

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS**

Uma Análise Fenomenológica da Operação de Bomba Centrífuga com Escoamento Bifásico

Autor: **Valdir Estevam**

Orientador: **Prof. Dr. Fernando de Almeida França**

03/2002

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS**

Uma Análise Fenomenológica da Operação de Bomba Centrífuga com Escoamento Bifásico

Autor: **Valdir Estevam**

Orientador: **Prof. Dr. Fernando de Almeida França**

Curso: Ciências e Engenharia de Petróleo

Tese de doutorado apresentada à Sub-comissão de Pós-Graduação Interdisciplinar de Ciências e Engenharia de Petróleo (FEM e IG), como requisito para a obtenção do título de Doutor em Ciências e Engenharia de Petróleo.

Campinas, 2002

S.P. – Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DA ÁREA DE
ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Es85a Estevam, Valdir
 Uma análise fenomenológica da operação de bomba
 centrífuga com escoamento bifásico / Valdir Estevam. --
 Campinas, SP: [s.n.], 2002.

 Orientador: Fernando de Almeida França.
 Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas,
 Faculdade de Engenharia Mecânica.

 1. Bombas centrífugas. 2. Escoamento bifásico. 3. Gás.
 4. Rotores – Dinâmica. 5. Escoamento instável- (Dinâmica
 dos fluidos). I. França, Fernando de Almeida II.
 Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
 Engenharia Mecânica. III. Título.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS**

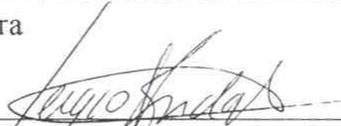
TESE DE DOUTORADO

**Uma Análise Fenomenológica da Operação de
Bomba Centrífuga com Escoamento Bifásico**

Autor: **Valdir Estevam**

Orientador: **Prof. Dr. Fernando de Almeida França**

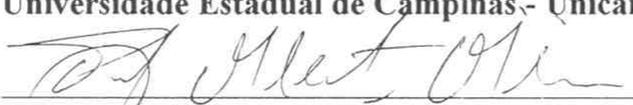
Banca Examinadora



**Prof. Dr. Sérgio Nascimento Bordalo – Presidente
Universidade Estadual de Campinas - Unicamp**



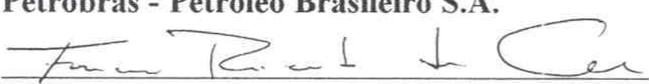
**Prof. Dr. Antonio Carlos Bannwart
Universidade Estadual de Campinas - Unicamp**



**Prof. Dr. Paulo Roberto Ribeiro
Universidade Estadual de Campinas - Unicamp**



**Prof. Dr. Paulo Moreira de Carvalho
Petrobras - Petróleo Brasileiro S.A.**



**Prof. Dr. Francisco Ricardo da Cunha
Universidade de Brasília - UnB**

Campinas, 29 de Outubro de 2002

Dedicatória

Dedico este trabalho às minhas queridas Ecila e Lívia!

Agradecimentos

Quero agradecer em primeiro lugar à Petrobrás por ter oferecido essa oportunidade de fazer o curso de doutorado.

Quero agradecer a todas as pessoas, colegas do departamento, que colaboraram para que eu conseguisse realizar este trabalho e em especial:

Ao meu orientador, o Prof. França, pelo incentivo, boa vontade e auxílio no atendimento às dúvidas.

Ao Prof. Eugênio E. Rosa, pela sua contribuição através de idéias e sugestões e ajuda no encaminhamento das montagens de laboratório.

Ao Eng. Marcelo Morandin e ao Técnico de laboratório Alcimar Ferreira, pela execução e auxílio nas montagens de laboratório.

Aos colegas Ricardo Mazza e Silvio Gonçalves Dias pelo auxílio prestado na realização da parte experimental dessa tese.

Aos colegas da Petrobrás, José Roberto Fagundes Neto e Francisco Alhanati, pelas sugestões que permitiram melhorar esse trabalho.

Resumo

ESTEVAM, Valdir. *Uma Análise Fenomenológica da Operação de Bomba Centrífuga com escoamento Bifásico*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2002. 265 p. Tese (Doutorado)

O presente trabalho trata da análise do escoamento bifásico água/ar no interior do canal do rotor e difusor de uma bomba centrífuga, enfatizando a representação genérica da curva da bomba e os fenômenos que reduzem ou mesmo anulam seu desempenho, como a formação do bolsão de gás (bolha) na entrada do rotor, o “*surging*” e o bloqueio de gás. É realizado, inicialmente, um experimento que permitiu identificar fenômeno físico real que ocorre no canal do impelidor. Observa-se um escoamento em bolhas dispersas ou uma região onde existe a presença de uma bolha estacionária determinando um escoamento estratificado e, uma outra a seguir com escoamento em bolhas dispersas. Essa observação direcionou o modelo fenomenológico desenvolvido. Aplicou-se o modelo de dois fluidos e obteve-se números adimensionais que indicam qual tipo de escoamento irá ocorrer no canal do rotor. Para validar e ajustar o modelo teórico, foi montado um experimento com uma bomba centrífuga convencional com dois estágios e adquiridos cerca de duzentos pontos das seguintes variáveis: fração de vazio na entrada da bomba, vazões de líquido e de gás, pressão na entrada e saída de cada estágio, rotação do motor e torque no eixo da bomba. Os testes abrangeram o seguinte universo de aplicação: rotação do motor entre 400 rpm e 1000 rpm; vazão de água entre 10 e 30 m³/h; vazão de ar entre 0,5 e 5 m³/h; fração de vazio entre 0 e 15%. Os resultados do modelo foram comparados com os valores medidos em laboratório e com valores provenientes de outros experimentos divulgados na literatura. Por meio dessa modelagem pode-se realizar o mapeamento operacional da bomba centrífuga quando em escoamento bifásico. Pode-se explicar também a redução do desempenho da bomba, o *surging* e o bloqueio de gás e obter as curvas características da bomba na presença de gás livre no seu interior.

Palavras Chave: bomba centrífuga, escoamento bifásico, *surging*, bloqueio de gás, escoamento em bomba com gás livre

Abstract

ESTEVA, Valdir. *A Phenomenological Analysis about centrifugal pump in two-phase flow operation*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2002. 265 p. Thesis (PhD)

The present work developed an unidimensional model of the two-phase flow (air-water) inside impellers and the difusor of a centrifugal pump. It was accomplished the assembly of an experiment that happens in the channel of the impeller initially: an area where there is a stationary bubble determining a stratified flow and another area with dispersed bubble flow. That observation addressed the model developed phenomenological. The two fluids model was applied and some adimensional numbers are obtained. That numbers indicate which drainage type will happen in the impellers. To validate and to adjust the theoretical model, an experiment was set up with a conventional centrifugal pump with two stages. It was acquired about two hundred point of the following variables: void fraction in the inlet of the pump, liquid and gas flow rates, inlet and outlet pressure, motor speed and pump axis torque.. These tests included the following application ranges: motor speed between 400 rpm to 1000 rpm; water flow rate between 10 to 30 m³/d; air flow rate between 0,5 to 5 m³/h; void fraction between 0 to 15%. The results were compared with the values measured in laboratory and with available values of other experiments published in the literature. Through that model, it's possible to take the operational performance of the centrifugal pump and explain the surging in pump, as well as, to obtain the performance curves with free gas.

Key Words

-Centrifugal Pump, two-phase flow, impeller, *surging*, gas lock

Índice

Lista de Figuras	i
Lista de Tabelas	viii
Nomenclatura	xi
CAPÍTULO 1- INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2- REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1 – Conclusões	12
CAPÍTULO 3 - DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL	13
3.1 – Facilidades experimentais	13
3.1.1 – Bomba com Rotor e Difusor transparentes em escala	13
3.1.2 – Simulador de BCS	15
3.2 – Procedimentos Experimentais	21
3.2.1 – Bomba com Rotor e Difusor transparentes em escala	21
3.2.2 – Simulador de BCS	23
3.3 – Medição da fração de vazão	23
3.4 – Coleta de Dados – escoamento bifásico	26
3.5 – Resultados experimentais	27
3.5.1 – Simulador de BCS	27
CAPÍTULO 4- MODELAGEM DO ESCOAMENTO	39
4.1 – escoamento monofásico	39
4.2 – escoamento bifásico	44
4.2.1 – Mapeamento das condições operacionais da bomba	48
4.2.2 – escoamento em bolhas dispersas em todo o canal	65

4.2.3 – escoamento com bolha estacionária e bolhas dispersas	66
4.2.4 – Obtenção da densidade da mistura e do comprimento da bolha estacionária	68
4.2.5 – Correlações obtidas	76
4.2.6 – Modelo proposto	79
CAPÍTULO 5 – RESULTADOS DO MODELO: COMPARAÇÃO COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	82
5.1 – escoamento Monofásico	82
5.2 – escoamento bifásico em bolhas dispersas em todo o canal do rotor	84
5.3 – escoamento bifásico com regime estratificado e bolhas dispersas	86
5.4 – Aplicação do modelo proposto em outras bombas	92
5.5 – Comparação do modelo proposto com outros modelos	98
5.6 – Considerações finais	100
CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	102
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	106
APÊNDICES	
A – CONHECIMENTOS GERAIS SOBRE BOMBAS CENTRÍFUGAS	112
B – CALIBRAÇÃO DOS INSTRUMENTOS	122
C – OBTENÇÃO DOS COEFICIENTES DE PERDA DE CARGA NO ESCOAMENTO EM UM CANAL DE UMA BOMBA CENTRÍFUGA	131
D – DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE ARRASTO C_D , FRONTEIRAS PARA O <i>SURGING</i> E BLOQUEIO DE GÁS E CORRELAÇÃO PARA r_b	146
E – OBTENÇÃO DA EQUAÇÃO PARA O ESCOAMENTO ESTRATIFICADO	158
F – CORREÇÃO DA FRAÇÃO DE VAZIO NA PARTE ATIVA DO ROTOR	172
G - COMPARAÇÃO COM MODELO DE INCIDÊNCIA DE JATOS	177

H – ANÁLISE DE ERRO NA OBTENÇÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS	182
---	-----

ANEXOS

ANEXO I – TABELAS	188
ANEXO II – FIGURAS	219
ANEXO III – PROGRAMAS	230
ANEXO IV – FOTOS	253

Lista de Figuras

Figura 1.1 – Poço de petróleo equipado com Bombeio Centrífugo Submerso (BCS)	01
Figura 3.1 –Montagem da bomba com Rotor transparente em escala	14
Figura 3.2 – Bomba de teste Ita 65-330/2	16
Figura 3.3 – Vista vertical da instalação do simulador BCS	17
Figura 3.4 – Vista geral da montagem do simulador BCS	19
Figura 3.5 – Evolução da formação da bolha alongada no canal do rotor a) 800 rpm b) 500 rpm.....	22
Figura 3.6 – Esquema de instalação da sonda elétrica	24
Figura 3.7 – Sinal elétrico típico enviado pela sonda	25
Figura 3.8 – Posicionamento da sonda elétrica na seção reta da tubulação	26
Figura 3.9 – Bomba <i>Booster</i> – Curva de altura de elevação – 300 até 1750 rpm	29
Figura 3.10 – Bomba Teste- Curva de altura de elevação – 400 até 1000 rpm	30
Figura 3.11 – Bomba Teste- Curva de Potência útil – 400 até 1000 rpm	30
Figura 3.12 – Bomba Teste- Curva de Eficiência – 400 até 1000 rpm	31
Figura 3.13 – Mapeamento da fração de vazio	33
Figura 3.14 – Valores medidos de diferença de pressão 2º estágio – 1000 rpm	34
Figura 3.15 – Potência no eixo para 400 a 1000 rpm e fração de vazio 0% e 10,3%	36
Figura 3.16 – Potência útil para 400 a 1000 rpm e fração de vazio 0% e 10,3%	37
Figura 3.17 – Eficiência total x Q^* para 400 a 1000 rpm e fração de vazio 0% e 10,3%	38
Figura 4.1 – Canal do rotor com linha de corrente de referência	40
Figura 4.2 – Largura e velocidades no canal do rotor	41
Figura 4.3 – Triângulo de velocidades idealizado na saída do canal do rotor	41

Figura 4.4 – Corte do rotor mostrando a bolha alongada e a região com escoamento em bolhas dispersas	47
Figura 4.5 – Vista lateral e de topo do canal do rotor de bomba centrífuga com os regimes de escoamento característicos quando ocorre <i>surging</i> e bloqueio de gás	47
Figura 4.6 – Mapeamento das condições operacionais da bomba centrífuga – escoamento bifásico 2º estágio 1000 rpm – valores medidos	49
Figura 4.7 – Canal do rotor mostrando elemento infinitesimal de comprimento ds	53
Figura 4.8 – Valores calculados de I_S e $(1-\alpha)$ para início de <i>surging</i> nas condições de entrada do canal do estágio (bomba Ita 330/2), operando com água e ar, rotação entre 400 a 1000 rpm	64
Figura 4.9 – Mapeamento dos padrões de escoamento bifásico no canal do rotor de uma bomba centrífuga (Ita 330/2), operando com água e ar, 400 a 1000 rpm, indicando as fronteiras para a ocorrência de <i>surging</i> e bloqueio de gás no canal do rotor	65
Figura 4.10 – Fluxograma de cálculo para a obtenção de r_b e ρ_m : Método Simplificado	72
Figura 4.11 – Diâmetro máximo de bolhas: comparação entre valores medidos e calculados	74
Figura 4.12 – Distribuição de bolhas segundo Murakami e Minemura (1985) na saída do canal.....	75
Figura 4.13 – Relação do volume de bolhas com o seu diâmetro relativo.....	75
Figura 4.14 – Fluxograma de cálculo para a obtenção de r_b e ρ_m : Método Distribuição de bolhas	76
Figura 4.14 – Correlação para a determinação de r_b : Método Simplificado	78
Figura 4.15 – Correlação para a determinação de r_b : Método Distribuição de bolhas	78
Figura 4.16 – Fluxograma para obtenção de r_b e Δp - Modelo proposto	81
Figura 5.1 – Comparação entre os valores medidos e calculados de H^* para 1º e 2º estágios- escoamento monofásico.....	83
Figura 5.2 – Verificação da ocorrência do <i>surging</i> – 1º estágio bomba teste	85
Figura 5.3 –Valores medidos e calculados de H^* escoamento em bolhas dispersas- bomba teste	85
Figura 5.4 – Valores medidos e calculados de diferença de pressão- C_{Dr}/d_b com $Fr\omega_{r_b}$ e C_D com Re	87
Figura 5.5 –Variação do diâmetro das bolhas d_{bc} com Q^* - 1º e 2º estágios, 400 a 1000 rpm,	

Fração de vazio de 2,7% até 15,3%	87
Figura 5.6 –Variação do diâmetro das bolhas d_{bc} com Q_L , para 400 a 1000 rpm, fração de vazio de 2,7% até 15,3%	88
Figura 5.7 –Escoamento bifásico- Variação do tamanho da bolha estacionária com Q_L para todos os valores de rotação e fração de vazio estudados	89
Figura 5.8 – Valores de diferença de pressão medidos e calculados por correlação para escoamento estratificado e bolhas dispersas	90
Figura 5.9 – Escoamento monofásico bomba Centrilift GC6100	93
Figura 5.10 – Valores medidos e calculados de H^* escoamento monofásico bomba GC6100	93
Figura 5.11 – Valores medidos e calculados de diferença de pressão- escoamento monofásico bomba Centrilift GC6100	94
Figura 5.12 – Fronteira do <i>surging</i> – comparação bomba teste com Centrilift GC6100.....	95
Figura 5.13 – Bloqueio de gás – comparação bomba teste com Centrilift GC6100	95
Figura 5.14 – Valores medidos e calculados de H^* - Escoamento em bolhas dispersas em todo o canal - bomba Centrilift GC6100	96
Figura 5.15 – Valores medidos e calculados de H^* - Escoamento estratificado + bolhas dispersas (<i>surging</i> e bloqueio de gás) bomba Centrilift GC6100 Modelo Distribuição de bolhas	97
Figura 5.16 – Valores medidos e calculados de H^* escoamento estratificado + bolhas dispersas (<i>surging</i> e bloqueio de gás) bomba Centrilift GC6100 Modelo Simplificado	97
Figura 5.17 – Valores medidos e calculados de diferença de pressão - escoamento em bolhas dispersas e estratificado + bolhas dispersas bomba Centrilift GC6100.....	98
Figura 5.18 – Valores de diferença de pressão medidos e calculados por modelo proposto e modelo de Furuya – bolhas dispersas – 1º estágio	99
Figura A1 – Triângulo de velocidades da saída do canal do impelidor	112
Figura A2 – Efeito do escorregamento na saída do canal do impelidor	114
Figura A3 – Curva teórica e real de altura de elevação x vazão	115
Figura A4 – Curva de Potência motriz e útil x vazão de líquido	116
Figura B1 – Valores de Coeficiente de descarga (C_d) e de expansão (Y) placa de orifício 2,5 mm	124

Figura B2 – Curva de Calibração Pressão (P_{dif}) bomba <i>booster</i>	127
Figura B3 – Curva de Calibração Pressão (P_{dif}) sucção/1º Estágio	127
Figura B4 – Curva de Calibração Pressão (P_{dif}) 1º Estágio/2º Estágio	128
Figura B5 – Curva de Calibração Pressão (P_{abs}) 2º Estágio/recalque	128
Figura B6 - Curva de calibração Pressão (P_{dif}) placa de orifício	129
Figura B7 – Curva de Calibração Pressão (P_{abs}) .placa de orifício	129
Figura B8 – Curva de Calibração do Torquímetro	130
Figura B9 – Curva de Calibração do Vortex	130
Figura C1 – Ajuste curva de desempenho do 2º estágio bomba teste	134
Figura C2 – Perda de carga por atrito no canal da bomba teste 1º estágio – 1000 rpm	136
Figura C3 – Perda de carga por atrito no canal da bomba teste 2º estágio – 1000 rpm	137
Figura C4 – Ajuste do fator de atrito de Ito e Nambu (1972) - bomba teste 1º estágio.....	138
Figura C5 – Variação entre o fator de atrito bifásico e monofásico para escoamento homogêneo com fração de vazio na entrada do estágio de uma bomba centrífuga	144
Figura C6 – Comparação expoente de Minemura para correção de perdas por atrito em escoamento bifásico 1º estágio – 400 rpm	144
Figura C7 – Perdas por choque 1º estágio – escoamento monofásico 1000 rpm	145
Figura D1 – Valores de $C_D r/d_b$ para as posições $r = r_1, r_b$ e r_2	147
Figura D2 – Comparação entre valores de C_D calculados e obtidos por correlação em função do número de Reynolds (Re) em $r = r_1$ (entrada do canal)	148
Figura D3 – Comparação entre valores de C_D calculados e obtidos por correlação para a posição $r = r_2$	149
Figura D4 – Comparação entre valores de C_D calculados e obtidos por correlação para a posição $r = r_b$	150
Figura D5 – Valores calculados de $I_S \times (1-\alpha)$ para início do <i>surging</i> em função da fração de vazio na entrada do estágio bomba Ita 333/2 – 1º e 2º estágios.....	152
Figura D6 – Mapeamento da fração de vazio: valores de $I_S \times (1-\alpha)$ Bloqueio de Gás – 1º e 2º estágios	152
Figura D7 – Relação de C_D / d_b com Re	153
Figura D8 – Correlação para a determinação de $r_b - C_D \tilde{r} \times Fr \omega r_b$ – Método Simplificado.....	155

Figura D9 – Correlação para a determinação de $r_b - C_D \tilde{r} \times Fr \omega r_b$ – Método Distribuição de bolhas.....	156
Figura D10 – Correlação Reynolds $\times C_D$ - 1º e 2º estágios– Método Simplificado	156
Figura D11 – Correlação Reynolds $\times C_D$ - 1º e 2º estágios– Método Distribuição de bolhas.....	157
Figura E1 – Escoamento no canal do rotor de uma bomba centrífuga.....	159
Figura E2 – Forças atuantes no V_c	162
Figura E3 – Área de atuação da tensão de cisalhamento.....	163
Figura E4 – Forças de pressão no V_c	164
Figura E5 – Variação da velocidade (V_s) e altura do filme de líquido (h) ao longo da bolha estacionária – valores 1º estágio 1000 rpm $Q_L = 22.44 \text{ m}^3/\text{h}$	171
Figura F1 - Variação da razão de escorregamento SR com a fração de vazio.....	175
Figura F2 - Variação da fração de vazio real com a fração de vazio homogênea em escoamento bifásico com a atuação de um campo centrífugo	175
Figura F3 - Comparação da variação da fração de vazio real com a fração de vazio homogênea em escoamento bifásico com a atuação de um campo centrífugo com resultados.....	176
Figura G1 – Escoamento bifásico – Variação de K_p com Froude Centrífugo.....	179
Figura G2 – Escoamento bifásico – Variação do tamanho da bolha estacionária com o percentual de gás na região de remistura (1º estágio Q_L : $14,34 \text{ m}^3/\text{h}$, Q_G : $1,968 \text{ m}^3/\text{h}$ 1000 rpm).....	180
Figura G3 – Variação de Fr_{r2} com ϕ_s - 1º e 2º estágios para toda a faixa de fração de vazio e rotação do rotor	181
Figura II-1 – Valores Medidos $Q^* \times H^*$ - bomba teste 1º estágio 400 rpm.....	220
Figura II-2 – Valores Medidos $Q^* \times H^*$ - bomba teste 1º estágio 600 rpm.....	220
Figura II-3 – Valores Medidos $Q^* \times H^*$ - bomba teste 1º estágio 800 rpm.....	221
Figura II-4 – Valores Medidos $Q^* \times H^*$ - bomba teste 1º estágio 1000 rpm.....	221
Figura II-5 – Valores Medidos $Q^* \times H^*$ - bomba teste 2º estágio 400 rpm.....	222
Figura II-6 – Valores Medidos $Q^* \times H^*$ - bomba teste 2º estágio 600 rpm.....	222
Figura II-7 – Valores Medidos $Q^* \times H^*$ - bomba teste 2º estágio 800 rpm.....	223
Figura II-8 – Valores Medidos $Q^* \times H^*$ - bomba teste 2º estágio 1000 rpm.....	223
Figura II-9 – Valores Medidos $Q^* \times P_u^*$ - α 0% e 4.7 % bomba teste 400 a 1000 rpm.....	224

Figura II-10 – Valores Medidos $Q^* \times Pu^*$ - α 0% e 7.7 % bomba teste 400 a 1000 rpm.....	224
Figura II-11 – Valores Medidos $Q^* \times Pu^*$ - α 0% e 10.3 % bomba teste 400 a 1000 rpm.....	225
Figura II-12 – Valores Medidos $Q^* \times Pu^*$ - α 0% e 15.3 % bomba teste 400 a 1000 rpm.....	225
Figura II-13 – Valores Medidos $Q^* \times Pe^*$ - α 0% e 4.7 % bomba teste 400 a 1000 rpm.....	226
Figura II-14 – Valores Medidos $Q^* \times Pe^*$ - α 0% e 7.7 % bomba teste 400 a 1000 rpm.....	226
Figura II-15 – Valores Medidos $Q^* \times Pe^*$ - α 0% e 10.3 % bomba teste 400 a 1000 rpm.....	227
Figura II-16 – Valores Medidos $Q^* \times Pe^*$ - α 0% e 15.3 % bomba teste 400 a 1000 rpm.....	227
Figura II-17 – Valores Medidos $Q^* \times Eft^*$ - α 0% e 4.7 % bomba teste 400 a 1000 rpm.....	228
Figura II-18 – Valores Medidos $Q^* \times Eft^*$ - α 0% e 7.7 % bomba teste 400 a 1000 rpm.....	228
Figura II-19 – Valores Medidos $Q^* \times Eft^*$ - α 0% e 10.3 % bomba teste 400 a 1000 rpm.....	229
Figura II-20 – Valores Medidos $Q^* \times Eft^*$ - α 0% e 15.3 % bomba teste 400 a 1000 rpm.....	229
Figura IV-1 – Vista geral da montagem do simulador BCS.....	254
Figura IV-2 – Linha de ar com placa de orifício	255
Figura IV-3 – Linha de água com medidor Vortex	256
Figura IV-4 – Misturador de água e ar	257
Figura IV-5 – Transdutores de Pressão.....	258
Figura IV-6 – Variadores de Frequência.....	259
Figura IV-7 – Bombas, Torquímetro e Motor	260
Figura IV-8 – Início da formação da bolha estacionária no canal do rotor	261
Figura IV-9 – Evolução do tamanho da bolha estacionária no canal do rotor	262
Figura IV-10 – Evolução do tamanho da bolha estacionária no canal do rotor.....	263
Figura IV-11 – Entrada e saída de fluido na bomba	264

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Equipamentos utilizados na montagem do simulador BCS	18
Tabela 5.1 – Análise de erros diferença de pressão	91
Tabela A1 – Bomba tipo Reda – rotação 3500 rpm	118
Tabela A2 – Bomba tipo Ita	118
Tabela B1 – Calibração de sensores.....	125
Tabela B2 – Calibração placa de orifício – linha de ar.....	126
Tabela C1 – Obtenção dos coeficientes 1º e 2º estágios.....	133
Tabela H1 – Erros experimentais	187
Tabela I-1 – Calibração de Sensores	189
Tabela I-2 – Calibração Placa de Orifício-linha de ar	190
Tabela I-3 – Aferição bomba booster e de teste.....	191
Tabela I-4 – Mapeamento da Fração de Vazio na entrada da bomba	192
Tabela I-5 – Mapeamento da Fração de Vazio na entrada da bomba	193
Tabela I-6 – Mapeamento da Fração de Vazio na entrada da bomba	194
Tabela I-7 – Mapeamento da Fração de Vazio na entrada da bomba	195
Tabela I-8 – Mapeamento da Fração de Vazio na entrada da bomba	196
Tabela I-9 – Mapeamento da Fração de Vazio na entrada da bomba	197
Tabela I-10 – Mapeamento da Fração de Vazio na entrada da bomba	198
Tabela I-11 – Mapeamento da Fração de Vazio na entrada da bomba	199

Tabela I-12 – Dados adquiridos Bomba Teste a 400 rpm	200
Tabela I-13 – Dados adquiridos Bomba Teste a 500 rpm	201
Tabela I-14 – Dados adquiridos Bomba Teste a 600 rpm	202
Tabela I-15 – Dados adquiridos Bomba Teste a 700 rpm	203
Tabela I-16 – Dados adquiridos Bomba Teste a 800 rpm	204
Tabela I-17 – Dados adquiridos Bomba Teste a 900rpm	205
Tabela I-18 – Dados adquiridos Bomba Teste a 1000 rpm	206
Tabela I-19 – Valores medidos e calculados potência e eficiência	207
Tabela I-20 – Valores medidos e calculados potência e eficiência	208
Tabela I-21 – Escoamento Monofásico – bomba teste Ita 333/2	209
Tabela I-22 – Pontos de <i>surging</i> e bloqueio de gás – bomba Ita 333/2	210
Tabela I-23 – Escoamento em bolhas dispersas em todo o canal – bomba Ita 333/2	211
Tabela I-24 – Obtenção de r_b - Modelo Simplificado – bomba Ita 333/2	212
Tabela I-25 – Obtenção de r_b - Modelo Distribuição de bolhas – bomba Ita 333/2	213
Tabela I-26 – Dados bomba GC6100 – Teste Rodrigues (2001)	214
Tabela I-27 – Dados GC6100 – <i>surging</i> e bloqueio de gás	215
Tabela I-28 – Escoamento Monofásico – bomba GC6100.....	216
Tabela I-29– Obtenção do diferencial de pressão bomba GC6100 – escoamento em bolhas dispersas em todo o canal – modelo proposto	217
Tabela I-30– Determinação do diferencial de pressão bomba GC6100 – modelo proposto	218

Nomenclatura

Letras Latinas

a	largura do canal	m
a_r	largura do canal considerando a direção radial	m
a_s	largura do canal considerando a direção do escoamento	m
A	área total da seção transversal do duto	m^2
A_i	área do anel circular sob influência da sonda no duto	m^2
A_b	área transversal da bolha isolada	m^2
A_B	área superficial da bolha isolada	m^2
A_r	área do impelidor na seção normal ao raio do rotor	m^2
A_s	área do impelidor na seção normal ao escoamento	m^2
b	altura do canal de escoamento	m
C_a	coeficiente de aleta – monofásico	
C_{ab}	coeficiente de aleta – bifásico	
C_d	coeficiente de descarga de orifício	
C_D	coeficiente de arrasto	
$C_{D\tilde{r}}$	número adimensional utilizado para obtenção do padrão de escoamento no rotor	
$C_{D\tilde{r}_s}$	Adimensional utilizado junto com $Fr\omega_{r1}$ para início de <i>surging</i>	
$C_{D\tilde{r}_{BG}}$	Adimensional utilizado junto com $Fr\omega_{rb}$ para início de bloqueio de gás	
d	diâmetro externo do rotor	m
d_{bc}	diâmetro crítico da bolha	mm
d_{rb}	diâmetro relativo das bolhas	
d_m	diâmetro máximo das bolhas	mm
d_{bm}	diâmetro médio das bolhas	mm

Δp	diferença de pressão	bar
Δp_m	diferença de pressão medida	bar
D_H	diâmetro hidráulico	m
DP	desvio padrão	
dp	diferencial de pressão	bar
dr	comprimento infinitesimal na direção radial	m
ds	comprimento infinitesimal na direção do escoamento S	m
E_a	espessura da aleta do canal	m
E_{abs}	erro absoluto	
Eft	Eficiência total	
E_m	erro médio	
Fr_g	Froude gravitacional	
$Fr_{\omega 2}$	Froude centrífugo para filme de líquido	
Fr_{ω}	Froude centrífugo obtido pela relação entre força de arrasto e força centrífuga	
F_a	Força de atrito	Kgf/m ²
F_c	Força centrífuga	Kgf/m ²
F_d	Forçadearrasto	Kgf/m ²
F_p	Força de pressão	Kgf/m ²
$f_{\beta, \omega}$	fator de atrito total corrigido pela curvatura e rotação	
f_B	fator de atrito por Blasius	
f_c	fator de correção devido a curvatura do canal para fator de atrito por Blasius	
f_r	fator de correção devido a rotação do canal para fator de atrito por Blasius	
f_{tp}	fator de atrito para escoamento bifásico	
f_l	fator de atrito para líquido	
g	aceleração da gravidade	m/s ²
H	altura de elevação	m
H_b	altura de elevação escoamento bifásico	m
H_c	altura de elevação com correção do coeficiente de aleta	m
H_i	altura de elevação ideal	m
h_f	altura filme de líquido	m

h^*	altura do filme de líquido adimensional	
H^*	altura de elevação total da bomba normalizada	
I_S	adimensional indicador de <i>surging</i> no estágio da bomba centrífuga	
j	velocidade superficial da mistura (líquido + gás)	m/s
j_G	velocidade superficial do gás	m/s
j_L	velocidade superficial do líquido	m/s
K_1	coeficiente de perda de carga por atrito monofásico	s^2/m^5
K_{1b}	coeficiente de perda de carga por atrito bifásico	s^2/m^5
K_{1d}	coeficiente de perda de carga por atrito no difusor	s^2/m^5
K_2	coeficiente de perda de carga entrada e saída estágio monofásico	s^2/m^5
K_{2b}	coeficiente de perda de carga entrada e saída estágio bifásico	s^2/m^5
K_p	fator de proporcionalidade entre ϕ e Fr_w calculado	
K_s	fator de proporcionalidade entre ϕ e Fr_g utilizado por Sene	
M_k^d	força interfacial generalizada	N/m^3
M_{ks}	força interfacial generalizada na direção de S, de r_1 até r_2	N/m^3
M_k^σ	força resultante da ação da tensão superficial	N/m^3
n	rotação do motor	rpm
N_a	número de aletas do rotor	
n_{sa}	rotação específica adimensional	
p	pressão	bar
p_k	pressão na fase k	bar
P	perímetro molhado	m
%V	fração de volume de gás que é retirada da região de remistura	
P_{dif}	pressão diferencial	bar
P_e	Potência no eixo medida	W
P_e^*	Potência no eixo normalizada	
p_1	pressão na entrada do canal	bar
P_{suc}	pressão de sucção	bar
P_{rec}	pressão de recalque	bar

Pu	Potência útil	W
Pu*	Potência útil normalizada	
q*	vazão de líquido normalizada no estágio	
Q*	vazão de líquido normalizada na bomba	
Q _b	vazão bifásico (líquido+gás)	m ³ /s
Q _L	vazão de líquido	m ³ /s
Q _G	vazão de gás	m ³ /s
Q _o	vazão ótima de operação escoamento monofásico	m ³ /s
Q _{ob}	vazão ótima de operação escoamento bifásico	m ³ /s
Q	vazão total de fluido	m ³ /s
Q _{Gs}	vazão de gás na saída do canal	m ³ /s
Q _T	vazão total de gás na região de remistura, na posição r ₂	m ³ /s
r	posição de referência radial no escoamento	m
r _b	posição de referência radial do comprimento final da bolha estacionária	m
R _c	raio de curvatura do canal	m
Re	número de Reynolds	
Re _L	número de Reynolds para líquido	
R _f ²	multiplicador que relaciona perda hidráulica entre escoamento monofásico e bifásico	
R _s ²	multiplicador que relaciona perda por choque entre escoamento monofásico e bifásico	
r*	raio da bolha estacionária adimensional	
r ₁	raio interno do rotor	m
r ₂	raio externo do rotor	m
S	posição de referência ao longo da linha de corrente do escoamento	
s _b	comprimento da parte não ativa do rotor	m
t	tempo	s
T	torque	N.m
U	velocidade tangencial	m/s
U _i	velocidade do jato	m/s

u_r	velocidade de recirculação	m/s
\mathcal{V}_B	volume da bolha isolada	m ³
V	velocidade absoluta	m/s
V_f	velocidade do filme de líquido	m/s
V_g	velocidade do gás	m/s
V_{gj}	velocidade de <i>drift</i>	m/s
V_G	velocidade absoluta de gás	m/s
V_L	velocidade absoluta de líquido	m/s
V_r	velocidade na direção r	m/s
V_S	velocidade na direção s	m/s
V_u	componente tangencial da velocidade absoluta	m/s
V_{su}	componente tangencial da velocidade na direção S	m/s
V_{bs}	velocidade relativa das bolhas na direção s	m/s
V_m	velocidade da mistura	m/s
v_{ki}	velocidade da fase k na interface	m/s
v_{ks}	velocidade da fase k na direção S	m/s

Letras gregas

α	fração de vazio	
α_i	fração de vazio local	
α_k	fração de vazio local da fase k	
α_H	fração de vazio homogênea	
β	ângulo que a linha de fluxo do fluido forma com a tangente em um determinado ponto do escoamento	graus
β_1	ângulo de entrada do fluido formado com a tangente ao ponto de entrada do escoamento	graus
β_2	angulo de saída do fluido formado com tangente ponto de saída do escoamento	graus

ρ	massa específica	kg/m^3
ρ_k	densidade da fase k (k=G ou k=L)	kg/m^3
ρ_L	massa específica do líquido	kg/m^3
ρ_G	massa específica do gás	kg/m^3
ρ_m	massa específica da mistura água/ar	kg/m^3
σ	tensão superficial	N/m^2
τ	tensão de cisalhamento	N/m^2
τ_k	tensor das tensões (viscoso) na fase k	N/m^2
τ_k^T	tensor das tensões (turbulento) na fase k	N/m^2
τ_{ks}	tensão na parede do elemento infinitesimal	N/m^2
Γ_k	fluxo de massa da fase k na interface devido evaporação/condensação	$\text{kg/m}^3\text{s}$
θ	ângulo formado entre a velocidade absoluta e a tangencial	grau
μ	viscosidade cinemática	kg/m.s
μ_m	viscosidade cinemática da mistura	kg/m.s
ω	velocidade de rotação	s^{-1}
ϕ	razão entre vazão de gás que permanece na remistura e vazão de líquido em r_b	
ϕ_Q	coeficiente de vazão	
ϕ_s	razão entre vazão de gás que permanece na remistura e vazão de líquido em r_2	
ϕ_r	razão entre vazão de gás induzida e vazão de líquido na remistura	
φ	coeficiente de altura de elevação	
∇	gradiente espacial.	

Subscritos

G	fase gasosa
L	fase líquida
i	interface
m	mistura
rb	posição final da bolha estacionária

rem	região de remistura
s	surging
BG	bloqueio de gás
1	entrada do canal
2	saída do canal

Abreviaturas

BCS	Bombeio Centrífugo Submerso
Cp	Coefficiente de pressão equivalente ao Número de Euler
<i>PVT</i>	propriedades de um fluido relativas a pressão, volume e temperatura

Capítulo 1

Introdução

O Bombeio Centrífugo Submerso (BCS) é utilizado como método de elevação artificial de petróleo (Ver Figura 1.01). Seu princípio de funcionamento consiste no incremento da pressão disponibilizada pelo reservatório, por uma bomba centrífuga de múltiplos estágios. O acionamento é feito por meio de um motor elétrico acoplado à bomba e a um protetor selante. A energia necessária para o acionamento da bomba é transferida por cabo elétrico, da superfície até a profundidade onde está instalado seu motor.

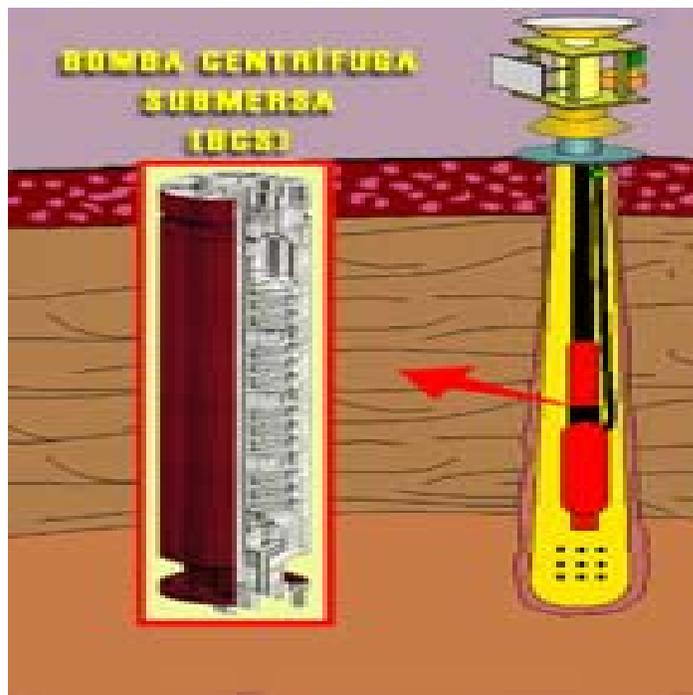


Figura 1.01 - Poço de petróleo equipamento com Bombeio Centrífugo Submerso (BCS)

Cada estágio da bomba é composto por um difusor fixo e um impelidor rotativo. As dimensões geométricas de cada estágio, tais como diâmetro e altura do rotor, são fatores importantes que afetam a vazão e a altura de elevação do fluido bombeado. Parâmetros como pressão na sucção da bomba, as propriedades dos fluidos bombeados, a geometria do rotor e a presença de gás no escoamento (escoamento bifásico) influenciam o desempenho, isto é, a curva característica desenvolvida pela bomba. Para uma determinada vazão, as características do fluido bombeado, o número de estágios da bomba e a rotação, definem a altura de elevação total (energia específica) e, conseqüentemente, a potência requerida para o seu funcionamento.

A presença de gás nos impelidores pode afetar o desempenho da bomba. Nessa condição ela poderá não transferir energia suficiente para elevar o fluido até a superfície. Ou seja, a presença de gás pode fazer com que o BCS se comporte como se estivesse subdimensionado. Isso ocorre porque o BCS é correntemente dimensionado através de correções empíricas das curvas de altura de elevação, de catálogo, válidas para escoamento monofásico de água.

Dessa forma, a presença de gás livre nos estágios de uma bomba centrífuga poderá causar prejuízo econômico para a indústria do petróleo, se ocorrer redução na produção de óleo devido a uma redução da altura de elevação gerada pela bomba. Quando os poucos recursos operacionais disponíveis para reduzir os efeitos da presença desse gás, tais como, a redução da pressão na superfície e a alteração da rotação do motor, não surtem efeito, a alternativa seria uma onerosa intervenção no poço para o aprofundamento, ou a troca do conjunto instalado. A intervenção em poços para troca de conjuntos subdimensionados representa custo. Quando os poços forem de completação submarina, em lâmina d'água profunda, pode-se ter desembolsos muito altos. Portanto, justifica-se a necessidade de desenvolvimento de pesquisas em escoamento bifásico nos impelidores de bombas centrífugas.

Conforme será indicado na revisão bibliográfica, alguns estudos de escoamento bifásico em bombas centrífugas foram desenvolvidos, principalmente, na área da engenharia nuclear. Nesses casos a bomba centrífuga é utilizada para bombear a água que refrigera os reatores. A aplicação dos modelos desenvolvidos pela área nuclear, para o escoamento bifásico em bombas com petróleo, tem restrições em função das características dos equipamentos utilizados. Geralmente os modelos são

ajustados com dados experimentais obtidos com o uso de bombas axiais, de grande diâmetro, com apenas um estágio e voluta. Esses modelos não são adequados para as bombas utilizadas na produção de petróleo, comumente constituídas, na sua grande maioria, por bombas radiais, de pequeno diâmetro e com múltiplos estágios.

Os primeiros modelos matemáticos de escoamento bifásico no canal de um impelidor foram desenvolvidos, entre 1970 e 1980. Esses modelos calculavam a energia específica transferida para a bomba, ou altura de elevação, assumindo escoamento monofásico para, em seguida, corrigir esses valores com coeficientes empíricos. Os modelos desenvolvidos a seguir, assumiram escoamento unidimensional e simplificações para o padrão de escoamento no rotor, normalmente pequenas bolhas de gás dispersas no líquido. Embora observações experimentais realizadas naquela época já indicassem a presença de gás bloqueando a passagem de líquido no interior do impelidor, os modelos assumiram que o escoamento no interior de todo o impelidor ocorria no padrão de bolhas dispersas. Os resultados apresentados por esses modelos, quando comparados com os valores medidos, não foram muito bons para valores de fração de vazio acima de 5%. Com fração de vazio baixa, as curvas características monofásicas e bifásicas não diferem substancialmente. Além disso, os resultados experimentais colocaram em evidência a existência de um fenômeno chamado *surging*. Ele ocorre, sob certas condições operacionais, em escoamento bifásico no impelidor de bombas centrífugas e se caracteriza por um aumento súbito da energia com o aumento da vazão de líquido. Isso não ocorre em uma bomba centrífuga em escoamento monofásico, onde o aumento da vazão causa redução contínua da altura de elevação. Até o momento, nenhum modelo desenvolvido para o escoamento bifásico conseguiu explicar satisfatoriamente esse fenômeno.

Em função do que foi exposto, o objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo fenomenológico do escoamento bifásico água/ar no canal do impelidor de uma bomba centrífuga. Inicialmente, com a finalidade de visualizar os fenômenos que ocorrem no interior do canal do impelidor, foi feita a montagem de um experimento utilizando-se um rotor em material acrílico, transparente, com dimensões de um estágio de bomba utilizada na produção de petróleo. Esse rotor foi montado dentro de um difusor espiral também transparente. Fotografando e filmando o escoamento no rotor desta bomba transparente foi possível observar, sob certas condições operacionais, a formação de uma grande bolha estacionária, na entrada do canal, que modifica o

padrão de escoamento e altera o processo de transferência de energia. Um segundo experimento foi, então, realizado utilizando-se um conjunto de bomba centrífuga radial convencional, disponível comercialmente, com dois estágios. Essa bomba foi instrumentada e foram medidas, em várias condições de operação, a fração de vazio na entrada da bomba, as pressões de sucção, em cada estágio e na saída da bomba. Um torquímetro acoplado entre a bomba e o motor, mediu a potência no eixo para se calcular a eficiência da bomba.

Com este segundo experimento, foram realizados um total de 200 testes, abrangendo o seguinte universo de aplicação: rotação do motor entre 400 e 1000 rpm; vazão de água entre 10 e 30 m³/h, vazão de ar entre 0,5 e 5 m³/h e fração de vazio (relação entre o volume ocupado pelo gás e o volume total da tubulação) entre 0 e 15 %. Em cada teste foram registradas as seguintes variáveis: vazão de água, vazão de ar, pressão na sucção da bomba teste, diferença de pressão entre sucção - 1º estágio, 1º - 2º estágio, 2º estágio - descarga da bomba, pressão na descarga da bomba e torque no eixo.

Como o fenômeno do *surging* ainda não tem uma interpretação lógica na literatura, esse passou a ser o segundo objetivo desse trabalho. As condições de escoamento em que ele ocorre e a identificação das variáveis que influenciam esse fenômeno são discutidas. Realizamos, a partir dos dados experimentais, um “mapeamento do *surging*” e conseguimos identificar um número adimensional, que denominamos I_S (Indicador de *surging*) após aplicação do Modelo de Dois Fluidos ao escoamento. Esse número adimensional relaciona a força de arrasto e a força centrífuga com a fração de vazio na entrada do canal do rotor. A sua aplicação indica que tipo de padrão de escoamento ocorre no canal do impelidor: bolhas dispersas ou estratificado seguido de bolhas dispersas. Encontramos também as condições que influenciam a ocorrência do bloqueio de gás na bomba. Identificado o regime, apresentamos formulação para o cálculo da altura de elevação disponibilizada pela bomba para cada caso.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Vários trabalhos realizados na área de escoamento bifásico em canais rotativos foram motivados pela indústria nuclear e de petróleo, visando a sua utilização em bombas centrífugas. A preocupação básica foi verificar a redução da eficiência do bombeamento que ocorre quando existe gás livre no impelidor. Os primeiros estudos sobre esse assunto foram realizados por pesquisadores russos. De 1958 a 1971 eles coletaram dados experimentais, tais como vazão de óleo e vazão de gás na superfície, pressão na cabeça dos poços e nível dinâmico de fluido no anular dos poços. Puderam inferir, por meio desses dados e de análise de PVT do óleo produzido, quais eram as pressões e os volumes de gás livre, isto é, o volume de hidrocarboneto existente na fase gás, presentes na entrada da bomba centrífuga. Posteriormente, relacionaram a redução da altura de elevação com presença de gás livre e com a pressão na entrada da bomba centrífuga. O objetivo era procurar soluções operacionais que melhorassem o desempenho da bomba. Algumas das medidas adotadas por eles foram a troca das bombas por outras com mais estágios, utilização de bombas com maior diâmetro e aprofundamento dos conjuntos de BCS. Esses trabalhos empíricos foram realizados por Lyapkov (1958), Murav'ev & Mishchenko (1965), Knysenko & Kamalov (1967), Murav'ev (1967), Mironov (1969), Ibragimov & Khisamutdinov (1971) e Shapirov (1971).

Enfocando os trabalhos experimentais que procuraram observar o escoamento bifásico dentro do canal do impelidor, e aqueles outros que procuraram modelar esses escoamentos, podemos destacar, cronologicamente, os seguintes trabalhos:

Minemura & Murakami (1974) montaram um experimento para observar o escoamento bifásico água/ar no impelidor de uma bomba centrífuga normalmente utilizada em sistemas de escoamento e refrigeração de reatores na área nuclear. Eles observaram que, para frações de

vazio superiores a 4 %, ocorria a “acumulação de bolhas” na entrada do canal do impelidor. Grandes bolhas, observadas, eram formadas com fração de vazão acima de 6%. Os autores desenvolveram estudo empírico para determinar a altura de elevação em escoamento bifásico, para frações de vazão menores do que 4%. O modelo relacionava a altura de elevação em escoamento bifásico com a obtida em escoamento monofásico, através de um coeficiente obtido experimentalmente. A desvantagem desse modelo é não apresentar uma solução universal, já que o coeficiente empírico varia com o tipo de bomba. Seria necessário, portanto, testar todos os tipos de bombas similares existentes no mercado.

Patel & Runstadler (1976) realizaram um estudo experimental onde observaram a ocorrência, sob determinadas condições operacionais, de um fenômeno que provocava o aumento da altura de elevação desenvolvida por uma bomba centrífuga na medida em que se aumentava a vazão de líquido. Depois, o comportamento da curva característica da bomba se modificava, apresentando queda da altura de elevação com o aumento da vazão de líquido. Os autores verificaram também a existência de dois regimes de escoamento no canal do impelidor. No primeiro regime, caracterizado pela pouca redução da altura de elevação, o gás escoava na forma de pequenas bolhas. No segundo padrão, uma grande bolha estacionária se formava na entrada do rotor devido à coalescência de bolhas menores, resultando em uma redução significativa da altura de elevação da bomba a partir de uma determinada vazão. Eles não apresentaram modelo ou procedimento de cálculo para simular ou representar a curva característica da bomba.

Zakem (1980) desenvolveu um modelo teórico e unidimensional, considerando o escoamento no padrão bolhas dispersas. O autor considerou uma bolha de ar de diâmetro fixo escoando juntamente com água no canal do impelidor. Assumindo que as linhas de corrente de escoamento são paralelas às paredes do canal do rotor, o autor aplicou a equação da quantidade de movimento para o que chamou de mistura água/ar e para uma bolha isolada. Considerando ainda a conservação de massa para ambas as fases, o autor obteve as equações que permitiram calcular a altura de elevação fornecida pela bomba. Aplicando o seu modelo para os dados experimentais medidos pela "Aerojet-Nuclear Company e Babcock Wilcox", com frações de vazão menores que 5%, verificou-se que os valores calculados de altura de elevação apresentavam um erro médio relativo da ordem de 40%.

Minemura & Murakami (1980) fotografaram as trajetórias das bolhas de ar no escoamento água/ar no interior do impelidor de uma bomba centrífuga radial. Desenvolveram um modelo unidimensional, para escoamento no padrão de bolhas dispersas, considerando que as seguintes forças interfaciais atuam sobre uma bolha de ar escoando em conjunto com água: força devida ao gradiente de pressão, força de arrasto e força devida à massa virtual. Apresentaram uma solução e compararam os resultados com os valores observados. Os autores recomendaram a utilização do modelo proposto apenas para escoamentos com bolhas pequenas, da ordem de 0,3 mm de diâmetro, e frações de vazio menores do que 2%. A comparação entre os valores medidos e calculados de pressão apresentou um erro médio relativo da ordem de 10%.

Lea & Bearden (1980) realizaram o primeiro trabalho experimental, na área de petróleo, sobre o escoamento bifásico em bombas normalmente utilizadas no BCS. Eles tinham por objetivo apenas medir variáveis operacionais e não apresentaram um modelo para o escoamento. Os autores mediram a altura de elevação fornecida por diferentes tipos de bombas, utilizando como fluidos, água/ar seco e diesel/CO₂. Eles variaram tanto a fração de vazio quanto a pressão na entrada da bomba. Verificaram, por meio da análise dos dados, que o desempenho da bomba depende da pressão e da fração de vazio na entrada do estágio e das propriedades dos fluidos bombeados. Para frações de vazio maiores que 7%, Lea & Bearden (1980) observaram e foram os primeiros a darem o nome de *surging*, ao fenômeno, apontado primeiramente por Patel & Runstadler (1976), que mostra o crescimento súbito da energia característica ou da altura de elevação da bomba, com o aumento da vazão de líquido até um determinado valor. Não apresentaram justificativas para o fenômeno ou modelo para simular o *surging*.

Sekoguchi et al (1983) utilizaram uma sonda elétrica para medir as frações de vazio em várias posições no interior do canal do impelidor de uma bomba centrífuga. Observaram que, para valores de fração de vazio menores do que 2%, ocorria um escoamento em bolhas dispersas no canal do impelidor. Observaram também que, para valores maiores do que 5%, havia um processo de mudança de padrão de escoamento com a formação de bolhas maiores na entrada do rotor, resultado da coalescência de pequenas bolhas. Os autores concluíram que, quando essas bolhas atingiam o final do canal do impelidor, não havia geração de pressão pela bomba, ocorrendo o chamamos de bloqueio de gás. Os autores verificaram que o *surging* ocorria somente para valores de vazão de líquido menores do que a do ponto ótimo (eficiência máxima) de

funcionamento da bomba. Esses autores não apresentaram nenhum tipo de modelo que permitisse simular os fenômenos observados.

Minemura et al (1985), com base em estudos anteriores (1974), propuseram um modelo unidimensional, no padrão de bolhas dispersas, ao longo de todo o rotor, para representar o escoamento bifásico em bombas com valores de frações de vazio acima de 2 %. Acrescentaram as perdas devido ao atrito generalizado e ao atrito localizado (choques) e consideraram o efeito do número finito de aletas sobre o escoamento. Os autores apresentaram uma distribuição de bolhas (frequência x diâmetro) para 3 posições do canal (entrada, meio e saída). Analisando as fotografias tiradas anteriormente, concluíram que as bolhas grandes foram formadas devido à coalescência de bolhas menores. Afirmaram ainda que o diâmetro dessas bolhas crescia linearmente com o aumento da fração de vazio na entrada da bomba. Concluíram que o diâmetro das pequenas bolhas, no escoamento dentro do canal, tinha um efeito insignificante sobre as perdas relativas à pressão gerada no estágio da bomba. Correlacionaram a rotação do motor (*rpm*) ao diâmetro dessas bolhas formadas. Os resultados obtidos através do modelo proposto apresentaram erro médio relativo da ordem de 25%, para valores de frações de vazio menores que 5%, valor limite estudado por eles.

Furuya (1985) propôs, assumindo as premissas adotadas por Zakem (1980), um modelo analítico e unidimensional, para uma bomba com apenas um estágio. Considerou escoamentos com valores de frações de vazio acima de 40% . O autor acrescentou, ao modelo, a equação da energia e considerou que ocorrem escoamentos tipo bolhas dispersas e agitado (*churn flow*) no interior do canal do impelidor da bomba centrífuga, se os valores das frações de vazio na entrada do canal forem menores que 30% ou maiores que 40 %, respectivamente. Sugeriu que a redução da altura de elevação no escoamento bifásico é função, principalmente do incremento da velocidade imposta ao líquido no canal do impelidor, quando comparado com o escoamento monofásico. O modelo não considera as perdas de carga na voluta da bomba, embora estudos experimentais indiquem que elas reduzem em cerca de 20% os valores de pressão gerados no estágio. A comparação com os resultados experimentais dos bancos de dados do "Create Air e B & W Air" mostraram erros médios relativos da ordem de 40 % para frações de vazio abaixo de 20%, e da ordem de 60 % para frações de vazio acima de 30%.

Sachdeva (1988) utilizou os dados obtidos por Lea & Bearden (1980) e desenvolveu um modelo bifásico homogêneo, unidimensional, com padrão em bolhas dispersas, que considera a geometria da bomba, a pressão e as frações de vazio na entrada da bomba, o número de estágios e as propriedades dos fluidos. Utilizando as equações da conservação de massa e da conservação da quantidade de movimento aplicadas para as fases líquido e gás e mais uma equação de estado para o gás, obteve um sistema com 5 equações que foram resolvidas numericamente pelo método de Runge-Kutta. É considerado o primeiro modelo desenvolvido para a área de petróleo. Assumiu que o comportamento do escoamento é igual em todos os estágios e desprezou a perda de carga no difusor. Concluiu que o *surging* é consequência da dinâmica do escoamento no impelidor, devido ao intenso campo centrífugo que acelera mais o líquido, e ocorre, quando a velocidade relativa das bolhas de gás é quase nula. Os resultados obtidos pelo modelo, quando comparados com os valores das diferenças de pressão obtidos experimentalmente apresentaram um erro médio relativo da ordem de 40% a 60 %, para frações de vazio entre 5% e 30 %.

Gaard et al (1991) apresentaram um modelo de dois fluidos, unidimensional, propondo-se a explicar a complexidade do escoamento bifásico dentro do canal do impelidor de uma bomba axial-radial, associando-o ao escoamento bifásico em um T. O sistema de equações obtido foi resolvido numericamente aplicando a técnica de volumes finitos. Os autores obtiveram a variação da velocidade, fração de vazio e gradiente de pressão ao longo do canal. Compararam os resultados para a distribuição de velocidade e frações de vazio, com os estudos teóricos de Issa & Oliveira (1985). Para frações de vazio acima de 5%, as diferenças foram da ordem de 50%.

Minemura & Uchiyama (1993) apresentaram um modelo teórico, tridimensional, considerando escoamento potencial no padrão de bolhas dispersas, para o escoamento bifásico água/ar em bombas centrífugas radiais com um estágio. As equações foram resolvidas através da técnica de elementos finitos. Os autores obtiveram a distribuição das velocidades, frações de vazio e pressões ao longo do canal do impelidor. Comparando, em termos de diferença de pressão, os resultados do modelo proposto com os medidos pelos autores Murakami e Minemura em 1974, encontra-se um erro médio relativo da ordem de 50%, para frações de vazio acima de 5%.

Clarke & Issa (1995) apresentaram um modelo de dois fluidos, unidimensional, para um escoamento no padrão de bolhas dispersas no canal do impelidor. Utilizaram a técnica de volumes finitos para resolver as equações e compararam os resultados calculados para a distribuição das frações de vazio ao longo do canal, com os valores medidos por Minemura & Murakami (1985). A correlação entre os valores medidos e calculados foi considerada boa (erro médio relativo da ordem de 10%) para valores de frações de vazio menores do que 2%. Para frações de vazio acima de 5%, os erros médios relativos são maiores que 100%.

Minemura et al (1995) apresentaram um estudo experimental onde procuraram determinar o ângulo de saída da aleta do impelidor que maximiza a altura de elevação da bomba operando com escoamento bifásico. Concluíram que, quanto maior o ângulo, menor será a redução da eficiência da bomba. Além disso, verificaram que o aumento da rotação determina uma melhor eficiência da bomba, mesmo para valores de fração de vazio acima de 10%.

Noghrehkar et al (1995) apresentaram um modelo de dois fluidos, unidimensional, com regime de escoamento em bolhas dispersas e agitante, para o escoamento bifásico, em condições de alta pressão e temperatura, em bombas centrífugas axiais utilizadas em usinas nucleares. Consideraram que a separação das fases água e ar ocorre devido às altas temperaturas que geram vapor no interior da tubulação. Os autores utilizaram o modelo de Furuya (1985) para determinar a altura de elevação da bomba. Como esse autor, não consideraram as perdas por choque e por atrito, na entrada e ao longo do canal. O sistema de equações foi resolvido através do método de Range-Kutta. Os autores compararam os valores calculados com os medidos para vários valores de frações de vazio na entrada da bomba. Os erros médios relativos, considerando os valores das diferenças de pressão geradas na bomba, são da ordem de 10 % para frações de vazio (na entrada da bomba) abaixo de 10% e estão acima de 50% para frações de vazio acima de 20%.

Sato et al (1996) apresentaram um estudo teórico e experimental que avaliou a influência dos ângulos de entrada e saída da aleta do impelidor na eficiência da bomba. Um modelo unidimensional, considerando escoamento em bolhas dispersas, foi desenvolvido e resolvido numericamente. Os autores concluíram que a redução da altura de elevação deve-se à acumulação de gás na entrada do canal do impelidor. Concluíram que a redução da altura de elevação será

menor, apesar da acumulação de gás, se o ângulo de saída do escoamento for o maior possível, até 90 graus.

Um novo desenvolvimento tecnológico, o equipamento *gas handler*, permitiu que se melhorasse o desempenho de uma bomba centrífuga quando operando em escoamento bifásico. Estudos experimentais desenvolvidos por Melvin Castro et al (1998) e Rodrigues, R. et al (1999) apresentaram os resultados do desempenho de uma bomba centrífuga utilizando esse equipamento acoplado na sua entrada. Concluíram que esse equipamento provoca uma uniformização e redução do tamanho das bolhas de gás, facilitando dessa forma o escoamento dentro do canal do rotor e permitindo que a bomba manuseie frações de vazão de até 42 % sem que ocorra o bloqueio por gás, isto é, a cessação da capacidade de bombeamento.

Cirilo, R.(1998), Romero, M. (1999) e Rodrigues, R. (2001) realizaram tese experimental sobre o desempenho de uma bomba centrífuga em escoamento bifásico. Rodrigues, R. (2001) utilizou um bomba com 22 estágios, onde foram medidas as diferenças de pressão em cada estágio. Esses trabalhos não apresentaram modelos teóricos de escoamento bifásico.

Um breve resumo dos principais trabalhos apresentados nessa revisão bibliográfica pode ser visto a seguir:

- A maioria dos autores desenvolveu modelo teórico, unidimensional, considerando mistura homogênea, com regime de escoamento em bolhas dispersas. Esses autores foram: Minemura & Murakami (1974, 1980), Minemura et al (1985, 1995), Zakem (1980), Furuya (1985), Sachdeva (1988) ;
- Os autores Gaard et al (1991), Clarke & Issa (1995) e Noghrehkar et al (1995) desenvolveram modelos teóricos, unidimensionais, de dois fluidos, considerando o escoamento com regime de bolhas dispersas.
- Os autores Minemura & Uchiyama (1993) desenvolveram modelo tridimensional, homogêneo, com padrão de escoamento em bolhas dispersas.
- Os autores Minemura & Murakami (1974), Patel & Runstadler (1976), Sekoguchi (1983), observaram a presença de bolhas alongadas na entrada do canal do rotor.

- Os autores Lea & Bearden (1980), Cirilo, R. (1998), Romero, M. (1999) e Rodrigues, R. (2001) apresentarem valores experimentais sobre o escoamento bifásico em bomba centrífuga.

Os resultados obtidos para a diferença de pressão com a aplicação desses modelos, quando comparados com dados experimentais, mostraram que há um erro médio relativo entre 10 até 50 % quando a fração de vazão não ultrapassar valores de 20 %.

2.1 – Motivação do trabalho

Após o que foi exposto, verificamos que a maioria dos trabalhos publicados modelou o escoamento no impelidor considerando-o como em regime de bolhas dispersas, o que não representa o fenômeno observado investigado pelos experimentos com bomba de rotor transparente realizados no presente trabalho. Verificamos que, sob certas condições operacionais, o escoamento em bolhas dispersas não ocorre ao longo de todo o rotor e que há uma região com escoamento estratificado devido à presença de uma grande bolha de ar, que permanece estacionária e bloqueia parcialmente a entrada do rotor. Logo, como os modelos desenvolvidos não capturaram a totalidade do fenômeno físico que pode ocorrer nesse tipo de escoamento, concluímos que é necessário fazer uma nova modelagem, que represente essa fenomenologia.

Capítulo 3

Desenvolvimento Experimental

Com a finalidade de entendermos os fenômenos que ocorrem no escoamento bifásico dentro do canal do impelidor de uma bomba centrífuga, realizamos as seguintes montagens experimentais, denominadas: (i) bomba com rotor e difusor transparentes em escala e (ii) simulador de BCS. A montagem do rotor e difusor transparentes foi realizada, apenas, para a observação visual e qualitativa do escoamento de forma a tornar possível o acesso à fenomenologia do escoamento. A montagem do simulador de BCS teve a finalidade de levantar dados para estudarmos o desempenho de uma bomba centrífuga similar à aplicada em poços de petróleo, e coletar dados da ocorrência de escoamento bifásico em bolhas.

3.1- Facilidades Experimentais

As montagens experimentais foram feitas no laboratório MultLab FEM-Unicamp, aproveitando as facilidades já existentes tais como: linha de água, linha de ar, computadores para aquisição de dados, etc.

3.1.1- Bomba com rotor e difusor transparentes em escala

A Figura 3.1, a seguir, mostra a montagem da bomba com rotor e difusor transparentes. Aproveitou-se a estrutura já existente para o estudo de bombeamento de fluidos orgânicos (motor de acionamento, estrutura de suporte, reservatórios, etc), substituindo-se apenas a bomba e o fluido de trabalho.

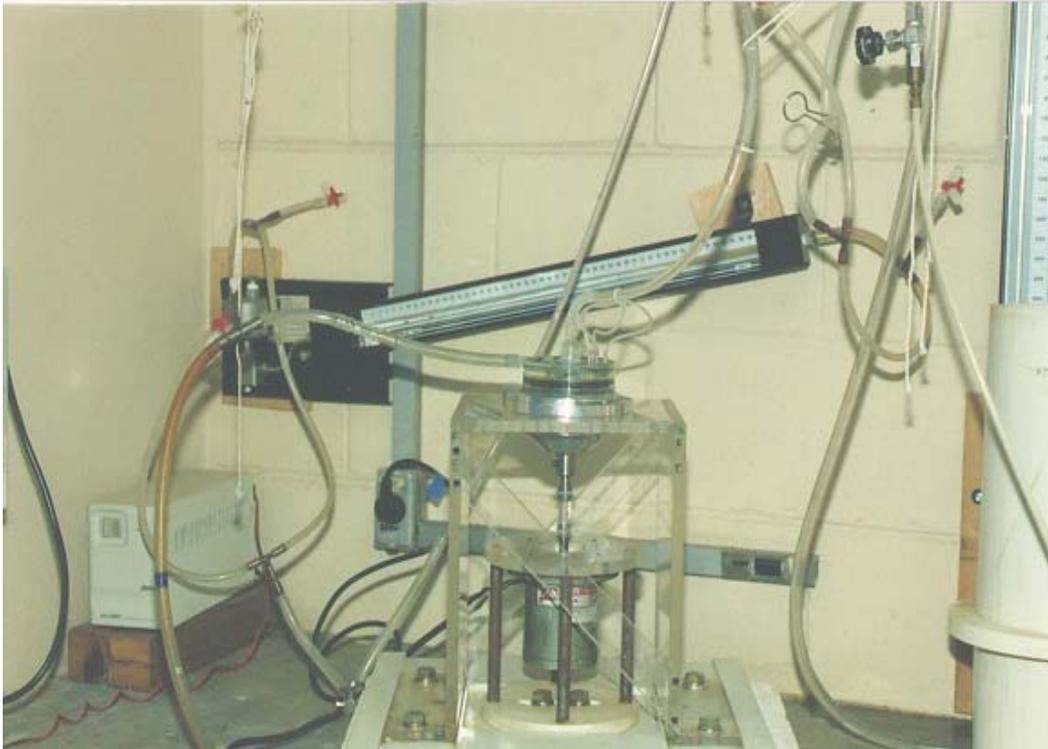


Figura 3.1 - Montagem da bomba com rotor transparente em escala

Utilizando a base rotativa de uma bomba do experimento acima citado, foi construída, na oficina do laboratório, uma bomba em acrílico, com um estágio, em escala real equivalente a uma bomba tipo Reda DN-280 (diâmetro externo de 65 mm, diâmetro interno de 20 mm e altura do canal de 3 mm), que é utilizada na indústria do petróleo. A instalação é dotada de um motor de 0,5 HP e um variador de frequência que permite alterar as rotações motor de 0 até 1200 rpm. A água chega até um reservatório pela própria pressão da rede e daí segue até a bomba. A vazão é controlada por uma válvula, localizada após a descarga da bomba. A injeção de ar é feita através de uma linha alimentada pela rede de ar do laboratório. Há uma válvula para controle da vazão de ar que está sendo injetada. Imediatamente antes da entrada da bomba, foi colocado um ponto de injeção de corante para facilitar a visualização do escoamento em bolhas no interior do rotor.

