



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Faculdade de Engenharia Química

TARCISIO SOARES SIQUEIRA DANTAS

IDENTIFICAÇÃO DE MODELOS ESTOCÁSTICOS DE UMA PLANTA PILOTO DE
REFRIGERAÇÃO.

**IDENTIFICATION OF STOCHASTIC MODELS OF A REFRIGERATION PILOT
PLANT.**

Campinas

2017

TARCISIO SOARES SIQUEIRA DANTAS

IDENTIFICAÇÃO DE MODELOS ESTOCÁSTICOS DE UMA PLANTA PILOTO DE
REFRIGERAÇÃO.

*Tese apresentada à Faculdade de
Engenharia Química da Universidade
Estadual de Campinas como parte dos
requisitos para obtenção do título de
Doutor em Engenharia Química.*

Orientador: Prof. Dr. Flavio Vasconcelos da Silva

Coorientador: Prof. Dr. Ivan Carlos Franco

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO
FINAL DISSERTAÇÃO/TESE DEFENDIDA
PELO ALUNO TARCISIO SOARES SIQUEIRA
DANTAS E ORIENTADA PELO PROF. DR.
FLÁVIO VASCONCELOS DA SILVA

Campinas

2017

Agência(s) de fomento e nº(s) de processo(s): CAPES, 3665/2014

ORCID: orcid.org/0000-0001-6038-0947

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Luciana Pietrosanto Milla - CRB 8/8129

D235i Dantas, Tarcisio Soares Siqueira, 1980-
Identificação de modelos estocásticos de uma planta piloto de refrigeração
/ Tarcisio Soares Siqueira Dantas. – Campinas, SP : [s.n.], 2017.

Orientador: Flávio Vasconcelos da Silva.

Coorientador: Ivan Carlos Franco.

Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Química.

1. Refrigeração. 2. Identificação de sistemas. 3. Kalman, Filtragem de. I. Silva, Flávio Vasconcelos da, 1971-. II. Franco, Ivan Carlos, 1976-. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Química. IV. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Identification of stochastic models of a refrigeration pilot plant

Palavras-chave em inglês:

Refrigeration

System Identification

Kalman, Filtration of

Área de concentração: Sistemas de Processos Químicos e Informática

Titulação: Doutor em Engenharia Química

Banca examinadora:

Flávio Vasconcelos da Silva [Orientador]

Vivaldo Silveira Junior

Angel Pontin Garcia

Luis Fernando Novazzi

Bruno Faccini Santoro

Data de defesa: 16-03-2017

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Química

Folha de Aprovação da Defesa de Tese de Doutorado defendida por Tarcísio Soares Siqueira Dantas em 16/03/2017 consta no processo de vida acadêmica do aluno, assinada pela banca examinadora constituída pelos Doutores:

Prof. Dr. Flávio Vasconcelos da Silva

Prof. Dr. Vivaldo Silveira Junior

Prof. Dr. Angel Pontin Garcia

Prof. Dr. Luis Fernando Novazzi

Prof. Dr. Bruno Faccini Santoro

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar aos meus pais: Lafaete Bezerra Dantas e Maria da Conceição Soares Siqueira Dantas, pelo apoio eterno na realização dos meus sonhos e por todos os ensinamentos da vida. Agradeço também a minha querida irmã Lorena Soares Siqueira Dantas, pelo apoio incondicional e por sempre ser uma grande companheira.

A minha namorada, Tatiana Bermúdez, pela sua companhia, incentivo e compreensão nos momentos difíceis

Ao meu orientador, Prof. Dr. Flávio Vasconcelos da Silva. Ao meu co-orientador Prof. Dr. Ivan Carlos Franco. Aos técnicos Marcos Estevom da FEQ e ao Carlão da FEA.

Aos colegas de laboratório e da FEQ: Saulo Vidal, Rejane Barbosa, Rafael Ribeiro, Debora Gorri, Victor Ramos, Daniel Trifoni, Homero Sena.

RESUMO

Tanto na etapa do projeto de sistemas de controle como na etapa de sintonia de controladores, é desejável um modelo preciso do processo. A proposta deste trabalho foi realizar a identificação de modelos em um processo de refrigeração. As vantagens dos métodos de identificação de sistemas são: poucos experimentos são necessários, o modelo é resultante é robusto ao ruído e possui uma representação matemática muito clara que facilita sua aplicação em algoritmos de MPC estocástico. Procurou-se modelar como saídas dos modelos o superaquecimento útil (USH), a temperatura de condensação (CDT) e a temperatura de evaporação (EVT) que são variáveis relevantes para o controle do processo. Analisou-se a seleção das variáveis de entrada dos modelos com testes de correlação, que indicaram modelos SISO devido à correlação entre o atuador e as outras entradas. Em um determinado experimento observou-se um comportamento variante no tempo para o superaquecimento (USH) enquanto a válvula de expansão eletrônica atuava, o que motivou a aplicação de modelos ARMAX nas variáveis USH, CDT e EVT com atualização recursiva dos parâmetros. Os modelos com parâmetros variantes no tempo foram comparados com modelos ARMAX invariantes no tempo com resíduos aleatórios. Observou-se que a dinâmica do superaquecimento é estimada mais precisamente com modelos recursivos, apesar dos modelos invariantes no tempo (USH, CDT, EVT) apresentarem bom desempenho com predições cinco-passos-à-frente. Avaliando os dados gerados com o compressor atuando, observou-se que os modelos não-lineares NARMAX eram mais adequados para capturar a dinâmica do processo. Com o algoritmo FROLS (*Fast Recursive Orthogonal Least Square*) para detecção de estrutura e estimação de parâmetros, foi possível obter um modelo não-linear que captura a dinâmica da temperatura de evaporação, demonstrado em simulações infinitos-passos-a-frente com múltiplos dados de validação. A modelagem dinâmica não-linear da temperatura de condensação e do superaquecimento útil apresentaram resultados inferiores quando a válvula termostática foi utilizada em atuação conjunta com o compressor, porque comparando as predições k-passos-à-frente e principalmente infinitos-passos-à-frente dos modelos CDT e USH com a válvula eletrônica, foi possível observar qualitativamente melhores resultados.

Palavras Chave: Refrigeração, Identificação de Sistemas, NARMAX, ARMAX, Filtro de Kalman.

ABSTRACT

In process control applications, an accurate process model is necessary for control system design and tuning. The aim of this work is to identify models for a refrigeration system. The advantages of system identification methods: few experiments are needed, the resulting model is robust to noise and has a clear mathematical representation, simplifying its application with stochastic MPC algorithms. The useful superheat (USH), condensing temperature (CDT) and evaporating temperature (EVT) were chosen as model outputs due to the importance of these variables in refrigeration process control. The selection of model inputs was evaluated with correlation tests that resulted in SISO models due to correlation between the actuator and the other candidates. In a certain experiment it was possible to observe time-varying behavior for the useful superheat (USH) when the electronic expansion valve was operating, which led to the application of ARMAX models for USH, CDT and EVT with recursive updating of the parameters. The models with time-varying parameters were compared with linear-time-invariant ARMAX models with white prediction residuals. It was observed that the dynamics of the useful superheat is more precisely estimated with recursive models, although statistically valid LTI ARMAX models have shown good prediction accuracy with 5-step-ahead predictions. While evaluating the data generated with the compressor as the actuator, it was shown that NARMAX nonlinear models were more suitable to capture the underlying process dynamics. With FROLS algorithm for structure detection and parameter estimation it was possible to build a nonlinear model that fully captures the dynamics of the evaporating temperature, as shown in infinite-step-ahead predictions with multiple validation data sets. The non-linear dynamic modeling of the condensing temperature and useful superheat was affected by the action of the thermostatic expansion valve with the compressor actuator, because when comparing k-step-ahead predictions of the CDT and USH models with electronic expansion valve actuator it is possible to observe qualitatively better results.

Keywords: Refrigeration, System Identification, NARMAX, ARMAX, Kalman Filter.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Projeção de uma predição sob um regressor. Fonte: STRANG (2009).....	28
Figura 2 - Processo de Gram-Schmidt. Fonte: STRANG (2009).....	33
Figura 3 - Planta Piloto de Refrigeração. Fonte: Dantas et al. (2017).....	56
Figura 4 - Dados de identificação para os modelos SISO: A) Superaquecimento útil (USH), B) Temperatura de evaporação (EVT), C) Temperatura de condensação (CDT) e D) % de abertura da VEE.....	64
Figura 5 - Dados de validação: A) Superaquecimento útil (USH), B) Temperatura de evaporação (EVT), C) Temperatura de condensação (CDT) e D) % de abertura da VEE.....	65
Figura 6 - Validação estatística com a função de autocorrelação e correlação cruzada para USH (A e B), CDT (C e D) e EVT (E e F), respectivamente. Limites de confiança de 95% marcados em azul.....	70
Figura 7 - Validação no domínio do tempo dos modelos ARMAX invariantes no tempo (LTI): A) Superaquecimento útil (USH), B) Temperatura de evaporação (EVT), C) Temperatura de condensação (CDT) e D) % de abertura da VEE.....	72
Figura 8 - Desvio observado nos modelos ARMAX LTI A) Superaquecimento útil (USH), B) Temperatura de evaporação (EVT), C) Temperatura de condensação (CDT) e D) % de abertura da VEE.....	73
Figura 9 - Validação dos modelos ARMAX com estimação recursiva dos parâmetros com o filtro de Kalman (KF) e algoritmo do fator de esquecimento (FF): A) Superaquecimento útil (USH), B) Temperatura de evaporação (EVT), C) Temperatura de condensação (CDT) e D) % de abertura da VEE.....	74
Figura 10 - Atualização recursiva dos parâmetros dos polinômios $A(q)$, $B(q)$ e $C(q)$ com o filtro de Kalman para os modelos: Superaquecimento útil (A, B e C), Temperatura de evaporação (D, E e F) e Temperatura de condensação (G, H e I), respectivamente.	75
Figura 11 - Atualização recursiva dos parâmetros dos polinômios $A(q)$, $B(q)$ e $C(q)$ com o fator de esquecimento para os modelos: Superaquecimento útil (A, B e C), Temperatura de evaporação (D, E e F) e Temperatura de condensação (G, H e I), respectivamente.	76
Figura 12 - Sinal de identificação do processo não-linear (Frequência do Compressor)	79
Figura 13 - Análise da função de correlação cruzada entre as saídas EVT (A), CDT (B), USH (C) e a frequência do compressor.	80
Figura 14 - Dados para identificação dos modelos SISO NARMAX: EVT (A), CDT (B), USH (C) e a frequência do compressor (D).....	82
Figura 15 - Análise da função de correlação cruzada entre as saídas EVT (A), CDT (B), USH (C) e a frequência do compressor.	83
Figura 16 - Procedimento geral para identificação do modelo NARMAX	84
Figura 17 - Diagrama de Bode da análise da resposta em frequência da temperatura de evaporação e frequência do compressor usando a função <i>spa</i> do MATLAB.....	86
Figura 18 - Dados de validação “A” para os modelos: EVT (A), CDT (B), USH (C) e Frequência do compressor (D).....	87
Figura 19 - Dados de validação “B” para os modelos: EVT (A), CDT (B), USH (C) e Frequência do compressor (D).....	88

Figura 20 - Predições 5 e 10 passos à frente do modelo NARMAX com os dados de validação “A”: EVT (A), CDT (B), USH (C) e Frequência do compressor (D).	89
Figura 21 - Predições infinitos passos à frente do modelo NARMAX com os dados de validação “A”: EVT (A), CDT (B), USH (C) e Frequência do compressor (D).	90
Figura 22 - Predições 5 e 10 passos à frente do modelo NARMAX com os dados de validação “B”: EVT (A), CDT (B), USH (C) e Frequência do compressor (D).	91
Figura 23 - Predições infinitos passos à frente do modelo NARMAX com os dados de validação “B”: EVT (A), CDT (B), USH (C) e Frequência do compressor (D).	92

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Equipamentos principais do ciclo de refrigeração e dos circuitos de fluidos secundário	57
Tabela 2 - Tipos de sensores e seus respectivos alcances e precisões.	61
Tabela 3 - Dispositivos de controle da planta de refrigeração.....	61
Tabela 4 - Ganho estático (°C/% Abertura) do processo não-linear e variante no tempo	66
Tabela 5 - Erro médio de saída (AOE) e variância dos resíduos para modelos ARMAX.....	73
Tabela 6 - Parâmetros lineares dos modelos NARMAX.....	85

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AIC	<i>Akaike Information Criterion</i>
AOE	Erro médio da saída (<i>Average Output Error</i>)
AR	Modelo autoregressivo
ARMAX	Modelo autoregressivo com média móvel e entrada exógena (<i>Autoregressive model with moving average and exogeneous input</i>)
BGN	Ruído gaussiano binário (<i>Binary Gaussian Noise</i>)
CDT	Temperatura de condensação (<i>Condensing Temperature</i>)
CGS	<i>Classic Gram-Schmidt</i>
EEV	<i>Electronic Expansion Valve</i>
ERR	Taxa de redução de erro (<i>Error Reduction Ratio</i>)
EMQ	Estimador Estendido de Mínimos Quadrados
ESR	Razão sinal / erro (<i>Error to Signal Ratio</i>)
EVT	Temperatura de evaporação (<i>Evaporating Temperature</i>)
FF	Algoritmo do fator de esquecimento (<i>Forgetting Factor</i>)
FROLS	Algoritmo rápido de mínimos quadrados recursivo ortogonais (<i>Fast Recursive Orthogonal Least Square</i>)
GH	<i>Golub-Householder</i>
GNPE	algoritmo Gauss-Newton para erro de predição (<i>Gauss-Newton Prediction Error algorithm</i>)
GRFR	Função de resposta a frequência generalizada (<i>Generalized Frequency Response Function</i>).
HVAC	Aquecimento, ventilação e ar-condicionado (<i>Heating Ventilation and Air-Conditioning</i>)
MGS	<i>Modified Gram-Schmidt</i>
MIMO	Saída múltipla e entrada múltipla (<i>Multiple Input Multiple Output</i>)

MISO	Saída única e entrada múltipla (<i>Multiple Input Single Output</i>)
MPC	Controle baseado em modelo (<i>Model Predictive Control</i>)
MQ	Mínimos Quadrados
NARMAX	Modelo não-linear autoregressivo com média móvel e entrada exógena (<i>Nonlinear Autoregressive model with moving average and exogeneous input</i>)
PDF	Função de densidade de probabilidade (<i>Probability Density Function</i>)
PNC	Predição Numérica do Clima
PRBS	Sinal binário pseudo-aleatório (<i>Pseudo-Random Binary Sequence</i>)
PRESS	Previsão de soma residual dos quadrados (<i>Predicted residual sum of squares</i>)
REMQ	Estimador Recursivo Estendido de Mínimos Quadrados
RLM	Regressão Linear Múltipla
RNA	Redes Neurais Artificiais
SISO	Saída simples e entrada única (<i>Single Input Single Output</i>)
TEV	Válvula de expansão termostática (<i>Thermostatic Expansion Valve</i>)
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas
USH	Superaquecimento útil (<i>Useful Superheat</i>)
VEE	Válvula de Expansão Eletrônica
VI	Variáveis Instrumentais
VOR	Variância dos resíduos (<i>Variance of Residuals</i>)

LISTA DE SÍMBOLOS

ψ	Vetor de regressores
Ψ	Matriz de regressores
θ	Vetor de parâmetros
ξ	Vetor de resíduos da predição com o modelo
δ	Função delta de Dirac
λ	Fator de esquecimento
τ	Atraso, tratando-se de propriedades estatísticas de séries temporais
τ_d	tempo morto
y	Saída do modelo
u	Entrada do modelo
\mathbf{R}	Conjunto dos números naturais
n_y	Ordem ou maior atraso da saída no submodelo auto-regressivo
n_u	Ordem ou maior atraso da entrada no submodelo auto-regressivo
n_e	Ordem ou maior atraso do ruído no filtro de ruído
$\mathcal{F}\{f(x)\}$	Transformada de Fourier da uma função $f(x)$
j	Numero complexo ou variável para contagem
\mathbf{v}	Vetor de ruído branco gerado pelo MATLAB com potência espectral em todas as frequências
ω	Frequência
$H(j\omega)$	Resposta em frequência do processo
$r_{\xi\xi}(\tau)$	Função de autocorrelação dos resíduos
$r_{\xi u}(\tau)$	Função de correlação cruzada entre os resíduos e a entrada
$\Phi_{uu}(j\omega)$	Densidade de potência do espectro da entrada
$\Phi_{uy}(j\omega)$	Densidade de potência do espectro cruzado

$E(\hat{\theta})$ Esperança matemática do vetor estimado de parâmetros

$C(\psi)$ Subespaço das colunas de ψ (ou range de ψ)

$C(\psi^T)$ Subespaço das linhas de ψ (ou range de ψ^T)

$N(\psi)$ Espaço nulo de ψ (ou núcleo de ψ)

$N(\psi^T)$ Espaço nulo à esquerda de ψ (ou núcleo de ψ^T)

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO E OBJETIVOS	17
1.1 INTRODUÇÃO	17
1.2 HIPÓTESE	19
1.3 OBJETIVOS	19
1.3.1 <i>Objetivo Geral</i>	19
1.3.2 <i>Objetivos Específicos</i>	20
CAPÍTULO 2: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	21
2.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	21
2.1.1 <i>Projeto de sinais de entrada</i>	21
2.1.2 <i>Representações matemáticas dos modelos caixa-preta</i>	23
2.1.2.1 Representação vetorial e matricial de modelos polinomiais	23
2.1.2.2 Representações de modelos lineares polinomiais.....	24
2.1.2.3 Representações de modelos não-lineares	25
2.1.3 Determinação da estrutura de modelos lineares pelo critério de AIC	26
2.1.4 Estimadores de mínimos quadrados	26
2.1.4.1 Resolução de sistemas lineares possíveis determinados e indeterminados.....	26
2.1.4.2 Projeções de vetores em outros vetores	28
2.1.4.3 Projeções de vetores em matrizes e subespaços fundamentais	29
2.1.5 Decomposição QR e projeções em bases ortogonais	31
2.1.6 Modelo auxiliar em base ortogonal	34
2.1.7 Taxa de Redução de Erro (ERR).....	35
2.1.8 Algoritmo FROLS (Fast Recursive Orthogonal Least Square Algorithm)	36
2.1.9 Erro Médio de Predição (AOE).....	37
2.1.10 Estimadores de Mínimos de Quadrados não polarizados	37
2.1.11 Estimadores Recursivos de Mínimos de Quadrados.....	38
2.1.12 Validação do modelo por simulação.....	40
2.1.13 Validação por análise de resíduos	42
2.2 - MODELAGEM DE SISTEMAS DE REFRIGERAÇÃO UTILIZANDO MÉTODOS BASEADOS EM IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS.	46
2.3 - MODELAGEM DE SISTEMAS DE REFRIGERAÇÃO UTILIZANDO MÉTODOS BASEADOS EM INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL (FUZZY, REDES NEURAIS, NEURO-FUZZY).....	50
2.4 - DESENVOLVIMENTO DE MÉTODOS E ALGORITMOS PARA DETECÇÃO DE ESTRUTURA E ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS.	52
2.5 - EXTENSÕES E VARIANTES DO ALGORITMO FROLS	53
2.2.3– <i>Validação por funções de correlação</i>	54
2.6 - APLICAÇÕES DE MODELOS CAIXA-PRETA EM OUTROS SISTEMAS	54
2.7 – ANÁLISE DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	55
CAPÍTULO 3: MATERIAIS E MÉTODOS	56
3.1 PLANTA PILOTO EXPERIMENTAL.....	56
3.2 INSTRUMENTAÇÃO INSTALADA NA PLANTA DE REFRIGERAÇÃO	61
3.3 ESTABELECIMENTO DAS CONDIÇÕES INICIAIS PARA OS EXPERIMENTOS	62
CAPÍTULO 4: MODELAGEM DINÂMICA LINEAR VARIANTE NO TEMPO COM A VÁLVULA DE EXPANSÃO ELETRÔNICA.	63
4.1 INTRODUÇÃO	63
4.3 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	63

4.3 CONCLUSÕES.....	76
CAPÍTULO 5: MODELAGEM DINÂMICA NÃO-LINEAR COM O COMPRESSOR DE VELOCIDADE	
VARIÁVEL	78
5.1 INTRODUÇÃO	78
5.2 METODOLOGIA.....	78
5.3 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	79
5.3.1 Seleção de entradas e saídas do modelo e detecção de não-linearidades.....	79
5.3.2 - Identificação de modelos NARMAX.....	83
5.3.3 - Validação de modelos não-lineares.....	86
5.4 CONCLUSÃO.....	94
CAPÍTULO 6: CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS.....	95
6.1 CONCLUSÃO GERAL.....	95
6.2 TRABALHOS FUTUROS	96
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	98
ANEXOS.....	106
ANEXO. I - PROGRAMA DA IDENTIFICAÇÃO DO SUBMODELO DO PROCESSO.....	106
ANEXO. II - PROGRAMA PARA SIMULAR O MODELO NARX E GERAR OS RESÍDUOS PARA IDENTIFICAR O FILTRO DE RUÍDO.....	108
ANEXO. III - PROGRAMA PARA IDENTIFICAR O MODELO NARMAX COM FILTROS DE RUÍDO $E=1, \dots, 10$	110
ANEXO. IV – FUNÇÃO FGENTERMS3.M.....	111
ANEXO. V – FUNÇÃO MYHOUSE2.M	113

Capítulo 1: Introdução e Objetivos

1.1 Introdução

Sistemas de refrigeração são importantes em diversas aplicações. Além da produção, transporte e armazenamento de alimentos, também são empregados na fabricação de derivados petroquímicos como plásticos e borracha, processos de fermentação, lasers de alta performance, impressão em larga escala, "data centers", etc. Na indústria química são empregados na manufatura catalítica do cloreto de etila a partir do etileno líquido e do cloreto de hidrogênio anidro. Frequentemente, aplicações residenciais e comerciais utilizam ciclos de refrigeração com acionamento *on-off* do compressor para o controle de temperatura do compartimento refrigerado. Com a redução do custo da instrumentação para automação de processos, como o de inversores de frequência e válvulas de expansão eletrônicas, começou-se a empregar essas tecnologias em sistemas industriais, comerciais e residenciais devido principalmente à redução do consumo de energia elétrica. Isso ocorre porque o compressor consome muita energia para dar partida em cada ciclo *on-off*, ao passo que com controle de velocidade é possível trabalhar com ação de controle suave e em carga parcial, em que as forças de resistência a rotação do eixo do motor são menores e se trabalha maior parte de tempo com COP (Coeficiente de Performance ou *Coefficient Of Performance* em inglês) elevado.

No desenvolvimento de qualquer sistema de controle, incluindo a sintonia do controlador, é desejável que se disponha de um modelo dinâmico que represente o processo. O desenvolvimento de modelos matemáticos pode ser uma ferramenta útil no desenvolvimento de novas tecnologias, porque possibilita a avaliação de um processo em fase de projeto através de simulação. Permite também investigar melhorias em um processo já existente sem que sejam feitos experimentos, gerando assim menores custos. Além de simulações, o conhecimento gerado pelo modelo pode ser utilizado para supervisão, controle, detecção de falhas, processamento de sinais, estimação de variáveis não mensuráveis, controle de qualidade, redução do consumo energético, otimização do processo, entre outros. O ideal é que se conheçam todos os fenômenos físicos fundamentais do sistema, porém isso nem sempre é possível devido ao tempo necessário para entender e modelar todos esses fenômenos. Mesmo que seja possível, o modelo analítico resultante pode ser muito complexo e com um número muito grande de equações diferenciais não-lineares ou parciais, dificultando ou inviabilizando a sua aplicação em controle de processos, dependendo do

tempo de simulação. Outra dificuldade é que o processo pode ser submetido a distúrbios desconhecidos, que são difíceis de medir precisamente, ou mesmo impossível.

Infelizmente essas dificuldades relatadas anteriormente são pertinentes aos sistemas de refrigeração. É um processo com alto grau de interação porque a saída de cada dispositivo está diretamente ligada à entrada de outro equipamento. O processo é não linear já que apresenta uma constante de tempo dominante variável e ganho estático variável dependendo do regime permanente em que se encontra. As equações necessárias para modelar o fluxo bifásico no evaporador, que afetam diretamente a temperatura de evaporação (EVT) e o superaquecimento útil (USH), em geral são formadas por um conjunto de equações diferenciais parciais, dificultando sua aplicação *online*. Na modelagem analítica, como foi mencionado, muitas vezes é necessário algum parâmetro de projeto do compressor, evaporador ou condensador que não é disponibilizado nos folhetos técnicos dos fabricantes. Em sistemas produzidos em escala para o usuário doméstico como geladeiras e condicionadores de ar, a dificuldade de se obter parâmetros de projeto é ainda maior. Outro problema encontrado na modelagem fenomenológica é a mistura do refrigerante com o óleo lubrificante durante a compressão e sua separação na descarga.

Com relação aos distúrbios sofridos por um sistema de refrigeração real, há dificuldade em medir precisamente distúrbios na carga térmica e no processo de condensação, esse último sendo monitorado através da temperatura de condensação (CDT). Fontes de perturbação são a variação da temperatura de bulbo úmido e os distúrbios desconhecidos como depósitos ou incrustações nos trocadores de calor, corrosão, micro-vazamentos, perda de eficiência dos atuadores, alterações nos fluidos secundários, etc. Em um estudo de Solanki et al. (2015) é citado um caso em que o depósito de incrustações pode causar uma queda na transferência de calor do condensador em até 50%.

Quando um modelo físico não pode ser rigorosamente definido, seja para aplicação *online* ou *offline*, uma proposta é buscar técnicas de modelagem caixa preta. A identificação de sistemas foi desenvolvida para modelar processos desconhecidos baseando-se apenas na resposta dinâmica das variáveis de entrada e saída do sistema, desde que o processo faça parte da classe de processos cuja dinâmica pode ser explicada pelo determinado modelo. O desenvolvimento de um modelo envolve três componentes principais: dados de entrada e saída do sistema, um conjunto de modelos candidatos e o método de validação que avalia a capacidade de cada modelo candidato na sua tentativa de explicar a(s) saída(s) (LJUNG,

2001). A validação de modelos é uma etapa crítica na identificação de sistemas, porque, se o método de validação não for propriamente selecionado e usado, há uma grande probabilidade de se aceitar um modelo inadequado e polarizado. Keesman (2011) define polarização como uma diferença entre o valor esperado da estimativa dos parâmetros e o seu valor verdadeiro, caso exista *a priori*. Neste caso, apesar do modelo apresentar boas predições sobre os dados de estimação, ele é uma descrição insatisfatória do sistema e vai provavelmente apresentar predições com maior erro em outros conjuntos de dados do mesmo processo (BILLINGS; TAO, 1991). Um método de validação possível, e muitas vezes não utilizado em trabalhos de identificação de sistemas em processos de refrigeração, é a validação por funções de correlação. Este método é poderoso porque é capaz de detectar dinâmicas não modeladas nos resíduos de simulação (AGUIRRE; RODRIGUES; JÁCOME, 1998). Quando a estrutura identificada for correta, os resíduos possuem espectro de potência branco, ou seja, é uma sequência completamente aleatória e ausente de correlações (BILLINGS; ZHU, 1995).

1.2 Hipótese

Sistemas de refrigeração por compressão a vapor são processos complexos para serem modelados e validados. Sabe-se que, os modelos estocásticos lineares (ARMAX) e não-lineares (NARMAX) são capazes de descrever uma ampla classe de processos dinâmicos. Assim, é possível obter modelos puramente baseados nos dados de entrada e saída do processo de refrigeração que sejam capazes de prever as dinâmicas lineares e não-lineares de múltiplos experimentos de validação.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

- Desenvolver e validar modelos dinâmicos estocásticos para um processo de refrigeração, utilizando as entradas (frequência do compressor e abertura da EEV) e as saídas do processo (superaquecimento útil, temperatura de evaporação e temperatura de condensação), obtidas experimentalmente em uma planta piloto na Faculdade de Engenharia Química da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Os modelos poderão ser utilizados para simulação e futuro desenvolvimento de algoritmos de controle baseados em modelos estocásticos.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Determinar as características de linearidade do sistema.
- Determinar as variáveis de entrada e saída dos modelos.
- Investigar a possibilidade de identificação de modelos MISO.
- Validar os modelos dinâmicos utilizando simulação computacional com múltiplos conjuntos de dados experimentais de validação.
- Validar os modelos dinâmicos utilizando validação estatística.

Capítulo 2: Revisão Bibliográfica

2.1 Fundamentação teórica

2.1.1 Projeto de sinais de entrada

Na identificação de sistema uma das principais condições que o sinal de entrada deve atender é a relacionada à independência linear da matriz de regressores. Uma causa da dependência linear é se o sinal do processo estiver super-amostrado, ou seja, amostrado com uma frequência de amostragem muito superior à necessária. O modelador ou um algoritmo específico irá gerar os regressores (termos candidatos) para o outro algoritmo de detecção de estrutura e estimação de parâmetros. Se a taxa de amostragem for muito alta, regressores que representam a saída atrasada em k , por exemplo $y(k-1)$ e $y(k-2)$ podem ser linearmente dependentes. É possível estimar a taxa de amostragem das seguintes maneiras: 1) métodos por funções de auto correlação (AGUIRRE, 2000), 2) correlações para a resposta dinâmica de um degrau no domínio do tempo (SEBORG, 2004; LARA, 2005) ou 3) análise espectral com aplicação do teorema de *Shannon-Nyquist*.

Outra razão pela qual a matriz de regressores pode ter colunas linearmente dependentes é devido ao sinal de saída não ser persistentemente excitante. Um sinal de entrada é persistentemente excitante de ordem n (AGUIRRE, 2000):

- Uma média existir: $\bar{u} = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u(k)$
- Função de auto-correlação existir: $r_{uu}(k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (u(i) - \bar{u})(u(i+k) - \bar{u})$
- $R_{uu}^n = [r_{uu}(i-j)]_{ij}$

E se a matriz de covariância, $R_{uu}^n \in \mathbf{R}^{n \times n}$ for de posto pleno.

Existe outra definição que é baseada em conceitos relacionados à representação de processos no domínio da frequência e com dinâmicas oscilatórias. Um sinal persistentemente excitante de ordem n “é um sinal com potência espectral em n ou mais frequências discretas distintas” (AGUIRRE, 2000), ou seja, $\sum_{n=1}^W U(j\omega_n)$. Para estimar n parâmetros é necessário que o sinal de excitação seja no mínimo persistentemente excitante de ordem n .

Teoricamente, em um sinal corretamente amostrado, quanto mais próximo o espectro de \mathbf{u} for de um ruído branco, maior será a largura de banda da entrada e mais excitada será a saída \mathbf{y} , garantindo a convergência do estimador de mínimos quadrados. Sinais brancos

possuem potência espectral em todas as frequências, portanto este sinal seria capaz de excitar a dinâmica de \mathbf{y} nas frequências dominantes específicas do processo (AGUIRRE, 2000). Porém, um problema é que esses sinais acabam gerando saídas com muita energia na faixa de alta frequência do espectro, fazendo com que dinâmicas mais lentas e não-linearidades estáticas não apareçam nos dados.

Em geral a faixa de amplitude de operação do elemento final de controle é restrita, devido a limitações dos atuadores e de especificações do processo. Os sinais pseudo-aleatórios podem ser utilizados neste caso sabendo-se quais as restrições relacionadas às amplitudes de $u(k)$. Um sinal muito comum para identificação de sistemas lineares é o sinal binário pseudo-aleatório (PRBS), contudo esse sinal pode apresentar limitações na identificação de um sistema não-linear, principalmente no que diz respeito ao modo estático do modelo, pode-se associar essas limitações a função de densidade de probabilidade (PDF) do sinal PRBS e da saída do modelo resultante (BILLINGS; FADZIL, 1984).

Os sinais pseudo-aleatórios multi-níveis são uma alternativa melhor para identificação de sistemas não-lineares, já que podem explorar mais detalhadamente a amplitude da saída. É importante também que o sinal pseudoaleatório multi-nível trabalhe na faixa de frequência útil para controle, Lara (2005) traz diversas correlações para especificar o sinal de identificação dentro desta faixa de frequência útil para controle. Os sinais pseudo-aleatórios podem possuir algumas propriedades estatísticas similares a um ruído branco, como uma função de autocorrelação nula para todos os atrasos exceto a origem, que vai depender da especificação da banda do sinal de identificação. Tanto se pode especificar uma largura de banda infinita como o ruído branco, ou uma largura de banda limitada, de acordo com as frequências de interesse do processo real.

Para o projeto do sinal relevante para controle é necessária uma estimativa das seguintes informações *a priori*: a velocidade da resposta em malha fechada, constantes de tempo dominantes, a ordem da não-linearidade do modelo candidato e as amplitudes do sinal que respeitem as restrições dos atuadores (ZHU, 2001).

Estes conceitos discutidos aqui na fundamentação teórica são importantes para a identificação de modelos. Porém muitas vezes são difíceis ou impossíveis de serem implementados experimentalmente devido às limitações técnicas dos equipamentos.

2.1.2 Representações matemáticas dos modelos caixa-preta

2.1.2.1 Representação vetorial e matricial de modelos polinomiais

Dada uma série temporal de dados de saída \mathbf{y} e de entrada \mathbf{u} de um sistema dinâmico desconhecido, a seguinte representação vetorial geral da Eq. (1) pode ser atribuída aos modelos polinomiais estocásticos:

$$y(k) = \psi^T(k-1)\hat{\theta} + v(k) \quad (1)$$

Onde $y(k)$ é a saída do modelo em um instante k ; $\hat{\theta}$ é o vetor de parâmetros; $v(k)$ é ruído aditivo; $\psi^T(k-1)$ é um vetor de dimensões $1 \times n_\theta$ contendo os dados dos regressores até o instante de amostragem $(k-1)$. A representação matricial, Eq. (2) é diferente no sentido que é previsto não só um valor da saída, onde $y(k) \in \mathbf{R}^1$, mas um vetor $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^{m \times 1}$ contendo todas as previsões do modelo ao longo de um conjunto de dados.

$$\mathbf{y} = \Psi\hat{\theta} + \mathbf{v} \quad (2)$$

Onde Ψ é uma matriz retangular vertical com dimensões de m por n , ($m > n$), as linhas da matriz correspondem ao número de instantes de amostragem dos dados e, as dimensões da coluna correspondem ao numero de regressores presente no modelo. Os vetores coluna de Ψ podem individualmente serem representados por $\Psi = \{\psi_1, \dots, \psi_i, \dots, \psi_n\}$ daqui em diante. O vetor \mathbf{v} contém as realizações aleatórias do ruído branco e possui dimensões de $m \times 1$. No caso da identificação de modelos não-lineares, inicialmente a matriz Ψ , Eq. (2), contém os regressores candidatos lineares e não lineares. Os regressores polinomiais não-lineares são gerados em função dos regressores lineares, como é expressado matematicamente pela Eq. (3), e será explicado em mais detalhes adiante (AGUIRRE, 2000).

$$\Psi = F[y(k-1), \dots, y(k-n_y), u(k-1), \dots, u(k-n_u), \dots, v(k-1), \dots, v(k-n_e)] \quad (3)$$

Os modelos estocásticos se diferenciam das equações discretas de diferenças devido à entrada $v(k)$. Em geral essa parcela aleatória do sinal não contém informação de interesse sobre o sistema, pois não explica o comportamento determinístico da resposta, e por isso é chamado de ruído. A entrada aleatória $v(k)$ nos modelos estocásticos invariantes no tempo é estacionária $E(v(k)) = 0$, com energia no espectro de potência em todas as frequências inferiores à taxa de amostragem (espectro branco) e função de auto-correlação dos resíduos igual à função *Kronecker Delta*. Devido a esta semelhança qualitativa com a luz branca,

recebeu o nome de “ruído branco”. A função de densidade (ou distribuição) de probabilidade (*probability density function*, PDF) de $v(k)$ pode ser gaussiana, uniformemente distribuída ou de outro tipo (AGUIRRE, 2000).

