

"CONSTRUÇÃO E OPERAÇÃO DE UM REFRIGERADOR DE  
DILUIÇÃO ATÉ 0,19K".

.OLEGÁRIO FERREIRA.

ORIENTADOR

PROF.DALTRO GARCIA PINATTI

Tese apresentada ao Instituto  
de Física "Gleb Wataghin" da  
Universidade Estadual de Cam-  
pinas, como parte dos requisi-  
tos para a obtenção do grãu  
de Mestre em Ciências.

JUNHO de 1974

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Daltro Garcia Pinatti pela orientação,  
Ao Carlos Pastre Pinelli pela participação na execução,  
Ao Professor Moysês Kuchnir pelas sugestões apresentadas,  
A Ester Viana pelos trabalhos datilográficos.

# SÍMBOLOS USADOS:

$\epsilon_0$	energia de um fêrmion num sistema de N fêrmions a 0°K	(J/átomo)
$-E_0$	energia de ligação de um átomo de $\text{He}^3$ no He II a 0°K.	(J/átomo)
$-E_4^0$	energia de ligação de um átomo de $\text{He}^4$ no He II a 0°K.	(J/átomo)
$E_0^S$	energia do estado fundamental de N fêrmions.	(J)
$D_X$	derivada parcial em relação a variável X.	
$H_3^0$	entalpia do $\text{He}^3$ líquido	(J/mol)
$H_3$	entalpia do $\text{He}^3$ numa solução de $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$ .	(J/mol)
He	Hélio.	
$\text{He}^3$	Hélio-3.	
$\text{He}^4$	Hélio-4.	
He I	$\text{He}^4$ no estado normal (não superfluido)	
He II	$\text{He}^4$ no estado condensado (superfluido)	
-Lo	energia de ligação de um átomo de $\text{He}^3$ no $\text{He}^3$ líquido a 0°K.	(J/átomo)
$L_3^0$	calor latente de vaporização do $\text{He}^3$	(J/mol)
$L_4^0$	calor latente de vaporização do $\text{He}^4$	(J/mol)
$L_3$	calor latente de "vaporização" do $\text{He}^3$ do He II.	(J/mol)
$m^*$	massa efetiva de um fêrmion	(kg/átomo)
$m_3$	massa de um átomo de $\text{He}^3$ .	(kg/átomo)
$m_3^*$	massa efetiva de um átomo de $\text{He}^3$ no He II.	(kg/átomo)
$m_4$	massa de um átomo de $\text{He}^4$ .	(kg/átomo)
$\dot{n}$	circulação de He	(mol/seg)
$\dot{n}_3$	circulação de $\text{He}^3$	(mol/seg)
$P_f$	pressão de fonte	(Torr)
$P_{\text{osm}}$	pressão osmótica do $\text{He}^3$ no He II.	(Torr)
$\dot{Q}$	potência de refrigeração.	(J/mol)
$\dot{Q}_{\text{ext}}$	calor de fontes externas (perdas térmicas).	(J/mol)
$\dot{Q}_s$	calor latente de vaporização do He no evaporador.	(J/mol)

$Q_p$	refrigeração(= $Q - Q_{ext}$ ).	(J/mol)
$r_K$	resistência de Kapitza de uma área unitária.	(cm <sup>2</sup> .seg.°K <sup>4</sup> /J)
$R_K$	resistência de Kapitza de uma área dada.	(seg.°K <sup>4</sup> /J)
$S_{ef}$	velocidade efetiva de um sistema de bombeamento.	(mol/seg)
$s_3^o$	entropia do He <sup>3</sup> líquido.	(J/mol)
$s_3$	entropia do He <sup>3</sup> numa solução de He <sup>3</sup> -He <sup>4</sup> .	(J/mol)
$T_i$	temperatura no final do trocador de calor.	(°K)
$T$	temperatura de transição do He I para o He II.	(°K)
$T_{cm}$	temperatura mínima da câmara de misturas.	(°K)
$T_s$	temperatura do evaporador.	(°K)
$u_3^o$	potencial químico do He <sup>3</sup> .	(J/mol)
$u_3$	potencial químico parcial do He <sup>3</sup> numa solução de He <sup>3</sup> -He <sup>4</sup> .	(J/mol)
$u_4^o$	potencial químico do He II	(J/mol)
$u_4$	potencial químico parcial do He <sup>4</sup> numa solução de He <sup>3</sup> -He <sup>4</sup> .	(J/mol)
$v_4$	volume molar do He II.	(cm <sup>3</sup> /mol)
$v_m$	volume molar de uma solução de He <sup>3</sup> -He <sup>4</sup> .	(cm <sup>3</sup> /mol)
$x$	concentração de He <sup>3</sup> numa solução de He <sup>3</sup> -He <sup>4</sup> .	
$x_c$	concentração (3) de He <sup>3</sup> no He circulante.	
$x_v$	concentração de He <sup>3</sup> no vapor do evaporador.	

## ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO . . . . .	08
2. SÍNTESE HISTÓRICA DOS PROCESSOS DE ABAIXAMENTO DE TEMPERATURA COM He LÍQUIDO. . . . .	09
3. PROCESSOS DE ABAIXAMENTO DE TEMPERATURA COM He LÍ- QUIDO . . . . .	11
3.1. Introdução . . . . .	11
3.2. Refrigeração com He <sup>4</sup> . . . . .	11
3.2.1. Baixa Pressão de Vapor do He <sup>4</sup> . . . . .	11
3.2.2. Superfluidez do He <sup>4</sup> - Filme Superfluido..	13
3.2.3. Aplicação - Pressão de Fonte . . . . .	14
3.2.4. Por Que 1°K é um limite prático?. . . . .	16
3.3. Refrigeração com He <sup>3</sup> . . . . .	18
4. TEORIAS DE SOLUÇÕES DE He <sup>3</sup> -He <sup>4</sup> . . . . .	21
4.1. Teoria de Landau e Pomeranchuk. . . . .	21
4.2. Líquidos de Fermi: Teoria de Landau. . . . .	21
4.3. Aproximação de Hartree-Fock. . . . .	26
4.4. Teoria de Bardeen, Bawn e Pines-Teoria BBP . . . . .	27
4.5. Teoria de Ebner . . . . .	29
5. FUNÇÕES TERMODINÂMICAS DE SOLUÇÕES DE He <sup>3</sup> -He <sup>4</sup> , He <sup>3</sup> PURO E He <sup>4</sup> PURO. . . . .	31
6. PROPRIEDADES DE SOLUÇÕES DE He <sup>3</sup> -He <sup>4</sup> . . . . .	32
6.1. Separação em Fases . . . . .	32
6.2. Solubilidade Finita de He <sup>3</sup> no He II a 0°K. . . . .	32
6.3. Pressão osmótica . . . . .	35
6.4. Aplicação . . . . .	36
6.5. Potência de Refrigeração - Refrigeração. . . . .	38
6.5.1. Potência de Refrigeração num Processo Reversível . . . . .	38
6.5.2. POTência de Refrigeração num Processo Irreversível . . . . .	38
6.5.3. Refrigeração . . . . .	38
7. PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO DOS REFRIGERADORES DE DILUIÇÃO . . . . .	39
7.1. Descrição do ciclo de operação . . . . .	39
7.2. Variáveis que limitam o abaixamento de tempera- tura . . . . .	41
7.2.1. Introdução . . . . .	41
7.2.2. Resistência de Kapitza. . . . .	44
7.2.3. Perdas Térmicas . . . . .	51
7.2.4. Circulação de He <sup>4</sup> . . . . .	52

7.2.5. Aquecimento Viscoso. . . . .	57
7.2.6. Conclusão. . . . .	58
8. CONSTRUÇÃO E OPERAÇÃO DE UM REFRIGERADOR SIMPLES DE DILUIÇÃO . . . . .	60
8.1. Descrição da Construção . . . . .	60
8.1.1. Condensador . . . . .	60
8.1.2. Trocador de Calor . . . . .	62
8.1.3. Câmara de misturas . . . . .	63
8.1.4. Evaporador . . . . .	65
8.1.5. Suporte da câmara de misturas . . . . .	65
8.1.6. Circuito Externo . . . . .	65
8.1.7. Reservatório Térmico de $\text{He}^4$ . . . . .	67
8.1.8. Medida de Temperatura . . . . .	67
8.1.9. Considerações Gerais. . . . .	67
8.2. Operação . . . . .	68
8.2.1. Testes Preliminares . . . . .	68
8.2.2. Carga de $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$ . . . . .	68
8.2.3. Operação Propriamente Dita. . . . .	69
8.2.4. Resultados . . . . .	70
8.2.5. Discussão dos Resultados. . . . .	72
9. CUSTO . . . . .	74
10. PLANOS FUTUROS. . . . .	75
11. REFERÊNCIAS . . . . .	77

## RESUMO

O trabalho consta, essencialmente, da construção e operação de um refrigerador simples de diluição que atinge a temperatura mínima de 0,19K.

Na apresentação - extensa e sem profundidade - dedicada a um principiante,

(1) tenta-se mostrar as propriedades dos líquidos quânticos  $\text{He}^3$  e  $\text{He}^4$  que são úteis na compreensão do funcionamento dos refrigeradores de diluição e ao mesmo tempo é feita uma discussão das dificuldades em se conseguir temperaturas abaixo de 19K com  $\text{He}^4$  e abaixo de 0,39K com  $\text{He}^3$ .

(2) faz-se um esboço rápido da teoria de Landau dos líquidos de Fermi e apresenta os resultados mais importantes dessa teoria; indica como é feita a identificação dos coeficientes de interação dessa teoria com os coeficientes de Hartree-Fock na aproximação de ordem zero; coloca as ideias fundamentais da teoria de Bardeen, Baym e Pines (BBP) que, basicamente, são a identificação das soluções de  $\text{He}^3$  -  $\text{He}^4$  - como uma nova classe de líquidos de Fermi e atribuição do potencial efetivo de interação entre os átomos de  $\text{He}^3$  na solução a partir de dados experimentais;

(3) é feita uma apresentação das propriedades termodinâmicas das soluções de  $\text{He}^3$  -  $\text{He}^4$ ; descrição do princípio de funcionamento dos refrigeradores de diluição e discussão das variáveis que dificultam o abaixamento de temperatura;

(4) descreve-se a construção e a operação do refrigerador de diluição construído com apresentação dos resultados.

## 1. INTRODUÇÃO.

Na física experimental de baixas temperaturas , principalmente na supercondutividade e no magnetismo, os refrigeradores de diluição são de importância fundamental porque permitem a obtenção de temperaturas muito baixas durante longos períodos de tempo.

Para os estudos em supercondutividade - e futuramente em magnetismo - optou-se pela construção dos refrigeradores de diluição.

A fase de construção foi planejada para ser executada em duas etapas. Na primeira, a construção de um refrigerador simples sem ambicionar temperaturas muito baixas mas visando adquirir técnicas de construção, familiarização com o princípio de funcionamento de um refrigerador de diluição, identificação e controle das variáveis que permitem o funcionamento ou que dificultam o abaixamento de temperatura. Outro objetivo, central nessa primeira fase, foi a execução do projeto em função de materiais e meios disponíveis no país . A qualidade de diversos materiais foi testada a baixas temperaturas. Verificou-se a impossibilidade de usar cobre eletrolítico nacional a baixas temperaturas porque sua porosidade não retém o HeII. Por causa disso dois refrigeradores (parte central) depois de prontos tiveram de ser encostados porque os problemas de vasamentos foram insolúveis.

Na segunda etapa, com a experiência adquirida, o projeto e construção de um refrigerador mais complexo visando temperaturas até 5 m°K em operação contínua a uma potência de 200 ergs/seg.



## 2. SÍNTESE HISTÓRICA DOS PROCESSOS DE ABAIXAMENTOS DE TEMPERATURA COM He LÍQUIDO.

O  $\text{He}^4$  foi liquefeito pela primeira vez em 1908 por Kamerlingh Onnes (1). Sua temperatura de ebulição a pressão normal é de 4,2°K. Reduzindo-se a pressão de vapor é possível conseguir temperaturas abaixo de 4,2°K. Com essa finalidade diversos refrigeradores foram construídos. A temperatura mais baixa que se conseguiu foi de 0,719°K em 1932 (2) com o uso de um sistema de bombeamento de alta capacidade. Esse mesmo valor foi obtido em 1942 (3,4) com sistemas de menor capacidade de bombeamento mas usando artifícios para reduzir o filme superfluido. Temperaturas abaixo de 0,719°K tornou-se impraticável devido a baixa pressão de vapor do  $\text{He}^4$  e a existência do filme superfluido. A temperatura de 1°K é tida como um limite prático.

O  $\text{He}^3$  foi liquefeito em 1948 (5). Sua temperatura de ebulição a pressão normal é 3,19°K. Com a redução da pressão de vapor do  $\text{He}^3$  foi possível obter temperaturas abaixo de 0,719°K. Diversos refrigeradores com inúmeras finalidades foram construídos. Dentre eles podem ser citados o de Peshkov (6), construído em 1959, permitindo atingir a temperatura de 0,39°K em operação contínua e o de Walton (7) permitindo atingir 0,259°K num processo de condensação simples. A pressão de vapor do  $\text{He}^3$ , apesar de mais alta do que a do  $\text{He}^4$ , tende a zero quando a temperatura tende a zero tornando impraticável o abaixamento de temperatura além de 0,259°K. A temperatura de 0,39°K é tida como um limite prático.

Em 1948 Landau e Pomeranchuk (8,9) apresentaram uma teoria de soluções diluídas de  $\text{He}^3$  em  $\text{HeII}$ . O  $\text{He}^3$  diluído no  $\text{HeII}$  se comporta, segundo a teoria, como um gás não degenerado de Fermi-Dirac com uma massa efetiva  $m_3^*$ . O  $\text{HeII}$  se comporta, em relação ao  $\text{He}^3$ , como um "éter" e sua manifestação se dá unicamente na massa efetiva  $m_3^*$ .

Baseado nessa teoria, London (10) propôs, em 1951, um método de abaixamento de temperatura usando soluções diluídas de  $\text{He}^3$  no  $\text{HeII}$ . A temperatura seria reduzida pela expansão adiabática do  $\text{He}^3$  no  $\text{HeII}$  num processo análogo ao abaixamento de temperatura pela expansão adiabática de um gás. Segundo Wheatley (11) um refrigerador baseado nesse princípio

foi construído por Ouboter e outros mas não publicado.

Em 1956 Walters e Fairbank (12) descobriram a separação de fase de soluções de  $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$ , um fenômeno análogo a liquefação ou condensação de um gás. Abaixo de 0,86°K as soluções de  $\text{He}^3$  -  $\text{He}^4$  podem separar-se em duas fases: uma rica em  $\text{He}^3$  menos densa e uma rica em  $\text{He}^4$  mais densa. Em 1962, London, Clarke e Mendoza (13), baseados na separação de fase propuseram um novo método de refrigeração mais poderoso do que o anteriormente proposto por London baseado na expansão adiabática do  $\text{He}^3$  no  $\text{He}^4$ . A potência de refrigeração seria devida a "evaporação" do  $\text{He}^3$  da fase menos densa para a mais densa a custa de um calor latente de "vaporização". O Processo de abaixamento de temperatura utilizando esse método é denominado refrigeração por diluição. O primeiro refrigerador de diluição foi construído por Das, Ouboter e Taconis (14) em 1964 atingindo a temperatura de 0,22°K. Em 1965, Hall, Ford e Thompson (15) conseguiram 0,19°K. Em 1966, Neganov, Borisov e Liburg (16) conseguiram 65m°K e, independentemente, Vilches e Wheatley (17,18) conseguiram 20m°K em operação contínua e 14m°K em regime transitório ("one shot")\* e em 1967 - usando esse como pré-refrigerador conseguiram 4,5m°K em "one shot". Em 1972, Del Castilho, Frossatti, Lacaze e Phoulouze (19), usando trocadores de calor de plástico, conseguiram 9,7°K em regime contínuo com uma circulação de 40 mol/seg de  $\text{He}^3$  a uma potência frigorífica de 1 erg/seg. e em "one shot" conseguiram 4,1m°K.

Em princípio o processo de refrigeração por diluição em si permite obter temperaturas muito baixas. Na prática isso é dificultado pela resistência de Kapitza (20), pelo aquecimento viscoso e pela dificuldade em conseguir um isolamento térmico perfeito da câmara de mistura.

---

\*Em regime transitório, "one shot", interrompe-se a injeção de  $\text{He}^3$  na mistura e a "evaporação" do  $\text{He}^3$  existente na fase menos densa é responsável pelo abaixamento de temperatura.

### 3. PROCESSOS DE ABAIXAMENTO DE TEMPERATURA COM He LÍQUIDO.

#### 3.1. INTRODUÇÃO.

Existem dois isótopos do elemento químico He: o  $\text{He}^3$  e o  $\text{He}^4$ . O  $\text{He}^3$  possui spin total semi-inteiro,  $(1/2)\hbar$ , e o  $\text{He}^4$  spin inteiro, zero. O  $\text{He}^3$  é um fermion e o  $\text{He}^4$  um boson. Consequentemente obedecem a diferentes estatísticas; estatística de Fermi-Dirac e estatística de Bose-Einstein, respectivamente. As moléculas de He sendo monoatômicas, esféricas e possuindo fracas interações entre si são as que mais se aproximam de um gás ideal. Tanto é que é a única substância que permanece líquida, a pressão normal, a 0°K. O fato de possuírem spins diferentes e permanecerem líquidos a 0°K, a pressão de vapor, faz com que o  $\text{He}^3$  e o  $\text{He}^4$  apresentem propriedades características de importância fundamental tanto do ponto de vista científico - em especial da Teoria Quântica - como da tecnologia de baixas temperaturas.

#### 3.2. REFRIGERAÇÃO COM $\text{He}^4$ .

##### 3.2.1. BAIXA PRESSÃO DE VAPOR DO $\text{He}^4$ .

Abaixando-se a temperatura do  $\text{He}^4$  ele sofre uma transição de fase, denominada transição- $\lambda$ , caracterizada pelo fenômeno de condensação de Bose-Einstein. A temperatura de transição é denominada temperatura- $\lambda$ ,  $T_\lambda$ . Se a transição se dá a pressão de vapor  $T_\lambda = 2,18^\circ\text{K}$  e se a transição se dá sob pressão  $T_\lambda$  é mais baixa. No diagrama de fase (T,P) a curva de separação é denominada linha- $\lambda$ . Na região acima dessa linha o  $\text{He}^4$  está no estado normal, HeI, e abaixo no estado condensado, HeII. Existe o fenômeno de condensação porque os átomos de  $\text{He}^4$  sendo bosons não estão restritos ao princípio de exclusão de Pauli. A medida que a temperatura é reduzida a população média de átomos no estado fundamental de energia ou do momento zero aumenta e a 0°K todos os átomos estão nesse estado. As consequências da condensação são importantes. A pressão de vapor do  $\text{He}^4$  tende a zero com a temperatura, Fig. 1. A medida que a temperatura é reduzida abaixo de  $T_\lambda$  os átomos no estado condensado não contribuem no valor da pressão média porque têm momento zero. A 0°K a probabilidade de um átomo escapar para a fase de vapor é zero. Mes

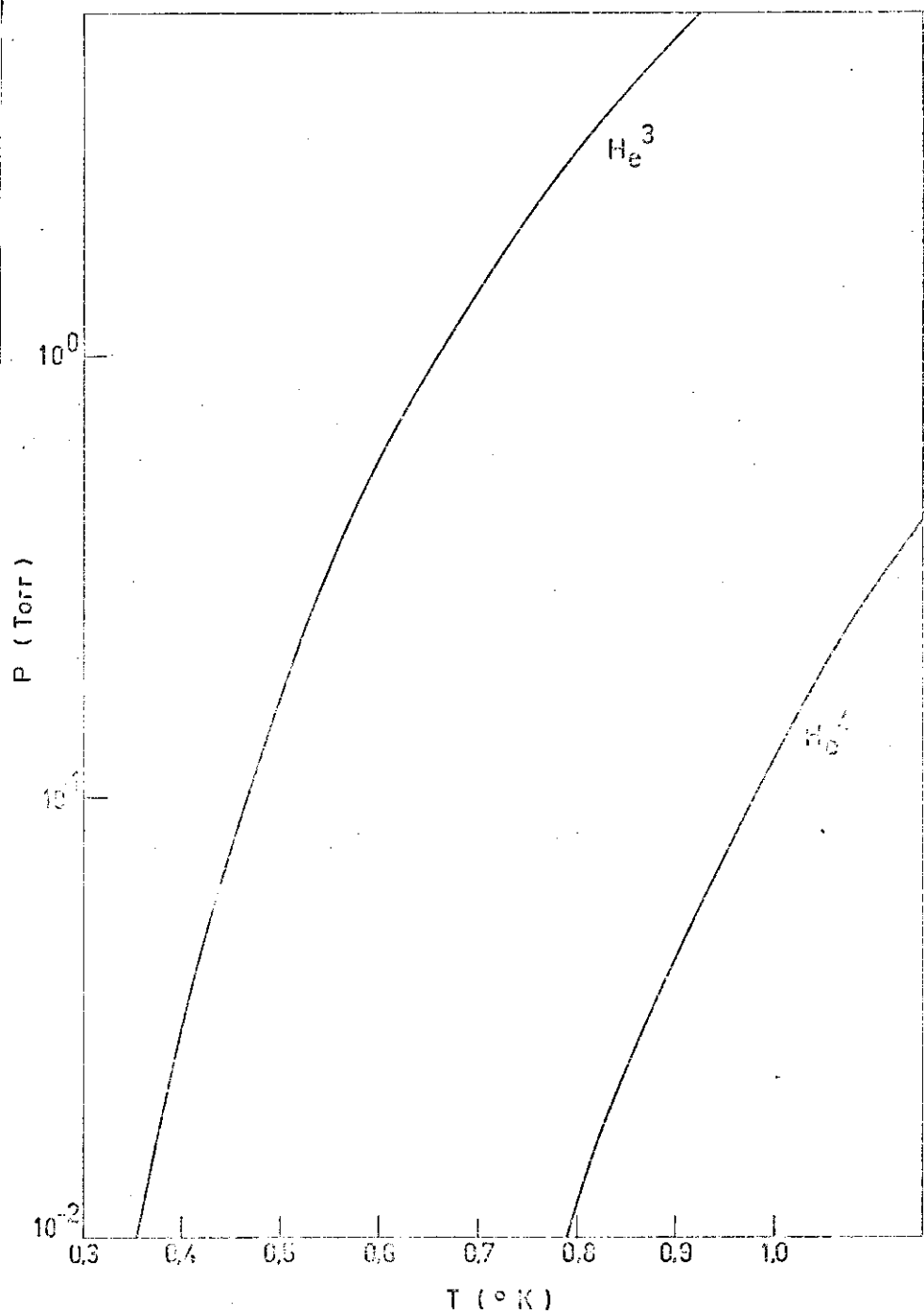


Fig. 1 - Pressão de vapor do  $\text{He}$  em função da temperatura [30]

mo em temperaturas finitas perto de 0°K o número de átomos no estado fundamental é grande e os átomos nos estados excitados possuem momento médio próximo de zero o que torna pouco provável um átomo escapar da fase líquida para a fase de vapor. Alternativamente, a 0°K o potencial químico do HeII é igual a energia do estado fundamental e do vapor igual a zero. Consequentemente a fase líquida é mais estável. A temperaturas finitas o potencial químico na fase líquida é  $\epsilon_4^0 + RT$  e quando essa quantidade for maior ou igual a zero a pressão de vapor será também maior ou igual a zero.

