “*oil whip*”.

Castro et al. (2008) analisaram o comportamento de um rotor, posicionado vertical e horizontalmente, sentindo a ação dos fenômenos relacionados à instabilidade fluido-induzida. Nessa situação, o sistema apresenta um comportamento altamente não linear. Observou-se o efeito da variação de vários parâmetros geométricos e de operação e, validando-se experimentalmente, conclui-se que o modelo não linear conseguia representar bem a dinâmica do sistema.

Ainda averiguando as diferenças entre os modelos linear e não linear, Zhao et al. (2005b) avaliaram o comportamento de um rotor, considerando o modelo de massa concentrada para a rigidez e amortecimento do eixo, com os mancais não lineares utilizando uma modelagem termo hidrodinâmica. Desenvolveu-se uma equação para cálculo do limiar de instabilidade, chegando-se à conclusão de que o modelo linear apresenta diferenças significativas em condições de amplitude de vibração elevadas. Na análise da resposta espectral do modelo não linear, verificou-se a presença de harmônicas que não eram visíveis no modelo linear.

Uma condição prática testada por Dakel et al. (2012) foi a de deslocamento da base do sistema, tanto em movimento de translação como de rotação. Foi utilizado um modelo de viga de Timoshenko, incluindo efeitos giroscópico e da inércia rotacional, analisando a resposta ao desbalanceamento e os efeitos de amplitude e frequência de excitação nos mancais. Constatou-se a validade do modelo linear apenas para pequenas amplitudes de excitação do suporte. No entanto, a frequência de excitação não interferia de maneira significativa na linearidade do sistema.

2.5 CONTRIBUIÇÕES CONTEMPORÂNEAS

Machado et al. (2018) e Alves (2018), fizeram um estudo dos limites para a não linearidade nos mancais hidrodinâmicos cilíndricos, submetendo-os a variadas condições de operação, como a influência do amortecimento do eixo, efeito giroscópico, excentricidade e

força de excitação externa. Para avaliação das condições não lineares, as órbitas do eixo dentro dos mancais foram calculadas, visualizando-se as diferenças entre os modelos linear e não linear. Um procedimento experimental foi realizado para validação dos modelos. Chegou-se à conclusão de que o fator de maior impacto não linear nas forças hidrodinâmicas foi o da excitação externa. Os resultados divergiram com maior intensidade quanto maior fosse a massa de desbalanceamento, sendo o modelo linear insatisfatório para representação do sistema nessa condição.

Os parâmetros de projeto de um mancal lubrificado afetam diretamente a estabilidade do sistema rotativo. Calculando as forças hidrodinâmicas não lineares do mancal, por meio de quatro abordagens diferentes – Aproximação infinitamente pequena (IS), IS com correção polinomial (IScor), método de diferenças finitas (FDM) e método de elementos finitos (FEM), Smolík et al. (2018) caracterizaram detalhadamente as curvas do limite de estabilidade para um rotor suportado por mancais hidrodinâmicos. Os resultados numéricos, seguindo o critério de Routh-Hurwitz, foram comparados aos casos com as forças linearizadas, sendo mostrado que o limiar de velocidade para a instabilidade fluido induzida é dependente da aceleração angular do rotor.

A proposta do presente trabalho é analisar as respostas dinâmicas de um sistema rotativo, suportado por mancais hidrodinâmicos, utilizando as abordagens - linear (através do cálculo dos coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento, pela linearização das forças hidrodinâmicas), e não linear (pela solução direta da Equação de Reynolds no domínio do tempo). Dando sequência ao trabalho de Machado et al. (2018), propõe-se a implementação das rotinas de cálculo dos mancais elíptico e trilobular no modelo já validado experimentalmente. Ainda, como contribuição, deseja-se implementar a análise do limiar de instabilidade fluido-induzida na condição de aceleração do rotor, de maneira a proporcionar uma condição de monitoramento futuro de máquinas em tempo real, prevenindo que o sistema possa entrar operacionalmente na região de instabilidade.

3 MODELAGEM TEÓRICA

3.1 TEORIA DA LUBRIFICAÇÃO HIDRODINÂMICA

Denomina-se lubrificação a aplicação de substâncias para separar duas superfícies que estejam em contato direto. Ao realizar esse procedimento, pode-se dizer que o atrito sólido, antes presente no contato direto das superfícies, é transformado em atrito viscoso, entre uma superfície sólida e um fluido. O benefício dessa modificação é de que o atrito viscoso é menor que o atrito sólido e, para o caso dos mancais hidrodinâmicos, um menor coeficiente de atrito representa menor dissipação de energia e conseqüentemente maior eficiência.

Além da questão vantajosa quanto ao menor atrito, os lubrificantes são úteis pois também atuam como inibidores de corrosão, devido aos processos de oxidação. Outro ponto positivo é relacionado à operação do eixo dentro do mancal, visto que variações bruscas de carga são amortecidas pelo lubrificante.

Os lubrificantes existem nas mais variadas formas, como sólidos e líquidos, e são utilizados amplamente na indústria, devido a sua alta resistência à compressão e baixa resistência ao cisalhamento. Lubrificantes como o ar são os menos utilizados, salvo em casos como, por exemplo, dos mancais aerodinâmicos, com o objetivo de reduzir a temperatura em uma região de interface com bolsas de ar, reduzindo o desgaste.

Como explanado na seção anterior, historicamente uma descoberta importante em relação ao atrito foi de que a propriedade fundamental de um fluido era a viscosidade, e não a densidade, como se imaginava. Pode-se definir a viscosidade como sendo a dificuldade com que o fluido escoar. Quanto maior for a viscosidade, mais difícil é o escoamento, portanto, maior será a capacidade de se manter entre duas peças móveis na lubrificação. A Figura (3.1) mostra o escoamento de duas placas paralelas, sendo uma fixa, separadas por uma película de lubrificante de espessura h . O movimento, após a aplicação da força externa P , se dá pelo cisalhamento das partículas do lubrificante através de toda a seção, de altura h da película. A tensão cisalhante será dada pela Equação (3.1), sendo a área de contato da placa do fluido dada por A .

$$\tau = \frac{P}{A} \quad (3.1)$$

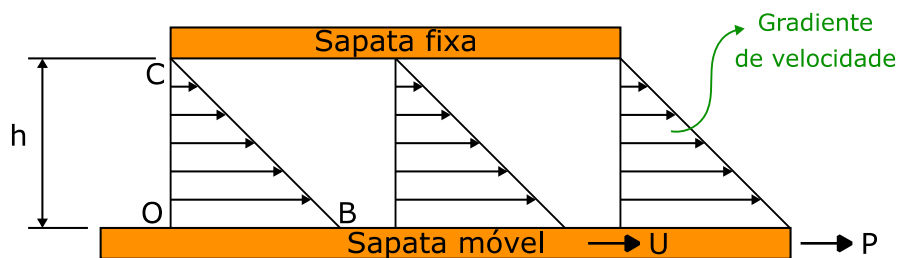


Figura 3.1: Cisalhamento do filme de óleo, com sapata fixa paralela.

Quando a sapata fixa é paralela à sapata móvel, as velocidades das lâminas de fluido são proporcionais à distância para a sapata fixa, sendo a área do triângulo OCB (Figura 3.1) proporcional ao volume de fluido que escoar por unidade de tempo.

A viscosidade é definida como uma constante de proporcionalidade μ , dada pela razão entre a tensão de cisalhamento e o gradiente de velocidade, já que a tensão cisalhante varia de forma diretamente proporcional à velocidade U da placa móvel e inversamente proporcional à espessura h da película de óleo, como mostra a Equação (3.2).

$$\mu = \frac{P/A}{U/h} \quad (3.2)$$

Caso a sapata fixa esteja inclinada, a espessura da película de óleo variará de h_1 até h_2 . Dessa maneira, o gradiente de velocidade também terá variação ao longo da placa, como mostra a Figura (3.2).

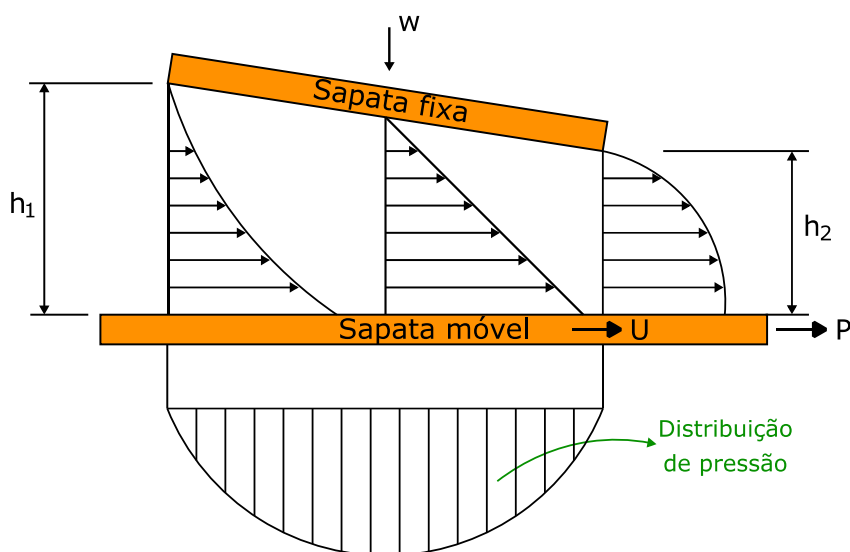


Figura 3.2: Cisalhamento do filme de óleo, com sapata fixa inclinada.

Nesse caso, as seções transversais de entrada e saída de fluido possuem áreas diferentes. O fluxo de fluido que sai devido à velocidade da placa móvel (escoamento de *Couette*), não será suficiente para manter a conservação de massa. Então, ocorre formação de pressão no fluido, sustentando a carga w e forçando o fluxo para fora do espaço entre as placas, tanto na entrada quanto na saída, de forma a garantir a conservação de massa (escoamento de *Poiseuille*). Na entrada da seção entre as placas, este fluxo tem sentido contrário àquele causado pela velocidade relativa. Já na saída, o fluxo causado pela pressão tem o mesmo sentido do escoamento de *Couette*. O fluxo total de fluido será dado pela soma dos escoamentos de *Poiseuille* e de *Couette*.

3.2 TIPOS GERAIS DE LUBRIFICAÇÃO

Três tipos gerais de lubrificação podem ocorrer em um mancal – lubrificação limite, filme misturado (mista) e filme completo.

A lubrificação limite no contato contínuo e extenso entre as superfícies, enquanto o lubrificante está esparsamente distribuído entre essas superfícies. Isso proporciona uma camada de filme que reduz o atrito e o desgaste, mas em que pode ocorrer adesão ou desgaste abrasivo. A lubrificação limite refere-se às situações nas quais alguma combinação da geometria na interface, altos níveis de carga, baixa velocidade ou quantidade de lubrificante insuficiente, excluem o início de uma operação hidrodinâmica. O coeficiente de atrito nessa condição se estabelece na faixa de 0,05 a 0,20 (FRENE et al., 1997).

Na lubrificação de filme misturado, ou mista, a característica é a dos picos, que ocorrem devido à rugosidade no acabamento superficial, entrarem em contato intermitente, provocando uma sustentação hidrodinâmica parcial, com o coeficiente de atrito na faixa de 0,04 a 0,10.

Por fim, a terceira condição de lubrificação, de filme completo, refere-se ao suprimento eficaz de lubrificante para a interface deslizante, de modo a permitir uma velocidade relativa suficiente para bombear o lubrificante na cunha (folga) entre eixo e mancal, separando as superfícies por um filme de fluido dinâmico. Neste caso, as superfícies estão completamente separadas pelo filme lubrificante, e o coeficiente de atrito fica na faixa de 0,002 a 0,04. O carregamento, que tenderia a provocar o contato entre as superfícies, é inteiramente suportado pela pressão do fluido, causada pelo movimento relativo entre as superfícies.

Existe também uma quarta condição de lubrificação, porém neste caso forçada externamente, seria a chamada lubrificação hidrostática, em que existe o fornecimento de um fluxo de lubrificante à interface deslizante, a uma pressão hidrostática elevada (entre 6,89 e 689,48 bar) (FRENE et al., 1997). Nessa situação, a separação plena pode ser obtida não necessariamente com o movimento relativo entre as superfícies, ou seja, durante a partida e em baixas velocidades de rotação da máquina, apresentando um baixo atrito durante todo o tempo de operação.

Em conjuntos eixo-mancal de escorregamento, todos os três regimes básicos de lubrificação ocorrerão durante o início e o final da operação, como mostra a Figura (3.3).

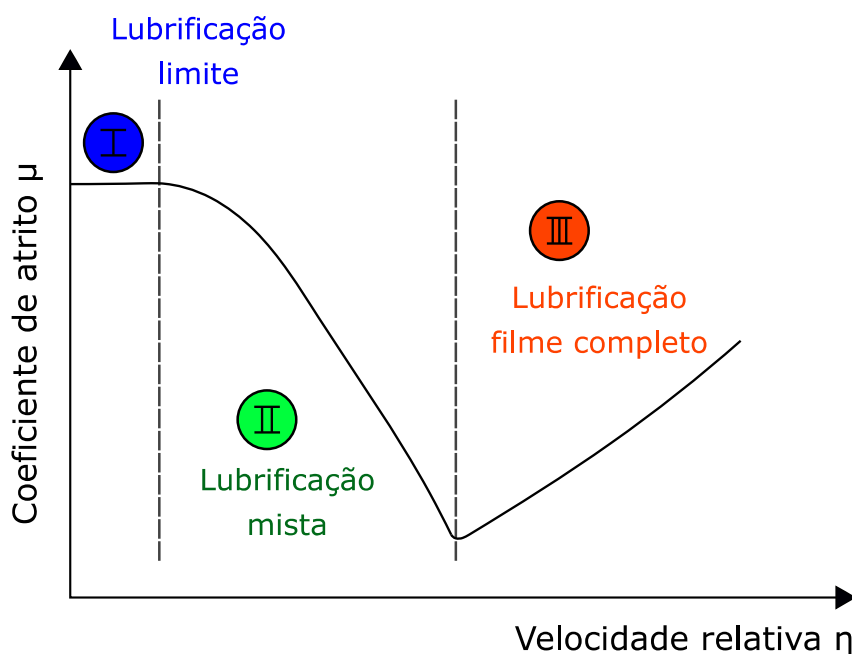


Figura 3.3: Variação do atrito com a velocidade relativa, nos regimes de lubrificação.

Na partida da máquina, o eixo encontra-se em repouso e em contato direto com a parede do mancal, condição caracterizada pela lubrificação de contorno (limite), apresentando altos níveis de atrito. Conforme a velocidade de rotação aumenta, a partir do ponto A, inicia-se a formação de uma película hidrodinâmica, reduzindo o atrito, no regime de lubrificação mista. Em velocidades mais altas, uma película de lubrificante completa é formada, reduzindo drasticamente o nível de atrito. A partir do início do estágio III, as perdas viscosas no lubrificante em cisalhamento aumentam novamente o coeficiente de atrito.

3.3 EQUAÇÃO DE REYNOLDS

A equação de Reynolds é considerada a base da teoria clássica da lubrificação hidrodinâmica. Essa equação é formulada considerando-se um fluido viscoso e aplicando o conjunto de equações de conservação de quantidade de movimento e de conservação de massa. A solução da equação de Reynolds, no caso de mancais hidrodinâmicos, fornece a distribuição da pressão do fluido, informação necessária para a análise da grande maioria dos problemas básicos dos mancais. Sua origem é obtida a partir das equações de Navier-Stokes, adotando algumas hipóteses simplificadoras no modelo, a saber:

1. O lubrificante é um fluido Newtoniano e sua viscosidade é constante em toda extensão do filme de óleo.
2. O fluxo é laminar.
3. O raio de curvatura do mancal é muito maior que a espessura do filme, possibilitando desprezar os efeitos devido à curvatura do filme de óleo.
4. Os termos de inércia, campos externos e de forças de corpo são pequenos quando comparados aos termos de pressão e viscosidade na equação de conservação da quantidade de movimento.
5. Existe uma predominância dos termos viscosos, nos gradientes de velocidade nas direções circunferencial e axial, $\frac{\partial \theta}{\partial z}$ e $\frac{\partial x}{\partial z}$, comparando aos demais gradientes de velocidade, devido à geometria do filme.
6. A pressão ao longo da espessura do filme de óleo é considerada constante, devido à espessura muito pequena em relação ao raio do eixo.

Para a maioria das condições de operação, as hipóteses anteriormente apresentadas são satisfatórias, principalmente no caso da hipótese (6), visto que nas configurações de mancais hidrodinâmicos, a espessura do filme de óleo é consideravelmente menor que as demais dimensões.

No entanto, as demais hipóteses devem ser avaliadas nos modelos em que existe a utilização, por exemplo, de fluidos não newtonianos, elevadas rotações e lubrificação com outros tipos de lubrificantes. A condição mais restritiva é a hipótese (1), que considera a

viscosidade constante do óleo. Sabe-se que durante a operação, os esforços viscosos são parcialmente transformados em energia térmica, resultando em aquecimento, que ocasiona a variação local da viscosidade do lubrificante.

3.3.1 Equação de Reynolds com Carregamento Dinâmico

No caso de carregamento dinâmico, considera-se a variação da altura do filme de fluido lubrificante no tempo. Para a dedução da Equação de Reynolds, parte-se da Equação (3.3) que descreve a equação da continuidade presente na folga radial do mancal.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.3)$$

Em que, u , v e w são as componentes de velocidade nas direções x , y , z respectivamente.

Considerando um volume de controle infinitesimal, e isolado em uma dada região do filme lubrificante, pode-se observar na Figura (3.4) o escoamento discretizado do fluido em uma coluna de altura h e bases dx , dz .

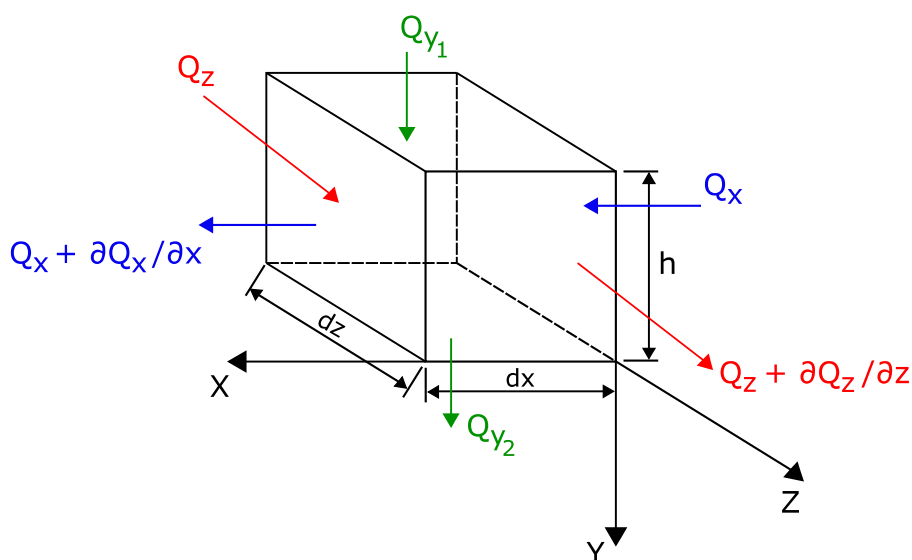


Figura 3.4: Escoamento discretizado de um fluido em uma coluna de lubrificante.

A vazão do fluido de entrada, na direção x , é dada pela Equação (3.4), sendo a vazão por unidade de comprimento dada pela Equação (3.5).

$$Q_x = u(h dz) \quad (3.4)$$

$$q_x = \frac{Q_x}{dz} = u h \quad (3.5)$$

A vazão do fluido de saída, também na direção x , é mostrada na Equação (3.6).

$$Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx = \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) dz \quad (3.6)$$

O desenvolvimento segue análogo para a direção z , com a Equação (3.7) descrevendo a vazão de saída para essa direção.

$$Q_z = w(h dx) = q_z dx \quad \therefore \quad Q_z + \frac{\partial Q_z}{\partial z} dz = \left(q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \right) dx \quad (3.7)$$

Para a direção y , considera-se o escoamento do fluido devido ao movimento do eixo, sofrendo variações principalmente devido à carga aplicada e velocidade de rotação. No caso do eixo deslocando-se para baixo, na direção positiva de y , a uma velocidade v_1 e, sabendo que a superfície do mancal não se movimenta, ou seja, a velocidade $v_2 = 0$, as Equações (3.8) e (3.9) descrevem as vazões de entrada e saída do elemento, respectivamente.

$$(Q_y)_{entrada} = v_1 dx dz \quad (3.8)$$

$$(Q_y)_{saída} = v_2 dx dz = 0 \quad (3.9)$$

Dada a continuidade do escoamento em todas as direções, as respectivas vazões mássicas devem se manter constantes, nas entradas e saídas, como segue nas Equações (3.10), (3.11) e simplificada em (3.12).

$$(Q_x + Q_y + Q_z)_{entrada} = (Q_x + Q_y + Q_z)_{saída} \quad (3.10)$$

$$q_x dz + v_1 dx dz + q_z dx = \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) dz + v_2 dx dz + \left(q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \right) dx \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_z}{\partial z} + (v_2 - v_1) = 0 \quad (3.12)$$

A diferença ($V = v_2 - v_1$) das velocidades é função da variação da folga radial no tempo, ou seja, o esmagamento do filme de óleo corresponde a derivada negativa da espessura h . Substituindo esse termo, chega-se finalmente na equação da continuidade do escoamento, dada pela Equação (3.13).

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_z}{\partial z} - \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (3.13)$$

Para modelagem das forças atuantes no elemento de fluido utiliza-se as equações de Navier-Stokes (3.14), que são equações diferenciais que descrevem o escoamento de fluidos Newtonianos, envolvendo derivadas parciais que permitem determinar os campos de velocidade e pressão num escoamento.

$$\left[\begin{array}{l} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho X_g - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \rho Y_g - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho Z_g - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \end{array} \right. \quad (3.14)$$

Em que ρ é a densidade volumétrica do fluido, P a pressão no filme e (X_g, Y_g, Z_g) as componentes de forças de corpo nas direções x , y e z respectivamente. A Figura (3.5) esboça as forças em cada direção do elemento.

Como pode ser observado, na direção x , o fluxo ocorre no sentido negativa do eixo e, na direção y , não há tensão de cisalhamento. Assim, tem-se o balanço de forças em x , dado pela Equação (3.15) e simplificado na Equação (3.16), sendo $\frac{Du}{Dt}$ a derivada total no tempo.

$$\rho dx dy dz \frac{Du}{Dt} = -P dy dz + \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} dx \right) dy dz + \tau_x dx dz - \left(\tau_x + \frac{\partial \tau_x}{\partial y} dy \right) dx dz \quad (3.15)$$

$$\rho dx dy dz \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial \tau_x}{\partial y} \quad (3.16)$$

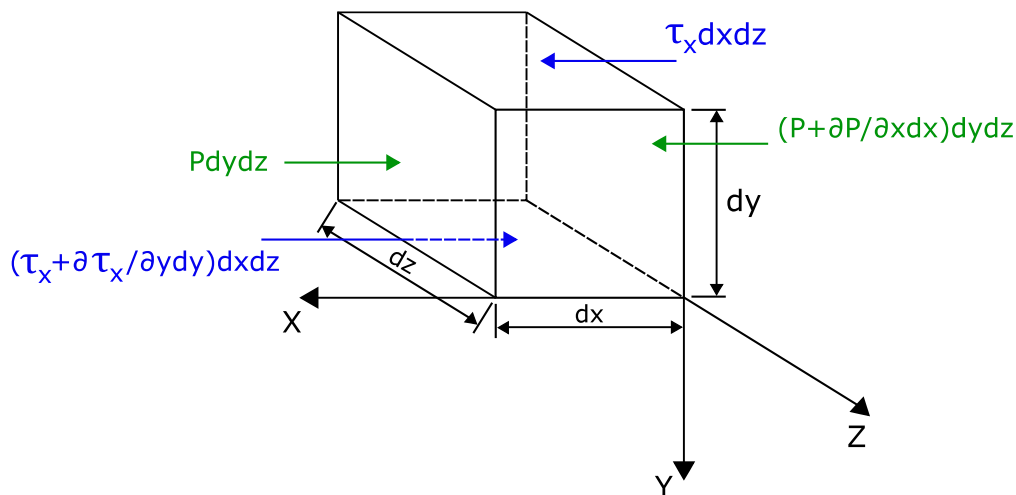


Figura 3.5: Forças atuantes no elemento fluido discretizado.

Dada a característica de fluido Newtoniano, pode-se escrever a tensão de cisalhamento proporcional à taxa de deformação, com a viscosidade dinâmica, na Equação (3.17).

$$\tau_x = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.17)$$

Desprezando-se as forças de campo, como indicado anteriormente na hipótese (4), e substituindo (3.17) em (3.16), obtém-se:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (3.18)$$

Fazendo o procedimento análogo para a direção z, as Equações (3.19) mostram a equação de Navier-Stokes na forma simplificada para o caso analisado.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \end{array} \right. \quad (3.19)$$

O conjunto de equações diferenciais de segunda ordem, em (3.19), podem ser integradas duas vezes para obtenção dos perfis de velocidade nas componentes u e w , do fluido. As Equações (3.20) representam as condições de contorno, sendo U a velocidade superficial do eixo. Após a integração, as Equações (3.21) contém os perfis de velocidade.

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 0 \rightarrow u = 0 ; v = 0 ; w = 0 \\ y = -h \rightarrow u = U ; v = 0 ; w = 0 \end{array} \right. \quad (3.20)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} (y^2 + h y) - \frac{U}{h} y \\ w = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial z} (y^2 + h y) \end{array} \right. \quad (3.21)$$

Para obtenção da equação de Reynolds neste tipo de fluxo, integra-se a equação da continuidade da direção y , que é a da espessura do filme de óleo. Sabendo da relação que $q_x = \int_0^{-h} u \, dy$, pode-se reescrever a equação da continuidade (3.13) na forma (3.22).

$$\int_0^{-h} \frac{\partial u}{\partial x} + \int_0^{-h} \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (3.22)$$

Substituindo os perfis de velocidade encontrados em (3.21) na equação (3.22), tem-se o desenvolvimento exposto na Equação (3.23).

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{-h} \left[\frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} (y^2 + h y) - \frac{U}{h} y \right] dy + \frac{\partial}{\partial z} \int_0^{-h} \left[\frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial z} (y^2 + h y) \right] dy - \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (3.23)$$

Calculando as integrais definidas de (3.23), tem-se a Equação (3.24).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{U}{2} h \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) - \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (3.24)$$

Rearranjando a equação (3.24), chega-se finalmente na equação de Reynolds para o caso de carregamento dinâmico, como mostrado em (3.25).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6\mu U \frac{\partial h}{\partial x} + 12\mu \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.25)$$

3.3.2 Equação de Reynolds com Carregamento Estático

Para o caso de carregamento estático, considera-se que não há variação da carga ou da rotação em função do tempo. Dessa forma, a altura do filme de óleo h é constante, ou seja, $\frac{\partial h}{\partial t} = 0$, sendo a diferença de velocidades ($V = v_2 - v_1$) nula, já que $v_1 = v_2 = 0$. Assim, a Equação de Reynolds para carregamento estático segue como mostrado em (3.26).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6\mu U \frac{\partial h}{\partial x} \quad (3.26)$$

3.4 MANCAIS RADIAIS

Os mancais radiais são elementos de máquina que possuem a função de alojamento do eixo em seu interior, separados por um filme de lubrificante.

A figura (3.6) mostra as três posições do eixo no interior do mancal, nas condições de – (a) repouso; (b) partida; (c) operação. Nas posições (a) e (b), existe o contato direto entre o eixo e as paredes do mancal, ocorrendo desgaste. Em (c) devido ao início da operação, com aumento da rotação do eixo, ocorre o processo de lubrificação hidrodinâmica, com a formação de alta pressão na posição inferior, fazendo com que o fluido suporte o peso do rotor.

Para representação da geometria do mancal radial, considera-se a vista em corte no plano XY, como mostrado na Figura (3.7). O conjunto consiste em um eixo circular de raio R , com centro no ponto O_j , girando dentro de um mancal cilíndrico de raio $R + C_r$, com centro no ponto

O_b , comprimento axial L , na direção Z (ortogonal ao plano XY), sendo que C_r representa a folga radial, correspondendo à diferença entre o raio do mancal e raio do eixo.

A distância entre o centro do mancal (fixo) e o centro instantâneo do eixo é definida como “excentricidade” e . Define-se uma coordenada angular θ , medida a partir da linha dos centros, no ponto B , em que a espessura do filme é máxima ($h_{m\acute{a}x}$), até um ponto C qualquer, formando o ângulo $BO_jC = \theta$. A linha $\overline{O_jC}$ intercepta a parede do eixo no ponto A . O ângulo ϕ , definido entre a direção Y e a linha dos centros, no mesmo sentido da coordenada θ , é chamado de “ângulo de atitude”.

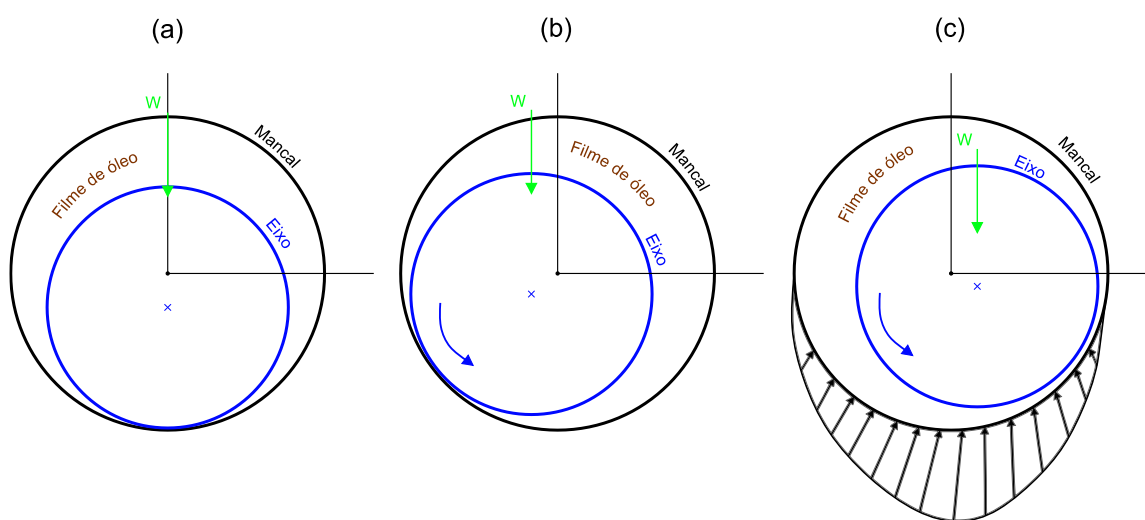


Figura 3.6: Posições do eixo no interior do mancal - (a) repouso, (b) partida, (c) operação.

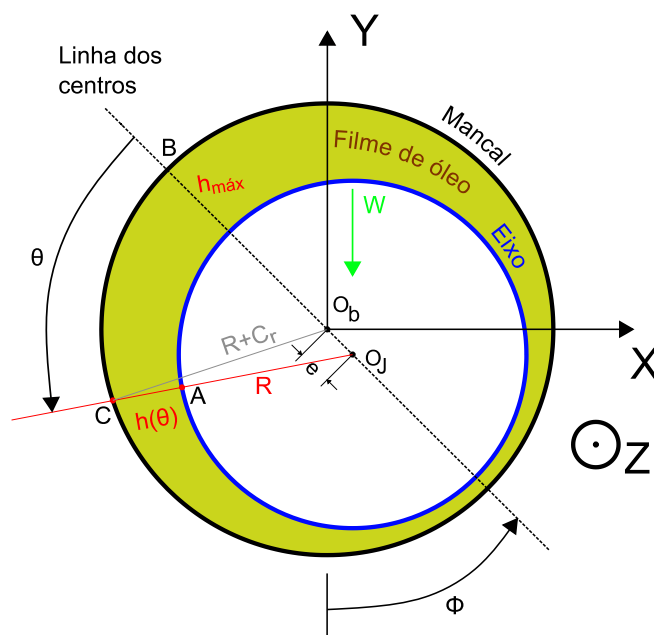


Figura 3.7: Geometria do mancal hidrodinâmico radial.

Como pode ser observado, a espessura de filme h é função do ângulo dado pela coordenada θ . Aplicando-se a lei dos cossenos no triângulo $O_j O_b C$, tem-se o desenvolvimento mostrado na Equação (3.27), desprezando os termos de segunda ordem C_r^2 , e^2 , h^2 , eh , pois possuem valores muito pequenos.

$$\begin{aligned}(R + C_r)^2 &= e^2 + (R + h)^2 - 2e(R + h) \cos \theta \\ R^2 + 2RC_r + C_r^2 &= e^2 + R^2 + 2Rh + h^2 - 2eR \cos \theta - 2eh \cos \theta \\ h(\theta) &= C_r + e \cos \theta = C_r(1 + \varepsilon \cos \theta)\end{aligned}\quad (3.27)$$

Em que ε é a chamada “razão de excentricidade”, dada por $\varepsilon = e/C_r$.

É importante determinar a expressão para o cálculo da espessura do filme lubrificante, em função dos parâmetros geométricos do mancal, pois h é um termo presente na equação de Reynolds e, portanto, necessário para a sua solução.

A Figura (3.8) mostra as forças hidrodinâmicas agindo no eixo. No referencial inercial do mancal, podem ser observadas as componentes F_x e F_y . Da mesma maneira, é possível calcular as forças no sistema de coordenadas móvel, dado pela direção radial definida pela linha que une os centros, na componente F_r , sendo a direção tangencial perpendicular a esta, contendo a componente F_t .

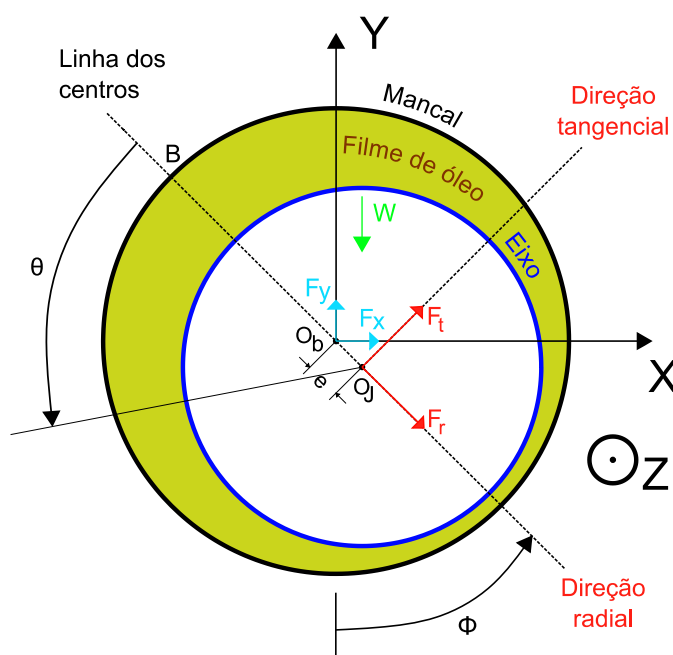


Figura 3.8: Forças atuantes no eixo, nos referenciais inercial e móvel.

As Equações (3.28) e (3.29) fornecem o cálculo das forças hidrodinâmicas no sistema móvel, sendo p a pressão, calculada pela solução da equação de Reynolds.

$$F_r = \int_0^\pi \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} p \cos \theta \, dz R d\theta \quad (3.28)$$

$$F_t = \int_0^\pi \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} p \sin \theta \, dz R d\theta \quad (3.29)$$

Através do ângulo de atitude, é possível trazer as forças do referencial móvel para o inercial, pela decomposição como segue na equação (3.30).

$$\begin{cases} F_x \\ F_y \end{cases} = \begin{cases} -F_r \sin \phi + F_t \cos \phi \\ F_r \cos \phi + F_t \sin \phi \end{cases} \quad (3.30)$$

A posição de equilíbrio do eixo varia à medida que a rotação aumenta ou diminui, ou seja, a excentricidade e varia com a rotação, considerando que o carregamento W aplicado ao eixo como é constante. O caminho percorrido pelo eixo é conhecido como “curva de equilíbrio estático”, ou “*locus*”. No repouso, o eixo encontra-se em contato com a parede do mancal e, com o aumento da velocidade de rotação, ocorre o fenômeno de “*auto-centragem*”, em que a posição de equilíbrio tende a coincidir com o centro do mancal, como mostra a Figura (3.9).

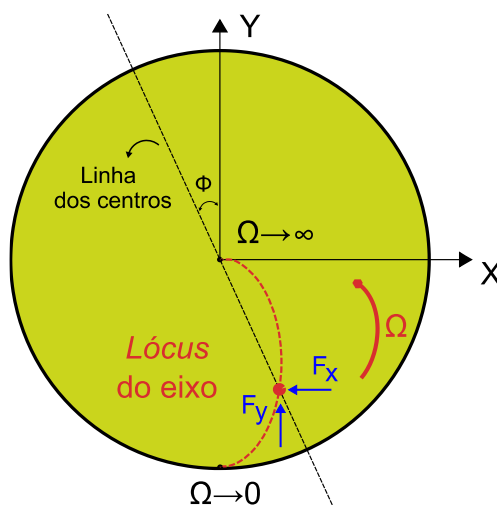


Figura 3.9: Curva de equilíbrio estático do eixo no mancal.

Na análise anterior, o sistema está em equilíbrio estático, de maneira que, na direção Y , as forças F_y e W são equivalentes. Na direção X , a força F_x deve ser nula para que o eixo permaneça parado no ponto de equilíbrio. Realizando a decomposição, tem-se as forças hidrodinâmicas no referencial móvel, relacionadas com a carga estática, como segue nas equações (3.31) e (3.32).

$$F_r = W \cos \phi \quad (3.31)$$

$$F_t = W \sin \phi \quad (3.32)$$

Em uma situação real, efeitos como a variação da carga aplicada, desbalanceamentos e desalinhamentos, darão origem a outros carregamentos, que, no entanto, são pequenas quando comparadas com a carga estática. Dessa maneira, o eixo desloca-se por uma pequena órbita em torno da posição de equilíbrio estático, de forma que se pode dizer que o eixo vai vibrar em torno de sua posição de equilíbrio estático relativa àquela determinada velocidade de rotação.