3.1.2 – Simulador de BCS

Para poder medir pressões entre estágios e realizar medidas intrusivas no canal do rotor, utilizamos uma bomba centrífuga de grande diâmetro e com dois estágios. Para que os nossos testes representassem as condições reais de operação de uma bomba normalmente utilizada na indústria do petróleo, realizamos um estudo de similaridade para escoamento monofásico, apresentado no Apêndice A. Através desses resultados concluímos que uma bomba tipo Reda DN-280 (diâmetro de 102 mm), utilizada na elevação de petróleo, trabalhando a 3500 rpm com vazão em torno de 45 m³/dia e altura de elevação de 7,5 m/ estágio, é similar a uma bomba Ita 65 330/2 (260 mm de diâmetro), girando a uma rotação de 800 rpm, com vazão ótima em torno de 865 m³/dia e altura de elevação de 9,5 m/estágio.

O simulador de BCS, montado no laboratório da Unicamp, foi instalado sobre uma estrutura metálica, já existente. Os equipamentos utilizados nessa montagem estão listados na Tabela 3.1, a seguir. As características geométricas da bomba Ita 65-330/2 são as seguintes:

1º Estágio:

- número de aletas: 8
- espessura mínima e máxima da aleta: 3 mm / 3 mm
- diâmetro interno e externo: 80 mm / 205 mm
- ângulos de entrada (β_1) e saída (β_2) do canal do rotor: 20 ° e 35 °
- altura do canal do rotor na entrada (b_1) e saída (b_2): 21 mm / 12 mm

2º Estágio:

- número de aletas: 8
- espessura mínima e máxima da aleta: 4mm / 4 mm
- diâmetro interno e externo: 76 mm / 260 mm
- ângulos de entrada (β_1) e saída (β_2) do canal do rotor: 20 ° e 35 °
- altura do canal do rotor na entrada (b_1) e saída (b_2): 21 mm / 8mm

Difusor:

- número de aletas: 6
- espessura mínima e máxima da aleta: 1 mm / 1 mm
- diâmetro interno e externo: 90 mm / 254 mm
- ângulos de entrada (β_1) e saída (β_2) do canal do rotor: 49° e 90°
- altura do canal do rotor na entrada (b_1) e saída (b_2): 21 mm / 13 mm

A Figura 3.2, a seguir, mostra detalhes da bomba instalada e a Figura 3.3 mostra o fluxograma da instalação.

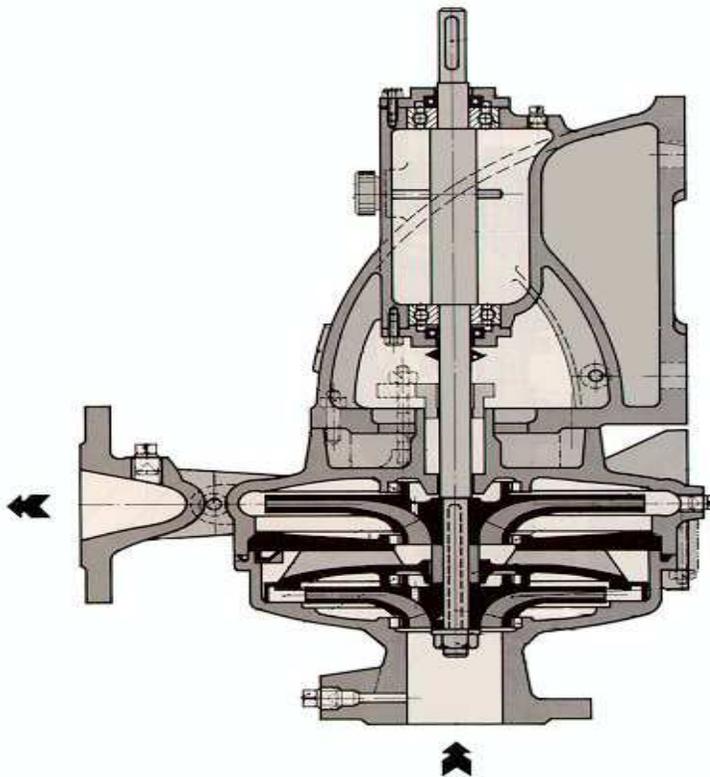


Figura 3.2 – Bomba de teste Ita 65-330/2

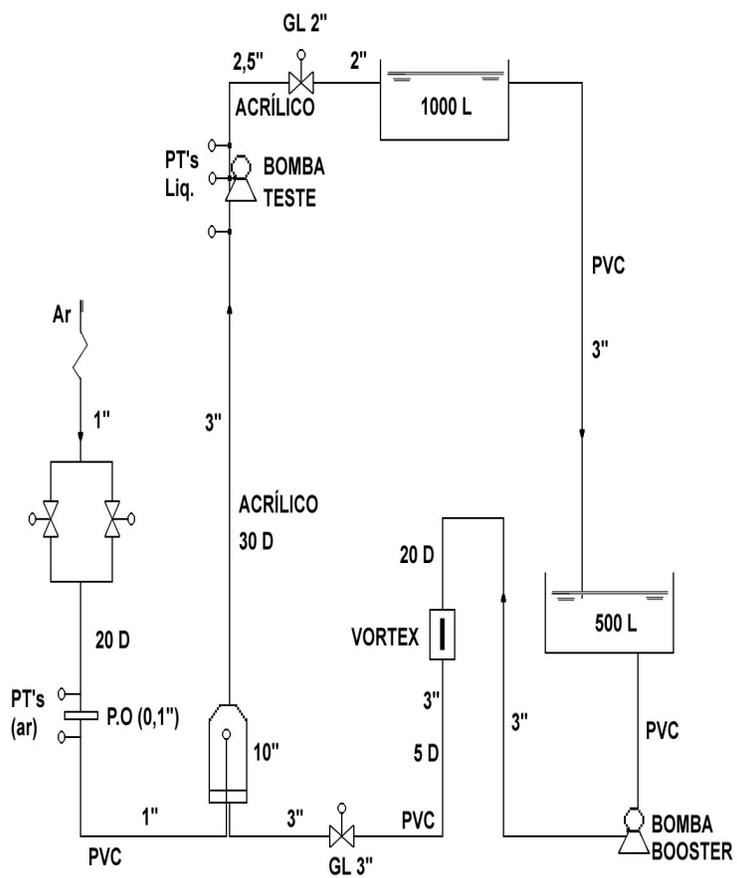


Figura 3.3 – Vista vertical da instalação do Simulador BCS

Tabela 3.1
Equipamentos utilizados na montagem do simulador de BCS

Equipamento	Modelo	Quantidade	Observações
Conjunto motor/bomba	Ita 65-330/2	01	Bomba teste com dois estágios, motor de 5 Hp - 1200 rpm
Conjunto motor/bomba	Ita 65-160	01	Bomba booster com um estágio, motor de 5 Hp - 1750 rpm
Quadro de comando	Siemens	02	Trifásico, 5 Hp, 220 V, botão liga/desliga e disjuntores de 20 A, 6A e 6A
Variador de frequência	Baldor	02	Trifásico, 5 Hp, 220 V - 60 Hz, sinal de entrada de 4- 20 mA, PWM, microprocessado com display digital e comando através de teclado
Torquímetro	Omega TQ501-1K	01	Com transformador rotativo, condicionador de sinal tipo DP-41S, com display, saída analógica, cabos de conexão e acoplamentos elásticos
Transmissor de pressão	Fisher 1151DP6S12B1	03	Dois diferenciais e um absoluto, faixa de pressão 0-4 bar, saída 4-20 mA, dois fios, alimentação 24 cc, 1/4 pol, NTP, para fluido água
Transmissor de pressão	Fisher 1151DP6S12B1	02	Um diferencial e um absoluto, faixa de pressão 0-2 bar, saída 4-20 mA, dois fios, alimentação 24 cc, 1/4 pol, NTP, para fluido ar
Transmissor de pressão	Omega	01	diferencial, faixa de pressão 0-4.5 bar, saída 4-20 mA, dois fios, alimentação 24 cc, 1/4 pol, NTP, para fluido água
Medidor de vazão	Vortex 10VT1311	01	Fabricante Fischer & Porter, 3 pol., em inox 316L, faixa linear de medição de 35 a 750 gpm, para líquido água
Placa de aquisição de dados	National AT-MIO16E-10	02	Com conector block SCB-68 e cabo coaxial
Sonda elétrica	-	01	Simples com um fio, com condicionador de sinal e cabo de conexão
Microcomputador	486	02	Com software na linguagem Labwindows para aquisição de dados
Caixa d'água		02	Com 500 litros e 1000 litros
Misturador de fluxo		01	Em acrílico com diâmetro de 10 pol.
Tubos		Vários	Em acrílico, com 3 pol, a maioria
Tubos		Vários	Em PVC, com 3 pol., para escoamento água e 1 pol para escoamento ar
Válvulas	Globo	02	Uma com 2 1/2 pol e outra com 3 pol de diâmetro
Válvulas	Agulha	02	Com 1/2 e 1/4 pol de diâmetro para a linha de ar
Placa de orifício		03	Em PVC com diâmetro de 1.2 mm, 1.6 mm e 2.5 mm
Mangueiras, conexões, Fios		vários	

A Figura 3.4, a seguir, mostra a fotografia do simulador de BCS. O Anexo IV, mostra maiores detalhes dessa montagem. Nesse experimento, a bomba *booster* succiona água do reservatório inferior e bombeia o líquido até o misturador, onde o líquido é aerado, e segue para a sucção da bomba teste. Daí a mistura água/ar segue para o reservatório superior onde ocorre a separação. O sistema funciona em circuito fechado para o líquido, com a água descendo por gravidade para o reservatório inferior.

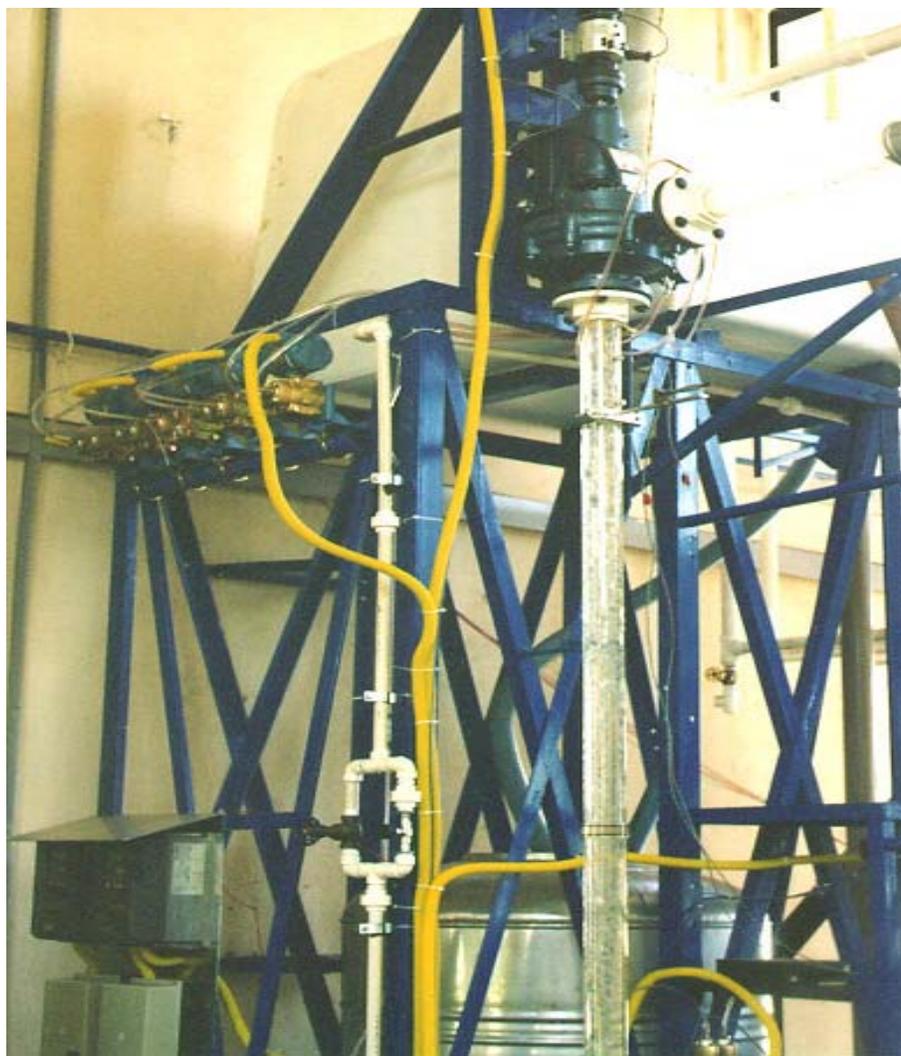


Figura 3.4- Vista geral da montagem do simulador de BCS

Para a homegeinização do escoamento bifásico no duto de entrada da bomba teste, instalamos um misturador de fluxo, montado em tubo cujo diâmetro é de 0,254 m, com altura de 0,50 m. O ar passa inicialmente por um meio poroso, e as bolhas formadas são então arrastadas

pela água. Para que o escoamento estivesse completamente desenvolvido, a entrada da bomba foi instalada a uma distância do misturador equivalente a 30 vezes o diâmetro da tubulação de 0,075 m.

A placa de orifício utilizada para a medição da vazão de ar foi colocada a uma distância equivalente a 20 vezes o diâmetro da tubulação de ar, de 0,025 m, das válvulas de controle de vazão.

Utilizamos um medidor do tipo Vortex foi utilizado para medir a vazão de água. Ele foi instalado a uma distância superior a 20 vezes o diâmetro da tubulação do joelho que se une à tubulação de descarga da bomba *booster*, e a uma distância de 5 vezes o diâmetro da tubulação em relação ao joelho que antecede o misturador de fluxo.

Instalamos sensores diferenciais de pressão para a bomba teste, entre a sucção da bomba e o final do primeiro estágio e entre o final do primeiro estágio e o final do segundo estágio englobando portanto o difusor. O sensor de pressão absoluta foi instalado no recalque da bomba, ao final do segundo estágio. Instalamos ainda um sensor de pressão diferencial entre a sucção e o recalque da bomba *booster*.

Instalamos o torquímetro entre a bomba e o motor utilizando acoplamentos elásticos. Posicionamos esse conjunto composto por bomba, torquímetro e motor sobre uma base fixa instalada no topo da estrutura metálica, a 3,10 m de altura. Uma válvula tipo globo foi instalada a uma distância de 5 vezes o diâmetro da tubulação (de 0,075 m) à montante do misturador de fluxo. A outra foi colocada a essa mesma distância à jusante do recalque da bomba teste.

Instalamos uma sonda elétrica simples, desenvolvida por Dias (1998), foi instalada a uma distância de 0,20 m da sucção da bomba teste, com a finalidade de medir os valores locais de fração de vazio e possibilitar o cálculo do valor médio.

3.2 - Procedimentos Experimentais

Os procedimentos para a obtenção dos dados, bem como os parâmetros medidos, são apresentados a seguir:

3.2.1 – Bomba com rotor e difusor transparentes em escala

O objetivo principal do ensaio foi observar, qualitativamente, o escoamento dentro do canal do impelidor e verificar a influência de algumas variáveis sobre o fenômeno. Inicialmente, a água foi circulada pelo sistema no sentido reverso, para eliminar todo o ar existente nas tubulações. A seguir, a água foi circulada no seu sentido normal, passando pelo reservatório, seguindo até a bomba e sendo escoada para um ralo. Em seguida, a bomba foi ligada, ajustando-se a rotação de operação para então abrir a entrada de ar. Para facilitar a observação, foi utilizada uma lâmpada estroboscópica combinada com a injeção de corante. Foram feitas observações visuais diretas e fotografias do escoamento.

Procuramos observar e verificar, qualitativamente, como o comportamento da rotação e das vazões de ar e de água afetam a geração de pressão pela bomba. Logo após a injeção de ar, observamos que ocorre uma coalescência de bolhas, antes da entrada do canal do impelidor. Dependendo da quantidade de ar injetado, observamos a formação de uma bolha dentro do canal. Essa bolha permanece estacionária e a jusante dela há uma região de remistura, como a que é observada na incidência de jatos em reservatórios com superfície livre aberta para a atmosfera. Observamos que apenas bolhas com diâmetros muito pequenos conseguem escapar do canal do rotor e escoar para fora da bomba. Verificamos, qualitativamente, que a geração de pressão pela bomba cai na medida em que o tamanho da bolha de ar formada na entrada do rotor aumenta. Além disso, constatamos que a pressão à jusante da bomba, as vazões de água e de ar e a rotação do motor influenciam no tamanho da bolha formada e, portanto, no gradiente de pressão gerado pela bomba. Variando-se uma delas e mantendo as demais constantes, verificamos que o tamanho dessa bolha estacionária diminui com o aumento da rotação, da vazão de líquido e da pressão. Porém, ao aumentarmos o valor da vazão de ar, o tamanho da bolha aumenta. A Figura 3.5, a seguir, mostra duas bolhas alongadas na entrada do rotor, com tamanhos diferentes.

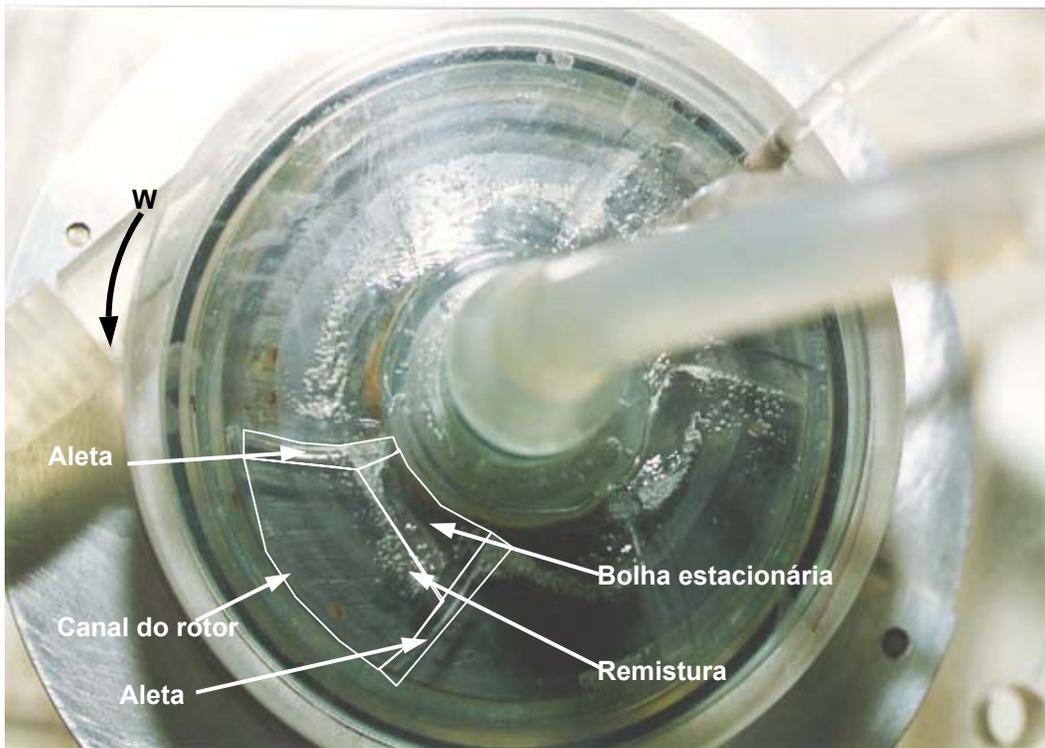
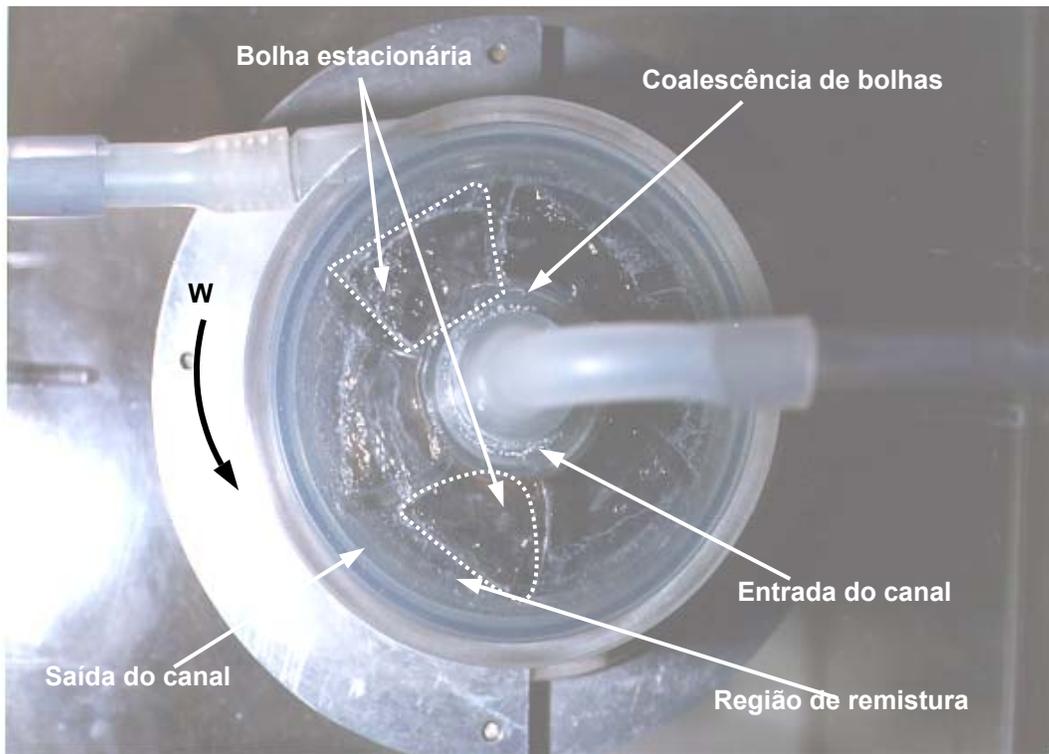


Figura 3.5 –Evolução da formação da bolha alongada no canal do Rotor: 500 e 800 rpm

3.2.2 – Simulador de BCS

Realizamos, primeiramente, a calibração dos instrumentos seguindo as recomendações dos fabricantes. Os procedimentos realizados estão indicados no Apêndice B. Os resultados da calibração dos instrumentos de medição utilizados estão apresentados nas Tabelas 1 e 2 do Anexo I. As equações de calibração foram inseridas no programa desenvolvido em ambiente Labwindows para a obtenção dos dados do simulador de BCS.

Após a calibração dos instrumentos, levantamos as curvas de desempenho das bombas *booster* e de teste e comparamos os resultados com as curvas fornecidas pelo fabricante. Os dados foram adquiridos diretamente pelo microcomputador equipado com uma placa de aquisição National modelo AT-MIO-16E, utilizando software desenvolvido através do Labwindows. Variando a rotação do motor (400 até 1000 rpm), através do variador de frequência obtivemos vários pontos de vazão de água para a bomba *booster*. Os sensores de pressão transmitem os valores do ganho de pressão na bomba para cada vazão correspondente. Para a bomba *booster*, utilizou-se o mesmo procedimento com a rotação variando de 0 até 1710 rpm.

3.3 – Medição da Fração de Vazio

Uma das mais relevantes variáveis a serem monitoradas no programa experimental deste estudo é a fração de gás ou de vazio. Infelizmente não havia no laboratório um instrumento capaz de medir diretamente este parâmetro, de forma contínua.

Para a obtenção do valor da fração de vazio na sucção da bomba utilizamos uma sonda elétrica como mostra a Figura 3.6. Essa sonda é capaz de identificar o fluido presente na sua ponta, se gás ou líquido. Movimentando-a na direção radial, após estabelecimento da condição permanente, e supondo-se que o escoamento é uniforme circunferencialmente, pode-se determinar a fração de vazio média pela integração do sinal da sonda.

Dias (1998) construiu essa sonda resistiva com uma agulha de 1,2 mm de diâmetro externo que serve de base e dá rigidez ao conjunto. Em uma extremidade é fixado um trecho curvo de outra agulha de menor diâmetro, no caso 0,7 mm. Um fio de cobre de 127 μm é introduzido nas agulhas. O fio é eletricamente isolado em toda a extensão com verniz. Para formar o sensor, o fio

é seccionado de modo que a seção transversal de corte perca o isolamento elétrico. Na extremidade oposta o fio é raspado e fixado a uma pequena chapa de cobre que serve como terminal da sonda. A carcaça da agulha é ligada por um fio ao pólo positivo do condicionador de sinais e o fio do sensor é ligado a um circuito independente do condicionador. Um dispositivo de fixação serve para prender a sonda na seção de testes do escoamento e garante a vedação do conjunto.

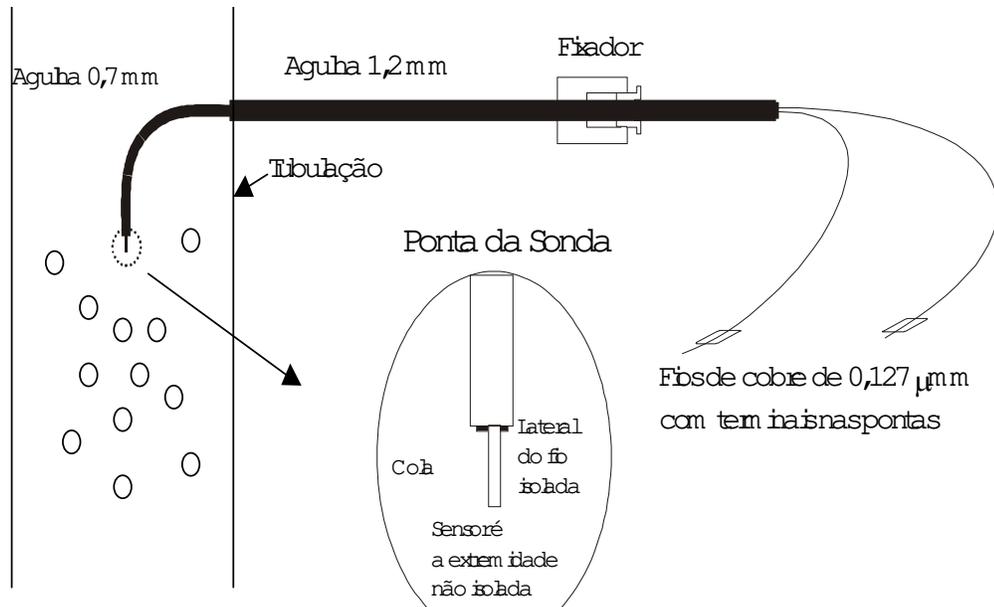


Figura 3.6 - Esquema de instalação da sonda elétrica.

Um sinal elétrico recebido por meio da sonda está indicado na Figura 3.7 a seguir. Quando o sensor da sonda é envolvido pela água o sinal fornecido é de baixa tensão (0 Volt). Ao contrário, quando o meio é o ar, o sinal é de tensão mais alta (2 Volts).

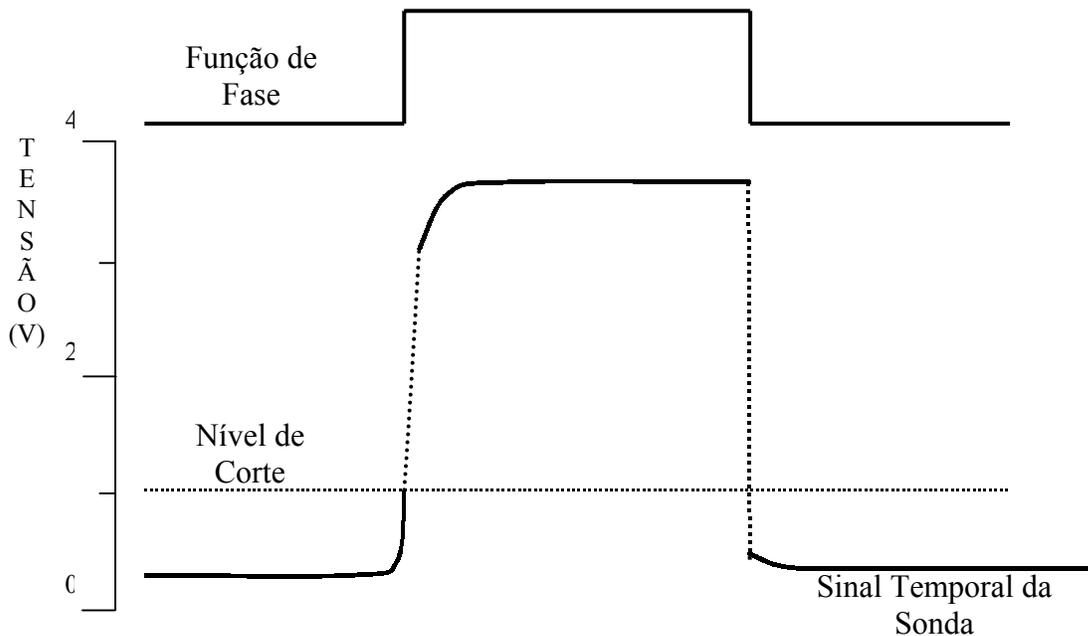


Figura 3.7 - Sinal Elétrico (Volts) típico enviado pela sonda.

Os sinais enviados pela sonda, após passarem por um condicionador, são adquiridos pelo microcomputador equipado com placa de aquisição National tipo AT-MIO-16E. Conforme mostrado na Figura 3.7, é necessário adotar um nível de voltagem de corte adequado para separar as duas fases, já que há uma flutuação nos sinais recebidos por meio da sonda elétrica. Quando o sinal for maior que o nível de corte, o valor da função de fase é 1, indicando que está passando gás naquele instante pela sonda. Se o valor do sinal for menor que o nível de corte, o valor da função de fase será 0, indicando que está passando líquido pela sonda. Consideramos esse nível constante durante a aquisição dos dados. O fator de corte é o valor relativo dessa voltagem, obtido pela relação entre o nível de voltagem de referência e o nível máximo de voltagem do sinal recebido, em torno de 2 V. Utilizamos o *software* desenvolvido por Dias (1998) para ambiente Labwindows, que processa os sinais da sonda e obtém o valor da fração de vazão média no ponto em que a mesma está posicionada. Adotamos um fator de corte de 0,25 e uma frequência de aquisição de 500 Hz. Devido à simetria do escoamento, a fração de vazão foi medida em apenas 3 pontos no interior da tubulação: a 10,4 mm, 18,2 mm 36,0 mm da parede da

tubulação, conforme indicado na Figura 3.8. O último ponto situa-se no centro da tubulação, cujo diâmetro é de 72 mm.

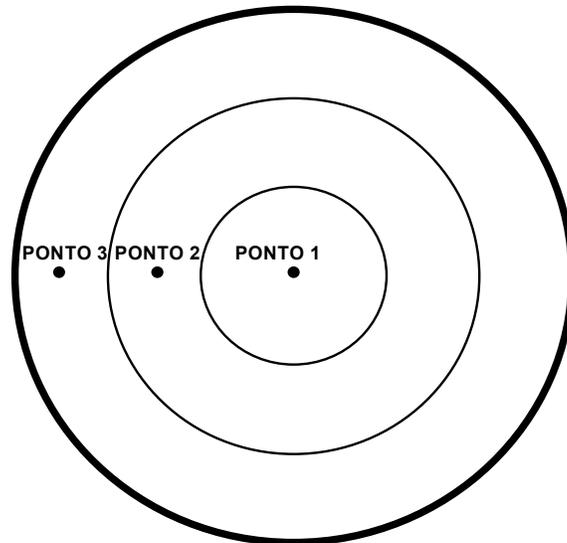


Figura 3.8 - Posicionamento da sonda elétrica na seção reta da tubulação

Realizamos 4 aquisições para cada posição radial da sonda. Com a finalidade de abranger todo o campo de vazões a serem estudadas, foram adquiridos valores de fração de vazio para 8 pares de valores de vazões de água e de ar.

Com base nos valores medidos, estabelecemos uma correlação tendo como referência o modelo de deslizamento (“Drift Flux Mode”) entre a fração de vazio na seção de entrada da bomba e as vazões de água e ar. Essa correlação é aplicável unicamente à instalação utilizada nesse estudo.

3.4 – Coleta de dados – escoamento Bifásico

O procedimento adotado para obter o desempenho da bomba teste sob escoamento bifásico, a uma determinada rotação e fração de vazio, foi o seguinte:

- a) ligava-se a bomba *booster* e a seguir a bomba teste. Fixava-se uma rotação para a bomba teste, através do variador de frequência. Escolhia-se uma rotação para a bomba *booster* correspondente à vazão que se queria medir;
- b) esperava-se que o ar acumulado na tubulação, que estava originalmente vazia, fosse eliminado;
- c) abria-se a válvula de ar e ajustava-se o valor dessa vazão de forma a se ter à fração de vazio que se desejava estudar;
- d) aguardava-se a estabilização do escoamento (± 3 minutos);
- e) realizava-se 3 aquisições para esse ponto. Em cada uma delas eram adquiridos 8000 pontos a uma frequência de aquisição de 2000 Hz. Eram registradas as seguintes variáveis: vazão de água, vazão de ar, Δp no 1º estágio, Δp no 2º estágio, pressão de recalque, Δp no *booster*, pressão diferencial na placa de orifício, pressão absoluta na placa de orifício e torque. A fração de vazio, a pressão na sucção, a potência hidráulica, a potência no eixo e a eficiência foram, em seguida, calculados.

Esse procedimento foi repetido para 5 vazões de água, entre 5 e 30 m³/h. Foram feitas aquisições nas rotações de 400, 500, 600, 700, 800, 900 e 1000 rpm, e, para cada rotação, com valores de frações de vazio médias de 0; 2,6; 4,7; 7,6; 10,3 e 15,2 %.

3.5 - Resultados Experimentais

Vamos apresentar os resultados experimentais obtidos para o escoamento monofásico e bifásico na bomba teste. No caso do rotor transparente, somente observações qualitativas foram realizadas, com o intuito, já mencionado no item 3.2.1, de identificar a fenomenologia do escoamento.

3.5.1 - Simulador de BCS

A montagem do simulador de BCS teve a finalidade de levantar dados para estudarmos o desempenho do BCS em escoamento bifásico. Vamos inicialmente apresentar os resultados para o escoamento monofásico na bomba teste.

3.5.1.1 - Escoamento monofásico

O objetivo dessa fase do estudo era o de verificar se as bombas utilizadas na montagem estavam gerando valores de altura de elevação de acordo com os indicados pelos fabricantes. Os resultados são apresentados parametrizados, conforme procedimento apresentado no Apêndice C. Nas figuras, a seguir, H^* e Q^* , P_u^* (potência útil parametrizada) P_e^* (potência no eixo parametrizada) e η (eficiência total) são definidos por:

$$H^* = \frac{gH}{\omega^2 r_2^2} \quad (3.1)$$

$$Q^* = \frac{Q}{\omega r_2^2 b_2} \quad (3.1a)$$

Considerando que a potência útil e no eixo são obtidas por:

$$P_u = \rho_L g Q H \quad (3.2)$$

$$P_e = T\omega \quad (3.2a)$$

defini-se as seguintes variáveis adimensionais:

$$P_u^* = Q^* H^* \quad (3.3)$$

$$P_e^* = \frac{T}{\rho_L \omega^2 r_2^4 b_2} \quad (3.3a)$$

$$\eta = \frac{P_u^*}{P_e^*} \quad (3.3b)$$

em que:

H: altura de elevação (m)

Q: vazão total de líquido (m³/s)

ω : rotação do rotor em rd/s

r_2 : raio externo do rotor (m)

b: altura do canal do rotor (m)

g: aceleração da gravidade (m/s²)

T: torque medido no eixo da bomba (N.m)

A Tabela 3, do Anexo I, e as Figuras 3.9 a 3.12, a seguir, mostram que os valores levantados experimentalmente estão de acordo com as curvas de catálogo do fabricante, tanto para a altura de elevação, como para potência e eficiência. Devido à boa qualidade dos dados experimentais resolvemos adotá-los no lugar dos valores de catálogo como referência para desenvolvimento de modelagem para escoamento bifásico.

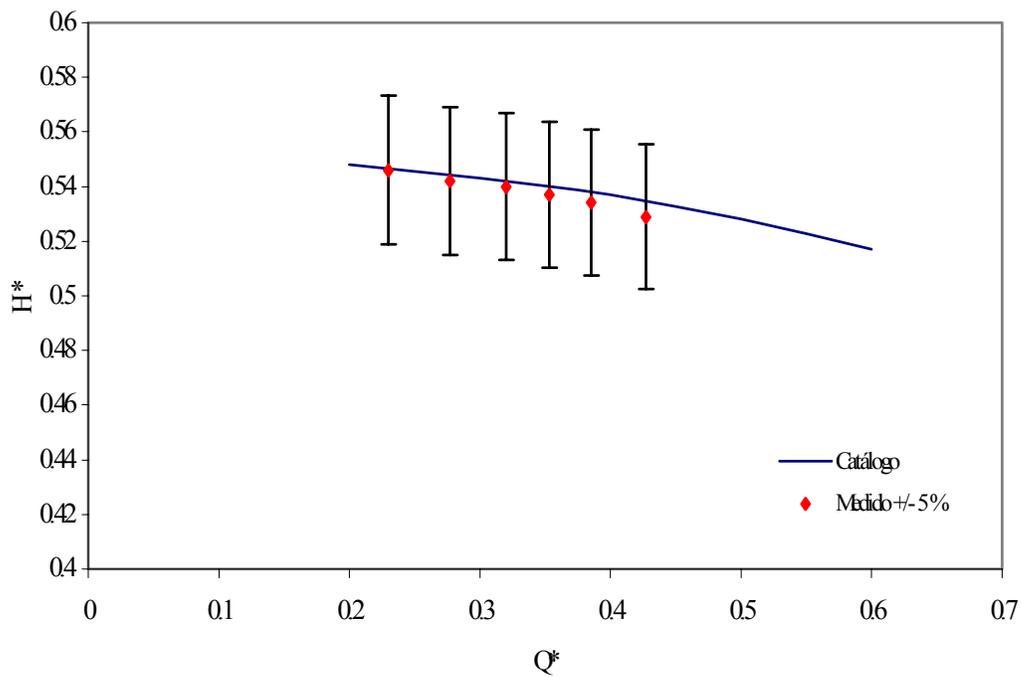


Figura 3.9- Bomba *Booster* -Curva de altura de elevação- 300 a 1750 rpm.

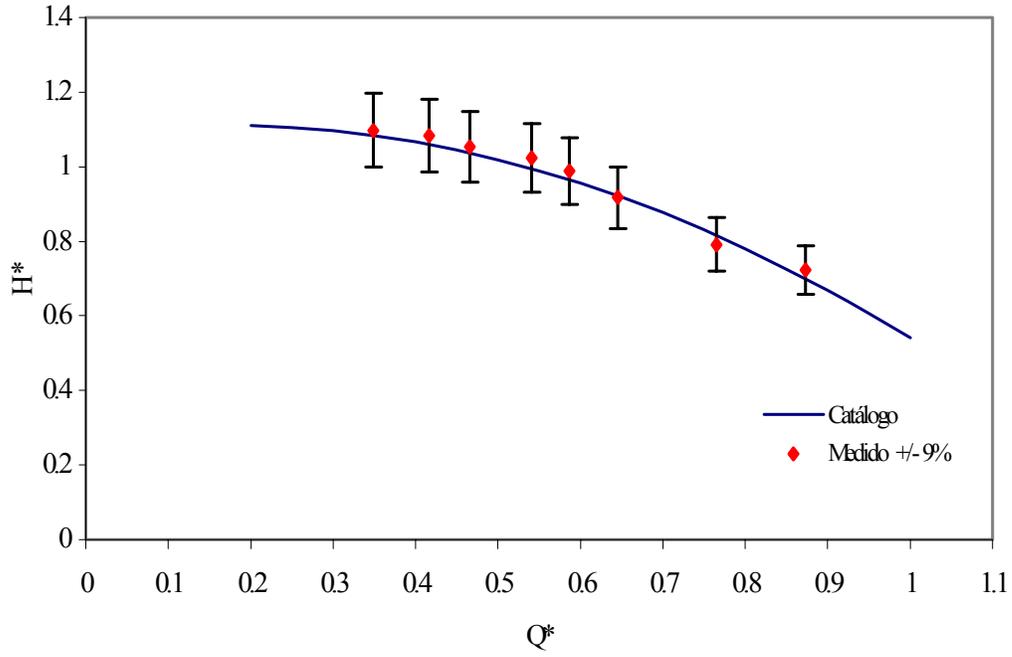


Figura 3.10 – Bomba Teste – Curva de altura de elevação – 400 a 1000 rpm.

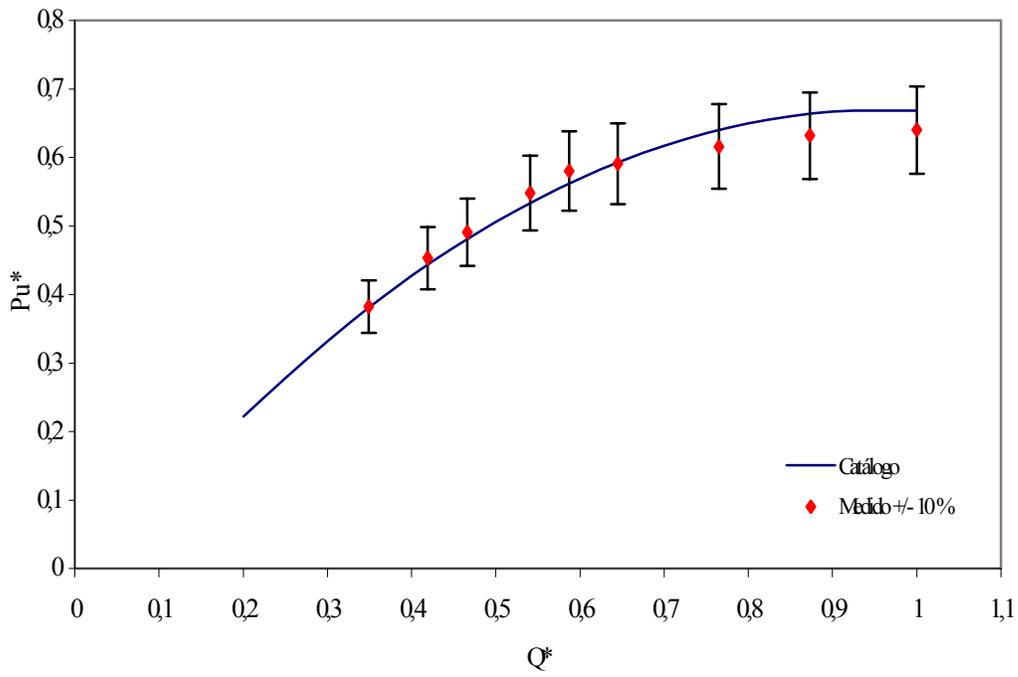


Figura 3.11- Bomba teste- Curva de Potência útil - 400 a 1000 rpm.

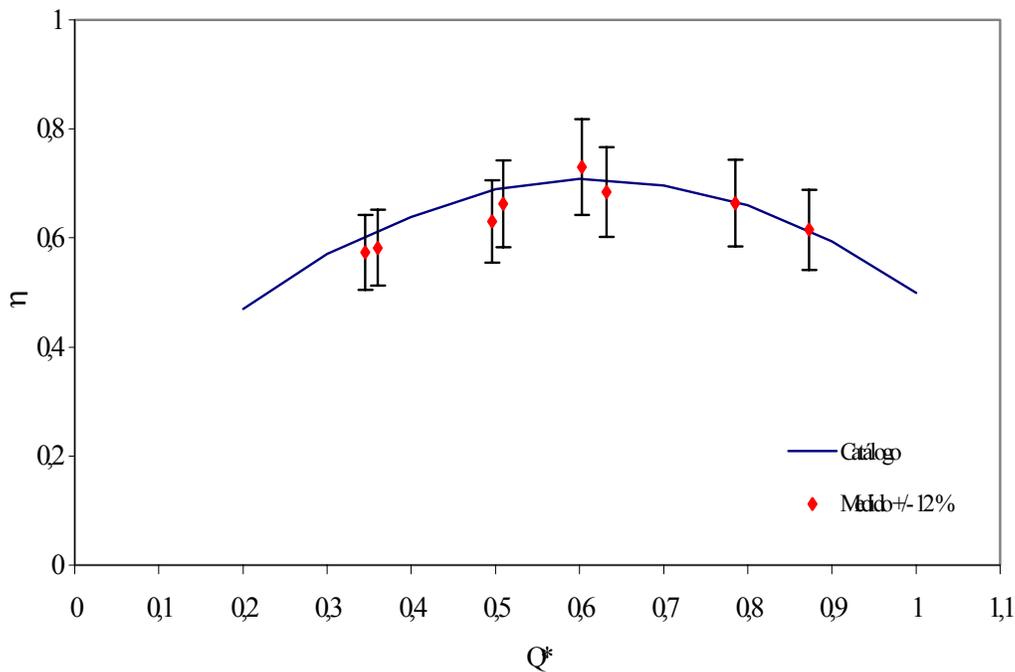


Figura 3.12- Bomba teste- Curva de Eficiência - 400 a 1000 rpm .

3.5.2.1 – escoamento bifásico – variáveis operacionais

No escoamento bifásico, fizemos, inicialmente, um “mapeamento” das frações de vazio que poderiam ocorrer no nosso escoamento. Os dados obtidos são apresentados nas Tabelas 4 até 11 do Anexo I - Tabelas.

A obtenção do valor da fração de vazio média na seção transversal do duto ($\langle \alpha \rangle$) considera a relação entre a fração de vazio local (α_i), obtida a partir da função densidade de fase (média temporal simples da função densidade de fase gasosa) e a área da seção transversal sob influência da sonda (A_i).

$$\langle \alpha \rangle = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^n \alpha_i A_i, \quad (3.4)$$

em que:

α_i : fração de vazio local

A_i : área do anel circular sob influencia da sonda

A : área total da seção transversal do duto

Para cada ponto de operação precisamos conhecer a fração de vazio correspondente. Com esse objetivo, utilizamos algumas experiências com o objetivo de levantar uma correlação entre a fração de vazio média na seção da tubulação de entrada da bomba e as variáveis medidas Q_G (vazão de ar na entrada da bomba) e Q_L (vazão total de líquido). A Figura 3.13, a seguir, mostra os dados obtidos plotados na forma da correlação de Zuber e Findlay (1965), V_g x J .

$$V_g = \frac{J_G}{\langle \alpha \rangle} = C_o J + \langle V_{gj} \rangle \quad (3.5)$$

onde :

$$J_G = \frac{Q_G}{A}, \quad (3.6)$$

$$J = \frac{Q_L + Q_G}{A} \quad (3.6a)$$

$\langle V_{gj} \rangle$ é a velocidade de deslizamento na vertical e C_o é o coeficiente de distribuição

A equação da reta que melhor representa os pontos experimentais é:

$$V_g = 1,179J + 0,2345 \quad (3.7)$$

Assim, obtém-se a correlação desejada, válida unicamente para a instalação utilizada:

$$\langle \alpha \rangle = \frac{J_G}{1,179J + 0,2345}, \quad (3.8)$$

em que: J_g e J são expressos em m/s

Devido aos problemas de baixa eficiência (valores inferiores a 30%), os fabricantes de bombas não recomendam que se instalem conjuntos de BCS em poços com a presença de gás livre em volume para valores acima de 17 %. Limitamos, então, o nosso mapeamento para valores de frações de vazio até esse valor. Para altos valores de frações de vazio (acima de 35%), poderíamos ter um outro padrão de escoamento bifásico na tubulação, o que acarretaria mudanças nos valores dos coeficientes acima citados.

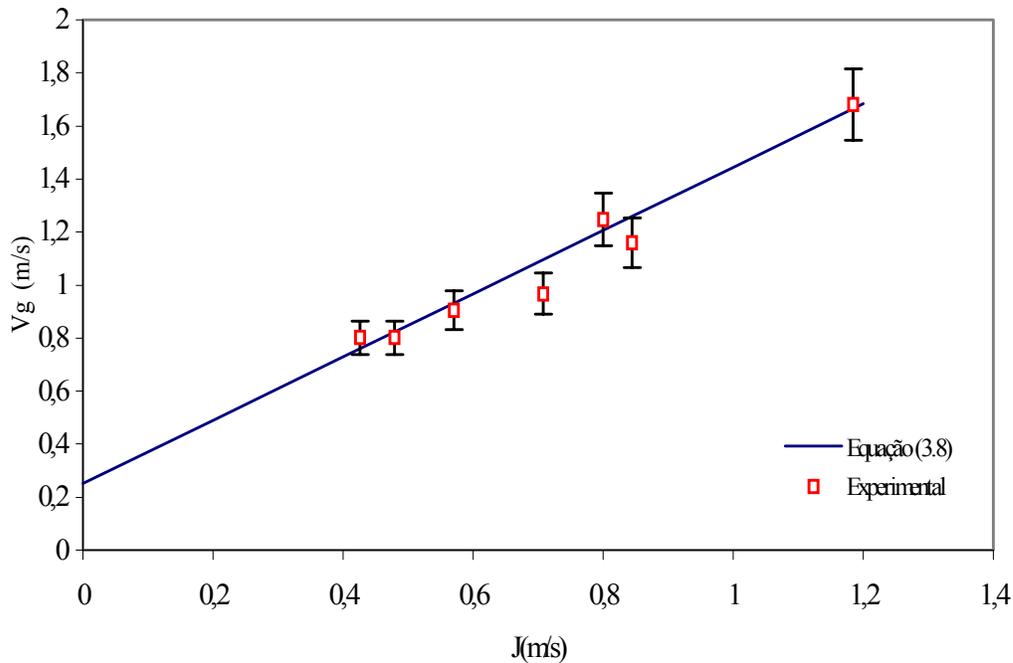


Figura 3.13 – “Mapeamento” da Fração de vazio

A equação (3.8) foi inserida no programa elaborado para a aquisição de dados. Por meio dela, as frações de vazio foram calculadas para cada valor de vazão de água e ar adquiridos em cada ensaio. Os valores de vazão de ar (medidos pela placa de orifício na pressão absoluta nesse ponto da linha de gás), são corrigidos para o valor da pressão absoluta na entrada da bomba, obtendo-se assim o valor de J_G para esse local, onde fora posicionada a sonda elétrica ao realizar o mapeamento das frações de vazio.

Todos os dados medidos, de vazão de água e ar, diferença de pressão em cada estágio e de torque medidos, para as rotações de 400, 500, 600, 700, 800, 900 e 1000 rpm, e frações de vazio médias de 0; 2,7; 4,7; 7,7; 10,3 e 15,3%, são apresentados nas Tabelas 12 até 18 do Anexo I. Foram realizados um total de 200 testes.

vazão, para uma rotação de 1000 rpm. Para altas frações de vazio e baixa vazão pode-se observar a ocorrência do *surging*.

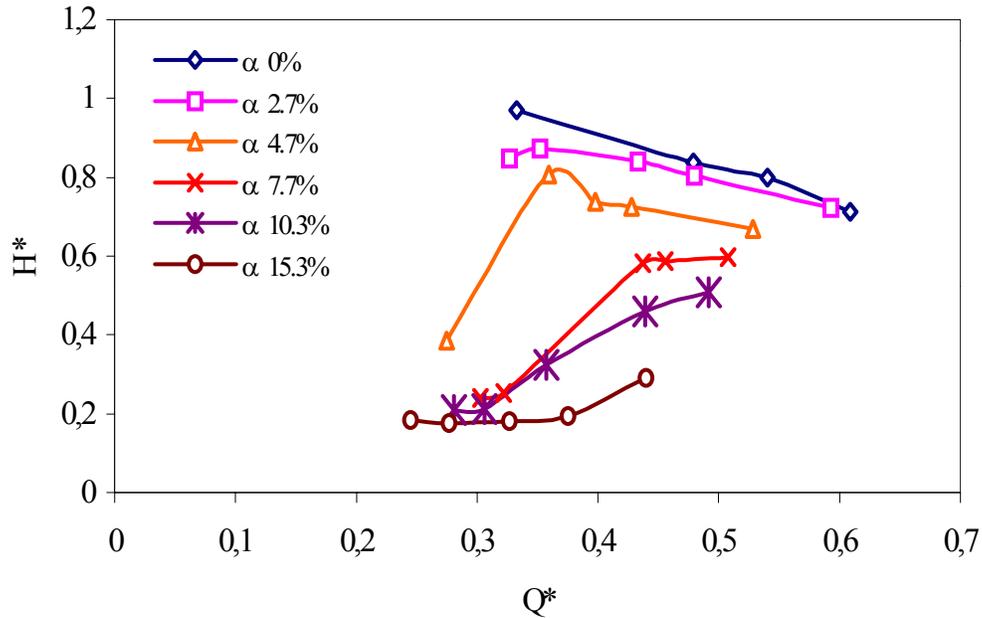


Figura 3.14 - Valores medidos da diferença de pressão no 2º estágio - 1000 rpm

Nesse caso, para frações de vazio acima de 2,7%, o aumento da vazão implica em aumento da diferença de pressão gerada pela bomba. Após um certo valor de vazão de líquido, o fenômeno cessa, e o comportamento do diferencial de pressão medido, volta a decrescer com o aumento da vazão, representando o comportamento normal de uma bomba, quando em escoamento monofásico.

Com os valores medidos de torque, pressão e vazão de água e ar, obtivemos os valores de eficiência total da bomba para o escoamento bifásico. Adimensionalizamos os valores de potência no eixo e potência útil, da seguinte forma:

$$Q^* = \left(\frac{Q_L}{2\omega} \right) \left(\frac{1}{r_{21}^2 b_{21}} + \frac{1}{r_{22}^2 b_{22}} \right) \quad (3.9)$$

$$H^* = \left(\frac{g}{\omega^2} \right) \left(\frac{H_1}{r_{21}^2} + \frac{H_2}{r_{22}^2} \right) \quad (3.9a)$$

$$\text{com : } H \cong \frac{\Delta p}{\rho_m g} \quad (3.9b)$$

$$P_e^* = \left(\frac{T}{\rho_m \omega^2} \right) \left(\frac{1}{r_{21}^4 b_{21}} + \frac{1}{r_{22}^4 b_{22}} \right) \quad (3.10)$$

$$P_u^* = Q^* H^* \quad (3.10a)$$

onde: r_{21} e r_{22} são os raios externos do rotor do 1º e 2º estágios, respectivamente,
 b_{21} e b_{22} , as alturas do canal do rotor no 1º e 2º estágios, na periferia do rotor;

O coeficiente de conversão de P_u^* , P_e^* em P_u , P_e é dado por:

$$coef = \rho_m \omega^3 r^4 b \quad (3.11)$$

Obtivemos, a seguir, os gráficos para a potência no eixo (P_e^*) e útil (P_u^*) (Figuras 3. 15 e 3.16, a seguir, e Figuras 09 até 20 no Anexo II - Figuras) de acordo com as frações de vazão estudadas e comparamos com o escoamento monofásico.

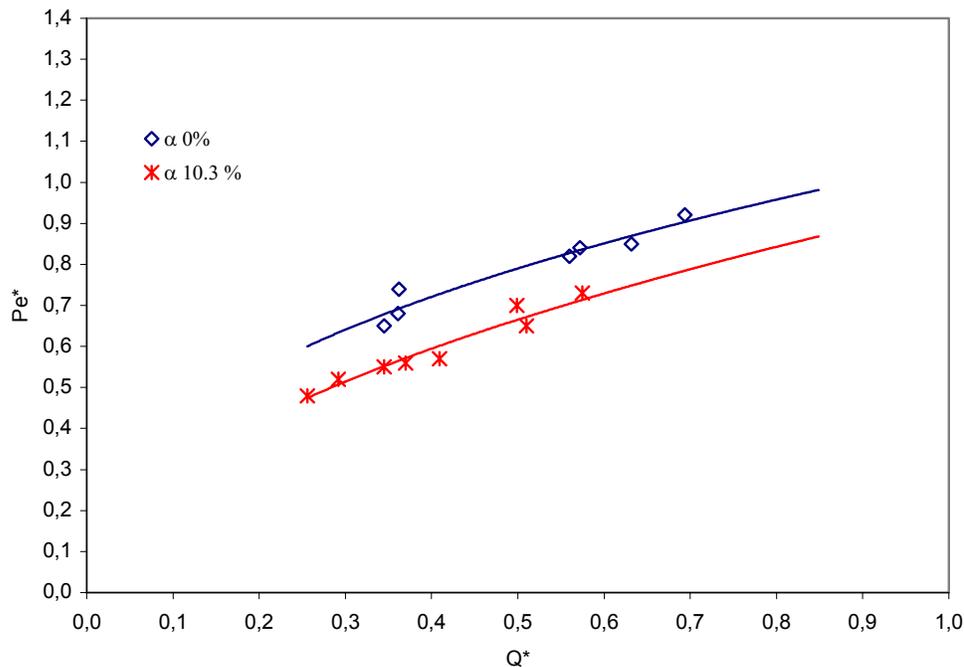


Figura 3.15 - Potência no eixo para 400 a 1000 rpm e fração de vazão 0% e 10,3%.

Analisando essas figuras podemos concluir que a queda de potência útil em um escoamento bifásico é da ordem de 60% em relação ao escoamento monofásico quando a bomba estiver operando com um escoamento bifásico e fração de vazão na entrada da bomba em torno de 10%. Já a potência no eixo se reduz, para essa mesma condição na ordem de 15%. Aplicando essas conclusões nos dados medidos, poderemos comparar e estimar os valores de eficiências e potências. As Tabelas 19 e 20, do Anexo I, mostram os valores obtidos de potência no eixo e potência útil, para valores da fração de vazão entre 0% e 15%. Os dados indicam que o medidor de torque não apresentou boas medições para rotações baixas. De fato, o medidor, estava superdimensionado para a nossa aplicação. O torque máximo é de 113 N.m, valor alto se comparado ao torque de 2,26 N.m, medido a 400 rpm.

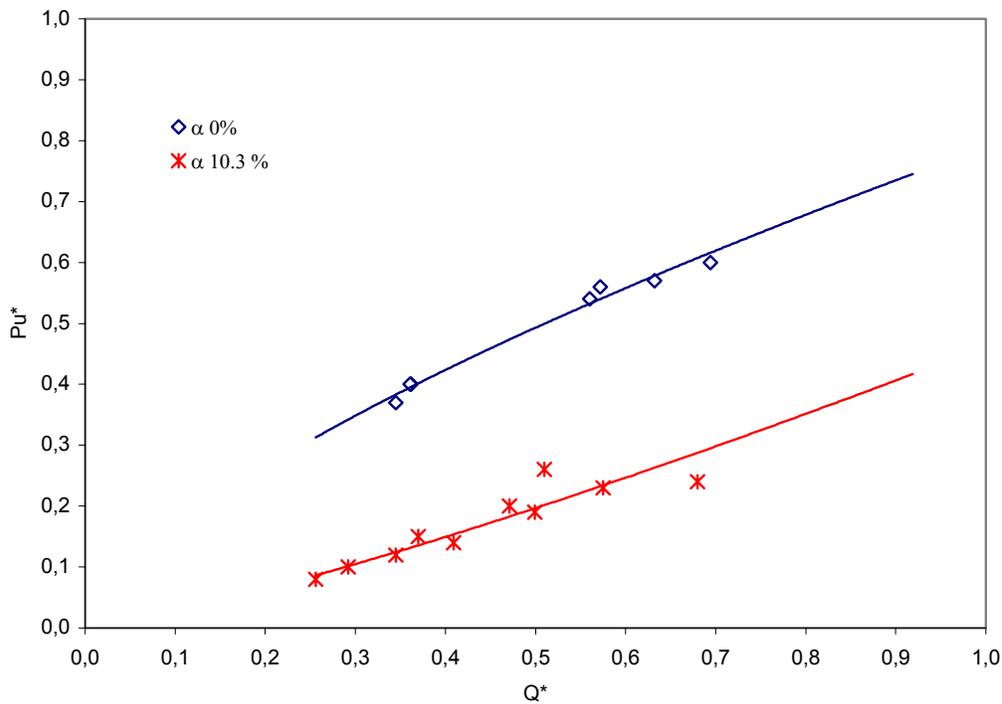


Figura 3.16 - Potência útil para 400 a 1000 rpm e fração de vazio 0% e 10,3%.

A Figura 3.17 mostra os valores obtidos para a eficiência total, considerando fração de vazio de 0% e 10,3%. Pode-se observar que a eficiência total (η) aumenta com o aumento da rotação e reduz com o aumento da fração de vazio. A explicação física para isso vem da formação da bolha estacionária. Se a rotação aumenta, o tamanho da bolha estacionária diminui, aumentando portanto a parte ativa do rotor, aquela que gera a pressão no estágio. Portanto, quanto maior a pressão gerada, maior será a eficiência da bomba. No caso do aumento da fração de vazio, aumenta-se o tamanho da bolha estacionária e portanto, a parte ativa do rotor se reduz, gerando menos pressão e portanto reduzindo a eficiência da bomba. As Figuras 21 até 26 (Anexo II) mostram a variação da eficiência total (η) com Q^* .

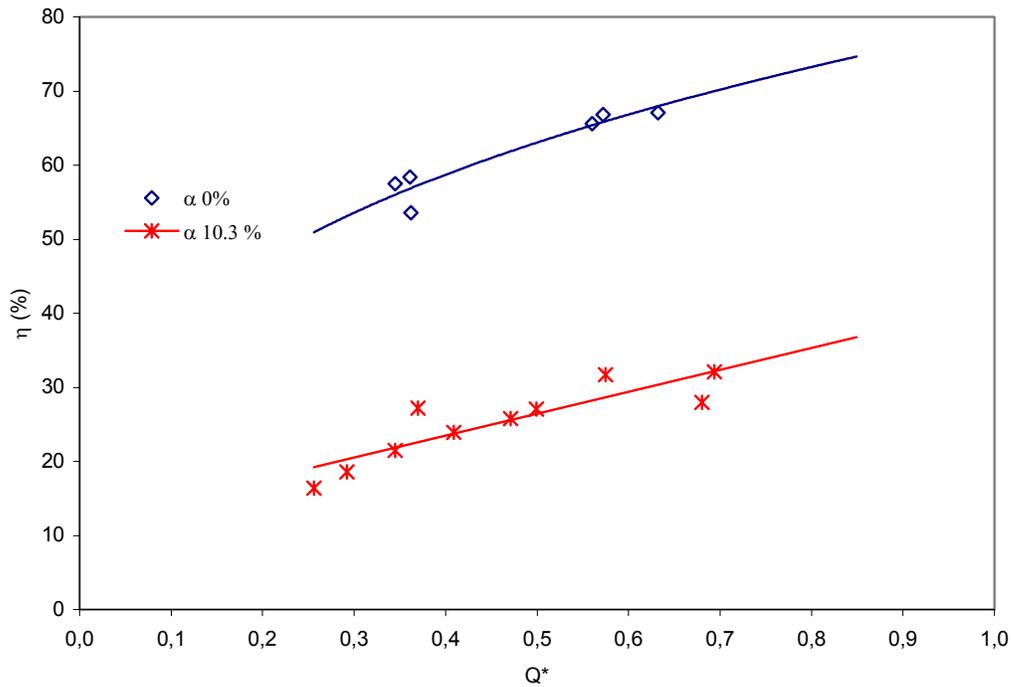


Figura 3.17 – Eficiência total (η) x Q^* para 400 a 1000 rpm e fração de vazio de 0% e 10,3%

Os resultados experimentais foram de extrema importância no nosso estudo. Além de confirmarem que as variáveis rotação do rotor, fração de vazio, vazão de líquido e a própria geometria dos canais influenciam a diferença de pressão a ser gerada pela bomba. Foi muito importante também medir as pressões em cada estágio da bomba, porque poderemos aferir o modelo desenvolvido para condições operacionais diferentes. Outro destaque importante foi o grande número de dados obtidos (cerca de 200 por estágio). Como esse número é representativo, ele servirá para se obter correlações entre as variáveis envolvidas no escoamento bifásico no canal do rotor da bomba.