### 3.2.2. SUPERFLUIDEZ - FILME SUPERFLUIDO.

Os átomos no estado condensado não apresentam viscosidade conseguindo atravessar finos capilares e mesmo superfícies porosas onde o HeI não consegue atravessar. De acordo com Bardeen (21) o He<sup>4</sup> no estado condensado - He<sup>4</sup> superfluido é um sistema quântico macroscópico descrito por uma única função de onda  $\psi$  cuja fase  $\theta$  é de grande importância na compreensão de suas propriedades:

$$\hbar \nabla \theta = m_4 \cdot \vec{v}_s \quad (1)$$

onde  $\vec{v}_s$  é a velocidade do superfluido,

$$\hbar \cdot (D_t \theta) = -u_4^0 \quad (2)$$

Combinando-se as duas equações acima, obtém-se:

$$m_4 \cdot \vec{a}_s = -\nabla u_4^0 \quad (3)$$

onde  $\vec{a}_s$  é a velocidade do superfluido. Na cond. de equilíbrio as variáveis do superfluido não é acelerado,  $\vec{a}_s = \vec{0}$ , e da Eq-3,

$$\vec{\nabla} u_4^0 = \vec{0} \quad (4)$$

Se houver uma flutuação local onde  $\vec{\nabla} u_4^0 \neq \vec{0}$ , o superfluido acelerará até que seja restabelecido o equilíbrio.

Um fenômeno importante decorrente da diferença de potenciais químicos é o filme superfluido. A interação entre os átomos de He<sup>4</sup> e as paredes dos recipientes é sempre maior do que a interação dos átomos de He<sup>4</sup> entre si. Os átomos no estado condensado não apresentam viscosidade. Assim eles podem subir pelas paredes dos recipientes formando um filme denominado filme superfluido - cuja espessura diminui com a altura. A superfície do recipiente mais a superfície do filme superfluido se comportam como um conduto onde somente o He<sup>4</sup> -

superfluido pode fluir.

### 3.2.3. APLICAÇÃO - PRESSÃO DE FONTE ( $P_f$ ).

O potencial químico  $u_4^0$  é função da temperatura e da pressão. Num processo infinitesimal reversível a variação do potencial químico é (22):

$$du_4^0 = (D_T u_4^0)_P dT + (D_P u_4^0)_T dP \quad (5)$$

Usando as relações termodinâmicas:

$$(D_T u_4^0) = -s_4 \quad \text{e} \quad (D_P u_4^0) = v_4, \quad \text{obtem-se:} \quad (6)$$

$$du_4^0 = -s_4 dT + v_4 dP \quad (7)$$

Numa transformação finita reversível que leva o  $\text{He}^4$  do estado inicial (0,0) ao estado final (T,P) a variação do potencial químico é obtida integrando a Eq.7:

$$u_4^0(T,P) - u_4^0(0,0) = - \int_0^T s_4 dT + \int_0^P v_4 dP \quad (8)$$

Supõe-se uma situação como a esquematizada na Fig.2-a, onde os recipientes são interligados por um material poroso semipermeável somente ao  $\text{He}^4$  superfluido, com o recipiente da esquerda a 0°K e o da direita a uma temperatura T. Se há equilíbrio, de acordo com a Eq.4, os potenciais químicos deverão ser iguais nos dois recipientes, ou:

$$u_4^0(T,P) = u_4^0(0,0) \quad (9)$$

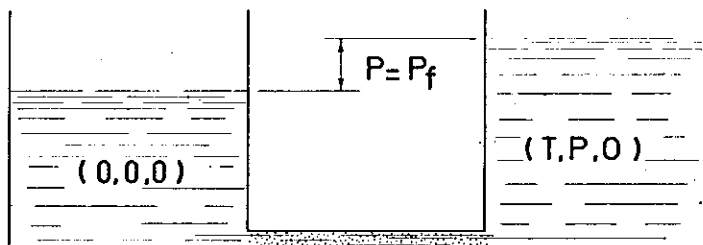
Substituindo-se a Eq. 9 na Eq. 8 e considerando  $v_4$  independente da pressão, obtém-se

$$P = (1/v_4) \int_0^T s_4 dT = P_f \quad (10)$$

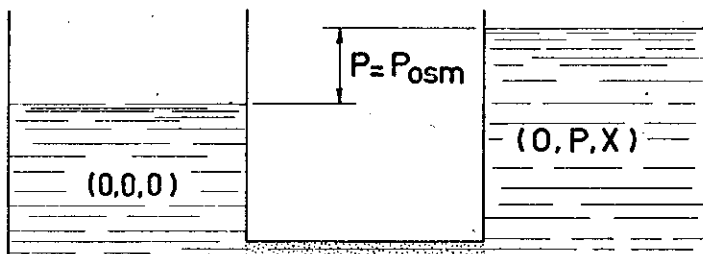
A existência da pressão de fonte pode ser facilmente compreendida: imagina-se inicialmente os dois recipientes a 0°K. Em seguida o da direita é aquecido lentamente até uma temperatura T. Com a diferença de potenciais químicos - provocada pela diferença de temperatura o superfluido acelerará, de acordo com a Eq.3, passando através do material poroso do recipiente da esquerda para o da direita até que haja restabelecido o equilíbrio, ou seja, até que os potenciais químicos se igualem. Isto acontecerá quando a diferença de pressão hidrostática for igual a pressão de fonte desenvolvida no recipiente da direita.

Se o recipiente da esquerda está a uma temperatura T e pressão P e o da direita a uma temperatura (T') e

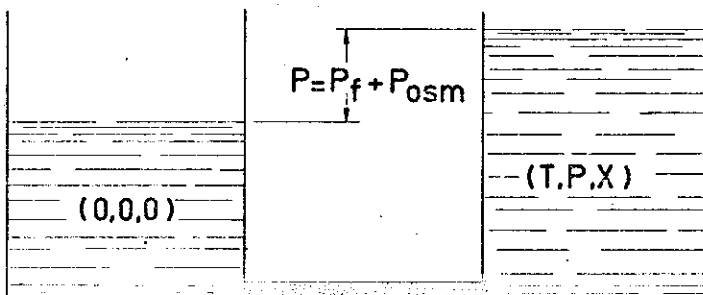
(a)



(b)



(c)



(d)

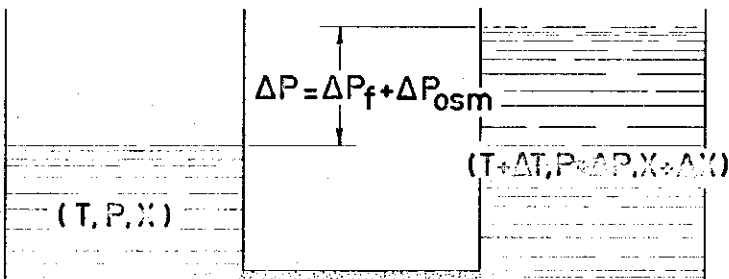


Fig: 2\_ Diagramas mostrando a existência da pressão osmótica e pressão de fonte.

pressão ( $P+\Delta P$ ) a diferença de pressão entre os dois recipientes será igual a diferença de pressão de fonte,

$$\Delta P = (1/v_4) \int_0^{T+\Delta T} s_4 dT - (1/v_4) \int_0^T s_4 dT = P_f(T+\Delta T) - P_f(T) \quad (11)$$

A Fig. 3 mostra a variação da pressão de fonte com a temperatura.

### 3.2.4. POR QUE 19K É UM LIMITE PRÁTICO?

As propriedades do  $\text{He}^4$  - baixa pressão de vapor e a existência do filme superfluido - tornam impraticável o abaixamento de temperatura além de 19K. Para manter constante a pressão na superfície do  $\text{He}^4$  a quantidade evaporada deve ser retirada por um sistema de bombeamento. Seja  $\dot{Q}_{\text{ext}}$  a quantidade de calor que entra no sistema de  $\text{He}^4$  devido as fontes externas. Essa potência é responsável pela evaporação de  $\dot{n}_4$  moles de  $\text{He}^4$ . O calor latente de vaporização a uma temperatura  $T$  menor do que 1,59K é dado na Fig.4. Então,

$$\dot{Q}_{\text{ext}} = L_4^0(T) \cdot \dot{n}_4 \quad (12)$$

Para que haja o escoamento do fluxo  $\dot{n}_4$  é necessário existir entre a superfície do líquido e o sistema de bombeamento uma diferença de pressão  $\Delta P$ . Seja  $S_{\text{ef}}$  a velocidade efetiva de bombeamento do sistema.

$$\Delta P = (1/S_{\text{ef}}) \cdot \dot{n}_4 \quad (13)$$

Essa diferença de pressão é menor ou igual a pressão de vapor do  $\text{He}^4$  na superfície do líquido. Fazendo-se

$\Delta P = P_4^V(T)$ , das Eqs. 12 e 13 obtém-se

$$P_4^V(T) = (1/S_{\text{ef}}) \cdot \dot{n}_4 = (1/S_{\text{ef}}) \cdot \dot{Q}_{\text{ext}}/L_4^0(T) \quad (14)$$

Esta expressão mostra que se a pressão de vapor tende a zero quando a temperatura tende a 09K, para bombear uma quantidade finita de  $\text{He}^4$  é necessário um sistema de bombeamento com velocidade efetiva muito grande - já que  $L_4^0(0)$  é finito. O

resultado ainda mais pelo fato de que a superfície do líquido e as paredes dos sistemas de bombeamento um gradiente de temperatura. O  $\text{He}^4$  superfluido subirá nas paredes através do filme superfluido procurando pontos onde os potenciais químicos se igualem. A medida que ele sobe encontra pontos onde a tempe-



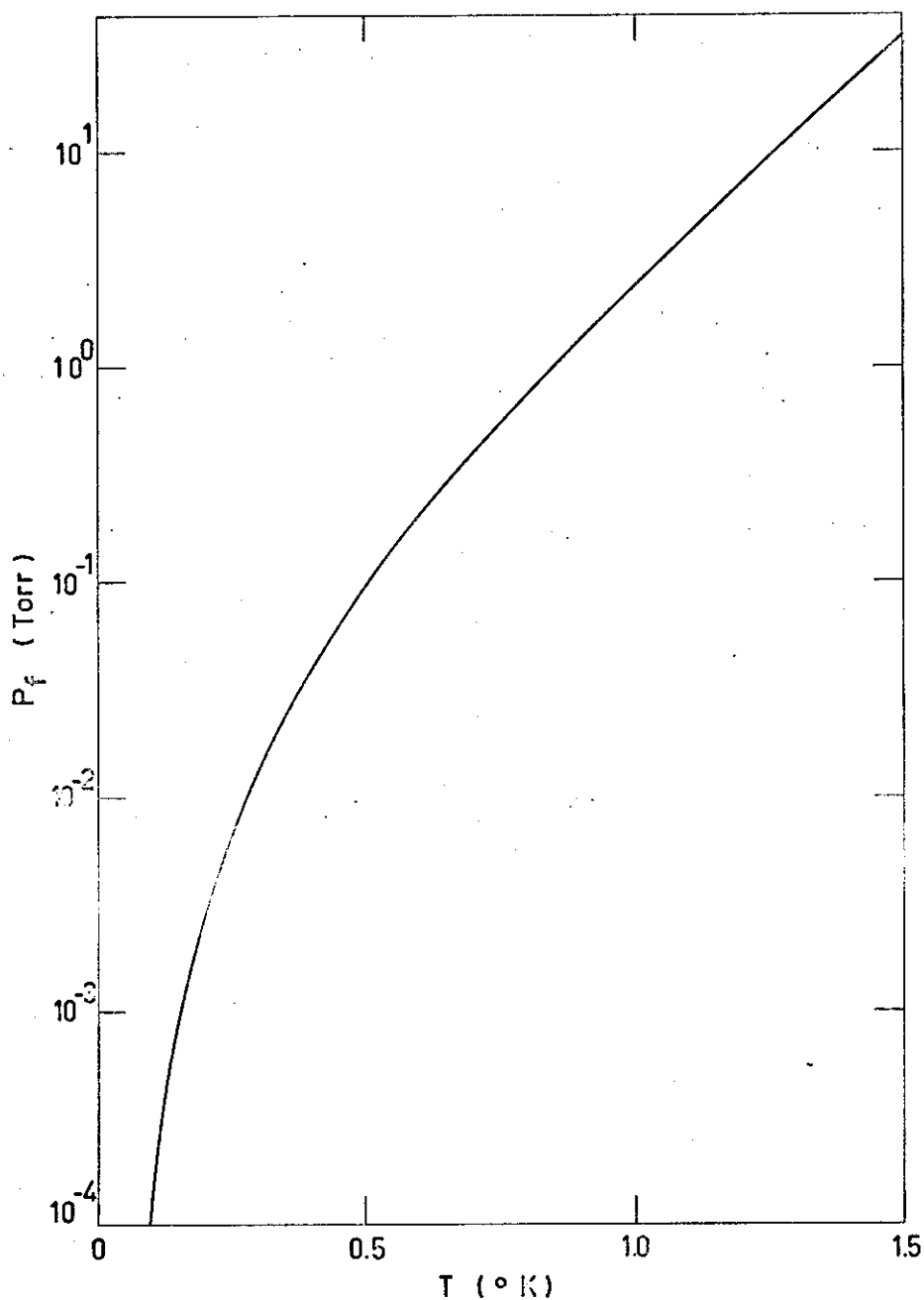


Fig. 3 - Pressão de fonte do  $\text{He}^4$  em função da temperatura [36.]

ratura é cada vez mais alta e a evaporação é inevitável. A evaporação do filme superfluido não só dificulta a redução da pressão de vapor como também, por difusão, leva calor das partes mais quentes para a superfície do líquido aumentando a taxa de evaporação. Seja  $\dot{Q}_f$  essa quantidade de calor e  $\dot{A}_f$  a quantidade média evaporada do filme superfluido. A pressão de vapor mínima será ditada por:

$$P_{4,\min.}(T) = (1/S_{ef}) \cdot \{ \dot{Q}_{ext}/L_4^O(T) + \dot{Q}_f/L_4^O(T) + \dot{A}_f \} \quad (15)$$

Essa expressão mostra que, ainda o isolamento térmico seja perfeito, a quantidade de calor  $\dot{Q}_f$  e  $\dot{A}_f$  podem exigir uma velocidade de bombeamento muito grande para manter constante a pressão de vapor e a pressão só poderá ser reduzida se a velocidade efetiva de bombeamento for infinita. Na realidade o isolamento térmico total não é possível e o problema do filme superfluido pode ser reduzido mas não eliminado, e o abaixamento de temperatura além de 19K torna-se impraticável.

### 3.3. REFRIGERAÇÃO COM $\text{He}^3$ .

A temperatura de ebulição do  $\text{He}^3$  a pressão normal é 3,19K. A  $\text{He}^3$  apresenta algumas peculiaridades que dificultam conseguir temperaturas abaixo de 1K. Desde os átomos de  $\text{He}^3$  são núcleos fracamente interagentes, sua descrição quântica na fase líquida é idêntica a descrição de um gás não degenerado de Fermi-Dirac com uma certa massa efetiva (23,24). A 09K os momentos dos átomos estão distribuídos entre zero e o momento de Fermi. A probabilidade de um átomo escapar da fase líquida para a de vapor a temperaturas próximas de 09K é maior em relação ao  $\text{He}^4$ . Até o momento não se verificou o fenômeno de superfluidez do  $\text{He}^3$  embora acredite-se que, a temperaturas muito baixas, o "gás" de Fermi-Dirac possa sofrer uma condensação semelhante à que ocorre na supercondutividade em metais.

Logo parece contraditório obter temperaturas mais baixas com o uso de  $\text{He}^3$  porque seu calor latente de vaporização é menor que o do  $\text{He}^4$ , Fig.4 o fato de o  $\text{He}^3$  possuir maior pressão de vapor, Fig.1, e não apresentar o fenômeno de superfluidez é possível, embora o calor latente seja menor, conseguir temperaturas até 0,39K com relativa facilidade. O abaixamento de temperatura além de 0,39K torna-se impraticável porque a pressão de vapor do  $\text{He}^3$  também tende a -

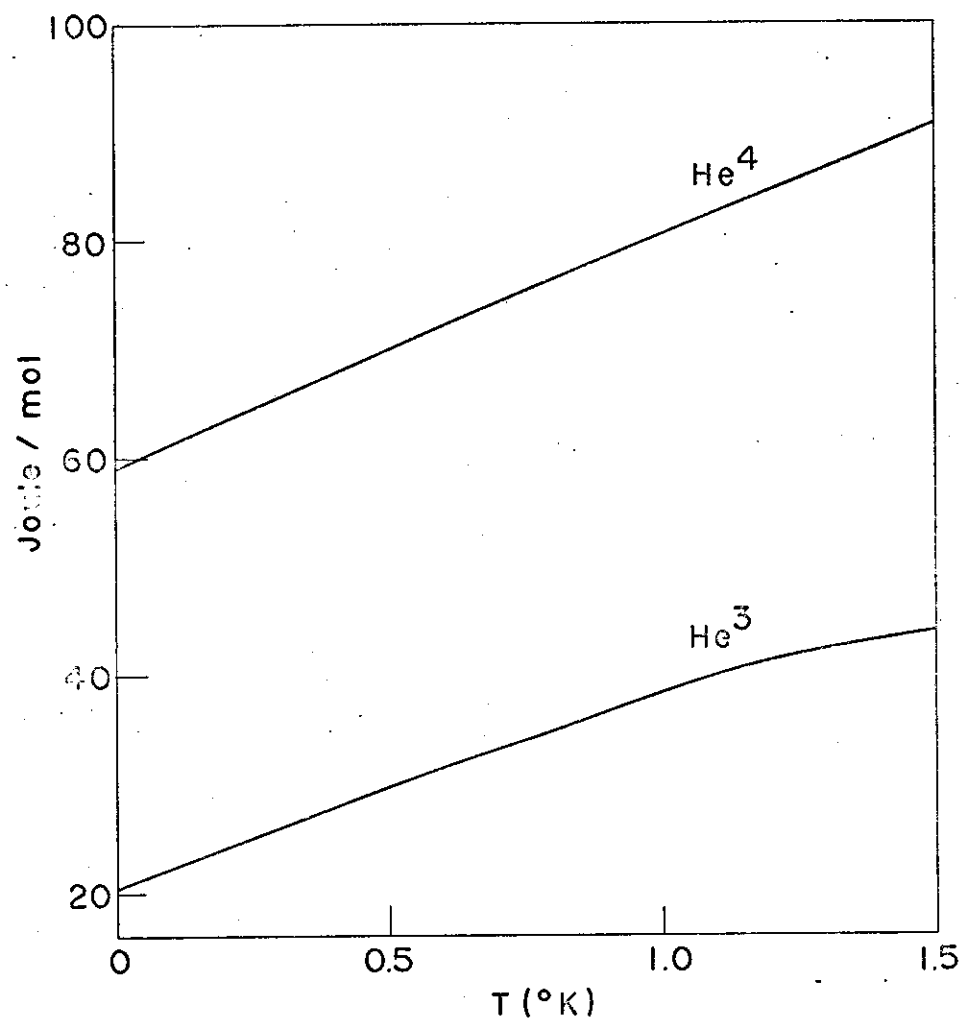


Fig:4 - Calor latente de vaporização em função da temperatura.

zero quando a temperatura tende a 0°K. A pressão de vapor em função da temperatura é dada por,

$$p_3^V(T) = C_{te} \cdot T^{5/2} \exp(-L_3^0/k_B T) \quad (16)$$

A diferença de pressão entre a superfície do líquido e o sistema de bombeamento é menor ou igual a pressão de vapor do  $He^3$ . Fazendo-se  $\Delta P = p_3^V$ , o fluxo de  $He^3$  evaporado e retirado pelo sistema de bombeamento é dado por,

$$\dot{n}_3 = S_{ef} p_3^V(T) = C_{te} S_{ef} T^{5/2} \exp(-L_3^0/k_B T) \quad (17)$$

Esta expressão mostra que  $S_{ef}$  é uma função da temperatura e da quantidade de  $He^3$  evaporada por segundo,

$$S_{ef} = C_{te} \cdot \dot{n}_3 T^{-5/2} \exp(L_3^0/k_B T) \quad (18)$$

A velocidade de bombeamento tende a infinito quando a temperatura tende a 0°K para qualquer fluxo finito  $\dot{n}_3$ .

#### 4. TEORIA DE SOLUÇÕES DILUIDAS DE $\text{He}^3$ EM $\text{He}^4$ SUPERFLUIDO.

##### 4.1. TEORIA DE LANDAU E POMERANCHUK.

Baseados em dados de calor específico de soluções diluídas de  $\text{He}^3$  em  $\text{He}^4$  superfluido Landau e Pomeranchuk propuseram um modelo em que os átomos de  $\text{He}^3$  diluídos no  $\text{He}^4$  superfluido se comportam como um gás não degenerado de Fermi-Dirac com uma massa efetiva  $m_3^*$ . O  $\text{He}^4$  superfluido se comporta, em relação ao  $\text{He}^3$ , como um éter cuja manifestação se dá unicamente através da massa efetiva  $m_3^*$ . Dados de calor específico de Edwards e outros (25), de Bruyn Ouboter e outros (26) e de Anderson e outros (27,28) mostram que a teoria de Landau e Pomeranchuk descreve corretamente as soluções diluídas de  $\text{He}^3$  em  $\text{He}^4$  superfluido somente no limite de baixas concentrações, em torno de 1%, e altas temperaturas, em torno de 0,59K. Os mesmos dados mostram que a baixas temperaturas o calor específico é proporcional a temperatura e a massa efetiva  $m_3^*$  que depende unicamente da concentração  $X$  de  $\text{He}^3$ . Para uma concentração fixa essas experiências mostraram que o  $\text{He}^3$  diluído no  $\text{He}^4$  superfluido se comporta como um gás degenerado de Fermi-Dirac com uma massa efetiva  $m_3^*(X)$ .

Era de se esperar que a Teoria de Landau e Pomeranchuk não descrevesse corretamente as soluções diluídas de  $\text{He}^3$  em  $\text{He}^4$  porque o calor específico sendo uma constante, independente da temperatura - é contra a terceira lei da Termodinâmica.

Embora a teoria de Landau e Pomeranchuk não seja apropriada a baixas temperaturas ela é importante do ponto de vista de princípio e serviu de base para o projeto, análise e funcionamento dos primeiros refrigeradores de diluição.

##### 4.2. LÍQUIDOS DE FERMI : TEORIA DE LANDAU.

Em 1956 Landau (29) apresentou uma teoria semifenomenológica dos líquidos de Fermi que até hoje é importante devido a sua simplicidade. Uma descrição mais rigorosa é feita através de teoria de campos mas os resultados são os mesmos desde que os termos que compõem a energia do sistema sejam identificados nas duas teorias.

Seja um sistema composto de  $N$  férmions não interagentes encerrados em um volume  $V$  a uma temperatura  $T$ . A -

distribuição das partículas nos estados de partículas individuais é dada pela estatística de Fermi-Dirac

$$n_{p\sigma}^+ = \frac{1}{1 + \exp\{(e_p^+ - \mu)/k_B T\}} \quad (19)$$

Um estado do sistema é caracterizado pelo conjunto de números  $\{n_{p\sigma}^+\}$  onde  $n_{p\sigma}^+$  é o número médio de férmions no estado  $p\sigma$ . Na ausência de campo magnético a energia do sistema em um estado é

$$E\{n_{p\sigma}^+\} = \sum_{p\sigma} n_{p\sigma}^+ p^2/2m = \sum_{p\sigma} e_p^+ n_{p\sigma}^+ \quad (20)$$

O estado fundamental, obtido preenchendo os  $N$  estados de energia mais baixa, é caracterizado pelo conjunto  $\{n_{p\sigma}^0\}$ . Adicionando-se mais uma partícula ao sistema ela ocupará um dos estados disponíveis na superfície de Fermi,  $S_F$ . O potencial químico é definido como

$$\mu = E_O^S(N+1) - E_O^S(N) = (D_N E_O^S) = p_F^2/2m = e_F \quad (21)$$

Os estados excitados são obtidos excitando um certo número de partículas através da superfície de Fermi,  $S_F$ . Isto equivale a criar um certo número de partículas fora de  $S_F$  e um certo número de buracos no interior de  $S_F$ . Partículas excitadas e buracos são denominados "excitações elementares". A cada configuração das "excitações elementares" corresponde a um estado excitado do sistema, caracterizado pelo conjunto  $\{n_{p\sigma}^+\}$ .