3.4.1 Coeficientes de rigidez e amortecimento

Como visto, o lubrificante exerce influência significativa no eixo através do cisalhamento do filme de óleo, servindo também como um amortecedor para possíveis oscilações de carga. Para representação do comportamento dinâmico do filme de óleo, interno ao mancal, é comum a utilização do modelo proposto por Lund (1987), sendo o fluido representado por um conjunto de molas (K_{ij}) e amortecedores (C_{ij}), em série, como mostrado na Figura (3.10).

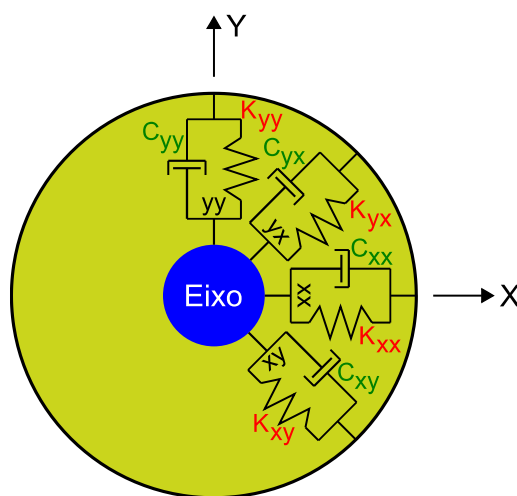


Figura 3.10: Representação do fluido por conjunto de molas e amortecedores.

A representação através do conjunto mola-amortecedor é possível ao se linearizar as forças hidrodinâmicas, em uma expansão em série de Taylor de primeira ordem, em torno da posição de equilíbrio estático. A linearização torna-se importante, como destacado nas motivações iniciais do trabalho, pois simplifica o modelo, de modo a calcular a solução da equação de Reynolds apenas na posição de equilíbrio e nas perturbações finitas, não necessitando do cálculo a cada instante de tempo juntamente com a equação de movimento (modelo não linear). Assim, em uma dada rotação, calcula-se o ponto de equilíbrio, aplicando-se em seguida pequenas perturbações de deslocamentos Δx e Δy , como observado na Figura (3.11-a), e de velocidade $\Delta \dot{x}$ e $\Delta \dot{y}$ (Figura 3.11-b).

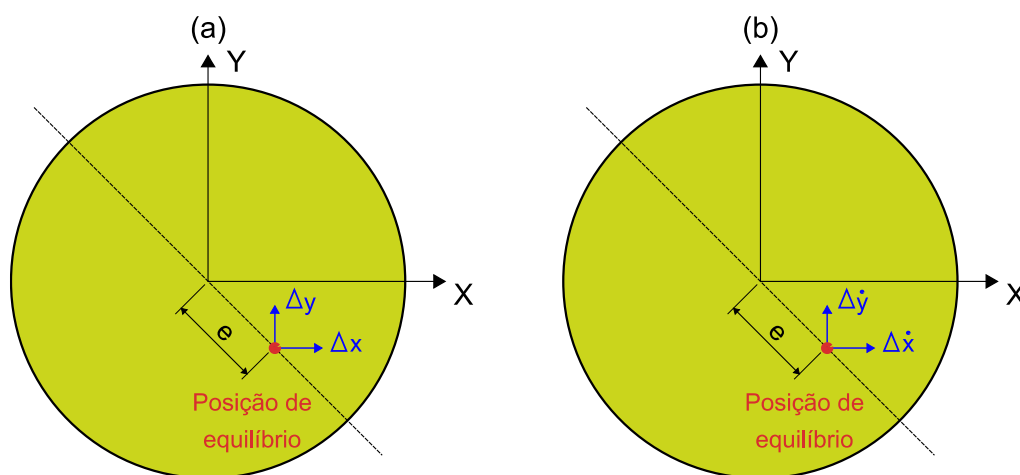


Figura 3.11: Perturbações finitas sendo aplicadas na posição de equilíbrio.

As Equações (3.33) mostram as expansões em séries de Taylor até a primeira ordem das forças hidrodinâmicas.

$$F_x = F_{x0} + K_{xx}\Delta x + K_{xy}\Delta y + C_{xx}\Delta \dot{x} + C_{xy}\Delta \dot{y} \quad (3.33)$$

$$F_y = F_{y0} + K_{yx}\Delta x + K_{yy}\Delta y + C_{yx}\Delta \dot{x} + C_{yy}\Delta \dot{y}$$

O conjunto de Equações (3.34) mostra por definição o cálculo dos coeficientes de rigidez e amortecimento, em que i,j assumem as coordenadas x e y . Os coeficientes K_{xx} e K_{yy} são chamados “coeficientes diretos de rigidez”. Analogamente, os coeficientes C_{xx} e C_{yy} denominam-se “coeficientes diretos de amortecimento”. Os termos K_{xy} , K_{yx} , C_{xy} e C_{yx} são

chamados de “coeficientes cruzados”. Se tratando da posição de equilíbrio, tem-se que $F_{x0} = 0$ e $F_{y0} = W$ (igual à carga estática).

$$K_{ij} = \left(\frac{\partial F_i}{\partial j} \right)_0 \quad (3.34)$$

$$C_{ij} = \left(\frac{\partial F_i}{\partial j} \right)_0$$

3.4.2 Outras geometrias de mancais radiais

Além dos mancais radiais de geometria fixa cilíndricos, diversas tentativas de novos projetos de mancais foram realizadas com o objetivo de aumentar a excentricidade e estabilizar o mancal, postergando a região de instabilidade para faixas de rotações maiores. A solução encontrada foi a de pré-carregar os segmentos dos mancais. A Figura (3.12) mostra os tipos mais comuns de mancais pré-carregados.

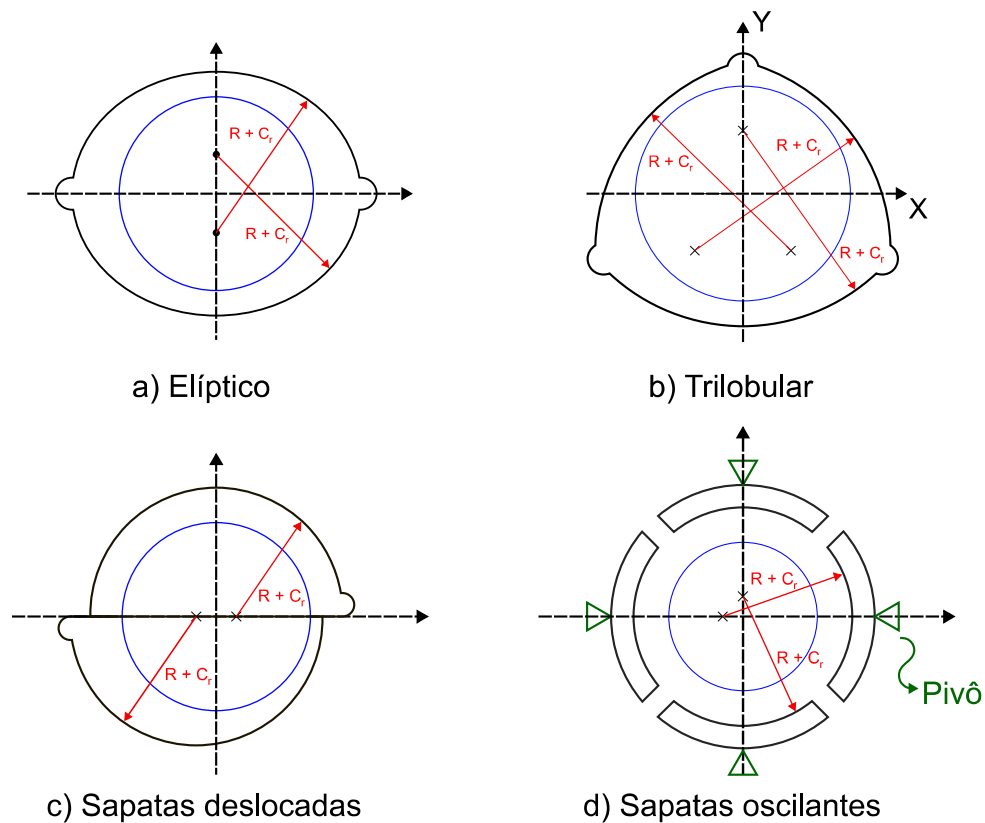


Figura 3.12: Outros tipos de mancais radiais pré-carregados.

A respeito das características construtivas dos mancais apresentados, pode-se observar que os centros de curvatura de cada sapata coincidem com o centro geométrico do mancal. Nos mancais elípticos, sapatas deslocadas e trilobulares (conhecidos como “de geometria fixa”) cada sapata é deslocada do centro, de maneira a tornar o filme de óleo mais convergente ou mais divergente.

Os mancais de sapatas oscilantes (“*tilting pad*”) são projetados de forma que cada sapata é pivotada para não existir nenhuma reação de momento no apoio. As sapatas oscilam para criar forte convergência no filme, gerando por consequência maior estabilidade no mancal, visualizada nos coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento.

Nesse sentido, um parâmetro importante inerente à geometria do mancal é conhecido como “pré-carga”, ζ , definida pela relação da distância entre os centros de curvatura da sapata e o centro do mancal com a folga radial (C_r), dada pela Equação (3.35).

$$\zeta = \frac{C_r - C_m}{C_r} \quad (3.35)$$

3.4.2.1 Mancal elíptico

Os mancais elípticos, mostrados na Figura (3.13), são formados por dois arcos circulares, em que seus centros (O_L) estão localizados sobre a mesma linha (eixo Y), deslocados do centro do mancal na distância δ , conhecida como “elipticidade”. Nesse caso, $r + C_m$ é o tamanho do maior eixo que pode ser colocado no mancal, representado pela linha pontilhada da Figura (3.13).

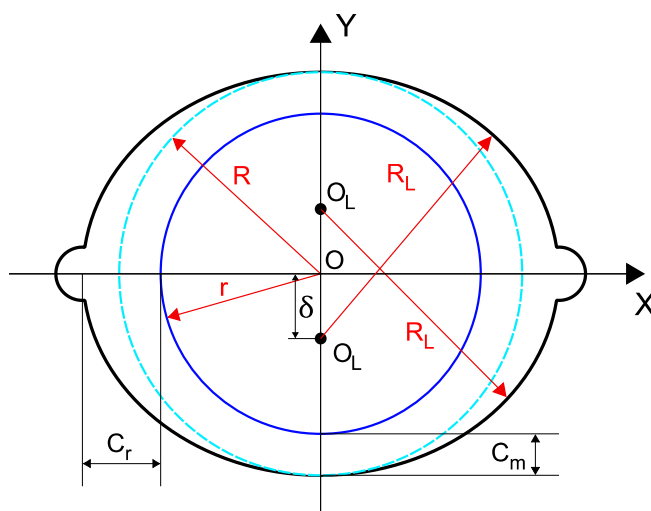


Figura 3.13: Geometria do mancal elíptico.

Fora da posição centrada, a excentricidade e o ângulo de equilíbrio serão diferentes para cada um dos lóbulos. Por esse motivo, torna-se necessário o desenvolvimento de um equacionamento diferente da geometria cilíndrica para determinação da altura do filme de óleo nessa nova configuração. A Figura (3.14) esboça essa condição, para uma posição do centro do eixo em O' .

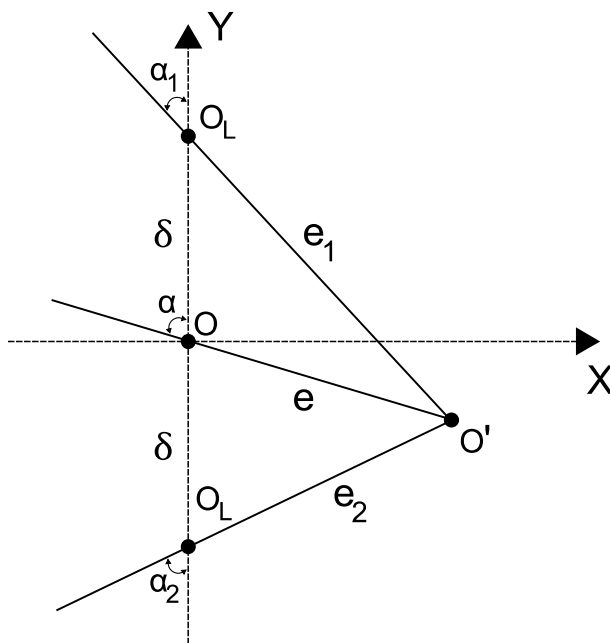


Figura 3.14: Posicionamento do eixo fora do centro, no mancal elíptico.

Pode-se chegar, via trigonometria básica, nas relações para as excentricidades e os ângulos de equilíbrio de cada um dos lóbulos do mancal elíptico. A Equação (3.36) contém a relação do ângulo de equilíbrio para o lóbulo superior (índice 1) do mancal elíptico, sendo ε a “razão de excentricidade”, dada pela razão entre a excentricidade e a folga radial, e m a “razão de elipticidade”, dada pela razão entre elipticidade e a folga radial.

$$\delta^2 + e^2 - 2e\delta \cos \alpha = e_1^2$$

$$\varepsilon_1 = \sqrt{\varepsilon^2 + m^2 + 2\varepsilon m \cos \alpha}$$

$$\frac{e}{\text{sen } \alpha_1} = \frac{e_1}{\text{sen}(\pi - \alpha)}$$

$$\alpha_1 = \arcsen\left(\frac{\varepsilon \text{sen } \alpha}{\varepsilon_1}\right) \quad (3.36)$$

Fazendo o desenvolvimento análogo, para o lóbulo inferior (índice 2), tem-se a razão de excentricidade e a relação para o ângulo de equilíbrio dados nas Equações (3.37) e (3.38).

$$\varepsilon_2 = \sqrt{\varepsilon^2 + m^2 - 2\varepsilon m \cos \alpha} \quad (3.37)$$

$$\alpha_2 = \arcsen\left(\frac{\varepsilon \sin \alpha}{\varepsilon_2}\right) \quad (3.38)$$

Nos mancais elípticos, existem duas folgas, sendo a maior folga radial C_r usada como referência. Na prática, devido às duas excentricidades lobulares $\varepsilon_1 = e_1/C_r$ e $\varepsilon_2 = e_2/C_r$, podem ocorrer casos de duplicidade no cálculo da posição de equilíbrio, de maneira que duas posições satisfazem matematicamente as expressões. No entanto, apenas uma das soluções tem sentido físico que convém. Desta forma, durante o processo de cálculo da posição de equilíbrio desse tipo de mancal, atenção especial deve ser dada a esta duplicidade.

3.4.2.2 Mancal trilobular

Os mancais trilobulares, mostrados na Figura (3.15), são constituídos pela intersecção de três lóbulos excêntricos, em que o centro de cada lóbulo está igualmente distanciado do centro do mancal, pela elipticidade δ . Essa configuração possibilita a formação de três cunhas de pressão hidrodinâmica, na maioria dos casos. Dentre os mancais de geometria fixa é o que se mostra mais estável, postergando ainda mais a região de instabilidade para faixas de rotação maiores.

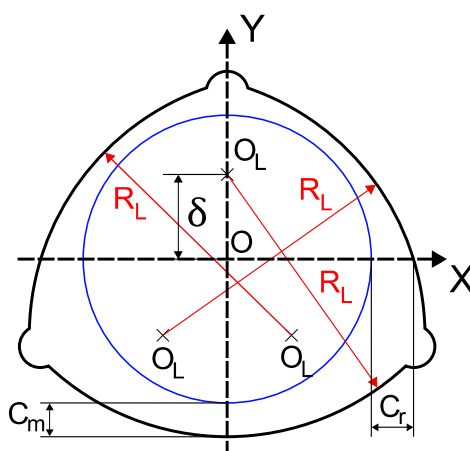


Figura 3.15: Geometria do mancal trilobular.

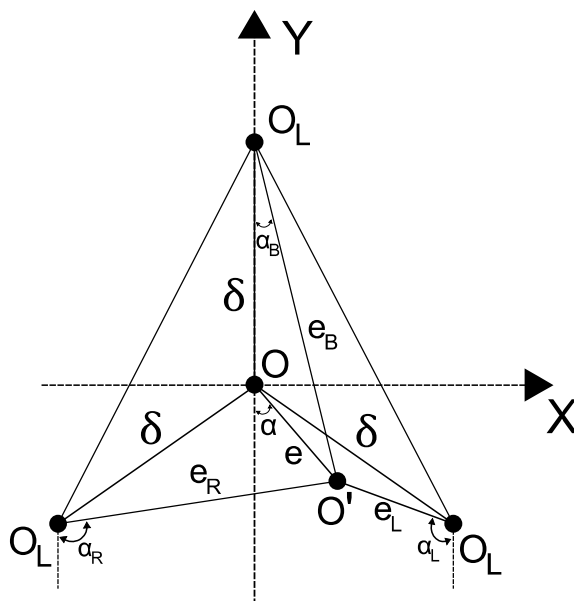


Figura 3.16: Posicionamento do eixo fora do centro, no mancal trilobular.

A Figura (3.16) esboça a condição do eixo fora da posição centrada, localizado no ponto O' . Com as relações trigonométricas apresentadas na Figura (3.16), tem-se o desenvolvimento das relações para as excentricidades e os ângulos de equilíbrio para cada um dos lóbulos do mancal trilobular, dados como segue nas Equações (3.39) para o lóbulo inferior (índice B), (3.40) para o lóbulo direito (índice R) e (3.41) par ao lóbulo esquerdo (índice L).

$$\varepsilon_B = \sqrt{\varepsilon^2 + m^2 + 2\varepsilon m \cos \alpha}$$

$$\alpha_B = \arcsen\left(\frac{\varepsilon \sin \alpha}{\varepsilon_B}\right) \quad (3.39)$$

$$\varepsilon_R = \sqrt{\varepsilon^2 + m^2 - 2\varepsilon m \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)}$$

$$\alpha_R = \frac{2\pi}{3} - \arcsen\left[\frac{\varepsilon \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)}{\varepsilon_R}\right] \quad (3.40)$$

$$\varepsilon_L = \sqrt{\varepsilon^2 + m^2 - 2\varepsilon m \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)}$$

$$\alpha_L = \frac{2\pi}{3} - \arcsen \left[\frac{\varepsilon \sin \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right)}{\varepsilon_L} \right] \quad (3.41)$$

Da mesma forma, nos mancais trilobulares, existem três folgas, sendo a maior folga radial C_r usada como referência. Devido às três excentricidades lobulares $\varepsilon_B = e_B/C_r$, $\varepsilon_R = e_R/C_r$ e $\varepsilon_L = e_L/C_r$ podem ocorrer casos de triplicidade no cálculo da posição de equilíbrio. As três posições satisfazem matematicamente as expressões, porém apenas uma das soluções tem sentido físico. Assim como foi dito para o caso dos mancais elípticos, aqui também deve ser dada atenção especial a esta triplicidade durante o processo de cálculo da posição de equilíbrio.

3.5 INSTABILIDADE EM MANCAIS HIDRODINÂMICOS

O fenômeno de instabilidade devido à presença de mancais hidrodinâmicos é um importante foco de estudo relacionado a estes componentes. Sendo o mancal o elemento de máquina responsável pela transmissão de vibração entre as partes fixa (estrutura de suporte) e móvel (rotor), procura-se mapear as regiões de instabilidade, evitando que os processos industriais e sistemas mecânicos que dependam do rotor sofram com esse efeito, em suas respectivas faixas de operação. Altas amplitudes de vibração do eixo, inerentes da instabilidade, perturbam a condição de operação normal da máquina e podem causar sérios danos à estrutura.

Considerando um rotor simétrico, levemente carregado, com o eixo sustentado por mancais lubrificadas cilíndricos, cinco condições de vibração podem ser observadas (MUSZYNSKA, 1986), como descritas a seguir.

1) Quando o eixo começa a rotacionar lentamente, em uma velocidade crescente com frequência síncrona (1x), podem ser observadas vibrações laterais com amplitudes menores ao longo do eixo do rotor. Essas vibrações são causadas por forças de inércia, que em baixas rotações são estáveis.

2) Em velocidades de rotação maiores (geralmente abaixo da primeira ressonância relacionada ao desbalanceamento), a vibração síncrona forçada não é o único regime observado. Juntamente com a frequência síncrona, o fenômeno conhecido como “*oil whirl*” aparece, como mostra o diagrama de cascata na Figura (3.17). A resposta “*oil whirl*” é caracterizada pela

vibração lateral sub-harmônica de precessão direta em torno do centro do mancal, em frequência próxima à metade da velocidade de rotação. Nessa faixa de operação o rotor possui comportamento de corpo rígido. A amplitude dessa vibração é limitada pela folga radial devido à ação das forças não-lineares presentes no filme de óleo. Com o aumento da velocidade de rotação o padrão de vibração permanece estável.

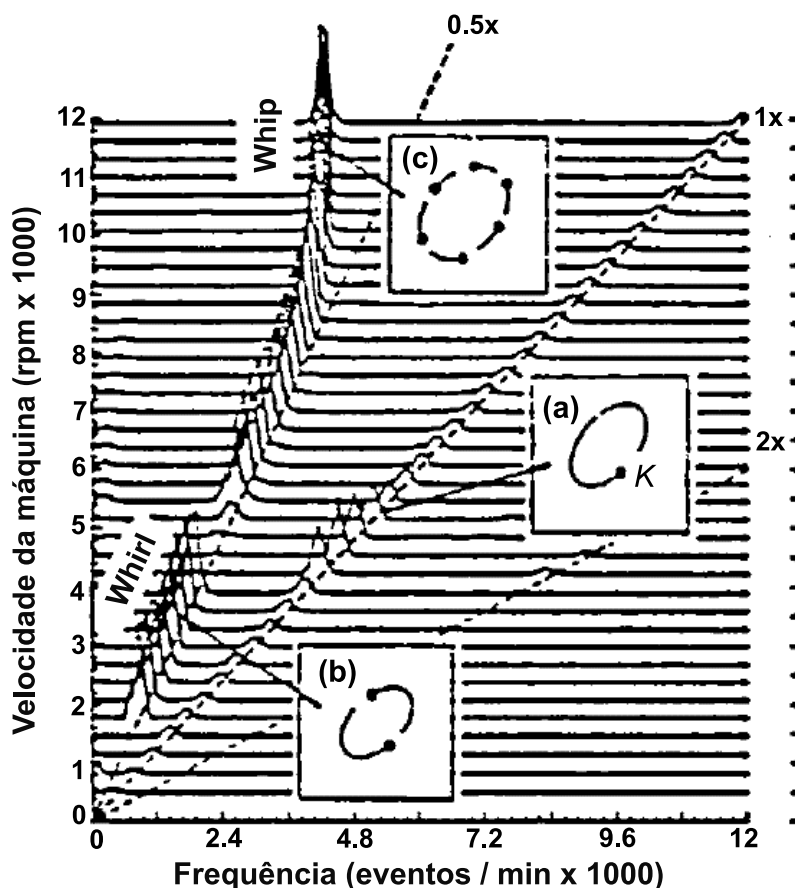


Figura 3.17: Diagrama de vibração em cascata, de um rotor experimental. (MUSZYNSKA, 1986).

3) Quando, com o aumento contínuo da velocidade, a frequência de rotação se aproxima da primeira frequência natural do rotor (devido ao desbalanceamento), o fenômeno “oil whirl” fica imperceptível, sendo suprimido pelo aumento das vibrações síncronas. As amplitudes de vibração nesse caso se tornam altíssimas na frequência de ressonância correspondente às propriedades de massa e rigidez do rotor. A dinâmica do fluido de óleo é alterada, pois agora o rotor possui maior comportamento elástico.

4) Acima da primeira ressonância, as vibrações síncronas forçadas diminuem e as forças advindas do filme de óleo retornam à ação. Com o aumento da velocidade de rotação o fenômeno “*oil whirl*” volta a dominar as vibrações do sistema.

5) Aproximadamente ao dobro da primeira frequência de ressonância, a frequência de “*oil whirl*” 0,5x estará atingindo o valor da primeira ressonância do rotor. Quando a velocidade de rotação chega nessa região ocorre o fenômeno chamado de “*oil whip*”, caracterizado por uma frequência constante, independente do aumento da velocidade de rotação. A amplitude de vibração no “*oil whip*” é limitada pela folga radial, porém a vibração do eixo pode se tornar extremamente alta, já que este vibra na frequência natural, ou seja, em condições de ressonância.

A Figura (3.18) (CASTRO, 2007) mostra o gráfico de deslocamentos para a posição do disco, em um rotor simulado em condição de desaceleração (condições de aceleração e desaceleração são abordadas com mais detalhes na seção 3.6 deste texto). É possível observar o rotor passando pela ressonância na faixa de rotação de aproximadamente 20 Hz, e depois pela instabilidade “*oil whip*” em aproximadamente 40 Hz (dobro da frequência natural).

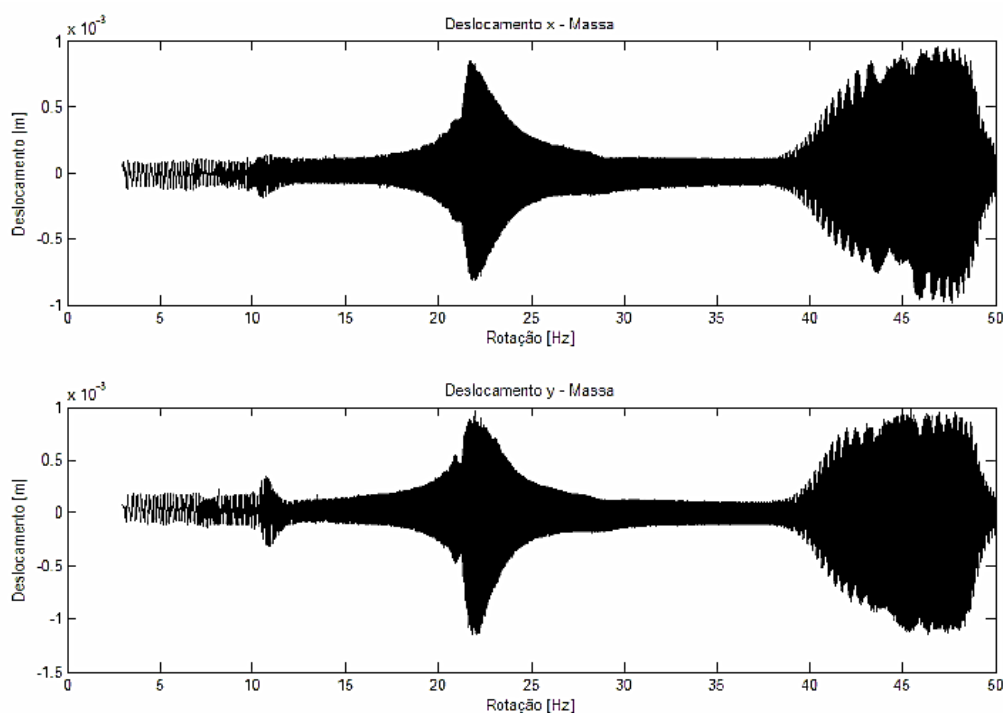


Figura 3.18: Deslocamentos da massa para um rotor simulado em desaceleração. (CASTRO, 2007).

3.6 MODELAGEM DO SISTEMA ROTATIVO

Um sistema rotativo é basicamente composto pelos seguintes elementos: discos, eixos, mancais e estrutura de suporte. A Figura (3.19) mostra uma configuração básica de rotor, com os sistemas de coordenadas utilizados. O objetivo da modelagem é determinar as equações de movimento do sistema, que descrevem sua dinâmica. Vale ressaltar que, para este trabalho, a fundação será considerada totalmente rígida.

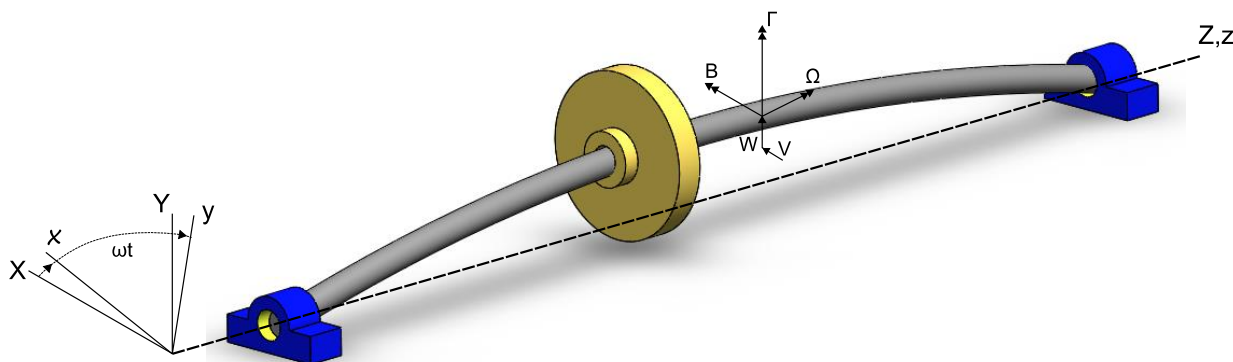


Figura 3.19: Esquema de um sistema rotativo básico.

Para o início da modelagem, adota-se um referencial inercial composto pelos eixos XYZ . Da mesma maneira, adota-se um referencial móvel, xyz , que acompanha a rotação do rotor. Definindo a velocidade de rotação de precessão como sendo ω , tem-se que os eixos transversais deslocam-se entre si por um ângulo de ωt . Ainda no modelo, considera-se os deslocamentos angulares (B, Γ) praticamente colineares com os eixos Y e Z , respectivamente. Dessa maneira, pode-se desconsiderar a deformação torcional dada pelo ângulo de rotação própria $\phi = \Omega t$.

Segundo Tuckmantel (2010), o método dos elementos finitos modela cada elemento do sistema rotativo de maneira individual, permitindo o acoplamento inercial entre eles, de translação e rotação, através das matrizes de massa, rigidez e amortecimento. O método dos elementos finitos também é capaz de modelar o acoplamento do efeito giroscópico. Em modelos mais simples, como o de parâmetros concentrados, esse fato não ocorre.

Para obtenção das equações de movimento do sistema, utiliza-se a Equação de Lagrange em sua forma genérica, como mostrado na Equação (3.42), em que q_i é a i -ésima coordenada

generalizada e F_i a componente generalizada da força atuando na direção de cada uma das coordenadas generalizadas.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} = F_i \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.42)$$

Definindo as energias - cinética (T_i), de deformação (U_i) e o trabalho exercido pelas forças não conservativas (R_i), para cada elemento i , tem-se a energia total do sistema, dada pela soma das energias de cada elemento, como segue em (3.43).

$$T = \sum_{i=1}^N T_i \quad ; \quad U = \sum_{i=1}^N U_i \quad ; \quad R = \sum_{i=1}^N R_i \quad (3.43)$$

De acordo com Nelson e McVaugh (1976), as energias cinética, de deformação e o trabalho das forças não conservativas globais são dadas pelo conjunto de Equações (3.44).

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}} - \Omega \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{G} \mathbf{q} + \frac{1}{2} I_P \Omega^2 \\ U &= \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{K} \mathbf{q} \\ R &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (3.44)$$

Realizando a substituição das energias de (3.42) em (3.40), tem-se a equação de movimento do sistema, como mostrado na Equação (3.45).

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}}(t) + (\mathbf{C} + \Omega \mathbf{G}) \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{q}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (3.45)$$

Em que $\mathbf{q}(t)$ é o vetor com os graus de liberdade do sistema, \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{G} e \mathbf{K} são as matrizes globais de massa, amortecimento, giroscópica e de rigidez, respectivamente, e $\mathbf{f}(t)$ é o vetor de forças externas.

Na modelagem por elementos finitos, utilizando as equações de Nelson e McVaugh (1976) e Nelson (1980), tem-se que a deformação de um elemento é definida pelas translações nodais V e W , nas direções Y e Z respectivamente, do referencial inercial. A orientação do

elemento é dada pelas rotações nodais B e Γ , em torno dos eixos Y e Z respectivamente, também do referencial inercial. Assim, ordenando as variáveis citadas, o vetor $\mathbf{q}(t)$ é dado pela Equação (3.46).

$$\mathbf{q} = \{V_i \ W_i \ B_i \ \Gamma_i\}^T \quad (3.46)$$

Para os sistemas rotativos, pode-se geralmente considerar a matriz de amortecimento $[C]$ como sendo uma combinação linear das matrizes de massa $[M]$ e rigidez $[K]$, como mostra a Equação (3.47), sendo α e β constantes determinadas a partir de métodos específicos de ajuste de modelos. Essa condição é conhecida como “amortecimento estrutural proporcional” e consegue representar uma ampla gama de sistema de maneira satisfatória, como por exemplo, eixos rotativos feitos de aço.

$$\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} \quad (3.47)$$

Para a montagem da equação geral de movimento, deve-se construir as matrizes globais do rotor, combinando os efeitos de cada elemento discretizado. Cada tipo de componente tem as suas próprias matrizes características. Nos trabalhos de Nelson e McVaugh (1976), Nelson (1980) e Tuckmantel (2010) é possível verificar, de forma detalhada, a construção das matrizes dos elementos de eixo e de disco que são utilizadas neste trabalho.

A contribuição dos mancais no comportamento dinâmico do sistema, como já discutido anteriormente, pode ser feita de várias maneiras. No entanto, o presente trabalho apresentará duas largamente empregadas. A primeira, e talvez a mais comum, é a partir da linearização das forças hidrodinâmicas em torno da posição de equilíbrio do eixo a cada rotação, obtendo-se coeficientes equivalentes de rigidez e amortecimento, que são introduzidos nas matrizes globais de rigidez e amortecimento do sistema, nos respectivos nós dos mancais. Na segunda forma, os efeitos do mancal são incluídos a partir da utilização direta das forças hidrodinâmicas obtidas através da solução da equação de Reynolds. A utilização direta das forças hidrodinâmicas permite a inclusão dos efeitos não-lineares inerentes a operação dos mancais hidrodinâmicos sobre certas condições, fato esse que será amplamente discutido neste trabalho.

Com a determinação das matrizes dos elementos de eixo e disco, pode-se montar a matriz global do sistema. A construção se faz a partir da sobreposição das matrizes, ou seja, a soma

das matrizes nos respectivos graus de liberdade da matriz global, como melhor será mostrado adiante na seção (4.3).

3.7 CONDIÇÃO DE PARTIDA ACELERADA DE UM ROTOR

Segundo Nakhaeinejad e Ganeriwala (2008), o ensaio de partida, conhecido como “*run up*”, assim como o ensaio de parada (“*coast down*”) são testes de excitação transiente, feitos com o objetivo de obtenção das velocidades críticas e frequências naturais do rotor, assim como pode ser utilizado para definir regiões de instabilidade do sistema.

O teste é realizado mediante aumento gradativo da velocidade de rotação da máquina, visualizando-se os deslocamentos, velocidades e acelerações, variando no domínio do tempo, nas posições de interesse do sistema. Dessa maneira, é possível notar a passagem do rotor pelas suas faixas de instabilidade, sejam elas nas condições de “*oil whirl*” ou de “*oil whip*”.

Para descrever o movimento do sistema rotativo, segundo o referencial apresentado anteriormente na seção 3.3, utiliza-se a teoria de movimento circular. No caso do rotor operando em velocidade angular constante (aceleração nula, portanto), tem-se o movimento circular uniforme. A variação linear do deslocamento da coordenada móvel θ no tempo, para o caso do movimento uniforme, é dada pela Equação (3.48) e pode ser vista no esboço da Figura (3.20-a). Na condição de partida acelerada, com aceleração angular constante, a velocidade angular agora possui aumento gradativo no tempo (movimento circular uniformemente variado), como mostra a Equação (3.49). A variação do deslocamento θ no tempo é dada pela equação quadrática (3.50), e pode ser vista no esboço da Figura (3.20-b).

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega t \quad (3.48)$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t \quad (3.49)$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (3.50)$$

Ao considerar-se a variação da velocidade no tempo, com a condição de partida ou parada acelerada, as equações que descrevem as forças de desbalanceamento sofrem alterações, devido à presença dos termos de derivadas de primeira e segunda ordem da coordenada generalizada. Assim, na modelagem da força de desbalanceamento (CASTRO, 2007), a aceleração deve ser levada em consideração.

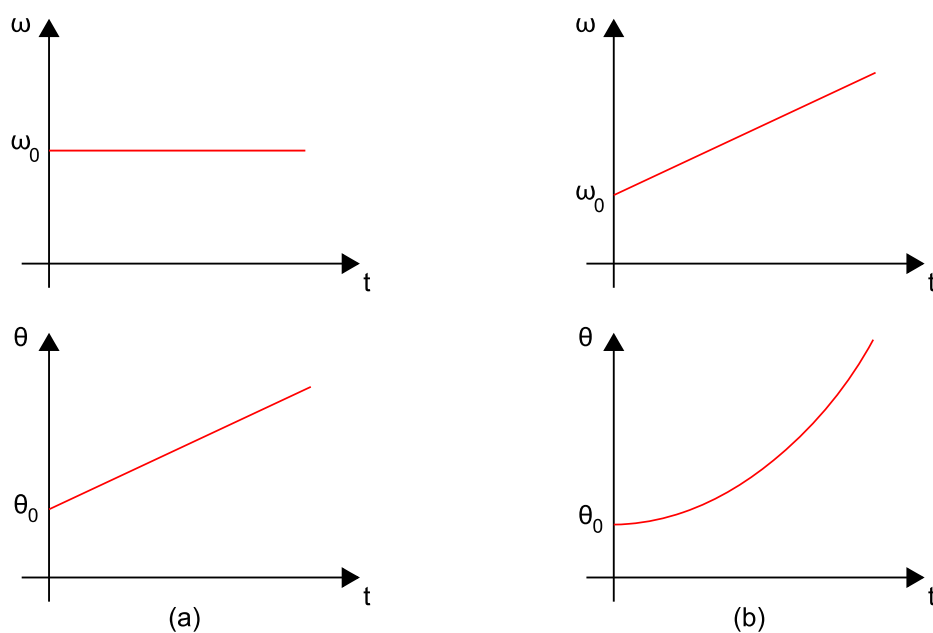


Figura 3.20: Comparação entre o movimento circular uniforme e uniformemente variado.

