

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA  
TESE DEFENDIDA POR Evaldo Khater  
E APROVADA PELA  
COMISSÃO JULGADORA EM 07/05/1998  
Eurípedes Nóbrega  
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

# CONTROLE DE VIBRAÇÃO TORCIONAL EM SISTEMAS ROTATIVOS USANDO REDES NEURAIS MULTICAMADAS

Autor: Evaldo Khater

Orientador: Eurípedes G. O. Nóbrega

27/98

K527c

35751/BC

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL**

# **CONTROLE DE VIBRAÇÃO TORCIONAL EM SISTEMAS ROTATIVOS USANDO REDES NEURAIS MULTICAMADAS**

**Autor: Evaldo Khater**

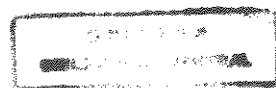
**Orientador: Eurípedes G. O. Nóbrega**

**Curso: Engenharia Mecânica**

**Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico**

**Tese de doutorado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.**

**Campinas, 1998  
S.P. – Brasil**



UNIDADE	BC
N.º de MADA:	T/UNICAMP
	K 527c
V.	Ex.
T.MBO BC/	35751
PRV.	395/98
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREL.	88.11.00
DATA	05/11/98
N.º CPU	

CM-00118008-6

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

K527c Khater, Evaldo  
Controle de vibração torcional em sistemas rotativos usando redes neurais multicamadas. / Evaldo Khater.-- Campinas, SP: [s.n.], 1998.

Orientador: Eurípedes G. O. Nóbrega.  
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Vibração. 2. Redes neurais. 3. Torção. I. Nóbrega, Eurípedes G. O.. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. IV. Título.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL**

# **CONTROLE DE VIBRAÇÃO TORCIONAL EM SISTEMAS ROTATIVOS USANDO REDES NEURAIS MULTICAMADAS**

**Autor: Evaldo Khater**

**Orientador: Eurípedes G. O. Nóbrega**

**Curso: Engenharia Mecânica**

**Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico**

**Tese de doutorado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.**

**Campinas, 1998  
S.P. – Brasil**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL**

**TESE DE DOUTORADO**


**Controle de Vibração Torcional em Sistemas  
Rotativos Usando Redes Neurais Multicamadas**

Autor: Evaldo Khater

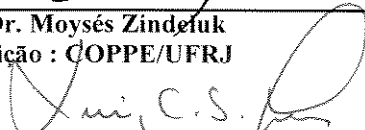
Orientador: Eurípedes G. O. Nóbrega



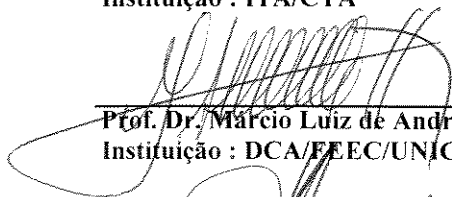
Prof. Dr. Eurípedes G. O. Nóbrega, Presidente  
Instituição : DMC/FEM/UNICAMP



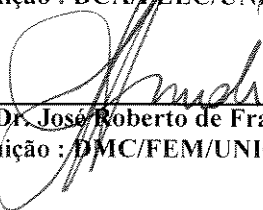
Prof. Dr. Moysés Zindufuk  
Instituição : COPPE/UFRJ



Prof. Dr. Luiz Carlos Sandoval Góes  
Instituição : ITA/CTA



Prof. Dr. Marcio Luiz de Andrade Netto  
Instituição : DCA/EEEC/UNICAMP



Prof. Dr. José Roberto de França Arruda  
Instituição : DMC/FEM/UNICAMP

Campinas, 07 de maio de 1998

## **Dedicatória:**

Dedico este trabalho aos meus queridos filhos Cristiane e Darlen.

## **Agradecimentos**

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem:

Ao meu orientador professor Eurípedes G. O. Nóbrega, que mostrou os caminhos a serem seguidos.

Ao professor Márcio Luiz de Andrade Netto, com quem sempre pude contar com amplo apoio e indispensáveis ensinamentos.

Ao professor José Roberto de França Arruda pelas preciosas sugestões.

Ao colega José Ribeiro Brandão Neto, pelo projeto da instrumentação, valioso auxílio na aquisição dos sinais nos testes experimentais, coleguismo e amizade.

Ao Luciano Pinto Mancilha pela elaboração do programa em linguagem C.

A todos os professores e colegas, que ajudaram de forma direta ou indireta na conclusão deste trabalho.

À FUNREI pela oportunidade da realização deste trabalho.

*És grande porque ama.*  
*És poderosa porque conquista.*  
*És forte porque conforta.*  
*És generosa porque ajuda.*

*Ily!...*



## Resumo

KHATER, Evaldo, *Controle de Vibração Torcional em Sistemas Rotativos Usando Redes Neurais Multicamadas*, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1998. 126 p. Tese (Doutorado)

O presente trabalho visa o desenvolvimento de estratégias de controle de vibração torcional em sistemas rotativos, com o objetivo de atenuar os modos significativos da vibração em regime. O controle ativo é empregado através de um controlador neural multicamada, usando o método da retropropagação do erro. O sistema é realimentado através do próprio motor elétrico (CC) do acionamento. Uma bancada experimental de um sistema rotativo é utilizada para o ajuste do modelo, teste do controlador ótimo (LQR) e na emulação do modelo experimental usando rede neural multicamada para treinar o controlador adequado ao sistema real. Um circuito eletrônico embarcado na extremidade do eixo flexível, transmite o sinal amplificado da deformação angular indicada por uma ponte de extensômetros elétricos. Resultados satisfatórios foram encontrados tanto na simulação computacional como nos testes experimentais, demonstrando que um controlador neural pode ser uma boa alternativa para os sistemas rotativos reais.

### *Palavras Chave*

Controle Ativo, Redes Neurais, Vibração Torcional, Controle de Vibração, Sistemas Rotativos

## **Abstract**

KHATER, Evaldo, *Torsional Vibration Control in Rotating Systems Using Multilayer Neural Networks*, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1998. 126 p. Tese (Doutorado)

The purpose of this work is the development of control strategies of torsional vibration in rotating systems, with the objective of minimizing the significant modes of torsional vibration in steadystate. The active control was employed through a multilayer neural network controller, using back-propagation, feeding the system with the same driving electric motor (DC). A experimental model of the rotating system was employed to adjust the theoretical model, test the optimal controller (LQR) and emulation the experimental model using a multilayer neural network to train the appropriate controller to the real system. A electronic circuit attached at the end of flexible shaft sends the amplified signal of angular strain measured. Satisfactory results were found both in the computacional simulation and in the experimental tests, showing that a neural controller can be a good choice for real rotating systems.

### *Key Words*

Active Control, Neural Network, Torsional Vibration, Vibration Control, Rotating Systems

# Índice

1 - Introdução	1
1.1 - Breve histórico sobre vibração torcional	2
1.2 - Trabalho proposto	4
1.3 - Motivação para a aplicação de redes neurais em vibração torcional	4
1.4 - Organização da apresentação do texto	5
2 - Redes neurais artificiais	6
2.1 - Introdução	6
2.2 - O neurônio biológico	7
2.3 - Revisão histórica	8
2.4 - Principais características de uma rede neural	10
2.5 - Modelos de um neurônio	11
2.6 - Redes multicamadas: retropropagação	16
2.7 - Processo de aprendizagem	17
2.8 - Algoritmos de aprendizagem	18
2.9 - Algoritmo de retropropagação	19
2.10 - Algoritmo de otimização	20
2.10.1 - O método do gradiente	20
2.10.2 - O método do gradiente conjugado	21
2.10.3 - Comparação entre os algoritmos de 1ª e 2ª ordens	21
2.10.4 - Método de Levenberg-Marquardt	22
2.11 - Sumário do algoritmo de treinamento por retropropagação	25
3 - Sistemas de controle	27
3.1 - Introdução	27
3.2 - Sistemas de controle ótimo	28
3.2.1 - Controlabilidade	29

3.2.1 - Índices de desempenho	31
3.2.2 - Formulação de problema de otimização	32
3.2.3 - Critério da integral do erro quadrático	32
3.2.4 - Sistemas de controle ótimo baseado nos índices de desempenho quadrático	33
3.2.6 - Método da ação de controle ótimo	34
3.2.7 - Comentários sobre sistemas de controle ótimo	36
3.2.8 - Desempenho do controlador LQR em um sistema rotativo	37
 4 - Bancada experimental	 47
4.1 - Projeto mecânico	48
4.2 - Motor elétrico	50
4.2.1 - Características elétricas do motor	50
4.2.2 - Levantamento da inércia do motor	51
4.3 - Modelagem teórica	52
4.4 - Instrumentação implementada	56
4.4.1 - Sensores elétricos	56
4.4.2 - Fonte de corrente	57
4.4.3 - Transmissão dos sinais	58
4.4.4 - Ajuste e calibração da ponte	59
4.4.5 - Análise das unidades do deslocamento torcional	59
4.5 - Conexão com o computador	61
 5 - Resultados	 62
5.1 - Verificação das dimensões de projeto	63
5.2 - Ajuste do modelo	66
5.2.1 - Ajuste do modelo utilizando a montagem com o eixo1	66
5.2.2 - Verificação do ajuste do modelo utilizando a montagem com o eixo2	70
5.3 - Ação de controle	72
5.3.1 - Controle ótimo LQR	73
5.3.2 - Controle neural	75

5.3.2.1 - Desenvolvimento do emulador	75
5.3.2.2 - Desenvolvimento do controlador	79
6 - Conclusões e sugestões para desenvolvimentos futuros	86
Referências bibliográficas	89
Anexo I: Elemento elástico	96
Anexo II: Inércias rotativas	97
Apêndice A: Conceitos utilizados em sistemas dinâmicos	98
Apêndice B: Conceitos de sistemas de controle	101
Apêndice C: O método do gradiente	115
Apêndice D: O método do gradiente conjugado	118
Apêndice E: Desenvolvimento da modelagem teórica	120

## Capítulo 1

### Introdução

A partir dos anos 80 a pesquisa em sistemas rotativos tornou-se, no meio acadêmico, uma preocupação. Até então esta era tratada somente em motores alternativos e eixos de navios através de otimizações empíricas dos parâmetros no sentido de atenuar ou eliminar excitações vibratórias torcionais. Estas técnicas são hoje conhecidas por controle passivo. As máquinas eram de grande porte, pesadas, lentas e exigiam alterações no projeto para a adaptação da nova forma que na maioria das vezes adicionara massas ou inércias ao sistema original, ou ainda impunham um superdimensionamento aos eixos que transmitem torque tornando-as ainda mais pesadas e lentas, comprometendo assim o rendimento e a qualidade das máquinas com conseqüente aumento dos custos operacionais e queda da produtividade.

A nova preocupação acadêmica surgiu em virtude da exigência de uma tecnologia moderna, com o advento da informática propiciando enormes e rápidos avanços nos diversos segmentos tecnológicos tais como periféricos da indústria informática, aero-espacial e comunicações. Estes avanços provocaram praticamente uma avalanche de desenvolvimento das demais áreas, alterando inclusive o perfil tradicional da Mecânica o que, aliado aos conhecimentos de outras áreas como por exemplo a eletrônica, definiu uma nova linha para a Mecânica hoje denominada Mecatrônica.

Esta evolução imediatamente contribuiu com o aperfeiçoamento do desempenho de equipamentos originalmente puramente mecânicos como, nas aplicações automotivas, transmissões inteligentes ou suspensões ativas, que hoje são bastante conhecidas apesar de ainda não serem encontradas nos veículos de uso cotidiano. Outros novos

sistemas começam a surgir como as estruturas inteligentes que envolvem o uso de atuadores piezoelétricos ou sistemas eletromagnéticos. Os novos conhecimentos da Mecânica trouxeram grandes benefícios no aperfeiçoamento dos sistemas mecânicos assegurando melhor desempenho, com sistemas mais leves e maiores velocidades, desenvolvendo sistemas controlados eletronicamente com a denominação de controles ativos. A evolução das sub-áreas no entanto não se faz por igual, dependendo muitas vezes da atração que determinadas linhas de pesquisas exercem sobre as instituições.

A análise e o controle de vibrações torcionais em sistemas rotativos encontram-se nesse meio. Apesar de representar uma importante ferramenta para a análise e diagnósticos de sistemas rotativos, a vibração torcional constitui uma linha ainda praticamente não explorada, tanto no país como no exterior, onde todo o trabalho de viabilidade das soluções técnicas ainda necessita ser feito.

Dentre as pesquisas realizadas a partir da década de 80 é marcante a participação de pesquisadores japoneses no sentido de atender às necessidades tecnológicas da indústria local, principalmente nos setores siderúrgico e automobilístico. Contudo, em geral as pesquisas têm desenvolvimentos isolados, isto é, estudos de casos específicos e sem continuidade. O avanço lento das pesquisas em vibrações torcionais se dá principalmente pelas dificuldades de transmissão e coleta dos sinais próprios de eixos girantes devido à deficiência de instrumentação até o momento desenvolvida.

### **1.1 - Breve histórico sobre vibração torcional**

Os conceitos fundamentais sobre vibração torcional não serão apresentados neste trabalho, podendo ser encontrado com detalhes em Khater, 1992.

Anteriormente à década de 60 surgiram tentativas de controle com elementos passivos em eixos de navios e motores de combustão interna (motores diesel). A medição da vibração torcional era feita, principalmente, através de extensômetros elétricos e telemetria. Durante os anos 60 alguns trabalhos foram acrescentados, atendendo às necessidades da indústria

metalúrgica com monitoramento em laminadores de aço, através da medição de torque, utilizando as mesmas técnicas de medição referidas acima (Thomas, 1969).

Nos anos 70 deu-se algum avanço, atendendo às necessidades da indústria com o desenvolvimento de máquinas mais leves e velozes, exigindo uma melhor análise e controle da vibração torcional. Dentre os principais trabalhos podem ser citados: medida de torque em laminadores incluindo o “encoder” como sensor (Kashay , 1972); análise de vibração torcional na velocidade crítica (Yanabe, 1979); prevenção de vibração torcional em eixos de ventiladores através de análise em frequência (Fujisawa, 1979); modelagem das equações dinâmicas incluindo os efeitos da variação de inércias em motores alternativos (Pasricha, 1979).

Nos anos 80 os principais trabalhos foram: análise de vibração torcional em trens de engrenagens (Furuya, 1980); análise de vibração torcional na velocidade crítica (Yanabe, 1980); pesquisas com a variação de inércia (Indústria Marinha) (Pasricha, 1981); estimação de impacto (variação de torque) em laminadores siderúrgicos (Takeshita, 1981); vibração torcional não linear (“back-lash”) em motores de acionamento síncrono (Inoue, 1981); controle de posição angular em servomecanismo usando tacogerador (Nagaya, 1985); métodos de avaliação do amortecimento interno de vibração torcional em eixos de máquinas diesel (Kashiwagi, 1985) ; controle de vibração torcional em partidas e paradas de motores elétricos usando extensômetros elétricos e controle ótimo (Nonami, 1985); estudos incluindo observador de estado para redução de vibração torcional usando encoder e microprocessador baseado em sistema controle de velocidade (Ohmae, 1987).

Nos anos 90 um moderno medidor de vibração torcional, utilizando raios laser, surgiu no mercado e, ao nível de pesquisa, um acelerômetro angular com o circuito eletrônico embarcado (Khater, 1992), para medir vibração torcional, usando extensômetro elétrico como sensor. Foi desenvolvida uma modelagem contínua de vibração torcional de eixos com variação de inércia (Koser, 1995); redução de vibração torcional em motores alternativos, com controle de torque usando máquina elétrica (Kadomukai, 1995); efeitos não lineares da dinâmica torcional em controle de gerador (Allen, 1996); controle ativo de vibração torcional em máquinas rotativas usando o método do Regulador Linear Quadrático (Khater, 1996).



Não se conhece nenhum trabalho publicado envolvendo controle ativo de vibração torcional usando redes neurais.

## **1.2 - Trabalho proposto**

O objetivo básico do trabalho é o desenvolvimento de um método de controle da vibração torcional baseado no uso de redes neurais. Para tanto, foi necessário projetar e modelar analiticamente um sistema torcional acionado por motor de corrente contínua, projetar e construir uma bancada de testes de um sistema rotativo, ajustar o modelo através de medições experimentais e dados de projeto, desenvolver um controlador ótimo para aplicação experimental usando o método Regulador Linear Quadrático (LQR) e desenvolver um controlador neural multicamadas usando o algoritmo de treinamento por retropropagação.

## **1.3 - Motivação para a aplicação de redes neurais em vibração torcional**

A principal motivação para o uso de redes neurais no presente trabalho é o potencial apresentado na aproximação de mapeamentos não-lineares aplicados a problemas de identificação e controle de sistemas dinâmicos.

Redes neurais artificiais de processamento numérico, arquitetura em camadas e fluxo de informação com e sem realimentação produzem estruturas de processamento de sinais com grande poder de adaptação e capacidade de representação não-linear. A presença de realimentação cria a possibilidade de armazenar informações na forma de representações internas, além de introduzir dinâmica no processamento.

Sistemas de controle baseados em técnicas lineares impõem fortes restrições quanto à natureza do sistema a ser controlado. Sempre que os métodos tradicionais não apresentarem um desempenho satisfatório, as redes neurais despontam como alternativa, devido principalmente à sua capacidade de representação de comportamentos não-lineares.

## 1.4 - Organização da apresentação do texto

O tese está estruturada em seis capítulos, com os seguintes conteúdos:

No capítulo 2 é apresentada a teoria de redes neurais necessária para a utilização no trabalho, discutindo sobre os critérios de implementação. São analisadas arquiteturas especializadas para aplicação a sistemas dinâmicos. Os métodos de otimização envolvidos com o trabalho são apresentados, enfatizando as arquiteturas e propriedades de redes neurais multicamadas com o algoritmo de retropropagação.

No capítulo 3 são apresentados os conceitos fundamentais e uma discussão da teoria de controle, dando ênfase ao controle ótimo dirigido para a técnica do Regulador Linear Quadrático (LQR), sendo um dos métodos usados neste trabalho. O capítulo é complementado com a pesquisa inicial deste trabalho empregando a técnica LQR em um sistema rotativo.

O capítulo 4 apresenta o procedimento do projeto da bancada de testes, apresenta o desenvolvimento do modelo analítico na formulação de estado, descreve a instrumentação utilizada, bem como a determinação das constantes elétricas e transmissão dos sinais. É apresentado também o procedimento experimental utilizado para a estimação do momento de inércia do rotor do motor elétrico.

No capítulo 5 são apresentados resultados teóricos e experimentais. Vários gráficos ilustram os sinais experimentais que levaram ao ajuste do modelo analítico. São apresentados os resultados do controlador LQR simulado e testado experimentalmente, além dos resultados da rede neural representando a planta a ser controlada. Finalmente apresenta-se o resultado simulado do controlador neural.

No capítulo 6 é apresentada uma análise geral dos resultados obtidos no trabalho. São discutidas alternativas das técnicas desenvolvidas e algumas sugestões para sequência deste trabalho são oferecidas.

## **Capítulo 2**

### **Redes neurais artificiais**

#### **2.1 - Introdução**

A aplicação de redes neurais artificiais em sistemas dinâmicos tem crescido drasticamente nos últimos anos. Pode-se admiti-las como paradigmas computacionais baseados na neurofisiologia do sistema neural do cérebro humano.

Redes neurais podem ser definidas como estruturas computacionais projetadas com o objetivo de explorar os princípios organizacionais existentes nos sistemas neurais biológicos.

O expressivo desenvolvimento observado ultimamente na formalização e aplicação de conceitos connexionistas representa uma tentativa de restabelecer associações entre campos de atuação científica que até então vinham se desenvolvendo de forma independente: inteligência artificial, teoria de informação e teoria de controle. Apesar da iniciativa de tratar unificadamente controle e informação nos organismos e nas máquinas ter sido formalizada já nos anos 40 por Norbert Wiener (Wiener, 1948 apud Von Zuben, 1996), foi com o advento dos computadores com alto poder de processamento e armazenagem de informação que se viabilizou o desenvolvimento da inteligência artificial, sendo que redes neurais artificiais vêm desempenhando um papel significativo neste processo.

O neurônio modelado como um dispositivo de processamento binário de McCulloch, apesar da sua simplicidade pode ser implementado por funções booleanas. O sistema nervoso

sendo composto de redes de neurônios, que com as devidas simplificações, tem a capacidade básica de implementar estas funções booleanas. Como resultado, trouxe uma grande contribuição para as discussões sobre a construção dos primeiros computadores digitais, permitindo a criação dos primeiros modelos matemáticos de dispositivos artificiais que buscavam analogias biológicas (Von Zuben, 1993).

## 2.2 - O neurônio biológico

A unidade de construção do sistema de redes neurais é na verdade uma forma de representação da célula fundamental do cérebro: o neurônio.

A origem da teoria de redes neurais remonta aos modelos matemáticos e aos modelos de engenharia de neurônios biológicos. O neurônio é delimitado por uma fina membrana celular que, além da sua função biológica normal, possui determinadas propriedades essenciais para o funcionamento elétrico da célula nervosa. A partir do corpo celular, ou soma, o centro dos processos metabólicos da célula nervosa projetam-se extensões filamentosas, os dendritos e o axônio.

As manifestações elétricas de neurônios biológicos foram observadas pela primeira vez no século XIX por DuBois Reymond com o auxílio de galvanômetros. O funcionamento dessas células começou a ser melhor entendido com a invenção do tubo de raios catódicos, no final do século passado, e como resultado de vários pesquisadores, passou-se a entender o neurônio biológico como sendo basicamente o dispositivo computacional elementar do sistema nervoso, que possuía muitas entradas e uma saída. As entradas ocorrem através das conexões sinápticas, que conectam a árvore dendrital aos axônios de outras células nervosas. Os sinais que chegam por estes axônios são pulsos elétricos conhecidos como impulsos nervosos ou potenciais de ação, e constituem a informação que o neurônio processará, de alguma forma, para produzir como saída um impulso nervoso no seu axônio.

A abordagem biológica enfatiza as características operacionais dos neurônios e os pesquisadores da área de computação se preocupam preferencialmente, com as capacidades computacionais destas células nervosas. Do ponto de vista computacional, os neurônios de

uma rede neural artificial passam a ser considerados como unidades processadoras para distinguir da denominação de células nervosas, atribuída aos neurônios biológicos (Yang, 1997; Pal, 1995; Chen, 1995).

### **2.3 - Revisão histórica**

Conceito e implementação são necessários para o avanço de uma tecnologia. Isto pode envolver uma idéia simples, ou pode ser mais complexo e incluir uma descrição matemática.

No século XVII os médicos começaram a ver o coração como uma bomba, e projetaram experimentos para estudar a ação de bombeamento. Estes experimentos revolucionaram a visão do sistema circulatório e o coração passou a ser melhor entendido (Kovács, 1966).

Conceitos e descrições matemáticas não são suficientes para um amadurecimento tecnológico a menos que exista algum meio para implementar o sistema. Por exemplo, a matemática necessária para a reconstrução de imagens pela tomografia computadorizada (CAT) foi conhecida muitos anos antes que a ocorrência da disponibilidade dos computadores de altas velocidades e algoritmos eficientes finalmente permitissem implementação do importante sistema CAT (Von Zuben, 1996).

A história de redes neurais tem avançado através de ambos os ingredientes: inovações conceituais e desenvolvimento de implementação. Este progresso, entretanto, se deu alternadamente por um período de grande atividade seguido por anos de estagnação e novamente o resurgimento de inúmeras pesquisas com redes neurais, pelo advento de computadores digitais adequados.

Alguns dos trabalhos básicos no campo de redes neurais ocorreram no fim do século XIX e início do século XX, consistindo basicamente de trabalhos interdisciplinares em física, psicologia e neurofisiologia por cientistas tais como: Hermann von Helmholtz, Ernst Mach e Ivan Pavlov. Estes primeiros trabalhos enfatizaram conceitos gerais de aprendizagem, visão, condicionamento, etc., e não incluíram modelos matemáticos específicos de neurônios. Uma visão moderna de redes neurais se deu a partir da década de 40 com o trabalho de Warren

McCulloch e Walter Pitts que propuseram um modelo de neurônio artificial capaz de executar muitas operações aritméticas ou funções lógicas através de processamento binário. Este trabalho é até hoje reconhecido como o primeiro passo importante para o desenvolvimento de redes neurais, apesar da representação extremamente simplificada do neurônio real.

Donald Hebb em 1949 sugeriu que as conexões entre células que são ativadas ao mesmo tempo tendem a se fortalecer, enquanto que as outras conexões tendem a se enfraquecer. Esta proposta contribuiu na evolução do mecanismo de aprendizagem em neurônios biológicos estabelecendo que o aprendizado se dá através da modificação nas sinapses entre os neurônios.

A primeira aplicação prática de redes neurais artificiais foi proposta por Frank Rosenblatt em 1958 que construiu uma rede de perceptrons e demonstrou que uma rede com neurônios do tipo lógico e com conexões modificáveis poderiam ser treinadas para classificar certos conjuntos de padrões. Neste trabalho foi proposto também um algoritmo para ajuste de pesos para o perceptron e provou sua convergência quando os padrões são linearmente separáveis.

Em seguida aos perceptrons, Bernard Widrow et al 1960, propuseram um novo algoritmo de aprendizagem e usaram para treinar o ADALINE ("Adaptive Linear Neuron") um neurônio linear constituindo uma estrutura semelhante aos perceptrons de Rosenblatt cuja saída era 0 e 1.

O entusiasmo do sucesso do perceptron e do adaline deu um novo rumo para as pesquisas em redes neurais com centenas de algoritmos, várias regras de aprendizagem e o incentivo financeiro de várias instituições. Porém, com a publicação do livro "Perceptrons" de autoria de Marvin Minsky e Seymour Papert em 1969 houve uma vertiginosa decadência com o interesse na pesquisa em redes neurais. Parecia ter chegado ao fim a grande expectativa de Rosenblatt. Minsky e Papert criticaram as limitações da computação neural envolvendo os perceptrons. Nesta publicação, novos conceitos matemáticos como topologia e teoria de grupo foram aplicadas com o objetivo de analisar as capacidades adaptativas e computacionais dos perceptrons como sendo capazes de executar operações booleanas AND e OR, mas não

executavam outras operações elementares como o XOR (OU-exclusivo). Esses autores não acreditavam que uma arquitetura adequada, utilizando algoritmo de ajuste de pesos, pudesse ser desenvolvida de forma a superar esta limitação. Outros fatores negativos influenciaram a queda de produção nestas pesquisas. Um dos problemas estava vinculado à carência de resultados teóricos que justificassem a manutenção do interesse científico pela área, e talvez o mais importante foi a expectativa exagerada criada pelos próprios pesquisadores desta área, não acompanhada de resultados à altura, o que acelerou a queda de financiamentos para pesquisa.

Alguns trabalhos importantes, entretanto, deram sequência à pesquisa de redes neurais na década de 1970. Em 1972 Teuvo Kohonen e James Anderson independentemente desenvolveram um novo modelo denominado memórias associativas. Stephen Grossberg investigou também nesse período (1976) um importante trabalho sobre as redes auto-organizadas. Mas foi a partir dos anos 80 que novas idéias e a viabilidade de um maior potencial computacional disponível a baixo custo, contribuíram para o ressurgimento das pesquisas em redes neurais de forma definitiva.

Dois novos conceitos foram os maiores responsáveis para o renascimento das pesquisas em redes neurais. O primeiro foi o emprego dos conceitos estatísticos para explicar certas classes de redes recorrentes, para serem usadas como memória associativa com um conjunto de neurônios dispostos de forma que suas saídas fossem realimentadas para as entradas instituindo assim, o primeiro modelo dinâmico para redes neurais (Hopfield, 1982). A segunda chave para o desenvolvimento dos anos 80 foi o algoritmo de retropropagação (“back-propagation”) para treinar redes de perceptrons multicamadas, descoberto independentemente por vários pesquisadores diferentes. Os autores que mais influenciaram o algoritmo de retropropagação foram David Rumelhart e James McClelland em 1986 que serviu também como resposta às críticas negativas de Minsky and Papert em 1969.

## **2.4 - Principais características de uma rede neural**

Rede neural é uma estrutura de unidades processadoras que armazena conhecimento por experiência. O treinamento é realizado utilizando algoritmo de aprendizagem que modifica os

pesos sinápticos na rede para atingir um objetivo. Apresenta estrutura distribuída paralela massiva e capacidade de produzir saídas razoáveis para entradas não testadas no aprendizado. É semelhante ao cérebro em dois aspectos (Yang, 1997; Haykin, 1994):

- o conhecimento é adquirido pela rede através de um processo de aprendizagem;
- as conexões estabelecidas pelos pesos sinápticos são usadas para armazenar o conhecimento.

A capacidade de uma rede neural resolver problemas complexos de grande porte é devido a:

- não linearidade: o neurônio é um dispositivo não linear e a não linearidade é distribuída pela rede;
- mapa entrada-saída: um paradigma de aprendizado conhecido como aprendizado supervisionado envolve a modificação dos pesos sinápticos da rede através de exemplos de tarefas ou amostras de treinamento. Cada exemplo consiste em um único sinal de entrada e a correspondente saída desejada. Os exemplos são tomados aleatoriamente e os pesos sinápticos da rede são modificados para minimizar a diferença entre a resposta desejada e a resposta atual. O treinamento é repetido para vários exemplos até que a rede atinja um estado estacionário onde os pesos sinápticos não se alteram ou se alteram muito pouco. A rede então aprende através dos exemplos e constroi um mapa entrada-saída (Huang, 1990);
- adaptatividade: quando operando em um ambiente não estacionário a rede neural pode ser projetada para mudar seus pesos sinápticos em tempo real, tornando uma ferramenta ideal para classificação adaptativa de padrões, processamento adaptativo de sinais e controle adaptativo (Von Zuben, 1993).

## **2.5 - Modelos de um neurônio**

Um neurônio é uma unidade de processamento de informação fundamental para a operação de uma rede neural e é identificado por três elementos básicos:



- um conjunto de sinapses ou ligações conectoras caracterizadas por pesos  $w_{kj}$ . Uma entrada  $x_j$  de sinapse  $j$  e conectada ao neurônio  $k$  é multiplicado pelos pesos sinápticos  $w_{kj}$ . O peso  $w_{kj}$  é positivo se a sinapse associada é excitatória e negativo se a sinapse é inibitória;
- um somador opera os sinais de entrada, ponderados pelas respectivas sinapses do neurônio formando uma regra de propagação constituída por uma combinação linear;
- uma função de ativação limita a amplitude da saída de um neurônio. Tipicamente, a faixa de amplitude normalizada da saída de um neurônio pertence a um intervalo unitário fechado  $[0,1]$  ou alternativamente  $[-1,1]$ .