Capítulo 4

Modelagem do escoamento

Precedendo a modelagem do escoamento bifásico no interior de uma bomba centrífuga, vamos considerar inicialmente a modelagem do escoamento monofásico. Informações relativas ao escoamento monofásico serão obtidas, analisadas e, eventualmente, utilizadas na modelagem do escoamento bifásico. De certa forma, complementarmente, os resultados obtidos com a modelagem monofásica serão uma referência, ou condição-limite, para a modelagem bifásica. Assim, um modelo mais complexo pode ser calibrado, verificando-se o comportamento de determinadas variáveis fundamentais.

4.1- Escoamento Monofásico

O modelo proposto para o escoamento monofásico na bomba centrífuga será o unidimensional, usualmente praticado em modelos simplificados, mas que devidamente “calibrado”, produz resultados de excelente qualidade, como se verá na sequência. Esta modelagem é válida sob as seguintes hipóteses simplificativas: escoamento em regime permanente, escoamento isotérmico e incompressível, efeitos gravitacionais negligenciáveis frente a outras forças de campo, por exemplo, o forte campo centrífugo, unidimensional ao longo da coordenada de simetria S , correspondendo à posição central no canal formado por duas aletas consecutivas, quando o rotor é analisado, ou pelas paredes do difusor quando o escoamento por este procede. Isto é, o escoamento na bomba centrífuga ocorre em canal curvo em rotação, representando o rotor, e sequencialmente, em outro canal curvo fixo, representando o difusor.

A análise é então análoga aos trabalhos de Zakem (1980), Furuya (1985) e Sachdeva (1988), para os quais o escoamento segue a direção dada pela coordenada de simetria S , conforme indicado na Figura 4.1. Assumimos ainda a premissa clássica do “rotor com número

infinito de aletas”, tão grande que a direção da velocidade da partícula de fluido em relação ao rotor é sempre paralela à tangente a aleta em qualquer posição radial entre a entrada e a saída do canal. O movimento do fluido no rotor é então unidimensional, definido pelo sistema de coordenadas (r, θ) e segue uma trajetória definida por S , conforme ilustrado na figura acima citada.

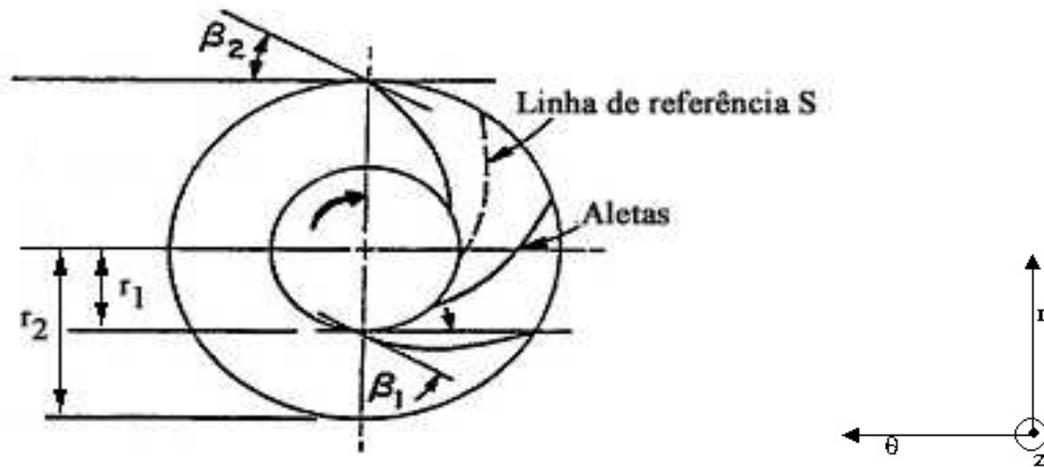


Figura 4.1 – Canal do rotor com linha de corrente de referência

Iremos supor, inicialmente, que o escoamento é potencial. Posteriormente, iremos adicionar termos para corrigir efeitos da não-unidimensionalidade do escoamento e da dissipação viscosa inerente. A equação de conservação de massa se escreve (em regime permanente):

$$\dot{m} = \rho V_r A_r = \rho V_s A_s \quad (4.1)$$

em que os subscritos r e s representam a direção radial e a direção das linhas de corrente paralelas às paredes do canal, respectivamente. De acordo com a Figura 4.2, a_r e a_s representam as larguras do canal perpendiculares às direções radial e ao longo de S . As variáveis A_r e A_s representam as áreas perpendiculares ao escoamento nas direções radial e ao longo de S . As variáveis V_r e V_s são as velocidades do fluido na direção radial e ao longo de S . A variável β é definida pelo ângulo formado pela velocidade relativa (V_s) com a velocidade tangencial ($U = \omega r$) e b é a altura do canal. A relação entre essas variáveis é dada por:

$$dr = ds \sin \beta \quad A_r = a_r b \quad A_s = a_s b \quad A_s = A_r \sin \beta \quad V_r = V_s \sin \beta \quad (4.2)$$

O torque (T) no eixo da bomba é obtido da diferença entre momentos da quantidade de movimento na entrada e na saída do rotor. Assim (ver Figura 4.3):

$$T = \dot{m} (V_2 \cos \theta_2 r_2 - V_1 \cos \theta_1 r_1) \quad (4.3)$$

onde: V é a velocidade absoluta do líquido, θ o ângulo formado entre a velocidade absoluta e a velocidade tangencial U , r é o raio e os índices 1 e 2 indicam a entrada e saída do canal do rotor.

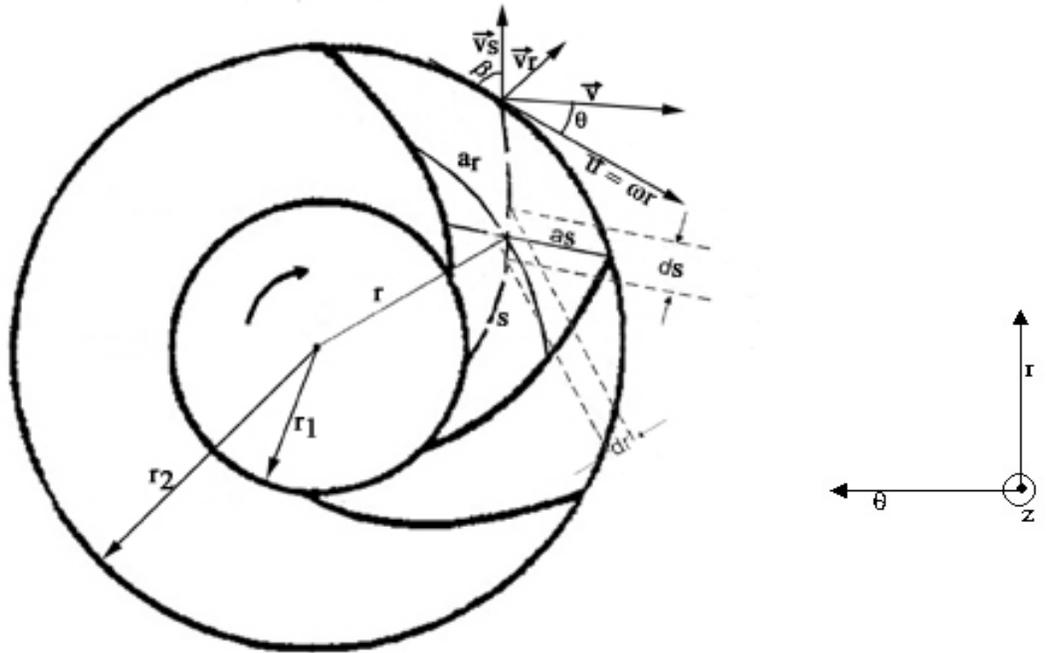


Figura 4.2 - Largura e velocidades no canal do rotor

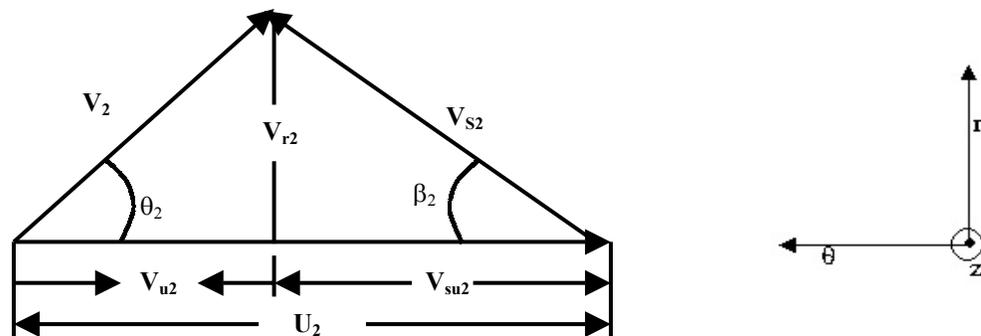


Figura 4.3 - Triângulo de velocidades idealizado na saída do canal do rotor

Em um processo ideal, sem dissipação de energia, a potência útil (P_u), definida em função da velocidade angular do rotor (ϖ), se escreve:

$$P_u = \dot{m} g H = T \varpi \quad (4.4)$$

Neste processo idealizado no qual, além da dissipação viscosa, não se contabilizam as perdas volumétricas (selagem total entre as regiões da bomba com diferença de energia) ou mecânicas (atrito de disco e atrito mecânico), a altura de elevação ideal (H_i), é definida pela equação de Euler para turbomáquinas:

$$H_i = \frac{1}{g} (U_2 V_2 \cos \theta_2 - U_1 V_1 \cos \theta_1) \quad (4.5)$$

em que: $V \cos \theta = V_u = U - V_r \operatorname{ctg} \beta,$ (4.6)

$$U_2 = \omega r_2, \quad U_1 = \omega r_1, \quad (4.6a)$$

$$V_{r1} = \frac{Q_L}{2\pi r_1 b_1}, \quad V_{r2} = \frac{Q_L}{2\pi r_2 b_2}, \quad (4.6b)$$

Q_L é vazão total de líquido

Para uma melhor estimativa da altura de elevação fornecida por uma bomba, deveremos considerar que o número de aletas no rotor é finito e pequeno. Isso irá causar uma não uniformidade no campo de velocidades nas regiões de entrada e saída do canal do rotor, fazendo com que o escoamento não seja mais tangente à aleta, como previa a idealização inicial. Assim, os triângulos de velocidades ideal e real são diferentes. Para corrigir essa distorção iremos utilizar um coeficiente, chamado na nomenclatura de bombas de coeficiente do número de aletas (C_a). O Apêndice A mostra como obter esse coeficiente a partir da curva característica da bomba fornecida por ensaios ou constantes dos catálogos dos fabricantes. Aplicando essa correção na equação (4.5), altura de elevação H_c (inclui a correção da não-unidimensionalidade do escoamento) de uma bomba centrífuga será dada por:

$$H_c = C_a \frac{1}{g} \left[U_2 (U_2 - V_{r2} \operatorname{ctg} \beta_2) - U_1 (U_1 - V_{r1} \operatorname{ctg} \beta_1) \right] \quad (4.7)$$

A equação (4.7) é aplicável para o escoamento monofásico. Sua solução fornece uma altura de elevação teórica gerada no rotor (ou nos diferentes estágios estágio da bomba, no caso de uma bomba multiestágios). Porém deveremos considerar ainda a dissipação viscosa do escoamento. Há as perdas por choque na entrada e saída do rotor e as chamadas perdas ordinárias que ocorrem

no escoamento ao longo do rotor. Para considerar os efeitos viscosos, um procedimento empírico simples é adotado por fabricantes (ver Murakami e Minemura (1983), por exemplo) consistindo em subtrair o termo $K_1 Q_L^2$, correspondente às perdas hidráulicas ordinárias, e o termo $K_2 (Q_L - Q_o)^2$, referente às perdas por choque. As variáveis K_1 e K_2 são coeficientes dimensionais e Q_o é a vazão ótima de operação para a qual as perdas por choque são nulas (isto é, não há vorticidade no escoamento nas regiões de entrada e saída do rotor).

O Apêndice C mostra o procedimento matemático para parametrizar as curvas características de bombas divulgadas nos catálogos dos fabricantes e obter os coeficientes C_a , K_1 , K_2 e Q_o , isto é, o coeficiente do número de aletas, os coeficientes das perdas associadas à dissipação viscosa e a vazão de projeto, respectivamente.

A equação resultante para o cálculo da altura de elevação real (H) em um estágio da bomba, considerando um escoamento monofásico é dada por:

$$H = C_a \frac{1}{g} [U_2(U_2 - V_{r2} \text{ctg } \beta_2) - U_1(U_1 - V_{r1} \text{ctg } \beta_1)] - K_1 Q_L^2 - K_2 (Q_L - Q_o)^2 \quad (4.8)$$

Em termos de variáveis adimensionais, a equação é escrita:

$$H^* = C_a \left[1 - Q^* \left(\frac{1}{2\pi} \text{ctg } \beta_2 \right) \right] - [K_1^* Q^{*2} + K_2^* (Q^* - Q_o^*)^2] \quad (4.8a)$$

sendo:

$$Q_o^* = \frac{Q_o}{U_2 r_2 b_2} \quad (4.8b)$$

$$K_1^* = K_1 (g r_2^2 b_2^2) \quad (4.8c)$$

$$K_2^* = K_2 (g r_2^2 b_2^2) \quad (4.8d)$$

Como estamos trabalhando com uma bomba teste de dois estágios com um difusor entre eles, teremos que obter os coeficientes K_1 , K_2 , C_a e Q_o para cada um dos estágios, com base em valores medidos de diferença de pressão. Para o difusor, que é fixo, apenas a componente devido à perda ordinária deve ser considerada e estaremos agregando esse valor ao fator K_1 para o segundo estágio. Ou seja, o valor de K_1 para o 2º estágio é obtido pela soma de K_1 2º estágio com K_1

difusor (ver Apêndice C). Com esses coeficientes, pode-se calcular a altura de elevação da bomba para cada estágio utilizando a equação (4.8).

Iremos utilizar alguns dos parâmetros obtidos para o escoamento monofásico para então obter, a seguir, a altura de elevação no escoamento bifásico .

4.2- Escoamento bifásico

Alguns dos trabalhos revisados e discutidos no capítulo 2, mencionam a existência de uma grande bolha de ar na entrada dos canais do rotor da bomba centrífuga quando operando em escoamento bifásico. A existência dessa bolha altera o padrão de escoamento nos canais do rotor, e conseqüentemente, a transferência de energia para a mistura bifásica. O experimento com o rotor transparente permitiu visualizar o fenômeno e avaliar, qualitativamente, a influência de alguns parâmetros, sobre o tamanho dessa bolha estacionária, conforme relatado no capítulo 3.

Como mencionado anteriormente, vários autores citam a presença de uma bolha alongada, estacionária, na entrada do rotor. Apesar de identificar a presença da bolha, estes mesmos autores modelam o escoamento no canal como se ocorresse, ao longo do mesmo (todo o canal), o padrão de escoamento bifásico em bolhas dispersas. Esse padrão só ocorre em escoamentos bifásicos no canal de bombas quando a fração de vazio é mínima ou quando as condições operacionais e propriedades dos fluidos determinam a existência de uma bolha estacionária muito pequena ou mesmo inexistente. A análise que se segue vai mostrar que a existência da bolha depende da intensidade do campo centrífugo que atua no rotor, do tamanho da bolha discreta de gás que entra no rotor, da tensão superficial do fluido, da viscosidade do líquido, entre outras variáveis. Assim, é evidente, e a fenomenologia do escoamento revela, que tratar o escoamento ao longo do rotor como se ocorresse sempre no padrão “em bolhas”, é incorrer em erro. A modelagem do escoamento deve, então, contemplar os diferentes “padrões de escoamento” existentes no rotor de uma bomba centrífuga.

Assim, uma nova modelagem, fenomenológica, contemplando estes aspectos, deve ser adotada. E isto procuramos fazer no presente trabalho: desenvolver uma modelagem simplificada, unidimensional, mas representando adequadamente a fenomenologia do

escoamento, com o intuito de modelar a transferência de energia no rotor e no difusor de uma bomba centrífuga operando com escoamento bifásico.

Conforme mostraremos a seguir, algumas variáveis operacionais, entre elas a vazão de líquido e a fração de vazio, isto é, a proporção volumétrica do gás na mistura bifásica, e propriedades dos fluidos, como densidade, tensão superficial e viscosidade, influenciam o padrão de escoamento que irá ocorrer no canal do rotor. Dependendo dos valores que estas variáveis assumem, podemos ter os seguintes padrões de escoamento no canal do rotor da bomba:

- 1) em bolhas dispersas em todo o canal, ou
- 2) a presença de uma bolha alongada, estacionária, na região de entrada do canal do rotor. Neste caso, sob a bolha estacionária escoo predominantemente o líquido. O gás entra na bomba e é agregado à bolha estacionária. Na extremidade final da bolha alongada há a chamada região de remistura, na qual bolhas de gás discretas desprendem-se da bolha alongada e são incorporadas (*entrainment region*, na literatura inglesa) ao escoamento de líquido pela ação de um jato. O escoamento que segue, até a aresta de saída do canal no rotor, é do tipo “em bolhas”.

As Figuras 4.4 e 4.5 indicam os dois padrões de escoamento e representam esquematicamente o que aparece nas fotografias da Figura 3.5, ítem 3.2. Isto é a nossa “leitura fenomenológica” dos padrões de escoamento no canal do rotor de uma bomba centrífuga sob escoamento bifásico. É interessante observar que o escoamento sob a bolha estacionária ocorre sob pressão constante. Assim, a transferência de energia no rotor da bomba ocorre sempre quando existe o escoamento em bolhas no canal, mesmo quando este ocorra apenas parcialmente no canal, da região da remistura até a aresta de saída do canal.

Estes dois padrões de escoamento recém-apresentados permitirão que se defina o “mapa de operação de uma bomba centrífuga sob ocorrência de escoamento bifásico”. Quando o escoamento em bolhas ocorre em todo o canal, a energia transferida pela bomba tem uma dependência funcional da vazão de fluidos em muito similar à de um escoamento monofásico. Quando ocorre a bolha estacionária no canal, há o fenômeno denominado de *surging*, isto é, somente parte do canal é ativo no aspecto da transferência de energia ao escoamento, ou o fenômeno de *bloqueio de gás*, quando a bolha alongada preenche a maior parte do canal e não há

mais transferência significativa de energia para o fluido de trabalho. A modelagem correta do escoamento requer, então: (1) que se identifique a existência ou não da bolha alongada na entrada do rotor; (2) não existindo a bolha, a modelagem do escoamento deverá considerar que o escoamento no rotor ocorre inteiramente no padrão em bolhas; (3) existindo a bolha alongada, o modelo deve prever seu comprimento para então poder calcular a transferência de energia para um escoamento em bolhas somente na “parte útil” do rotor (dando origem ao fenômeno do *surging*), isto é, da região de remistura até a saída do rotor e daí incorporar o difusor e, finalmente, (4) prever quando a bolha alongada ocupa a maior parte do canal do rotor, dando origem ao fenômeno do bloqueio de gás.

Neste trabalho desenvolvemos um procedimento para identificar os padrões de escoamento do escoamento bifásico que ocorrem no canal do rotor de uma bomba centrífuga, isto é, o que denominamos de mapeamento das condições operacionais da bomba quando em escoamento bifásico. Após mapear a operação da bomba, iremos calcular a energia transferida pela bomba em cada um de seus estágios. Para tanto, vamos assumir para o escoamento bifásico em bolhas no canal do rotor algumas das premissas simplificativas básicas utilizadas no escoamento monofásico: regime permanente, escoamento isotérmico e efeitos gravitacionais negligenciáveis quando comparados com o efeito do campo centrífugo atuante.

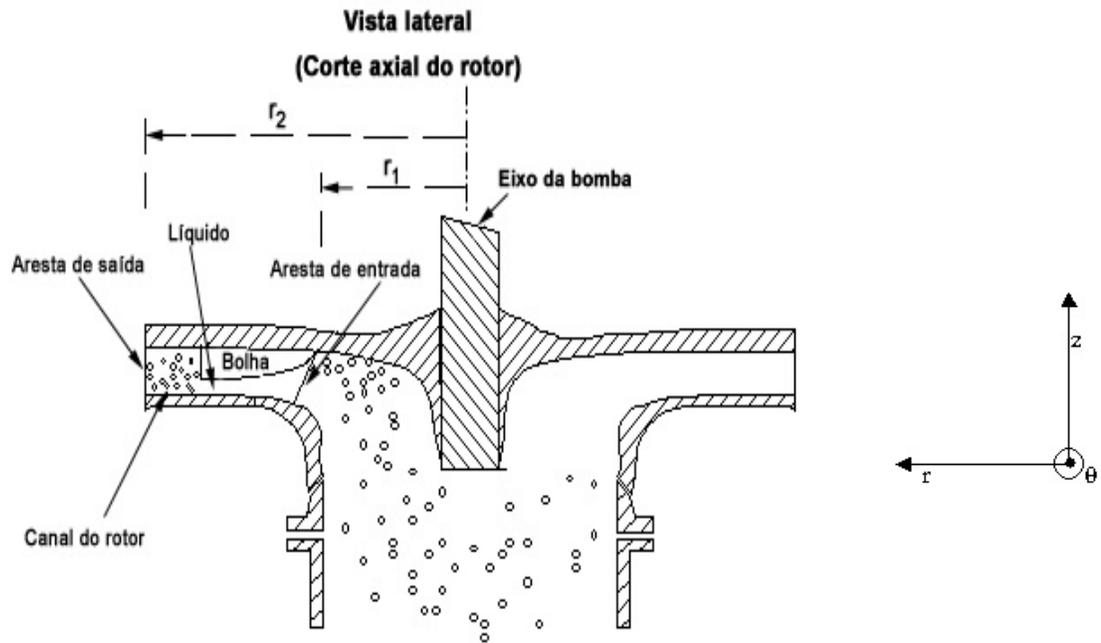


Figura 4.4 Corte do rotor mostrando a bolha alongada e a região com escoamento em bolhas dispersas.

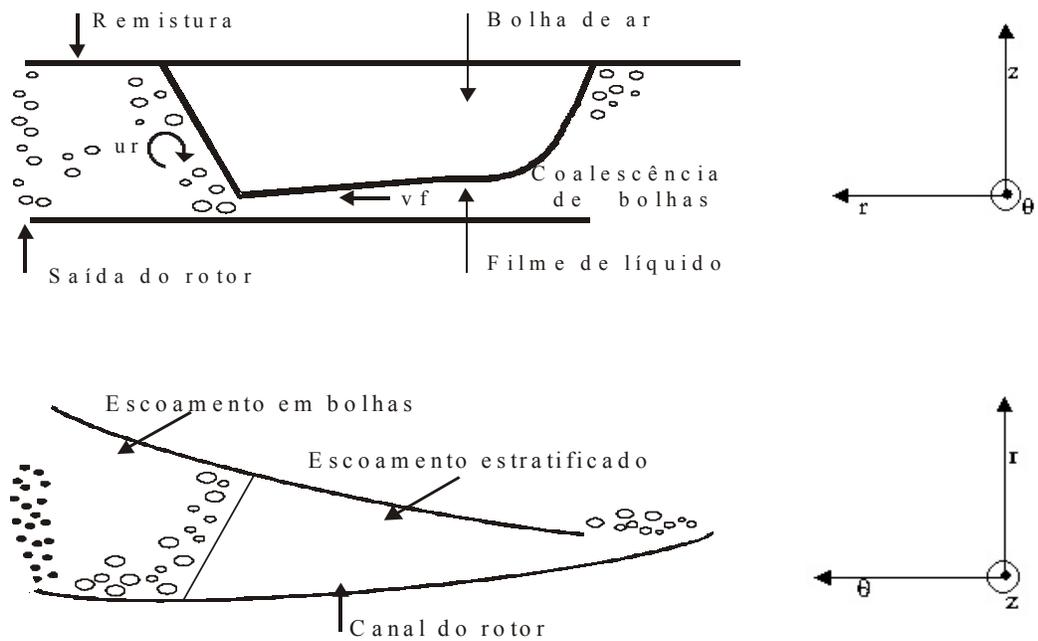


Figura 4.5- Vista lateral e de topo do canal de rotor de bomba centrífuga com os regimes de escoamento característicos quando ocorre o fenômeno do *surging* e bloqueio de gás.

4.2.1- Mapeamento das condições operacionais da bomba

A Figura 4.6 apresenta, a seguir, a título de ilustração, as curvas características típicas (altura de elevação adimensionalizada, H^* , versus a vazão adimensionalizada, Q^*) de uma bomba operando com escoamento bifásico, obtidas experimentalmente no presente estudo. O procedimento para a obtenção desta curva está indicado no Apêndice C.

A análise da figura indica que há três regiões distintas: uma com comportamento padrão de uma bomba centrífuga em escoamento monofásico, onde H^* é decrescente para Q^* crescente; uma segunda, a região de *surging*, onde H^* cresce com o aumento de Q^* ; e uma terceira, que chamaremos de região de bloqueio de gás, onde H^* é muito pequeno e praticamente constante com o aumento de Q^* .

Quando ocorre o fenômeno chamado *surging*, diminuindo a vazão de fluido teremos a redução da altura de elevação gerada no estágio. As medidas experimentais nessa região indicam também uma flutuação nos valores medidos de altura de elevação. Os pontos na Figura 4.6 representam, portanto, os pontos médios medidos. Podemos verificar que, após um certo valor de vazão de fluido, a curva de desempenho da bomba retoma o comportamento normal, correspondente, no escoamento bifásico, a um regime de bolhas dispersas em todo o canal do rotor. Como observamos na nossa montagem do rotor transparente forma-se, sob determinadas condições de escoamento, uma bolha de ar estacionária e alongada na entrada do rotor. Utilizando essa observação podemos concluir que, enquanto não se atinge o *surging*, o escoamento se processa em bolhas dispersas em todo o canal. Após o início do *surging*, começa a se formar, por coalescência de bolhas menores, a bolha alongada. Quando essa bolha atinge um determinado tamanho, ocupando quase que totalmente o canal do rotor, de tal forma que o filme de líquido não consegue mais escoar para o estágio seguinte, inicia-se o fenômeno chamado bloqueio de gás, quando praticamente nenhuma pressão é gerada no estágio (ou seja, não há energia transferida pelo rotor ao fluido de trabalho). Então, existem valores de vazão de fluido que, dependendo da fração de vazio na entrada do canal e das propriedades dos fluidos, irão definir o escoamento em bolhas dispersas ao longo de todo o canal, a formação de uma bolha alongada estacionária e o início de *surging* e o bloqueio de gás.

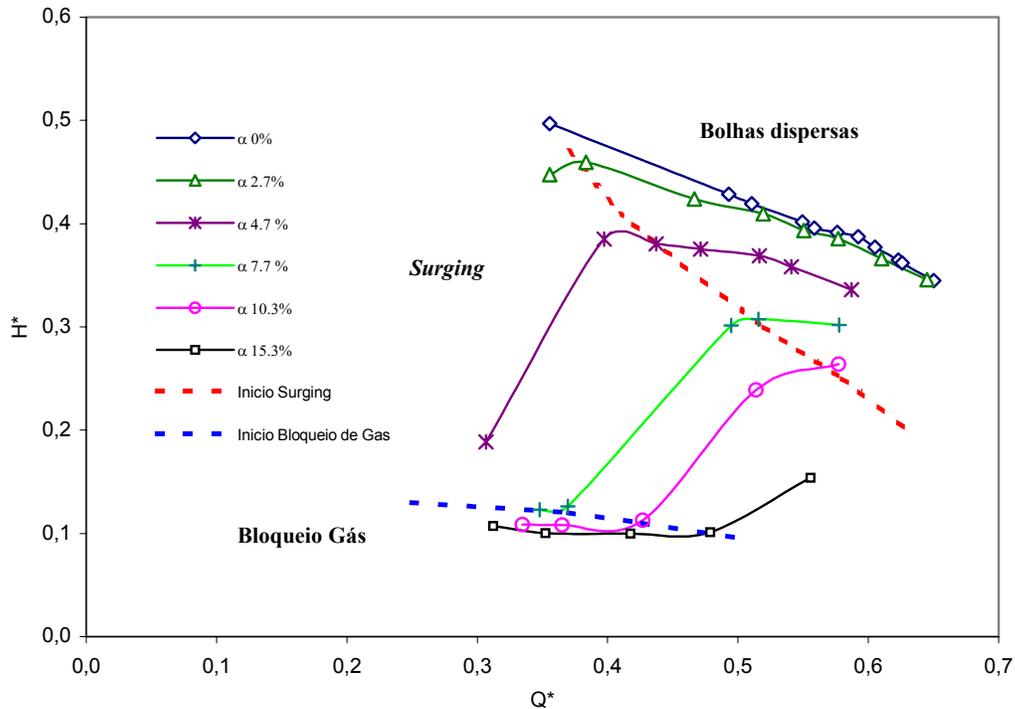


Figura 4.6 – Mapeamento das condições operacionais da bomba centrífuga – escoamento bifásico, 2º estágio 1000 rpm – valores medidos

Vamos inicialmente entender, fisicamente, como é o escoamento bifásico no interior do canal do rotor da bomba centrífuga e procurar formular um parâmetro ou dependência funcional entre parâmetros para representar esse escoamento. Quando o rotor gira, cria um campo centrífugo intenso, que atua para reter as bolhas dispersas. Ele então favorece a coalescência dessas bolhas na entrada do rotor e, conseqüentemente, a formação da bolha alongada estacionária. A força centrífuga é portanto determinante para o estabelecimento do movimento relativo das bolhas (movimento em relação ao líquido) no canal do rotor. Dessa forma, pode-se dizer que há um compromisso entre a força centrífuga e de arrasto, compromisso este que é determinante para o estabelecimento das regiões da curva característica acima, ou seja, qual o tipo de escoamento irá ocorrer no rotor. Se a força de arrasto for maior que a força centrífuga as bolhas na entrada do canal do rotor serão arrastadas e teremos um escoamento em bolhas dispersas por todo o canal. Se a força de arrasto for menor que a força centrífuga, as bolhas na entrada do canal serão retidas, favorecendo a sua coalescência, e portanto a formação da bolha alongada estacionária. Teremos, portanto, um escoamento misto no canal, parte dele em padrão

estratificado e uma outra parte em padrão escoamento de bolhas dispersas, conforme observamos no experimento do rotor transparente em escala. A formação da bolha estacionária define a região de *surging*. Se a bolha estacionária for tão grande que irá ter, segundo assumimos, após análise dos dados experimentais, pelo menos 80% do tamanho do raio do rotor, então teremos o início da região de bloqueio de gás. Para o início dessa região assumimos que a bomba não irá gerar mais do que 20% da pressão obtida através de um escoamento monofásico nas mesmas condições. Essa hipótese atende a análise que fizemos dos nossos dados experimentais.

A) O Balanço de Forças

Se a transferência de energia no rotor de uma bomba centrífuga com fluido multifásico ocorre sempre com o escoamento no padrão em bolhas, cabe formular o problema para identificar o parâmetro, ou parâmetros, que determinam o mapeamento do escoamento, isto é, as condições operacionais sob as quais o padrão de escoamento no interior do rotor é (1) o de bolhas dispersas em todo o canal, (2) o de bolhas dispersas precedidas por um trecho de escoamento estratificado (região de *surging*) ou (3) o escoamento estratificado (ou a bolha alongada) ocupando todo canal, de r_1 até r_2 (bloqueio de gás).

Para tanto, seja a formulação Euleriana unidimensional das equações de Conservação da Massa e da Quantidade de Movimento para um escoamento bifásico de gás e líquido, de acordo com a formulação de Dias (1998), após Mishima e Ishii (1984), para o Modelo de Dois Fluidos.

Se o escoamento está em regime permanente, as equações são:

- Conservação de Massa:

$$\frac{d}{ds} [A \rho_k \langle \alpha_k \rangle \langle \langle v_{ks} \rangle \rangle] = \Gamma_k \quad (4.9)$$

- Conservação da Quantidade de Movimento:

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} [A \rho_k \langle \alpha_k \rangle C_{vk} \langle \langle v_{ks} \rangle \rangle^2] &= -\langle \alpha_k \rangle A \frac{d}{ds} [\langle \langle p_k \rangle \rangle] + [\alpha_{kw} p_w - \langle \alpha_k \rangle \langle \langle p_k \rangle \rangle] \frac{dA}{ds} \\ &+ \frac{d}{ds} [A \langle \alpha_k \rangle \langle \langle \tau_{kss} + \tau_{kss}^T \rangle \rangle] - P \alpha_{kw} \tau_{kssw} - \alpha_{kw} \tau_{kssw} \frac{dA}{ds} - A \langle \alpha_k \rangle \rho_k g_z \\ &+ A [\langle \langle p_{kint} \rangle \rangle - \langle \langle p_k \rangle \rangle] \frac{d}{ds} [\langle \alpha_k \rangle] + A \langle M_k \rangle - A \langle \tau_{kint} \nabla \alpha_k \rangle \end{aligned} \quad (4.10)$$

sendo o balanço de forças na interface dado por:

$$\sum \langle M_k^d \rangle = \langle M_k^\sigma \rangle \quad (4.11)$$

O significado de cada uma dessas variáveis está indicado na nomenclatura

As hipóteses simplificativas adotadas foram:

- 1- Formulação Euleriana;
- 2- escoamento permanente;
- 3- escoamento unidimensional;
- 4- O valor da densidade do gás é pequeno em relação ao líquido (valores entre 1,2 e 2,1 kg/m³);
- 5- Desprezam-se os efeitos colisionais e considera-se a pressão igual nas duas fases, isto é, o efeito resultante da ação da tensão superficial, como expresso pela equação de Laplace, não existe;
- 6- as distribuições da velocidade das fases, da pressão e da fração de vazio local são uniformes na seção transversal ao escoamento, de forma que os termos onde há o produto $(\alpha_k \bar{v}_k)$ não se desdobram quando os valores médios das variáveis são considerados, isto é, os coeficientes de distribuição $C_{\alpha_k v_k}$ são unitários (Dias (1998))
- 7- $\Gamma=0$ (isto é, não há transferência de massa na interface);
- 8- α é constante no volume de controle infinitesimal (Vc);
- 9- o campo gravitacional é desprezível em relação ao campo centrífugo;
- 10- o tensor viscoso é muito menor que o tensor turbulento, $\tau_k \ll \tau_k^T$; sendo o tensor turbulento $\tau^T = \overline{\rho u' u'}$;
- 11- o gradiente da tensão turbulenta ao longo da direção radial será desprezado, pois é usual no projeto de bombas fazer o rotor de tal forma que $dv/dr \cong 0$, como veremos adiante;
- 12- uma outra consequência deste procedimento é que $\frac{dA_s}{ds} \cong 0$ no canal do rotor

A Equação de Conservação da Massa torna-se:

$$\nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \bar{v}_k) = 0 \quad (4.12)$$

E a Equação de Conservação da Quantidade de Movimento,

$$\frac{d}{ds} \left[\rho_k \langle \alpha_k \rangle \langle \langle v_{ks} \rangle \rangle^2 \right] = - \langle \alpha_k \rangle \frac{d}{ds} [\langle \langle p_k \rangle \rangle] - \frac{4}{D_H} \alpha_k \omega \tau_{k s z w} + \langle M_k \rangle \quad (4.13)$$

A equação geral da Conservação da Quantidade de Movimento, como proposta por Ishii (1975), foi escrita para um volume de controle fixo. No caso do escoamento no rotor de uma bomba, que gira com velocidade angular ω , surgem 4 forças de campo adicionais. As acelerações que geram estas forças estão apresentadas na equação (4.14), a seguir:

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} + 2\vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (4.14)$$

Como o rotor está fixo em relação a um referencial inercial e opera com velocidade angular constante (a distância genérica R até o centro de giro do rotor, medida no referencial inercial, e a velocidade angular, ω , são constantes), teremos portanto as ações referentes somente à força centrífuga - aceleração $\omega \times \omega \times r$ - e à força de Coriolis - aceleração $(2 \omega \times dr/dt)$ ou $(2 \omega \times V_{ks})$. No escoamento em uma bomba, a força de Coriolis atua normalmente ao movimento relativo (isto é, a mesma é normal a V_{ks}) e seu efeito é distorcer o campo de velocidades do líquido. Assim, considerar que o escoamento é unidimensional no canal do rotor de uma bomba centrífuga implica em não considerar a ação da força de Coriolis. Entretanto, o valor relativo dela frente à força centrífuga, por exemplo, pode ser calculado para mostrar a adequação da premissa. A aceleração centrífuga que atua no fluido que é bombeado por um rotor cujo raio é 0,15 m e que gira a 800 RPM é aproximadamente igual a 1050 m/s^2 . Neste rotor a aceleração de Coriolis é aproximadamente igual a 330 m/s^2 se a velocidade relativa do fluido V_{ks} é 2 m/s, um valor típico em bombas centrífugas. Vamos considerar que a projeção da força de Coriolis na direção radial tenha um multiplicador médio igual a $\cos 20^\circ$ (um ângulo β médio de 20°) ou 0,93. Teremos portanto uma relação entre força Centrífuga e a componente radial da força de Coriolis igual a 3,4, o que ajuda a embasar nossa hipótese. No cálculo de bombas, porém, para contemplar o efeito da força de Coriolis, considera-se o coeficiente de aleta (C_a), que procura corrigir empiricamente a não uniformidade do campo de velocidade no canal do rotor.

Para acrescentar o efeito da força centrífuga à equação da Conservação da Quantidade de Movimento Linear da mistura bifásica, considere o esquema abaixo (Figura 4.7), onde mostra-se

um canal do rotor com suas dimensões básicas, o sistema de coordenadas (r, β) , sendo r a direção radial e β o ângulo entre a direção tangencial e S , que é a coordenada que define a trajetória relativa (em relação ao rotor) e unidimensional do escoamento.

No esquema, a componente, ao longo de S , da força centrífuga que atua sobre a mistura bifásica contida no volume infinitesimal \mathcal{G}_B será F_c (se a densidade do gás for muito menor que a densidade do líquido, isto é, se $\rho_G \ll \rho_L$):

$$F_c = [\alpha_G \rho_G \omega^2 r \text{Sen}\beta + \alpha_L \rho_L \omega^2 r \text{Sen}\beta] \mathcal{G}_B \cong \alpha_L \rho_L \omega^2 r \text{Sen}\beta \mathcal{G}_B \quad (4.15)$$

A parcela desta força que atua somente na fase gás será:

$$F_{CG} = \alpha_L \rho_L \omega^2 r \text{Sen}\beta \alpha_G \mathcal{G}_B = \alpha_G \alpha_L \rho_L \omega^2 r \text{Sen}\beta \mathcal{G}_B \quad (4.16)$$

Na fase líquido:

$$F_{CL} = \alpha_L^2 \rho_L \omega^2 r \text{Sen}\beta \mathcal{G}_B \quad (4.17)$$

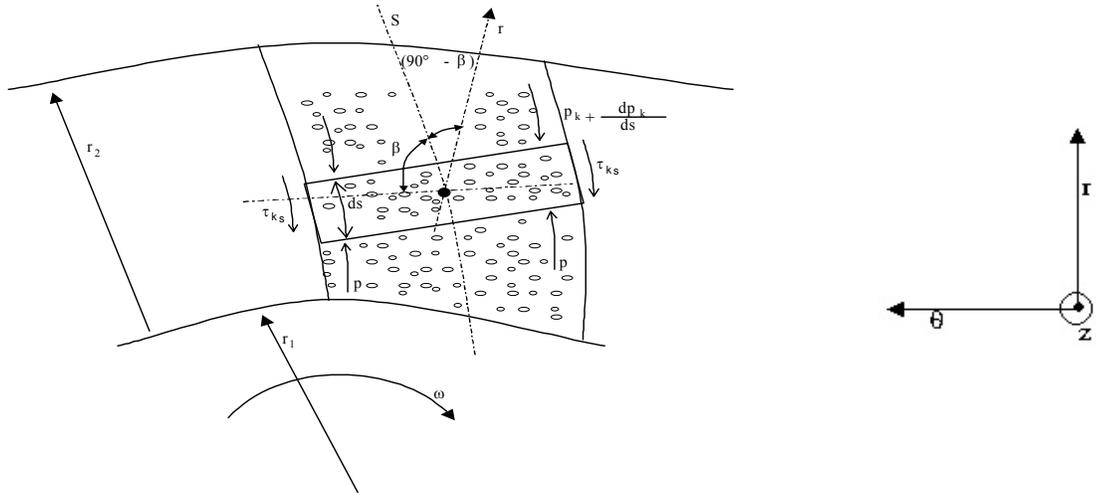


Figura 4.7 – Canal do rotor mostrando elemento infinitesimal de comprimento ds

Notar que o sistema de coordenadas foi definido como é usual na análise do escoamento monofásico em um rotor de bomba centrífuga, com o referencial girando com o rotor, ou seja, o observador vê o fluido passando com velocidade v_s . O ângulo entre \vec{S} e \vec{r} é $(90^\circ - \beta)$, e a componente radial da velocidade dos fluidos é V_{kr} .

A formulação unidimensional da Equação de Conservação da Quantidade de Movimento, para este sistema específico, já contemplando o termo centrífugo, pode ser simplificada ainda mais. Para tanto, vamos considerar, a partir deste ponto, que todas as variáveis têm valores médios na seção transversal, mas serão representados como anteriormente, para não carregar mais ainda a nomenclatura. Assim, recorrendo às premissas simplificativas e ao desdobramento da Equação de Conservação da Quantidade de Movimento, e adicionando a força de campo centrífuga, a equação (4.13) é reescrita:

$$\alpha_k \rho_k v_{ks} \frac{dv_{ks}}{ds} = -\alpha_k \frac{dp_k}{ds} + \alpha_k \alpha_L \rho_L \omega^2 r \sin \beta - \frac{4}{D_H} \alpha_{kw} \tau_{ksw} + M_k \quad (4.18)$$

sendo:

$$v_{ks} = \langle v_{ks} \rangle \text{ onde: } \langle \rangle \equiv \frac{1}{S} \int \psi ds, \quad \psi \equiv \text{variável genérica.}$$

Na equação (4.18) o segundo termo à direita do sinal de igualdade é genérico, sendo definido pela especificação do subscrito k: k=G ou k=L. Ademais, variáveis novas foram utilizadas:

D_H : diâmetro hidráulico;

v_{ks} : velocidade da fase k na direção S;

τ_{ksw} : a tensão cisalhante na parede do elemento infinitesimal;

p : a pressão das fases, $p = p_G = p_L$;

M_{ks} : a força interfacial generalizada (ver Ishii, 1975) que atua na direção de S ao longo do rotor, de r_1 até r_2

Podemos agora escrever as Equações da Conservação da Quantidade de Movimento para as duas fases, fazendo $k=G$ e $k=L$, respectivamente.

Gás:

$$\alpha \rho_G v_{GS} \frac{dv_{GS}}{ds} = -\alpha \frac{dp}{ds} + \alpha(1-\alpha) \rho_L \omega^2 r \sin \beta - \alpha \frac{4}{D_h} \tau_{GSw} + M_{GS} \quad (4.19)$$

Líquido:

$$(1-\alpha) \rho_L v_{LS} \frac{dv_{LS}}{ds} = -(1-\alpha) \frac{dp}{ds} + (1-\alpha)^2 \rho_L \omega^2 r \sin \beta - (1-\alpha) \frac{4}{D_H} \tau_{LSw} + M_{LS} \quad (4.20)$$

Nessas equações, $\alpha = \alpha_G$ e, logicamente, $(1-\alpha) = \alpha_L$. Também, $p_G = p_L = p$

As componentes em S são escritas com o subscrito $_s$ tal como em M_{GS} , isto é, a componente em S da força interfacial que age sobre o gás. Estas equações podem ser ainda simplificadas:

- 1 – τ_{GSw} é nulo, pois as bolhas não estão em contato com as paredes do canal do rotor;
- 2 – se $\sigma \cong 0$, não existe diferença de pressão através da interface e, da Equação de Laplace, obtém-se: $M_{GS} = -M_{LS}$

Assim sendo:

Gás:

$$\alpha \rho_G v_{GS} \frac{dv_{GS}}{ds} = -\alpha \frac{dp}{ds} + \alpha(1-\alpha) \rho_L \omega^2 r \sin \beta + M_{GS} \quad (4.21)$$

Líquido:

$$(1-\alpha) \rho_L v_{LS} \frac{dv_{LS}}{ds} = -(1-\alpha) \frac{dp}{ds} + (1-\alpha)^2 \rho_L \omega^2 r \sin \beta - (1-\alpha) \frac{4}{D_H} \tau_{LSw} - M_{GS} \quad (4.22)$$

Mais simplificações resultam quando os termos inercial e de atrito são analisados de acordo com os procedimentos adotados no projeto das bombas centrífugas. Para tanto, vamos expressar a velocidade v_{kS} em termos da sua componente radial v_{kr} :

$$v_{kr} = v_{kS} \sin(\beta) \quad (4.23)$$

As equações são escritas:

Gás:

$$\alpha \rho_G v_{GS} \frac{d}{ds} \left(\frac{v_{Gr}}{\sin \beta} \right) = -\alpha \frac{dp}{ds} + \alpha(1-\alpha) \rho_L \omega^2 r \sin \beta + M_{GS} \quad (4.24)$$

Líquido:

$$(1-\alpha) \rho_L v_{LS} \frac{d}{ds} \left(\frac{v_{Lr}}{\sin \beta} \right) = -(1-\alpha) \frac{dp}{ds} + (1-\alpha)^2 \rho_L \omega^2 r \sin \beta - (1-\alpha) \frac{4}{D_H} \tau_{LSw} - M_{GS} \quad (4.25)$$

O termo inercial das duas equações é, de forma geral, dado por:

$$\alpha_k \rho_k v_{kS} \frac{d}{ds} \left(\frac{v_{kr}}{\sin \beta} \right) = \alpha_k \rho_k v_{kS} \frac{dv_{kr}}{dr} \quad (4.26)$$

É usual no projeto de bombas fazer a velocidade radial do rotor constante (“manter a velocidade meridional constante”, Pfleiderer (1972)), isto é, à medida em que o raio aumenta, o rotor se afunila, reduz-se a altura do canal. A derivada da velocidade em r é então nula, ou tem um valor muito pequeno. Nesse caso pode-se eliminar os termos inerciais das equações (4.24) e (4.25) pois:

$$\frac{dv_{kS}}{ds} = \frac{dv_{kr}}{dr} = 0, \text{ pois } dr = ds \operatorname{sen} \beta \quad (4.27)$$

sendo β aproximadamente constante entre r_1 e r_2 .

Com relação à tensão na parede, τ_{kS} , vamos expressá-la através de:

$$\tau_{kS} = f_{\beta, \omega} \frac{1}{2} \rho_k v_{kS}^2 \quad (4.28)$$

onde $f_{\beta, \omega}$ é o fator de atrito referente ao escoamento em um canal curvo (curvatura definida por β) girando com velocidade angular ω (ver Apêndice C). Dessa forma, podemos escrever que:

Gás:

$$-\alpha \frac{dp}{ds} + \alpha(1-\alpha) \rho_L \omega^2 r \operatorname{sen} \beta + M_{GS} = 0 \quad (4.29)$$

Líquido:

$$-(1-\alpha) \frac{dp}{ds} + (1-\alpha)^2 \rho_L \omega^2 r \operatorname{sen} \beta - (1-\alpha) \frac{4}{D_H} \tau_{LSw} - M_{GS} = 0 \quad (4.30)$$

A análise das equações acima mostra que o escoamento do gás no canal do rotor, com as premissas adotadas, é essencialmente dominado pelas forças associadas ao gradiente de pressão, ao campo centrífugo e pela força interfacial. Para o escoamento do líquido, a força de atrito na parede da tubulação deve também ser considerada.

No escoamento em questão, no padrão em bolhas, a força interfacial será considerada como composta pela força de arrasto somente. Forças de massa virtual e Basset, que em alguns casos são avaliadas na modelagem de escoamentos em bolhas como constituintes da força interfacial, serão assumidas como desprezíveis frente a esta força de arrasto. Caso os resultados obtidos pelo modelo não se apresentem satisfatórios quando comparados com os valores experimentais, então teremos que refazer as nossas simplificações, não somente esta última, mas o conjunto de

hipóteses simplificativas adotadas. Mas este não será o caso, como concluir-se-á da análise dos resultados no capítulo seguinte.

A relação entre a força interfacial e a força de arrasto, F_d , que atua sobre as bolhas de um escoamento bifásico em bolhas, é dada por:

$$M_{GS} = \frac{F_d}{A_B} a_i \quad (4.31)$$

em que: A_B é a área superficial da bolha e a_i é a densidade interfacial de área de um escoamento em bolhas dispersas, esféricas, isto é, a área superficial da bolha por unidade do volume fundamental (gás + líquido). A densidade interfacial de área é:

$$a_i = \frac{6\alpha}{d_{bm}} \quad d_{bm}: \text{diâmetro da bolha esférica} \quad (4.32)$$

A componente em S da força de arrasto é obtida de:

$$F_d = C_D \rho_L \frac{V_{bs} |V_{bs}|}{2} A_b \quad \text{sendo } V_{bs} = V_b - V_S \quad (4.33)$$

em que: C_D : coeficiente de arrasto, A_b : área da seção transversal da bolha; V_{bs} : velocidade relativa da bolha em relação ao líquido, V_b : velocidade da bolha na direção S , ρ_L : densidade do líquido. O diâmetro d_{bm} , é:

$$d_{bm} = \frac{3\mathfrak{A}_B}{2A_b} \quad (4.34)$$

Substituindo as equações (4.32) e (4.33) na equação (4.31), e expressando A_B e A_b em termos do diâmetro da bolha esférica, nós teremos:

$$M_{GS} = \frac{3}{4} \alpha C_D \frac{1}{d_{bm}} \rho_L V_{bs} |V_{bs}| \quad (4.35)$$

Finalmente, podemos escrever para o gás e o líquido:

Gás:

$$\alpha \frac{dp}{ds} = \alpha(1-\alpha) \rho_L \omega^2 r \text{Sen}\beta + \frac{3}{4} \alpha C_D \frac{1}{d_{bm}} \rho_L V_{bs} |V_{bs}| \quad (4.36)$$

Líquido:

$$(1-\alpha) \frac{dp}{ds} = (1-\alpha)^2 \rho_L \omega^2 r \text{Sen}\beta - (1-\alpha) \frac{2}{D_H} f_{\beta,\omega} \rho_L V_{LS}^2 - \frac{3}{4} \alpha C_D \frac{1}{d_{bm}} \rho_L V_{bs} |V_{bs}| \quad (4.37)$$

Sintetizando:

- O gradiente de pressão do gás no escoamento bifásico em bolhas em uma bomba centrífuga deve-se a um balanço entre a força de campo centrífuga e a força de arrasto exercida sobre as bolhas, equação (4.36);
- No escoamento do líquido, a força cisalhante que atua nas fronteiras do canal deve ser incluída no balanço, equação (4.37).

Na sequência as equações (4.36) e (4.37) serão integradas e adimensionalizadas, surgindo então os parâmetros adimensionais que expressarão os fenômenos e processos de interesse: a geração de pressão do escoamento bifásico na bomba, os padrões de escoamento que a influenciam, o papel da viscosidade da mistura, através do termo de tensão cisalhante, etc.

A equação do gás é então reescrita:

$$dp = (1 - \alpha) \rho_L \omega^2 r \text{Sen} \beta ds + \frac{3}{4} C_D \frac{1}{d_{bm}} \rho_L V_{bs} |V_{bs}| ds \quad (4.38)$$

Integrando entre a entrada e a saída do rotor (para tanto, assumindo um valor médio da fração de vazio entre r_1 e r_2 , d_{bm} e V_{bs} constantes ao longo de r),

$$\Delta p = \frac{1}{2} (1 - \alpha) \rho_L \omega^2 (r_2^2 - r_1^2) + \frac{3}{4} C_D \frac{1}{d_{bm}} \rho_L V_{bs} |V_{bs}| \frac{1}{\text{sen} \beta} (r_2 - r_1) \quad (4.39)$$

ou, dividindo os termos por $(1/2) \rho_L \omega^2 (r_2^2 - r_1^2)$,

$$\frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \rho_L \omega^2 (r_2^2 - r_1^2)} = (1 - \alpha) + \frac{\frac{3}{4} C_D \frac{1}{\text{sen} \beta} \rho_L V_{bs} |V_{bs}| \frac{1}{d_{bm}} (r_2 - r_1)}{\frac{1}{2} \rho_L \omega^2 (r_2^2 - r_1^2)} \quad (4.40)$$

ainda,

$$\frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \rho_L \omega^2 (r_2^2 - r_1^2)} = (1 - \alpha) + \frac{3}{2} \frac{1}{\text{sen} \beta} \left[C_D \frac{(r_2 + r_1)}{d_{bm}} \right] \left[\frac{V_{bs} |V_{bs}|}{\omega^2 (r_2 + r_1)^2} \right] \quad (4.41)$$

e, finalmente,

$$C_{PG} = (1 - \alpha) + \frac{3}{4} \frac{1}{\text{sen} \beta} I_S \quad (4.42)$$

sendo:

$$I_S = C_D \tilde{r} F_{r\omega} \quad (4.43)$$

$$C_{PG} = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \rho_L \omega^2 (r_2^2 - r_1^2)} ; \quad (4.43a)$$

$$\bar{r} = \frac{(r_1 + r_2)}{2} ; \quad (4.43b)$$

$$\tilde{r} = \frac{\bar{r}}{d_{bm}} ; \quad (4.43c)$$

$$F_{r\omega} = \left[\frac{V_{bs} |V_{bs}|}{(\omega \bar{r})^2} \right] \quad (4.43d)$$

Quando a Equação de Conservação da Quantidade de Movimento para o gás é integrada e adimensionalizada, surgem cinco parâmetros adimensionais representativos: o coeficiente de pressão C_{PG} , a fração de residência média do líquido, $(1-\alpha)$, o “coeficiente de arrasto retificado”, $C_D \tilde{r}$, e $F_{r\omega}$ (semelhante a um Froude centrífugo) e I_S , que estamos chamando de Indicador de *surging*, que é obtido pela razão entre a força de arrasto (F_d) e a força centrífuga (F_c).

A fração de residência média do líquido pondera a presença relativa das fases na formação do campo centrífugo: se a fração de vazio é nula, somente o líquido contribui para a formação do campo centrífugo e do gradiente de pressão. O coeficiente de arrasto retificado surge com a necessidade de se corrigir (“retificar”) as correlações usuais de cálculo do C_D , pela influência do tamanho relativo do meio no qual o escoamento está confinado. Finalmente, o parâmetro I_S , que é um balanço entre as forças que atuam na bolha, resultado do produto entre o valor de C_D retificado ($C_D \tilde{r}$) e o número de Froude centrífugo ($F_{r\omega}$). O número adimensional I_S , obtido pela combinação destes dois números adimensionais formados é um indicador da possibilidade de transporte das bolhas dispersas no canal do rotor e refletirá, como consequência, os padrões de escoamento possíveis no canal do rotor, se todas as bolhas que entrarem no rotor, em r_1 , forem arrastadas, não haverá a formação da bolha alongada e o escoamento procederá como se ocorresse inteiramente como bolhas dispersas de r_1 até r_2 ; se o tamanho das bolhas é tal que há retenção em r_1 para uma dada condição operacional, forma-se a bolha alongada e somente parte do rotor será ativo na transferência de energia, daí resultando o fenômeno do *surging*; se houver a

retenção em $r = r_2$ de todas as bolhas formadas, a bolha alongada ocupará todo o canal, impedindo qualquer transferência significativa de energia (o fenômeno do bloqueio de gás). É interessante observar que uma bomba operando com escoamento bifásico é um “filtro de bolhas”, o qual seleciona pelo tamanho da bolha, e o parâmetro I_S quantifica este “processo de filtragem”.

De forma similar, a equação para a fase líquido é escrita:

$$\Delta p = (1-\alpha) \frac{1}{2} \rho_L \omega^2 (r_2^2 - r_1^2) - 2 \frac{1}{\sin \beta} f_{\beta, \omega} \rho_L V_{LS}^2 (r_2 - r_1) - \frac{3}{4} \frac{\alpha}{(1-\alpha)} C_D \frac{1}{d_{bm}} \rho_L V_{bs} |V_{bs}| \frac{1}{\sin \beta} (r_2 - r_1) \quad (4.44)$$

ou em termos de H (para $\Delta p = \rho_L g H$):

$$H = \frac{1}{g} \left[(1-\alpha) \frac{1}{2} \omega^2 (r_2^2 - r_1^2) - 2 \frac{1}{\sin \beta} f_{\beta, \omega} V_{LS}^2 (r_2 - r_1) - \frac{3}{4} \frac{\alpha}{(1-\alpha)} C_D \frac{1}{d_{bm}} V_{bs} |V_{bs}| \frac{1}{\sin \beta} (r_2 - r_1) \right] \quad (4.44a)$$

$$C_{PL} = (1-\alpha) - 2 \frac{1}{\sin \beta} f_{\beta, \omega} \bar{r} \frac{V_{LS}^2}{(\omega \bar{r})^2} - \frac{3}{4} \frac{1}{\sin \beta} \frac{\alpha}{(1-\alpha)} C_D \tilde{r} F_{r\omega} \quad (4.45)$$

Na equação (4.44) aparece o termo que tem a tensão cisalhante, a qual produz uma força que atua nas paredes do canal e que resiste ao escoamento. Notar que este termo contribui para reduzir o gradiente de pressão gerado pela bomba (ou coeficiente de pressão). A equação seguinte, (4.44a), é absolutamente similar, e foi obtida dividindo-se cada termo pelo produto (ρg) . O intuito foi mostrar que obtém-se à mesma equação qualquer que seja a metodologia adotada: aplicando-se a Equação da Conservação da Quantidade de Movimento Linear para chegar à equação (4.44), ou a Equação da Conservação do Momento da Quantidade de Movimento para chegar à equação (4.8). No caso, podemos verificar a correspondência entre os termos que contemplam o efeito da força centrífuga (parâmetro U) e de arrasto (parâmetro V) e também as perdas por dissipação viscosa, referente ao termo em que aparece o fator de atrito $f_{\beta, \omega}$, no caso da equação (4.44a), e do termo tipo KQ^2 (referentes às perdas viscosas ordinárias e às perdas viscosas por choque) na equação (4.8).

É interessante observar, como admitimos, que não existe diferença de pressão entre gás e líquido, então os coeficientes de pressão do gás e do líquido são iguais, ou seja, $C_{PG} = C_{PL} = C_P$.

Portanto, as equações (4.42) e (4.45) podem ser combinadas para fornecer o balanço de forças na mistura bifásica:

$$\frac{3}{4} \frac{1}{\sin \beta} C_D \tilde{r} F_{r\omega} = 2 \frac{1}{\sin \beta} (1 - \alpha) f_{\beta, \omega} \bar{r} \frac{V_{LS}^2}{(\omega \bar{r})^2} \quad (4.46)$$

A) O Diâmetro Crítico da Bolha no Rotor da Bomba

Definidos os parâmetros adimensionais que determinarão o processo de transferência de energia do escoamento bifásico no canal do rotor de uma bomba centrífuga, vamos agora definir o diâmetro crítico de bolha (d_{bc}). Este representa o máximo diâmetro que a bolha, do escoamento bifásico em bolhas esféricas, terá, quando ocorrer o equilíbrio entre a força de arrasto e a força centrífuga na região do canal de saída do rotor, ou seja, em $r = r_2$. Se a bolha estiver parada em relação ao referencial que gira com o rotor (isto é, a velocidade relativa da bolha em relação ao líquido será máxima) teremos que:

$$V_{bs} = V_b - V_s \Rightarrow V_{bs} = -V_s = -V_m \quad (4.47)$$

em que:
$$V_{mr2} = \frac{Q_L + Q_{Gr2}}{a_{r2} \sin \beta_2 b_2} \quad (4.48)$$

a_{r2} : largura do canal na direção radial (em r_2);

b_2 : altura do canal (em r_2);

β_2 : ângulo β na saída do canal (em r_2);

$Q_{G r2}$: vazão volumétrica de ar em r_2 (não necessariamente nula, caso considere-se uma distribuição do tamanho de bolhas no escoamento), e

α_2 : fração de vazio em r_2 .

Nessa condição, em $r = r_2$, como o meio é confinado, a força centrífuga que atua sobre a bolha, será a resultante da força centrífuga que atua sobre o líquido menos a força centrífuga que atua sobre o gás, conforme indicado pelas equações (4.16) e (4.17). Considerando também as equações (4.33) e (4.34), que definem a força de arrasto F_d , o valor de d_{bc} será obtido através de:

$$d_{bc} = \frac{3}{4} C_{D_{r2}} \frac{V_{mr2}^2}{\omega^2 r_2} \frac{1}{(1 - \alpha_2)(1 - 2\alpha_2)} \frac{1}{\sin \beta_2} \quad (4.49)$$

C) Mapeamento do *surging* e do bloqueio de gás

Para generalizar a identificação dos padrões de escoamento que ocorrem no rotor da bomba, iremos utilizar os parâmetros adimensionais I_S e $(1-\alpha)$. Fisicamente, as condições referentes ao escoamento na entrada do canal do rotor são as que irão definir se haverá escoamento em bolhas dispersas em todo o canal ou se haverá a ocorrência do *surging* e do bloqueio de gás. Dependendo do diâmetro das bolhas que chegam na entrada do canal, elas poderão ser arrastadas (força de arrasto maior que força centrífuga) ou ficar retidas (força centrífuga maior que a de arrasto) e coalescerem, formando a bolha alongada. Assim, montamos o seguinte procedimento para determinarmos as fronteiras (ou a condição-limite) de ocorrência do *surging*, isto é, a formação da bolha alongada no canal do rotor:

1. Calculamos o número adimensional I_S para esse local, $r = r_1$ (equação 4.43, $V_{bs}=V_{m r1}$);
2. Calculamos o valor de $(1-\alpha)$ para $r = r_1$
3. Relacionamos esses dois números adimensionais;
4. Considerando todos os valores medidos, nas rotações de 400 até 1000 rpm no 1º e 2º estágios, para as várias frações de vazio (ver Anexo II – Figuras) foi possível encontrar as fronteiras para o *surging*, conforme indicado nas Figuras 4.8 e 4.9.

Para definirmos a fronteira referente ao bloqueio de gás adotamos o seguinte procedimento:

1. Consideramos uma altura de elevação, para cada ponto de vazão de fluido correspondente, da ordem de 20% do valor da altura de elevação para o escoamento monofásico ;
2. Para essa condição, adotamos um valor correspondente a 80% do raio externo do rotor (r_2) para o comprimento da bolha alongada (r_b);
3. Calculamos o valor do parâmetro I_S para a posição $r = r_b$, definindo o raio médio através da relação entre r_b e r_2 (equação (4.43), $V_{bs}=V_{m r_b}$);
4. Relacionamos esses valores com os obtidos para $(1-\alpha)$ na posição $r = r_b$, lembrando que, como não há incremento de pressão no trecho do rotor em que ocorre a bolha alongada, poderemos considerar que a fração de vazio em r_b tem o mesmo valor que a da entrada do canal.

Definimos então as seguintes equações que limitam esses fenômenos para a nossa bomba de teste considerando α_1 a fração de vazio na entrada do canal :

$$\text{Surging:} \quad I_{S_{S1^\circ}} = 31,92 - 32,15(1-\alpha)_{r1} \quad I_{S_{S2^\circ}} = 77,44 - 75,92(1-\alpha)_{r1} \quad (4.50)$$

$$\text{Bloqueio de gás:} \quad I_{S_{BG}} = 8,61 - 8,77(1-\alpha)_{r1} \quad (4.51)$$

Fisicamente podemos interpretar que:

1. quando a força de arrasto é maior que a centrífuga, o que implica em um valor de I_S maior que o calculado pela equação (4.50), todas as bolhas serão transportadas pelo fluido e teremos um escoamento em bolhas dispersas em todo o canal;
2. Se o valor de I_S for menor que o limite calculado pela equação (4.50), então teremos a formação da bolha alongada, ocasionando o fenômeno do *surging*. Neste caso, apenas em um trecho do canal do rotor, $r > r_b$, ocorrerá o escoamento em bolha dispersas e transferência de energia para o fluido;
3. Se o valor de I_S for menor que o obtido pela equação (4.51), então teremos o bloqueio de gás, com transferência mínima de energia do rotor para o fluido ($< 20\%$ da energia equivalente do escoamento monofásico, como estabelecemos *a-priori*).

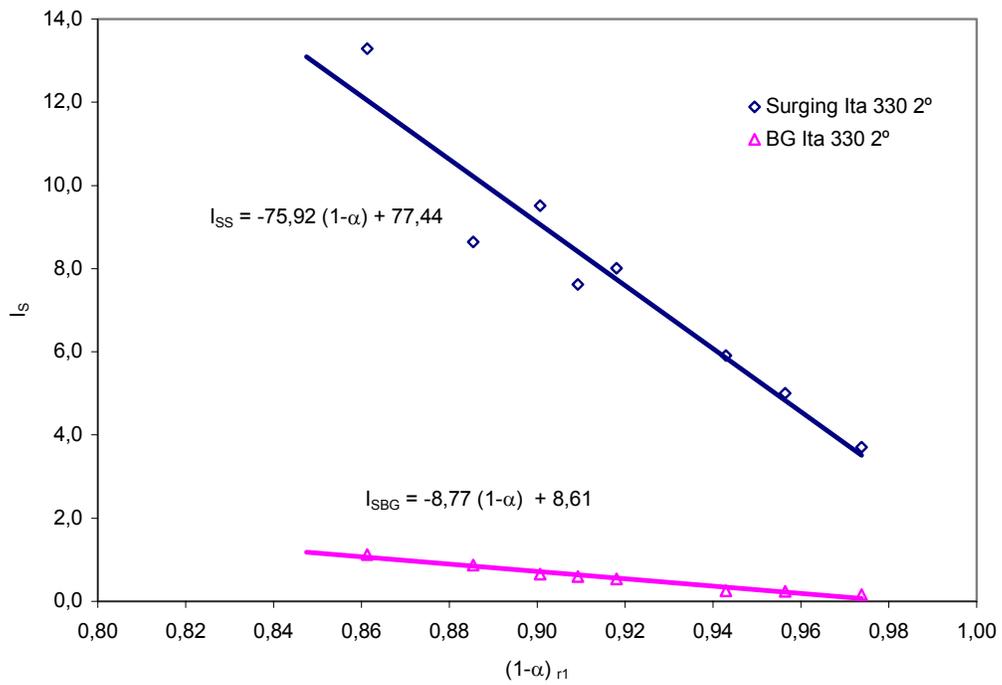


Figura 4.8 – Valores calculados de I_s para início de *surging* e bloqueio de gás e $(1-\alpha)$ nas condições de entrada do canal (Bomba Ita 330/2), operando com água e ar, com 400 a 1000 rpm.