Após o procedimento de identificação, a matriz Ψ contém apenas os regressores escolhidos pelo algoritmo de identificação e é então possível obter predições da saída $\hat{\mathbf{y}}$. O método de identificação pode produzir um modelo esparsos ou não-esparsos. Nos modelos não-esparsos, estão presentes todos os regressores em ordem crescente até a ordem selecionada pelo algoritmo para cada polinômio, n_y, n_u, n_e , já em modelos esparsos o algoritmo de identificação pode selecionar termos de acordo com o seu critério, não sendo necessário a inclusão de termos com ordem inferior ao termo selecionado. A predição do modelo $\hat{\mathbf{y}}$ é uma projeção de \mathbf{y} no espaço das colunas¹ $C(\Psi)$ de Ψ . Pode-se imaginar um plano n dimensional gerado por $C(\Psi)$. Os resíduos de predição, $\boldsymbol{\xi} = \Psi\hat{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{y}$ estão no subespaço ortogonal ao espaço das colunas, $C(\Psi)$, que é o espaço nulo à esquerda² de Ψ , $N(\Psi^T)$. A norma do erro é distância entre a projeção $\hat{\mathbf{y}}$ e a observação \mathbf{y} em \mathbf{R}^m (STRANG, 2009). O algoritmo de detecção de estrutura e estimação de parâmetros, seja linear ou não linear, busca sempre determinar o espaço de colunas de Ψ que descorrelaciona aos resíduos de predição.

2.1.2.2 Representações de modelos lineares polinomiais

A estrutura dos modelos polinomiais ARX, Eq. (4), é determinada pelos polinômios $A(q)$ e $B(q)$ formada por regressores lineares de saída e entrada, respectivamente, em ordem crescente i , $y(k-i)$, $i = 1, 2, \dots, n_y$. Expandindo os polinômios $A(q)$ e $B(q)$ em termos do operador de atraso q^{-1} ($y(k)q^{-1} = y(k-1)$) têm-se as Eqs. (5) e (6). A entrada estocástica é $v(k)$. No modelo autônomo auto regressivos (AR) tem-se que $B(q)$ é igual a zero (AGUIRRE, 2000).

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + v(k) \quad (4)$$

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n} \quad (5)$$

$$B(q) = 1 + b_1q^{-1} + \dots + b_nq^{-n} \quad (6)$$

¹ Espaço das colunas, $C(\Psi)$, também é conhecido como range da matriz, $R(\Psi)$. A notação adotada é baseada em G. Strang. Linear algebra and its applications. 4ed. 2009

² Espaço nulo a esquerda de Ψ , $N(\Psi^T)$, também conhecido como núcleo de Ψ^T , $N(\Psi^T)$.

Apesar de ser simples gerar ruídos brancos utilizando programas de computadores, na realidade sinais de processos com ruído branco aditivo são raríssimos. Por esta razão a modelagem do ruído aditivo "colorido" na saída é mais adequada para processos reais. Na estrutura ARMAX, Eq. (7-8), o polinômio $C(q)$ funciona com um filtro para $v(k)$, resultando em uma entrada ($C(q)v(k)$) com espectro de potência não-contínuo no modelo. Esse termo é conhecido também como filtro de distúrbio, filtro de ruído ou média móvel (AGUIRRE, 2000). A estrutura de $C(q)$ é apresentada na Eq. (8).

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + C(q)v(k) \quad (7)$$

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_nq^{-n} \quad (8)$$

Será visto mais adiante que a identificação correta do submodelo do processo também depende da identificação correta do filtro de ruído. Após identificar um modelo ARMAX de processos reais é possível usar apenas seu submodelo ARX para fins de simulação.

2.1.2.3 Representações de modelos não-lineares

Como mencionado, no caso da identificação não-linear a matriz Ψ inclui também as versões não-lineares dos termos de entrada e saída. Regressores não-lineares podem ser gerados ao elevar as entradas $u(k-i)$ e saídas $y(k-i)$ incrementalmente a potências superiores, para cada atraso i , até um grau de não-linearidade máximo, N_m . Por exemplo, para $N_m = 3$ e um atraso máximo $n_y = 2$ a matriz Ψ deve conter na etapa de identificação: $y(k-1), y(k-1)^2, y(k-1)^3, y(k-2), y(k-2)^2, y(k-2)^3$. É possível também gerar regressores a partir de produtos cruzados, cuja não linearidade emerge da interação entre os termos $y(k-j)^a, e(k-j)^b e u(k-r)^c$, para $a, b, c \geq 1$ e $a + b + c > 1$. Termos como $y(k-2)y(k-4)u(k-1)$ ou $y(k-1)u(k-3)e(k-5)$ serão avaliados e todas estas combinações possíveis devem ser incluídas em Ψ para que o algoritmo de detecção de estrutura possa determinar quais são os termos corretos para representar o sistema em estudo.

Os modelos NARX (*Nonlinear Auto Regressive model with eXogenous input*) são similares aos modelos ARX, pois assumem também que o ruído aditivo é branco para todas as frequências inferiores à frequência de amostragem. A diferença está na estrutura do submodelo do processo, que possui regressores não-lineares quadráticos, cúbicos, etc. Uma representação compacta de um modelo NARX com os atrasos máximos da saída (n_y) e da entrada (n_u) é apresentado na Eq. (9) (AGUIRRE, 2000).

$$y(k) = \sum_i c_i \prod_{j=1}^{n_y} y(k-j) \prod_{r=1}^{n_u} u(k-r) + v(k) \quad (9)$$

A fim de se evitar polarização nos parâmetros, é necessário que seja definido um modelo para o filtro de ruído, $C(q)$. O modelo NARX passa a ser o submodelo do processo de um modelo NARMAX (*Nonlinear AutoRegressive Moving Average model with eXogenous input*), Eq. (10), em que $v(k)$ é o ruído branco, n_e é o maior atraso do modelo do ruído.

$$y(k) = \sum_i c_i \prod_{j=1}^{n_y} y(k-j) \prod_{r=1}^{n_u} u(k-r) \prod_{q=0}^{n_e} v(k-q) \quad (10)$$

2.1.3 Determinação da estrutura de modelos lineares pelo critério de AIC

No caso dos modelos lineares (ARX e ARMAX) a determinação da estrutura pode ser realizada pelos critérios de informação de Akaike (AIC), Eq. (11), em que N é o número de amostras nos dados, n_θ é o número de regressores no modelo e σ_{erro}^2 é a variância dos resíduos de predição.

$$AIC(n_\theta) = N \ln[\sigma_{erro}^2(n_\theta)] + 2n_\theta \quad (11)$$

2.1.4 Estimadores de mínimos quadrados

2.1.4.1 Resolução de sistemas lineares possíveis determinados e indeterminados

O método dos mínimos quadrados é bastante difundido na engenharia e na ciência. Segundo Aguirre (2000) a origem da ideia pode ser encontrada nos trabalhos de Gauss sobre os estudos astronômicos, em que se argumentava que só era possível determinar com precisão uma grandeza desconhecida, como o movimento dos corpos celestes, já possuindo um conhecimento aproximado na forma de equações que regem o fenômeno (leis de Kepler) e utilizando mais medições do que as estritamente necessárias. Já que estas medições nada mais são do que aproximações da realidade, que traz a ideia de erros de medição, seria inviável determinar essa grandeza desconhecida apenas com o número de medições estritamente necessários (AGUIRRE, 2000). Na época em que Gauss fazia tais questionamentos ainda não havia sido desenvolvida a teoria necessária para a resolução de problemas de mínimos quadrados sem solução única, que será tratado neste tópico porque esta situação é encontrada quase que exclusivamente na identificação de sistemas invariantes no tempo.

Em problemas que utilizam o método dos mínimos quadrados, para determinar a **existência** (trata-se aqui em diante "existência" como uma propriedade da solução do

problema de mínimos quadrados) de uma solução única ou de infinitas soluções, em que se deve avaliar o posto (r) da matriz de regressores Ψ e suas dimensões (m linhas e n colunas), como já foi mencionado, o número de linhas depende do número de amostragens dos dados e o número de colunas depende do número de termos candidatos. A matriz pode ser retangular horizontal se $m < n$, retangular vertical se $m > n$, ou quadrada se $m = n$ (STRANG, 2009).

Se for retangular horizontal ($m < n$) então **existe pelo menos** uma solução θ para cada \mathbf{y} se Ψ for de posto pleno ($r = m$) nas linhas e as colunas de Ψ geram o espaço \mathbf{R}^m . Neste caso Ψ possui uma ou infinitas inversas à direita $D \in \mathbf{R}^{n \times m}$ tal que $\Psi D = I_m$ ($I_m \in \mathbf{R}^{m \times m}$). Para estimar os parâmetros com uma inversa à direita, uma solução possível é $\theta = D\mathbf{y}$, substituindo em $\Psi\theta = \Psi D\mathbf{y} = \mathbf{y}$ para $\theta \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^m$ e $D \in \mathbf{R}^{n \times m}$ (STRANG, 2009).

A interpretação geométrica para a solução de uma matriz retangular horizontal, na qual cada uma das m equações gera uma superfície com $n - 1$ dimensões em um espaço de n dimensões, baseia-se no conceito que todas estas superfícies se interceptam em um único ponto ou uma linha de intersecção (no caso de infinitas soluções). Por exemplo: para uma matriz horizontal $A \in \mathbf{R}^{2 \times 3}$ ($r = m = 2$) com infinitas soluções, cada equação gera um plano em um espaço de 3 dimensões, a intersecção entre dois planos é uma linha, que admitiria infinitos vetores de parâmetros θ desde que satisfaçam $A\theta = \mathbf{y}$ (STRANG, 2009).

Se o problema de estimação de parâmetros a matriz Ψ for retangular vertical, com dimensões $m > n$, avalia-se se há **singularidade** da solução. Neste caso podem existir zero ou **no máximo** uma solução θ para \mathbf{y} se as colunas de Ψ forem posto pleno ($r = n$) e consequentemente linearmente independentes então Ψ possui uma inversa à esquerda $E \in \mathbf{R}^{n, m}$, tal que $E\Psi = I_n$ ($I_n \in \mathbf{R}^{n, n}$). Para estimar os parâmetros, isola-se θ de $E\Psi\theta = E\mathbf{y}$, resultando em $\theta = E\mathbf{y}$ ($\theta \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^m$ e $E \in \mathbf{R}^{n \times m}$). Mas esta solução exata só é possível se o vetor das medições da saída \mathbf{y} for exatamente uma combinação linear das colunas de Ψ . Na resolução de sistemas lineares com matrizes quadradas, $m = n$, não é possível ter uma propriedade da solução, **existência** e/ou **singularidade**, *sem* a outra. Já que o número de linhas é igual ao número de colunas então a matriz Ψ tem simultaneamente posto pleno nas linhas e nas colunas, $r = m = n$, portanto somente ela terá inversas em ambos os lados (STRANG, 2009).

2.1.4.2 Projeções de vetores em outros vetores

A solução de uma matriz retangular vertical não pode ter as propriedades de singularidade e existência simultaneamente já que $m \neq n$. A não existência de uma solução quando o sistema linear é sobre-determinado ($m > n$) é muito comum, pois as medidas da saída \mathbf{y} são afetadas por ruído de medição, então fica impossível escrever \mathbf{y} como uma combinação de vetores base de $C(\Psi)$ já que \mathbf{y} não se encontra no subespaço das colunas tornando o sistema de equações para a estimação de parâmetros de $\mathbf{y} = \Psi\boldsymbol{\theta}$ inconsistente (STRANG, 2009).

É possível contornar essa limitação do método dos mínimos quadrados utilizando uma projeção " \mathbf{p} " (Fig. 2) para substituir \mathbf{y} . Será reproduzida primeiro a fórmula para a projeção entre vetores, porque é mais simples e resultará na equação da pseudo inversa do método dos mínimos quadrados. Esse desenvolvimento visa estender esses conceitos para a projeções de vetores em matrizes e projeções em bases ortogonais, que é sem dúvida, o caso mais importante para identificação de sistemas porque é usado no método dos mínimos quadrados ortogonais e no algoritmo FROLS (*Fast Recursive Orthogonal Least Square Algorithm*).

Para encontrar a projeção de um vetor em outro, deve-se determinar a norma do erro entre um vetor \mathbf{y} e sua projeção em $\boldsymbol{\psi}_1$, vista na Fig. (1) em linha pontilhada. A norma "mínima" do erro possui um ângulo de 90° com o vetor $\boldsymbol{\psi}_1$, portanto há ortogonalidade (STRANG, 2009). A ideia se estende facilmente para calcular projeções de um vetor \mathbf{y} em um plano ($\boldsymbol{\psi}_1 \times \boldsymbol{\psi}_2$) ou em algum subespaço fundamental de Ψ , para que sua projeção \mathbf{p} possa substituir \mathbf{y} possibilitando a resolução do sistema de equações retangular.

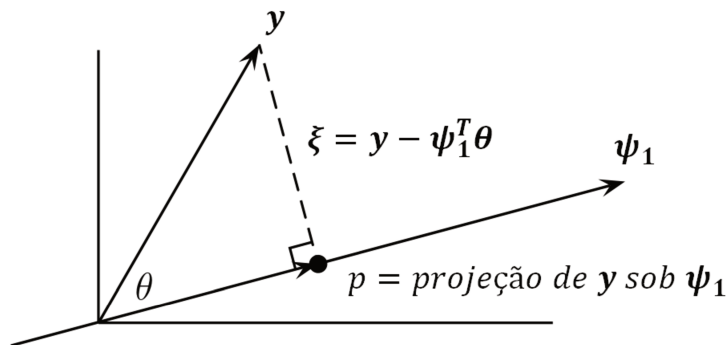


Figura 1 - Projeção de uma predição sob um regressor. Fonte: STRANG (2009)

Todos os pontos no vetor linha $\boldsymbol{\psi}_1$ são múltiplos do próprio $\boldsymbol{\psi}_1$, então a projeção de \mathbf{y} em $\boldsymbol{\psi}_1$ também é um múltiplo \hat{x} de $\boldsymbol{\psi}_1$, portanto $\mathbf{p} = \hat{x}(\boldsymbol{\psi}_1)$. Para derivar a equação do

coeficiente \hat{x} parte-se, na Eq. (12), da propriedade de ortogonalidade $\xi \perp \psi_1$ e substitui-se $\xi = (\mathbf{y} - \mathbf{p})$.

$$\psi_1^T \xi = \psi_1^T (\mathbf{y} - \mathbf{p}) = 0 \quad (12)$$

Substitui-se $\mathbf{p} = \hat{x}(\psi_1)$ na Eq. (13)

$$\psi_1^T (\mathbf{y} - \hat{x}(\psi_1)) = 0 \quad (13)$$

Isola-se o coeficiente \hat{x} na Eq. (14) obtendo a equação da pseudo inversa do método dos mínimos quadrados (STRANG, 2009).

$$\hat{x} = \frac{\psi_1^T \mathbf{y}}{\psi_1^T \psi_1} \quad (14)$$

Em seguida se pode usar a solução do método dos mínimos quadrados para definir a expressão matemática da projeção \mathbf{p} de \mathbf{y} na direção de ψ_1 , Eq. (15).

$$\mathbf{p} = \hat{x}\psi_1 = \frac{\psi_1^T \mathbf{y}}{\psi_1^T \psi_1} \psi_1 \quad (15)$$

O produto interno $\psi_1^T \psi_1$ resulta em um escalar. Se for alterada a ordem da multiplicação da Eq. (15) vemos que $\psi_1 \psi_1^T$ na Eq. (16) é uma matriz de projeção P que multiplica vetor \mathbf{y} , pois $\psi_1 \psi_1^T \in \mathbf{R}^{n \times n}$ (STRANG, 2009).

$$\mathbf{p} = \psi_1 \hat{x} = \frac{\psi_1 \psi_1^T}{\psi_1^T \psi_1} \mathbf{y} = P\mathbf{y} \quad (16)$$

2.1.4.3 Projeções de vetores em matrizes e subespaços fundamentais

Assim, pode-se estender a discussão para projeções em subespaços vetoriais de matrizes, que é o caso quando $\Psi \in \mathbf{R}^{m \times n}$. Aqui ainda se assume que Ψ é retangular vertical ($m > n$) e a presença de ruído e incertezas torna a solução do problema de estimação de parâmetros de $\mathbf{y} = \Psi\boldsymbol{\theta}$ inconsistente. A solução por mínimos quadrados de $\boldsymbol{\theta}$ decompõe \mathbf{y} em dois componentes perpendiculares, $P\mathbf{y}$ é a projeção mais próxima em $C(\Psi)$ e $(I - P)\mathbf{y}$ é o resíduo de predição no espaço nulo de Ψ^T , $N(\Psi^T)$. A imposição que $C(\Psi) \perp \xi$ é uma restrição fundamental para minimizar os resíduos (STRANG, 2009). Partimos desta restrição de perpendicularidade na Eq. (17) e expandimos o termo do resíduo na Eq. (18).

$$\Psi^T \xi = 0 \quad (17)$$

$$\Psi^T(\mathbf{y} - \Psi\boldsymbol{\theta}) = 0 \quad (18)$$

O espaço das colunas $\mathcal{C}(\Psi)$ é um plano em $\mathbf{R}^{m \times 1}$ formado pela combinação linear das colunas de Ψ . Como $\Psi \in \mathbf{R}^{m \times n}$, $\Psi^T \in \mathbf{R}^{n \times m}$ e $(\mathbf{y} - \Psi\boldsymbol{\theta}) \in \mathbf{R}^{m \times 1}$ então cada coluna i de Ψ , $\{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_i\}$ deve ser individualmente perpendicular ao vetor dos resíduos $\boldsymbol{\xi}$, Eq.(18), para que $\Psi^T \boldsymbol{\xi} = 0$ seja verdadeiro (STRANG, 2009). Isolando-se $\boldsymbol{\theta}$ na Eq. (18) tem-se a solução para o calculo dos parâmetros pelo método dos mínimos quadrados, Eq. (19):

$$\boldsymbol{\theta} = [\Psi^T \Psi]^{-1} \Psi^T \mathbf{y} \quad (19)$$

Esse resultado é já bem conhecido, porém a ideia da fundamentação não é explicar o desenvolvimento da equação para calcular os parâmetros pelo método dos mínimos quadrados, mas de estender o conceito de projeções de um vetor em outro para projeção em subespaço fundamental de uma matriz, em uma base ortogonal. Se a matriz Ψ for retangular vertical $\Psi \in \mathbf{R}^{m \times n}$ então $\Psi^T \Psi \in \mathbf{R}^{n \times n}$ é quadrada e possui o mesmo espaço nulo que Ψ , $N(\Psi^T \Psi) = N(\Psi)$, portanto $\Psi^T \Psi$ será de posto pleno nas colunas, se Ψ também for (que não é difícil para uma matriz $m > n$ com dados experimentais). O produto $\Psi^T \Psi$ é também simétrico pois $(\Psi^T \Psi)^T = \Psi^T \Psi^{TT} = \Psi^T \Psi$. Com estas condições satisfeitas é possível calcular $\boldsymbol{\theta}$ porque $\Psi^T \Psi$ é **invertível** (STRANG, 2009). Com o vetor de parâmetros pode-se calcular a projeção \mathbf{p}_1 de Ψ em $\mathcal{C}(\Psi)$, Eq. (20), e a projeção \mathbf{p}_2 em $N(\Psi^T)$, Eq. (21)

$$\mathbf{p}_1 = \hat{\mathbf{y}} = \Psi[\Psi^T \Psi]^{-1} \Psi^T \mathbf{y} = P\mathbf{y} \quad (20)$$

$$\mathbf{p}_2 = \mathbf{y} - \Psi[\Psi^T \Psi]^{-1} \Psi^T \mathbf{y} \quad (21)$$

A matriz de projeção P em subespaços de Ψ é portanto a Eq. (22):

$$P = \Psi[\Psi^T \Psi]^{-1} \Psi^T \quad (22)$$

Então fica provado por meio desse desenvolvimento matemático que o método dos mínimos quadrados com sistemas de equações sobre-determinadas utiliza projeção do vetor de observações \mathbf{y} no espaço de colunas de Ψ para que exista uma solução, mesmo que aproximada, para o problema de estimação dos parâmetros. Ambos Aguirre (2000) e Strang (2009) trazem também derivações alternativas para a pseudo-inversa, Eq. (19), em que uma função objetivo $J_{MQ} = \sum(\mathbf{y} - \Psi\boldsymbol{\theta})$ é minimizada calculando $\boldsymbol{\theta}$ quando $\delta J_{MQ} / \delta \boldsymbol{\theta} = 0$.

2.1.5 Decomposição QR e projeções em bases ortogonais

Uma base vetorial pode ser definida por duas condições que um conjunto de vetores $\{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ tem que atender simultaneamente:

- Os vetores que compõem a base são linearmente independentes;
- Os vetores que compõem a base geram um espaço;

Vetores são linearmente independentes quando não é possível representar qualquer vetor $\{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ como uma combinação linear dos outros vetores da base. Quando uma base é geratriz de um espaço, qualquer vetor deste espaço pode ser representado por uma combinação linear de vetores da base, por exemplo, se $\{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ é a base de uma determinada observação \hat{y} , existe um vetor de parâmetros único $\theta = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ que permite expressar este \hat{y} como uma combinação dos vetores da base, $\hat{y} = a_1 w_1 + a_2 w_2 + \dots + a_n w_n$. Qualquer espaço tem um número infinito de bases. Em uma base ortogonal, cada vetor é perpendicular a todos os outros vetores. Já em uma base ortonormal, além dos vetores serem mutuamente ortogonais também possuem norma unitária. Apesar das bases em matrizes formadas por dados experimentais não serem ortogonais, é possível expressá-las em base ortogonal. Um procedimento desenvolvido para obtenção de uma base ortogonal é a decomposição QR , Eq. (23), em que Q é uma matriz com colunas ortogonais e R é uma matriz triangular superior contendo os coeficientes subtraídos de Ψ na geração da base ortogonal.

$$\Psi = QR \quad (23)$$

Uma matriz ortogonal Q possui propriedades importantes, quando multiplicada por outra matriz ou vetor x qualquer ela preserva comprimentos (norma) de x . Segundo Strang (2009) usando a propriedade $(AB)^T = B^T A^T$ observa-se facilmente que $\|Qx\| = \|x\|$, de acordo o desenvolvimento na Eq. (24) (STRANG, 2009).

$$\|Qx\|^2 = \|x\|^2 \Rightarrow (Qx)^T(Qx) = x^T Q^T Qx = x^T x \quad (24)$$

Multiplicação por Q , Eq. (25), também preserva os produtos internos entre dois vetores x e y :

$$x^T y = (Qx)^T(Qy) = x^T Q^T Qy = x^T y \quad (25)$$

Se o produto interno se mantém e o a norma também, consequentemente a multiplicação por Q preserva ângulos entre os vetores. Segundo Strang (2009), A matriz Q na verdade realiza as transformações lineares de rotação e reflexão na multiplicação. O produto

interno $Q^T Q$ de uma matriz ortogonal é igual à matriz identidade, Eq. (26), para ambos os casos de Q quadrada ou retangular (neste caso Q^T é uma inversa à esquerda apenas), onde as colunas de $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$.

$$Q^T Q = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1^T \\ \mathbf{q}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{q}_n^T \end{bmatrix} [\mathbf{q}_1 \quad \mathbf{q}_2 \quad \dots \quad \mathbf{q}_n] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} = I \quad (26)$$

De acordo com Strang (2009), a decomposição QR calcula a matriz Q usando projeções de vetores nas colunas de Ψ . Suponha que se tenha um vetor de observações \mathbf{y} que será projetado em três vetores ortonormais: \mathbf{q}_1 , \mathbf{q}_2 e \mathbf{q}_3 , para projetar as observações de \mathbf{y} na direção de \mathbf{q}_1 calcula-se $\mathbf{p}_1 = (\mathbf{q}_1^T \mathbf{y}) \mathbf{q}_1$. Para projetar o mesmo vetor no plano formado por \mathbf{q}_1 e \mathbf{q}_2 faz-se $\mathbf{p}_2 = (\mathbf{q}_1^T \mathbf{y}) \mathbf{q}_1 + (\mathbf{q}_2^T \mathbf{y}) \mathbf{q}_2$ e no espaço gerado por \mathbf{q}_1 , \mathbf{q}_2 e \mathbf{q}_3 , simplesmente se adiciona o componente na direção remanescente. Porém, para que este procedimento funcione é necessário que \mathbf{q}_1 , \mathbf{q}_2 e \mathbf{q}_3 já sejam ortonormais. Caso isso não seja verdadeiro, o procedimento de decomposição QR de *Gram-Schmidt* gera uma base ortogonal através de projeções da base não ortonormal em cada dimensão \mathbf{q}_i . O procedimento é simples, dada uma base não-ortonormal $\boldsymbol{\psi}_1$, $\boldsymbol{\psi}_2$ e $\boldsymbol{\psi}_3$, o primeiro vetor $\boldsymbol{\psi}_1$ é escolhido como uma referência inicial. Ortogonalidade é uma propriedade de um conjunto de vetores, um vetor é ortogonal em relação a outros vetores e não pode ser ortogonal isoladamente. Então o vetor \mathbf{q}_1 possui a mesma direção que $\boldsymbol{\psi}_1$ e é necessário apenas normalizá-lo, Eq. (27).

$$\mathbf{q}_1 = \boldsymbol{\psi}_1 / \|\boldsymbol{\psi}_1\| \quad (27)$$

O segundo vetor $\boldsymbol{\psi}_2$, Fig (2) têm que ser ortonormal em relação a \mathbf{q}_1 então será necessário primeiro remover o componente de $\boldsymbol{\psi}_2$ na direção de \mathbf{q}_1 para obter o vetor ortogonal B , Eq. (28). Depois se obtém o vetor ortonormal dividindo-se pela sua norma, Eq. (29).

$$B = \boldsymbol{\psi}_2 - (\mathbf{q}_1^T \boldsymbol{\psi}_2) \mathbf{q}_1 \quad (28)$$

$$\mathbf{q}_2 = B / \|B\| \quad (29)$$

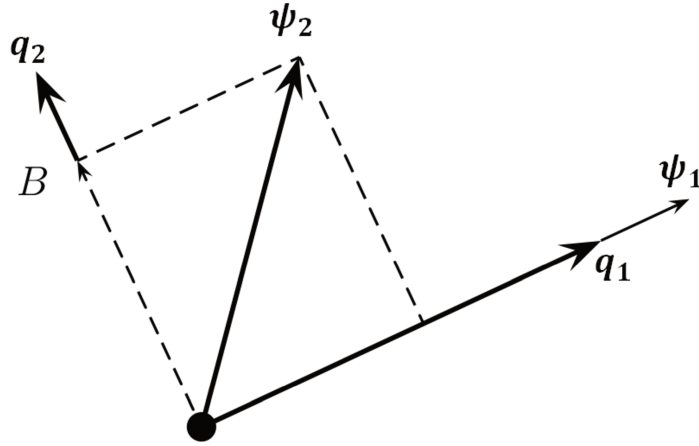


Figura 2 - Processo de Gram-Schmidt. Fonte: STRANG (2009)

O terceiro vetor da base ortogonal C é perpendicular ao plano gerado por q_1 e q_2 . Qualquer componente da base não ortonormal C gerado no plano $q_1 \times q_2$ deverá ser removido para gerar o vetor ortogonal C , Eq. (30). Divide-se pela norma, Eq. (31), para obter o vetor ortonormal q_3 (STRANG, 2009).

$$C = \psi_3 - (q_1^T \psi_3)q_1 - (q_2^T \psi_3)q_2 \quad (30)$$

$$q_3 = C/\|C\| \quad (31)$$

Em um problema de identificação de sistemas a matriz $\Psi \in R^{m \times n}$ retangular vertical possui um número grande de linhas (m) e de colunas (n). Deve-se então utilizar um algoritmo para realizar a decomposição QR que em cada iteração j ($j = 1, 2, \dots, n$) subtrai-se dos vetores coluna j , ou seja ψ_j dos componentes nas direções ortonormais q_1, q_2, \dots, q_{j-1} já estimadas da base, de acordo com Strang (2009), como apresentado na Eq. (32).

$$q_j = \psi_j - (q_1^T \psi_j)q_1 - \dots - (q_{j-1}^T \psi_j)q_{j-1} \quad (32)$$

O resultado final da ortogonalização de Ψ , Eq. (33), são duas matrizes: $Q \in R^{m \times n}$ ortonormal nas colunas e $R \in R^{n \times n}$ triangular superior contendo os coeficientes escalares removidos das colunas de Ψ para a projeção das observações (STRANG, 2009).

$$\Psi = \begin{bmatrix} a_{1,1} & b_{1,2} & c_{1,3} \\ a_{2,1} & b_{2,2} & c_{2,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i,1} & b_{i,2} & c_{i,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m,1} & b_{m,2} & c_{m,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{1,1} & q_{1,2} & q_{1,3} \\ q_{2,1} & q_{2,2} & q_{2,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ q_{i,1} & q_{i,2} & q_{i,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ q_{m,1} & q_{m,2} & q_{m,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{i,1}^T a_{i,1} & q_{i,1}^T b_{i,2} & q_{i,1}^T c_{i,3} \\ 0 & q_{i,2}^T b_{i,2} & q_{i,2}^T c_{i,3} \\ 0 & 0 & q_{i,3}^T c_{i,3} \end{bmatrix} = QR \quad (33)$$

2.1.6 Modelo auxiliar em base ortogonal

Pode-se formular agora um novo conceito de base juntando o conhecimento de álgebra linear (STRANG, 2009) com notação de um problema de identificação de sistemas: em um sistema de equações sobre-determinados, sem solução, cada vetor de projeção $\hat{\mathbf{y}}$ no subespaço das colunas $C(\Psi)$ é a soma de suas projeções unidimensionais em \mathbf{R}^n . O conjunto das projeções é a base. A observação \mathbf{y} em um sistema de equações sobre-determinado sem solução não está em $C(\Psi)$, portanto não existe base vetorial em $C(\Psi^T) \in \mathbf{R}^n$ para explicar \mathbf{y} . Define-se um modelo auxiliar, Eq. (34), representando a Eq. (1) em base ortonormal que será muito importante para o algoritmo de detecção de estrutura de modelos não-lineares.

$$\mathbf{y} = g_1 \mathbf{q}_1 + g_2 \mathbf{q}_2 + \dots + g_n \mathbf{q}_n + \mathbf{v} = \sum_{i=1}^n g_i \mathbf{q}_i + \mathbf{v} \quad (34)$$

Uma maneira simples de determinar os coeficientes de Eq. (34) é multiplicar ambos os lados da equação por \mathbf{q}_i^T , Eq. (35), sendo i o índice do coeficiente g_i que se deseja determinar. Para determinar g_1 por exemplo:

$$\mathbf{q}_1^T \mathbf{y} = g_1 \mathbf{q}_1^T \mathbf{q}_1 + g_2 \mathbf{q}_1^T \mathbf{q}_2 + \dots + g_n \mathbf{q}_1^T \mathbf{q}_n + \mathbf{q}_1^T \mathbf{v} \quad (35)$$

Todos os termos em que $j \neq i$ desaparecem devido à ortogonalidade das colunas exceto o primeiro termo, Eqs. (36-37), STRANG (2009).

$$\mathbf{q}_1^T \mathbf{y} = g_1 \mathbf{q}_1^T \mathbf{q}_1 \quad (36)$$

$$g_1 = \mathbf{q}_1^T \mathbf{y} / \mathbf{q}_1^T \mathbf{q}_1 \quad (37)$$

Devido à ortonormalidade, $\mathbf{q}_1^T \mathbf{q}_1 = 1$ e simplificando $g_1 = \mathbf{q}_1^T \mathbf{y}$. Para determinar a equação dos outros coeficientes $g_2 = \mathbf{q}_2^T \mathbf{y}, \dots, g_n = \mathbf{q}_n^T \mathbf{y}$ usa-se o mesmo procedimento de multiplicar por \mathbf{q}_i^T , com $i = 1, 2, \dots, n$. A forma matricial da Eq. (37) é dada pela Eq. (38) onde o vetor \mathbf{g} é calculado (STRANG, 2009).

$$\mathbf{g} = [Q^T Q]^{-1} Q^T \mathbf{y} \quad (38)$$

Já que $Q^T Q = I$ tem-se que a projeção em $C(Q)$, Eq. (39)

$$\mathbf{p} = Q \mathbf{g} = Q Q^T \mathbf{y} \quad (39)$$

Observa-se que a matriz de projeção $P = Q Q^T$, que é muito mais simples que $P = \Psi(\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T$ no caso não ortogonal. Outra diferença é que $N(\Psi^T) \neq N(\Psi) = 0$, porque

agora $\hat{\mathbf{y}} \in C(Q)$. Segundo Strang (2009), ambas as bases geram o mesmo espaço então, é possível estimar o vetor de parâmetros não ortogonal baseando-se nos parâmetros do modelo auxiliar, de acordo com Eqs. (40-41).

$$\hat{\mathbf{y}} = (\Psi R^{-1})(R\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{v} = Q\mathbf{g} + \mathbf{v} \quad (40)$$

$$\boldsymbol{\theta} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T \mathbf{y} = R^{-1} \mathbf{g} \quad (41)$$

2.1.7 Taxa de Redução de Erro (ERR)

Assumindo que os resíduos \mathbf{v} na Eq. (34) não são correlacionados com os regressores em Q , a variância total da saída pode ser expressa na forma da Eq. (42).

$$\mathbf{Y}^T \mathbf{Y} = (\sum_{i=1}^n g_i^2 \mathbf{q}_i^T \mathbf{q}_i) + (\mathbf{v}^T \mathbf{v}) \quad (42)$$

A variância da saída é explicada em parte pelos regressores ortogonais $(\sum_{i=1}^n g_i^2 \mathbf{q}_i^T \mathbf{q}_i)$ e por uma parte estocástica aleatória $\mathbf{v}^T \mathbf{v}$. Como $\mathbf{q}_i \in R^n$ são uma base ortonormal para $C(Q)$ é possível testar cada regressor independentemente e quantificar a porcentagem da variância no sinal de saída é explicada pela introdução daquele determinado regressor ao modelo. Por exemplo, pode-se calcular o quanto da variância o regressor 1, $\sum_{i=1}^1 g_1^2 \mathbf{q}_1^T \mathbf{q}_1$, está contida em $\mathbf{Y}^T \mathbf{Y}$. Segundo Billings (2013), este cálculo é feito através da taxa de redução de erro ERR (*Error Reduction Ratio* em inglês) de um regressor, Eq. (43), e é uma equação fundamental na detecção de estrutura de modelos não-lineares.

$$ERR_i = \frac{g_i^2 \mathbf{q}_i^T \mathbf{q}_i}{\mathbf{Y}^T \mathbf{Y}} \quad (43)$$

Pode-se substituir a Eq. (37) na Eq. (43) e estimar o parâmetro do modelo auxiliar, Eq. (40), simultaneamente com o ERR_i resultando na Eq. (44)

$$ERR_i = \frac{(\mathbf{Y}^T \mathbf{q}_i)^2}{(\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})(\mathbf{q}_i^T \mathbf{q}_i)} \quad (44)$$

O *ESR* (*Error to Signal Ratio*), Eq. (45), que é 1 menos a soma dos ERR_i , é frequentemente utilizando como critério de parada em algoritmos de detecção de estrutura, como Chen et al. (1989). Há também aplicações em seleção de variáveis como visto em Wei et al. (2004).

$$ESR = 1 - \sum ERR_i \quad (45)$$

2.1.8 Algoritmo FROLS (Fast Recursive Orthogonal Least Square Algorithm)

A detecção de estrutura e estimação de parâmetros simultânea do algoritmo FROLS primeiro faz uma pesquisa completa na matriz Ψ calculando a taxa de redução de erro (ERR) de todos os regressores utilizando a Eq. (44). O regressor com maior ERR é dividido pela norma e é escolhido como \mathbf{q}_1 , e o algoritmo permuta o vetor coluna para $j = 1$. Como a ortogonalidade é uma propriedade de conjunto de vetores, o primeiro regressor não é ortogonalizado, como na Eq. (27). Na segunda iteração os regressores remanescentes em Ψ são ortogonalizados em relação a \mathbf{q}_1 e o algoritmo calcula novamente o critério ERR para cada um. O segundo regressor com maior ERR é ortonormalizado, seu vetor coluna é permutado para $j = 2$ e o seu coeficiente de projeção em \mathbf{q}_1 é armazenado na segunda coluna da matriz R. Como o conjunto de termos candidatos em Ψ é conhecido, $y(k-1), u(k-1), \dots$ e cada um está representado nos vetores coluna $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$, o algoritmo FROLS usa um vetor auxiliar com os índices j das colunas (vetor *err* no ANEXO V), para guardar a informação sobre quais regressores possuem o maior ERR. O algoritmo repete a decomposição ortogonal, cálculo do ERR e permutação do regressor com maior ERR até que uma predeterminada tolerância do critério ESR, Eq. (45), seja atingida (BILLINGS, 2013).