O limiar  $\theta_k$  é um parâmetro externo para reduzir a entrada líquida da função de ativação. Por outro lado, a entrada líquida da função de ativação pode ser aumentada por meio de um termo de polarização ou bias que é o negativo do limiar. Em termos matemáticos pode-se descrever um neurônio  $k$  (Haykin,1994) com as seguintes equações:

$$u_k = \sum_{j=1}^p w_{kj} x_j \quad (2.1)$$

e

$$y_k = \varphi(u_k - \theta_k) \quad (2.2)$$

onde  $x_1, x_2, \dots, x_p$  são os sinais de entrada;  $w_{k1}, w_{k2}, \dots, w_{kp}$  são os pesos sinápticos do neurônio  $k$ ;  $u_k$  é saída da combinação linear ou entrada interna;  $\theta_k$  é o limiar;  $\varphi(\cdot)$  é a função de ativação e  $y_k$  é o sinal de saída do neurônio. O efeito do limiar  $\theta_k$  é o de uma transformação afim aplicada a  $u_k$ , ou seja

$$v_k = u_k - \theta_k \quad (2.3)$$

$v_k$  é o nível de atividade interna ou potencial de ativação.

Incorporando o limiar  $\theta_k$  na soma ponderada associado a uma entrada  $x_0 = -1$  cujo peso sináptico correspondente é  $\omega_{k0} = \theta_k$  pode-se escrever as Equações 2.1 e 2.2 de forma equivalente a

$$v_k = \sum_{j=1}^p w_{kj} x_j \quad (2.4)$$

e

$$y_k = \varphi(v_k) \quad (2.5)$$

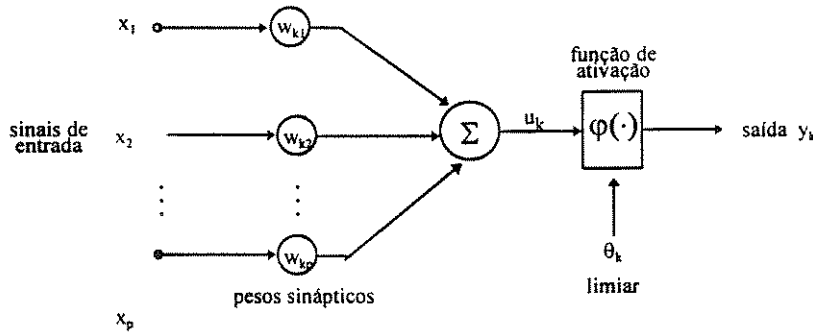


Figura 2.1 - Modelo de um neurônio não linear

- A função de ativação define a saída de um neurônio em função da entrada interna e o estado atual de ativação da unidade. Os principais tipos de função de ativação são:

1. Função limiar, definida por

$$\varphi(v) = \begin{cases} 1 & \text{se } v \geq 0 \\ 0 & \text{se } v < 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

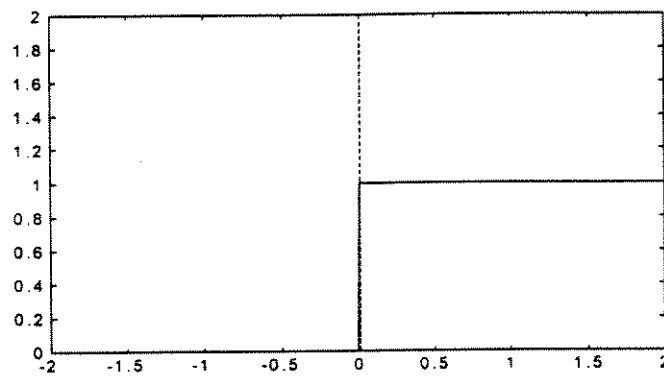


Figura 2.2 - Função limiar

2. Função linear por partes: pode ser comparada a uma aproximação de um amplificador não linear e definida por

$$\varphi(v) = \begin{cases} 1, & v \geq 1/2 \\ v, & 1/2 > v > -1/2 \\ 0, & v \leq -1/2 \end{cases} \quad (2.7)$$

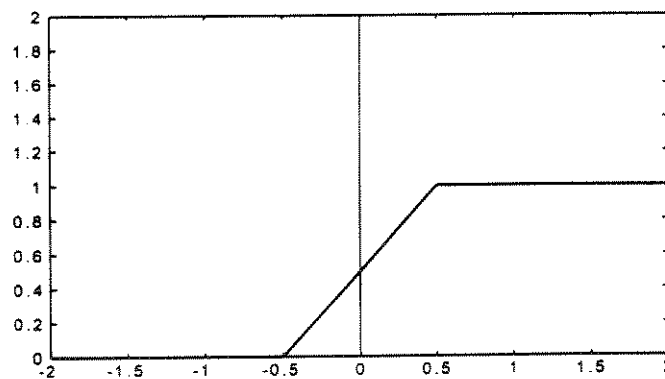


Figura 2.3 - Função linear por partes

3. Funções sigmóides: são as formas mais utilizadas na construção de redes neurais. São funções crescentes, diferenciável e com propriedades assintóticas. Um exemplo da função logística:

$$\varphi(v) = \frac{1}{1 + \exp(-av)} \quad (2.8)$$

onde  $a$  é o parâmetro de inclinação e a função logística assume valores não negativos no intervalo  $]0,1[$ .

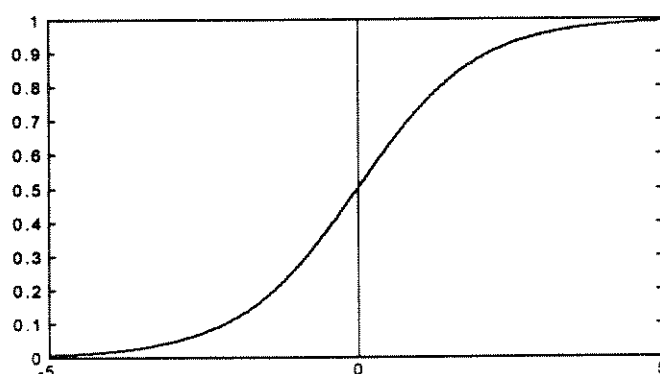


Figura 2.4 - função logística

Outro exemplo da função sigmoide é a função tangente hiperbólica. A função tangente hiperbólica é também muitas vezes utilizada na construção de redes por preservar a forma sigmoide da função logística, mas assume valores positivos e negativos no intervalo  $] -1,1[$  e pode ser representada por:

$$\varphi(v) = \tanh\left(\frac{v}{2}\right) = \frac{1 - \exp(-v)}{1 + \exp(-v)} \quad (2.9)$$

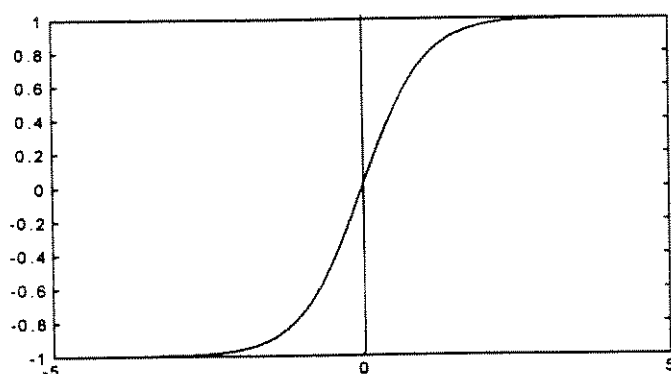


Figura 2.5 - função tangente hiperbólica

## 2.6 - Redes multicamadas: retropropagação

McCulloch e Pitts foram os primeiros a propor um modelo computacional para o neurônio biológico. Tal modelo, embora extremamente simples quando comparado ao potencial dos modelos hoje disponíveis, foi inovador pois grandes nomes das modernas áreas de conhecimento como inteligência artificial, ciência da computação e cibernética, tiveram inspiração na proposta de McCulloch e Pitts.

No final da década de 1950, Rosenblatt, dando prosseguimento às idéias de McCulloch, modelou uma rede de múltiplos neurônios do tipo discriminadores lineares chamando-a de perceptron. O perceptron é uma rede constituída de neurônios dispostos em várias camadas com as seguintes denominações: camada de entrada (input layer), uma ou mais camadas intermediárias chamadas ocultas ou escondidas (hidden layers) e a camada de saída (output layer). As informações são passadas da entrada para as camadas ocultas e daí para a camada de saída. Neste processo progressivo (forward) os pesos sinápticos permanecem inalterados.

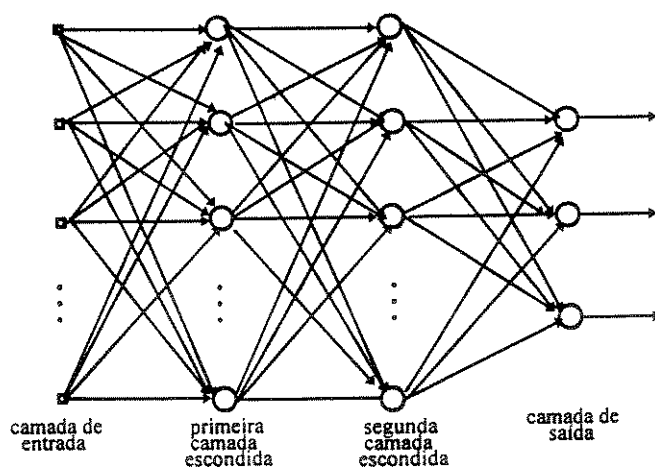


Figura 2.6 - Estrutura de um perceptron multicamada com duas camadas escondidas

As redes multicamadas têm sido utilizadas com sucesso em problemas complexos utilizando um algoritmo de alteração dos pesos sinápticos conhecido como algoritmo de retropropagação do erro ou "error back-propagation algorithm" ou simplesmente "back-propagation", proposto por Rumelhart em 1986. Este algoritmo é baseado na correção do erro durante o treinamento de modo que a saída real é comparada com a saída desejada e um sinal de erro é enviado em sentido regressivo (backward) e os pesos são atualizados (Werbos, 1990).

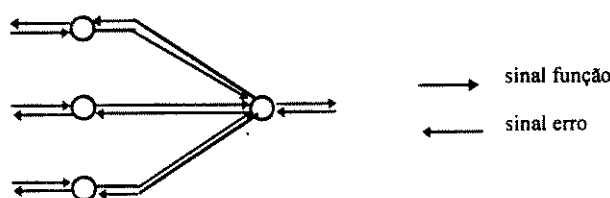


Figura 2.7 - Representação do sinal progressivo e retropropagação do erro

No processo de aprendizagem dois cálculos são realizados por neurônio oculto ou de saída:

- passo progressivo: cálculo de função na saída do neurônio que é expresso como uma função contínua não linear dos sinais de entrada e pesos sinápticos associados com o neurônio;
- passo regressivo: cálculo de uma estimativa instantânea do vetor gradiente (gradiente da superfície de erro com relação aos pesos conectados às entradas do neurônio).

## 2.7 - Processo de aprendizagem

A propriedade fundamental de uma rede neural consiste em:

- aprender de seu ambiente: processo iterativo de ajustes aplicados aos pesos sinápticos e limiares;

- melhorar a medida de desempenho através de aprendizagem.

No contexto de redes neurais, aprendizagem é um método através do qual os parâmetros livres de uma rede são adaptados por um processo contínuo de estímulo pelo ambiente no qual a rede está imersa. O tipo de aprendizagem é determinada pela maneira na qual se mudam os parâmetros. Logo uma sequência de eventos são consequência da definição (Haykin, 1994):

- a rede neural é estimulada por um ambiente;
- a rede neural sofre mudanças devido ao estímulo;
- a rede neural responde de uma nova forma ao ambiente, devido a mudanças que ocorrem em sua estrutura interna.

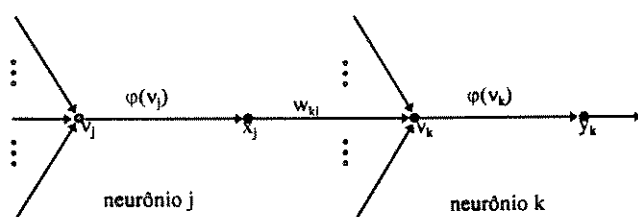


Figura 2.8 - Fluxo de sinal de um par de neurônios j e k de uma rede neural

onde:

$x_j$  = saída do neurônio  $j$  (atividade pré-sináptica)

$v_k$  = atividade interna do neurônio  $k$  (atividade pós-sináptica)

$w_{kj}$  = peso sináptico que conecta os nós de sinal  $x_j$  e  $v_k$

$w_{kj}(n)$  = peso sináptico no instante  $n$

$\Delta w_{kj}(n)$  = ajuste aplicado a  $w_{kj}(n)$  (resultado do estímulo)

## 2.8 - Algoritmo de aprendizagem

É um conjunto bem definido de regras para a solução de um problema de aprendizagem, isto é, obtenção do  $\Delta w_{kj}(n)$ . A maneira pela qual o ambiente influencia a rede em seu aprendizado define o "paradigma de aprendizagem" que se refere ao modelo do ambiente no

qual a rede neural opera. O objetivo final do aprendizado em redes neurais artificiais é a obtenção de um modelo implícito do conhecimento adquirido que seja consistente com o mundo real (Von Zuben, 1993).

## 2.9 - Algoritmo de retropropagação

Algoritmo de aprendizagem baseado na correção de erros. Seja:

$d_k(n)$  a resposta desejada do neurônio  $k$  no instante  $n$ ;

$y_k(n)$  a resposta observada quando é aplicado um vetor (estímulo)  $x(n)$  na entrada da rede;

$x(n)$  e  $d_k(n)$  constituem um exemplo de par "estímulo-resposta" apresentado à rede no instante  $n$ . O sinal de erro observado no instante  $n$  é dado por:

$$e_k(n) = d_k(n) - y_k(n) \quad (2.10)$$

O processo de aprendizagem por correção de erro busca a minimização de um critério baseado em  $e_k(n)$  de modo que, para  $n$  suficientemente grande,  $y_k(n)$  esteja próximo de  $d_k(n)$  em algum sentido estatístico. Um critério muito usado é o do erro quadrático médio, ou seja:

$$J = E \left[ \frac{1}{2} \sum_k e_k^2(n) \right] \quad (2.11)$$

sendo  $E$  a esperança estatística. A minimização de  $J$  com relação ao parâmetro da rede leva ao método do gradiente. No entanto este procedimento de otimização requer o conhecimento das características estatísticas do sistema. Uma aproximação do método utiliza o valor instantâneo da soma dos erros quadráticos, isto é:

$$\varepsilon(n) = \frac{1}{2} \sum_k e_k^2(n) \quad (2.12)$$



e a rede é otimizada pela minimização de  $\varepsilon(n)$  com relação aos pesos sinápticos. A regra de aprendizado de correção de erros é dada pela regra delta:

$$\Delta w_{kj}(n) = \eta e_k(n) x_j(n) \quad (2.13)$$

onde  $\eta$  representa uma constante positiva (taxa de aprendizagem) e a atualização dos pesos é dada por:

$$w_{kj}(n+1) = w_{kj}(n) + \Delta w_{kj}(n) \quad (2.14)$$

## 2.10 - Algoritmo de otimização

A função sinal que caracterizou as funções de ativação dos modelos de perceptron, foram substituídas por funções contínuas e suaves. A sensibilidade do sinal de saída da rede em relação à variação da intensidade de suas interconexões passa a admitir apenas valores finitos, podendo ser obtida pela aplicação de técnicas de derivação numérica e o algoritmo de ajuste dos pesos baseado no método do gradiente, calculado por meio da retropropagação, minimizando uma função quadrática (Rumelhart, 1986).

De acordo com o nível de informação considerado na definição de ajuste dos pesos, os algoritmos de 1ª ordem baseados no método do gradiente e os de 2ª ordem baseados no método do gradiente conjugado, são utilizados.

### 2.10.1 - O método do gradiente

A aproximação de 1ª ordem é muitas vezes responsável pela baixa taxa de convergência, principalmente em fases evoluídas do processo de ajuste, onde o erro é pequeno. Além disso, a utilização de taxas de ajuste arbitrárias (constantes normalizadas) faz com que o algoritmo perca eficiência e robustez. Neste caso, a inclusão do termo de momento é importante, à medida que o algoritmo de ajuste é forçado a considerar informações de 2ª ordem. Apesar deste fator positivo, a inclusão do termo de momento torna o algoritmo menos robusto ainda, pois é introduzido mais um parâmetro a ser definido arbitrariamente, já que não

existem fundamentos teóricos que permitam a definição de métodos automáticos de ajuste. Este é um ponto crítico de algoritmos baseados no método do gradiente, já que os valores desses parâmetros acabam sendo decisivos para o sucesso do processo de treinamento.

Definição do método do gradiente se encontra no Apêndice C.

### **2.10.2 - O método do gradiente conjugado**

Os algoritmos de 1ª ordem são mais eficientes nas fases iniciais de treinamento, enquanto que os de 2ª ordem são mais eficientes nas fases avançadas de treinamento. Os processos de treinamento em redes neurais envolvem invariavelmente o ajuste de um grande número de parâmetros então apenas métodos de otimização capazes de operar com problemas de larga escala representam alternativas viáveis. Dentro da teoria de análise numérica, um método de otimização de 2ª ordem capaz de atuar em problemas de larga escala é o método do gradiente conjugado (Fletcher, 1975).

O método do gradiente conjugado é um procedimento intermediário entre o método do gradiente e o método de Newton. Exige menos cálculos que o método de Newton e apresenta taxas de convergência maiores que as do método do gradiente. Tal como o método de Newton, este método obtém soluções exatas para problemas quadráticos em um número finito de iterações.

Definição do método do gradiente conjugado se encontra no Apêndice D.

### **2.10.3 - Comparação entre os algoritmos de 1ª e 2ª ordens**

A diferença básica entre os dois algoritmos é que os de 1ª ordem consideram uma aproximação linear da função erro, enquanto os de 2ª ordem uma aproximação quadrática. Portanto, o desempenho dos algoritmos vai depender, além da carga de cálculo requerida, do nível de adequação da aproximação empregada.

Com relação à carga de cálculo por iteração, o algoritmo de 2ª ordem requer, em média, 50% a mais de operações por iteração. Já com relação à adequação de aproximação,

em geral, aproximações lineares têm um melhor desempenho em regiões de operação afastadas dos pontos críticos (ponto onde o gradiente se anula), ou seja, na fase inicial do treinamento, enquanto aproximações de 2ª ordem são mais adequadas em pontos de operação próximos aos pontos críticos, ou seja, em fases avançadas do treinamento.

Um procedimento interessante seria uma composição de algoritmos de 1ª e 2ª ordem durante o processo de treinamento, de tal forma que a direção de ajuste na fase inicial de treinamento seja a fornecida pelo algoritmo de 1ª ordem, enquanto que na fase final de treinamento seja a fornecida pelo algoritmo de 2ª ordem. Uma implementação desta composição de algoritmos pode ser aplicada com o método de Levenberg-Marquardt.

#### 2.10.4 - Método de Levenberg-Marquardt

O método de Newton apresenta como idéia básica, minimizar um função custo aproximando-a localmente por um função quadrática, usando expansão de Taylor truncada.

Assumindo a função custo  $\varepsilon_{av}(\mathbf{w})$  continuamente diferenciável até 2ª ordem, pode-se afirmar (Hagan, 1996):

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon_{av}(\mathbf{w}) &= \varepsilon_{av}(\mathbf{w} + \Delta\mathbf{w}) - \varepsilon_{av}(\mathbf{w}) \\ &\approx \mathbf{g}^T \Delta\mathbf{w} + \frac{1}{2} \Delta\mathbf{w}^T \mathbf{H} \Delta\mathbf{w}\end{aligned}\tag{2.15}$$

onde  $\mathbf{g}$  é o vetor gradiente

$$\mathbf{g} = \frac{\partial \varepsilon_{av}(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}}\tag{2.16}$$

e  $\mathbf{H}$  é a matriz Hessiana

$$\mathbf{H} = \frac{\partial^2 \varepsilon_{av}(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}^2}\tag{2.17}$$

Diferenciando a Equação 2.15 com relação a  $\Delta \mathbf{w}$ ,  $\Delta \varepsilon_{av}(\mathbf{w})$  é minimizado quando

$$\mathbf{g} + \mathbf{H} \Delta \mathbf{w} = 0 \quad (2.18)$$

que produz o valor ótimo de  $\Delta \mathbf{w}$  como sendo

$$\Delta \mathbf{w} = -\mathbf{H}^{-1} \mathbf{g} \quad (2.19)$$

Como  $\varepsilon_{av}(\mathbf{w})$  é uma função quadrática, então

$$\varepsilon_{av}(\mathbf{w}) = \sum_{i=1}^N e_i^2(\mathbf{w}) \quad (2.20)$$

e pode ser mostrado (Hagan, 1994) que

$$\mathbf{g} = \mathbf{J}^T(\mathbf{w}) \mathbf{e}(\mathbf{w}) \quad (2.21)$$

e

$$\mathbf{H} = \mathbf{J}^T(\mathbf{w}) \mathbf{J}(\mathbf{w}) + \mathbf{S}(\mathbf{w}) \quad (2.22)$$

onde  $\mathbf{J}(\mathbf{w})$  é a matriz Jacobiana, definida por

$$\mathbf{J}(\mathbf{w}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial e_1(\mathbf{w})}{\partial w_1} & \frac{\partial e_1(\mathbf{w})}{\partial w_2} & \dots & \frac{\partial e_1(\mathbf{w})}{\partial w_n} \\ \frac{\partial e_2(\mathbf{w})}{\partial w_1} & \frac{\partial e_2(\mathbf{w})}{\partial w_2} & \dots & \frac{\partial e_2(\mathbf{w})}{\partial w_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial e_N(\mathbf{w})}{\partial w_1} & \frac{\partial e_N(\mathbf{w})}{\partial w_2} & \dots & \frac{\partial e_N(\mathbf{w})}{\partial w_n} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

e

$$S(\mathbf{w}) = \sum_{i=1}^N e_i(\mathbf{w}) \nabla^2 e_i(\mathbf{w}) \quad (2.24)$$

O método de Newton é sem dúvida um ônus computacional imenso na medida em que nos métodos de 1ª ordem, com uma única operação de produto, passa a ser substituída por  $N^2$  operações de cálculos de segunda derivadas, uma operação de inversão de matriz ( $N \times N$ ),  $N^2$  multiplicações e igual número de somas. Além disso, a matriz hessiana tem que ser não singular para que a sua inversa seja calculada. Não se pode afirmar (Haykin, 1994) que a matriz Hessiana de uma rede de perceptrons multicamadas é sempre não singular.

Portanto, torna-se conveniente uma aproximação do método de Newton que pode ser feita assumindo  $S(\mathbf{w}) \approx 0$ , diminuindo assim, consideravelmente o ônus computacional. Esta aproximação é conhecida como método de Gauss-Newton (Hagan, 1996). A atualização dos pesos agora é dada por

$$\Delta \mathbf{w} = [\mathbf{J}^T(\mathbf{w})\mathbf{J}(\mathbf{w})]^{-1} \mathbf{J}^T(\mathbf{w})e(\mathbf{w}) \quad (2.25)$$

A modificação de Levenberg-Marquardt sobre o método de Gauss-Newton é que

$$\Delta \mathbf{w} = [\mathbf{J}^T(\mathbf{w})\mathbf{J}(\mathbf{w}) + \mu \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{J}^T(\mathbf{w})e(\mathbf{w}) \quad (2.26)$$

o parâmetro  $\mu$  é multiplicado por um fator ( $\beta$ ) quando o passo resultar em um acréscimo de  $\epsilon_{av}(\mathbf{w})$  e dividido por ( $\beta$ ) no caso contrário, ou ainda, aumenta-se  $\mu$  para passo não minimizante e para  $\mathbf{J}^T(\mathbf{w})\mathbf{J}(\mathbf{w}) + \mu \mathbf{I}$  singular e aumenta-se  $\mu$  para passo minimizante. Nota-se também que quando  $\mu$  é grande o algoritmo se torna o método do gradiente com passo  $1/\mu$  e quando  $\mu$  é pequeno o algoritmo se torna o método de Gauss-Newton. Desta forma o algoritmo de Levenberg-Marquardt torna-se muito útil ao se comportar como o método do gradiente em regiões afastadas do mínimo e como o método de Gauss-Newton em

regiões próximas do mínimo, sendo uma boa alternativa para uma convergência mais rápida em redes com perceptron multicamadas que utilizam o método retropropagação.

## 2.11 - Sumário do algoritmo de treinamento por retropropagação

Dado um conjunto de treinamento,

- iniciar com uma configuração de rede razoável e escolher um conjunto de parâmetros iniciais para os pesos sinápticos e limiares num intervalo de números uniformemente distribuídos e uma taxa de aprendizagem ( $\eta$ );
- estabelecer algum critério de parada, seja um número de iterações ou o sinal de erro ou uma combinação de ambos;

a) passo progressivo: os pesos sinápticos permanecem inalterados. Para o neurônio  $j$

$$y_j(n) = \varphi(v_j(n)) \quad \text{sendo,}$$

$$v_j(n) = \sum_{i=0}^p w_{ji}(n) y_i(n)$$

$$y_i(n) = x_i(n) \quad \text{se } j \text{ for da primeira camada de neurônios escondidos e,}$$

$$y_j(n) = \theta_j(n) \quad \text{se } j \text{ for da camada de neurônios de saída}$$

calcula-se então os erros  $\varepsilon_j(n)$  dos sinais de função feitos neurônio a neurônio

b) passo regressivo:

calcular os sinais de erro e recursivamente os gradientes locais e atualizar os pesos sinápticos. Para  $\varphi(\cdot)$  do tipo sigmoide, tem-se

$$\varphi'(v_j(n)) = y_j(n)[1 - y_j(n)]$$

e os gradientes locais são calculados por

$$\delta_j(n) = \varepsilon_j(n) \varphi'_j(v_j(n))$$

os gradientes locais das camadas escondidas são

$$\delta_j(n) = \varphi'_j(v_j(n)) \sum_k \delta_k(n) w_{kj}(n)$$

onde  $k$  são os índices dos neurônios pertencentes à camada imediatamente acima da camada considerada para  $j$ .

A atualização dos pesos é feita pelo algoritmo de otimização (minimização do erro) que é dado essencialmente por

$$\Delta w_{ij}(n) = \eta \delta_j(n) y_i(n)$$

Retorna-se o ciclo a partir do passo progressivo até que seja atingido o critério de parada.

## **Capítulo 3**

### **Sistemas de Controle**

#### **3.1 - Introdução**

Os sistemas de controle têm desempenhado um papel fundamental no desenvolvimento científico e tecnológico. A partir dos anos 20, resultados importantes foram obtidos com o entendimento e utilização de técnicas de realimentação. No início dos anos 60 novos desafios surgiram com o estabelecimento de projetos de conquista espacial, sendo que resultados surpreendentes foram obtidos. A condução da espaçonave Apollo em trajetória ótima da Terra até a Lua, o pouso suave na Lua, pilotagem de aviões e mísseis guiados, foram exemplos de aplicações bem sucedidas de engenharia de controle (Ogata, 1997).

A aplicação de metodologias de controle em todos os aspectos da vida das sociedades industrializadas vem contribuindo decisivamente para a melhoria da qualidade de vida. Avanços na teoria e na prática de controle automático propiciam meios para se atingir desempenho ótimo de sistemas dinâmicos, além de sustentarem o desenvolvimento de processos industriais e de fabricação mais modernos. A operação adequada dos mais variados dispositivos, desde equipamentos domésticos e automóveis até reatores nucleares e veículos espaciais só pode ser obtida através da atuação de controladores automáticos.

Entretanto, a maior parte dos sistemas de controle automático em operação é resultado de projetos simples, que incorporam um conjunto reduzido de especificações em seu desenvolvimento. O controle de processos industriais é um bom exemplo. Embora tenham ocorrido avanços significativos na teoria de controle e na obtenção de sensores e atuadores



mais eficientes, ainda predominam os controladores automáticos do tipo proporcional-integral-derivativo (PID). Como consequência, estes sistemas de controle apresentam uma região de operação limitada, sendo que a operação fora desta região pode conduzir o sistema à perda de eficiência ou mesmo à instabilidade.

O principal problema relacionado com as novas técnicas desenvolvidas é que elas requerem a incorporação de uma quantidade significativa de conhecimento para serem adequadamente implementadas. Portanto, é necessário o desenvolvimento de técnicas mais gerais, mais fáceis de implementar e que, ainda assim, apresentem um desempenho superior aos controladores PID convencionais.

Nesta parte do trabalho o objetivo é implementar um controlador ótimo (Regulador Linear Quadrático) numa bancada de um sistema rotativo e comparar com resultados de outras técnicas de controle como, por exemplo, redes neurais artificiais. Neste capítulo são descritas algumas definições e conceitos que se relacionam com a teoria de controle moderno, bem como uma apresentação de algumas conclusões obtidas na investigação de um trabalho inicial desta tese, utilizando o controle ótimo com o método LQR num modelo torcional que consta de duas inércias e um eixo flexível (Khater, 1996).

Algumas definições relacionadas com sistemas dinâmicos e teoria da formulação de modelo de estado que são usados neste trabalho estão apresentadas nos Apêndices A e B, respectivamente.

### **3.2 - Sistemas de controle ótimo**

Problemas de controle ótimo receberam grande atenção durante os anos 70 devido à crescente demanda de sistemas de grande desempenho e à pronta disponibilidade do computador digital.

O conceito de otimização de sistemas de controle engloba uma seleção de um índice de desempenho e de um projeto que fornece o sistema de controle ótimo dentro de limites

impostos por condições limitantes de ordem física. Tal sistema de controle ótimo difere de um sistema ideal, em que o primeiro é o melhor que se pode conseguir na presença de limitações físicas, enquanto que o segundo pode bem ser um objetivo inalcançável (Ogata, 1982).

### 3.2.1 - Controlabilidade

Um sistema é dito controlável no instante  $t_0$  se é possível, usando-se um vetor de controle arbitrário (sem restrições), transferir o sistema de qualquer estado inicial  $x(t_0)$  para qualquer outro estado em um intervalo finito de tempo.