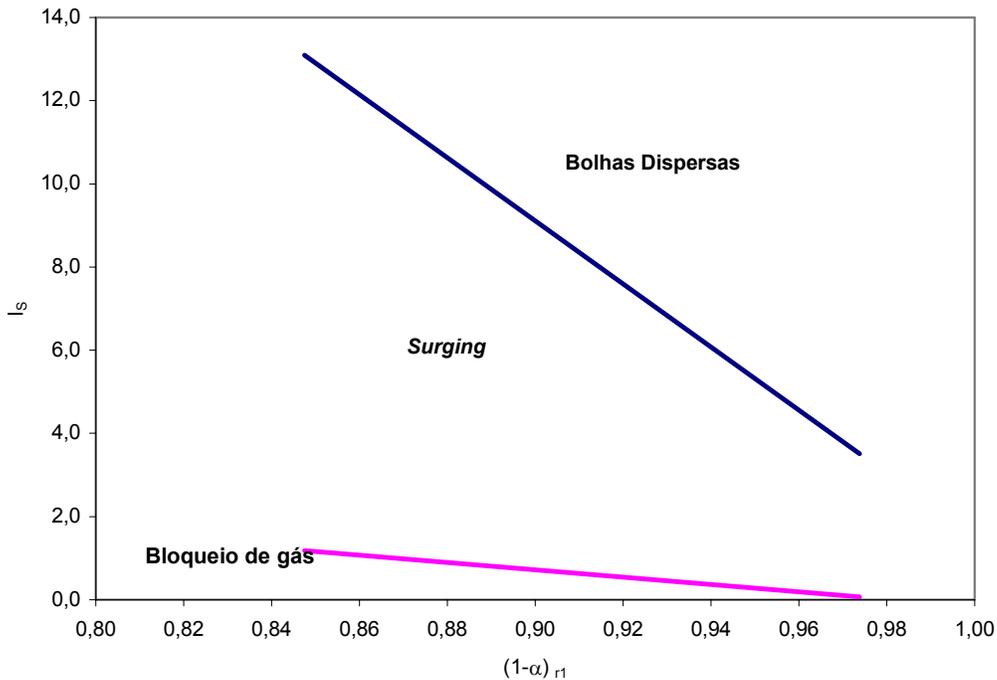


Figura 4.9 – Mapeamento dos padrões de escoamento bifásico no canal do rotor de uma bomba centrífuga (Ita 330/2), operando com água e ar, 400 a 1000 rpm, indicando as fronteiras para a ocorrência de *surging* e bloqueio de gás no canal do rotor.

4.2.2- Escoamento em bolhas dispersas em todo o canal

De acordo com o que foi exposto acima, para o escoamento bifásico no canal do rotor ocorrer apenas em regime de bolhas dispersas é necessário que se atenda as condições da equação (4.50). Nesse caso, para se determinar a altura de elevação gerada no estágio (H_b), em um escoamento bifásico em bolhas, consideramos uma “correção” na equação equivalente à do escoamento monofásico, equação (4.8), da seguinte forma:

$$H_b = C_{ab} \frac{1}{g} [U_2 (U_2 - V_{r2} \text{ctg } \beta_2) - U_1 (U_1 - V_{r1} \text{ctg } \beta_1)] - K_{1b} Q_b^2 - K_{2b} (Q_b - Q_o)^2 \quad (4.52)$$

onde: K_{1b} , K_{2b} e C_{ab} são coeficientes para o escoamento bifásico;

Q_b : é a vazão total de fluido (água + ar);

V_r : velocidade radial definida em função da vazão total de fluido

Precisamos portanto obter os novos coeficientes K_{1b} , K_{2b} e C_{ab} referentes ao escoamento bifásico. Vamos adotar o procedimento para o escoamento monofásico e depois corrigi-los segundo procedimento de Minemura & Murakami (1983) para o escoamento bifásico, conforme indicado no Apêndice C.

4.2.3- Escoamento com bolha estacionária e bolhas dispersas

Temos nessa condição uma região com a bolha alongada onde ocorre um regime de escoamento estratificado, seguida de uma outra onde ocorre um escoamento com regime em bolhas dispersas. O escoamento ocorre dessa forma quando a condição estabelecida pela equação (4.50) é cumprida.

Quando ocorre a bolha alongada, que é o motivo do surgimento da região de *surging* na operação da bomba centrífuga com escoamento bifásico, iremos considerar que o ar está a uma pressão constante e que não há bolhas no filme de líquido. Isso significa que a região do rotor ocupada por essa bolha alongada não transfere energia significativa para o escoamento e, conseqüentemente, não desenvolve um gradiente de pressão. Logo, a parte ativa do rotor, aquela que transfere energia para o fluido, é apenas a região onde está ocorrendo o escoamento em bolhas dispersas, isto é, de r_b , o fim da bolha alongada, até r_2 .

Como não há gradiente de pressão gerado no trecho de escoamento estratificado, sob a bolha alongada, a pressão no início do trecho com escoamento em bolhas é igual à pressão na entrada do rotor (ver desenvolvimento no Apêndice E). Como há a redução da parte ativa do rotor, isto é, o canal está só parcialmente preenchido por um escoamento em bolhas dispersas, não poderemos utilizar sem restrições a equação (4.52) para obtermos a altura de elevação da bomba. A equação a ser utilizada terá pequenas modificações para contemplar a existência da bolha alongada:

$$H_b = C_{ab} \frac{1}{g} \left[U_2 (U_2 - V_{r2} \text{ctg } \beta_2) - U_{rb} (U_{rb} - V_{rb} \text{ctg } \beta_{rb}) \right] - K_{1b} Q_b^2 - K_{2b} (Q_b - Q_{ob})^2 \quad (4.53)$$

onde r_b indica a posição radial do final da bolha alongada e início da parte ativa do rotor.

Iremos adotar o mesmo procedimento indicado no Apêndice C para obtermos os coeficientes K_{1b} , K_{2b} e C_{ab} , porém com as seguintes observações:

1. O procedimento de Minemura & Murakami (1983) para a obtenção dos coeficientes considera o escoamento em bolhas dispersas em todo o canal, o que não ocorre nesse caso. Teremos que determinar agora o tamanho da bolha alongada definida pela posição r_b .
2. Vamos assumir que não há perdas por choque para o trecho logo após a bolha alongada, porque as linhas de corrente representativas do escoamento já estão paralelas às aletas. Assim, iremos considerar $K_{2b} = 0$;
3. A literatura de bombas indica que o coeficiente de aletas depende da relação geométrica entre os raios r_1 , r_2 e o número de aletas (Ver Apêndice A) da seguinte forma:

$$C_a = \frac{N_a}{N_a + 6,2(r_1/r_2)^{2/3}} \quad (4.54)$$

Iremos, portanto, corrigir esse fator considerando a parte útil do rotor definida por r_b e r_2 e obter a seguinte equação:

$$C_{ab} = C_a \left[\frac{N_a + 6,2(r_1/r_2)^{2/3}}{N_a + 6,2(r_b/r_2)^{2/3}} \right] \quad (4.55)$$

4. O fator K_{1b} está associado às perdas por atrito e portanto é função do comprimento do canal. Assumindo uma correção para o fator de atrito definida no Apêndice C, poderemos deduzir K_1 através de:

$$K_{1b} = K_{1b \text{ Minemura}} \frac{(s_2 - s_b)}{(s_2 - s_1)} \quad (4.56)$$

onde: s_2 é o comprimento total do canal e s_b é o comprimento da parte não ativa do rotor e $s_1=0$

5. As seguintes variáveis passam a ter as seguintes definições:

$$U_2 = \omega r_2 \quad \text{e} \quad U_{rb} = \omega r_b \quad (4.57)$$

$$V_{r2} = \frac{(Q_L + Q_G)}{(2\pi r_2 - N_a E_p) b_2} \quad (4.58)$$

$$V_{rb} = \frac{(Q_L + Q_G)}{(2\pi r_{rb} - N_a E_p) b_2} \quad (4.58a)$$

$$\beta_{rb} = \beta_1 + \left(\frac{\beta_2 - \beta_1}{r_2 - r_1} \right) (r_b - r_1) \quad (4.59)$$

$$Q_b = Q_L + Q_G \quad \text{e} \quad Q_{ob} = Q_o \quad (4.60)$$

onde N_a e E_p são o número e a espessura das aletas, respectivamente

Se quisermos obter, a partir da equação (4.53), a energia específica de pressão gerada no estágio, quando em escoamento bifásico no canal do rotor, precisaremos obter, além do comprimento da bolha alongada (r_b), a densidade média da mistura ($\bar{\rho}_m$) na parte ativa do rotor. Dessa forma o valor da diferença de pressão gerado no estágio será dado por:

$$\Delta p = \bar{\rho}_m g H_b + \bar{\rho}_m \frac{(V_{rb}^2 - V_{r2}^2)}{2} \quad (4.61)$$

Como não medimos os valores de r_b , iremos utilizar os valores medidos da diferença de pressão no estágio para estimar esse valor. Depois iremos obter uma correlação entre essas variáveis, a qual será utilizada no modelo proposto. Mostraremos nos itens a seguir os procedimentos para obter os valores de r_b e $\bar{\rho}_m$.

4.2.4 - Obtenção da densidade da mistura e do comprimento da bolha estacionária

O escoamento em bolhas na parte útil do canal do rotor é formado após a incidência de um jato de líquido (o escoamento estratificado de líquido sob a bolha alongada) sobre uma massa de líquido que tem velocidade inferior (similar ao que ocorre com o filme de líquido na periferia de uma bolha de gás no escoamento horizontal tipo intermitente, ou *slug flow*). O impacto do filme de líquido gera o que se denomina de “região de remistura”, onde o gás se mistura, em bolhas, com a massa de líquido (*entrainment region*). As bolhas são formadas com tamanho variado, podendo obedecer a uma certa distribuição estatística.

Para obter a densidade média da mistura bifásica em bolhas e o comprimento da bolha estacionária, ou a posição radial r_b , iremos considerar duas abordagens: a simplificada e a de remistura com distribuição estatística de tamanho de bolhas.

A) Abordagem simplificada

Nesse caso, estamos considerando que o jato de líquido retira da bolha estacionária uma massa de gás equivalente a uma massa de gás na entrada do canal. Assim, a vazão de gás na saída do canal (Q_{Gr2}), é obtida através da correção, pela pressão, do valor da vazão de gás na entrada do canal (Q_G). Considerando a conservação da massa, nós teremos:

$$\dot{m}_L = cte \Rightarrow \rho_L Q_L = cte \quad (4.62)$$

$$\dot{m}_G = cte \Rightarrow \rho_G Q_G = \rho_{Gr2} Q_{Gr2} \quad (4.63)$$

Considerando o efeito da compressibilidade do gás poderemos definir:

$$\rho_{Gr2} = \rho_G \frac{(p_1 + \Delta p)}{p_1} \quad \text{e} \quad Q_{Gr2} = Q_G \frac{p_1}{(p_1 + \Delta p)} \quad (4.64)$$

p_1 : pressão na entrada do canal;

Δp : diferença de pressão gerado na parte ativa do rotor;

ρ_G : densidade do ar na pressão p_1 .

Definindo as frações de vazio na entrada (α_1) e no final (α_2) da parte ativa do rotor como aquelas típicas de um escoamento homogêneo, então a fração de vazio média ($\bar{\alpha}$), nesse trecho, será dada por:

$$\alpha_1 = \frac{Q_G}{Q_L + Q_G} \quad \text{e} \quad \alpha_2 = \frac{Q_{Gr2}}{Q_L + Q_{Gr2}} \quad (4.65)$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \quad (4.65a)$$

Logo, a densidade média da mistura ($\bar{\rho}_m$) nesse trecho, será obtida através de:

$$\bar{\rho}_m = \rho_L (1 - \bar{\alpha}) + \bar{\rho}_G \bar{\alpha}; \quad (4.66)$$

$$\text{com : } \bar{\rho}_G = \rho_G \frac{(p_1 + \Delta p / 2)}{p_1} \quad (4.66a)$$

Portanto, o valor de r_b será igual ao valor de r quando o valor de diferença de pressão (Δp) calculado (equações (4.53) e (4.61)) for igual ao valor medido (Δp_m), dentro de uma certa tolerância. O fluxograma de cálculo está indicado na Figura 4.10.

B.2) Distribuição de bolhas

Neste caso, iremos determinar qual a vazão de gás que é efetivamente gerada pelo impacto do jato do filme de líquido. Como nem todas as bolhas serão levadas para a região de saída do rotor, pois têm tamanhos diferentes e conseqüentemente estarão sujeitas a forças de arrasto de magnitude variada, há que se calcular a vazão de gás que a remistura induz a partir de correlações disponíveis na literatura. Vários autores (Boneto (1992), Chanson (1995), Van de Sande, (1976)) apresentam uma correlação para a distribuição de bolhas na remistura de escoamentos de jatos incidindo sobre reservatórios com superfície livre para a atmosfera. Em todos esses casos, o escoamento esteve sujeito apenas ao campo gravitacional e o reservatório era fechado, com fronteira livre para a atmosfera apenas na sua parte superior. No nosso caso, o modelo fenomenológico que faz sentido físico para o escoamento em um canal sob a ação de um campo centrífugo é o seguinte:

1. Existe uma bolha alongada, na entrada do rotor, formada pela segregação das fases, resultante da ação de um campo centrífugo intenso;
2. Na base dessa bolha um filme de líquido acelera-se, sob pressão constante como resultado da ação combinada de forças de campo (centrífuga) e viscosa (tensão na parede molhada do canal);
3. Em uma certa posição radial, r_b , o filme de líquido penetra em uma massa de fluido induzindo um fluxo de gás (remistura ou *entrainment*);
4. Parte do gás induzido é reincorporado à bolha alongada estacionária, pela ação do campo centrífugo;
5. O balanço entre a força centrífuga e a força de arrasto na periferia do rotor (em r_2) determina o diâmetro máximo das bolhas que escoam para fora do rotor;
6. Através da distribuição de tamanho das bolhas geradas, obtém-se então a porcentagem do volume total de gás induzido pelo jato e então a vazão de gás induzida (a vazão de remistura).

Para obtermos os valores da fração de vazão média ($\bar{\alpha}$) e a densidade média ($\bar{\rho}_m$) na parte ativa do rotor adotamos o seguinte procedimento:

1. Em r_2 (saída do canal), se considerarmos a força de arrasto (F_d) igual à força centrífuga (F_c) (diferença entre F_{cL} e F_{cG}), isso irá significar que, naquela posição haverá um diâmetro crítico de bolhas (d_{bc}), tal que, para valores menores que ele, as bolhas geradas

serão arrastadas para fora do rotor. As bolhas com diâmetros maiores retornarão, devido ao efeito do campo centrífugo, e serão reincorporadas à bolha estacionária. Se F_d e F_c atuam sobre uma bolha isolada, conforme descrito no item 4.2.1, o valor-limite do diâmetro dessa bolha será obtido através da equação (4.49). Definindo então um número de Reynolds crítico (Re_c) associado a esse diâmetro de bolha, nós iremos utilizar a correlação de Ishii & Zuber (1979), considerando a bolha esférica, para calcular o valor do coeficiente de arrasto C_D (ver desenvolvimento e considerações no apêndice D).

$$C_D = \frac{24}{Re} \left(1 + 0,1 Re_c^{0,75} \right) \quad (4.67)$$

onde: $Re_c = \frac{d_{bc} \rho_L V_{mr2}}{\mu_m}$ (4.68)

$$\mu_m = \mu_L(1 - \bar{\alpha}) + \mu_g \bar{\alpha} \quad (\text{viscosidade da mistura considerada homogênea})$$

(4.68a)

2. Murakami e Minemura (1985) mediram os valores de diâmetro máximo de bolhas em 3 posições na direção radial do canal do rotor (entrada, meio e saída do canal). Em cada uma dessas posições radiais, mediram também o diâmetro das bolhas formadas, em 3 posições na seção: região de sucção, meio e de pressão. Fazendo uma média para cada posição radial obtivemos a distribuição de bolhas em cada uma delas, com os seus respectivos diâmetros máximos. Calculamos, a seguir, o diâmetro máximo (d_m) das bolhas geradas no experimento de Murakami e Minemura (1985), utilizando os estudos de Hinze (1953) e Kubie e Gardner (1976) (equação (4.69)). Comparando esses valores com os medidos (ver Figura 4.11), verificamos que eles estão muito próximos (erro relativo de 2,5 %)

$$d_m = 1,17 \left(\frac{\sigma}{\rho_L} \right)^{3/5} \left(\frac{2f_{\beta,\omega} V_s^3}{D_H} \right)^{-2/5} \quad (4.69)$$

com: $D_H = \frac{4A_s}{P}$ (4.69a)

3. Considerando os estudos realizados por Murakami e Minemura (1985), que apresentam a distribuição do diâmetro das bolhas (Figura 4.12) na saída do canal do rotor de uma

bomba radial operando nas rotações de 600 rpm e 900 rpm, obtivemos o diâmetro relativo (d_{rb}) dessas bolhas:

$$d_{rb} = d_{bc} / d_m \quad (4.70)$$

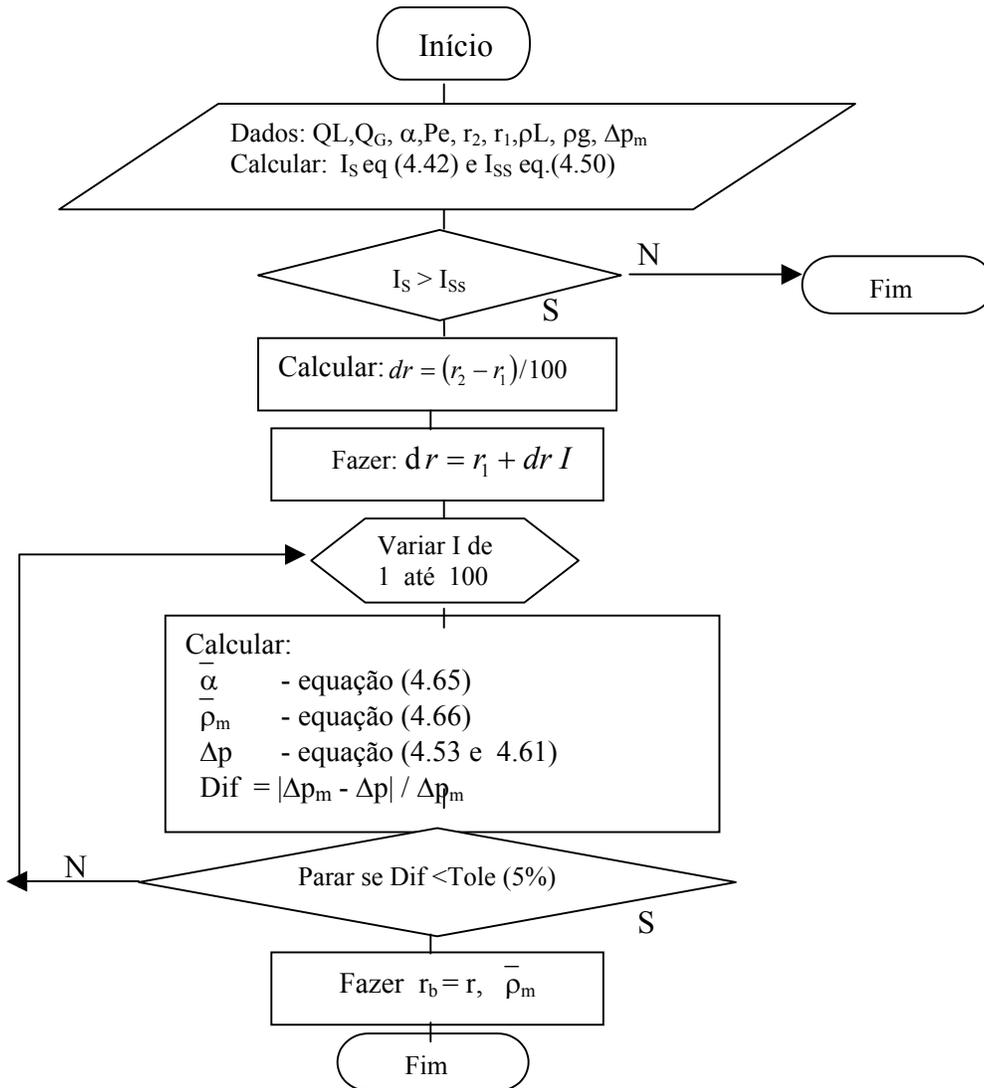


Figura 4.10 : Fluxograma de cálculo para a obtenção de r_b e $\bar{\rho}_m$: Método Simplificado.

4. Segundo Ishii-Zuber (1979) a transição de bolha esférica para bolha distorcida em um

escoamento água-ar, ocorre para um diâmetro da ordem de 2,3 mm. Como todos os diâmetros observados por Murakami e Minemura são menores que esse valor, assumimos que as bolhas são esféricas. Com essa hipótese, foi possível obter o percentual do volume total (%V) ocupado pelas bolhas com um determinado diâmetro. Obtivemos a relação entre esse percentual com o diâmetro relativo (Ver Figura 4.13) e assumimos uma aproximação de 2º grau para representarmos essa relação. As equações estão indicadas a seguir. Os valores são extrapolados linearmente para rotações diferentes de 600 rpm e 900 rpm.

$$\frac{Q_{Gr2}}{Q_T} = 0,75 d_{rb}^2 + 0,25 d_{rb} \quad (600 \text{ rpm}) \quad (4.71)$$

$$\frac{Q_{Gr2}}{Q_T} = 0,73 d_{rb}^2 + 0,27 d_{rb} \quad (900 \text{ rpm}) \quad (4.72)$$

onde: Q_T é a vazão total de ar da região de remistura na posição r_2 .

5. Se considerarmos a mistura homogênea, a fração de vazio média ($\bar{\alpha}_H$), a densidade média ($\bar{\rho}_m$) na remistura e a variável adimensional ϕ , serão obtidas então da seguinte forma, considerando a conservação da massa em r_2 .

$$\alpha_{rem} = \frac{Q_{Grem}}{Q_L + Q_{Grem}}; \quad (4.73)$$

com: $Q_{Grem} = Q_T \frac{p_1 + \Delta p}{p_1} \quad (4.73a)$

$$\alpha_2 = \frac{Q_{Gr2}}{Q_L + Q_{Gr2}} \quad (4.73b)$$

Logo: $\bar{\alpha}_H = \frac{\alpha_{rem} + \alpha_2}{2} \quad (4.74)$

$$\phi = \frac{Q_{Grem}}{Q_L} \quad (4.74a)$$

onde: Q_{Grem} : vazão de ar induzida pela ação do jato

α_{rem} : fração de vazio na posição r_b

6. Porém, como a bolha está sendo retida pelo campo centrífugo, isto é, pela diferença entre as forças centrífugas que atuam sobre o gás e o líquido, ocorre um deslizamento negativo da bolha em relação ao líquido, e a fração de vazio será maior que a obtida considerando

a mistura homogênea. Considerando isso, obtivemos uma correção para a fração de vazio média na parte ativa do rotor (ver Apêndice G). O valor real da fração de vazio média ($\bar{\alpha}$), será dado por:

$$\bar{\alpha} = \frac{\bar{\alpha}_H}{1 - \bar{\alpha}_H} \quad (4.75)$$

Portanto, o valor da densidade média da mistura é dado por:

$$\bar{\rho}_m = \rho_L(1 - \bar{\alpha}) + \bar{\rho}_G\bar{\alpha} \quad (4.76)$$

7. Após obter o valor de $\bar{\rho}_m$ e utilizando as equações (4.53) e (4.61), então o valor de r_b será igual ao de r quando ele representar uma pressão desenvolvida pela parte ativa do rotor equivalente ao valor medido da diferença de pressão (Δp_m), dentro de uma tolerância.
8. A Figura 4.14 mostra o fluxograma de cálculo para a obtenção do valor de r_b e $\bar{\rho}_m$.

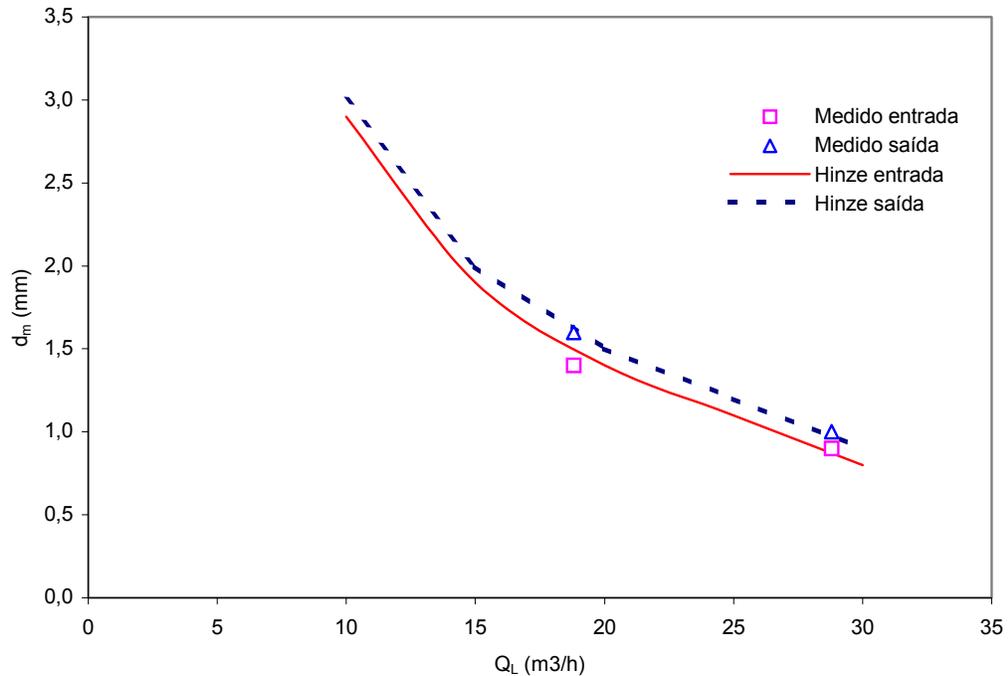


Figura 4.11 - Diâmetro máximo de bolhas: Comparação entre valores medidos e calculados

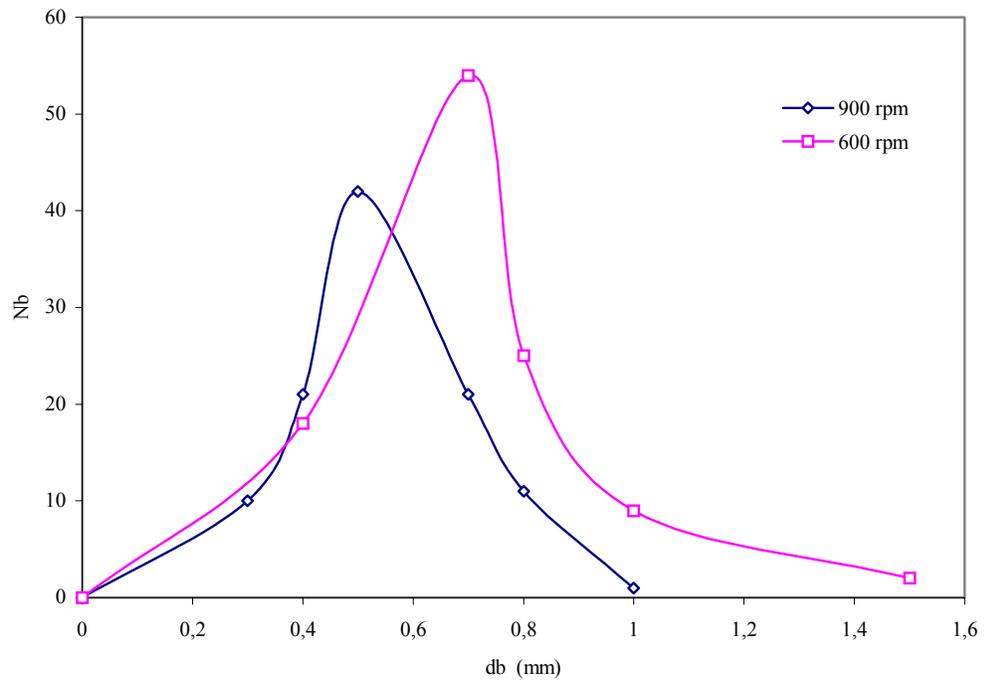


Figura 4.12- Distribuição de bolhas (Nb – número de bolhas x db – diâmetro de bolhas) segundo Murakami e Minemura (1985) na saída do canal

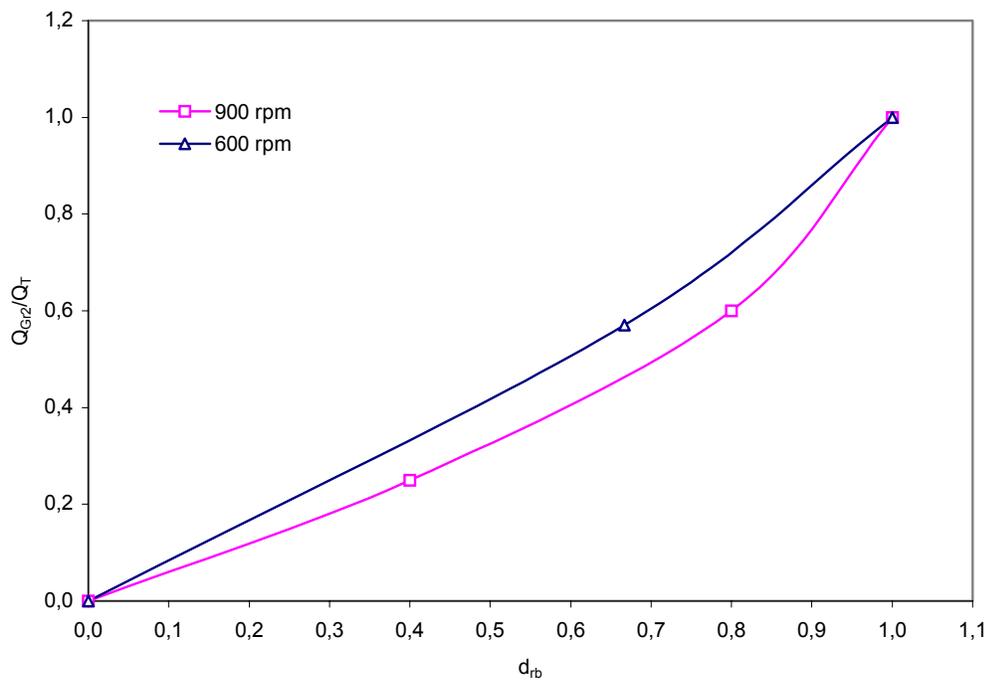


Figura 4.13- Relação do volume de bolhas com o seu diâmetro relativo

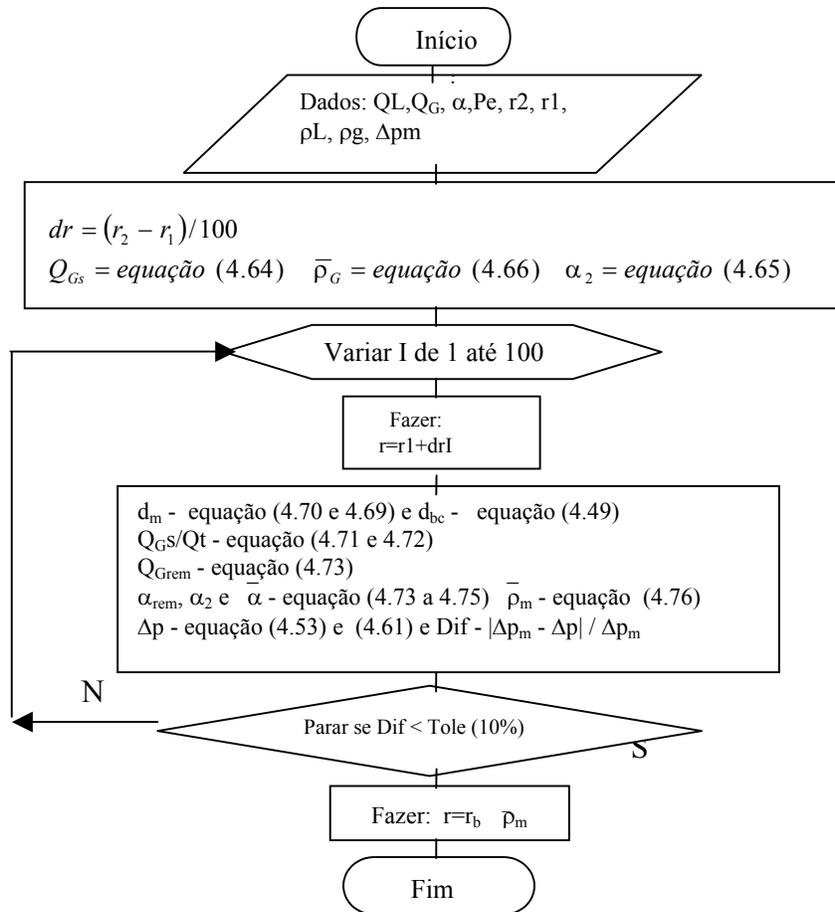


Figura 4.14 Fluxograma de cálculo de r_b e $\bar{\rho}_m$ - Método Distribuição de bolhas

4.2.5- Correlações obtidas

Nas abordagens Simplificada e Distribuição de Bolhas obtivemos os valores da posição final da bolha estacionária (r_b) e da densidade média da mistura homogênea ($\bar{\rho}_m$) a partir dos valores medidos da diferença de pressão no estágio (Δp_m). Considerando as equações (4.53) e (4.61), para cada Δp_m medido no estágio, obtivemos o valor de H_b . Obtivemos também a relação entre C_D com o número de Reynolds (Re), $C_D \tilde{r} \times F_{ro} r_b$, que serão utilizadas como correlação para a determinação do valor de r_b em uma bomba genérica qualquer.

Utilizamos a correlação $C_D \times Re$, comum na literatura, calculada para a posição $r = r_b$. Cabe ressaltar com relação ao parâmetro $C_D \tilde{r} / d_{bm}$, que os estudos de Ishii e Zuber (1979) não contemplam diretamente a influência do valor do diâmetro da bolha no parâmetro C_D . Entretanto,

apesar disso, vários autores (Zakem (1980), Furuya (1985), Sachdeva (1988), Noghrehkar (1995)) utilizaram essa razão C_D/db versus fração de vazio em seus modelos para determinar a diferença de pressão gerada no estágio da bomba centrífuga. Entendemos, portanto, considerando o nosso desenvolvimento (equações (4.41) até (4.45)), que para se utilizar essa correlação ela necessita da correção através do parâmetro \bar{r} .

A análise dos resultados indicou que os estágios da bomba funcionam como um “filtro de bolhas”, isto é, seleciona o tamanho das bolhas que prosseguem para os outros estágios: só escoam para o estágio seguinte aquelas bolhas cujos diâmetros sejam menores que o diâmetro crítico d_{bc} (calculado através da equação 4.49). As bolhas que escoam com o líquido para o 2º estágio adentrarão este com o diâmetro menor que d_{bc} , isto é, procede-se à correção do diâmetro pela variação de pressão desenvolvida no difusor entre estágios (estaremos considerando a relação PVT de um processo isotérmico aplicado à uma bolha esférica) da seguinte forma:

$$db_{2^\circ \text{est\u00e1gio}} = db_{c1^\circ \text{est\u00e1gio}} \sqrt[3]{\frac{P_{1^\circ \text{est\u00e1gio}}}{P_{1^\circ \text{est\u00e1gio}} - \Delta p_{\text{difusor}}}} \quad (4.77)$$

$$\text{onde: } \Delta p_{\text{difusor}} = \bar{\rho}_m g K_{1D} (Q_L + Q_{G1^\circ \text{est\u00e1gio}})^2 + \bar{\rho}_m \frac{(V_{r1}^2 - V_{r2}^2)_{\text{difusor}}}{2} \quad (4.78)$$

As correlações obtidas (ver desenvolvimento no Apêndice D e Figuras 4.15 e 4.16) foram as seguintes:

a) Modelo Simplificado:

$$C_D \tilde{r}_C = 0,51 F_{r\omega rb}^{-0,90} \quad C_D C = \frac{17,24}{\text{Re}_{rb}^{0,62}} \quad (4.79)$$

b) Modelo Distribuição de bolhas:

$$C_D \tilde{r}_C = 0,69 F_{r\omega rb}^{-1,02} \quad C_D C = \frac{19,78}{\text{Re}_{rb}^{0,64}} \quad (4.80)$$

$$\text{em que: } F_{r\omega rb} = \frac{V_{mrb}^2}{\omega^2 \bar{r}_{rb}^2} \quad \bar{r}_{rb} = \frac{r_b + r_2}{2} \quad (4.81)$$

$$d_{brb} = d_{bc} \sqrt[3]{\frac{p_1 + \Delta p_{\text{est\u00e1gio}}}{p_1}} \quad \text{Re}_{rb} = \frac{\rho_L V_{mrb} d_{brb}}{\mu_m} \quad (4.82)$$

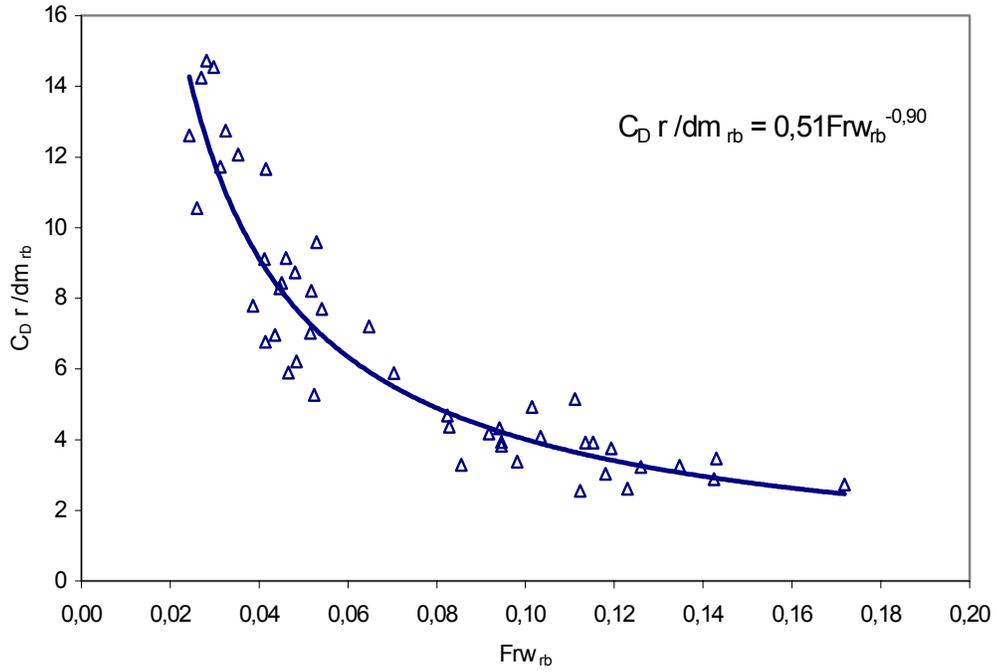


Figura 4.15 – Correlação para a determinação de r_b – Método Simplificado

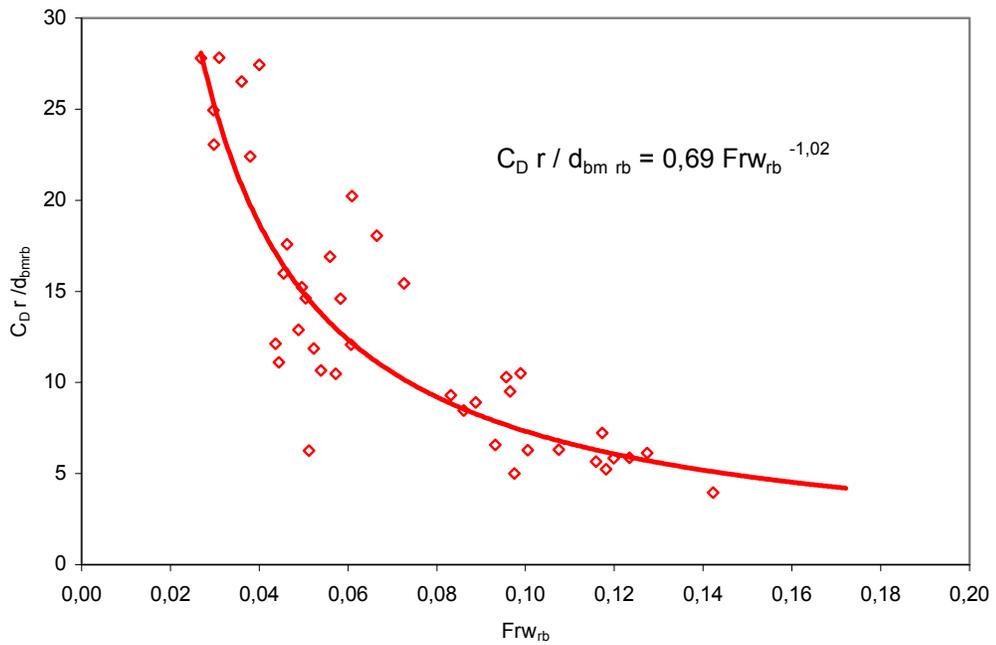


Figura 4.16 – Correlação para a determinação de r_b – Método Distribuição de Bolhas

4.2.6- Modelo proposto

Dada uma configuração e os dados operacionais, calculamos os coeficientes C_a , K_1 e K_2 , Q_o . Verificamos a seguir se o escoamento é monofásico ou não. Se for monofásico, calcula-se a altura de elevação e a pressão gerada no estágio a partir das equações (4.8) e (4.61).

Se o escoamento for bifásico, iremos calcular os adimensionais I_S e $(1-\alpha)$ para as condições de entrada do estágio (equações (4.43) e (4.65)), assumindo um valor de diâmetro de bolha (d_{bm}) de 3 mm para o 1º estágio e o valor de d_{bc} para o 2º estágio. A seguir consideramos o mapa de regime de escoamento (equações 4.50 e 4.51). Se o regime obtido for o de bolhas dispersas em todo o canal do rotor, obtém-se os valores de altura de elevação e de pressão gerada no estágio através das equações (4.52) e (4.61). Nesse caso, temos que corrigir os coeficientes C_a , K_1 , K_2 , Q_o , através das equações (4.55) até (4.60).

Se o ponto operacional cair na região de bloqueio de gás, iremos considerar que a altura de elevação e a pressão gerada no estágio correspondem a 0,20 do valor correspondente ao escoamento monofásico.

Caso o ponto caia na região de escoamento estratificado, com *surgings*, calculamos o tamanho da bolha alongada. A metodologia para se obter esse comprimento e o valor da diferença de pressão gerada no estágio deverá seguir, portanto, o seguinte procedimento:

1. Para um r inicial, calcula-se o valor de $I_{S\ rb}$ utilizando a equação (4.81);
2. Calcula-se o valor de C_D em r_2 utilizando as equações (4.67) e (4.68) e o valor de d_{bc} (equação (4.49)) considerando uma diferença de pressão inicial, que deverá convergir, dentro de uma tolerância, para o valor de r . Consideramos que o Método Simplificado é um caso particular do Método Distribuição de Bolhas, quando o valor de d_{bc} é igual ao diâmetro máximo das bolhas (d_m);
3. Corrige-se o valor de d_{bc} para a posição r , através da equação (4.82) e obtém-se um novo valor para C_D em r (equações (4.67) e (4.68));
4. Calcula-se o valor de $C_D \tilde{r}$ para a posição r (equação 4.43)

5. Para o Método Simplificado, comparam-se os valores de $C_D \tilde{r}$ com $C_{D\tilde{r}c}$ (equação (4.79)) e altera-se o valor de r até que eles estejam dentro de uma tolerância estipulada. Faz-se então $r_b = r$;
6. Para o método Distribuição de bolhas, comparam-se os valores de $C_D \tilde{r}$ com $C_{D\tilde{r}c}$ (equação (4.80)) e altera-se o valor de r até que eles estejam dentro de uma tolerância estipulada. Faz-se então $r_b = r$;
7. Para o cálculo através de $C_D \times Re$ calcula-se o valor de d_{bc} através da equação (4.49) e os valores de $d_{b\ r_b}$ e Re_{r_b} através da equação (4.82);
8. Calcula-se o valor de C_D em r_2 através das equações (4.67) e (4.68). Depois, corrige-se o valor de C_D para a posição r_b através do Re_{r_b} . Comparam-se os valores de $C_{D_{r_b}}$ com C_{Dc} (equações (4.67) e (4.79) ou (4.80)), alterando-se o valor de r , até que eles estejam dentro de uma tolerância estipulada. Faz-se então $r_b = r$.
9. A velocidade do filme de líquido (v_f) e a altura do filme de líquido ao longo de S é obtida, conforme desenvolvimento apresentado no Apêndice E, por meio da seguinte equação:

$$\rho_L \left(V_s V_s' - \omega^2 r \text{Sen}\beta \right) + f_{\beta, \omega} \frac{\rho_L V_s^2}{2} \left(\frac{2}{a_s} + \frac{V_s a_s}{Q_L} \right) = 0 \quad (4.83)$$

A Figura 4.17 mostra o fluxograma de cálculo para a obtenção do valor de r_b , de Δp e dos demais parâmetros do filme de líquido, para um caso genérico.

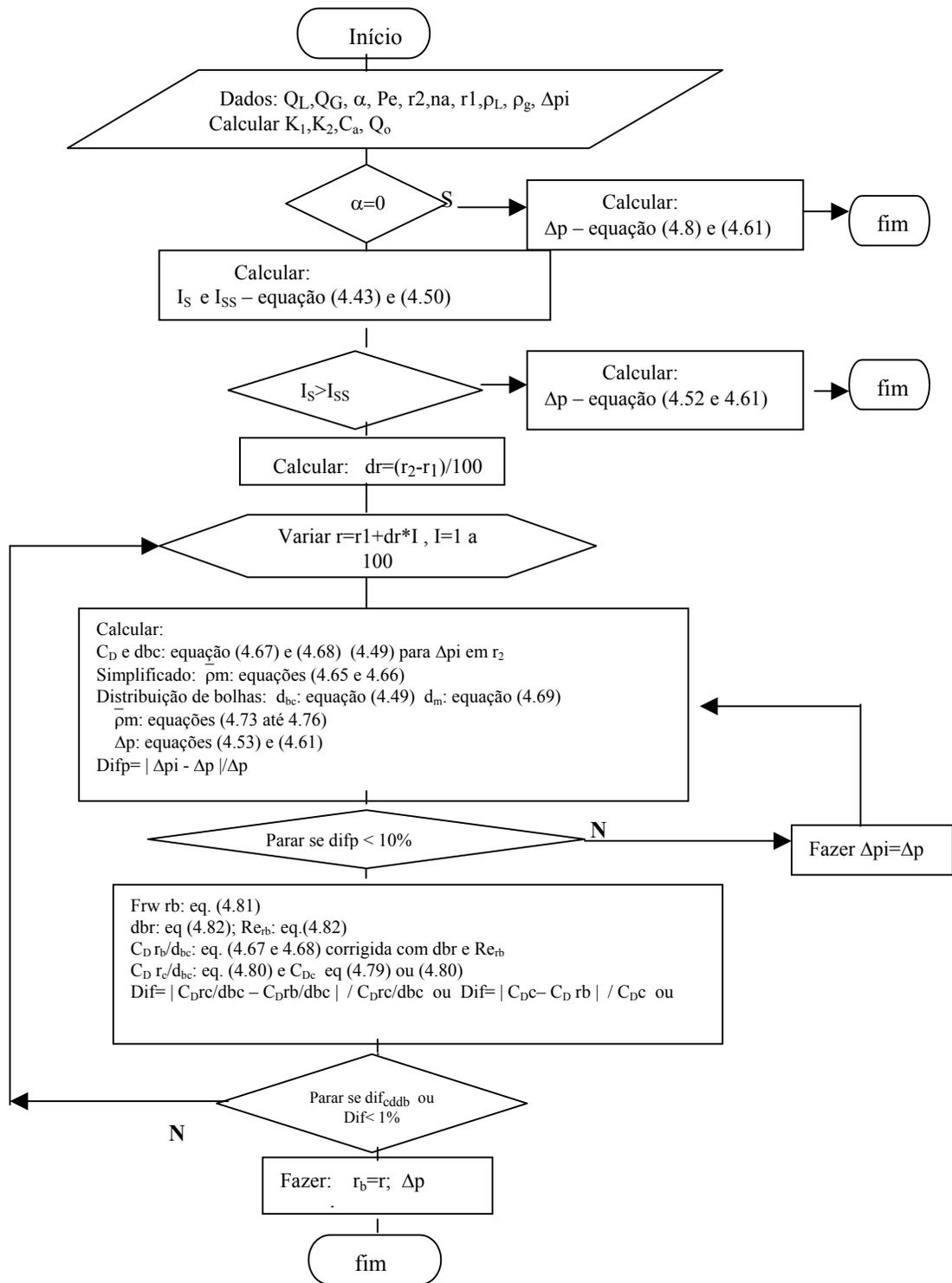


Figura 4.17 – Fluxograma para obtenção de r_b e Δp - Modelo proposto

CAPÍTULO 5

Resultados do Modelo: Comparação com Resultados Experimentais

Como o modelo desenvolvido para a simulação da bomba centrífuga calcula as diferenças de pressão em cada estágio de acordo com o escoamento no canal do rotor, se monofásico ou bifásico, comparamos os resultados obtidos pelo modelo proposto com dados experimentais de forma similar, inicialmente com o escoamento monofásico, que irá gerar coeficientes que serão utilizados na sequência, e depois com o escoamento bifásico.

5.1 – Escoamento Monofásico

Determinamos inicialmente os coeficientes K_1 , K_2 , C_a e Q_o para o escoamento monofásico na bomba, utilizando o procedimento apresentado no Apêndice C. Os valores obtidos foram os seguintes:

1º estágio: C_a : 0,709 K_1 : 26170 s²/m⁵ K_2 : 38818 s²/m⁵ Q_o : 24,5 m³/h

2º estágio com difusor: C_a : 0,621 K_1 : 13468 s²/m⁵ K_2 : 18930 s²/m⁵ Q_o : 36,0 m³/h
 K_{1d} : 35732 s²/m⁵

Considerando esses valores e com base na metodologia apresentada no Capítulo 4 – Modelagem do Escoamento, desenvolvemos um programa em linguagem do software *Mathematica* (ver Anexo III - Programas), para calcular os valores da diferença de pressão gerada em cada estágio no escoamento monofásico. A Tabela 21, do Anexo I - Tabelas, mostra esses resultados.

Os erros cometidos nas medições experimentais, conforme indicado no Apêndice H - Análise de Erros Experimentais, para o escoamento monofásico são, em geral, da ordem de 5%.

Na comparação entre valores medidos e calculados verificamos que, para a rotação de 400 rpm, os erros são significativos, ultrapassando a faixa de 20%. Isso aconteceu porque nesse caso a bomba estava trabalhando com uma rotação muito abaixo da máxima aplicada nos testes (1200 rpm) e da rotação indicada na análise de similaridade (800 rpm). Além disso, os valores de pressão medidos foram os menores, em torno de 10% do fundo de escala (2,0 bar) do sensor. Entretanto, de forma geral, a comparação entre os valores medidos experimentalmente e os calculados, referentes à soma das pressões no 1º e 2º estágios indica que as diferenças os mesmos, a menos das já citadas para 400 RPM, está, em média, dentro de uma faixa de erro em torno de 8% para as rotações acima de 600 rpm.

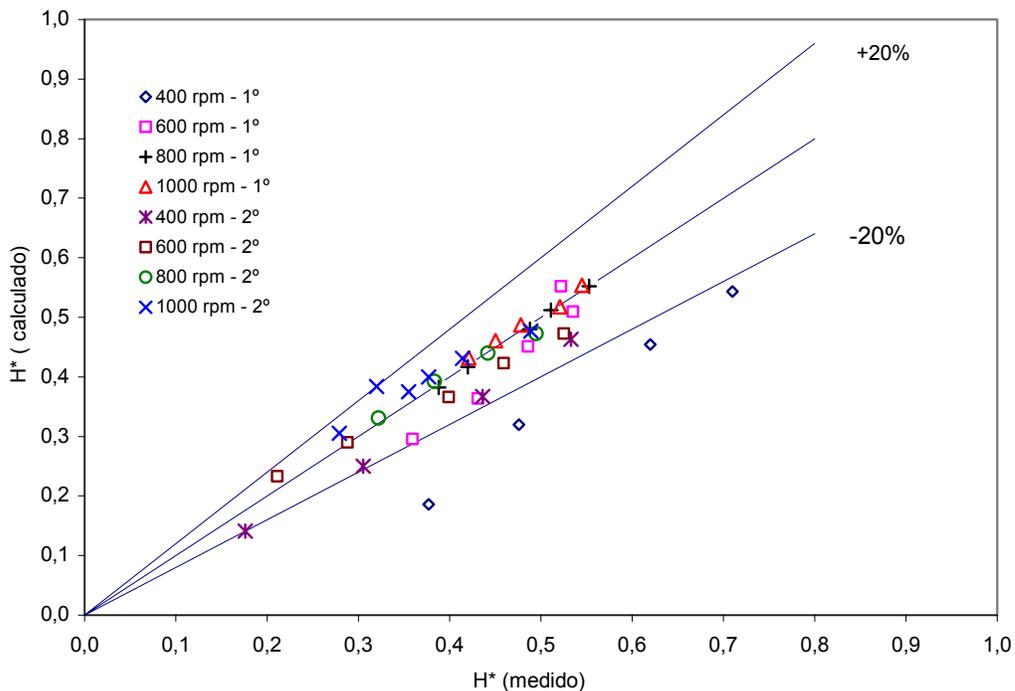


Figura 5.1– Comparação entre valores medidos e calculados de H^* para 1º e 2º estágios-escoamento monofásico.

As Figuras 28 e 29, do Anexo II - Figuras, mostram as comparações para os valores do 1º e do 2º estágios.

5.2– escoamento bifásico em bolhas dispersas em todo o canal do rotor

O modelo fenomenológico desenvolvido no capítulo anterior indica, a partir dos valores de fração de vazio na entrada do estágio e do número adimensional I_S , se o escoamento no interior do canal do rotor se dará na forma de bolhas dispersas ou na forma estratificado com bolhas dispersas. O procedimento a ser seguido para se obter qual o tipo de escoamento irá ocorrer está indicado no Apêndice D. A Figura 5.2 mostra as fronteiras para a ocorrência do *surging* e do bloqueio de gás e os valores experimentais para todos os pontos medidos. Os dados para a obtenção das correlações que definem essas fronteiras estão indicados na Tabela 22 (Anexo II). Após identificar o tipo de escoamento, o modelo utiliza o equacionamento adequado ao padrão de escoamento que ocorre no rotor para calcular a diferença de pressão no estágio.

Os resultados obtidos para o escoamento em bolhas dispersas em todo o canal do rotor estão indicados na Tabela 23 (Anexo II). A Figura 5.3 mostra uma comparação entre os valores medidos e calculados de H^* (altura manométrica adimensional) desenvolvidos para cada um dos estágios da bomba teste quando ocorreram esse tipo de escoamento. Podemos verificar que os resultados estão dentro de uma variação de $\pm 25\%$. Os erros são maiores para as rotações de 400 e 600 rpm, como seria de se esperar, de acordo com comentários feitos anteriormente.

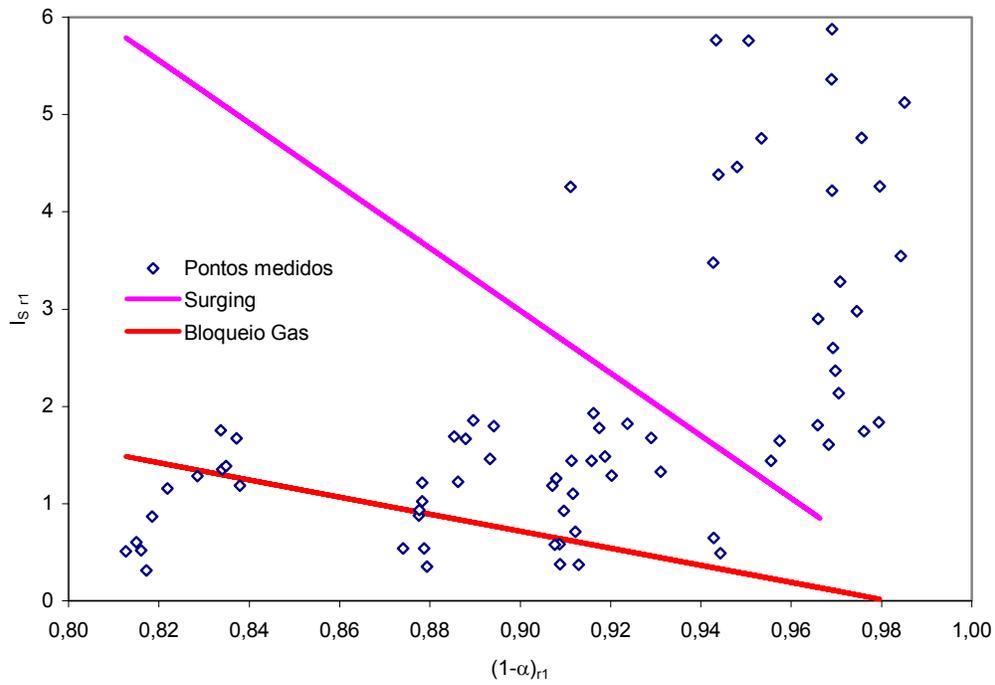


Figura 5.2 – Verificação de ocorrência de *surging* - 1º estágio– bomba teste

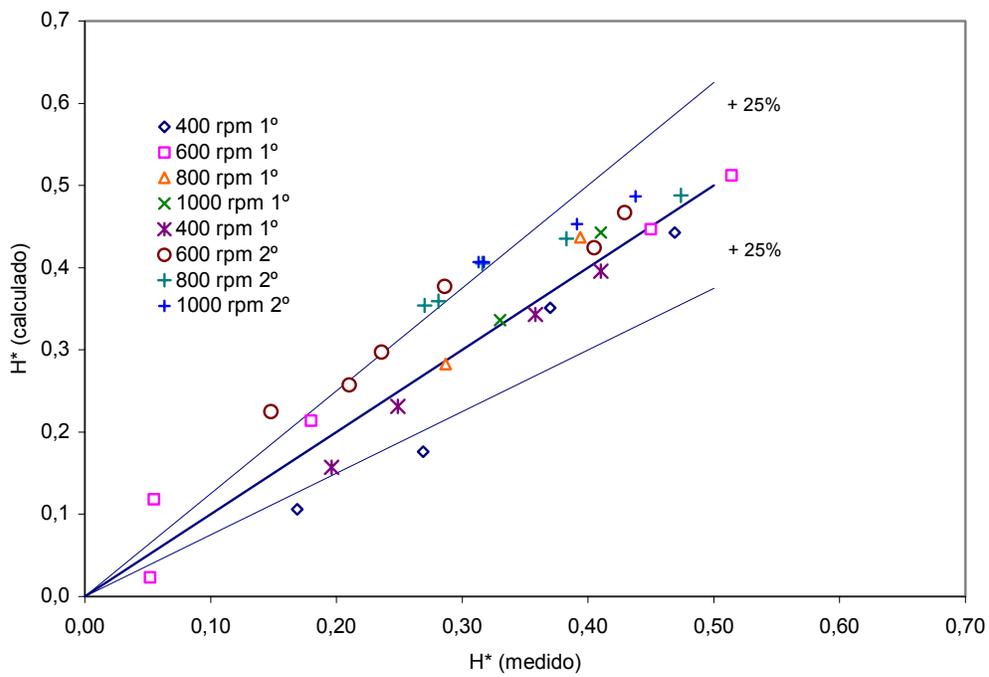


Figura 5.3– Valores medidos e calculados de H^* escoamento em bolhas dispersas– bomba teste

5.3– Escoamento bifásico com regime estratificado e bolhas dispersas

Para o escoamento bifásico em bolhas dispersas, que ocorre da região de remistura até a saída do canal, corrigimos os valores dos coeficientes K_1 , K_2 , Ca e Q_0 , conforme procedimento indicado no Apêndice C. A partir dos valores medidos de pressão nos estágios, obtivemos duas correlações para determinar o tamanho da bolha alongada (r_b) formada no canal do rotor. As Tabelas 24 e 25 mostram os resultados obtidos para os Métodos Simplificado e Distribuição de Bolhas. Uma das correlações relacionou $C_{Dr}/d_{bc} \times Fr\omega_{rb}$ e a outra C_D com Re . O resultado da comparação entre as duas metodologias está mostrado na Figura 5.4. Podemos concluir que os resultados para a correlação de C_{Dr}/d_{bc} estão dentro de uma faixa de $\pm 20 \%$, enquanto que os da correlação de C_D estão dentro da faixa de $\pm 25 \%$. Podemos sugerir que a utilização de qualquer uma delas não afeta significativamente os resultados.

A Figura 5.5 mostra a variação do valor de d_{bc} com Q^* , com d_{bc} calculado e Q^* medido. Pela equação (3.1a), Q^* é função da vazão de líquido (Q_L) e da velocidade angular (ω). Podemos avaliar, por meio desses resultados, como essas duas variáveis afetam o valor de d_{bc} e o valor do tamanho da bolha alongada (r_b). Considerando a fração de vazio e a velocidade angular constantes, o aumento de Q_L aumenta o valor de d_{bc} . Isso significa que bolhas com diâmetros maiores poderão escoar para fora do canal do rotor e portanto menos bolhas ficarão retidas. Ou seja, a vazão de gás retirada pela aceleração do filme de líquido será menor, implicando em uma menor velocidade e uma maior altura do filme (ver Apêndices E e G). Logo, o valor de r_b será menor, o que está de acordo com o que se verificou experimentalmente, quando ocorre o aumento da pressão gerada no estágio na medida em que ocorre o aumento de Q_L (região de *surging*). A Figura 5.6 mostra a variação dos valores calculados de d_{bc} com valores medidos de Q_L , para várias rotações e fração de vazio de 2,7 até 15,3 %. Observa-se que para uma dada vazão de líquido, quanto maior a rotação, menor será o valor de d_{bc} . Isso significa que mais bolhas serão retidas na região de remistura. Porém, como o aumento da rotação significa aumento da pressão gerada, e temos nesse caso, uma região de remistura mais gaseificada, o efeito da redução de r_b será ainda mais significativo.