Uma nova matriz Ψ é formada contendo apenas os regressores com maior ERR, e o resto é descartado. Essa nova matriz Ψ é utilizada para estimação de parâmetros usando a Eq. (41) para a representação não-ortogonal do modelo, Eq. (1). Se a condição de $\Psi^T \boldsymbol{\xi} = 0$ for verdadeira, a diferença de $\boldsymbol{\theta}$ estimado com a pseudo-inversa em função de Ψ ou em função de R^{-1} será insignificante.

Os algoritmos clássicos para decomposição QR Gram-Schmidt (CGS), Gram-Schmidt Modificado (MGS) e de Golub-Householder (GH) apresentam resultados idênticos para a detecção de estrutura com o critério de desempenho ERR. A vantagem da decomposição QR ser realizada pelo método clássico de Gram-Schmidt é que possui interpretação geométrica mais simples, reduzindo Ψ a várias formas canônicas através de projeções entre vetores multidimensionais, sendo o mais adequado para o ensino. Porém, possui a desvantagem de ser menos robusto numericamente, portanto problemas relacionados à inversão de matrizes podem ocorrer mais facilmente. Uma versão do algoritmo FROLS utilizando o processo de decomposição de Gram-Schmidt foi publicada por Billings (2013). A decomposição QR utilizando o algoritmo de Gram-Schmidt Modificado (MGS) é útil porque além de calcular Q e R também revela o posto da matriz de regressores. Na prática, é difícil uma matriz Ψ

horizontal vertical com dados de um sistema experimental não for posto pleno, isto ocorreria se o sistema se encontrasse em uma situação em que há combinação simultânea de diversos fatores desfavoráveis: largura de banda estreita (ou pólo dominante lento), razão sinal-ruído baixa, super amostragem (taxa de amostragem muito alta), e/ou experimento para coleta de dados com duração muito curta.

Foram usadas duas versões do algoritmo FROLS durante o desenvolvimento do trabalho, nas quais a única diferença fundamental estava na etapa de Decomposição QR, que utilizou reflexões de Householder ou ortogonalização de Gram-Schmidt. A Reflexão é uma transformação linear que descreve a reflexão de um vetor através de um hiperplano que contém a origem. A vantagem é que as reflexões são numericamente mais estáveis se as colunas de Ψ já estiverem próximas da ortogonalidade. A versão utilizando reflexões de Householder é apresentada no Anexo I-V e usa trechos de códigos referentes à computação do vetor de Householder e das matrizes de Householder encontrados em Golub e Van Loan (2013). Descrições sobre o mesmo tópico podem ser encontradas também em Aguirre (2000) e Strang (2009).

2.1.9 Erro Médio de Predição (AOE)

O erro médio de previsão ou *Average Output Error* (AOE), Eq. (46), é um critério de performance que avalia a diferença entre a predição do modelo (\hat{y}_i) e saída do processo (y_i), normalizada pela última. Essa diferença é computada em cada instante (i) de amostragem e é dividida pelo número de amostragens totais, N (YIU; WANG, 2007)

$$AOE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - \hat{y}_i)}{y_i} \quad (46)$$

2.1.10 Estimadores de Mínimos de Quadrados não polarizados.

Erros de predição em um modelo frequentemente possuem duas fontes: se foram utilizadas restrições demais dando origem a um modelo muito simples, isto é conhecido como erro de polarização, alternativamente têm-se erro de variância. Um modelo com um número maior de termos e de polos e zeros tende a resultar em baixa polarização, porém maior variância nos parâmetros (LJUNG, 2013). Como definido anteriormente na Introdução, a polarização nos parâmetros é o desvio do vetor parâmetros estimado $\hat{\theta}$ do vetor de parâmetros θ "real" do sistema. Em processos estocásticos, como o vetor de parâmetros estimado e a própria polarização são também variáveis estocásticas, é mais representativo utilizar o valor

esperado de $\hat{\theta}$ ($E(\hat{\theta})$) do que uma realização qualquer da variável aleatória como medida da polarização, Eq. (47). Em geral esse desvio do vetor estimado de parâmetros $\hat{\theta}$ em relação ao valor real θ ocorre porque o vetor dos resíduos ξ não é ortogonal à hiper-superfície em $C(\Psi)$, Eq. (48), devido a ruído e dinâmicas não modeladas, não linearidades, etc. (AGUIRRE, 2000)

$$\text{Polarização} = E(\hat{\theta}) - \theta \neq 0 \quad (47)$$

$$\text{Polarização}_{MQ} = [\Psi^T \Psi]^{-1} E[\Psi^T \xi] \quad (48)$$

Em problemas de identificação de sistemas esse erro na estimativa de θ ocorre mais frequentemente quando o modelo possui retroalimentação da saída ou quando o estimador estendido de mínimos quadrados é aplicado com o conjunto incorreto de regressores. Polarização pode ocorrer também devido a tendência nos dados provocada por distúrbios de baixa frequência ou processo estocástico não-estacionário³, $E(v(k)) \neq 0$. Vale diferenciar *a propriedade* de ortogonalidade do estimador de MQ, que usa $\Psi^T v = 0$ para achar a projeção de y em $C(\Psi)$ nos dados de identificação e *a condição* de que ortogonalidade do vetor de resíduos de predição ξ , gerado na validação por simulação, precisa atender para que não haja polarização em $\hat{\theta}$. A implicação prática da polarização nos parâmetros é evidenciada na simulação, apresentando resultados insatisfatórios no que refere aos indicadores de desempenho. Modelos com erro de variância nos parâmetros tendem a apresentar resultados satisfatórios com algum conjunto de dados, mas são pouco generalistas e tendem perder capacidade de predição em outros conjuntos de dados do sistema (AGUIRRE, 2000).

2.1.11 Estimadores Recursivos de Mínimos de Quadrados.

Em geral, no desenvolvimento de modelos para identificação de sistemas, considera-se que o algoritmo de detecção de estrutura e estimação de parâmetros terá disponível toda a massa de dados, realizando esta tarefa de uma só vez (em *batelada*), *a posteriori* da coleta de todos os dados. Outra possibilidade, na aplicação prática de modelos, é quando os dados são mensurados e disponibilizados sequencialmente, a cada período de amostragem dos sensores. Os parâmetros do modelo podem ser atualizados em cada amostragem, e uma predição mais precisa pode ser realizada pelo modelo desta maneira. A Atualização recursiva é muito útil quando os parâmetros do processo variam ao longo do tempo, devido a não-linearidades,

³ O vetor $v(k)$ aqui é um ruído aditivo, que pode ou não ser branco.

desgastes, falhas, entradas desconhecidas, etc. Dependendo da janela de tempo observada todos os processos variam com o tempo (AGUIRRE, 2000).

É importante distinguir entre estimação recursiva e estimação em batelada; entre estimação *online* e estimação *offline*. A estimação *online* pode ser feita com algoritmos que processam os dados tanto em batelada como de maneira recursiva. A diferença entre *online* e *offline* está no **tempo** que o algoritmo leva para resolver o problema. Se sua resolução for em um tempo inferior ao período de amostragem do processo ou inferior ao tempo necessário para efetuar alguma mudança no processo através dos atuadores, então pode-se dizer que tal algoritmo, recursivo ou em batelada, pode ser utilizado em aplicações *online*. Caso contrário, sua aplicação deve ser denominada de *offline* (AGUIRRE, 2000). Porém geralmente, quando se discute aplicações em tempo real, tende-se a considerar a estimação recursiva primeiro.

Um dos algoritmos usados em sistemas lineares para estimação recursiva de parâmetros por mínimos quadrados é o filtro de Kalman, que é uma formulação do estimador recursivo de mínimos quadrados. O software MATLAB® implementa rotinas de predição e estimação de parâmetros recursivos em modelos ARMAX através do comando *rarmax* que faz parte do toolbox de identificação de sistemas. Apesar do comando utilizar a designação “filtro de kalman” ou “kf” para descrever um dos algoritmos de estimação recursiva, a documentação do software deixa claro que na verdade o método implementado é o algoritmo Gauss-Newton para erro de predição, Eq. (49-53), ou *recursive Gauss-Newton prediction-error algorithm* (GNPE) em inglês

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \gamma(k)P^{-1}(k)\psi(k)\varepsilon(k) \quad (49)$$

$$\varepsilon(k+1) = A(\hat{\theta}(k)\varepsilon(k)) + B(\hat{\theta}(k)z(k)) \quad (50)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(k) \\ \psi(k) \end{bmatrix} = C(\hat{\theta}(k-1))\varepsilon(k) \quad (51)$$

$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k) \quad (52)$$

$$P(k) = P(k-1) + \gamma(k)[\psi(k)\psi(k)^T - P(k-1)] \quad (53)$$

Onde $\varepsilon(k)$ da Eq. (52) é o erro de predição, $\gamma(k)$ na Eq. (49) é o ganho de adaptação e $\gamma(k)P^{-1}$ na Eq. (53) modifica a direção de atualização e o tamanho do passo no método GNPE. Há diferentes abordagens para estimar o ganho de adaptação $\gamma(k)$ em (LJUNG, 1999). As Eqs. (50-51) são uma aproximação linear, invariante no tempo e de dimensões

finitas da direção do gradiente (uma versão escalada da matriz identidade $P(k) = |\psi(k)|^2 I$). O vetor de parâmetros do modelo estocástico é atualizado a cada passo de acordo com a Eq. (49) do algoritmo, usando informação do vetor de parâmetros no ultimo instante de amostragem e do termo adaptativo de inovação (LJUNG, 1999).

Outro algoritmo de estimação recursiva de parâmetros é o do *fator de esquecimento* (λ). Neste a matriz $K(k)$ e $P(k)$ são calculadas com as Eqs. (54) e (55), onde $K(k)$ realiza a mesma função do ganho de Kalman e do termo $\gamma(k)P^{-1}(k)\psi(k)$ da Eq. (55), (LJUNG, 1999).

$$K(k) = P(k-1)\psi(k)[\lambda(k)\Lambda_k + \psi(k)^T P(k-1)\psi(k)]^{-1} \quad (54)$$

$$P(k) = \frac{P(k-1) - P(k-1)\psi(k)[\lambda(k)\Lambda_k + \psi(k)^T P(k-1)\psi(k)]^{-1}\psi(k)^T P(k-1)}{\lambda(k)} \quad (55)$$

Como mencionado em Aguirre (2000), estimação de parâmetros em batelada todos os dados já estão disponíveis e o número de amostragens totais é fixo. Com o estimador de mínimos quadrados ponderados, o peso de um dado regressor é fixo para uma determinada observação nos instantes $k-1$, $k-2$, etc. Porém na estimação recursiva, novos dados serão introduzidos em cada instante de amostragem, então o peso de uma determinada observação " i " em um instante de amostragem k , $w_i(k)$ para $k \geq i$, para o estimador de mínimos quadrados ponderados será máximo quando este for o último dado recebido, $i = k$. O algoritmo do *fator de esquecimento* penaliza o peso de uma observação ao passar do tempo, na estimação de parâmetros, de acordo com a Eqs (56) e (57). Usa-se geralmente λ entre os valores de $0.95 \leq \lambda \leq 0.99$, porque valores menores levaria o algoritmo recursivo a desconsiderar uma observação recente em apenas poucos instantes de amostragem. Com $\lambda = 0.8$, por exemplo, o peso de uma medição " i " cai para 10% em apenas 10 instantes de amostragem.

$$w_k(k) = 1 \quad (56)$$

$$w_i(k) = \lambda w_i(k-1) = \lambda \lambda w_i(k-2) \quad (57)$$

2.1.12 Validação do modelo por simulação.

Tendo obtido uma família de modelos, é necessário verificar se eles incorporam ou não as características de interesse do sistema original e se eles de fato reproduzem os dados ao

longo do tempo. Obter um modelo com essas características nem sempre é uma tarefa simples. O cuidado que deve ser tomado é que a validação do modelo seja feita com um conjunto de dados diferente dos que foram utilizados para determinar o modelo, já que se deseja saber o quão geral é o modelo e qual é a sua capacidade de prever outro conjunto de dados do mesmo sistema. Portanto, o ideal é gerar dois conjuntos de dados independentes: um para detecção de estrutura e estimação de parâmetros, e outro para a validação. Caso isso não seja possível, deve-se dividir um conjunto de dados maior em dois segmentos, não necessariamente do mesmo tamanho, de novo separando um para estimação e o outro para validação. Apesar de independentes, é importante que os dados de estimação e validação sejam obtidos em condições semelhantes, principalmente se o modelo identificado for linear. Isso porque os sistemas reais são não-lineares e um modelo linear obtido de um conjunto de dados, se for válido, representará a dinâmica do sistema em torno de um determinado ponto de operação. Dados coletados em outra condição operacional corresponderão a outro ponto de operação do sistema (AGUIRRE, 2000).

Os resultados da validação por simulação dependem da janela de predição utilizada: simulação um-passo-à-frente, k -passos-à-frente e infinitos-passos-à-frente. Dependendo da janela de predição um modelo poderá se mostrar como uma boa representação do sistema ou não, vai depender das necessidades da aplicação. Quanto maior a janela de predição, menos informação atualizada sobre a saída do processo estará disponível para o modelo.

Na predição um-passo-à-frente, $\hat{y}(k)$, um modelo paramétrico $\hat{y}(k) = \psi^T(k-1)\hat{\theta} + v(k)$ computa a saída $\hat{y}(k)$, no instante atual k , com informação sobre os regressores até o instante de amostragem $(k-1)$. Na próxima predição um-passo-à-frente, para estimar $\hat{y}(k+1)$ no instante $k+1$, soma-se novamente a contribuição de cada termo, $y(k-1), u(k-1), \dots, y(k-n_y), u(k-n_u)$ porém agora referentes ao instante k . Um detalhe importante é que a estimativa passada $\hat{y}(k)$ não será utilizada para predição de $\hat{y}(k+1)$ e sim $y(k)$ dos dados de validação. Além disso, o resíduo $\xi(k+1) = \hat{y}(k+1) - y(k+1)$ também não envolve $\hat{y}(k)$. Será visto mais à frente que esse detalhe é importante para validação estatística. Um problema da simulação com predição um-passo-à-frente, é que a função de custo do algoritmo de estimação de parâmetros procura minimizar a soma dos quadrados dos resíduos e o modelo contar sempre com dados muito atualizados do processo, portanto o erro das predições serão sempre os menores possíveis, e tornando este tipo de predição ruim para validar modelos através de simulação, uma vez que modelos com parâmetros polarizados

podem apresentar resultados razoáveis. Por esta razão, na literatura de modelagem o uso de predições um-passo-à-frente ainda é bastante comum (BILLINGS, 2013).

Na *simulação livre* ou *predição infinitos-passos-à-frente*, as predições $\hat{y}(k+i)$ passadas ($i = 0, -1, -2, \dots, -n$) são utilizadas para estimar a variável de saída $\hat{y}(k+i)$ do modelo no próximo período de amostragem ($i = 1$) e conseqüentemente nos infinitos-passo-à-frente, ($i = 1, 2, 3, \dots, \infty$). Inicialmente para começar a simulação será necessário fazer uma predição um passo à frente $\hat{y}(k+1)$ usando $\psi^T(k)$, mas é importante frisar que todas as próximas predições sempre utilizarão a saída estimada no instante i anterior, $\hat{y}(k+i-1)$. Isso possibilita que qualquer erro sistêmico no modelo acumule rapidamente e seja evidenciado na simulação, ao contrário da simulação um-passo-à-frente que, sob certas condições, possibilita que modelos polarizados, sobre-parametrizados ou até instáveis produzam boas predições (BILLINGS, 2013).

Obviamente a predição de infinitos passos à frente pode ser desnecessária em um caso de aplicação do modelo. Um caso intermediário entre os dois extremos mencionados, é usar o modelo como preditor livre por apenas " k " intervalos de amostragem. Nesse caso, a saída é estimada pelo preditor k -passos-à-passos usando dados menos atualizados do processo comparado com a predição um-passos-à-frente (BILLINGS, 2013). Algoritmos importantes de controle baseados em modelo (MPC) utilizam os preditores k -passos-a-frente.

Tendo-se obtido um conjunto de simulações de diferentes “famílias” de modelos é possível compará-los entre eles, utilizando algum parâmetro que mede o desempenho da simulação, visando determinar um modelo melhor que os outros. Essa etapa envolve a subjetividade do modelador e o resultado da validação vai depender da aplicação pretendida para o modelo e da quantidade de informação disponível sobre o sistema real original (AGUIRRE, 2000).

2.1.13 Validação por análise de resíduos

Os testes de validação descritos anteriormente não indicam se o modelo tem falhas corrigíveis, porque não é possível afirmar se os erros entre os valores medidos e os valores estimados pelo modelo ocorreram devido a problemas na estimação de parâmetros ou porque a dinâmica que produziu os dados não pode ser satisfatoriamente representada pelo modelo sendo validado (AGUIRRE, 2000). É tentador sugerir que um modelo com baixo erro de predição representa o sistema real ao contrário de admitir que na verdade é um simples ajuste

de curva. Se este modelo polarizado for usado em simulação para determinar a resposta de um sistema com entradas diferentes das que foram usadas nos dados ou o modelo for utilizado para controle, certamente problemas aparecerão porque o modelo não capturou a dinâmica do processo corretamente. Os métodos de validação estatística descritos aqui foram desenvolvidos para detectar quando essa situação existir (BILLINGS, 2013).

O conceito principal da validação estatística é que se toda a informação previsível nos dados de identificação for capturada pelo modelo então os resíduos de predição $\xi(k)$ devem ser imprevisíveis. Para esta tipo de validação é *essencial* calcular os resíduos baseando-se em predições um-passo-à-frente, $\xi(k) = \hat{y}(k) - y(k)$ e avaliar a *independência* ou ausência de correlação desses resíduos. Como a hipótese de processo estocástico ergódico⁴ é considerada, então o conjunto de diversas observações independentes (ou realizações) um-passo-à-frente deve representar as características estatísticas assintóticas do processo (e vice-versa, quando convier). Simulações k-passos-à-frente e infinitos-passos-à-frente de modelos autoregressivos (AR, ARMAX, NAR, NARMAX) geram uma correlação natural entre os resíduos, $\xi(k+1)$, $\xi(k+2)$, ..., $\xi(k+i)$ porque em ambos tipos de simulação, há retroalimentação da saída em cada iteração, inclusive em modelos que capturam satisfatoriamente a dinâmica do processo (AGUIRRE, 2000).

Como os dados experimentais contém muitas incertezas e ruído, então utiliza-se limites de confiança de 95%, que são aproximadamente $\pm 1.96\sqrt{N}$ e N é o número de amostragens, para avaliar se os testes de correlação são estatisticamente relevantes ou não. Para um modelo linear, por exemplo, se a função de autocorrelação dos resíduos, Eq. (58), estiver dentro do limite de confiança de 95% para todos os atrasos (τ) diferentes de zero (igual à função delta de Dirac) a autocorrelação dos resíduos é estatisticamente nula com 95% de probabilidade, portanto os resíduos são considerados brancos (AGUIRRE, 2000).

$$r_{\xi\xi}(\tau) = E\{\xi(k-\tau)\xi(k)\} = \delta(0) \quad (58)$$

$$r_{u\xi}(\tau) = E\{u(k-\tau)\xi(k)\} = 0 \quad (59)$$

A função de correlação cruzada, $r_{u\xi}(\tau)$, Eq. (59), avalia se os resíduos da predição ξ do modelo e a entrada u estão correlacionados. Qualquer valor fora do limite de confiança de

⁴ Um sistema dinâmico ergódico tem o mesmo comportamento médio tanto no tempo como no espaço de fase (termo usado na matemática aplicada, é o espaço onde todos os estados do sistema dinâmico estão unicamente representados). Na prática permite que a média no tempo seja tirada ao invés de se tomá-la entre diversas realizações, e vice-versa (AGUIRRE, 2000).

95% significa que o modelo não descreve como uma parte da saída está sendo explicada pela entrada. Se o processo for considerado ergódico é possível substituir a esperança matemática pela média temporal então $r_{\xi\xi}(\tau)$ e $r_{u\xi}(\tau)$ podem ser calculados através das Eqs (60) e (61), onde $\bar{\xi}$ e \bar{u} são as médias do vetor resíduos e vetor entrada do modelo, respectivamente.

$$r_{\xi\xi}(\tau) = \frac{\sum_{k=1}^{N-\tau} [\xi(k) - \bar{\xi}][\xi(k+\tau) - \bar{\xi}]}{\|\xi\| \|\xi\|} \quad (60)$$

$$r_{\xi u}(\tau) = \frac{\sum_{k=1}^{N-\tau} [\xi(k) - \bar{\xi}][u(k+\tau) - \bar{u}]}{\|\xi\| \|u\|} \quad (61)$$

No caso de um modelo não-linear, é possível que o submodelo linear explique toda a informação linear nos dados, se esse for o caso os resíduos do modelo passarão pelos dois testes estatísticos, $r_{\xi\xi}(\tau)$ e $r_{u\xi}(\tau)$. A relação entre as funções de autocorrelação e correlação cruzada com a resposta de frequência do sistema, $H(j\omega)$, é bem conhecida e fundamentada (AGUIRRE, 2000). Por exemplo, uma maneira de estimar $H(j\omega)$ é em função da densidade de potência do espectro cruzado, $\Phi_{uy}(j\omega)$, e da densidade espectral do sinal de entrada, $\Phi_{uu}(j\omega)$, através da Eq. (62), que vem da equação de Wiener-Hopf, Eq. (64), que estima a resposta ao impulso $h(i)$ do processo com maior robustez ao ruído. Pode-se chegar na Eq. (64) fazendo um "caminho inverso" aplicando transformada inversa de Fourier ($\mathcal{F}^{-1}\{\}$) na Eq. (62), como pode ser visto na Eq. (63). Porém, a origem da equação de Wiener-Hopf, Eq. (64), é do somatório de convolução, Eq. (65), que é uma representação linear para sistemas dinâmicos (AGUIRRE, 2000).

$$H(j\omega) = \Phi_{uy}(j\omega) / \Phi_{uu}(j\omega) \quad (62)$$

$$\mathcal{F}^{-1}\{\Phi_{uy}(j\omega)\} = \mathcal{F}^{-1}\{H(j\omega)\Phi_{uu}(j\omega)\} \quad (63)$$

$$r_{uy}(\tau) = \sum_{i=0}^{\infty} h(i) r_{uu}(\tau) \quad (64)$$

$$y(k) = \sum_{i=0}^{\infty} h(i) u(k-i) \quad (65)$$

As Eqs. (62-65) mostram uma relação entre $H(j\omega)$, $r_{uy}(\tau)$, $r_{uu}(\tau)$ e uma determinada representação linear para sistemas dinâmicos. Logo pode-se concluir que $r_{uy}(\tau)$ e $r_{uu}(\tau)$ contribuem apenas com informação linear para estimativa de $H(j\omega)$, quando as densidade espectrais são estimadas a partir da equação de Wiener-Hopf.

A resposta em frequência $H(j\omega)$ de processos reais e não-lineares pode ser melhor representada pelas funções generalizadas da resposta em frequência, GRFRs (*Generalized Frequency Response Function*). A saída no domínio do tempo, $y(t)$, pode ser explicada em função do espectro do sinal de entrada $U(j\omega_i)$ e das GRFRs referentes a cada não-linearidade (H_n) de um sistema, Eq. (66), que é uma extensão não-linear dos termos $H(j\omega)$ da Eq. (62) para explicar a saída. Em um sistema com não-linearidade cúbica por exemplo, $n = 3$, a saída $y(t)$ é composta pela parcela linear da GRFR de primeira ordem, $H_1(j\omega_1)$, similar ao termo $H(j\omega)$ da Eq. (62), além da sua contribuição quadrática da GRFR de segunda ordem, $H_2(j\omega_1, j\omega_2)$, e cúbica de $H_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3)$, para cada componente de frequência do espectro de $U(j\omega_i)$ (BILLINGS, 2013).

$$y(t) = \sum_{n=1}^N \left[\frac{1}{(2\pi)^n} \right] \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(j\omega_1, \dots, j\omega_n) \prod_{i=1}^n U(j\omega_i) e^{j(\omega_1 + \dots + \omega_n)t} d\omega_1 \dots d\omega_n \quad (66)$$

No domínio do tempo, um método simples para detectar não-linearidades a partir dos dados de entrada e saída do processo, sem a necessidade de avaliar testes de degraus ou tentar ajustar modelos não-lineares, foi desenvolvido por Billings e Voon (1983) baseado em uma simples função de correlação. Se o processo é linear então a Eq. (67) é verdadeira ($r_{yy^2}(\tau)$ está dentro do limite de confiança de 95%), se o processo for não-linear então a Eq. (68) é verdadeira ($r_{yy^2}(\tau)$ está fora do limite de confiança de 95%).

$$r_{yy^2}(\tau) = E[\mathbf{y}(k + \tau)\mathbf{y}(k)^2] = 0, \quad \forall \tau \geq 0 \quad (67)$$

$$r_{yy^2}(\tau) = E[\mathbf{y}(k + \tau)\mathbf{y}(k)^2] \neq 0, \quad \forall \tau \geq 0 \quad (68)$$

Uma característica muito importante de $r_{yy^2}(\tau)$ é a capacidade de distinguir entre ruído aditivo na saída e efeitos causados por distorção não-linear nos dados (AGUIRRE, 2000). A função $r_{yy^2}(\tau)$ é computada em dados discretos de acordo com a Eq. (69), onde \bar{y} é a média da saída e novamente considerando a hipótese de processo ergódico.

$$r_{yy^2}(\tau) = \frac{\sum_{k=1}^{N-\tau} [y(k+\tau) - \bar{y}][y(k)^2 - \bar{y}^2]}{\|y\| \|y^2\|} \quad (69)$$

Um conjunto de funções de correlação foi desenvolvida por Billings e Voon, (1986) para validação de modelos não-lineares, Eqs. (70), (71), (72). Estes testes determinam se os resíduos são imprevisíveis por todas as combinações não-lineares de regressores formados por

entradas e saídas, caso $r_{\xi(\xi u)}(\tau)$, $r_{u^2\xi}(\tau)$ e $r_{u^2\xi^2}(\tau)$ estejam dentro do limite de confiança de 95%.

$$r_{\xi(\xi u)}(\tau) = E\{\xi(k)\xi(k+1+\tau)\mathbf{u}(k+1+\tau)\} = 0, \tau \geq 0 \quad (70)$$

$$r_{u^2\xi}(\tau) = E\{\mathbf{u}^2(k+\tau) - \bar{\mathbf{u}}^2(k)\xi(k)\} = 0 \quad (71)$$

$$r_{u^2\xi^2}(\tau) = E\{\mathbf{u}^2(k+\tau) - \bar{\mathbf{u}}^2(k)\xi^2(k)\} = 0 \quad (72)$$

Onde $u^2 = \mathbf{u}^2(k) - E[\mathbf{u}^2(k)]$ e $(\xi u) = \xi(k+1)\mathbf{u}(k+1)$. Assume-se que os momentos de terceira ordem da entrada estão dentro da faixa de confiança, $E[\mathbf{u}(k+\tau_1)\mathbf{u}(k+\tau_2)\mathbf{u}(k)] = 0, \forall \tau_1, \tau_2 \geq 0$ (BILLINGS; ZHU, 1995). Considerando o processo ergódico, pode-se calcular as funções de correlação não lineares pelas Eqs. (73-75).

$$r_{\xi(\xi u)}(\tau) = \frac{\sum_{k=1}^{N-\tau} [\xi(k) - \bar{\xi}] [\xi(k+1+\tau) - \bar{\xi}] [\mathbf{u}(k+1+\tau) - \bar{\mathbf{u}}]}{\|\xi\| \|\xi\| \|\mathbf{u}\|} \quad (73)$$

$$r_{u^2\xi}(\tau) = \frac{\sum_{k=1}^{N-\tau} [\mathbf{u}(k+\tau)^2 - \bar{\mathbf{u}}^2] [\xi(k) - \bar{\xi}]}{\|\mathbf{u}\| \|\xi\|} \quad (74)$$

$$r_{u^2\xi^2}(\tau) = \frac{\sum_{k=1}^{N-\tau} [\mathbf{u}(k+\tau)^2 - \bar{\mathbf{u}}^2] [\xi(k)^2 - \bar{\xi}^2]}{\|\mathbf{u}\| \|\xi\|} \quad (75)$$

Esses testes só são aplicados em modelos cujo filtro de ruído $H(q)$ foi determinado, pois não faz sentido usar este tipo de teste quando se identifica modelos ARX ou NARX a partir de conjuntos de dados reais. Testes adicionais são necessários quando estimadores do tipo variáveis instrumentais ou mínimos quadrados sub-ótimos são aplicados (BILLINGS, 2013). É importante também ressaltar que se deve ter cautela ao descartar um modelo por ter maior variância nos resíduos, porque se a amplitude dos resíduos for alta, mas os testes de validação forem satisfeitos, então a maior variância dos resíduos é uma indicação que a razão sinal-ruído nos dados é elevada e o modelo deve ser utilizado com cautela.

2.2 - Modelagem de sistemas de refrigeração utilizando métodos baseados em identificação de sistemas.

Rasmussen et al. (2016) desenvolvem um modelo para um sistema de refrigeração com armazenamento de energia térmica e com tarifa de consumo elétrico variável da rede de distribuição de energia inteligente (*Smart Grid*). A Dinamarca estabeleceu como meta gerar 50% de sua energia elétrica através de turbinas eólicas e para balancear a geração energética de fontes intermitentes e com o lado da demanda é necessário um sistema que gerencie as flutuações entre a produção e o consumo, inclusive com a possibilidade de controlar a

demanda energética do lado do consumidor. Os sistemas de refrigeração de supermercados utilizam energia elétrica em grande quantidade podem prover um certo grau de flexibilidade à *Smart Grid*. A proposta do trabalho para adequar o sistema de controle de temperatura do supermercado ao controle de demanda da rede envolveria um sistema de armazenamento de energia térmica (banco de gelo) trabalhando em conjunto com um ciclo de refrigeração. A predição futura da carga térmica através de um modelo é um elemento fundamental para integração com o controle de demanda da rede inteligente. Os dados utilizados como entradas pelo modelo são medições horárias da carga elétrica, temperatura ambiente local e predições numéricas do clima (PNC) da região. A dinâmica do modelo é linear com os parâmetros atualizados com o estimador recursivo de mínimos quadrados. As não-linearidades estáticas do processo são modeladas com *spline functions*. Diferentes formulações dos modelos são avaliadas e a validação estatística é feita com testes de autocorrelação e a validação por simulação, com uma janela de predição de 42 h, é avaliada através do erro médio quadrático mostrando bons resultados.

Lara et al. (2016), desenvolveram uma formulação (MPC) para controle de temperatura em um prédio com uma planta de refrigeração. O autor afirma que o controlador trabalha supostamente com erro de modelagem entre a dinâmica do processo e o modelo (espaço de estados), porém não fica claro se essa é escolha deliberada ou se vem da impossibilidade de identificar o modelo. Obviamente deve haver um enorme grau de incerteza no controle de temperatura de um prédio devido a variabilidade das condições climáticas externas e do número de ocupantes. A avaliação do controle de temperatura é realizada em termos do enquadramento da temperatura ao índice de conforto térmico de um quarto de “referência”, que possui também a maior demanda de refrigeração, do número de vezes que esse índice de conforto térmico é violado. O quarto de referência é o que possui a maior área interna e está situado no canto do prédio onde está sujeito à alta incidência de radiação térmica solar, além de ter uma varanda com portas de vidro e madeira que contribuem para dificultar o trabalho do sistema de refrigeração. Se o índice de conforto térmico no quarto com maior carga térmica está sendo atendido, conseqüentemente todos os outros quartos do prédio estarão também dentro dos limites estabelecidos, na zona “confortável” do índice de conforto térmico. Segundo o autor, os resultados mostram que o MPC formulado acompanha melhor o *setpoint* de temperatura no quarto de referencia e viola menos vezes os índices de conforto térmico comparado com outros controladores. A formulação com adição de uma perturbação estocástica, na forma de modelos auto-regressivos (AR) e auto-regressivos com

média móvel (ARMA), é interessante porque envolve um sistema real com alto grau de incerteza.

Liang et al. (2015) desenvolveram um MPC para controle de temperatura com baixo consumo de energia em um prédio. O sistema de controle de temperatura atua em uma unidade de tratamento de ar (*Air Handling Unit*) do tipo "volume de ar variável" (*Variable Air Volume*). As saídas dos modelos ARMAX do processo foram a temperatura de retorno do ar e o fluxo de retorno do ar e as entradas para ambos os modelos são: a razão de ar de retorno reciclado, fluxo de ar externo e temperatura de ar externo. Esse tipo de unidade controla a temperatura de uma construção variando o fluxo de ar a uma temperatura constante. A vantagem desse tipo de sistema comparado com sistemas com volume de ar fixo são: controle de temperatura mais preciso, com menor desgaste do compressor e menor consumo de energia. O consumo de energia da unidade de tratamento de ar é estimado através de um balanço de energia. A implementação do MPC resultou em uma economia de energia de 27% comparado com o controlador originalmente instalado no prédio e a validação foi realizada com experimentos que duraram até 26 dias.