O desbalanceamento é definido por uma massa m situada a uma distância e do centro geométrico do eixo rotativo, como pode ser visto na Figura (3.21).

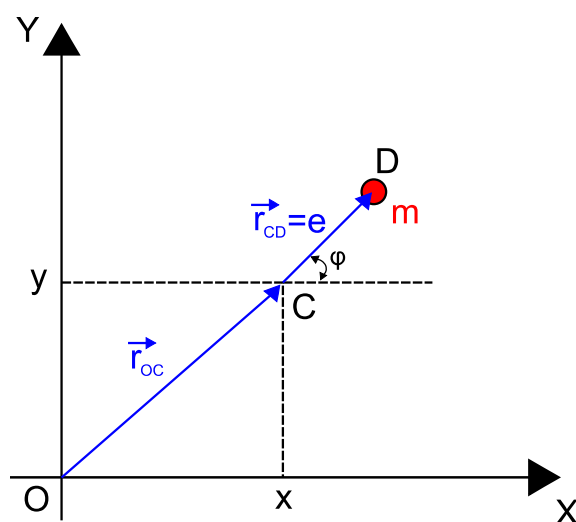


Figura 3.21: Massa de desbalanceamento.

A posição da massa desbalanceada no referencial inercial é dada pelo vetor $\vec{r}_{OD} = \vec{r}_{OC} + \vec{r}_{CD}$, como mostrado na Equação (3.51).

$$\vec{r}_{OD} = \begin{cases} x + e \cdot \cos \varphi \\ y + e \cdot \sin \varphi \end{cases} \quad (3.51)$$

Para obter a velocidade da massa de desbalanceamento, deriva-se (3.51) no tempo, como segue na Equação (3.52).

$$\vec{V} = \frac{d}{dt} \vec{r}_{OD} = \begin{cases} \dot{x} - e \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi \\ \dot{y} + e \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi \end{cases} \quad (3.52)$$

Com o objetivo de determinar as forças de desbalanceamento do sistema, tem-se a energia cinética da massa m dada na Equação (3.53). De acordo com Lalanne e Ferraris (1998), pode-se desconsiderar a massa m quando comparada à massa do disco, reduzindo a energia cinética como mostrado na Equação (3.54).

$$T_m = \frac{m}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + e^2 \cdot \dot{\varphi}^2 - 2 \cdot \dot{x} \cdot \dot{\varphi} \cdot e \cdot \sin \varphi + 2 \cdot \dot{y} \cdot \dot{\varphi} \cdot e \cdot \cos \varphi) \quad (3.53)$$

$$T_m \cong \frac{m}{2} (2 \cdot \dot{y} \cdot \dot{\varphi} \cdot e \cdot \cos \varphi - 2 \cdot \dot{x} \cdot \dot{\varphi} \cdot e \cdot \sin \varphi) \quad (3.54)$$

Aplicando a Equação de Lagrange, tem-se as forças de desbalanceamento F_d , nas direções x e y , mostradas nas Equações (3.55) e (3.56) respectivamente.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_m}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T_m}{\partial x} = -m \cdot e \cdot \ddot{\varphi} \cdot \sin \varphi - m \cdot e \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \cos \varphi = F_{dx} \quad (3.55)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_m}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial T_m}{\partial y} = -m \cdot e \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \sin \varphi + m \cdot e \cdot \ddot{\varphi} \cdot \cos \varphi = F_{dy} \quad (3.56)$$

Em seguida, com o método dos elementos finitos, o vetor de forças de desbalanceamento será integrado às demais forças atuantes do sistema, de maneira a obter a resposta dinâmica do rotor.

3.8 ANÁLISE EM FREQUÊNCIA DO SINAL TEMPORAL

3.8.1 DFT – Transformada Discreta de Fourier “*Full Spectrum*”

De maneira geral, para a medição de vibração em um rotor, são usados transdutores de deslocamento para cada direção (horizontal – eixo x ; vertical – eixo y). Construindo um gráfico com os deslocamentos x e y , nas posições dos mancais e do disco, tem-se as órbitas de acordo com cada velocidade de rotação. Por se tratar de um movimento oscilatório, é possível plotar cada deslocamento individualmente em função do tempo.

As análises espectrais constituem uma forma alternativa de identificar e analisar sinais, que se torna complementar à análise no domínio do tempo. Para isso, o sinal é decomposto no domínio da frequência, permitindo a identificação, de forma rápida, dos componentes desse sinal.

Existem diversas ferramentas e algoritmos para análise espectral de um sinal, sendo que cada uma possui particularidades que se aplicam melhor em determinados casos. Uma ferramenta conhecida para tratamento de sinais discretos e aperiódicos é a chamada “*DFT – Discret Fourier Transformation*”, ou “Transformação discreta de Fourier”. A chamada “*FFT – Fast Fourier Transformation*” ou “Transformada rápida de Fourier” é um algoritmo desenvolvido para o mesmo fim que à “*DFT*”, porém com tempo de cálculo muito mais rápido.

A implementação da “*FFT*” funciona de maneira a fatorar o sinal no domínio do tempo em uma somatória de senos e cossenos das frequências que compõe o sinal, com amplitudes e fases, que são capazes de reconstruir o sinal original no domínio do tempo. Sabe-se que os sinais senoidais e cossenoidais são defasados de $\pi/2$ radianos, permitindo sua representação na forma complexa, em que os termos de cosseno referem-se à parte real e os termos de seno à parte imaginária. Assim, a saída de uma “*FFT*” é um número complexo, conhecido na área de dinâmica de rotores como “vetor girante”. O módulo e ângulo desse complexo corresponde à amplitude e fase, respectivamente, do sinal harmônico.

Uma “*FFT*” convencional é chamada de “*half spectrum*”, pois relaciona apenas a parte positiva do domínio da frequência, comumente nas harmônicas $1x$, $2x$, $3x$ etc., como pode ser visualizado na Figura (3.22). Dessa maneira, na análise da vibração de um rotor, parte considerável das informações que remetem à fase relativa das componentes x e y do espectro é perdida. Ou seja, apesar de contemplar a componente positiva, na situação de precessão direta

(“*forward*”), informações sobre a componente de precessão retrógrada (“*backward*”) não são levadas em consideração.

Para os casos em que a informação acerca da fase relativa é importante, como no diagnóstico de falhas de desbalanceamento, desalinhamento, entre outras, a aplicação da “*FFT full spectrum*” é indicada. Nessas situações, o espectro com as frequências negativas possibilita a determinação do comportamento do rotor nas condições de precessão “*backward*”.

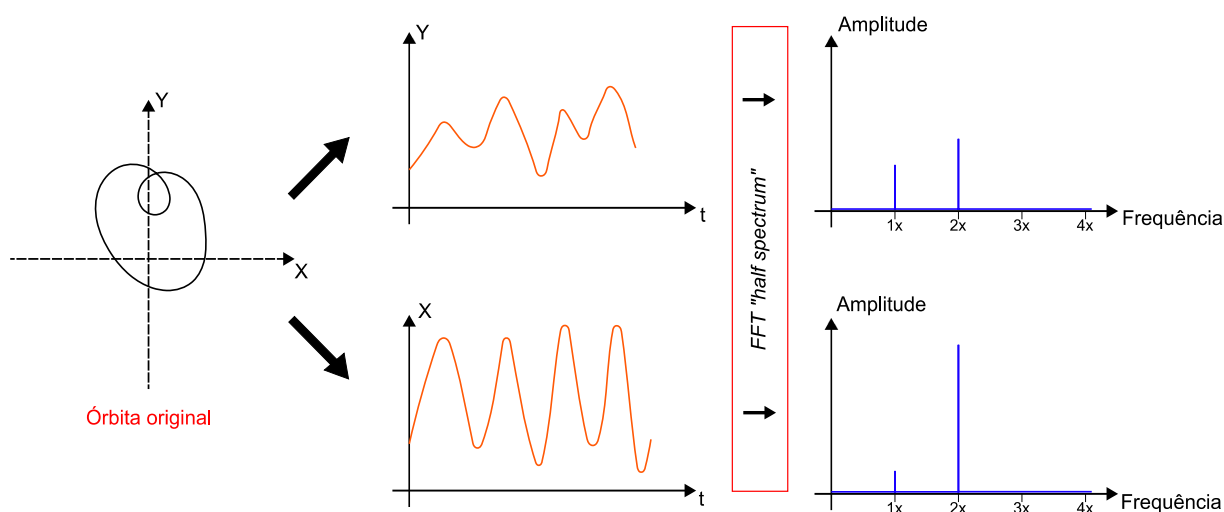


Figura 3.22: Sequência de processamento do sinal utilizando a “*FFT half spectrum*”.

Adaptado de Goldman & Muszynska, (1999).

O processo de obtenção do espectro completo, que pode ser visualizado no esquema da Figura (3.23), é dado pela expansão da órbita original em uma soma de órbitas filtradas, que correspondem às harmônicas 1x e 2x do sinal no exemplo apresentado. Cada órbita filtrada tem, em geral, uma forma elíptica. Por sua vez, cada órbita elíptica pode ser representada como a soma de duas órbitas circulares, sendo uma na rotação “*forward*” e a outra na rotação “*backward*”, ambas rotacionando na mesma frequência, que é a frequência da órbita filtrada.

Para o sinal exemplificado, na órbita filtrada de 1x, tem-se a órbita elíptica caracterizada pelas amplitudes do semi-eixo maior ($R_{1+} + R_{1-}$) e do semi-eixo menor ($|R_{1+} - R_{1-}|$). Analogamente, para a órbita filtrada de 2x, o semi-eixo maior é dado por $R_{2+} + R_{2-}$ e o semi-eixo menor por $|R_{2+} - R_{2-}|$. Uma precessão direta (“*forward*”) nessas condições, significa que $R_{\omega+} > R_{\omega-}$. Portanto, uma precessão retrógrada (“*backward*”) significa que $R_{\omega+} < R_{\omega-}$.

No entanto, para definir completamente uma elipse é necessário conhecer a orientação do semi-eixo maior, dada pelo ângulo entre o eixo horizontal e o semi-eixo maior $(\beta_\omega - \alpha_\omega)/2$, que é determinado pela fase relativa das componentes de precessão direta e retrógrada.

Caso a órbita filtrada seja puramente circular e com sentido direto, então a componente retrógrada é nula. Da mesma forma, caso seja puramente circular e com sentido retrógrado, a componente direta será nula. Nessa situação, a fase relativa é nula e os semi-eixos possuem a mesma dimensão. No caso de a órbita filtrada ser uma linha reta, tem-se que a amplitude da componente direta é igual à amplitude da componente retrógrada, sendo a fase relativa ainda importante para definir-se a orientação dessa linha.

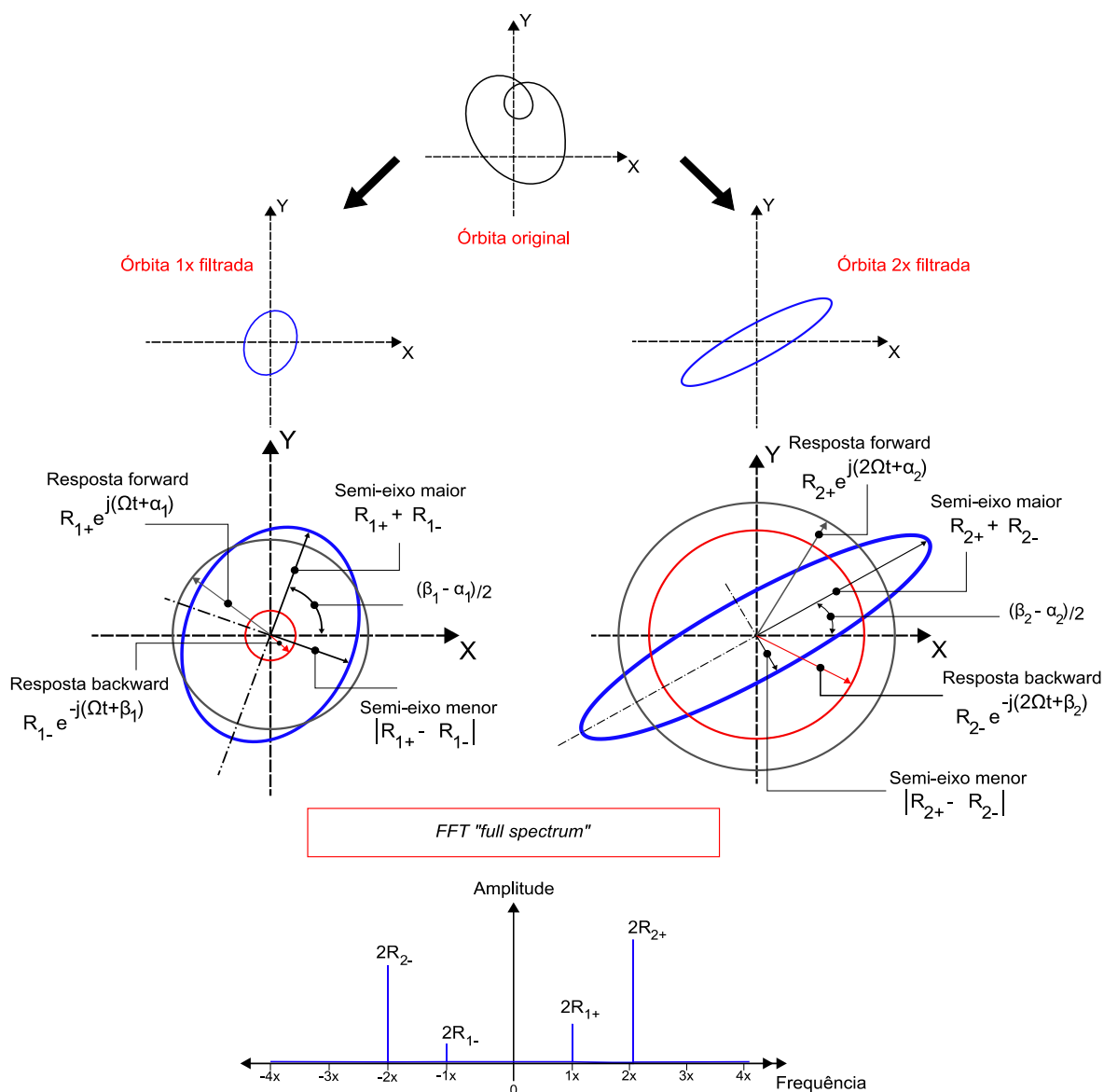


Figura 3.23: Sequência para obtenção do "full spectrum". Adaptado de Goldman & Muszynska, (1999).

3.8.2 STFT – Transformada de Fourier de Tempo Curto

A segunda ferramenta de análise de um sinal no domínio da frequência, utilizada neste trabalho, foi a chamada *STFT* – “*Short-Time Fourier Transform*” (Transformada de Fourier de Tempo Curto), utilizada em situações em que os componentes de frequência de um sinal variam ao longo do tempo, como na condição de partida acelerada de um rotor.

Nesse método, a *STFT* realiza uma sequência de transformadas de Fourier de um sinal janela, de modo a dividir um sinal com duração de tempo maior em segmentos menores, com o mesmo comprimento, calculando a transformada de Fourier tradicional em cada segmento, gerando, portanto, um espectro de frequências de cada janela. Cada ponto do espectrograma (*frequência, tempo*) possui uma potência calculada pela densidade de energia espectral (COHEN, 1995).

Através de um sinal original no domínio do tempo, multiplicando-o por uma função janela $h(t)$, centrada no ponto t , um novo sinal será gerado, como mostra a Equação (3.57). O sinal modificado é uma função de dois tempos, o fixo de interesse (t) e o tempo contínuo (τ).

$$s_t(\tau) = s(\tau)h(\tau - t) \quad (3.57)$$

A Figura (3.24) mostra as diferentes funções janela no mecanismo de produção do sinal modificado, com diferentes tempos de referência.

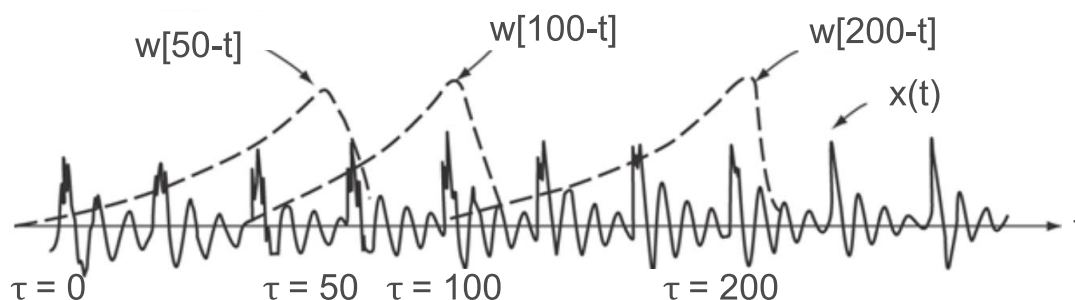


Figura 3.24: Diferentes tempos de referência para definição da função janela. Adaptado de Raza, (2012).

Aplicando a transformada de Fourier no sinal modificado, será refletida a distribuição de frequências em torno do tempo t , como mostra a Equação (3.58), da transformada de Fourier de tempo curto.

$$S_t(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{-j\omega\tau} s_t(\tau) d(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{-j\omega\tau} s(\tau) h(\tau - t) d(\tau) \quad (3.58)$$

Para cada instante de tempo diferente, obtém-se um espectro diferente, sendo a totalidade desses espectros a distribuição tempo-frequência. O cálculo da densidade de energia espectral P_{SP} é dado pela Equação (3.59).

$$P_{SP}(t, \omega) = |S_t(\omega)|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{-j\omega\tau} s(\tau) h(\tau - t) d(\tau) \right|^2 \quad (3.59)$$

Vale ressaltar que na implementação do cálculo da *STFT* e densidade de energia espectral, é importante a escolha adequada de parâmetros para o processamento do sinal, como o tipo de função janela, a frequência de amostragem, o tamanho do comprimento da *FFT* e o fator de “*overlap*” entre os segmentos.

4 MÉTODO NUMÉRICO

A modelagem apresentada até então, acerca da teoria da lubrificação hidrodinâmica, trouxe como base a Equação de Reynolds. Como dito, trata-se de uma equação diferencial parcial sem solução analítica completa. Muitas propostas de soluções analíticas simplificadas se aproximam da solução para mancais infinitamente longos (Sommerfeld) ou extremamente curtos (DuBois e Ocvirk), no entanto, não são adequadas para mancais funcionais, por apresentarem divergência significativa de resultados. Dessa maneira, na tentativa de solução da Equação de Reynolds, métodos numéricos foram empregados para encontrar uma solução que fosse satisfatoriamente aproximada.

Um dos primeiros métodos utilizado na tentativa de resolver conjuntos de equações sem solução analítica foi o de diferenças finitas. Para simulações de escoamentos, um método muito consolidado é o de volumes finitos, devido, principalmente, à sua maior capacidade de adaptação às condições de contorno.

Na área de mecânica dos sólidos, o método de elementos finitos é amplamente utilizado para tratar um sistema contínuo, discretizando-o em um conjunto de elementos que, individualmente, são considerados contínuos.

Para este trabalho, a Equação de Reynolds é resolvida através do método dos volumes finitos e o sistema rotativo é discretizado de acordo com o método dos elementos finitos. Por esta razão, ambos os métodos são brevemente apresentados e discutidos neste capítulo. Além disso, o capítulo também apresenta a forma como as forças hidrodinâmicas e os coeficientes equivalentes de amortecimento e rigidez são obtidos e, por fim, é apresentado o método de Newmark, usando para integração do sistema de equações que descreve o comportamento dinâmico global do sistema.

4.1 MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS

A diferença substancial entre o método de diferenças finitas para o de volumes finitos está na base de formulação de cada um. O método de diferenças finitas possui dedução puramente matemática, a partir das aproximações de derivadas usando séries de Taylor. Já o método de volumes finitos possui base física.

De maneira introdutória, o método de volumes finitos tem por objetivo dividir o domínio de cálculo em um certo número de subdomínios, em que as leis físicas sejam válidas, com um grau de aproximação desejado, que pode ser obtido de duas maneiras – utilizando o balanço da propriedade conservada para cada subdomínio ou através da integração da equação, na forma conservativa, no volume do subdomínio.

A Figura (4.1) mostra um caso exemplificando a aplicação da equação da continuidade em duas dimensões. Os fluxos mássicos que atravessam cada face, no intervalo de tempo Δt , podem ser visualizados no subdomínio (ou “volume finito”), sendo ρ a massa específica do fluido, t o tempo e (u,v) as componentes do vetor velocidade em cada direção.

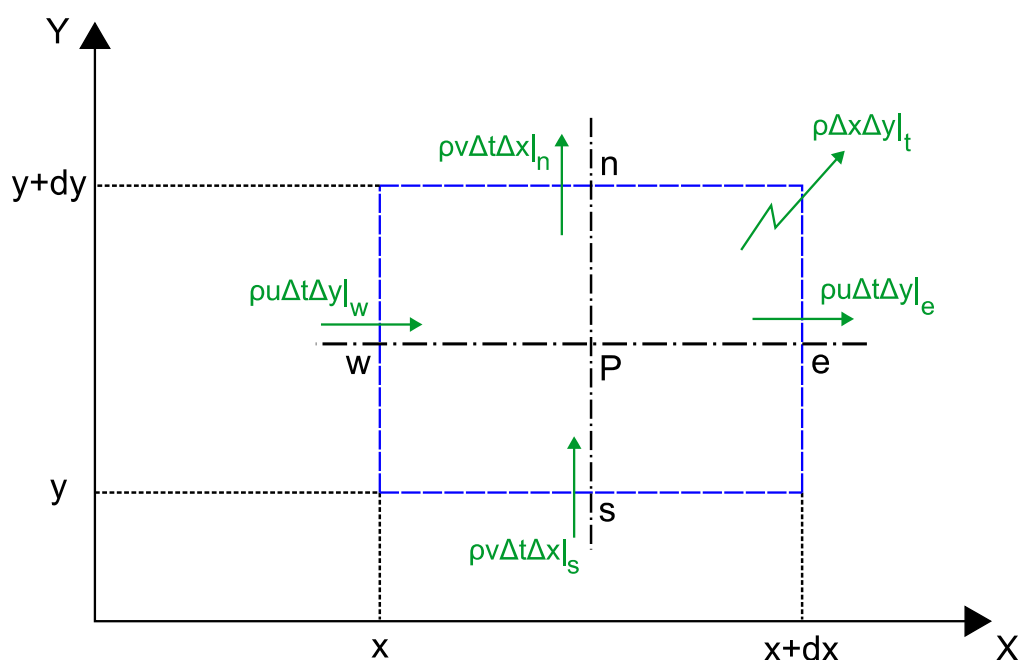


Figura 4.1: Fluxos mássicos em um subdomínio, com duas dimensões (x,y) .

A variação de massa dentro do volume, no intervalo Δt , é dada pelo balanço da Equação (4.1). Dividindo toda a expressão pelo termo $(\Delta t \Delta x \Delta y)$, tem-se a equação discretizada para o volume finito analisado, como mostra a Expressão (4.2).

$$\begin{aligned} (\rho \Delta x \Delta y)_{t+\Delta t} - (\rho \Delta x \Delta y)_t \\ = (\rho u \Delta t \Delta y)_w - (\rho u \Delta t \Delta y)_e + (\rho v \Delta t \Delta x)_s - (\rho v \Delta t \Delta x)_n \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\frac{\rho_{t+\Delta t} - \rho_t}{\Delta t} + \frac{(\rho u)_e - (\rho u)_w}{\Delta x} + \frac{(\rho v)_n - (\rho v)_s}{\Delta y} \quad (4.2)$$

A mesma equação pode ser obtida através da integração da equação da continuidade através do operador integral (I) da Expressão (4.3).

$$I = \int_t^{t+\Delta t} dt \int_w^e dx \int_s^n dy \quad (4.3)$$

Dessa forma, a aproximação discreta pode ser obtida através dos dois procedimentos. No entanto, geralmente obtém-se a equação aproximada através da integração da equação na sua forma divergente, visto que muitas grandezas possuem balanços que podem ser muito complexos.

O erro de aproximação numérica é introduzido ao calcular-se os fluxos médios que atravessam cada face, assim como as densidades médias dentro do volume.

O fato de existirem descontinuidades geométricas nos mancais radiais, como explicado, na forma de ranhuras axiais que servem como os canais de alimentação para o fluxo de óleo lubrificante, exige uma modelagem para resolução da Equação de Reynolds em um filme descontínuo. Esse procedimento foi feito por Arghir et al. (2002) para um domínio unidimensional. Machado (2011) realizou a expansão da metodologia para o domínio bidimensional, de maneira a discretizar a malha em volumes finitos permitindo a consideração dos efeitos de inércia, descritos por uma equação de Bernoulli generalizada.

Considerando um sistema de coordenada x, z , tem-se nas Equações (4.4) e (4.5) os fluxos de fluido por unidade de comprimento, em cada direção, respectivamente. Sendo U a velocidade superficial do eixo, h a espessura do filme de óleo, μ a viscosidade dinâmica e p a pressão.

$$q_x = \frac{U}{2} h - \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4.4)$$

$$q_z = - \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (4.5)$$

Tendo-se os fluxos direcionais, é possível escrever a equação da continuidade para o fluido presente na folga do mancal, como segue na Equação (4.6).

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = \frac{\partial h}{\partial t} \quad (4.6)$$

A equação da continuidade (4.6) pode ser reescrita, rearranjando os termos da maneira exposta na Equação (4.7).

$$\partial q_x \partial z + \partial q_z \partial x = \frac{\partial h}{\partial t} \partial x \partial z \quad (4.7)$$

O termo $\partial h/\partial t$ refere-se à velocidade de variação da espessura de fluido, com o esmagamento do filme de óleo.

Nas vizinhanças da descontinuidade presente na película, sabe-se que a pressão apresenta variações bruscas e muito rápidas. Isso se dá devido a um movimento de recirculação de óleo, que não consegue ser descrito pela teoria clássica da lubrificação, visto que os fluxos são modelados de maneira praticamente paralela entre si.

Para descrever essa rápida variação da pressão no modelo teórico a equação de Bernoulli generalizada (4.8) é utilizada imediatamente antes e depois da descontinuidade, sendo P a pressão e U a velocidade tangencial. O coeficiente ξ leva em conta uma perda adicional de energia, devido a efeitos viscosos.

A Figura (4.2) apresenta a malha de volume finitos, realçando o ponto (i,j) analisado.

$$P^- + \frac{\rho U^{-2}}{2} = P^+ + \frac{\rho U^{+2}}{2} + \xi \frac{\rho [\max(U^-, U^+)]^2}{2} \quad (4.8)$$

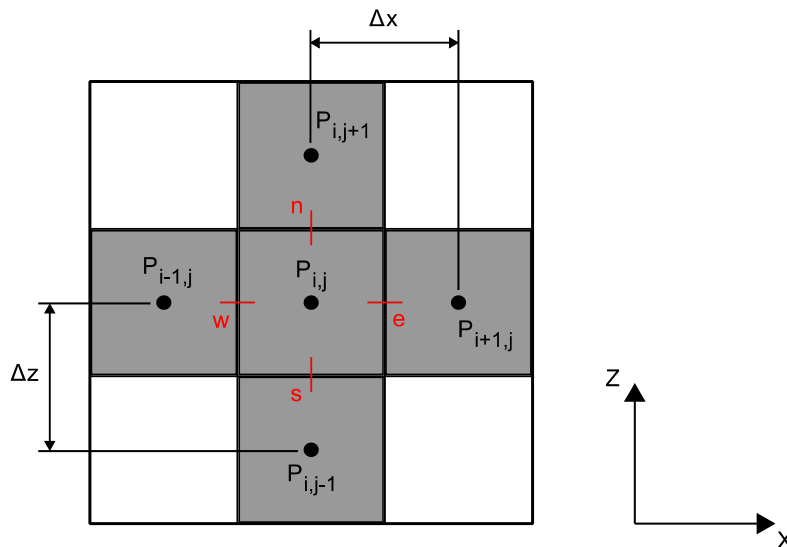


Figura 4.2: Volume finito (i,j) destacado na malha.

Utilizando (4.7), para o volume mostrado na Figura (4.2), pode-se escrever o balanço de fluxos, como segue na Equação (4.9).

$$(q_{i,j}^e - q_{i,j}^w)\Delta z + (q_{i,j}^n - q_{i,j}^s)\Delta x = \frac{dh}{dt}\Delta x\Delta z \quad (4.9)$$

Sendo cada fluxo mostrado nas Equações (4.10) a (4.13).

$$q_{i,j}^e = \left[-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i,j}^e \frac{P_{i,j}^e - P_{i,j}}{x_{i+1/2,j} - x_{i,j}} + \frac{Uh_{i,j}^e}{2} \right] \quad (4.10)$$

$$q_{i,j}^w = \left[-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i,j}^w \frac{P_{i,j} - P_{i,j}^w}{x_{i,j} - x_{i-1/2,j}} + \frac{Uh_{i,j}^w}{2} \right] \quad (4.11)$$

$$q_{i,j}^n = \left[-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i,j}^n \frac{P_{i,j}^n - P_{i,j}}{z_{i,j+1/2} - z_{i,j}} \right] \quad (4.12)$$

$$q_{i,j}^s = \left[-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i,j}^s \frac{P_{i,j} - P_{i,j}^s}{z_{i,j} - z_{i,j-1/2}} \right] \quad (4.13)$$

Com a hipótese de que existe continuidade do fluxo, tem-se as expressões de igualdade nas Equações (4.14) a (4.17).

$$q_{i-1,j}^e = q_{i,j}^w \quad (4.14)$$

$$q_{i,j}^e = q_{i+1,j}^w \quad (4.15)$$

$$q_{i,j-1}^n = q_{i,j}^s \quad (4.16)$$

$$q_{i,j}^n = q_{i,j+1}^s \quad (4.17)$$

Com (4.10) e (4.11) substituídas em (4.14), tem-se a expressão (4.18).

$$\left[-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i-1,j}^e \frac{P_{i-1,j}^e - P_{i-1,j}}{x_{i-1/2,j} - x_{i-1,j}} + \frac{Uh_{i-1,j}^e}{2} \right] = \left[-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i,j}^w \frac{P_{i,j} - P_{i,j}^w}{x_{i,j} - x_{i-1/2,j}} + \frac{Uh_{i,j}^w}{2} \right] \quad (4.18)$$

Para simplificar as expressões, duas novas variáveis são introduzidas, como mostra o conjunto de Equações (4.19). Substituindo o conjunto (4.19) em (4.18), tem-se o balanço da Equação (4.20).

$$b_{i-1,j}^e = \left[\frac{-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i-1,j}^e}{x_{i-1/2,j} - x_{i-1,j}} \right] = \left[\frac{-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i-1,j}^e}{\frac{\Delta x}{2}} \right] \quad (4.19)$$

$$b_{i,j}^w = \left[\frac{-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i,j}^w}{x_{i,j} - x_{i-1/2,j}} \right] = \left[\frac{-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i,j}^w}{\frac{\Delta x}{2}} \right]$$

$$b_{i-1,j}^e P_{i-1,j}^e - b_{i-1,j}^e P_{i-1,j} = b_{i,j}^w P_{i,j} - b_{i,j}^w P_{i,j}^w + \frac{U}{2} (h_{i,j}^w - h_{i-1,j}^e) \quad (4.20)$$

No modelamento das descontinuidades geométricas no mancal, deve-se escrever a equação de Bernoulli generalizada (4.8) imediatamente antes e depois da descontinuidade. No caso do modelo por volumes finitos, nas posições norte, sul, leste e oeste de cada volume de controle. Para o lado oeste, tem-se a equação de Bernoulli generalizada, como segue em (4.21), sendo as velocidades dadas pelo conjunto de Equações (4.22).

$$P_{i-1,j}^e + \frac{\rho(V_{i-1,j}^e)^2}{2} = P_{i,j}^w + \frac{\rho(V_{i,j}^w)^2}{2} + \xi \frac{\rho[\max(V_{i-1,j}^e, V_{i,j}^w)]^2}{2} \quad (4.21)$$

$$V_{i-1,j}^e = \frac{q_{i-1,j}^e}{h_{i-1,j}^e} \quad (4.22)$$

$$V_{i,j}^w = \frac{q_{i,j}^w}{h_{i,j}^w}$$

De maneira a simplificar o modelo, o coeficiente ξ , que leva em conta a perda adicional de energia devido a efeitos viscosos, será considerado nulo. Assim, a expressão (4.21) se reduz a (4.23), sendo o novo termo de simplificação dado pela Equação (4.24).

$$P_{i-1,j}^e = P_{i,j}^w + A_{i-1/2,j} \quad (4.23)$$

$$A_{i-1/2,j} = \frac{\rho(V_{i,j}^w)^2}{2} - \frac{\rho(V_{i-1,j}^e)^2}{2} \quad (4.24)$$

Com (4.23) em (4.20), chega-se na expressão para a pressão na borda oeste, como mostra a Equação (4.25).

$$P_{i,j}^w = \frac{b_{i-1,j}^e P_{i-1,j} + b_{i,j}^w P_{i,j} - b_{i-1,j}^e A_{i-1/2,j} + \left[\frac{U}{2} (h_{i,j}^w - h_{i-1,j}^e) \right]}{(b_{i-1,j}^e + b_{i,j}^w)} \quad (4.25)$$

Para se obter as pressões nas demais bordas realiza-se o procedimento análogo. As Equações (4.26) a (4.28) mostram as pressões em leste, norte e sul respectivamente.

$$P_{i,j}^e = \frac{b_{i,j}^e P_{i,j} + b_{i+1,j}^w P_{i+1,j} + b_{i+1,j}^w A_{i+1/2,j} + \left[\frac{U}{2} (h_{i+1,j}^w - h_{i,j}^e) \right]}{(b_{i,j}^e + b_{i+1,j}^w)} \quad (4.26)$$

$$P_{i,j}^n = \frac{b_{i,j}^n P_{i,j} + b_{i,j+1}^s P_{i,j+1} + b_{i,j+1}^s A_{i,j+1/2}}{(b_{i,j}^n + b_{i,j+1}^s)} \quad (4.27)$$

$$P_{i,j}^s = \frac{b_{i,j}^s P_{i,j} + b_{i,j-1}^n P_{i,j-1} - b_{i,j-1}^n A_{i,j-1/2}}{(b_{i,j}^s + b_{i,j-1}^n)} \quad (4.28)$$

Encontrando-se as pressões nas bordas do volume de controle, resta determinar a equação para cálculo da pressão no centro de cada volume, ou seja, $P_{i,j}$. Para isso, realiza-se a

substituição de (4.10) a (4.13) em (4.9), como segue na Equação (4.29). Para simplificar as manipulações algébricas, as variáveis do conjunto de Equações (4.30) são introduzidas.

$$\left\{ \left[b_{i,j}^e (P_{i,j}^e - P_{i,j}) + \frac{U h_{i,j}^e}{2} \right] - \left[b_{i,j}^w (P_{i,j} - P_{i,j}^w) + \frac{U h_{i,j}^w}{2} \right] \right\} \Delta z \quad (4.29)$$

$$+ \{ [b_{i,j}^n (P_{i,j}^n - P_{i,j})] - [b_{i,j}^s (P_{i,j} - P_{i,j}^s)] \} \Delta x = \frac{dh}{dt} \Delta x \Delta z$$

$$\tilde{T}_{i-1,j} = \frac{b_{i-1,j}^e b_{i,j}^w}{b_{i-1,j}^e + b_{i,j}^w}$$

$$\tilde{T}_{i+1,j} = \frac{b_{i,j}^e b_{i+1,j}^w}{b_{i,j}^e + b_{i+1,j}^w}$$

$$\tilde{T}_{i,j-1} = \frac{b_{i,j-1}^n b_{i,j}^s}{b_{i,j-1}^n + b_{i,j}^s}$$

$$\tilde{T}_{i,j+1} = \frac{b_{i,j}^n b_{i,j+1}^s}{b_{i,j}^n + b_{i,j+1}^s}$$

(4.30)

Finalmente, substituindo as expressões das pressões de borda (4.25) a (4.28) em (4.29), chega-se na pressão no centro do volume de controle, como mostrado na Equação (4.31). A variável auxiliar é mostrada na Equação (4.32).

$$P_{i,j} = \frac{P_{i,j+1}(\tilde{T}_{i,j+1}\Delta x) + P_{i,j-1}(\tilde{T}_{i,j-1}\Delta x) + P_{i+1,j}(\tilde{T}_{i+1,j}\Delta z) + P_{i-1,j}(\tilde{T}_{i-1,j}\Delta z) + S_{i,j}}{(\tilde{T}_{i,j+1} + \tilde{T}_{i,j-1})\Delta x + (\tilde{T}_{i+1,j} + \tilde{T}_{i-1,j})\Delta z} \quad (4.31)$$

$$S_{i,j} = \frac{U}{2} (h_{i,j}^e - h_{i,j}^w) \Delta z + \tilde{T}_{i,j+1} A_{i,j+1/2} \Delta x - \tilde{T}_{i,j-1} A_{i,j-1/2} \Delta x + \tilde{T}_{i+1,j} A_{i+1/2,j} \Delta z$$

$$- \frac{\tilde{T}_{i+1,j}}{2b_{i+1,j}^w} U (h_{i+1,j}^w - h_{i,j}^e) \Delta z + \frac{\tilde{T}_{i-1,j}}{2b_{i-1,j}^e} U (h_{i,j}^w - h_{i-1,j}^e) \Delta z \quad (4.32)$$

$$+ \frac{dh}{dt} \Delta x \Delta z$$

Na metodologia numérica considerou-se que as discontinuidades coincidem com a fronteira do volume de controle discretizado. Também foram introduzidas pressões suplementares igualmente sobre os volumes de fronteira, em cada passo do processo. A espessura do filme de óleo é definida no centro do volume e sobre suas fronteiras.