É conveniente caracterizar um estado excitado  $\{n_{p\sigma}^+\}$  em relação ao estado fundamental por

$$\{\delta n_{p\sigma}^+\} = \{n_{p\sigma}^+ - n_{p\sigma}^0\} \quad (22)$$

A energia de excitação em cada estado excitado é definida, em relação ao estado fundamental, como

$$E_{exc} = E\{n_{p\sigma}^+\} - E_O = \sum_{p\sigma} e_p^+ n_{p\sigma}^+ - \sum_{p\sigma} e_p^+ n_{p\sigma}^0 = \sum_{p\sigma} e_p^+ \delta n_{p\sigma}^+ \quad (23)$$

A baixas temperaturas,  $T \ll T_F$ , somente uma pequena fração de excitações elementares da ordem de  $T/T_F$  com energia entre  $(e_F \pm k_B T)$  tem maior probabilidade de ocorrer devido ao princípio de exclusão de Pauli.

Em um sistema isolado o número de excitações elementares é igual a zero

$$\sum_{p\sigma} \delta n_{p\sigma}^+ = 0 \quad (24)$$

É preferível trabalhar com a grande função de partição da mecânica estatística - um sistema caracterizado pelo seu potencial químico  $\mu$  - em vez do número de partículas. Isto pode ser realizado imaginando o sistema em contato com um reservatório térmico onde é possível a troca de partículas da mesma espécie. Na configuração mais provável (desde que  $N$  seja muito grande) o número  $\bar{N}$  é igual a  $N$ . Nesse caso a função termodinâmica de interesse não é  $E$  mas a energia livre definida como  $F = E - \mu N$ . Então a energia livre de excitação é dada por

$$F_{exc} = F - F_0 = \sum_{\vec{p}\sigma} (e_{\vec{p}}^{\sigma} - \mu) \delta n_{\vec{p}\sigma}^+ \quad (25)$$

Adicionando-se uma partícula ao sistema a energia livre de excitação dessa partícula é dada por

$$e_{\vec{p},exc}^{\sigma} = e_{\vec{p}}^{\sigma} - \mu \quad (26)$$

A energia de excitação do sistema pode ser pensada como obtida através de uma expansão em série de Taylor em torno do ponto  $\{n_{\vec{p}\sigma}^0\}$  onde os coeficientes da segunda ordem em diante são nulos. A energia livre de excitação também pode ser obtida da mesma forma.

Em sistemas reais as interações entre os férmions e o princípio de exclusão de Pauli são importantes na descrição do sistema principalmente a baixas temperaturas. Quando ambos os efeitos são importantes o sistema é denominado líquido de Fermi. A expressão da energia de um líquido de Fermi pode ser muito complicada em relação ao conjunto de números  $\{n_{\vec{p}\sigma}^+\}$ . Por mais complicada que seja ainda pode ser pensado como obtida por uma expansão em série de Taylor em relação ao estado fundamental  $\{n_{\vec{p}\sigma}^0\}$ . Isto tem sentido porque a temperaturas muito baixas um estado excitado  $\{n_{\vec{p}\sigma}^+\}$  não difere muito do estado fundamental  $\{n_{\vec{p}\sigma}^0\}$ , ou  $\delta n_{\vec{p}\sigma}^+ = n_{\vec{p}\sigma}^+ - n_{\vec{p}\sigma}^0$  é pequeno para todo  $\vec{p}$ . A energia de excitação, desprezando os termos de terceira ordem em diante na série de Taylor, é dada por

$$E_{exc} = E\{n_{\vec{p}\sigma}^+\} - E_0^G = \sum_{\vec{p}\sigma} e_{\vec{p}}^{\sigma} \delta n_{\vec{p}\sigma}^+ + \sum_{\vec{p}\vec{p}',\sigma\sigma'} f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\sigma\sigma'} \delta n_{\vec{p}\sigma}^+ \delta n_{\vec{p}'\sigma'}^+ \quad (27)$$

ou

$$E_{exc} = \sum_{\vec{p}\sigma} (e_{\vec{p}}^{\sigma} + \sum_{\vec{p}',\sigma'} f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\sigma\sigma'} \delta n_{\vec{p}'\sigma'}^+) \delta n_{\vec{p}\sigma}^+ \quad (28)$$

Expandindo a expressão acima e igualando os termos dos dois membros, conclui-se que a energia do estado fundamental é

$$E_0^S = \sum_{\vec{p}\sigma} e_{\vec{p}\sigma}^0 + \sum_{\vec{p}\vec{p}',\sigma\sigma'} f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\sigma\sigma'} n_{\vec{p}}^0 n_{\vec{p}',\sigma'}^0 \quad (29)$$

Adicionando-se uma partícula do sistema no estado fundamental, sua energia será

$$e_{\vec{p},\sigma}^{\text{int}} = e_{\vec{p},\sigma}^0 + \sum_{\vec{p}',\sigma'} f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\sigma\sigma'} n_{\vec{p}',\sigma'}^0 \quad (30)$$

Ou seja, a energia de uma partícula adicionada a um sistema de férmions a 0°K é igual a energia de Fermi que ela teria se as partículas não interagissem mais <sup>um</sup> termo de interação. A energia dessa partícula é definida como a energia de Fermi. Na ausência de campo magnético é invariante sob reflexão  $\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$  e  $\vec{p}$  não dependem do Spin  $\sigma$ . Para um sistema isotrópico,  $e_{\vec{p},\sigma}^0$  depende somente de  $p$  e a velocidade  $\vec{v}$  e o momento  $\vec{p}$  são paralelos:

$$m^* \vec{v}_F = \vec{p}_F$$

Onde  $m^*$  é, por definição, a massa efetiva de uma quasipartícula. A energia livre de excitação também pode ser pensada como obtida de uma expansão em série de Taylor em torno da configuração  $\{n_{\vec{p}\sigma}^0\}$ .

$$F_{\text{exc}} = F - F_0 = \sum_{\vec{p}\sigma} \left\{ (e_{\vec{p}\sigma}^+ - \mu) + \sum_{\vec{p}'\sigma'} f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\sigma\sigma'} \delta n_{\vec{p}',\sigma'}^+ \right\} \delta n_{\vec{p}\sigma}^+ \quad (32)$$

$$\text{onde } \mu = e_{\vec{p},\sigma}^{\text{int}}$$

O coeficiente  $f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\sigma\sigma'}$  é a energia de interação entre duas excitações de momentos  $\vec{p}$  e  $\vec{p}'$  e spin  $\sigma$  e  $\sigma'$ . A baixas temperaturas, onde  $k_B T \ll \epsilon_F$ , a excitação de maior probabilidade de ocorrer, considerando os termos até segunda ordem, somente excitações em torno da superfície de Fermi,  $S_F$ , tem maior probabilidade de ocorrer. Então as seguintes conclusões podem ser tiradas:

- (1)  $f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\sigma\sigma'}$  com relação a  $\vec{p}$  e  $\vec{p}'$  só depende do ângulo entre eles;
- (2) na ausência de campo magnético o sistema é invariante mediante reversão temporal e  $f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\sigma\sigma'} = f_{-\vec{p}-\vec{p}'}^{\sigma\sigma'}$ ;
- (3) se a superfície de Fermi é invariante mediante reflexão  $\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$ ,  $f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\sigma\sigma'} = f_{\vec{p}-\vec{p}'}^{\sigma-\sigma'}$ .

Das propriedades acima conclui-se que  $f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\sigma\sigma'}$  depende unicamente da orientação relativa entre  $\vec{p}$  e  $\vec{p}'$  e entre  $\sigma$  e  $\sigma'$ !



Para cada  $\vec{p}$  e  $\vec{p}'$  fixos existem duas componentes independentes devido as duas orientações possíveis dos spins (no caso de  $\sigma = 1/2$ ) :  $f_{pp'}^{\uparrow\uparrow}$ , e  $f_{pp'}^{\uparrow\downarrow}$ ,

É conveniente introduzir as partes simétrica e antissimétrica da interação  $f_{pp'}^{ss'}$ , como

$$f_{pp'}^{\uparrow\uparrow} = f_{pp'}^s + f_{pp'}^a, \quad \text{e} \quad f_{pp'}^{\uparrow\downarrow} = f_{pp'}^s - f_{pp'}^a, \quad (33)$$

onde a diferença  $f_{pp'}^{\uparrow\uparrow} - f_{pp'}^{\uparrow\downarrow} = 2f_{pp'}^a$ , é denominada energia de troca.

Se o sistema é isotrópico pode haver simplificações. Como  $\vec{p}$  e  $\vec{p}'$  estão na superfície de Fermi,  $f_{pp'}^s$  e  $f_{pp'}^a$  dependem somente ao ângulo  $\theta$  entre  $\vec{p}$  e  $\vec{p}'$ . Então

$$f_{pp'}^s(a) = \int_0^\pi f_1^s(a) p_1(\cos\theta) \quad (34)$$

É conveniente introduzir uma grandeza adimensional definida como

$$F_1^s(a) = v(0) f_1^s(a) = (v n^* p_F / \pi^2 \hbar^3) \cdot f_1^s(a) \quad (35)$$

onde  $v(0)$  é a densidade de estados na esfera de Fermi.

Com alguns conceitos adicionais é possível determinar formalmente o calor específico, a velocidade do som (ou coeficiente de compressibilidade), a susceptibilidade (devida aos spins) e a massa efetiva de um líquido de Fermi em função das grandezas adimensionais  $F_1^s$  e  $F_1^a$ .

Uma vez determinada a natureza das interações, ou seja, os coeficientes  $f_{pp'}^{ss'}$ , as grandezas  $F_1^s(a)$  são determinadas através das integrais

$$F_1^s(a) = v(0) \left\langle \sum_{\vec{p}, \vec{p}'} \frac{1}{2} (f_{pp'}^s + f_{pp'}^a) \right\rangle, \quad \text{com } a \text{ como 1.} \quad (36)$$

O calor específico é dado por

$$c_v = (m^* p_F / 3 \hbar^3) k_B^2 T \quad (37)$$

Medidas de calor específico em função da temperatura podem dar informações sobre as interações através da massa efetiva  $m^*$ .

A massa efetiva é dada por

$$m^*/m = 1 + F_1^s/3 \quad (38)$$

Como a massa efetiva pode ser obtida a partir do calor específico, a expressão acima permite obter informações sobre  $f_{pp'}^{ss'}$ .

A susceptibilidade (devida aos spins) é dada por

$$(m^* p_F^3 / \pi^2 \hbar^3) / \chi = \chi_{\text{ideal}} / \chi = 1 + F_0^A \quad (39)$$

onde  $\hbar$  é o magneton de Bohr

A susceptibilidade é modificada pela interação de troca  $F_0^A$ . A velocidade do som (ou coeficiente de compressibilidade) é dada por)

$$s^2 / (p_F^2 / 3m^*) = (1/\kappa p) / (p_F^2 / 3m^*) = 1 + F_0^S \quad (40)$$

onde  $\kappa$  é o coeficiente de compressibilidade e  $\rho$  a densidade. A medida que as interações são fracas,  $m^* \rightarrow m$  e  $F_0^S \rightarrow 0$ , a velocidade do som tende a  $v_F / \sqrt{3}$ .

#### 4.3. APROXIMAÇÃO DE HARTREE-FOCK (HFA).

Do ponto de vista da segunda quantização a hamiltoniana de um sistema de férmions é dada por

$$H = \sum_{p\sigma} \epsilon_p^0 c_{p\sigma}^\dagger c_{p\sigma} + \sum_{\vec{p}\vec{p}', \vec{p}\sigma\sigma'} (v_p/2) c_{\vec{p}+\vec{q}\sigma}^\dagger c_{\vec{p}-\vec{q}\sigma'}^\dagger c_{\vec{p}'\sigma} c_{\vec{p}'\sigma'} \quad (41)$$

onde  $v_p$  é a transformada de Fourier do potencial de interação.

Para calcular a energia do estado fundamental faz-se uma aproximação que é considerar a função de onda do estado fundamental  $|0\rangle$  como um sistema de férmions não interagentes. Usando as regras de comutações entre os operadores e lembrando que

$$c_{p\sigma}^\dagger c_{p\sigma} |0\rangle = n_{p\sigma}^0 |0\rangle \quad (42)$$

(onde  $n_{p\sigma}^0$  é a distribuição de Fermi) obtém-se a energia do estado fundamental dada por

$$E_0^S = \sum_{p\sigma} \epsilon_p^0 n_{p\sigma}^0 + (1/2) \sum_{\vec{p}\vec{p}\sigma\sigma'} v_{\vec{p}} n_{\vec{p}\sigma}^0 (n_{\vec{p}'\sigma'}^0 - \delta_{\vec{p},\vec{p}'} \delta_{\sigma\sigma'}) + \\ - (1/2) \sum_{\vec{p}\vec{p}\sigma\sigma'} v_{\vec{p}} n_{\vec{p}+\vec{q}\sigma}^0 n_{\vec{p}-\vec{q}\sigma'}^0 \quad (43)$$

Nessa aproximação, denominada aproximação de ordem zero, a energia do estado fundamental é composta de três termos. O primeiro termo é a energia cinética de um gás não interagente; o segundo é justamente aquele obtido se os cálculos fossem efetuados utilizando o método autoconsistente de Hartree; e terceiro é conhecido como energia de troca que teria sido obtido utilizando os métodos de Hartree-Fock levando em conta a antissimetria da função de onda.

Por estas razões a energia do estado fundamental Eq. 42, é denominada energia de Hartree-Fock.

A energia de uma quasipartícula  $\tilde{\epsilon}$  obtida a partir da Eq.42

como

$$\epsilon_{p\sigma}^{\text{HFA}} = (D_{n_{p\sigma}^+}^{\text{HFA}}) = \epsilon_p^0 + \sum_{p'\sigma'} n_{p'\sigma'}^0 v_o - \sum_{p'\sigma'} n_{p'\sigma'}^0 v_{p'-p}^{\delta_{\sigma\sigma'}} \quad (44)$$

O coeficiente de interação de Hartree-Fock  $\tilde{\epsilon}$  é dado por,

$$f_{p\sigma p'\sigma'}^{\text{HFA}} = (D_{n_{p\sigma}^+ n_{p'\sigma'}^+}^{\text{HFA}}) = v_o - v_{p'-p}^{\delta_{\sigma\sigma'}} \quad (45)$$

Portanto

$$\epsilon_{p\sigma}^{\text{HFA}} = \epsilon_{p\sigma}^0 + \sum_{p'\sigma'} f_{p\sigma p'\sigma'}^{\text{HFA}} n_{p'\sigma'}^0 \quad (46)$$

Comparando as energias do estado fundamental de uma quasipartícula no estado fundamental obtidas pela teoria de Landau Eq.30, e na aproximação de Hartree-Fock, Eq.54, conclui-se, por identificação dos coeficientes, que

$$f_{pp'}^{\text{gg}} = f_{ppp'\sigma'}^{\text{HFA}} = v_o - v_{p'-p}^{\delta_{\sigma\sigma'}} \quad (47)$$

Estabelecida a natureza da interação, os coeficientes de Landau,  $f_{pp'}^{\text{gg}}$ , ficam determinados e consequentemente as grandezas adimensionais  $f_{\frac{p}{\hbar}}^{\text{g}}(a)$ .

#### 4.4. TEORIA DE BARDEEN, BAYM e PINES - TEORIA BBP.

A teoria BBP (31) consiste, essencialmente, em concluir que o  $\text{He}^3$ , diluído no  $\text{He}^4$  superfluido, a temperaturas muito baixas, é um líquido de Fermi e estabelecer o potencial de interação.

Considera-se o movimento de um só átomo de  $\text{He}^3$  no  $\text{He}^4$  superfluido, a temperatura muito baixas ( $\ll 100^\circ\text{K}$ ) produzindo uma quasipartícula de momento  $\vec{p}$ . A energia da quasipartícula pode ser escrita como,

$$\epsilon_p = \epsilon_0 + \vec{p}^2/2m^*(0) \quad (48)$$

onde  $\epsilon_0$  é a energia de ligação do  $\text{He}^3$  em  $\text{He}^4$  no estado e  $m^*(0)$  a sua massa efetiva (pode ser obtida considerando uma mistura de  $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$  e fazer a concentração  $x$  de  $\text{He}^3$  tender a zero).

Assim como para os metais, as quasipartículas são pondo e movendo-se com o auxílio de um fonon ou um roton. Portanto, somente os átomos de  $\text{He}^3$  podem ser excitados.

Aumentando-se agora a concentração de átomos de  $\text{He}^3$  no  $\text{He}^4$  superfluido, a experiência mostra que a interação entre os átomos de  $\text{He}^3$  são importantes. Por causa da pre

sença do superfluido, a interação é diferente da interação entre os átomos de  $\text{He}^3$  na ausência do superfluido. A força de atração de van der Waal e a repulsão de curto alcance serão alteradas. A troca de fonons virtuais entre as partículas é, em parte, responsável pela alteração das interações.

Baseados em dados experimentais Bardeen, Baym e Pines concluíram que

(1) as soluções diluídas de  $\text{He}^3$  em  $\text{He}^4$  representam uma nova classe de líquidos de Fermi cuja concentração  $X$  de  $\text{He}^3$  e temperatura de degenerescência podem ser variáveis;

(2) as interações entre as quasipartículas de  $\text{He}^3$  são suficientemente fracas e independentes da velocidade, do spin e da concentração  $X$  de  $\text{He}^3$ ;

(3) a interação efetiva é atrativa tal que a temperatura muito baixas deve haver uma transição de fase num processo análogo a condensação de elétrons em metais dando origem a supercondutividade.

O potencial de interação admitido na teoria BBP é tal que sua transformada de Fourier é dada por

$$V_p = -V_0 \cos(\lambda p/\hbar) \quad (49)$$

onde  $V_0 = -1,303 \cdot 10^{-38} \text{ erg.cm}^3$  e  $\lambda = 3,16 \text{ \AA}^{-1}$

Após a atribuição de um potencial de interação entre as quasipartículas de  $\text{He}^3$  e identificar as soluções diluídas de  $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$  como um líquido de Fermi, a teoria BBP usa os resultados obtidos pela teoria de Landau com a identificação dos coeficientes  $f_{pp'}^{qq'} = f_{\text{Landau}}^{qq'}$  com os coeficientes de Hartree-Fock  $f_{pp'}^{qq'}$ .

Deve observar-se ainda que a massa  $m$  de uma partícula isolada, ou seja no vácuo e ausente de interações, que aparece na teoria de Landau, no caso de soluções de  $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$ , corresponde a massa efetiva de um só átomo de  $\text{He}^3$  no superfluido,  $m_3(0)$ .

Das Eq. 33, 47 e 49, obtém-se

$$f_C^S = V_0 - (V_0/2) \cdot \cos(\lambda_1/\hbar) \text{ e } f_C^A = -(V_0/2) \cdot \cos(\lambda_1/\hbar) \quad (50)$$

onde  $\vec{q} = \vec{p} - \vec{p}'$ .

Os coeficientes  $F_1^S$  e  $F_1^A$  são calculados usando as expressões acima na Eq. 36, ou

$$P_1^3 = v(0) \langle P_1(\cos \theta) | V_0 - (V_0/2) \cdot \cos(\theta/h) \rangle \quad (51)$$

$$P_1^a = v(0) \langle P_1(\cos \theta) - (V_0/2) \cdot \cos(\theta/h) \rangle \quad (52)$$

Lembrando-se que  $\cos \theta = 1 - (q^2/p_F^2)$  e efetuando os cálculos indicados nas Eq. 51-52 e substituindo os resultados nas Eqs. 37-40, obtém-se,

$$m_3^*/m_3(0) = 1 + v(0)V_0 M(\phi) \quad (53)$$

$$\chi_{ideal}/\chi = 1 + v(0)V_0 R(\phi) \quad (54)$$

$$s^2/(p_F^2/3m_3(0)m_3^*) = 1 + v(0)V_0 S(\phi) \quad (55)$$

$$(c_v/m_3(0)p_F k_F^2/3 \hbar^3) = 1 + v(0)V_0 H(\phi) \quad (56)$$

onde  $\phi = 5,47 \cdot X^{1/3}$ ,  $X$  a concentração de  $He^3$ . As funções  $M(\phi)$ ,  $R(\phi)$  e  $S(\phi)$ , obtidas resolvendo as integrais indicadas nas Eq. 51-52 são bastantes complicadas mas sô dependentes da concentração  $X$  de  $He^3$ . O valor de  $m_3(0)$  sugerido pela experiência é 2,34 vezes a massa de um átomo de  $He^3$ . A densidade de estados  $v(0)$  depende do momento de Fermi que por sua vez depende da concentração  $X$ .

$$p_F = (3^2 N_A^3 n_A/v)^{1/3} \quad (57)$$

onde  $N_A$  é o número de Avogadro e  $v$  o volume da solução contendo um mol de  $He^3$ . De acordo com dados experimentais (32, 33, 34),

$$v = v_m/X = 27,58/X + 7,60 + 1,65X^2 \text{ (cm}^3/\text{mol de } He^3) \quad (58)$$

onde  $v_m$  é o volume molar da solução.

Os resultados obtidos da teoria BEP estão em ótima concordância com a experiência para concentrações menores do que 5% e temperaturas abaixo de 1,59K.

Para projeto, análise e funcionamento de refrigeradores de diluição, que operam, em geral, abaixo de 0,29K e concentrações acima de 6,4%, a teoria BEP ainda não é suficiente.

#### 4.5. "TEORIA DE EBNER".

A não concordância da teoria BEP para concentrações acima de 5% é atribuída a forma do potencial de interação usado.

Ebner (35) sugeriu o seguinte potencial de interação

$$V_q = V_0 \{ a_1 + a_2 e^{-C_2 (q/2q_0)^2} + a_3 e^{-C_3 (q/2q_0)^2} \} \quad (59)$$

onde  $V_0$  é o mesmo da teoria BDP e  $q_0/k = 0,497 \text{ \AA}^{-1}$ .

A escolha desse potencial é mais por conveniência de cálculos. Ajustando a curva aos dados experimentais, os coeficientes são determinados

$$a_1 = 10; \quad a_2 = -1,48; \quad a_3 = -9,60; \quad C_2 = 4,0752 \text{ e } C_3 = 0,0564.$$

Esses coeficientes (os parâmetros) não possuem significado físico, pois a forma matemática que expressa o potencial não é única, sim o valor do potencial.

Os resultados obtidos usando esse potencial de interação concordam com dados experimentais para concentração X de  $\text{He}^3$  até 30% e temperaturas até 1,50K.

# 5. FUNÇÕES TERMODINÂMICAS DE SOLUÇÕES DE $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$ , DO $\text{He}^3$ PURO E DO $\text{He}^4$ PURO A TEMPERATURAS ABAIXO DE 1,59K.