Piedrahita-Velázquez et al. (2014) apresentam um estudo de modelagem com identificação de sistemas e aplicação em controle de temperatura de um refrigerador residencial com compressor com velocidade variável visando redução do consumo energético. Os modelos SISO ARMAX identificados usam como entradas a frequência de rotação do compressor em RPM, temperatura ambiente e umidade relativa para prever a temperatura do compartimento, umidade do compartimento, temperatura do ar no freezer e a temperatura na superfície do evaporador. O controlador aplicado é um PI com *antiwindup*. O estudo emprega uma técnica de alocação de polos para que o tempo de assentamento em malha fechada seja o mesmo do tempo de assentamento em malha aberta. Isso resulta em uma operação com baixo esforço de controle e contribui para redução de consumo energético do compressor. O controlador PI configurado desta maneira demonstrou ser capaz de reduzir o consumo energético em até 15% comparado com controle *on-off* em um teste de consumo energético. Outros testes foram realizados nesse estudo com o controlador PI: teste de rejeição a distúrbios e teste de preservação de alimentos. Os autores argumentam que no teste de rejeição a distúrbios o controlador linear digital foi suficiente para controlar as temperaturas do compartimento e do freezer no setpoint, porém os dados experimentais mostram apenas uma perturbação em condições experimentais, que aparentam ser bastante controladas, não refletindo a realidade operacional de um sistema de refrigeração real.

O'Connell et al. (2014) estudaram a aplicação de modelos ARMAX na predição de demanda frigorífica com o objetivo de integrar sistemas de refrigeração a uma *Smart Grid*. O trabalho traz informações relevantes sobre a regulamentação do mercado de energia nórdico e sobre os sistemas desenvolvidos para trabalhar com uma oferta energética variável. O modelo foi identificado utilizando o *Toolbox* de identificação de sistemas do MATLAB e segue grosseiramente a dinâmica dos dados temperatura na validação, porém os autores argumentam que o objetivo principal é prever a demanda e não modelar precisamente a dinâmica de sistemas de refrigeração. Explicações de como esse tipo de estimativa de demanda pode contribuir para o mercado de energia com oferta variável em uma *Smart Grid* são discutidas.

Li e Huang, (2013) estudaram o problema de predição da carga de refrigeração em prédios. Predições a curto prazo são fundamentais para atingir as metas de redução de consumo de energia. Porém, previsões do clima externo e da carga térmica interna tornam a predição da carga de refrigeração muito incerta. Dentro dessa realidade, o estudo avalia modelos de predição da carga de refrigeração em termos da: (1) precisão na predição da carga térmica, (2) adaptabilidade ao ponto de referência da temperatura e (3) habilidade de prever a curva de probabilidade da carga consistente com diferentes cenários (diferentes massas internas e externas). Os quatro modelos avaliados são ARMAX, Regressão Linear Múltipla (RLM), Redes Neurais Artificiais (RNA) e modelo analítico na forma de um circuito Resistor-Capacitor. Os resultados mostraram que o modelo ARMAX e a Regressão Linear Múltipla foram tanto mais precisos como exatos na predição da carga térmica. O modelo analítico foi superior na adaptabilidade a mudanças no ponto de referência. Porém, nenhum dos modelos apresentam resíduos com distribuição normal, então segundo os autores, o desenvolvimento de modelos para predição de carga de refrigeração com estas características deve continuar avançando. O autor deste trabalho usou de maneira equivocada o conceito de distribuição normal da função de densidade de probabilidade (PDF) dos resíduos com características de *generalidade* do modelo e *independência* dos erros (resíduos). Na realidade resíduos brancos, independentes, possuem função de densidade de potência do espectro dos resíduos, $\Phi_{\xi\xi}(j\omega)$, ou *power spectrum* em inglês, com energia em todas as frequências. Trata-se de uma característica que pode ser facilmente inferida através das funções de auto-correlação dos resíduos ($r_{\xi\xi}(\tau)$), já que $\Phi_{\xi\xi}(j\omega) = \mathcal{F}\{r_{\xi\xi}(\tau)\}$, onde o operador $\mathcal{F}\{ \}$ se refere a transformada de Fourier. Seguindo a lógica do autor, sinais banda larga como PRBS ou BGN (*Binary Gaussian Noise*) não poderiam ter características de ruído branco, pois sua função de densidade de probabilidade (PDF) está longe de ser normal, e pode ser estimada

facilmente no MATLAB. A função de densidade de probabilidade de um sinal PRBS, tanto com banda limitada como banda larga, está mais próxima a distribuições estatísticas de "dois-pontos", como a distribuição de Bernoulli ou de Rademacher.

Romero et al. (2011), realizaram uma identificação de modelos lineares caixa-preta (ARX, ARMAX, Box-Jenkins, OE) para prever a resposta dinâmica da temperatura da água resfriada por um sistema de refrigeração a compressão de vapor tendo como entradas a temperatura do fluido na entrada do trocador de calor e a velocidade do compressor. O estimador de mínimos quadrados usado é o recursivo, no qual é possível atualizar o vetor de parâmetros à medida que os dados do processo são disponibilizados.

Yiu e Wang (2007) aplicaram a técnica de identificação de modelos caixa-preta com a estrutura ARMAX em um sistema de refrigeração. Diversos modelos MIMO e SISO com diferentes estruturas de submodelos: auto regressivas, com média móvel, exógenas: AR(2-3), MA (1-3) e X(1-3), respectivamente, foram identificados. O estudo fundamentalmente trata de determinação de ordem em modelos estocásticos aplicados a processos reais de refrigeração. Os parâmetros do modelo foram estimados pelo método dos mínimos quadrados estendido recursivo. O modelo foi validado por comparação da simulação com dados de um sistema de refrigeração predial. Não foi realizada validação estatística por análise de funções de correlação.

2.3 - Modelagem de sistemas de refrigeração utilizando métodos baseados em inteligência artificial (Fuzzy, Redes Neurais, Neuro-Fuzzy).

Marvuglia et al. (2014) desenvolveram uma aplicação na qual uma rede neural-NARX faz uma previsão de temperatura interna em uma construção que serve como entrada para um controlador Fuzzy que controla *on-off* a velocidade do ar em um sistema de aquecimento, ventilação e ar-condicionado (HVAC) predial. Para gerar esta previsão interna de temperatura, a rede Neural-NARX usa a temperatura interna medida no instante de amostragem anterior e alguns parâmetros meteorológicos como: temperatura externa, umidade relativa do ar e velocidade do vento. O controlador Fuzzy toma sua decisão baseando-se apenas na previsão de temperatura do modelo Neural-NARX como já foi mencionado, sem nenhuma consideração sobre cargas térmicas variáveis ou sobre o comportamento dos ocupantes. Os autores argumentam que há possibilidades de uso mais eficiente de energia elétrica, pois com esta configuração o fluxo de ar no sistema HVAC é controlado considerando a *previsão* da temperatura interna ao invés da temperatura medida

naquele instante de amostragem. A leitura externa da temperatura pelo modelo é muito importante para o controle de temperatura interno da construção, pois é possível que ocorram variações bruscas na temperatura externa (tomando como referência a dinâmica interna da temperatura), ou que o isolamento térmico da construção seja mal-dimensionado. Os autores consideram que esse trabalho é um passo inicial para o desenvolvimento de um modelo preditor da temperatura interna de uma construção, e que um modelo com outras entradas deve ser avaliado no futuro.

Chiang et al. (2014), propuseram um modelo Neural-NARX para modelar a dinâmica de um sistema condicionador de ar automotivo com um compressor de rotação variável. Duas arquiteturas de rede são avaliadas: Perceptron multicamadas e redes de função de base radial para simulação dinâmica da temperatura da cabine. Os parâmetros da rede (ordem das entradas n_y e n_u , número de neurônios na camada oculta, valor de spread) são definidos através da análise do seus efeitos no erro de predição. Os dados de entrada e saída utilizados para identificação de modelo são coletados de uma bancada experimental com os componentes originais de um sistema de condicionador de ar automotivo. Simulações um-passo-à-frente, 20-passos-à-frente e infinitos-passos-à-frente são utilizadas para avaliar a qualidade dos modelos. Na comparação entre as arquiteturas de rede utilizadas no trabalho a rede perceptron multicamadas se mostrou ligeiramente mais adequada para esse caso, com estrutura $n_u = 5$, $n_y = 3$ e cinco neurônios na camada oculta e valor de dispersão de 5 comparado com a melhor rede de função de base radial, com $n_u = n_1 = 1$, 15 neurônios na camada oculta e valor de spread de 5. Os resultados mostram que o modelo Neural-NARX é capaz de modelar as não-linearidades de um sistema de A/C.

Biserni et al. (2006), estudaram a dinâmica de sistemas experimentais que exibem o efeito *Vapotron*. Este fenômeno ocorre quando há evaporação de um fluido refrigerante subresfriado que está aprisionado nas cavidades de uma superfície aletada não-isotérmica. As não-linearidades da dinâmica do processo são analisadas no espaço de fases, projeções em duas dimensões dos atratores detectados nas séries temporais dos sensores de temperatura são apresentadas e suas estruturas indicam que há uma fonte determinística para a dinâmica observada. Além disso, a presença de distribuição fractal e das dimensões de incorporação (*embedding dimension*) locais, globais e dimensão de Lyapunov indicam que há fonte caótica para o comportamento do processo. As características principais de processos caóticos são: 1) em relativamente pouco tempo, estados iniciais relativamente próximos produzem dinâmicas bem diferentes. 2) em um horizonte de tempo maior é possível observar comportamento

recorrente. Isto implica que comportamento oscilatório que em uma janela de tempo estreita aparenta irregular e aperiódico, pode se mostrar ser periódico se a tempo for estendida o suficiente. A dinâmica do sistema foi modelada com um modelo Neural-NARMAX (rede *Perceptron* multicamadas) e apresentou boa capacidade de predição da dinâmica do sistema, demonstrando que este método de identificação é adequado para representação matemática de sistemas desse tipo.

2.4 - Desenvolvimento de métodos e algoritmos para detecção de estrutura e estimação de parâmetros.

O livro *Nonlinear System Identification: NARMAX Methods in the Time, Frequency and Spatio-Temporal Domains* de Billings (2013) referencia publicações da década de 80 e 90 do próprio autor e seus colaboradores que eventualmente resultaram no desenvolvimento do estimador de mínimos quadrados ortogonais e do algoritmo para detecção de estrutura dos modelos NARMAX (BILLINGS et al., 1988; BILLINGS; FADZIL, 1985; BILLINGS; VOON, 1984; CHEN et al., 1989; KORENBERG, 1985, 1988). Os algoritmos para decomposição QR de Gram-Schmidt (CGS), Gram-Schmidt Modificado (MGS) e de Golub-Householder (GH) são modificados para incluir a determinação de estrutura de modelos simultaneamente com a estimação de parâmetros com estimador ortogonal de mínimos quadrados. Independente do método usado para decomposição QR, a precisão é equivalente em todos os métodos devido aos resultados são idênticos em todos os casos. Apesar do algoritmo clássico de *Gram-Schmidt* ser mais simples de programar, é o que demora mais para chegar a resolução e é menos estável numericamente.

Outra contribuição importante no desenvolvimento de novos métodos matemáticos de detecção de estrutura, Aguirre e Billings (1995) introduziram o conceito de agrupamento de termos e coeficiente de agrupamento como um método auxiliar ao critério de taxa de redução de erro (ERR) para seleção de estruturas em modelos polinomiais. Um conjunto de termos candidatos de um modelo pode ser representado pelo seu coeficiente de agrupamento. Com este método deseja-se detectar quais os coeficientes de agrupamento são mais eficientes em explicar os dados (coeficientes de agrupamento efetivos). Por exemplo, se uma série temporal for suficientemente suave, pode-se assumir que se $y(k-1) \approx y(k-2) \approx \dots \approx y(k-n_y)$ então estes termos devem ser considerados espúrios no modelo e seu coeficiente de agrupamento Ω_y é pequeno comparado com os outros, então os termos correspondentes a este agrupamento podem ser removidos do conjunto de termos candidatos. A vantagem dessa nova

abordagem é reduzir drasticamente a quantidade de termos candidatos quando um agrupamento é considerado espúrio, reduzindo o esforço computacional e parametrização excessiva, e resultando em um modelo que reproduz melhor a dinâmica do sistema. Resultados obtidos por simulação (um oscilador periódico com elasticidade não-linear de Duffing-Ueda) mostram que um modelo composto de termos do conjunto de agrupamentos efetivos apresenta comportamento dinâmico mais preciso comparado com um modelo que contém agrupamentos espúrios (AGUIRRE, 2000).

2.5 - Extensões e variantes do Algoritmo FROLS

Uma versão rápida do algoritmo FROLS foi proposta por Zhu e Billings (1996), para modelos MIMO, em que apenas um número pequeno de correlações precisa ser estimado para inferir a estrutura e a matriz ortogonal não precisa ser calculada explicitamente. Outra versão do algoritmo que inclui um método de regularização na estimativa dos parâmetros foi desenvolvida por Chen et al. (1996), permitindo que a robustez do modelo seja aprimorada e sobre-parametrização seja reduzida. Outra versão que usa o erro da predição em infinitos passos à frente ao invés de um-passo-à-frente para determinar a estrutura do modelo é proposta por Billings e Mao (1998a) e Piroddi e Spinelli (2003). Martins et al. (2013) propõem um critério de seleção de estrutura multi-objetivo, incorporando além da redução de variância não explicada, informação sobre o regressor relacionada aos pontos fixos e ao erro de predição. A incorporação da variável estatística PRESS (*predicted residual sum of squares*) no procedimento de regressão ortogonal foi proposta por Wang e Cluett (1996), Hong et al. (2003), Chen et al. (2004). Algoritmo de seleção de variáveis baseados em modelos lineares locais com ESR (*Error to Signal Ratio*) foi proposto por Wei et al. (2004).

Versões recursivas (ou online), bastante complexas, que atualizam tanto a estrutura do modelo como os parâmetros, aplicadas tanto a modelos NARMAX como redes de funções de base radial, baseadas em uma janela retangular deslizante e *rotações de Givens* foram apresentadas por Luo e Billings (1995) e com algoritmos de decomposição QR e janela exponencial (LUO et al., 1996). Outro algoritmo com estrutura do modelo seletiva e atualização de parâmetros também foi desenvolvido (LUO; BILLINGS, 1998).

Alguns trabalhos utilizam, aparentemente com sucesso, os algoritmos genéticos para determinar a estrutura e parâmetros dos modelos ARX, NARX e NARMAX (BILLINGS; MAO, 1998b; CHEN et al., 2007; XIAO-LEI; YAN, 2009).

2.2.3– Validação por funções de correlação.

Billings e Voon (1986) propuseram funções de correlação de ordem superior para detectar a presença de termos não modelados lineares e não-lineares nos resíduos de identificação ($\xi = \mathbf{y} - \Psi\hat{\theta}$). Os testes indicaram que, se o modelo é correto, os resíduos ξ não podem ser estimados a partir de qualquer combinação, linear ou não-linear, de entradas $u(k - i)$ e saídas $y(k - i)$ passadas. Foi demonstrado que testes de correlação tradicionais (lineares) apresentam informação incorreta quando aplicados a sistemas não-lineares. Testes de correlação adicionais foram propostos quando o método das variáveis instrumentais (VI) ou o método dos mínimos quadrados foram utilizados para estimar o modelo do processo não-polarizado sem estimar o modelo do ruído. Os resultados foram demonstrados por simulação.

Billings e Tao (1991) analisaram testes de validação por autocorrelação de resíduos aplicados a modelos autônomos (sem entradas exógenas), mais comuns em aplicações de processamento de sinais. Foi demonstrado que as funções de autocorrelação $r_{\xi\xi}(\tau)$, $r_{\xi\xi^2}(\tau)$ e $r_{\xi\xi\xi}(\tau)$ detectam apenas um subconjunto de termos não-modelados no vetor de resíduos enquanto que $r_{\xi^2\xi^2}(\tau)$ detecta todos os possíveis termos. Simulações foram apresentadas demonstrando a eficiência dos testes quando aplicados a dados simulados e reais.

Billings e Zhu (1995) estenderam os testes de validação por funções de correlação para o caso MIMO. Em geral, para os sistemas MIMO a validação por correlação produz uma quantidade grande de gráficos de correlação que precisam ser analisados. O trabalho propõe um novo conjunto de testes de correlação que além dos resíduos e da entrada utiliza a saída do sistema. Um novo procedimento de validação por correlação de modelos MIMO foi proposto, estabelecendo hierarquia entre testes, em que alguns testes verificaram a validade global do modelo e testes locais foram aplicados apenas se o modelo for considerado inadequado globalmente. Exemplos práticos foram demonstrados da aplicação do procedimento, incluindo um exemplo com redes neurais.

2.6 - Aplicações de modelos caixa-preta em outros sistemas

Modelos não lineares caixa-preta têm apresentado diversas aplicações na engenharia. Na área de controle de processos para geração de energia, um modelo ARIMAX (CARIMA) foi utilizado para modelar perturbações randômicas em um campo de coletores solares em uma planta de produção energia termosolar. Modelos polinomiais com integração no termo do ruído $v(k)$ são úteis quando a perturbação não é estacionária, apresentando fenômeno de

“drift” do sinal (CAMACHO et al., 1994). Outros bons exemplos de uma aplicação do modelo (N)ARIMAX são a modelagem de uma reação de polimerização em um reator batelada (ÖZKAN et al., 2006) e de um processo de neutralização de pH (ALTINTEN, 2007). Um modelo ARMAX para o controle de uma planta de refrigeração por absorção movida à energia solar foi obtido utilizando técnicas de identificação de sistemas (NUÑEZ-RAYES et al., 2005).

Thomson et al. (1996), aplicaram com sucesso a metodologia proposta por Chen et al. (1989) para detecção de estrutura e estimação de parâmetros na identificação de modelo SISO NARMAX de um trocador de calor, em que a entrada é o grau de abertura da válvula da linha de fluido quente e a saída é a temperatura de saída da linha de fluido frio. Testes de correlações para modelos não-lineares foram avaliados evidenciando não-linearidade. As conclusões foram praticamente idênticas às do trabalho de Billings e Voon (1986).

Aplicações interessantes para identificação de sistemas existem em diversas outras áreas, como na Engenharia Biomédica. Ahn e Ahn (2009, 2011) desenvolveram um algoritmo de controle de um músculo artificial pneumático baseando-se em um modelo NARX. No trabalho de Ghosh e Maka (2009), a identificação de sistemas foi utilizada para obter um modelo NARX que modela a interação fisiológica entre o teor de glicose no sangue e o seu hormônio controlador, a insulina (manipulável). A importância deste modelo está na melhor avaliação da sensibilidade à insulina, que é a capacidade da insulina de aumentar o consumo de glicose dos tecidos vivos, importante na investigação clínica de doenças metabólicas.

2.7 – Análise da Revisão Bibliográfica

Há diversos trabalhos na literatura que exploram modelagem para processos de refrigeração com modelos estocásticos, geralmente lineares. É frequente o uso de estimadores recursivos para atualizar os parâmetros do modelo linear. Quando as não-linearidades são levadas em conta, em geral, são utilizadas funções auxiliares ao modelo linear, como funções *splines*, ou utilizando modelos de redes neurais artificiais com entradas similares aos modelos estocásticos, como os modelos Neural-NARX ou Neural-NARMAX. Não foi encontrado nenhum trabalho de identificação de modelos estocásticos NARMAX em processos de refrigeração de qualquer natureza. Também não foram encontrados trabalhos que comparam modelos invariantes no tempo com modelos com parâmetros que variam no tempo. Isto se deve ao fato de que é bastante trabalhoso, e algumas vezes, impossível obter um modelo linear estatisticamente válido em processos que são inerentemente não-lineares

Capítulo 3: Materiais e Métodos

3.1 Planta Piloto Experimental

Ciclos de refrigeração operam tradicionalmente com quatro componentes principais: um compressor, um dispositivo de expansão e dois trocadores de calor, onde a evaporação e a condensação do fluido refrigerante ocorrem separadamente nos respectivos trocadores de calor. A planta de refrigeração do Laboratório de Controle e Automação da FEQ/Unicamp (Fig. 3) opera com um ciclo refrigeração com o refrigerante R404A. Uma lista detalhada com os equipamentos principais do ciclo e dos circuitos de fluidos secundários é apresentado na Tabela 1. Essencialmente a função do compressor é gerar um diferencial de pressão para que o fluido escoe através do sistema e que a temperatura do refrigerante superaquecido na saída suficiente alta para que o mesmo possa condensar a uma temperatura ambiente.

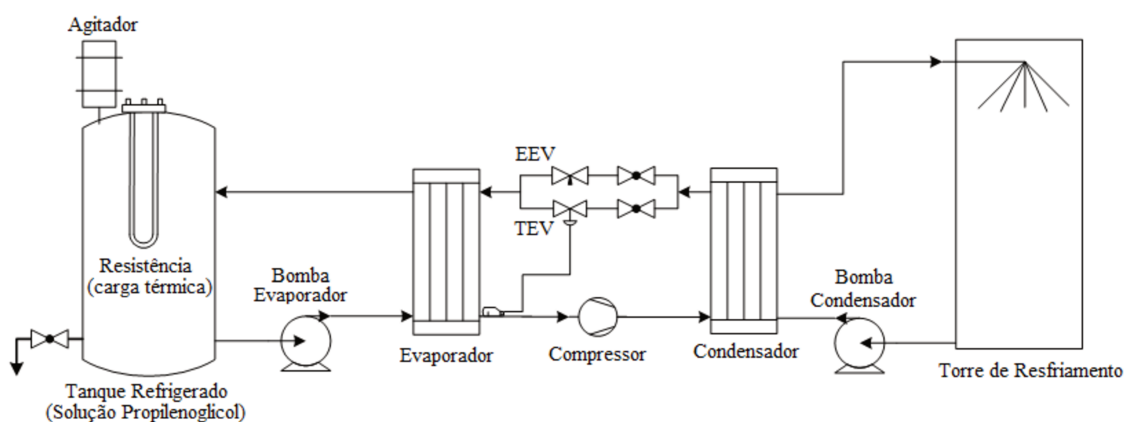


Figura 3 - Planta Piloto de Refrigeração. Fonte: Dantas et al. (2017)

O compressor BITZER 4EC-4.2Y de 4.2HP do tipo semi-hermético comprime e desloca o fluido refrigerante através das tubulações de cobre para os outros dispositivos do ciclo. A diferença principal dos compressores semi-herméticos para os outros tipos de compressores é que tanto o compressor como o seu motor estão alojados na mesma carcaça, que é projetada para ser aberta para inspeção e manutenção. As diferenças de projeto geralmente resultam em diferenças na operação. Segundo Tassou e Qureshi (1998), os compressores alternativos semi-herméticos possuem eficiência isentrópica e capacidade de refrigeração por unidade de deslocamento inferiores em baixas rotações do eixo, comparado aos compressores alternativos abertos. Essa eficiência menor é resultado do maior superaquecimento na sucção e da maior temperatura na descarga do compressor semi-

hermético, que é uma consequência de projeto porque o refrigerante da linha de sucção é usado para resfriar os enrolamentos do motor antes de entrar nos cilindros de compressão. Em compensação, os compressores semi-herméticos apresentam um COP maior em estado estacionário comparado com os compressores rotativos.

Tabela 1 - Equipamentos principais do ciclo de refrigeração e dos circuitos de fluidos secundário

Equipamento	Fabricante	Tipo	Modelo
Compressor	Bitzer	Semi-hermético	4EC-4.2Y
Evaporador	Alfa Laval	Placas brasada	CB 26M
Condensador	Alfa Laval	Placas brasada	CB 26M
Válvula de expansão	Danfoss	Termostática	TES2
Válvula de expansão	Sporlan Parker	Eletrônica	SER-B 3x4 ODF
Bomba	KSB	Centrifuga	Hydrobloc P500
Bomba	WEG	Deslocamento Positivo	RZR 500

A operação de compressores com velocidade variável envolve a conversão de uma alimentação trifásica em corrente alternada (3x127 V à 60hz) por um retificador para alimentação em corrente contínua de um inversor de frequência. A saída do inversor alimenta o motor do compressor com corrente alternada trifásica à uma determinada magnitude e frequência que resulta na rotação em velocidade parcial do eixo do compressor. Essa conversão possui uma eficiência da ordem de 95% que não muda significativamente com a frequência e carga (TASSOU; QURESHI, 1998). A velocidade de rotação do compressor da planta piloto de refrigeração da Fig. 3 é manipulada através de um inversor de frequência WEG CFW08 que recebe um sinal analógico 4-20 mA de um PLC, que por sua vez é acessado através do ambiente SCADA em um PC.

Dois dispositivos auxiliares do ciclo de refrigeração, um separador de óleo e um separador de líquido, estão instalados nas linhas de descarga e sucção, respectivamente. A função do separador de líquido é, como o nome sugere, separar eventuais gotículas de refrigerante que possam permanecer em fase líquida jusante ao evaporador. Compressores maiores como os usados em aplicações comerciais, geralmente possuem um sistema de lubrificação forçada, no qual uma bomba de óleo opera dentro da carcaça do compressor. A função dessa bomba é forçar óleo lubrificante através das aberturas no virabrequim para

lubrificar partes móveis como a biela e o rolamento da haste. A maior parte do óleo retorna para o cárter, porém uma parte acaba sendo arrastada pela descarga refrigerante. A função do separador de óleo é coletar o óleo na saída do compressor e retornar para o cárter.

O processo de expansão pode ser realizado com dois tipos de válvulas, uma termostática (TEV) e outra eletrônica (EEV). A válvula termostática (TEV) da marca Danfoss é o dispositivo de expansão mais comum em sistemas de refrigeração e sua função, assim como a de qualquer dispositivo de expansão, é regular a vazão de refrigerante líquido no evaporador. A taxa de transferência de calor no evaporador está ligada diretamente à taxa de evaporação de refrigerante líquido.

Resumidamente o mecanismo de operação de uma TEV é: um bulbo sensor localizado na saída do evaporador infere o grau de superaquecimento do refrigerante, que por sua vez desloca mecanicamente a posição da haste interna da válvula, regulando a área interna do orifício disponível para escoamento do refrigerante. Quando a carga térmica aumenta o superaquecimento do refrigerante na saída do evaporador também aumenta, o que resulta em uma maior pressão exercida pelo bulbo sensor no embolo interno da válvula e em uma maior vazão de refrigerante para o evaporador, suprimindo assim o aumento na carga térmica e regulando o superaquecimento de volta ao seu valor nominal. Stoecker e Jabardo (2002), trazem uma descrição mais detalhada do mecanismo de operação de uma válvula termostática.

O grau de superaquecimento muito elevado penaliza o coeficiente global de transferência de calor do evaporador. O coeficiente de transferência de calor do gás varia bastante dependendo do título do refrigerante, porque o mecanismo de transferência de calor é complexo e também muda ao longo do comprimento do trocador. As mudanças observadas nesse coeficiente estão associadas às transições entre regimes de escoamento das fases líquido e vapor com a evaporação do refrigerante. Inicialmente, na entrada do evaporador as bolhas de vapor escoam juntamente com o refrigerante na fase líquida. Com o aumento da fração do fluido na fase vapor, eventualmente o padrão de escoamento do fluido muda para regime de golfadas (*slug flow*) e para o regime anular, com a fase vapor escoando em alta velocidade na região central do tubo e um filme líquido em contato com a superfície interna do tubo. Quando quase todo o refrigerante está na fase vapor, há uma redução drástica no coeficiente de transferência de calor porque já não há praticamente mais filme líquido em contato com a parede interna e a fase líquida remanescente pode estar presente na forma de névoa ou de pequenas gotículas de líquido e vapor superaquecido. Sabe-se que o coeficiente de

transferência de calor de um gás é quase sempre inferior ao coeficiente da sua forma líquida, segundo Stoecker e Jabardo (2002).

O sistema de refrigeração irá operar com alta eficiência se a absorção de calor no evaporador for máxima e se o trabalho de compressão for mínimo. A troca de calor com o maior coeficiente médio de transferência de calor (para uma dada área de troca térmica) ocorrerá quando o calor latente de vaporização ($m\Delta H_{vap}$) for próximo à carga térmica requerida. Portanto, maior coeficiente médio de transferência de calor ao longo do evaporador está diretamente ligado ao baixo grau de superaquecimento útil, que é a diferença entre a temperatura do refrigerante na saída do evaporador (sensível) e a temperatura do refrigerante na entrada do evaporador (temperatura de evaporação). Além da influência citada em relação ao coeficiente de troca de calor, o superaquecimento elevado contribui para a redução na eficiência do ciclo porque resulta em maiores diferenças entre as temperaturas de sucção e descarga e, portanto, maior gradiente de pressão no compressor e maior trabalho de compressão (STOECKER; JABARDO, 2002).

O controle da válvula termostática é do tipo proporcional, pois o ajuste interno da posição da haste depende unicamente da diferença entre a temperatura na saída do evaporador e o valor ajustado na válvula para aquela pressão de evaporação. Para proteger contra vazões excessivas de refrigerante líquido no evaporador ou situações onde o tempo de resposta da válvula termostática não seria suficientes para evitar a aspiração de refrigerante líquido na sucção do compressor, as válvulas termostáticas são projetadas com um “superaquecimento estático”. Mesmo que a válvula esteja próxima de fechar, a vazão de refrigerante mínima garante um superaquecimento positivo mínimo (STOECKER; JABARDO, 2002).

O orifício de 5mm da válvula termostática foi especificado através de catálogos da Danfoss, para uma temperatura de condensação de 35 °C e temperatura de evaporação de -20 °C e carga térmica de 10 kW. Como há uma variabilidade natural da temperatura de bulbo úmido e da carga térmica ao longo do ano, é necessário reavaliar o desempenho da planta e se necessário especificar outro orifício para a válvula termostática. É importante utilizar o orifício correto de acordo com a carga de refrigeração esperada. A seleção de um diâmetro de orifício pequeno tende a causar uma variação de pressão muito grande no processo de expansão, que pode resultar na redução da temperatura de evaporação de tal maneira que a massa específica do fluido refrigerante fique muito baixa e conseqüentemente o compressor perca eficiência volumétrica, porque terá que deslocar um fluido com baixa densidade. Por

outro lado, um orifício muito grande causa uma variação de pressão baixa no processo de expansão e pode resultar em uma entalpia de evaporação à mais alta temperatura, com a restrição que compressores semi-herméticos são projetados para trabalhar com uma variação de pressão mínima.

O outro dispositivo de expansão instalado na planta piloto de refrigeração, é a válvula de expansão eletrônica. As características do projeto da EEV permitem que seja realizado um controle preciso de vazão do refrigerante, pois internamente um trem de engrenagem gira com precisão de apenas uma fração de uma revolução, posicionando o pino da válvula que regula a área disponível para o fluxo de refrigerante com uma precisão equivalente. O fabricante da EEV usada nesse trabalho é a Sporlan Parker cujo modelo é SER-B 3x4 ODF. A abertura é regulada através do controlador do motor de passo, Sporlan Kelvin II, que pode ser configurado como um controlador de superaquecimento independente ou como um controlador escravo, recebendo estado de referencia externo através da sua entrada analógica. No desenvolvimento desse trabalho o controlador da Sporlan Kelvin II manipulou, em malha aberta, a abertura da válvula através de um sinal externo da porta serial RS485 (protocolo MODbus RTU), onde foi possível estabelecer comunicação com o ambiente SCADA no PC.

Como pode-se ver na Fig. 3, além do ciclo de refrigeração há duas linhas de utilidades que auxiliam na rejeição e absorção de calor, ambas construídas na forma de circuito fechado com tubulação comum em aplicações hidráulicas. No processo de condensação o R404A troca calor, em um trocador de placas brasadas da marca AlphaLaval modelo CB 26M, com um circuito secundário de água que por sua vez rejeita calor para o ambiente em uma torre de resfriamento. Para deslocar a vazão de água no circuito de condensação foi utilizado uma bomba centrífuga KSB Hidrobloc P500 de 0,5 HP

Na linha de fluido secundário do evaporador, o refrigerante R404A troca calor em um trocador também da marca AlphaLaval modelo CB 26M. Uma resistência térmica imersa em um tanque de armazenamento da solução de propilenoglicol e água fornece um fluxo de calor constante para a solução, que é resfriada no evaporador até uma temperatura de estado estacionário. Uma bomba de deslocamento positivo (WEG RZR 500 de 0,75 HP) é utilizada para circular a solução de propilenoglicol e água nessa linha. Em outras possíveis aplicações para um *chiller*, a solução pode ser bombeada maiores distâncias através do mesmo tipo de tubulação até o local desejado.

3.2 Instrumentação instalada na planta de refrigeração

O sinal analógico 4-20 mA dos sensores (Tabela 2) é convertido para digital no CLP e pode ser lido também pelo software SCADA (Indusoft webstudio), através do uso do protocolo *Open Platform Communications* (OPC Foundation). O software MATLAB 2014b também recebe, exibe e grava os dados através da comunicação com software SCADA através do seu cliente OPC.

Tabela 2 - Tipos de sensores e seus respectivos alcances e precisões.

Sensor	Tipo	Alcance	Precisão
Temperatura de descarga	Pt100	-50,00 até 150,00	±0,50 °C
Temperatura de condensação	Pt100	-50,00 até 150,00	±0,50 °C
Temperatura de evaporação	Pt100	-50,00 até 150,00	±0,50 °C
Temperatura na saída do evap.	Pt100	-50,00 até 150,00	±0,50 °C
Temperatura de sucção	Pt100	-50,00 até 150,00	±0,50 °C
Temperatura na linha de líquido	Pt100	-50,00 até 150,00	±0,50 °C
Temperatura de sub-resfriamento	Pt100	-50,00 até 150,00	±0,50 °C
Pressão de descarga	Piezo-resistivo	0,00 até 40,00 bar	±0,05 bar
Pressão de condensação	Piezo-resistivo	0,00 até 40,00 bar	±0,05 bar
Pressão de evaporação	Piezo-resistivo	0,00 até 10,00 bar	±0,05 bar
Pressão de sucção	Piezo-resistivo	0,00 até 10,00 bar	±0,05 bar
Vazão mássica	Coriolis	0 até 60g/s	±2 g/s
Vazão Volumétrica	Turbina	0,17 até 1,70 m ³ /h	±0,02 m ³ /h
Fluxo Volumétrico	Magnético	0,12 até 4,07 m ³ /h	±0,02 m ³ /h

Três inversores de frequência são utilizados para manipular através do computador lógico programável (CLP) as velocidades de rotação das duas bombas dos circuitos de fluidos secundários (condensação e evaporação) e a velocidade de rotação do compressor semi-hermético. Foi mencionado anteriormente também que o motor de passo da válvula é manipulado através de um controlador dedicado. A relação destes equipamentos é apresentada na Tabela 3.