As condições de fronteira são inseridas diretamente nos valores de pressão das faces, sendo a de pressão nula nas duas bordas axiais do mancal, fazendo com que nas extremidades do mancal a pressão que atue seja a atmosférica.

A solução do processo é dada de maneira iterativa para a resolução do sistema linear resultante. No caso, os termos auxiliares A são dependentes das velocidades de filme sobre o volume de controle, de modo que dependem do gradiente de pressão nas expressões (4.10) a (4.13) e (4.22). Dessa forma, os valores devem ser atualizados após resolver o sistema linear dado na expressão (4.31). Quando a variação da pressão de Bernoulli é incluída, o problema torna-se não-linear, necessitando de um ciclo iterativo exterior para resolução.

4.2 FORÇAS HIDRODINÂMICAS E COEFICIENTES DINÂMICOS

Para obter-se as forças resultantes nas direções vertical e horizontal sobre o eixo, realiza-se a integração numérica dos valores de pressão $P_{i,j}$ para os pontos nodais da malha discretizada. Dessa forma, as Equações (4.33) e (4.34) mostram as forças no referencial móvel, nas direções radial e tangencial respectivamente. Através do ângulo de atitude ϕ é possível decompor as forças no referencial inercial, como visto anteriormente na Equação (3.26).

$$F_r = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P_{i,j} \cos \theta_i (\Delta x) (\Delta z) \quad (4.33)$$

$$F_t = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P_{i,j} \sen \theta_i (\Delta x) (\Delta z) \quad (4.34)$$

O cálculo dos coeficientes dinâmicos é dado pela formulação centrada, apresentada por Venner e Lubrecht (2000), a partir da expansão em séries de Taylor até a primeira ordem. O

conjunto de Equações (4.35) apresenta os coeficientes de rigidez (K_{ij}) e as Equações em (4.36) os coeficientes de amortecimento (C_{ij}).

$$K_{xx} = \frac{\Delta F_x}{\Delta x} \cong \frac{F_{x+\Delta x} - F_{x-\Delta x}}{2\Delta x}$$

$$K_{xy} = \frac{\Delta F_x}{\Delta y} \cong \frac{F_{x+\Delta x} - F_{x-\Delta x}}{2\Delta y}$$
(4.35)

$$K_{yx} = \frac{\Delta F_y}{\Delta x} \cong \frac{F_{y+\Delta y} - F_{y-\Delta y}}{2\Delta x}$$

$$K_{yy} = \frac{\Delta F_y}{\Delta y} \cong \frac{F_{y+\Delta y} - F_{y-\Delta y}}{2\Delta y}$$

$$C_{xx} = \frac{\Delta F_x}{\Delta \dot{x}} \cong \frac{F_{x+\Delta x} - F_{x-\Delta x}}{2\Delta \dot{x}}$$

$$C_{xy} = \frac{\Delta F_x}{\Delta \dot{y}} \cong \frac{F_{x+\Delta x} - F_{x-\Delta x}}{2\Delta \dot{y}}$$

(4.36)

$$C_{yx} = \frac{\Delta F_y}{\Delta \dot{x}} \cong \frac{F_{y+\Delta y} - F_{y-\Delta y}}{2\Delta \dot{x}}$$

$$C_{yy} = \frac{\Delta F_y}{\Delta \dot{y}} \cong \frac{F_{y+\Delta y} - F_{y-\Delta y}}{2\Delta \dot{y}}$$

4.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Para a integração das equações de movimento, que compõe o sistema rotativo, o método numérico utilizado foi o método dos elementos finitos. Partindo de um sistema contínuo, é possível realizar uma divisão da estrutura em um número finito de elementos, com uma discretização suficiente, levando em conta a geometria e o seu comportamento. Nesse caso,

cada elemento é considerado contínuo, sendo conectado a outros elementos por pontos chamados nós, localizados na fronteira desse elemento.

Após a consideração das hipóteses para a faixa de deslocamento desejado, as energias (cinética e de deformação), bem como a função de dissipação de Rayleigh devem ser calculadas para cada elemento em função dos deslocamentos dos nós. As forças generalizadas são determinadas por trabalho virtual das forças externas. Com a equação de Lagrange é possível obter a equação de movimento de toda a estrutura.

Na seção (3.5) do presente trabalho foram apresentadas as formulações para os elementos que compõe o sistema rotativo analisado, seguindo o exposto em Nelson e McVaugh (1976), Nelson (1980) e Tuckmantel (2010). As matrizes de massa, rigidez, giroscópica e amortecimento de cada elemento devem ser integradas no sistema, para representação de cada um na malha de elementos finitos. Dessa maneira, as matrizes elementares são agrupadas em matrizes globais, que contém todos os graus de liberdade do modelo.

A Figura (4.3) representa esse agrupamento, em que os termos das matrizes, correspondentes aos graus de liberdade de um nó de um elemento, são somados aos graus de liberdade de um dos nós da matriz elementar do elemento sucessivo.

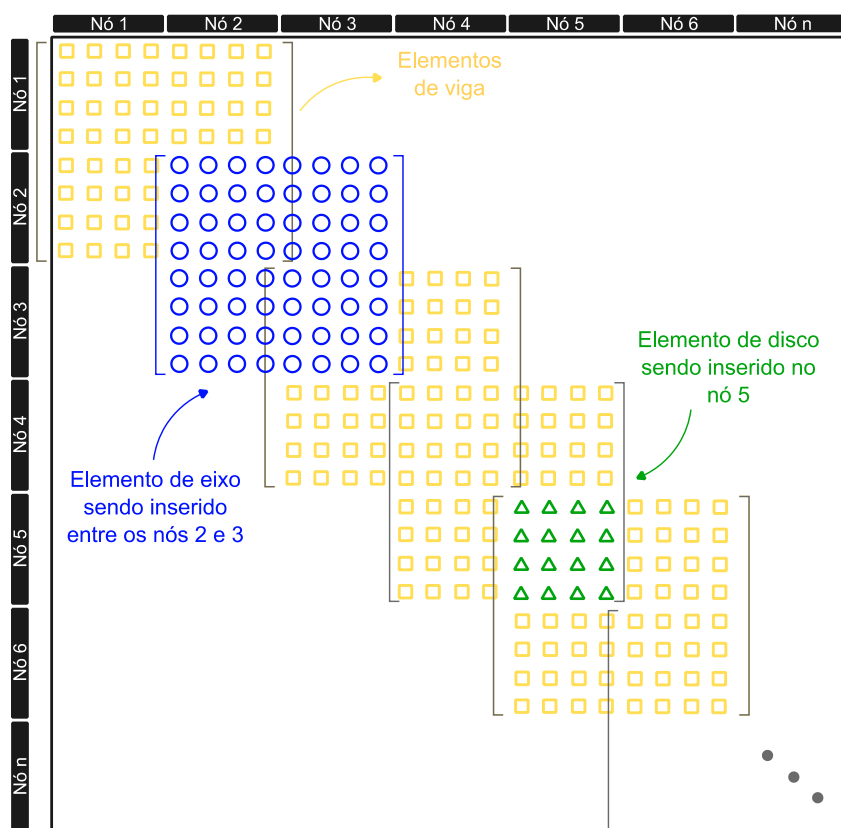


Figura 4.3: Inserção das matrizes elementares para composição da matriz global.

Tendo sido expostos os métodos numéricos que compõe os algoritmos desenvolvidos no presente trabalho, a Figura (4.4) contém um fluxograma da rotina dos cálculos, desde a interface das informações básicas informadas do sistema rotativo até a obtenção da resposta no tempo para os deslocamentos, velocidades e acelerações. O método de Newmark será particularmente comentado na seção (4.4).

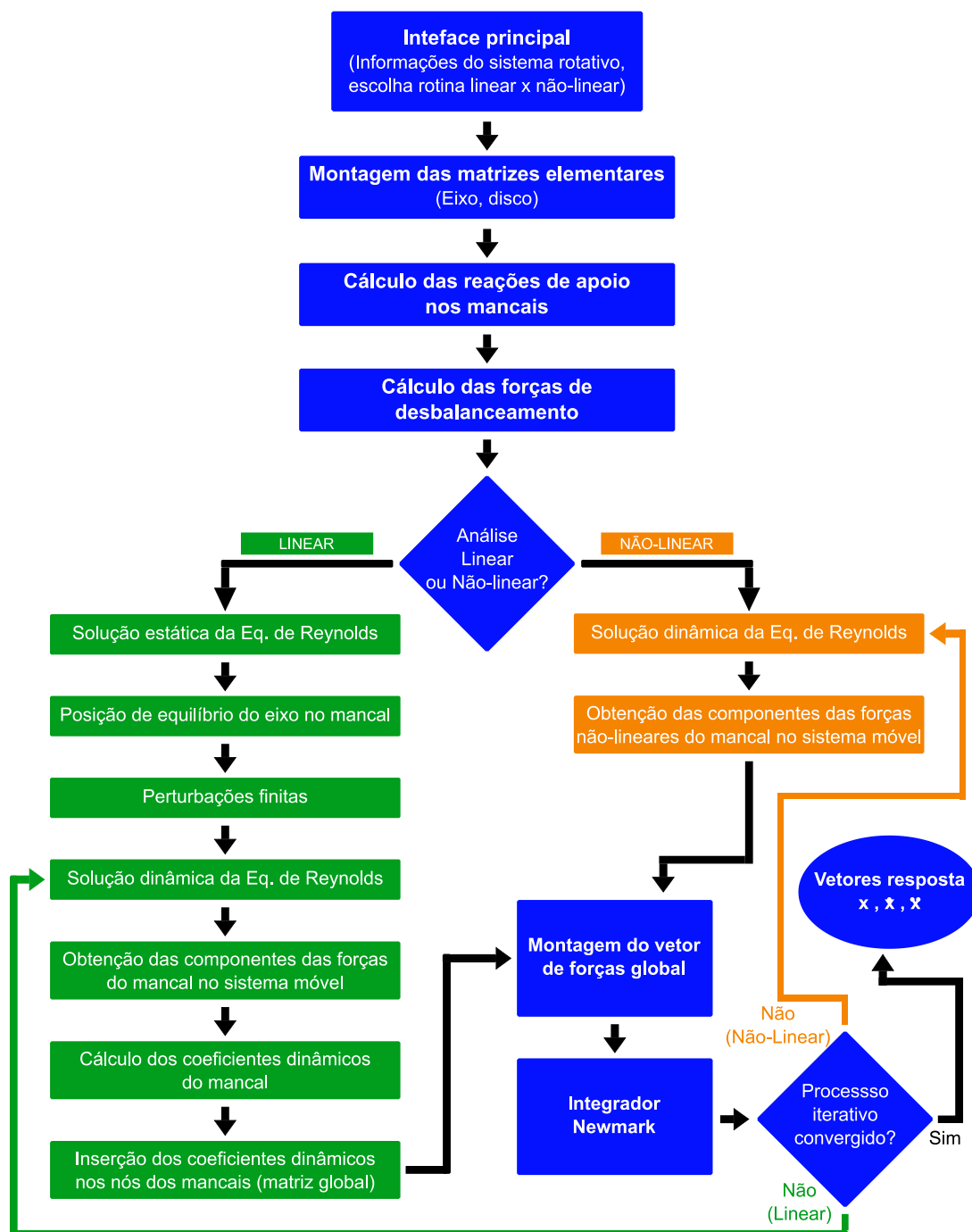


Figura 4.4: Fluxograma para obtenção do vetor de respostas após integração numérica.

4.4 MÉTODO DE NEWMARK

Em condições nominais de operação, frequentemente considera-se os rotores como componentes lineares. No entanto, como explicado no primeiro capítulo, outros componentes do sistema rotativo podem apresentar comportamento altamente não-linear, a depender da condição de operação analisada. Um componente que tem essa característica, por exemplo, é o mancal.

Para a grande maioria das situações operacionais da máquina, a linearização do comportamento dos mancais é satisfatoriamente válida. No entanto, em muitos casos o resultado final, a partir desse modelo, pode não condizer com a situação real do sistema.

Segundo Alves (2018), na presença de não-linearidades, a solução completa da equação de movimento, que descreve o sistema rotativo, deve ser realizada necessariamente mediante integração no domínio do tempo. Isso faz com que a força proveniente do mancal seja aplicada como uma força externa no rotor. Um método amplamente utilizado para solução de equações diferenciais no domínio do tempo, principalmente quando estas equações apresentam certo grau de não linearidade, é o chamado método de Newmark, que se baseia na expansão em séries de Taylor até a terceira ordem do deslocamento \mathbf{q} e da velocidade $\dot{\mathbf{q}}$, como mostra o conjunto de Equações (4.37).

$$\mathbf{q}(t_0 + \varepsilon) \cong \mathbf{q}(t_0) + \dot{\mathbf{q}}(t_0)\varepsilon + \ddot{\mathbf{q}}(t_0)\frac{\varepsilon^2}{2} + \ddot{\ddot{\mathbf{q}}}(t_0)\frac{\varepsilon^3}{6} \quad (4.37)$$

$$\dot{\mathbf{q}}(t_0 + \varepsilon) \cong \dot{\mathbf{q}}(t_0) + \ddot{\mathbf{q}}(t_0)\varepsilon + \ddot{\ddot{\mathbf{q}}}(t_0)\frac{\varepsilon^2}{2}$$

No instante de tempo t adota-se $\mathbf{q} = \mathbf{q}_t$, sendo o incremento $\varepsilon = \Delta t$. Assim, reformulando (4.37) chega-se no conjunto de Equações (4.38), sendo β_N e γ_N constantes que determinam a variação da aceleração em cada instante de tempo e, conseqüentemente, a precisão e estabilidade para o método. Adotou-se $\beta_N = 1/4$ e $\gamma_N = 1/2$, garantindo assim a estabilidade numérica.

$$\mathbf{q}_{t+\Delta t} = \mathbf{q}_t + \dot{\mathbf{q}}_t \Delta t + \ddot{\mathbf{q}}_t \frac{\Delta t^2}{2} + \beta_N \ddot{\mathbf{q}}_t \Delta t^3 \quad (4.38)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{q}}_t + \ddot{\mathbf{q}}_t \Delta t + \gamma_N \ddot{\mathbf{q}}_t \Delta t^2$$

Para substituição do termo de aceleração na coordenada \mathbf{q} , considera-se a aproximação por diferenças finitas, como segue na Equação (4.39).

$$\ddot{\mathbf{q}}_t = \frac{\dot{\mathbf{q}}_{t+\Delta t} - \dot{\mathbf{q}}_t}{\Delta t} \quad (4.39)$$

Assim, é possível reescrever as aproximações de Newmark para o deslocamento e velocidade, como no conjunto de Equações (4.40). É possível observar que o deslocamento e velocidade no instante $t + \Delta t$ são dependentes da aceleração no mesmo instante, tornando o método de Newmark um método classificado como de integração implícita.

$$\mathbf{q}_{t+\Delta t} = \mathbf{q}_t + \dot{\mathbf{q}}_t \Delta t + \left(\frac{1}{2} - \beta_N\right) \Delta t^2 \ddot{\mathbf{q}}_t + \beta_N \Delta t^2 \ddot{\mathbf{q}}_{t+\Delta t} \quad (4.40)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{q}}_t + (1 - \gamma_N) \Delta t \ddot{\mathbf{q}}_t + \gamma_N \Delta t \ddot{\mathbf{q}}_{t+\Delta t}$$

Para integração da solução no domínio do tempo é necessário reescrever a equação de movimento em uma forma residual, para o instante de tempo $t + \Delta t$, como mostra a Equação (4.41), sendo \mathbf{f}^h o vetor de forças hidrodinâmicas, que podem apresentar comportamento não-linear.

$$\boldsymbol{\psi}_{t+\Delta t} = \mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}}_{t+\Delta t} + (\mathbf{C} + \Omega \mathbf{G}) \dot{\mathbf{q}}_{t+\Delta t} + \mathbf{K} \mathbf{q}_{t+\Delta t} - \mathbf{f}_{t+\Delta t} - \mathbf{f}_{t+\Delta t}^h = 0 \quad (4.41)$$

Deseja-se encontrar a condição dinâmica que satisfaça a equação de movimento em um determinado instante de tempo, sendo que para isso, o resíduo deve ser nulo. Assim, faz-se necessário um procedimento iterativo para cálculo do resíduo, de forma a minimizá-lo. O método de otimização utilizado para obtenção do zero de funções, para esse caso, foi o de Newton-Raphson. A Equação (4.42) mostra a expansão da Equação (4.41) em série de Taylor

de primeira ordem. Por sua vez, pode ser reescrita como segue em (4.43), sendo k o contador para o método Newton-Raphson e \mathbf{S} a matriz tangente.

$$\boldsymbol{\psi}^{k+1}_{t+\Delta t} = \boldsymbol{\psi}^k_{t+\Delta t} + \frac{\partial \boldsymbol{\psi}^k_{t+\Delta t}}{\partial \boldsymbol{\psi}_{t+\Delta t}} (\boldsymbol{q}^{k+1}_{t+\Delta t} - \boldsymbol{q}^k_{t+\Delta t}) = 0 \quad (4.42)$$

$$\mathbf{S}^k_{t+\Delta t} \Delta \boldsymbol{q}_{t+\Delta t} = -\boldsymbol{\psi}^k_{t+\Delta t} \quad (4.43)$$

A matriz tangente \mathbf{S} é dependente do vetor de deslocamentos, como na Equação (4.44).

$$\mathbf{S}^k_{t+\Delta t} = \frac{\partial \boldsymbol{\psi}^k_{t+\Delta t}}{\partial \boldsymbol{q}_{t+\Delta t}} = \mathbf{M} \frac{\partial \ddot{\boldsymbol{q}}_{t+\Delta t}}{\partial \boldsymbol{q}_{t+\Delta t}} + (\mathbf{C} + \Omega \mathbf{G}) \frac{\partial \dot{\boldsymbol{q}}_{t+\Delta t}}{\partial \boldsymbol{q}_{t+\Delta t}} + \mathbf{K} - \frac{\partial \mathbf{f}_{t+\Delta t}}{\partial \boldsymbol{q}_{t+\Delta t}} - \frac{\partial \mathbf{f}^h_{t+\Delta t}}{\partial \boldsymbol{q}_{t+\Delta t}} \quad (4.44)$$

O conjunto de equações (4.40) pode ser dividido em equações de previsão (4.45) e equações de correção (4.46).

$$\begin{aligned} \boldsymbol{q}^*_{t+\Delta t} &= \boldsymbol{q}_t + \dot{\boldsymbol{q}}_t \Delta t + \left(\frac{1}{2} - \beta_N \right) \Delta t^2 \ddot{\boldsymbol{q}}_t \\ \dot{\boldsymbol{q}}^*_{t+\Delta t} &= \dot{\boldsymbol{q}}_t + (1 - \gamma_N) \Delta t \ddot{\boldsymbol{q}}_t \\ \ddot{\boldsymbol{q}}^*_{t+\Delta t} &= 0 \end{aligned} \quad (4.45)$$

$$\boldsymbol{q}_{t+\Delta t} = \boldsymbol{q}^*_{t+\Delta t} + \beta_N \Delta t^2 \ddot{\boldsymbol{q}}_{t+\Delta t} \quad (4.46)$$

$$\dot{\boldsymbol{q}}_{t+\Delta t} = \dot{\boldsymbol{q}}^*_{t+\Delta t} + \gamma_N \Delta t \ddot{\boldsymbol{q}}_{t+\Delta t}$$

Também, é possível escrever a aceleração $\ddot{\boldsymbol{q}}$ e a velocidade $\dot{\boldsymbol{q}}$ em função do deslocamento \boldsymbol{q} , como segue no conjunto de Equações (4.47).

$$\ddot{\boldsymbol{q}}_{t+\Delta t} = \frac{1}{\beta_N \Delta t^2} (\boldsymbol{q}_{t+\Delta t} - \boldsymbol{q}^*_{t+\Delta t}) \quad (4.47)$$

$$\dot{\boldsymbol{q}}_{t+\Delta t} = \dot{\boldsymbol{q}}^*_{t+\Delta t} + \frac{\gamma_N}{\beta_N \Delta t} (\boldsymbol{q}_{t+\Delta t} - \boldsymbol{q}^*_{t+\Delta t})$$

Finalmente, pode-se determinar a matriz tangente. Para isso, efetua-se a derivação das equações (4.47) em relação ao deslocamento e após algumas manipulações chega-se na expressão da Equação (4.48).

$$\mathbf{S}^k_{t+\Delta t} = \frac{1}{\beta_N \Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{\gamma_N}{\beta_N \Delta t} \left(\mathbf{C} + \Omega \mathbf{G} - \frac{\partial \mathbf{f}^h_{t+\Delta t}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_{t+\Delta t}} \right) + \mathbf{K} - \frac{\partial \mathbf{f}^h_{t+\Delta t}}{\partial \mathbf{q}_{t+\Delta t}} \quad (4.48)$$

A Figura (4.5) contém um fluxograma do funcionamento do método de Newmark implementado.

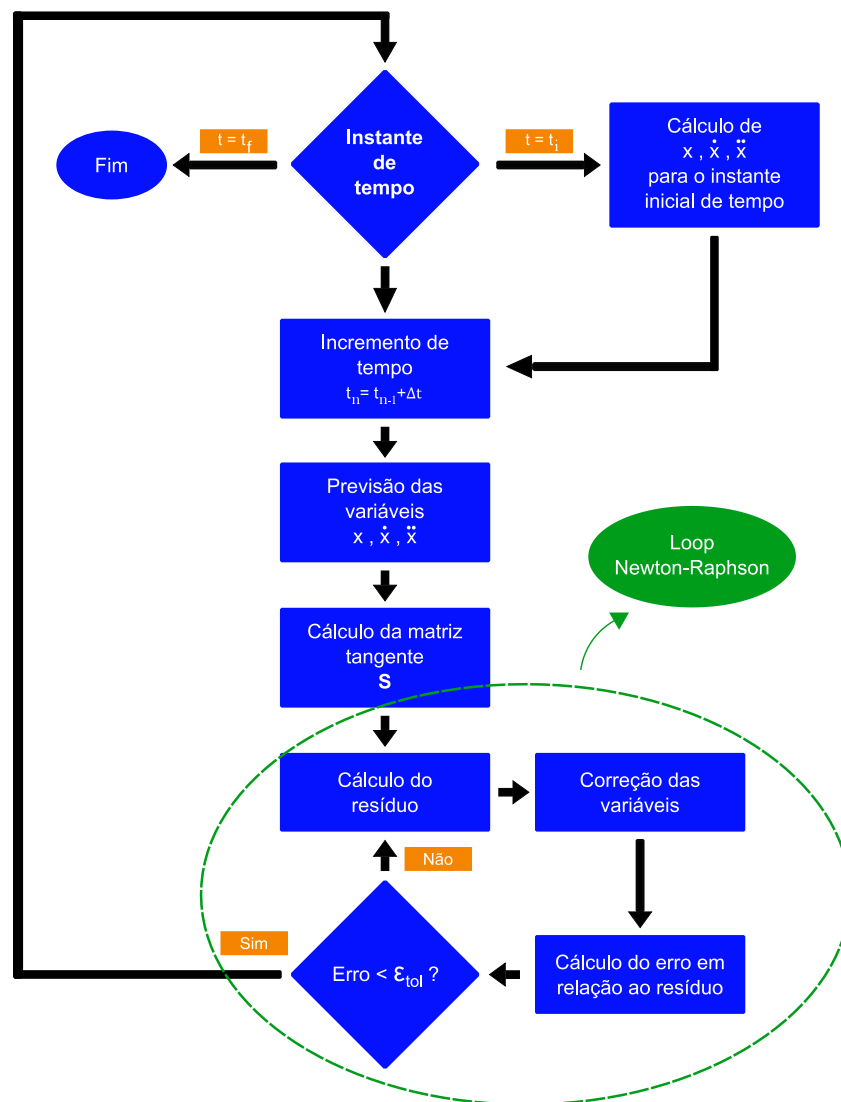


Figura 4.5: Fluxograma do integrador Newmark implementado.

Dessa maneira, para um instante de tempo t , utiliza-se as aproximações de Newmark para cálculo da previsão das variáveis, através das equações (4.45). Em seguida, é calculada a matriz tangente pela equação (4.48) com o objetivo de calcular o incremento $\Delta \mathbf{q}$ pela equação (4.43) para realizar a correção no conjunto de equações (4.46). Assim, tendo-se os valores novos de posição, velocidade e aceleração o processo é repetido até que o valor do resíduo seja menor que um valor satisfatório definido. Após satisfazer o critério de convergência pelo método de Newton-Raphson, o instante de tempo é incrementado em $t + \Delta t$ até que todo o intervalo de tempo seja integrado.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados os principais resultados obtidos por meio da simulação computacional do sistema rotativo, implementando-se os métodos numéricos expostos no capítulo 4. Para isso, foi desenvolvido um algoritmo em linguagem Intel® Fortran 11.0.

Inicialmente, o sistema avaliado será descrito juntamente com as informações dos parâmetros utilizados. Na sequência, serão expostos os resultados numéricos referentes aos deslocamentos do eixo no interior dos mancais e no disco (órbitas), com o objetivo de comparar as respostas no tempo utilizando-se os modelos linear e não-linear na modelagem das forças hidrodinâmicas. Na terceira parte do capítulo, os sinais temporais serão analisados no domínio da frequência, através da *DFT Full Spectrum* (“Transformada discreta de Fourier – Full Spectrum”), para verificar a influência das componentes harmônicas “*forward*” e “*backward*” nos sinais, considerando ambos os modelos. A quarta parte do capítulo consiste nos resultados e discussões das simulações na condição de partida acelerada, “*run-up*”, para os casos analisados, sendo possível a visualização dos limiares de instabilidade “*oil whirl*” e “*oil whip*”.

5.1 DESCRIÇÃO DO SISTEMA ROTATIVO

O modelo proposto é uma adaptação de um rotor Laval convencional, visto que apesar de ser um modelo simples, é capaz de reproduzir a grande maioria dos efeitos de interesse da dinâmica de rotores. O eixo cilíndrico é sustentado por dois mancais hidrodinâmicos radiais, sendo o disco descentralizado em relação à posição central do eixo, para observação dos efeitos giroscópicos no sistema.

Dois tipos diferentes de geometria de mancais radiais foram analisados – elíptico e trilobular. Variou-se também o parâmetro de pré-carga, sendo um caso de pré-carga baixa (0,25) e outro de pré-carga elevada (0,8), com o objetivo de simular as condições de baixa e alta elipticidade, respectivamente. Dessa maneira, por combinação, quatro diferentes mancais de geometria fixa foram simulados. A Figura (5.1) mostra o esquema do rotor utilizado, que consiste em 18 elementos de viga cilíndrica (19 nós) e 1 elemento de disco rígido. Os parâmetros referentes ao modelo de elementos finitos podem ser observados na Tabela (5.1).

O eixo é de aço, com módulo de elasticidade $E = 200 \text{ GPa}$, densidade $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$, possuindo 700 mm de comprimento total.

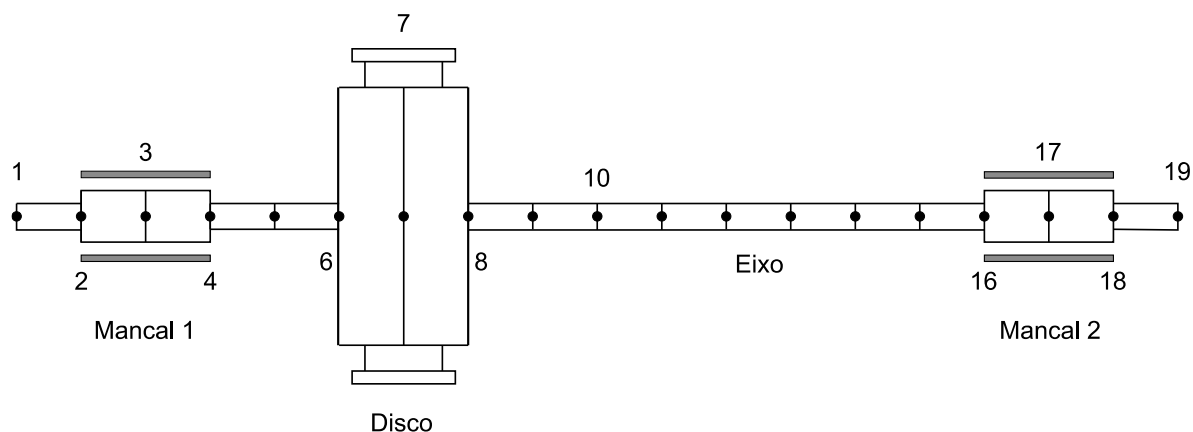


Figura 5.1: Esquema da divisão em elementos finitos do rotor simulado (fora de escala, para melhor visualização).

Tabela 5.1: Dados do modelo de elementos finitos.

| Número do elemento | Tipo | Comprimento [mm] | Diâmetro interno [mm] | Diâmetro externo [mm] |
|------------------------|-------|------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1, 18 | Viga | 40 | 0 | 15 |
| 2, 3, 16, 17 | Viga | 10 | 0 | 31 |
| 4, 5 | Viga | 83,25 | 0 | 15 |
| 6, 7 | Viga | 23,5 | 0 | 23,5 |
| 8, 9 | Viga | 38,25 | 0 | 15 |
| 10, 11, 12, 13, 14, 15 | Viga | 48,33 | 0 | 15 |
| 19 | Disco | 47 | 23,5 | 94,7 |

Os mancais hidrodinâmicos são idênticos, possuindo diâmetro equivalente do eixo de $d = 31 \text{ mm}$, folga radial $C_r = 90 \mu\text{m}$ e comprimento de 20 mm, sendo situados nos nós (3) e (17), distantes de, aproximadamente, 580 mm entre si. Considera-se a operação em uma temperatura média de $40 \text{ }^\circ\text{C}$, sendo a viscosidade do filme de óleo (ISO VG 32) $\mu = 2,7622 \times 10^{-2} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ constante para todas as rotações, desprezando-se assim os efeitos térmicos provenientes do cisalhamento do lubrificante.

Para visualização do efeito giroscópico, o disco foi descentralizado e situado no nó (7), posicionado a 200 mm do centro do primeiro mancal. Nesse caso, a força de desbalanceamento rotativo presente no nó (7) é devido à uma massa $m_0 = 3 \text{ g}$, localizada a uma distância radial de 37 mm do centro do disco.

Adicionalmente no modelo, considerou-se a aplicação de uma força externa constante, também no nó do disco, com magnitude de 200 N e no sentido negativo da direção Y, com o objetivo de simular uma condição severa de carregamento externo. As forças de reação calculadas nos mancais são de 155,54 N (mancal 1) e 80,59 N (mancal 2).

Como visto na Equação (3.47), o amortecimento estrutural pode ser assumido como proporcional às matrizes de massa e rigidez, porém para eixos de aço, a recomendação é a de utilizar apenas a proporcionalidade à matriz de rigidez. Assim, adotou-se como coeficientes $\alpha = 0$ e $\beta = 1,5 \times 10^{-5}$ seguindo Machado et al. (2018).

Para determinação da faixa de velocidades de rotação a ser investigada, realizou-se o cálculo da primeira velocidade crítica do rotor, através da resposta em frequência do sistema, devido ao desbalanceamento rotativo, pela FRD (“Função de resposta ao desbalanceamento”). Esta foi obtida por meio do cálculo das amplitudes, com a equação de movimento do sistema no domínio da frequência, utilizando o modelo linear. A Figura (5.2-a) mostra a resposta em termos da amplitude dos deslocamentos horizontal (x) e vertical (y) do disco, enquanto a Figura (5.2-b) mostra seus respectivos ângulos de fase em função das frequências de rotação.

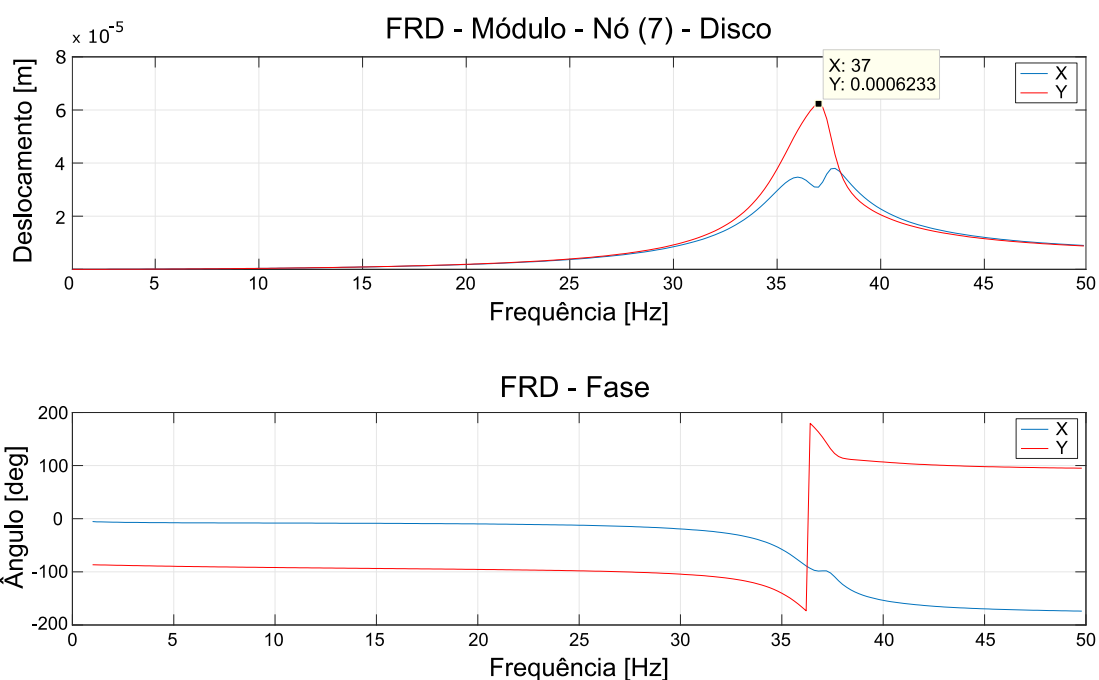


Figura 5.2: Resposta em frequência do sistema, com ênfase na primeira velocidade crítica.

Como pode ser observado, a primeira velocidade crítica do rotor se encontra em, aproximadamente, 37 Hz. Assim, cinco velocidades de rotação foram escolhidas para que fosse possível analisar as vibrações do rotor, com modelos de mancais linear e não-linear, em condições de alta excentricidade (abaixo da primeira velocidade crítica), baixa excentricidade (acima da primeira velocidade crítica) e de altas amplitudes (próximo à velocidade crítica), sendo 15, 30, 35, 45 e 60 Hz. As simulações numéricas para cada caso serão apresentadas e discutidas a seguir.

5.2 RESULTADOS NUMÉRICOS DAS ÓRBITAS

Através da integração numérica da equação de movimento do sistema, utilizando-se para o cálculo das forças hidrodinâmicas as abordagens - linear (através dos coeficientes dinâmicos característicos – Eq. 3.33); não-linear (pelo cálculo direto da integral dupla em 3.28 e 3.29), foi possível investigar a influência das não-linearidades nas órbitas do eixo dentro dos 4 tipos de mancais analisados, bem como nas órbitas do disco (nó 7), para as cinco rotações escolhidas.

Devido à descentralização do disco, os deslocamentos do eixo dentro dos mancais 1 e 2 são diferentes, visto que o maior carregamento estará presente no mancal 1, além de que este mancal está mais próximo da força de excitação do sistema. Assim, apenas as órbitas internamente a este mancal (nó 3) serão expostas neste trabalho, já que representam por característica a situação mais crítica e, portanto, evidenciam os efeitos a serem visualizados.

A Figura (5.3) mostra o conjunto de órbitas lineares e não-lineares para todas as rotações, no mancal elíptico com pré-carga 0,25, no nó (3). É possível visualizar o efeito chamado “*self-centering*” (“auto-centragem”), em que o eixo tende ao centro da folga radial do mancal com o aumento da velocidade de rotação, como mostrado anteriormente na Figura (3.9). Ainda, pode ser visto que a maior discrepância entre os modelos linear e não-linear ocorreu na rotação de 35 Hz (linhas verdes), ou seja, próximo da primeira velocidade crítica do rotor, em que as amplitudes do movimento são maiores. Nas outras velocidades de rotação, observa-se apenas sutis diferenças entre os modelos, mantendo a similaridade no formato e posição das órbitas.

Para o disco, a Figura (5.4) mostra as órbitas lineares e não-lineares do eixo no nó (7) para todas as rotações, na configuração com o mancal elíptico com pré-carga 0,25.