A solução para um problema de controle ótimo pode não existir se o sistema considerado não é controlável. Embora a maioria das plantas sejam controláveis e observáveis, os correspondentes modelos matemáticos podem não ter a propriedade de controlabilidade e observabilidade. Então é necessário saber as condições em que um sistema é controlável e observável.

- **controlabilidade completa de sistemas de tempo contínuo**

Considere o sistema linear invariante no tempo descrito pelas equações

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

onde  $x(t)$  é o vetor de estado  $n \times 1$ ,  $u(t)$  o vetor de entrada  $r \times 1$  e  $y(t)$  o vetor de saída  $p \times 1$ .  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  são coeficientes de dimensões apropriadas.

O estado  $x(t)$  é dito ser controlável em  $t=t_0$  se é possível construir um sinal de controle não-limitado que transferirá um estado inicial para qualquer estado final  $x(t_f)$  em um intervalo

de tempo finito  $(t_f - t_0) \geq 0$ . Se todo o estado  $x(t_0)$  do sistema é controlado em um intervalo finito de tempo, o sistema é dito ser completamente controlável ou simplesmente controlável.

Para que o sistema descrito acima seja de estado completamente controlável, é necessário e suficiente que a seguinte matriz de controlabilidade  $n \times nr$  tenha posto  $n$  (Kuo, 1995)

$$S = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B]$$

- **controlabilidade completa de sistemas de tempo discreto**

Considere o sistema de tempo discreto descrito por

$$x((k+1)T) = Gx(kT) + Hu(kT) \quad (3.1)$$

Note que  $u(kT)$  é constante para  $kT \leq t < (k+1)T$ . Sem perda de generalidade, podemos supor que o estado inicial é arbitrário e que o estado final é a origem do espaço de estados.

O sistema de tempo discreto dado pela Equação 3.1 é de estado controlável se existe um sinal de controle constante por trechos  $u(kT)$  definido sobre um intervalo finito de amostragem  $0 \leq kT < nT$  tal que, começando de qualquer estado inicial, o estado  $x(kT)$  pode ser feito nulo para  $kT \geq nT$ . Se todo estado é controlável, então o sistema é dito de estado completamente controlável.

Se o sistema é descrito pela Equação 3.1, onde  $u(kT)$  é um vetor de dimensão  $r$ , então pode-se provar (Ogata, 1982) que a condição para controlabilidade completa de estado é que a seguinte matriz  $n \times nr$

$$[G^{-1}H \mid G^{-2}H \mid \dots \mid G^{-n}H]$$

tem posto  $n$ .

### 3.2.2 - Índices de desempenho

Ao resolver problemas de sistemas de controle ótimo, pode-se ter o objetivo de achar uma regra para a determinação da decisão de controle presente, sujeita a certas limitações, que minimizará alguma medida de um desvio do comportamento ideal. Tal medida é normalmente provida por um critério de otimização, ou índice de desempenho. O índice de desempenho é uma função cujo valor indica quão bem o desempenho atual do sistema se compara com o desempenho desejado. Na maioria dos casos particulares, o comportamento do sistema é otimizado escolhendo-se o vetor de controle de tal forma que o índice de desempenho é minimizado (ou maximizado).

O índice de desempenho é importante porque determina, em grande parte, a natureza do controle ótimo resultante. Isto é, o controle resultante pode ser linear, não linear, estacionário ou variante no tempo, dependendo da forma do índice de desempenho. A formulação deste índice é baseada nos requerimentos do problema. Portanto, ele influencia a natureza do sistema resultante. Os requisitos do problema normalmente incluem não apenas requisitos de desempenho mas também na forma do controle para assegurar condições de realização física.

O processo de otimização deve prover não apenas leis de controle, configurações de parâmetros que são ótimas, mas também uma medida da degradação no desempenho pelo afastamento da função índice de desempenho do seu valor mínimo (ou máximo) que resulta do uso de leis de controle não ótimas.

Em um grau considerável, o uso da teoria de otimização no projeto de sistemas é dificultado pelo conflito entre tratabilidade analítica e utilidade prática na seleção do índice de desempenho. É desejável que os critérios para controle ótimo se originem não de um ponto de vista matemático mas de um ponto de vista de aplicação.

A escolha do índice de desempenho mais apropriado para um dado problema é muito difícil, especialmente em sistemas complicados. Entretanto, em geral, a escolha de um índice

de desempenho envolve um compromisso entre uma avaliação significativa do desempenho do sistema e um problema matemático tratável.

### 3.2.3 - Formulação de problema de otimização

As quantidades que aparecem em problemas de otimização de sistemas de controle são variáveis de estado, variáveis de controle, e parâmetros de sistema.

Em geral, o problema de otimização de sistemas de controle pode ser formulado se as seguintes informações são dadas

- equações de estado e de saída
- vetor de controle
- restrições do problema
- índice de desempenho
- parâmetros do sistema

Um problema de controle ótimo é a determinação do vetor de controle ótimo  $\mathbf{u}(t)$  dentro da classe de vetores de controle admissíveis. Este vetor  $\mathbf{u}(t)$  normalmente depende de

- estado inicial ou saída inicial
- estado desejado ou saída desejada
- natureza das restrições
- natureza do índice de desempenho

### 3.2.4 - Critério da integral do erro quadrático

De acordo com o critério da integral do erro quadrático, a qualidade do desempenho do sistema é avaliada pela seguinte integral

$$\int_0^{\infty} e^2(t) dt$$

onde o limite superior  $\infty$  pode ser substituído por  $T$  que é escolhido grande o suficiente para que o erro  $e(t)$  seja desprezível para  $T < t$ . O sistema ótimo é aquele que minimiza esta integral.

Este índice de desempenho tem sido usado freqüentemente, tanto para entradas determinísticas (como entradas em degrau) quanto para entradas aleatórias, por causa da facilidade de se computar a integral tanto analítica quanto experimentalmente (Ogata, 1982). Uma característica deste índice de desempenho é que ele dá grande peso para erros grandes e pequeno peso para erros pequenos.

### 3.2.5 - Sistemas de controle ótimo baseados nos índices de desempenho quadrático

Considere o sistema de controle representado por um modelo de estado

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$$

Ao projetar sistemas de controle, estamos muitas vezes interessados em escolher o vetor de controle  $\mathbf{u}(t)$  de tal forma que um dado índice de desempenho seja minimizado. Pode-se afirmar que os índices de desempenho quadráticos onde os limites de integração são 0 e  $\infty$ , tais como

$$\mathbf{J} = \int_0^{\infty} \mathbf{L}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) dt \quad (3.2)$$

onde  $\mathbf{L}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  é uma função quadrática de  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{u}$ , fornecerão leis de controle lineares, isto é,

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{Kx}(t) \quad (3.3)$$

onde  $\mathbf{K}$  é uma matriz  $r \times n$ . Portanto, o projeto de sistemas de controle ótimo baseados em tais índices de desempenho quadráticos se resume na determinação dos elementos da matriz  $\mathbf{K}$ .

Para a determinação (otimização) dos valores ótimos dos parâmetros do sistema, será considerado um sistema com estado inicialmente fora da origem

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax}, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{c}$$

onde  $\mathbf{A}$  tem um ou mais parâmetros ajustáveis. Deseja-se transferir qualquer estado inicial para a origem enquanto minimizamos o índice de desempenho quadrático

$$\mathbf{J} = \int_0^{\infty} \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} dt \quad (3.4)$$

onde  $\mathbf{Q}$  é uma matriz positiva-definida (ou positiva-semidefinida). O problema então se torna o de determinar o(s) valor(es) do(s) parâmetro(s) ajustável(eis) de tal forma a minimizar o índice de desempenho.

Considerando o problema de controle ótimo baseado em índices de desempenho quadráticos será determinada a lei de controle, isto é, determinar o vetor de controle ótimo  $\mathbf{u}(t)$  para o sistema descrito por

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$$

e o índice de desempenho dado por

$$\mathbf{J} = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt \quad (3.5)$$

onde  $\mathbf{Q}$  é uma matriz positiva-definida (ou positiva-semidefinida),  $\mathbf{R}$  é uma matriz positiva-definida e  $\mathbf{u}$  não sofre restrições.

Há várias abordagens diferentes para a solução destes dois tipos de problemas.

### 3.2.6 - Método da ação de controle ótimo

Otimização de sistemas de controle implica em uma seleção de condições de desempenho e de um projeto de controle ótimo sujeito a condições limitantes de ordem física.

O objetivo é conseguir o melhor desempenho possível frente às limitações impostas pelo sistema, isto é, minimizar o efeito de uma perturbação. O propósito do presente trabalho é desenvolver o projeto de um controlador com o método Regulador Linear Quadrático (LQR).

Considere o sistema linear

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx}\end{aligned}\tag{3.6}$$

e a função objetivo quadrática

$$\mathbf{J} = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt\tag{3.7}$$

com condições iniciais  $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$ , onde  $\mathbf{Q}$  é uma matriz positiva semidefinida ( $n \times n$ ) e  $\mathbf{R}$  é uma matriz positiva definida ( $r \times r$ ), sendo  $r$  o número de entradas da planta. O problema é minimizar  $\mathbf{J}$  em relação à entrada  $\mathbf{u}(t)$  do controle, ou seja, determinar a função de controle.

Admitindo a existência de uma matriz  $\mathbf{P}$  ( $n \times n$ ) positiva definida e simétrica, chega-se à seguinte equação para a solução do sistema

$$\mathbf{Q} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} = 0\tag{3.8}$$

conhecida como equação algébrica de Riccati, cuja solução resulta em uma estabilidade assintótica no sistema de malha fechada. A lei de controle correspondente é

$$\mathbf{u}^*(\mathbf{x}) = -\mathbf{K} \mathbf{x}\tag{3.9}$$

onde



$$\mathbf{K} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} \quad (3.10)$$

é o vetor de realimentação de estado.

### 3.2.7 - Comentários sobre sistemas de controle ótimo

Segundo K. Ogata, o sistema que minimiza (ou maximiza) o índice de desempenho selecionado é, por definição, ótimo. É evidente que o índice de desempenho na realidade determina a configuração do sistema. É importante ressaltar que um sistema de controle ótimo sob um certo índice de desempenho é, em geral, não ótimo sob outros índices de desempenho. Além do mais, a realização física de uma particular lei de controle ótimo pode ser um tanto difícil e cara. Portanto pode não ter sentido fazer grandes gastos em implementar um controlador ótimo que é o melhor em algum sentido restrito ou individual. Um sistema de controle raramente é projetado para realizar uma única tarefa especificada totalmente a priori. Ao invés disto, ele é projetado para realizar uma tarefa selecionada ao acaso de um repertório completo de possíveis tarefas. Em sistemas práticos, pode então ser mais aconselhável procurar leis de controle ótimo aproximadas que não estão rigidamente ligadas com um índice de desempenho único.

Deve-se notar que um sistema de controle ótimo, obtido matematicamente fornece, na maioria das aplicações práticas, a limitação de desempenho fundamental sob o índice de desempenho dado e serve mais como uma medida do que como um objetivo prático. Portanto, antes de decidir implementar o sistema de controle ótimo ou algo inferior, porém mais simples, torna-se importante avaliar com cuidado uma medida do grau em que o desempenho do sistema de controle ótimo complexo excede o do sistema mais simples subótimo. A não ser que o sistema de controle ótimo possa ser justificado, não é conveniente construir sistemas de controle ótimo extremamente complicados.

Uma vez que a limitação de desempenho fundamental é determinada usando-se a teoria de controle ótimo, deve-se esforçar para projetar um sistema simples que esteja perto do ótimo. Desta forma, deve-se construir um protótipo do sistema físico, efetuando testes e

modificações até que seja obtido um sistema satisfatório, que tenha características de desempenho perto das do sistema de controle ótimo obtido usando-se a teoria de controle ótimo (Ogata, 1982).

### 3.2.8 - Desempenho do controlador LQR em um sistema rotativo

O desenvolvimento de estratégias de controle de vibração torcional em sistemas rotativos, com o objetivo de atenuar os modos mais importantes da vibração em regime é objeto ainda de pesquisa.

Os primeiros passos na investigação para controlar a vibração torcional de um sistema girante neste trabalho, foi chegar ao conhecimento de quais variáveis do sistema seria mais importante controlar para atingir de fato o resultado esperado.

Como uma aplicação típica onde seria possível o uso atual de uma solução de controle ativo, um laminador industrial de tiras a quente parece constituir um bom exemplo para um estudo geral do problema. Uma configuração padrão consiste em motores de corrente contínua de grande porte dotados de controladores de velocidade, um eixo bastante longo para acionar um rolo de grandes dimensões, que é submetido repentinamente à presença da placa incandescente que vai sofrer a redução de sua espessura. Tal sistema pode girar sempre em uma única direção, ou pode permitir múltiplos passes da placa em ambos os sentidos para um processamento gradativo. O eixo possui em geral um diâmetro exagerado, evitando assim o surgimento frequente de trincas. O controlador de velocidade pode ser do tipo PI, com realimentação tacométrica e acionamento por tiristores. As seguintes possibilidades apresentam-se de imediato para permitir a redução do diâmetro do eixo:

- a) alteração do controlador para fazer frente à resposta ao degrau causada pela presença da placa, de modo a minimizar o efeito torcional;
- b) introduzir um sistema para fornecer um torque complementar, de modo a compensar o efeito torcional. Uma avaliação técnica será feita para a primeira solução, onde se mostrará a

dificuldade de se controlar a vibração torcional apenas com o controle do motor que fornece o torque para o conjunto. Para a segunda solução cabe um estudo das diversas estratégias e tipos de controladores que poderiam ser utilizados para garantir um melhor desempenho. Para simular um sistema com as características apresentadas acima, imaginou-se um conjunto formado por um motor de corrente contínua, fornecendo um torque a um eixo longo e fino dotado de dois discos nas extremidades, conforme a Figura 3.1.

A Figura 3.1 mostra o sistema rotativo com dois rotores nas extremidades de um eixo cilíndrico flexível. O sistema pode ser considerado de um grau de liberdade, uma vez que o interesse é na deformação torcional do eixo. Considerando  $J_1$  e  $J_2$  os momentos de inércias dos dois rotores,  $\theta_1$  e  $\theta_2$  os correspondentes deslocamentos angulares,  $\kappa$  como a rigidez torcional do eixo, e  $T$  o torque transmitido, aplicado no lado de  $J_1$ , obtemos a seguinte equação de movimento para o modelo não amortecido

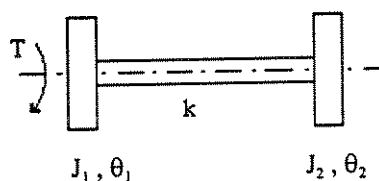


Figura 3.1 - Modelo torcional

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\theta}_1 + \kappa \theta &= T \\ \ddot{\theta} + \omega_n^2 \theta &= \frac{T}{J_1} \end{aligned} \quad (3.11)$$

onde

$$\theta = \theta_1 - \theta_2, \quad \omega_n^2 = \frac{(J_1 + J_2) \kappa}{J_1 J_2} \quad (3.12)$$

$\theta$  é o ângulo de deformação torcional e  $\omega_n$  a frequência natural torcional. As variáveis do vetor de estado são:  $x_1 = \dot{\theta}_1 - V$ ,  $x_2 = \dot{\theta}$  e  $x_3 = \theta$ , onde  $V$  representa a velocidade do acionamento em regime estacionário. A equação de estado linear é expressa por

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.13)$$

onde

$$x = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{\kappa}{J_1} \\ 0 & 0 & -\omega_n^2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad e \quad u = \frac{T}{J_1}$$

A simulação do sistema de Equações 3.11 foi implementada sob a ação de controle com o Regulador Linear Quadrático. Foram estudados os efeitos da matriz de ponderação  $Q$  e  $R$  com a respectiva função de controle  $u(t)$  obtida, para diversos valores de  $Q$  e  $R$ , de modo a encontrar uma função de controle ótimo para o deslocamento torcional, satisfazendo a condição de mínimo, considerando as matrizes de ponderação como  $Q = \text{diag}(q_1, q_2, q_3)$  e  $R = \text{diag}(r_1, r_2, r_3)$  e, para efeito de simulação, é utilizada uma escala de tempo adimensional  $\tau = \omega_n t$ .

Para o modelo computacional foi assumido  $J_1 = J_2 = 5 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$ ,  $k = 157 \text{ Nm/rad}$ , que implica em uma frequência natural torcional de aproximadamente 250 rad/s. As respostas transitórias ilustradas nos gráficos acontecem em condições iniciais de  $\theta(0) = 0.5^\circ$  para a deformação angular e  $x_1(0) = 0$ , implicando em  $\dot{\theta}_1 = 1800 \text{ rpm}$  para a velocidade de acionamento em regime.

A resposta livre da Figura 3.2, pode ser entendida como uma resposta em malha-aberta correspondente a um controle de torque igual a zero. A vibração torcional vai ocorrer enquanto existir uma flutuação no torque e uma consequente oscilação da velocidade de acionamento em torno do regime.

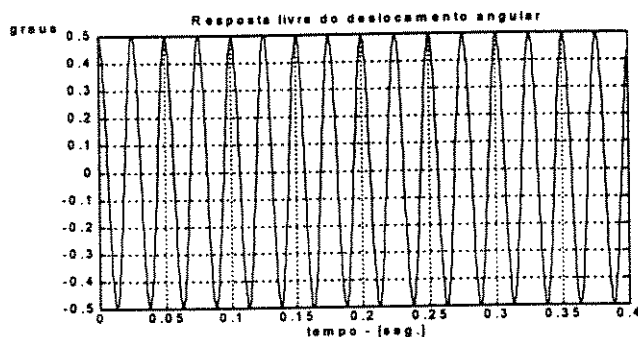


Figura 3.2a -Resposta livre

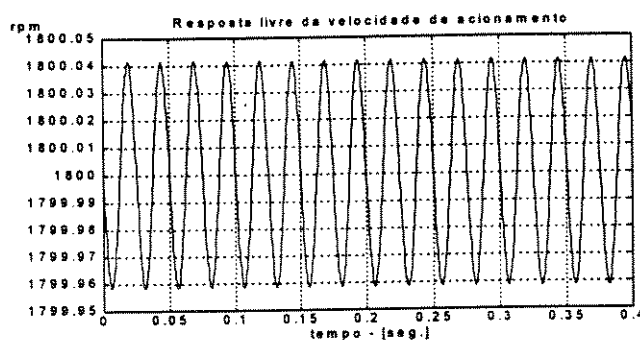


Figura 3.2b - Resposta livre

A Figura 3.3 apresenta três curvas de acordo com a variação dos elementos da matriz  $Q$ , mantendo  $R=1$ . Assumindo para a matriz  $Q$  os valores cujos coeficientes de  $Q_1=\text{diag}(0.01,1,1)$ ;  $Q_2=\text{diag}(1,1,1)$  e  $Q_3=\text{diag}(100,1,1)$ , obtém-se resultados em que as curvas de deslocamento torcional; adquirem maiores amplitudes à medida em que aumentam os coeficientes da velocidade de acionamento. Ou seja, dada a minimização da trajetória de  $\dot{\theta}_1$ , como pode ser observado com a curva de  $Q_3$  na Figura 3.3b, o sistema tende a oscilar por um tempo maior. O melhor controle de  $\theta$  é obtido com a curva de  $Q_1$ , mas é oportuno observar que o eixo gira torcido e sem oscilação, por algum tempo, conforme ilustra a Figura 3.3a. De acordo com a Figura 3.3c, a lei de controle ótimo se mostra menos eficaz à medida em que se tenta minimizar  $\dot{\theta}_1$ , conforme a curva de  $Q_3$ .

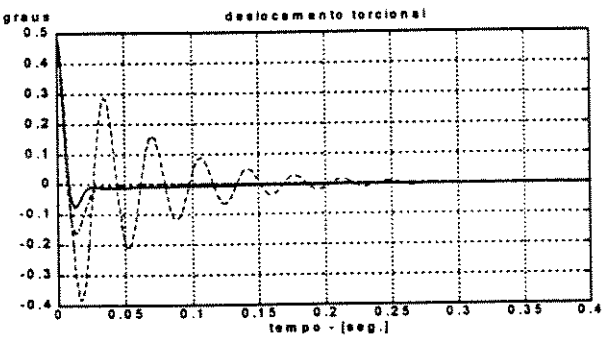


Figura 3.3a - Variação coef. velocidade acionamento

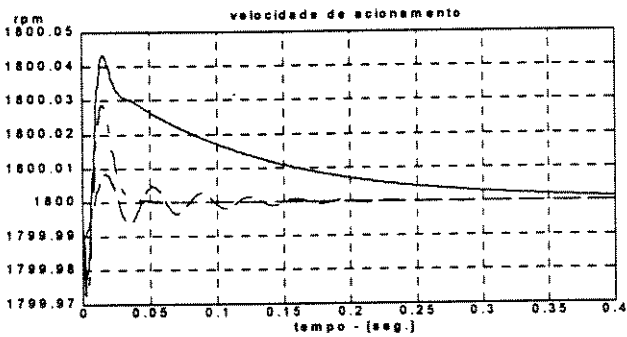


Figura 3.3b - Variação coef. velocidade acionamento

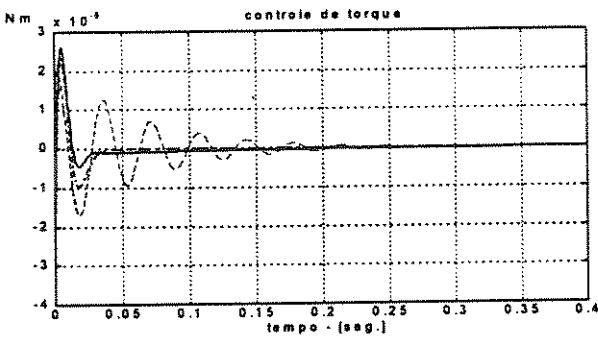


Figura 3.3c- - Variação coef. velocidade acionamento

Legenda: Q<sub>1</sub>: —, Q<sub>2</sub>: - . - , Q<sub>3</sub>: ---

Os valores do vetor de ganho K para a condição da Figura 3.3, constam na tabela 1.

R = 1	k1	k2	k3
$Q_1=\text{diag}(0.01,1,1)$ )	0.1000	1.2886	0.4591
$Q_2=\text{diag}(1,1,1)$	1.0000	0.8351	0.6838
$Q_3=\text{diag}(100,1,1)$	10.000	0.1311	0.8196
	0		

Tabela1 - Valores de K

A Figura 3.4, ilustra uma variação nos coeficientes da deformação torcional na matriz Q, assumindo os seguintes valores:  $Q_1=\text{diag}(1,1,0.01)$ ;  $Q_2=\text{diag}(1,1,1)$  e  $Q_3 = \text{diag}(1,1,100)$ , mantendo-se R constante e igual a unidade.

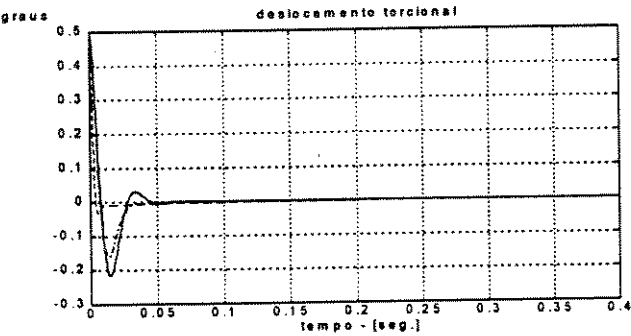


Figura 3.4a - Variação coef. deslocamento angular

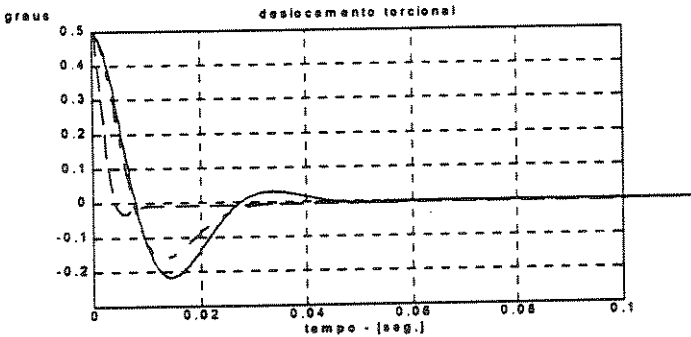


Figura 3.4b - Zoom da Figura 3.4a

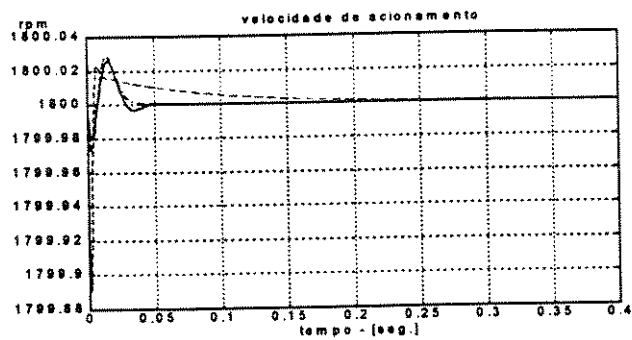


Figura 3.4c - Variação coef. deslocamento angular

Legenda: Q<sub>1</sub>: —, Q<sub>2</sub>: - . - , Q<sub>3</sub>: - - -

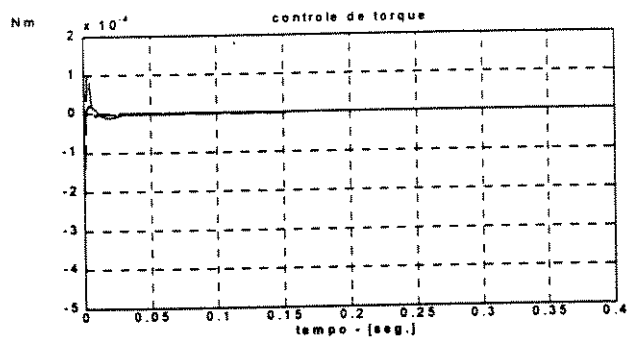


Figura 3.4d - Variação coef. deslocamento angular

Observa-se uma rápida minimização da deformação angular, em relação ao resultado anterior, e um retorno mais rápido também da velocidade de acionamento para a condição de regime. Este melhor desempenho implica em um aumento importante no fornecimento de energia para o controlador. Os valores do vetor de ganho K para a condição da Figura 3.4, constam na tabela 2.

R = 1	k1	k2	k3
Q <sub>1</sub> =diag(1,1,0.01) )	1.0000	0.5907	0.2652
Q <sub>2</sub> =diag(1,1,1)	1.0000	0.8351	0.6838
Q <sub>3</sub> =diag(1,1,100)	1.0000	3.5219	9.2236

Tabela 2 - Valores de K



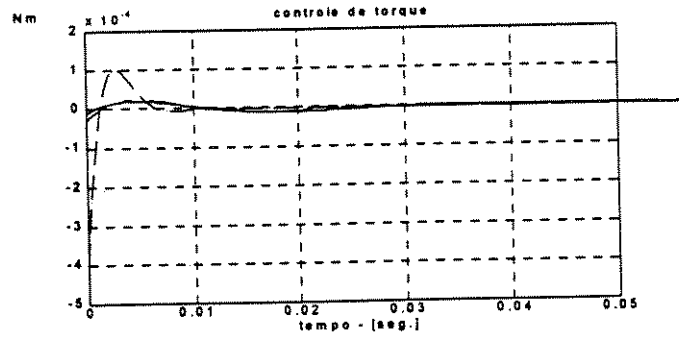


Figura 3.4e - Zoom da Figura 3.4d

Na Figura 3.5, estão representados os resultados que levaram a uma melhor minimização do deslocamento angular, em relação aos testes realizados, fazendo agora, uma varredura com  $R$ , afim de verificar a condição de controle ótimo para o sistema em estudo. Assumindo a matriz  $Q = \text{diag}(1, 1, 100)$  e para  $R$  os valores  $R_1 = 0.01$ ,  $R_2 = 1$  e  $R_3 = 100$ , observa-se uma rápida convergência para zero, do deslocamento angular, quando  $R = 0.01$ , e o torque necessário para o controle, aumenta consideravelmente.

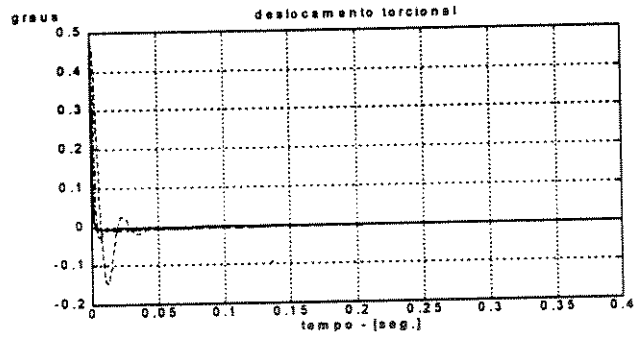
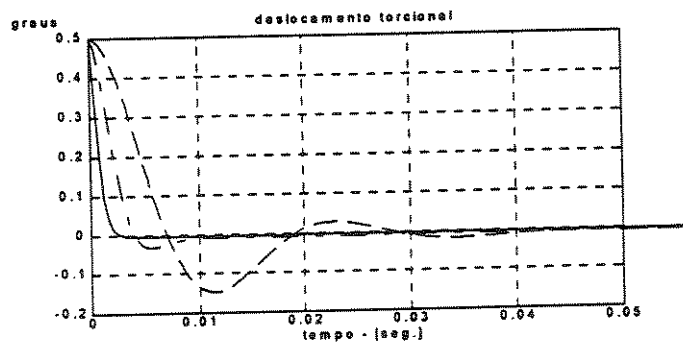
Figura 3.5a - Variação de  $R$ 

Figura 3.5b - Zoom da Figura 3.5a

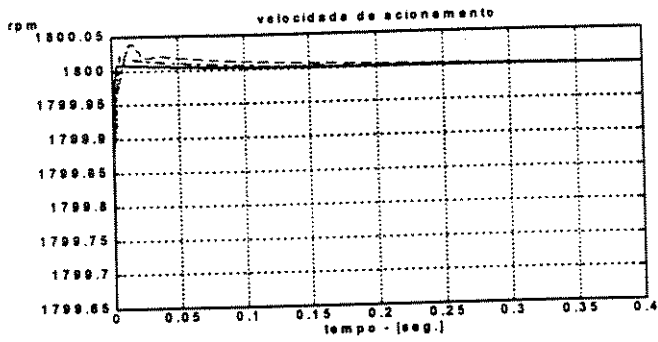


Figura 3.5c - Variação de R

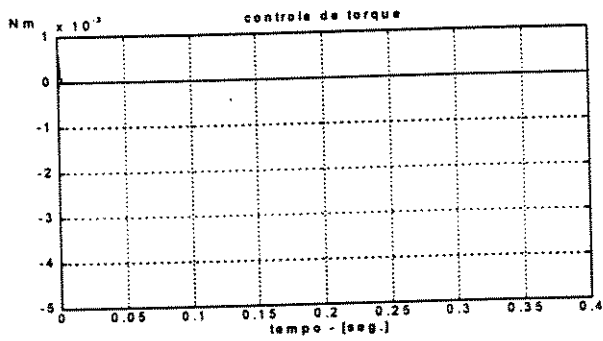


Figura 3.5d - Variação de R

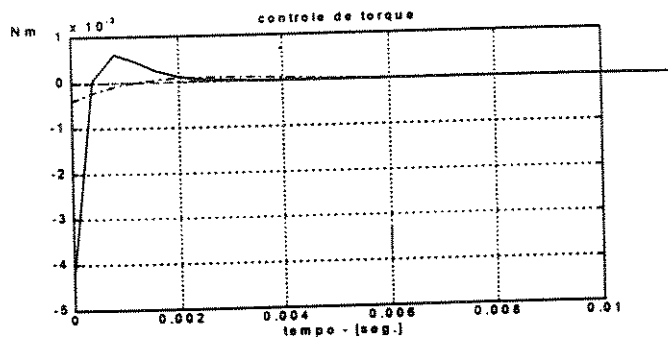


Figura 3.5e - Zoom da Figura 3.5d

Legenda: R<sub>1</sub>: —, R<sub>2</sub>: - . -, R<sub>3</sub>: - - -

Os valores do vetor de ganho K para a condição da figura 5, constam na tabela 3.