Tabela 3 - Dispositivos de controle da planta de refrigeração

Dispositivo	Fabricante	Modelo
Computador Lógico Programável	Hi Tecnologia	MCI02-QC
Inversor de frequência	Danfoss	VLT 2815
Inversor de frequência	Danfoss	VLT 2822
Inversor de frequência	WEG	CFW08
Controlador de motor de passo	Sporlan Parker	Kelvin II

3.3 Estabelecimento das condições iniciais para os experimentos

Para que houvesse reprodutibilidade no experimento, estabeleceu-se um procedimento e condições iniciais:

- Após a partida da planta piloto de refrigeração espera-se até a temperatura de evaporação atingir $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$. Liga-se então a resistência no tanque de propilenoglicol para fornecer uma fluxo de calor constante, inicialmente a $3,8\text{ kW}$, que será absorvido no processo de evaporação do ciclo de refrigeração.
- Espera-se o superaquecimento útil alcançar a faixa $4\text{-}6\text{ }^{\circ}\text{C}$, para iniciar a coleta de dados. A partida da planta dificulta a identificação de modelos estocásticos invariantes no tempo, pois sua dinâmica é completamente diferente da planta operando próximo ao regime estacionário escolhido para iniciar a coleta de dados (USH de $4\text{-}6\text{ }^{\circ}\text{C}$). A solução para uma aplicação real seria identificar um modelo exclusivamente para a partida da planta e outro modelo partindo das condições nominais, como foi feito neste trabalho.
- Escolheu-se o superaquecimento útil porque havia uma variabilidade maior na temperatura de evaporação e na temperatura de condensação em relação às condições externas do processo (temperatura de bulbo úmido) e o superaquecimento tem uma importante relação com a entalpia de evaporação
- Dependendo das condições externas de troca de calor, o superaquecimento pode não atingir a faixa desejada de $4\text{-}6\text{ }^{\circ}\text{C}$. Nesses casos foram feitos então ajustes na carga térmica, aumentando ou diminuindo esse valor entre $4000\text{-}3600\text{ W}$.

Capítulo 4: Modelagem dinâmica linear variante no tempo com a válvula de expansão eletrônica.

4.1 Introdução

Válvulas de expansão eletrônicas (EEV) são responsáveis por regular o fluxo de refrigerante no evaporador e conseqüentemente o grau de superaquecimento do gás de saída (USH), aumentando assim a taxa de transferência de calor e garantindo a segurança do compressor. Em controle de processos, como mencionado, é desejável ter um modelo do processo e frequentemente encontram-se modelos invariantes no tempo. Porém, dependendo da janela de tempo observada, a dinâmica de qualquer processo muda com o tempo, devido principalmente a entradas não mensuradas ou desconhecidas, como por exemplo, incrustações em trocadores de calor, bloqueios em linhas hidráulicas, pequenos vazamentos devido a micro-fissões em tubulações e conexões, etc. Em malha fechada, uma abordagem para tratar com entradas desconhecidas foi desenvolvida por Muske e Badgwell, (2002) e Pannocchia e Rawlings, (2003) em algoritmos de controle baseados em modelo (MPC). Outra abordagem que não envolve controle, apenas previsão, envolve o estimador recursivo de mínimos quadrados para atualizar dinamicamente os parâmetros do modelo.

Neste capítulo são desenvolvidos modelos dinâmicos estocásticos SISO ARMAX para o ciclo de refrigeração usando a válvula de expansão eletrônica como atuador. O superaquecimento útil (USH), temperatura de condensação (CDT) e temperatura de evaporação (EVT) são as variáveis de saída dos modelos, cuja aplicação em controle visa prever o comportamento destas variáveis. Os parâmetros do modelo são computados com o estimador recursivo estendido de mínimos quadrados para versão invariante no tempo do modelo e com os algoritmos do fator de esquecimento (FF) e do filtro de Kalman (KF) para versão recursiva do modelo. Esta comparação, publicada na forma de artigo em Dantas et al. (2017), mostra a relevância do estudo de modelos com parâmetros variantes no tempo para processos de refrigeração.

4.3 Resultados e discussões

Os dados obtidos experimentalmente da planta de refrigeração foram divididos em dois segmentos, um para identificação, Fig. (4) e outro para validação, Fig. (5).

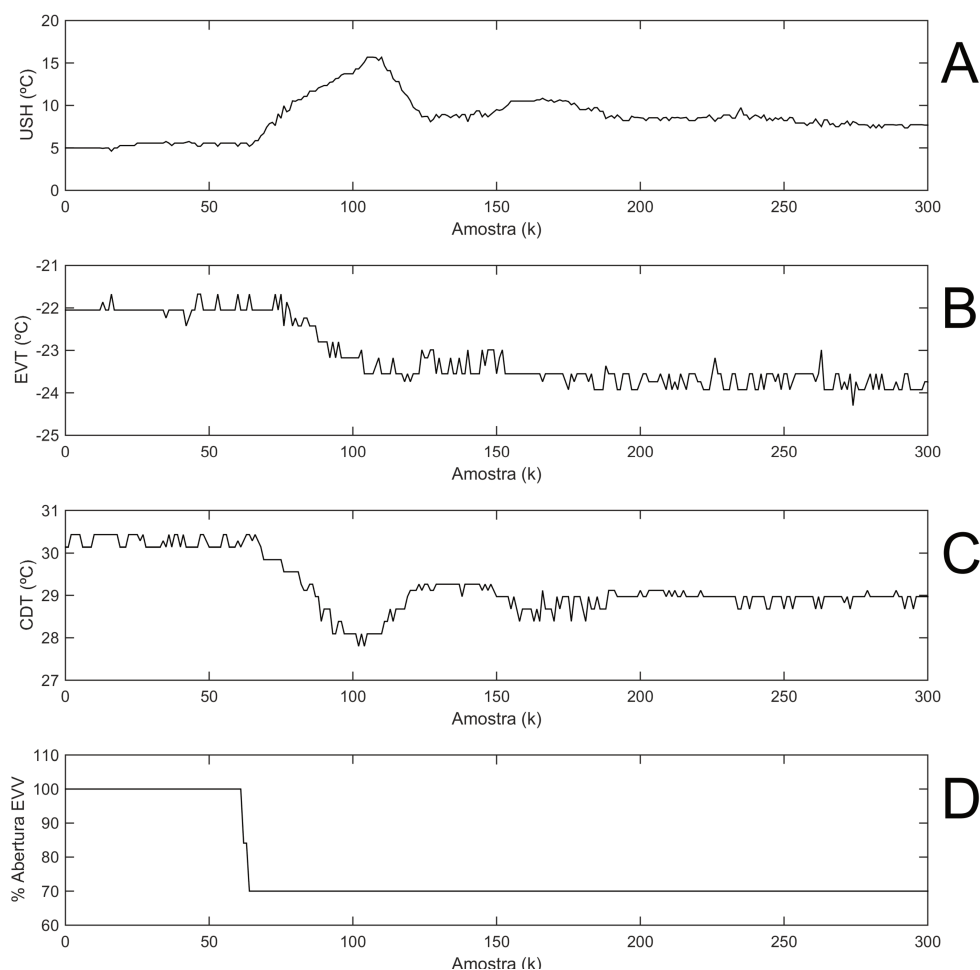


Figura 4 - Dados de identificação para os modelos SISO: A) Superaquecimento útil (USH), B) Temperatura de evaporação (EVT), C) Temperatura de condensação (CDT) e D) % de abertura da VEE.

Uma vantagem da abordagem escolhida é que com apenas um experimento é possível obter um modelo simplificado, mas que captura informação suficiente sobre a dinâmica do processo e suas características estáticas para realizar previsões com o conjunto de dados de validação.

Como foi mencionado, processos de refrigeração são complexos de modelar por diversas razões, dentre elas, é que o processo é não-linear e sofre perturbações não-mensuradas e/ou desconhecidas. Tassou e Al-Nizari (1991) estudam a resposta dinâmica e estática de um sistema de refrigeração operando com uma EEV como dispositivo de expansão, onde observou-se um fenômeno oscilatório bastante similar ao observado nos

dados de validação, na Fig. (5), que foi atribuído à natureza oscilatória do ponto de transição líquido-vapor.

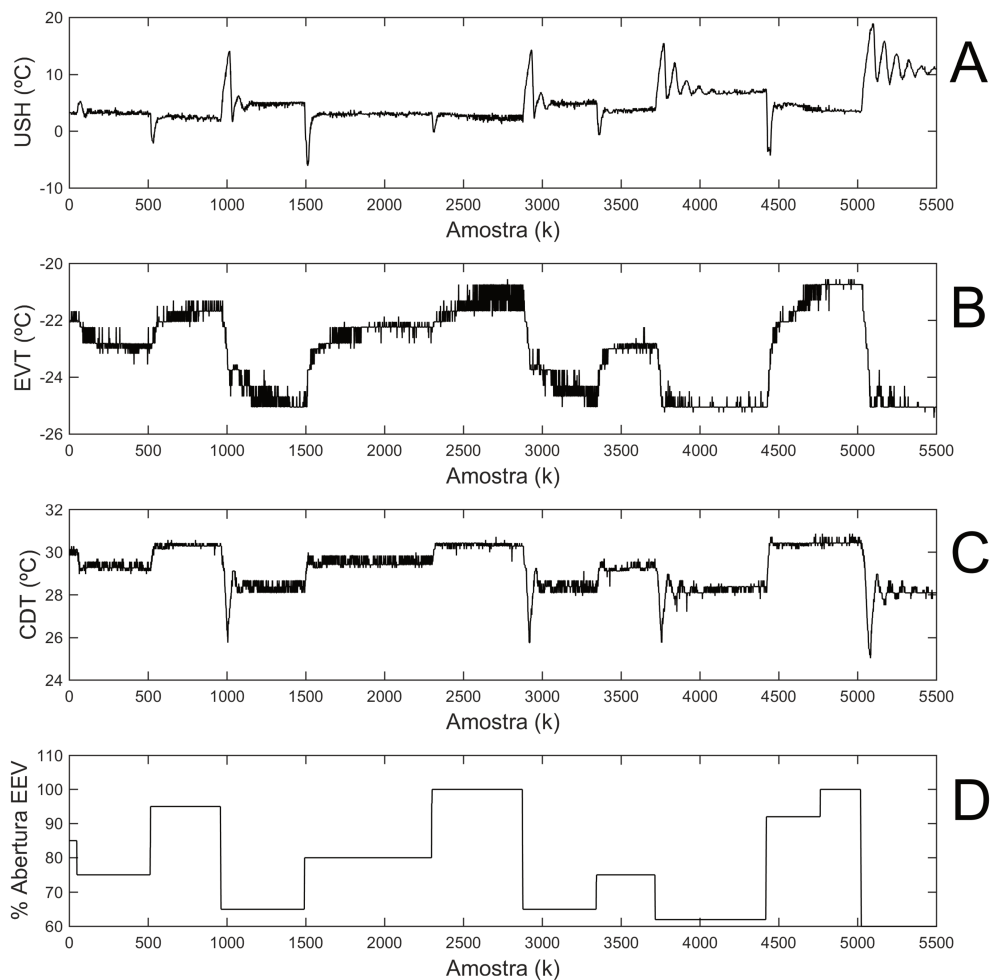


Figura 5 - Dados de validação: A) Superaquecimento útil (USH), B) Temperatura de evaporação (EVT), C) Temperatura de condensação (CDT) e D) % de abertura da VEE.

Wedekin e Stoecker (1968) demonstraram experimentalmente que o ponto de transição vapor-líquido oscila de maneira aleatória em evaporadores, mesmo em estado estacionário, e esse efeito fica mais pronunciado em regime dinâmico. Essas oscilações ou instabilidades no escoamento bifásico envolvem fenômenos termo-fluidodinâmicos e podem ser classificadas em instabilidades estáticas e dinâmicas. Segundo Liang et al. (2011) as instabilidades estáticas observadas experimentalmente em sistemas de refrigeração com um evaporador horizontal incluem instabilidade de Ledinegg e instabilidade de transição de padrão de escoamento; as instabilidades dinâmicas observadas, introduzidas por perturbações

transientes na evaporação, incluem oscilações na onda de densidade, oscilações térmicas e oscilações da queda de pressão. Portanto, na identificação de modelos, a resposta observável desses fenômenos termo-fluidodinâmicos no superaquecimento útil, será capturada pela dinâmica do modelo.

Tratando-se da não-linearidade das saídas da planta piloto de refrigeração nos dados de validação da Fig. (5), diferentes ganhos estáticos (na modelagem com função de transferência) são observados dependendo da magnitude da mudança na variável manipulada $\Delta u(k)$ e dos valores das saídas $y(k)$. Na Tabela 4 calculou-se os ganhos para USH, CDT e EVT para cada perturbação realizada no experimento de validação. O sinal de entrada dos dados de validação foi gerado aleatoriamente, com função de auto-correlação igual ao delta de Kronecker (ruído branco com banda muito estreita), impossibilitando uma determinação da não-linearidade através de testes de degraus partindo de um mesmo regime permanente). Porém um sistema na faixa de operação linear, apresentaria ganho constante independente da perturbação.

Tabela 4 - Ganho estático ($^{\circ}\text{C}/\%$ Abertura) do processo não-linear e variante no tempo

Segmento	Entrada (ΔU)	Amostra (k)	Ganho USH	Ganho CDT	Ganho EVT
1	85% (-10%)	47	-0.0507	0.0730	0.1130
2	75% (+20%)	512	-0.0441	0.0585	0.0750
3	95% (-30%)	958	-0.0743	0.0583	0.1127
4	65% (+15%)	1490	-0.1015	0.0780	0.1753
5	80% (+20%)	2297	-0.0277	0.0290	0.0655
6	100% (-35%)	2874	-0.0693	0.0500	0.1500
7	65% (+10%)	3341	-0.1257	0.0870	0.1017
8	75% (-13%)	3714	-0.2580	0.0969	0.1731
9	62% (+38%)	4417	-0.0935	0.0539	0.1134
10	100% (-40%)	5018	-0.1904	0.0548	0.1078

Porém, a intenção em calcular os ganhos aqui não é determinar não-linearidade e sim os efeitos da variação dos parâmetros do tempo no processo. A sequencia aleatória do sinal de entrada satisfaz uma propriedade importante de sinais de identificação e validação, porém dificulta a avaliação desses efeitos. Com essas limitações, observando na Tabela 4 a perturbação mais próxima em magnitude, ambas partindo da abertura de 100% da válvula (segmentos 6 e 10), pode se observar que houve uma mudança significativa no ganho estático de USH, de $-0.0693 \text{ }^{\circ}\text{C}/\%$ para $-0.1904 \text{ }^{\circ}\text{C}/\%$, mesmo levando em conta que a primeira perturbação é apenas 12.5% menor. Avalia-se que essa variação ocorre devido aos efeitos

conjuntos de não-linearidade e variação dos parâmetros do processo com o tempo. Deve-se ressaltar que devido a um erro no experimento a perturbação 9 na Tabela 4 foi na verdade o resultado de duas perturbações positivas em sequencia, cuja soma de ambas resulta em ΔU de +38% na abertura da EEV, como pode ser observado analisando o sinal de entrada na Fig. (5).

Na detecção de estrutura de modelos polinomiais lineares o critério de informação de Akaike (AIC), Eq. (11), foi utilizado através do comando *selstruc(iddata,vldata)* do MATLAB®, onde o *iddata* e *vldata* contém todos os dados da Fig. (4) e Fig. (5). Através desse método, os dados de identificação são utilizados para estimar os parâmetros para todas as possíveis estruturas candidatas do modelo até o limite máximo de atrasos para $A(q)$ e $B(q)$ pré-determinados, n_y e n_u , respectivamente. Os dados de validação são usados para computar a variância dos resíduos ($\sigma_{residual}$) para cada estrutura do modelo. Se os mesmos dados são utilizados tanto para identificação como para estimação dos resíduos, tanto o erro de predição como o critério de Akaike decrescerão assintoticamente, resultando em um modelo com um número excessivo de termos. A estrutura final do modelo é estimada com auxilio de uma função de perda, penalizando a redução na variância dos resíduos com cada aumento na ordem do modelo. O primeiro mínimo da função geralmente é selecionado como estrutura do modelo.

Os atrasos máximos usando na detecção de estrutura dos dados de identificação e validação foram de $n_y = n_u = 10$. O ruído branco $\mathbf{v}(k)$ foi gerado com desvio padrão de 0.02 e média zero. Os seguintes modelos ARX foram obtidos com esse procedimento para superaquecimento útil (USH), Eq. (76), CDT, Eq. (77), e EVT. Eq. (78). Lembrando que a entrada $\mathbf{u}(k)$ é abertura da válvula eletrônica e é a única entrada exógena para cada um dos modelos das respectivas temperaturas.

$$\mathbf{y}_{USH}(k) = 0.75\mathbf{y}_{USH}(k-1) + 0.32\mathbf{y}_{USH}(k-2) + 0.12\mathbf{y}_{USH}(k-3) - 0.06\mathbf{y}_{USH}(k-4) + 0.03\mathbf{y}_{USH}(k-5) - 0.20\mathbf{y}_{USH}(k-6) - 0.01\mathbf{u}_{EVT}(k-1) + \mathbf{v}(k) \quad (76)$$

$$\mathbf{y}_{CDT}(k) = 0.41\mathbf{y}_{CDT}(k-1) + 0.29\mathbf{y}_{CDT}(k-2) + 0.09\mathbf{y}_{CDT}(k-3) + 0.11\mathbf{y}_{CDT}(k-4) + 0.01\mathbf{u}_{CDT}(k-1) + \mathbf{v}(k) \quad (77)$$

$$\mathbf{y}_{EVT}(k) = 0.31\mathbf{y}_{EVT}(k-1) + 0.21\mathbf{y}_{EVT}(k-2) + 0.08\mathbf{y}_{EVT}(k-3) + 0.02\mathbf{y}_{EVT}(k-4) + 0.09\mathbf{y}_{EVT}(k-5) + 0.20\mathbf{y}_{EVT}(k-6) + 0.01\mathbf{u}_{EVT}(k-1) + \mathbf{v}(k) \quad (78)$$

Porém nenhum destes modelos foi capaz de produzir resíduos estatisticamente independentes, porque modelos ARX assumem que o ruído aditivo é branco. Um ruído é chamado de branco quando seu espectro de potência tem componentes de energia em todas as frequências inferiores a taxa de amostragem. Esse não é o caso para a maioria das aplicações reais em que o ruído aditivo é colorido. Em estimação de parâmetros pelo método dos mínimos quadrados é já bem estabelecido que ruído aditivo colorido com média móvel, especialmente quando há retroalimentação da saída, causará polarização no estimador de mínimos quadrados, assim como determina a Eq. (48), (AGUIRRE, 2000; KEESMAN, 2011).

Ruído colorido pode ser modelado assumindo que ruído branco passa por um filtro. Fisicamente esse filtro é o processo, mas matematicamente esse pode ser modelado por uma função de algum tipo, $H(q)\mathbf{v}(k)$, que resulta no ruído tendo componentes dominantes em frequências específicas. Por isso, o modelo ARMAX é muito mais apropriado para processos reais. Os parâmetros do modelo devem ser obtidos com o estimador estendido de mínimos quadrados, incluindo a estrutura do modelo de ruído $H(q)$ como parte de $\Psi(k)$. Se $H(q)$ for determinado corretamente, $\mathbf{v}(k)$ fará parte do espaço nulo a esquerda de Ψ , $N(\Psi^T)$, um subespaço em que todos os vetores são ortogonais aos vetores no espaço das colunas de Ψ , $C(\Psi^T)$, garantindo que $E[\Psi(k)^T \mathbf{v}(k)] = 0$.

A detecção de estrutura do filtro do ruído, $H(q)$, foi realizada em conjunto com validação estatística através da estimação da função de autocorrelação $r_{\xi\xi}(\tau)$ e da função de correlação cruzada $r_{u\xi}(\tau)$. Como mencionado, a ideia principal da validação estatística é que se a estrutura do modelo está correta e se os parâmetros foram estimados sem polarização no estimador de MQ, então os resíduos devem ser imprevisíveis para todas as combinações lineares e não-lineares de entradas e saídas passadas. Se há um padrão previsível nos resíduos, então há espaço para melhorias no modelo, e o método de identificação de sistemas deve ser reavaliado (BILLINGS, 2013).

A ordem do modelo do ruído linear $H(q)$ foi aumentada incrementalmente, re-estimando os parâmetros com mínimos quadrados para cada novo termo inserido no modelo e re-avaliando $r_{\xi\xi}(\tau)$ e $r_{u\xi}(\tau)$ a cada etapa. Estes modelos ARMAX, obtidos através da expansão do filtro de ruído $H(q)$ dos submodelos identificados ARX (Eqs. (84), (85) e (86)), falharam a validação estatística. Isso significa que há espaço para identificar uma estrutura (e parâmetros) dos modelos ARMAX que se ajustam melhor à dinâmica do processo.

Para resolver este problema, o conjunto de dados de validação da Fig. (5) foi subdividido em 10 secções diferentes, cada qual se estendendo por pelo menos 50 instantes de amostragem (1 Hz) antes de cada mudança no sinal de entrada até o momento no qual cada variável de saída se estabiliza novamente. A maior ordem do filtro de ruído ($H(q)$) avaliada foi $n_e = 40$ e para esse último caso, pelo menos 40 instantes de amostragem são necessários para que o modelo realize sua primeira predição.

A detecção de estrutura e estimação de parâmetros foi refeita, usando os mesmos dados de identificação para cada modelo, mas usando segmentos menores dos dados de validação. O resultado da determinação da estrutura pelo método de AIC foi ligeiramente diferente dependendo de qual segmento de validação foi utilizado. Esses resultados serão omitidos, porque o objetivo desse procedimento foi encontrar uma combinação de dados de identificação e validação que gere um modelo que passe tanto o teste de correlação cruzada ($r_{u\xi}(\tau)$) como o teste de autocorrelação ($r_{\xi\xi}(\tau)$) simultaneamente para todos os três modelos (USH, CDT e EVT). Cada estrutura do modelo de ruído foi determinada utilizando o procedimento descrito anteriormente, através da inclusão progressiva de novos termos de maior ordem e avaliando os resultados com testes estatísticos. É um procedimento laborioso porque cada novo termo introduzido no filtro requer uma nova estimação de parâmetros por mínimos quadrados e uma nova análise dos resultados estatísticos.

Porém com esse procedimento, algumas combinações entre dados de identificação e validação passaram os testes estatísticos para um ou dois modelos SISO, por exemplo, com o segmento 1, que se estende da amostragem $k = 1$ até a amostragem $k = 160$ (1 Hz), a identificação resultou em modelos estatisticamente válidos para USH e para CDT. Outro exemplo é o segmento 2, que se estende entre $k = 450$ até $k = 580$, resultou na identificação de modelos lineares estatisticamente válidos para USH e para CDT. A identificação com o segmento 4 (1440-1570) resultou em modelos válidos para USH e EVT. Com o segmento 7, contendo os dados de validação entre $k = 3300$ até $k = 3460$, foi possível obter modelos ARMAX estatisticamente válidos para as três variáveis (USH, CDT e EVT), a função de autocorrelação ($r_{\xi\xi}(\tau)$) e correlação cruzada ($r_{u\xi}(\tau)$) desses modelos são apresentadas na Fig. (6).

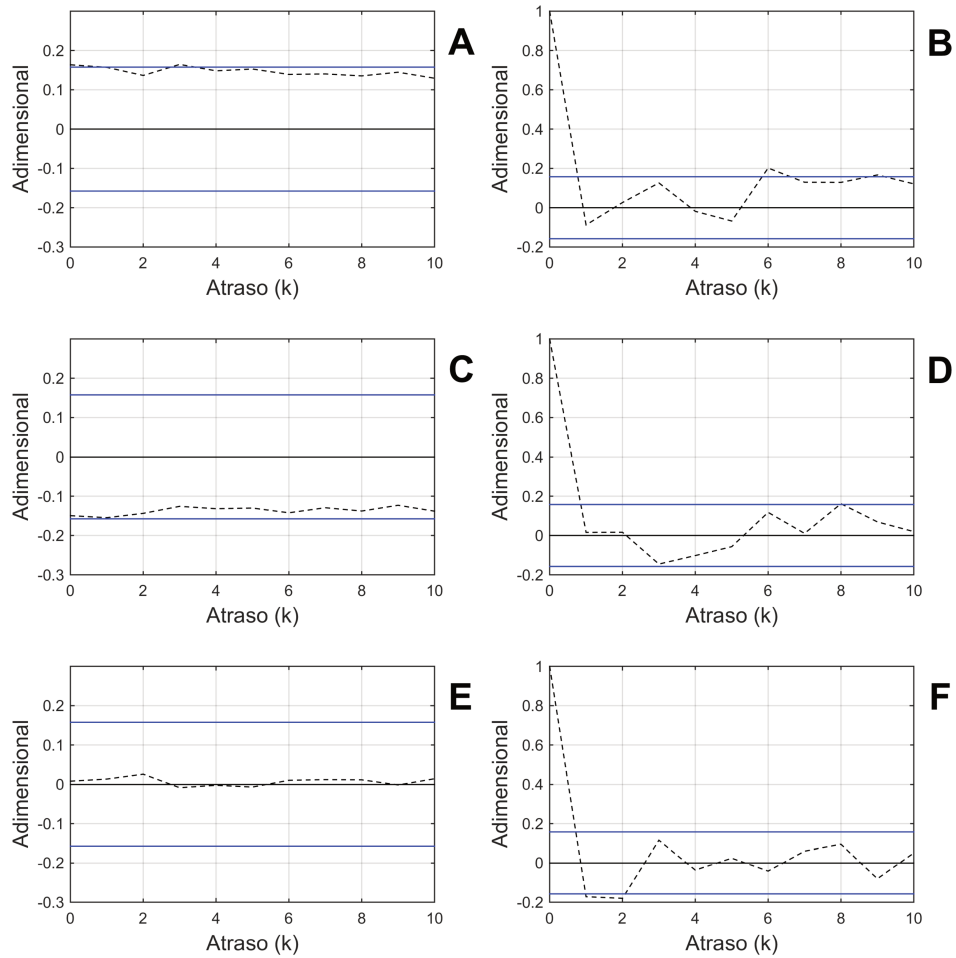


Figura 6 - Validação estatística com a função de autocorrelação e correlação cruzada para USH (A e B), CDT (C e D) e EVT (E e F), respectivamente. Limites de confiança de 95% marcados em azul.

A necessidade de comparação com modelos ARMAX LTI com resíduos aleatórios (brancos) acabou restringindo bastante o comprimento dos dados de identificação e por essa razão foi utilizado um degrau ao invés de um sinal de identificação persistentemente excitante e multi-nível. As estruturas finais dos modelos como seus parâmetros, em variável desvio, são apresentadas nas Eqs. (79), (80) e (81).

$$\mathbf{y}_{EVT}(k) = 0.70\mathbf{y}_{EVT}(k-1) + 0.16\mathbf{y}_{EVT}(k-2) + 0.04\mathbf{y}_{EVT}(k-3) - 0.02\mathbf{y}_{EVT}(k-4) + 0.04\mathbf{y}_{EVT}(k-5) + 0.14\mathbf{y}_{EVT}(k-6) - 0.01\mathbf{u}_{EVT}(k-1) + 0.46\mathbf{v}(k-1) + \mathbf{v}(k) \quad (79)$$

$$\mathbf{y}_{CDT}(k) = 0.33\mathbf{y}_{CDT}(k-1) + 0.28\mathbf{y}_{CDT}(k-2) + 0.08\mathbf{y}_{CDT}(k-3) + 0.08\mathbf{y}_{CDT}(k-4) + 0.09\mathbf{y}_{CDT}(k-5) + 0.01\mathbf{u}_{CDT}(k-1) - 0.06\mathbf{v}(k-1) + \mathbf{v}(k) \quad (80)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{USH}(k) = & 0.93\mathbf{y}_{USH}(k-1) + 0.03\mathbf{y}_{USH}(k-2) + 0.12\mathbf{y}_{USH}(k-3) - 0.05\mathbf{y}_{USH}(k-4) \\ & + 0.04\mathbf{y}_{USH}(k-5) - 0.17\mathbf{y}_{USH}(k-6) - 0.01\mathbf{u}_{USH}(k-1) - 0.02\mathbf{u}_{USH}(k-2) + \\ & 0.22\mathbf{v}(k-1) - 0.29\mathbf{v}(k-2) + \mathbf{v}(k) \end{aligned} \quad (81)$$

Mesmo que os modelos sejam válidos com resíduos brancos, é possível que a ordem estimada foi excessiva, principalmente quando há atualização recursiva dos parâmetros. A razão mais provável é que a taxa de amostragem utilizada foi muito alta e por isso o modelo precisa um número maior de termos com atrasos maiores para explicar as dinâmicas das saídas. Em geral, não é desejável utilizar um modelo cuja ordem é muito maior do que a ordem real do processo, porque os parâmetros terão variância maior e podem ocorrer problemas no projeto de controladores (ZHU, 2001). Mas é importante frisar que a escolha da estrutura foi guiada pelo AIC e pela validação estatística do modelo.

A escolha de três modelos SISO para simular o processo ao invés de um modelo MIMO com três entradas e três saídas ficou restrita devido à quantidade de entradas independentes disponíveis. Seriam necessárias três entradas com correlação cruzada com as três saídas (com valores fora do limite de confiança de 95%), porém com correlação cruzada insignificante entre si (dentro do limite de confiança), o que não é possível na planta piloto experimental.

Os três modelos ARMAX (USH, CDT e EVT) foram simulados com os parâmetros obtidos com estimador estendido de mínimos quadrados (EMQ) e estimador recursivo estendido de mínimos quadrados (REMQ), os resultados são apresentados na Fig. (7) e (8) respectivamente. Cada modelo com parâmetros invariantes no tempo (LTI) foram avaliados com diferentes janelas de predição: um-passo-à-frente (1SA), cinco-passo-à-frente (5SA) e infinitos-passos-à-frente (iSA).

O desempenho de predição dos modelos foi avaliado com o erro médio da saída, (AOE), Eq. (46), em que y_i é a variável medida, \hat{y}_i é a saída predita pelo modelo, i é o número da amostragem e N é o número total de amostras no experimento (YIU; WANG, 2007). A variância dos resíduos também foi avaliada, pois resíduos resultantes de um modelo com estrutura desnecessariamente complexa devem apresentar variância maior.

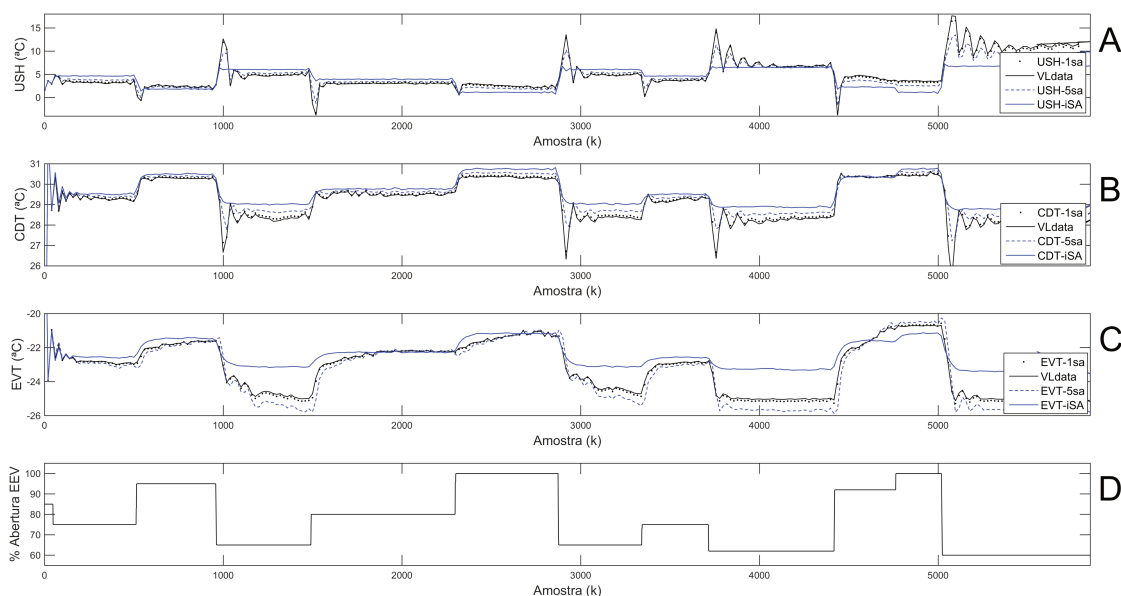


Figura 7 - Validação no domínio do tempo dos modelos ARMAX invariantes no tempo (LTI): A) Superaquecimento útil (USH), B) Temperatura de evaporação (EVT), C) Temperatura de condensação (CDT) e D) % de abertura da VEE.

O modelo LTI ARMAX do superaquecimento útil (USH) na Fig. (7) aparenta mostrar o melhor ajuste aos dados de validação, porém como pode ser visto na Tabela 5, essa é uma afirmação precipitada. Avaliando tanto o erro médio de saída (AOE) como a variância dos resíduos para a predição um-passo-à-frente (1SA) e cinco-passos-à-frente (5SA) pode ser notado que o modelo da USH possui maior erro médio da saída e maior variância comparado com os modelos ARMAX para a CDT e EVT. Essa impressão é obviamente causada pela escala dos gráficos da figura.

Na Fig. 7, as predições 1 e 5 passos-à-frente apresentam bons resultados, apesar de que com 5 passos à frente, algumas deficiências do modelo começam a surgir na forma de um desvio entre a predição e as medidas, isto ocorre provavelmente devido a efeitos de não-linearidades quando mudança negativas no sinal de entrada levam a saída $y(k)$ para valores distantes das condições iniciais dos dados de identificação Fig. (4). Esse desvio pode ser observado mais claramente para o modelo da EVT e da CDT na Fig. (8), em que essa diferença geralmente está na faixa de 0.4-0.8 °C.

Tabela 5 - Erro médio de saída (AOE) e variância dos resíduos para modelos ARMAX

Variável	AOE	$\sigma^2_{resíduos}$	Estimador MQ	Simulação
USH	1.39	0.0981	RLSQ(KF)	Recursivo
USH	2.52	0.1056	RLSQ(FF)	Recursivo
CDT	0.06	0.0271	RLSQ(KF)	Recursivo
CDT	0.05	0.0260	RLSQ(FF)	Recursivo
EVT	0.35	0.0457	RLSQ(KF)	Recursivo
EVT	0.34	0.0456	RLSQ(FF)	Recursivo
USH	0.29	0.1585	ELSQ	1 passo-à-frente
USH	0.34	1.2410	ELSQ	5 passos-à-frente
USH	0.44	6.2326	ELSQ	∞ passos-à-frente
CDT	0.04	0.0140	ELSQ	1 passo-à-frente
CDT	0.15	0.0140	ELSQ	5 passos-à-frente
CDT	0.43	0.0284	ELSQ	∞ passos-à-frente
EVT	0.02	0.0598	ELSQ	1 passo-à-frente
EVT	0.21	0.1855	ELSQ	5 passos-à-frente
EVT	0.30	0.6056	ELSQ	∞ passos-à-frente

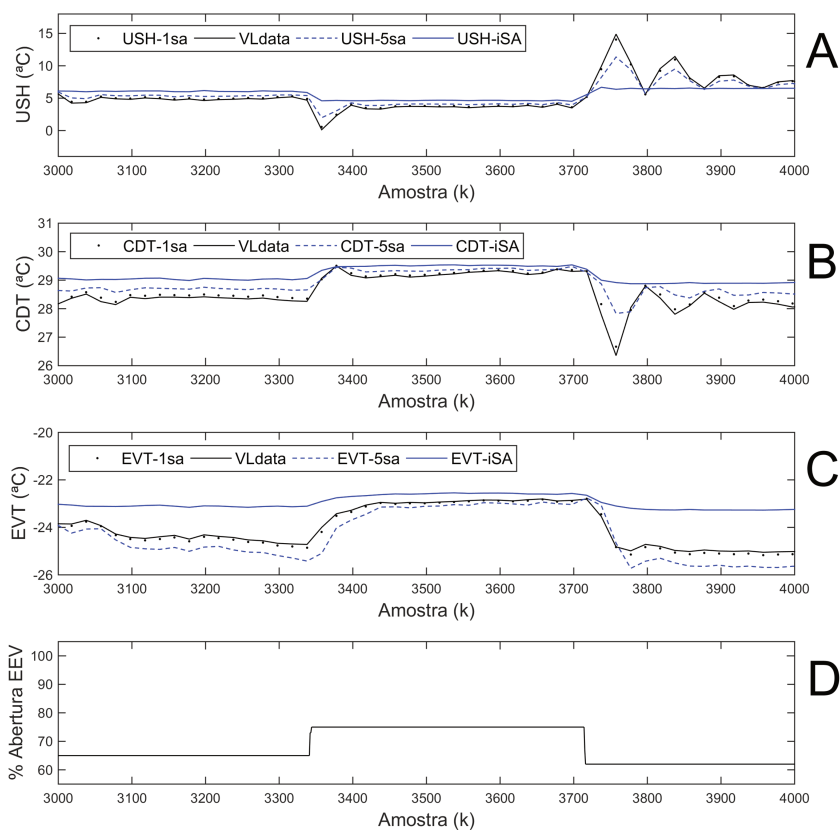


Figura 8 - Desvio observado nos modelos ARMAX LTI A) Superaquecimento útil (USH), B) Temperatura de evaporação (EVT), C) Temperatura de condensação (CDT) e D) % de abertura da VEE

A linha azul sólida nas Fig. (7) e (8) mostram a predição infinitos-passos-à-frente com desvios maiores entre as predições das saídas do modelo e os dados lidos da planta (na faixa de 0.5 °C até 2.7 °C para as três saídas), de novo, especialmente para mudanças negativas na porcentagem de abertura da válvula. Para simulação 5-passos-à-frente o desempenho em termos do critério erro médio de saída (AOE), na Tabela 5, dos modelos ARMAX LTI para USH, CDT e EVT apresentam desempenho satisfatório de 0.34 °C, 0.15 °C e 0.21 °C, respectivamente.