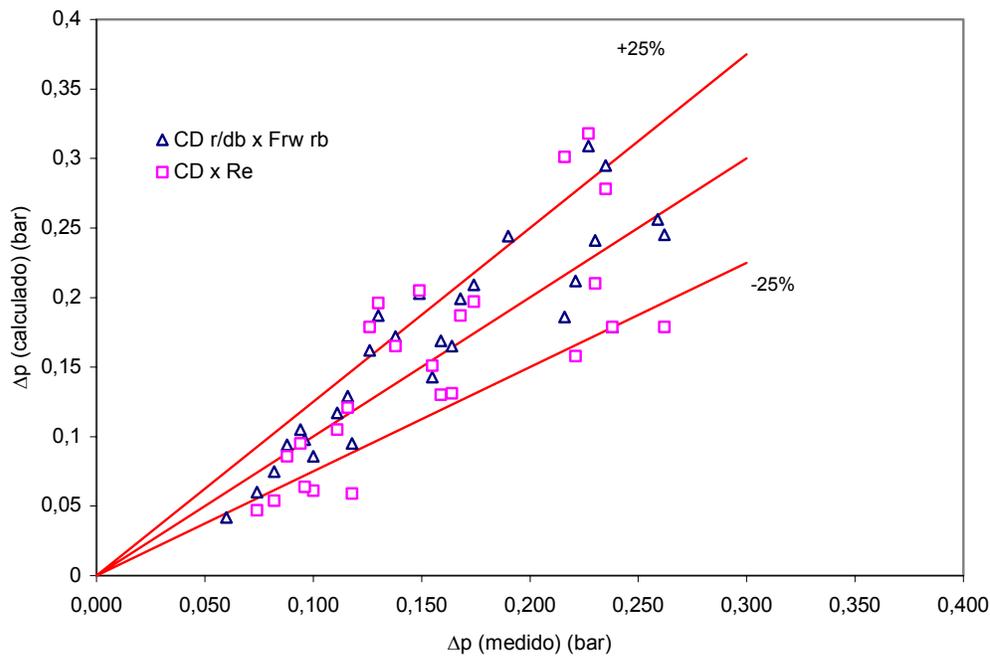


Figura 5.4 – Valores medidos e calculados diferença de pressão – Correlação $C_D r/d_b - Frw_{rb}$ e $C_D - Re$

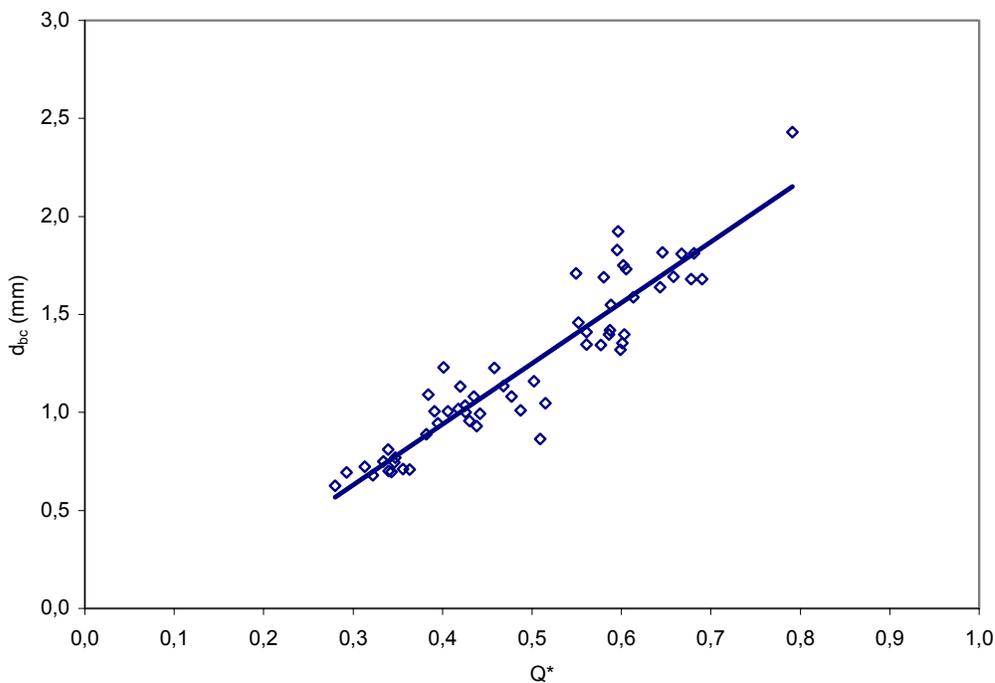


Figura 5.5 - Variação do diâmetro das bolhas crítico db_c calculado, com Q^* - 1º e 2º estágios- rotações de 400 a 1000 rpm - fração de vazio de 2,7 até 15,3 %

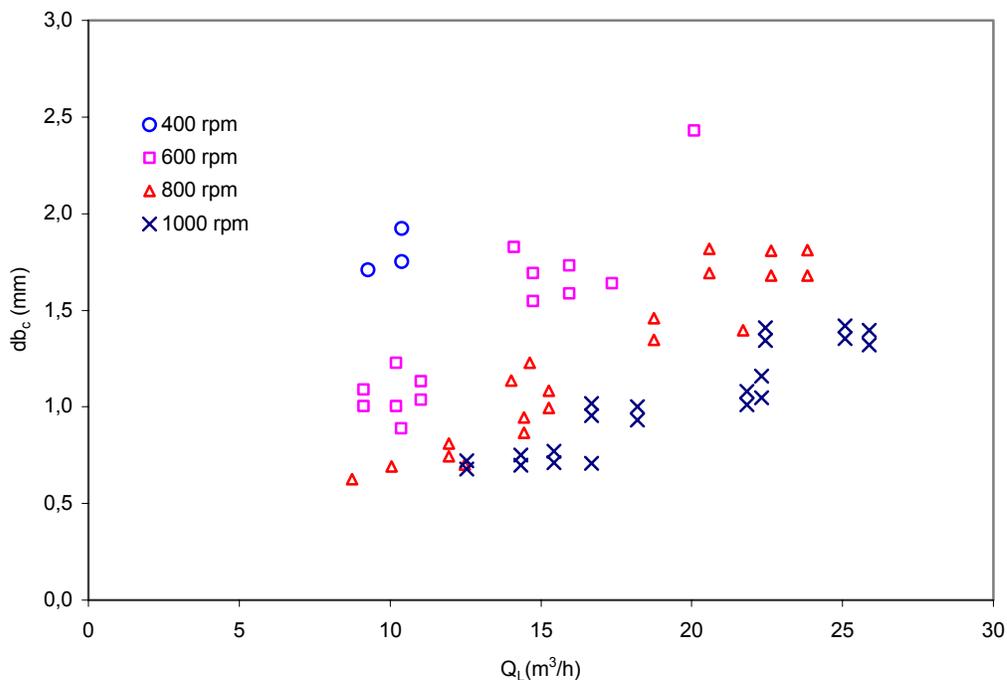


Figura 5.6 - Variação do diâmetro das bolhas d_{bc} com a vazão de líquido e rpm no 1º e 2º estágios para fração de vazio de 2,7 até 15,3 %

A Figura 5.7 mostra a variação do tamanho da bolha estacionária (r_b / r_2) com a vazão de líquido para os dois estágios, obtida indiretamente através das medidas de pressão realizadas e utilizando procedimento de cálculo anteriormente descrito. Para valores crescentes da vazão de líquido (Q_L), observa-se a redução do tamanho da bolha estacionária. Por meio dos dados experimentais e através do cálculo de $I_{S,r1}$, que aumenta com o aumento de Q_L , podemos verificar que o valor de r_b se reduz até ocorrer a mudança do padrão de escoamento de estratificado mais bolhas dispersas, para bolhas dispersas em todo o canal do rotor. Podemos notar também que a relação r_b/r_2 tende para um valor em torno de 0,8 e tem um mesmo comportamento, tanto no 1º quanto no 2º estágio. Isso justifica termos adotado para a ocorrência do bloqueio de gás, o valor de r_b quando ele atingir cerca de 80% do raio externo do rotor.

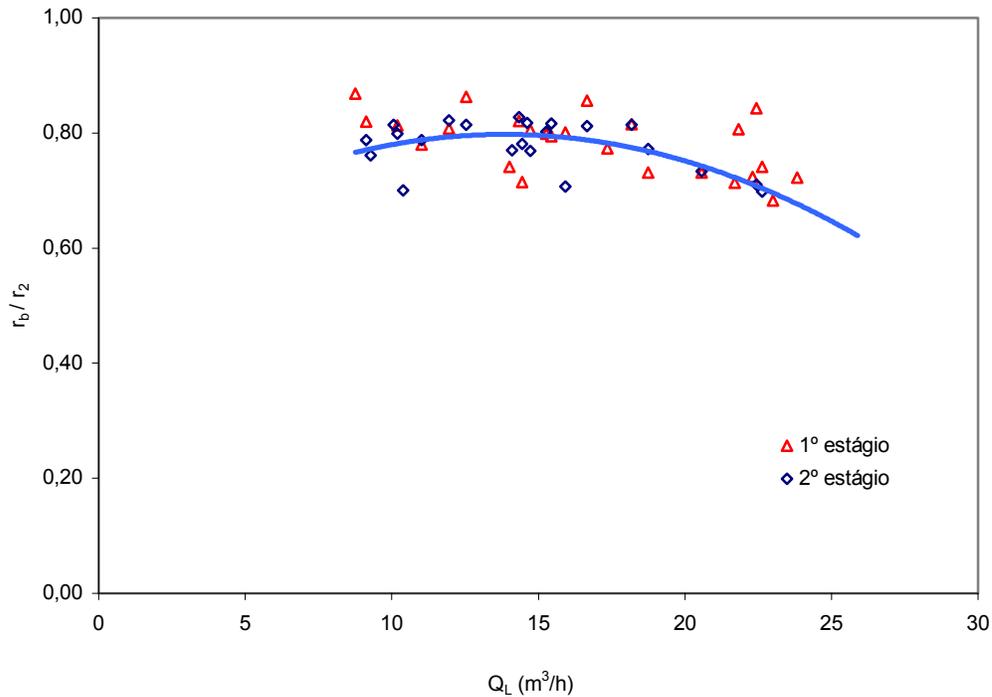


Figura 5.7- escoamento bifásico - Variação do tamanho da bolha estacionária (r_b) com Q_L para todos os valores de rotação e fração de vazio estudados

Para resolvermos um caso genérico, precisamos adotar correlações com base nos valores medidos, conforme indicado no capítulo 4. Considerando essas correlações obtidas desenvolvemos um programa para o *software Mathematica*, que irá representar o modelo desenvolvido nesse estudo para solucionar qualquer caso genérico de escoamento bifásico água-ar em canais sob a ação de um campo centrífugo. Para verificarmos se a correlação proposta está apresentando valores coerentes de Δp , fizemos um gráfico comparando os valores medidos com os calculados através do modelo proposto. A Figura 5.8 mostra essa comparação para o 1º estágio. Verifica-se que os resultados estão dentro de uma faixa de erro em torno de 30%. Os resultados obtidos através do modelo simplificado foram melhores.

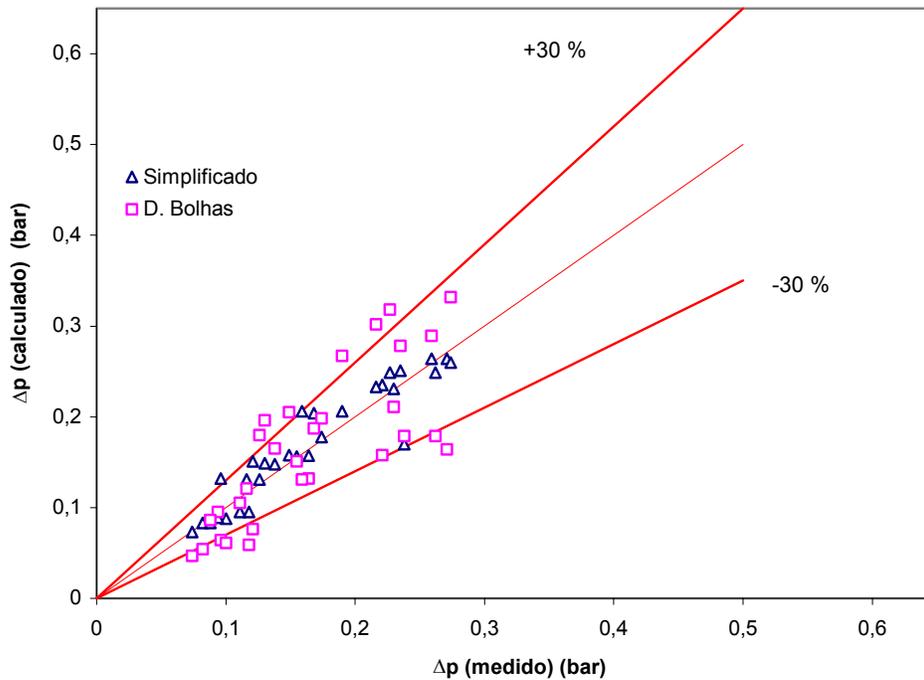


Figura 5.8 –Valores de diferença de pressão medidos x calculados por correlação para escoamento estratificado e bolhas dispersas

Para analisarmos estatisticamente as diferenças entre os valores medidos e os calculados através do modelo sugerido, utilizamos as seguintes definições para erro médio relativo, erro absoluto e desvio padrão:

$$\bar{E}_{rm} = \frac{1}{n} \sum_1^n \frac{E_{m-c}}{E_m}, \text{ onde : } E_{m-c} = \text{valor medido} - \text{valor calculado} \quad (5.1)$$

n: número total de valores medidos

$$\bar{E}_{abs} = \frac{1}{n} \sum_1^n \frac{|E_{m-c}|}{E_m} \quad (5.2)$$

$$DP = \left[\frac{\sum_1^n (\bar{E}_{rm} - \bar{E}_{m-c})^2}{n - 1} \right]^{1/2} \quad (5.3)$$

A Tabela 5.1, a seguir, resume os valores encontrados. A análise desses resultados mostra que o maior erro médio relativo é da ordem de 15 % e o erro absoluto é de cerca de 30 %. Eles

ocorrem na faixa de transição do escoamento entre 4 a 8% de fração de vazios (erro relativo) e acima de 15% de fração de vazio (erro absoluto). Verifica-se também que o erro é maior, cerca de 40%, quanto mais baixa for a rotação do motor, sendo máximo (70%) para as rotações de 400 rpm. Isso acontece porque a rotação recomendada de trabalho para essa bomba era de 800 rpm. Além disso, para essas rotações, os valores do diferencial de pressão eram muito pequenos, abaixo de 0,1 bar. Verificamos ainda que os erros maiores ocorrem no 2º estágio. Isso era esperado porque os valores medidos nesse estágio incorporam a perda de pressão no difusor, que não pode ser medida e esta sendo incorporada apenas como perdas por atrito no escoamento do 2º estágio. Deveremos considerar também que as perdas na entrada desse estágio não estão bem definidas, porque ocorre ali uma mudança no campo de velocidades. Os erros são grandes, em torno de 50%, para valores de fração de vazio acima de 15%. Isto está sugerindo que o efeito turbulento deveria ser considerado para bolhas estacionárias grandes, onde teremos espessuras de filme de líquido em torno de 1 mm e velocidades do filme de líquido acima de 10 m/s.

Tabela 5.1- Análise de erros Diferença de Pressão

Fração Vazios (%)	Erro Médio Relativo 1º estágio (%)	Erro Médio Relativo 2º estágio (%)	Erro Médio Absoluto 1º estágio (%)	Erro Médio Absoluto 2º estágio (%)	Desvio Padrão 1º estágio	Desvio Padrão 2º estágio	Erro Médio Relativo Total (%)	Erro Médio Absoluto Total (%)	Desvio Padrão Total
2.7	2,3	0,7	10,4	11,8	0,132	0,142	1,9	9,8	0,129
4.7	5,1	6,8	10,3	11,5	0,106	0,113	5,2	10,0	0,105
7.7	1,4	-6,4	14,4	14,5	0,168	0,192	1,4	12,6	0,168
10.3	4,3	-20,5	11,3	20,5	0,135	0,174	4,3	11,2	0,135
15.3	3,1	-0,2	10,4	15,2	0,120	0,189	3,1	10,2	0,119

Rotação Motor (rpm)	Erro Médio Relativo 1º estágio (%)	Erro Médio Relativo 2º estágio (%)	Erro Médio Absoluto 1º estágio (%)	Erro Médio Absoluto 2º estágio (%)	Desvio Padrão 1º estágio	Desvio Padrão 2º estágio	Erro Médio Relativo Total (%)	Erro Médio Absoluto Total (%)	Desvio Padrão Total
400	-6,2	-14,2	13,3	20,3	0,021	0,042	-10,5	24,1	0,039
600	10,9	-2,5	15,2	13,4	0,087	0,030	3,1	9,8	0,014
800	8,5	-1,6	9,5	12,7	0,083	0,029	3,4	8,3	0,009
1000	2,5	2,7	10,3	12,3	0,028	0,026	5,4	12,8	0,022

5. 4– Aplicação do modelo proposto em outras bombas

Rodrigues (2001) desenvolveu tese experimental na Universidade de Tulsa, onde coletou dados referentes ao escoamento bifásico em uma bomba Centrifluid GC6100 com 22 estágios. A Tabela 26 (Anexo I) mostra alguns valores selecionados (pontos em escoamento monofásico e bifásico) entre os cerca de 300 pontos coletados. Essa bomba tem a mesma geometria em todos os seus estágios. Os valores geométricos são:

Diâmetro interno: 40 mm altura do canal na entrada: 20 mm ângulo de entrada: 18°

Diâmetro externo: 130 mm altura do canal na saída: 8 mm ângulo de saída : 22°

Obtivemos os coeficientes K_1 , K_2 , C_a e Q_0 , considerando a curva de catálogo da bomba, isto é, os valores medidos de diferença de pressão para o escoamento monofásico em cada um dos 22 estágios. Aplicando os coeficientes obtidos e comparando com os valores medidos de altura de elevação, verificamos que seria necessário acrescentar um fator de correção (K_{1d}) correspondente às perdas por atrito devido ao acréscimo que cada estágio recebeu para permitir a instalação dos sensores de pressão e temperatura. A Figura 5.9 mostra os valores a variação da altura de elevação com a vazão de líquido, considerando a correção necessária. Os valores obtidos, portanto, para os coeficientes foram os seguintes:

C_a : 0,352 K_1 : 25332 s²/m⁵ K_2 : 23544 s²/m⁵ Q_0 : 40,4 m³/h K_{1d} : 18144 s²/m⁵

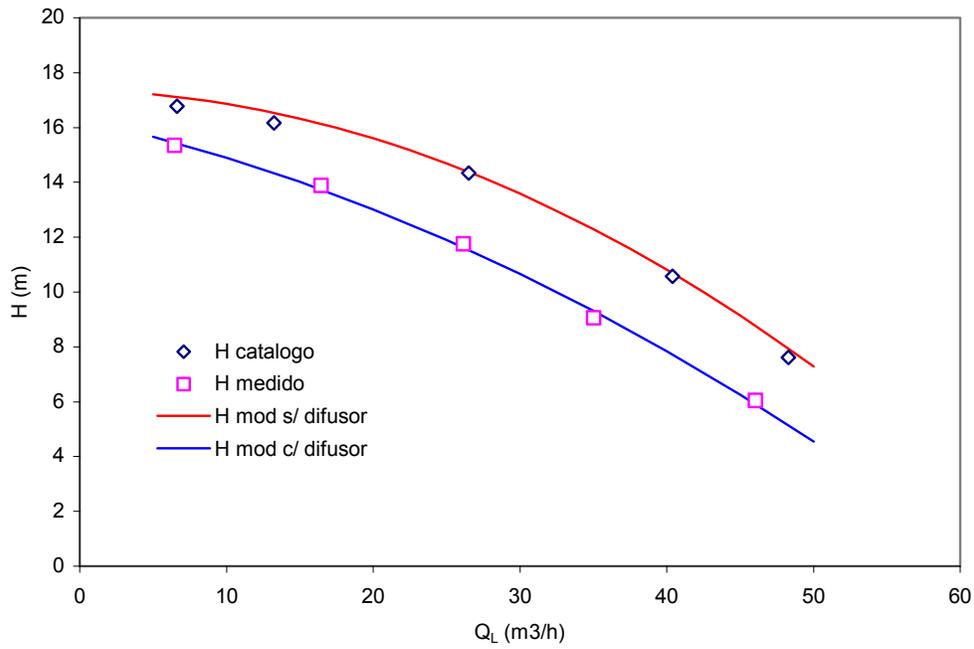


Figura 5.9 – Escoamento monofásico bomba Centrilift GC6100

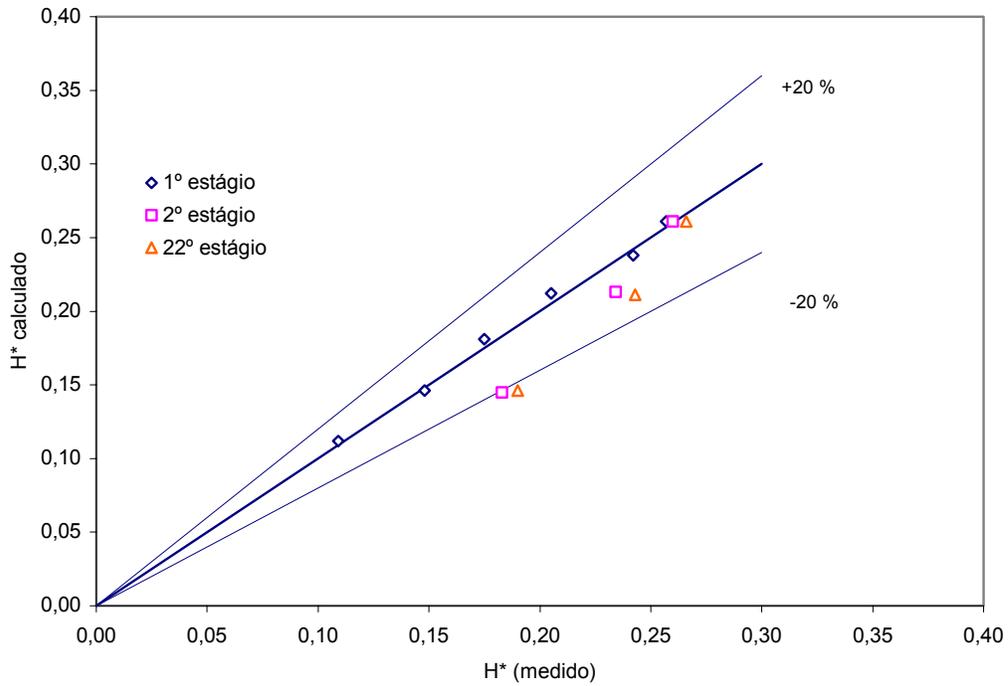


Figura 5.10 – Valores medidos e calculados de H^* - escoamento monofásico bomba Centrilift GC6100

As Figuras 5.10 e 5.11 mostram os resultados do modelo aplicado ao escoamento monofásico na bomba Centrilift GC6100. Todos os resultados ficaram dentro da faixa de ± 20 %.

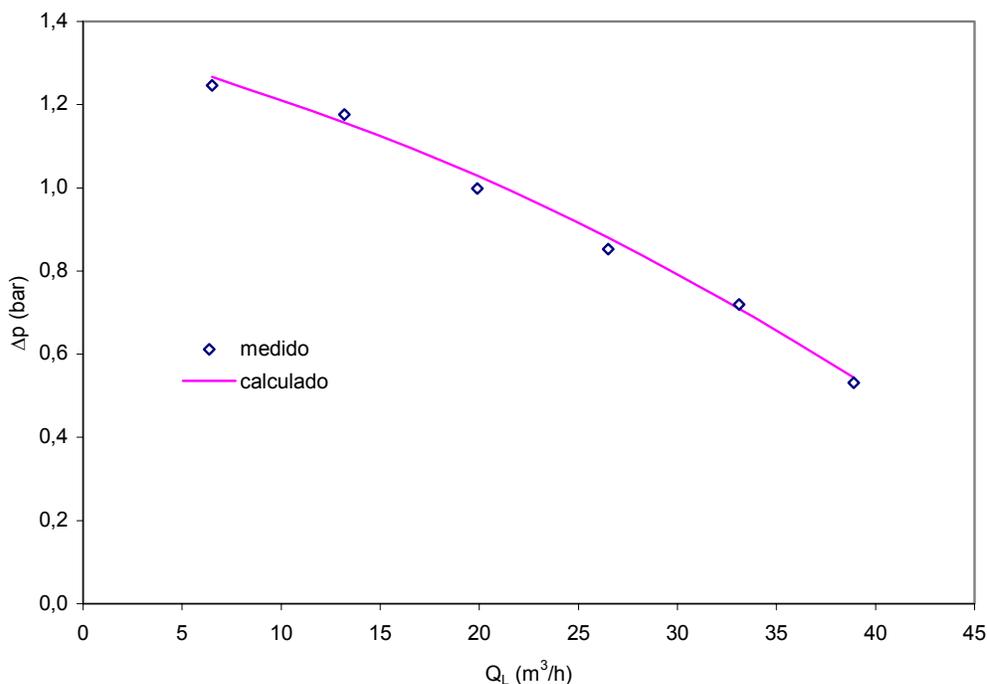


Figura 5.11 – Valores medidos e calculados de diferença de pressão - escoamento monofásico bomba Centrilift GC6100

Verificamos, a seguir, se o comportamento em escoamento bifásico era o mesmo encontrado para a nossa bomba teste, a Ita 330/2, no que se refere as fronteiras para o escoamento em bolhas dispersas em todo o canal ou para o escoamento estratificado mais bolhas dispersas (surging e bloqueio de gás). Isto é, verificamos se a correlação de $I_S \times (1-\alpha)$ obtida para a bomba Ita 333/2 se aplica para a bomba Centrilift GC6100. As Figuras 5.12 e 5.13 mostram que o comportamento é o mesmo. Para o caso do bloqueio de gás, como estamos assumindo que a fronteira ocorre para valores de $r_b = 0,80 r_2$ ocorreu uma pequena variação da ordem de 10%. Pode-se concluir, portanto, que essa relação foi atendida.

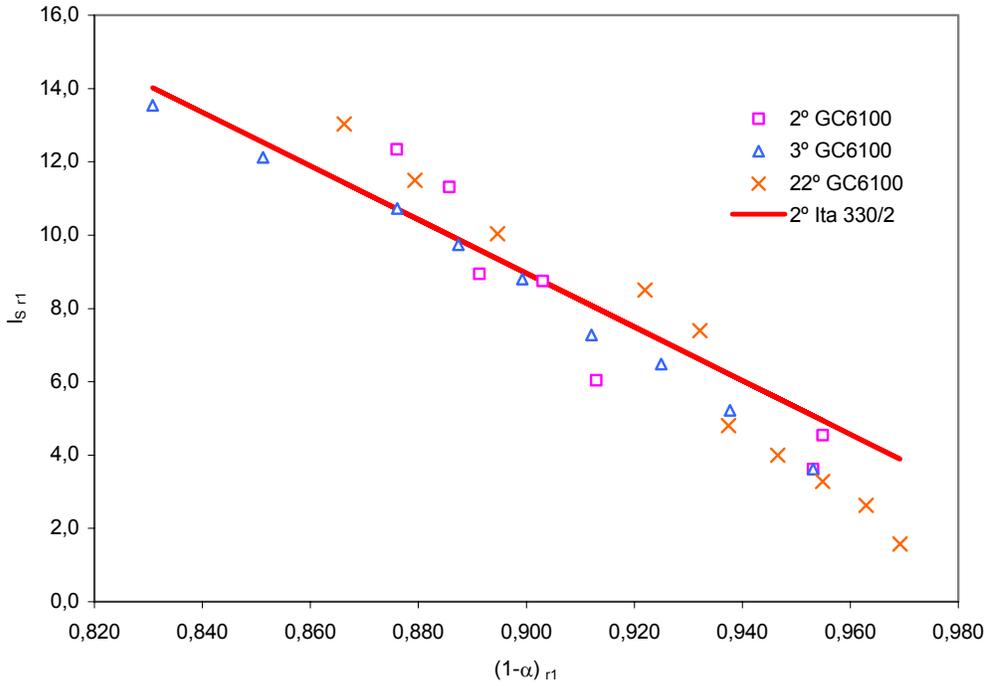


Figura 5.12 – Fronteira do *surging* – comparação bomba teste (Ita 330/2) com Centrilift GC6100

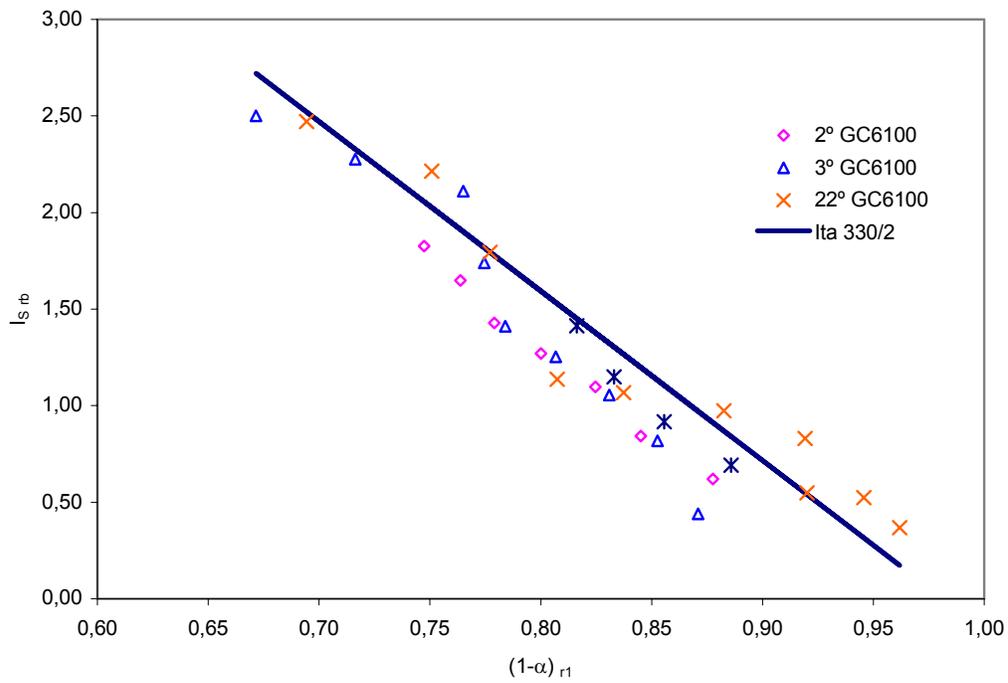


Figura 5.13– Bloqueio de gás – comparação bomba teste (Ita 330/2) com Centrilift GC6100

A seguir, aplicamos o modelo nos dados indicados na Tabela 26 e comparamos com os valores medidos de altura de elevação H^* adimensionalizada, para o caso em que o escoamento se processava em bolhas dispersas por todo o canal ou quando havia a indicação de ocorrência de *surging* (estratificado mais bolhas dispersas). Os resultados estão indicados nas Tabelas 28 e 29 (Anexo I). As Figuras 5.14 a 5.16 a seguir mostram que os resultados estão dentro da faixa de 20% para o escoamento em bolhas dispersas e na faixa de 30 % para o escoamento estratificado mais bolhas dispersas. Neste último caso consideramos o modelo distribuição de bolhas. Para o modelo simplificado, há uma maior dispersão dos resultados ocorrendo um erro maior.

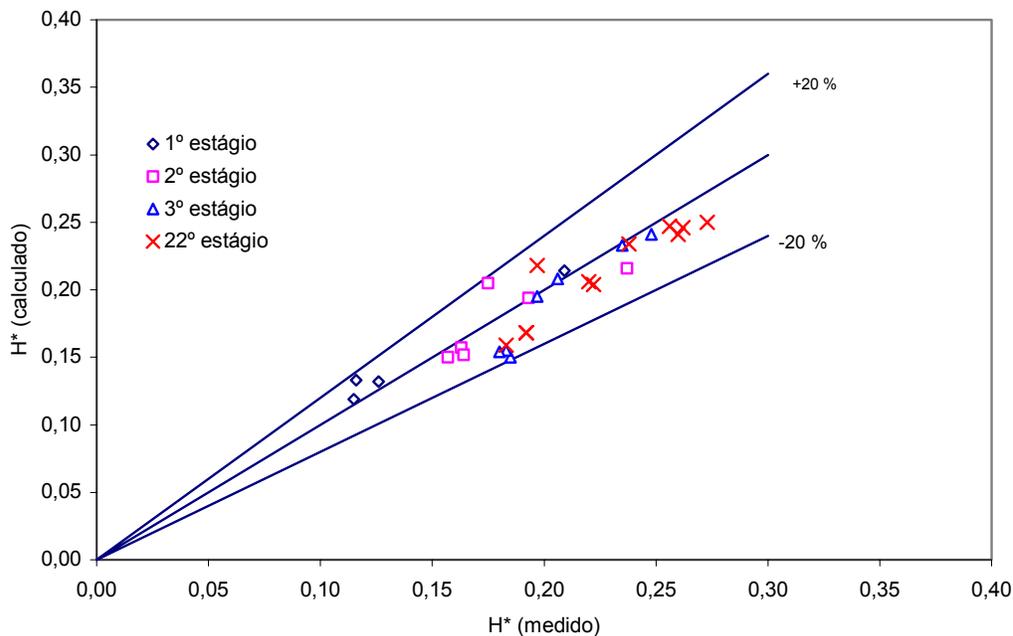


Figura 5.14 – Valores Medidos e Calculados de H^* - Escoamento bolhas dispersas em todo o canal - bomba Centrilit GC6100

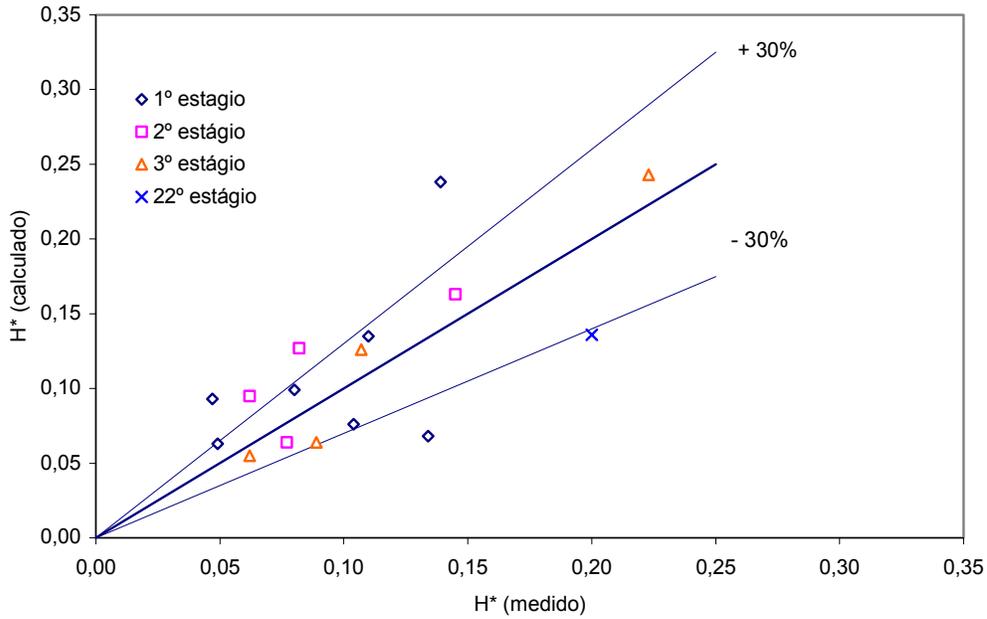


Figura 5.15– Valores Medidos e Calculados de H^* - escoamento estratificado + bolhas dispersas (*surging* e bloqueio de gás) bomba Centrilift GC6100 – Modelo Distribuição de bolhas

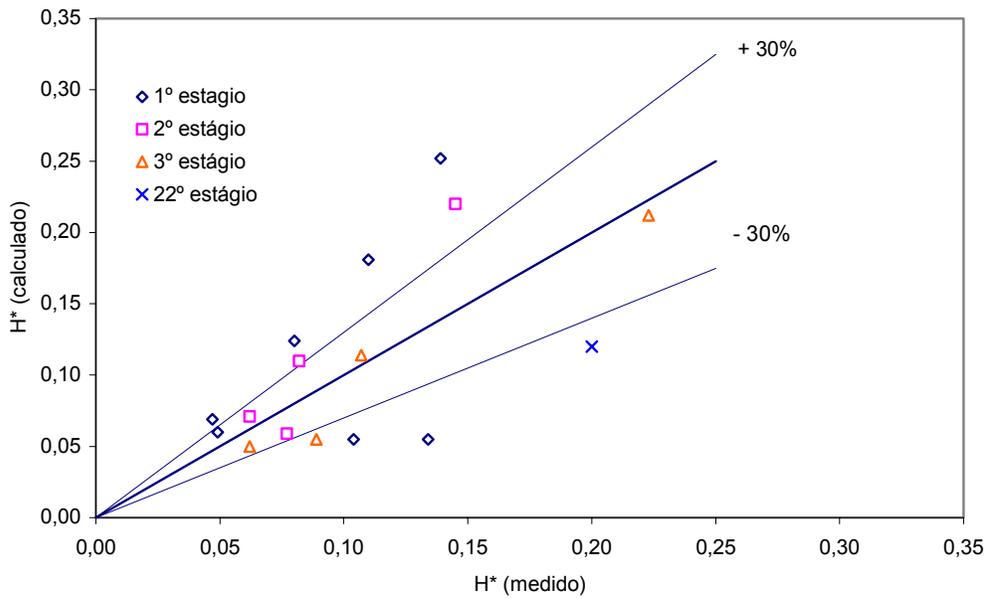


Figura 5.16– Valores Medidos e Calculados de H^* - escoamento estratificado + bolhas dispersas (*surging* e bloqueio de gás) bomba Centrilift GC6100 – Modelo Simplificado

A Figura 5.17 mostra a aplicação do modelo para o escoamento bifásico com bolhas dispersas e estratificado considerando a bomba Centrilift GC6100. Verifica-se, na análise desses resultados que o coeficiente de perda de carga por choque está superestimado, e que a distribuição de bolhas adotada (Minemura (1985)) está determinando valores de tamanho de bolha alongada menores do que o real.

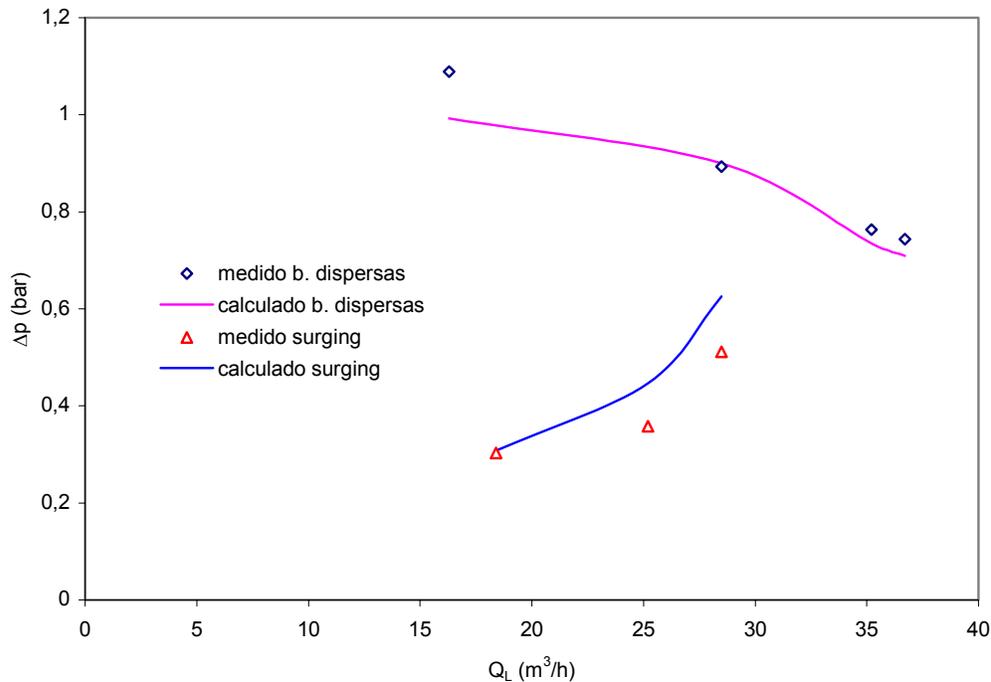


Figura 5.17– Valores Medidos e Calculados de diferença de pressão - Escoamento em bolhas dispersas e estratificado + bolhas dispersas – Bomba Centrilift GC6100

5.5– Comparação do modelo proposto com outros modelos

Comparar os resultados deste trabalho com outros modelos propostos para o escoamento bifásico no canal representa uma boa forma de avaliação do que está sendo proposto. Porém, a maioria dos modelos foram desenvolvidos para um determinado tipo de bomba, com geometria nem sempre definida pelos autores. Resolvemos então comparar os resultados medidos com os calculados pelo nosso modelo e o desenvolvido por Furuya (1985), por se tratar de um modelo teórico. Como esse autor considerou o escoamento em bolhas dispersas em todo o canal do rotor,

vamos aplicá-los aos pontos experimentais que foram selecionados por terem efetivamente esse tipo de escoamento. De acordo com Furuya (1985)

$$\Delta p = \left[(1 - \alpha_2) \rho_L \frac{U_2^2 - V_{2L}^2}{2} + \alpha_2 \rho_G \frac{U_2^2 - V_{2G}^2}{2} \right] - \left[(1 - \alpha_1) \rho_L \frac{U_1^2 - V_{1L}^2}{2} + \alpha_1 \rho_G \frac{U_1^2 - V_{1G}^2}{2} \right] - \int_1^2 \left(\rho_L \frac{V_L^2 - U^2}{2} - \rho_G \frac{V_G^2 - U^2}{2} \right) \frac{d\alpha}{ds} ds \quad (5.4)$$

onde: V_L e V_G - vazões de líquido e gás na direção S, 1 e 2 : entrada e saída do canal.

A Figura 5.18 compara os valores medidos para diferentes frações de vazio e rotação do rotor com os valores calculados pelo modelo desenvolvido neste trabalho. As diferenças entre os valores são maiores que 20%, em alguns casos, quando a diferença de pressão é inferior a 0,15 bar, ou seja, para valores de fração de vazio mais altas, acima de 10%.

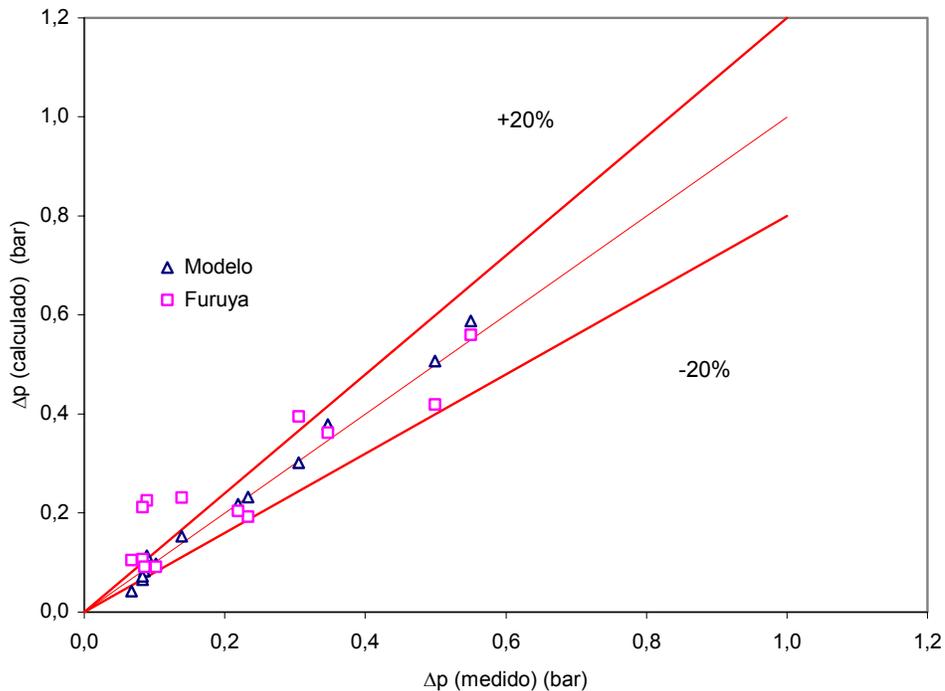


Figura 5.18- Valores de diferença de pressão medidos e calculados pelo modelo proposto e modelo de Furuya (1985) – bolhas dispersas 1º estágio

5.2.6– Considerações finais

- A aplicação do modelo desenvolvido para os nossos dados experimentais e os de outros experimentos mostrou que os resultados foram satisfatórios e que o mesmo pode ser generalizado, para outras bombas.
- Pode-se verificar um bom índice de acerto no que se refere ao escoamento monofásico e ao escoamento em bolhas dispersas em todo o canal do rotor.
- Deve-se porém procurar um aperfeiçoamento no que se refere a distribuição estatística do diâmetro de bolhas no canal do rotor, assim como obter uma correlação para a determinação do tamanho da bolha alongada, a partir de valores medidos. Dessa forma o modelo apresentará melhores resultados para o cálculo da altura de elevação quando ocorrer o escoamento estratificado seguido de bolhas dispersas.
- Em função dos resultados obtidos poderemos fazer agora uma revisão das afirmações que encontramos na literatura:
 1. os autores Patel & Runstadler (1976) e Lea & Bearden (1980) indicaram o início de ocorrência do *surging* a partir de 5% e 7%. Verificamos que a ocorrência desse fenômeno é função do equilíbrio entre a força centrífuga e a de arrasto na entrada do canal do impelidor, e que portanto, dependendo das condições operacionais o *surging* poderá ocorrer até para valores de fração de vazio em torno de 3%. Cada caso terá que ser analisado.
 2. Secoguchi et al (1983) verificaram que o *surging* ocorria somente para valores de vazão de líquido menores do que a do ponto ótimo de funcionamento da bomba. Nós verificamos isso também. Porém, conforme indicam os nossos resultados experimentais, o início do *surging* pode ocorrer para pontos próximos e também bem abaixo do ponto ótimo citado.
 3. Minemura (1985) afirmou que com o aumento da fração de vazio na entrada da bomba, aumentava-se linearmente o tamanho da bolha que se forma devido a coalescência de bolhas menores. Verificamos isso, quando obtivemos os valores do tamanho da bolha estacionária a partir dos valores medidos de pressão. Porém o aumento não é linear. A justificativa do aumento se deve ao fato do valor do coeficiente de arrasto se reduzir com o aumento da fração de vazio, permitindo

dessa forma que o campo centrífugo tenha um efeito maior que a força de arrasto, facilitando portanto a formação da bolha estacionária.

4. Minemura et al (1995) e Sato (1996) concluíram que quanto maior o ângulo de saída do escoamento, menor será a redução da eficiência da bomba, mesmo em escoamento bifásico. O nosso desenvolvimento mostra isso diretamente por meio das equações desenvolvidas para se obter a altura de elevação. Ou seja, quanto maior o valor do ângulo β na saída do canal, menor será a parcela que será retirada no cálculo da geração de pressão no estágio.
5. Os trabalhos experimentais referentes a utilização do equipamento *Gas Handler* (Melvin Castro et al (1988), Rodrigues R. (1999), Romero M. (1999)) indicaram que ele determina, além de uma uniformização, também uma redução no diâmetro das bolhas evitando assim o bloqueio de gás. Esses autores apresentaram também curvas de desempenho do *Gas Handler* que sugerem, para o equipamento estudado, que ele é eficiente somente dentro de uma faixa de vazão de líquido específica. De acordo com nossas equações, a redução do diâmetro de bolhas na entrada do canal determina um aumento no valor do adimensional $C_D \tilde{r}$, permitindo que seja ultrapassada a fronteira para que não ocorra o *surging* e bloqueio de gás e sim o escoamento em bolhas dispersas no canal. Como a vazão de líquido está presente no adimensional $F_{r\omega}$, compondo o nosso indicador de *surging* dentro do canal do impelidor (I_S), isso pode significar que a simples redução do diâmetro das bolhas nem sempre será suficiente para evitar o bloqueio de gás. Logo, a utilização do adimensional I_S poderá ser utilizada para avaliar a conveniência de se utilizar ou não um equipamento *Gas Handler* sob determinadas condições operacionais.

Capítulo 6

Conclusões e Recomendações

A) Conclusões

- Todos os modelos desenvolvidos para o escoamento bifásico em bombas centrífugas consideram o regime de escoamento de bolhas dispersas em todo o canal.
- Observações do escoamento na montagem experimental no rotor transparente indicaram, dependendo das condições operacionais, que pode ocorrer a presença de uma bolha estacionária no interior do canal, seguida de uma região de escoamento em bolhas dispersas. Nesse trecho apenas pequenas bolhas conseguem escapar do canal do impelidor.
- Com base nessa observação foi desenvolvida uma metodologia que procura representar o fenômeno observado em função das condições de entrada do fluido no canal, com o objetivo de definir se ocorre o escoamento em bolhas dispersas, ou o escoamento com regime estratificado (bolha estacionária) seguido de bolhas dispersas, no canal do rotor.
- Aplicando o Modelo de Dois Fluidos no escoamento bifásico no canal do rotor, foi possível obter um número adimensional, que chamamos de I_S . Esse número adimensional, relaciona a força centrífuga com a força de arrasto e está portanto indicando a dependência do escoamento com o coeficiente de arrasto C_D , o diâmetro de bolha, a rotação, a velocidade de escoamento e o raio médio do rotor. Ou seja, há dois números adimensionais já conhecidos influenciando o escoamento, que são o número de Froude centrífugo ($F_{r\omega}$) e o número de Reynolds (R_e). Quando relacionado com a fração de vazão na entrada do canal, pode-se definir qual o regime de escoamento irá ocorrer.

- A representação gráfica dos resultados experimentais obtidos para a diferença de pressão em cada estágio, indicou que o escoamento bifásico se comporta de uma forma muito parecida com a de um escoamento monofásico até uma faixa de 2% de fração de vazio, ou para valores de vazão de fluido acima de um determinado valor, que depende das condições operacionais. Para determinados valores de vazão de fluido, pode ocorrer o aparecimento do *surging*, representado pelo comportamento anormal da bomba, quando há um acréscimo de pressão associado ao aumento da vazão de líquido. Nesse caso, para baixos valores de vazão de líquido, poderá ocorrer o bloqueio de gás.
- Calculando os valores de I_S para os pontos medidos, indicativos de início e final de *surging*, obtivemos uma correlação, que define as fronteiras onde ocorre escoamento com bolhas dispersas, ou estratificado com bolhas dispersas (região de ocorrência de *surging*), ou região com bloqueio de gás.
- Através dessa correlação (fração de vazio x I_S) estamos apresentando uma forma de realizar o mapeamento operacional de uma bomba centrífuga em escoamento bifásico água/ar. Ou seja, dada uma condição operacional para a bomba, se o valor calculado para I_E for maior que o indicado pela fronteira definida pela correlação, conclui-se que o escoamento será por bolhas dispersas em todo o canal do rotor. Caso contrário, ele terá um trecho em regime estratificado e outro em bolhas dispersas. Nesse caso, dependendo do seu valor, será possível concluir se haverá o bloqueio de gás.
- Um caso particular que estudamos é o escoamento monofásico, quando não há a presença de gás, ou seja, fração de vazio igual a 0%. Consideramos inicialmente esse escoamento para obter os parâmetros de ajuste de perdas de carga e por choque em cada estágio e no difusor, por ser um procedimento normalmente utilizado no cálculo de bombas.
- A seguir, quando o mapeamento operacional indicar a ocorrência de escoamento em bolhas dispersas em todo o canal, apresentamos uma correção dos coeficientes obtidos para o monofásico. Adotamos o procedimento de Minemura e os resultados obtidos indicaram que essa foi uma boa solução para o problema.

- Se o mapeamento indicar a ocorrência de escoamento estratificado seguido de bolhas dispersas, torna-se necessário determinar o tamanho da bolha alongada no canal, para obtermos a parte útil do rotor que irá gerar a pressão no estágio. Nesse caso, obtivemos uma correlação, com base nos valores medidos de pressão, que estamos recomendando para se obter o comprimento da bolha alongada.
- O aumento da fração de vazio irá determinar uma redução na diferença de pressão gerada no estágio, e conseqüentemente uma redução da eficiência total do conjunto de BCS. Para os nossos casos estudados a eficiência em torno de 70 % em escoamento monofásico se reduziu para algo em torno de 20% (fração de vazio acima de 10%). Isso ocorre porque o aumento da fração de vazio influencia a formação da bolha alongada no canal, reduzindo dessa forma a parte ativa do rotor.
- Dependendo da condição operacional, o aumento da fração de vazio acarreta um aumento no tamanho da bolha estacionária que se forma no canal. Quando o tamanho dessa bolha alongada atinge a cerca de 80 % do raio externo do rotor (correspondente a cerca de 20% do valor de pressão gerada em escoamento monofásico), assumimos que ocorre o bloqueio de gás.
- O fenômeno do *surging* aparece quando ocorre o escoamento estratificado no canal do rotor, ou seja, com a presença da bolha alongada. Verificamos através de dados experimentais e do modelo proposto, que um aumento da vazão de líquido irá reduzir o tamanho dessa bolha alongada, até um momento em que ela deixa de existir, cessando dessa forma o fenômeno do *surging*. Nessa condição o regime de escoamento é alterado para bolhas dispersas em todo o canal do rotor.
- O diâmetro máximo das bolhas (chamado de diâmetro crítico de bolhas) que conseguem escapar da região de remistura é definido quando ocorre o equilíbrio entre as forças de arrasto e centrífuga na saída do canal. Os diâmetros de bolhas menores que o valor crítico conseguem escoar para fora do canal, enquanto que os maiores ficam retidos, formando a região de remistura. O valor do diâmetro crítico influencia, portanto, o tamanho da bolha alongada. Ou seja, quanto mais bolhas ficarem retidas (diâmetro crítico pequeno), maior

será a fração de vazio na região de remistura, e menor, portanto, será o tamanho da bolha alongada para que o estágio gere um mesmo valor de pressão. Pode-se concluir então que um aumento na rotação irá determinar uma redução no valor do diâmetro crítico e uma redução no tamanho da bolha alongada.

- A bomba se comporta, portanto, como um filtro de bolhas. Na medida que se passa de um estágio para outro, vai ocorrer uma redução dos diâmetros das bolhas, reduzindo o tamanho da bolha alongada. Após alguns estágios ela não irá se formar, com o escoamento se processando em bolhas dispersas em todo o canal.

B) Recomendações

- Individualizar a investigação de forma a se obter informações mais precisas sobre as diferentes regiões do escoamento, de acordo com a escala das partículas;
- Estudar a região de coalescência de bolhas, na entrada do canal do rotor, caracterizando velocidades, distribuição e diâmetros de bolhas, pressões, tensão superficial e viscosidades;
- Medir o comprimento de bolhas alongadas que se formam no canal do rotor de uma bomba centrífuga;
- Estudar a região de remistura em canais confinados, tipo de bomba centrífuga ou dutos curvos com rotação, medindo a velocidade e a espessura do filme de líquido, o diâmetro e a distribuição das bolhas ao longo do canal;
- Estudar a influência da viscosidade do líquido nas pressões e no tamanho da bolha alongada no escoamento em bombas centrífugas;
- Utilizar fluidos diferentes de água e ar, tais como óleo e gás, óleo, água e gás, para estudar experimentalmente a influencia das propriedades dos fluidos no regime de escoamento e no tamanho da bolha alongada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bonetto, F., and Lahey Jr., R. T., 1993, "An experimental study on air carryunder due to a plugging liquid jet", *Int. J. Multiphase Flow*, v. 19. N. 2, pp 281-294

Bratu, C., 1994, "Rotodynamic Two-Phase Pump Performances", SPE 28516, pp 555-567

Brown, Garry L., and Roshko, Anatol, 1974, "On density effects and large structure in turbulent mixing layers". *J. Fluids Mech.*, v. 64, p. 4, pp 775-816

Burden, Richard L., Faires, J. Douglas, 1993, "Numerical Analysis", Livro - PWS-KENT Publishing Company - Boston

Chanson, H., 1995, "Air entrainment in two-dimensional turbulent shear flows with partially developed inflow conditions". *Int. J. Multiphase Flow*, v. 21, n. 6, pp. 1107-1121

Chanson, H., 1996, "Air bubble entrainment in open channels: flow structure and bubble size distributions". *Int. J. Multiphase Flow*, v. 23, n. 1, pp 193-203

Cirilo, R., 1998, "Air-Water Flow Through Electrical Submersible Pumps", M. S. Thesis, The University of Tulsa

Clarke, A. P. and Issa, R. I., 1995, "Numerical Prediction of Bubble Flow in a Centrifugal Pump," *International Conference on Two-Phase Flow 95- Kyoto*, P8, pp 37-43

Clift, R., Grace, J. R., and Weber, M. E., 1978, "Bubbles, Drops, and Particles", Livro- Academic Press Inc. San Diego

Dias, Silvio Gonçalves, 1998, "Distribuição de Fases em escoamentos com Simetria Axial em Padrão Bolhas: Aplicação do Modelo de Dois Fluidos e Comprovação Experimental com Novo Método Usando a Sonda Dupla". Tese de Doutorado- Fem-Unicamp

Dias, S. G., França, F. A, Rosa, E. S., 1998, "The Progress Of The Void Fraction, Bubble Size, And Bubble Velocity In A Short Vertical Nozzle Under The Occurrence Of Bubbly Flows". Third International Conference on Multiphase Flow, ICMF' 98, Lyon, France, June 8-12

Fox, Robert W. , 1995, "Introdução a Mecânica dos Fluidos" - Livro

França, Fernando de Almeida, 1997, "EM-712 Sistemas Fluidomecânicos", Fem/Unicamp - Apostilas

França, Fernando de Almeida; Rosa, Eugenio E., 1997, "Relatórios de Desenvolvimento do Sistema VASPS", Convênio Petrobrás/ Unicamp, Fem/Unicamp

Furuya O., 1985, "An Analytical Model for Prediction of Two-Phase (Non-Condensable) Flow Pump Performance," Journal of Fluids Engineering, Vol. 107, pp 139-147

Gaard, S., Billdal, J. T. and Christiansen, B., 1991, "Two-Fluid Modelling of Bubble Flow in a Mixed-Flow Pump-Impeller," SINTEF Fluid Machinery, Trondheim, Norway, pp 156-167

Hinze, J. O., 1955, "Fundamentals of the hidrodinamics mechanisms of splitting in dispersion process". AIChE. J. , 1-3, pp 289-295

Ibragimov, G. Z. and Khisamutdinov, N.I., 1971, "Conditions Determining Stalling of a Submerged Centrifugal Pump," Neftprom-Delo., Nº. 4, pp 21-24

Ishii, M., Mishima, K., 1984, "Two-fluid model and hydrodynamic constitutive relations". Nuclear Engng and Design, vol. 82, pp 107-126

Ishii, M., Zuber, N., 1979, "Drag Coefficient and Relative Velocity in Bubbly, droplet or Particulate Flows". AIChE Journal v. 25, n. 5, pp 843-855

Issa R. I., Oliveira P.J., 1989, "A Multidimensional Approach to the Prediction of Two-phase Flow in T-Junctions", Int. Conf. On Basic Principles and Industrial Application of Multiphase Flow, London

Ito H., 1959, "Friction factors for turbulent flow in curved pipes", Journal of Basic Engineering, Trans. ASME

Ito, H., and Nanbu, K., 1971, "Flow in rotating straight pipes of circular cross section ", Journal of Basic Engineering , Trans. ASME

Karassik, I.J; Krutzsch, W.C.; Fraser, W.H.; Messina, J.P., 1995, "Pump Handbook", Livro

KcKeogh, E. J. & Ervine, D. A, 1981, "Air entrainment rate and diffusion pattern of plunging liquid jets". Chemical Engineering Science, 36, pp 1161-1172

Knysenko, G. N. nad Kamalov, R. R., 1967, "Results of Field Tests With the ETsN-80-800 Submerged Centrifugal Pump," Neft-Khoz., Vol. 45, N° 6, pp 45-49

Kockx, J.P., Delfos, R., Tujeehut, T.D., Zijl, J. L. J., and Oliemans, R.V.A., 1998, "Gas entrainment by a liquid film falling around a stationary Taylor bubble in a vertical tube". Multiphase Flow Congress, Lyon-France, pp 1-8

Lazarkiewicz, Stephen; Troskolanski, Adam T., 1965, "Impeller Pumps", Livro - Pergamon Press, Oxford.

Lea J. F. and Bearden J. L., 1980, "Effects of Gaseous Fluids on Submersible Pump Performance," SPE 9218

Lyapkov, P. D., 1958, "Effect of Gas On Operation of na EN-95-800 Submerged Centrifugal Pump," Neft-Khoz., Vol.36, N°. 2, pp 43-49

Melvin, Castro; Pessoa Rui and Kallas, Patricia, 1998, "Successful Test of New ESP Technology for Lake of Maracaibo Gassy Oil Wells", OTC 8867

Minemura K. and Murakami M., 1980, "A Theoretical Study on Air Bubble Motion in a Centrifugal Pump Impeller," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 102, pp 446-455

Minemura K., Murakami M. and Katagiri H., 1985, "Characteristics of Centrifugal Pumps Handling Air-Water Mixtures and Size of Air Bubbles in Pump Impellers," *Bulletin of JSME*, Vol. 28, N°. 244, pp 2310-2318

Minemura, K. and Uchiyama, T., 1993, "Three-Dimensional Calculation of Air-Water Two-Phase Flow in Centrifugal Pump Impeller Based on a Bubbly Flow Model," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 115, pp 766-771

Minemura, K., Kinoshita, K., Ihara, M., Furukawa, H., Egashira, K., 1995, "Effects of Outlet Blade Angle of Centrifugal Pump On The Pump Performance Under Air-Water Two-Phase Flow Conditions," *ASME, PD-Vol. 69, Pipeline Engineering*, pp 113-117

Mironov, Y. S., 1969, "Reducing the Harmful Effect of Free Gas on the Operation of a Submerged Centrifugal Pump," *Neft-Khoz.*, Vol. 47, N°. 6, pp 57-59

Murakami, M. and Minemura, K., 1974, "Effects of Entrained Air on the Performance of a Centrifugal Pump, First Report - Performance and Flow Conditions," *Bulletin of JSME*, Vol. 17, N°. 110, pp 1047-1055

Murakami, M. and Minemura, K., 1974, "Effects of Entrained Air on the Performance of a Centrifugal Pump, Second Report - Effect of Number of Blades," *Bulletin of JSME*, Vol. 17, N°. 112, pp 1286-1295

Murav'ev, I. M. e al., 1967, "Velocity of the Gas Bubbles in the Annular Space of Pumping Wells and the Pressure due to the Gassy Column of Liquid," *Neft-Khoz.*, Vol. 45, N°. 9, pp 55-58

Noghrehkar, G.R., Kawaji, M., Chan, A. M. C., Nakamura, H. and KuKita, Y., 1995, "Investigation of Centrifugal Pump Performance Under Two-Phase Flow Conditions," *Journal of Fluids Engineering* Vol. 117, pp 129-137

Patel, B. R. and Runstadler, P. W., 1978, "Investigations Into the Two-Phase Behavior of Centrifugal Pumps," ASME Symposium on Poliphase Flow in Turbomachinery - San Francisco USA

Pedroso, Daniel Cleverson, 1997, "Estudo Experimental e Caracterização Estatística da Hidrodinâmica do Escoamento Bifásico Vertical Ascendente em Padrão Pistonado". Tese de Mestrado- Unicamp

Pessoa, Rui; Machado Miguel; Robles, Jorge; Escalante, Sharon and Henry Joe, 1999, "Tapered Pump Experimental Tests with Light and Heavy Oil in PDVSA Intevep Field Laboratory",SPE 1999, ESP Workshop

Pfleiderer, Carl, Petermann Hartwig, 1972, "Máquinas de Fluxo", Livro - Livros Técnicos e Científicos Editora - Rio de Janeiro

Popp M. and Sallet D. W., 1983, "Experimental Investigation of one and two-phase flow through a tee junction", Int. Conf. On Physical Modelling of Multiphase Flow, Coventry

Rodrigues, Rui Francisco Pessoa, 2001, "Experimental Investigation of Two-Phase Flow Performance of Electrical Submersible Pump Stages" – M.S. Thesis – The University of Tulsa, USA

Romero, M., 1999, "An Evaluation of an Electrical Submersible Pumping System for High GOR Wells", M. S. Thesis, The University of Tulsa, USA

Sachdeva, R., 1988, "Two-Phase Flow Through Electric Submersible Pumps", Ph.D. dissertation, University of Tulsa, USA

Sato, S., Furukawa, A. and Takamatsu, Y., 1996, "Air-Water Two-Phase Flow Performance of Centrifugal Pump Impellers with Various Blade Angles," JSME International Journal, Series B, Vol. 39, Nº. 2, pp 223-229

Secoguchi N., Takada S. and Kanemori Y., 1984, "Study of Air-Water Two-Phase Centrifugal Pump by Means of Electric Resistivity Probe Technique for Void Fraction Measurement - First

Report - Measurement of Void Fraction Distribution in a Radial Flow Impeller,” Bulletin of JSME, Vol. 27, N°. 227, pp 931-939

Sene, K.J., 1988, “Air entrainment by plunging jets”, Chemical Engineering Science, v. 43, n. 10, pp 2615-2623

Shapiro, A. G., et al., 1971, “Method of Determining Intake Pressure of a Submerged Centrifugal Pump,” Neftprom-Delo, N°. 4, pp 13-15

Stepanoff, A. J., 1957, "Centrifugal and Axial Flow Pumps- Theory, Design and Applications", Livro - John Wiley & Sons, New York

Thomaz, N. H., Auton, T.R., Sene, K. and Hunt, J.C.R., 1983, “Entrapment and Transport of bubbles by transient large eddies in multiphase turbulent shear flows”. BHRA Fluid Engineering, International Conference on the Physical Modelling of Multiphase Flow, Coventry – England, paper E1, pp 169-184

Van de Sande, E. and Smith, J.M., 1973, “Surface entrainment of air by high velocity water jets”. Chemical Engineering Science, 28, pp 1161-1168

Van de Sande, E. and Smith, J.M., 1976, “Jet break up and air entrainment by low velocity turbulent water jets”. Chemical Engineering Science, 31, pp 219-224

Wallis, Graham B., 1969, "One-dimensional Two-phase Flow", Livro- McGraw-Hill Book Company, New York

Zakem, S., 1980, “Analysis of Gas Accumulation and Slip Velocity in a Rotating Impeller,” ASME Cavitation and Polyphase Forum, pp 32-34

Zakem, S., 1981, “Determination of Gas Accumulation and Two-Phase Slip Velocity in a Rotating Impeller,” ASME Cavitation and Polyphase Forum, pp 167-173.

Apêndice A

Conhecimentos gerais sobre bombas centrífugas

Vamos apresentar, nesse apêndice, a teoria desenvolvida para bombas centrífugas, normalmente encontrada em livros (Pfeiderer (1972), Lazarkiewicz (1965), Fox (1995)), e também a teoria da similaridade entre bombas, que foi o critério utilizado para a escolha da bomba teste utilizada no experimento.

1 - Teoria de Bombas Centrífugas

A teoria das bombas com escoamento monofásico no canal do rotor considera o envolvimento de 3 velocidades para a determinação da altura de elevação fornecida pela bomba. São elas: U : velocidade tangencial ($=\omega r$), V : velocidade absoluta do fluido e V_s : velocidade do fluido relativa às paredes do canal do impelidor. A velocidade radial (V_r) é obtida através da relação geométrica entre U e V_s . As variáveis β_1 e β_2 representam os ângulos definidos pela tangente às aletas, na entrada e saída do canal do impelidor, respectivamente.