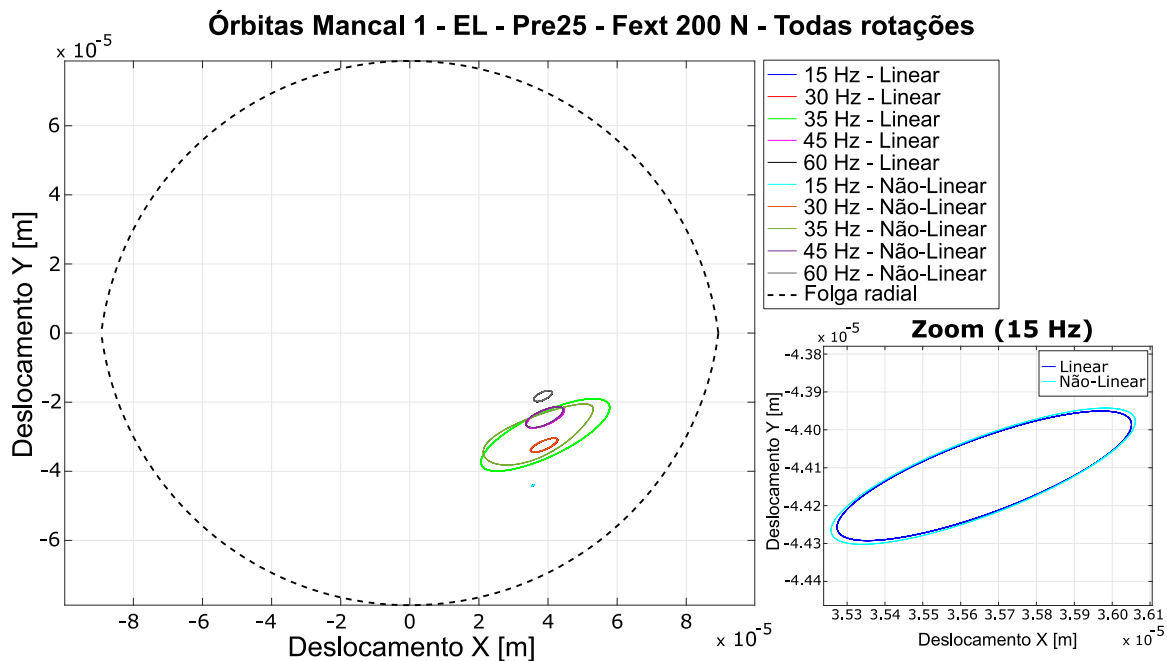


Figura 5.3: Órbitas no mancal 1 - elíptico com pré-carga 0,25. Zoom na rotação de 15 Hz.

Verifica-se que, mesmo na situação com maior deslocamento nodal do sistema, o comportamento das discrepâncias entre os modelos linear e não-linear segue o padrão visualizado no nó do mancal, sendo que a diferença maior aparece na rotação de 35 Hz devido à proximidade com a região crítica. As demais órbitas possuem similaridade no formato e posição.

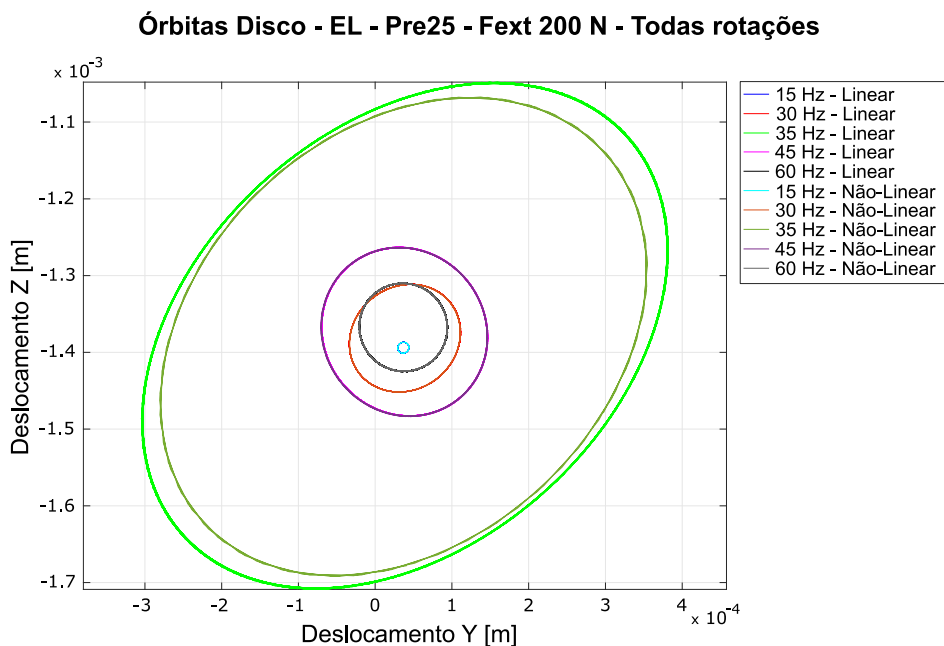


Figura 5.4: Órbitas no disco – mancal elíptico com pré-carga 0,25.

Ainda no mancal elíptico, elevando-se o nível de pré-carga para 0,8, a Figura (5.5) contém as órbitas comparativas dos dois modelos no interior do mancal, com zoom em toda a região das órbitas. Os formatos das órbitas permanecem semelhantes para todas as rotações. Em 35 Hz, pela proximidade com a região da velocidade crítica, nota-se que a diferença é menor que no caso com a pré-carga de 0,25, visto que as amplitudes das órbitas agora são menores devido ao fato de que quanto maior é a pré-carga, menor é a folga radial na direção vertical, o que causa aumento da rigidez do filme de óleo e consequente diminuição da amplitude de vibração.

Pode-se confirmar com isso também que, com o aumento da pré-carga, o mancal passa a ter uma maior capacidade de carga.

No nó do disco, ao analisar a Figura (5.6), observa-se o mesmo comportamento das órbitas para todas as rotações, indicando que em elipticidades maiores (maior pré-carga), mesmo na proximidade da região crítica os modelos linear e não-linear apresentam comportamento parecidos.

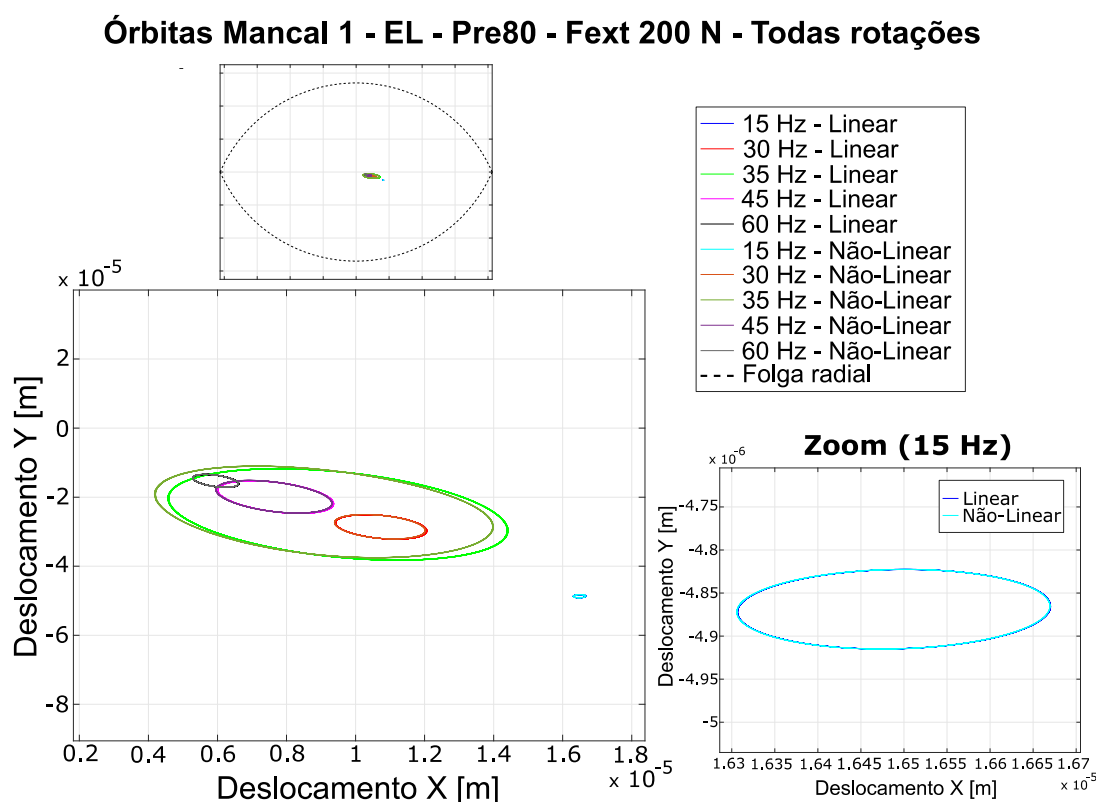


Figura 5.5: Órbitas no mancal 1 - elíptico com pré-carga 0,8. Zoom na rotação de 15 Hz.

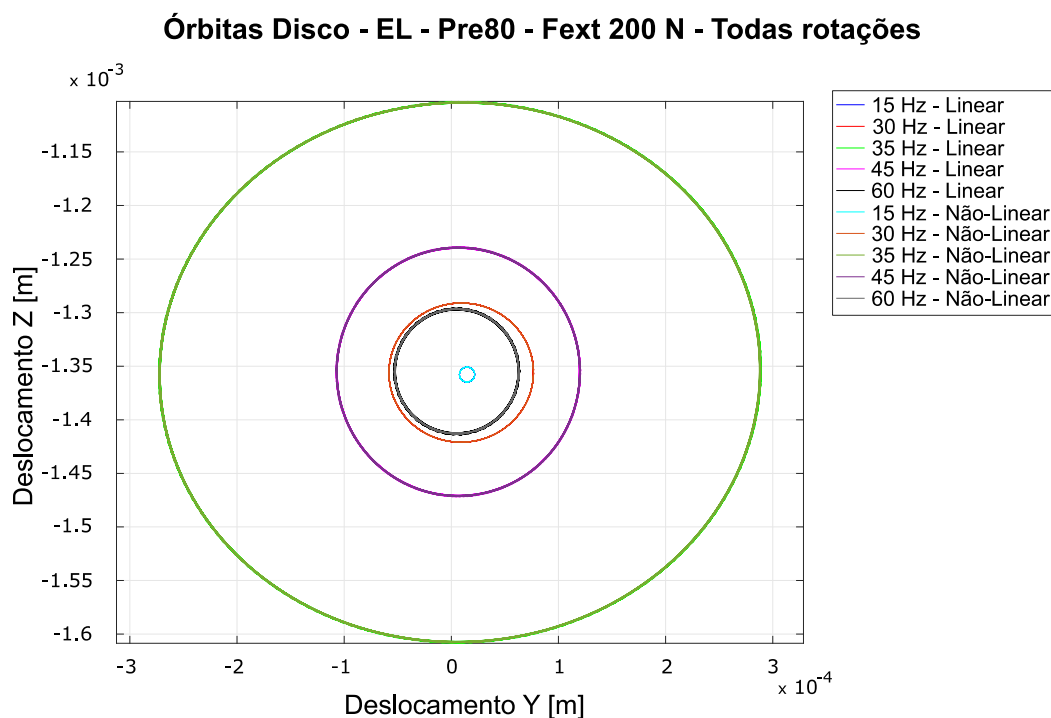


Figura 5.6: Órbitas no disco – mancal elíptico com pré-carga 0,8.

Trocando o tipo de mancal, a Figura (5.7) apresenta as órbitas no interior do mancal trilobular com pré-carga 0,25. Comparando os resultados, existem diferenças de tamanho da órbita em todas as rotações, indicando uma maior influência das não-linearidades nesse tipo de mancal. Especialmente na rotação de 35 Hz, próximo à primeira frequência natural, podem ser vistas também discrepâncias no formato e posição das órbitas. Além disso, nessa rotação, as diferenças de tamanho são ainda maiores.

As diferenças nas órbitas nesse tipo de mancal, principalmente em tamanho, são sentidas ainda mais no disco, pelo aumento das amplitudes nesse ponto, como mostra a Figura (5.8). Pode-se observar as discrepâncias em todas as rotações analisadas.

No mancal trilobular com pré-carga 0,8, as posições das órbitas se mantêm para todas as velocidades de rotação analisadas (comparando as abordagens linear e não-linear), como segue na Figura (5.9). No entanto, o formato das órbitas muda em todos os casos de maneira bem evidente. Nas proximidades da velocidade crítica, em 35 Hz, as amplitudes aumentam, porém como dito, mantêm a mesma posição. Isso mostra que as não-linearidades afetam substancialmente o mancal trilobular, possuindo efeito ainda maior em pré-cargas altas.

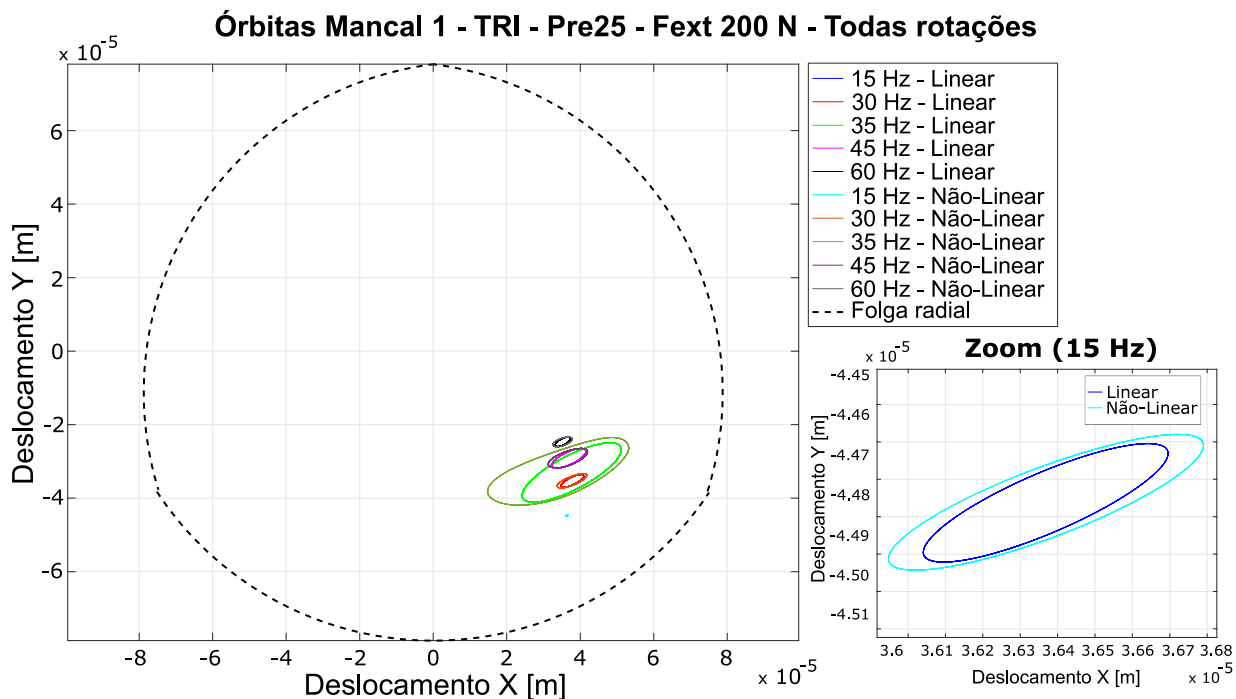


Figura 5.7: Órbitas no mancal 1 - trilobular com pré-carga 0,25. Zoom na rotação de 15 Hz.

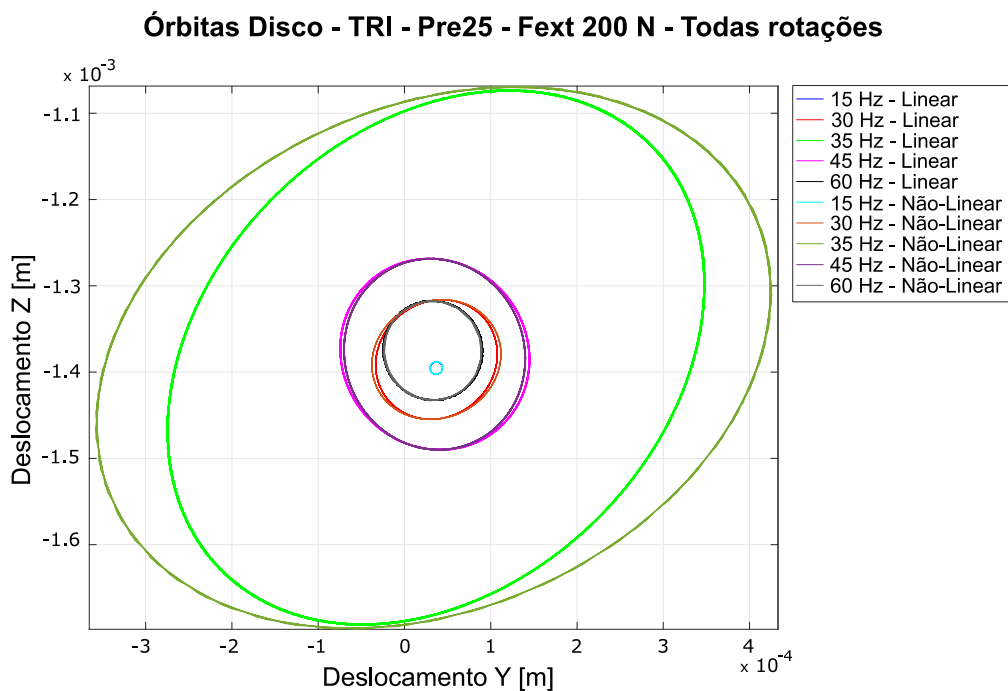


Figura 5.8: Órbitas no disco – mancal trilobular com pré-carga 0,25.

Órbitas Mancal 1 - TRI - Pre80 - Fext 200 N - Todas rotações

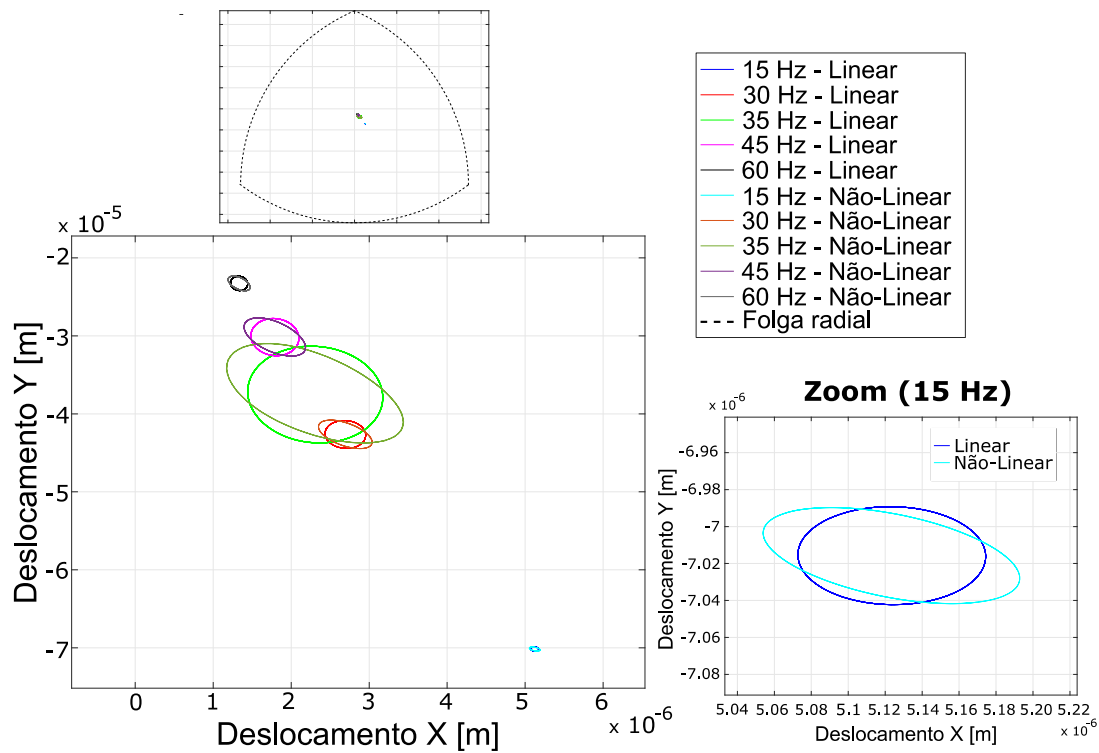


Figura 5.9: Órbitas no mancal 1 - trilobular com pré-carga 0,8. Zoom na rotação de 15 Hz.

Órbitas Disco - TRI - Pre80 - Fext 200 N - Todas rotações

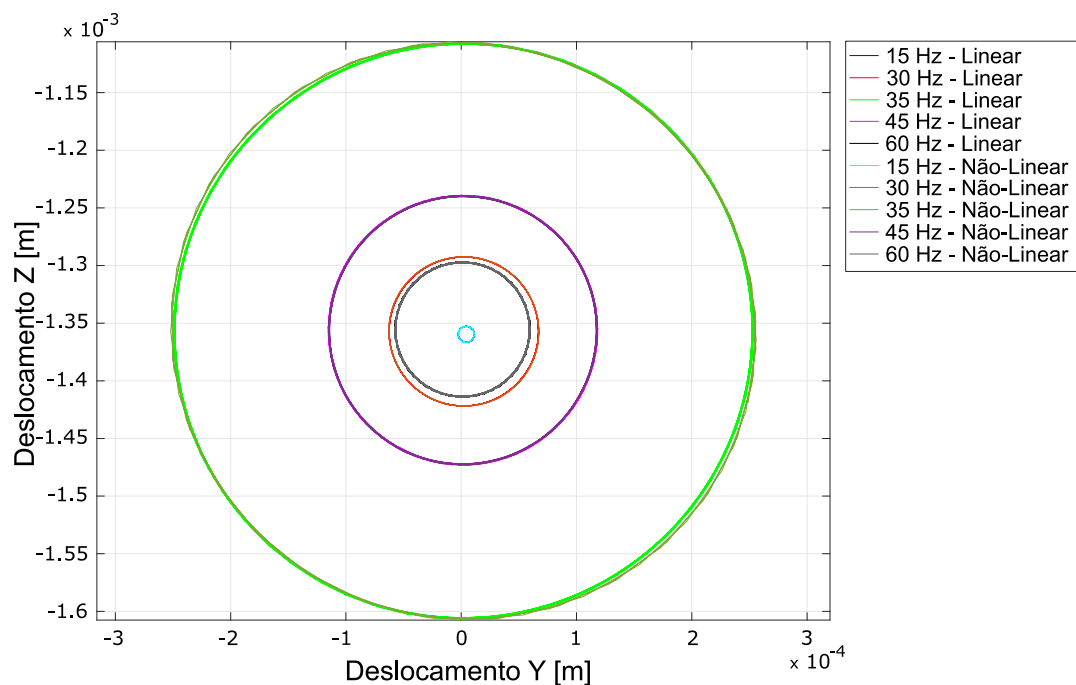


Figura 5.10: Órbitas no disco – mancal trilobular com pré-carga 0,8.

A Figura (5.10) representa os deslocamentos do nó do disco para o mesmo mancal. É possível observar que os formatos, tamanhos e posições das órbitas são similares nos modelos linear e não-linear, diferenciando-se levemente na rotação de 35 Hz.

De acordo com os resultados obtidos no cálculo das órbitas, conclui-se que para os mancais elípticos as não-linearidades são mais influentes nos casos de maior amplitude de movimento, isto é, na proximidade da região da frequência natural. Esse comportamento é similar ao observado no mancal hidrodinâmico cilíndrico, como verificado em Machado et al. (2018). Para os casos dos mancais trilobulares, a influência das não-linearidades é muito mais evidente, sendo observada em praticamente todas as velocidades de rotação, sendo maior quanto maior for o valor de pré-carga do mancal.

5.3 RESULTADOS DAS ÓRBITAS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Complementar à análise no domínio do tempo, a análise espectral é uma alternativa para identificação de sinais, por meio da decomposição no domínio da frequência, permitindo a identificação de suas componentes de maneira rápida. Como comentado na seção 3.7, em casos como de desalinhamento e desbalanceamento, a parte negativa do espectro de frequências é importante para prever além das componentes de precessão “*forward*”, as componentes de precessão “*backward*” também.

Nesse sentido, foram calculadas as DFT Full Spectrum (“Transformada discreta de Fourier”), mediante o algoritmo da FFT, nos sinais temporais das órbitas. Essa análise visa verificar as componentes do sinal e avaliar a influência dos modelos linear e não-linear no espectro de frequências, para cada um dos 4 mancais e em todas as rotações escolhidas.

A Figura (5.11) mostra os resultados para o mancal elíptico com pré-carga 0,25. Para facilitar a interpretação dos diagramas, a Tabela (5.2) traz a comparação das magnitudes das amplitudes dos picos mais relevantes para todas as rotações. É possível observar a presença da componente $-1x$ em todas as rotações, em ambos os modelos, no lado direito do espectro, ou seja, as frequências relacionadas ao modo “*backward*”, devido ao fato de os mancais hidrodinâmicos introduzirem, inerentemente, anisotropia no sistema. Nos casos lineares, existem apenas as componentes $1x$ e $-1x$, indicando o formato puramente elíptico da órbita, como pode ser observado na Figura (5.3).

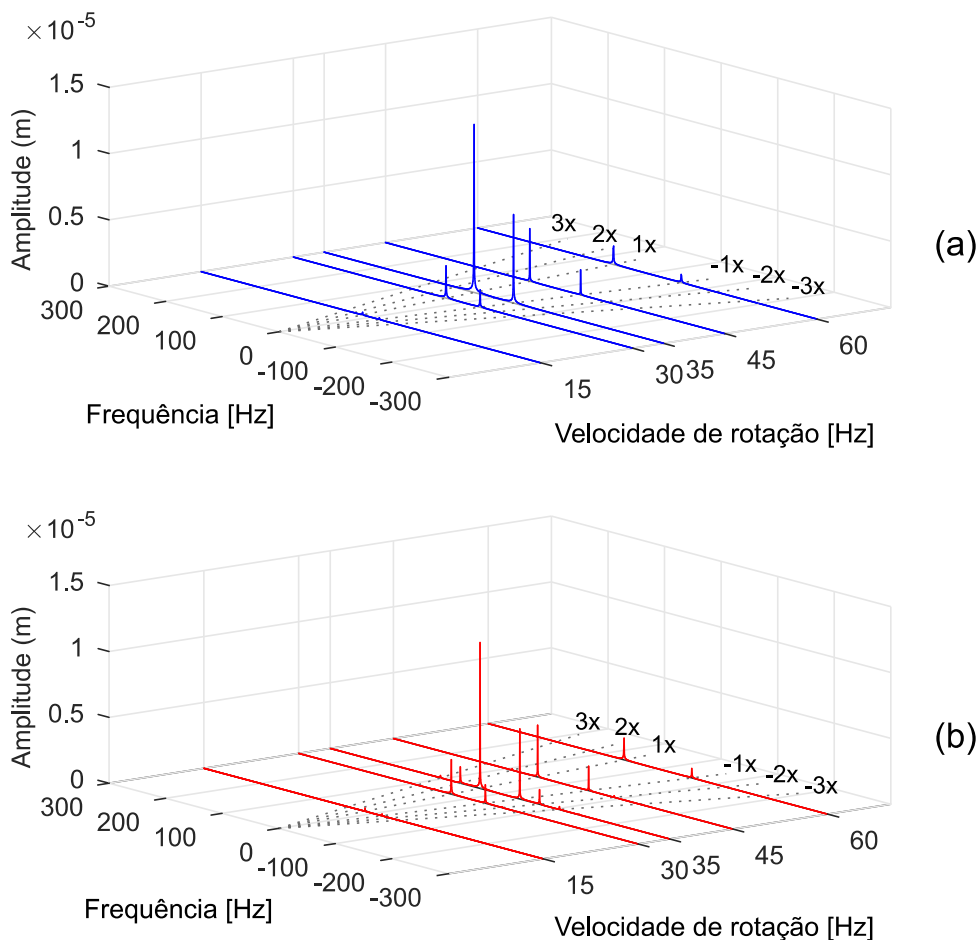


Figura 5.11: DFT no mancal 1 – elíptico com pré-carga 0,25: (a) linear, (b) não-linear.

Tabela 5.2: Magnitude dos picos mais relevantes da Figura (5.11) – elíptico (pré-carga 0,25).

| Vel. Rot. | Amplitudes [m] | | | | | | | | | | | |
|-----------|----------------|-----|---------|---------|----|----|------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | Linear | | | | | | Não-linear | | | | | |
| | -3x | -2x | -1x | 1x | 2x | 3x | -3x | -2x | -1x | 1x | 2x | 3x |
| 15 Hz | - | - | 1.27e-7 | 2.04e-7 | - | - | - | - | 1.46e-7 | 2.36e-7 | - | - |
| 30 Hz | - | - | 1.31e-6 | 2.44e-6 | - | - | - | 6.94e-8 | 1.39e-6 | 2.62e-6 | 7.41e-8 | - |
| 35 Hz | - | - | 6.67e-6 | 1.27e-5 | - | - | 2.30e-7 | 1.11e-6 | 5.32e-6 | 1.11e-5 | 1.24e-6 | 1.78e-7 |
| 45 Hz | - | - | 1.89e-6 | 3.97e-6 | - | - | - | 1.26e-7 | 1.85e-6 | 3.93e-6 | 1.26e-7 | - |
| 60 Hz | - | - | 6.07e-7 | 1.39e-6 | - | - | - | 2.06e-8 | 7.19e-7 | 1.65e-6 | 2.30e-8 | - |

Já para os casos não-lineares, observa-se uma presença significativa dos valores relacionados a harmônicas superiores, como -2x e 2x. Na rotação de 35 Hz é possível visualizar o aparecimento das componentes -3x e 3x, indicando que o sistema possui comportamento mais não-linear quando opera nas proximidades da região de frequência crítica do sistema.

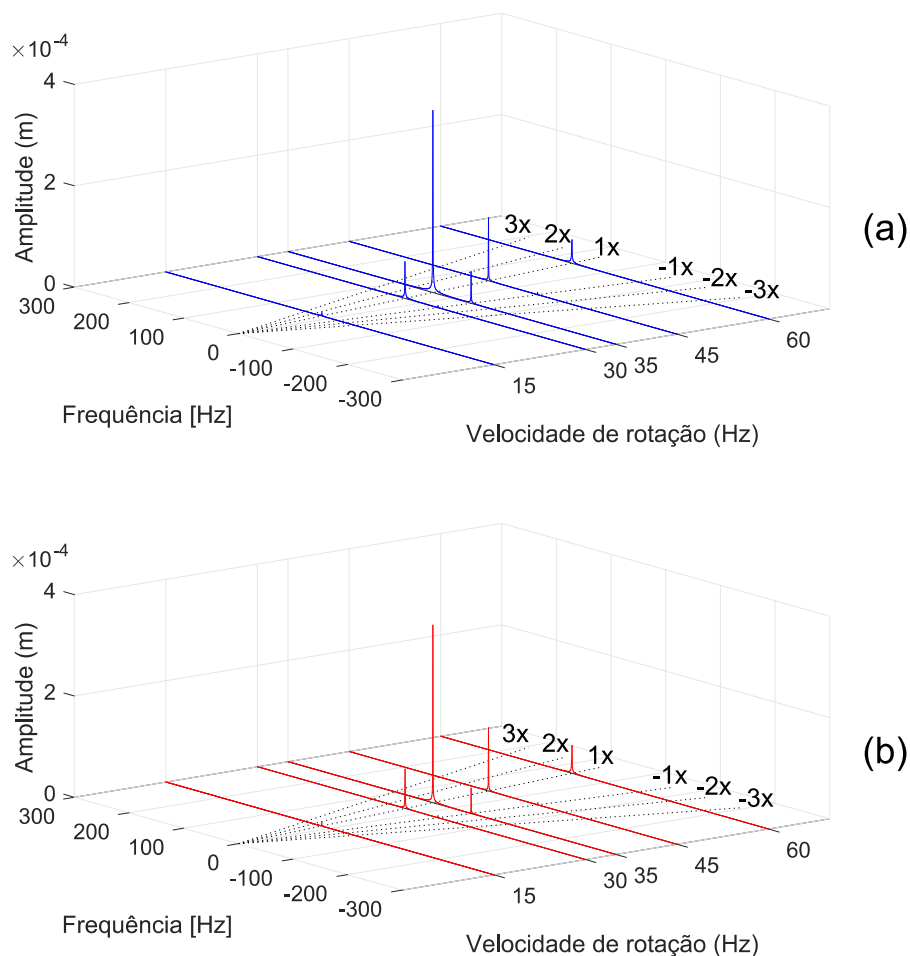


Figura 5.12: DFT no disco – elíptico com pré-carga 0,25: (a) linear, (b) não-linear.

Tabela 5.3: Magnitude dos picos mais relevantes da Figura (5.12) – elíptico (pré-carga 0,25).

| Vel. Rot. | Amplitudes [m] | | | | | | | | | | | |
|-----------|----------------|-----|---------|---------|----|----|------------|-----|---------|---------|----|----|
| | Linear | | | | | | Não-linear | | | | | |
| | -3x | -2x | -1x | 1x | 2x | 3x | -3x | -2x | -1x | 1x | 2x | 3x |
| 15 Hz | - | - | 1.88e-7 | 6.51e-6 | - | - | - | - | 1.93e-7 | 7.27e-6 | - | - |
| 30 Hz | - | - | 4.05e-6 | 7.23e-5 | - | - | - | - | 4.27e-6 | 7.77e-5 | - | - |
| 35 Hz | - | - | 6.26e-5 | 3.60e-4 | - | - | - | - | 4.99e-5 | 3.50e-4 | - | - |
| 45 Hz | - | - | 4.44e-6 | 1.24e-4 | - | - | - | - | 4.27e-6 | 1.25e-4 | - | - |
| 60 Hz | - | - | 3.61e-7 | 4.64e-5 | - | - | - | - | 4.68e-7 | 5.55e-5 | - | - |

Através da Figura (5.12) e Tabela (5.3) pode-se analisar os resultados para o nó do disco, no mancal elíptico com pré-carga 0,25. É notada a presença apenas das componentes 1x e -1x, indicando o formato puramente elíptico das órbitas. Destaca-se os picos maiores nas rotações de 35 Hz para os casos linear e não-linear, dada a proximidade com a região de velocidade

crítica, principalmente com o aumento da componente “backward”, responsável por deixar as órbitas dessa rotação com característica ainda mais elíptica.

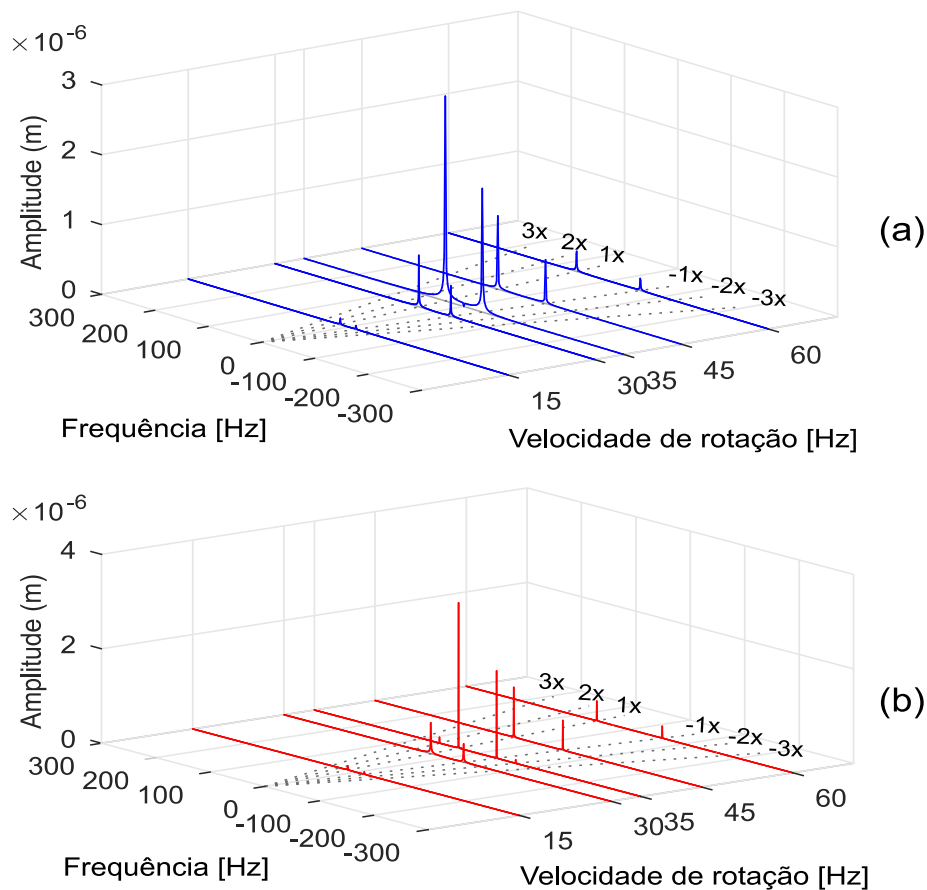


Figura 5.13: DFT no mancal 1 – elíptico com pré-carga 0,8: (a) linear, (b) não-linear.

Tabela 5.4: Magnitude dos picos mais relevantes da Figura (5.13) – elíptico (pré-carga 0,8).

| Vel. Rot. | Amplitudes [m] | | | | | | | | | | | |
|-----------|----------------|-----|---------|---------|----|----|------------|---------|---------|---------|---------|----|
| | Linear | | | | | | Não-linear | | | | | |
| | -3x | -2x | -1x | 1x | 2x | 3x | -3x | -2x | -1x | 1x | 2x | 3x |
| 15 Hz | - | - | 5.42e-8 | 9.07e-8 | - | - | - | - | 5.46e-8 | 9.10e-8 | - | - |
| 30 Hz | - | - | 4.42e-7 | 7.38e-7 | - | - | - | 1.00e-8 | 3.93e-7 | 6.56e-7 | 1.34e-8 | - |
| 35 Hz | - | - | 1.77e-6 | 2.94e-6 | - | - | - | 7.58e-8 | 1.85e-6 | 3.08e-6 | 1.25e-7 | - |
| 45 Hz | - | - | 6.28e-7 | 1.05e-6 | - | - | - | 7.08e-9 | 6.32e-7 | 1.06e-6 | 1.14e-8 | - |
| 60 Hz | - | - | 1.74e-7 | 2.89e-7 | - | - | - | - | 2.53e-7 | 4.19e-7 | - | - |

Mantendo o tipo elíptico do mancal e aumentando o valor da pré-carga para 0,8, tem-se um comportamento similar ao observado no caso de pré-carga inferior, como mostra a Figura (5.13) e os dados dos picos mais relevantes na Tabela (5.4). As amplitudes possuem, pelo

menos, uma ordem de grandeza menor, devido ao tamanho menor das órbitas, em consequência da alta elipticidade no mancal com a pré-carga de 0,8, além de não se observar a presença das componentes $-3x$ e $3x$ nas rotações de 35 Hz, devido ao mesmo motivo.