Comparando o desempenho dos modelos utilizando algoritmos para estimação recursiva dos parâmetros na Tabela 5, o algoritmo do fator de esquecimento é mais eficiente para previsões dos modelos CDT e EVT, os resultados apresentam menor AOE e menor variância nos resíduos. Para o modelo USH tanto o filtro de Kalman como o algoritmo do fator de esquecimento apresentam maior AOE comparado com as versões recursivas de CDT e EVT, porém o filtro de Kalman apresenta o melhor resultado dentre os dois algoritmos, sugerindo que possui melhor desempenho quando há maior incerteza. As respostas dos modelos simulados com os dados de validação podem ser vistas na Fig. (9).

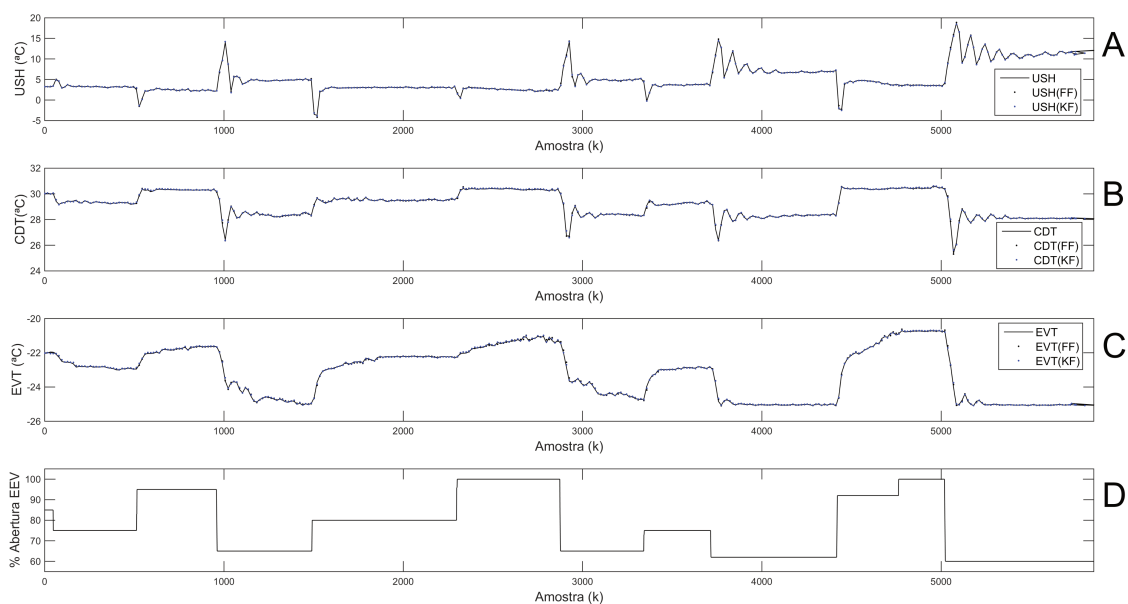


Figura 9 - Validação dos modelos ARMAX com estimação recursiva dos parâmetros com o filtro de Kalman (KF) e algoritmo do fator de esquecimento (FF): A) Superaquecimento útil (USH), B) Temperatura de evaporação (EVT), C) Temperatura de condensação (CDT) e D) % de abertura da VEE.

Na Fig. (10-A,B,C) e Fig. (11-A,B,C), mostram a atualização recursiva dos parâmetros lineares dos polinômios $A(q)$, $B(q)$ e $C(q)$ do modelo da USH. As Figs. (10-D,E,F) e Fig. (11-D,E,F) mostram os resultados referentes EVT e as Figs (10-G,H,I) e Fig. (11-G,H,I) mostram os parâmetros de CDT.

Toda a etapa referente estimação dos parâmetros dos modelos variando com o tempo e a simulação das saídas do processo, apresentadas nas Figs. (9-11) foram realizadas com o comando *rarmax(vddata)* do MATLAB®.

Observando o padrão nas variações de amplitude dos parâmetros para o algoritmo do fator de esquecimento, é possível perceber maior variabilidade comparando com o filtro de Kalman. Isto se deve também a capacidade de "esquecimento" do algoritmo. As versões recursivas dos modelos ARMAX para CDT e EVT mostraram ótimos resultados, tanto na validação por simulação apresentada na Fig. (9) como nos parâmetros de desempenho da simulação (erro médio de saída (AOE) e variância dos resíduos), apresentados na Tabela 5. A estimação recursiva resolve o problema dos desvios que emergiram nos modelos lineares.

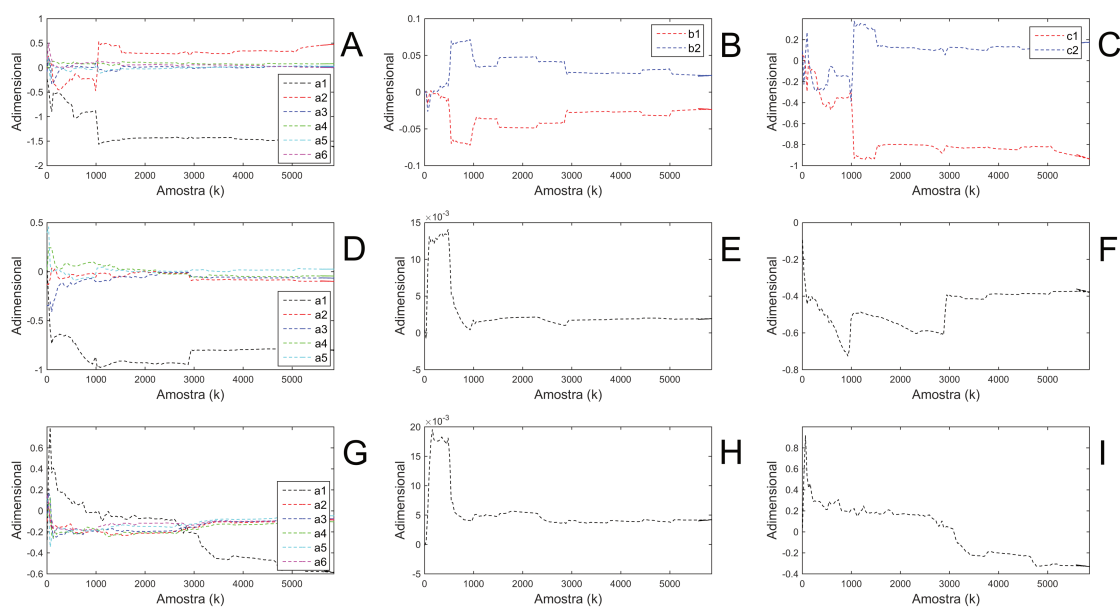


Figura 10 - Atualização recursiva dos parâmetros dos polinômios $A(q)$, $B(q)$ e $C(q)$ com o filtro de Kalman para os modelos: Superaquecimento útil (A, B e C), Temperatura de evaporação (D,E e F) e Temperatura de condensação (G, H e I), respectivamente.

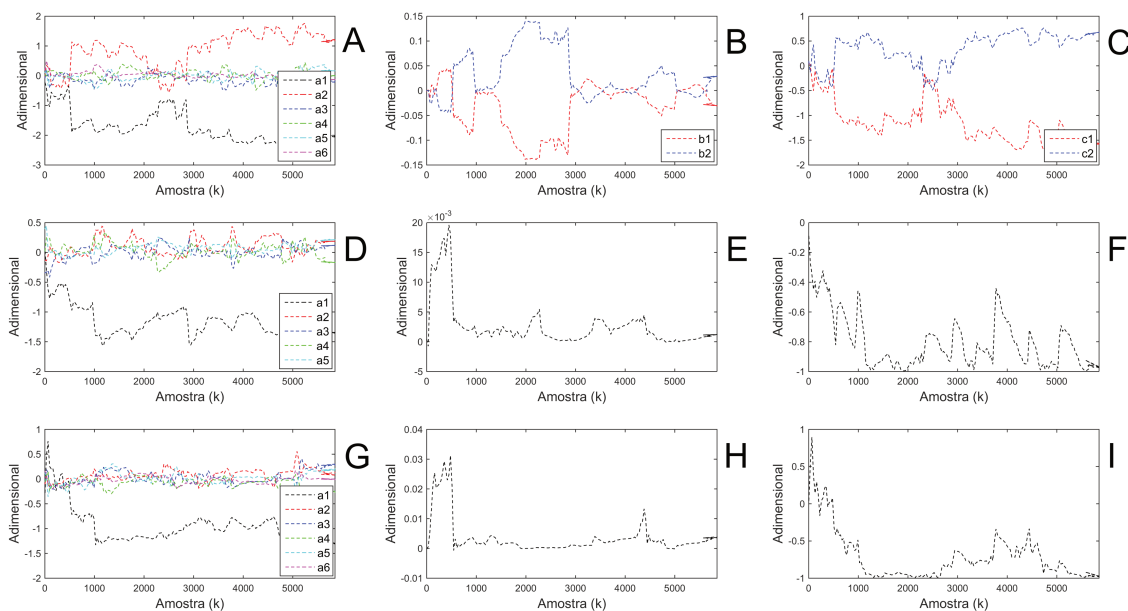


Figura 11 - Atualização recursiva dos parâmetros dos polinômios $A(q)$, $B(q)$ e $C(q)$ com o fator de esquecimento para os modelos: Superaquecimento útil (A, B e C), Temperatura de evaporação (D, E e F) e Temperatura de condensação (G, H e I), respectivamente.

4.3 Conclusões

Os resultados desse capítulo mostram que diversas variáveis (USH, CDT e EVT) relacionadas à eficiência energética em um ciclo de refrigeração por compressão a vapor (R404A) constituído de um compressor, trocadores de placas brasadas e válvula de expansão eletrônica, podem ser modeladas através dessa abordagem. Uma discussão sobre a escolha cuidadosa dos dados de validação é apresentada mostrando a sua importância para estimar modelos não polarizados.

A validação dos modelos LTI ARMAX com testes estatísticos mostrou que não havia mais correlações lineares nos resíduos de predição e a validação por simulação mostrou predições precisas 5-passos-à-frente (AOE de 0.34, 0.15 e 0.21 para USH, CDT e EVT, respectivamente). Já no caso das predições infinitos-passos-à-frente os modelos ARMAX LTI apresentaram resultados ruins, com altas variâncias nos resíduos (6.232, 0.028 e 0.606 para USH, CDT e EVT, respectivamente) devido a efeitos não-lineares e possivelmente também devido a entradas desconhecidas. Um desvio entre as predições do modelo LTI ARMAX e os dados de validação estava presente nas simulações.

Esse desvio foi eliminado estimando recursivamente os parâmetros com o filtro de Kalman (KF) e com o algoritmo do fator de esquecimento (FF) na versão do modelo ARMAX com os parâmetros variantes no tempo. O filtro de Kalman apresentou uma atualização mais suave dos parâmetros com todos os modelos e desempenho melhor para predição de USH e similar para a predição de CDT e EVT em termos de AOE e variância dos resíduos, comparando com os resultados do algoritmo do fator de esquecimento. Validação por simulação com o KF resultou em um AOE de 1.39, 0.06 e 0.35 para USH, CDT e EVT, respectivamente e a variância dos resíduos de 0.098, 0.027 e 0.6056 para USH, CDT e EVT, respectivamente.

Capítulo 5: Modelagem dinâmica não-linear com o compressor de velocidade variável.

5.1 Introdução

O algoritmo FROLS (*Fast Recursive Orthogonal Least Square Algorithm*) é aplicado para identificação de um modelo não-linear para a temperatura de evaporação (EVT), temperatura de condensação (CDT) e superaquecimento útil (USH) de uma planta piloto de refrigeração por ciclo de compressão a vapor. Os modelos são validados com 2 conjuntos de dados gerados com entradas diferentes e a relação entre janela de predição e a qualidade do modelo é discutida. Resultados desse capítulo, publicados em Dantas et al. (2016a, 2016b, 2016c) na forma de artigo, mostram que sistemas de refrigeração por compressão a vapor fazem parte da classe de processos que o método de identificação de modelos NARMAX proposto por Chen et al. (1989); Aguirre (2000) e Billings (2013) é capaz de modelar.

5.2 Metodologia

Uma das restrições da aplicação do método teórico de obtenção de modelos através de identificação de sistemas é que o algoritmo de identificação precisa de dados gerados com entradas especializadas, principalmente na aplicação do algoritmo FROLS. As características ideais dos sinais de entrada e saída estão explicadas na fundamentação teórica. Porém, na prática, não foi possível definir precisamente a largura de banda do processo para que a entrada pudesse ser devidamente especificada.

O Projeto de sinais de entrada para processos não lineares ainda é uma subárea da identificação de sistemas bastante complexa. Porém, trabalhos de Zhu (2001), Billings e Fadzil (1985), e outros recomendam o uso de sinais com padrão escada (*staircase*) para identificação de sistemas não-lineares. Dependendo das amplitudes de cada nível do degrau a saída do processo atingirá pontos de operação diferentes. Na formulação do sinal de entrada dos experimentos de identificação foi incluída o padrão escada na entrada como pode ser visto nas Fig. (12). Além disso, foram incluídos outros padrões visando excitar as não-linearidades estáticas.

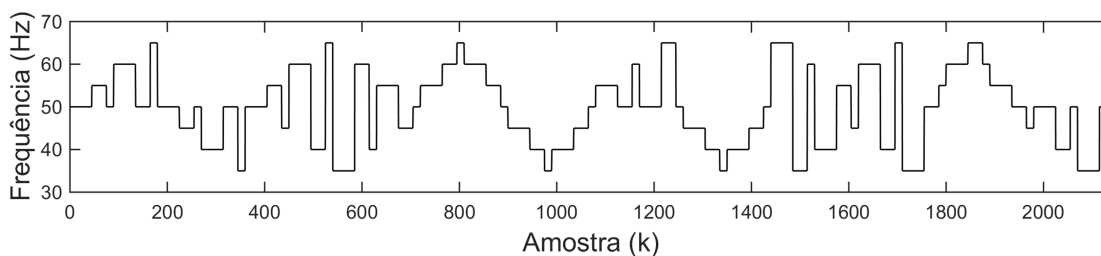


Figura 12 - Sinal de identificação do processo não-linear (Frequência do Compressor)

Outro ponto mencionado é em relação ao período de mudança entre cada entrada, visando excitar os pólos rápidos e lentos do processo. Este problema foi contornado utilizando o "tempo de mudança" (*switch time*) proposto por Zhu (2001), como sendo um terço do tempo necessário para o assentamento da saída do processo, de modo que o processo nunca entre em regime permanente devido as rápidas mudanças de nível. Isso impossibilita a determinação da não-linearidade do processo através de testes de degraus.

5.3 Resultados e discussões

5.3.1 Seleção de entradas e saídas do modelo e detecção de não-linearidades.

Em um sistema de refrigeração, a temperatura de evaporação é uma das variáveis de maior interesse para controle, pois é responsável pelo gradiente de temperatura entre o refrigerante e o compartimento refrigerado e define o fluxo de energia entre ambos. A quantidade de trabalho requerido pelo compressor para produzir um determinado gradiente de temperatura, permitindo que o refrigerante evapore a pressões mais baixas, é influenciada pela temperatura de condensação (CDT) e superaquecimento útil (USH), sendo essas variáveis também de interesse para controle. Para seleção de entradas dos modelos SISO, um teste preliminar pode ser realizado para excluir as entradas irrelevantes. Uma entrada para um modelo deve possuir correlação cruzada com a saída, porque a correlação indica que há informação na entrada que explica a saída. O teste preliminar pode ser realizado simplesmente computando a matriz de covariância normalizada Ψ_{is} , com cada vetor coluna contendo os dados de cada sensor (sem atrasos) de um determinado experimento da planta piloto. A matriz de covariância normalizada resultante será simétrica, $\Psi_{is} = (\Psi_{is})^T$, e cada elemento $a_{i,j}$ (em que $i \neq j$) é coeficiente de correlação cruzada entre cada sensor ou cada entrada candidata do modelo.

Os elementos diagonais na matriz de covariância normalizada ($i = j$) são os coeficientes de auto-correlação de cada entrada. Se o coeficiente de correlação cruzada entre uma entrada e uma das saídas é muito pequeno, estando dentro dos limites de confiança de 95%, este pode ser descartado, pois não possui correlação com a saída. Os resultados serão omitidos, porém a maioria dos sensores e variáveis lidas da planta piloto de refrigeração mostrou algum grau de correlação, com a saídas escolhidas EVT, CDT e USH.

Uma análise mais detalhada, levando também em consideração a correlação da saída com versões atrasadas da entrada (frequência do compressor), é realizada com o cálculo da função de correlação cruzada, $r_{u\xi}(\tau)$, Eq. (61). Se a função ultrapassa o limite de confiança de 95% então a entrada possui correlação significativa com a saída, como pode ser visto na Fig. 13 (A, B, C), para a frequência do compressor com as saídas EVT, CDT e USH. A frequência do compressor é um atuador e naturalmente é a entrada mais apropriada para o modelo.

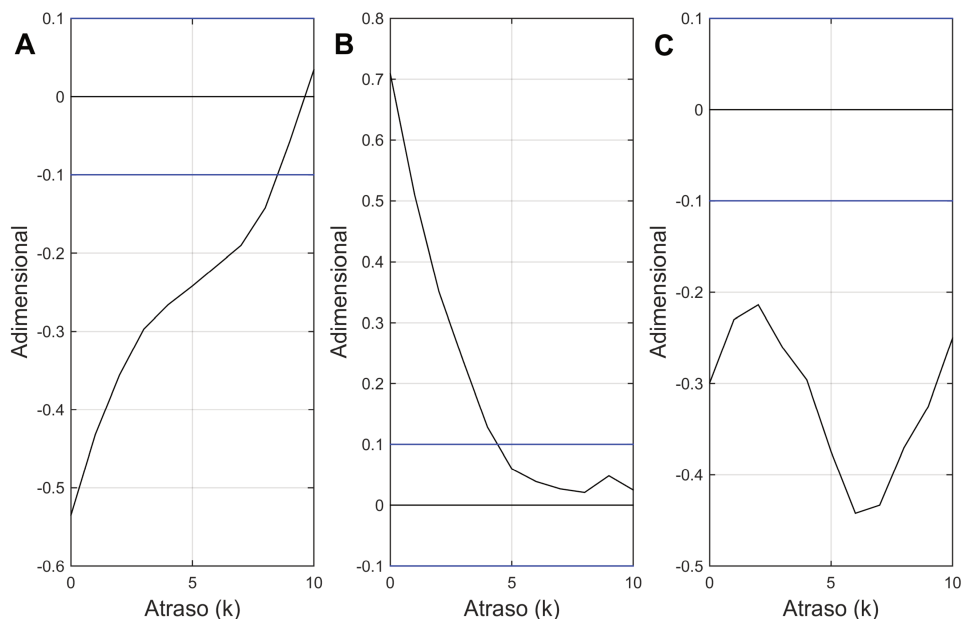


Figura 13 - Análise da função de correlação cruzada entre as saídas EVT (A), CDT (B), USH (C) e a frequência do compressor.

Devido a problemas técnicos com a comunicação, através do software SCADA e do controlador Sporlan Kelvin II, não foi possível manter a válvula de expansão eletrônica operando por muito tempo para realizar experimentos com dois atuadores no ciclo de refrigeração. Frequentemente a conexão era interrompida e a única maneira de restabelece-la

era desligando o sistema e reiniciando tudo, o que resultava sempre em mudanças nas condições iniciais das variáveis do processo. Por esta razão, não foi possível identificar modelos MISO NARMAX.

Um método para detectar se o processo é não linear a partir dos dados, sem a necessidade de realização de testes de degraus ou de identificar modelos não-lineares, foi desenvolvido por Billings e Voon (1983), baseando-se na estimação de uma simples função de autocorrelação de ordem superior (r_{yy^2}). Se o processo é linear então a Eq. (67) é verdadeira, ao contrário, se for não linear então a Eq. (68) é verdadeira. Uma característica importante de r_{yy^2} é a capacidade de distinguir entre corrompimento do sinal de saída $y(k)$ por ruído linear aditivo ou por efeitos de distorção causados por não-linearidades em $G(q)$ ou $H(q)$. O algoritmo FROLS permite escolher independentemente o grau de não-linearidade máximo que poderá ser identificado no modelo do processo e no filtro de ruído. Um polinômio $H(q)$ não-linear possui termos elevados a potências quadráticas, cúbicas e superiores de $v(k)$, incluindo termos cruzados com a entrada e a saída.

Para os dados de identificação obtidos experimentalmente na planta piloto de refrigeração, Fig. (14), a função de correlação r_{yy^2} está fora do limite de confiança de 95% em diversos atrasos, indicando a presença de não-linearidades para o superaquecimento útil, temperatura de condensação e temperatura de evaporação, como pode ser visto na Fig. (15).

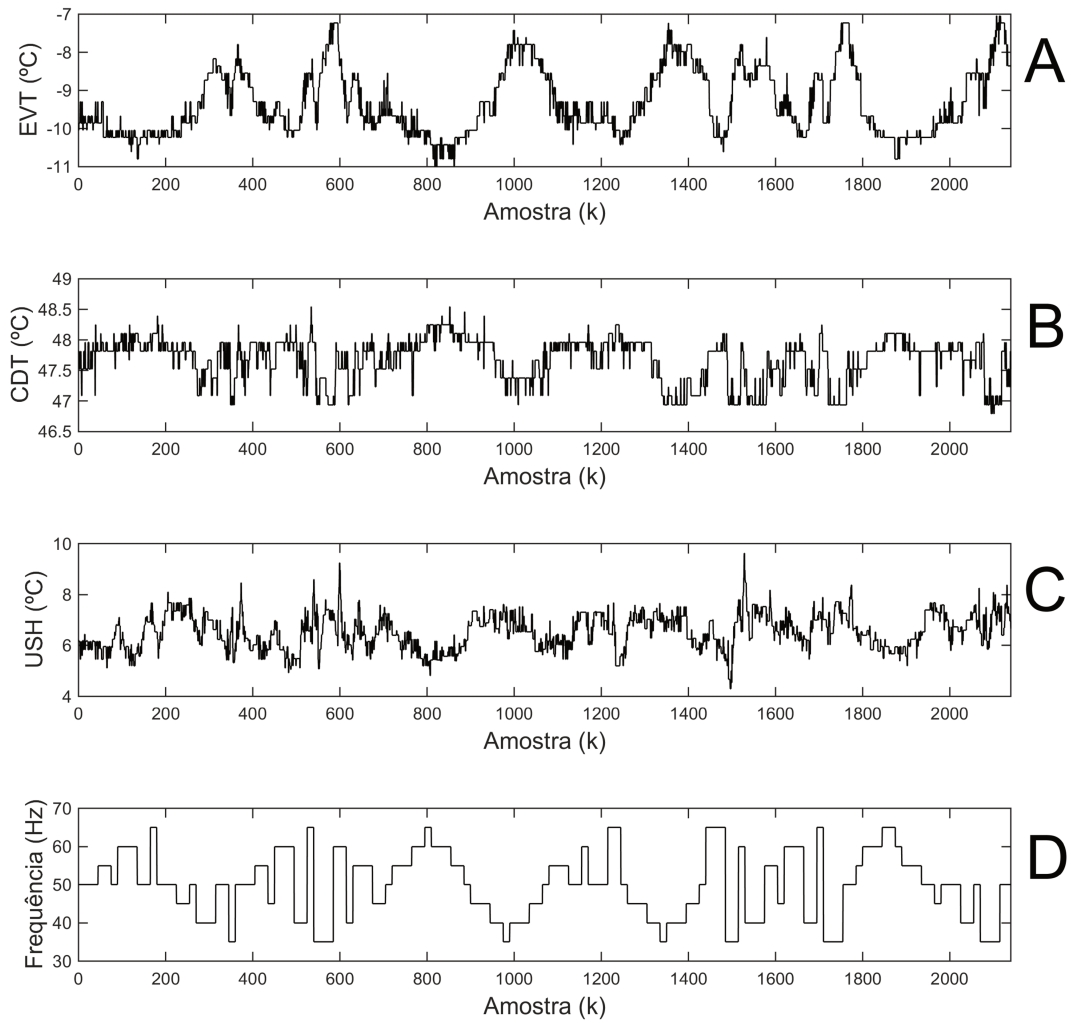


Figura 14 - Dados para identificação dos modelos SISO NARMAX: EVT (A), CDT (B), USH (C) e a frequência do compressor (D).

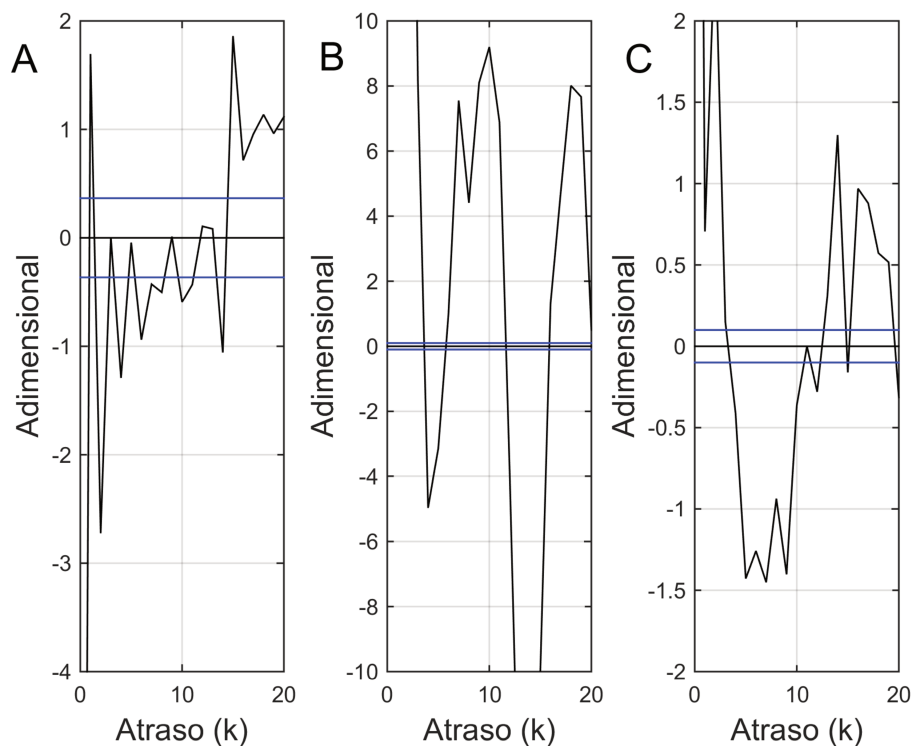


Figura 15 - Análise da função de correlação cruzada entre as saídas EVT (A), CDT (B), USH (C) e a frequência do compressor.

5.3.2 - Identificação de modelos NARMAX

O procedimento geral para identificação de modelos NARMAX envolve diversas etapas sequenciais, cujo algoritmo FROLS é apenas uma delas, como pode ser visto na Fig. (16). A aquisição de dados do experimento é realizada com *hardware* especializado para automação de processos como está descrito na secção de materiais e métodos. A primeira etapa do procedimento é o pré-tratamento dos dados, onde os dados são sub-amostrados e são removidos picos de ruído (*outliers*) dos dados. Na etapa 2 os vetores com os dados de entrada e saída, \mathbf{u} e \mathbf{y} , respectivamente são alimentados na função geradora de termos candidatos (fgnterms3.m no ANEXO IV), que constrói a matriz Ψ e cuja estrutura de cada regressor está codificada no vetor coluna da matriz *ireg* para que o modelo possa ser representado matematicamente na etapa 4 de simulação.

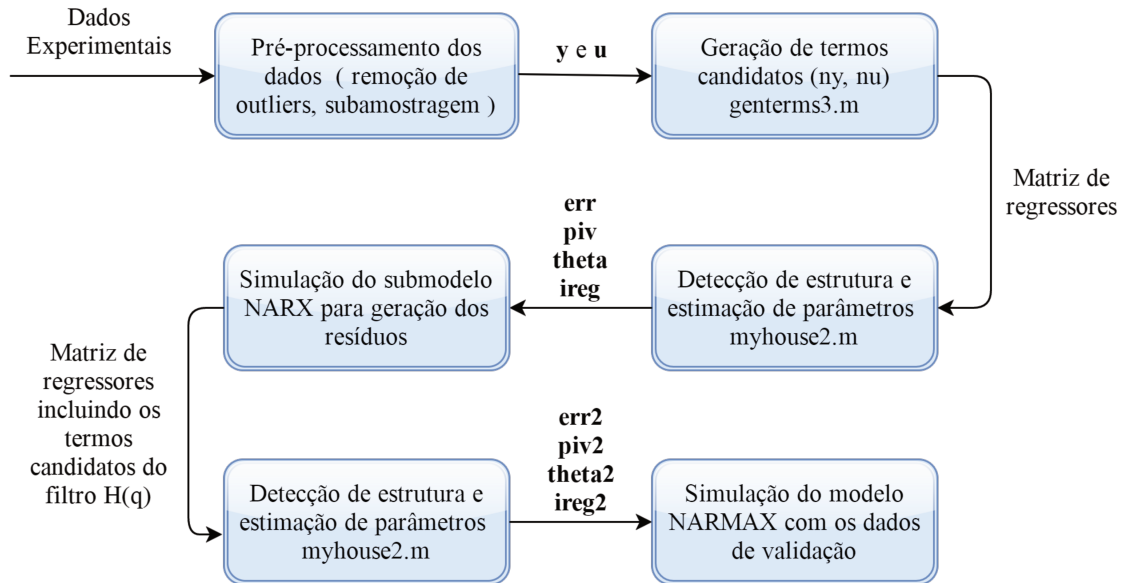


Figura 16 - Procedimento geral para identificação do modelo NARMAX

A matriz de regressores Ψ é usada no algoritmo FROLS de detecção de estrutura e estimação de parâmetros (myhouse2.m no ANEXO V), na etapa 3, que gera os vetores *err*, *piv*, *theta* contendo os resultados do algoritmo: taxa de redução de erro dos regressores com maior ERR, índice da coluna da matriz Ψ referente a cada regressor escolhido pelo critério ERR, vetor de parâmetros estimado pelo método dos mínimos quadrados para o número de termos selecionados. A etapa 4 (Simulação do submodelo NARX para geração de resíduos) usa a matriz *ireg* gerada na etapa 2 e os vetores *err*, *piv* e *theta* gerados na etapa 3 para construir a representação do modelo NARX. O modelo é simulado com os dados de validação e os resíduos ($\xi = \hat{y} - y$) são calculados para identificação do filtro de ruído.

Um exemplo **hipotético** de como funciona a construção do modelo NARX na etapa 4: um termo com maior ERR que explica 95% variância da saída seria lido no vetor $err(1,1) = 0.95$, seu índice na matriz Ψ é lido no vetor $piv(1,1) = 36$, para decodificar a estrutura do regressor da coluna 36, têm-se os valores do vetor coluna 36 da matriz $ireg(:,36) = [1; 6; 2; 0; 0; 0; 0;]$ que corresponde ao regressor cúbico com a estrutura $y(k-1)y(k-6)y(k-2)$. Uma explicação mais detalhada sobre o significado de cada linha do vetor coluna pode ser encontrada nos comentários da função *fgenterms3.m* encontrada no ANEXO IV.

Na segunda detecção de estrutura e estimação de parâmetros, na etapa 5, o algoritmo FROLS é executado com a nova matriz Ψ que contém os termos do filtro de ruído, $H(q)$. Os

resultados do algoritmo são fornecidos através de vetores err , piv e $theta$ e da matriz $ireg2$. Na etapa 6 o modelo é representado matematicamente e simulado com os dados de validação.

Nesse trabalho, os atrasos máximos dos termos de entrada e saída, $u(k - n_u)$ e $y(k - n_y)$ utilizados na geração da biblioteca inicial de regressores para o modelos SISO, foram iguais a $n_u = n_y = 10$, com todos os seus produtos cruzados, e não linearidades quadráticas e cúbicas, totalizando 1770 regressores. O ruído branco $v(k)$ foi gerado com desvio padrão de 0.2 e média zero para a etapa de identificação. Os modelos NARMAX identificados para EVT, CDT e USH através do procedimento descrito anteriormente são apresentados nas Eqs. (82), (83) e (84) e os valores dos parâmetros lineares são mostrados na Tabela 6.

$$\begin{aligned} y_{EVT}(k) = & a_1 y_{EVT}(k-1) + a_2 u(k-3) + a_3 y_{EVT}(k-3) + a_4 u(k-4)u(k-4)u(k- \\ & 5) + a_5 y_{EVT}(k-9)u(k-6) + a_6 u(k-3)u(k-4)u(k-5) + a_7 v(k-1) + \\ & a_8 v(k-2) + a_9 v(k-3) + v(k) \end{aligned} \quad (82)$$

$$\begin{aligned} y_{CDT}(k) = & a_1 y_{CDT}(k-1) + a_2 y_{CDT}(k-2) + a_3 y_{CDT}(k-1)y_{CDT}(k-1)y_{CDT}(k-2) + \\ & a_4 y_{CDT}(k-1)y_{CDT}(k-2)y_{CDT}(k-2) + a_5 v(k-1) + a_6 v(k-2) + a_7 v(k-3) + \\ & a_8 v(k-4) + v(k) \end{aligned} \quad (83)$$

$$\begin{aligned} y_{USH}(k) = & a_1 y_{USH}(k-1) + a_2 y_{USH}(k-1)y_{USH}(k-1)u(k-7) + a_3 y_{USH}(k-3)u(k- \\ & 5)u(k-10) + a_4 v(k-1) + a_5 v(k-2) + a_6 v(k-3) + a_7 v(k-4) + a_8 v(k-5) + \\ & a_9 v(k-6) + a_{10} v(k-7) + a_{11} v(k-8) + a_{12} v(k-9) + a_{13} v(k-10) + v(k) \end{aligned} \quad (84)$$

Tabela 6 - Parâmetros lineares dos modelos NARMAX.