Vetorialmente temos que: $\vec{V} = \vec{U} + \vec{V}_s$. A representação gráfica dos vetores velocidade está ilustrada na Figura A1.

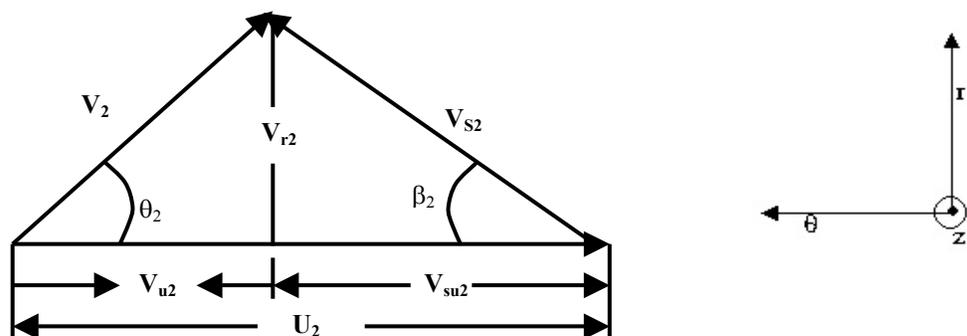


Figura A1 – Triângulo de velocidades na saída do canal do impelidor

Vamos considerar a equação de Momento da Quantidade de Movimento dada por (Fox (1995):

$$\vec{r} \times \vec{F}_S + \int_{M(\text{sistema})} \vec{r} \times \vec{g} \, dm + \vec{T}_{eixo} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_c} \vec{r} \times \vec{V} \rho \, dV + \int_{SC} \vec{r} \times \vec{V} \rho \vec{V} \, d\vec{A} \quad (\text{A1})$$

Considerando que estamos desprezando o campo gravitacional, que não há torque inicial, que a densidade é constante no sistema de controle e que o escoamento é permanente, teremos portanto que:

$$\vec{T} = \vec{r} \times \vec{F}_S = \int_{SC} \vec{r} \times \vec{V} \rho \vec{V} \, d\vec{A} \quad (\text{A1a})$$

Portanto:

$$T = \rho Q [r_2 V_2 \cos \theta_2 - r_1 V_1 \cos \theta_1] \quad (\text{A1b})$$

Considerando o triângulo de velocidades, teremos que:

$$T = \dot{m} (V_{u2} r_2 - V_{u1} r_1) \quad (\text{A2})$$

Como, por definição, a potência no eixo (P_{eixo}), é dada por:

$$P_{eixo} = T \omega, \quad (\text{A3})$$

tem-se que:

$$P_{eixo} = \dot{m} (V_{u2} r_2 - V_{u1} r_1) \omega \Rightarrow P_{eixo} = \dot{m} (U_2 V_{u2} - U_1 V_{u1}) \quad (\text{A3a})$$

Considerando que a potência no eixo em um sistema ideal, sem perdas (eficiência de 100%) também pode ser obtida por:

$$P_{eixo} = \rho g Q H_E = \dot{m} g H_E \quad (\text{A4})$$

obteremos que a altura de elevação (H_E), gerada pela bomba, será aquela obtida por meio da equação de Euler :

$$H_E = \frac{(U_2 V_{u2} - U_1 V_{u1})}{g} \quad (\text{A4a})$$

Como o fluido na entrada do estágio da bomba não está submetido a uma pré-rotação ($V_{u1} = 0$), pelo triângulo das velocidades, teremos que:

$$V_{u2} = U_2 - V_{s2} \cos \beta_2 \quad (\text{A5})$$

$$H_E = \frac{U_2}{g} (U_2 - V_{r2} \cot \beta_2) \quad (\text{A6})$$

ou ainda:
$$H_E = \frac{U_2^2}{g} \left(1 - \frac{Q}{2\pi r_2 b_2 U_2} \cot \beta_2 \right) \quad (\text{A7})$$

onde: b_2 : altura do canal na saída do rotor, r_2 : raio externo do rotor e Q : vazão volumétrica de líquido

Analisando a equação (A7) poderemos concluir que, para valores do ângulo β_2 menores que 90° , que é o caso da nossa bomba teste ($\beta_2 = 35^\circ$), teremos sempre, em um escoamento monofásico, a redução da altura de elevação com o aumento da vazão de líquido.

Se quisermos obter as curvas reais de bombas teremos, entretanto, que considerar as perdas envolvidas no escoamento. O fator mais importante é denominado de escorregamento e ocorre, porque devido a rotação. Ocorre uma recirculação do fluido dentro do canal do impelidor. Isso faz com que o ângulo de saída β_2 seja reduzido, ou seja, existe um desvio na direção do escoamento do fluido. A Figura A2 mostra esse efeito, que determina a redução do valor de V_{u2} , e portanto a redução do valor da altura de elevação.

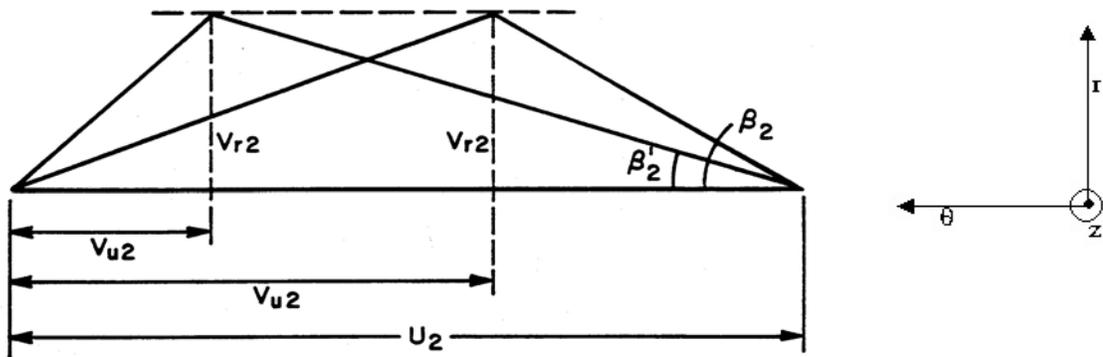


Figura A2 – Efeito do escorregamento na saída do canal do impelidor

O fator de escorregamento, ou coeficiente de aleta (C_a), pode ser calculado em função do número de aletas (N_a) conforme proposto empiricamente por Weisner (1967):

$$C_a = \frac{V'_{u2}}{V_{u2}} = \frac{N_a}{N_a + 6,2(r_1/r_2)^{2/3}} \quad (\text{A8})$$

As outras perdas que ocorrem no escoamento referem-se a não uniformidade na velocidade radial na entrada do canal do rotor (C_v), e as perdas por atrito e turbulência (C_h). A Figura A3 mostra essas perdas. Pode-se concluir que as perdas por atrito aumentam com a vazão e que as perdas devido a turbulência e choques são mínimas na vazão ótima da bomba.

A altura de elevação real (H) deverá ser calculada, portanto, através de:

$$H = C_a C_v C_h H_E \quad (\text{A9})$$

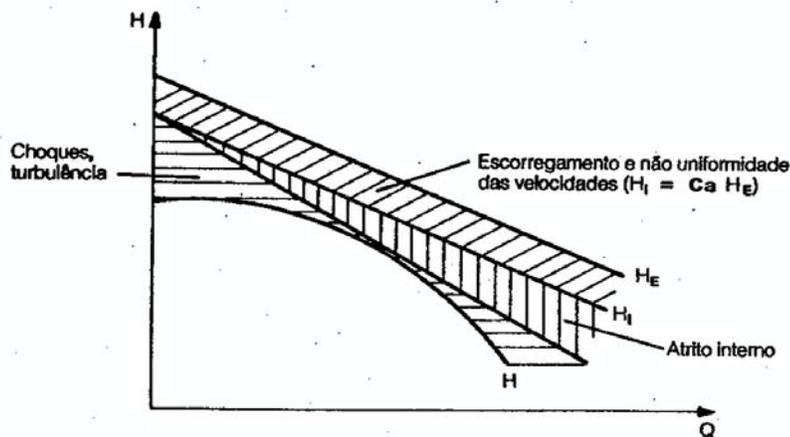


Figura A3 - Curva teórica e real de altura de elevação x vazão (Pfeiderer (1972)).

Para o caso das curvas de Potência x vazão, deveremos considerar as seguintes definições:

- Potência motriz ou BHP (P_e): é a potência fornecida pelo motor ao eixo da bomba;
- Potência útil (P_u): é a potência aproveitada pelo líquido para o seu escoamento para fora da bomba.

Nem toda a potência fornecida ao eixo da bomba é aproveitada. Isso ocorre porque há perdas no escoamento dentro da bomba. As eficiências que correspondem a cada uma dessas perdas serão definidas a seguir. Temos a eficiência mecânica (η_m) que considera as perdas por fricção, perdas nos mancais e sistemas de vedação. A eficiência hidráulica (η_H) considera as perdas hidráulicas decorrentes da dissipação viscosa. Há ainda a eficiência volumétrica (η_v), que considera o efeito da recirculação do fluido no canal, impedindo que todo ele chegue ao final do impelidor. Poderemos definir então uma eficiência total (η), representado pela relação entre a potência útil e a potência motriz, dada por:

$$\eta = \eta_v \eta_m \eta_H \quad (\text{A } 10)$$

Logo, a potência motriz (P_e) cedida pelo motor ao eixo da bomba é representada pela seguinte relação:

$$P_e = \frac{\rho g Q H}{\eta} \quad (\text{A } 11)$$

A Figura A4 mostra, do ponto de vista qualitativo, a variação das potências motriz e útil com a vazão volumétrica de líquido, indicando os efeitos das perdas definidas através das eficiências mecânica, hidráulica e volumétrica

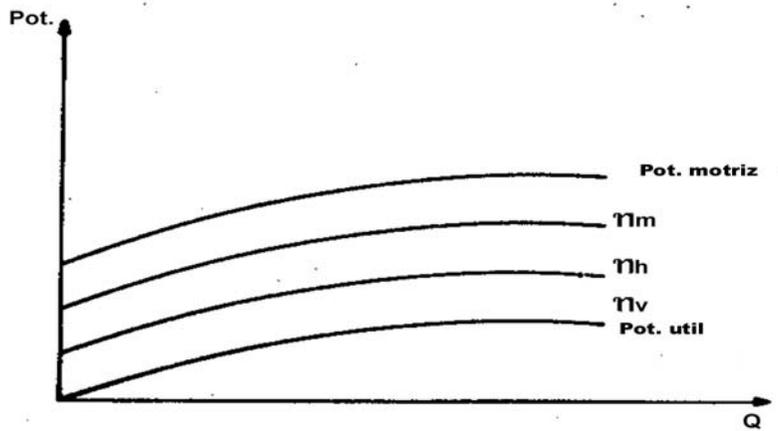


Figura A4– Curva de potência motriz e útil x vazão de líquido.

Vamos a seguir o estudo de similaridade entre bombas.

2 – Similaridade entre bombas centrífugas

Segundo Lazarkiewicz (1965), o melhor critério a ser adotado para a verificação da similaridade entre bombas centrífugas é o da rotação específica adimensional (N_s). Em escoamento monofásico, esse parâmetro é definido por:

$$N_s = 0,1554 \frac{n\sqrt{Q_L}}{H^{3/4}} \quad (\text{A12})$$

onde: n : rotação da bomba em rpm

Q_L : vazão de líquido em m³/h

H : altura de elevação da bomba, para a vazão correspondente, em m

3– Escolha da bomba teste

Resolvemos utilizar no nosso experimento uma bomba que tivesse um grande diâmetro, para medida da pressão entre estágios. Precisa-se levar em conta, no entanto, que a finalidade principal do modelo a ser desenvolvido é para aplicações em bombas centrífugas utilizadas na elevação artificial de petróleo. Como a geometria da bomba influencia o escoamento, ocorreu a necessidade de verificarmos a similaridade entre dois tipos de bombas: uma com grande diâmetro (em torno de 250mm) e com baixa rotação no motor (cerca de 1000 rpm) e a outra com pequeno diâmetro (em torno de 100 mm) e alta rotação no motor (cerca de 3500 rpm).

As Tabelas A.1 e A.2, a seguir, mostram os valores de N_s calculados para bombas tipo Reda e Tipo Ita, respectivamente. A escolha desses fabricantes atendeu a funcionalidade de se ter uma fábrica Ita perto da Unicamp e pela Reda ser uma grande fornecedora de bombas na área de elevação de petróleo. Poderíamos utilizar equipamentos de qualquer outro fabricante.

Tabela A.1
Bomba tipo Reda- rotação 3500 rpm

Tipo de Bomba	Vazão ótima (m ³ /h)	Altura de elevação H (m)	Ns
DN-280	1,79	5,27	209,8
DN-450	2,98	5,49	262,5
DN-750	4,97	7,40	271,0
DN-1000	6,62	7,01	325,8
DN-1300	8,28	6,40	390,0
DN-1750	10,60	6,37	442,9
DN-2000	13,25	6,70	476,8

Tabela A.2
Bomba Tipo Ita

Tipo de Bomba	Rotação do motor (rpm)	Vazão ótima (m ³ /h)	Altura de elevação H (m)	Ns
40/330	700	6,7	3,1	120,5
40/330	800	7,7	4,4	113,5
40/330	1000	9,6	6,8	114,3
40/330	1150	11,0	9,0	114,0
40/330	1760	17,0	23,0	104,9
50/330	700	13,9	3,6	155,2
50/330	800	15,9	4,8	152,8
50/330	1000	19,9	7,4	154,5
50/330	1130	22,5	9,5	153,9
50/330	1760	35,0	22,8	155,0
65/330	700	22,5	3,5	201,6
65/330	800	25,7	4,5	203,9
65/330	1000	32,1	7,1	202,3
65/330	1150	37,0	9,4	202,4
65/330	1760	56,0	21,7	203,5
80/330	600	33,6	4,2	184,2
80/330	800	44,8	7,4	185,4
80/330	1000	56,0	11,5	186,2
80/330	1160	65,0	15,5	186,0
80/330	1770	100,0	36,5	185,2

Comparando os valores das Tabelas A1 e A2, verifica-se que existe similaridade cinemática e geométrica entre as bombas DN-280 e Ita 65-330 para uma rotação de 800 rpm.

Considerando que o diâmetro da bomba DN-280 é de 65 mm e o diâmetro da bomba Ita 65-330/2 é de 260 mm, e que a rotação que mais aproxima os resultados é de 800 rpm para a bomba Ita, poderemos fazer a seguinte verificação, de acordo com os coeficientes definidos por Lazarkiewicz (1965):

a) Vazão

Definindo o coeficiente de vazão como sendo:

$$c_v = \frac{Q_L}{n d^3} = cte \quad (A13)$$

em que: d é o diâmetro externo do rotor nós temos que:

$$Q_{Ita} = Q_{Reda} \frac{n_{Ita}}{n_{Reda}} \left(\frac{d_{Ita}}{d_{Reda}} \right)^3 \Rightarrow Q_{Ita} = 1,79 \frac{800}{3500} \left(\frac{260}{65} \right)^3 \Rightarrow Q_{Ita} = 26,2 \text{ m}^3 / h \Leftrightarrow Q_{catálogo} = 25,7 \text{ m}^3 / h$$

b) Altura de elevação

Definindo o coeficiente de altura de elevação como sendo:

$$c_h = \frac{g H}{n^2 d^2} \quad (A14)$$

nós temos que:

$$H_{Ita} = H_{reda} \left(\frac{n_{Ita}}{n_{Reda}} \right)^2 \left(\frac{d_{Ita}}{d_{Reda}} \right)^2 \Rightarrow H_{Ita} = 5,27 \left(\frac{800}{3500} \right)^2 \left(\frac{260}{65} \right)^2 \Rightarrow H_{Ita} = 4,40 \text{ m} \Leftrightarrow H_{catálogo} = 4,40 \text{ m}$$

c) Potência

Definindo o coeficiente de potência como sendo:

$$c_p = \frac{bhp}{\rho n^3 d^5} \quad (A15)$$

nós temos que:

$$P_{Ita} = P_{Reda} \left(\frac{\rho_{Ita}}{\rho_{Reda}} \right) \left(\frac{n_{Ita}}{n_{Reda}} \right)^3 \left(\frac{d_{Ita}}{d_{Reda}} \right)^5 \Rightarrow P_{Ita} = 0,08 \left(\frac{1000}{1000} \right) \left(\frac{800}{3500} \right)^3 \left(\frac{260}{65} \right)^5 \Rightarrow P_{Ita} = 0,97 \text{ Hp} \Leftrightarrow H_{catálogo} = 0,87 \text{ Hp}$$

d) Eficiência

Definindo o coeficiente de eficiência como sendo:

$$c_n = \frac{c_v \cdot c_h}{c_p} \quad (\text{A16})$$

nós teremos que:

$$\eta_{Ita} = 1 - (1 - \eta_{Re da}) \left(\frac{d_{Re da}}{d_{Ita}} \right)^{1/4} \Rightarrow \eta_{Ita} = 1 - (1 - 0,47) \left(\frac{65}{260} \right)^{1/4} \Rightarrow \eta_{Ita} = 0,63 \Leftrightarrow \eta_{catá \log o} = 0,63$$

e) Geometria

Definindo o coeficiente geométrico como sendo:

$$\frac{d_{Ita}}{d_{Re da}} = \frac{b_{2 \ Ita}}{b_{Re da}} \quad (\text{A17})$$

nós teremos que:

$$d_{Ita} = d_{Re da} \frac{b_{2 \ Ita}}{b_{Re da}} \Rightarrow d_{Ita} = 65 \left(\frac{8}{2} \right) \Rightarrow d_{Ita} = 260 \text{ mm}$$

A similaridade dinâmica, definida para o fluido escoando na bomba, será obtida através dos números de Froude e de Reynolds.

a) Número de Froude (F_r)

Definindo o número de Froude, segundo Lazarkiewicz (1965), como sendo dado pela seguinte relação:

$$F_r = \frac{u^2}{gH} = \frac{n^2 d^2}{gH} \quad (\text{A18})$$

nós teremos que a similaridade ocorrerá se $F_{r \ Ita} = F_{r \ Re da}$, ou seja,

$$\frac{n_{Ita}^2 d_{Ita}^2}{gH_{Ita}} = \frac{n_{Re da}^2 d_{Re da}^2}{gH_{Re da}} \Rightarrow n_{Ita} = n_{Re da} \left(\frac{d_{Re da}}{d_{Ita}} \right) \sqrt{\frac{H_{Ita}}{H_{Re da}}} \quad (\text{A19})$$

Logo:

$$n_{lta} = 3500 \left(\frac{0,065}{0,260} \right) \sqrt{\frac{H_{lta}}{5,27}} \Rightarrow n_{lta} = 381,15 \sqrt{H_{lta}} \quad (rpm)$$

Como $H = H(n)$, pode-se escolher H , que haverá um valor de n associado. Pode-se concluir então que:

$$n_{lta} = 800 \text{ rpm} \Rightarrow H_{lta} = 4,41 \text{ m} \Leftrightarrow H_{lta \text{ catá log o}} = 4,54 \text{ m} \quad n_{lta} = 812 \text{ rpm}$$

b) número de Reynolds

Definindo o número de Reynolds como sendo dado por:

$$N_{Re} = \frac{u d}{\nu} = \frac{n d^2}{\nu} \quad (A20)$$

teremos a similaridade dinâmica quando $N_{Re lta} = N_{Re Reda}$, ou seja:

$$\frac{n_{lta} d_{lta}^2}{\nu_{lta}} = \frac{n_{Reda} d_{Reda}^2}{\nu_{Reda}} \Rightarrow n_{lta} = n_{Reda} \left(\frac{d_{Reda}}{d_{lta}} \right)^2 \quad (A21)$$

$$n_{lta} = 3500 \left(\frac{65}{260} \right)^2 \Rightarrow n_{lta} = 219 \text{ rpm}$$

Lazarkiewicz (1965) recomenda um intervalo empírico que considera o número de Reynolds na saída do canal do rotor. Para esse autor esses valores serão aceitáveis se atenderem à seguinte relação:

$$\frac{1}{15} \leq \frac{N_{Re lta}}{N_{Re Reda}} \leq 15 \quad (A22)$$

Logo, se utilizarmos nos testes, rotações entre 600 a 1000 rpm, estaremos dentro dessa faixa recomendada.

Apêndice B

Calibração dos Instrumentos

1 – Calibração dos Instrumentos

No experimento do BCS, primeiramente realizamos a calibração dos instrumentos. Os sensores de pressão e o Vortex vieram calibrados de fábrica.

Na verificação dessa calibração dos sensores de pressão foram seguidas as recomendações do fabricante:

- na placa frontal do transmissor, localizar e apertar simultaneamente por 10 segundos os botões de zero e span;
- usando uma fonte de pressão com uma precisão de 3 a 10 vezes superior à precisão calibrada desejada, aplique a pressão correspondente a 4 mA, no lado de alta pressão do transmissor;
- aperte o botão de zero por cinco segundos e observe se a saída é de 4 mA e anotar a voltagem correspondente a essa corrente;
- aplique uma pressão correspondente a 20 mA, ao lado de alta pressão no transmissor;
- aperte o botão de span por cinco segundos para ajustar o limite de 20 mA. Observe se a saída é de 20 mA e anotar a voltagem correspondente a essa corrente.

Tendo ajustado os valores máximo e mínimo para as pressões, levanta-se a curva com pontos intermediários de pressão x voltagem.

Para verificar a calibração do vortex, utilizou-se balança e cronômetro, com a vazão sendo obtida pela relação entre massa / (massa específica da água x tempo). O Vortex possui um display e comandos que permitem configurar o seu sistema de unidades. A constante de calibração vem fornecida de fábrica e é obtida através da média linearizada que depende a frequência de aquisição em número de ciclos / m³. Verifica-se para a vazão mínima e máxima quais são as

voltagens correspondentes a 4 mA e 20 mA, respectivamente. Obtêm-se depois os pontos intermediários.

Quanto ao torquímetro o fabricante fornece uma curva de calibração que foi verificada colocando-se pesos conhecidos em uma haste com comprimento conhecido e medindo-se a saída correspondente em mV /V. Após termos verificado o ajuste perfeito entre os valores medidos com a curva do fabricante, obtivermos os pontos correspondentes de torque x voltagem.

A indicação da rotação do motor lida no painel digital do variador de frequência, foi verificada medindo-a diretamente com um aparelho portátil manual.

Para a calibração da placa de orifício, com diâmetros de 1,2 mm, 1,6 mm e 2,5 mm, utilizou-se de tubo em U com água para medir a pressão diferencial, manômetro para a pressão absoluta, laminador de fluxo Mod. 50 MT10 tipo 9, 3,0921 CFM @ 8" H₂O (70° F, 29,92" Hg Abs) e termômetro para medir a temperatura local. Considerando isso obtêm-se os valores de vazão de ar no laminador (Q_{al}).

Esses valores terão que ser corrigidos para as condições de pressão absoluta, medidas no laminador, e depois disso corrigidos para a pressão absoluta na placa, ou seja:

$$Q_{arc} = Q_{al} \left(\frac{P_{abs \text{ LAMINADOR}} T_{ambiente}}{P_{abs} T_{LAMINADOR}} \right) \quad Q_{ar \text{ placa}} = \frac{Q_{arc} P_{abs}}{P_{abs \text{ placa}}} \quad (B1)$$

O valor da vazão de ar na sucção da bomba será dada pela seguinte relação:

$$Q_{ar \text{ sucção}} = Q_{ar \text{ placa}} \frac{P_{abs \text{ placa}}}{P_{abs \text{ sucção}}} \quad (B2)$$

As Tabelas B1 e B2 mostram os valores obtidos para a calibração dos instrumentos utilizados nessa montagem. A Figura B1 mostra a seguir os valores do coeficiente de descarga (C_d) e de expansão (Y) para a placa com orifício de 2,5 mm variando com o número de Reynolds (Rey orifício). Essas variáveis são definidas por:

$$C_d = \frac{\rho_g Q_G [1 - \beta^4]}{A_2 \sqrt{2 \rho_G \Delta p}} \quad (B3)$$

$$Y = 1 - (0,41 + 0,35 \beta^4) \frac{\Delta p}{p_1} \frac{1}{k} \quad (B4)$$

$$R_e = \frac{\rho_G V_G d_{orificio}}{\mu_G} \quad (B5)$$

onde: Q_G : vazão de ar; ρ_g : densidade do gás; β =diâmetro do orifício/ diâmetro da tubução; A_2 : área da seção à jusante do orifício, $\Delta p = p_2 - p_1$, com p_1 = pressão a montante do orifício e p_2 : pressão a justante do orifício, V_G : velocidade do gás passando pelo orifício; k : razão entre calor específicos (c_p/c_v)= 1.4 para o ar.

A análise dos valores obtidos para C_d e Y indicam que estes valores estão dentro do limite especificado pela norma ISO-ASME (C_d limite 0,65 e Y limite 0,95). As equações para calcular a vazão de ar na sucção da bomba são:

$$Q_{ar} = -4,67694 P_{dif}^2 + 6,08294 P_{dif} + 0,657337 \quad \text{orifício de 2,5 mm} \quad (B6)$$

$$Q_{ar} = -0,572655 P_{dif}^2 + 1,31915 P_{dif} + 0,462945 \quad \text{orifício de 1,6 mm} \quad (B7)$$

$$Q_{ar} = -0,341858 P_{dif}^2 + 0,77494 P_{dif} + 0,237122 \quad \text{orifício de 1,2 mm} \quad (B8)$$

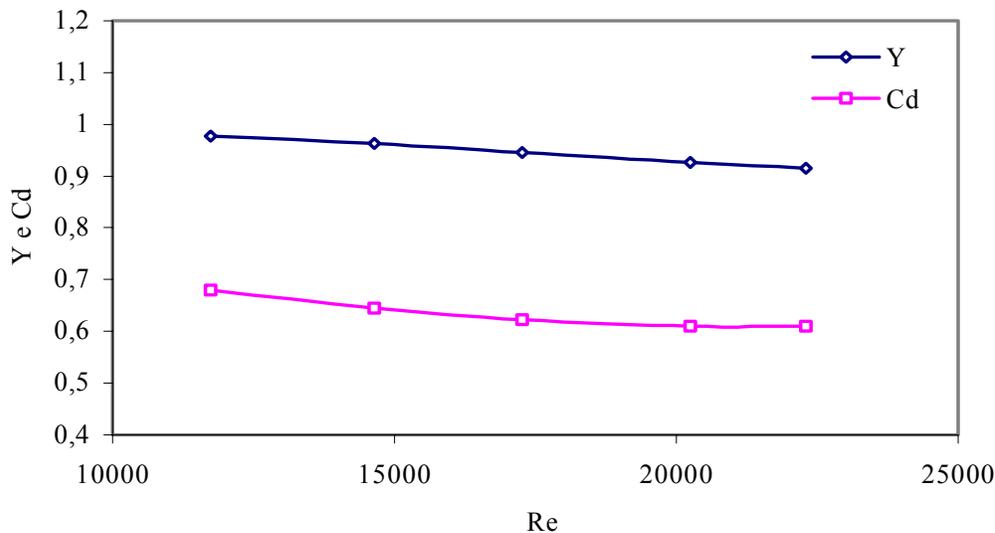


Figura B1 – Valores de Coeficiente de descarga (C_d) e de Expansão (Y)
placa de orifício de 2,5 mm

As Figuras B2 até B9 mostram as calibrações obtidas.

TABELA B1**CALIBRAÇÃO DE SENSORES**

Pontos	Bomba Booster		Sucção/1º Estágio		1º / 2º Estágio		2º Est. / Descarga	
Nº. Ponto	Pressão Diferencial (bar)	Voltagem (volt)						
1	0,0	1,07	0,0	1,07	0,0	1,07	0,0	1,07
2	0,5	2,17	0,5	2,05	0,5	2,04	1,0	2,09
3	1,0	3,28	1,0	3,18	1,0	3,15	2,0	3,18
4	1,5	4,49	2,0	5,34	2,0	5,34	4,0	5,34

Pontos	Placa de ar		Placa de ar		Vortex		Torquímetro	
Nº, Ponto	Pressão Diferencia 1 (bar)	Voltagem (volt)	Pressão Absoluta (bar)	Voltagem (volt)	Vazão de água (m3/h)	Voltagem (volt)	Torque (Lbf,in)	Voltagem (volt)
1	0,0	1,07	1,0	1,07	1,0	1,18	0	0,0
2	1,0	3,99	1,7	2,52	10,8	2,24	100	2,0
3	1,2	4,58	2,0	3,16	16,0	2,80	300	6,0
4	1,5	5,36	3,0	5,36	22,0	3,44	500	10,0

Tabela B2

Calibração Placa de Orifício - Linha de Ar

Laminador Mod, 50 MT10 Tipo 9
3,0921 CFM @ 8" H₂O - 70° F, 29,92" Hg Abs)

Orifício 2,5 pol,

Ponto	Pressão Dif. Laminador (mm H ₂ O)	Pressão Abs. Laminador (mm H ₂ O)	Temperatura (°C)	Pressão Dif. Placa (bar)	Pressão Abs. Placa (bar)
1	57,0	10389	22,5	0,087	1,364
2	77,0	10409	22,5	0,160	1,725
3	81,0	10413	22,4	0,173	1,783
4	101,0	10433	22,4	0,256	2,034
5	136,0	10468	22,5	0,399	2,385
6	165,0	10497	22,5	0,507	2,627

Orifício 1,6 pol,

Ponto	Pressão Dif. Laminador (mm H ₂ O)	Pressão Abs. Laminador (mm H ₂ O)	Temperatura (°C)	Pressão Dif. Placa (bar)	Pressão Abs. Placa (bar)
1	20,0	10352	22,5	0,072	1,101
2	30,0	10362	22,5	0,159	1,196
3	42,0	10374	22,5	0,315	1,362
4	53,0	10385	22,5	0,452	1,508
5	67,0	10397	22,5	0,646	1,713
6	87,0	10419	22,5	0,968	2,062
7	100,0	10432	22,5	1,194	2,311
8	112,0	10444	22,5	1,368	2,502

Orifício 1,2 pol,

Ponto	Pressão Dif. Laminador (mm H ₂ O)	Pressão Abs. Laminador (mm H ₂ O)	Temperatura (°C)	Pressão Dif. Placa (bar)	Pressão Abs. Placa (bar)
1	10,0	10342	22,5	0,053	1,082
2	15,0	10347	22,5	0,148	1,173
3	20,0	10352	22,5	0,251	1,282
4	30,0	10362	22,5	0,477	1,519
5	41,0	10373	22,5	0,798	1,836
6	56,0	10388	22,5	1,285	2,335
7	59,0	10391	22,5	1,428	2,474

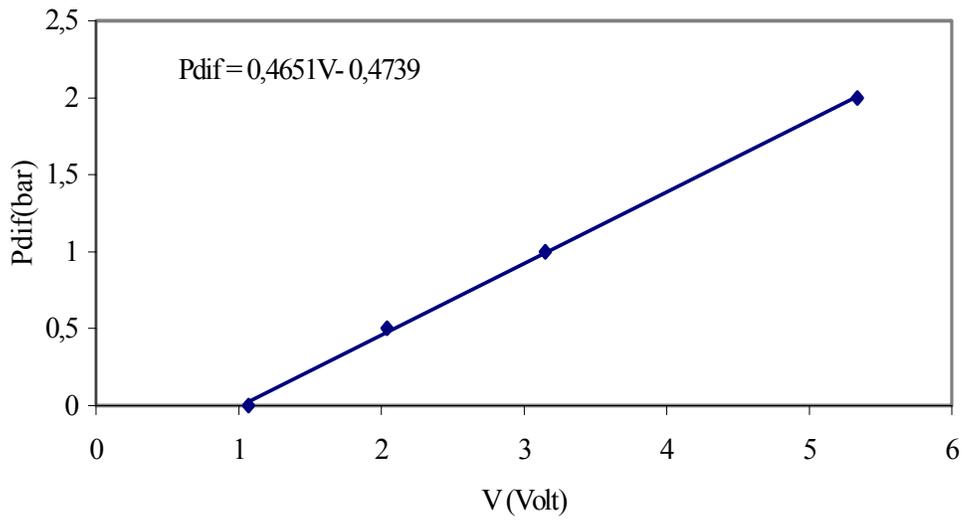


Figura B2: Curva de calibração Pressão (P_{dif}) Bomba *booster*

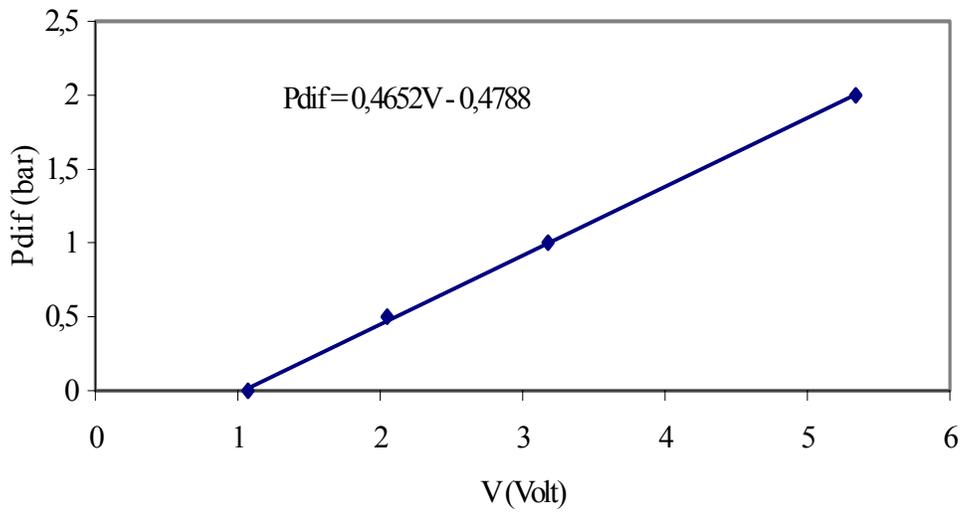


Figura B3: Curva de calibração Pressão (P_{dif}) Sucção/ 1º estágio

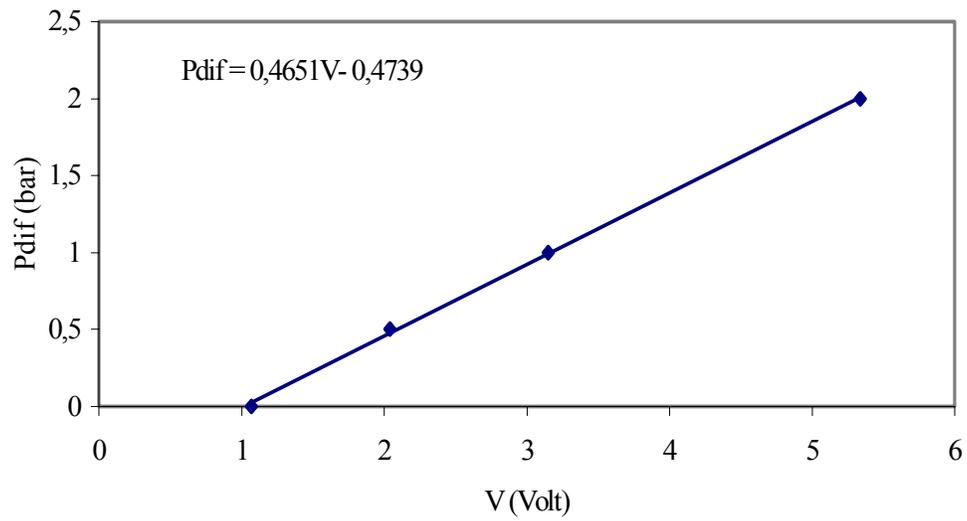


Figura B4 Curva de calibração Pressão (P_{dif}) 1º estágio/ 2º estágio

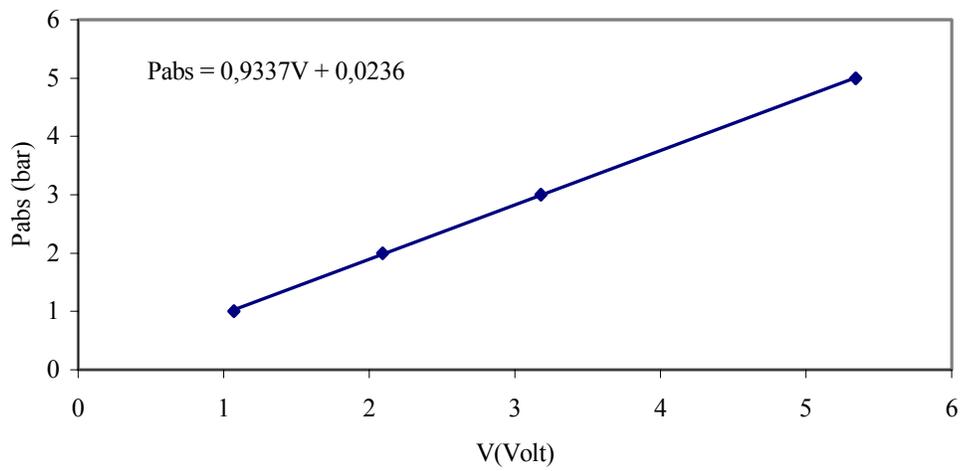


Figura B5 Curva de calibração Pressão (P_{abs}) 2º estágio/ recalque

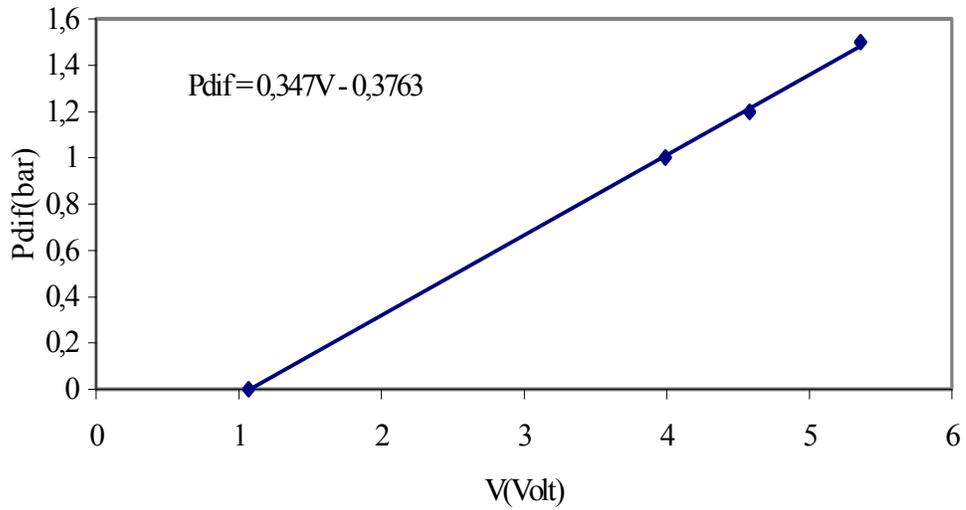


Figura B6 Curva de calibração Pressão (P_{dif}) placa de orifício

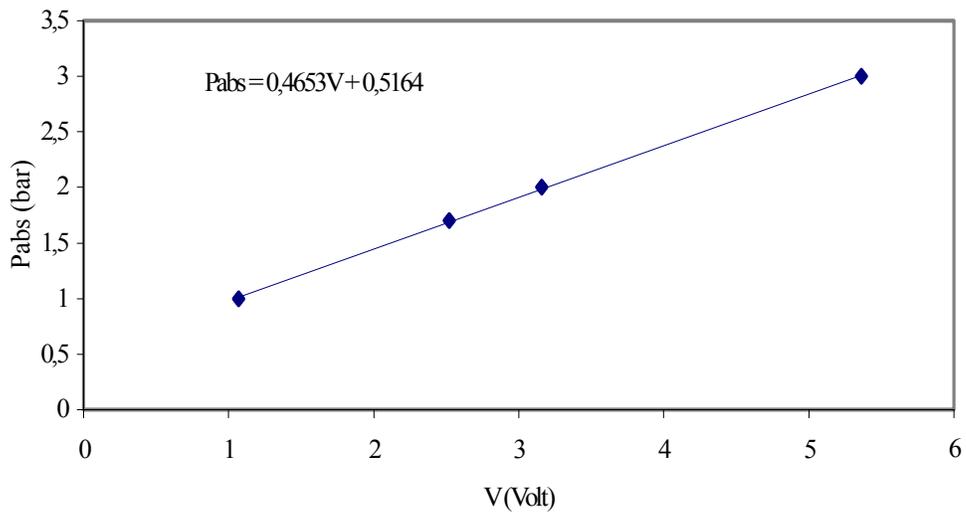


Figura B7 Curva de calibração Pressão (P_{abs}) placa de orifício

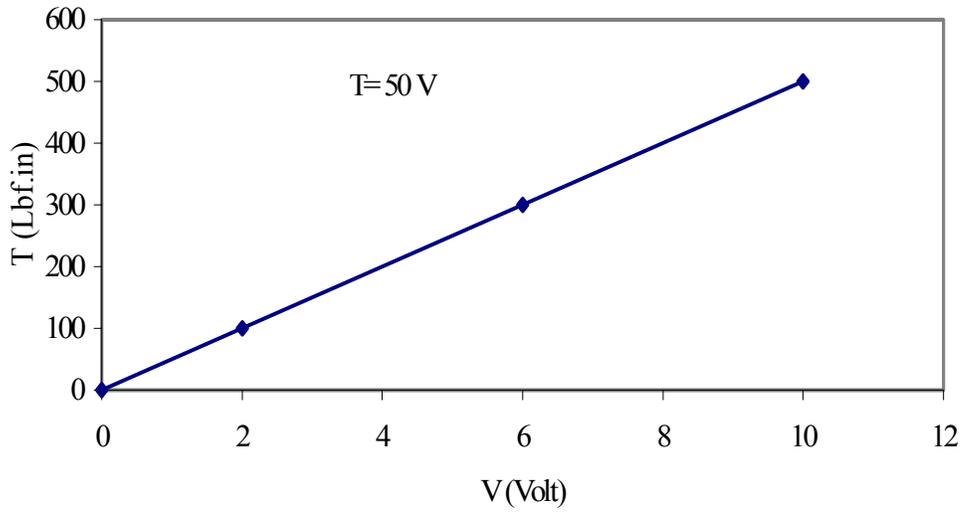


Figura B8 Curva de calibração Torquímetro

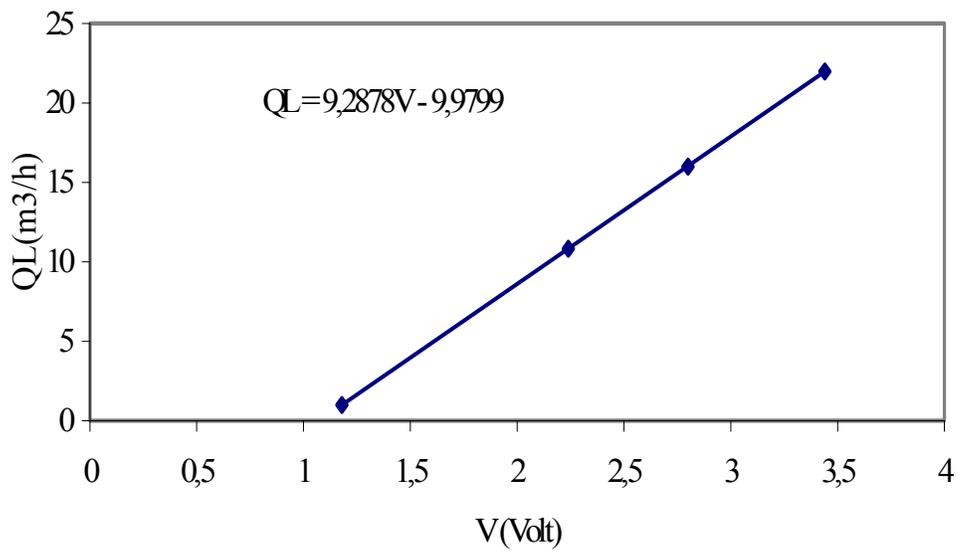


Figura B9 Curva de calibração Vortex

APÊNDICE C

Obtenção dos coeficientes de perdas de carga no escoamento em um canal de uma bomba centrífuga

1 - Obtenção dos coeficientes para o Escoamento Monofásico

As perdas hidráulicas nas bombas são decorrentes da dissipação viscosa devido ao escoamento do fluido nos canais do rotor e difusor e também na parte posterior do rotor. Como o escoamento é turbulento na maioria dos casos, essas perdas são proporcionais ao quadrado da vazão. A constante de proporcionalidade, K_1 , é função das características construtivas e dimensionais da bomba.

As perdas por choque ocorrem na entrada e saída do rotor devido principalmente as variações que ocorrem no ângulo β , fazendo com que o fluido não entre ou saia do canal tangenciando a aleta. Isso irá provocar perturbação no escoamento, com a formação de vórtices, regiões de recirculação, deslocamento da camada limite, etc, e como consequência haverá dissipação de energia. Essas perdas são proporcionais ao desvio da vazão normal, representada por $(Q-Q_o)^2$, com uma contante de proporcionalidade K_2 .

A equação característica real de uma bomba centrífuga será representada portanto por:

$$H = C_a \frac{U_2}{g} \left(U_2 - \frac{Q}{2\pi r_2 b_2} \text{ctg} \beta_2 \right) - K_1 Q^2 - K_2 (Q - Q_o)^2 \quad (C1)$$

onde: H: altura de elevação gerado pelo estágio; C_a : coeficiente de aleta; U_2 : velocidade tangencial na saída do canal; Q é a vazão de líquido; Q_o - é a vazão de projeto, aquela que não induz perdas por choque; r_2 : raio externo do rotor; b_2 : altura do canal na posição r_2 e β_2 : ângulo de saída do escoamento em relação a tangente nesse ponto em r_2 .

Adimensionalizando a equação (C1), através da definição de Q^* e H^* , indicadas a seguir, teremos que:

$$Q^* = \frac{Q}{U_2 r_2 b_2}, \quad Q_o^* = \frac{Q_o}{U_2 r_2 b_2} \quad \text{e} \quad H^* = \frac{gH}{U_2^2} \quad \text{com} \quad U_2 = \omega r_2 \quad (C2)$$

$$H^* = C_a \left[1 - Q^* \left(\frac{1}{2\pi} \text{ctg} \beta_2 \right) \right] - (g r_2^2 b_2^2) K_1 Q^{*2} - (g r_2^2 b_2^2) K_2 (Q^* - Q_o^*)^2 \quad (C3)$$

Rearranjando a equação, nós teremos que:

$$H^* = -(g r_2^2 b_2^2) (K_1 + K_2) Q^{*2} + \left[2(g r_2^2 b_2^2) K_2 Q_o^{*2} - C_a \frac{1}{2\pi} \text{ctg} \beta_2 \right] Q^* + \left[C_a - (g r_2^2 b_2^2) K_2 Q_o^{*2} \right] \quad (C4)$$

Aproximando, portanto, dados os pares de pontos de $Q \times H$ (curva de catálogo), através de um polinômio do 2º grau, teremos que:

$$H = f(Q) \quad \Rightarrow \quad H^* = a Q^{*2} + b Q^* + c \quad (C5)$$

Igualando as equações (E.4) e (E.5) iremos obter o seguinte sistema de equações:

$$(g r_2^2 b_2^2) (K_1 + K_2) = -a \quad (C6)$$

$$\left[2(g r_2^2 b_2^2) K_2 Q_o^{*2} - C_a \frac{1}{2\pi} \text{ctg} \beta_2 \right] = b \quad (C7)$$

$$C_a - (g r_2^2 b_2^2) K_2 Q_o^{*2} = c \quad (C8)$$

Como conhecemos o valores de β_2 , teremos 3 equações e as 4 incógnitas: K_1 , K_2 , C_a e Q_o^* . Precisaremos então, para resolver esse sistema, que estimar valores para C_a , de tal forma que os valores obtidos para Q_o^* , sejam os mais próximos possíveis da vazão correspondente ao ponto de eficiência máxima da bomba. Feito isso, haverá um valor de C_a , que irá definir as incógnitas K_1 , K_2 e Q_o^* . Ou poderemos adotar metodologia de cálculo assumindo a recomendação de Minemura e al (1985), que considera o valor de Q_o como sendo igual à vazão de líquido onde ocorre a eficiência máxima da bomba. Nesse caso, fixado um valor para Q_o^* , resolvendo o sistema de equações acima, nós teremos os valores correspondentes dos coeficientes K_1 , K_2 e C_a .

Teremos portanto vários valores possíveis para esses coeficientes. Para definirmos qual conjunto de coeficientes iremos adotar precisaremos considerar as alternativas: fixar um C_a obtido por correlações da literatura ou fixar um Q_o onde a eficiência da bomba é máxima.

Considerando os valores medidos de vazão de líquido x altura de elevação para o 1º estágio e para o elemento “difusor + 2º estágio” obtivemos os seguintes resultados (Tabela C.1) para as duas alternativas estudadas.

Tabela C.1
Obtenção dos coeficientes para o 1º estágio

Variável	C_a fixo (literatura)	Q_o fixo (eficiência máxima)
C_a	0,707	0,709
K_1 (s ² /m ⁵)	15658	26170
K_2 (s ² /m ⁵)	14683	38818
Q_o (m ³ /h)	47,51 (1110 rpm)	24,50 (800 rpm)

Obtenção dos coeficientes para o 2º estágio

Variável	C_a fixo (literatura)	Q_o fixo (eficiência máxima)
C_a	0,745	0,621
K_1 (s ² /m ⁵)	23157	13468
K_2 (s ² /m ⁵)	9241	18930
Q_o (m ³ /h)	81,80 (1110 rpm)	36,00 (1110 rpm)

Como os valores de C_a previsto pela correlação da literatura implicam em valores de Q_0 muito diferentes dos valores onde ocorre a eficiência máximo da bomba, resolvemos adotar a recomendação de Minemura e al (1985) e assumir os coeficientes obtidos quando se considera o valor de Q_0 fixo. Para determinarmos o coeficiente de perda de carga por atrito no escoamento pelo difusor, adotamos o procedimento de ajustar a curva de altura de elevação x vazão para o 2º estágio aos valores medidos (2º estágio + difusor). A diferença entre os resultados (ver Figura C1) indicou a perda por atrito nesse escoamento e dessa forma determinamos o valor do coeficiente de perda para o difusor (K_{1d}) como sendo da ordem de $35732 \text{ s}^2/\text{m}^5$.

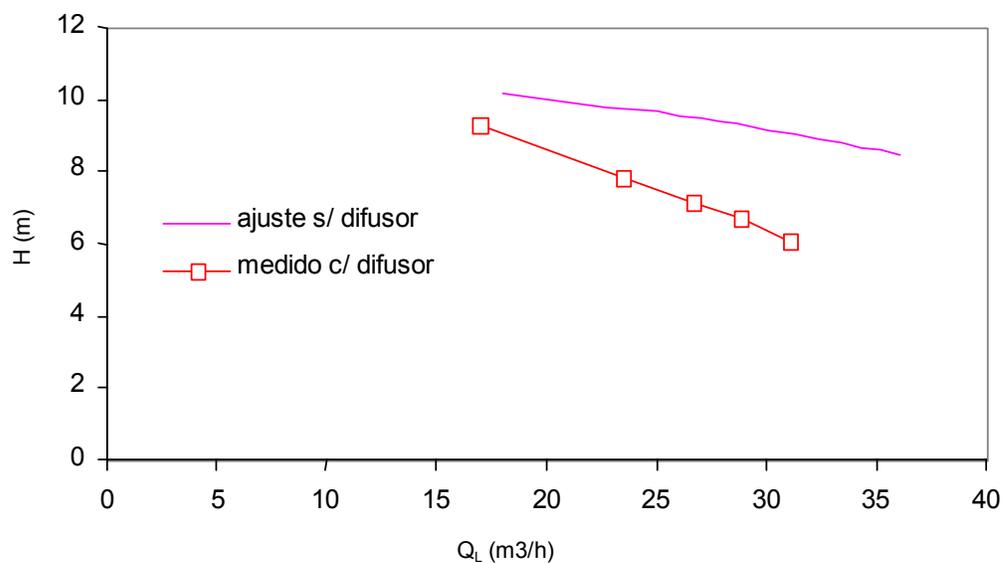


Figura C1- Ajuste curva de desempenho do 2º estágio bomba teste

2 – Comparação com o fator de atrito

Para correlacionarmos as perdas utilizando o fator K_1 com o fator de atrito, teremos que considerar as correções para o fator de atrito (f) recomendadas por Ito (1959) e Ito e Nanbu (1971) tendo em vista que o escoamento no canal do rotor de uma bomba centrífuga ocorre em duto curvo e com rotação. Esses autores recomendam o seguinte procedimento para a correção do fator de atrito:

a) Fator de correção devido a curvatura do canal (f_c)

$$f_c = \left[\text{Re} \left(\frac{r_o}{R_c} \right)^2 \right]^{1/20} \quad (\text{C9})$$

onde: $\text{Re} = \frac{\rho_L V_s D_H}{\mu_L}$ (C10)

$$D_H = \frac{4\bar{A}}{\bar{P}} \quad \text{com: } \bar{A} = \bar{a}_s b \quad \text{e} \quad \bar{P} = 2\bar{a}_s + 2b \quad (\text{C11})$$

$$R_c = \frac{1}{2} \frac{(r_2^2 - r_1^2)}{r_2 \cos \beta_2 - r_1 \cos \beta_1} \quad (\text{Lazarkiewicz (1965)}) \quad (\text{C12})$$

r_o : raio do rotor; R_c : raio de curvatura do canal; b : altura do canal; \bar{a}_s : largura do canal perpendicular a direção S do escoamento; V_s – velocidade ao longo de S, r_1 e r_2 : raios interno e externo do rotor; D_H : diâmetro hidráulico; \bar{A} : área da seção reta e \bar{P} : perímetro molhado dessa seção

b) Fator de correção devido ao efeito de rotação (f_r)

Definindo:

$$C_r = \frac{R_{eyw}^2}{R_{ey}} \quad \text{onde: } R_{eyw} = \frac{\rho_L U D_H^2}{\mu_L} \quad \text{com: } U = \omega r \quad (\text{C13})$$

onde: ω : rotação do rotor (1/s) e r : raio médio do rotor

Teremos então que o valor de f_r poderá ser dado por:

$$f_r = 0,924 + 0,058 C_r^{0,282} \quad 1 < C_r < 15 \quad (\text{C14})$$

$$f_r = 0,924 C_r^{0,05} \quad C_r > 15 \quad (\text{C15})$$

$$f_r = 1 \quad C_r \leq 1 \quad (\text{C16})$$

c) Fator de atrito total ($f_{\beta,\omega}$)

Definindo o fator de atrito por Blasius (f_B) como sendo dado por:

$$f_B = 0,076 R_e^{-0,25} \quad (\text{C17})$$

teremos que o fator de atrito total em duto curvo em rotação será dado por:

$$f_{\beta,\omega} = f_B f_r f_c \quad (C18)$$

Considerando os valores obtidos para o coeficiente de perdas viscosas (K_1), poderemos comparar as perdas através desse método com as que forem calculadas (h_a) pelo fator de atrito $f_{\beta,\omega}$, onde:

$$h_a = f_{\beta,\omega} \frac{L}{D_H} \frac{V_s^2}{2g} \quad \text{onde: } L = \text{comprimento do canal do rotor} \quad (C19)$$

As Figuras C2 e C3 mostram os resultados.

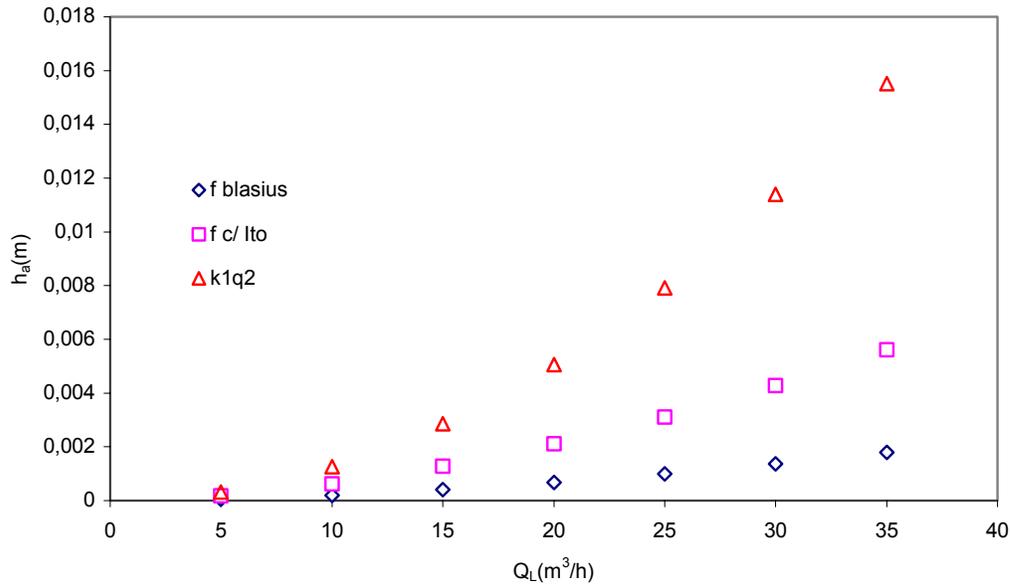


Figura C2- Perda de carga por atrito no canal da bomba teste 1º estágio – 1000 rpm

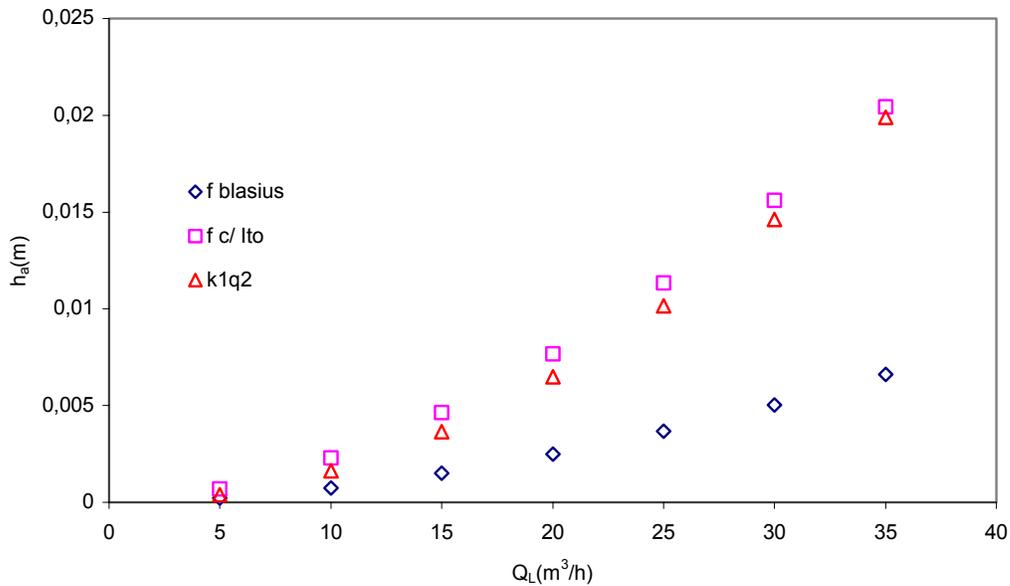


Figura C3- Perda de carga por atrito no canal da bomba teste 2º estágio – 1000 rpm

Pode-se verificar que as correções consideradas no trabalho de Ito e Nanbu (1972) apresentam valores coerentes para o escoamento no 2º estágio da bomba teste, mas ainda não são suficientes para contemplar todos os efeitos que ocorrem no escoamento no canal da bomba centrífuga no 1º estágio. Isso ocorreu porque no 1º estágio, não consideramos o flange de entrada até o canal mais o trecho entre o final do rotor e a entrada do difusor (o 1º estágio tem um comprimento menor que o 2º estágio). Poderemos especular uma forma de alterar os fatores de correção elaborados por Ito e Nanbu (1972), de tal forma que possamos obter os mesmos resultados que os calculados através do coeficiente K_1 . Para aumentar os valores de correção f_c e f_r , poderemos inicialmente, alterar os expoentes das equações (C9) e (C14) a (C16) ou simplesmente adotar um fator de correção (f_A) conforme indicado na Figura C4, que será obtido através de:

$$f_{A \text{ 1º estágio}} = (1,14Q^{0,25})f_{\beta,\omega} \quad (C20)$$

onde Q: vazão de líquido total em m³/h

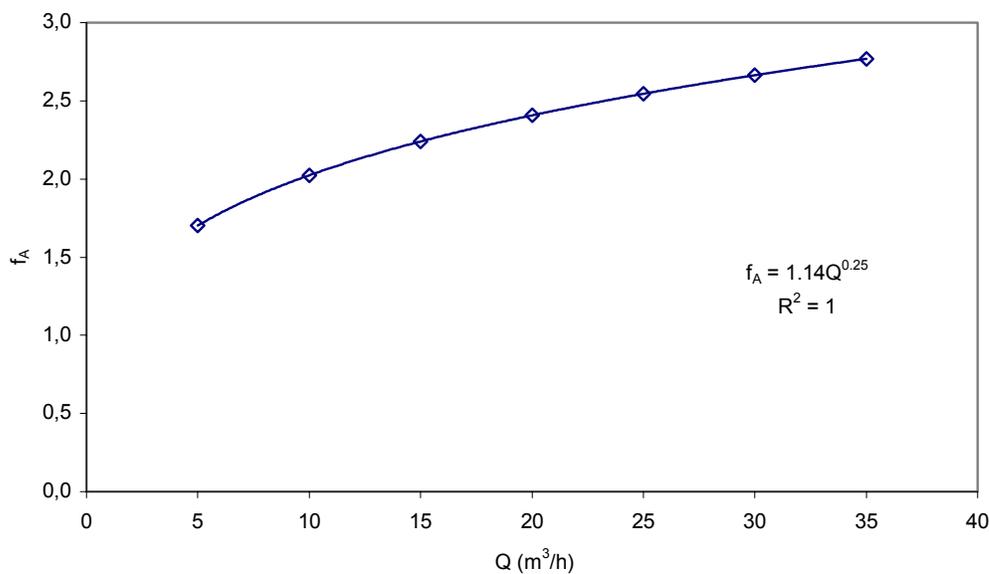


Figura C4 – Ajuste (f_A) do fator de atrito de Ito e Nanbu (1972) – Bomba teste 1º estágio

3 – Obtenção dos coeficientes para o escoamento bifásico

Vamos recorrer a literatura para obtermos as correções dos fatores K_1 e K_2 do monofásico para o bifásico. Iremos considerar os estudos de Dukler (1964), Collier (1978) e Minemura e al (1985).