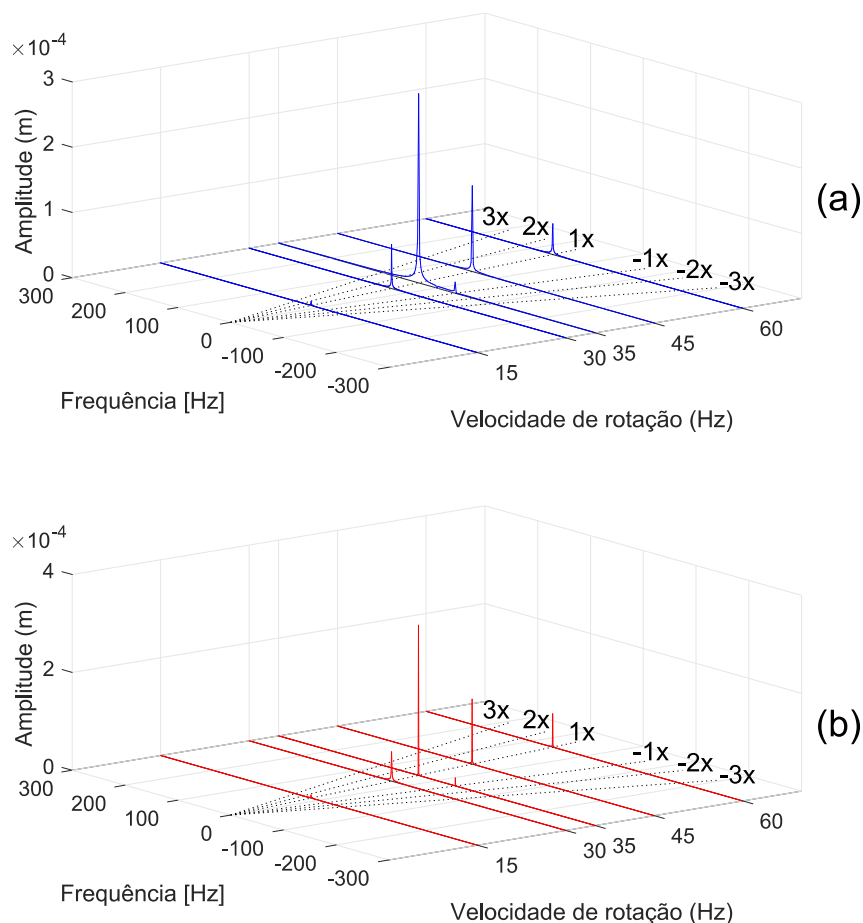


Figura 5.14: DFT no disco – elíptico com pré-carga 0,8: (a) linear, (b) não-linear.

Tabela 5.5: Magnitude dos picos mais relevantes da Figura (5.14) – elíptico (pré-carga 0,8).

| Vel. Rot. | Amplitudes [m] | | | | | | | | | | | |
|-----------|----------------|-----|---------|---------|----|----|------------|-----|---------|---------|----|----|
| | Linear | | | | | | Não-linear | | | | | |
| | -3x | -2x | -1x | 1x | 2x | 3x | -3x | -2x | -1x | 1x | 2x | 3x |
| 15 Hz | - | - | 7.30e-8 | 6.36e-6 | - | - | - | - | 1.08e-7 | 6.36e-6 | - | - |
| 30 Hz | - | - | 1.35e-6 | 6.74e-5 | - | - | - | - | 1.31e-6 | 6.01e-5 | - | - |
| 35 Hz | - | - | 1.69e-5 | 2.90e-4 | - | - | - | - | 1.62e-5 | 3.07e-4 | - | - |
| 45 Hz | - | - | 1.20e-6 | 1.32e-4 | - | - | - | - | 1.53e-6 | 1.33e-4 | - | - |
| 60 Hz | - | - | 1.19e-7 | 4.72e-5 | - | - | - | - | 1.94e-7 | 6.83e-5 | - | - |

Verificando o nó do disco, na Figura (5.14) e Tabela (5.5), os valores dos picos possuem magnitude inferior quando comparados ao mancal elíptico com pré-carga menor, devido à

elipticidade, salvo alguns pontos em que, aproximadamente, se igualam. Por esse motivo, as componentes “backward” na rotação de 35 Hz são insuficientes para deformar a órbita, mantendo assim uma característica mais circular.

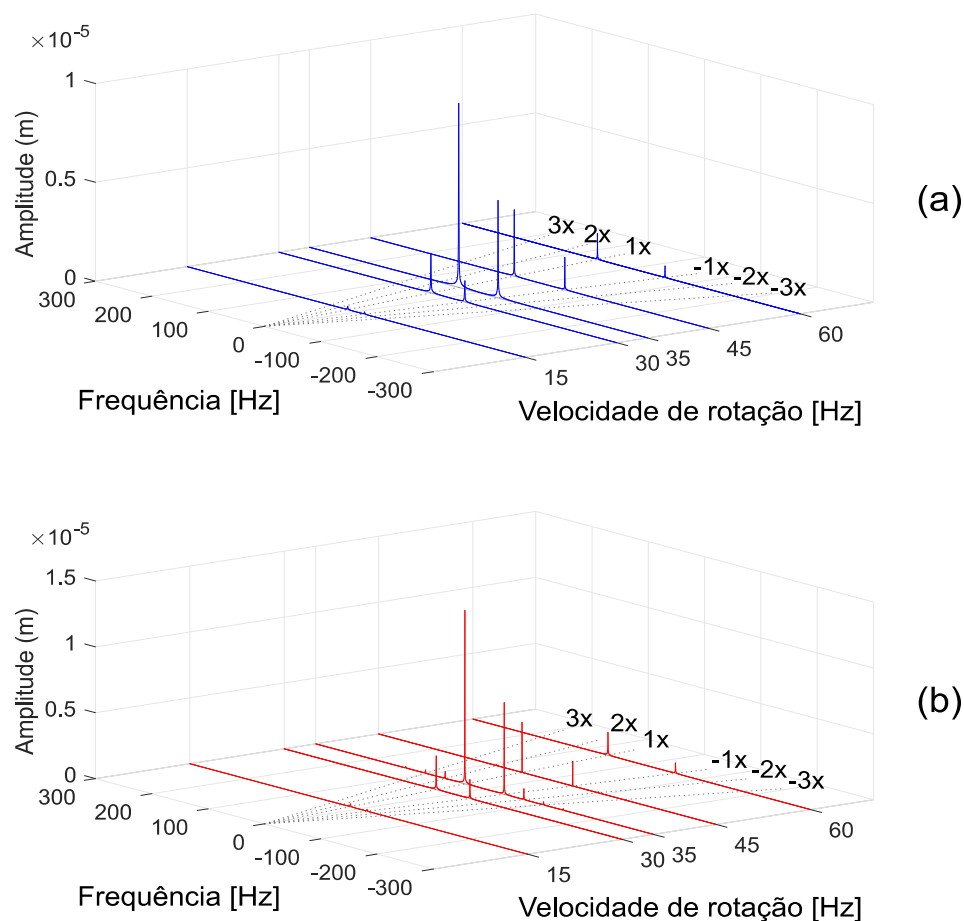


Figura 5.15: DFT no mancal 1 – trilobular com pré-carga 0,25: (a) linear, (b) não-linear.

Tabela 5.6: Magnitude dos picos mais relevantes da Figura (5.15) - trilobular (pré-carga 0,25).

| Vel. Rot. | Amplitudes [m] | | | | | | | | | | | |
|-----------|----------------|-----|---------|---------|----|----|------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | Linear | | | | | | Não-linear | | | | | |
| | -3x | -2x | -1x | 1x | 2x | 3x | -3x | -2x | -1x | 1x | 2x | 3x |
| 15 Hz | - | - | 1.10e-7 | 1.74e-7 | - | - | - | - | 1.42e-7 | 2.17e-7 | - | - |
| 30 Hz | - | - | 1.07e-6 | 1.96e-6 | - | - | - | 4.12e-8 | 1.44e-6 | 2.55e-6 | 3.97e-8 | - |
| 35 Hz | - | - | 4.94e-6 | 9.31e-6 | - | - | 2.43e-7 | 8.27e-7 | 6.97e-6 | 4.32e-5 | 5.23e-7 | 2.54e-7 |
| 45 Hz | - | - | 1.64e-6 | 3.36e-6 | - | - | - | 8.38e-8 | 1.87e-6 | 3.80e-6 | 7.54e-8 | - |
| 60 Hz | - | - | 5.83e-7 | 1.31e-6 | - | - | - | - | 7.84e-7 | 1.73e-6 | - | - |

Para o caso do mancal trilobular com pré-carga 0,25, observa-se na Figura (5.15) e Tabela (5.6) que, as amplitudes das componentes 1x e -1x são maiores no modelo não-linear

(principalmente a componente “forward” 1x), indicando que o mancal trilobular é mais suscetível às não linearidades, visto que possui maiores amplitudes de vibração. Comparando as Tabelas (5.2) e (5.6) é perceptível que as diferenças nas amplitudes são maiores para o mancal trilobular. Em relação às outras componentes harmônicas, em todas as rotações, nota-se um comportamento semelhante ao observado no caso do mancal elíptico.

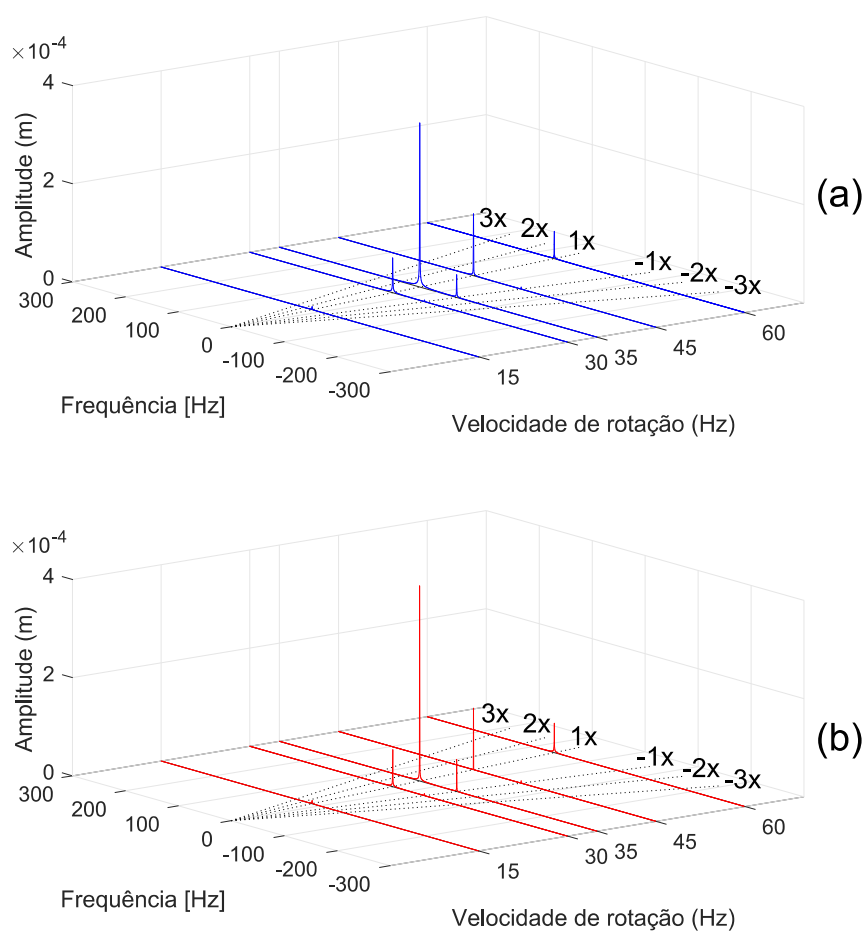


Figura 5.16: DFT no disco – trilobular com pré-carga 0,25: (a) linear, (b) não-linear.

Tabela 5.7: Magnitude dos picos mais relevantes da Figura (5.16) - trilobular (pré-carga 0,25).

| Vel. Rot. | Amplitudes [m] | | | | | | | | | | | |
|-----------|----------------|-----|---------|---------|----|----|------------|-----|---------|---------|----|----|
| | Linear | | | | | | Não-linear | | | | | |
| | -3x | -2x | -1x | 1x | 2x | 3x | -3x | -2x | -1x | 1x | 2x | 3x |
| 15 Hz | - | - | 1.69e-7 | 6.46e-6 | - | - | - | - | 1.90e-7 | 6.53e-6 | - | - |
| 30 Hz | - | - | 3.37e-6 | 7.09e-5 | - | - | - | - | 4.34e-6 | 7.56e-5 | - | - |
| 35 Hz | - | - | 4.62e-5 | 3.34e-4 | - | - | - | - | 6.52e-5 | 3.98e-4 | - | - |
| 45 Hz | - | - | 3.94e-6 | 1.26e-4 | - | - | - | - | 4.73e-6 | 1.25e-4 | - | - |
| 60 Hz | - | - | 4.63e-7 | 5.57e-5 | - | - | - | - | 6.33e-7 | 6.00e-5 | - | - |

Com a Figura (5.16) e Tabela (5.7), pode-se notar que para o nó do disco os valores dos picos são semelhantes aos do mancal elíptico com mesma pré-carga. As componentes $1x$ e $-1x$, tanto do modelo linear como não-linear são maiores que no caso elíptico. Para a rotação de 35 Hz, a componente $-1x$ é maior no caso não-linear, o que justifica a deformação majoritária da órbita vista na Figura (5.8).

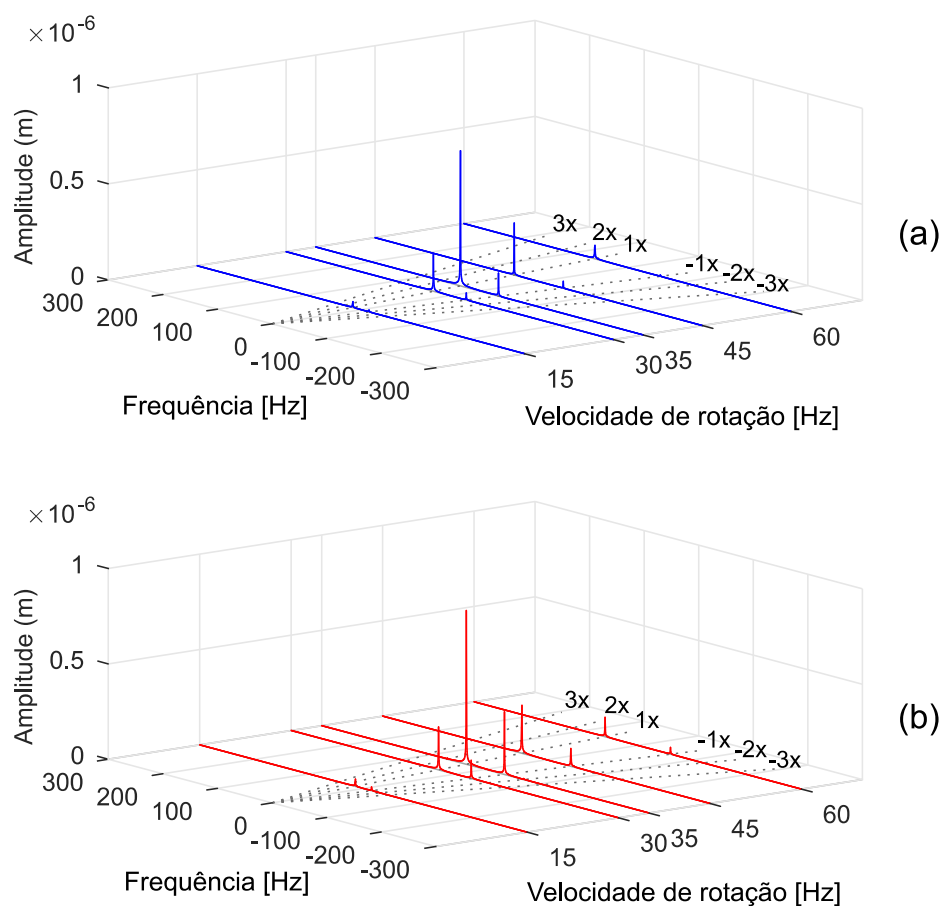


Figura 5.17: DFT no mancal 1 – trilobular com pré-carga 0,8: (a) linear, (b) não-linear.

Tabela 5.8: Magnitude dos picos mais relevantes da Figura (5.17) - trilobular (pré-carga 0,8).

| Vel. Rot. | Amplitudes [m] | | | | | | | | | | | |
|-----------|----------------|-----|---------|---------|----|----|------------|-----|---------|---------|----|----|
| | Linear | | | | | | Não-linear | | | | | |
| | -3x | -2x | -1x | 1x | 2x | 3x | -3x | -2x | -1x | 1x | 2x | 3x |
| 15 Hz | - | - | 9.82e-9 | 3.08e-8 | - | - | - | - | 1.96e-8 | 3.84e-8 | - | - |
| 30 Hz | - | - | 3.73e-8 | 1.95e-7 | - | - | - | - | 9.50e-8 | 2.24e-7 | - | - |
| 35 Hz | - | - | 1.20e-7 | 7.04e-7 | - | - | - | - | 3.29e-7 | 8.06e-7 | - | - |
| 45 Hz | - | - | 3.57e-8 | 2.71e-7 | - | - | - | - | 9.36e-8 | 2.52e-7 | - | - |
| 60 Hz | - | - | 6.83e-9 | 6.99e-8 | - | - | - | - | 3.56e-8 | 1.02e-7 | - | - |

Para o mancal trilobular com pré-carga 0,8, a Figura (5.17) e Tabela (5.8) mostram que, as únicas componentes de frequência observadas são $1x$ e $-1x$, indicando o formato puramente elíptico da órbita em ambos os modelos, mesmo com o formato das órbitas sendo bem diferentes, como visto na Figura (5.9). Observando as rotações e comparando os modelos linear e não-linear, verifica-se que as amplitudes $1x$ possuem valores bem semelhantes. No entanto, as amplitudes das componentes $-1x$ do modelo não-linear possuem valores maiores quando comparado ao modelo linear, o que indica a deformação nas órbitas.

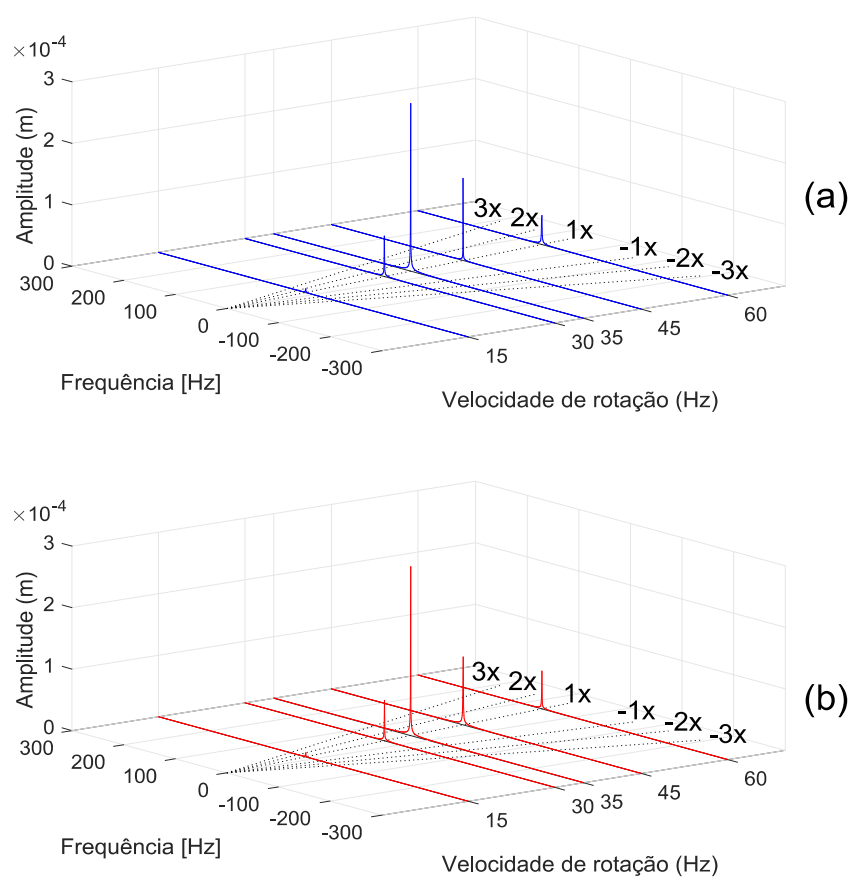


Figura 5.18: DFT no disco – trilobular com pré-carga 0,8: (a) linear, (b) não-linear.

Tabela 5.9: Magnitude dos picos mais relevantes da Figura (5.18) – trilobular (pré-carga 0,8).

| Vel. Rot. | Amplitudes [m] | | | | | | | | | | | |
|-----------|----------------|-----|---------|---------|----|----|------------|-----|---------|---------|----|----|
| | Linear | | | | | | Não-linear | | | | | |
| | -3x | -2x | -1x | 1x | 2x | 3x | -3x | -2x | -1x | 1x | 2x | 3x |
| 15 Hz | - | - | - | 6.29e-6 | - | - | - | - | - | 6.54e-6 | - | - |
| 30 Hz | - | - | - | 6.59e-5 | - | - | - | - | - | 6.60e-5 | - | - |
| 35 Hz | - | - | 1.36e-6 | 2.73e-4 | - | - | - | - | 2.78e-6 | 2.74e-4 | - | - |
| 45 Hz | - | - | - | 1.34e-4 | - | - | - | - | - | 1.10e-4 | - | - |
| 60 Hz | - | - | - | 4.74e-5 | - | - | - | - | - | 6.16e-5 | - | - |

Para o nó do disco, no mancal trilobular com pré-carga 0,8, analisando a Figura (5.18) e Tabela (5.9), percebe-se a presença quase que na totalidade apenas das componentes $1x$ “*forward*”, em ambos os modelos, o que indica o comportamento puramente circular das órbitas, visto na Figura (5.10). Comparando ao mancal elíptico com mesma pré-carga, tem-se que os valores são similares. No entanto, para a rotação de 35 Hz, as componentes “*backward*”, para ambos os modelos de mancal, são menores que no caso elíptico, garantindo um formato de órbita ainda mais próximo do circular.

Pelos resultados das componentes dos sinais, analisadas no domínio da frequência pelas DFTs, pode-se concluir que para os casos de baixa pré-carga, tanto nos mancais elípticos como nos trilobulares, as não-linearidades são mais detectáveis através do aparecimento de harmônicas de ordem superior, como $2x$, $3x$ (“*forward*”) e $-2x$, $-3x$ (“*backward*”). Para os casos dos mancais trilobulares com pré-carga alta, as não-linearidades foram evidenciadas mediante um maior crescimento da componente “*backward*” $-1x$.

5.4 RESULTADOS DE PARTIDA ACELARADA (“*RUN-UP*”)

A última fase dos resultados consiste na simulação “*run-up*” para avaliação do comportamento do sistema rotativo em aceleração positiva constante (movimento uniformemente variado). Em um primeiro momento, o objetivo foi o de analisar a resposta do rotor na passagem pela sua primeira velocidade crítica. Adiante realizou-se também a análise da resposta do rotor na ocorrência da instabilidade fluido-induzida.

5.4.1 Velocidade Crítica

Para a primeira parte, na passagem pela primeira velocidade crítica, as simulações numéricas foram realizadas considerando o mesmo sistema rotativo descrito na seção 5.1, sustentado por mancais hidrodinâmicos elípticos e trilobulares, variando-se o parâmetro de pré-carga (0,25 e 0,8).

A simulação numérica nesse caso acelerado é bem parecida com a rotina descrita no Capítulo 4, com a exceção de que agora, é necessária a atualização da velocidade de rotação a cada instante de tempo convergido, calculando-se uma nova posição de equilíbrio, repetindo-se o processo. A aceleração adotada, na maioria dos casos, foi de 3 Hz/s.

Para o primeiro caso, com mancal elíptico de pré-carga 0,25 iniciou-se a simulação em 28 Hz, obtendo-se a resposta no tempo como mostra a Figura (5.19). Pode ser notada a passagem pela primeira velocidade crítica, tanto no modelo linear (Fig. 5.19-a), como no modelo não-linear (Fig. 5.19-b), dada pelo aumento da amplitude nas duas direções de deslocamento na seção do mancal.

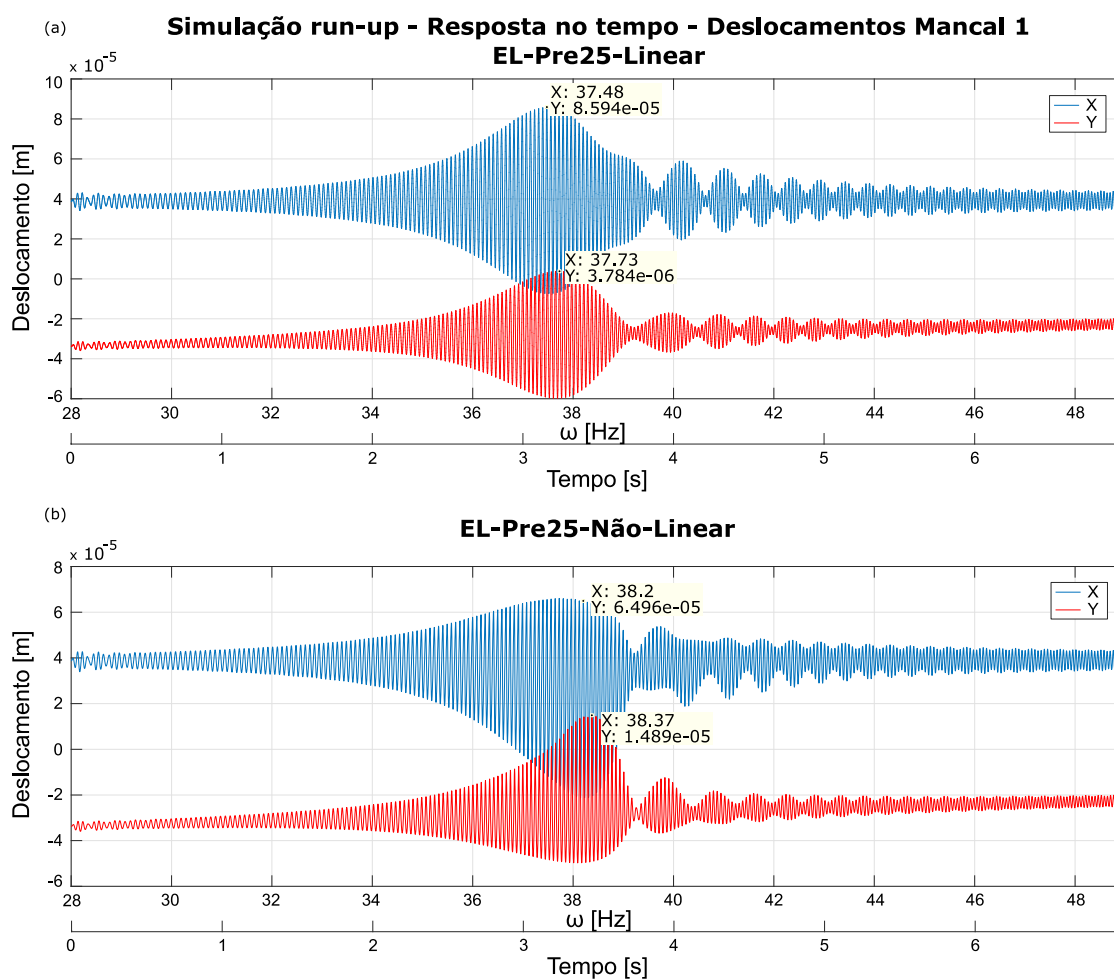


Figura 5.19: Resposta no tempo da simulação run-up – Velocidade Crítica – Mancal Elíptico com pré-carga 0,25: (a) linear, (b) não-linear.

A 1ª velocidade crítica do rotor, calculada anteriormente através da FRD (“Função de resposta ao desbalanceamento”) e, mostrada na Figura (5.2), foi de 37 Hz. Pela análise da resposta do tempo de “run-up” pela Figura (5.19) verifica-se que o pico de amplitude ocorre próximo dessa mesma região. Ainda, pode-se observar que o pico de amplitude do caso não-linear ocorre um pouco depois do caso linear. Este pequeno “atraso” na frequência crítica é justificado pela presença de forças não lineares no sistema.

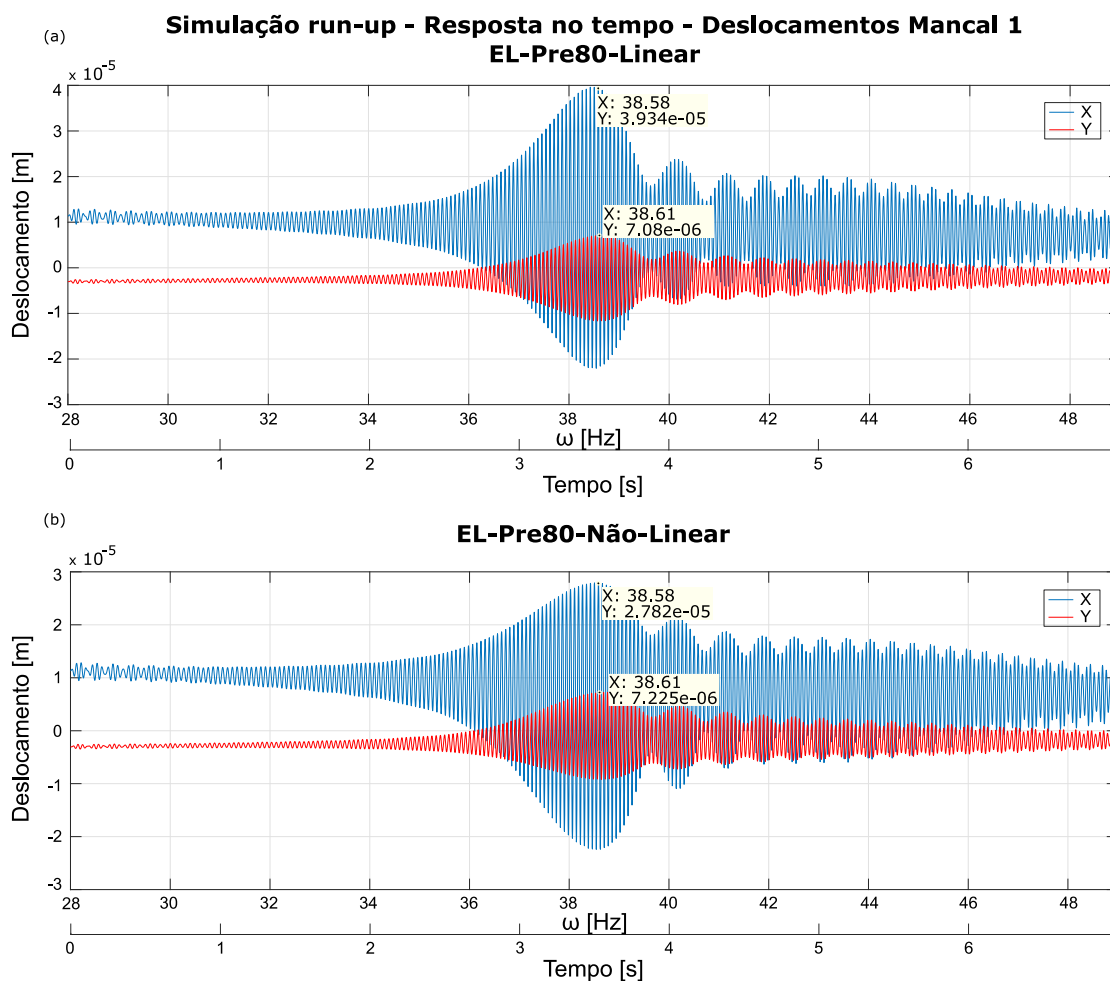


Figura 5.20: Resposta no tempo da simulação run-up – Velocidade Crítica – Mancal Elíptico com pré-carga 0,8: (a) linear, (b) não-linear.

A Figura (5.20) mostra a resposta no tempo para o caso com mancal elíptico de pré-carga 0,8. A simulação foi iniciada também em 28 Hz, com aceleração de 3 Hz/s em ambos os modelos. Assim como no caso de pré-carga baixa, a região de passagem pela 1ª velocidade crítica ocorreu próxima de 37 Hz. No entanto, o pico de amplitude do caso não-linear ocorre em rotação bem mais próxima ao modelo linear, comparando ao caso de pré-carga 0,25. Nota-se nesse caso, uma variação numericamente nula da diferença dos picos comparando os dois modelos, nas direções x e y.

Trocando o tipo de mancal, a resposta no tempo para o caso trilobular com pré-carga de 0,25 é mostrada na Figura (5.21). Para essa simulação, os modelos linear e não-linear foram iniciados em 28 Hz. No entanto, o modelo não-linear necessitou de uma aceleração maior, de 5 Hz/s, para passagem pela 1ª frequência crítica sem ocorrência do fenômeno de “batimento”. Neste caso, assim como no mancal elíptico de pré-carga baixa, foi possível observar o mesmo

fenômeno de defasagem entre os picos de amplitude de ambos os modelos numéricos. Novamente, esse efeito é devido às não linearidades introduzidas pelos mancais, acarretando em uma maior amplitude de vibração nessa condição.

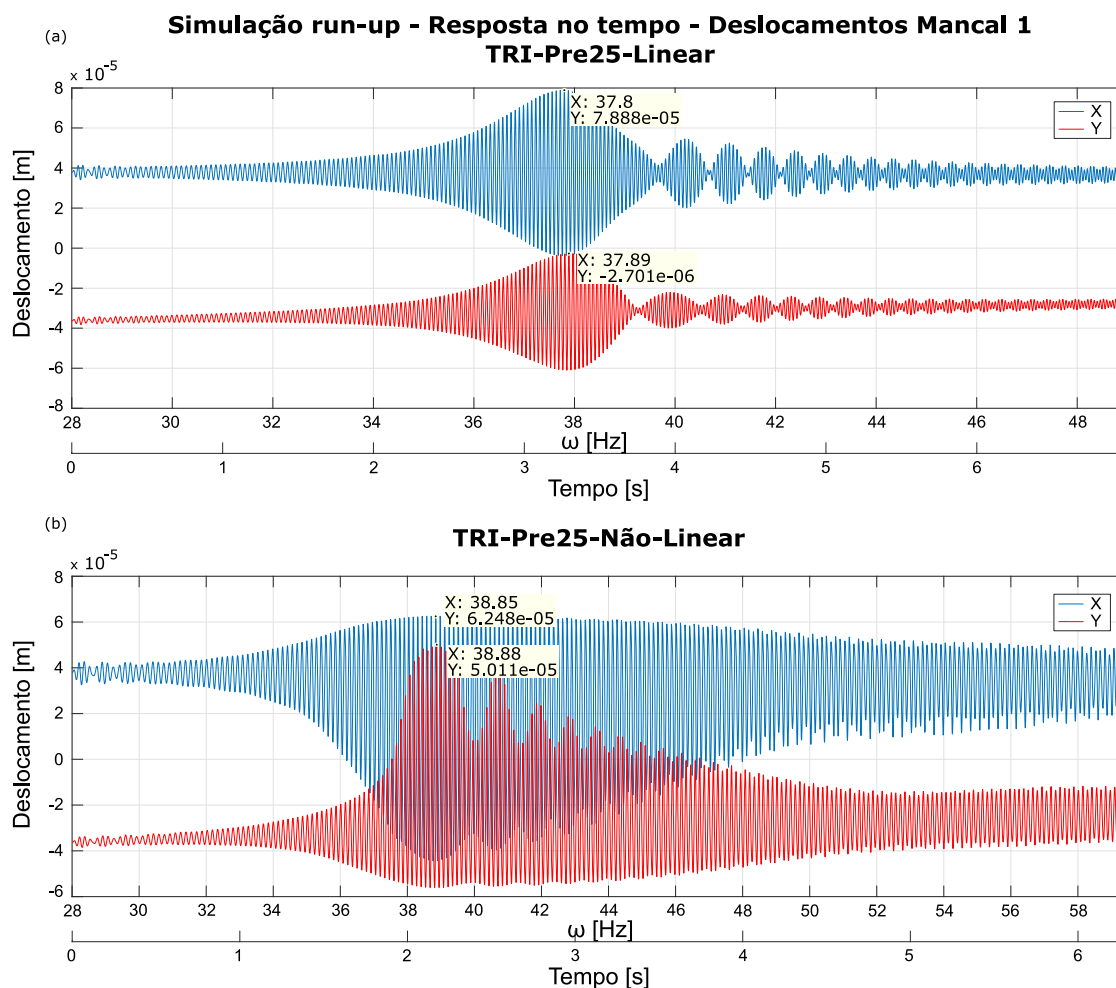


Figura 5.21: Resposta no tempo da simulação run-up – Velocidade Crítica – Mancais Trilobular com pré-carga 0,25: (a) linear, (b) não-linear.

O último caso analisado, na primeira parte de resultados da simulação “run-up”, para a velocidade crítica, foi o de mancais trilobular com pré-carga 0,8. A Figura (5.22) mostra o gráfico da resposta no tempo, para os casos linear (Fig. 5.22-a) e não-linear (Fig. 5.22-b). Mais uma vez o comportamento das curvas é bem semelhante aos casos anteriores, sendo a região de velocidade crítica ocorrendo próxima de 37 Hz. Nesta análise, a diferença entre os picos de amplitude dos casos linear e não-linear foi praticamente nula, como pode ser visto nos pontos em destaque da figura.