Parâmetro	EVT	CDT	USH
a_1	6.300×10^{-1}	9.136×10^0	1.110×10^0
a_2	-3.370×10^{-2}	-8.082×10^0	-4.965×10^{-4}
a_3	1.932×10^{-1}	-3.800×10^{-3}	2.013×10^{-5}
a_4	5.059×10^{-6}	3.700×10^{-3}	-2.000×10^{-2}
a_5	8.965×10^{-4}	5.250×10^{-2}	3.410×10^{-2}
a_6	-1.797×10^{-6}	-4.050×10^{-2}	-1.770×10^{-2}
a_7	-3.400×10^{-3}	5.040×10^{-2}	3.990×10^{-2}
a_8	-9.300×10^{-3}	-5.970×10^{-2}	-6.080×10^{-2}
a_9	3.150×10^{-2}		1.590×10^{-2}
a_{10}			1.000×10^{-2}
a_{11}			-3.000×10^{-2}
a_{12}			-3.520×10^{-2}
a_{13}			2.500×10^{-2}

5.3.3 - Validação de modelos não-lineares

A validação de modelos com simulação é uma maneira comum de avaliar se o modelo foi capaz de capturar a dinâmica subjacente do sistema, como foi dito anteriormente. Caso a validação venha a falhar, o modelador deverá retornar para a primeira etapa de projeto de sinais de identificação.

A taxa de amostragem utilizada durante a coleta de dados experimental foi de 1 Hz porque para dinâmica observada na planta piloto de refrigeração, essa taxa é suficientemente rápida para capturar a dinâmica do processo com uma folga grande para sub-amostrar os dados. A sub-amostragem dos dados pode servir para resolver possíveis problemas numéricos relacionados a perda de posto da matriz Ψ . A análise da estimativa da resposta em frequência do processo com análise espectral, Fig. 17, sugere que é possível sub-amostrar os dados até 0.25-0.3 Hz sem perda de informação sobre a dinâmica real do processo. A estimativa da resposta em frequência foi gerada utilizando os comandos *spa(iddata)* e *bodeplot(objetospa)* no MATLAB®, onde objeto o *iddata* contém os dados de entrada (Frequência do compressor) e da saída (temperatura de evaporação) da Fig. 14(A e D) . A unidade de frequência e a escala da frequência usadas no diagrama de Bode, foram Hertz (Hz) e linear, respectivamente. A magnitude foi representada em escala absoluta. Portanto, com os resultados da Fig. 17, na etapa subsequente de modelagem e simulação os dados foram sub-amostrados em 0.5 Hz.

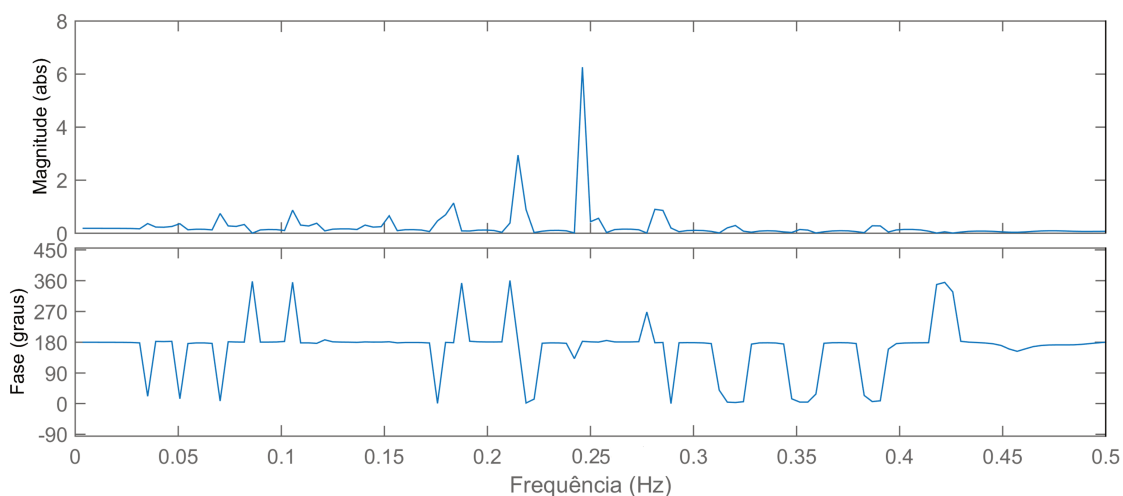


Figura 17 - Diagrama de Bode da análise da resposta em frequência da temperatura de evaporação e frequência do compressor usando a função *spa* do MATLAB.

Os dados de validação A e B foram coletados em diferentes dias, porém aproximadamente no mesmo horário. O comprimento dos experimentos A e B foi de +7000 amostras, como pode ser visto na Figs. (18-19).

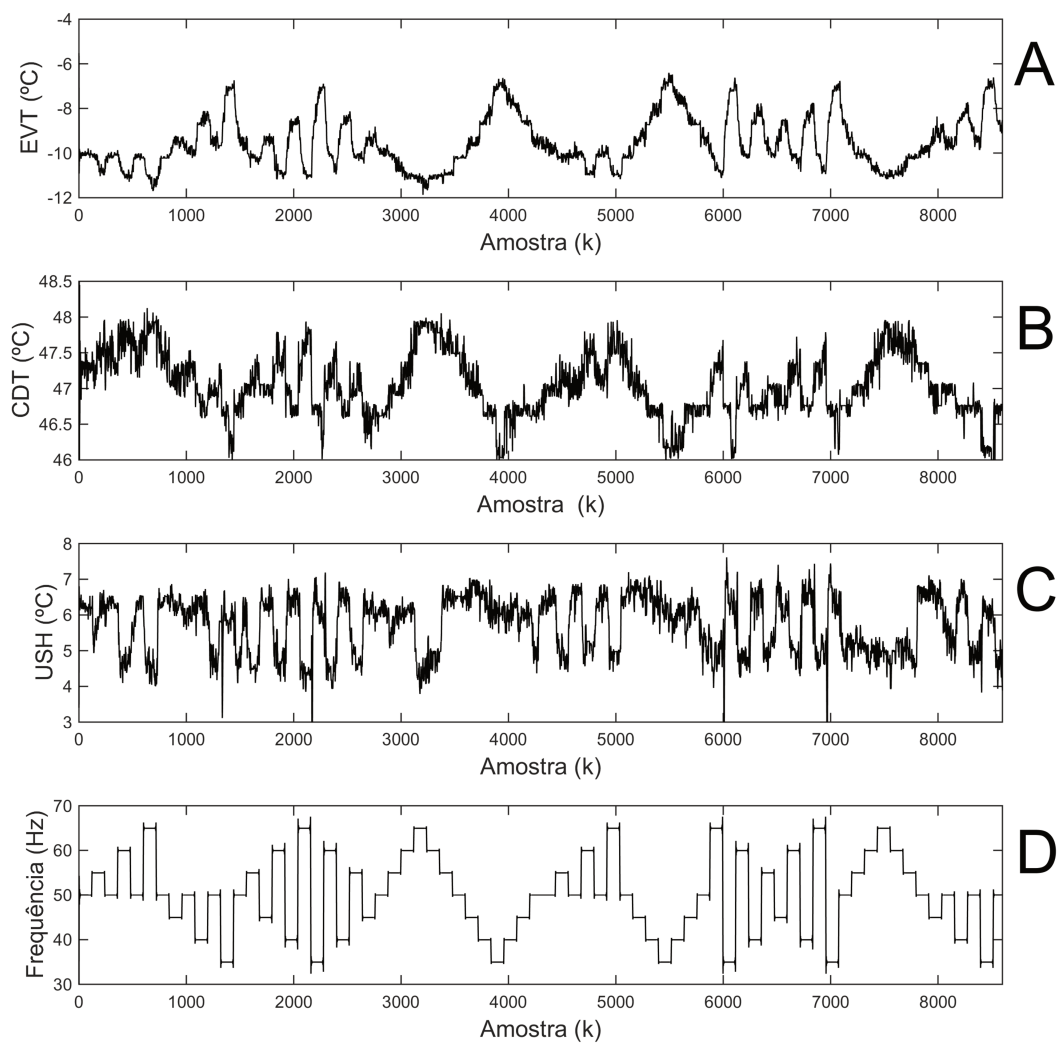


Figura 18 - Dados de validação “A” para os modelos: EVT (A), CDT (B), USH (C) e Frequência do compressor (D).

Alguns estudos na área de refrigeração as vezes utilizam conjuntos de dados de validação muito curtos, equivalentes à 10-20 minutos de operação. Outros estudos usam dados gravados durante dias de experimentos.

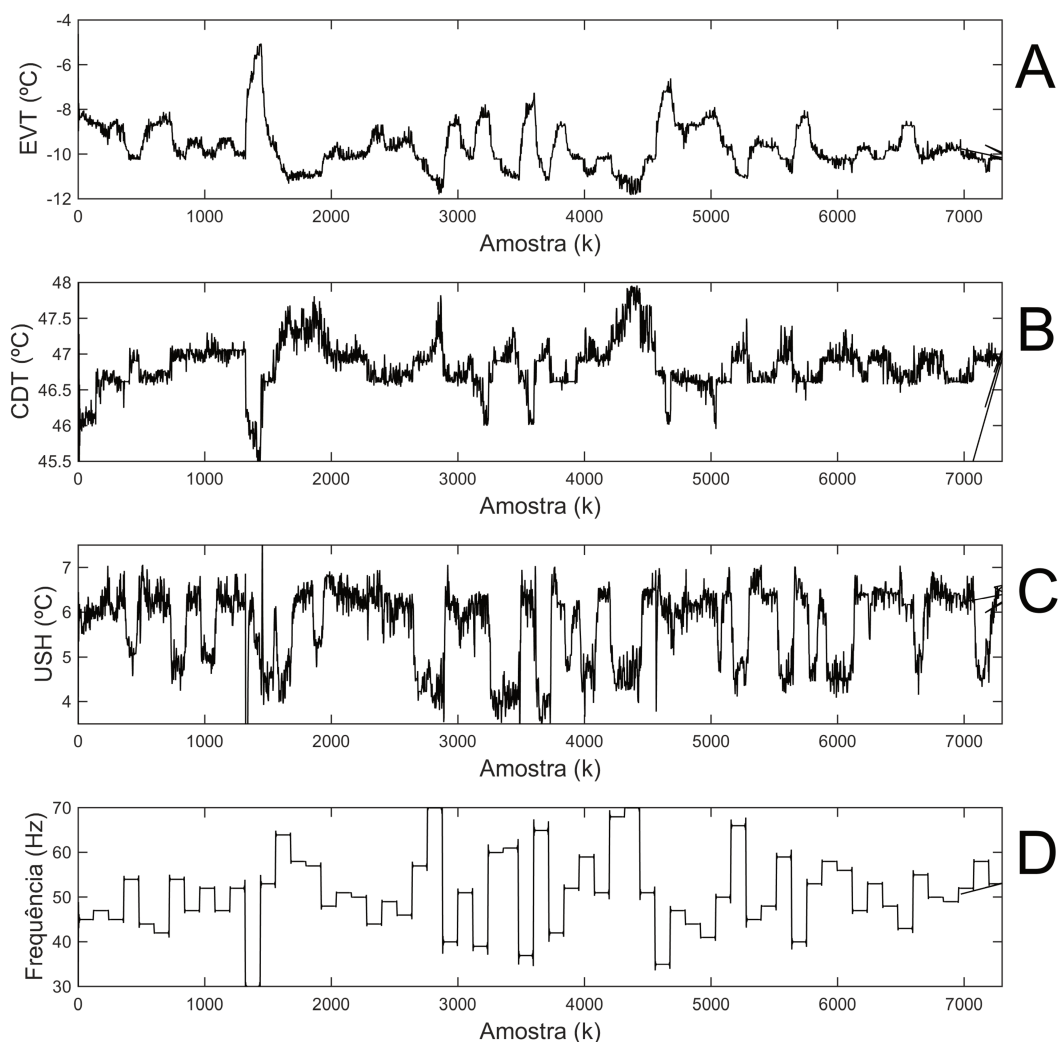


Figura 19 - Dados de validação “B” para os modelos: EVT (A), CDT (B), USH (C) e Frequência do compressor (D).

Quando modelos são validados por simulação é importante também levar em consideração o comprimento da janela de predição. Como já mencionado predições um-passos-à-frente podem ser enganosas e predições k-passos-à-frente são mais comuns na prática devido a algoritmos de controle baseados em modelo (MPC). O comprimento específico da janela de predição vai depender da aplicação. Nesse trabalho, predições de 5-passos-à-frente (5SA) e 10-passos-à-frente (10SA) foram avaliadas porque com esses comprimentos foi possível observar na simulação as deficiências dos modelos com parâmetros mais polarizados. Os resultados das simulações com janela de predição finita para os modelos NARMAX com os dados de validação A são apresentados nas Fig. 20 e 21 (A, B, C e D) e com os dados de validação B são apresentando nas Fig. 22 e 23 (A, B, C e D).

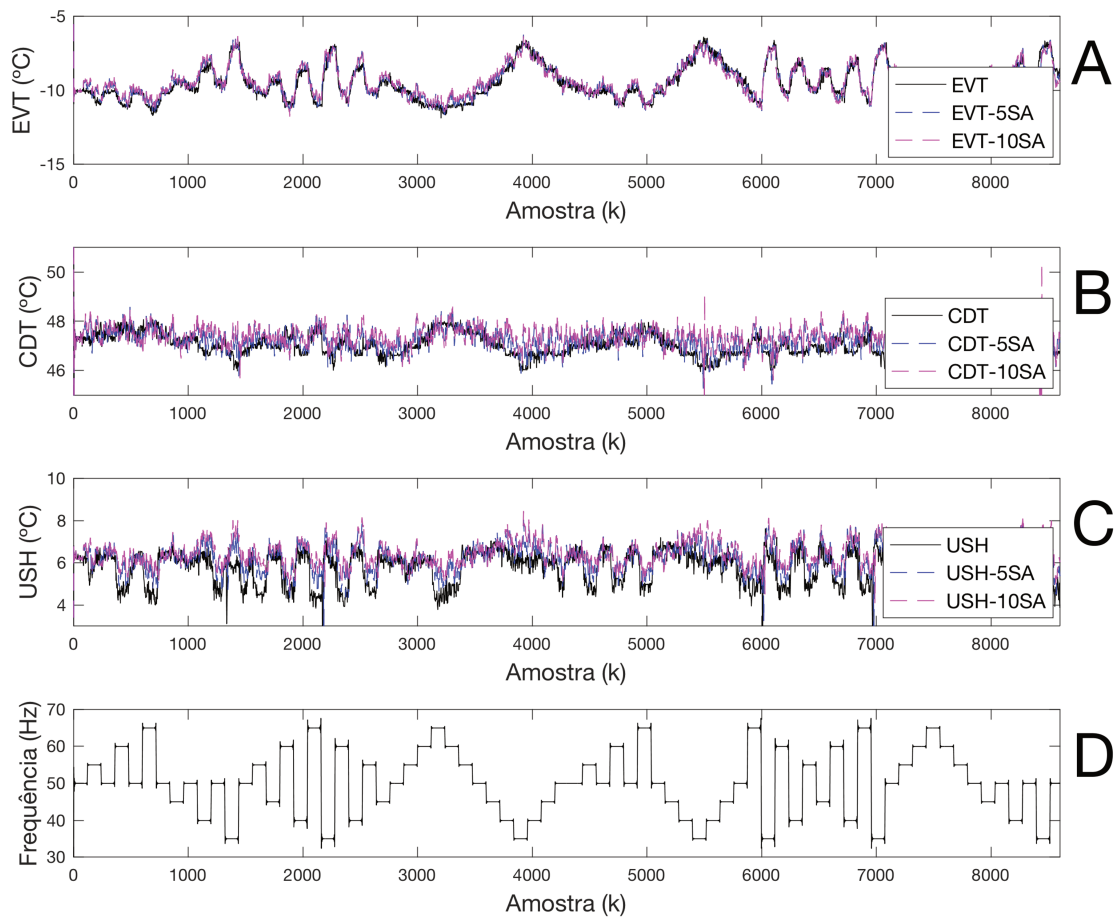


Figura 20 - Predições 5 e 10 passos à frente do modelo NARMAX com os dados de validação “A”: EVT (A), CDT (B), USH (C) e Frequência do compressor (D).

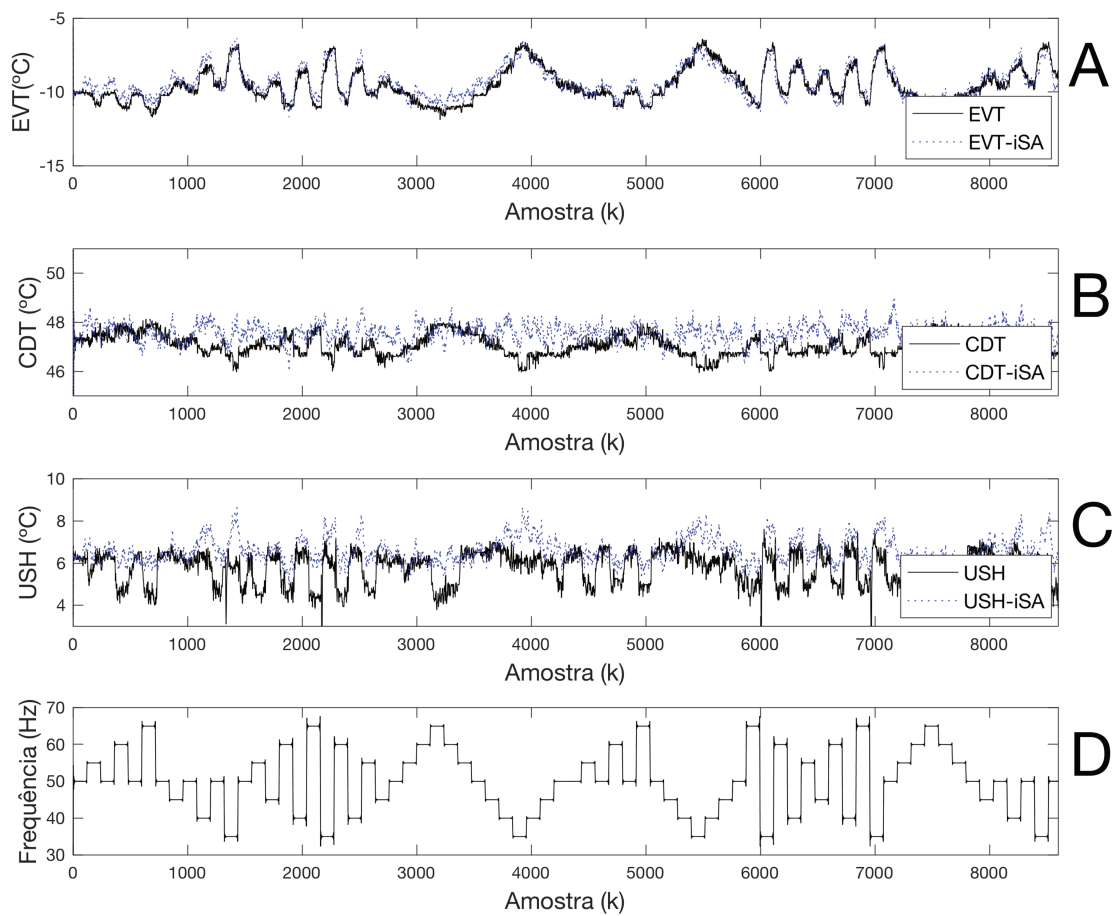


Figura 21 - Predições infinitos passos à frente do modelo NARMAX com os dados de validação "A": EVT (A), CDT (B), USH (C) e Frequência do compressor (D).

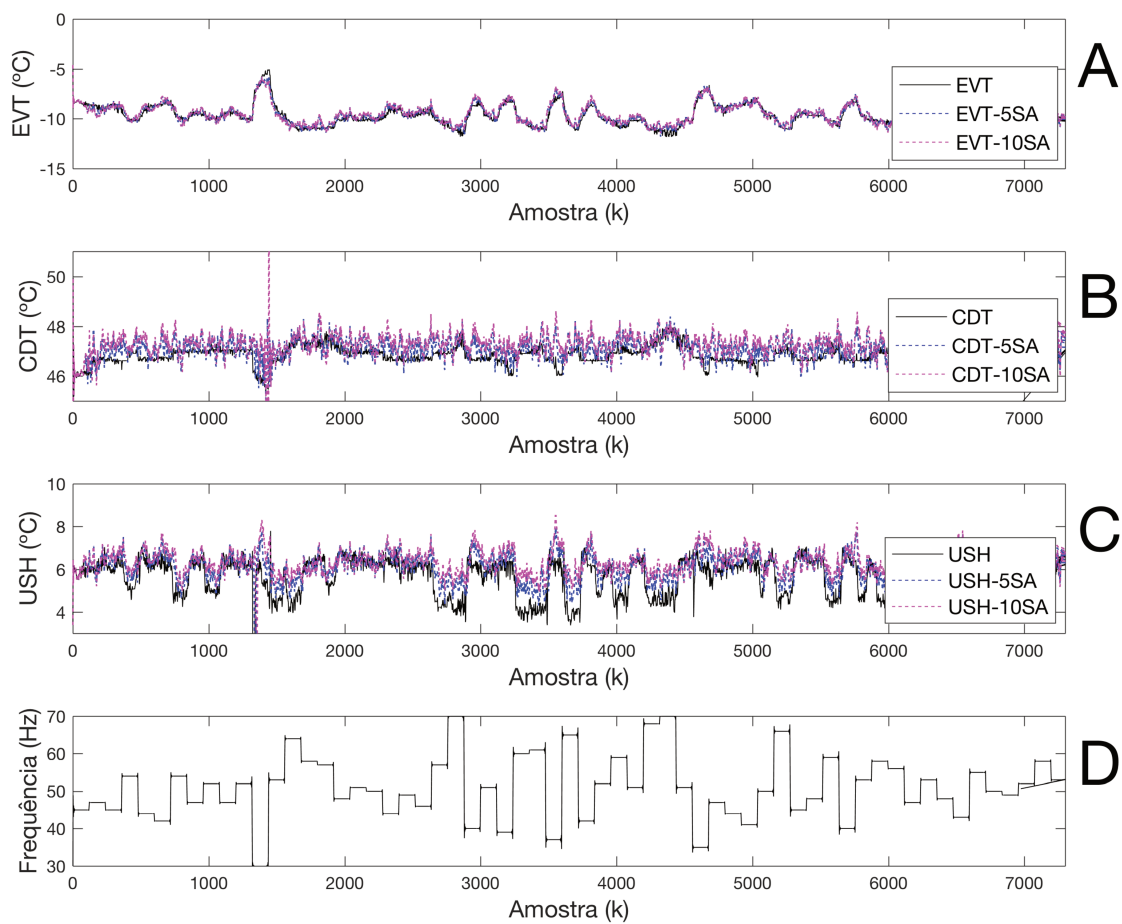


Figura 22 - Predições 5 e 10 passos à frente do modelo NARMAX com os dados de validação “B”: EVT (A), CDT (B), USH (C) e Frequência do compressor (D).

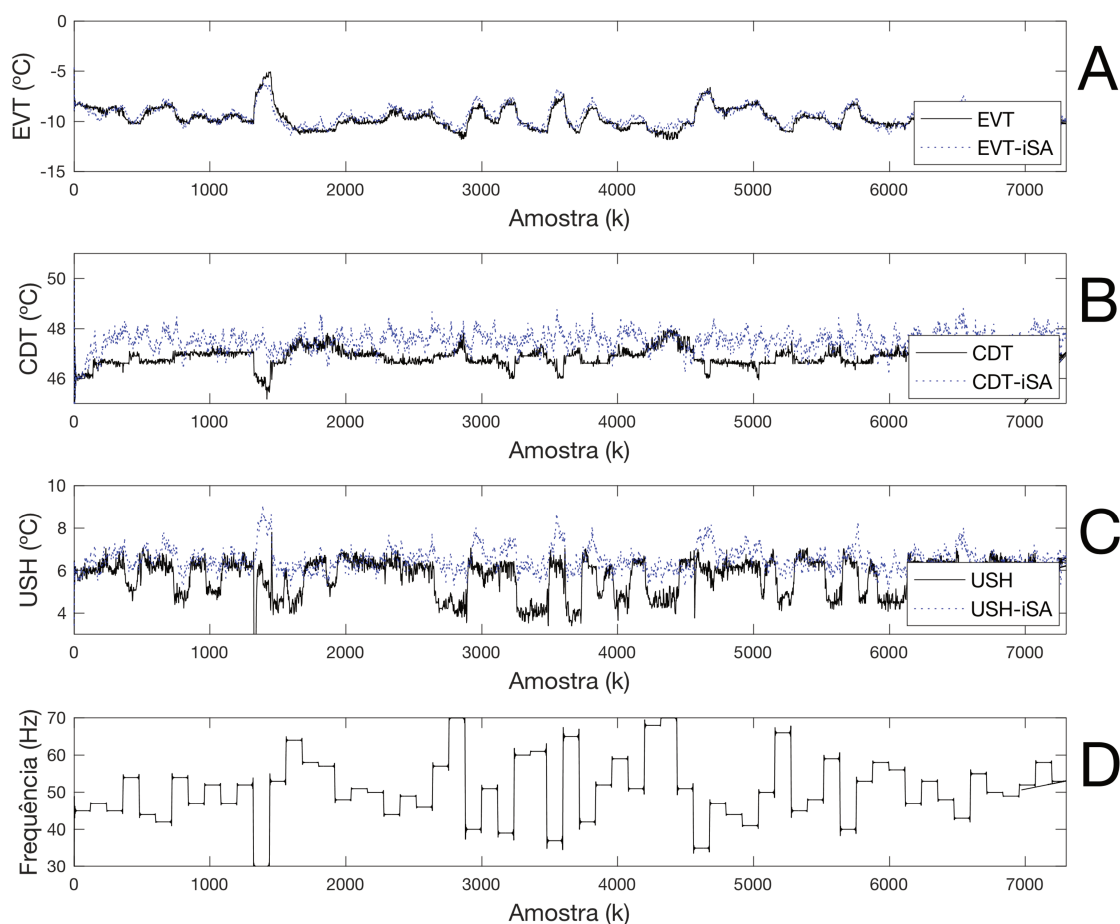


Figura 23 - Predições infinitos passos à frente do modelo NARMAX com os dados de validação “B”: EVT (A), CDT (B), USH (C) e Frequência do compressor (D).

O modelo para EVT, Eq. (82), mostra os melhores resultados na Fig. (20-A e 22-A) com AOE de 0.0324 para predição 5-passos-à-frente e 0.0343 para 10-passos-à-frente com os dados de validação A e 0.0327 (5SA) e 0.0386 (10SA) com os dados de validação B. O modelo para CDT, Eq. (83), é apresentado na Fig. (20-B e 22-B) também apresenta bons resultados, porém com erro de predição maior. O erro médio da saída é menor, 0.0067(5SA) e 0.0079 (10SA) com dados de validação A (v1A) e também 0.0088 (5SA) e 0.0120 (10SA) com os dados de validação B (v1B). A temperatura de condensação possui maior magnitude, seu módulo é aproximadamente 5 vezes maior que o da temperatura de evaporação, isto afeta o critério AOE. A presença maior do erro de predição da saída pode ser observada também para o modelo USH, Eq. (84), cujos resultados de simulação podem ser vistos na Fig. (20-C e 22-C). O AOE para o modelo do USH é 0.1184 (5SA) e 0.1578 (10SA) com v1A e 0.1267 (5SA) e 0.1708 (10SA) com v1B. Além disto, podem ser observados desvios dependendo do instante de amostragem e da amplitude da mudança na entrada. Mas as variâncias dos

resíduos são similares para EVT e CDT: 0.0722 para EVT, 0.0633 para CDT e 0.1155 para USH. Considerando tanto o erro médio da saída (AOE) e a variância dos resíduos, tanto os modelos NARMAX para EVT e CDT mostram previsões razoáveis para uma janela de previsão limitada. A maior variância e erros de polarização (*bias*) no modelo NARMAX para USH faz as previsões deste modelo serem menos confiáveis.

Predições infinitos-passos-à-frente usam apenas algumas medidas da saída nos dados de validação para inicializar o modelo e depois usam apenas suas próprias previsões por retroalimentação. Essa característica é ideal para validação por simulação, porque erros causados por deficiências no modelo irão se acumular rapidamente e se tornarão óbvios na simulação. Os resultados com previsões infinitos-passos-à-frente com os dados de validação A são apresentados na Fig. 21 (A, B, C e D) e com os dados de validação B na Fig. 23 (A, B, C e D). O modelo NARMAX para EVT mantém boas previsões enquanto que os modelos NARMAX para CDT e USH apresentam desvios frequentes dos dados de validação com previsões infinitos-passos-à-frente.

A frequência do compressor pode não ser a entrada ideal para o modelo NARMAX do superaquecimento útil, esse modelo mostrou baixo desempenho tanto em previsões infinitos-passos-à-frente como em k-passos-à-frente. A válvula de expansão termostática é um atuador mecânico e atua como um distúrbio neste caso, pois altera o fluxo de refrigerante no evaporador e conseqüentemente o superaquecimento, dependendo da temperatura e pressão na saída do evaporador. O processo de condensação é mais susceptível a distúrbios externos que frequentemente são de ação lenta, porém de difícil mensuração. Isso explicaria porque o modelo NARMAX para a CDT possui um desempenho melhor com uma janela de previsão limitada comparado com uma janela de previsão infinita.

Talvez seja possível obter um modelo NARMAX MISO mais preciso para CDT manipulando as duas entradas simultaneamente: a frequência do compressor e a abertura da válvula de expansão eletrônica. Como pode ser visto na Fig. 8(B) as perturbações na EEV causam também oscilações na temperatura do refrigerante na saída do condensador, o que foi atribuído anteriormente aos fenômenos termo-fluidodinâmicos relacionados à instabilidade do ponto de transição mistura-vapor. O mesmo fenômeno está presente em processos com válvulas termostáticas.

5.4 Conclusão

Com o algoritmo FROLS para detecção de estrutura e estimação de parâmetros foi possível identificar modelos dinâmicos não-lineares na planta piloto de refrigeração por ciclo de compressão a vapor. Uma característica importante dos modelos NARMAX que emerge neste estudo é a importância do submodelo autônomo não-linear (Autoregressivo), que auxilia em certo grau a predição da saída, quando esta não é explicada pela entrada. Em sistemas de refrigeração sabe-se que a temperatura de evaporação é influenciada pela temperatura de condensação, porém como o processo todo interage, imagina-se que a influência da temperatura de condensação é capturada pelo modelo autônomo da temperatura de evaporação, e vice-versa, a influencia da temperatura de evaporação é capturado pelo modelo autônomo da temperatura de condensação.

Analisando as simulações realizadas com uma janela de predição finita, os modelos NARMAX para a temperatura de evaporação (EVT) e temperatura de condensação (CDT) foram capazes de realizar predições com um período equivalentemente longo nos dados de validação (+7000 amostragens à 1Hz) com boa precisão, com os dados de validação B por exemplo, o erro médio da saída (AOE) para predições 10-passos-à-frente foi de 0.0386 com o modelo para a EVT e 0.0120 com o modelo para a CDT, enquanto que o modelo para o superaquecimento útil (USH) mostrou erro de polarização, maior AOE e maior variância dos resíduos. Com predições infinitos-passos-à-frente foi possível ver as deficiências dos modelos NARMAX da CDT e USH mais claramente, cuja razão é provavelmente devido a "perturbações" não desejadas ou, em outras palavras, simplesmente porque não há informação suficiente na entrada (Frequência do compressor) para explicar completamente as dinâmicas das saídas CDT e USH. A perturbação no modelo do superaquecimento útil provém provavelmente da atuação da válvula de expansão termostática enquanto que para o modelo da temperatura de condensação a perturbação é causada em parte tanto pela atuação da válvula de expansão termostática como devido a variações não mensuradas na temperatura de bulbo úmido. O fenômeno de instabilidade do ponto de transição mistura-vapor pode ser um dos distúrbios envolvidos porque a oscilações na temperatura de saída do condensador e no superaquecimento se tornam mais intensas em regime dinâmico. O modelo NARMAX para a temperatura de evaporação tem um excelente desempenho na simulação da saída, e apresenta predições precisas independente do comprimento da janela de predição, o que sugere que para temperatura de condensação e superaquecimento útil há informação insuficiente nos dados e na entrada escolhida.

Capítulo 6: Conclusão e Trabalhos futuros

6.1 Conclusão Geral

- O processo de refrigeração estudado, usando o compressor como atuador, faz parte da classe de processos que o algoritmo FROLS é capaz de modelar. Os resultados mostram que a temperatura de evaporação apresenta melhor modelo.
- A independência das entradas é muito importante para este tipo de modelagem. Uma entrada correlacionada com outra pode resultar em modelos oscilatórios ou mesmo instáveis.
- Os modelos autoregressivos contem submodelos autônomos, capazes de modelar a saída com informação que não esta relacionada com a manipulação das entradas
- Predições infinitos-passos-à-frente e k-passos-à-frente são essenciais para que as deficiências da modelagem sejam evidenciadas na validação por simulação.
- Utilizando a válvula de expansão eletrônica, é possível obter excelentes resultados para predição 5-passos-à-frente com o modelo de CDT e USH. Mostrando que a outra válvula, a termostática, provoca distúrbios não mensurado quando está em operação.
- Para identificação de modelos, lineares e não-lineares, é essencial que se obtenham bons resultados para validação estatística. Apenas com essa condição é que a etapa de detecção de estrutura estará verdadeiramente concluída. No caso dos modelos lineares, o comprimento do vetor de dados de identificação e validação é importante, pois é difícil detectar a estrutura correta de um modelo linear com não-linearidades nos dados.
- Modelos lineares produzem predições ruins infinitos-passos-à-frente em processos de refrigeração, porque rapidamente irão defrontar-se com alguma não-linearidade do processo.
- Os Sistemas de refrigeração são processos que variam com o tempo dependendo da janela de tempo observada, por esta razão aplicando algoritmos baseados no estimador recursivo de mínimos quadrados, como o filtro de Kalman e com o algoritmo com fator de esquecimento, obtêm-se excelentes resultados para todas as saídas do processo (USH, EVT e CDT). No caso do USH, não foi possível modelar o processo de qualquer outra forma.
- Seria necessário um estudo de modelagem para comparar de maneira criteriosa as diferenças de desempenho entre modelos estocásticos polinomiais e outros tipos de

modelagem caixa-preta (Fuzzy, Redes Neurais, Neuro-Fuzzy). Porque diferentes estudos empregam diferentes sistemas de refrigeração com diferentes características não-lineares dinâmicas. Mas muitas diferenças qualitativas de modelagem com identificação de sistemas foram citadas nesta conclusão e na discussão do trabalho.

- Essa tese resultou em 2 trabalhos publicados em revista internacional, Dantas et al., 2017, Dantas et al., 2016a, um trabalho publicado em revista nacional, Dantas et al., 2016b e um trabalho apresentado em congresso internacional Dantas et al., 2016c.