3.1 – Procedimento Dukler (1964)

Temos inicialmente o estudo de Dukler (1964) que relaciona o fator de atrito no escoamento monofásico (f) com o bifásico (f_{fp}). Ele apresentou a seguinte correlação obtida através de dados experimentais:

$$\frac{f_{fp}}{f} = 1,0 + \frac{-\ln \alpha}{1,281 - 0,478(-\ln \alpha) + 0,444(-\ln \alpha)^2 - 0,094(-\ln \alpha)^3 + 0,00893(-\ln \alpha)^4} \quad (C21)$$

com:

$$\alpha = \frac{Q_G}{Q_L + Q_G} \quad (\text{C22})$$

onde: Q_G : vazão total de gás; Q_L : vazão total de líquido

3.2 – Procedimento Multiplicador Bifásico

Temos a seguir o estudo de Collier(1978) que relaciona o título (x), com a perda de carga, considerando os efeitos da viscosidade (μ) e velocidade do fluido (V) através da seguinte relação:

$$\left(-\frac{dp}{ds}\right)_{\text{atrito bifásico}} = \Phi_c^2 \left(-\frac{dp}{ds}\right)_{\text{atrito monofásico}} \quad (\text{C23})$$

$$\text{com: } \Phi_c^2 = \left(1 + x \frac{V_{LG}}{V_L}\right) \left(\frac{\mu_L}{\mu_m}\right)^{-2} \quad (\text{C24})$$

$$\text{onde: } x = \frac{\dot{m}_G}{\dot{m}_L + \dot{m}_G} \quad \dot{m} = \text{vazão mássica} \quad (\text{C25})$$

$$V_{LG} = V_L - V_G \quad (\text{C26})$$

$$\mu_m = \frac{1}{\frac{x}{\mu_G} + \frac{(1-x)}{\mu_L}} \quad (\text{dado por McAdams}) \quad (\text{C27})$$

3.3 – Procedimento por Minemura (1985)

Vamos considerar a seguir o procedimento de Minemura e al (1985) para obtermos a correção para os fatores K_1 e K_2 do monofásico para o bifásico. Minemura apresenta o procedimento para a obtenção das perdas por atrito e por choque no escoamento bifásico no canal do impelidor de uma bomba centrífuga. Inicialmente, ele define os seguintes adimensionais:

$$\phi_T = \frac{\dot{m}_T}{\rho_m A U} \quad (\text{coeficiente de vazão}) \quad \phi_L = \frac{\dot{m}_L}{\rho_m A U} \quad (\text{C28})$$

$$\varphi = \frac{H g}{U^2} \quad (\text{coeficiente de altura de elevação}) \quad (\text{C29})$$

onde: A : área da seção reta perpendicular ao escoamento

U : velocidade tangencial

H : altura de elevação

g : aceleração da gravidade

ρ_m : densidade da mistura

m_T : vazão mássica total (líquido + gás)

Considerando um número infinito de aletas, ou seja, o escoamento se processa sempre paralelo às paredes do canal, define-se o coeficiente de altura de elevação teórico com infinitas aletas ($\varphi_{Th\infty}$) como sendo:

$$\varphi_{Th\infty} = 1 - \phi_{T2} \cot \beta_2 - \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 (1 - \phi_{T1} \cot \beta_1) \quad (C30)$$

onde: 1 e 2 se referem a entrada e saída do canal respectivamente;

d: diâmetro do rotor

β : ângulo formado entre a velocidade relativa e a tangencial

Considerando o efeito do número finito de aletas, haverá um escorregamento do fluido na entrada e saída do canal que pode ser estimado através dos coeficientes de escorregamento definidos na literatura por Wiesner (1962) através de uma fórmula empírica dada por:

$$k_1 = \left(\frac{\text{Sen} \beta_1}{N_a^{0,7}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad k_2 = \left(\frac{\text{Sen} \beta_2}{N_a^{0,7}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (C31)$$

onde N_a : número de aletas

Então pode-se obter o coeficiente de altura de elevação teórico com a influência do número de aletas como sendo dado:

$$\varphi_{Th} = \varphi_{Th\infty} - k_2 - \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 k_1 \quad (C32)$$

As perdas hidráulicas no escoamento no canal são definidas através de:

$$\Delta p_{fL} = \frac{1}{2} \lambda \left(\frac{L_h}{4D_H} \right) (1-x)^2 \frac{\dot{m}_T^2}{A^2 \rho_L} \quad (C33)$$

$$\Delta p_{fG} = \frac{1}{2} \lambda \left(\frac{L_h}{4D_H} \right) x^2 \frac{\dot{m}_T^2}{A^2 \rho_m} \quad (C34)$$

$$\Delta p_f = \frac{1}{2} \lambda \left(\frac{L_h}{4D_H} \right) \frac{\dot{m}_T^2}{A^2 \rho_a} \quad (C35)$$

L_h : comprimento característico e D_H : diâmetro hidráulico

O autor define um multiplicador, de nome R_f^2 , que relaciona as perdas hidráulicas no escoamento bifásico com as perdas no escoamento monofásico.

$$R_f^2 = \frac{\Delta p_f}{\Delta p_{fL}} = \frac{\rho_L}{\rho_m (1-x)^2} \quad (C36)$$

onde x : é o título definido por:
$$\frac{\dot{m}_G}{\dot{m}_L + \dot{m}_G} \quad (C37)$$

Experimentalmete o autor obteve a seguinte relação para o valor de R_f^2 , considerando fração de vazio na entrada do estágio variando até 5%:

$$R_f^2 = \frac{1}{(1-\alpha_1)^8} \quad (C38)$$

onde α_1 é a fração de vazio na entrada do canal definida por:
$$\alpha_1 = \frac{Q_G}{Q_L + Q_G} \quad (C39)$$

O valor de R_f também poderá ser obtido através da correlação de Lochart Martinelli dada por:

$$R_f = 1 + \frac{C}{\chi} - \frac{1}{\chi^2} \quad (C40)$$

onde:
$$\chi^2 = \frac{(1-\alpha_1)^2}{\alpha_1^2} \frac{V_{SL}}{V_{SG}} \frac{\rho_L}{\rho_G} \quad (C41)$$

com V_{sL} e V_{sG} velocidade relativa do líquido e do gás e C uma constante

O autor define então o fator K_{M1} , definido pela geometria do canal e referente às perdas hidráulicas no escoamento. Portanto essas perdas poderão ser obtidas através de:

$$\Delta p_f = R_f^2 K_{M1} (1-x)^2 \frac{\dot{m}_T}{A^2 \rho_L} \quad (C42)$$

ou seja:
$$\Delta p_f = R_f^2 K_{M1} \phi_T^2 \rho_L U^2 \quad (C43)$$

As perdas por choque (Δp_s) são definidas pelos autores através de um fator multiplicador R_s e de uma constante K_2 da seguinte forma:

$$\Delta p_s = R_s^2 K_{M2} (\phi_{Th} - \phi_L)^2 \rho_L U^2 \quad (C44)$$

$$\text{em que: } R_s^2 = \frac{1}{(1 - \alpha_s)^8} \quad (\text{correlação experimental}) \quad (C45)$$

Os autores indicam o seguinte procedimento para a obtenção dos valores de K_{M1} e K_{M2} :

- considerando que para o ponto de eficiência máxima, as perdas que ocorrem no escoamento se referem apenas as perdas ordinárias de fricção (as perdas por choque são iguais a zero) poderemos obter para essa vazão utilizando a equação (C30) o valor do coeficiente teórico infinito
- obtêm-se o valor do coeficiente de altura de elevação teórico considerando o número finito de aletas através da equação (C32)
- A diferença ($\Delta\phi$) entre o coeficiente da altura de elevação acima e o valor desse coeficiente medido ou de catálogo, dará para esse ponto de vazão, o valor da altura de elevação devido as perdas hidráulicas (Δp_f)
- Logo K_{M1} será dado por:

$$K_{M1} = \frac{\Delta\phi}{\phi_T^2} \quad (C46)$$

- Escolhe-se a seguir um ponto de vazão onde as perdas por atrito são praticamente nulas. Nesse caso, ocorrerão apenas perdas por choque e o valor de K_{M2} poderá ser obtido através de:

$$K_{M2} = \frac{(\phi_{Th} - \phi_{cat.})}{(\phi_T - \phi_{cat.})^2} \quad (C47)$$

onde: ϕ_{cat} e ϕ_{cat} referem-se a pontos de catálogo

3.4 – Comparação entre os fatores de correção

Considerando que o Coeficiente de aleta (C_a) não varia com a fração de vazio e sim apenas com a geometria do canal, hipótese essa assumida por Minemura, poderemos admitir que a

variação da pressão gerada no estágio, se considerarmos escoamento homogêneo em todo o canal do rotor, quando do escoamento bifásico, se devem aos efeitos das perdas por atrito e por choque.

A Figura C5 mostra a comparação entre os fatores de correção obtidos através das metodologias descritas anteriormente. Verifica-se que, quase não há variação no valor do fator de correção com a fração de vazio se utilizarmos a correção de Dukler (1964). Isso não parece correto, porque verificamos através dos valores medidos de diferencial de pressão no estágio que o efeito da fração de vazio é muito importante e determina uma queda acentuada nos valores da pressão gerada no estágio. Se adotarmos a correção através do multiplicador bifásico de Collier o ajuste seria muito pequeno e não corresponderia a queda de pressão que medimos. A correção de Minemura, com expoente $m=8$, para toda a faixa de fração de vazio parece exagerada se compararmos com o caso medido de uma vazão ótima da bomba a uma rotação de 400 rpm. Conforme Minemura indicou, o expoente $m=8$ vale até uma fração de vazio de até 5%, como está indicado na Figura C6. Para valores de fração de vazio entre 5 e 15 % o melhor seria adotar um expoente $m=5$.

Como para as perdas por choque só existe o procedimento do Minemura, iremos adotar o seu procedimento para a correção dessas perdas, já que, como mostra a Figura C7, houve uma boa correlação para o escoamento monofásico.

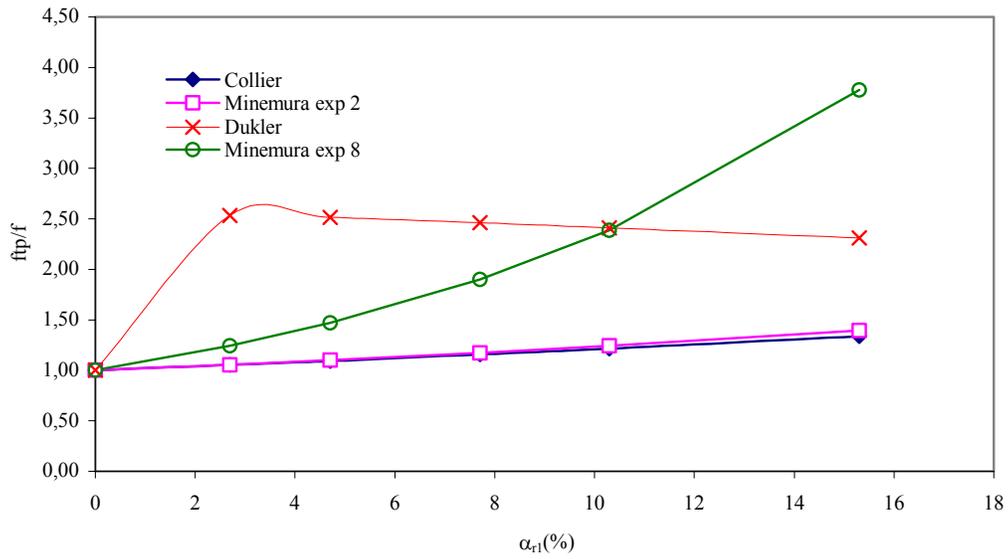


Figura C5 – Variação entre o fator de atrito bifásico e monofásico para escoamento homogêneo com a fração de vazio na entrada do estágio de uma bomba centrífuga

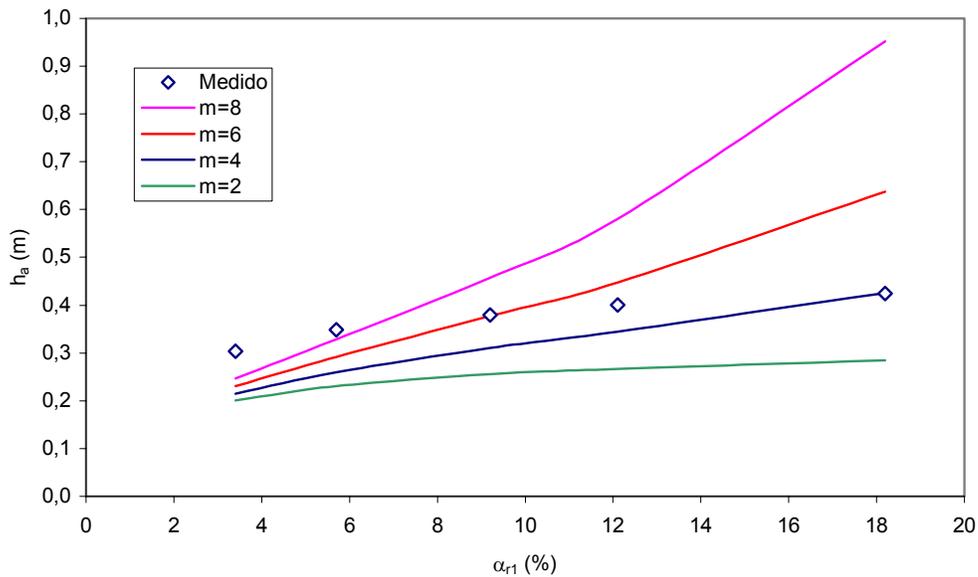


Figura C6 – Comparação expoente de Minemura para correção de perdas por atrito (h_a) em escoamento bifásico 1º estágio – 400 rpm

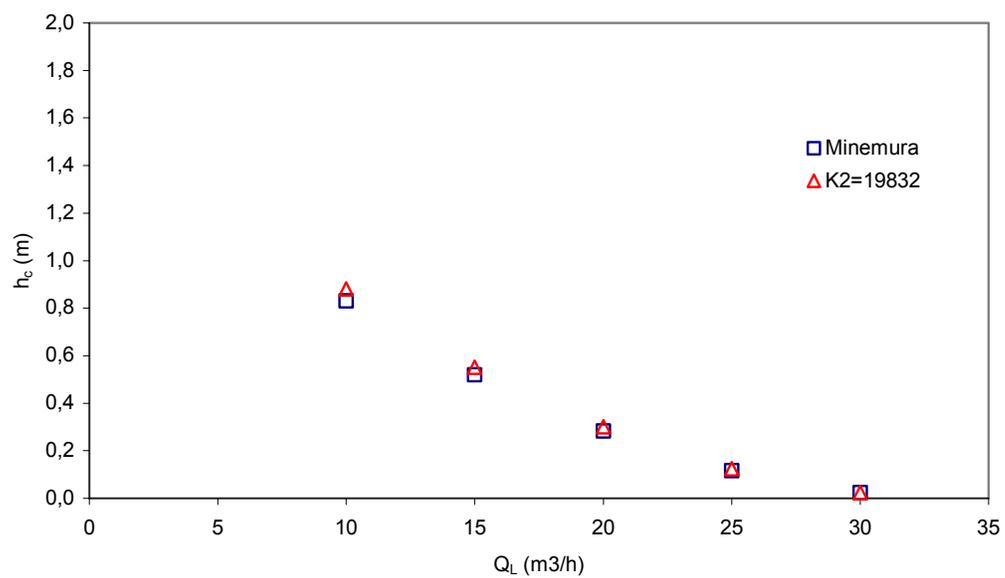


Figura C7 – Perdas por choque (h_s) 1º estágio – Escoamento Monofásico 1000 rpm

Apêndice D

Obtenção do Coeficiente de Arrasto C_D , Fronteiras para o *Surging* e Bloqueio de Gás e Correlação para r_b

A) Determinação do Coeficiente de Arrasto C_D

O valor de C_D (coeficiente de arrasto), poderá ser obtido através dos estudos de Ishii e Zuber (1979), Kuo e Wallis (1967). Vamos considerar inicialmente que, na entrada do canal do 1º estágio da bomba teste, temos bolhas com diâmetro em torno de 3 mm, valores estes normalmente encontrados nos estudos do Multlab (Fem/Unicamp) e demonstrados na fotos presentes no Anexo IV. A partir da equação (4.49), obtém-se que o valor de $C_D r / d_{bm}$, para uma posição genérica r é dado por:

$$\frac{C_D}{d_{bm}} r = \frac{4}{3} \frac{\omega^2 r^2}{V_m^2} (1 - \alpha)(1 - 2\alpha) \text{Sen } \beta = \frac{4}{3} \frac{1}{Fr\omega} (1 - \alpha)(1 - 2\alpha) \text{Sen } \beta \quad (\text{D1})$$

Variando-se o valor de r , teremos valores de $C_D r / d_{bm}$ para várias posições ao longo do canal do rotor. Particularmente nos interessam os valores para as posições de entrada ($r = r_1$), saída ($r = r_2$) e final da bolha alongada estacionária ($r = r_b$). Obteremos então os valores de $C_D r / d_{bm}$ em r_1 , em r_2 e em r_b (ver Figura D1).

Dessa forma, considerando um valor de d_{bm} de 3 mm em $r = r_1$ (1º estágio), nos obteremos para C_D a seguinte expressão:

$$C_D = \frac{4}{3} \frac{\omega^2 r_1}{V_{m1}^2} \text{Sen } \beta_1 (1 - \alpha_1)(1 - 2\alpha_1) d_{bm r_1} \quad (\text{D2})$$

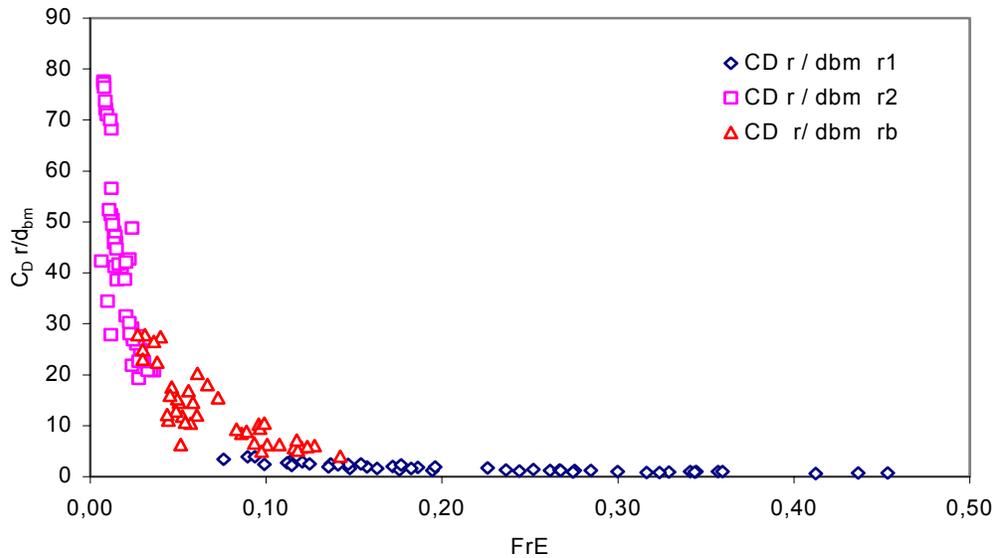


Figura D1- Valores de $C_D r/d_b$ para as posições $r = r_1, r_b$ e r_2

Ishii e Zuber (1979) definem C_D , considerando bolha esférica e a influência de uma população de bolhas da seguinte forma:

$$C_D = \frac{24}{Re} (1 + 0,1 Re^{0,75}) \quad (D3)$$

onde: $Re = \frac{d_{bm} \rho_L V_m}{\mu_m} \quad (D4)$

$$\mu_m = \mu_L (1 - \bar{\alpha}) + \mu_g \bar{\alpha} \text{ (viscosidade da mistura homogênea)} \quad (D5)$$

Kuo e Wallis (1967) calculam o valor de C_D através da seguinte correlação:

$$C_D = \frac{6,3}{Re^{0,385}} \text{ válida para } Re > 100 \quad (D6)$$

A Figura D2, mostra a comparação entre os valores de C_D para a posição $r = r_1$.

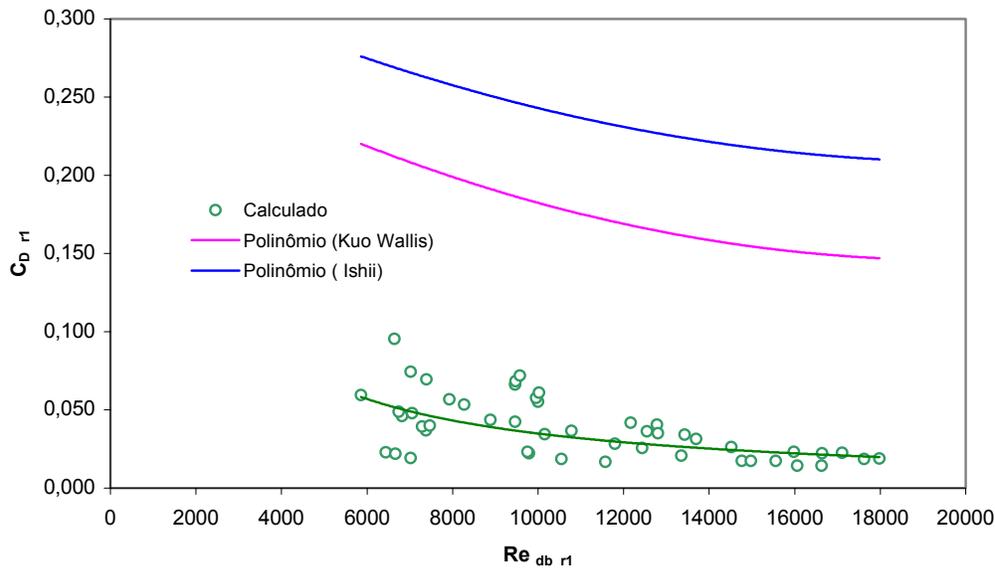


Figura D2 – Comparação entre valores de C_D calculados e obtidos por correlação para a posição em função do número de Reynolds (Re) em $r = r_1$ (entrada do canal)

Os valores obtidos foram muito diferentes dos calculados pelas correlações utilizadas. O efeito prático de adotar valores calculados pelas correlações seria o de subestimar o valor da vazão em que a bomba inicia uma redução acentuada de desempenho, isto é, o início do *surging*. Para que os valores calculados correspondessem aos obtidos através das correlações, teríamos que ter diâmetros de bolha acima de 10 mm, o que é absurdo e não foi observado. Portanto, pode-se concluir que com o C_D de correlação, o *surging* se dá com uma vazão Q_1 , enquanto que no caso real, o início do *surging* se dá com a vazão Q_2 , sendo $Q_2 > Q_1$.

Na saída da bomba teste, podemos observar (ver foto no Anexo IV) que ocorreu uma redução acentuada dos diâmetros de bolhas quando comparados com os diâmetros na entrada. Pode-se estimar que ocorreu uma redução no diâmetro de 3 mm para algo em torno de 1,5 mm. Então, se considerarmos para a posição $r = r_2$, bolhas com esse diâmetro, teremos uma mesma ordem de grandeza entre os valores calculados através da equação (4.49 ou D.2) com os obtidos através de correlação (Ver Figura D3)

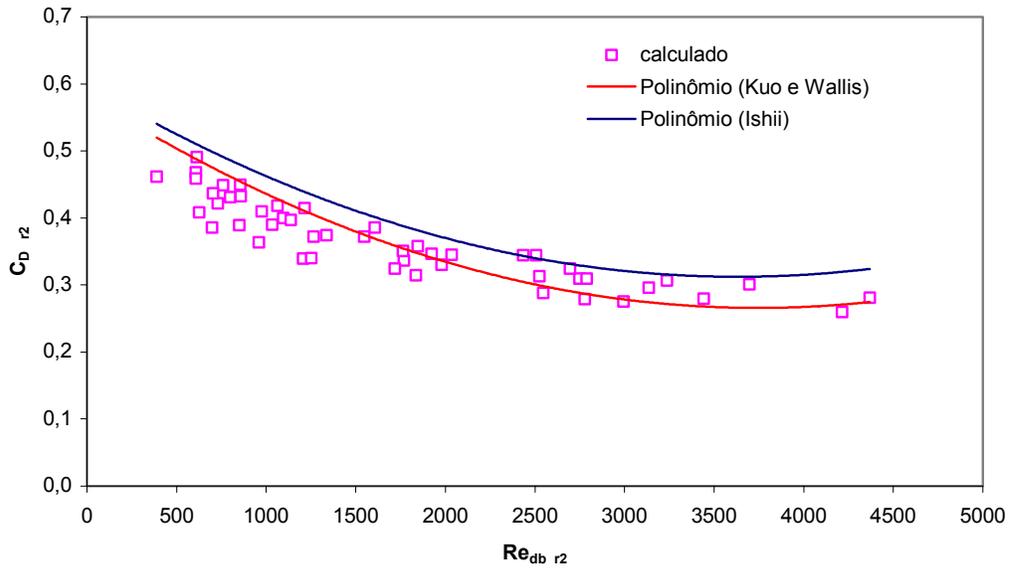


Figura D3 – Comparação entre valores de C_D calculados e obtidos por correlação para a posição $r = r_2$ (saída do canal)

Esse resultado está indicando que poderemos utilizar a correlação para obter os valores de C_D em $r = r_2$, porque aqui a fração de vazio é menor, os diâmetros das bolhas são menores, há menos interferência entre as bolhas, já que a área é maior e as velocidades são menores, ao contrário do que ocorre em $r = r_1$.

Precisamos agora obter os valores de C_D para a posição $r = r_b$. Como não sabemos como d_{bm} varia com r , partimos dos valores de d_{bm} em $r = r_2$ e inicialmente corrigimos esse valor devido ao efeito da pressão, ou seja, considerando a relação PVT, processo isotérmico e bolhas esféricas. Teremos portanto que:

$$d_{bm\ rb} = d_{bm\ r2} \left(\frac{p_1 + \Delta p}{p_1} \right)^{1/3} \quad (D7)$$

onde p_1 : pressão na entrada e Δp – diferença de pressão gerado na parte útil do rotor

A Figura D4 mostra a comparação entre os resultados.

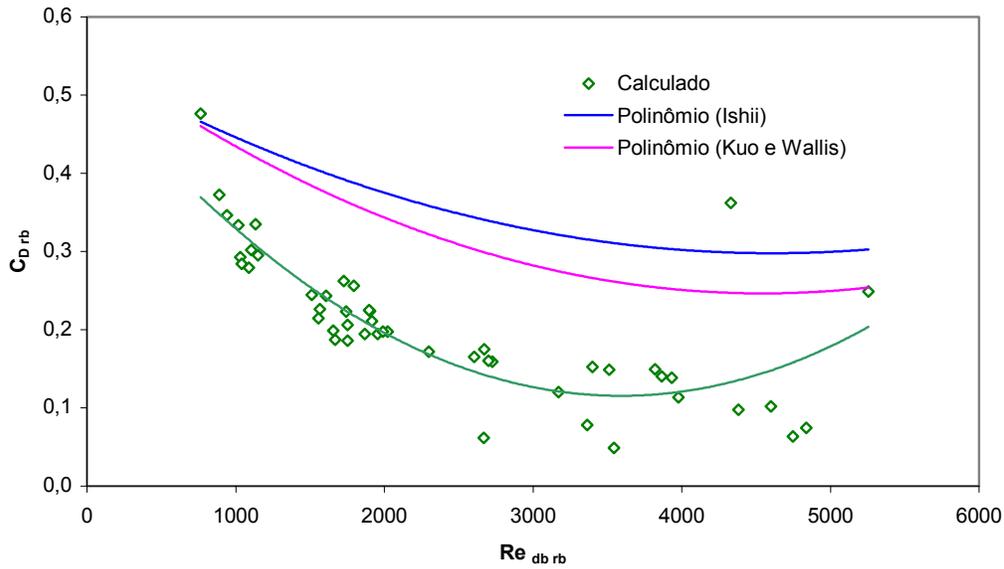


Figura D4 – Comparação entre valores de C_D calculados e obtidos por correlação para a posição $r = r_b$ (final da bolha alongada)

Os resultados indicam que teremos que considerar ainda a correção devido ao efeito da variação da velocidade da mistura e da velocidade angular, para obtermos a mesma ordem de grandeza entre os valores calculados e os obtidos por correlação.

Tendo os valores de C_D e de d_{bm} para essas posições poderemos calcular o número adimensional $C_D \tilde{r}$, definido a partir da equação (4.43):

$$C_D \frac{r_2}{d_{bc}} = C_D \tilde{r} = \frac{4}{3}(1 - \alpha_2)(1 - 2\alpha_2) \text{Sen } \beta_2 \frac{1}{Fr\omega r_2} \quad (D8)$$

Verificamos que a condição de saída do escoamento influencia o tamanho da bolha alongada existente no canal. Para diâmetros de bolhas maiores que o valor crítico teremos retenção dessas bolhas, aumentando portanto a fração de vazio média na parte ativa do rotor e em consequência tem-se uma redução do tamanho da bolha alongada para permitir que o estágio gere o mesmo valor de diferença de pressão medido.

De acordo com a metodologia apresentada através da equação (D1), podemos definir números adimensionais Fr_{ω} e $C_D \tilde{r}$ para as posições r_1 e r_b da seguinte forma:

$$Fr\omega_{r1} = \frac{V_m^2 r_1}{\omega^2 \bar{r}^2} \quad \text{com} \quad \bar{r} = \frac{r_1 + r_2}{2} \quad (\text{D9})$$

$$Fr\omega_{rb} = \frac{V_m^2 r_b}{\omega^2 \bar{r}^2} \quad \text{com:} \quad \bar{r} = \frac{r_b + r_2}{2} \quad (\text{D10})$$

$$C_D \tilde{r}_{r1} = C_{Dr1} \frac{\bar{r}}{d_{bmr1}} \quad C_D \tilde{r}_{rb} = C_{Drb} \frac{\bar{r}}{d_{bmr_b}} \quad (\text{D11})$$

Fisicamente podemos dizer que o valor de $C_D \tilde{r}$ em r_2 aumenta quando os valores de d_{bc} e α_2 diminuem. Isso implica que mais bolhas ficam retidas. Logo, no final da bolha alongada, para que o valor de $C_D \tilde{r}$ aumente, teremos necessariamente que encontrar valores de r_b menores. Para valores pequenos de $C_D \tilde{r}$ em r_2 , isso significa que teremos valores de d_{bc} maiores, e portanto α_2 maiores, ou seja, mais bolhas são retiradas do canal. Logo, na posição r_b , para reduzir o valor de $C_D \tilde{r}$, teremos que aumentar o valor de r_b .

B) Obtenção das fronteiras para o *surging* e o bloqueio de gás

Adotando procedimento do capítulo 4, item 4.2.1 e considerando os nossos valores experimentais, calculamos os valores de I_S e $(1-\alpha)$ para a entrada do canal do rotor ($r = r_1$). Obtivemos então as fronteiras para o *surging* conforme está indicado na Figura D5. Da mesma forma, conforme indicado no item 4.2.1, obtivemos as fronteiras para o bloqueio de gás (Figura D6)

Pode-se definir então as seguintes equações que limitam esses fenômenos para a nossa bomba de teste.

$$\text{Surging:} \quad I_{SS} 1^\circ = 31,92 - 32,15(1-\alpha)_{r1} \quad I_{SS} 2^\circ = 77,44 - 75,92(1-\alpha)_{r1} \quad (\text{D12})$$

$$\text{Bloqueio de gás:} \quad I_{SBG} = 8,61 - 8,77(1-\alpha)_{r1} \quad (\text{D13})$$

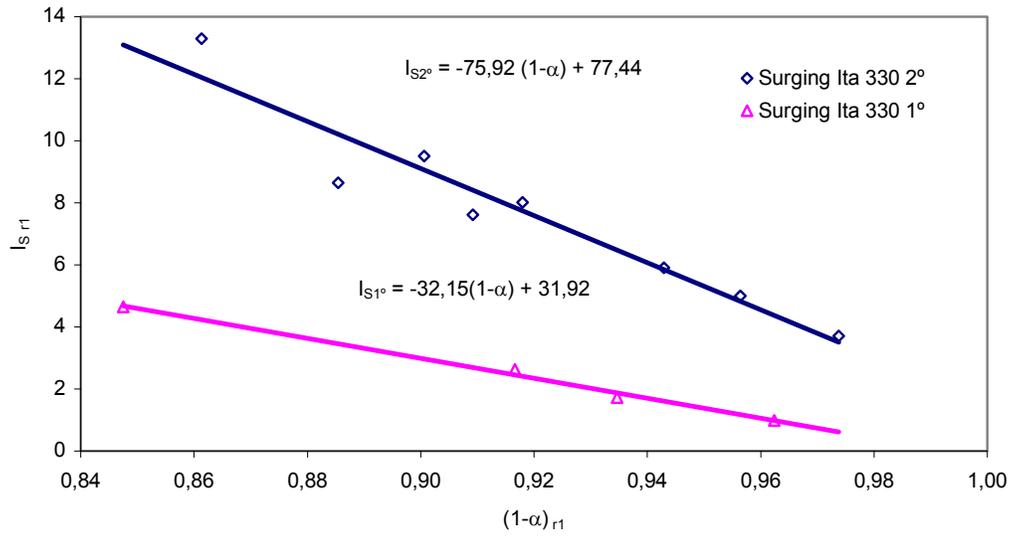


Figura D5 – Valores calculados de $I_S \times (1-\alpha)$ para início de *surging* na entrada do estágio Bomba Ita 330/2 - 1° e 2° estágios

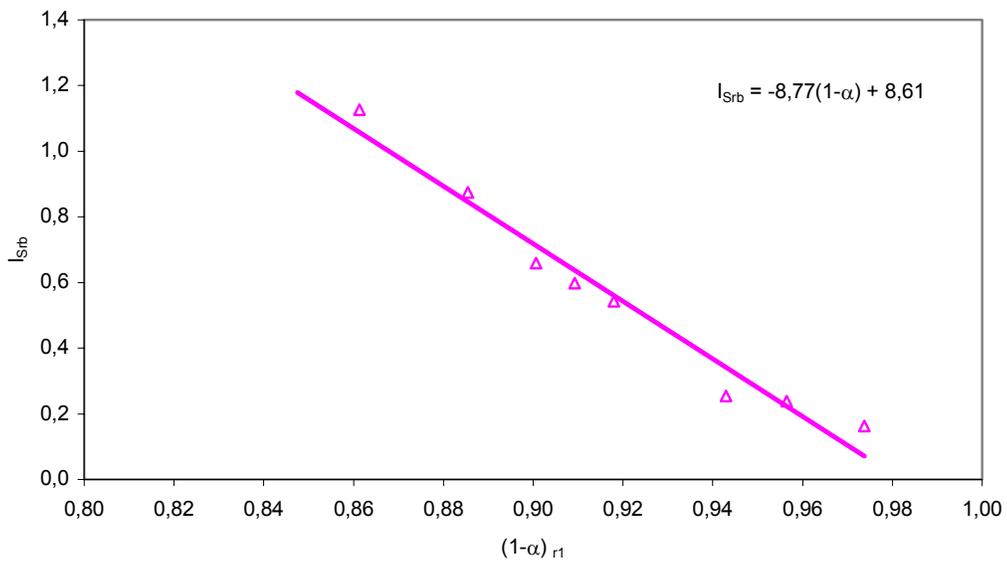


Figura D6 – Mapeamento da fração de vazio: valores de $I_S \times (1-\alpha)$ Bloqueio de gás - 1° e 2° estágios

C) Correlação para determinar o valor de r_b

Vamos inicialmente considerar que na literatura vários autores (Zakem (1980), Furuya (1985), Sachdeva (1988) e Noghrehkar (1995) utilizaram a relação C_D/d_b como correlação para determinar a diferença de pressão gerada pelo estágio em um bomba centrífuga.

Para escoamento em bolhas dispersas em todo o canal, consideraram um valor fixo para C_D/d_b de $170,1 \text{ m}^{-1}$, valor este obtido por Hench e Johnston (1968) ao estudarem o deslocamento de uma bolha isolada de 3.2 mm de diâmetro (d_b) em um difusor. Para escoamento agitante ($\alpha > 30\%$), Zuber e Hench (1962) sugeriram a utilização de uma correlação empírica dada por:

$$\frac{C_D}{d_b} = 55(1 - \alpha)^3 \quad (\text{m}^{-1}) \quad (\text{D14})$$

A Figura D7 mostra a relação dessa variável com o número de Reynolds para uma bolha isolada.

Como não encontramos uma interpretação física para a relação C_D/d_b , já que os estudos de Ishii e Zuber (1979) não apontam diretamente para a influência do diâmetro da bolha sobre o parâmetro C_D , resolvemos utilizar a variável $C_D r / d_b$ como correlação, conforme indicado em desenvolvimento no capítulo 4, e aplicá-la na determinação da posição final, r_b , da bolha alongada.

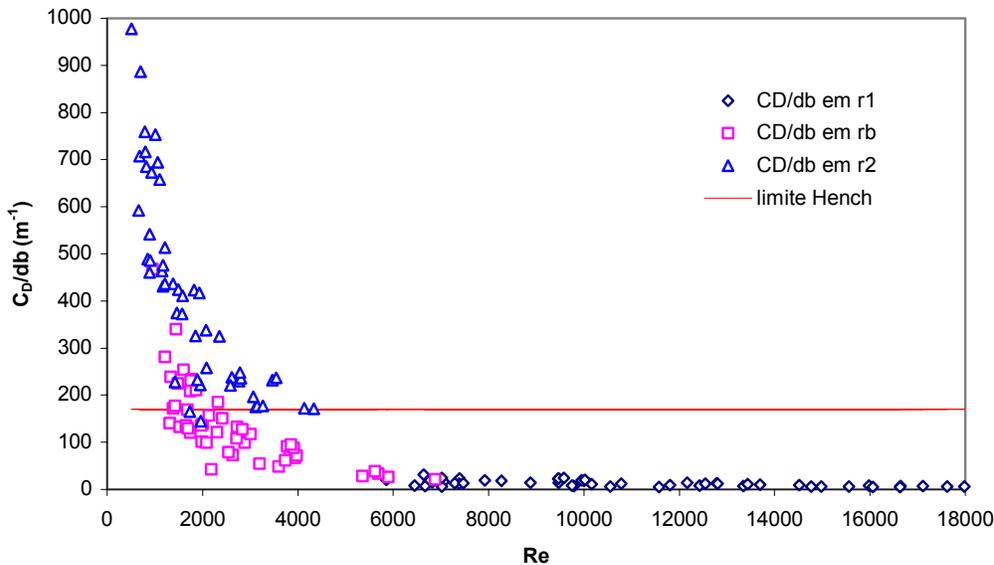


Figura D7 – Relação de C_D/d_b com Reynolds

Adotamos o seguinte procedimento:

Parte 1: obtenção da correlação para $C_D \tilde{r}$ versus $F_{r\omega}$ na condição de entrada

- 1- O procedimento de generalização pressupõe o conhecimento da transição entre padrões de escoamento bolhas dispersas - *surging*, a qual é obtido do gráfico de $(1-\alpha)$ versus I_S ;
- 2- Sabe-se a transição se inicia quando a bolha de diâmetro d_{bm} em $r = r_1$ (3 mm) fica estacionária na posição radial $r = r_1$, com a velocidade V_{bs} (sabe-se a vazão de líquido, sabe-se a vazão de gás e sabe-se α_1 , conseqüentemente calcula-se V_m , que é V_{bs} , pois no limite a bolha está parada);
- 3- Fazendo-se a igualdade entre as forças de arrasto e centrífuga para os pontos que estão na transição na condição dada (de tamanho de bolha, de escoamento, de fração de vazio, na posição radial r_1), obtém-se o valor de C_D nesta posição radial;
- 4- Traça-se o gráfico de $C_D \tilde{r}$ versus $F_{r\omega}$. Notar que $C_D \tilde{r}$ é calculado para $r = r_1$, assim como $F_{r\omega}$ é calculado para $r = r_1$.

Parte 2: obtenção do diâmetro crítico de bolha em $r = r_2$

- 1- Para obter o diâmetro crítico de bolhas em r_2 , chamado de d_{bc} , faz-se a igualdade das forças de arrasto e centrífuga em $r = r_2$, utilizando-se um coeficiente de arrasto de correlação (Ishii, por exemplo);
- 2- O diâmetro crítico de bolha é o maior diâmetro de bolhas que consegue deixar o rotor em r_2 , para uma condição operacional de ocorrência de *surging*;
- 3- Para calcular este d_{bc} , a equação requer o valor de fração de vazio em r_2 . Esse valor é obtido através da correção pela diferença de pressão (Δp) da fração de vazio em r_1 ,
- 4- A equação ainda requer a velocidade V_{bs} . Adotamos o valor da velocidade como sendo o da mistura V_m , considerando que a bolha está parada nessa posição.

Parte 3: obtenção de correlação de C_D em $r = r_b$

- 1- Para obter um valor de C_D em $r = r_b$, novamente utilizamos a equação que iguala as forças de arrasto e centrífuga;

- 2- O valor de d_{bm} em $r = r_b$ foi obtido corrigindo-se o valor de d_{bc} pela diferença de pressão medida;
- 3- O valor da fração de vazio em $r = r_b$ é igual a α_1 , pois não houve aumento de pressão entre $r = r_1$ e $r = r_b$;
- 4- Adotamos o valor da velocidade como sendo o da mistura V_m , considerando que a bolha está parada nessa posição.

Encontramos uma correspondência entre $C_D \tilde{F} \times F_{rorb}$ e $C_{Drb} \times Re_{rb}$ considerando os Métodos Simplificado e Distribuição de bolhas. Essas correlações estão indicadas nas Figuras D8 e D9, a seguir.

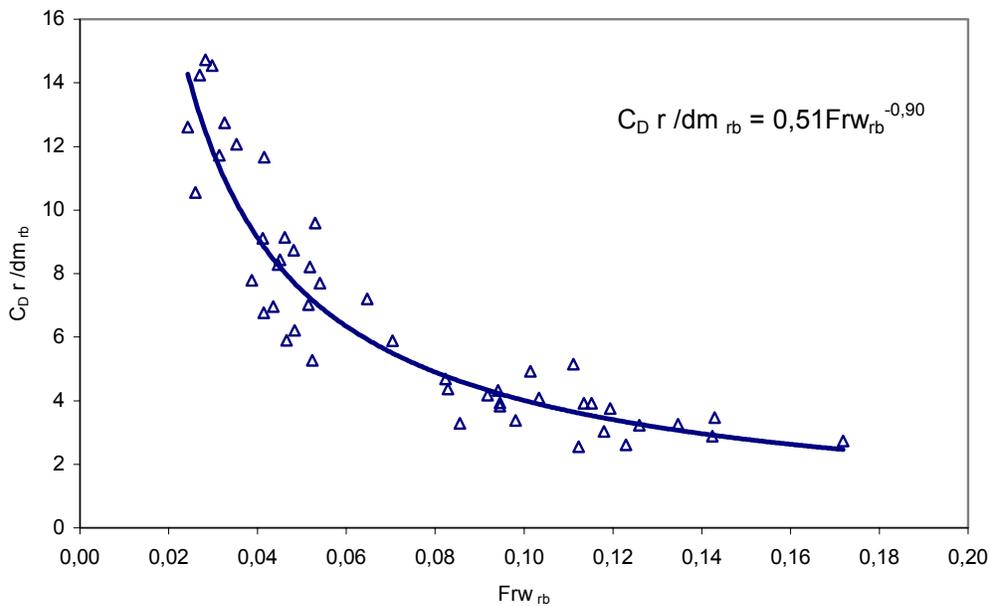


Figura D8 – Correlação para determinação de r_b - $C_D \tilde{F} \times F_{rorb}$ – Método Simplificado

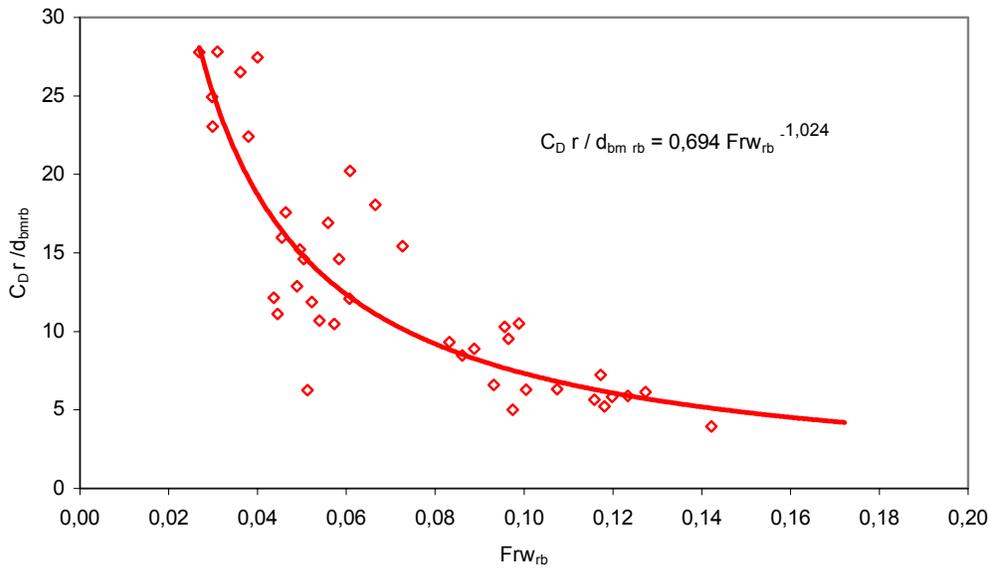


Figura D9 – Correlação para determinação de r_b - $C_D \tilde{r} \times Fr_{w_{orb}}$ – Método Distribuição Bolhas

Consideramos também a relação usual de C_D com o número de Reynolds (Re). Iremos trabalhar com essa correlação para a determinação de r_b e comparar os resultados com os obtidos através da correlação $C_D r / d_b$. A que apresentar melhores resultados será indicada para a sua utilização no modelo que será proposto. As Figuras D10 e D11 mostram a correlação obtida, considerando os métodos de cálculo Simplificado e Distribuição de Bolhas.

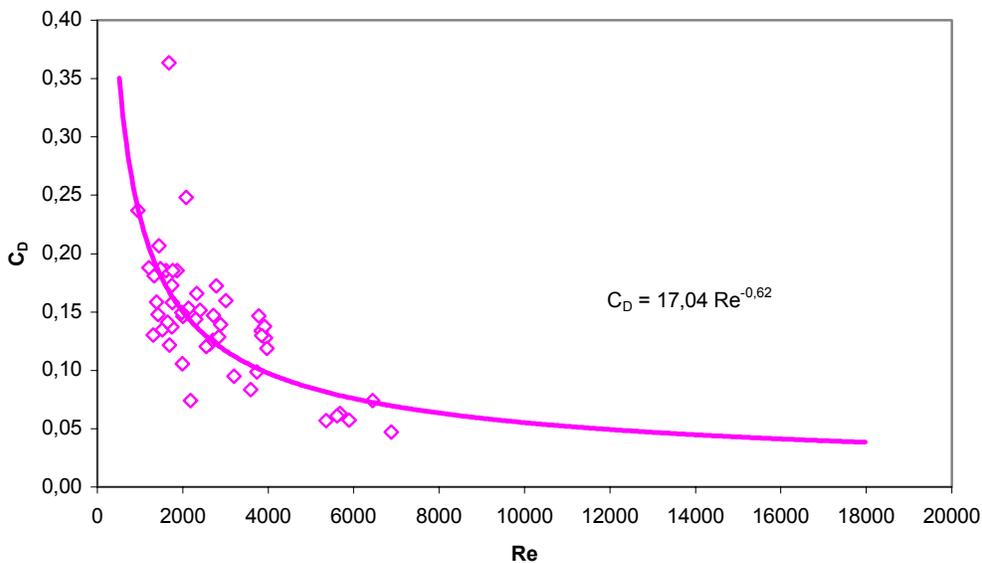


Figura D10 – Correlação Reynolds $\times C_D$ – 1º e 2º estágios – Método Simplificado

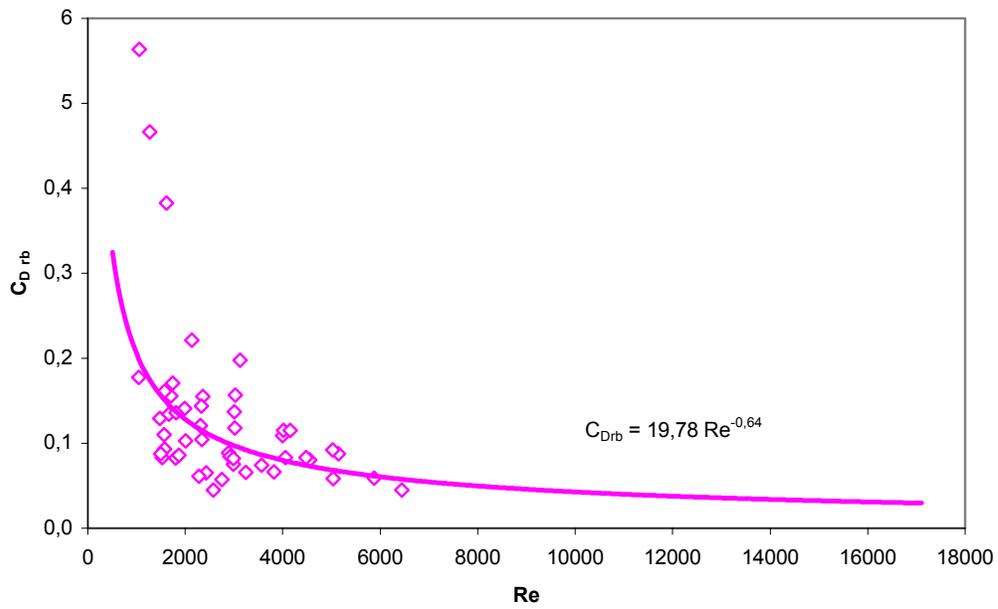


Figura D11 – Correlação Re x C_D – 1º e 2º estágios – Método Distribuição de Bolhas

Apêndice E

Obtenção da Equação para o Escoamento Estratificado

Iremos desenvolver neste apêndice as equações referentes ao escoamento estratificado observado no canal de uma bomba centrífuga, quando operando em regime bifásico. A Figura E-1a mostra uma vista lateral do primeiro estágio de uma bomba centrífuga. Nela, podemos observar a entrada do escoamento bifásico vindo da tubulação e a coalescência das bolhas logo na entrada do canal do rotor. Está representada também a bolha estacionária formada devido a coalescência das bolhas e da ação do campo centrífugo e da força de arrasto. Quando ocorre a coalescência de bolhas, começa a se formar uma bolha maior, podendo-se observar no canal duas regiões: uma composta pela bolha de ar e a outra pelo filme de líquido que continua escoando no espaço restante do canal. Sobre essa bolha estará atuando uma força de arrasto que procura deslocá-la ao longo do canal, uma força centrífuga, de pequena intensidade em função da baixa densidade do ar, que acelera mais o filme de líquido que a bolha de ar e uma força de empuxo centrífugo que tende a dificultar o deslocamento dessa bolha. Quando ocorrer o equilíbrio entre a força de arrasto e o empuxo centrífugo, essa bolha ficará estacionária dentro do canal. Associado a isso, a aceleração do filme de líquido irá retirar pequenas bolhas de ar dessa bolha estacionária, que, a depender dos seus diâmetros, irão escoar para fora do canal do rotor ou ficarão retidas, formando uma região de remistura. Em termos de regime de escoamento haverá no canal uma região com escoamento estratificado e outra com escoamento em bolhas dispersas.

Vamos estudar aqui apenas o trecho do canal com escoamento estratificado e obter a equação que representa esse escoamento na direção S, paralela às paredes do canal, conforme mostrado na Figura E1b. Para isso, estamos indicando nessa região, um volume de controle (V_c), de pequena dimensão, ao qual iremos referenciar nossas equações. A Figura E1b e E1c, mostram

uma vista superior e em 3-D desse volume de controle (Vc). Nele estamos representando as suas dimensões geométricas, assim definidas:

r : vetor radial indicador da posição inicial do Vc; dr : comprimento do Vc na direção radial;
 ds : comprimento do Vc na direção S; $r+dr$: posição radial indicadora da posição final do Vc;
 h_{f1} : altura do filme de líquido na entrada do Vc; h_{f2} : altura do filme de líquido na saída do Vc; h_f : altura do filme de líquido em uma posição qualquer no interior do Vc; ar : largura do canal perpendicular a direção radial r ; as : largura do canal perpendicular à direção S do escoamento;

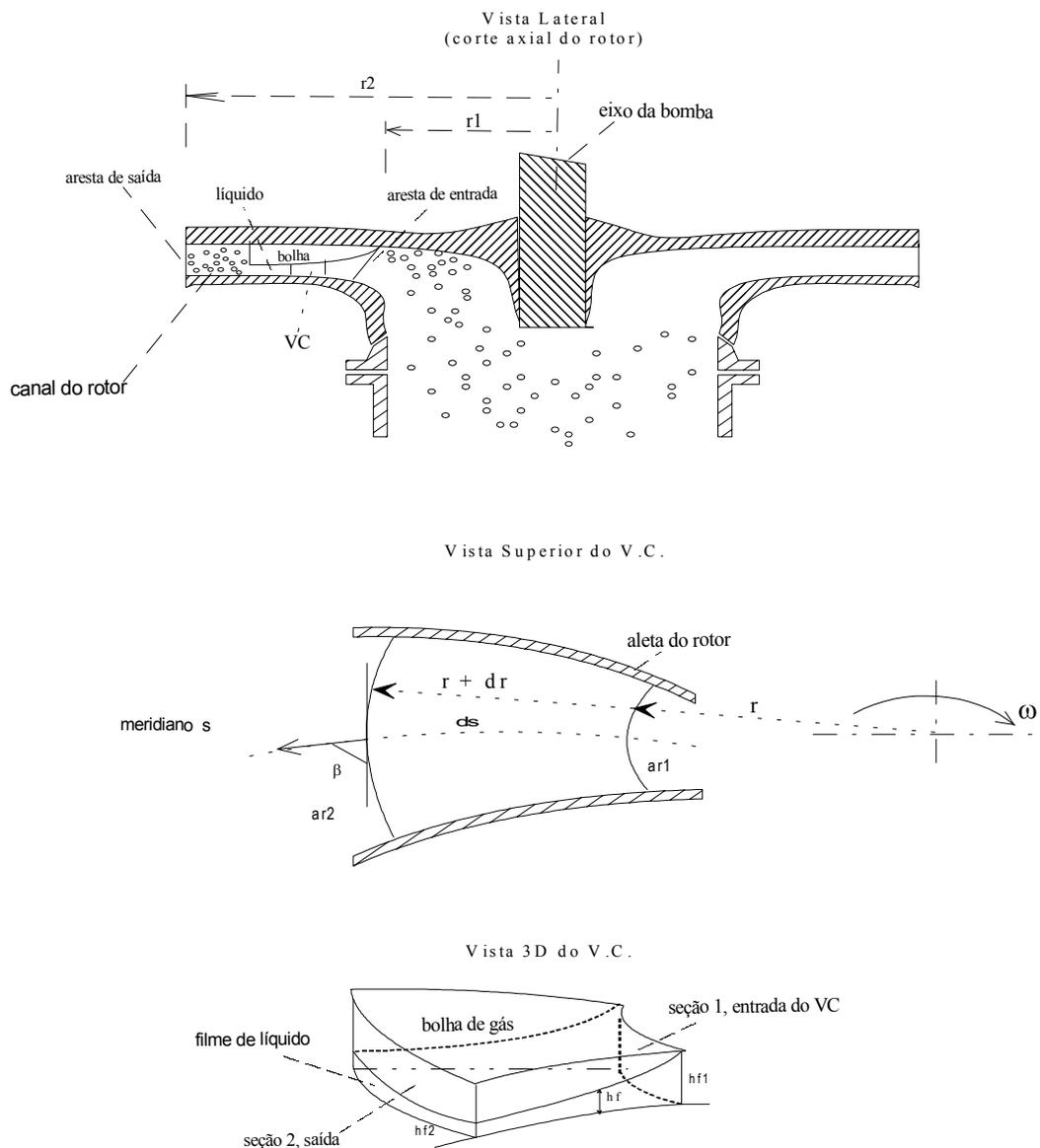


Figura E1 a,b, c: Escoamento no canal do rotor de uma bomba centrífuga

Através da Figura E-01 b, podemos verificar que há uma relação geométrica entre a área transversal ao escoamento em S e a direção radial, definida através de um ângulo β . Esse ângulo é definido pela direção entre os vetores \vec{V}_s e \vec{U} (que estão em um mesmo plano), onde V_s é a velocidade relativa do líquido em relação às paredes do canal na direção S e U ($U=\omega r$) é a velocidade tangencial do líquido no canal (ω -rotação do rotor). Considerando ainda o fato de que a altura do canal é constante nós temos portanto que:

$$A_s = A_r \text{Sen} \beta \quad (\text{E.01})$$

onde A_r : área da seção transversal normal à direção radial r ;

A_s : área da seção transversal normal ao escoamento na direção S;

Adotando-se que a altura do filme de líquido é uniforme e igual na seção reta do canal, tanto em S quanto na direção radial r , poderemos concluir que a relação entre as larguras do canal, em r e em S será dada por:

$$a_r = \left(\frac{2\pi r}{N_a} - E_p \right) \quad \text{e} \quad a_s = a_r \text{Sen} \beta \quad (\text{E.02})$$

a_r e a_s : largura do canal em r e em S onde N_a e E_p : número e espessura de aletas.

Vamos definir, a seguir, as equações que representam o volume de controle (V_C) e as respectivas áreas do V_C , considerando que o V_C é pequeno de tal forma que poderemos aproximar volumes e áreas pelos seus valores médios.

a) Volume de Controle de líquido (V_C):

$$V_C = \left(\frac{a_{r1} h_{f1} + a_{r2} h_{f2}}{2} \right) \Delta s \text{Sen} \left(\frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \right) \quad (\text{E.03})$$

Considerando:

$$a_{r2} = a_{r1} + \Delta a_r \quad h_{f2} = h_{f1} - \Delta h_f \quad \beta_2 = \beta_1 + \Delta \beta \quad (\text{E.04})$$

Nós temos que:

$$V_C = \left[\frac{a_{r1} h_{f1} + (a_{r1} + \Delta a_r)(h_{f1} - \Delta h_f)}{2} \right] \Delta s \text{Sen} \left[\frac{\beta_1 + (\beta_1 + \Delta \beta)}{2} \right] \quad (\text{E.05})$$

$$V_C = \left[\frac{2a_{r1}h_{f1} - (a_{r1}\Delta h_f - \Delta a_r h_{f1} + \Delta a_r \Delta h_f)}{2} \right] \Delta s \operatorname{Sen} \left[\frac{2\beta_1 + \Delta\beta}{2} \right] \quad (\text{E.06})$$

Se desprezarmos o termo de segunda ordem nós teremos que:

$$V_C = \left[a_{r1}h_{f1} - \frac{1}{2}(a_{r1}\Delta h_f - \Delta a_r h_{f1}) \right] \operatorname{Sen} \left(\beta_1 + \frac{\Delta\beta}{2} \right) \Delta s \quad (\text{E.07})$$

b) Área de entrada (A_1) do Vc:

$$A_1 = a_{r1}h_{f1} \operatorname{Sen} \beta_1 \quad (\text{E.08})$$

c) Área de saída (A_2) do Vc:

$$A_2 = a_{r2}h_{f2} \operatorname{Sen} \beta_2 \quad \Rightarrow \quad A_2 = (a_{r1} + \Delta a_r)(h_{f1} - \Delta h_f) \operatorname{Sen}(\beta_1 + \Delta\beta) \quad (\text{E.09})$$

$$A_2 = (a_{r1}h_{f1} - a_{r1}\Delta h_f + \Delta a_r h_{f1} - \Delta a_r \Delta h_f) \operatorname{Sen}(\beta_1 + \Delta\beta) \quad (\text{E.10})$$

Desprezando o termo de segunda ordem teremos que:

$$A_2 = (a_{r1}h_{f1} - a_{r1}\Delta h_f + \Delta a_r h_{f1}) \operatorname{Sen}(\beta_1 + \Delta\beta) \quad (\text{E.11})$$

d) Área da interface (A_i) projetada na direção vertical

$$A_i = A_1 - A_2 = \Delta A \quad (\text{E.12})$$

Substituindo nós teremos que:

$$A_i = a_{r1}h_{f1} \operatorname{Sen}\beta_1 - (a_{r1}h_{f1} - a_{r1}\Delta h_f + \Delta a_r h_{f1}) \operatorname{Sen}(\beta_1 + \Delta\beta) \quad (\text{E.13})$$

e) Área lateral (A_L) do Vc

$$A_L = \left(\frac{a_{r1} + a_{r2}}{2} \right) \Delta s + 2 \left(\frac{h_{f1} + h_{f2}}{2} \right) \Delta s \quad (\text{E.14})$$

$$A_L = \left[\left(a_{r1} + \frac{\Delta a_r}{2} \right) + (2h_{f1} - \Delta h_f) \right] \Delta s \quad (\text{E.15})$$

Desprezando termos de segunda ordem

$$A_L = (a_{r1} + 2h_{f1}) \Delta s \quad \Rightarrow \quad A_L = P \Delta s \quad (\text{E.16})$$

onde P é o perímetro molhado médio e AL é a área lateral molhada

f) Definição das forças que atuam no V_C :

Iremos definir agora as forças que estão atuando sobre o volume de controle (V_C) considerando que o nosso referencial será não inercial, ou seja, pertence ao canal que está girando. A Figura E2, a seguir, mostra as forças de pressão (F_p) atuando na entrada do VC (F_{p1}), na saída do V_C (F_{p2}) e na interface do V_C (F_{pi}). F_{pi} será portanto a projeção da força interfacial na direção S. A força centrífuga (F_c) atua sobre todo o V_C e a força de atrito (F_a), função da tensão de cisalhamento, atua sobre a área indicada na Figura E3.

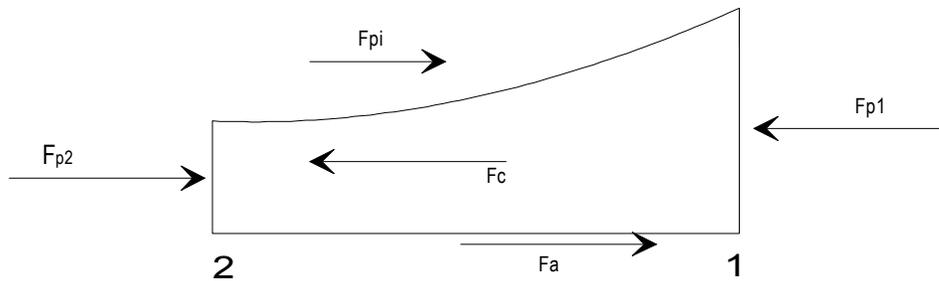


Figura E2- Forças atuantes no V_C

Força centrífuga (F_c)

A força centrífuga (F_c) atua sobre todo o volume de controle V_C na direção radial. Projetando-a na direção S e aproximando o V_C e um ângulo β médio através das seguintes relações, nós teremos que:

$$F_c = \rho_L \frac{U^2}{r} \text{Sin}\beta V_C \quad \Rightarrow \quad F_c = \rho_L \omega^2 r \text{Sin}\beta V_C \quad (\text{E.17})$$

$$\text{onde: } r = r_1 + \frac{\Delta r}{2} \quad \beta = \beta_1 + \frac{\Delta\beta}{2} \quad (\text{E.18})$$

ω - velocidade de rotação do referencial não inercial

Força de atrito (F_a)

A área (AL) onde ocorre a atuação da tensão viscosa (τ_ω), está indicada na Figura E3, a seguir.

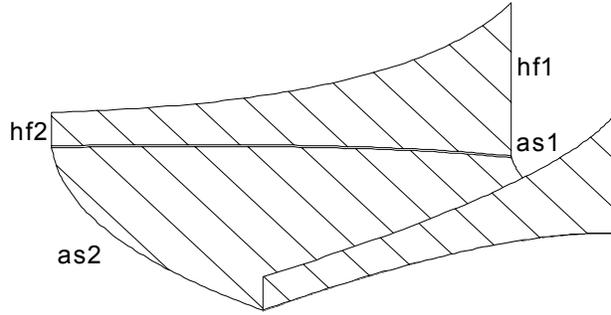


Figura E3 - Área de atuação da tensão de cisalhamento

$$F_a = \tau_w A_L \quad \text{onde: } \tau_w = \frac{1}{2} f \rho_L \left(\frac{V_{s1} + V_{s2}}{2} \right)^2 \quad (\text{E.19})$$

onde: f-fator de atrito, Vs-velocidade relativa do filme de líquido em relação às paredes do canal na entrada e saída do Vc.

$$F_a = \frac{1}{2} \rho_L f \left(\frac{V_{s1} + V_{s2}}{2} \right)^2 P \Delta s \quad (\text{E.20})$$

com f sendo obtido através de Blasius com a correção de Ito

$$f = 0.076 \left(\frac{\rho V_s D_{Hs}}{\mu} \right)^{-0.25} \quad (\text{E.21})$$

onde:

μ - viscosidade do líquido e D_{Hs} : diâmetro hidráulico do canal definido por:

$$D_{Hs} = \frac{2 a_s h}{a_s + 2h} \Rightarrow h = \frac{Q_L}{V_s a_s} \Rightarrow D_{Hs} = \frac{2 Q_L}{\left(V_s a_s + 2 \frac{Q_L}{a_s} \right)} \quad (\text{E.22})$$

Q_L - vazão de líquido escoando no canal

Força de pressão (Fp):

A determinação das forças Fp devido à pressão deverá considerar a seguinte geometria, conforme indicado na Figura E4.