$Q_3 = \text{diag}(1, 1, 100)$	k1	k2	k3
$R_1 = 0.01$	10.000 0	9.9751	99.502 5
$R_2 = 1$	1.0000	3.5219	9.2236
$R_3 = 100$	0.1000	0.8529	0.4441

Tabela 3 - Valores de K

A experiência com a presente pesquisa mostrou que ponderar os coeficientes da velocidade,  $\dot{\theta}_1$ , não produz bons resultados para o controle do deslocamento torcional, visto que o amortecimento da velocidade não implica necessariamente em conduzir o deslocamento para zero, imediatamente. Nesta condição o eixo gira com alguma deformação, sem oscilar, por algum tempo. Em vista disto pode-se admitir que realmente a realimentação tacométrica do motor elétrico não se torna suficiente para o controle eficaz da vibração torcional. Para este objetivo se mostrou mais eficaz ponderar os coeficientes do próprio deslocamento torcional, de forma que, quanto maior o seu coeficiente, melhor responderá à condição de mínimo, à custa de um aumento também do torque necessário para o controle do sistema (Khater, 1966). Esta questão deve ser resolvida ponderando os recursos técnicos disponíveis em função do melhor aproveitamento possível, implicando em uma relação custo-benefício. Para maior clareza na análise dos resultados, são apresentadas as Figuras 3.4b, 3.4e, 3.5b e 3.5e, em forma de "zoom" das Figuras 3.4a, 3.4d, 3.5a e 3.5d, respectivamente.

Tendo em vista, os resultados deste trabalho, verificou-se a possibilidade de controlar a vibração torcional através de realimentação por estado. A sequência da presente pesquisa, é a de realizar um experimento de controle em uma bancada de testes, o que será visto em capítulo posterior.

## Capítulo 4

### Bancada experimental

A bancada experimental é formada essencialmente por um motor de corrente contínua com ímã permanente alimentado por uma bateria de 12 Volts, que por meio de uma correia aciona duas inércias de rotação conectadas por um eixo elástico. A alimentação do motor é fornecida por um circuito configurado como fonte controlada de corrente, possibilitando a determinação da corrente aplicada ao sistema. A corrente é monitorada por meio da queda de tensão em um sensor resistivo (shunt) ligado em série com o motor. Uma ponte de extensômetros elétricos permite medir a torção do eixo flexível. A velocidade do eixo é monitorada através de um encoder posicionado na extremidade do eixo ligado ao rotor R1.

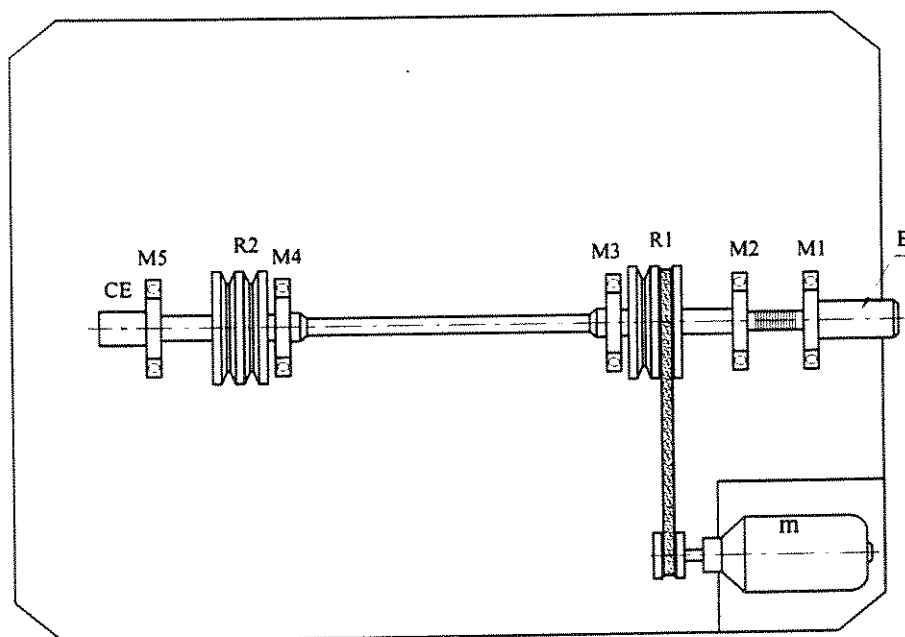


Figura 4.1 - Montagem da Bancada Experimental

Onde:

m: motor elétrico CC

E: encoder

M1, M2, M3, M4 e M5: mancais de rolamentos

R1 e R2: rotores

CE: circuito eletrônico embarcado

A descrição da montagem será feita de acordo com as seguintes etapas: projeto mecânico, motor elétrico, modelagem teórica, instrumentação eletro-eletrônica implementada para as medidas de corrente e torção, diagrama de blocos da conexão entre microcomputador e bancada.

#### 4.1- Projeto mecânico

O objetivo da bancada é o de medir e controlar as vibrações torcionais, numa faixa de frequência capaz de abranger a maioria dos sistemas mecânicos rotativos industriais, simulando assim os sistemas reais a partir de um sistema simplificado sem perda das características dinâmicas próprias.

Um laminador siderúrgico, conforme já mencionado, representa um bom exemplo para ser tomado como referência neste trabalho. As dimensões não representam proporcionalidades de um laminador, porém os efeitos dinâmicos resultantes da relação entrada-saída podem ser considerados semelhantes não só ao laminador mas também, a muitas outras plantas industriais com sistemas rotativos.

Basicamente, a bancada é composta por um eixo (elemento elástico) de rigidez torcional  $k_t$  preso rigidamente a duas inércias de rotação com momentos de inércias  $J_{l1}$  e  $J_{l2}$  que são, também usadas como polias movidas pelo motor elétrico através de uma correia de transmissão. O elemento elástico deve apresentar boa resistência à torção, adotando uma sensibilidade de 0,001% de deformação mínima ( $\epsilon = 10^{-5}$ ) para o cálculo das dimensões do eixo elástico.

A bancada foi montada da forma mais compacta possível. Uma ponte completa de extensômetros elétricos foi instalada no elemento elástico, cujos sinais elétricos devem ser transmitidos por contato através de anéis e escovas coletoras, já amplificada, e o circuito eletrônico gira solidário ao eixo flexível.

Para atender às condições pretendidas, torna-se necessária uma criteriosa otimização dos parâmetros, em função das diversas variáveis e seleção de materiais adequados. Dois eixos cilíndricos vazados com constantes de rigidez torcional diferentes foram fabricados a fim de testar a melhor relação sinal/ruído.

Adotando o comprimento  $L = 190$  mm para o eixo1 e  $L = 200$  mm para o eixo2, o diâmetro interno,  $D_i$ , poderá variar de modo a atingir a frequência natural pretendida, uma vez que a tensão de cisalhamento máxima ocorre na superfície do eixo, não ocasionando portanto, diminuição apreciável em sua resistência mecânica. O material escolhido é o aço SAE 4340, apresentando em sua liga Cr, Ni e Mo, caracterizando boas propriedades mecânicas para eixos com carregamentos alternados. Portanto, fica definido também que o módulo de elasticidade ao cisalhamento é  $G=8,0 \times 10^{10}$  N/m<sup>2</sup> e o peso específico é  $\rho=7,8 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup>. O projeto dos eixos está ilustrado no Anexo I.

Otimizando o diâmetro interno  $D_i$  e o externo  $D_e$  dos dois eixos, em relação aos valores definidos acima, de modo a obter o modelo desejado e aplicando a análise de torção pura, cálculos com detalhes em Khater ( 1992), chega-se a:

Eixo1:

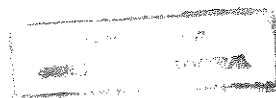
$$D_e = 10,07 \text{ mm}; \quad D_i = 8,5 \text{ mm}; \quad L = 190 \text{ mm};$$

implicando em uma rigidez torcional  $k_t = 209,28$  Nm/rad.

Eixo2:

$$D_e = 13 \text{ mm}; \quad D_i = 10 \text{ mm}; \quad L = 200 \text{ mm};$$

implicando em uma rigidez torcional  $k_t = 728,89$  Nm/rad.



A frequência natural para ambos os casos depende das dimensões dos rotores. Adotando dimensões idênticas para os rotores, então, o momento de inércia  $J_{l1}$  do rotor1 é igual ao momento de inércia  $J_{l2}$  do rotor2. As dimensões estão especificadas no Anexo II. Com esta configuração o momento de inércia do rotor é:  $J_{l1} = J_{l2} = J_l = 0.0029 \text{ kgm}^2$ .

As frequências naturais para os dois casos, considerando apenas a montagem eixo/rotores, ficam assim determinadas:

configuração com o eixo1:  $\omega_n = 379,27 \text{ rad/s}$  ou  $f_n = 60,36 \text{ Hz}$ .

configuração com o eixo2:  $\omega_n = 707,79 \text{ rad/s}$  ou  $f_n = 112,65 \text{ Hz}$ .

Desta forma o sistema físico conta com dois eixos elásticos com constantes de rigidez diferentes, sendo montado um por vez, de modo a formar duas configurações para a mesma bancada.

## 4.2 - Motor elétrico

Foi utilizado um motor elétrico DC, 12 V no acionamento do sistema mecânico através de uma correia de transmissão com redução de velocidade de 1:4. O mesmo motor é utilizado também como atuador para o controle da vibração torcional.

No intuito de ajustar o modelo teórico foram feitas diversas avaliações com respeito às características elétricas e mecânicas do motor.

### 4.2.1 - Características elétricas do motor

A medida de resistência interna do motor foi feita após deixar o motor em regime de funcionamento de 125,6 rad/s por alguns minutos quando então aplicou-se uma corrente conhecida com uma fonte de corrente utilizando um gerador de sinais (modelo HP3245A) e

medindo-se a queda de tensão na armadura com um multímetro (modelo HP3468A). O resultado obtido para a resistência interna do motor foi  $R = 0.67 \text{ Ohm}$ .

Para medir a indutância do motor foi utilizada a técnica da defasagem entre corrente e tensão em um indutor medindo-se simultaneamente a tensão e a corrente que circula no motor. Ao se fazer o gráfico de corrente versus tensão pode-se então medir a defasagem (e conseqüentemente a indutância) a partir de parâmetros da figura resultante (uma elipse).

Foi aplicada uma corrente senoidal com frequência constante de 100 Hz no circuito formado pelo motor em série com uma resistência de  $18 \Omega$ . O ângulo  $\theta$  entre as partes resistiva e indutiva da impedância desse circuito foi calculada através do osciloscópio.

A partir do ângulo  $\theta$  foi medida a indutância do motor encontrando  $L = 2,48 \text{ mH}$ .

Também foi medido o valor de tensão da armadura para o motor acionando o eixo num regime de 300 rpm, e obteve-se  $V_a = 4,1 \text{ V}$ .

#### 4.2.2 - Levantamento da inércia do motor

Dado o desconhecimento do valor da inércia do rotor do motor, realizou-se um ensaio utilizando a técnica do pêndulo torcional (Electro-Craft Corporation, 1973) que requer um cilindro de momento de inércia conhecido e aproximadamente igual ao do rotor para teste, um suporte de conexão entre um fio fino de 1 metro de comprimento (no caso foi usada a sexta corda do violão) e o rotor. Com o rotor preso ao suporte, suspenso pelo fio, dá-se uma meia torção e deixa-se oscilar livremente registrando o tempo de 20 oscilações. Repete-se o ensaio com o cilindro de inércia conhecida. O momento de inércia rotor pode ser calculado por:

$$J_m = J_1 \left( \frac{t_2}{t_1} \right)^2 - J_2 \quad (4.1)$$

onde:



$j_1$  é o momento de inércia do cilindro e suporte

$j_2$  é o momento de inércia do suporte

$t_1$  é o tempo de 20 oscilações do cilindro e suporte

$t_2$  é o tempo de 20 oscilações do rotor e suporte

O momento de inércia do rotor do motor foi avaliado em  $j_m = 1,48 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$ .

### 4.3 – Modelagem teórica

O modelo analítico da bancada é um modelo de estado considerado linear de sexta ordem incluindo a equação elétrica do motor, apesar de a bancada apresentar características não lineares devido a folgas nos mancais e elasticidade da correia de transmissão. Um ajuste do modelo será apresentado com base nos dados experimentais.

A correia de transmissão apresenta fenômenos elásticos não lineares cujos parâmetros são de difícil determinação. Torna-se necessário conhecer a constante de rigidez torcional do acoplamento, que é determinada através das leis da mecânica nos esforços de compressão e tração entre correia e polias, respectivamente. A determinação numérica desta constante será estabelecida pelo ajuste do modelo por meio de uma identificação do sinal de saída experimental no domínio da frequência.

Analiticamente, chega-se ao resultado da constante de rigidez torcional  $k_c$  do acoplamento como sendo:

$$k_c = k r_p^2 \quad (4.2)$$

Onde  $k$  é a constante de rigidez linear da correia e  $r_p$  o raio da polia motora.

Um amortecimento viscoso equivalente é considerado devido aos atritos, principalmente no motor elétrico.

O modelo pode então ser representado pelo seguinte conjunto de equações diferenciais: Detalhes das equações do modelo se encontram no Apêndice E.

$$\begin{aligned}
 \Delta \dot{I} + \frac{kb}{L}(\Delta \dot{\theta}_m + w_0) + \frac{R}{L}(\Delta I + I_0) &= \frac{1}{L} V_a \\
 \Delta \ddot{\theta}_m + \frac{C_e}{j_m}(\Delta \dot{\theta}_m + w_0) + \frac{k_c}{j_m} \theta_c &= \frac{k_a}{j_m}(\Delta I + I_0) \\
 \ddot{\theta}_c + \frac{(n^2 j_m + j_l)k_c}{j_m j_l} \theta_c - \frac{(n-2)k_t}{j_l} \theta_t + \frac{C_e}{j_m}(\Delta \dot{\theta}_m + w_0) &= \frac{k_a}{j_m}(\Delta I + I_0) \\
 \ddot{\theta}_t + \frac{2k_t}{j_l} \theta_t - \frac{nk_c}{j_l} \theta_c &= 0
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

onde:

$\Delta I$ : oscilação da corrente elétrica

$I_0$ : corrente do motor em regime

$k_b$ : constante de força contra-eletromotriz

$k_a$ : constante da armadura do motor

$L$ : indutância do motor

$\Delta \theta_m$ : oscilação do deslocamento angular do motor

$w_0$ : velocidade angular do motor em regime

$R$ : resistência da armadura do motor

$V_a$ : tensão da armadura do motor

$C_e$ : coeficiente de amortecimento viscoso equivalente

$j_m$ : momento de inércia do rotor do motor

$j_l$ : momento de inércia das inércias de rotação

$k_c$ : constante de rigidez torcional do acoplamento

$k_t$ : constante de rigidez torcional do eixo flexível

$\theta_c$ : deslocamento torcional do acoplamento

$\theta_t$ : deslocamento torcional do eixo flexível

$n$ : relação de transmissão

O modelo de estado é formado a partir do seguinte vetor de estado:

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \Delta I \\ \Delta \dot{\theta}_m \\ \theta_c \\ \dot{\theta}_c \\ \theta_l \\ \dot{\theta}_l \end{Bmatrix} \quad (4.4)$$

A matriz de estado é dada por (4.5):

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{k_b}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_a}{j_m} & -\frac{C_e}{j_m} & -\frac{k_c}{j_m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_a}{j_m} & -\frac{C_e}{j_m} & -\left(\frac{n^2 j_m + j_l}{j_m j_l}\right)k_c & 0 & \frac{(n-2)}{j_l}k_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{nk_c}{j_l} & 0 & -\frac{2k_t}{j_l} & 0 \end{bmatrix}$$

O vetor de entradas é:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{k_b + R - 1}{L}\right) \\ -\left(\frac{C_e - k_a}{j_m}\right) \\ 0 \\ -\left(\frac{C_e - k_a}{j_m}\right) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

A instrumentação da bancada foi desenvolvida atendendo às necessidades de implementar o modelo de acordo com os testes experimentais. Como não foi possível medir todas as variáveis, optou-se pelas mais significativas para este estudo, ou seja, a oscilação da corrente ( $\Delta I$ ) e o deslocamento torcional ( $\theta_t$ ) fornecido pelos extensômetros. A velocidade do eixo flexível era medida, através do “encoder”, até estabelecer a velocidade de regime desejada.

Portanto, a saída do sistema dada por  $y = cx$  é:

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \Delta I \\ \Delta \dot{\theta}_m \\ \theta_c \\ \dot{\theta}_c \\ \theta_t \\ \dot{\theta}_t \end{array} \right\} \quad (4.7)$$

Para a manipulação em computador dos dados recebidos do sistema foi desenvolvido um programa escrito em linguagem C, através do qual foi possível a leitura das medidas.

#### 4.4 - Instrumentação implementada

##### 4.4.1 – Sensores elétricos

Foram utilizados quatro extensômetros elétricos instalados no eixo flexível em arranjo de ponte completa de Wheatstone, de modo que dois extensômetros opostos sofrem tração e, os outros dois sofrem compressão.

Para o arranjo em questão a saída dos sensores é transmitida já amplificada com um ganho A através de um circuito eletrônico embarcado na ponta do eixo monitorado, podendo-se afirmar que a tensão de saída é:

$$V_{out} = k\varepsilon V_{in} A \quad (4.8)$$

Após a preparação adequada da superfície do elemento elástico foram colados dois pares ortogonais, diametralmente opostos, de extensômetros, formando 45° com a geratriz. Os extensômetros são da marca KYOWA, modelo KFG-2-350-D2-11, indicados para cisalhamento. A montagem da ponte de extensômetros com detalhes pode ser vista em Khater, 1992.

Valores específicos da ponte:

$$K = 2,11 \pm 1\%$$

$$R = 350,9 \pm 1,5\Omega$$

$$V_{in} = 6 \text{ V}$$

$$A = 1000$$

Os extensômetros localizados no meio do eixo têm o sinal elétrico associado à torção e amplificado antes da transmissão. Isso se dá através da utilização do amplificador de instrumentação montado no circuito embarcado no eixo. O sinal que sai do extensômetro passa pelo amplificador, o qual manda para o conversor A/D o sinal do extensômetro multiplicado por 1000.

O sinal de saída é então, proporcional à deformação dos extensômetros. Como foi proposta no projeto uma deformação mínima de  $\epsilon = 0,001\%$  e de acordo com a Equação 4.8, a resposta conseqüentemente aproximará de:

$$V_{out} \cong 120 \text{ mV}$$

O elevado valor de amplificação se deve à pequena magnitude de deformação que, caso contrário, certamente teria o sinal superposto aos ruídos gerados pela instrumentação.

#### 4.4.2 – Fonte de corrente

Como fonte de corrente foi utilizado um circuito com realimentação negativa que possui três estágios distintos: seleção da corrente desejada, medida de corrente e o estágio de comparação e potência. A partir da comparação entre a corrente desejada e medida, o circuito fornece mais ou menos corrente, de forma a se ter valores iguais de correntes desejada e medida.

O gráfico abaixo mostra a curva de resposta em frequência do circuito implementado

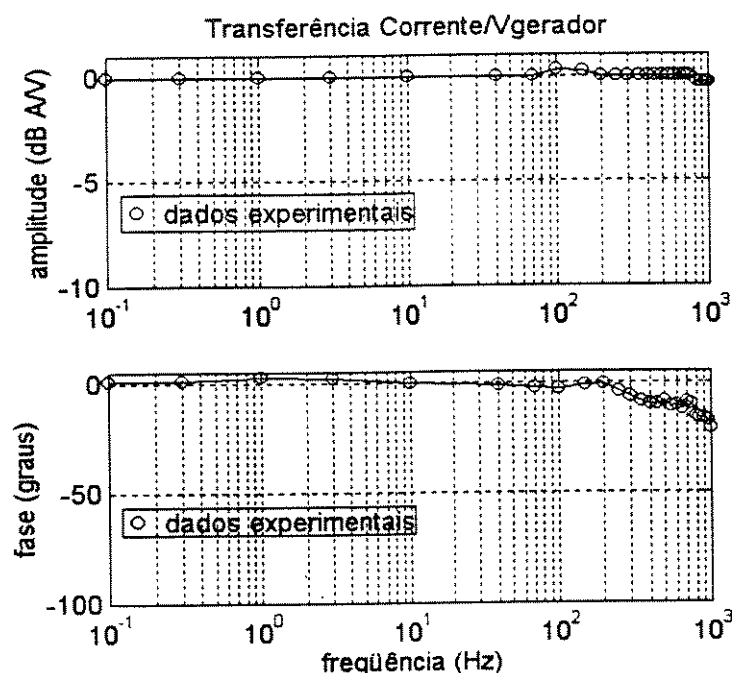


Figura 4.2 – Resposta em frequência do circuito de fonte de corrente

#### 4.4.3 – Transmissão dos sinais

A transmissão de sinais foi feita por contato entre anéis e escovas, que apresenta o inconveniente do ruído causado pela variação das resistências de contato que, sendo quase periódico, pode ser confundido com fontes cujas frequências traduzem o comportamento dinâmico do sistema.

Para diminuir o ruído são convenientes algumas precauções sugeridas em Khater, 1992. Uma importante providência é a utilização do circuito embarcado com transmissão do sinal previamente amplificado.

A fonte deve fornecer tensão DC, regulada de  $\pm 12V$  e  $+6V$  para a alimentação do circuito integrado e da ponte de extensômetros, respectivamente.

Dado o baixo valor da resistência da ponte, pequenas variações de resistência de contato e falta de blindagem nos condutores podem gerar erros sensíveis de medida.

É utilizado um conjunto de duas escovas de grafite, acondicionado em um suporte de acrílico que permanece estacionário para a transmissão do sinal.

#### 4.4.4 – Ajuste e Calibração da Ponte

Foi adotado o seguinte procedimento para o ajuste da ponte:

- a) Medir as resistências elétricas dos extensômetros com o circuito desligado e comparar com os valores indicados. Grandes diferenças indicam falha dos extensômetros;
- b) verificar as tensões de alimentação;
- c) equilibrar a ponte;
- d) anular “off-set” de saída;
- e) ajustar o ganho.

#### 4.4.5 – Análise das Unidades do Deslocamento Torcional

O sinal de saída da ponte informa o nível de vibração torcional em unidades elétricas, ou seja, volts. A fim de transformar o deslocamento torcional em unidades do Sistema Internacional, radianos, ou mesmo em unidades usuais como medida de graus, torna-se necessária uma conversão da unidade do sinal original. Esta conversão é feita com base na teoria da resistência dos materiais, dados de projeto e instrumentação da ponte de extensômetros (Zindeluk et al, 1985; Khater,1992). Assim,

$$T = \frac{2EJ_p}{D(1+\nu)kV_{in}A} V_{out} \quad (4.9)$$

sendo:

$$T = k_t \theta_t \quad (4.10)$$



chega-se a:

$$\theta_t = \frac{2EJ_p}{D(1+\nu)kV_{in}Ak_t} V_{out} \text{ [rad]} \quad (4.11)$$

onde:

E: módulo de elasticidade linear do aço;

$J_p$ : momento de inércia polar da seção transversão do eixo flexível;

D: diâmetro externo do eixo flexível;

$\nu$ : coeficiente de Poison;

k: fator de sensibilidade do extensômetro (gage factor);

$V_{in}$ : tensão de alimentação da ponte;

A: ganho do sinal da ponte;

$k_t$ : constante de rigidez torcional do eixo flexível;

$V_{out}$ : tensão de saída da ponte.

Empregando os valores recomendados, pode-se obter:

a) para o eixo1

$$\theta_t = 0,00031 V_{out} \text{ [rad]} \quad (4.12)$$

ou,

$$\theta_t = 0,00031 \frac{180}{\pi} V_{out} \text{ [graus]} \quad (4.13)$$

b) para o eixo2

$$\theta_t = 0,0057 V_{out} \text{ [rad]} \quad (4.14)$$

ou,

$$\theta_t = 0,0057 \frac{180}{\pi} V_{out} \text{ [graus]} \quad (4.15)$$

#### 4.5 - Conexão com o computador

A Figura 4.3 apresenta um esquema global do circuito de instrumentação e controle.

Um computador centraliza o comando do sistema, recebendo e enviando dados para a placa marca Advantech, modelo PCL818HG (placa conversora A/D e D/A, que possui entradas e saídas analógicas e digitais).

O circuito analógico (leitura e controle de corrente, além de leitura de torção) recebe e envia sinal de corrente para a placa e o “encoder” envia pulsos de rotação do eixo que são processados pelo computador para se obter a medida de velocidade.

A partir da coleção de dados recolhidos através dos sensores e digitalizados pela placa, o computador faz o processamento e envia o sinal de controle para ser aplicado no motor de forma que se obtenha o desempenho desejado.

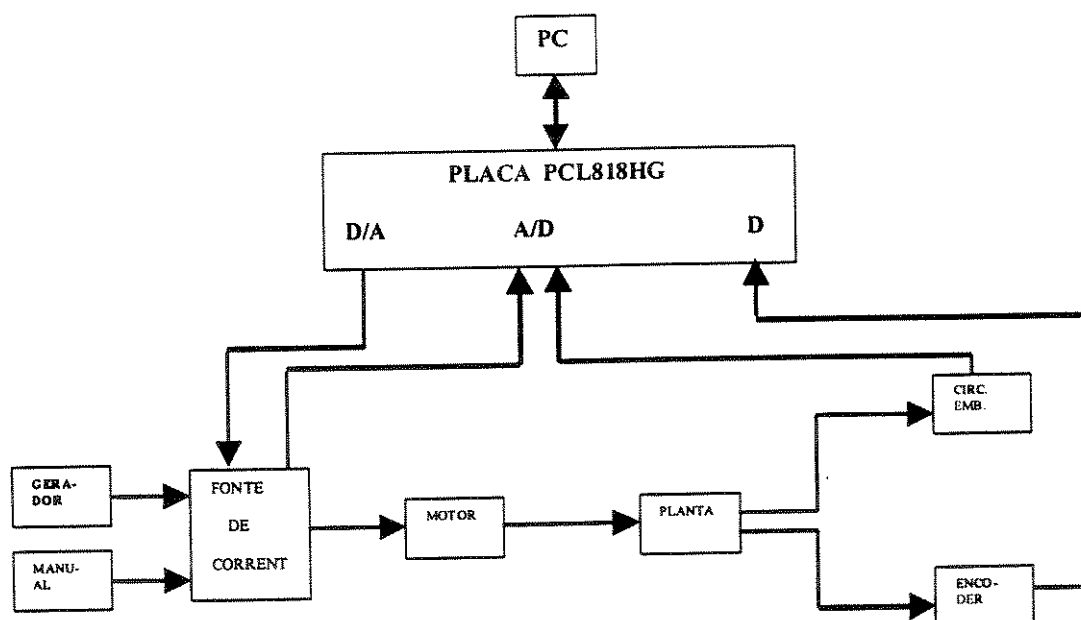


Figura 4.3 - Esquema global do circuito de instrumentação e controle

## Capítulo 5

### Resultados

Os resultados dos experimentos foram adquiridos diretamente do sistema de aquisição de dados e os processamentos efetuados em ambiente MATLAB.

A primeira parte desta etapa foi o acerto da instrumentação até que os sinais adquiridos fossem coerentes com o que se espera.

Em seguida foi feito um ajuste do modelo, levando em consideração inicialmente, o eixo (elemento elástico) e as duas inércias de rotação, sem acoplamento com o motor elétrico, para comparar o dimensionamento dos parâmetros projetados e experimentais. Foram comparadas as configurações com os dois eixos com constantes de rigidez diferentes.

O passo seguinte foi um ajuste do modelo completo, incluindo o motor e a correia de transmissão.

Após o ajuste foi feita a simulação do controlador ótimo (LQR) com base no modelo e sua aplicação na bancada.

Foram realizadas várias emulações utilizando redes neurais com treinamentos através do algoritmo de aprendizagem por retropropagação realizados a partir do sinal experimental da bancada. Por último, foi projetado um controlador neural cujo treinamento se deu também por retropropagação, empregando uma rede neural já treinada com o sinal experimental.

A seguir serão apresentadas as etapas e respectivos resultados.

### 5.1 – Verificação das dimensões de projeto

Nesta etapa foi feito um teste com o elemento elástico acoplado às inércias de rotação, montados na bancada através dos mancais de rolamento, sem o acoplamento com o motor, conforme ilustra a Figura 5.1.