Para o projeto, análise e funcionamento de refrigeradores de diluição é necessário o conhecimento não só das funções termodinâmicas de soluções de  $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$  como do  $\text{He}^3$  puro e do  $\text{He}^4$  puro.

Em 1967, Ray Radabaugh (36) fez uma coletânea de dados experimentais e teorias de soluções de  $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$ ,  $\text{He}^3$  puro e  $\text{He}^4$  puro. Selecionando esses dados, apresentou um método completo de cálculos computacionais das funções termodinâmicas..

Usando as teorias BBP e de Elner, calculou e tabelou todas as funções termodinâmicas de soluções de  $\text{He}^3$  -  $\text{He}^4$  para concentrações X de  $\text{He}^3$  desde zero até 50% e temperaturas entre 09K e 1,59K bem como determinou a curva de separação em fase.

Para o cálculo das funções termodinâmicas do  $\text{He}^3$  puro, usou dados de calor específico de Abel e outros (37) para temperaturas  $0,006 < T < 0,509\text{K}$  e para temperatura  $0,5 < T < 1,59\text{K}$  usou uma curva analítica sugerida por Sydorjak e outros (38).

Para o cálculo das funções termodinâmicas do  $\text{He}^4$  puro, o trabalho de Michels e outros (39) para temperaturas  $T < 0,0559\text{K}$  e o trabalho de Kravens e outros (40) para temperaturas  $0,85 < T < 1,59\text{K}$ . Na região intermediária foi interpolada uma curva suave.

## 6. PROPRIEDADES DE SOLUÇÕES DE $\text{He}^3\text{-He}^4$

### 6.1. SEPARAÇÃO EM FASES

Uma solução de  $\text{He}^3\text{-He}^4$  pode não existir em equilíbrio se a concentração de  $\text{He}^3$  for maior que 6,4% e a temperatura menor que 0,869K como mostra o diagrama de fase da Fig.5. Existe uma temperatura e concentração onde a solução se separa em duas fases: uma menos densa, rica em  $\text{He}^3$ , cuja concentração de  $\text{He}^3$  é dada no ramo direito do diagrama e uma mais densa, rica em  $\text{He}^4$ , cuja concentração de  $\text{He}^3$  é dada no ramo esquerdo.

O ramo esquerdo superior do diagrama é a linha de transição do HeI para o HeII. Essa transição é devida somente ao  $\text{He}^4$ .

### 6.2. SOLUBILIDADE FINITA DE $\text{He}^3$ NO HeII A 09K

O diagrama de fase da Fig.5 foi obtido por Radebaugh usando as teorias BBP e de Ebner. A extrapolação da curva mostra que existe uma solubilidade finita de  $\text{He}^3$  no HeII de 6,4% a 09K.

A fase menos densa a 09K consiste só de  $\text{He}^3$ .

A solubilidade finita só será possível se um átomo de  $\text{He}^3$  for mais fortemente ligado ao HeII do que no  $\text{He}^3$  puro a 09K.

A condição de equilíbrio é que, sendo as duas fases dois líquidos quânticos distintos, as energias de Fermi devem ser iguais.

A Fig.6 é um diagrama ilustrativo da solubilidade finita a 09K. Aumentando-se a concentração a partir de zero, os átomos de  $\text{He}^3$  distribuir-se-ão nos estados possíveis de acordo com a distribuição de Fermi-Dirac. Quando a energia de Fermi do  $\text{He}^3$  diluído no HeII for igual a energia de Fermi do  $\text{He}^3$  puro a 09K não será mais possível aumentar a concentração. Os átomos de  $\text{He}^3$  adicionados separar-se-ão formando a fase menos densa.

O processo de separação em fases é análogo a condensação de um gás e a diluição análoga a evaporação.

A condensação ou diluição se dá a custa de um calor latente. Esse calor é responsável pela potência de refrigeração nos refrigeradores de diluição.



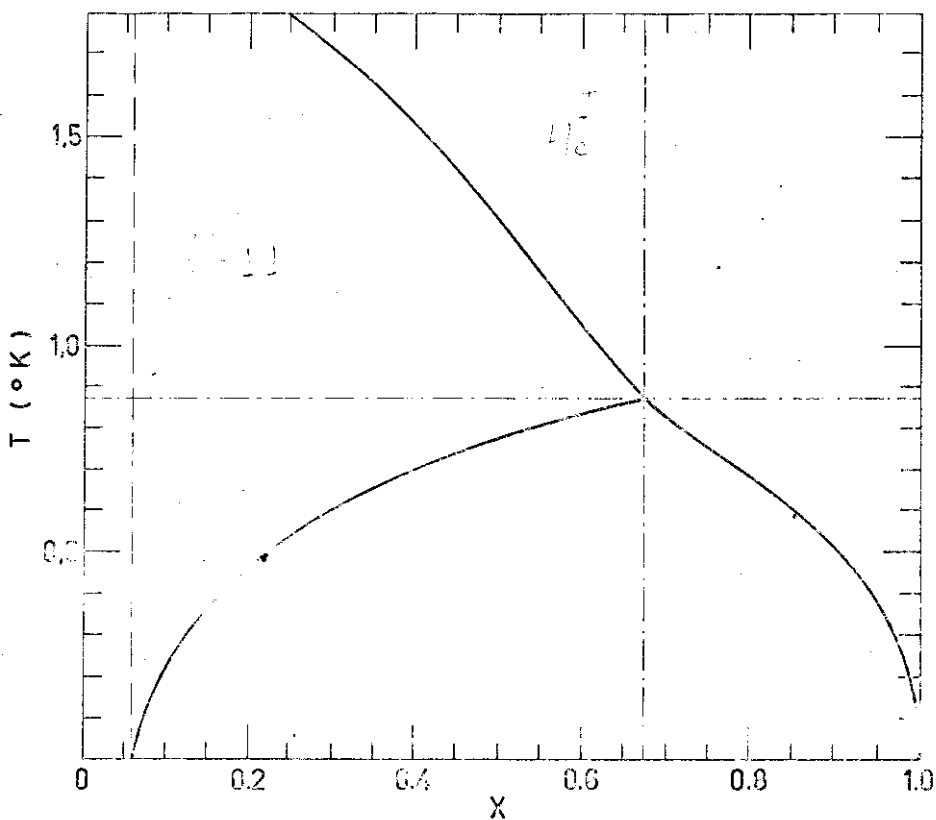


Fig. 5. Diagrama de fase de solução  
do  $\text{H}_2\text{O}^3-\text{H}_2\text{O}^4$  [39]



Fig: 6 \_ Diagrama ilustrando a solubilidade finita (maior que zero) de  $\text{He}^3$  em  $\text{He}^4$  superfluido a  $0^\circ \text{K}$ .

## 6.3. PRESSÃO OSMÔTICA

Considere-se uma solução de  $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$  não separada em fases, ou a fase mais densa se há separação em fases.

O potencial químico parcial do  $\text{He}^4$ ,  $u_4$ , é função da temperatura, pressão e concentração de  $\text{He}^3$ . Numa transformação infinitesimal reversível, a variação do potencial químico é dada por-

$$du_4 = (D_{Tu_4})_{P,X}dT + (D_{Pu_4})_{T,X}dP + (D_{Xu_4})_{T,P}dX \quad (60)$$

Usando-se as Eqs.6 e a relação de Gibbs-Duhem (41), obtém-se:

$$du_4 = -s_4dT + v_4dP - \{X/(1-X)\} \cdot (D_{Xu_3})_{T,P}dX \quad (61)$$

Numa transformação finita reversível onde a solução vai do estado inicial (0,0,0) ao estado final (T,P,X), a variação do potencial químico é dada por-

$$u_4(T,P,X) - u_4(0,0,0) = v_4P - \int_0^T s_4dT' - \int_0^X \{X'/(1-X')\} (D_{Xu_3})_{T,P}dX' \quad (62)$$

onde  $v_4$  é considerado constante.

Sejam dois recipientes interligados por um material poroso semipermeável ao  $\text{He}^4$  superfluido, onde o da esquerda está no estado (0,0,0) e o da direita no estado (0,P,X), em equilíbrio, conforme ilustração na Fig.2-b. Então

$$u_4(0,P,X) - u_4(0,0,0) = v_4P - \int_0^X \{X'/(1-X')\} (D_{Xu_3})_{T,P}dX' \quad (63)$$

De acordo com a Eq.3, haverá equilíbrio se não houver gradiente de potencial químico  $u_4$  entre os dois recipientes, ou,  $u_4(0,P,X) = u_4(0,0,0)$ . Então

$$P = (1/v_4) \cdot \int_0^X \{X'/(1-X')\} \cdot (D_{Xu_3})_{T,P}dX' = P_{\text{osm}} \quad (64)$$

A pressão no recipiente da direita é denominada pressão osmótica do  $\text{He}^3$  no  $\text{He}^4$  superfluido.

Se o recipiente da esquerda é mantido a 0°K e o da direita a uma temperatura T, a expressão do lado direito da Eq.64 ficará acrescida do termo  $(1/v_4) \int_0^T s_4dT'$  que é a pressão de fonte  $P_f$  definida na Eq.10. A pressão no recipiente da direita será igual a pressão osmótica mais a pressão de fonte:

$$P = P_{\text{osm}} + P_f \quad (65)$$

Se o recipiente da direita está caracterizado

por  $(T, P, X)$  e o da direita por  $(T + \Delta T, P + \Delta P, X + \Delta X)$ , a diferença de pressão é igual a diferença entre a pressão osmótica - mais a diferença entre a pressão de fonte nos dois recipientes:

$$\Delta P = \Delta P_{\text{osm}} + \Delta P_f \quad (66)$$

Nas condições em que é válido o modelo de Landau e Pomeranchuk para o  $\text{He}^3$  diluído no  $\text{He}^4$  superfluido, as funções termodinâmicas são obtidas a partir da mecânica estatística clássica. É fácil mostrar que

$$(D_X u_3)_{T,P} = k_B T/X \quad (67)$$

Substituindo-se a Eq.67 na Eq.64, obtém-se,

$$P_{\text{osm}} = (X/v_4) \cdot k_B T = N_3 k_B T/V \quad (68)$$

pois  $N_3 \ll N_4$ .  $V$  é o volume da solução.

Com as definições de pressão de fonte e pressão osmótica, a Eq.62 assume a forma simplificada,

$$u_4(T, P, X) - u_4(0, 0, 0) = v_4(P - P_{\text{osm}} - P_f) \quad (69)$$

Se o sistema é levado do estado inicial caracterizado por  $(T_1, P_1, X_1)$  ao estado final  $(T_2, P_2, X_2)$ , então,

$$u_4(T_2, P_2, X_2) - u_4(T_1, P_1, X_1) = v_4(\Delta P - \Delta P_{\text{osm}} - \Delta P_f) \quad (70)$$

### 6.4. APLICAÇÃO

Considere-se um tubo fechado contendo uma solução de  $\text{He}^3\text{-He}^4$  não separada em fases em equilíbrio com um gradiente de temperatura ao longo do mesmo conforme Fig.7-a.

Se há equilíbrio, a pressão e o potencial químico parcial,  $u_4$ , devem ser uniformes em toda solução. Usando-se a Eq.70 conclui-se que,

$$P_{\text{osm}} + P_f = \frac{te}{c}, \text{ ao longo do tubo} \quad (71)$$

Na região de validade do modelo de Landau e Pomeranchuk a pressão osmótica é dada pela Eq.68. A pressão de fonte é muito menor do que a pressão osmótica, Fig.3, e, em geral, pode ser desprezada em relação a pressão osmótica. Então

$$X \cdot T = \frac{te}{c}, \text{ em toda solução} \quad (72)$$

Já numa situação como a ilustrada na Fig.7-b,

$$\tilde{v}_{u_4}(T, P, X) = -v_4 \tilde{v}(P_{\text{osm}} + P_f) \quad (73)$$

$$\vec{\nabla}_x T \neq \vec{0}$$

$$P_{\text{osm}} + P_f = C_{te} \Leftrightarrow \vec{\nabla}_x u_L = \vec{0}$$

(a)

$$\vec{\nabla}_x T \neq \vec{0}$$

$$v_L \cdot (\vec{\nabla}_x P_{\text{osm}} + \vec{\nabla}_x P_f) = -\vec{\nabla}_x u_L = \vec{F}$$

(b)

Fig: 7

- a) Solução diluída de  $\text{He}^3\text{-He}^4$  em repouso com  $\vec{\nabla}_x T \neq 0$ . A soma da pressão de fonte mais a pressão osmótica é constante:  $\vec{\nabla}_x (P_{\text{osm}} + P_f) = \vec{0}$ .
- b) Solução diluída de  $\text{He}^3\text{He}^4$  com  $\vec{\nabla}T_x \neq 0$  e  $\vec{\nabla}_x (P_{\text{osm}} + P_f) \neq 0$ .

## 6.5. POTENCIA DE REFRIGERAÇÃO - REFRIGERAÇÃO.

### 6.5.1. POTENCIA DE REFRIGERAÇÃO NUM PROCESSO REVERSÍVEL.

Seja uma câmara contendo uma mistura de  $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$  separada em fases, a uma temperatura  $T$ . Um fluxo de  $\text{He}^3$ ,  $\dot{n}_3$ , chega na fase menos densa e dilue-se na fase mais densa. Se o fluxo  $\dot{n}_3$  chega na fase menos densa a uma temperatura  $T$ , igual a temperatura da câmara, a diluição diz-se reversível. A diluição se dá a custa de calor latente de "vaporização". Esse calor é retirado da própria câmara. A potência de refrigeração é definida como

$$\dot{Q}(T, \dot{n}_3) = L_3(T) \cdot \dot{n}_3 = T \cdot \{s_3(T, X) - s_3^0(T)\} \cdot \dot{n}_3 \quad (74)$$

Observar que se há separação em fases a temperatura e a concentração  $X$  da fase mais densa não são independentes.

### 6.5.2. POTÊNCIA DE REFRIGERAÇÃO NUM PROCESSO IRREVERSÍVEL.

Se o fluxo  $\dot{n}_3$  chega na fase menos densa da câmara a uma temperatura  $T_1$  maior do que a temperatura  $T$  da câmara, a diluição diz-se irreversível. Nesse caso a potência de refrigeração é dada por

$$\dot{Q}(T, T_1, \dot{n}_3) = \dot{n}_3 \cdot \{H_3(T, X) - H_3^0(T_1)\} \quad (75)$$

onde  $H_3(T, X)$  é a entalpia do  $\text{He}^3$  na fase menos densa,

$H_3^0(T)$  é a entalpia do  $\text{He}^3$  puro.

### 6.5.3. REFRIGERAÇÃO.

Seja  $\dot{Q}_{\text{ext}}$  a quantidade de calor que entra na câmara devido a impossibilidade de uma blindagem térmica perfeita. Essa potência é denominada perdas térmicas.

A potência líquida definida como

$$\dot{Q}_L = \dot{Q}(T, \dot{n}_3) - \dot{Q}_{\text{ext}}, \text{ num processo reversível} \quad (76)$$

$$\dot{Q}_L = \dot{Q}(T, T_1, \dot{n}_3) - \dot{Q}_{\text{ext}}, \text{ num processo irreversível,} \quad (78)$$

é denominada refrigeração.

Se  $\dot{Q}_L$  for maior do que zero, a câmara está resfriando.

Se  $\dot{Q}_L$  for igual a zero, a câmara está a  $T$  constante,

Se  $\dot{Q}_L$  for menor do que zero, a câmara está esquentando.

## 7. PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO DOS REFRIGERADORES DE DILUIÇÃO.

### 7.1. DESCRIÇÃO DO CICLO DE OPERAÇÃO.

A descrição do ciclo de operação será baseada no esquema da Fig. 8.

Imagine-se, inicialmente, o sistema estático. A fase mais densa, ou fase diluída, se estende desde a câmara de misturas até o evaporador, passando pelo trocador de calor. A pressão osmótica mais a pressão de fonte é uma constante na fase diluída, ou o potencial químico parcial  $\mu_4$  é uma constante, de acordo com as Eqs. 71 e 73. Considerando a pressão de fonte desprezível em relação a pressão osmótica, conforme Figs. 3 e 9 e admitindo válido o modelo de Landau e Pomeranchuk para uma análise qualitativa, a pressão osmótica é uma constante em toda fase diluída, conforme Eq. 72.

$$XT = 4,7 \cdot 10^{-3} \text{ OK.} \quad (78)$$

Considerando a temperatura do evaporador da ordem de 0,69K (será justificado mais tarde) e a temperatura da câmara de misturas  $0 < T < 0,39\text{K}$ , a concentração de  $\text{He}^3$  no evaporador será da ordem de 1% e na câmara de mistura 6,4% (15), ou seja, há um gradiente de concentração de  $\text{He}^3$  entre a câmara de misturas e o evaporador com a pressão osmótica constante.

Na realidade o sistema não é estático. No regime estacionário, a temperatura  $T_1$  do  $\text{He}^3$  no evaporador (admitindo destilação perfeita de  $\text{He}^3$  e que não acontece como será visto mais tarde), bombeado e comprimido por um sistema de bombeamento. A pressão de compressão do  $\text{He}^3$  é ditada pela temperatura do reservatório térmico de  $\text{He}^4$  a uma temperatura entre 1 e 1,29K. No condensador é liquefeito trocando calor com o reservatório térmico. Uma impureza no  $\text{He}^3$  do condensador não deixa o  $\text{He}^3$  passar antes de ser liquefeito. Ao atravessá-la entra no trocador de calor no interior do evaporador onde é resfriado a 0,69K. Entra no trocador de calor entre o evaporador e a câmara de misturas. Nesse trocador é resfriado pelo fluxo de  $\text{He}^3$  que retorna através da fase diluída e chega na fase menos densa da câmara de misturas a uma temperatura  $T_1$ . Para manter a superfície de separação das fases na mesma posição,

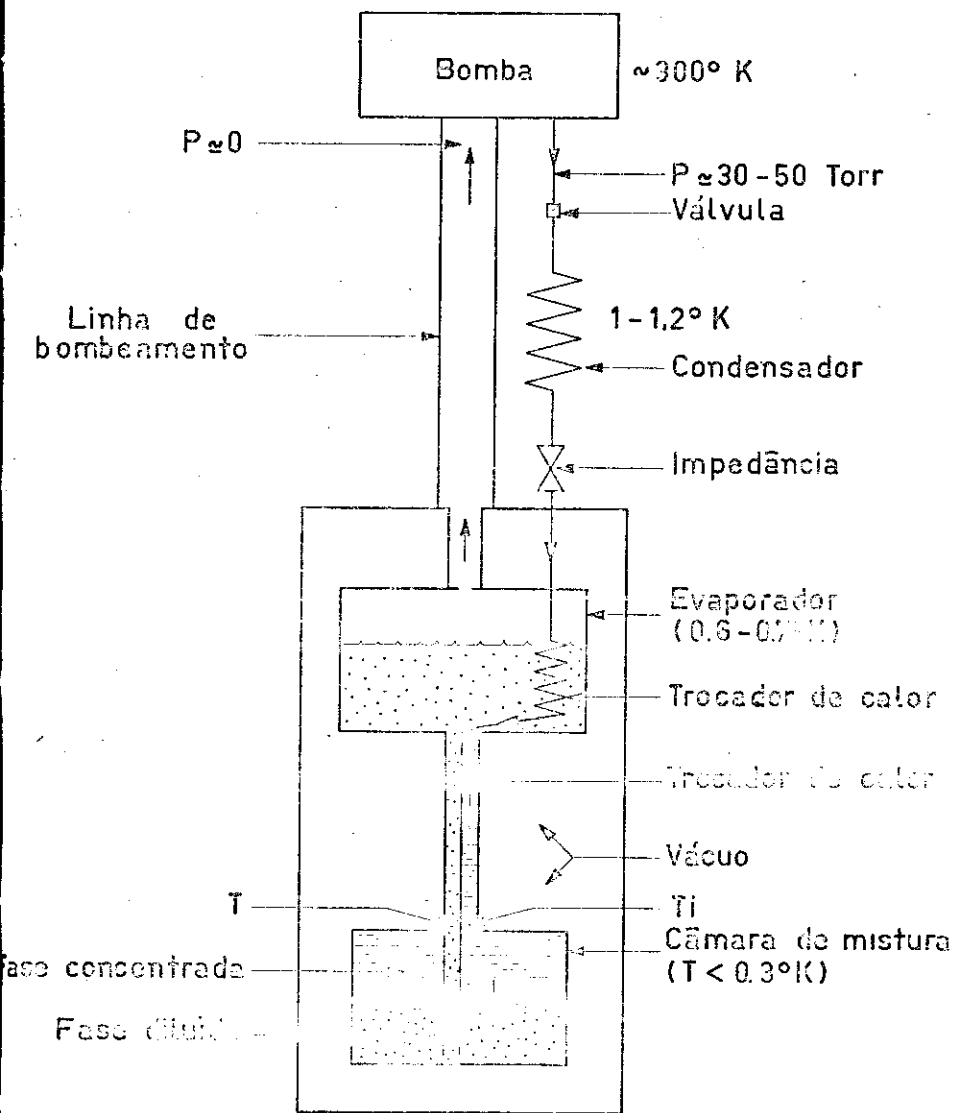


Fig. 8 - Diagrama de um refrigerador de diluição de  $\text{H}_2^3\text{-H}_2^4$



a concentração de  $\text{He}^3$  na fase mais densa e a temperatura  $T$  da câmara constantes, o  $\text{He}^3$  que chega na fase menos densa é "evaporado" através da superfície de separação das fases. Como o  $\text{He}^3$  é destilado, a concentração e pressão osmótica no evaporador tendem a zero. Para temperaturas da câmara de misturas abaixo de 0,39K a pressão osmótica varia entre 1 e 1,3 Torr, Fig.9. Essa diferença de pressão permite o deslocamento do  $\text{He}^3$  da câmara de misturas até o evaporador através do trocador de calor com o  $\text{He}^4$  superfluido estacionário, completando o ciclo de operação.

## 7.2. VARIÁVEIS QUE LIMITAM O ABAIXAMENTO DE TEMPERATURA.

### 7.2.1. INTRODUÇÃO.

A potência de refrigeração num processo reversível, de acordo com a Fig.10, tende a zero somente quando a temperatura tende a zero. Usando as expressões da entropia nas duas fases calculada por Radebaugh,

$$O(T)/\dot{h}_3 = 32 \cdot T^2 \quad (79)$$

Esta expressão mostra que, em princípio, é possível atingir temperaturas tão baixas quanto se deseja.

As funções termodinâmicas a temperaturas muito baixas são obtidas a partir de extrapolações. No caso de soluções de  $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$  a extrapolação é feita no cálculo da massa efetiva usando a teoria BBP. Isto pode não ter sentido a temperaturas muito baixas quando - de acordo com a teoria dos líquidos de Fermi de Landau e da teoria BBP - os dois líquidos quânticos podem deixar de existir devido a transição de fase num processo análogo a transição de fase em supercondutores.

Se isto acontecer em temperaturas muito baixas como é previsto, mesmo em princípio, será impossível o abaixamento de temperatura, com refrigeradores de diluição, indefinidamente.

Deixando de lado esta possibilidade que ainda está longe de ser um problema, há diversas variáveis que têm limitado o abaixamento de temperatura a alguns miligraus.