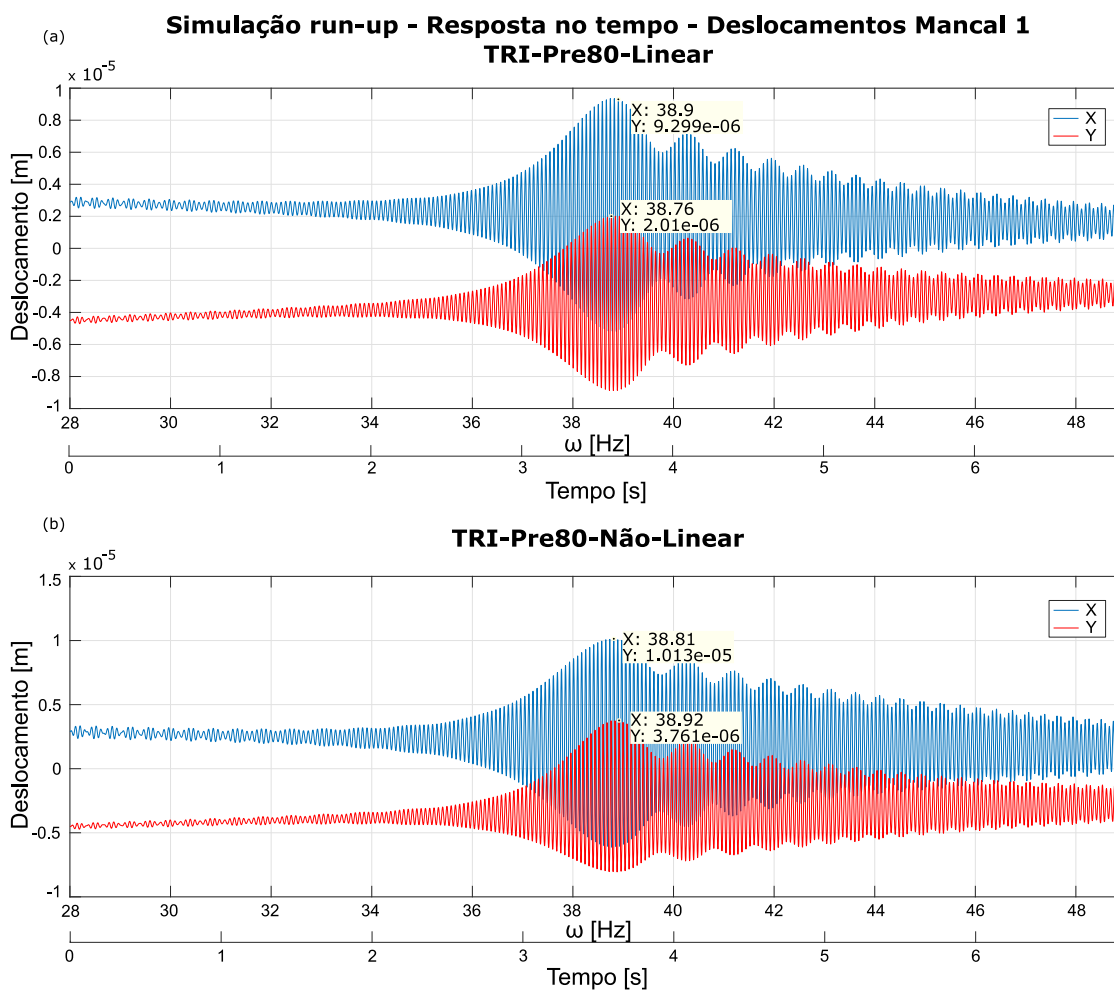


Figura 5.22: Resposta no tempo da simulação run-up – Velocidade Crítica – Mancal Trilobular com pré-carga 0,8: (a) linear, (b) não-linear.

O comportamento observado nas quatro diferentes configurações de mancais hidrodinâmicos para o sistema, nas simulações de “run-up” para verificação da 1ª frequência crítica, colabora com as conclusões discutidas na seção 5.2, de que mesmo, nas proximidades da região de velocidade crítica, as não-linearidades são mais influentes somente nos casos de maior amplitude de movimento, quando o rotor é analisado no domínio do tempo, ocorrendo nos mancais de pré-carga baixa, por possuírem baixas elipticidades.

5.4.2 Instabilidade Fluido-Induzida

Dando seguimento às simulações de “run-up”, realizadas no mesmo sistema rotativo discutido neste trabalho, a região de instabilidade fluido-induzida foi analisada. Em mancais cilíndricos, sabe-se que a instabilidade fluido-induzida ocorre em uma rotação de

aproximadamente o dobro da 1ª velocidade crítica do rotor. Nos mancais analisados, elíptico e trilobular, as geometrias por conterem pré-carregamento tendem a estabilizar o mancal, postergando o surgimento da instabilidade para faixas de rotação maiores.

Nas investigações da presente seção são apresentados somente os casos para os mancais elíptico e trilobular de pré-carga 0,25. No decorrer dos testes, nos mancais com pré-carga de 0,8, não foi possível visualizar o surgimento da instabilidade fluido-induzida na região varrida de 0 a 300 Hz. Como resultado, chegou-se a obter até a passagem pela 2ª velocidade crítica do rotor, ocorrendo antes de qualquer indício de instabilidade fluido-induzida. A justificativa, para o comportamento observado, é uma comprovação, mais uma vez, de que os mancais com pré-carga elevada são tão estáveis a ponto de adiar a instabilidade fluido-induzida para regiões de rotação muito elevadas.

Foram simulados, portanto, os modelos linear e não-linear nos mancais elíptico e trilobular de pré-carga 0,25, na passagem pela instabilidade. A Figura (5.23) mostra os resultados das respostas no tempo para o caso de mancal elíptico, com pré-carga de 0,25 com os modelos linear (Fig. 5.23-a) e não-linear (Fig. 5.23-b).

Analisando os resultados dos dois modelos, observa-se uma diferença na ocorrência do início do aumento de amplitude, devido à instabilidade fluido-induzida, tendo o modelo não-linear antecipado a região de instabilidade. Por se tratar, agora, de um fenômeno de instabilidade, faz-se necessária a identificação da rotação do limiar de instabilidade.

Nesse sentido, foi usada a chamada *STFT* – “*Short-Time Fourier Transform*” (Transformada de Fourier de Tempo Curto), utilizada em situações em que os componentes de frequência de um sinal variam ao longo do tempo, descrita na Seção (3.7.2). Como parâmetros para o cálculo da STFT foram utilizados uma frequência de amostragem $f_s = 10^3 \text{ Hz}$, fator de “*overlap*” de 50% com função janela de Blackman e número de pontos da FFT igual ao tamanho do vetor de rotação analisado em cada situação. Com o objetivo de suavizar o gráfico, o intervalo de tempo entre as janelas foi de aproximadamente 0,25 s.

Para o modelo linear, a Figura (5.24) contém as transformadas de Fourier de tempo curto para o caso de instabilidade fluido-induzida no mancal elíptico de pré-carga 0,25. O intervalo total de simulação é mostrado na (Fig. 5.24-a), assim como um intervalo anterior à instabilidade (Fig. 5.24-b) e um intervalo dentro da instabilidade (Fig. 5.24-c).

Na figura (5.24) é possível visualizar, em todos os intervalos, uma reta de potências, localizada na frequência natural deste rotor e também uma reta inclinada, correspondendo à frequência aproximada 1x de rotação, associada ao desbalanceamento rotativo.

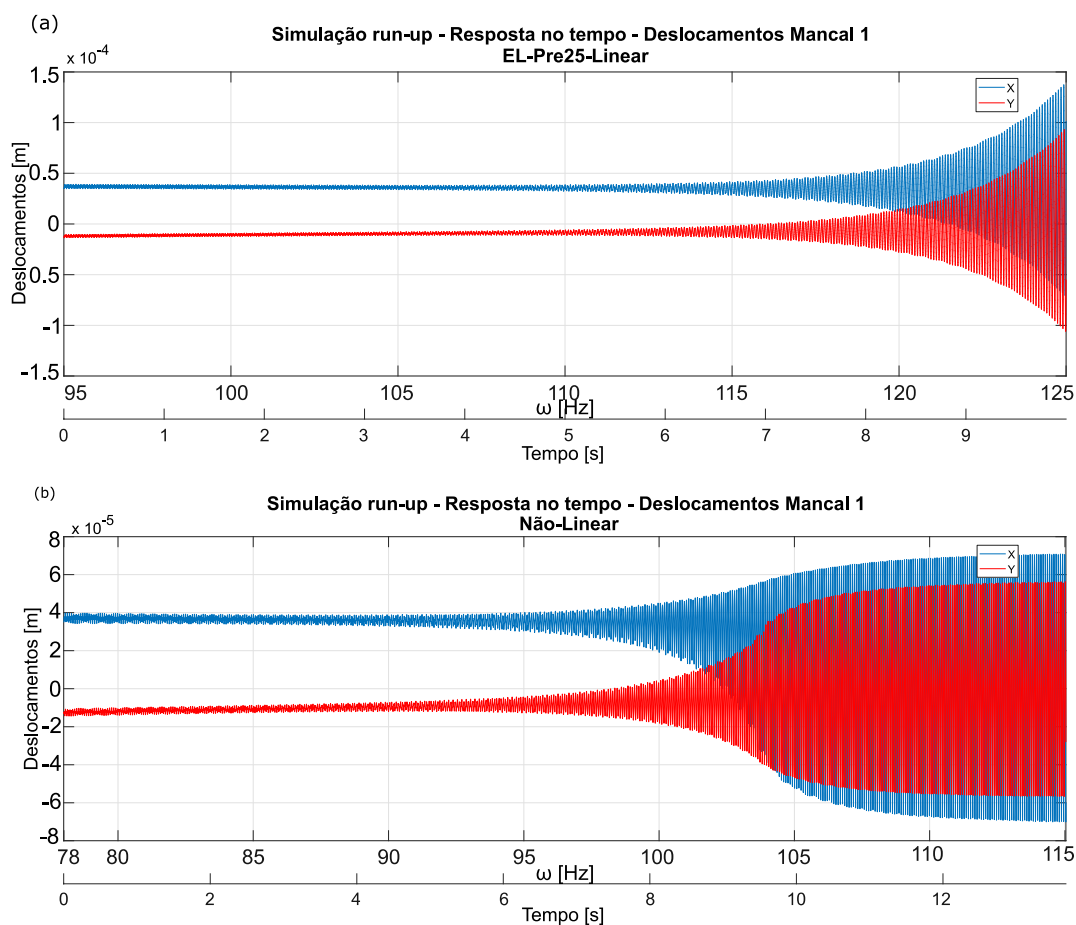


Figura 5.23: Resposta no tempo da simulação run-up – Instabilidade Fluido-Induzida – Mancal Elíptico com pré-carga 0,25: (a) linear, (b) não-linear.

A inclinação da reta é devido à natureza da simulação ser acelerada. É importante destacar, ainda a respeito da natureza acelerada da simulação, a ocorrência de uma defasagem na reta 1x, em todos os casos, devido principalmente a efeitos de inércia, pelo aparecimento do termo de segunda ordem (aceleração) na equação da força de desbalanceamento, como mostrado anteriormente nas Equações (3.55) e (3.56).

Analisando os intervalos da figura (5.24), nota-se no intervalo total de 95 a 125 Hz (Fig. 5.24-a) uma transferência da energia da reta 1x para a reta de frequência natural, devido ao aumento de potência na *STFT*, dada a partir de -107 dB. Escolhendo um intervalo, antes dessa transferência (Fig. 5.24-b), é possível observar a energia concentrada na reta 1x, devido ao desbalanceamento do rotor. No intervalo de 112 a 120 Hz (Fig. 5.24-c), diminuindo a escala, visualiza-se com mais facilidade a transferência de energia para a reta da frequência natural, indicando o limiar de instabilidade fluido-induzida para este caso em 112 Hz.

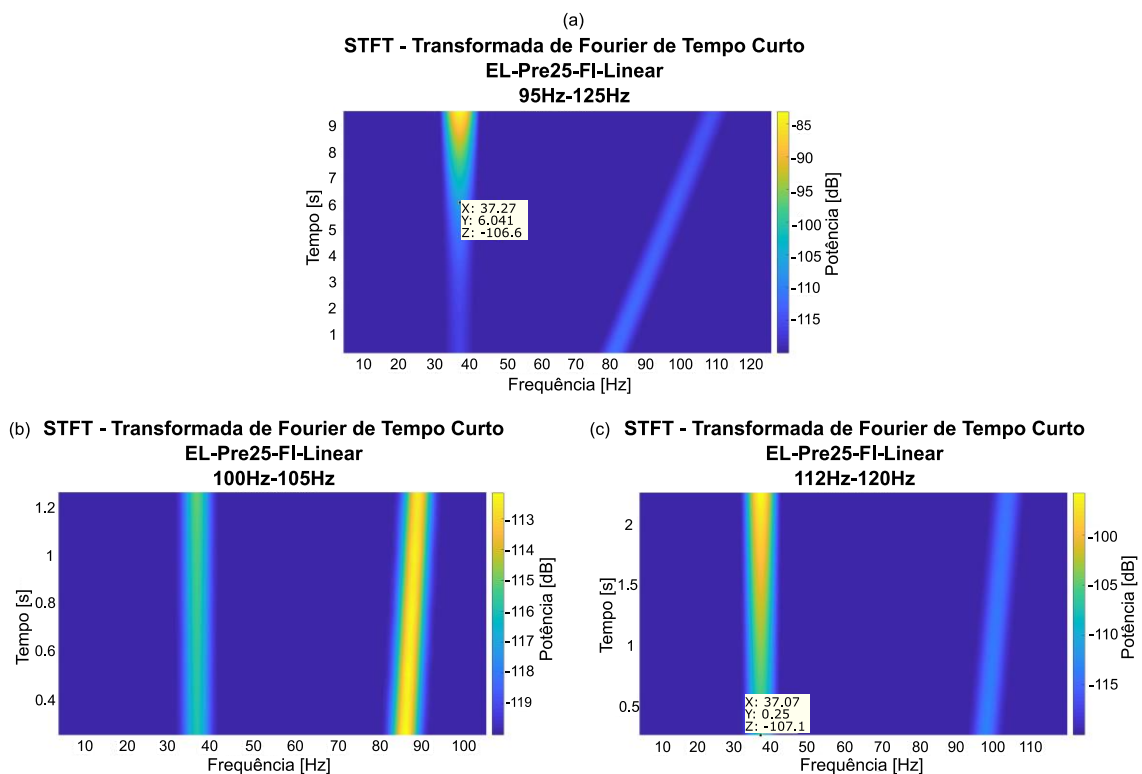


Figura 5.24: STFT no Mancal 1 – Instabilidade Fluido-Induzida – Linear - Mancal Elíptico com pré-carga 0,25: (a) intervalo total, (b) intervalo estável, (c) intervalo instável.

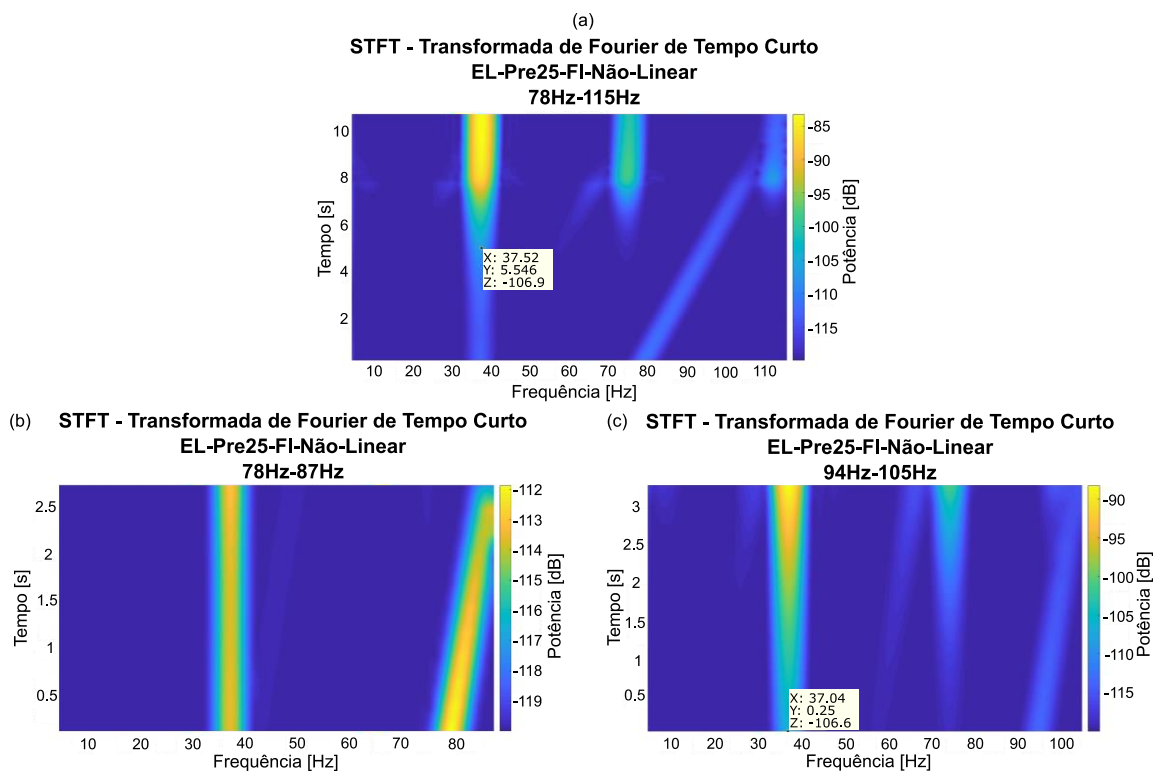


Figura 5.25: STFT no Mancal 1 – Instabilidade Fluido-Induzida – Não-Linear - Mancal Elíptico com pré-carga 0,25: (a) intervalo total, (b) intervalo estável, (c) intervalo instável.

Para o modelo não-linear, a Figura (5.25) mostra as STFT para o caso de instabilidade fluido-induzida no mancal elíptico de pré-carga 0,25. O intervalo total de simulação é mostrado na (Fig. 5.25-a), assim como um intervalo anterior à instabilidade (Fig. 5.25-b) e um intervalo dentro da instabilidade (Fig. 5.25-c).

Para esse caso, nota-se no intervalo total de 78 a 115 Hz uma transferência da energia da reta 1x não só para a reta de frequência natural, mas também para as frequências múltiplas da natural, devido ao aumento de potência na STFT, dada a partir de -107 dB. Pela análise dos intervalos, visualiza-se com mais facilidade a transferência de energia para a reta da frequência natural, indicando o limiar de instabilidade fluido-induzida para este caso em 94 Hz.

O comportamento da transferência de energia para frequências múltiplas da frequência natural não era esperado, surgindo a dúvida se seria um efeito do fenômeno de instabilidade fluido-induzida ou referente à natureza acelerada da simulação “run-up”. Dessa maneira, dois pontos da simulação foram investigados, sendo computadas as DFT antes da instabilidade (75 Hz) e depois da instabilidade (110 Hz).

A Figura (5.26-a) mostra a órbita e a Figura (5.26-b) os principais picos na DFT Full Spectrum para o modelo não-linear do caso de mancal elíptico, com pré-carga de 0,25 em rotação fixa de 75 Hz. É possível verificar o domínio da componente 1x de rotação.

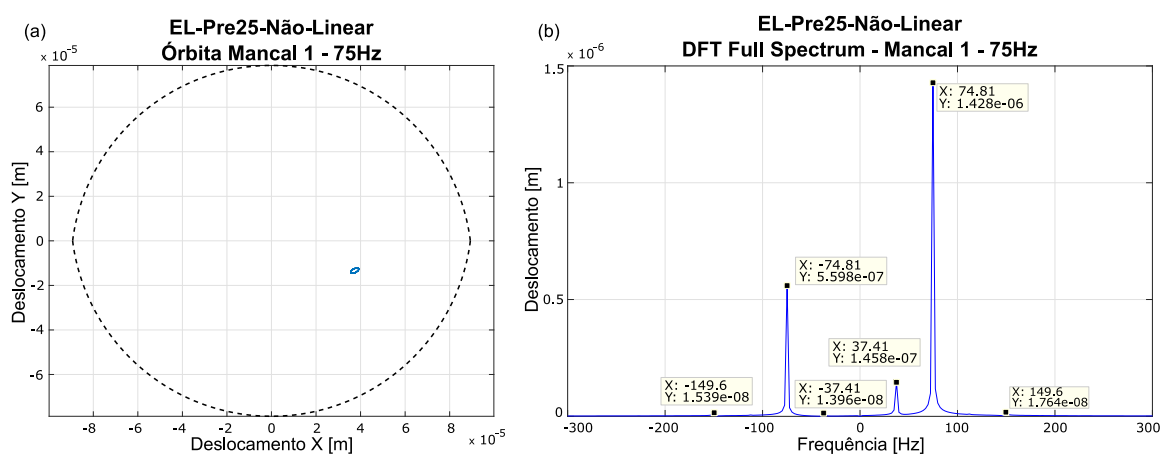


Figura 5.26: Análise Não-Linear em rotação fixa de 75 Hz no Manca 1 - Manca Elíptico com pré-carga 0,25: (a) órbita, (b) DFT Full Spectrum.

O outro ponto investigado na mesma configuração, depois da ocorrência da instabilidade, em 110 Hz é mostrado na Figura (5.27), sendo mostrado a órbita (Fig. 5.27-a) e os principais picos da DFT Full Spectrum (Fig. 5.27-b). Nesse caso, observa-se o domínio da frequência natural e suas frequências múltiplas. Dessa maneira, comparando os dois resultados

investigados, conclui-se que o efeito observado através da análise anterior das STFT é realmente um efeito devido à instabilidade fluido-induzida.

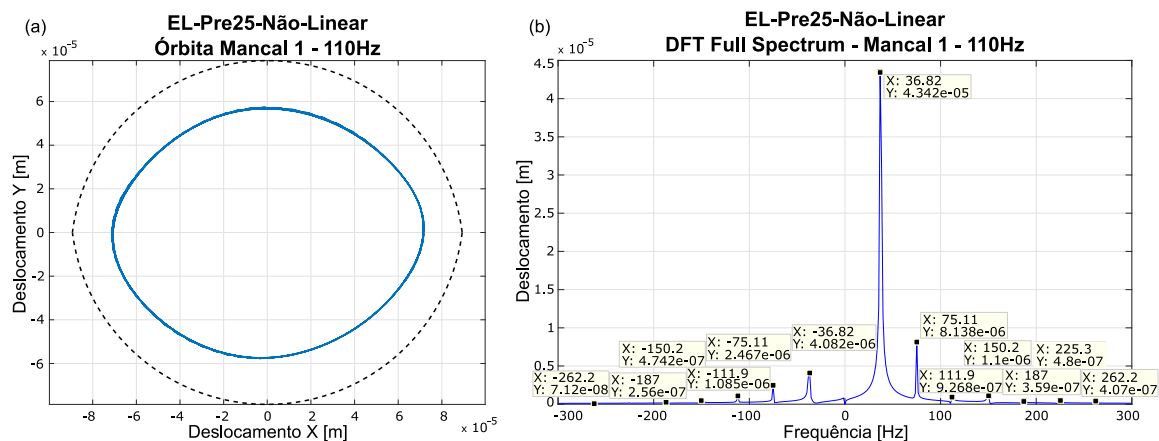


Figura 5.27: Análise Não-Linear em rotação fixa de 110 Hz no Mancal 1 - Mancal Elíptico com pré-carga 0,25: (a) órbita, (b) DFT Full Spectrum.

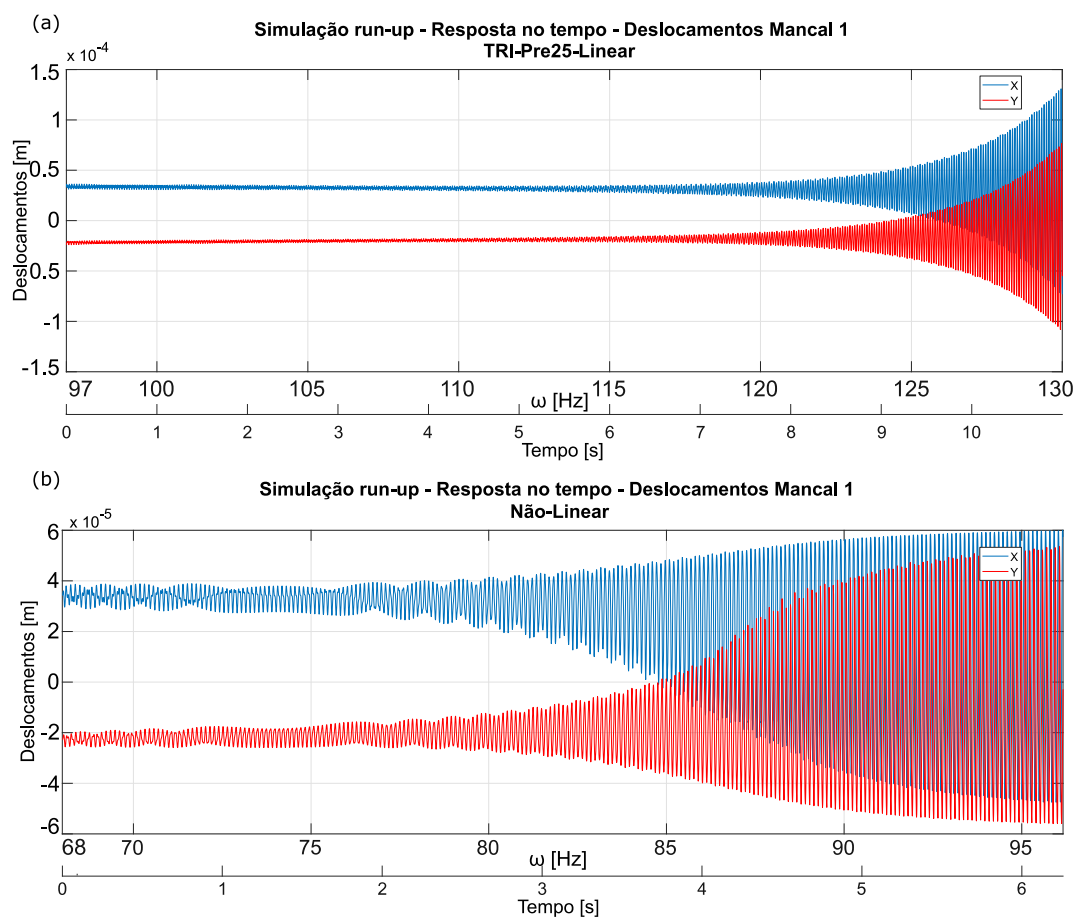


Figura 5.28: Resposta no tempo da simulação run-up – Instabilidade Fluido-Induzida – Mancal Trilobular com pré-carga 0,25: (a) linear, (b) não-linear.

Trocando o tipo de mancal, a Figura (5.28) mostra os resultados das respostas no tempo para o caso de mancal trilobular, com pré-carga de 0,25 com os modelos linear (Fig. 5.28-a) e não-linear (Fig. 5.28-b).

No caso não-linear, pode-se observar uma instabilidade numérica, que leva ao aumento desordenado da amplitude da simulação. Vários testes com diferentes acelerações angulares foram realizados, porém sem sucesso. Estão sendo elaboradas alternativas para contornar o problema da instabilidade numérica para obtenção do gráfico adequado para a instabilidade fluido-induzida deste caso.

Para verificação do limiar de instabilidade, o mesmo procedimento foi aplicado, com as STFT. Para o modelo linear, a Figura (5.29) contém as transformadas de Fourier de tempo curto para o caso de instabilidade fluido-induzida no mancal trilobular de pré-carga 0,25. O intervalo total de simulação é mostrado na (Fig. 5.29-a), assim como um intervalo anterior à instabilidade (Fig. 5.29-b) e um intervalo dentro da instabilidade (Fig. 5.29-c).

O comportamento do caso linear é semelhante ao ocorrido no caso do mancal elíptico, podendo-se visualizar a reta de frequência natural e reta inclinada 1x, defasada pelos efeitos de inércia.

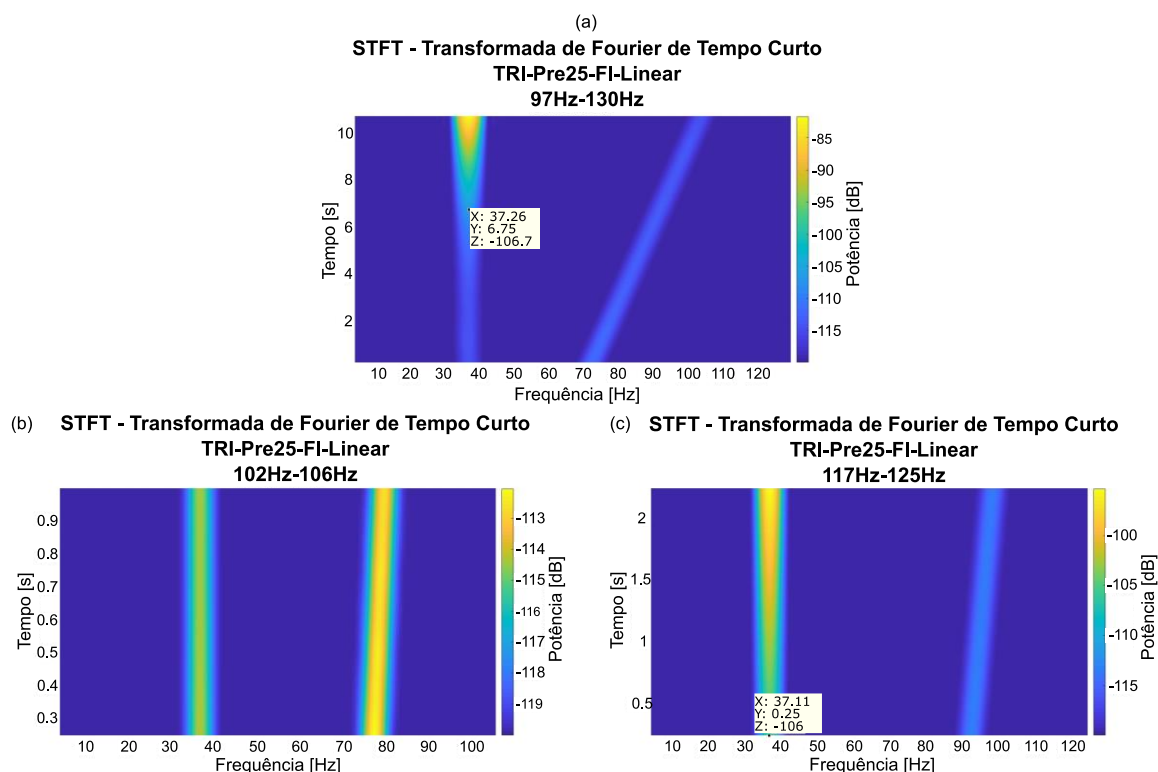


Figura 5.29: STFT no Mancal 1 – Instabilidade Fluido-Induzida – Linear - Mancal Trilobular com pré-carga 0,25: (a) intervalo total, (b) intervalo estável, (c) intervalo instável.

Observando os intervalos da figura (5.29), nota-se no intervalo total de 97 a 130 Hz (Fig. 5.29-a) a transferência de energia da reta 1x para a reta de frequência natural, dada a partir de -106 dB. Escolhendo um intervalo, antes dessa transferência (Fig. 5.29-b), é possível observar a energia concentrada na reta 1x, pelo desbalanceamento. No intervalo de 117 a 125 Hz (Fig. 5.29-c), com a diminuição da escala, visualiza-se com mais facilidade a transferência de energia para a reta da frequência natural, indicando o limiar de instabilidade fluido-induzida em 117 Hz.

Para o modelo não-linear, a Figura (5.30) mostra as STFT para o caso de instabilidade fluido-induzida no mancal trilobular de pré-carga 0,25. O intervalo total de simulação é mostrado na (Fig. 5.30-a), assim como um intervalo de 68 Hz a 75 Hz (Fig. 5.30-b) e um intervalo de 85 Hz a 96 Hz (Fig. 5.30-c).

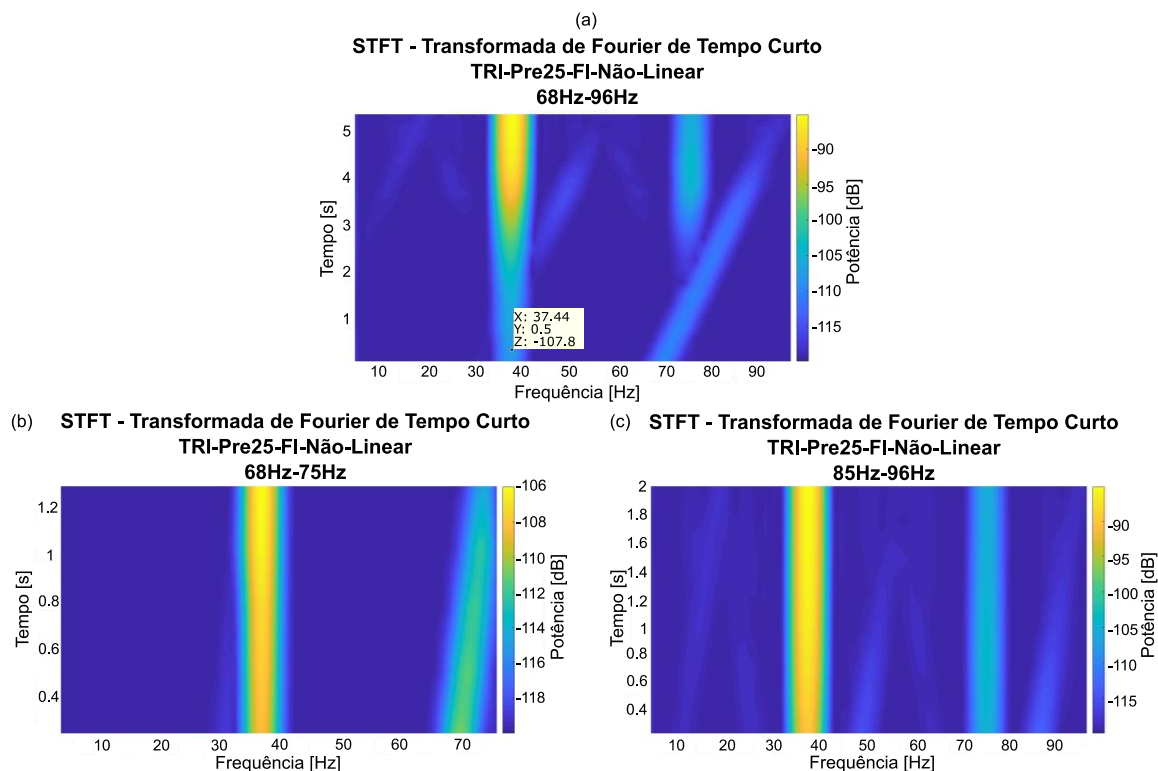


Figura 5.30: STFT no Mancal 1 – Instabilidade Fluido-Induzida – Não-Linear - Mancal Trilobular com pré-carga 0,25: (a) intervalo total, (b) intervalo estável, (c) intervalo instável.

No intervalo total de 68 a 96 Hz, o comportamento de transferência da energia da reta 1x não só para a reta de frequência natural, mas também para as frequências múltiplas da natural, se repete. No entanto, devido à instabilidade numérica presente nessa simulação, visualiza-se a concentração de energia na reta da frequência natural, desde o início (partindo de -108 dB), em

todos os intervalos (Figs. 5.30-b; 5.30-c), não sendo possível a determinação do limiar de instabilidade, neste caso, através da comparação das regiões pela STFT.

Análogo ao caso não-linear do mancal elíptico, dois pontos da simulação foram investigados, sendo tiradas as DFT antes da instabilidade (68 Hz) e depois da instabilidade (110 Hz).

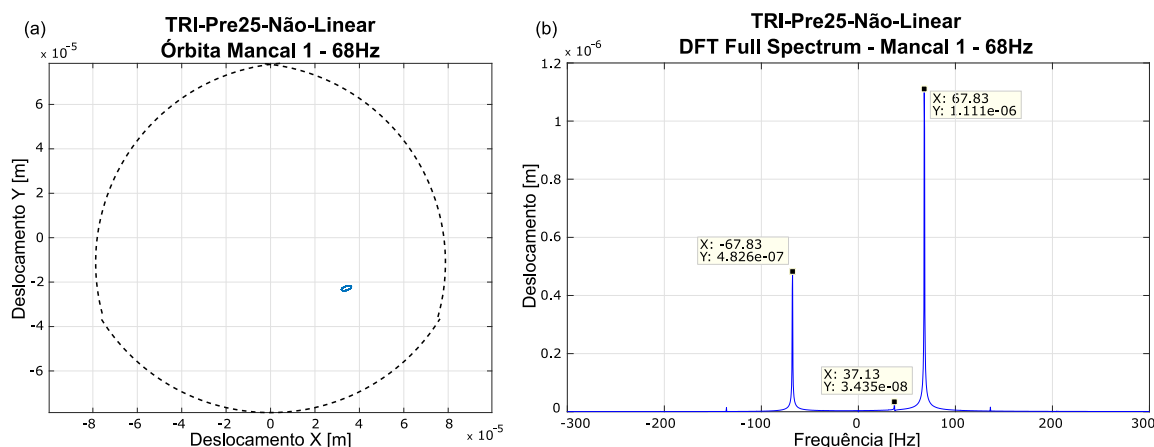


Figura 5.31: Análise Não-Linear em rotação fixa de 68 Hz no Manca 1 - Manca Trilobular com pré-carga 0,25: (a) órbita, (b) DFT Full Spectrum.

A Figura (5.31-a) mostra a órbita e a Figura (5.32-b) os principais picos na DFT Full Spectrum para o modelo não-linear do caso de mancal trilobular, com pré-carga de 0,25 em rotação fixa de 68 Hz. Nesta região, anterior à instabilidade, observando a DFT verifica-se mais uma vez o domínio da componente 1x de rotação.