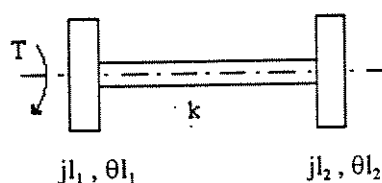


Figura 5.1 - Modelo torcional sem acoplamento com o motor

Os valores para as frequências naturais para as duas configurações são (calculados no capítulo 4):

montagem com eixo 1 (mais flexível):  $fn1 = 60.36 \text{ Hz}$

montagem com eixo 2 (mais rígido):  $fn2 = 112,65 \text{ Hz}$

Inicialmente o teste foi feito com a montagem do eixo1 excitando-o com um impacto, de modo que o sistema vivesse livremente somente pela atuação do impulso.

O ensaio realizado mediu a deformação torcional (deslocamento angular) do eixo através da ponte de extensômetros, cujo sinal amplificado (ganho 1000) em um circuito eletrônico solidário ao eixo, foi transmitido para o sistema de aquisição de dados contendo uma placa AD/DA e a resposta adquirida a uma frequência de amostragem 1500 Hz por canal com 1024 pontos. O sinal registrado é apresentado a seguir.

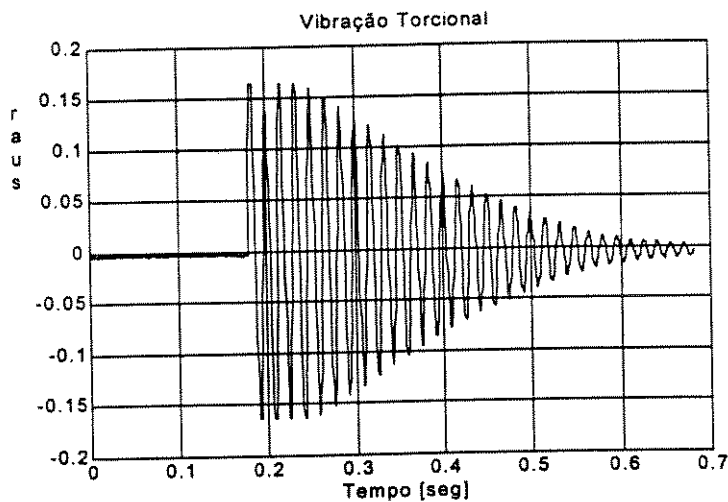


Figura 5.2 – Vibração livre com o eixo 1

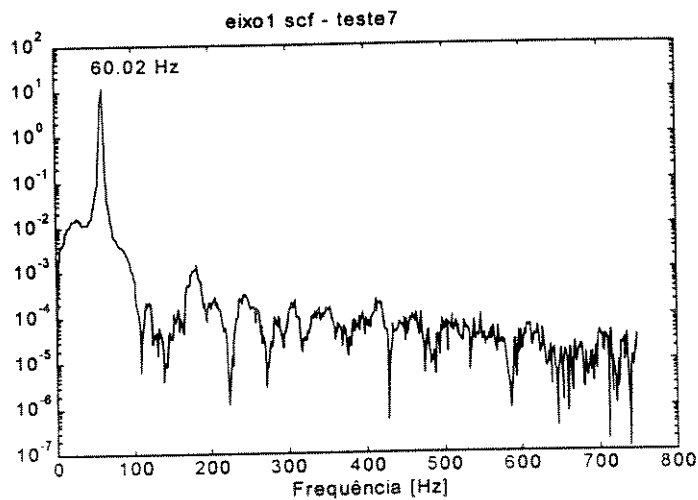


Figura 5.3 – Resposta livre com o eixo 1

O resultado adquirido não só demonstrou uma boa confiabilidade da instrumentação, como também uma ótima aproximação dos dados de projeto, uma vez que o erro apresentado foi de apenas 0,56% com base na diferença entre as frequências naturais projetada e experimental, conforme comparação abaixo.

Configuração conforme Figura 5.1:

elemento	freq. natural do projeto	freq. natural experimental	erro
eixo1	60,36 Hz	60,02 Hz	0,56%

O teste com o eixo2 foi realizado em condições semelhantes ao do eixo1, com exceção da frequência de amostragem, que foi de 2000 Hz. Os resultados são apresentados a seguir.

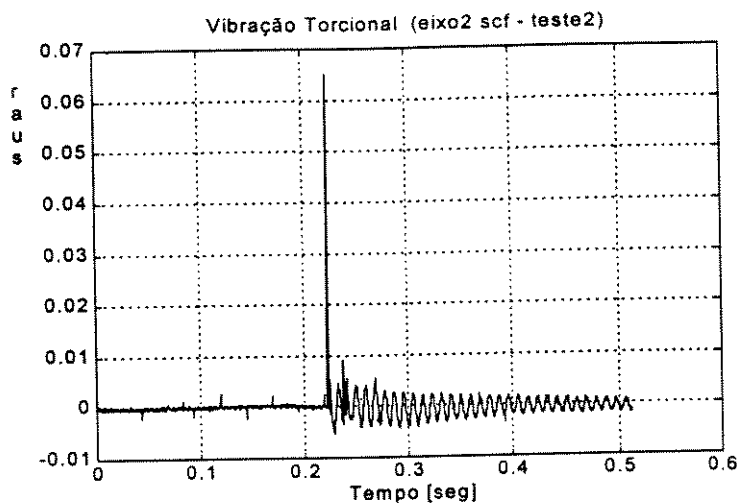


Figura 5.4 – Vibração livre com o eixo 2

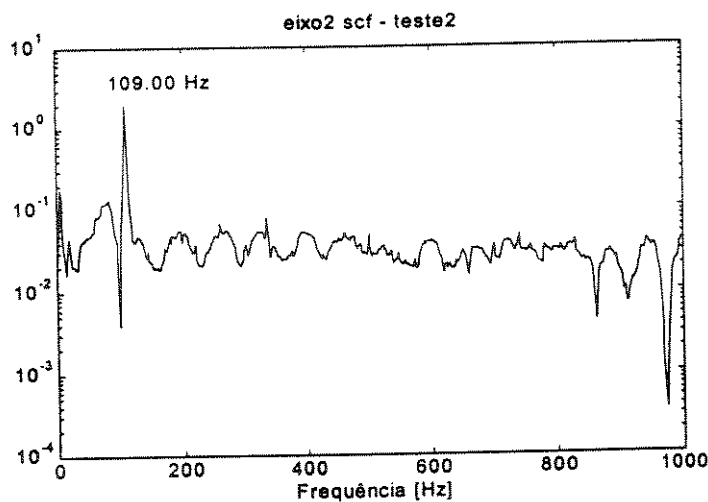


Figura 5.5 – Resposta livre com o eixo 2

O experimento apresentou para o eixo2 um erro maior em relação ao do eixo1, isto é, 3,24% comparado com os dados do projeto. Esta diferença pode ser atribuída a uma elevada rigidez, de modo que a relação sinal/ruído tenha se tornado pior em relação à amplitude de vibração torcional.

Configuração conforme Figura 5.1:

elemento	freq. natural do projeto	freq. natural experimental	erro
eixo2	112,65 Hz	109,00 Hz	3,24%

5.2- Ajuste do modelo

Considerando os dados do projeto (eixo elástico e inércias) devidamente corrigidos com base nos resultados experimentais, isto é, devido às imperfeições da fabricação das peças e incertezas das constantes do material utilizado, foi necessário ajustar os valores da rigidez torcional dos eixos e os momentos de inércias dos discos com base nas frequências naturais obtidas nos testes experimentais.

O levantamento experimental do momento de inércia do rotor do motor elétrico conforme item 4.2.2 do capítulo 4, foi possível ajustar o modelo do conjunto com os parâmetros citados acima já conhecidos, desconhecendo-se apenas os parâmetros da correia, sendo necessário determinar a sua rigidez torcional para a solução do conjunto de equações 4.3 da modelagem teórica.

5.2.1 - Ajuste do modelo utilizando a montagem com o eixo1 (mais flexível)

Vários testes foram realizados, com a bancada em repouso e em rotação, no intuito de determinar a frequência natural do sistema para então ajustar o modelo com um único parâmetro desconhecido, a constante de rigidez torcional do acoplamento.

A seguir é apresentada a saída do sistema completo ( motor elétrico, correia de transmissão, eixo1 e inércias) excitados com impacto, estando o sistema parado. Esta configuração está representada na Figura 4.1. Esta condição torna-se importante para observar e comparar o comportamento da correia de transmissão quando estacionária e em movimento, que será mostrado no experimento posterior.

Este teste foi realizado com as mesmas condições do ensaio das Figuras 5.1 e 5.2.

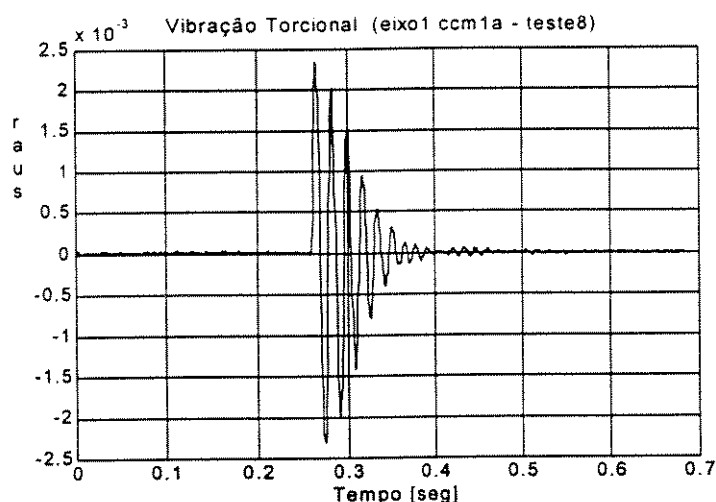


Figura 5.6 – Vibração livre do sistema completo parado

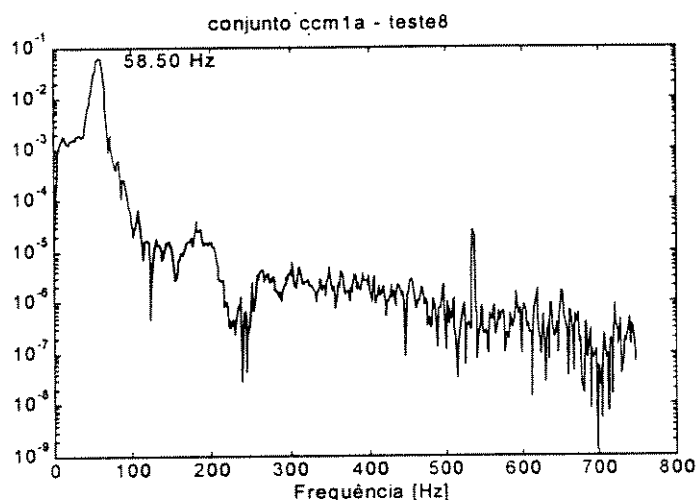


Figura 5.7 – Resposta livre do conjunto parado (eixo1)

Observa-se que mesmo na montagem completa o efeito da correia não introduziu perturbações estando o sistema parado. Verificou-se um aumento considerável do amortecimento quando comparado com a Figura 5.1. Verifica-se também que o valor da frequência natural (58,50 Hz) é devido ao aumento de inércia incluído no sistema pelo acoplamento com o motor elétrico. Deve-se observar que a frequência natural de 60,02 Hz representa a configuração composta pelo eixo1 e as inércias de rotação (Figura 5.1) a fim de avaliar as dimensões teóricas destes componentes.

Abaixo é mostrada a resposta do sistema girando, com 1024 pontos na aquisição, frequência de amostragem de 500 Hz e excitação através de impacto.



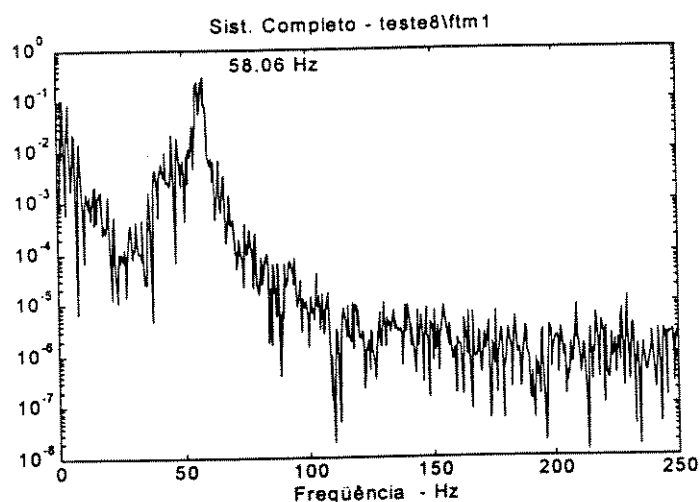


Figura 5.8 – Resposta do conjunto girando (eixo I)

Os resultados acima mostram que houve uma pequena variação da frequência natural do sistema parado em relação ao sistema girando a 150 rpm (velocidade do eixo flexível). Esta variação pode ser atribuída à variação da rigidez da correia quando em operação.

Considerando o valor aproximado de 58 Hz para uma das frequências naturais do sistema em operação e atribuindo valores para a rigidez torcional do acoplamento ( $k_c$ ), de modo a obter o valor indicado para uma das frequências naturais, considerando a configuração completa da bancada, conforme a Figura 4.1, concluiu-se que devia-se assumir o seguinte valor para a rigidez torcional do acoplamento:

$$k_c \cong 35 \text{ Nm/rad}$$

Utilizando o mesmo critério de busca a fim de ajustar o amortecimento, foram feitas comparações com as amplitudes do sinal teórico e experimental no domínio do tempo, para diversos valores de coeficientes de amortecimento até que as amplitudes se tornaram equivalentes. Assim, atribuiu-se para o coeficiente de amortecimento viscoso equivalente o seguinte valor:

$$C_e \cong 0.15 \text{ Ns/m}$$

O ajuste feito para o modelo pode ser considerado satisfatório para a determinação dos ganhos do controlador ótimo (LQR), visto que para o controlador neural, não é necessário o conhecimento exato do modelo, quando o controlador é determinado por dados experimentais. Este fato é uma das mais importantes vantagens da aplicação de redes neurais em sistemas dinâmicos.

Com todos os parâmetros do sistema já conhecidos, podem-se determinar as frequências naturais utilizando a formulação de estado na determinação dos autovalores da matriz  $A$  do modelo teórico, através de um programa em ambiente MATLAB. Os valores encontrados foram:

86.63 Hz

58.01 Hz

38.48 Hz

sendo que as frequências de 86,63 Hz e 58,01 Hz correspondem ao sistema mecânico e a frequência de 38,48 Hz representa o sistema elétrico.

Logo o modelo numérico final para a montagem com o eixo 1 pode ser representado pela seguinte equação de estado:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -241,93 & -1,75 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 29,28 & -338,18 & -236726,41 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 29,28 & -338,18 & -312157,45 & 0 & 34482,76 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 30172,41 & 0 & -137931,03 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I \\ \Delta \dot{\theta}_m \\ \theta_c \\ \dot{\theta}_c \\ \theta_t \\ \dot{\theta}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -159,55 \\ -308,90 \\ 0 \\ -308,90 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \{u\}$$

e a saída do sistema:

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta I \\ \Delta \dot{\theta}_m \\ \theta_c \\ \dot{\theta}_c \\ \theta_t \\ \dot{\theta}_t \end{Bmatrix}$$

### 5.2.2 - Verificação do ajuste do modelo utilizando a montagem com o eixo2 (mais rígido)

Utilizando os mesmos valores para os parâmetros do sistema da montagem com o eixo1, exceto a rigidez torcional que é a calculada para o eixo2 e empregando a formulação do modelo teórico, foram encontrados os seguintes valores para as frequências naturais:

103.96 Hz

84.91 Hz

38.48 Hz

Sendo que a frequência de 38,48 Hz corresponde ao sistema elétrico e as outras duas correspondem ao sistema mecânico.

Uma comparação com os resultados experimentais é apresentada a seguir. Deve-se ressaltar que os testes elaborados com o eixo2 tiveram a instrumentação melhorada no sentido da aquisição dos sinais. A frequência de amostragem passou para 2 kHz e conseguiu-se uma estabilidade melhor da corrente em regime.

A excitação do sistema passou a ser feita através do próprio motor de acionamento, eliminando assim as excitações com impacto ou uso de um segundo motor elétrico.

Outro fator importante na análise do comportamento da correia é quanto ao seu tensionamento. Para obter resultados mais homogêneos criou-se um padrão de tensionamento

de modo que todos os testes foram realizados com o mesmo critério de tensão e adotada uma única velocidade de rotação para o eixo, fixada em 300 rpm.

No intuito de obter resultados os mais confiáveis possíveis, foram realizadas médias de 10 medidas, diminuindo assim o nível do ruído existente apesar dos cuidados tomados nos ajustes e na blindagem, além da atenção dada ao acabamento dos anéis de transmissão dos sinais.

O resultado abaixo foi obtido com excitação de um sinal de varredura na faixa de 0 a 80 Hz, amostrando 2048 pontos.

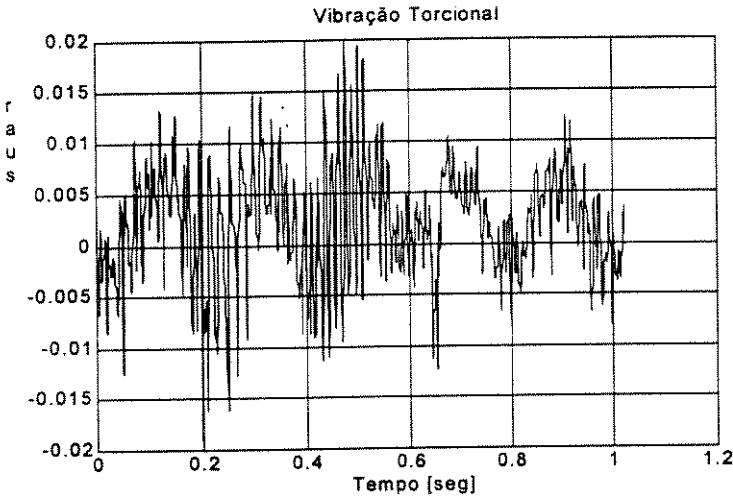


Figura 5.9 – Conjunto girando e excitado com varredura (eixo2)

Observa-se neste resultado a dimensão da deformação angular, em torno de 0,02°, apesar da elevada amplitude na excitação, 3 V p-p.

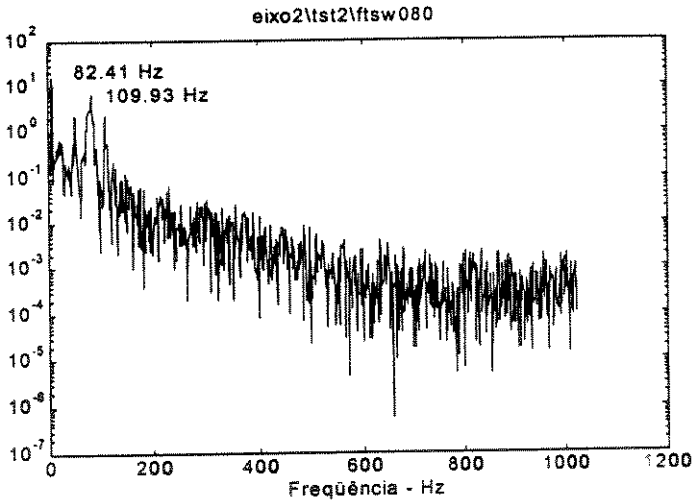


Figura 5.10 – Resposta do conjunto girando (eixo2)

Nota-se neste gráfico a presença das frequências naturais de 82.41 Hz e 109,93 Hz, valores próximos aos obtidos com o modelo teórico, conforme comparação a seguir:

Configuração completa conforme Figura 4.1:

elemento	freq. naturais do projeto	freq. naturais experimentais
eixo2	84,91 Hz	82,41 Hz
	103,96 Hz	109,93 Hz

Os resultados experimentais mostraram-se compatíveis com os resultados do modelo ajustado, demonstrando que os parâmetros foram estimados com valores confiáveis.

O modelo numérico final para a montagem com o eixo2 pode ser representado por:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -241,93 & -1,75 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 29,28 & -338,18 & -236726,41 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 29,28 & -338,18 & -312157,45 & 0 & 102758,62 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 30172,41 & 0 & -411034,48 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I \\ \Delta \dot{\theta}_m \\ \theta_c \\ \dot{\theta}_c \\ \theta_t \\ \dot{\theta}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -159,55 \\ -308,90 \\ 0 \\ -308,90 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \{\mathbf{u}\}$$

e a saída do sistema:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I \\ \Delta \dot{\theta}_m \\ \theta_c \\ \dot{\theta}_c \\ \theta_t \\ \dot{\theta}_t \end{bmatrix}$$

### 5.3 - Ação de controle

Foi feito um experimento com o controlador ótimo usando a técnica LQR, testado na montagem com o eixo1 e o projeto de um controlador neural usando o algoritmo de retropropagação para a montagem com o eixo2.

### 5.3.1 - Controle ótimo LQR

A partir dos parâmetros ajustados e utilizando a formulação de estado mostrada no capítulo anterior, pode-se determinar através da solução da equação de Riccati os ganhos para o controlador LQR para o sistema montado com o eixo1. Os cálculos foram feitos através de um programa em ambiente MATLAB.

Os valores dos ganhos para que o sistema estabilize em 0,1 segundo são:

$$k = [-0,0113 \quad -0,0102 \quad -134,9519 \quad -0,3035 \quad 356,4771 \quad -2,6166]$$

A ação de controle para estas condições se dá conforme o gráfico abaixo.

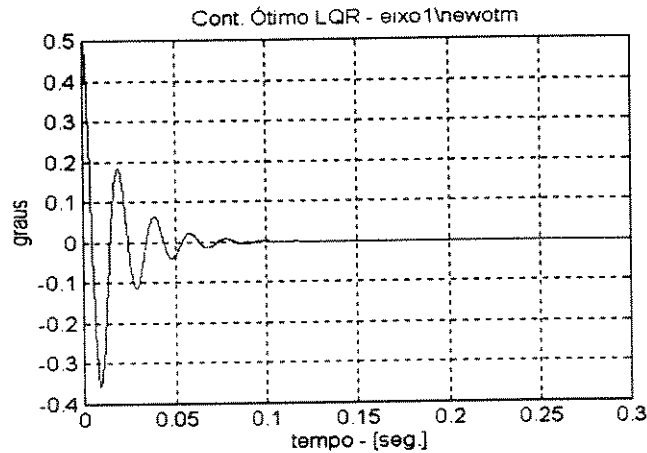


Figura 5.11 – Ação de controle ótimo para o eixo1

A ação de controle para os valores de  $k$  determinados acima não foi adequada para a planta real. Foi feita uma análise da validade de cada variável de estado no comportamento do sistema, para posteriormente fazer uma busca dos valores que poderiam conduzir o sistema para as condições desejadas. Esta análise de validade, consiste em interpretar quais as variáveis de estado do sistema que realmente influenciam ou que melhor contribuem para o controle. A figura abaixo ilustra este procedimento, onde pode-se observar no eixo vertical a ação de controle resultante da realimentação de cada estado.

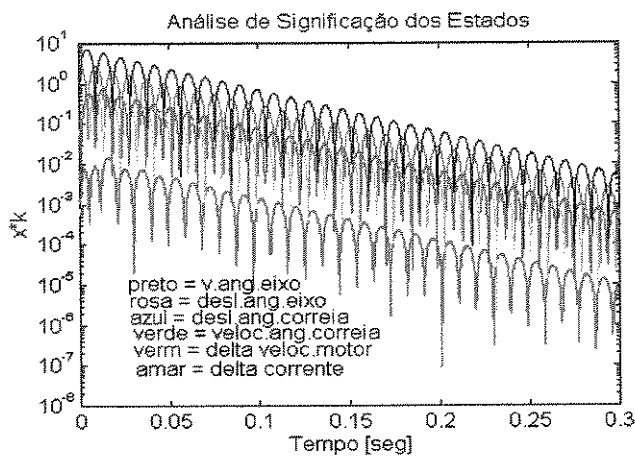


Figura 5.12 – Contribuição das variáveis de estados para a ação do controle ótimo

Em seguida, foram feitos ajustes por meio de tentativas nos valores de  $k$ , diretamente da bancada de testes, até que se conseguiu um controle em condições semelhantes ao controle simulado, ou seja, uma estabilização do sistema em 0,1 segundo.

O sistema foi excitado com um sinal senoidal de frequência 50 Hz e amplitude de 3 volts p-p. O ganho ajustado foi para controlar o sistema, experimentalmente, foi:

$$k=[0 \ 0 \ -35,4 \ -0,1 \ 18346 \ 2]$$

Com estes valores conseguiu-se o ilustrado na Figura 5.13, resultado onde pode-se observar claramente o efeito do controlador na vibração torcional, acionado no instante  $t \approx 1,2$  segundos.

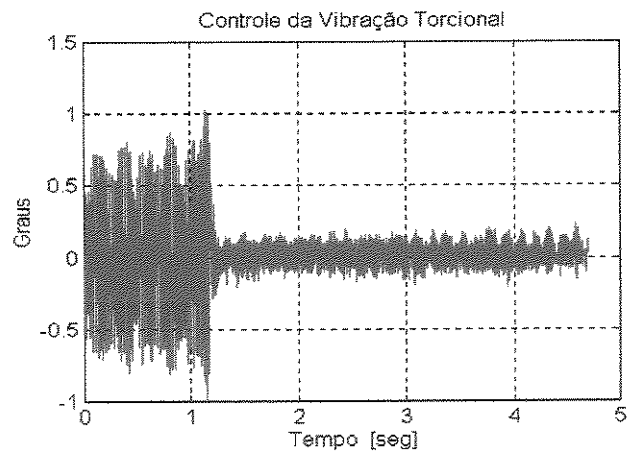


Figura 5.13 – Controle do sistema com parâmetros ajustados

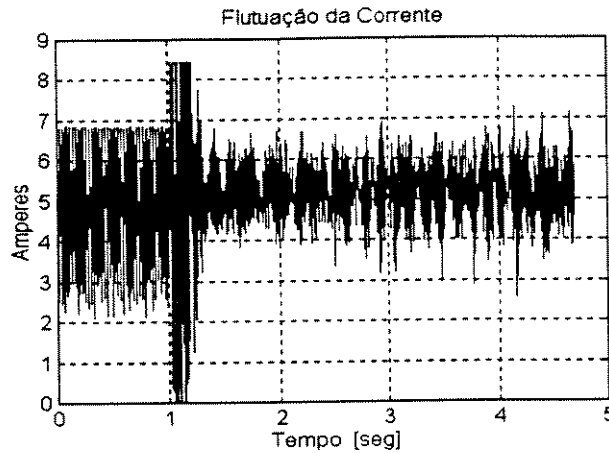


Figura 5.14 – Controle da corrente com parâmetros ajustados

### 5.3.2 - Controle neural

O controlador foi desenvolvido a partir de uma rede treinada com dados do modelo ajustado conforme apresentado na seção 5.2 e testada com sinais experimentais da bancada montada com o eixo2, até obter-se boa convergência entre o sinal da rede treinada com o modelo e o sinal experimental.

Este processo é denominado emulação. Obteve-se deste modo uma rede neural que emula o comportamento experimental da bancada. A técnica empregada nos treinamentos da rede tanto na emulação quanto no controle foi o algoritmo de retropropagação do erro.

O treinamento foi feito em uma ampla faixa de frequências com excitações senoidal e onda quadrada, com amplitude 1,5 V p-p. Esta condição condiz com os testes a que a bancada foi submetida. Desta forma, quando o sistema vier a sofrer uma excitação dentro das condições operacionais na faixa para a qual as redes foram treinadas, o controlador deverá atuar no sentido de conduzir o sistema para a condição desejada.

#### 5.3.2.1 - Desenvolvimento do emulador

A seguir são apresentados exemplos de emulação e teste de verificação da qualidade da rede treinada. Foi inicialmente desenvolvida uma rede mais complexa e posteriormente uma segunda rede mais simples adequada às necessidades do controlador.



O treinamento foi feito com as seguintes condições: velocidade do eixo elástico de 300 rpm, excitação senoidal e onda quadrada com amplitude de 1,5 V p-p, alternando o tipo de onda e valores de frequências, varrendo uma faixa de 20 a 85 Hz, e de 5 em 5 Hz. Os valores intermediários de frequências utilizadas na emulação foram usados para testes e comparados com sinais experimentais com a mesma excitação.

Foi utilizada uma rede neural com a seguinte arquitetura : uma camada de entradas, duas camadas escondidas e uma camada de saída, conforme ilustra a Figura 5.15.

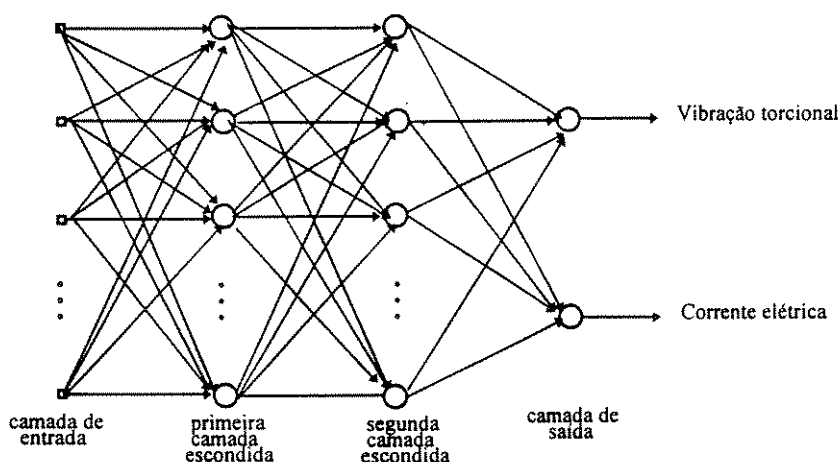


Figura 5.15 - Arquitetura da rede neural emulada

As entradas são formadas por 7 atrasos do sinal do extensômetro elétrico (deslocamento torcional), 7 atrasos da corrente e uma entrada externa (seno ou onda quadrada), totalizando em 15 entradas na rede.

As entradas atrasadas são necessárias no processo de aprendizagem da rede, de modo que são retornados como entradas os últimos sinais de saída. Os sinais atrasados usados como entradas da rede levam a um treinamento mais rápido e eficaz porque, os atrasos representam informações do processo de aprendizagem.

A primeira e segunda camadas ocultas contêm 20 e 6 neurônios, respectivamente. A camada de saída contém 2 neurônios, correspondentes à saída do deslocamento torcional e à flutuação da corrente elétrica.

O primeiro gráfico da Figura 5.16, corresponde ao sinal desejado para a vibração torcional no eixo elástico para uma dada excitação. Neste exemplo o sinal é resultado de uma excitação com onda quadrada e frequência de 85 Hz.