Para uma visão geral das variáveis que limitam o abaixamento de temperatura será feita uma análise de

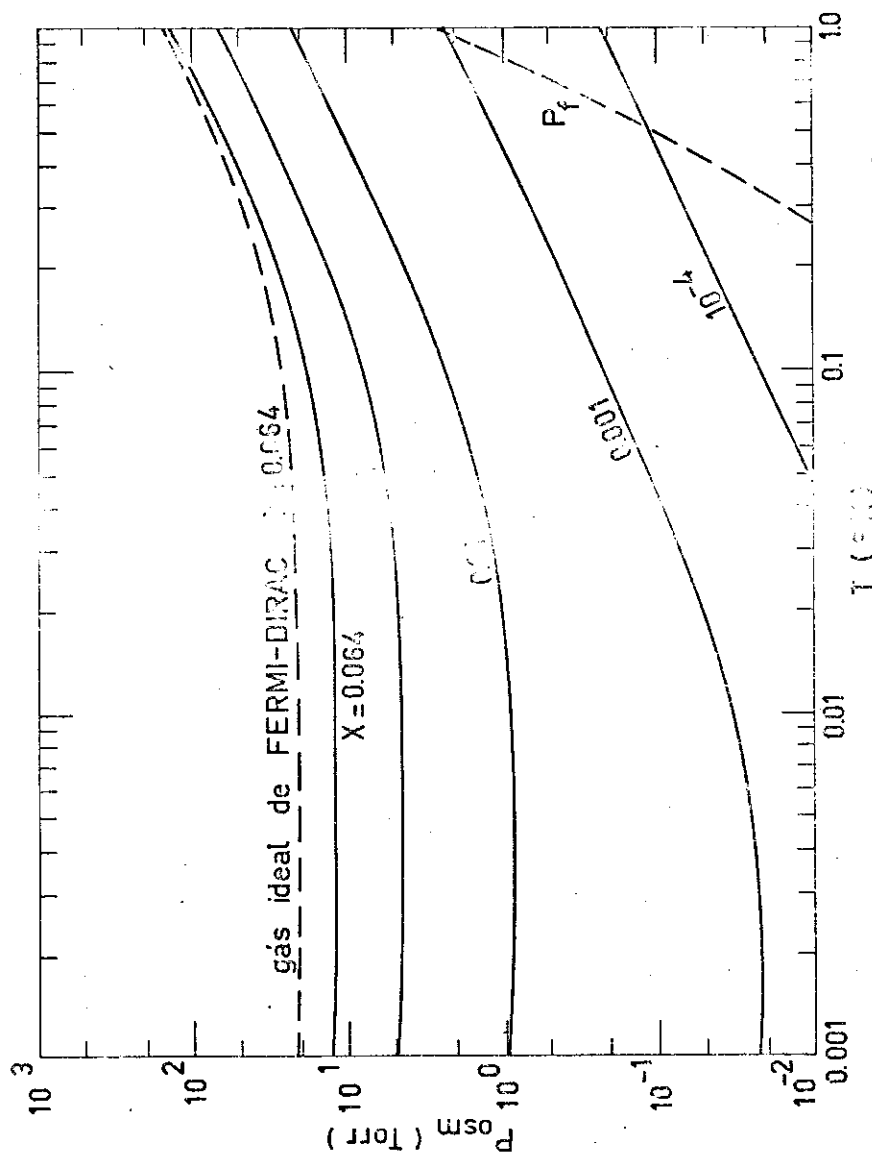


Fig. 9 - Pressão osmótica do  $\text{He}^3$  no  $\text{He}^4$  superfluido em função da temperatura para diferentes concentrações de  $\text{He}^3$  [36]

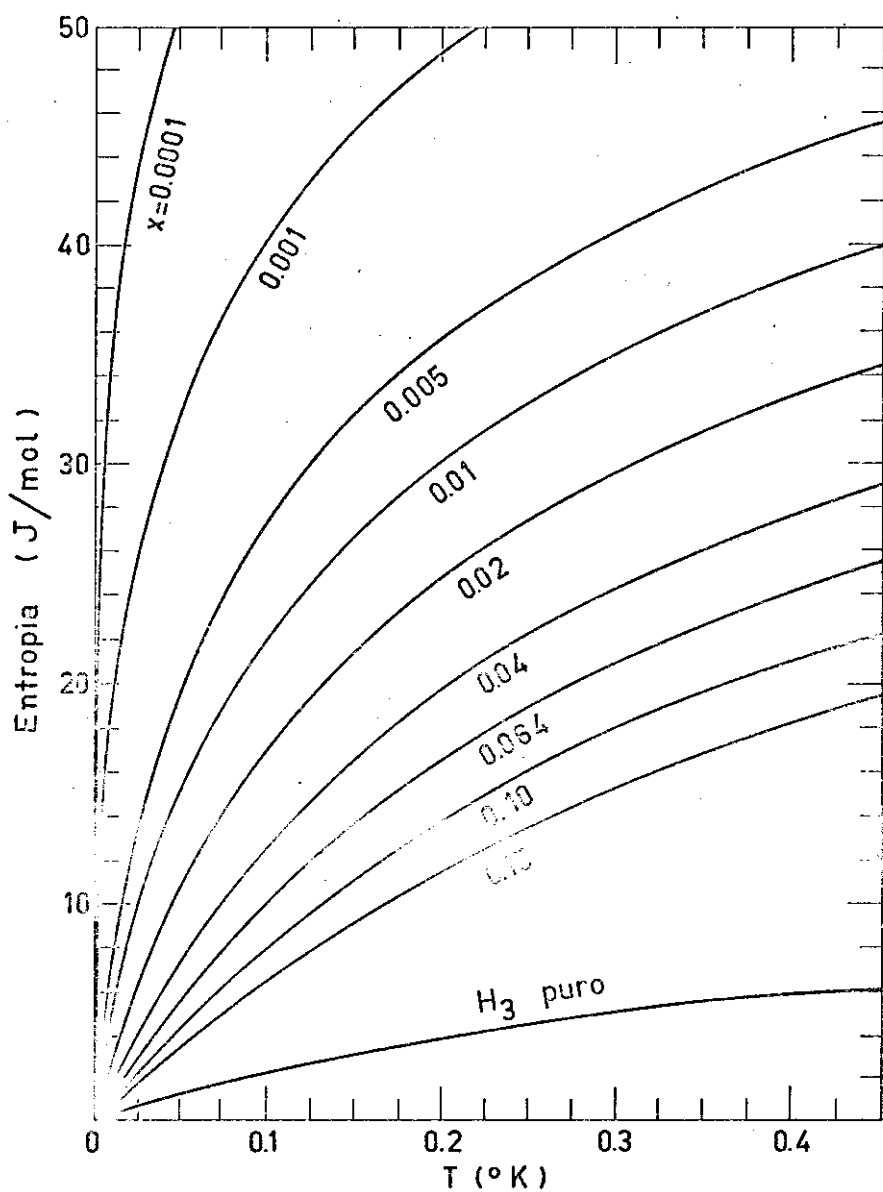


Fig.10 - Entropia do  $\text{H}_3$  diluido no  $\text{H}_4$  superfluido em função da temperatura. Os dados são de [1] e [2].

cada uma independentemente. Isto equivale admitir todas as outras nulas quando a influência de uma está sendo analisada.

### 7.2.2. RESISTÊNCIA DE KAPITZA.

A potência de refrigeração num processo irreversível é dada pela Eq. 75. As entalpias  $H_3^0$  e  $H_3$  são dadas nas Fig. 11-A e 11-B. A temperatura abaixo de 0,29K

$$H_3^0(T) = 12 \cdot T^2 \quad (80)$$

$$H_3(T, X) = 94 \cdot T^2 \quad (81)$$

$$\text{Então } Q(T, T_i, \dot{H}_3) = \dot{H}_3 \cdot (94 \cdot T^2 - 12 \cdot T_i^2) \quad (82)$$

Se a única variável em estudo é  $T_i$  a refrigeração é igual a potência de refrigeração. A temperatura mínima da câmara de misturas,  $T = T_{cm}$ , é determinada igualando o segundo membro da Eq. 82 a zero,

$$T_{cm} = 0,36 \cdot T_i \quad (83)$$

A temperatura  $T_i$  com que o fluxo  $\dot{H}_3$  chega no final do trocador de calor determina a temperatura mínima da câmara de misturas.

A eficiência dos trocadores de calor, que determina  $T_i$ , tem sido um problema sério devido a resistência de Kapitza.

Em 1941 Kapitza verificou que havia, na vizinhança da superfície de um bloco de cobre mergulhado no He II, um gradiente de temperatura da ordem de 2mOK no intervalo de temperatura de 1,69K a  $T_\lambda$ , para uma potência de 1 mW/cm<sup>2</sup>. Essa diferença de temperatura é caracterizada por uma resistência de superfície conhecida como resistência de Kapitza..

Seja S a superfície de separação entre um sólido a uma temperatura  $T'$  e o He II a uma temperatura T próxima de T' e  $\dot{q}$  o fluxo de energia que atravessa uma área unitária. A resistência de Kapitza,  $r_K$ , de uma área unitária é definida como

$$(T' - T) = r_K \dot{q} \quad (84)$$

Experimentalmente  $r_K$  é proporcional a  $T^{-3}$  para a maioria dos materiais criogênicos

$$r_K = a(S)/T^3 \quad (85)$$

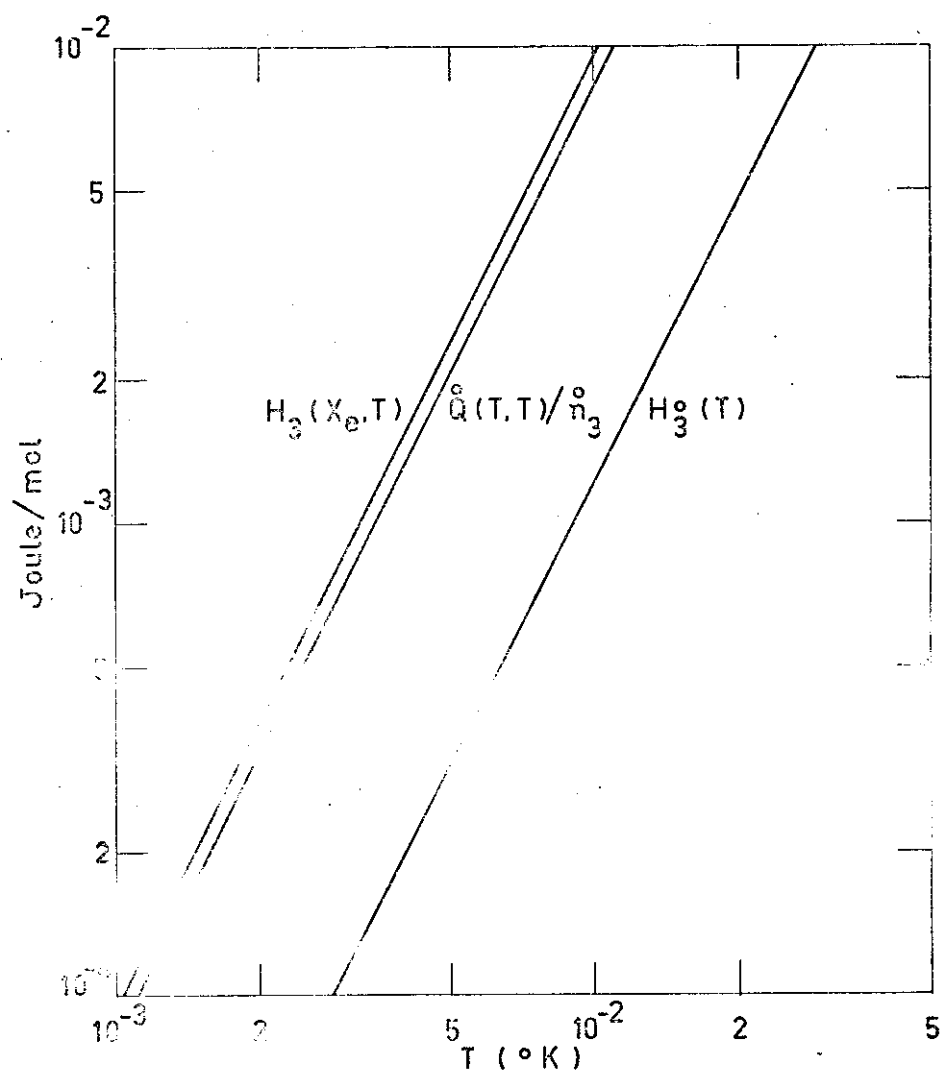


Fig.11A. Gráfico da entalpia do  $He^3$  puro  
 e da entalpia de diluição do  $He^3$  diluído no  $He^4$   
 em função da temperatura da potência de  
 diluição  $He^3 [Q(T, T)/n_3]$   
 em função da temperatura [36]

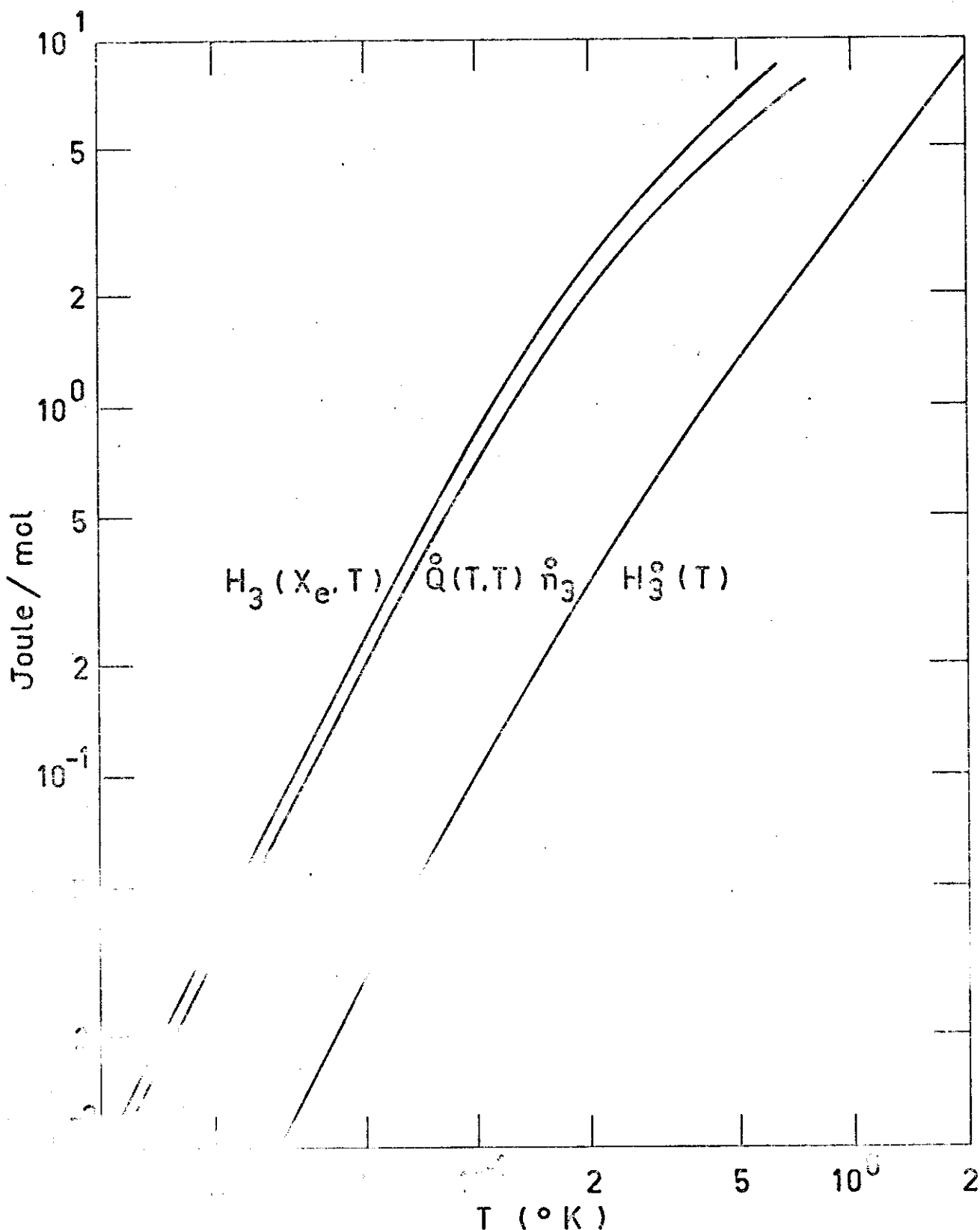


Fig:11B\_Gráfico da entalpia do  $He^3$  puro  $[H_3^0(T)]$  e da entalpia do  $He^3$  diluído no  $He^4$  superfluido  $[H_3(X_e, T)]$  e da potência de refrigeração por mol de  $He^3$   $[\frac{\dot{Q}(T, T)}{\dot{n}_3}]$  em função da temperatura [36]

onde  $a(s)$  é uma constante que depende da natureza dos transportadores de energia no sólido, das propriedades elásticas do sólido, da estrutura da superfície e das propriedades do He II.

O fluxo de calor que atravessa a superfície  $S$  é  $\dot{Q} = S\dot{q}$ . Então,

$$(T' - T) = r_K(\dot{Q}S)/S = r_K\dot{Q}/S = (r_K/S)\dot{Q} = R_K\dot{Q} \quad (86)$$

onde  $R_K$  é a resistência de Kapitza associada a superfície  $S$ .

A temperatura  $T$  muito menores do que a temperatura de Debye,  $\theta_D$ , o número médio de fonons por unidade de volume em um sólido é proporcional a  $T^3$ . numa cavidade a uma temperatura  $T$  o número médio de fotons por unidade de volume é também proporcional a  $T^3$ . Isto levou a uma analogia entre emissão e absorção de fonons e fotons por uma superfície. A resistência de Kapitza teria origem numa lei semelhante a lei de Stefan-Boltzmann.

$$\dot{q} = b(S) \cdot (T'^4 - T^4) \quad (87)$$

Se  $(T' - T)$  é pequeno a expressão acima pode ser expandida em série de potências de  $(T' - T)$ . Assim, para  $(T' - T) \ll T$ , temos em diante,

$$\dot{q} = b(S) \cdot 4T^3 \cdot (T' - T) + \dots = 4b(S) \cdot T^3 \cdot (T' - T) \quad (88)$$

$$\text{ou} \quad (T' - T) = (1/4b(S) \cdot T^3) \cdot \dot{q} = a(S)/T^3 \cdot \dot{q} = r_K \cdot \dot{q} \quad (89)$$

onde  $a(S) = 1/4b(S)$ .

A primeira ideia de Iadlatnikov (42) considerava um sólido a uma temperatura  $T'$  em contato com o He II a uma temperatura líquidificante mais baixa  $T$ . Assumiu que a troca de calor entre os dois meios pode ser efetuada através de dois mecanismos:

- (1) emissão de energia de vibrações da rede através da superfície do sólido, isto é, radiação de fonons e rotons;
- (2) transferência de energia devido às colisões de fonons e rotons com a parede.

Supõe-se que a interface é plana tal que num sistema cartesiano, para  $z > 0$  o espaço é preenchido com He II e para  $z < 0$  com um sólido isotrópico. Se a superfície do sólido realiza pequenas oscilações cujos deslocamentos podem ser descritos como  $u_z(x)$ , isto é, oscilações perpendiculares à interface e de frequência  $\omega$ , a razão de radiação de energia do sólido para o He II, por unidade de área, é dada por

$$W(\omega, T) = \rho c_1 |\dot{u}_z(\omega)|^2 \quad (90)$$

onde  $\rho$  e  $c_1$  são a densidade do He II e a velocidade do som no He II.

A temperaturas muito baixas somente fonons de baixas frequências são considerados.

O fluxo de energia irradiado do sólido para o He II em todas frequências pode ser calculado diretamente. Já os cálculos diretos do fluxo de energia do He II para o sólido é mais difícil de serem efetuados. Na condição de equilíbrio os dois fluxos são iguais para qualquer  $T'=T$ . Então as duas expressões do fluxo são expressas pela mesma função da temperatura. A transferência efetiva de energia é calculada usando apenas uma função,

$$\dot{q} = W(T') - W(T) = \int W(\omega, T) \{n(T') - n(T)\} d\omega \quad (91)$$

onde  $n(T) = \{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1\}^{-1}$  é a distribuição de Bose-Einstein.

O problema mais difícil no cálculo de  $\dot{q}$  é de determinar o movimento da superfície. Khalatnikov considerou as oscilações da superfície devidas a tres contribuições:

- (1) ondas longitudinais incidentes na superfície, provenientes do sólido, com uma contribuição no deslocamento  $u_z$ ;
- (2) ondas transversais incidentes na superfície, com uma contribuição no deslocamento  $u_z$ ;
- (3) ondas transversais refletidas na superfície, com uma contribuição no deslocamento  $u_z$ .

As equações para  $u_z$  são dadas por Khalatnikov (45) cujos resultados são

$$|\dot{u}_{zt}(\omega)| = (\hbar\omega/\rho_s V_s)^{1/2} \left| \frac{2c_t^2 \cos\theta_o \sin 2\theta_1}{c_t^2 \sin 2\theta_1 \sin 2\theta_o + c_l^2 \sin^2 2\theta_o} \right| \quad (92)$$

$$|\dot{u}_{zt}(\omega)| = (\hbar\omega/\rho_s V_s)^{1/2} \left| \frac{2c_l^2 \cos\theta_o \cos 2\theta_t}{c_t^2 \sin 2\theta_t \sin 2\theta_o + c_o^2 \cos^2 2\theta_t} \right| \quad (93)$$

$$|\dot{u}_{zs}(\omega)| = (k_s^2 - k_t^2)/2k_s (\hbar\omega/\rho_s A)^{1/2} \quad (94)$$

onde  $\theta_o$  é ângulo de incidência

$\theta_o$  o ângulo de reflexão das ondas longitudinais,

$\theta_t$  o ângulo de reflexão das ondas transversais,

$c_l$  a velocidade das ondas longitudinais,

$c_t$  a velocidade das ondas transversais,

$c_s = \hbar\omega/t = \xi(c_l/c_t)$  a velocidade das ondas na superfície,

$A$  a área da superfície,

$V_s$  o volume do sólido.



Na Eq. 90 aparecem as tres contribuições,

$$W(\omega, T) = \rho c_{\perp} \{ |\dot{u}_{z\ell}(\omega)|^2 + |\dot{u}_{zt}(\omega)|^2 + |\dot{u}_{zs}(\omega)|^2 \} \quad (95)$$

Substituindo a Eq. 95 na Eq. 91, obtém-se, de acordo com os cálculos de Khalatnikov,

$$\dot{q} = \frac{16\pi^5 \rho c_{\perp} k_B^4 (k_B T)^3}{15 \rho_s (h c_t)^5} \cdot F(c_{\ell}/c_t) (T' - T) \quad (96)$$

Então

$$r_k = \frac{15 h^3 \rho_s c_t^3}{16 \pi^5 k_B^4 \rho c_{\perp} F(c_{\ell}/c_t) T^3} = a(S)/T^3 \quad (97)$$

A Eq. 96 mostra que o módulo do fluxo de calor independe da direção o que torna a resistência de Kapitza reversível.

A resistência de Kapitza não é propriedade só do He<sup>4</sup>. Em 1957 Challis e Wilks (43) verificaram que, na vizinhança da superfície de separação entre o cobre e o He<sup>3</sup> líquido, num intervalo de temperatura 1,3 a 3,09K, havia uma diferença de temperatura caracterizada por uma resistência de superfície da mesma natureza que a resistência entre o cobre e o He<sup>4</sup>.

Uma extensão da teoria de Khalatnikov para o He<sup>3</sup> foi apresentada por Bekarevich e Khalatnikov (44) e os resultados pouco diferem dos apresentados para o He<sup>4</sup>, inclusive a dependência na temperatura é T<sup>-3</sup>.

O termo resistência de Kapitza é, hoje, mais genérico: designa a resistência de superfície entre dois materiais quaisquer a baixas temperaturas.