6.2 Trabalhos futuros

Sugestões relacionadas à planta piloto de refrigeração e a sua instrumentação:

- Troca do condensador por um outro que possua maior área disponível para troca térmica.
- Adicionar novos dispositivos de segurança para permitir a operação da planta sem supervisão presencial. Com isto será possível realizar experimentos que capturam melhor as perturbações periódicas referentes à variação da temperatura ambiente externa. Alguns trabalhos na literatura possuem resultados com até 30 dias de experimento.
- Instalar um sensor digital para medir a carga elétrica do compressor e do sistema, possibilitando a melhor análise de redução de consumo energético com diferentes tipos de controladores.
- Instalar um sensor para medir a temperatura de bulbo úmido.
- Instalar um computador lógico programável que permita a programação interna dos experimentos e a aquisição de dados diretamente para a memória do CLP. Isto irá potencialmente trazer uma melhor precisão nos dados amostrados pelos sensores além de permitir a operação não-supervisionada da planta por longos períodos.

Sugestões relacionadas à identificação de sistemas e controle de processos estocásticos:

- Utilizar os modelos NARMAX para estimar a representação não-linear do processo em GFRFs, espera-se que isso ajudará a associar características dominantes do processo no domínio da frequência aos termos mais importantes na representação temporal do modelo. A importância de muitos termos muitas vezes não é revelada pelo critério ERR. Esse estudo pode ajudar a explicar comportamentos complexos do

processo no domínio do tempo que não poderiam ser percebidos diretamente na sua representação matemática.

- Simular o modelo não-linear NARMAX com atualização recursiva dos parâmetros. É possível que se obtenha melhores previsões k-passos-à-frente para a temperatura de condensação e para o superaquecimento útil, porém acredita-se que a complexidade do algoritmo seja um fator desfavorável para esta abordagem.
- Desenvolver um controlador estocástico adaptivo para o processo operando com a válvula de expansão eletrônica. Para justificar o enfoque em desenvolvimento de modelos para controle de processos é necessário testar controladores baseados nos modelos desenvolvidos e analisar o seu desempenho em relação a outros controladores MPC mais aplicados na indústria.
- Desenvolver um controlador estocástico não-linear para o processo operando com e com o compressor como atuador.
- Utilizar os coeficientes de agrupamento e pontos fixos dos modelos NARMAX identificados para excluir os agrupamentos espúrios da matriz Ψ . Além de reduzir o tempo de procura e o número de termos candidatos, o modelo identificado terá uma estrutura mais robusta.

Referências Bibliográficas

AGUIRRE, L.A. *Introdução à identificação de sistemas: Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2000. 730 p.

AGUIRRE, L.A.; BILLINGS, S.A. Improved structure selection for nonlinear models based on term clustering. *International Journal of Control*, v. 62, n. 3, p. 569-587, 1995.

AGUIRRE, L.A.; RODRIGUES, G.G.; JÁCOME, C.R.F. Identificação de sistemas não-lineares utilizando modelos NARMAX polinomiais – uma revisão e novos resultados. *SBA Controle e Automação*, v. 9, n. 2, p. 90-106, 1998.

AHN, H.P.H.; AHN, K.K. Hybrid control of pneumatic artificial muscle (PAM) robot arm using an inverse NARX fuzzy model. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, v. 24, n. 4, p. 697-716, 2011.

AHN, H.P.H.; AHN, K.K. Identification of pneumatic artificial muscle manipulators by a MGA-based nonlinear NARX fuzzy model. *Mechatronics*, v. 19, n. 1, p. 106-133, 2009.

AKANYETI, O.; RAÑO, I.; NEHMZOW, U.; BILLINGS, S.A. An application of Lyapunov stability analysis to improve the performance of NARMAX models. *Robotics and Autonomous Systems*, v. 58, n. 3, p. 229-238, 2010.

ALTINTEN, A. Generalized predictive control applied to a pH neutralization process. *Computers and Chemical Engineering*, v. 31, n. 10, p. 1199-1204, 2007.

BILLINGS, S.A. *Nonlinear System Identification: NARMAX Methods in the Time, Frequency and Spatio-Temporal Domains*. Sheffield, UK: Wiley, 2013. 574 p.

BILLINGS, S. A. Identification of nonlinear systems-a survey. *IEEE Proceedings D-Control Theory and Applications*, v. 127, n. 6, p. 272-285, 1980.

BILLINGS, S.A.; CHEN, S.; KORENBERG, M.J. Identification of MIMO non-linear systems using a forward regression orthogonal estimator. *International Journal of Control*, v. 49, n. 6, p. 2157-2189, 1989.

BILLINGS, S.A.; FADZIL, M.B. The practical identification of systems with nonlinearities. In: *7th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation*, York, U.K. 1985, p. 155-160.

- BILLINGS, S.A.; KORENBERG, M.J.; CHEN, S. Identification of nonlinear output affine systems using orthogonal least square algorithm. *International Journal of Systems Science*, p. 1559-1568, 1988.
- BILLINGS, S.A.; MAO, K.Z. *Model identification and assessment based on model predicted output*. ACSE Research report 714, University of Sheffield, 1998a.
- BILLINGS, S.A.; MAO, K.Z. Structure detection for nonlinear rational models using genetic algorithms. *International Journal of Systems Science*, v. 29, n. 3, p. 223-231, 1998b.
- BILLINGS, S.A.; TAO, Q.H. Model validity tests for non-linear signal processing applications. *International Journal of Control*, v. 54, n. 1, p. 157-194, 1991.
- BILLINGS, S.A.; TSANG, K.M. Spectral analysis of block structured nonlinear systems. *Journal of Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 4, n. 2, p.117-130, 1990.
- BILLINGS, S.A.; VOON, W.S.F. Correlation based model validity tests for nonlinear models. *International Journal of Control*, v. 44, n. 1, p. 234-244, 1986.
- BILLINGS, S.A.; VOON, W.S.F. Least squares parameter estimation algorithms for nonlinear systems. *International Journal of Systems Science*, v. 15, p. 601-615, 1984.
- BILLINGS, S.A.; ZHU, Q.M. Model validation tests for multivariable nonlinear models including neural networks. *International Journal of Control*, v. 62, n. 4, p. 749-766, 1995.
- BISERNI, C.; FICHERA, A.; GUGLIELMINO, I.D.; LORENZINI, E.; PAGANO, A. A non-linear approach for the analysis and modeling of the dynamics of systems exhibiting Vapotron effect. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 49, n. 7, p. 1264-1273, 2006.
- CAMACHO, E.F.; BERENGUEL, M.; BORDONS, C. Adaptive Generalized Predictive Control of a Distributed Collector Field. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, IEEE, v. 2, n. 4, p. 462-467, 1994.
- CHEN, S.; BILLINGS, S.A.; LUO, W. Orthogonal least squares methods and their application to nonlinear system identification. *International Journal of Control*, v. 50, n. 5, p. 1873-1896, 1989.

CHEN, S.; CHNG, E.S.; ALKADHIMI, W. Regularized orthogonal least square algorithm for constructing radial basis function networks. *International Journal of Control*, v. 64, n. 5, p. 829-837, 1996.

CHEN, S.; HONG, X.; HARRIS, C.J.; SHARKEY, P.M. Sparse modelling using orthogonal forward regression with press statistic and regularization. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, v. 34, n. 2, p. 898-911, 2004.

CHEN, Q.; WORDEN, K.; PENG, P.; LEUNG, A.Y.T. Genetic algorithm with an improved fitness function for (N)ARX modeling. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 21, n. 2, p. 994-1007, 2007.

CHIANG, B.; DARUS, I.Z.M.; JAMALUDDIN, H.; KAMAR, H.M. Dynamic modeling of an automotive variable speed air conditioning system using nonlinear autoregressive exogenous neural networks. *Applied Thermal Engineering*, v. 73, n. 1, p. 1255-1269, 2014.

CLELAND, A.C. Simulation of industrial refrigeration plants under variable load conditions. *International Journal of Refrigeration*, v. 6, n. 1, p. 11-19, 1983.

CLELAND, A.C. Experimental verification of a mathematical model for simulation of industrial refrigeration plants. *International Journal of Refrigeration*, v. 8, n. 5, p. 275-282, 1985.

DANTAS, T.S.S.; FRANCO, I.C.; FILETI, A.M.F.; SILVA, F.V. Dynamic Linear modeling of a refrigeration process with electronic expansion valve actuator. *International Journal of Refrigeration*, v. 75, p. 311-321, 2017.

DANTAS, T.S.S.; FRANCO, I.C.; FILETI, A.M.F.; SILVA, F.V. Non-linear system identification of a refrigeration system. *International Journal of Air-conditioning and Refrigeration*, v. 24, n. 4, 1650024, 2016a.

DANTAS, T.S.S.; FRANCO, I.C.; FILETI, A.M.F.; SILVA, F.V. Identificação de modelos ARX e ARMAX em processos de refrigeração. *Journal of Chemical Engineering and Chemistry*, v. 2, n. 3, p. 81-91, 2016b.

DANTAS, T.S.S.; FRANCO, I.C.; FILETI, A.M.F.; SILVA, F.V. Orthogonal least square based Non-linear System Identification of a Refrigeration System. In: *Proceedings of the*

Sixth IASTED International Conference on Modeling, Simulation and Identification (MSI 2016). Campinas, Brazil. 2016c.

FRANCO, I.C. *Controle Preditivo Baseado Em Modelo Neuro-Fuzzy De Sistemas Não-Lineares Aplicado Em Sistema De Refrigeração*. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Química, Universidade Estadual de Campinas, 2012.

FRANCO, I.C.; DALL'AGNOL, M.; COSTA, T.V.; FILETI, A.M.F.; SILVA, F.V. A neuro-fuzzy identification of non-linear transient systems: Application to a pilot refrigeration plant. *International Journal of Refrigeration*, v. 34, n. 8, p. 2063 – 2075, 2011.

GHOSH, S.; MAKKA, S. A NARX modeling-based approach for evaluation of insulin sensitivity. *Biomedical Signal Processing and Control*, v. 4, n. 1, p. 49-56, 2009.

GOLUB, G.H.; VAN LOAN, C.F. *Matrix Computations*. Quarta edição. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 2013. 756 p.

GUO-LIANG, D. Recent developments in simulation techniques for vapor-compression refrigeration systems. *International Journal of Refrigeration*, v. 30, n. 7, p. 1119-1133, 2007.

HONG, X.; SHARKEY, P.M.; WARWICK, K. Automatic nonlinear predictive model-construction algorithm using forward regression and the PRESS statistic. *IEE Proceedings: Control Theory Applications*, v. 150, n. 3, 2003, p. 245–254.

KORENBERG, M.J., Orthogonal identification of nonlinear difference equation models. In: *Mid West Symposium on Circuits and Systems*, v. 1, Louisville, 1985, p. 90-95.

KORENBERG, M.J., Identifying Nonlinear Difference Equation and functional expansion representations: The Fast Orthogonal Algorithm. *Annals of Biomedical Engineering*, v. 16, n. 1, 1988, p. 123-142.

KOURY, R.N.N.; MACHADO, L.; ISMAIL, K.A.R. Numerical simulation of variable speed refrigeration system. *International Journal of Refrigeration*, v. 24, n. 2, p. 192-200, 2001.

LI, Z.; HUANG, G. Re-evaluation of building cooling load prediction models for use in humid subtropical area. *Energy and Buildings*, v. 62, p. 442-449, 2013.

LIANG, N.; SHUANGQUAN, S.; TIAN, C.; YAN, Y.Y. Two-phase flow instabilities in horizontal straight tube evaporator. *Applied Thermal Engineering*, v. 31, n. 2, p. 181-187, 2011.

LIANG, W.; QUINTE, R.; JIA, X.; SUN, J.Q. MPC control for improving energy efficiency of a building air handler for multi-zone VAVs. *Building and Environment*, v. 92, p. 256-268, 2015.

LIND, I.; LJUNG, L. Regressor and Structure selection in NARX models using structured ANOVA approach. *Automatica*, v. 44, n. 2, p. 283-395, 2008.

LJUNG, L. *System Identification: Theory for the user*. Quarta edição. New Jersey: Prentice Hall, 1999. 608 p.

LJUNG, L., CHEN, T. What can regularization offer for estimation of dynamical systems?. *IFAC Proceedings Volumes*, v. 46, n. 11, 2013, p. 1-8.

LJUNG, L. Some Classical and Some New ideas for Identification of Linear Systems. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, v. 24, n. 1-2, p. 3-10, 2013.

LJUNG, L. Black Box Models from Input-Output Measurements. In: Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2001. IMTC 2001. *Proceedings of the 18th IEEE*, v. 1, IEEE, 2001, p. 138-146.

LUO, W.; BILLINGS, S.A. Adaptive model selection and estimation for nonlinear systems using a sliding data window. *Journal of Signal Processing*, v. 46, n. 2, p. 179–202, 1995.

LUO, W.; BILLINGS, S.A. Structure selection updating for nonlinear models and radial basis function neural networks. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, v. 12, p. 325–345, 1998.

LUO, W.; BILLINGS, S.A.; TSANG, K.M. On-line structure detection and parameter estimation with exponential windowing for nonlinear systems. *European Journal of Control*, v. 2, n. 4, p. 291–304, 1996.

MAIA, A.A.T.; KOURY, R.N.N.; MACHADO, L. Development of a control algorithm employing data generated by a whitebox mathematical model. *Applied Thermal Engineering*, v. 54, n. 1, p. 120-130, 2013.

- MARTINS, S.A.M.; NEPOMUCENO, E.G.; BARROSO, M.F.S. Improved structure detection for polynomial NARX models using a multi objective error reduction ratio. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, v. 24, n. 6, p. 764-772, 2013.
- MARVUGLIA, A.; MESSINEO, A.; NICOLOSI, G. Coupling a neural network temperature predictor and a fuzzy logic controller to perform thermal comfort regulation in an office building. *Building and Environment*, v. 72, p. 287-299, 2014.
- MUSKE, K. R.; BADGWELL, T. A. Disturbance modeling for offset-free linear model predictive control. *Journal of Process Control*, v. 12, n. 5, p. 617-632, 2002.
- NUÑEZ-RAYEZ, A.; NORMEY-RICO, J.E.; BORDONS, C.; CHAMACHO, E.F. A Smith predictive based MPC in a solar air conditioning plant. *Journal of Process Control*, v. 15, n. 1, p. 1-10, 2005.
- O'CONNELL, N.; MADSEN, H.; PINSON, P.; O'MALLEY, M.; GREEN, T. Regulating Power from supermarket refrigeration. In: *Innovative Smart Grid Technologies Conference Europe (ISGT-Europe)*, 2014 IEEE PES, 2014, p. 1-6.
- ÖZKAN, G.; HAPOGLU, H.; ALPBAZ, M. Non-linear generalized predictive control of a jacketed well mixes tank as applied to a batch process-A polymerization reaction. *Applied Thermal Engineering*, v. 26, n. 7, p. 720-726, 2006.
- PANNOCCHIA, G.; RAWLINGS, J.B. Disturbance models for offset-free model-predictive control. *AIChE journal*, v. 49, n. 2, p. 426-437, 2003.
- PIRODDI, L.; SPINELLI, W. An identification algorithm for polynomial NARX models based on simulation error minimization. *International Journal of Control*, v. 76, n. 17, p. 1767-1781, 2003.
- ROMERO, J.A.; NAVARRO-ESBRI, J.; BELMAN-FLORES, J.M. A simplified Black-box model oriented to chilled water temperature control in a variable speed vapor compression system. *Applied Thermal Engineering*, v. 31, n. 2, p. 329-335, 2011.
- RASMUSSEN, L. R.; BACHER, P.; MADSEN, H.; NIELSEN, H.A.; HEERUP, C.; GREEN, T. Load forecasting of supermarket refrigeration. *Applied Energy*, v. 163, p. 32-40, 2016.

SALIMIFARD, M.; JAFARI, M.; DEHGHANI, M. Identification of nonlinear MIMO block-oriented systems with moving average noises using gradient based and least squares based iterative algorithms. *Neurocomputing*, v. 94, p. 22-31, 2012.

SOLANKI, N.; ARORA, A.; KAUSHIK, S.C. Effect of Condenser Fouling on Performance of Vapor Compression Refrigeration System. *Journal of Thermodynamics*, v. 2015, (2015).

SEBORG, D.E.; EDGAR, T.F.; MELLICHAMP, D. *Process Dynamics and Control*. Segunda edição, Hoboken: Wiley, 2004. 713 p.

STRANG, G. *Linear Algebra and Its Applications*. Quarta edição. Wellesley, MA: Cambridge University Press, 2009. 485 p.

SWIDER, D.J. A comparison of empirically based steady-state models for vapor-compression liquid chillers. *Applied Thermal Engineering*, v. 23, n. 5, p. 539-556, 2003.

TASSOU, S.A.; AL-NAZARI, H. Investigation of the steady state and transient performance of a reciprocating chiller equipped with an electronic expansion valve. *Heat Recovery Systems & CHP*, v. 11, n. 6, p. 541-550, 1991.

TASSOU, S.A.; QURESHI, T. Q. Comparative performance evaluation of positive displacement compressors in variable-speed refrigeration applications. *International Journal of Refrigeration*, v. 21, n. 1, p. 29-41, 1998.

THOMSON, M.; SCHOOLING, S.P.; SOUFIAN, M. The practical application of a nonlinear identification methodology. *Control Engineering Practice*, v. 4, n. 3, p. 295-306, 1996.

LARA, B.G.V.; MOLINA, L.M.C.; YANES, J.P.M.; BORROTO, M.A.R. Offset free model predictive control for an energy efficient tropical island hotel. *Energy and Buildings*, v. 119, p. 283-292, 2016.

LARA, J.M.V. *Identificação de Modelos para Controle Preditivo: Aplicação em uma planta de lodo ativado*. Tese (Doutorado) - Faculdade de Eng. Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, 2005.

PIEDRAHITA-VELÁSQUEZ, C. A.; CIRO-VELÁSQUEZ, H. J.; GÓMEZ-BOTERO, M. A. Identification and digital control of a household refrigeration system with variable speed compressor. *International Journal of Refrigeration*, v. 48, p. 178-187, 2014.

- XIAO-LEI, Y.; YAN, B. Stochastic Nonlinear System Identification Using Multi-Objective Multi-Population Parallel Genetic Programming. In: *Control and Decision Conference, 2009. CCDC'09*. IEEE, 2009, p. 1148-1153.
- XIONG, Q.; JUNTAN, A. Grey box modelling and control of chemical processes. *Chemical Engineering Science*, v. 57, n. 6, p. 1027-1039, 2002.
- YIU, J.C-M.; WANG, S. Multiple ARMAX modeling scheme for forecasting air conditioning system performance. *Energy Conversion and Management*, v. 48, n. 8, p. 2276-2285, 2007.
- ZHANG, W-J.; ZHANG, C-L. Transient modeling of air conditioner with rapid cycling compressor and multi-indoor units. *Energy Conversion and Management*, v. 52, n. 1, p. 1-7, 2011.
- ZHU, Y. *Multivariable system identification for process control*. Primeira edição. Oxford: Elsevier, 2001.
- ZHU, Q. M.; BILLINGS, S. A. Fast orthogonal identification of nonlinear stochastic models and radial basis function neural networks. *International Journal of Control*, v. 64, n. 5, p. 871-886, 1996.
- WANG, L.P.; CLUETT, W.R. Use of PRESS residuals in dynamic system identification. *Automatica*, v. 32, n. 5, p. 781-784, 1996.
- WEDEKIN, G.L.; STOECKER, W.F. Theoretical model for predicting the transient response of the mixture-vapor transition point in horizontal evaporating flow. *Transaction of ASME, Journal of Heat Transfer*, v. 90, p. 165-174, 1968.
- WEI, H.L.; BILLINGS, S.A.; LIU, J. Term and variable selection for non-linear model. *International Journal of Control*, v. 10, n. 77, p. 86-110, 2004.

ANEXOS

Anexo. I - Programa da identificação do submodelo do processo

```

%Carrega os dados de um arquivo .mat e inicializa o algoritmo de
%identificação para gerar o submodelo NARX da temperatura de evaporação

%Carregando os dados e subamostrando a 0.5 Hz
load stairsiddata_a2_p
ans = ans(1:10700,:);
ans = resample(ans,1,10);

%Corrigindo valor final do vetor após a re-amostragem
[m,n] = size(ans);
for g = 1:n
ans(m,g) = ans(m-1,g);
end

%Nomeando os dados de acordo com os sensores da planta
tempo = ans(:,1);
TT_101 = ans(:, 2);
TT_102 = ans(:, 3);
TT_103 = ans(:, 4);
TT_104 = ans(:, 5);
TT_105 = ans(:, 6);
TT_106 = ans(:, 7);
time = ans(:, 20);
FQ_101 = ans(:, 21);

%Definindo as saídas usadas na tese
y_USH = TT_105 - TT_104;
y_EVT = TT_104;
y_CDT = TT_102;
u = FQ_101;

% Os parâmetros são estimados de acordo com o numero final de termos, np.
np_EVT=6;

yN = length(y_EVT); %Determinando o comprimento do vetor de dados

% Gerando a matriz de regressores, com atrasos máximos de 10 na saída e
% entrada e grau de não-linearidade de 3
[Psi,ireg] = fgenterms3(y_EVT,u,10,10);
[m,n] = size(Psi);
% Usa-se "n-1" porque Psi(:,n) = y(k), não é regressor, é a saída em k.
[A,err_EVT,piv_EVT]=myhouse2(Psi,n-1);

% Calculando Error-to-Signal Ration (Billings, 2013)
ESREVT = zeros(n-1,1);
% Mesma razão mencionada acima para o uso do "n-1"
for i=1:(n-1)
    if ESREVT < 2
        ESREVT(i,1) = err_EVT(1,i);
    else
        ESREVT(i,1) = ESREVT(i-1,1) + err_EVT(1,i);
    end
end
plot(1:1:n-1,ESREVT,'k.-')
ylabel('ESR')

```



```
xlabel('Regressors')
xlim([0 20])
ylim([0 0.00004])
title('Error to Signal Ratio (SERR)')

%Estimando os parâmetros finais do modelo pelo método dos MQs
Psit=Psi(:,piv_EVT(1:np_EVT));
vec = Psi(:,n);
theta_EVT=inv(Psit'*Psit)*Psit'*vec
p = piv_EVT(1:np_EVT)

%----- gravando os dados -----
--
save('simnarx2_n6','theta_EVT','piv_EVT','p','ireg','yN','tempo','u','np_EV
T','y_EVT','Psit','Psi')
```

Anexo. II - Programa para simular o modelo NARX e gerar os resíduos para identificar o filtro de ruído.

```

%Simula o submodelo NARX e gera os resíduos para identificação do filtro
%de ruído do modelo NARMAX

load simnarx2_n6.mat
for i=1:np_EVT
pivs(1:i,1) = piv_EVT(1,1:i);
pivs(i,2) = i;
thetas(1:i,1) = theta_EVT(1:i,1);
thetas(i,2) = i;
end

% A equação do modelo é gerada com os resultados do algoritmo FROLS que
% são apresentados no vetor 'piv_EVT' e matriz 'ireg'. Cada elemento do
% vetor 'piv_EVT'? o índice 'j' da matriz 'Psi' que foi selecionado pelo
% critério ERR. Como os regressores são gerados pela função fgenterms3 é
% necessário decodificar esse índice j. As colunas da matriz 'ireg', ou
% seja ireg(:,j), corresponde ao índice 'j' em piv_EVT(1,j).
%
% A matriz 'ireg' possui 6 linhas, cada linha corresponde ao atraso de um
% dos elementos que compõem o regressor:
% ireg(1:6,j) = [ a; b; c; d; e; f;]
% Dos componentes [y(k-a); y(k-b); y(k-c); u(k-d); u(k-e); u(k-f)];
%
% Por exemplo: ireg(1:6,j) = [ 1; 2; 0; 0; 0; 0;]
%                 corresponde ao regressor y(k-1).*y(k-2)
%
%                 ireg(1:6,j) = [ 3; 1; 0; 5; 0; 0;]
%                 corresponde ao regressor y(k-3).*y(k-1).*u(k-5)
%
%                 ireg(1:6,j) = [ 0; 0; 0; 2; 0; 0;]
%                 corresponde ao regressor u(k-2)

%Simulando o modelo
e = 0.2*randn(yN,1);
for k = 1:yN;
    if k < 11
        ym_EVT(k,1) = y_EVT(k,1);
        res_EVT(k,1) = 0.3*randn(1,1);
    else
        ym_EVT(k,1) = thetas(1,1)*ym_EVT(k-1,1) + thetas(2,1)*u(k-4,1) +
thetas(3,1)*ym_EVT(k-3,1) + thetas(4,1)*u(k-4,1)*u(k-4,1) +
thetas(5,1)*ym_EVT(k-9,1)*u(k-6,1) + thetas(6,1)*u(k-3,1)*u(k-4,1)*u(k-
4,1) + e(k,1) ;

        res_EVT(k,1) = ym_EVT(k,1) - y_EVT(k,1);
    end
end

%Calculando o AOE
aoe_EVT = aoe(y_EVT,ym_EVT)

%----- plota a figura comparando o modelo NARX com o iddata
figure
plot(tempo,y_EVT,'k',tempo,ym_EVT,'b')
title('EVT')
legend('yddata','ym')
ylabel('ysim')

```

```
xlabel('time')  
  
% Grava os resíduos para identificação do filtro de ruído do modelo NARMAX  
save('res2_n6','res_EVT')
```

Anexo. III - Programa para identificar o modelo NARMAX com filtros de ruído $e=1,\dots,10$

```

% Identificando o modelo NARMAX EVT com filtro de ruído com ne = 1,2,...,10

load simnarx2_n6.mat
load res2_n6.mat

yN = length(y_EVT); %determinando o comprimento do vetor

% Os novos regressores incluídos nesta etapa
reg1771=res_EVT(10:yN-1,1); % e(k-1)
reg1772=res_EVT(9:yN-2,1); % e(k-2)
reg1773=res_EVT(8:yN-3,1); % e(k-3)
reg1774=res_EVT(7:yN-4,1); % e(k-4)
reg1775=res_EVT(6:yN-5,1); % e(k-5)
reg1776=res_EVT(5:yN-6,1); % e(k-6)
reg1777=res_EVT(4:yN-7,1); % e(k-7)
reg1778=res_EVT(3:yN-8,1); % e(k-8)
reg1779=res_EVT(2:yN-9,1); % e(k-9)
reg1780=res_EVT(1:yN-10,1); % e(k-10)

[m,n] = size(Psi);
psi = Psi(:,1:n-1);

%Matriz psi_e contém apenas regressores MA
psi_e=[reg1771 reg1772 reg1773 reg1774 reg1775 reg1776 reg1777 reg1778
reg1779 reg1780 ];

vec=y_EVT(11:yN,1);
Psi=[psi psi_e vec]; % Inserindo psi_e na nova matriz Psi

[m,n] = size(psi); % Como tem-se acesso a psi, pode-se usar "n".
[A2,err2_EVT,piv2_EVT]=myhouse2(Psi,n);

np_EVT = 10; %Aumentando o numero de termos de procura.
p1 = piv2_EVT(1:np_EVT)

%Calculando os parâmetros pelo método dos MQs.
Psit=Psi(:,piv2_EVT(1:np_EVT));
vec = Psi(:,n);
theta2_EVT = inv(Psit'*Psit)*Psit'*vec

%gravando os resultados
save('simnarx2_n6_e1','theta2_EVT','theta2_EVTe1','theta2_EVTe2','theta2_
_EVTe3','theta2_EVTe4','theta2_EVTe5','theta2_EVTe10','piv2_EVT','yN','tempo
','u','np_EVT','y_EVT')

% Procedimento para simula??o do modelo similar ao descrito no anexo
% anterior. Na construção do modelo os índices 'j' em 'piv2_EVT' superiores
% a 1770 s?o selecionados diretamente da matriz psi_e. Pode-se usar filtros
% de ruído lineares H(q) com ordens elevadas (+40), ou pode-se gerar
% regressores não-lineares para H(q) com um algoritmo similar ao fgenterms3

```

Anexo. IV – Função fgenterms3.m

```

function [Psi,ireg] = fgenterms3(y,u,ny,nu)
%-----
% Gera matriz de regressores para o algoritmo FROLS
% Onde: "Psi" é a matriz de regressores
% "ireg" é a matriz de índices de identificação do regressor
% "y" e "u" são os vetores de entrada e saída dos dados experimentais
% "ny" e "nu" são os atrasos máximos usados para gerar os regressores
% lineares e não-lineares.
%----- Verificação de y e u-----
if nargin < 4
    error(message('econ:crosscorr:UnspecifiedInput'))
end

% Garante que as entradas y e u são vetores:
[rows,columns] = size(y);
if ((rows ~= 1) && (columns ~= 1)) || (rows*columns < 2)
    error(message('econ:crosscorr:NonVectorSeries1'))
end

[rows,columns] = size(u);
if ((rows ~= 1) && (columns ~= 1)) || (rows*columns < 2)
    error(message('econ:crosscorr:NonVectorSeries2'))
end

u = u(:); % Força que o vetor u seja coluna
y = y(:); % Força que o vetor y seja coluna
%-----
nylags = 1:ny; %vetor com os números inteiros dos atrasos
yregs = lagmatrix(y,nylags); % gera os regressores atrasados
yregs = yregs(ny+1:length(y),:); % matriz com os regs y

nulags = 1:nu; %vetor com os números inteiros dos atrasos
uregs = lagmatrix(u,nulags); % gera os regressores atrasados
uregs = uregs(nu+1:length(u),:); % matriz com os regs u

reg = []; % reg é a matriz final com as combinações dos regressores
ireg = []; %matriz contendo os índices dos regressores
z = 0;

for i = 1:ny;
    reg = [reg yregs(:,i)]; %y
    z = z + 1; ireg(:,z) = [i;0;0;0;0;0];
    for j = i:ny
        reg = [reg yregs(:,i).*yregs(:,j)]; %yy
        z = z + 1; ireg(:,z) = [i;j;0;0;0;0];
        for k = j:ny
            reg = [reg yregs(:,i).*yregs(:,j).*yregs(:,k)]; %yyy
            z = z + 1; ireg(:,z) = [i;j;k;0;0;0];
        end
        for k = 1:nu
            reg = [reg yregs(:,i).*yregs(:,j).*uregs(:,k)]; %yyu
            z = z + 1; ireg(:,z) = [i;j;0;k;0;0];
        end
    end
end
for j = 1:nu
    reg = [reg yregs(:,i).*uregs(:,j)]; %yu
    z = z + 1; ireg(:,z) = [i;0;0;j;0;0];
    for k = j:nu
        reg = [reg yregs(:,i).*yregs(:,j).*uregs(:,k)]; %yyu
    end
end

```

```

        z = z + 1; ireg(:,z) = [i;j;0;k;0;0];
    end
end
end
for i = 1:nu
    reg = [reg uregs(:,i)]; %u
    z = z + 1; ireg(:,z) = [0;0;0;i;0;0];
    for j = i:nu
        reg = [reg uregs(:,i).*uregs(:,j)]; %uu
        z = z + 1; ireg(:,z) = [0;0;0;i;j;0];
        for k = j:nu
            reg = [reg uregs(:,i).*uregs(:,j).*uregs(:,k)]; %uuu
            z = z + 1; ireg(:,z) = [0;0;0;i;j;k];
        end
    end
end
end
y = y(ny+1:length(y),:);
Psi = [reg y];
end

```

Anexo. V – Função myhouse2.m

```

function [A,err,Piv]=myhouse2(Psi,np);
% Material digital do livro de L.A. Aguirre, Introdução a identificação de
% sistemas (2000)
%
% Editado, comentado e alterado pelo autor dessa tese para fins da
% apresentação do trabalho
%
% [A,err,Piv]=myhouse(Psi,np);
%
% Do livro Matrix Computations 4a Ed.
% Dada a matriz Psi (m,n), esta rotina acha Q de forma
% que Q'*Psi=V é triangular superior. A parte triangular
% superior de A é substituída pela parte triangular
% superior de V.
%
% Assume-se que a última coluna de "Psi" é o vetor de
% observações a ser explicado, y(k).
%
% "np" é o número de regressores escolhidos para compor o modelo.
%
% "err" é um vetor de "np" valores que contem astaxas de redução de erro
% de cada um dos regressores escolhidos.
%
% "piv" é um vetor que contem os índices dos regressores escolhidos, ou
% seja são os índices das colunas usadas para pivotar a matriz Psi np vezes

[m,n]=size(Psi); % Determina o tamanho [m,n] da matriz PSI
A=Psi;
yy=Psi(:,n)'*Psi(:,n); % Facilita a expressão da Eq. do ERR
piv=1:n-1; % Vetor que guarda os indicies dos regressores com maior ERR.

for j=1:np % Opera por colunas, ate o numero de termos final

    % Determina ERR para demais regressores e volta a escolher
    % o de maior valor

    for k=j:n-1 % ate completar o numero de termos candidatos
        % ERR do regressor k
        c(k)=(A(j:m,k)'*A(j:m,n))^2/((A(j:m,k)'*A(j:m,k))*yy);
    end;

    % Permuta as colunas do regressor com maior ERR
    [ans aux]=max(c(j:n-1)); % determina maior ERR em PSI e seu índice j
    jm=j+aux-1; % O índice "aux" do comando "max" traz o índice do maior
    ERR em relação as colunas remanescentes, é necessário somar (j+aux) para de
    fato escolher a coluna correta em A(m,n)
    err(j)=ans; % Guarda o valor do ERR do regressor com maximo ERR em j
    aux=A(:,jm); % Regressor com maxERR é transferido para vetor auxiliar
    A(:,jm)=A(:,j); % Regressor que está na coluna j que NÃO tem máximo ERR
    é transferido para antiga posição do regressor com maxERR, que é "jm"
    A(:,j)=aux; % Regressor com maxERR agora é transferido de "aux" para
    coluna j
    aux=piv(jm); % índice do regressor com maior ERR é transferido para
    vetor AUX
    piv(jm)=piv(j); % índice do regressor que NÃO tem maxERR é transferido
    para a antiga posição do regressor com maxERR, que é "jm"
    piv(j)=aux; % índice do regressor com maior ERR é transferido de AUX
    para j

```

```

x=A(j:m,j);
% v=house(x)
% Do livro Matrix Computations 4a Ed. pg 234
% Dado um vetor x, volta-se o vetor de Householder, "v" de tal forma
% que  $(I-2vv'/v'v)x$  ? zero a exceção do primeiro elemento

nx=length(x);
u=norm(x,2);

%Onde v, como foi dito, é o vetor de Householder.
v=x;
if u ~= 0
    b=x(1) + sign(x(1))*u;
    v(2:nx) = v(2:nx)/b;
end;
v(1)=1;
% fim house(x)

a=A(j:m,j:n);

% a=rowhouse(a,v)
% Do livro Matrix Computations 4a Ed. pg 236
% Dada uma matriz A (m,n), e um vetor "v" de comprimento m,
% cujo primeiro elemento é 1.
% P opera em a,  $P*a$ , onde  $P=I-2vv'/v'v$ 
% P é uma matriz de projeção

b=-2/(v'*v);
w=b*v*v';
%Na operação  $P*a$ , o vetor "a" é refletido em um hiperplano gerado
%em um subespaço ortogonal ao vetor de Householder "v".
a=a+w*a;
% fim rowhouse(a,v)

A(j:m,j:n)=a;

end;
% fim myhouse(A)
% Seleciona apenas os índices no vetor auxiliar

Piv=piv(1:np);

```