O segundo gráfico representa um sinal da rede treinada nas condições pré-estabelecidas inicialmente (20 a 85 Hz), mostrando a semelhança nos sinais da emulação quando excitada na frequência desejada, no exemplo 85 Hz (condição de uma das ressonâncias do sistema).

O terceiro gráfico mostra o erro absoluto entre a saída desejada e a saída da rede treinada.

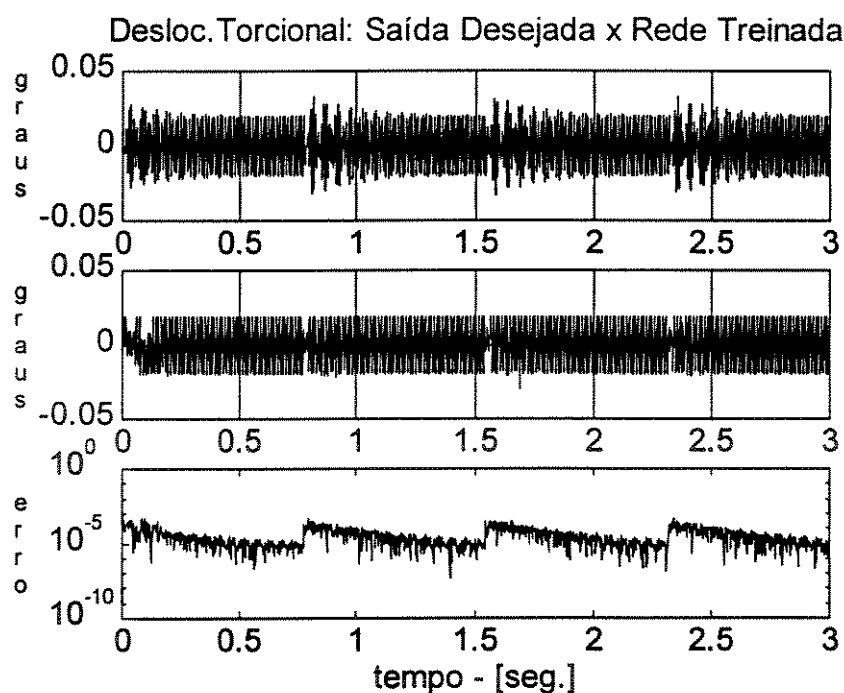


Figura 5.16 – Emulação do deslocamento torcional

A figura 5.17 segue o mesmo procedimento descrito acima, sendo que os sinais representam a oscilação da corrente elétrica.

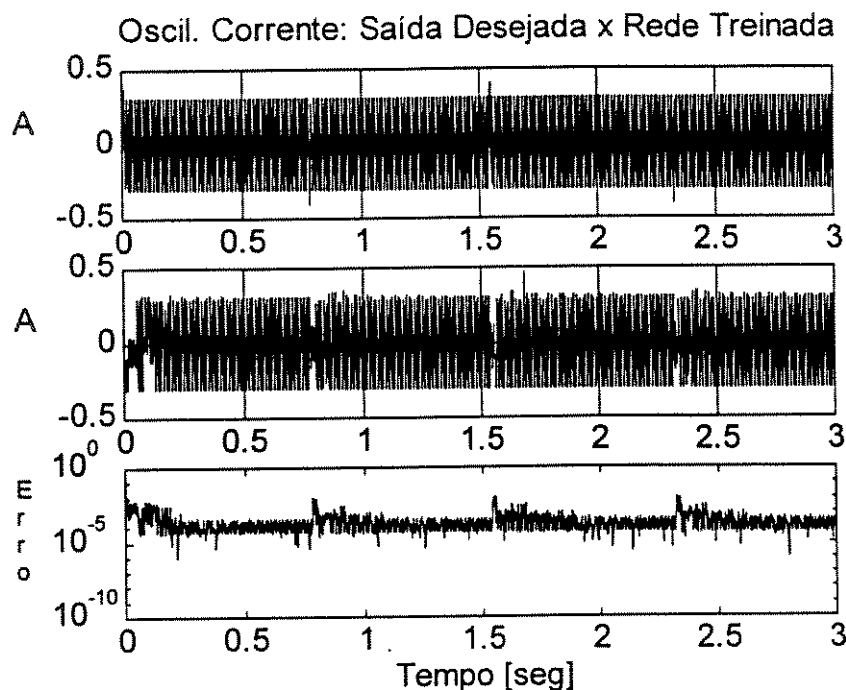


Figura 5.17 – Emulação da oscilação da corrente

Esta emulação foi feita com 34 treinos, totalizando aproximadamente 149 horas de processamento em um computador Pentium-166 MHz e 32 MB de memória, utilizando o método de otimização mais rápido disponível para redes neurais “backpropagation”, o método de Levenberg-Marquardt.

Os programas foram desenvolvidos especificamente para este trabalho, utilizando comandos do “Toolbox Neural Network” em ambiente MATLAB.

O gráfico abaixo mostra um teste comparando o sinal da rede treinada (primeiro gráfico), excitada por uma senóide com frequência de 63 Hz e um sinal experimental da bancada com a mesma excitação (segundo gráfico). A saída dos dois sinais são comparadas, mostrando o erro no terceiro gráfico.

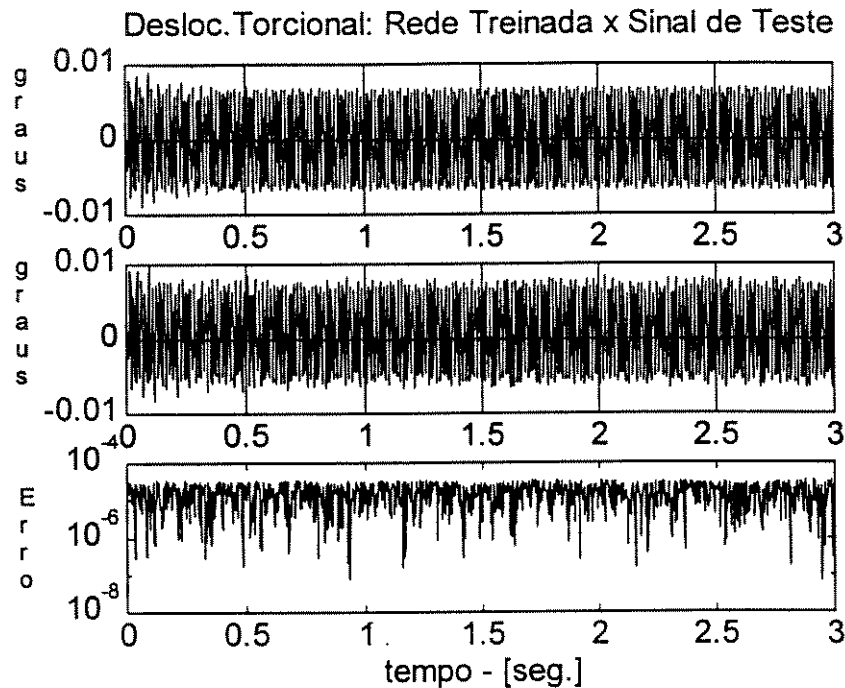


Figura 5.18 – Comparação da rede treinada com um sinal experimental

### 5.3.2.2 - Desenvolvimento do controlador

Além da rede apresentada na seção anterior, várias emulações foram treinadas e os custos computacionais para os treinamentos são muito elevados. Assim, uma arquitetura adequada para treinar o controlador neural foi necessária, tendo sido desenvolvido um emulador específico para o controlador. A escolha se baseou em não formar uma rede muito complexa, o que aumentaria em muito o custo em horas de processamento. Além disso, vários treinos foram necessários até conseguir uma rede capaz de conduzir o sistema para qualquer situação nas proximidades dos treinamentos realizados, sem a necessidade dos ajustes posteriores conforme ocorreu com o controlador ótimo, uma vez que o controlador neural é treinado conjuntamente com os dados experimentais.

Para treinar o controlador é necessário uma rede que represente o modelo. A partir deste modelo, que representa a bancada experimental, é treinado o controlador através de simulações “off-line”.

O diagrama abaixo ilustra o procedimento descrito acima.

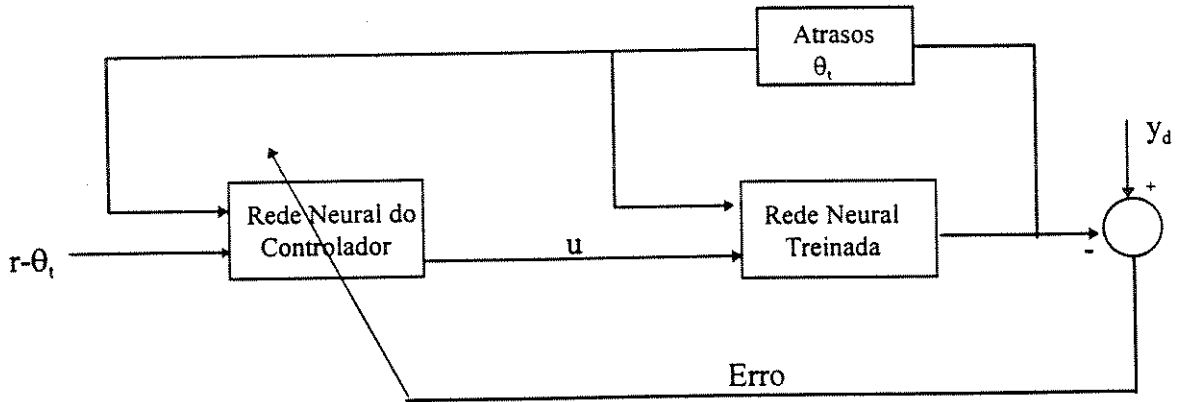


Figura 5.19 - Treino do controlador neural

Onde  $r$  é a entrada de referência e  $u$  é a saída do controlador.

A arquitetura da rede treinada (emulador) apresenta 8 entradas, sendo 7 atrasos e uma entrada externa senoidal com frequência de 85 Hz e amplitude de 1.5 V p-p. Uma camada oculta com 20 neurônios e uma camada de saída com 1 neurônio, representando o sinal da vibração torcional no eixo elástico.

O gráfico a seguir mostra o resultado da rede treinada, que servirá de modelo para o treino do controlador neural. O primeiro gráfico representa a saída desejada, o segundo é a rede treinada (emulador) e o terceiro o erro absoluto entre a saída desejada e a rede treinada.

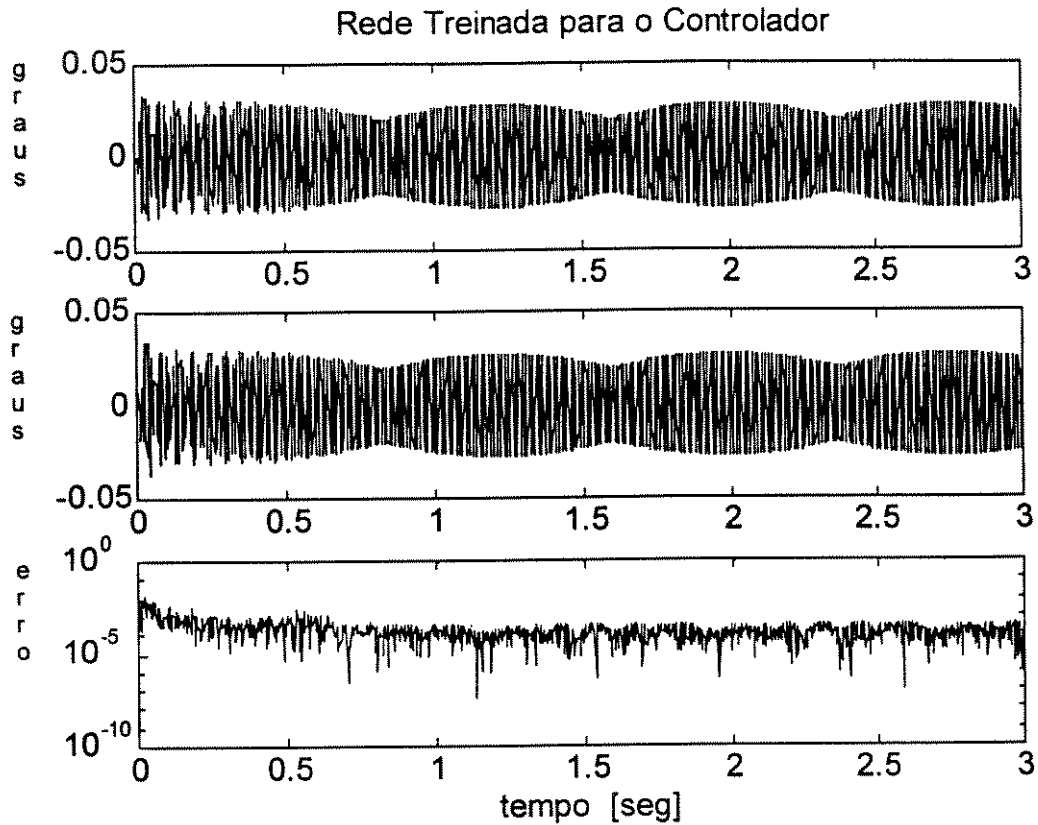


Figura 5.20 - Rede emulada para o controlador neural

A rede do controlador é formada por uma camada de 8 entradas, sendo 7 atrasos da saída da rede emulada e a oitava entrada é o erro entre os sinais desejado e a saída da rede, uma camada oculta com 20 neurônios e uma camada de saída com um neurônio (saída do controlador). Esta saída passa a ser uma das entradas da rede treinada, juntamente com os 7 atrasos dela própria.

Neste treinamento o erro é retropropagado através do emulador sem alterar os seus parâmetros, pois a rede já se encontra treinada. O erro realimenta a rede do controlador, determinando o processo de aprendizagem.

A Figura 5.21 apresenta a arquitetura do conjunto de treinamento, ou seja, rede do controlador e emulador.

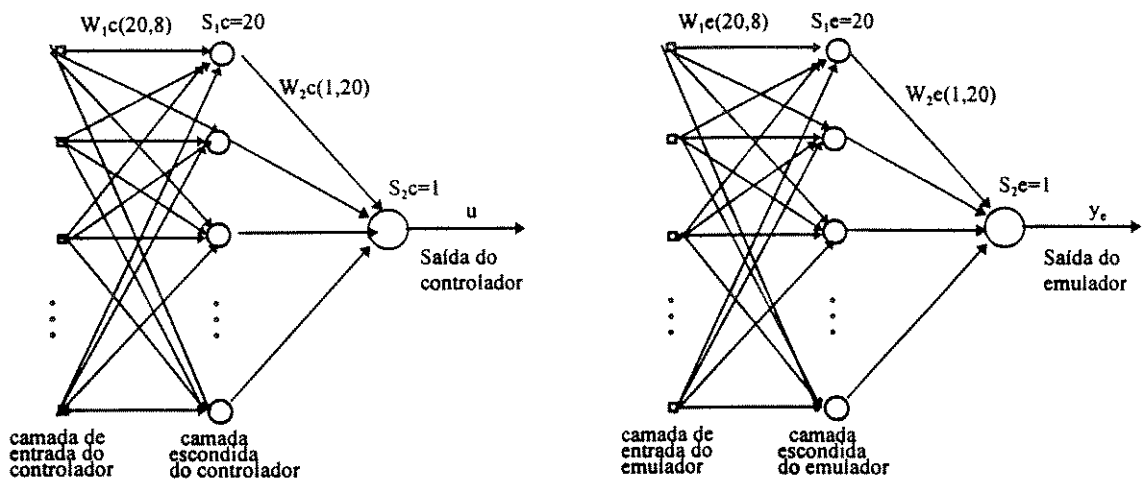


Figura 5.21 - Arquitetura do controlador e rede treinada

O controlador neural foi treinado para, a partir de uma condição inicial, conduzir o sistema para zero, segundo uma rampa descendente. Após o treino, a partir de qualquer condição inicial ao longo da rampa treinada, o controlador conduzirá o sistema para o valor desejado. A escolha do sinal de controle segundo uma rampa simplifica o treinamento da rede neural por não apresentar inversão de sinal como acontece em um sinal oscilatório.

A saída desejada da rede sob a ação do controlador treinado é mostrado no gráfico abaixo para uma condição inicial de 0,02 graus, determinada a partir dos experimentos como um bom valor de referência.

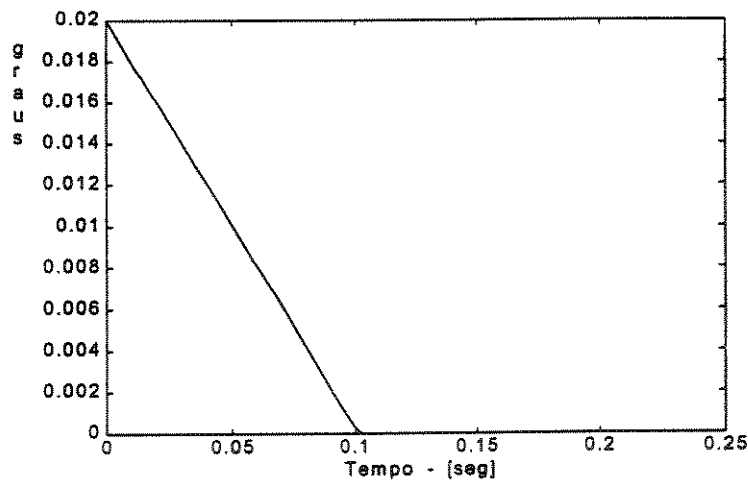


Figura 5.22 - Saída desejada

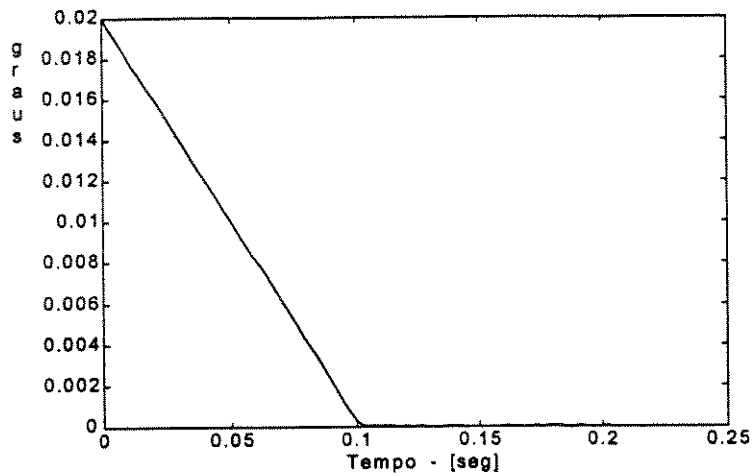


Figura 5.23 - Saída do emulador

A Figura 5.20 corresponde ao sinal da rede sem controle. O primeiro gráfico é a saída desejada que sob a ação do controlador neural é conduzida para zero segundo uma rampa, conforme mostra a Figura 5.22. O mesmo procedimento é válido para o emulador. Sem controle, conforme o segundo gráfico da Figura 5.20 e sob a ação do controlador neural conforme a Figura 5.23.

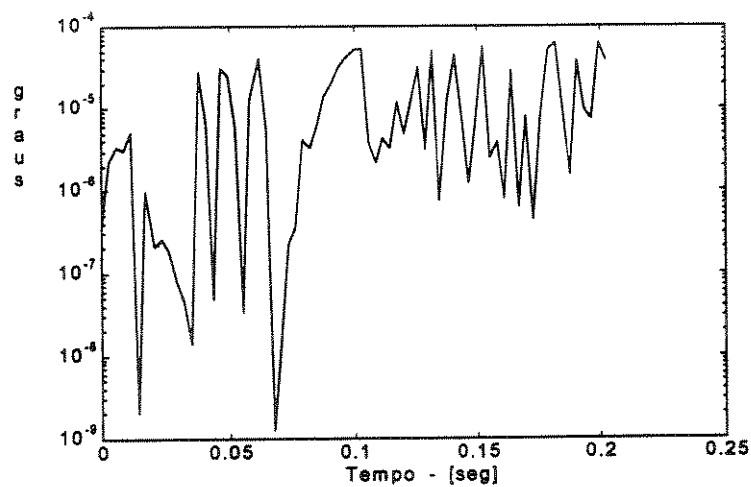


Figura 5.24 - Erro entre a saída desejada e a saída do emulador



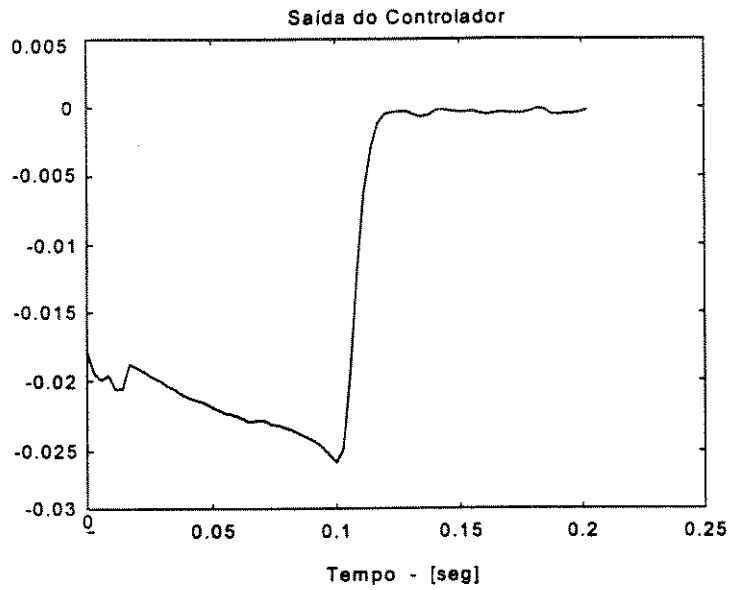


Figura 5.25 - Saída do controlador neural

A seguir é apresentado um exemplo de controle com uma condição inicial arbitrária, contida na faixa treinada, por exemplo 0,01 grau, cujo valor desejado é atingido a partir do controlador treinado para toda a faixa da rampa.

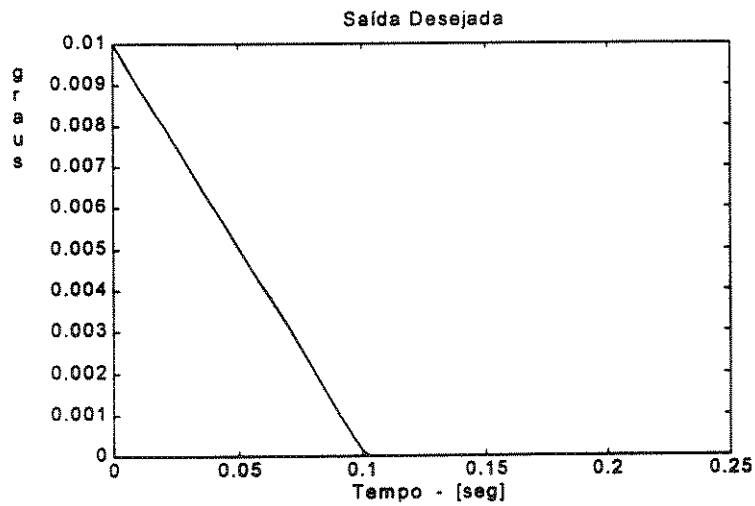


Figura 5.26 - Controle para uma condição inicial arbitrária

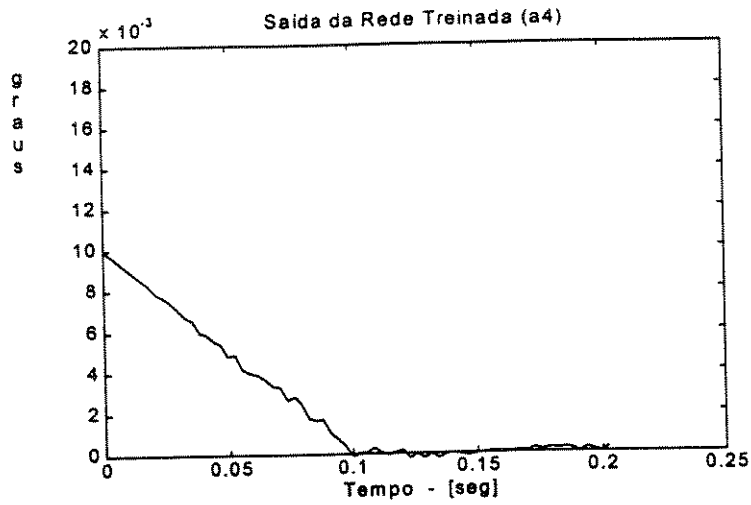


Figura 5.27 - Controle para a condição inicial de 0,01 grau

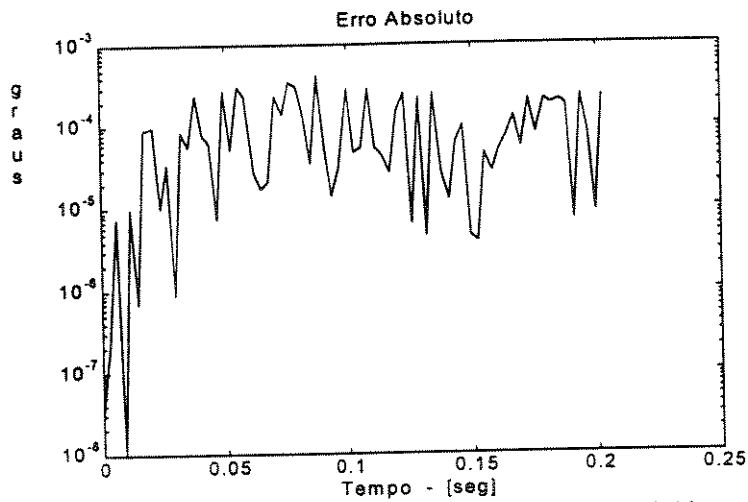


Figura 5.28 - Erro entre os sinais desejado e obtido

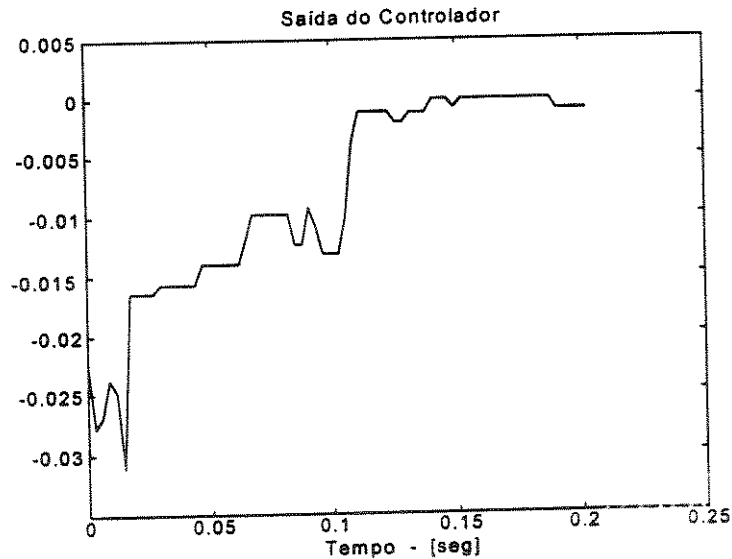


Figura 5.29 - Saída do controlador para a condição inicial de 0,01 grau

## **Capítulo 6**

### **Conclusões e Sugestões para Desenvolvimentos Futuros**

Com o desenvolvimento de mecanismos providos de altas velocidades e maior complexidade dinâmica a medição de vibração torcional nos sistemas rotativos torna-se cada vez mais uma condição necessária para seu diagnóstico, embora os recursos técnicos de instrumentação sejam ainda bastante escassos. Vale mencionar que toda a instrumentação de medida de vibração torcional utilizada neste trabalho foi desenvolvida nos laboratórios do Departamento de Mecânica Computacional da UNICAMP.

Este trabalho apresenta duas técnicas de controle de vibração torcional, com características bastante diferentes, ou seja, uma delas já bem conhecida e aplicada em sistemas lineares e o modelo matemático deve ser bem definido, trata-se do controle ótimo. A outra técnica apresentada é o controle usando redes neurais artificiais, ainda menos aplicada, embora apresente dificuldades para o seu desenvolvimento e custos computacionais elevados, na maioria das vezes, ajusta-se bem a sistemas cujos modelos não sejam bem definidos e apresentem não-linearidades.

A aplicação de redes neurais a problemas de controle de sistemas dinâmicos envolve uma série de etapas de desenvolvimento, iniciando com a definição da unidade processadora, passando pelo desenvolvimento de algoritmos de treinamento associado às arquiteturas de rede neural a serem utilizadas, e concluindo com a definição da procedência de informação para treinamento.

Após a realização destas etapas, procedimentos de implementação das estruturas de processamento resultantes devem ser obedecidos de forma a garantir o sucesso do processo de treinamento e, conseqüentemente, possibilitar a execução por parte da rede neural da tarefa especificada.

Neste trabalho foi dada uma ênfase maior ao desenvolvimento do controlador neural por se tratar de uma pesquisa experimental. O controlador ótimo simulado conseguiu conduzir o sistema para a estabilidade proposta conforme mostra a Figura 5.11. No entanto, os mesmos valores do ganho  $k$  da ação de controle, não foram adequados para controlar a planta. Este fato sugere que existindo diferenças entre o modelo teórico e a planta, o controle ótimo não é a melhor opção.

Observando a Figura 5.2, tem-se a impressão de que a planta é bastante linear, no entanto, esta figura representa apenas a parte projetada da planta, ou seja, o eixo e as inércias de rotação como mostra a Figura 5.1 e o teste com impacto feito com o sistema sem rotação.

A Figura 5.9 apresenta um aspecto bem diferente, pois representa a configuração completa do sistema, isto é, as inércias de rotação acopladas com o motor elétrico através de uma correia flexível. Nesta montagem, estão incluídos rolamentos, conexões entre inércias e o eixo além dos efeitos dinâmicos causados pela rotação.

Com as observações acima fica claro que diversos detalhes não foram considerados no modelo teórico, o que indica uma provável dificuldade para estabilizar o sistema através do controle ótimo.

A modelagem adotada para o projeto do controlador LQR foi linear de modo que, quando aplicado na planta, o controle esperado não foi alcançado. Fez-se então, uma busca de valores para os ganhos, analisando as variáveis de estado que realmente eram significativas para o controle conforme ilustra a Figura 5.12. O controle foi alcançado conforme mostram as Figuras 5.13 e 5.14, porém o resultado somente foi válido na condição estabelecida para determinar os ganhos do controlador. Esta condição torna inviável a aplicação de um controlador ótimo em sistemas sujeitos a perturbações que não forem modeladas, o que difere

bastante de um controlador neural, que admite um modelo matemático do sistema apenas aproximado, ou até mesmo desconhecido, e podendo até apresentar não-linearidades.