Um resumo dos trabalhos experimentais e teóricos mais importantes sobre resistência de Kapitza, apresentados até 1969, encontra-se no trabalho de Gerald. L. Pollack (45).

A eficiência dos trocadores de calor nos refrigeradores de diluição, a baixas temperaturas, é ditada pela resistência de Kapitza. O He<sup>3</sup> da fase concentrada é resfriado pelo He<sup>3</sup> da fase diluída através do material do trocador de calor. Devido a resistência de Kapitza a temperatura T<sub>i</sub> no final do trocador de calor pode ser muito maior do que a temperatura T da câmara de misturas. A tro-

ca de calor entre as duas fases é dificultada por duas resistências de Kapitza em série: uma associada a superfície de separação do  $He^3$  da fase concentrada e o material do trocador de calor e outra entre este e a fase diluída.

De acordo com a experiência e a teoria de Khalatnikov, o fluxo de energia entre a fase concentrada, a uma temperatura  $T_c$ , e o sólido a uma temperatura  $T$ , e entre este e a fase diluída, a uma temperatura  $T_d$ , tal que  $T_d < T < T_c$  e  $(T_c - T_d) \ll T_c, T, T_d$ , são dados por

$$\dot{Q}_c = S_c \dot{q}_c = (S_c / r_{K,c}) (T_c - T) \text{ ou } (T_c - T) = \frac{a_c(S)}{S_c T^3} \dot{Q}_c \quad (98)$$

$$\dot{Q}_d = S_d \dot{q}_d = (S_d / r_{K,d}) (T - T_d) \text{ ou } (T - T_d) = \frac{a_d(S) \dot{Q}_d}{S_d T^3} \quad (99)$$

Pela conservação de energia,  $\dot{Q}_c = \dot{Q}_d = \dot{Q}$ . So -  
nando membro a membro as Eqs. 98 e 99,

$$(T_c - T_d) = \left\{ \frac{a_c(S)}{S_c T^3} + \frac{a_d(S)}{S_d T^3} \right\} \dot{Q} = (R_{K,c} + R_{K,d}) \dot{Q} \quad (100)$$

Definindo  $R_{K,cd} = R_{K,c} + R_{K,d}$ , obtêm-se

$$(T_c - T_d) = R_{K,cd} \dot{Q} \quad (101)$$

A Eq. 100 mostra que, fixado o material do trocador de calor, a eficiência pode ser melhorada aumentando a superfície de separação.

Os trocadores de calor mais simples são do tipo Linde, dois tubos concêntricos. Esses trocadores não são eficientes a temperaturas muito baixas porque as superfícies  $S_c$  e  $S_d$  não podem ser reduzidas arbitrariamente. Existem diâmetros mínimos ditados pela impedância de fluxo.

Uma análise detalhada das características desses trocadores de calor foi feita por Wheatley e outros (46).

Trocadores de calor de pó sinterizado de cobre são mais eficientes porque a relação volume sobre área ( $V/S$ ) pode ser bastante reduzida. Como exemplos desses trocadores podem citar-se os de Wheatley e outros (47), Roubeau e outros (43), Enholm e outros (49) e Megarov (51).

Trocadores de calor mais eficientes foram construídos em 1972 por Del Castilho e outros (19). Usando fi

nas folhas de "nylon", da ordem de  $7 \mu$  de espessura, conseguiram reduzir a resistência de Kapitza não só aumentando a superfície de contato como por tunelamento de fônons.

### 7.2.3. FONTES EXTERNAS DE CALOR (PERDAS TÉRMICAS).

A quantidade de calor que entra na parte central do refrigerador por perdas térmicas se não for bastante minimizada pode dificultar não só o abaixamento de temperatura do evaporador como da câmara de misturas.

As principais fontes de calor são:

- (1) por condução através do tubo de bombeamento no caso do evaporador devido a diferença de temperatura; através do suporte da câmara de misturas devido a diferença de temperatura entre o evaporador e a câmara de misturas;
- (2) por condução através do gás residual na região de isolamento do refrigerador;
- (3) por radiação através dos tubos de bombeamento e devido a diferença de temperatura entre o reservatório térmico (1 a 1,29K) e a temperatura do refrigerador;
- (4) por condução através dos fios de ligação elétrica;
- (5) aquecimento devido a vibrações;

Seja  $\dot{Q}_{\text{ext}}$  a quantidade total de calor que chega na câmara de misturas. Se a única variável que determina o abaixamento de temperatura é  $\dot{Q}_{\text{ext}}$ , a diluição é reversível e a refrigeração é igual a potência de refrigeração,

$$\dot{Q}_R = \dot{n}_3 82 T^2 - \dot{Q}_{\text{ext}} \quad (102)$$

A temperatura mínima da câmara de misturas é obtida fazendo a refrigeração igual a zero,

$$T_{\text{cm}} = \sqrt{\dot{Q}_{\text{ext}} / 82 \dot{n}_3} \quad (103)$$

Abaixo de 100m9K, quando a potência de refrigeração diminui rapidamente, as perdas térmicas são significativas. Seja, por exemplo,  $\dot{Q}_{\text{ext}} = 10^{-7} \text{W}$  (1erg/sec) e  $\dot{n}_3 = 10 \mu \text{mol/sec}$ . Então  $T_{\text{cm}} = 10 \text{m9K}$ .

#### 7.2.4. CIRCULAÇÃO DE $\text{He}^4$ .

Dependendo da porcentagem de  $\text{He}^4$  circulante, o abaixamento de temperatura da câmara de misturas pode ser dificultado por duas razões:

(1) nos trocadores de calor o  $\text{He}^3$  e o  $\text{He}^4$  separam-se em fases. Como a diluição se dá a custa de calor, a separação em fases se dá com liberação de calor. O resultado efetivo da separação em fases pode ser encarado como uma redução da eficiência dos trocadores de calor porque a quantidade de calor a ser trocada entre os dois fluxos é aumentada;

(2) a fase diluída proveniente da separação em fases nos trocadores de calor ao chegar na câmara de misturas passa através da superfície de separação das fases sem contribuir com potência de refrigeração, aliás, deve ser resfriada de  $T_i$  até  $T$ , fornecendo calor.

Duas variáveis praticamente independentes contribuem na destilação ineficiente de  $\text{He}^3$  no evaporador:

1. a temperatura do evaporador;
2. o filme superfluido.

A temperatura de operação do evaporador é ditada pela concentração de  $\text{He}^3$  no vapor e pela pressão de vapor. A concentração de  $\text{He}^3$  em função da temperatura, na fase de vapor, é dada na Fig.12. Para temperaturas abaixo de 0,59K a concentração de  $\text{He}^3$  é praticamente 100%. A pressão de vapor decresce rapidamente com a temperatura, Fig.13. Se o evaporador opera a temperaturas muito baixas o gradiente de pressão entre este e o sistema de bombeamento permite uma circulação total muito pequena. A experiência mostra que essas duas variáveis permitem a máxima circulação de  $\text{He}^3$  se a temperatura do evaporador é da ordem de 0,69K.

Se a quantidade de calor que entra no evaporador não for suficientemente controlada, pode tornar-se difícil o abaixamento de temperatura do evaporador até 0,69K. O calor latente de vaporização no evaporador a 0,69K é da ordem de 0,23J/mol, como mostra a Fig.14. Para uma circulação normal, da ordem de 10mol/sec, a quantidade máxima permitida é de 0,23 mJ. Se o isolamento térmico for muito

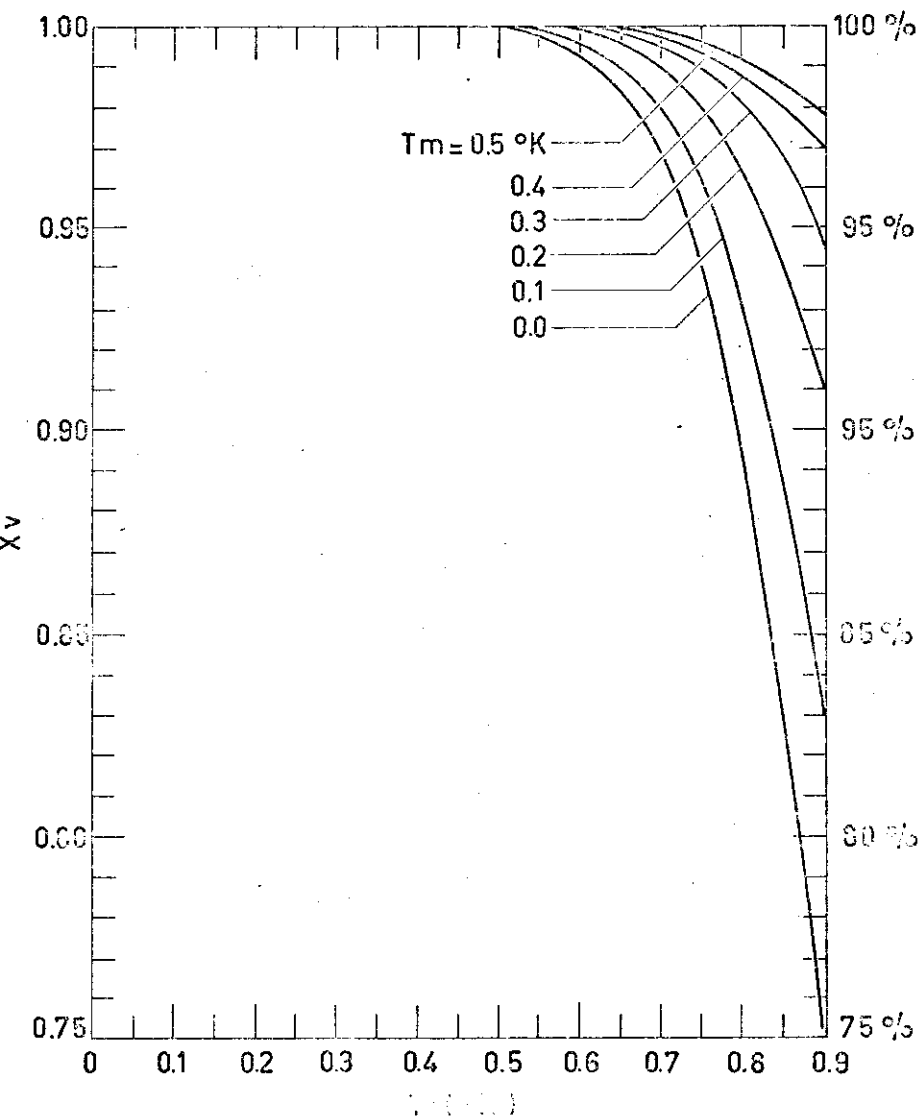


Fig. 12. Concentração de  $\text{He}^3$  no vapor do evaporado em função da temperatura, para diversas temperaturas da câmara de mistura [36]

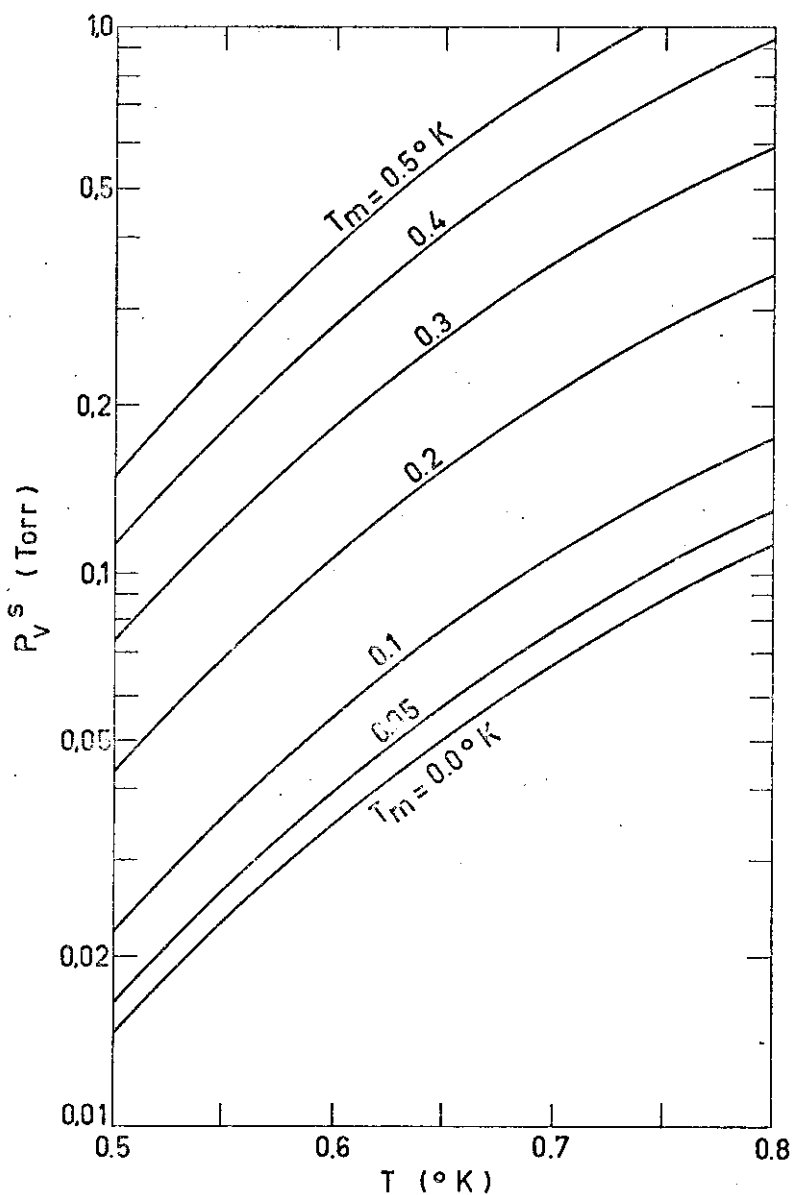


Fig.13 - Pressão de vapor no evaporador em função da temperatura, para diversas temperaturas da câmara de mistura [36]

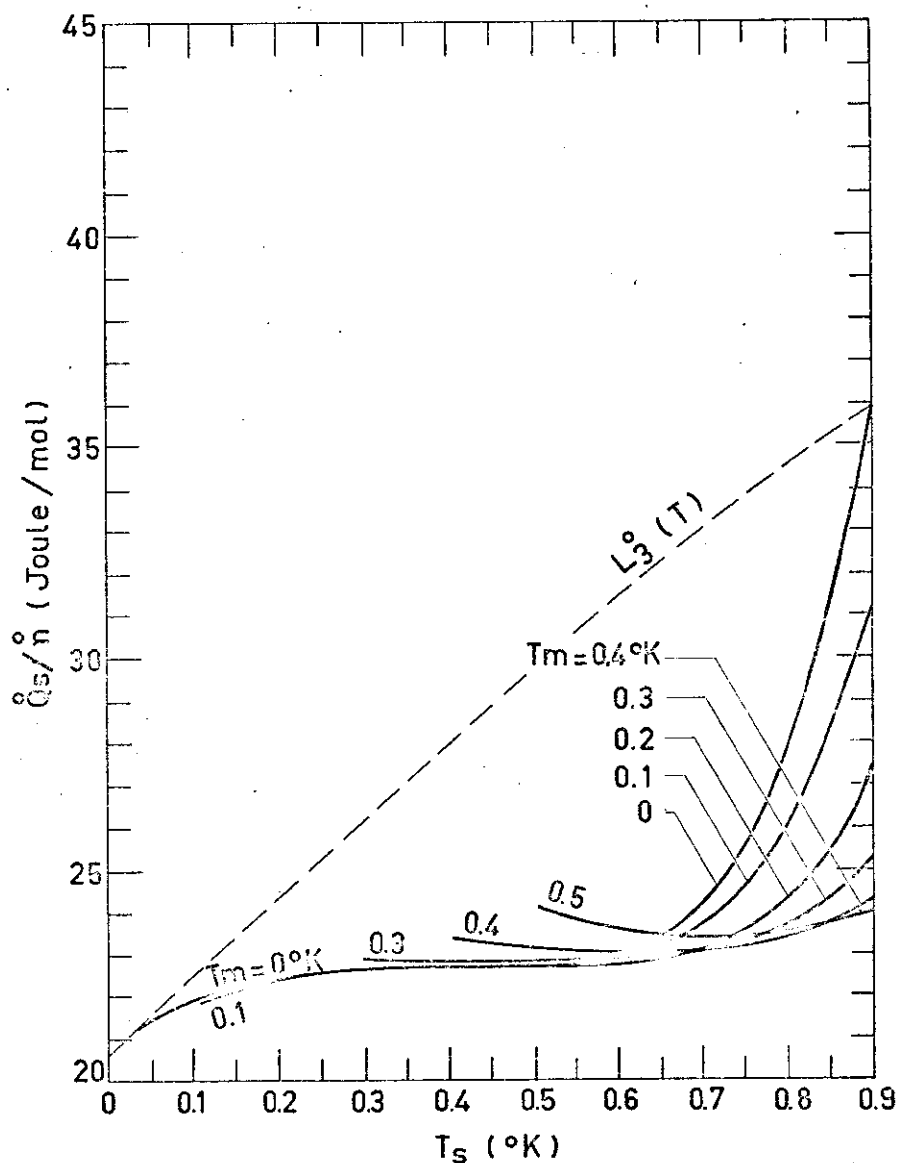


Fig.14-Calor latente de vaporização do líquido no evaporador em função da temperatura, para diversas temperatura da composição da mistura.

bom, a temperatura ideal pode ser controlado introduzindo uma potência no evaporador.

O filme superfluido originando-se da superfície do líquido no evaporador, sobe pelas paredes dos tubos de bombeamento evaporando-se nas partes mais quentes aumentando a circulação de He<sup>4</sup>. Para reduzi-lo diversos artifícios são usados. Um dos mais simples é fazer uma constricção na linha de bombeamento - com o menor diâmetro possível, compatível com a impedância de fluxo - na região de baixas temperatura (antes que o filme tenha evaporado). De acordo com Giaever (51), o diâmetro ideal é da ordem de 1mm. Arranjos mais eficientes foram feitos - por Wheatley e outros (46) e por Frossatti (52). Este último conseguindo uma circulação de 99% de He<sup>3</sup>.

#### 7.2.5. AQUECIMENTO VISCOSO.

O aquecimento viscoso é praticamente impossível de ser eliminado e a temperaturas abaixo de 20m°K é significativo.

Quando um fluxo em regime laminar flui através de um tubo há dissipação de calor devido as forças viscosas que resulta num aquecimento se a parede externa for isolada termicamente.

Seja um tubo de seção transversal constante de área S e diâmetro interno D; dp a diferença de pressão num comprimento elementar dx; v<sub>m</sub> o volume molar em cm<sup>3</sup> / mol; v a vazão em cm<sup>3</sup>/seg; n a vazão em mol/seg e η o coeficiente de viscosidade. De acordo com Poiseuille (41),

$$dp = (128/D^4) \eta \dot{V} dx \text{ ou } (D_T P) \cdot (D_X T) = (128/D^4) \eta v_m \dot{n} \quad (104)$$

O trabalho realizado para deslocar um elemento de volume elementar do fluido, dV = Sdx, é igual ao trabalho realizado pelas forças viscosas, a menos de sinal,

$$dW = F_v dx = (dV) dp = (v_m dn) dp \quad (105)$$

Como o tubo é suposto termicamente isolado,

$$dW = dQ = (dn) c_v(T) dT \quad (106)$$

Das Eqs. 104 - 106 obtêm-se,

$$(D_X T) = (128 \eta v_m^2 / D^4 c_v) \dot{n} \quad (107)$$

Usando as expressões do coeficiente de visco-



sidade e volume molar de soluções diluídas de  $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$  e  $\text{He}^3$  apresentadas por Wicatley e outros (47) e as expressões do calor específico calculadas por Radebaugh (36), o gradiente de temperatura num tubo que contém  $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$  ou  $\text{He}^3$  puro provocado pelo aquecimento viscoso é dado por

$$(D_x T_c) = \frac{56D^{-4}}{10^8 \cdot \text{cm}^3} \cdot \frac{\dot{n}_3}{10 \mu\text{mol/seg}} \cdot \left(\frac{20\text{m}^{\circ}\text{K}}{T}\right)^3 \quad (108)$$

$$(D_x T_d) = \frac{435D^{-4}}{10^8 \cdot \text{cm}^3} \cdot \frac{\dot{n}_3}{10 \mu\text{mol/seg}} \cdot \left(\frac{20\text{m}^{\circ}\text{K}}{T}\right)^3 \quad (109)$$

Para uma circulação  $\dot{n}_3 = 10 \mu\text{mol/seg}$  e diâmetros de 1 mm e 0,5mm, os gradientes de temperaturas são, respectivamente

$$(D_x T_c) = 96/T^3 \text{ (}^{\circ}\text{K/cm)} \text{ e } (D_x T_d) = 800/T^3 \text{ (}^{\circ}\text{K/cm)} \quad (110)$$

$$(D_x T_c) = 1600/T^3 \text{ (}^{\circ}\text{K/cm)} \text{ e } (D_x T_d) = 12800/T^3 \text{ (}^{\circ}\text{K/cm)} \quad (111)$$

O dimensionamento de um trocador de calor é muito difícil porque diversas variáveis estão envolvidas simultaneamente:

- (1) aquecimento viscoso;
- (2) resistência de Kapitza
- (3) circulação de  $\dot{n}_3$ ;
- (4) diferença de pressão osmótica entre a câmara de misturas e o evaporador.

Se a impedância é grande (pequenos diâmetros) a resistência de Kapitza é reduzida; mas o aquecimento viscoso pode ser grande, a circulação de  $\text{He}^3$  pequena e a diferença de pressão osmótica entre a câmara de misturas e o evaporador muito grande. Se a diferença de pressão osmótica é grande a diferença de potencial químico  $u_4$  é grande, de acordo com a Eq. 73, e o superfluido acelerará, conforme Eq.3, provocando instabilidade.

#### 7.2.6. CONCLUSÃO.

Na prática todas as variáveis discutidas influem simultaneamente no abaixamento de temperatura da câmara de misturas. O aquecimento viscoso, a resistência de Kapitza e o calor liberado na separação de fase devido a circulação de  $\text{He}^4$  reduzem a eficiência dos trocadores de

calor, provocando uma diferença de temperatura entre  $T$  e  $T_1$ .

A quantidade de calor que entra na câmara de misturas é devida às fontes externas mais a quantidade cedida pela fase diluída previamente separada nos trocadores de calor ao ser resfriada de  $T_1$  até  $T$ .

## 8. CONSTRUÇÃO E OPERAÇÃO DE UM REFRIGERADOR SIMPLES DE DILUIÇÃO.

### 8.1. DESCRIÇÃO DA CONSTRUÇÃO. (Fig.15)

#### 8.1.1. CONDENSADOR.

O  $\text{He}^3$  circulante deve ser resfriado e liquefeito à temperatura do reservatório térmico antes de entrar na parte central do refrigerador. Uma serpentina de cobre é enrolada o mais próximo possível da flange para que o nível do  $\text{He}^4$  do reservatório não seja crítico. De acordo com cálculos de troca de calor (53) o comprimento da serpentina é 150 cm e o diâmetro interno 1 mm.

Para garantir que somente  $\text{He}^3$  líquido - e não gasoso - entra na parte central a uma pressão quase nula, uma impedância de fluxo é colocada na saída da serpentina. A pressão na entrada da impedância determinada pela temperatura do reservatório térmico, é da ordem de 50 Torr. A pressão de saída é praticamente zero.