Na região após a ocorrência da instabilidade, em 110 Hz, a Figura (5.32-a) contém a órbita e a Figura (5.32-b) os principais picos da DFT Full Spectrum. Nesse caso, pode ser observado novamente o domínio da frequência natural e suas frequências múltiplas, trazendo a conclusão de que se trata de um efeito propriamente da instabilidade fluido-induzida.

Com o objetivo de contornar o problema de convergência dos resultados no tempo para o caso do “run-up” no mancal trilobular com pré-carga 0,25, diversas outras tentativas foram realizadas e testadas. Em um primeiro momento, removeu-se a carga externa aplicada no nó do disco e aumentou-se o parâmetro de amortecimento estrutural proporcional, afim de deixar o sistema mais rígido e menos oscilante. A Figura (5.33) mostra a resposta no tempo da simulação “run-up” para o caso não-linear com o parâmetro $\beta = 1,5 \times 10^{-4}$, sem a força externa. Pode ser observado que a instabilidade numérica persistiu desde o início da simulação em 68 Hz.

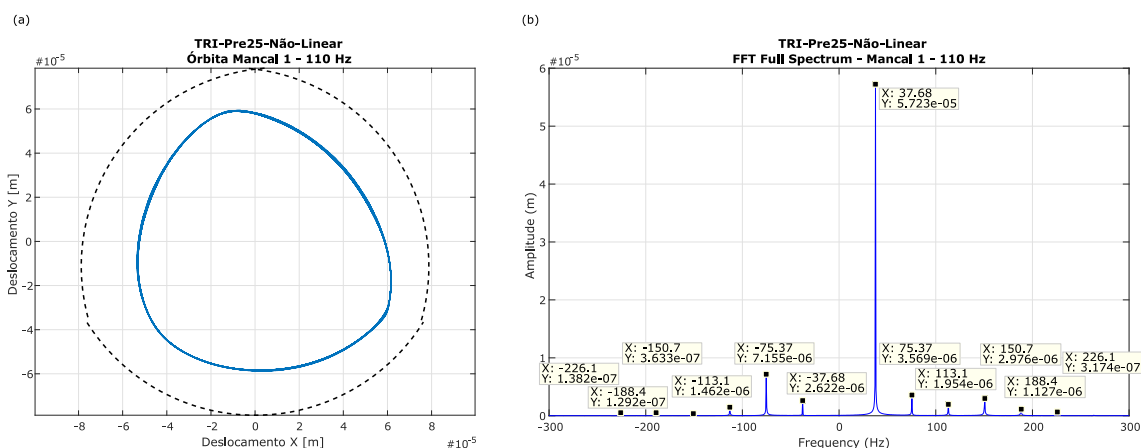


Figura 5.32: Análise Não-Linear em rotação fixa de 110 Hz no Mancal 1 - Mancal Trilobular com pré-carga 0,25: (a) órbita, (b) DFT Full Spectrum.

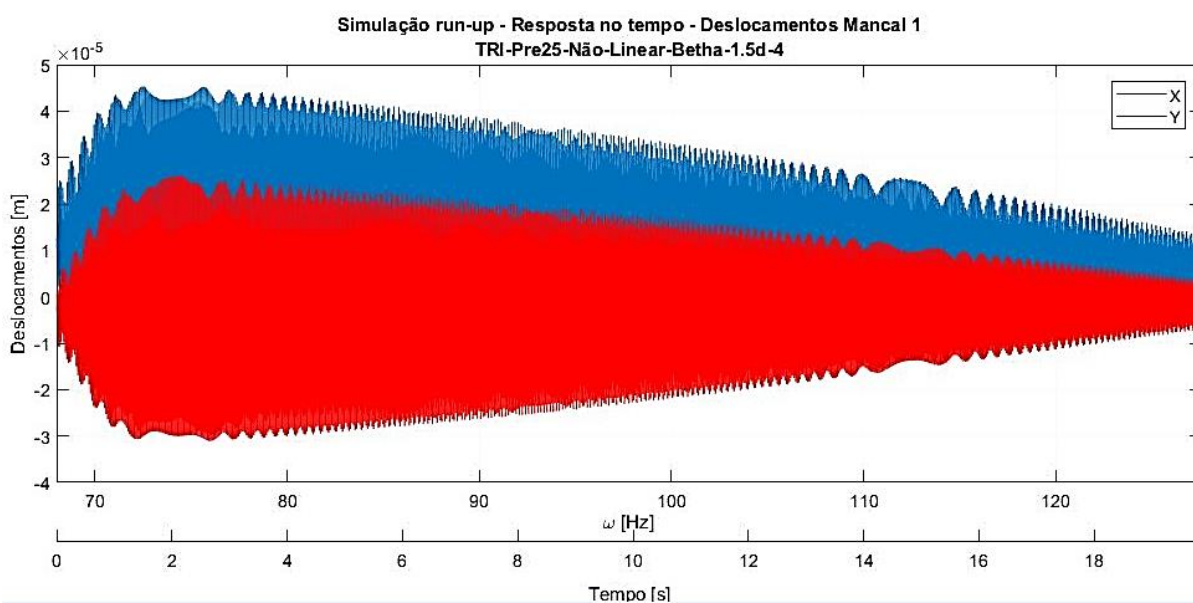


Figura 5.33: Resposta no tempo da simulação run-up – Mancal Trilobular com pré-carga 0,25 - Modelo Não-Linear – Sem força externa no disco – $\beta = 1,5 \times 10^{-4}$

Como segunda tentativa dessa etapa, realizou-se o aumento em mais dez vezes do parâmetro de amortecimento proporcional, para $\beta = 1,5 \times 10^{-3}$. A Figura (5.34) mostra a resposta no tempo da simulação “run-up” do caso não-linear para essa parametrização. Com o aumento do amortecimento do sistema, os deslocamentos se estabilizaram nas duas direções analisadas, no entanto, não ocorreu o aparecimento da instabilidade fluido-induzida até a rotação final calculada, de aproximadamente 135 Hz. Nessa situação, o sistema encontra-se tão amortecido que a instabilidade é deslocada para uma região de rotação muito elevada.

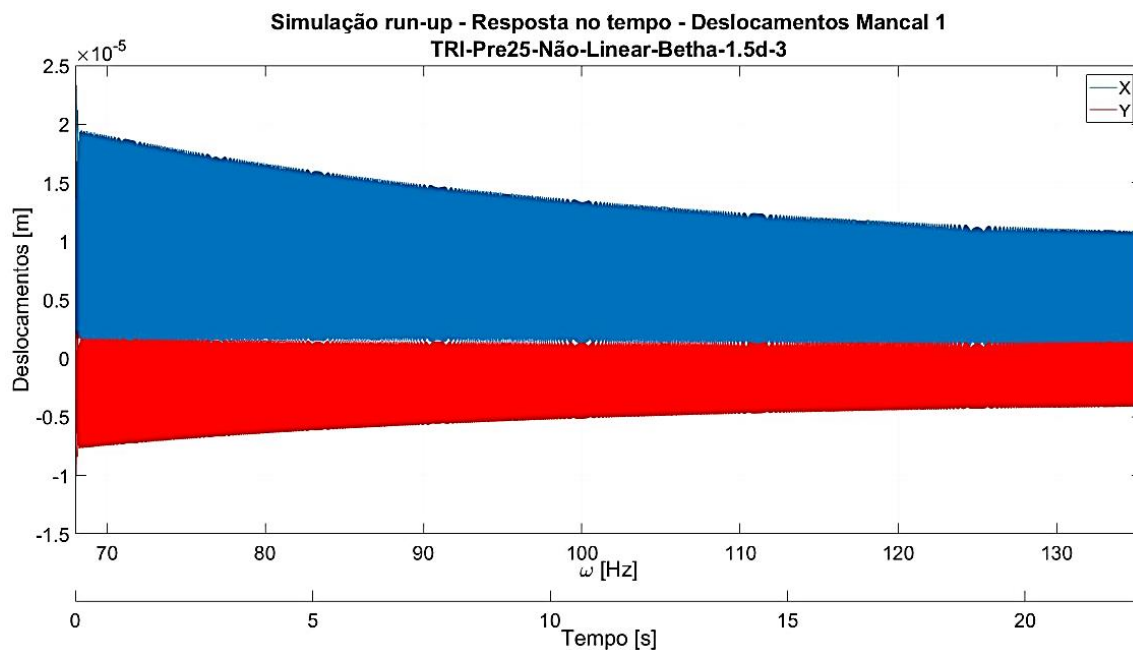


Figura 5.34: Resposta no tempo da simulação run-up – Mancal Trilobular com pré-carga 0,25 - Modelo Não-Linear – Sem força externa no disco – $\beta = 1,5 \times 10^{-3}$.

Visto que utilizando o parâmetro $\beta = 1,5 \times 10^{-3}$ o sistema impossibilita a visualização do aumento de amplitude do fenômeno da instabilidade fluido-induzida, outras tentativas para ajudar na convergência do modelo utilizando $\beta = 1,5 \times 10^{-4}$ foram realizadas. Tentou-se aumentar o desbalanceamento no disco de forma gradual, seguindo uma equação exponencial do tipo $f_{desb_gradativa} = (1 - e^{-5t}) \cdot f_{desb}$, de maneira que o desbalanceamento é incrementado com o passar do tempo, saindo de 0 e atingindo o valor f_{desb} em aproximadamente 1,2 s de simulação. A Figura (5.35) mostra a resposta no tempo do “run-up” no modelo não-linear para essa situação com o desbalanceamento gradativo. Nota-se que os deslocamentos ficam extremamente baixos no início, devido à força de excitação ser praticamente nula. Quando esse valor chega a 1, na normalização, percebe-se o rápido aumento da amplitude, observando-se novamente a instabilidade numérica, presente nas configurações desse modelo com $\beta = 1,5 \times 10^{-4}$.

Ainda sem contornar o problema da instabilidade numérica, outro tipo de tentativa foi realizada, rodando uma simulação no tempo em rotação constante (mesma rotação de início desejada do “run-up”). Após a convergência numérica da órbita no nó do mancal, os dados de x, \dot{x}, \ddot{x} foram fornecidos diretamente como “input” para a condição inicial do integrador numérico. No entanto, nessa situação também não foi possível solucionar o problema de instabilidade numérica, gerando uma resposta idêntica à da Figura (5.33).

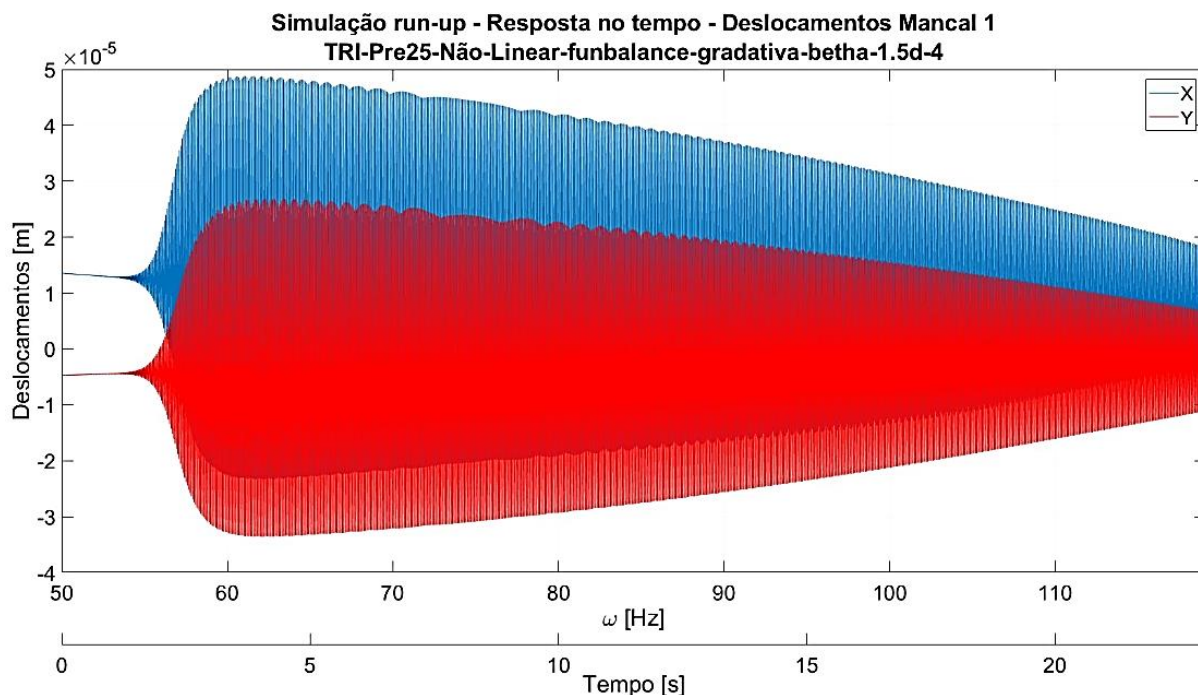


Figura 5.35: Resposta no tempo da simulação run-up – Mancal Trilobular com pré-carga 0,25 - Modelo Não-Linear – Sem força externa – Desbalanceamento gradual - $\beta = 1,5 \times 10^{-4}$.

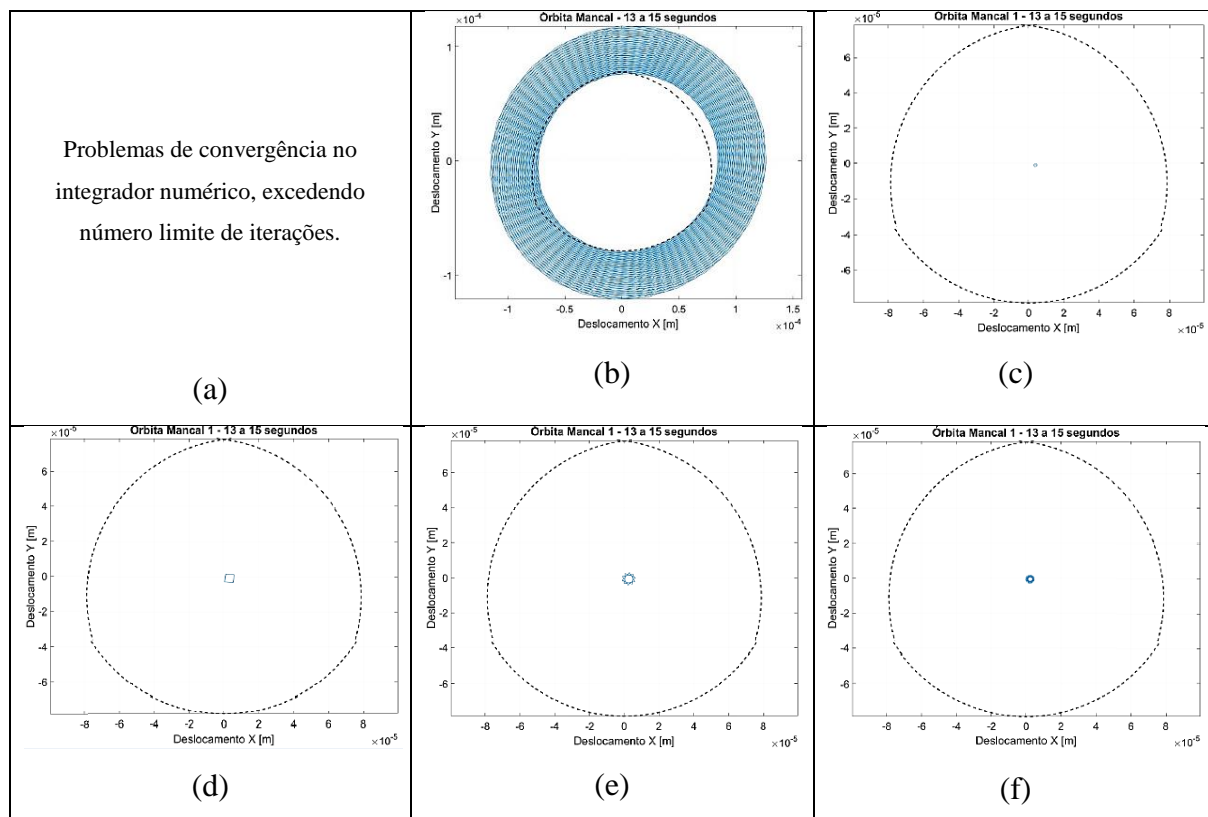


Figura 5.36: Órbitas no mancal 1 – Mancal trilobular com pré-carga 0,25 – Modelo Linear - $\beta = 1,5 \times 10^{-4}$: (a) 100 Hz, (b) 150 Hz, (c) 200 Hz, (d) 250 Hz, (e) 300 Hz, (f) 350 Hz.

A busca por um parâmetro de amortecimento proporcional β que satisfizesse a convergência numérica do modelo levou a uma última avaliação, que foi a de rodar simulações em rotação constante de 100Hz a 350 Hz (com incremento de 50 Hz), variando o parâmetro β de $1,5 \times 10^{-5}$ até $1,5 \times 10^{-3}$ (com incremento de 1,5 na mantissa, dentro da mesma ordem de grandeza).

Em β muito baixos, ocorreu o problema de convergência numérica em todas as rotações analisadas, de 100Hz a 350 Hz, de maneira a confirmar o comportamento visto na simulação acelerada de “run-up” da instabilidade numérica. A primeira situação em que ocorreu convergência da maioria das rotações foi com $\beta = 1,5 \times 10^{-4}$, como mostrado na Figura (5.36). Em 100 Hz o integrador numérico apresentou problemas de convergência, excedendo o número limite de iterações. Em 150 Hz é possível visualizar a órbita indicativa de instabilidade. Após a rotação de 200 Hz, todas as órbitas se mantiveram estáveis com posicionamento do eixo na região central da folga radial do mancal.

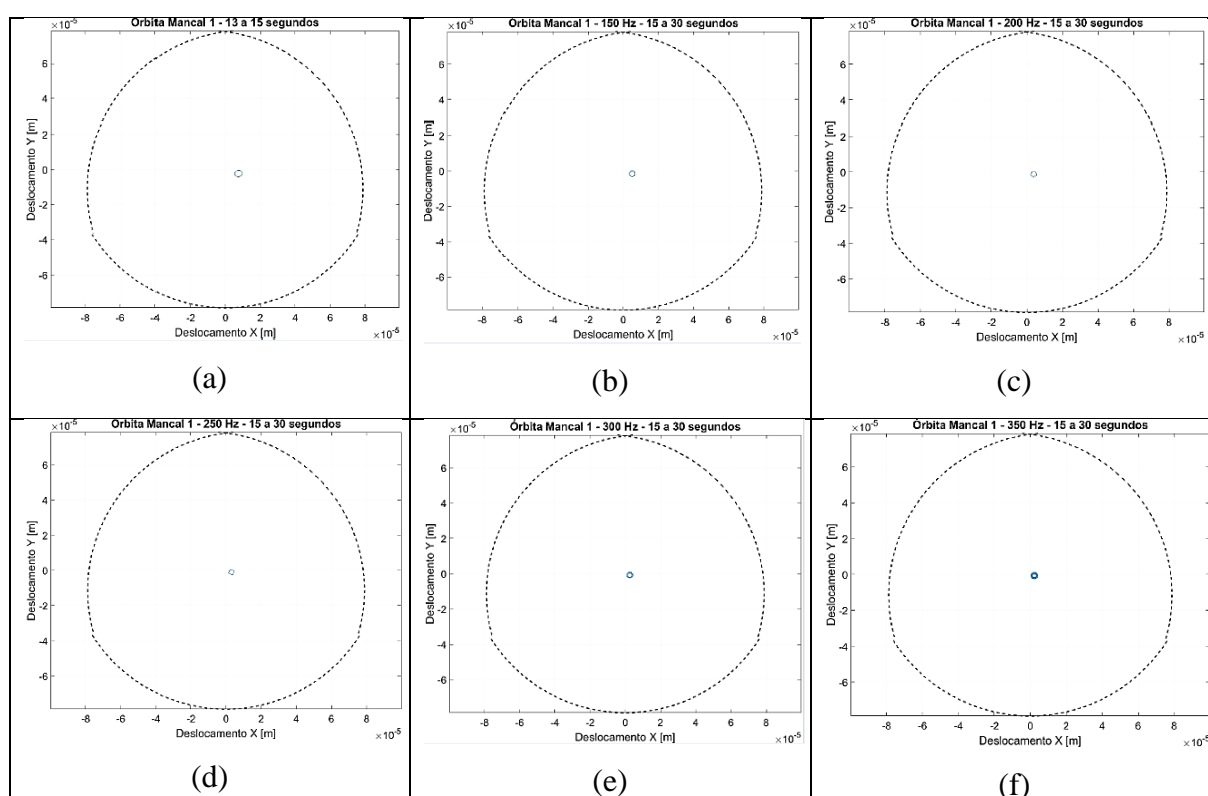


Figura 5.37: Órbitas no mancal 1 – Mancal trilobular com pré-carga 0,25 – Modelo Linear - $\beta = 1,5 \times 10^{-3}$: (a) 100 Hz, (b) 150 Hz, (c) 200 Hz, (d) 250 Hz, (e) 300 Hz, (f) 350 Hz.

A Figura (5.37) mostra um caso de parâmetro elevado de $\beta = 1,5 \times 10^{-3}$, em que é possível observar estabilidade nas órbitas em todas as rotações analisadas de 100 Hz e 350 Hz,

confirmando o comportamento visto na simulação de “*run-up*”, sem a visualização de instabilidade fluido-induzida nessa situação com o sistema mais amortecido.

Por fim, todas as tentativas de facilitação da convergência numérica não obtiveram sucesso, mostrando que o modelo desenvolvido possui uma sensibilidade grande aos dados numéricos de entrada, principalmente em relação ao parâmetro do amortecimento estrutural proporcional β , para o caso do mancal trilobular com pré-carga de 0,25. Com isso, sem a convergência numérica do caso não foi possível a visualização do aumento de amplitude dos deslocamentos devido à instabilidade fluido-induzida, nessa configuração do sistema rotativo.

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho, o comportamento dinâmico do sistema rotativo, composto por mancais hidrodinâmicos de diversas configurações, foi avaliado tanto através da análise no domínio do tempo como através da análise pelo domínio da frequência. Os modelos utilizados contemplaram, de maneira satisfatória, os objetivos iniciais de investigação dos efeitos das não-linearidades em mancais radiais multi-lobulares em condição de lubrificação hidrodinâmica. As vantagens na utilização desses tipos de mancais ficaram evidentes com a análise acelerada do rotor, indicando significativos ganhos nos parâmetros de operação.

Em relação à primeira parte de resultados, são apresentadas as comparações dos modelos linear e não-linear para os mancais elíptico e trilobular, submetidos a uma condição severa de carregamento. A respeito da análise numérica das órbitas, foi observado que nos mancais elípticos as situações com maior presença de não-linearidades ocorrem em elevadas amplitudes de vibração, tanto em pré-carga baixa de 0,25, como em alta de 0,8, sendo a região de proximidade da velocidade crítica. Já quando foram utilizados mancais trilobulares, conclui-se que as não-linearidades possuem grande influência, mesmo em situações com menores amplitudes de vibração. Como visto, no caso de pré-carga baixa foram visualizadas consideráveis diferenças nas amplitudes das órbitas e, no caso de pré-carga alta, distorções no formato da órbita quando utilizado o modelo não-linear.

A segunda parte dos resultados apresentou as análises em frequência através da Transformada Discreta de Fourier. Foi possível evidenciar a relação direta do tamanho e formato das órbitas com as componentes harmônicas do sinal, de maneira a combinar os efeitos das frequências “*forward*” e “*backward*” na visualização das órbitas no tempo. A correlação das amplitudes das órbitas com as amplitudes dos picos nas DFT também pôde ser comprovada. Em todas as configurações do sistema rotativo, com os diferentes mancais, evidenciou-se no modelo linear apenas as componentes $1x$ e $-1x$ no sinal. Quando foi utilizado o modelo não-linear, ocorreu o aparecimento de harmônicas de ordem superior ($\pm 2x$, $\pm 3x$), principalmente nas situações em que havia maior presença de não-linearidades, como na proximidade da região de velocidade crítica, devido à diferenciação na órbita, tanto em amplitude, como em formato.

Como última parte de resultados, realizou-se as simulações de aceleração para análise da resposta no tempo do sistema rotativo, com as diferentes configurações de mancais hidrodinâmicos.

Na primeira parte, acerca dos resultados da passagem pela 1ª velocidade crítica do rotor, observou-se um atraso no aparecimento do pico de amplitude mediante comparação dos casos. Esse fato indicou a influência não só do parâmetro de pré-carga e do tipo de modelo utilizado (linear e não-linear), mas também dos efeitos de inércia na resposta do sistema em aceleração, devido ao aparecimento do termo diferencial de segunda ordem na equação da força de desbalanceamento. Nesse caso, de passagem pela velocidade crítica, os resultados mostraram novamente a influência das não-linearidades sendo mais presente nos casos de pré-carga baixa, por possuírem menores elipticidades.

Em seguida, com a verificação da resposta no tempo do sistema acelerado na passagem pela instabilidade fluido-induzida, notou-se uma antecipação considerável da instabilidade quando foi utilizado o modelo não-linear (94 Hz vs 112 Hz para o mancal elíptico). Com os resultados da análise no domínio da frequência, através da STFT, foi possível a identificação do limiar de instabilidade devido à transferência de energia da reta de frequências 1x (defasada, pelos efeitos de inércia do “*run-up*”) para a reta de frequência natural do sistema. Um fato inesperado, que pôde ser observado, foi a transferência de energia para as frequências múltiplas da frequência natural do sistema para os casos com modelo não-linear. A investigação posterior, conduzida a fim de verificar se esse comportamento era devido ao fenômeno de instabilidade ou às condições de simulação do “*run-up*”, concluiu se tratar realmente de efeitos de instabilidade, já que calculando as DFT em pontos distintos da simulação (antes e depois da instabilidade), foi possível visualizar o domínio da componente 1x antes e o surgimento de múltiplos da frequência natural, mesmo em condição estacionária, depois.

Referente ao mancal trilobular com pré-carga de 0,25, tendo-se realizado todas as tentativas para contornar o problema de convergência numérica, não foi possível obter a resposta no tempo convergida, que pudesse mostrar a passagem do sistema rotativo pela instabilidade fluido-induzida. Para esse caso, notou-se uma elevada sensibilidade do modelo não-linear aos dados numéricos de entrada.

Dessa maneira, entende-se que o conjunto de análises realizadas neste trabalho possibilitou um entendimento melhor dos efeitos não-lineares em mancais hidrodinâmicos multi-lobulares e, conseqüentemente, no comportamento dinâmico do sistema rotativo. A caracterização dos resultados, contrastados pelo emprego dos modelos linear e não-linear, evidenciou diferenças significativas nos casos analisados, de maneira a contribuir quanto a escolha do modelo que melhor represente o sistema mecânico em determinada situação, seja em fase de projeto, teste ou operação.

Portanto, conclui-se que a utilização do modelo não-linear é mais indicada na predição do comportamento dinâmico do rotor, por representar com maior precisão as condições de operação da máquina. Mesmo sendo comum a utilização do modelo linear, visto a menor demanda de tempo computacional para o cálculo, salienta-se a possibilidade de erro significativo de predição, como evidenciado.

7 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A partir dos resultados deste trabalho, são indicadas algumas oportunidades para realização em próximos trabalhos da temática, a fim de melhorar o modelo do sistema rotativo, bem como de utilizar mais ferramentas para identificação dos fenômenos no processo investigativo:

- A validação experimental dos fenômenos observados nas transições das regiões de 1ª velocidade crítica e instabilidade fluido-induzida, com o modelo de sistema rotativo proposto, sustentado por mancais hidrodinâmicos elípticos e trilobulares.
- A utilização de modelos termoelastohidrodinâmicos (TEHD) que possibilitem a implementação do cálculo dos efeitos térmicos provenientes do cisalhamento do lubrificante, assim como de deformações do eixo e do mancal, com o objetivo de melhor prever o comportamento dinâmico do rotor.
- O estudo de meta-modelos que possam representar as respostas do sistema mecânico, de maneira a simplificar o método numérico desenvolvido, reduzindo assim o tempo total de simulação, que foi muito elevado, principalmente nos casos não-lineares.
- Trabalhar na convergência numérica do modelo não-linear para o caso do mancal trilobular com pré-cargas baixas, de maneira a entender a causa da instabilidade numérica evidenciada, para visualização das respostas no tempo e, conseqüentemente, a região de instabilidade fluido-induzida.
- A análise do limiar de instabilidade a partir de outras ferramentas da Dinâmica Não-Linear, como Diagramas de Bifurcação, Mapas de Poincaré e Expoentes de Lyapunov.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alves, D. S., “Sistemas Rotativos sujeitos às não-linearidades de Mancais Lubrificados”, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 179 p., 2018., Tese (Doutorado).

Arghir, M.; Alsayed, A.; Nicolas, D., “The finite volume solution of the Reynolds equation of lubrication with film discontinuities”, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 44, pp. 2119-2132, 2002.

Castro, H. F., “Análise de Mancais Hidrodinâmicos em Rotores sob Instabilidade Fluido-Induzida”, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 176 p., 2007., Tese (Doutorado).

Castro, H. F.; Cavalca, K. L.; Nordmann, R., “Whirl and Whip Instabilities in Rotor-Bearing System Considering a Nonlinear Force Model”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 317, p. 273–293, 2008.

Cohen, L., “Time-Frequency Analysis”, Prentice Hall, Englewood Cliffs, pp. 113–135, 1995.

Cowper, G., “The Shear Coefficient in Timoshenko’s Beam Theory”, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 33, p. 335–340, 1966.

Dakel, M. Z.; Baguet, S.; Dufour, R., “Dynamic analysis of a harmonically excited on-board rotor-bearing system”, 10th IMechE International Conference on Vibrations in Rotating Machinery (VIRM10), Sep 2012, London, United Kingdom. pp. C1326/024, 2012.

Daniel, G. B., “Análise Dinâmica de um Sistema Pino-Pistão com Lubrificação Hidrodinâmica”, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 125 p., 2008., Dissertação (Mestrado).

Föppl, A., “Das Problem der Lavalschen Turbinewelle”, *Civilingieur*, 41, p. 332-342, 1895.

Fox, R. W.; McDonald, A. T., “Introdução à Mecânica dos Fluidos”, LTC, 5ª Edição, Rio de Janeiro, Brasil, 2001.

Frene, J., Nicolas, D., Degueurce, B., Berthe, D., Godet, M., “Hydrodynamic Lubrication: Bearings and Thrust Bearings”, Elsevier, 469p., 1997.

Goldman, P.; Muszynska, A., “Application of full spectrum to rotating machinery diagnostics”, *Shaft Centerlines*, First Quarter, pp. 17-21, 1999.

Goodwin, M. J., “Rotordynamics ’92 – Proceedings of the International Conference on Rotating Machine Dynamics”, Springer-Verlag, 421 p., 1992.

Hattori, H., “Dynamic Analysis of a Rotor-Journal Bearing System with Large Dynamic Loads (Stiffness and Damping Coefficients Variation in Bearing Oil Films)”, *JSME International Journal*, Series C, Vol. 36(2), p. 251-257, 1993.

Jeffcott, N., “Lateral Vibration of Laded Shafts in the Neighborhood of a Whirling Speed: Effect of Want of Balance”, *Philosophical Magazine*, Vol. 37, p. 304-314, 1919.

JianPing, J.; Guang, M.; Yi, S.; SongBo, X., “On the non-linear dynamic behavior of a rotor-bearing system”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 274, pp. 1031-1044, 2004.

Khonsari, M. M.; Chang, Y. J., “Stability Boundary of Non-Linear orbits Within Clearance Circle of Journal Bearings”, *Journal of Vibrations and Acoustics*, Vol. 115, p. 303-307, 1993.

Lalanne, M.; Ferraris, G., “Rotordynamics Prediction in Engineering”, John Wiley & Sons, England, 266 p., 1998.

Li, K.; Liu, J.; Han, X.; Jiang, C.; Qin, H., “Identification of oil-film coefficients for a rotor-journal bearing system based on equivalent load reconstruction”, *Tribology International*, Vol. 104, pp. 285-293, 2016.

Lund, J. W., “Review of the Concept of Dynamic Coefficients for Fluid Film Journal Bearings”, *ASME Journal of Tribology*, Vol. 109, pp. 37- 41, 1987.

Lund, J., “Spring and Damping Coefficients for the Tilting Pad Journal Bearing”, *ASLE Transactions*, Vol. 7, p. 342–352, 1964.

Machado, T. H., “Avaliação de Mancais Hidrodinâmicos com Descontinuidades Geométricas”, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 122 p., 2011 Dissertação (Mestrado).

Machado, T. H.; Alves, D. S.; Cavalca, K. L., “Discussion about Nonlinear Boundaries for Hydrodynamic Forces in Journal Bearings”, *Nonlinear Dynamics*, available online <https://doi.org/10.1007/s11071-018-4177-2>, p. 1-18, 2018.

Müller-Karger; C. M., Granados; A. L., “Derivation of Hydrodynamic Bearing Coefficients Using the Minimum Square Method”, *Transactions of the ASME*, Vol. 119, p. 802-807, 1997.

Muszynska, A., “Rotordynamics”, Taylor & Francis Group, Boca Raton, USA, 1128 p., 2005.

Muszynska, A., “Whirl and Whip – Rotor/Bearing Stability Problems”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 110(3), pp. 443-462, 1986.

Nakhaeinejad, M.; Ganeriwala, S., “Critical Speeds in Rotating Machinery”, SpectraQuest Inc., Sqi-04B-102008, 2008.

Nelson, H. D., “A finite rotating shaft element using timoshenko beam theory”, *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 102, n. 4, p. 793-803, 1980.

Nelson, H. D., McVAUGH, J. M., “The dynamics of rotor-bearing systems using finite elements”, ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 98, n. 2, p. 593-600, 1976.

Newkirk, D. L., “Shaft Whipping”, General Electric Review, Vol. 25, p. 169-178, 1924.

Newkirk, D. L.; Taylor, H. D., “Shaft Whipping due to Oil Action in Journal Bearings”, General Electric Review, Vol. 25(8), p. 559-568, 1925.

Ocvirk, E., “Short Bearing Approximation for Full Journal Bearings”, National Advisory Committee for Aeronautics TN2808, 1952.

Pedreira, J. A., “Dinâmica de máquinas rotativas em mancais hidrodinâmicos”. Rio de Janeiro: Faculdade de Engenharia Mecânica, PUC-RIO, 110p., 2006., Dissertação (Mestrado).

Petrov, N., “Friction in Machines and the Effect of Lubricant”, Inzhenernyj Zhurnal, Vol. 1, p. 71–140, 1883.

Pinkus, O., “Analysis and Characteristics of Three-lobe Bearings”, “Journal of Basic Engineering”, pp. 49-55, 1959.

Pinkus, O., “Analysis of Elliptical Bearings”, Transactions of ASME, Vol. 78, p.965-973, 1956.

Pinkus, O., “Solution of Reynold’s Equation for Finite Journal Bearing”, Transactions of ASME, Vol. 80 p.858 – 864, 1958.

Qiu, Z. L.; Tieu, A. K., “Identification of sixteen force coefficients of two journal bearings from impulse responses”, Wear, Vol. 212, Issue 2, pp. 206-212, 1997.

Rao, J. S., “History of Rotating Machinery Dynamics”, Springer Science+Business Media B.V., Chennai, India, 2011.

Raza, M. Q. A., “Short-Time Fourier Analysis Methods – Introduction”, Digital Speech Processing, University of California (ECE), Santa Barbara, USA, 103 p., 2012.

Reynolds, O., “On the Theory of Lubrication and its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil”, Philosophical Transactions of Royal Society of London, Series A, Vol. 177, Part 1, p. 157-234, 1886.

Ruhl, R.; Booker, J., “A Finite Element Model for Distributed Parameter Turborotor Systems”, Journal of Engineering for Industry, Vol. 94, p. 128-132, 1972.

Smolík, L.; Rendl, J.; Dyk, S.; Polach, P.; Hajzman M., “Threshold stability curves for a nonlinear rotor-bearing system”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 442, pp. 698-713, 2018.

Sommerfeld, A., “Zur Hydrodynamischen Theorie der Schmiermittelreibung”, Zs. Math. And Phys, Vol. 50, p. 97–155, 1904.

Stodola, A., “Kristische Wellenstörung infolge der Nachgiebigkeit des Oelpolsters im Lager”, Schweizerische Bauzeitung, Vol. 85, p. 265-266, 1925.

Tieu, A. K.; Qiu, Z. L., “Identification of Sixteen Dynamic Coefficients of two Journal Bearings from Experimental Unbalance Response”, Wear, Vol. 177, p. 63-69, 1994.

Tower, B., “First Report on Friction Experiments (Friction of Lubricated Bearings)”, In Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers (IMEchE), p. 632–659, 1883.

Tower, B., “Second Report on Friction Experiments (Friction of Lubricated Bearings)”, In Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers (IMEchE), p. 58-70, 1885.

Tuckmantel, F. W. S., “Integração de Sistemas Rotor-Mancais Hidrodinâmicos-Estruturas de Suporte para Resolução Numérica”, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 159 p., 2010., Dissertação (Mestrado).

Venner, C. H.; Lubrecht, A. A., "Multilevel Methods in Lubrication", Elsevier Tribology Series, Vol. 37, Ed. D. Dowson, 2000.

Zhao, S. X.; Zhou, H.; Meng, G.; Zhu, J., "Experimental Identification of Linear Oil-Film Coefficients using Least-Mean-Square Method in Time Domain", Journal of Sound and Vibration, Vol. 287, p. 809-825, 2005b.

Zhao, S. X.; Dai, X. D.; Meng, G.; Zhu, J., "An Experimental Study of Non-Linear Oil-Film Forces of a Journal Bearing", Journal of Sound and Vibration, Vol. 287, Issue 4-5, p. 827-843, 2005a.