Para o controlador neural foi escolhida a técnica de retropropagação do erro por ser um processo de aprendizagem “off line” o que auxilia muito quando não se dispõe de uma instrumentação capaz de garantir tanto a confiabilidade das medidas quanto a velocidade de transmissão dos sinais. Esta característica do método de retropropagação torna-se muito importante pelo fato de que os treinamentos são feitos com os sinais extraídos dos testes experimentais, como foi o caso deste trabalho.

O controlador neural foi treinado através de uma rede emulada e que representava o modelo ajustado e que foi testada com sinais extraídos da bancada de testes. O controlador foi projetado para seguir uma rampa descendente, a partir de uma condição inicial, e conduzir o sistema para o valor desejado em 0,1 segundo conforme mostra a Figura 5.22.

O teste feito com outra condição inicial ( $0,01^\circ$ ), Figura 5.27, demonstra que o controlador neural admite mudanças no sistema, quando ocorridas nas condições previstas no treinamento da rede.

Como sugestão, o controlador neural deve ser testado na bancada experimental para a qual foi projetado. Outras técnicas utilizando redes neurais também devem ser desenvolvidas para esta mesma bancada de testes e comparações dos resultados serão de enorme importância para o campo de pesquisa da vibração torcional.

As questões acima podem motivar o interesse no desenvolvimento de estudos ainda em andamento e, especificamente, complementar resultados deste trabalho, que apresenta os primeiros passos no desenvolvimento de um controlador neural aplicado a sistemas rotativos.

## Referências Bibliográficas

- Allen, E. H., Chapman, J. W., Ilic, M. D. Effects of torsional dynamics on nonlinear generator control. *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, v. 4, n. 2, p. 125-140, march 1996.
- Asriel, L. U., Narendra, S. K. Control of Nonlinear Dynamical Systems Using Neural Networks: Controllability and Stabilization. . *IEEE Trans. on Neural Networks*, v. 4, n. 2, march 1993.
- Asriel, L. U., Narendra, S. K. Control of Nonlinear Dynamical Systems Using Neural Networks: Observability, Identification and Control . *IEEE Trans. on Neural Networks*, v. 7, n. 1, january 1996.
- Äström, K. J., Wittenmark, B. *Adaptive Control*. Addison-Wesley, Inc.,1989
- Cardinali, Rodmar. *Controle de vibração torcional pelo acoplamento de uma inércia através de uma embreagem eletromagnética*. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, 1987. 96 p. Tese (Mestrado).
- Chen, M. H., Qi, Z. G., Yang, S. C. J., Amini, F. Neural Network For Structural Dynamic Model Identification. *Journal of Engineering Mechanics*, december 1995.
- Dorf, R. C.; Bishop, R. H. *Modern Control Systems*. Addison-Wesley, Inc.,1995, 807 p
- Fletcher, R. *Practical Methods of Optimization*. John Wiley & Sons, 1975.

- Friedland, B. *Advanced Control System Design*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1996, 368 p
- Fujisawa, F., Segawa, Y., Shiga, M. Prevention of torsional vibration in fan motor shaft systems with multiblade fans (2nd report: Effect of making the shaft system symmetrical on vibration reduction). *Bulletin of the JSME*, v. 22, n. 171, p. 1299-1306, september 1979.
- Furuya, Y., Seto, K., Yamada, K., Yamanouchi, M. Influence of torsional vibrations of a gear train system on the load. *Bulletin of the JSME*, v. 23, n. 176, p. 300-308, february 1980.
- Habib, H., Tawfiq, S. S., Said, W. K. A microprocessor-based time optimal control for reduction of torsional vibration. *Journal of Sound and Vibration*, 180(1), p. 17-28, 1995.
- Habib, R., Habib, H. Microcomputer based variable structure control for reduction of torsional vibration. *Journal of Sound and Vibration*, 155(3), p. 403-411, 1992.
- Hagan, T. M., Demuth B. H., Beale, M. *Neural Network Design*. PWS Publishing Company, 1996.
- Hagan, T. M., Menhaj, B. M. Training Feedforward Networks With the Marquardt Algorithm. *IEEE Trans. on Neural Networks*, v. 5, n. 6, november 1994.
- Haykin, S. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. Prentice-Hall, 1994, 696p.
- Hopfield, J. J. Neural Networks and physical systems with emergent collective computational abilities. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 79, p. 2554-2558, 1982.
- Hopfield, J. J. Neurons With gradet response have collective computational properties like those of two-state neurons. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 81, february 1984.

- Huang, S., Huang, Y. Learning Algorithms for Perceptrons Using Back-Propagation with Selective Updates. *IEEE Control Systems Magazine*, april 1990.
- Inman, D. J., *Engineering Vibration*: Prentice-Hall, Inc., 1994, 560 p.
- Inoue, Y., Shibata, T., Fujikawa, T., Takemura, M. Nonlinear torsional vibration in synchronous motor driven systems. *Bulletin of the JSME*, v. 24, n. 197, p. 2003-2012, november 1981.
- Kadomukai, Y., Yamakado, M., Nakamura, Y., Murakami, K., Fukushima, M. Reducing vibration in idling vehicles by actively controlling electric machine torque. *JSME International Journal*, v. 38, n. 3, p. 470-477, september 1995.
- Kanemitsu, Y. Torsional vibration of rotor coupled by gear coupling. *Bulletin of the JSME*, v. 28, n. 246, p. 3002- 3009, december 1985.
- Kashay, A. M., Voelker, F. C., Smalley, A. J. Dynamic shock phenomena in rolling mills. *Trans. ASME Journal of Engineering for Industry*, v. 94, p. 647-659, may 1972.
- Kashiwagi, A. Evaluation method of internal damping in torsional vibration of engine shafting. *Bulletin of the JSME*, v. 28, n. 244, p. 2386-2393, october 1985.
- Khater, E., Nóbrega, E. G. O., Netto, M. L. A. Controle Ativo de vibração torcional em sistemas acionados por motores de corrente contínua. IV CEM-NNE/96, p. 583-588, junho 1996.
- Khater, Evaldo. *Acelerômetro angular com circuito embarcado*. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, 1992. 107 p. Tese (Mestrado).
- Koser, K., Pasin, F. Continuous modelling of the torsional vibrations of the drive shaft of mechanisms. *Journal of Sound and Vibration*, 188(1), p. 17-24, 1995.



- Kovács, L. Z. *Redes Neurais Artificiais: Fundamentos e Aplicações*. 2ª edição; Collegium Cognitio, 1996.
- Kuo, B. C. *Automatic Control Systems*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1995, 897 p.
- Nagaya, K., Kojima, H., Ohkawara, K., Kumagai, Y., Ikeda, S. Transient response of torsional feedback servomechanisms with consideration of vibration of shafts. *Journal of Sound and Vibration*, 100(2), p. 155-168, 1985.
- Naidu, R. S., Zafiriou, E., Mcavoy, J. T. Use of Neural Networks for Sensor Failure Detection in a Control System. *IEEE Control Systems Magazine*, april 1990.
- Narendra, S. K., Parthasaraty, K. Identification and Control of Dynamical Systems Using Neural Networks. *IEEE Trans. on Neural Networks*, v. 1, n. 1, march 1990.
- Nguyen, H. D., Widrow, B. Neural Networks for Self-Learning Control Systems. *IEEE Control Systems Magazine*, april 1990.
- Nonami, K., Higashi, M., Totani, T. Torsional vibration control of rotating shaft systems when starting and stopping. *Bulletin of the JSME*, v. 28, n. 245, p. 2715-2722, november 1985.
- Ogata, K. *Discrete-Time Control Systems*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1995, 745 p.
- Ogata, K. *Engenharia de controle Moderno*. New Jersey: Prentice-Hall do Brasil, 1982.
- Ogata, K. *Modern Control Engineering*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1997, 997 p.
- Ohmae, T., Matsuda, T., Kanno, M., Saito, K., Sukegawa, T. A microprocessor-based motor speed observer for reduction of torsional vibration. *IEEE Trans. on Industry Applications*, v. IA-23, n. 5, october 1987.

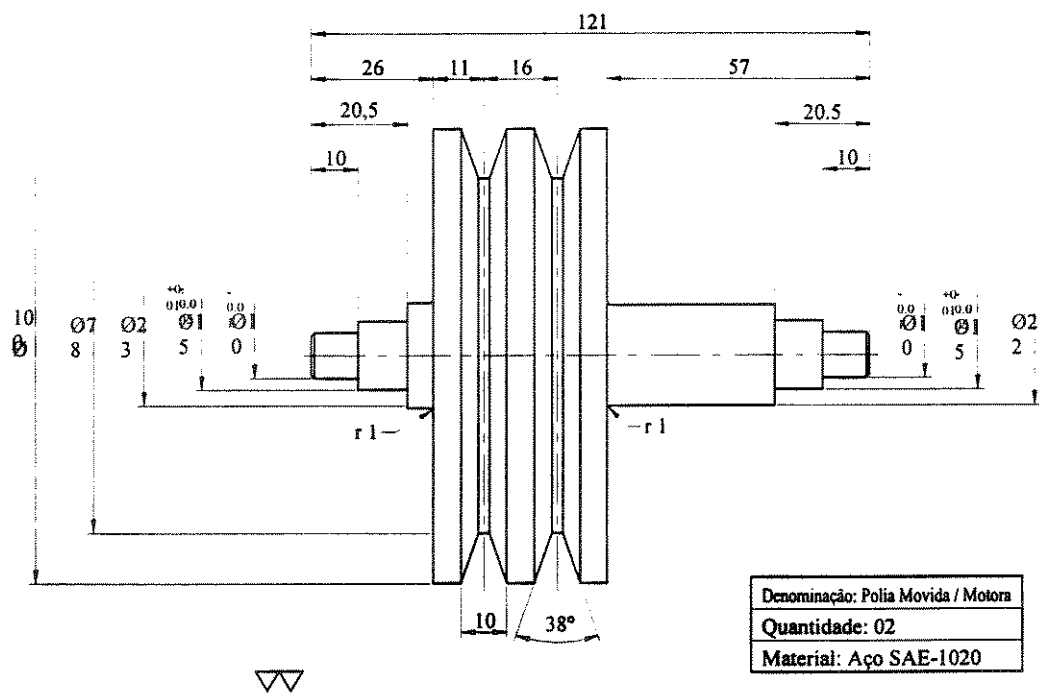
- Pal, C., Kayaba, N., Morishita, S., Hagiwara, I. Dynamic System Identification by Neural Network (A New Fast Learning Method Based on Error Back Propagation). *JSME International Journal*, series C, v. 38, n. 4, 1995.
- Pasricha, M. S., Carnegie, W. D. Diesel crankshaft failures in industry - A variable inertia aspect. *Journal of Sound and Vibration*, 78(3), p. 347-354, 1981.
- Pasricha, M. S., Carnegie, W. D. Formulation of the equations of dynamic motion including the effects of variable inertia on the torsional vibrations in reciprocating engines (part 1). *Journal of Sound and Vibration*, 66(2), p. 181-186, 1979.
- Rumelhart, D. E., Hinton, G. E., Williams, R. J. Learning Internal Representations by Error Propagation. *Explorations in the Microstructure of Cognition*, v. 1: Foundations. M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts, p. 318-362, 1986.
- Segawa, Y., Fujisawa, F., Shiohata, K., Shiga, M. Prevention of torsional vibration in fan motor shaft systems with multiblade fans (3rd report: Method of frequency control using correction weights. *Bulletin of the JSME*, v. 22, n. 171, p. 1307-1313, september 1979.
- Slotine, J. E.; Li, W. *Applied Nonlinear Control*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1991, 461 p.
- Takeshita, M., Matsukura, Y., Ishii, A. Estimation of impact input: Torque in rolling mill drive system when material enters the rolls. *Bulletin of the JSME*, v. 24, n. 192, p. 1037-1043, june 1981.
- Thomas, C. W., Jewik, H., Stratford, R. P. Torque amplification and torsional vibration in large reversing mill drives. *Iron and Steel Engineer*, p.55-73, may 1969.
- Ulsoy, A. G. Vibration control in rotating or translating elastic systems. *Trans. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*. v. 106, n. 1, p. 6-14, march 1984.

- Von Zuben, F. J., Netto, M. L. Exploring the Nonlinear Dynamic Behavior of Artificial Neural Networks. Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks, 1994. v. II, p. 1000-1005.
- Von Zuben, J. F. Modelos Paramétricos e Não-Paramétricos de Redes Neurais Artificiais e Aplicações. Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 1996. 243 p. Tese (Doutorado).
- Von Zuben, J. F. Redes Neurais Aplicadas ao Controle de Máquinas de Indução. Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 1993. 244 p. Tese (Mestrado).
- Werbos J. P. Backpropagation Through Time: What It Does and How to Do It. Proceedings of the IEEE, v. 78, n. 10, october 1990.
- Yanabe, S. Nonstationary vibration during acceleration through two critical speeds. *Bulletin of the JSME*, v. 24, n. 188, p. 405-412, february 1981.
- Yanabe, S. Vibration of a shaft passing through a critical speed (4th report). *Bulletin of the JSME*, v. 23, n. 180, p. 945-952, june 1980.
- Yanabe, S., Kikuchi, K., Kobayashi, S. Vibration of a shaft passing through several critical speeds. *Bulletin of the JSME*, v. 22, n. 164, p. 156-163, february 1979.
- Yang, M. S., Lee, S. G. Vibration Control of Smart Structures by Using Neural Networks. Trans. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, v. 119, march 1997.
- Yuan, M., Poo, N. A., Hong, S. G. Direct Neural Control System: Nonlinear Extension of Adaptive Control. IEEE Proc. Control Theory Appl., v. 142, n. 6, november 1995.
- Zajackowski, J. Torsional vibration of shafts coupled by mechanisms. *Journal of Sound and Vibration*, 116(2), p. 221-237, 1987.

Zindeluk, M., Scieszko, J. L., et al. Medidas de força e torque em laminadoras. Rio de Janeiro: COPPETEC/UFRJ, 1985. 317 p. Projeto COPPETEC: ET-1249.

Anexo II

Rotores



## Apêndice A

### Conceitos utilizados em sistemas dinâmicos

#### Definições

- **Planta** é uma parte de equipamento, eventualmente um conjunto de itens de uma máquina, que funcionam conjuntamente, cuja finalidade é desempenhar uma dada operação. Neste texto é designado qualquer objeto físico a ser controlado como uma planta.
- **Sistema** é uma combinação de componentes que atuam conjuntamente e realizam um certo objetivo. Um sistema não é limitado a algo físico. O conceito de sistema é aplicado a fenômenos abstratos (puramente matemáticos) ou dinâmicos (variação do sistema com o tempo).
- **Distúrbio** é um sinal que tende a afetar adversamente o valor da saída de um sistema. Se um distúrbio é gerado dentro do sistema, ele é denominado interno e um distúrbio externo é gerado fora do sistema e constitui uma entrada.
- **Controle realimentado** é uma operação que, na presença de distúrbios, tende a reduzir a diferença entre a saída de um sistema e a entrada de referência ou um estado desejado, arbitrariamente variado, e que opera com base nesta diferença.

- **Sistema de controle realimentado** é aquele que tende a manter uma relação prescrita entre a saída e a entrada de referência, comparando-as e utilizando a diferença como meio de controle.
- **Modelo matemático** é a descrição matemática das características dinâmicas de um sistema.
- **Elementos passivos e ativos:** alguns dos elementos em um sistema armazenam energia. Esta energia pode posteriormente ser introduzida no sistema. A quantidade de energia que pode ser introduzida não pode exceder a quantidade que o elemento armazenou e, a menos que um elemento tenha armazenado energia anteriormente, ele não pode fornecer qualquer energia para um sistema. Por esta razão, tais elementos são denominados elementos passivos. Por exemplo, as capacitâncias, resistências, indutâncias, massas, inércias, amortecedores e molas. Um sistema contendo apenas elementos passivos é denominado um sistema passivo. Um elemento físico que pode fornecer energia externa para um sistema é denominado um elemento ativo. Por exemplo, um amplificador é um elemento ativo desde que possui uma fonte de potência e supre potência ao sistema. Fontes de força externa, torque ou velocidade, fontes de tensão, ou corrente, etc., também são elementos ativos.
- **Sistema linear** é aquele no qual as equações do modelo são lineares. Uma equação diferencial é linear se, e somente se, cada termo da equação é de primeiro grau com relação a suas variáveis dependentes ou com relação a qualquer derivada de suas variáveis dependentes. A propriedade mais importante de sistemas lineares é que o princípio da superposição é aplicável.
- **Sistema não linear** é aquele no qual as equações do modelo são não lineares. Uma equação diferencial não linear é qualquer equação diferencial que não é linear com relação a alguma de suas variáveis dependentes. Sistemas físicos reais são geralmente não lineares e os chamados "sistemas lineares" são realmente lineares apenas em faixas limitadas de operação, o que induz uma forte motivação para o

desenvolvimento de sistemas não lineares. A maior parte da pesquisa em controle automático tem se concentrado em sistemas lineares, principalmente devido à carência de ferramentas adequadas para a análise de sistemas não lineares. Com isso, o controle de boa parte dos sistemas não lineares tem sido realizado através de uma aproximação linear para o sistema, seguido da aplicação da metodologia de controle linear. Considerando-se que qualquer não linearidade pode ser representada aproximadamente por uma série de Taylor truncada, caso a operação do sistema permaneça suficientemente próxima do estado em torno do qual o sistema foi linearizado, a aproximação linear pode ser adequada. No entanto, este procedimento pode resultar em um desempenho insatisfatório, especialmente se a não linearidade for significativa e a região de operação for ampla. Assim, uma representação não linear é desejada, e com a crescente disponibilidade de recursos por parte dos computadores digitais, torna-se cada vez mais viável.

- **Estado** de um sistema dinâmico é o menor conjunto de variáveis (chamadas variáveis de estado) tal que o conhecimento destas variáveis em  $t=t_0$ , juntamente com a entrada para  $t \geq t_0$ , determina completamente o comportamento do sistema para qualquer instante  $t \geq t_0$  (Ogata, 1997).
- **Variáveis de estado** é o menor conjunto de variáveis que determina o estado de um sistema dinâmico.
- **Vetor de estado:** se  $n$  variáveis de estado são necessárias para descrever completamente o comportamento de um dado sistema, então estas  $n$  variáveis de estado podem ser consideradas como as  $n$  componentes de um vetor  $\mathbf{x}(t)$ . Tal vetor é chamado de um vetor de estado. Um vetor de estado é portanto um vetor que determina unicamente o estado do sistema  $\mathbf{x}(t)$  para qualquer  $t \geq t_0$ , uma vez que a entrada para  $t \geq t_0$  é especificada (Ogata, 1977).
- **Espaço de estados:** o espaço  $n$ -dimensional cujos eixos de coordenadas são os eixos  $x_1, x_2, \dots, x_n$  é chamado de um espaço de estados. Qualquer estado pode ser representado por um ponto no espaço de estados (Ogata, 1977).



## Apêndice B

### Conceitos de sistemas de controle

#### 1 - Representação matricial das equações de estado em tempo contínuo

Sejam as  $n$  equações de estado de um sistema dinâmico de ordem  $n$  representadas como (Kuo, 1995)

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = f_i[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t), w_1(t), w_2(t), \dots, w_v(t)] \quad (\text{B.1})$$

onde  $i = 1, 2, \dots, n$ .  $x_i(t)$  representa a  $i$ -ésima variável de estado;  $u_j(t)$  a  $j$ -ésima entrada para  $j=1, 2, \dots, r$ ; e  $w(t)$  o  $k$ -ésimo distúrbio de entrada, com  $k=1, 2, \dots, v$ .

Sejam as variáveis  $y_1(t), y_2(t), \dots, y_p(t)$  as  $p$  variáveis de saída do sistema. Em geral, as variáveis de saída são funções das variáveis de estado e das variáveis de entrada. As equações de saída podem ser expressas como

$$y_j(t) = g_j[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t), w_1(t), w_2(t), \dots, w_v(t)] \quad (\text{B.2})$$

onde  $j = 1, 2, \dots, p$ .

O conjunto das  $n$  equações de estado nas Equação 1 e  $p$  equações de saída na Equação B.2 formam as equações dinâmicas que podem ser representadas como

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{w}(t)] \quad (\text{B.3})$$

para as  $n$  equações de estado, onde  $\mathbf{f}$  representa uma matriz coluna  $n \times 1$  que contém as funções  $f_1, f_2, \dots, f_n$  como elementos. Semelhantemente, as  $p$  equações de saída se tornam

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{w}(t)] \quad (\text{B.4})$$

onde  $\mathbf{g}$  indica uma matriz  $p \times 1$  que contém as funções  $g_1, g_2, \dots, g_p$  como elementos.

Para um sistema linear invariante no tempo, as equações dinâmicas são escritas como equações de estado

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\mathbf{w}(t) \quad (\text{B.5})$$

e equações de saída

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) + \mathbf{F}\mathbf{w}(t) \quad (\text{B.6})$$

onde  $\mathbf{A}$  é uma matriz de coeficientes  $n \times n$  com elementos constantes (matriz de estado);  $\mathbf{B}$  é uma matriz de coeficientes  $n \times r$  com elementos constantes (matriz de entrada);  $\mathbf{C}$  é uma matriz de coeficientes  $p \times n$  com elementos constantes;  $\mathbf{D}$  é uma matriz de coeficientes  $p \times r$  com elementos constantes;  $\mathbf{E}$  é uma matriz de coeficientes  $n \times \upsilon$  com elementos constantes;  $\mathbf{F}$  é uma matriz de coeficientes  $p \times \upsilon$  com elementos constantes.

A Equações B.5 e B.6 podem ser representadas de forma mais simples eliminando os termos de distúrbios, ou seja

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx} + \mathbf{Du}\end{aligned}\tag{B.7}$$

## 2 - A não-unicidade do conjunto de variáveis de estado

Seja um vetor de estados  $\mathbf{x}$  com componentes  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . É possível considerar outro vetor de estados  $\hat{\mathbf{x}}$  qualquer conjunto de valores  $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n$  tal que

$$\mathbf{x} = \mathbf{P}\hat{\mathbf{x}} \quad \text{para } \mathbf{P} \text{ não-singular}$$

Neste caso, baseando-se no conjunto de Equações B.7, a nova representação por espaço de estados assume a forma

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \mathbf{P}^{-1}\mathbf{AP}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{P}^{-1}\mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{CP}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{Du}\end{aligned}\tag{B.8}$$

As Equações B.7 e B.8 fornecem a mesma informação sobre o comportamento do sistema, já que seus polinômios característicos são idênticos. Este fato se deve à invariância dos autovalores sob uma transformação linear, e pode ser mostrado tomando o polinômio característico da Equação B.8 e sabendo que o determinante de um produto é o produto dos determinantes, chega-se a

$$\begin{aligned}|\lambda\mathbf{I} - \mathbf{P}^{-1}\mathbf{AP}| &= |\lambda\mathbf{P}^{-1}\mathbf{P} - \mathbf{P}^{-1}\mathbf{AP}| = |\mathbf{P}^{-1}(\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{P}| \\ &= |\mathbf{P}^{-1}||\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A}||\mathbf{P}| = |\mathbf{P}^{-1}||\mathbf{P}||\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A}| \\ &= |\mathbf{P}^{-1}\mathbf{P}||\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A}| = |\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A}|\end{aligned}$$

sendo  $\mathbf{I}$  a matriz identidade.

## 3 - Solução da equação de estado homogênea linear invariante no tempo

A solução pode ser escrita como (Ogata, 1997)

$$\mathbf{x}(t) = e^{At} \mathbf{x}(0) \quad \text{com} \quad e^{At} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k t^k}{k!} \quad (\text{B.9})$$

onde  $e^{At}$  representa a série de potências da matriz  $At$ .

Um método alternativo para a solução da equação homogênea pode ser encontrado aplicando-se a transformada de Laplace a ambos os lados da Equação B.7 sem o termo de entrada, obtendo

$$(s\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{X}(s) = \mathbf{x}(0) \Rightarrow \mathbf{X}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{x}(0)$$

e aplicando a transformada inversa de Laplace, chega-se a

$$L^{-1}[(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}] = \mathbf{I} + \mathbf{A}t + \frac{\mathbf{A}^2 t^2}{2!} + \frac{\mathbf{A}^3 t^3}{3!} + \dots = e^{At} \quad (\text{B.10})$$

#### 4 - Solução da equação de estado não-homogênea

A solução da Equação B.7 não-homogênea, para um tempo inicial  $t_0$  é dada por (Ogata, 1997)

$$\mathbf{x}(t) = e^{A(t-t_0)} \mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-s)} \mathbf{B} \mathbf{u}(s) ds \quad (\text{B.11})$$

#### 5 - Matriz de transição de estado

Uma vez que as equações de estado de um sistema linear não-homogêneo invariante no tempo são expressas na forma da Equação B.7, a solução destas equações dado o vetor de estado inicial  $\mathbf{x}(t_0)$ , o vetor de entradas  $\mathbf{u}(t)$  para  $t \geq t_0$  é dada pela matriz de transição de estados  $\phi(t)$  expressa como (Ogata, 1977; Kuo, 1995)

$$\mathbf{x}(t) = \phi(t - t_0)\mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^t \phi(t - s)\mathbf{B}\mathbf{u}(s)ds \quad (\text{B.12})$$

## 6 - Matriz de transferência

O conceito de matriz de transferência é uma extensão do conceito de função de transferência, e pode ser obtida aplicando-se a transformada de Laplace às equações de estado e de saída e expressando-as na forma de uma razão entre as transformadas de Laplace da saída e da entrada.

Considerando a representação por espaço de estados de um sistema de ordem  $n$ , com  $r$  entradas e  $p$  saídas dada pela Equação B.7 e aplicando a transformada de Laplace, obtém

$$\begin{aligned} s\mathbf{X}(s) - \mathbf{x}(0) &= \mathbf{A}\mathbf{X}(s) + \mathbf{B}\mathbf{U}(s) \\ \mathbf{Y}(s) &= \mathbf{C}\mathbf{X}(s) + \mathbf{D}\mathbf{U}(s) \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

A matriz de transferência é, então, expressa como

$$\frac{\mathbf{Y}(s)}{\mathbf{U}(s)} = \mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (\text{B.14})$$

## 7 - Equação de estado linear variante no tempo

Uma das vantagens da representação de sistemas dinâmicos por espaço de estados é que ela pode ser estendida a sistemas lineares variantes no tempo, adquirindo a forma

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}(t)\mathbf{x} + \mathbf{B}(t)\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}(t)\mathbf{x} + \mathbf{D}(t)\mathbf{u} \end{aligned} \quad \text{com} \quad \begin{matrix} \mathbf{A}^{n \times n}, \mathbf{B}^{n \times r} \\ \mathbf{C}^{p \times n}, \mathbf{D}^{p \times r} \end{matrix} \quad (\text{B.15})$$

Os resultados obtidos nas seções anteriores valem para o caso variante no tempo, desde que modificações a seguir sejam consideradas.

No caso variante no tempo, a matriz  $\phi(t)$  de transição de estados depende tanto de  $t$  como de  $t_0$ , e não da diferença  $t-t_0$ . Portanto, não é possível fazer sempre o tempo inicial igual a zero.

Também é importante compreender que, agora  $\phi(t)$  pode não ser dada como uma matriz exponencial. Considere a equação de estado homogênea

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x} \quad \text{com} \quad \mathbf{A}^{n \times n}$$

sua solução é dada por

$$\mathbf{x}(t) = \phi(t, t_0)\mathbf{x}(t_0)$$

onde  $\phi(t, t_0)$  é a matriz não-singular  $n \times n$  que satisfaz a seguinte equação diferencial

$$\dot{\phi}(t) = \mathbf{A}(t)\phi(t, t_0) \quad \text{com} \quad \phi(t, t_0) = \mathbf{I}$$

Desta forma, a matriz de transição de estados  $\phi(t, t_0)$  é dada por uma matriz exponencial se e somente se  $\mathbf{A}(t)$  e  $\int_{t_0}^t \mathbf{A}(s)ds$  comutam (Chen, 1984 apud Von Zuben, 1993).

Caso contrário,  $\phi(t, t_0)$  não pode ser expressa analiticamente em forma fechada.

## 8 - Sistemas lineares de tempo discreto por espaço de estados

A abordagem via espaço de estados para a análise de sistemas dinâmicos pode ser estendida para o caso de tempo discreto. A forma discreta da representação por espaço de estados é bastante análoga à forma contínua.

A representação por espaço de estados mais geral para sistemas lineares de tempo discreto é dada na forma

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{G}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{H}(k)\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}(k)\mathbf{u}(k) \end{aligned} \quad \text{com} \quad \begin{matrix} \mathbf{G}^{n \times n} & \mathbf{H}^{n \times r} \\ \mathbf{C}^{p \times n} & \mathbf{D}^{p \times r} \end{matrix} \quad (\text{B.16})$$

onde  $\mathbf{x}(k)$  é o vetor de estados,  $\mathbf{u}(k)$  é vetor de entrada, e  $\mathbf{y}(k)$  é o vetor de saída, cada um especificado em  $t=kT$ , onde  $k=0,1,2,\dots$  e  $T$  é o período de amostragem. Note que  $\mathbf{x}(k)$  denomina o vetor  $\mathbf{x}(t)$  em  $t=kT$ .

Além da existência de processos inerentemente de tempo discreto, cuja representação na forma de espaço de estados é adequadamente descrita pela Equação B.16, o tratamento via computador digital de processos de tempo contínuo requer a conversão das equações de estado de tempo contínuo para tempo discreto. Portanto, antes de analisar a Equação B.16, é interessante apresentar um método de discretização que permita a obtenção de um equivalente de tempo discreto para representações por espaço de estados de tempo contínuo.

## 9 - Discretização de equações de estado de tempo contínuo

A aplicação de computadores digitais no tratamento de processos físicos de tempo contínuo requer apenas uma descrição do processo em instantes de amostragem. O computador vai receber informações e atuar sobre um processo sempre em instantes discretos de tempo. Assim, o objetivo é desenvolver um modelo do processo de tempo contínuo que descreva seu comportamento apenas nos instantes de amostragem, sem considerar o comportamento entre duas amostras consecutivas. Este procedimento de análise pode simplificar muito o tratamento de processos de tempo contínuo via computador digital.