A um gradiente de pressão de 180 Torr de nitrogênio e temperatura normal a vazão através da impedância é de  $3,6 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3/\text{seg}$  de  $\text{N}_2$  (SPT) ou 0,1  $\mu\text{mol}/\text{seg}$ . Na construção toma-se um comprimento arbitrário  $L_0$  (da ordem de 10 cm) de um cano de aço inoxidável de diâmetro interno 0,36 mm e introduz-se no seu interior um fio inoxidável de diâmetro o mais próximo possível de 0,36 mm de maneira que entra bastante justo. Mede-se a vazão de nitrogênio a um gradiente de 180 Torr. Sejam

$\dot{n}_{\text{N}_2}$  = a vazão de nitrogênio medida em  $\mu\text{mol}/\text{seg}$ .

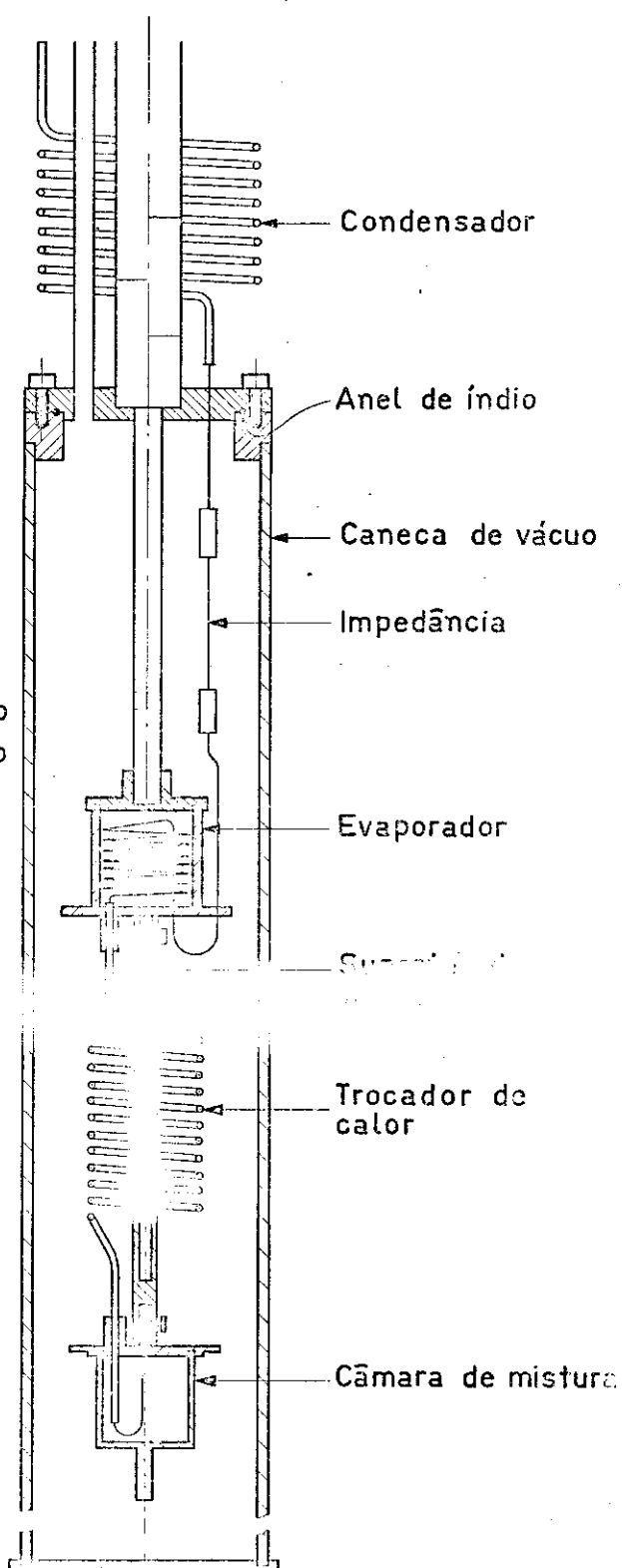
$\dot{n}_{\text{N}_2, x}$  = a vazão desejada.

$L_x$  = o comprimento a determinar

$$L_x = (\dot{n}_{\text{N}_2} / \dot{n}_{\text{N}_2, x}) L_0 \quad (112)$$

Corta-se o comprimento determinado  $L_x$  e introduz-se a impedância no circuito soldando suas extremidades em duas buchas. A soldagem deve ser feita sob pressão de nitrogênio para que nem o fluxo e nem a solda venham entupir a impedância. A solda utilizada, solda brando, da Ruetec, Eutecrod 157, tração 19 kg/cm<sup>2</sup>, temperatura de fusão

Fig: 15 - Parte central do refrigerador de diluição de  $\text{He}^3\text{-He}^4$



ção 230°C, teor 90% de Zn, cerca de 4% de Al e 6% de Cu, po-  
de ser retirada facilmente no caso de entupimento.

### 3.1.2. TROCADORES DE CALOR.

O fluxo de  $\text{He}^3$  que sai da impedância deve ser resfriado de 1 a 1,29K à temperatura do evaporador, da ordem de 0,69K. Um trocador de calor representado pela serpentina no interior do evaporador permite resfriar o  $\text{He}^3$ . Nessa região de temperatura a resistência de Kapitza é pequena e a troca de calor é ditada pela condutividade térmica normal. Usando cálculos clássicos (53), o comprimento usado é de 60 cm de cano de aço inoxidável de 0,36 mm de diâmetro interno e 0,10 mm de parede.

O trocador de calor entre o evaporador e a câmara de misturas é do tipo Linde, dois canos concêntricos. O cano interno é a continuação do trocador de calor no evaporador e vai até a fase menos densa da câmara de misturas. O cano externo começa na fase mais densa e termina no fundo do evaporador. O diâmetro interno do cano externo é de 0,02 mm.

Admitindo que a única variável que limita o abaixamento de temperatura é a resistência de Kapitza, a temperatura na fase concentrada ao longo do trocador de calor, a partir da extremidade inferior ( $z = 0$ ), pode ser calculada em função da temperatura mínima da câmara de misturas, do comprimento do trocador de calor e da circulação  $\dot{n}_3$ .

Se a troca de calor entre as duas fases é ditada pela resistência de Kapitza a quantidade de calor trocada num comprimento infinitesimal ( $ds = Hdz$ ) é dada, de acordo com Eq. 37, por

$$dQ = b(s) (T_c^4 - T_d^4) ds = Hdb(s) (T_c^4 - T_d^4) dz \quad (113)$$

Por outro lado

$$dQ = \dot{n}_3 C_c (T_c) dT_c \quad (114)$$

$$dQ = \dot{n}_3 C_d (T_d) dT_d \quad (115)$$

De acordo com Fiedebaugh (35),

$$C_c(T_c) = 25T_c, \quad T_c < 0.29K \quad (116)$$

$$C_a(T_a) = 107T_a, \quad T_a < 0.29K \quad (117)$$

Substituindo-se as Eqs. 116-117 nas Eqs. 114-115 e integrando nos intervalos de temperatura  $(0, T_c)$  e  $(0, T_d)$ , obtêm-se

$$T_d^2 = (25/107)T_c^2 \quad (118)$$

Igualando os segundos membros das Eqs. 113-114 e substituindo-se a expressão do calor específico  $C_c(T_c)$ , obtêm-se

$$107b(z)(T_c^4 - T_d^4)dz = \dot{H}_3 25T_c^2 dz \quad (119)$$

Substituindo-se a Eq. 113 na Eq. 119 e integrando membro a membro e usando a condição de que  $T_c(0) = 3T_{cm}$  conforme Eq. 83, obtêm-se

$$T_c(z) = 3T_{cm} / \sqrt{1 - z/l} \quad (120)$$

onde

$$l = \frac{\dot{H}_3}{3C_c(0)T_{cm}^2} \quad (121)$$

Com as dimensões do cano usado,

$$2(T_{cm}, \dot{H}_3) = (7.10^2 \text{ cm}) \cdot (\dot{H}_3 / 10 \text{ mol/seg}) \cdot (10.9K/T_{cm})^2 \quad (122)$$

A constante  $b(z)$  é da ordem de  $4.10^3 \text{ erg/cm}^2 \text{ segK}^4$  de acordo com dados de Wentley e outros (46).

A temperatura mínima da câmara de mistura é dada pela expressão (122). De acordo com a expressão acima, é mostrada na fig. 16.

Para a diluição foi utilizada a troca de calor de calor é realizado fornecendo uma serpentina de 2,5 cm de diâmetro e 100 cm de comprimento.

A superfície superior da câmara de mistura, com uma precaução a posição da superfície de separação das fases não é crítica.

### 3.1.3. CÂMARA DE DILUIÇÃO

A câmara de misturas é um recipiente de latão, onde se processa a diluição. Seu volume, não crítico, é de  $3,176 \text{ cm}^3$ . Todavia não deve ser muito pequeno para evitar instabilidade nem muito grande porque necessita muito  $\text{He}^3$ . Na parte inferior externa existe um suporte para amostras e nos lados da tampa superior vários furos para ancorar técnica de fios de ligação elétrica e termômetros de resis

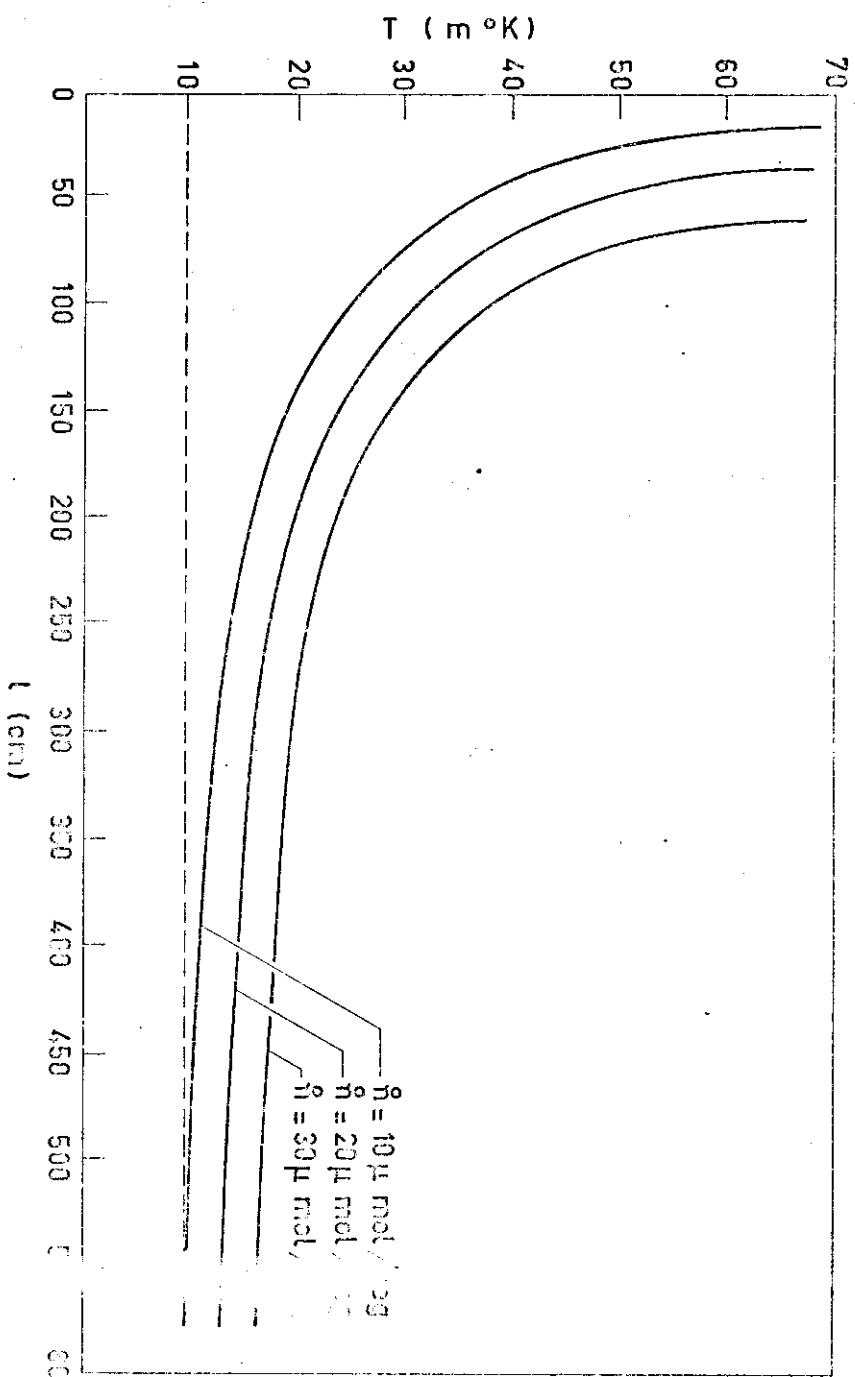


Fig. 16 - Comprimento do freador de calor em funç. da temperatura da câmara de mistura, para diversas concentrações.

tância de carbono.

#### 8.1.4. EVAPORADOR.

O evaporador é um recipiente destinado a destilar o  $\text{He}^3$  do  $\text{He}^4$ . Seu volume, também não crítico, é de  $4,60 \text{ cm}^3$  e o material é latão. Desde que se deseja diminuir a circulação de  $\text{He}^4$ , um orifício de  $0,7 \text{ mm}$  de diâmetro permite a destilação de  $\text{He}^3$  com redução do filme superfluido.

#### 8.1.5. SUPORTE DA CÂMARA DE MISTURAS.

A câmara de misturas é suportada mecanicamente no evaporador através de um cano de "nylon" de  $8 \text{ cm}$  de comprimento,  $5 \text{ mm}$  de diâmetro externo e  $1,5 \text{ mm}$  de parede. A escolha do "nylon" é baseada em dados de calor específico de Anderson e outros (55). Além de apresentar baixa condutividade térmica não é quebradiço como o grafite.

#### 8.1.6. CIRCUITO EXTERNO.

A Fig. 17 é um esquema completo do refrigerador de diluição. A capacidade de bombeamento é caracterizada pelas bombas mais a impedância entre o orifício do evaporador e a bomba de difusão. Duas bombas, uma mecânica, Mod. BD-200,  $60 \text{ l/min}$ , e uma de difusão, Mod. B-04,  $60 \text{ l/min}$ , ambas da Edwards, permitem o bombeamento do He e sua compressão a  $50 \text{ Torr}$  se o sistema está em operação e  $760 \text{ Torr}$  para armazenamento da mistura. Em regime molecular e a uma temperatura de  $0,69 \text{ K}$  no evaporador, a capacidade de bombeamento calculada é de  $40 \text{ pmol/seg}$ . Na realidade o fluxo é transicional e os cálculos são mais difíceis e a circulação certamente será menor do que  $40 \text{ pmol/seg}$ .

A mistura de He deve chegar na impedância isenta de óleo e impurezas sólidas. Para isso diversos filtros foram introduzidos no circuito. O filtro  $F_1$ , de cerâmica, retém o óleo na saída da bomba mecânica. O  $F_2$ , de carvão ativado a  $77 \text{ K}$ , retém, por condensação, a maioria das impurezas. O  $F_3$ , de vidro poroso, retém qualquer sujeira que possa escapar do filtro  $F_2$ .



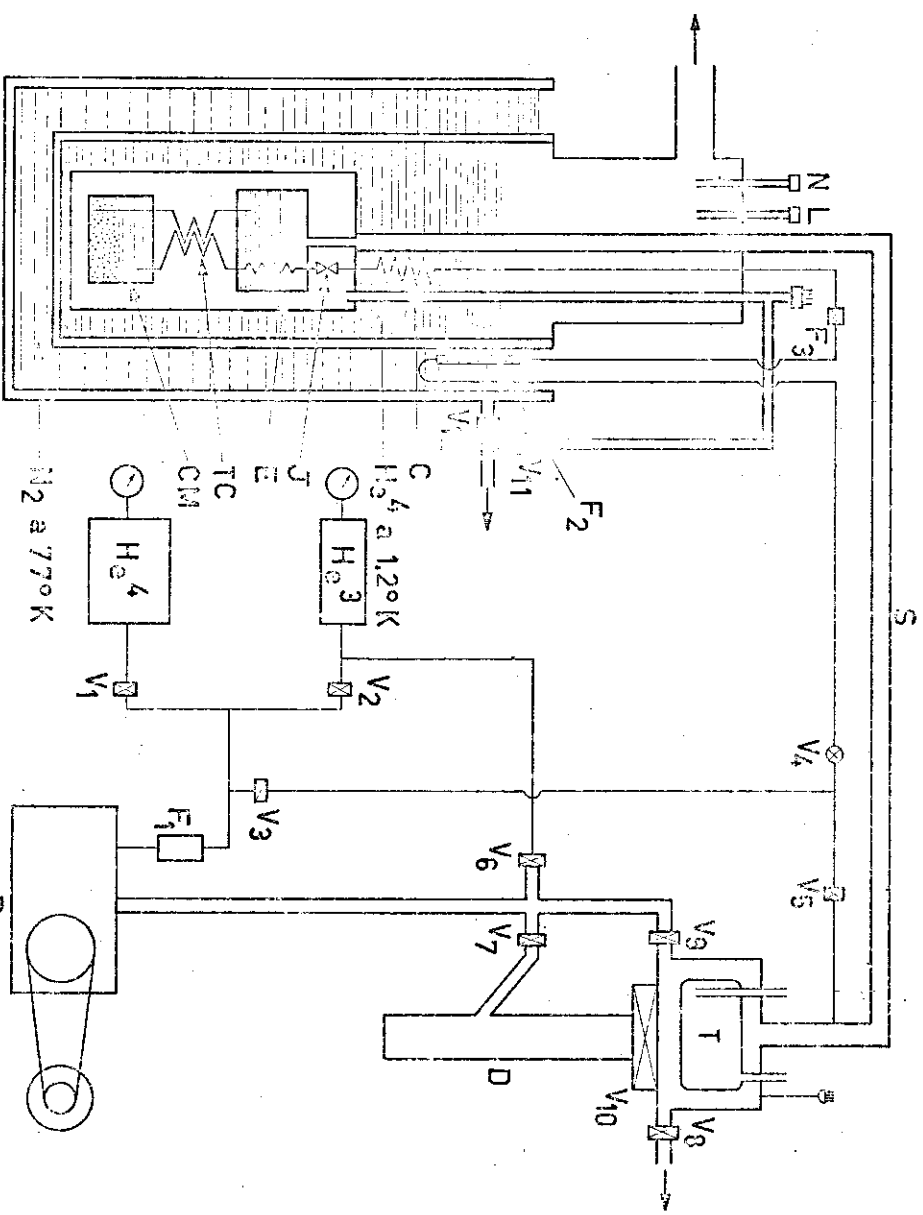


Fig.17. Esquema do refrigerador de diluição de  $\text{H}_2$ - $\text{He}^3$

### 3.1.7. RESERVATÓRIO TÉRMICO DE He<sup>4</sup>.

Para o reservatório térmico de He<sup>4</sup> foi usado um Dewar da Janis, Mod. 8-DT. A temperatura pode ser mantida constante a 19K durante 8 horas. Para o bombeamento foram usadas uma bomba mecânica, Mod.ES-2000, 120 m<sup>3</sup>/h, e uma Roots, Mod.ER-600, 2040 m<sup>3</sup>/h a 0,5 Torr.

### 3.1.8. MEDIDA DE TEMPERATURA.

Para medidas de temperaturas do evaporador foi usado um termômetro de resistência de carbono, Allen-Bradley resistência nominal de 200 Ohms, 1/2 W, calibrado no refrigerador de He<sup>3</sup> disponível no laboratório. Para medidas de temperatura da câmara de misturas, foi usado um termômetro também de resistência de carbono, Speer D3, calibrado até 10m9K pelo grupo de baixas temperaturas da Universidade de Grenoble, França.

### 3.1.9. CONSIDERAÇÕES GERAIS.

Na soldagem foi usada solda branca, da Eutetic Eutechod 157, tração 10kg/mm<sup>2</sup>, temperatura de ligação 2309C onde os esforços são poucos e haja possibilidade de desmontagem. Nas regiões de maiores esforços e nas regiões de temperaturas mais baixas, como na câmara de misturas, foi usada solda prata, da Eutetic, EutecSil 1801, tração 50Kg/mm<sup>2</sup>, temperatura de ligação 5509C, composição prata-cobre-zinco-cádmio-estanho.

Para minimizar as perdas térmicas ( $\dot{Q}_{ext}$ ) as vibrações foram reduzidas; a radiação proveniente dos tubos de bombeamentos ancorada por blindagens de cobre; o calor conduzido pelos fios elétricos minimizado ancorando-os a 1,29K e na região interna à caneca foram usados fios de manganin com uma baixa condutividade térmica.

O material da câmara de misturas deveria ser cobre. Como o cobre eletrolítico nacional é muito poroso não conseguiu reter o He<sup>4</sup> superfluido. Para substituí-lo foi usado latão. Na análise dos resultados verificou-se que o latão, até a temperatura mínima conseguida 100m9K ,

não apresenta inconvenientes.

## 8.2. OPERAÇÃO.

### 8.2.1. TESTES PRELIMINARES.

Antes da operação do refrigerador deve ser feito um teste geral do conjunto afim de detectar possíveis vazamentos.

Coloca-se óleo nas bombas mecânica e difusora. Com as bombas funcionando, acopla-se um sistema de vácuo na saída da válvula  $V_3$ , Fig.17 e abre-se todas as válvulas do sistema. Após dois ou três dias, quando o óleo e o conjunto estiverem degaseificados, fecha-se a válvula  $V_3$ , retira o sistema de vácuo e acopla o detetor de vazamentos. Testa-se todo o conjunto a temperatura ambiente. Se não houver vazamentos, acopla-se o sistema de vácuo na saída das válvulas  $V_{11}$  e  $V_{12}$ , com as mesmas abertas. Coloca-se nitrogênio líquido no Dewar, e no dia seguinte transfere-se  $\text{He}^4$  e reduz sua pressão de vapor até a temperatura atingir 19K. Se o detetor de vazamentos nada acusar então a linha de bombeamento não tem vazamentos de  $\text{He}^4$  superfluido. Fecha-se a válvula  $V_3$  e acopla o detetor de vazamentos na saída da válvula  $V_{11}$  e  $V_{12}$ . Com a válvula  $V_{12}$  fechada testa-se a linha de fazer vácuo de isolamento do refrigerador e o reservatório térmico, a 19K. Com a válvula  $V_{11}$  fechada e a  $V_{12}$  aberta testa-se o vácuo de isolamento do reservatório térmico. Falta testar a parte central do refrigerador a 19K. Basta colocar  $\text{He}^4$  gasoso a uma pressão de 200  $\mu\text{Torr}$  e temperatura normal, na região de isolamento do refrigerador. Com o reservatório térmico a 19K e o detetor de vazamento acoplado na saída da válvula  $V_3$  possíveis vazamentos de  $\text{He}^4$  superfluido no refrigerador poderão ser detetados porque o gás a 200  $\mu\text{Torr}$  estabelece contato térmico entre o reservatório e o refrigerador. Se não houver vazamentos o conjunto está apto a entrar em operação.

### 8.2.2. CARGA DE $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$ .

Antes de colocar  $\text{He}^3$  e  $\text{He}^4$  nos respectivos reservatórios é necessário saber, previamente, a quantidade de mistura a ser usada e a razão  $n_{\text{He}^3}/n_{\text{He}^4}$ . Para um  $\text{Cél}$

culo aproximado, em operação, a câmara de misturas, os trocadores de calor e metade do evaporador permanecem cheios de He líquido. O trocador de calor no evaporador, o cano interno do trocador de calor de Linde e metade da câmara de misturas permanecem cheios de He<sup>3</sup> e a metade da câmara de misturas, o cano externo do trocador de calor de Linde e metade do evaporador cheios de He<sup>4</sup>. A região de baixa pressão, entre a superfície do He no evaporador e a bomba de difusão contém muito pouco He e pode ser esquecida nos cálculos. A região de alta pressão, da saída da bomba mecânica até a impedância, incluindo os reservatórios de He<sup>3</sup> e He<sup>4</sup>, pode ser considerada contendo somente He<sup>3</sup> a 60 Torr.

A 600 cm<sup>3</sup> de He<sup>3</sup> gasoso (CNTF) corresponde a 1 cm<sup>3</sup> líquido e 800 cm<sup>3</sup> de He<sup>4</sup> gasoso (CNTF) corresponde a 1 cm<sup>3</sup> líquido.

Inicialmente foram colocados 1,5 de He<sup>3</sup> (CNTF) e 3,5 de He<sup>4</sup> (CNTF), nos respectivos reservatórios.

### 8.2.3. OPERAÇÃO PRELIMINAR RITA.

(1). Após colocar He<sup>3</sup> e He<sup>4</sup> nos respectivos reservatórios, selam-se as válvulas V<sub>1</sub>, V<sub>2</sub>, V<sub>3</sub>, V<sub>6</sub>, V<sub>9</sub> e V<sub>10</sub>.

(2). Com as válvulas V<sub>4</sub> e V<sub>5</sub> abertas faz-se uma limpeza no conjunto completo de circulação de alto vácuo na saída da válvula V<sub>8</sub>.

(3). Com a válvula V<sub>12</sub> fechada faz-se alto vácuo na região de isolamento do refrigerador através da válvula V<sub>11</sub> e admite-se, nessa região, He<sup>4</sup> gasoso a 200 µTorr e pressão normal (seria preferível He<sup>3</sup>).

(4). Fecha-se a válvula V<sub>11</sub> selando o He<sup>4</sup> a 200 µTorr.

(5). Faz-se alto-vácuo nas regiões de isolamento do nitrogênio líquido e do reservatório térmico de He<sup>4</sup> através da válvula V<sub>12</sub>.

(6). Faz-se vácuo de limpeza no interior do Dewar, onde será colocado He<sup>4</sup> do reservatório térmico.

(7). Admite-se nitrogênio líquido no Dewar e espera-se durante uma noite para um pré-resfriamento do conjunto.

- (8). Transfere-se  $\text{He}^4$  líquido no Dewar.
- (9). Selam-se as válvulas  $V_3$  e  $V_{12}$ .
- (10). Quando o refrigerador estiver a 4,29K retira-se o  $\text{He}^4$  (gás de troca) da região de isolamento do refrigerador através da válvula  $V_{11}$ .
- (11). Fecha-se a válvula  $V_{11}$ , retira-se o sistema de alto-vácuo e acopla-se detetor de vazamentos para controlar o vácuo de isolamento do refrigerador.
- (12). Reduz-se a pressão de vapor do  $\text{He}^4$  do reservatório térmico até a temperatura atingir 19K.
- (13). Fecha-se a válvula  $V_5$ .
- (14). Abrem-se as válvulas  $V_3$ ,  $V_4$  (nesse estágio deve estar aberta) e  $V_9$ .
- (15). Introduz-se a mistura de  $\text{He}^3$ - $\text{He}^4$  abrindo-se as válvulas  $V_1$  e  $V_2$  (a mistura deve ser introduzida aos poucos afim de se controlar a quantidade e as proporções).
- (16). Espera-se a liquefação da mistura e a redução da pressão de vapor na região de baixas pressões do circuito atingir 200  $\mu\text{orr}$ .
- (17). Fecha-se a válvula  $V_9$  e abrem-se a  $V_{10}$  e  $V_7$ .
- (18). Coloca-se nitrocloro no "trap" da bomba de difusão.

#### 8.2.4. RESULTADOS.

A temperatura de ebulição das misturas em função do tempo de resfriamento é dada na Fig. 18. A temperatura mínima, de 100 mOK, é atingida após 70 min desde o início da liquefação.

A temperatura de operação do evaporador é de 0,79K sem potência externa adicional.

A razão  $n_{\text{He}^3}/n_{\text{He}^4}$  é de  $1/4$  e o volume total de gás é de 100 cm<sup>3</sup>.

As misturas permanecem a 100 mOK por 10 horas de operação. Para transferir o  $\text{He}^4$  do reservatório térmico, após 6 horas de operação, fecha-se a válvula  $V_4$  e faz-se nova transferência. Reduz-se novamente a temperatura do reservatório térmico a 10K e abre-se a válvula  $V_4$  e o refrigerador continuará em operação contínua.

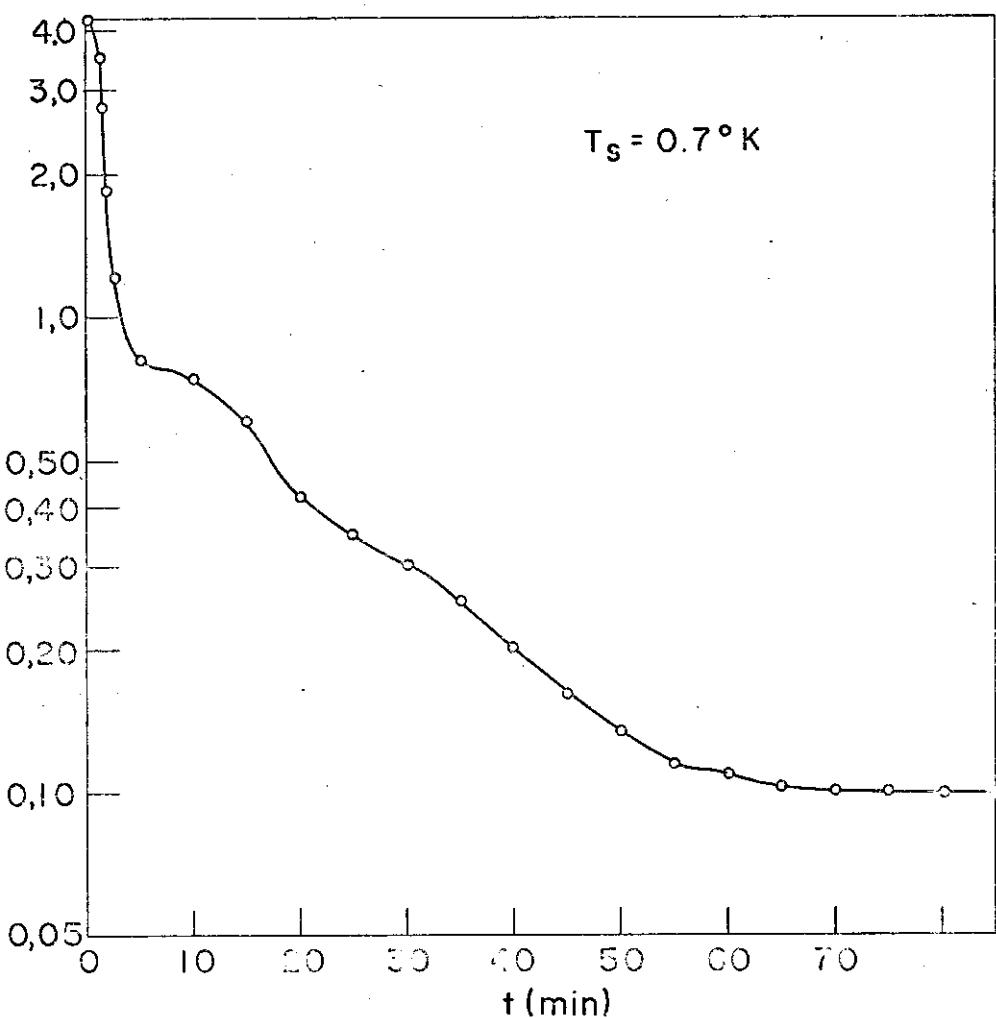


Fig:18- Temperatura da câmara de mistura em função do tempo durante a refrigeração.

A potência de refrigeração colocada na câmara de mistura, passando corrente elétrica num fio de ranga nin enrolado na superfície lateral da câmara de mistura(9), igual a refrigeração, é dada na Fig. 19.

### 8.2.5. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.

De acordo com as características do trocador de calor a temperatura mínima da câmara de misturas de veria ser em torno de 50m°K, se a única variável que limitasse o abaixamento de temperatura fosse a resistência de Kapitza.

De acordo com as discussões apresentadas , são as seguintes as variáveis que limitam o abaixamento de temperatura:

- (1) resistência de Kapitza;
- (2) circulação de He<sup>4</sup>;
- (3) aquecimento viscoso;
- (4) perdas térmicas;
- (5) temperatura do evaporador.

Fechando-se a válvula V<sub>4</sub>, "one shot", com a temperatura da câmara de misturas a 100 m°K, não se verificou redução da temperatura. Isso mostra que a resistência de Kapitza e a circulação de He<sup>4</sup> não estão influenciando no abaixamento de temperatura.

O aquecimento viscoso a 100 m°K é desprezível de acordo com as Eqs. 106-109.

O não abaixamento de temperatura além de 100 m°K é atribuído as perdas térmicas. Como a temperatura do evaporador 0,79K é bastante alta, o calor conduzido através do suporte de nylon, por diferença de temperatura, é grande. De acordo com os cálculos, da ordem de 4 erg/seg.

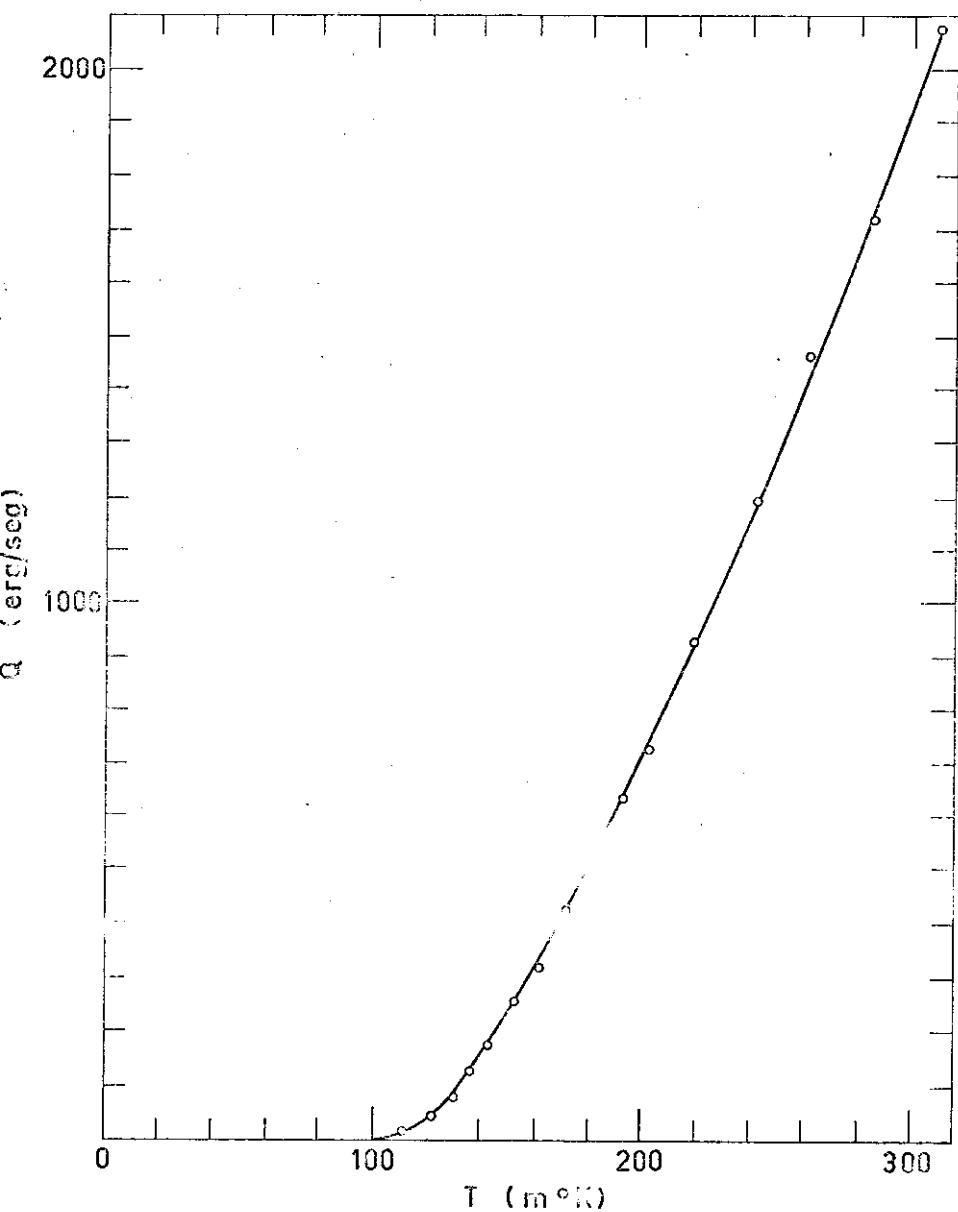


Fig. 10. Eficiência de refrigeração do refrigerador de diluição em função da temperatura da câmara de mistura.



9. CUSTO.

Descrição dos componentes do sistema e preços de cada:

Quant.	Descrição	Valor Cr\$.
1	bomba mecânica mod.ED200, 60l/min., da Edwards.	4.000,00
1	bomba de difusão mod.E-04,60l/min., da Edwards.	3.200,00
1	válvula borboleta, da Edwards.	2.300,00
1	válvula solenóide da Edwards.	1.900,00
1	válvula agulha da Edwards.	500,00
8	válvulas - Veeco.	1.600,00
1	Dewar da Janis Research mod.DT.8	18.500,00
1 (*)	Dewar fabricado.	4.000,00
1	medidor de Vácuo Veeco $10^{-8}$ $\mu$ Hg	5.000,00
2	manômetros até 760mmHg	250,00
1	filtro de cerâmica.	100,00
2 (*)	reservatórios de Hélio.	100,00
1 (*)	"trap"	700,00
1 (*)	"back"	400,00
2	"bellows" para eliminar vibrações.	400,00
1 (*)	suporte de alumínio para o Dewar	300,00
1,5	litros de He <sup>3</sup> (CNTP).	2.700,00
(*)	parte central do refrigerador.	500,00
TOTAL : Usando dewar importado		42.450,00
Usando dewar fabricado		27.950,00

(\*) Componentes construídos.

## 10. PLANOS FUTUROS.

### 10.1. OBJETIVO CENTRAL DO GRUPO.

O objetivo central do grupo de Baixas Temperaturas é o estudo dos metais refratários (Nb, Ta, W, Mo, Zr, Ti) e suas ligas.

As pesquisas se organizam através do estudo das propriedades magnéticas, elásticas, térmicas e eletrônicas. Estas últimas sendo realizadas através de estudo de supercondutividade.

Dos metais acima, W e Mo, têm temperatura de transição,  $T_c$ , muito baixa necessitando da disponibilidade de temperaturas abaixo de 0.50°K. Nessa região serão usados refrigeradores de diluição.

As propriedades acima dependem, além da rede (elétrons e fônons), dos defeitos, impurezas e gases.

A contribuição eletrônica em várias propriedades (calor específico, condutividade térmica, atenuação ultra-sônica, etc) impede o estudo detalhado da contribuição devido aos fônons, defeitos, impurezas e gases. A formação de um estado supercondutor - onde os elétrons se condensam no estado fundamental a partir de  $T_c$  e a 0°K todos eles estão nesse estado, é um modo de eliminar sua contribuição no estudo dos efeitos acima.

Sistematicamente a adição de um elemento terciário (Nb<sub>3</sub>AlGe) aumenta a temperatura de transição dos supercondutores. É fundamental a influência do elemento do pante na resistividade, condutividade térmica, etc. Pela condensação dos elétrons no estado fundamental estes estudos podem ser feitos com relativa facilidade.

O estudo de semicondutores (sistemas com baixo número de portadores) através de propriedades supercondutoras pode ser feito a temperaturas abaixo de 0.1°K.

O estudo de propriedades magnéticas de ligas diluídas de metais magnéticos de transição (Fe, Mn, Cr, ...) em matrizes nobres (Au, Cu, Ag, Pd, Pt, ...) é de importância fundamental para compreensão dos fenômenos magnéticos desses elementos. Além disso, é possível obter informações sobre a natureza das interações magnons-fônons, magnons-elétrons, etc.

## 14.2. TRABALHO IMEDIATO : SUPERCONDUTIVIDADE EM Mo.

O Mo é um supercondutor do tipo I. Porém mostra uma histerese com retenção de fluxo dependente do campo magnético externo. O estudo do fluxo retido, como função da dissolução de gases e impurezas, fundamental no entendimento das forças magnéticas de repulsão e de atração entre vórtices, exige temperaturas abaixo de 0.5°K. As medidas das interações de vórtices em Mo confere-lhe o comportamento de supercondutor do tipo denominado I/2, mostrando a possibilidade de estudar o compromisso entre a energia magnética e a energia de condensação.

O parâmetro KAPPA que mede o grau de "supercooling" através da relação

$$\kappa = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{H_S}{H_C}$$

decrece com o tempo de recosimento como mostram os trabalhos do Professor Pinatti.

A dependencia de  $\kappa$  com o tempo de recosimento será feita para altas temperaturas, acima de 1.200°K.

11. REFERÊNCIAS.

1. H.Kamerlingh Onnes, Commun.Phys.Lab.Leiden 108.
2. Reeson, W.H., Leiden Communications 219A (1932).
3. Cooke, A.A., and Hell, R.A., Nature 143, 799 (1939).
4. Lazarev, B.G., and Eselson, B.N. Soviet Phys. JEPT 12, 549 (1942).
5. Sydoriak, S.G., Grilly, B.R., and Hammel, E.F., Phys. Rev. 75, 303 (1949).
6. Peshkov, V.P., zinoviera, K.N., Filimonov, A.I., Soviet Phys. JEPT 36, V.9, 734 (1959).
7. Walton, D., Rev.Sci.Instru. 37, 734 (1966).
8. Landau, L.D., and Pomeranchuk, I., Dokl.Akad.Nand. 555R 59, 669 (1948).
9. Pomeranchuk, I., Zh.Eksp.Teor.Fisz. 19, 42 (1949).
10. London, H., Proc.Inter.Conf.Low Temp.Phys. 157 (1951).
11. Wheatley, J.C., American Journal of Physics, V.36, n93, 181-210, march (1968).
12. Walters, G.K., and Fairban, W.M., Phys.Rev. 103, 262 (1962)
13. London, H., Clarck, G.R., and Mendoza, E., Phys.Rev. 128, 1922 (1962).
14. ... and Taconis, K.W., Proc.Ninth International Conf. on Low Temp.Phys.Columbus, Ohio (1960).
15. Hall, H.E., Ford, P.J., and Thompson, K., Cryogenics 6, 50 (1966).
16. Neganov, B., Borisov, N., and Liburg, M., Soviet Phys. JEPT 23, 959 (1966).
17. Vilches, O.E., and Wheatley, J.C., unpublished (1966).
18. Vilches, O.E., and Wheatley, J.C., Phys.Letters 24A, 440 (1967); 25A, 344 (1967).
19. L.Del castilho, G. Frossatti, A. Lacaze, and D.Thoulouze, Centre de Recherches sur les Très Basses Temperatures - C.N.R.S. - B.P.196 - Centre de Trèes Basses Temperatures Cedex-France.
20. P.L.Kapitza, J.Phys. U.S.S.R. 4, 181 (1941).
21. Bardeen, J., in Quantum Theory of Atoms, Molecules and Solid State, P.O. Lowdin.
22. Wilks, J., The properties of Liquid and Solid Helium, Claredon Press, Oxford (1967).
23. Landau, L.D., Soviet Phys. JEPT 3, 920 (1956); 5, 101 (1957); 8, 70 (1959).

24. Abrikosov, A.A., and Khalatnikov, I.M., Rep.Prog.Phys. 22, 329 (1959).
25. Edwards, D.O., E.F.Brewer, P.Seligman, M.Skerric and Yaqub, Phys. Rev. Letters 15, 773 (1965).
26. Bruyn Ootlober, R.de, K.W. Taconis, C.de Pair and J.J. M. Deenakker, Physica 26, 353 (1960).
27. Anderson, A.C., D.O.Edwards, W.R.Roack, R.E.Sarwinski, and J.C.Wheatley, Phys.Rev. Letters 17, 367 (1966).
28. Anderson, A.C., W.R.Roack, R.E.Sarwinski, and J.C. Wheatley, Phys.Rev.Letters 16, 263 (1966).
29. Landau, L.D., Sov.Phys.JEPT, 5, 101 (1956).
30. David Pines and Philippe Nozières, The Theory of Quantum Liquids, Vol.1, Benjamin, 1966.
31. Bardeen, J., Bayn, G., and Pines, D., Phys.Rev.156, 207 (1967).
32. Ifft, E.M., D.O.Edwards, R.E.Sarwinski, and M.M.Skerric, Phys.Rev.Letters 19, 837 (1967).
33. Kerr, E.C., Low Temp. Phys.and Chemistry, edited by J.R. Billinger (University of Wisconsin Press, Madison, Wisconsin, 1958), p.158.
34. Kerr, E.C., and R.D.Taylor, Can Phys.26, 202 (1964).
35. Kadebauch, R., Thermodynamic Properties of  $He^3$ - $He^4$  Solutions with Applications to the  $He^3$ - $He^4$  Mixture Refrigerator, N.B.S. Technical Note 362, December 29, 1967.
37. Abel, U.R., A.C.Anderson, W.C.Black, and J.C.Wheatley, Phys. Rev.147, 111 (1966).
38. Sydorak, S.G., W.R.Roberts, and R.H.Sherman, J.Res.Natl. Bur.Std.(U.S.) 68A, 559 (1964).
39. Wisbes, J., C.C.Niels-Hilkenberg, and H.A.Kramer, Physica 23, 625 (1957).
40. Kramers, H.A., J.D.Masscher, and C.J.Gorter, Physica 18, 329 (1952).
41. Kittel, C., Introduction to Statistical and Thermal Physics, John Wiley and Sons, 1957, 19.
42. Khalatnikov, I.M. Usp.Theor.Fiz.22, 687 (1952).
43. L.J. Challis and J.Wills, Prod.of the Symposium on Solid and Liquid  $He^3$  (Ohio State University Press, Columbus, Ohio, p.38, (1957).
44. Ifft, E.M., and I.M.Khalatnikov, Soviet Physics JEPT 12, 1197 (1967).

45. Pollack, G.L., Rev.of Modern Phys. 41, n91, 48 (1969).
46. Wheatley, J.C., Rapp, R.E., and Johnson, R.T., Journal of Low Temperature Physics, Vol.4, n91, 1971.
47. J.C.Wheatley, O.E.Vilches and W.R.Abel, Physics 4,1(1968).
48. P.Roubeau, D.le Fur and E.J.A.Varouquaux, Proc. 3<sup>rd</sup> Conf. I.C. E.C. 3, 315 (1970), Berlin.
49. G.J.Enholm and R.G.Gylling, Cryogenics 11, 40 (1971).
50. B.S.Neganov, Preprint J.I.N.R., p.13 4014, Dubna. USSR.
51. Glauber, I., Megerle, K., Phys.Rev. 122, 1101 (1961).
52. Yves Laumand, These pou obtenir le grade de docteur - Ingenieur presentee a la Faculte de Sciences de l'Universite Scientifique et Medicale de Grenoble, Grenoble, France, 1972.
53. White, Guy Kendal, Exp.Techni.Low Temp-Phys, Oxford, 1968.
54. Anderson, A.C., Rev.Sci.Instruments 41, 1446 (1970).
55. Anderson, A.C., W.Reese and J.C.Wheatley, Rev.Sci.Instrum. 34, 1336 (1963).