Dado o sistema de ordem  $n$  de tempo contínuo, é possível obter uma representação em tempo discreto que forneça valores exatos em  $t=kT$ ,  $k=0,1,2,\dots$

Considere a equação de estado de tempo contínuo

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (\text{B.17})$$

A representação de tempo discreto da Equação B.17 vai assumir a forma

$$\mathbf{x}((k+1)T) = \mathbf{G}(T)\mathbf{x}(kT) + \mathbf{H}(T)\mathbf{u}(kT) \quad (\text{B.18})$$

note que  $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{H}$  dependem do período de amostragem  $T$ .

Para determinar  $\mathbf{G}(T)$  e  $\mathbf{H}(T)$ , é necessário utilizar a solução da Equação B.17, dada pela Equação B.11, com  $t_0=0$

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}t}\mathbf{x}(0) + \int_0^t e^{\mathbf{A}(t-s)}\mathbf{B}\mathbf{u}(s)ds \quad (\text{B.19})$$

Supondo que todos os  $r$  componentes do vetor  $\mathbf{u}(t)$  são constantes no intervalo entre quaisquer dois instantes consecutivos de amostragem, então

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(kT) \quad \text{para} \quad kT \leq t < (K+1)T$$

e da Equação B.19

$$\mathbf{x}((k+1)T) = e^{\mathbf{A}(k+1)T}\mathbf{x}(0) + e^{\mathbf{A}(k+1)T} \int_0^{(k+1)T} e^{-\mathbf{A}s}\mathbf{B}\mathbf{u}(s)ds \quad (\text{B.20})$$

e

$$\mathbf{x}(kT) = e^{\mathbf{A}kT}\mathbf{x}(0) + e^{\mathbf{A}kT} \int_0^{kT} e^{-\mathbf{A}s}\mathbf{B}\mathbf{u}(s)ds \quad (\text{B.21})$$

multiplicando a Equação B.21 por  $e^{\mathbf{A}T}$  e subtraindo da Equação B.20, chega-se a

$$\mathbf{x}((k+1)T) = e^{\mathbf{A}T}\mathbf{x}(kT) + \int_0^T e^{\mathbf{A}\lambda}\mathbf{B}\mathbf{u}(kT)d\lambda \quad (\text{B.22})$$

onde  $\lambda = T - t$ .



Definindo

$$\mathbf{G}(T) = e^{\mathbf{A}T} \quad (\text{B.23})$$

$$\mathbf{H}(T) = \left( \int_0^T e^{\mathbf{A}t} dt \right) \mathbf{B} \quad (\text{B.24})$$

então a Equação B.22 assume a forma

$$\mathbf{x}((k+1)T) = \mathbf{G}(T)\mathbf{x}(kT) + \mathbf{H}(T)\mathbf{u}(kT) \quad (\text{B.25})$$

que é a Equação B.18. Portanto, as Equações B.23 e B.24 fornecem as matrizes  $\mathbf{G}(T)$  e  $\mathbf{H}(T)$  desejadas.

## 10 - Controle clássico

As técnicas de controle clássico foram desenvolvidas por volta dos anos 30. A maior parte das técnicas se concentra na abordagem de sistemas lineares de coeficientes constantes, com uma única saída e uma única entrada (SISO). As ferramentas matemáticas mais aplicadas são a transformada de Laplace e a transformada Z, com base na análise freqüencial e representação por função de transferência (Ogata, 1997).

Os controladores clássicos representam a grande maioria dos controladores em uso atualmente. Os dois tipos mais comum de controladores são o controlador por chaveamento entre limites ("bang-bang") e o controlador proporcional-integral-derivativo (PID), que ilustram o nível de sofisticação dos sistemas de controle atuais.

A principal característica dos controladores por chaveamento entre limites é a necessidade de existência de algum tipo de histerese ou zona morta em torno do ponto de operação, de forma a prevenir ciclos de chaveamento muito rápidos. A principal vantagem é o

baixo custo e a operação simples. A principal desvantagem é o fato de o sistema operar exatamente no ponto desejado.

Por outro lado, os controladores PID são geralmente utilizados quando é necessária uma maior precisão que a fornecida pelos controladores por chaveamento. A ação de controle, neste caso, é o resultado da soma ponderada do erro, da derivada do erro e da integral do erro. Estes controladores são muito utilizados em indústrias de manufatura e de processamento. Controladores PID são também utilizados em conjunto com outros tipos de controladores. A sua principal vantagem é o baixo custo dos componentes e a grande familiaridade por parte dos usuários com relação a sua operação. A principal desvantagem é que a escolha dos coeficientes de ponderação pode ser difícil, além do fato de que a ocorrência de mudanças nas condições de operação acabam por exigir um reajuste no valor destes coeficientes.

## 11 - Controle moderno

Controle moderno se refere-se às técnicas de controle desenvolvidas a partir do início dos anos 60. Dentre os conceitos que influenciaram substancialmente a pesquisa na área de controle neste período, pode-se citar o princípio do mínimo de Pontryagin, o princípio da programação dinâmica de Bellman e os filtros de Kalman-Bucy e Wiener. Combinados com os conceitos de realimentação, sensibilidade e estabilidade dinâmica, resultados abrangentes e de grande importância prática têm sido obtidos (Von Zuben, 1996).

Associadas a estes conceitos, encontram-se as teorias de controlabilidade, observabilidade e estabilização de sistemas dinâmicos lineares, baseadas nos conceitos de espaço de estados e realização de modelos de entrada-saída. A aplicação destas teorias, embora produza resultados impressionantes, tem sido limitada devido às hipóteses restritivas de que modelos matemáticos dos sistemas são completamente conhecidos e têm a forma de equações diferenciais lineares.

O aspecto fundamental da teoria de controle moderno é a análise no domínio do tempo utilizando modelos de variáveis de estado. A seguir, são apresentadas duas técnicas de controle moderno: controle ótimo e controle adaptativo.

Controle ótimo engloba uma variedade de técnicas de controle moderno, as quais têm em comum o objetivo de otimizar um índice de desempenho especificado para cada problema. Portanto, controle ótimo está baseado na aplicação de técnicas de otimização como programação dinâmica, programação linear e cálculo variacional. Geralmente devido à sua complexidade computacional, técnicas de controle ótimo são aplicadas anteriormente à fase de operação ("off-line"). Os requisitos para implementação de técnicas de controle ótimo englobam um modelo do sistema e uma medida escalar de desempenho. O planejamento de percursos de veículos espaciais é um exemplo de aplicação de técnicas de controle ótimo (Ogata, 1997).

Por outro lado, controle adaptativo combina estimação de parâmetros e controle, ambos em tempo real ("on-line"). A idéia básica é projetar controladores auto-ajustáveis com relação a mudanças no sistema. Exemplos de controladores adaptativos incluem planejamento de ganhos, sistemas adaptativos baseados em modelos de referência, reguladores auto-ajustáveis e outros controladores com aprendizado (Friedland, 1996; Åström, 1989).

Um sistema de controle adaptativo é aquele que mede, de forma contínua e automática, as características dinâmicas do sistema, compara-as com as características dinâmicas desejadas, e usa a diferença para variar os parâmetros ajustáveis do sistema (normalmente características do controlador) ou para gerar um sinal atuante, de tal forma que o desempenho ótimo pode ser mantido independentemente das mudanças ambientais; alternativamente, tal sistema pode continuamente medir seu próprio desempenho de acordo com um dado índice e modificar, se necessário, seus próprios parâmetros, de tal forma a manter desempenho ótimo independentemente de mudanças ambientais (Ogata, 1982).

## **12 - Controle moderno *versus* controle clássico**

A teoria de controle moderno é aplicável para sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO), que podem ser lineares ou não lineares, invariantes ou variantes no tempo, enquanto que a teoria de controle convencional só é aplicável para sistemas lineares invariantes no tempo de uma entrada e uma saída. Além disso, a teoria de controle moderno é

essencialmente uma abordagem no domínio do tempo, enquanto que a teoria de controle clássico é uma abordagem no domínio da frequência complexa (Ogata, 1997).

Há alguns anos a tendência em sistemas de engenharia é para maior complexidade, devido principalmente às necessidades de tarefas complexas e de boa precisão. Sistemas complexos podem ter múltiplas entradas e saídas e podem ser variantes no tempo. A teoria de controle moderno atende melhor à análise e ao projeto de sistemas de controle complexos em virtude da necessidade de satisfazer especificações cada vez mais rigorosas no desempenho de controle. Esta abordagem é baseada no conceito de estado.

### 13 - Estabilidade de sistemas dinâmicos

A estabilidade de um sistema é uma propriedade muito importante. No caso de sistemas físicos, a instabilidade vai significar, na melhor das hipóteses, um comportamento imprevisível e, na pior das hipóteses, uma falha irreversível e muitas vezes catastrófica. Para enfatizar este fato, B. Kuo classificou os sistemas dinâmicos como sendo viáveis para aplicação, se estáveis, e inviáveis, se instáveis (Kuo, 1995). Esta classificação é particularmente significativa no caso dos controladores automáticos. Um controlador pode prover estabilidade para um sistema instável ou desestabilizar um sistema estável. Portanto, estabilidade é um tópico importante no projeto de qualquer tipo de controlador.

Com o objetivo de apresentar uma definição formal do conceito de estabilidade em sistemas dinâmicos, será apresentado o conceito de estabilidade segundo Lyapunov. Considere um sistema dinâmico autônomo descrito pela seguinte equação diferencial

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t), \quad x(t_0) = x_0 \quad (\text{B.26})$$

onde  $x$  é o vetor de estados e  $t$  é o tempo. Então,  $x^e$  é um ponto de equilíbrio do sistema se  $f(x^e, t) = 0$  para todo  $t$ , ou seja, o sistema não altera o seu estado na ausência de forças externas resultantes. Definindo os conjuntos  $S(\mu)$  e  $S(\lambda)$  na forma

$$S(\mu) = \{x(t) \in \mathcal{R}^n : \|x(t) - x^e\| \leq \mu, \mu \geq 0, t \geq t_0\}$$

$$S(\lambda) = \{x_{(0)} \in \mathcal{R}^n : \|x_0 - x^e\| \leq \lambda, \lambda \geq 0\}$$

então,  $x^e$  é estável no sentido de Lyapunov se qualquer trajetória que tenha origem em  $S(\lambda)$  permanece em  $S(\mu)$  quando  $t \rightarrow \infty$  (figura B.1). Além disso,  $x^e$  é assintoticamente estável se qualquer trajetória com origem em  $S(\lambda)$  converge para  $x^e$ , sem abandonar  $S(\mu)$ , para  $t \rightarrow \infty$ .

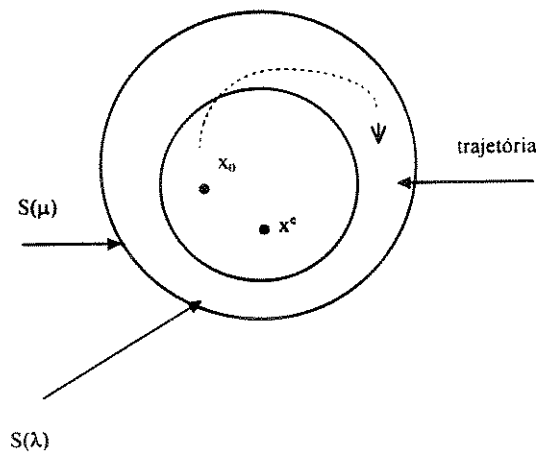


Figura B.1 - Estado de equilíbrio no sentido de Lyapunov

No caso de sistemas lineares, existem muitos métodos para se determinar estabilidade. Técnicas como Routh-Hurwitz, Nyquist, Lugar das Raízes e Diagramas de Bode são métodos muito conhecidos (Ogata, 1977; Kuo, 1995).

No entanto, provar estabilidade no caso de sistemas não lineares é uma tarefa muito mais difícil. Uma técnica empregada é baseada no segundo método de Lyapunov, um método direto para investigação da estabilidade da solução de uma equação diferencial não linear. O equilíbrio será estável se for possível encontrar uma função real  $V(x)$  no espaço de estados cujas curvas de nível englobem o ponto de equilíbrio tal que as derivadas das variáveis de

estado sempre apontem para o interior destas curvas de nível. O princípio básico está ilustrado na Figura B.2, onde o vetor de estados é de dimensão dois.

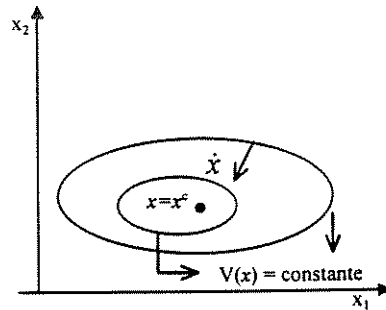


Figura B.2 - Ilustração do método de Lyapunov para investigação de estabilidade

A demonstração da estabilidade é obtida analisando-se o comportamento da função de Lyapunov no tempo. Utilizando os conhecimentos atualmente disponíveis, encontrar uma função de Lyapunov para um sistema não linear pode ser muito difícil (Von Zuben, 1993). Existem técnicas para algumas classes de sistemas, mas nenhum método geral para todos os sistemas.

No caso dos sistemas reais, a demonstração de estabilidade é ainda mais complicada, já que muitos sistemas reais apresentam não linearidade que não são modeladas matematicamente. Além disso, os parâmetros presentes no modelo matemático estão sujeitos a erros de medida. Devido a estes problemas, a prova de estabilidade para modelos matemáticos não garante a estabilidade para sistemas físicos reais. Portanto, nestes casos, a estabilidade é, de certa forma, mais uma questão de projeto e experimentação que propriamente de demonstração analítica.

## Apêndice C

### O método do gradiente

Dentre os métodos que utilizam diferenciação, o método do gradiente é o método mais simples de obtenção da direção da convergência, pois utiliza apenas informações de primeira ordem.

Seja  $N$  o número de exemplos de treinamento. O erro quadrático médio é dado por:

$$\varepsilon_{av} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \varepsilon(n) \quad (C.1)$$

o erro quadrático médio fornece a medida de desempenho de aprendizado do conjunto de treinamento. O objetivo do processo de aprendizagem é ajustar os parâmetros da rede de modo a minimizar  $\varepsilon_{av}$  (minimização global). Como não é possível minimizar o processo com o  $\varepsilon_{av}$ , é feita uma aproximação no ajuste dos parâmetros da rede, padrão a padrão, de forma a minimizar  $\varepsilon(n)$  em cada iteração (minimização local), e o erro quadrático médio é utilizado como critério de parada. A soma do quadrado dos erros pode ser escrita como:

$$\varepsilon(n) = \frac{1}{2} \sum_{j \in C} e_j^2(n) \quad (C.2)$$

onde  $C$  representa todos os neurônios na camada de saída da rede. O nível de atividade interna para o neurônio  $j$  é:

$$v_j(n) = \sum_{i=0}^p w_{ji}(n) y_i(n) \quad (C.3)$$

onde  $p$  é o número total de entradas aplicadas no neurônio  $j$ . Aplicando a regra da cadeia na expressão anterior:

$$\frac{\partial \epsilon(n)}{\partial w_{ji}(n)} = \frac{\partial \epsilon(n)}{\partial e_j(n)} \cdot \frac{\partial e_j(n)}{\partial y_j(n)} \frac{\partial y_j(n)}{\partial v_j(n)} \frac{\partial v_j(n)}{\partial w_{ji}(n)} \quad (C.4)$$

O gradiente  $\partial \epsilon(n) / \partial w_{ji}(n)$  representa um fator de sensibilidade, determinando a direção de busca para o ajuste dos pesos sinápticos, denominado gradiente local  $\delta_j(n)$  e pode ser definido por:

$$\delta_j(n) = e_j(n) \phi'(v_j(n)) \quad (C.5)$$

Os neurônios escondidos são também responsáveis por erros na saída da rede, logo o erro do neurônio escondido deve ser determinado em função dos erros de todos os neurônios conectados a ele. O gradiente local  $\delta_j(n)$  para os neurônios escondidos  $j$  é definido por:

$$\delta_j(n) = \phi'_j(v_j(n)) \sum_{k \in C} \delta_k(n) w_{kj}(n), \quad j \in H \quad (C.6)$$

$H$  : camada de neurônios escondidos que precede a camada de neurônios de saída.



O gradiente  $\delta_j(n)$ ,  $j \in H$  depende de  $\delta_k(n)$ ,  $k \in C$  e portanto, do erro  $e_k(n)$  e dos pesos sinápticos que conectam  $j$  a  $k \in C$ . O algoritmo de atualização dos pesos depende da camada em que o neurônio se situa.

A aproximação de 1ª ordem é muitas vezes responsável pela baixa taxa de convergência, principalmente em fases evoluídas do processo de ajuste, onde o erro é pequeno. Além disso, a utilização de taxas de ajuste arbitrárias (constantes normalizadas) faz com que o algoritmo perca eficiência e robustez. Neste caso, a inclusão do termo de momento é importante, à medida que o algoritmo de ajuste é forçado a considerar informações de 2ª ordem. Apesar deste fator positivo, a inclusão do termo de momento torna o algoritmo menos robusto ainda, pois é introduzido mais um parâmetro a ser definido arbitrariamente, já que não existem fundamentos teóricos que permitam a definição de métodos automáticos de ajuste. Este é um ponto crítico de algoritmos baseados no método do gradiente, já que os valores desses parâmetros acabam sendo decisivos para o sucesso do processo de treinamento.

## Apêndice D

### O método do gradiente conjugado

O método do gradiente conjugado é um procedimento intermediário entre o método do gradiente e o método de Newton. Exige menos cálculos que o método de Newton e apresenta taxas de convergência maiores que as do método do gradiente. Tal como o método de Newton, este método obtém soluções exatas para problemas quadráticos em um número finito de iterações.

Seja  $\mathbf{p}(n)$  a direção do vetor no instante  $n$ . Então o vetor de pesos da rede é evoluído de acordo com a seguinte equação:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \eta(n)\mathbf{p}(n) \quad (\text{D.1})$$

Considerando  $\mathbf{g}(n)$  o vetor gradiente, pode-se afirmar para o instante inicial  $n = 0$  que

$$\mathbf{p}(0) = -\mathbf{g}(0) \quad (\text{D.2})$$

e a evolução do vetor direção é dada pela combinação linear do vetor gradiente atual e o vetor direção anterior, isto é:

$$\mathbf{p}(n+1) = -\mathbf{g}(n+1) + \beta(n)\mathbf{p}(n) \quad (\text{D.3})$$

onde  $\beta(n)$  é um parâmetro variante no tempo. Este coeficiente da combinação linear pode ser calculado por diversas regras produzindo resultados equivalentes para funções quadráticas, entre elas (Haykin, 1994):

- fórmula de Fletcher-Reeves:

$$\beta(n) = \frac{\mathbf{g}^T(n+1)\mathbf{g}(n+1)}{\mathbf{g}^T(n)\mathbf{g}(n)} \quad (\text{D.4})$$

- fórmula de Polak-Ribière :

$$\beta(n) = \frac{\mathbf{g}^T(n+1)\mathbf{g}(n+1) - \mathbf{g}^T(n)\mathbf{g}(n)}{\mathbf{g}^T(n)\mathbf{g}(n)} \quad (\text{D.5})$$

O cálculo da taxa de aprendizagem  $\eta(n)$  para minimizar a função custo  $\varepsilon_{av} = (\mathbf{w}(n) + \eta\mathbf{p}(n))$  pode ser definido por (Haykin, 1994):

$$\eta(n) = \arg \min_{\eta} \{ \varepsilon_{av}(\mathbf{w}(n) + \eta\mathbf{p}(n)) \} \quad (\text{D.6})$$

## Apêndice E

### Desenvolvimento da modelagem teórica

A figura 4.1 do capítulo 4 que representa a bancada experimental pode ser também representada pelo seguinte diagrama de corpo livre:

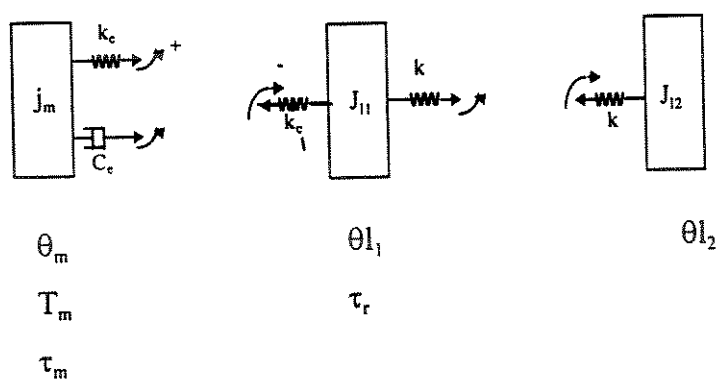


Figura E.1 - Diagrama de corpo livre

onde:

$j_m$ : inércia do motor

$j_{l1}$  e  $j_{l2}$ : inércias de rotação

$C_e$ : coeficiente de amortecimento viscoso equivalente

$k_c$ : constante de rigidez torcional do acoplamento

$k_t$ : constante de rigidez torcional do eixo flexível

$\theta_m$ : deslocamento angular da inércia do motor

$\theta_c$ : deslocamento torcional do acoplamento

$\theta_t$ : deslocamento torcional do eixo flexível

$T_m$ : torque da armadura do motor

$\tau_m$ : torque no motor

$\tau_r$ : torque na inércia da planta (rotor)

pode-se afirmar que:  $n = \frac{r_r}{r_p} = \frac{\theta_m}{\theta_{11}}$

onde:

$n$ : relação de transmissão

$r_r$ : raio da inércia do rotor (polia movida)

$r_p$ : raio da polia motora

Chamando de  $f$  os esforços de tração e compressão polia/rotor devido a ação da correia pode-se afirmar que:

$$f = k(r_p\theta_m - r_r\theta_{11}) \quad (E.1)$$

portanto, o torque no motor é dado por:  $\tau_m = fr_p$

e o torque no rotor por:  $\tau_r = fr_r$

logo:

$$\tau_m = k(r_p^2\theta_m - r_p r_r\theta_{11}) \quad (E.2)$$

$$\tau_r = k(r_r r_p\theta_m - r_r^2\theta_{11}) \quad (E.3)$$

De acordo com a figura E.1 pode-se escrever:

$$j_m\ddot{\theta}_m + C_e\dot{\theta}_m + \tau_m - T_m = 0 \quad (E.4)$$

$$j_{11}\ddot{\theta}_{11} - \tau_r + k_t(\theta_{11} - \theta_{12}) = 0 \quad (E.5)$$

$$j_{12}\ddot{\theta}_{12} - kt(\theta_{11} - \theta_{12}) = 0 \quad (E.6)$$

Lembrando que  $r_r = nr_p$  e substituindo nas equações E.2 e E.3, obtem:

$$\tau_m = k(r_p^2 \theta_m - nr_p^2 \theta_{11}) \quad (E.7)$$

$$\tau_r = k(nr_p^2 \theta_m - n^2 r_p^2 \theta_{11}) \quad (E.8)$$

Substituindo  $\tau_m$  e  $\tau_r$  nas equações dinâmicas E.4, E.5 e E.6 chega-se a:

$$j_m \ddot{\theta}_m + C_e \dot{\theta}_m + k_c (\theta_m - n\theta_{11}) = T_m \quad (E.9)$$

$$j_{11} \ddot{\theta}_{11} - nk_c (\theta_m - n\theta_{11}) + k_t (\theta_{11} - \theta_{12}) = 0 \quad (E.10)$$

$$j_{12} \ddot{\theta}_{12} - kt (\theta_{11} - \theta_{12}) = 0 \quad (E.11)$$

onde  $k_c$  representa a constante de rigidez torcional do acoplamento sendo estabelecida através dos esforços de tração e compressão entre a correia e as polias (motora e movida) obtendo uma combinação com a sua correspondente rigidez linear  $k$  na seguinte equação:

$$k_c = kr_p^2$$

Fazendo  $\theta_m - n\theta_{11} = \theta_c$ ,  $\theta_{11} - \theta_{12} = \theta_t$ ,  $j_{11} = j_{12} = j_l$  e subtraindo a equação E.10 da equação E.9, chega-se a:

$$\ddot{\theta}_c + (n-1)\ddot{\theta}_{11} + \frac{C_e}{j_m} \dot{\theta}_m + \frac{(j_l + nj_m)k_c}{j_m j_l} \theta_c - \frac{k_t}{j_l} \theta_t = \frac{T_m}{j_m} \quad (E.12)$$

Da equação E.10 tem-se que  $\ddot{\theta}_{11} = \frac{nk_c}{j_l} \theta_c - \frac{k_t}{j_l} \theta_t$  que substituindo na equação E.12 obtém:

$$\ddot{\theta}_c + \frac{(n^2 j_m + j_l)k_c}{j_m j_l} \theta_c - \frac{(n-2)k_t}{j_l} \theta_t + \frac{C_e}{j_m} \dot{\theta}_m = \frac{T_m}{j_m} \quad (E.13)$$

De modo análogo, subtraindo a equação E.11 da equação E.10 e efetuando as substituições indicadas acima, chega-se a:

$$\ddot{\theta}_t + \frac{2k_t}{j_l} \theta_t - \frac{nk_c}{j_l} \theta_c = 0 \quad (\text{E.14})$$

Logo o sistema mecânico pode ser representado pelo conjunto de equações E.9, E.13 e E14, ou seja:

$$\ddot{\theta}_m + \frac{C_e}{j_m} \dot{\theta}_m + \frac{k_c}{j_m} \theta_c = \frac{K_a}{j_m} I \quad (\text{E.15})$$

$$\ddot{\theta}_c + \frac{(n^2 j_m + j_l) k_c}{j_m j_l} \theta_c - \frac{(n-2)k_t}{j_l} \theta_t + \frac{C_e}{j_m} \dot{\theta}_m = \frac{K_a}{j_m} I \quad (\text{E.16})$$

$$\ddot{\theta}_t + \frac{2k_t}{j_l} \theta_t - \frac{nk_c}{j_l} \theta_c = 0 \quad (\text{E.17})$$

O sistema mecânico poderia ser representado apenas pelas equações E.16 e E.17. Porém é de interesse manter a variável  $\dot{\theta}_m$  (velocidade angular do motor) devido ao amortecimento viscoso equivalente considerado no modelo. Além disso a leitura do “encoder” em  $j_l$  é função direta de  $\dot{\theta}_m$  através da relação de transmissão  $n$  e ainda  $\dot{\theta}_m$  aparece como termo da equação E.16 ligada ao amortecimento. O modelo será também representado pelo sistema elétrico o que faz reforçar a presença da velocidade angular do motor,  $\dot{\theta}_m$ , compondo a força contra-eletromotriz.

A vibração torcional surge da oscilação de torque ou de corrente elétrica, originando portanto, uma variação da corrente ( $\Delta I$ ) e conseqüentemente uma variação da velocidade angular do motor ( $\Delta \dot{\theta}_m$ ). Torna-se conveniente então substituir estas variáveis nas equações do modelo, visto que a informação fornecida pelos extensômetros elétricos representam exatamente estas oscilações.

Então pode-se dizer que:

$$I = \Delta I + I_0 \quad \Rightarrow \quad \dot{I} = \Delta \dot{I}$$

$$\dot{\theta}_m = \Delta \dot{\theta}_m + \omega_0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{\theta}_m = \Delta \ddot{\theta}_m$$

O sistema elétrico pode ser representado pela seguinte equação:

$$L\dot{I} + RI + V_b = V_a$$

onde:

$L$ : Indutância magnética

$I$ : corrente elétrica

$R$ : resistência elétrica da armadura do motor

$V_b$ : força contra-eletromotriz

$V_a$ : tensão na armadura do motor

Sendo  $V_b = k_b \dot{\theta}_m$ , vem

$$\dot{I} + \frac{k_b}{L} \dot{\theta}_m + \frac{R}{L} I = \frac{1}{L} V_a \quad (\text{E.18})$$

Logo o sistema completo pode ser representado pelo seguinte conjunto de equações:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{I} + \frac{k_b}{L} (\Delta \dot{\theta}_m + w_0) + \frac{R}{L} (\Delta I + I_0) &= \frac{1}{L} V_a \\ \Delta \ddot{\theta}_m + \frac{C_e}{j_m} (\Delta \dot{\theta}_m + w_0) + \frac{k_c}{j_m} \theta_c &= \frac{k_a}{j_m} (\Delta I + I_0) \\ \ddot{\theta}_c + \frac{(n^2 j_m + j_l) k_c}{j_m j_l} \theta_c - \frac{(n-2) k_t}{j_l} \theta_t + \frac{C_e}{j_m} (\Delta \dot{\theta}_m + w_0) &= \frac{k_a}{j_m} (\Delta I + I_0) \\ \ddot{\theta}_t + \frac{2k_t}{j_l} \theta_t - \frac{nk_c}{j_l} \theta_c &= 0 \end{aligned} \quad (\text{E.19})$$

onde:

$\Delta I$ : oscilação da corrente elétrica

$I_0$ : corrente do motor em regime

$k_b$ : constante de força contra-eletromotriz

$k_a$ : constante da armadura do motor

$\Delta \theta_m$ : oscilação do deslocamento angular do motor

$w_0$ : velocidade angular do motor em regime



O modelo de estado é formado a partir do seguinte vetor de estado:

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \Delta I \\ \Delta \dot{\theta}_m \\ \theta_c \\ \dot{\theta}_c \\ \theta_t \\ \dot{\theta}_t \end{Bmatrix} \quad (\text{E.20})$$

A matriz de estado é dada por (E.21):

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{k_b}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_a}{j_m} & -\frac{C_e}{j_m} & -\frac{k_c}{j_m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_a}{j_m} & -\frac{C_e}{j_m} & -\left(\frac{n^2 j_m + j_l}{j_m j_l}\right) k_c & 0 & \frac{(n-2)}{j_l} k_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{nk_c}{j_l} & 0 & -\frac{2k_t}{j_l} & 0 \end{bmatrix}$$

O vetor de entradas é:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{k_b + R - 1}{L}\right) \\ -\left(\frac{C_e - k_a}{j_m}\right) \\ 0 \\ -\left(\frac{C_e - k_a}{j_m}\right) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{E.22})$$

A saída do sistema é dada por  $\mathbf{y} = \mathbf{c}\mathbf{x}$ , ou seja:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta I \\ \Delta \dot{\theta}_m \\ \theta_c \\ \dot{\theta}_c \\ \theta_t \\ \dot{\theta}_t \end{Bmatrix} \quad (\text{E.23})$$