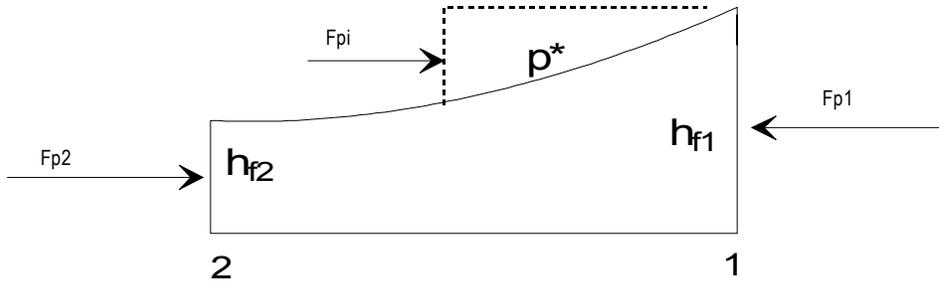


Figura E4 - Forças de pressão no V_C

A força de pressão tem as componentes F_{p1} , devido à pressão atuando na área de entrada (A_1) do V_C ; F_{p2} , devido à pressão atuando na área de saída (A_2) do V_C e F_{pi} , devido à ação da pressão atuando na área de interface (A_i). As pressões atuando nessas áreas serão definidas por:

$$p_1 = p^* + \rho_L g \frac{h_{f1}}{2} \quad (\text{E.23})$$

onde: p^* é igual à pressão inicial (p_i) na entrada do canal do rotor, já que estamos assumindo que não há variação significativa da pressão dentro da bolha estacionária

$$p_2 = p^* + \rho_L g \frac{h_{f2}}{2} \quad (\text{E.24})$$

A somatória das forças de pressão atuando sobre o V_C será dada por:

$$F_p = F_{p1} - F_{p2} - F_{pi} \quad (\text{E.25})$$

Desenvolvendo teremos que:

$$F_{p1} = p_1 A_1 \Rightarrow F_{p1} = \left(p^* + \frac{1}{2} \rho_L g h_{f1} \right) (a_{r1} h_{f1} \text{Sen} \beta_1) \quad (\text{E.26})$$

$$F_{p1} = p^* (a_{r1} h_{f1} \text{Sen} \beta_1) + \frac{1}{2} \rho_L g h_{f1} (a_{r1} h_{f1} \text{Sen} \beta_1) \quad (\text{E.27})$$

$$F_{p2} = p_2 A_2 \Rightarrow F_{p2} = \left(p^* + \frac{1}{2} \rho_L g h_{f2} \right) (a_{r1} h_{f1} - a_{r1} \Delta h_f + \Delta a_r h_{f1}) \text{Sen}(\beta_1 + \Delta \beta) \quad (\text{E.28})$$

$$F_{p2} = \left[p^* + \frac{1}{2} \rho_L g (h_{f1} - \Delta h_f) \right] (a_{r1} h_{f1} - a_{r1} \Delta h_f + \Delta a_r h_{f1}) \text{Sen}(\beta_1 + \Delta \beta) \quad (\text{E.29})$$

Desprezando os termos de segunda ordem teremos que:

$$F_{p2} = p^* (a_{r1} h_{f1} - a_{r1} \Delta h_f + \Delta a_r h_{f1}) \text{Sen}(\beta_1 + \Delta \beta) +$$

$$+ \frac{1}{2} \rho_L g h_{f1} [a_{r1} h_{f1} - a_{r1} \Delta h_f + \Delta a_r h_{f1}] \text{Sen}(\beta_1 + \Delta\beta) - \frac{1}{2} \rho_L g \Delta h_f [a_{r1} h_{f1} - a_{r1} \Delta h_f + \Delta a_r h_{f1}] \text{Sen}(\beta_1 + \Delta\beta) \quad (\text{E.30})$$

$$F_{pi} = p^* [a_{r1} h_{f1} \text{Sen}\beta_1 - (a_{r1} h_{f1} - a_{r1} \Delta h_f + \Delta a_r h_{f1}) \text{Sen}(\beta_1 + \Delta\beta)] \quad (\text{E.31})$$

Portanto, o somatório das forças devido à ação da pressão, no V_C , pode ser definido por:

$$F_p = F_{p^*} + F_{\Delta p} \quad (\text{E.32})$$

onde os termos p^* e Δp são definidos como:

1) termo p^*

$$F_{p^*} = p^* [(a_{r1} h_{f1}) \text{Sen}\beta_1] - p^* [(a_{r1} h_{f1} - a_{r1} \Delta h_f + \Delta a_r h_{f1}) \text{Sen}(\beta_1 + \Delta\beta)] - p^* [a_{r1} h_{f1} \text{Sen}\beta_1 - (a_{r1} h_{f1} - a_{r1} \Delta h_f + \Delta a_r h_{f1}) \text{Sen}(\beta_1 + \Delta\beta)] = 0 \quad (\text{E.33})$$

2) termo Δp

$$F_{\Delta p} = \frac{1}{2} \rho_L g h_{f1} (a_{r1} h_{f1}) \text{Sen}(\beta_1) - \frac{1}{2} \rho_L g h_{f1} [a_{r1} h_{f1} - a_{r1} \Delta h_f + \Delta a_r h_{f1}] \text{Sen}(\beta_1 + \Delta\beta) - \frac{1}{2} \rho_L g \Delta h_f [a_{r1} h_{f1} - a_{r1} \Delta h_f + \Delta a_r h_{f1}] \text{Sen}(\beta_1 + \Delta\beta) \quad (\text{E.34})$$

g) Variação da Quantidade de movimento (QM) no V_C :

Considerando a conservação da quantidade de movimento e como por definição, o V_C é fixo e indeformável nós teremos que:

$$\sum \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\iiint_{V_C} \vec{V} \rho \, d\mathcal{V} \right] + \iint_{SC} \vec{V} \rho (\vec{V} \cdot \vec{n}) \, dA \quad (\text{E.35})$$

Como o nosso escoamento é permanente e unidimensional nós teremos que:

$$\sum \vec{F} = \sum_2 [\vec{V}_2 \dot{M}_2] - \sum_1 [\vec{V}_1 \dot{M}_1] \quad (\text{E.36})$$

Definindo e considerando que, pela conservação da massa, $\dot{M}_s = \dot{M}_1 = \dot{M}_2$, nós teremos que:

$$\dot{M}_1 V_{s1} = \rho_L V_{s1}^2 A_{s1} \quad \text{e} \quad \dot{M}_2 V_{s2} = \rho_L V_{s2}^2 A_{s2} \quad (\text{E.37})$$

$$\dot{M}_2 (V_{s1} + \Delta V_s) - \dot{M}_1 V_{s1} = \dot{M}_s \Delta V_s \quad (\text{E.38})$$

$$QM = \dot{M}_2 V_{s2} - \dot{M}_1 V_{s1} \Rightarrow \dot{M}_1 = \dot{M}_2 = \dot{M}_s \Rightarrow QM = \dot{M}_s \Delta V_s = \rho_L Q_L \Delta V_s \quad (E.39)$$

$$\text{Considerando ainda que: } Q_L = V_s \left(\frac{V_C}{\Delta s} \right) \text{ para um } V_C \cong A_s \Delta s \quad (E.40)$$

Nós teremos então que a variação da quantidade de movimento no VC será obtida através de:

$$QM = \rho_L V_s \frac{\Delta V_s}{\Delta s} V_C \quad (E.41)$$

h) Obtenção da equação geral para o filme de líquido

Considerando que o somatório das forças no V_C é igual à variação da quantidade de movimento nós teremos que:

$$\sum (\vec{F}_c + \vec{F}_a + \vec{F}_{p^*} + \vec{F}_{\Delta p}) = QM \quad (E.42)$$

Fazendo $\Delta s \rightarrow 0$ e dividindo todos os termos por V_C nós teremos que:

$$\text{Sen}(\beta_1) \cong \text{Sen}(\beta_1 + \Delta\beta) \cong \text{Sen}\left(\beta_1 + \frac{\Delta\beta}{2}\right) \cong \text{Sen}\beta \quad (E.43)$$

$$V_C = A_r \text{Sen}\beta ds - \frac{1}{2} dA_r \text{Sen}\beta ds \cong A_s ds \quad (\text{desprezando-se o termo de 2ª ordem}) \quad (E.44)$$

$$a_{r1} \approx a_r \quad h_{f1} \approx h_f \quad A_{r1} \approx A_r \quad A_{s1} \approx A_s \quad V_{s1} \approx V_{s2} \approx V_s \quad r_1 \approx r \quad (E.45)$$

Teremos então que:

$$\frac{QM}{V_C} = \rho_L V_s \frac{dV_s}{ds} \frac{V_C}{V_C} \Rightarrow \frac{QM}{V_C} = \rho_L V_s \frac{dV_s}{ds} \Rightarrow \frac{QM}{V_C} = \rho_L V_s V_s' \quad (E.46)$$

$$\frac{F_c}{V_C} = \rho_L \omega^2 r \text{Sen}\beta \frac{V_C}{V_C} \Rightarrow \frac{F_c}{V_C} = \rho_L \omega^2 r \text{Sen}\beta \quad (E.47)$$

$$\frac{F_a}{V_C} = \frac{1}{2} \rho_L f V_s^2 \frac{P}{A_s} \frac{ds}{ds} \Rightarrow \frac{F_a}{V_C} = \frac{1}{2} \rho_L f V_s^2 \frac{P}{A_s} \quad (E.48)$$

$$\frac{F_{p^*}}{V_C} = 0 \quad (E.49)$$

Fazendo:

$$dA_r = A_1 - A_2 \Rightarrow dA_r = a_{r1} dh_{f1} - da_{r1} h_{f1} \Rightarrow dA_r = a_r dh_f - da_r h_f \quad (E.50)$$

$$\frac{F_{\Delta p}}{V_C} = \frac{1}{2} \frac{\rho_L g h_f}{A_s ds} [a_r h_f - a_r h_f - (-a_r dh_f + da_r h_f)] \text{Sen}(\beta) + \frac{1}{2} \frac{\rho_L g dh_f}{A_s ds} [a_r h_f - a_r dh_f + da_r h_f] \text{Sen}(\beta) \quad (\text{E.51})$$

$$\frac{F_{\Delta p}}{V_C} = -\frac{1}{2} \frac{\rho_L g h_f}{A_s ds} [dA_r] \text{Sen}(\beta) + \frac{1}{2} \frac{\rho_L g dh_f}{A_s ds} [A_r + dA_r] \text{Sen}(\beta) \quad (\text{E.52})$$

$$\frac{F_{\Delta p}}{V_C} = \frac{1}{2} \frac{\rho_L g dh_f}{A_s ds} A_s - \frac{1}{2} \frac{\rho_L g h_f}{A_s ds} dA_s + \frac{1}{2} \frac{\rho_L g dh_f}{A_s ds} dA_s \quad (\text{E.53})$$

Desprezando os termos de segunda ordem teremos:

$$\frac{F_{\Delta p}}{V_C} = \frac{1}{2} \frac{\rho_L g dh_f}{A_s ds} A_s - \frac{1}{2} \frac{\rho_L g h_f}{A_s ds} dA_s \quad (\text{E.54})$$

Fazendo: $p = \frac{1}{2} \rho_L g h_f$ e $dp = \frac{1}{2} \rho_L g dh_f$ (E.55)

$$\frac{F_p}{V_C} = \frac{dp}{ds} - \frac{p}{A_s} \frac{dA_s}{ds} \quad (\text{E.56})$$

A equação final para a o filme de líquido escoando no canal será dada então por:

$$\rho_L V_s V_s' - \rho_L \omega^2 r \text{Sen}\beta = \frac{dp}{ds} - \frac{p}{A_s} \frac{dA_s}{ds} - \frac{1}{2} \rho_L f V_s^2 \frac{P}{A_s} \quad (\text{E.57})$$

onde: $V_s' = \frac{dV_s}{ds}$ (E.58)

Para termos a equação (E-57) em função apenas de s, precisaremos definir a relação geométrica entre r e s.

i) Obtenção de r em função de s

Da geometria do canal, podemos concluir que a relação entre dr e ds é dada por:

$$dr = ds \text{Sin}\beta \quad (\text{E.59})$$

A relação, portanto, entre r (raio do rotor) e s (comprimento do canal) poderá ser obtida da seguinte forma:

$$\int_0^s ds = \int_{r1}^r \frac{dr}{\text{Sin}\beta} \quad (\text{E.60})$$

Adotando-se uma variação linear de β ao longo de r, prática normal nos estudos sobre escoamento em bombas centrífugas, nós teremos que:

$$\beta = \beta_1 + \frac{\beta_2 - \beta_1}{r_2 - r_1}(r - r_1) \quad (\text{E.61})$$

Então a relação da derivada de β em relação à r será dada por:

$$\frac{d\beta}{dr} = \frac{\beta_2 - \beta_1}{r_2 - r_1} = C \quad \Rightarrow \quad dr = \frac{1}{C} d\beta \quad (\text{E.62})$$

Como em $r = r_1$, temos $\beta = \beta_1$, logo a equação (F-59) será dada por:

$$C \int_0^s ds = \int_{\beta_1}^{\beta} \frac{d\beta}{\text{Sin}\beta} \quad (\text{E.63})$$

Desenvolvendo obteremos que:

$$s = \frac{1}{C} \left[\text{Log} \left(\text{Tan} \frac{\beta}{2} \right) - \text{Log} \left(\text{Tan} \frac{\beta_1}{2} \right) \right] \quad (\text{E.64})$$

A partir da equação (F-62), para vários valores de r , teremos os valores de β e portanto os valores de s .

Para verificarmos se poderemos simplificar a equação (E-57) iremos analisar agora a ordem de grandeza dos seus componentes.

j) Análise da ordem de grandeza das variáveis

Vamos analisar agora a ordem de grandeza dos termos da equação (E-57) referentes ao atrito e pressão com relação ao termo centrífugo. Simplificadamente nós teremos que:

$$F_p = \left(\frac{1}{2} \rho_L g h \right) a_s h \quad F_c = \rho_L \omega^2 r a_s h s \quad (\text{E.65})$$

A relação entre F_p e F_c será dada portanto por:

$$\frac{F_p}{F_c} = \left(\frac{g h}{2 \omega^2 r s} \right) \quad (\text{E.66})$$

$$\text{considerando: } r \cong s \quad \Rightarrow \quad \frac{F_p}{F_c} = \left(\frac{g h}{2 \omega^2 r^2} \right) \quad (\text{E.67})$$

A relação entre F_a e F_c será dada portanto por:

$$\frac{F_a}{F_c} = \frac{f \rho_L V_s^2 (a_s + 2h) s}{2 \rho_L \omega^2 r a_s h s} \quad \Rightarrow \quad \frac{F_a}{F_c} \cong \frac{f V_s^2}{2 \omega^2 r h} \quad (\text{E.68})$$

Para efeito de comparação vamos considerar os seguintes valores numéricos obtidos no nosso experimento:

r: 0,040 m até 0,130 m

h: 0,012 m até 0,002 m

as: 0,011 m até 0,051

w: 40 rps até 104 rps

f: 0,001 até 0,005

vf: 4 m/s até 20 m/s

Substituindo teremos que:

$$\frac{F_p \max}{F_c \min} \approx 0,023 \quad (\text{E.69})$$

$$\text{ou ainda: } \frac{g h}{2\omega^2 r^2} \ll 1 \Rightarrow \omega \gg \frac{\sqrt{g h}}{r} \Rightarrow \omega \gg 4 \text{ rps} \quad (\text{E.70})$$

$$\frac{F_a \max}{F_c \min} \approx 7,8 \quad (\text{E.71})$$

$$\text{ou ainda: } \frac{f V_s^2}{2\omega^2 r h} \ll 1 \Rightarrow \omega \gg V_s \sqrt{\frac{f}{2r h}} \Rightarrow \omega \gg 112 \text{ rps (1070rpm)} \quad (\text{E.72})$$

Poderemos concluir portanto que, no nosso caso, onde ω varia de 40 a 104 rps, poderemos desprezar, na equação (E-57), os termos referentes ao efeito da pressão. Porém deveremos considerar o termo referente ao atrito viscoso. A equação do filme de líquido na região com escoamento estratificado será:

$$\rho_L V_s V_s' - \rho_L \omega^2 r \text{ Sen} \beta + \frac{1}{2} f \rho_L V_s^2 \left(\frac{2}{a_s} + \frac{V_s a_s}{Q_L} \right) = 0 \quad (\text{E.73})$$

k- Aplicação da equação para o regime estratificado

De acordo com o item anterior, os termos referentes a pressão poderão ser desprezados considerando os limites experimentais desse estudo, quando comparados com o efeito do campo centrífugo. Teremos, portanto, que a equação do filme de líquido é dada por:

$$\rho_L (V_s V_s' - \omega^2 r \text{ Sen} \beta) + \tau \frac{P}{A_s} = 0 \quad (\text{E.74})$$

Considerando que a relação entre o perímetro molhado na seção do canal (P) e a área da seção do escoamento (A_s) pode ser representada, pela largura do canal (a_s) e a altura do filme de líquido (h) e que essas variáveis são obtidas em função da vazão total de líquido (Q_L), do número de aletas (N_a) e da espessura das aletas (E_a) nós teremos que:

$$\frac{P}{A_s} = \frac{2}{a_s} + \frac{1}{h} ; \quad h = \frac{Q_L}{a_s V_s} ; \quad a_s = (2\pi r - N_a E_a) \text{Sen}\beta ; \quad \tau = f \frac{\rho_L V_s^2}{2} \quad (\text{E.75})$$

Logo, poderemos reescrever a equação (4.10) da seguinte forma:

$$\rho_L \left(V_s V_s' - \omega^2 r \text{Sen}\beta \right) + f_{\beta, \omega} \frac{\rho_L V_s^2}{2} \left(\frac{2}{a_s} + \frac{V_s a_s}{Q_L} \right) = 0 \quad (\text{E.76})$$

Para o valor de $f_{\beta, \omega}$ iremos considerar o fator de atrito de Blasius e as correções de Ito e Nanbu (1971) conforme indicado no Apêndice C (equação (C18)):

$$f_{\beta, \omega} = 0,076(\text{Re})^{-0,25} f_c f_r \quad \text{com} \quad \text{Re} = \frac{\rho_L V_s h}{\mu_L} \quad (\text{E.77})$$

onde: f_c : correção devido à curvatura do canal e f_r : correção devido à rotação

A equação (E.76) é da forma $V V' + A V^2 + B V^3 = C$. Como r e s tem uma relação geométrica, poderemos obter a variação de V ao longo de s, se considerarmos a seguinte condição de contorno:

$$V(s = s_1 = 0) = \frac{(Q_L + Q_G)}{A_{s1}} \quad \text{onde:} \quad A_{s1} = b_1 (2\pi r_1 - N_a E_a) \text{Sen}\beta_1 \quad (\text{E.78})$$

para Q_G : vazão de ar na entrada do canal , b: altura do canal em $r = r_1$, com o índice 1 se referindo a posição na entrada do canal.

Resolvendo através do *software* Mathematica (ver programas no Anexo III), obteremos a variação da velocidade do filme de líquido (V_s), de s_1 até s_2 , e em consequência, a variação da altura do filme de líquido (h) ao longo do canal do rotor, cuja solução está indicada na Figura E5, a seguir. Os valores de V_r , velocidade radial, ao longo de r ou de s, poderão ser obtidos algebricamente conforme indicado a seguir.

$$V_r = V_s \text{Sen}\beta \quad \text{e} \quad h = \frac{Q_L}{(2\pi r - N_a E_p) V_r} \quad (\text{E.79})$$

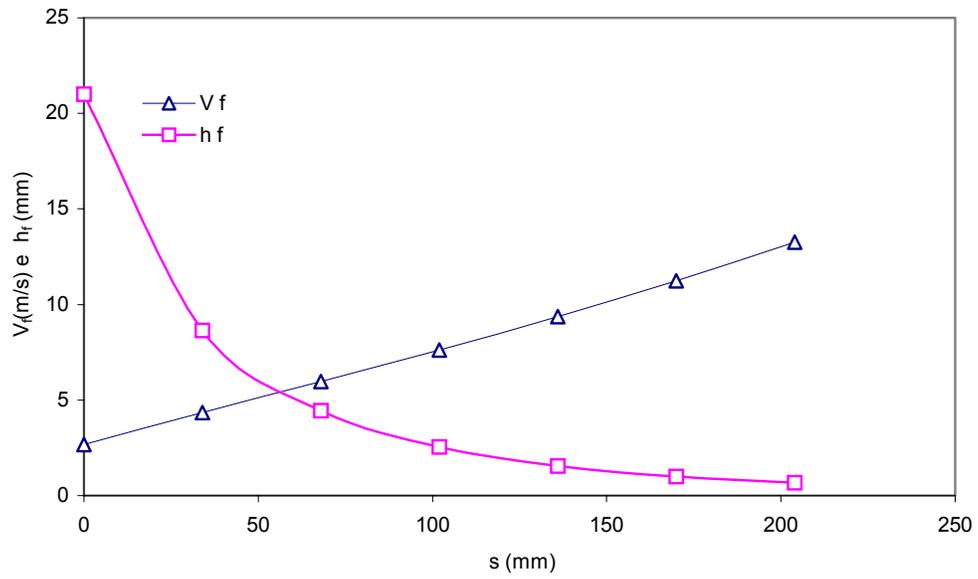


Figura E5 - Variação da velocidade (V_s) e da altura do filme de líquido (h) ao longo da bolha estacionária (valores para 1º estágio: 1000 rpm, $Ql=22.44 \text{ m}^3/\text{h}$)

Apêndice F

Correção da fração de vazio na parte ativa do rotor

Por definição, a razão de escorregamento (SR) (*slip ratio*) é dada por:

$$SR = \frac{V_G}{V_L} \Rightarrow SR = \frac{J_G/\alpha}{J_L/(1-\alpha)} \Rightarrow SR = \frac{(1-\alpha)J_G}{\alpha J_L} \Rightarrow SR = \frac{(1-\alpha)Q_G}{\alpha Q_L} \quad (F1)$$

onde: α : fração de vazio com escorregamento.

V_G : velocidade absoluta do gás

V_L : velocidade absoluta do líquido

J_G : velocidade superficial do gás

J_L : velocidade superficial do líquido

Ou seja:

$$\alpha = \frac{1}{\left(1 + \frac{Q_L}{Q_G} SR\right)} \quad (F2)$$

A fração de vazio sem escorregamento, ou homogênea (α_H) é dada por:

$$\alpha_H = \frac{Q_G}{Q_L + Q_G} \quad (F3)$$

Logo:

$$\frac{Q_L}{Q_G} = \frac{(1-\alpha_H)}{\alpha_H} \quad (F4)$$

Substituindo na equação (F2) obtém-se:

$$\alpha = \frac{1}{\left[1 + \frac{(1 - \alpha_H)}{\alpha_H} SR\right]} \quad (F5)$$

Precisamos agora definir SR para um escoamento onde estão atuando uma força centrífuga e uma força de arrasto. Teremos nesse caso uma aceleração da fase líquida maior que a da fase gás. Essa aceleração do líquido provoca uma reação na fase gás, em sentido contrário ao do movimento, criando como se fosse um “atraso” no escoamento da fase gás. Portanto, dado um volume de controle infinitesimal \mathcal{G}_B , a força centrífuga F_c é dada por:

$$F_c = \left[\alpha_H \rho_G \omega^2 r \sin \beta + (1 - \alpha_H) \rho_L \omega^2 r \sin \beta \right] \mathcal{G}_B \cong (1 - \alpha_H) \rho_L \omega^2 r \sin \beta \mathcal{G}_B \quad (F6)$$

Vamos ponderar essa força agindo sobre a fase líquida e sobre a fase gás do \mathcal{G}_B , de tal forma que:

$$F_{cG} = (1 - \alpha_H) \rho_L \omega^2 r \sin \beta \alpha_H \mathcal{G}_B \Rightarrow F_{cG} = \alpha_H (1 - \alpha_H) \rho_L \omega^2 r \sin \beta \mathcal{G}_B \quad (F7)$$

$$F_{cL} = (1 - \alpha_H) \rho_L \omega^2 r \sin \beta (1 - \alpha_H) \mathcal{G}_B \Rightarrow F_{cL} = (1 - \alpha_H)^2 \rho_L \omega^2 r \sin \beta \mathcal{G}_B \quad (F8)$$

Considerando que existe uma proporcionalidade entre a força centrífuga e a força de arrasto (que é definida por velocidade relativa com expoente 2), poderemos definir nesse caso, com base na equação (F1), uma razão de escorregamento (SR_c) como sendo dada por:

$$SR_c = \frac{F_{cL}^{0,5} - F_{cG}^{0,5}}{F_{cL}^{0,5}} \quad (F9)$$

ou:

$$SR_c = \frac{F_{cL} - F_{cG}}{F_{cL}} \quad (F9a)$$

ou seja:

$$SR_c = \frac{(1 - \alpha_H) - [\alpha_H (1 - \alpha_H)]^{0,5}}{(1 - \alpha_H)} \quad (F10)$$

$$SR_c = \frac{(1-2\alpha_H)}{(1-\alpha_H)} \quad (F10a)$$

Substituindo a equação (F10) na equação (F5), teremos que:

$$\alpha = \frac{1}{\left[1 + \frac{(1-\alpha_H)}{\alpha_H} \frac{(1-\alpha_H) - [\alpha_H(1-\alpha_H)]^{0,5}}{(1-\alpha_H)} \right]} \quad (F11)$$

Ou seja:

$$\alpha = \frac{\alpha_H}{1 - \sqrt{\alpha_H - \alpha_H^2}} \quad (F12)$$

Substituindo a equação (F10a) na equação (F5), teremos que:

$$\alpha = \frac{1}{\left[1 + \frac{(1-\alpha_H)}{\alpha_H} \frac{(1-2\alpha_H)}{(1-\alpha_H)} \right]} \quad (F13)$$

Ou seja:

$$\alpha = \frac{\alpha_H}{1 - \alpha_H} \quad (F14)$$

Analisando as equações podemos concluir que, quando $SR = 1$, a fração de vazio real é igual a fração de vazio homogênea. Ou seja, a fração de líquido estará escoando na mesma velocidade que a do gás. Se $SR = 0$, teremos que a fração de vazio real é máxima e unitária, indicando que só está escoando a fase gás. Dentro dessa faixa, precisaremos encontrar valores de fração de vazio real o mais próximo possível da obtida através da equação (F5), porém considerando a definição adotada para SR_c através das equações (F10) e (F10a).

A Figura F1, a seguir, mostra a variação de SR com a fração de vazio real e a Figura F2, mostra a relação entre a fração de vazio real e a fração de vazio homogênea com a atuação de um campo centrífugo.

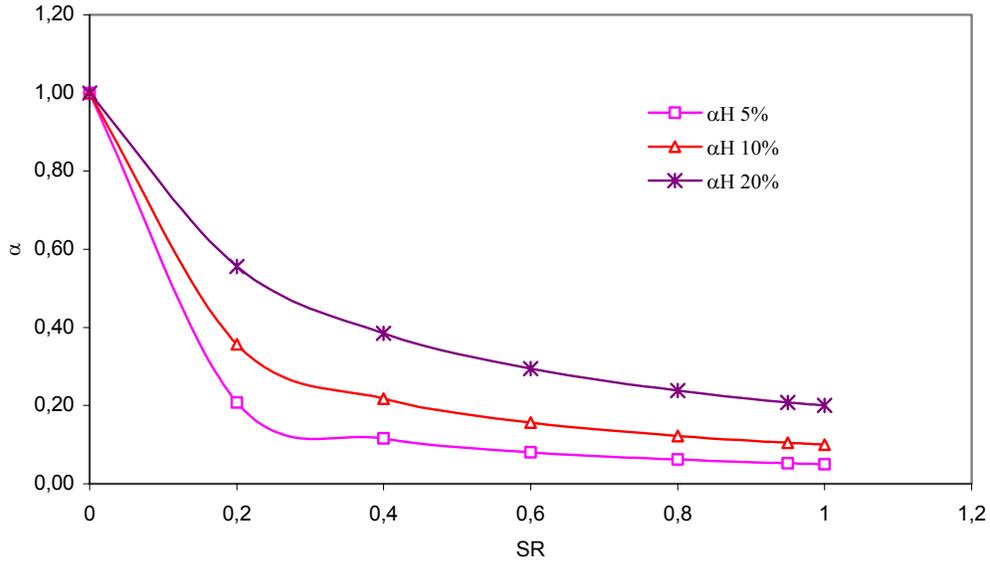


Figura F1- Variação da razão de escorregamento SR, com a fração de vazio

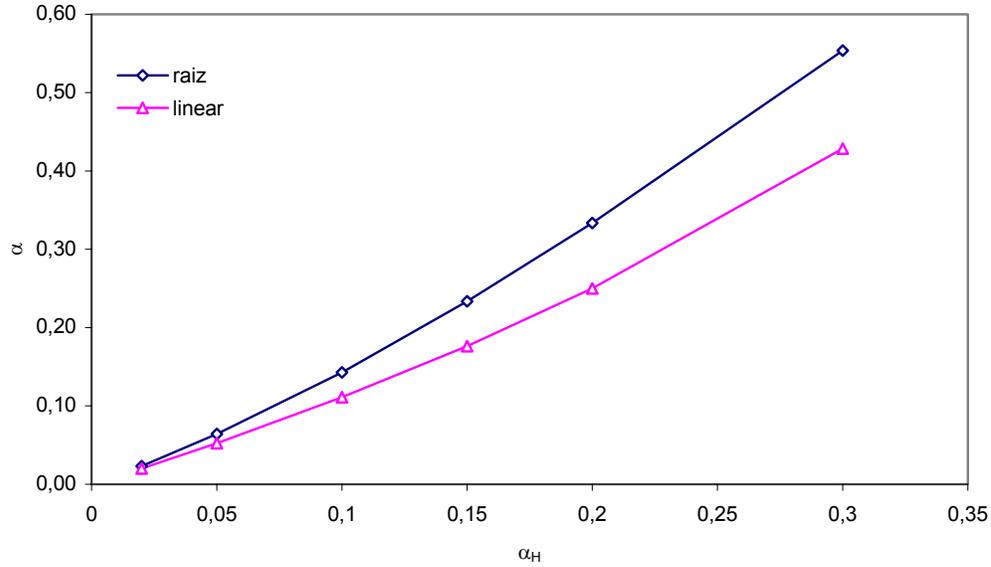


Figura F2- Variação da fração de vazio real com a fração de vazio homogênea em escoamento bifásico com a atuação de um campo centrífugo

Para definir se deveremos utilizar, como correção da fração de vazio homogêna, a abordagem linear (equação (F12)) ou raiz (equação (F11)), vamos considerar os resultados da Figura F3.

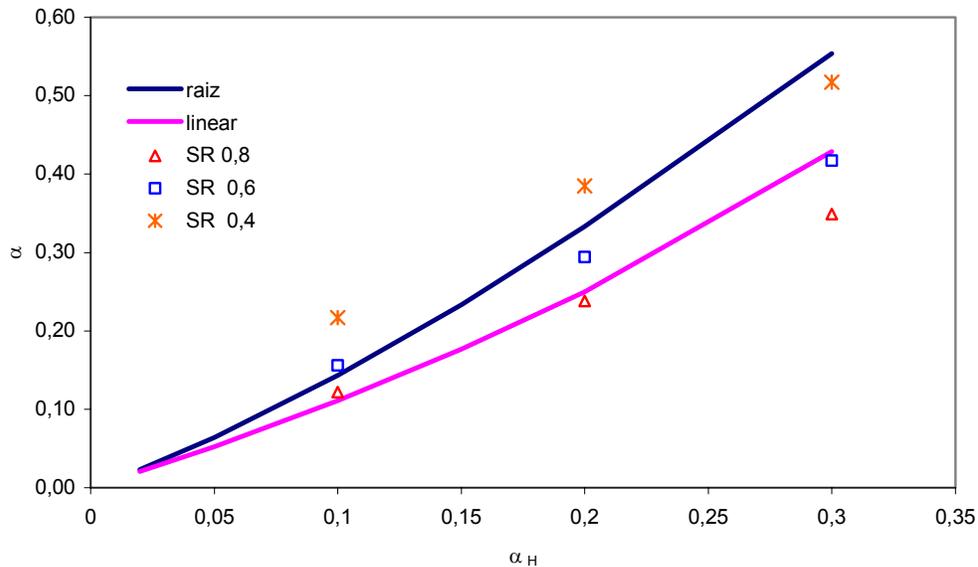


Figura F3- Comparação da variação da fração de vazio real com a fração de vazio homogêna em escoamento bifásico com a atuação de um campo centrífugo com resultados

Esses resultados indicam que, para frações de vazio altas, acima de 20%, será mais correto utilizarmos a abordagem raiz. Porém, para valores de fração de vazio mais baixas, como no nosso caso, com valores máximos em torno de 15%, fica mais coerente utilizarmos a abordagem linear, desde que consideremos valores de SR altos, acima de 0,7. Isso significa que teremos valores de fração de vazio real mais próximas dos valores homogêneos.

APÊNDICE G

COMPARAÇÃO COM MODELO DE INCIDÊNCIA DE JATOS

Como a visualização do escoamento no rotor transparente em escala mostrou que havia uma semelhança com a incidência de jatos em reservatórios abertos, resolvemos verificar se havia alguma comprovação numérica para esse fato. Considerando a teoria desenvolvida por Sene (1988), que estudou incidência de jatos sobre superfície livre, desenvolvemos metodologia para obter a variação da velocidade e altura do filme de líquido ao longo do canal do rotor, conforme indicado no Apêndice E. Calculamos então uma constante de proporcionalidade (K_p), que relaciona a vazão total de ar induzida pelo jato com a vazão de água e com o número de Froude centrífugo ($Fr_{\omega 2}$) para o filme de líquido, assim definidos:

$$K_p = \frac{\phi}{Fr_{\omega 2}} \quad \text{com: } Fr_{\omega 2} = \frac{V_f}{\sqrt{\omega^2 r_b h_f}} \quad \phi = \frac{Q_{Grem}}{Q_L} \quad (G1)$$

onde: V_f e h_f são a velocidade e altura do filme de líquido no final da bolha alongada

Comparamos o valor dessa constante K_p com a constante K_s obtida por Sene (1988). Uma boa aproximação entre esses resultados irá indicar se poderemos aproximar o nosso escoamento no canal do rotor com os modelos de incidência de jatos em reservatórios abertos. Em seu estudo, Sene (1988) correlacionou os valores de vazão de ar induzida pelo jato (Q_{Grem}) com o número de Froude (Fr) através de um fator limitante do escoamento K_s da seguinte forma:

$$K_s = \frac{\phi}{Fr_g^2} \quad \text{com } Fr_g = \frac{V_f}{\sqrt{g h_f}} \quad (G2)$$

onde: V_f : velocidade do filme de líquido; h_f : altura do filme de líquido no impacto;

Dependendo da turbulência do escoamento, segundo Sene, a equação (G2) pode ser aproximada por:

$$\phi \approx 0,004 Fr_g^2 \text{ (jatos com alta turbulência: } R_e = \frac{\rho_L V_f h_f}{\mu_L} > 15000) \quad (G3)$$

$$\phi \approx 0,0004 Fr_g^2 \text{ (jatos com baixa turbulência: } R_e = \frac{\rho_L V_f h_f}{\mu_L} < 10000) \quad (G4)$$

A comparação dos valores de K_p com K_s mostraram que os casos calculados não estão entre os limites 0,004 e 0,0004, conforme indicado na Figura G1. Se eliminarmos os valores correspondentes ao escoamento onde ocorre o bloqueio de gás, poderemos verificar que há pelo menos uma mesma ordem de grandeza para jatos com alta turbulência, de acordo com o caso que estudamos.

Concluimos portanto que, mesmo com a diferença de escoamento entre os dois experimentos (o nosso ocorre em canal fechado e com rotação), poderemos considerar essa aproximação no nosso modelo de tal forma que o valor da vazão de ar induzida pelo jato (Q_{Grem}) seja obtida através do valor de $K_s=0.004$. Iremos, nesse caso, como irá mostrar a Figura G2, obter valores de r_b menores que os obtidos considerando a distribuição de Minemura (1985), e obteremos portanto valores maiores de diferença de pressão no estágio.

Para o procedimento que considera a distribuição de bolhas na parte ativa do rotor, verificamos ainda que resultados obteríamos se considerássemos outras distribuições de bolhas obtidas em experimentos de outros autores. Bonetto e Lahey (1988) tem uma distribuição da forma:

$$\phi_s = \frac{Q_{Gr2}}{Q_T} = 1,145 d_{rb} - 0,145 \quad (G5)$$

onde: Q_{Gr2} - vazão volumétrica de gás que sai do canal do rotor; Q_T - vazão volumétrica total de gás na posição r2 (saída do canal); d_{rb} - diâmetro relativo definido pela razão entre diâmetro crítico e máximo de bolhas

Considerando a distribuição de Boneto e Lahey (1988) e os limites de Sene, podemos verificar a seguir, na Figura G2, que os resultados obtidos estão próximos e entre os limites de Sene. Como o percentual do volume de gás (ϕ_s) influencia diretamente a fração de vazio e portanto a densidade da mistura no trecho ativo do rotor, para diferentes valores de ϕ_s , iremos encontrar, para o caso Geral, tamanhos diferentes dessa parte ativa, para corresponder a uma mesma diferença de pressão medida no estágio. Para o caso do modelo simplificado, onde nada fica retido, ou seja, não há a região de remistura, com todas as bolhas saindo do canal, a fração volumétrica (ϕ_s) é igual a unidade. O tamanho da bolha estacionária obtido através do modelo simplificado será portanto o maior possível e deverá ser considerado como um fator limitante do processo. O valor de K_s de 0,004 é um outro limitante superior, ou seja, o tamanho da bolha estacionária será o menor possível, já que nesse caso, a fração de vazio será máxima na região de remistura, exigindo portanto um comprimento maior da parte ativa do rotor.

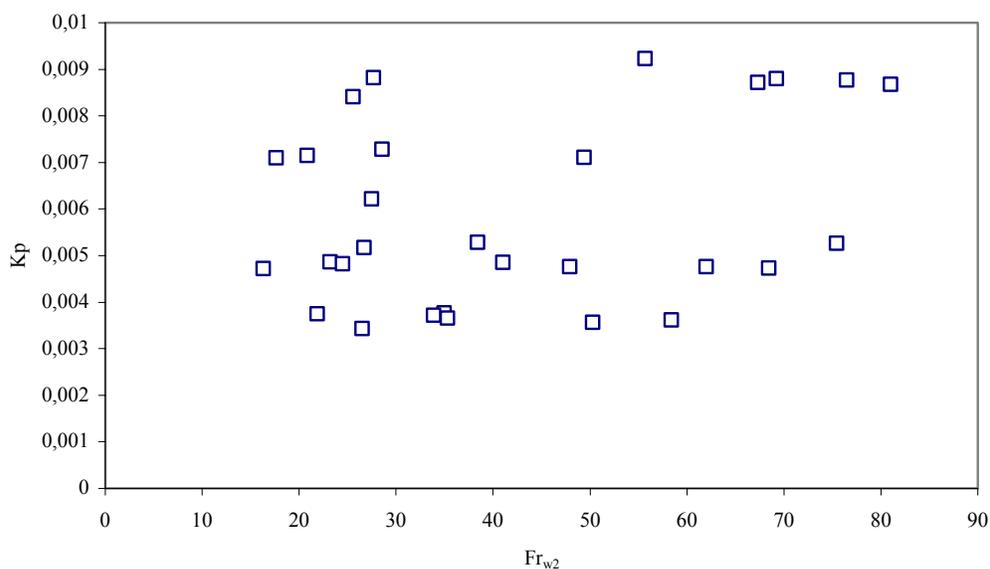


Figura G1- Escoamento bifásico - Variação de K_p com Froude centrífugo

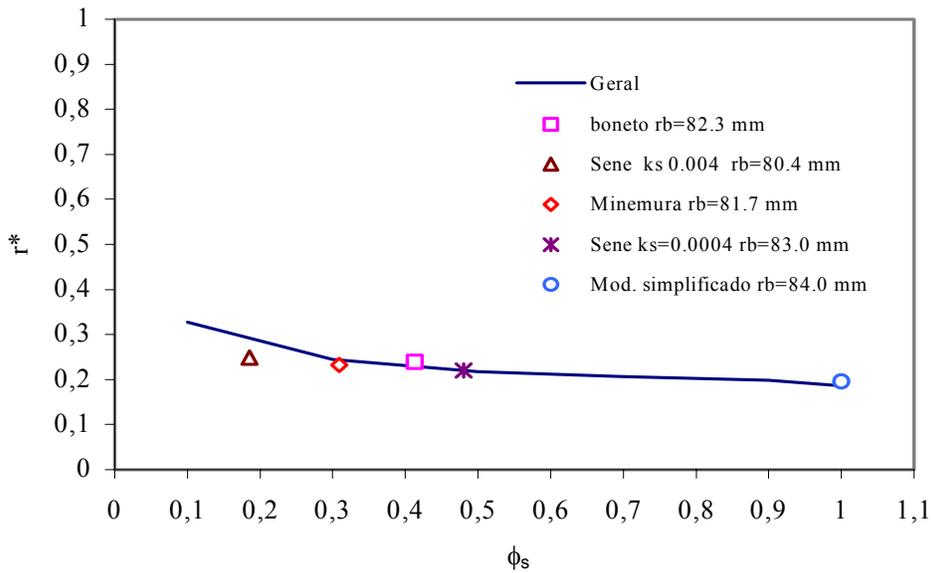


Figura G2- Escoamento bifásico-Variação do tamanho da bolha estacionária ($r^* = (r_2-r_b)/r_2$) com o percentual de gás na região de remistura (1º estágio, Ql: 14,34 m³/h, Qg: 1,968 m³/h 1000 rpm)

Para entendermos melhor o que se passa na saída do canal do rotor, definimos a variável Fr_{r2} :

$$Fr_{r2} = \frac{V_m^2}{\omega^2 r_2 d_{bc}} \quad (G6)$$

V_m - velocidade da mistura em r_2 e d_{bc} -diâmetro crítico da bolha na saída do canal

A Figura G3, a seguir, mostra a variação de Fr_{r2} com ϕ_s . Os pontos nulos, ou seja, aqueles onde todas as bolhas geradas pela incidência do jato saem do canal, não foram plotados

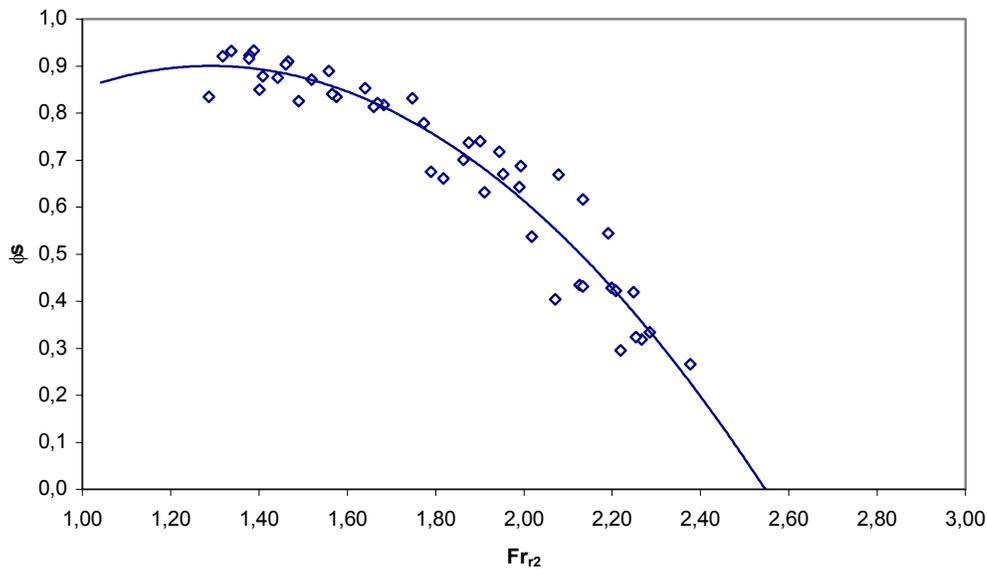


Figura G3 - Variação de Fr_{r2} com ϕ_s -1° e 2° estágios para toda a faixa de fração de vazio e rotação do rotor

A análise dos resultados confirma que fisicamente, o processo é o mesmo nos dois estágios, como deveria ocorrer. Além disso verificamos que, na medida em que o valor de Fr_{r2} aumenta (portanto diminui o valor de d_{bc}), o valor de ϕ_s diminui, ou seja, mais gás está ficando retido no canal do rotor. A suposição é que o processo do jato está gerando diâmetro de bolhas (db) maiores que o limite crítico db_c , e que portanto mais bolhas ficam retidas no canal.

Apêndice H

Análise de Erro na obtenção dos dados experimentais

H-1 Introdução

Iremos apresentar aqui uma análise dos prováveis erros cometidos quando da aquisição dos valores medidos em nosso experimento. Como toda medição de dados envolve erros, devido à calibração e à precisão dos instrumentos utilizados, esperamos obter, através dessa análise, qual é a confiabilidade dos dados experimentais adquiridos.

Pedroso (1997) considerou que a melhor combinação de incertezas (u_i) em relação à variáveis dependentes medidas (x_i), propagam um erro (u_{Ri}) em um resultado genérico R , que será obtido através da seguinte relação:

$$\delta R_i = \frac{\partial R}{\partial x_i} \delta x_i \quad (\text{H1})$$

Normalizando em R , nós teremos que:

$$\frac{\delta R_i}{R} = \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial x_i} \delta x_i = \frac{x_i}{R} \frac{\partial R}{\partial x_i} \frac{\delta x_i}{x_i} \quad (\text{H2})$$

Logo:

$$u_{Ri} = \frac{x_i}{R} \frac{\partial R}{\partial x_i} u_i \quad (\text{H3})$$

Se considerarmos porém, a improbabilidade de todas as variáveis x_i em R serem desfavoráveis ao mesmo tempo, mostra-se que a melhor combinação das incertezas será dada por:

$$u_R = \pm \left[\left(\frac{x_i}{R} \frac{\partial R}{\partial x_i} u_i \right)^2 + \dots + \left(\frac{x_n}{R} \frac{\partial R}{\partial x_n} u_n \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{H4})$$

H-2 Análise de Erros no Projeto Experimental

Para avaliarmos a influência dos erros de medição nos valores de altura de elevação, potência e eficiência calculados, temos que levar em consideração, em primeiro lugar, a precisão dos instrumentos utilizados e, em seguida, o erro cometido em cada variável que influencia cada um desses valores.

A precisão dos instrumentos utilizada nesse estudo é, de acordo com o catálogo dos fabricantes, a seguinte:

- variador de frequência: $\pm 2\%$ sobre a frequência indicada
- vortex: $\pm 1,5\%$ sobre a vazão medida
- sensor de pressão: $\pm 1\%$ do fundo de escala
- torquímetro: $\pm 1,5\%$ sobre o torque indicado
- sonda elétrica: $\pm 0,5\%$ sobre o valor indicado
- laminador de fluxo: $\pm 0,5\%$ sobre a vazão medida
- manômetro de tubo em U: $\pm 2\text{mm}$
- manômetro: $\pm 0,5\%$ sobre valor lido $\pm 2\text{mm}$

Iremos, a seguir, estimar o percentual de erro cometido nas seguintes variáveis: altura de elevação, potência e eficiência.

a) Altura de elevação

As variáveis envolvidas na sua determinação da altura de elevação são: J_G , Q_G , J_L , Q_L , ρ_L , ρ_G , α , ω , r , p_1 , p_2 . Vamos portanto verificar o erro cometido em cada uma delas para obtermos o erro cometido quando da obtenção da altura de elevação

a .1) J_G

Para obtermos a incerteza referente à velocidade superficial do gás (J_G) na entrada da bomba, nós teremos que considerar que ela é afetada pelos valores da temperatura (t) do escoamento, das pressões diferencial (P_{dif}) e absoluta (P_{abs}) medidas na placa de orifício, do tipo de laminador utilizado para a calibração da placa de orifício e da pressão medida na sucção da bomba (P_{suc}). Definindo J_G através de:

$$J_G = K \frac{\sqrt{h\rho_G}}{A} \frac{t}{298} \frac{P_{abs}}{P_{dif}} \quad (H5)$$

onde: K é uma constante de ajuste da placa de orifício; h é a altura de água no manômetro U, utilizado na calibração; ρ_G é a densidade do ar.

$$u_K = \frac{\delta K}{K} = 0,50\%$$

$$u_h = \frac{\delta h}{2h} = \frac{2}{2 \times 150} = 0,66\%$$

$$u_t = \frac{\delta T}{2T} = \frac{1}{2 \times 298} = 0,17\%$$

$$u_{P_{dif}} = \frac{\delta P_{dif}}{2P_{dif}} = \frac{1\% \text{ de } P_{dif}}{2P_{dif}} = \frac{1\% \times 1,5}{2 \times 0,2} = 3,50\%$$

$$u_{P_{abs}} = \frac{\delta P_{abs}}{2P_{abs}} = \frac{1\% \text{ de } P_{abs}}{2P_{abs}} = \frac{1\% \times 4,0}{2 \times 1,0} = 2,00\%$$

$$u_{P_{suc}} = \frac{\delta P_{suc}}{2P_{suc}} = \frac{1\% \text{ de } P_{suc}}{2P_{suc}} = \frac{1\% \times 2,0}{2 \times 0,6} = 1,67\%$$

Teremos portanto que:

$$u_{J_G} = \left[0,50^2 + 0,66^2 + 0,17^2 + 3,50^2 + 2,00^2 + 1,67^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 4,45\%$$

a.2) Q_G

Essa variável é função de J_G e A (área). Teremos portanto que:

$$u_A = \frac{2\delta r}{r} = \frac{2 \times 0,001}{2 \times 0,038} = 2,63\%$$

$$u_{Q_G} = \left[4,45^2 + 2,63^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 5,17\%$$

a.3) J_L

Essa variável é função de Q_L e A (área). Como Q_L é função apenas do erro cometido pelo medidor Vortex, teremos que:

$$u_{J_L} = \left[u_{vortex}^2 + u_r^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[1,5^2 + 2,63^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 3,95\%$$

a.4) ρ_L e ρ_G

O erro cometido em ρ_L é função da pressão p no canal do impelidor e ρ_G é função da pressão P e da temperatura t . Teremos portanto que:

$$u_{\rho_L} = u_P = 3,50\%$$

$$u_{\rho_G} = \left[u_P^2 + u_T^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[3,50^2 + 0,17^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 3,51\%$$

a.5) α

O erro cometido na medição da fração de vazios é função de J_L , J_G e da precisão da sonda elétrica. Teremos então que:

$$u_{\alpha} = \left[u_{J_g}^2 + u_{sonda}^2 + u_{J_L}^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[4,45^2 + 3,95^2 + 0,50^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 5,98\%$$

a.6) ω

O erro cometido com a variável ω será função do variador de frequência e do diâmetro do impelidor. Teremos portanto que:

$$u_{\omega} = \left[u_{variador}^2 + u_A^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[2,0^2 + 2,63^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 3,30\%$$

a.7)Total

Teremos que considerar agora, que o erro cometido na variável altura de elevação obtida irá variar conforme tivermos escoamento monofásico ou bifásico. Para bomba teste teremos que:

$$\begin{aligned} u_{mono} &= \left[u_{vortex}^2 + u_{\omega}^2 + u_{p1}^2 + u_{p2}^2 + u_{\rho_L} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \left[1,5^2 + 3,30^2 + 1,00^2 + 1,00^2 + 3,50^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 5,23\% \end{aligned}$$

$$u_{Bifásico} = \left[u_{vortex}^2 + u^2_{\omega R} + u^2_{p1} + u^2_{p2} + u^2_{\alpha} + u^2_{\rho_G} + u^2_{\rho_L} \right]^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left[1,5^2 + 3,30^2 + 1,00^2 + 1,00^2 + 5,98^2 + 3,50^2 + 3,51^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 6,76\%$$

No caso da bomba *booster*, como só teremos escoamento monofásico e há apenas um sensor de pressão efetuando as medidas, o valor do erro será da ordem de 5.10%.

b) Potência (BHP)

A potência útil BHP é função das variáveis QL altura de elevação, ρ e α . Teremos então que o erro cometido no escoamento bifásico será dado por:

$$u_{BHP} = \left[u^2_{QL} + u^2_{a.elevação} + u^2_{\rho l} + u^2_{\rho_G} + u^2_{Q_G} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[1,5^2 + 6,76^2 + 3,50^2 + 3,51^2 + 5,17^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 9,96\%$$

No caso do escoamento monofásico o erro será da ordem de 6,47%.

c) Eficiência (η)

A Eficiência é definida pela relação entre a potência útil (BHP) e a potência fornecida no eixo, que é função do Torque T e da rotação ω . Teremos então que o erro cometida nessa variável será dado por:

$$u_{\eta} = \left[u^2_{BHP} + u^2_{Torq.} + u^2_{\omega} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[9,96^2 + 1,5^2 + 3,3^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 10,60\%$$

Se considerarmos o escoamento monofásico teremos um erro da ordem de 7,41%.

O Tabela abaixo resume os erros a serem considerados nos valores das curvas de desempenho da bomba teste.

Tabela H-1 – Erros Experimentais

Tipo de Curvas	Erro Monofásico (%)	Erro Bifásico (%)
Altura de elevação x Q_L	5,23	6,76
Potência x Q_L	6,47	9,96
Eficiência x Q_L	7,41	10,60
$H^* \times Q^*$	9,28	11,45
$BHP^* \times Q^*$	10,79	13,71
$\eta \times Q^*$	12,10	17,86

Apêndice H

Análise de Erro na obtenção dos dados experimentais

H-1 Introdução

Iremos apresentar aqui uma análise dos prováveis erros cometidos quando da aquisição dos valores medidos em nosso experimento. Como toda medição de dados envolve erros, devido à calibração e à precisão dos instrumentos utilizados, esperamos obter, através dessa análise, qual é a confiabilidade dos dados experimentais adquiridos.

Pedroso (1997) considerou que a melhor combinação de incertezas (u_i) em relação à variáveis dependentes medidas (x_i), propagam um erro (u_{Ri}) em um resultado genérico R , que será obtido através da seguinte relação:

$$\delta R_i = \frac{\partial R}{\partial x_i} \delta x_i \quad (\text{H1})$$

Normalizando em R , nós teremos que:

$$\frac{\delta R_i}{R} = \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial x_i} \delta x_i = \frac{x_i}{R} \frac{\partial R}{\partial x_i} \frac{\delta x_i}{x_i} \quad (\text{H2})$$

Logo:

$$u_{Ri} = \frac{x_i}{R} \frac{\partial R}{\partial x_i} u_i \quad (\text{H3})$$

Se considerarmos porém, a improbabilidade de todas as variáveis x_i em R serem desfavoráveis ao mesmo tempo, mostra-se que a melhor combinação das incertezas será dada por:

$$u_R = \pm \left[\left(\frac{x_i}{R} \frac{\partial R}{\partial x_i} u_i \right)^2 + \dots + \left(\frac{x_n}{R} \frac{\partial R}{\partial x_n} u_n \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{H4})$$

H-2 Análise de Erros no Projeto Experimental

Para avaliarmos a influência dos erros de medição nos valores de altura de elevação, potência e eficiência calculados, temos que levar em consideração, em primeiro lugar, a precisão dos instrumentos utilizados e, em seguida, o erro cometido em cada variável que influencia cada um desses valores.

A precisão dos instrumentos utilizada nesse estudo é, de acordo com o catálogo dos fabricantes, a seguinte:

- variador de frequência: $\pm 2\%$ sobre a frequência indicada
- vortex: $\pm 1,5\%$ sobre a vazão medida
- sensor de pressão: $\pm 1\%$ do fundo de escala
- torquímetro: $\pm 1,5\%$ sobre o torque indicado
- sonda elétrica: $\pm 0,5\%$ sobre o valor indicado
- laminador de fluxo: $\pm 0,5\%$ sobre a vazão medida
- manômetro de tubo em U: $\pm 2\text{mm}$
- manômetro: $\pm 0,5\%$ sobre valor lido $\pm 2\text{mm}$

Iremos, a seguir, estimar o percentual de erro cometido nas seguintes variáveis: altura de elevação, potência e eficiência.

a) Altura de elevação

As variáveis envolvidas na sua determinação da altura de elevação são: J_G , Q_G , J_L , Q_L , ρ_L , ρ_G , α , ω , r , p_1 , p_2 . Vamos portanto verificar o erro cometido em cada uma delas para obtermos o erro cometido quando da obtenção da altura de elevação

a .1) J_G

Para obtermos a incerteza referente à velocidade superficial do gás (J_G) na entrada da bomba, nós teremos que considerar que ela é afetada pelos valores da temperatura (t) do escoamento, das pressões diferencial (P_{dif}) e absoluta (P_{abs}) medidas na placa de orifício, do tipo de laminador utilizado para a calibração da placa de orifício e da pressão medida na sucção da bomba (P_{suc}). Definindo J_G através de:

$$J_G = K \frac{\sqrt{h\rho_G}}{A} \frac{t}{298} \frac{P_{abs}}{P_{dif}} \quad (H5)$$

onde: K é uma constante de ajuste da placa de orifício; h é a altura de água no manômetro U, utilizado na calibração; ρ_G é a densidade do ar.

$$u_K = \frac{\delta K}{K} = 0,50\%$$

$$u_h = \frac{\delta h}{2h} = \frac{2}{2 \times 150} = 0,66\%$$

$$u_t = \frac{\delta T}{2T} = \frac{1}{2 \times 298} = 0,17\%$$

$$u_{P_{dif}} = \frac{\delta P_{dif}}{2P_{dif}} = \frac{1\% \text{ de } P_{dif}}{2P_{dif}} = \frac{1\% \times 1,5}{2 \times 0,2} = 3,50\%$$

$$u_{P_{abs}} = \frac{\delta P_{abs}}{2P_{abs}} = \frac{1\% \text{ de } P_{abs}}{2P_{abs}} = \frac{1\% \times 4,0}{2 \times 1,0} = 2,00\%$$

$$u_{P_{suc}} = \frac{\delta P_{suc}}{2P_{suc}} = \frac{1\% \text{ de } P_{suc}}{2P_{suc}} = \frac{1\% \times 2,0}{2 \times 0,6} = 1,67\%$$

Teremos portanto que:

$$u_{J_G} = \left[0,50^2 + 0,66^2 + 0,17^2 + 3,50^2 + 2,00^2 + 1,67^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 4,45\%$$

a.2) Q_G

Essa variável é função de J_G e A (área). Teremos portanto que:

$$u_A = \frac{2\delta r}{r} = \frac{2 \times 0,001}{2 \times 0,038} = 2,63\%$$

$$u_{Q_G} = \left[4,45^2 + 2,63^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 5,17\%$$

a.3) J_L

Essa variável é função de Q_L e A (área). Como Q_L é função apenas do erro cometido pelo medidor Vortex, teremos que:

$$u_{J_L} = \left[u_{vortex}^2 + u_r^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[1,5^2 + 2,63^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 3,95\%$$

a.4) ρ_L e ρ_G

O erro cometido em ρ_L é função da pressão p no canal do impelidor e ρ_G é função da pressão P e da temperatura t . Teremos portanto que:

$$u_{\rho_L} = u_P = 3,50\%$$

$$u_{\rho_G} = \left[u_P^2 + u_T^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[3,50^2 + 0,17^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 3,51\%$$

a.5) α

O erro cometido na medição da fração de vazios é função de J_L , J_G e da precisão da sonda elétrica. Teremos então que:

$$u_{\alpha} = \left[u_{J_g}^2 + u_{sonda}^2 + u_{J_L}^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[4,45^2 + 3,95^2 + 0,50^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 5,98\%$$

a.6) ω

O erro cometido com a variável ω será função do variador de frequência e do diâmetro do impelidor. Teremos portanto que:

$$u_{\omega} = \left[u_{variador}^2 + u_A^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[2,0^2 + 2,63^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 3,30\%$$

a.7)Total

Teremos que considerar agora, que o erro cometido na variável altura de elevação obtida irá variar conforme tivermos escoamento monofásico ou bifásico. Para bomba teste teremos que:

$$\begin{aligned} u_{mono} &= \left[u_{vortex}^2 + u_{\omega}^2 + u_{p1}^2 + u_{p2}^2 + u_{\rho_L} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \left[1,5^2 + 3,30^2 + 1,00^2 + 1,00^2 + 3,50^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 5,23\% \end{aligned}$$

$$u_{Bifásico} = \left[u_{vortex}^2 + u^2_{\omega R} + u^2_{p1} + u^2_{p2} + u^2_{\alpha} + u^2_{\rho_G} + u^2_{\rho_L} \right]^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left[1,5^2 + 3,30^2 + 1,00^2 + 1,00^2 + 5,98^2 + 3,50^2 + 3,51^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 6,76\%$$

No caso da bomba *booster*, como só teremos escoamento monofásico e há apenas um sensor de pressão efetuando as medidas, o valor do erro será da ordem de 5.10%.

b) Potência (BHP)

A potência útil BHP é função das variáveis QL altura de elevação, ρ e α . Teremos então que o erro cometido no escoamento bifásico será dado por:

$$u_{BHP} = \left[u^2_{QL} + u^2_{a.elevação} + u^2_{\rho l} + u^2_{\rho_G} + u^2_{Q_G} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[1,5^2 + 6,76^2 + 3,50^2 + 3,51^2 + 5,17^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 9,96\%$$

No caso do escoamento monofásico o erro será da ordem de 6,47%.

c) Eficiência (η)

A Eficiência é definida pela relação entre a potência útil (BHP) e a potência fornecida no eixo, que é função do Torque T e da rotação ω . Teremos então que o erro cometida nessa variável será dado por:

$$u_{\eta} = \left[u^2_{BHP} + u^2_{Torq.} + u^2_{\omega} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[9,96^2 + 1,5^2 + 3,3^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 10,60\%$$

Se considerarmos o escoamento monofásico teremos um erro da ordem de 7,41%.

O Tabela abaixo resume os erros a serem considerados nos valores das curvas de desempenho da bomba teste.

Tabela H-1 – Erros Experimentais

Tipo de Curvas	Erro Monofásico (%)	Erro Bifásico (%)
Altura de elevação x Q_L	5,23	6,76
Potência x Q_L	6,47	9,96
Eficiência x Q_L	7,41	10,60
$H^* \times Q^*$	9,28	11,45
$BHP^* \times Q^*$	10,79	13,71
$\eta \times Q^*$	12,10	17,86

Anexo I

Tabelas

TABELA I-1
CALIBRAÇÃO DE SENSORES

Pontos	Bomba Booster		Sucção/1º Estágio		1º / 2º Estágio		2º Est, / Descarga	
Nº, Ponto	Pressão Diferencial (bar)	Voltagem (volt)						
1	0,0	1,07	0,0	1,07	0,0	1,07	0,0	1,07
2	0,5	2,17	0,5	2,05	0,5	2,04	1,0	2,09
3	1,0	3,28	1,0	3,18	1,0	3,15	2,0	3,18
4	1,5	4,49	2,0	5,34	2,0	5,34	4,0	5,34

Pontos	Placa de ar		Placa de ar		Vortex		Torquímetro	
Nº, Ponto	Pressão Diferencial (bar)	Voltagem (volt)	Pressão Absoluta (bar)	Voltagem (volt)	Vazão de água (m3/h)	Voltagem (volt)	Torque (Lbf,in)	Voltagem (volt)
1	0,0	1,07	1,0	1,07	1,0	1,18	0	0,0
2	1,0	3,99	1,7	2,52	10,8	2,24	100	2,0
3	1,2	4,58	2,0	3,16	16,0	2,80	300	6,0
4	1,5	5,36	3,0	5,36	22,0	3,44	500	10,0

Tabela I- 2

Calibração Placa de Orifício - Linha de Ar

Laminador Mod, 50 MT10 Tipo 9
3,0921 CFM @ 8" H₂O - 70° F, 29,92" Hg Abs)

Orifício 2,5 pol,

Ponto	Pressão Dif, Laminador (mm H ₂ O)	Pressão Abs, Laminador (mm H ₂ O)	Temperatura (°C)	Pressão Dif, Placa (bar)	Pressão Abs, Placa (bar)
1	25,0	10360	22,5	0,023	1,056
2	45,0	10380	22,5	0,066	1,112
3	67,0	10402	22,4	0,151	1,219
4	123,0	10458	22,4	0,373	1,507
5	157,0	10492	22,5	0,543	1,735
6	191,0	10526	22,5	0,727	1,977

Orifício 1,6 pol,

Ponto	Pressão Dif, Laminador (mm H ₂ O)	Pressão Abs, Laminador (mm H ₂ O)	Temperatura (°C)	Pressão Dif, Placa (bar)	Pressão Abs, Placa (bar)
1	20,0	10352	22,5	0,072	1,101
2	30,0	10362	22,5	0,159	1,196
3	42,0	10374	22,5	0,315	1,362
4	53,0	10385	22,5	0,452	1,508
5	67,0	10397	22,5	0,646	1,713
6	87,0	10419	22,5	0,968	2,062
7	100,0	10432	22,5	1,194	2,311
8	112,0	10444	22,5	1,368	2,502

Orifício 1,2 pol,

Ponto	Pressão Dif, Laminador (mm H ₂ O)	Pressão Abs, Laminador (mm H ₂ O)	Temperatura (°C)	Pressão Dif, Placa (bar)	Pressão Abs, Placa (bar)
1	10,0	10342	22,5	0,053	1,082
2	15,0	10347	22,5	0,148	1,173
3	20,0	10352	22,5	0,251	1,282
4	30,0	10362	22,5	0,477	1,519
5	41,0	10373	22,5	0,798	1,836
6	56,0	10388	22,5	1,285	2,335
7	59,0	10391	22,5	1,428	2,474

TABELA I-3

Aferição Bomba Booster

Rotação (rpm)	Ql (m ³ /h)	ΔP (bar)
765	5,95	0,224
835	7,81	0,265
865	9,35	0,283
1110	15,05	0,459
1320	15,72	0,656
1320	16,46	0,654
1710	20,42	1,105
1710	22,24	1,100

Aferição Bomba Teste

Booster rpm	Teste rpm	Ql m ³ /h	Psuc bar	ΔP1 bar	ΔP2 bar	Prec bar	Torque lb,in	P,hid w	P,eixo w	Efic %
60	600	10,68	-0,358	0,224	0,361	0,227	47,6	173,3	332,4	52,1
510	600	12,81	-0,516	0,254	0,323	0,261	50,1	205,1	350,0	58,6
780	600	14,23	-0,247	0,262	0,309	0,314	51,8	221,6	362,4	61,2
1080	600	16,55	-0,154	0,244	0,306	0,386	53,6	248,3	374,7	66,2
1480	600	19,54	0,031	0,243	0,269	0,543	57,6	273,5	402,4	67,9
1200	660	19,75	-0,116	0,293	0,345	0,522	65,6	343,9	504,4	68,2
1500	700	23,03	0,035	0,313	0,350	0,698	76,9	416,3	627,6	66,3
1620	760	24,96	0,053	0,370	0,414	0,838	88,1	533,9	780,6	68,4
1710	800	26,68	0,037	0,393	0,450	0,880	98,3	613,4	916,1	66,9
1710	600	23,40	0,283	0,230	0,202	0,704	61,4	269,0	429,3	62,7
1710	500	22,24	0,388	0,152	0,116	0,656	45,8	164,0	266,8	61,5

TABELA I-4**Mapeamento da Fração de Vazio na entrada da Bomba**

Bomba Booster: 860 rpm Bomba Teste: 300 rpm

Seção Medida	Vazão de Água (m3/h)	Vazão de Ar (m3/h)	Pressão Sucção Bomba (bar)	Pressão Absoluta Placa Orifício (bar)	Fração de Vazios (%)
1	5,28	0,920	0,133	1,506	5,7
1	5,12	0,939	0,117	1,506	5,9
1	5,22	0,950	0,093	1,510	5,9
1	5,32	0,946	0,106	1,512	5,4
2	5,63	0,943	0,128	1,506	8,9
2	5,18	0,946	0,109	1,504	9,1
2	5,49	0,940	0,107	1,510	8,6
2	5,20	0,941	0,087	1,504	9,0
3	5,20	0,962	0,097	1,506	9,9
3	5,45	0,961	0,118	1,501	9,9
3	5,02	0,945	0,128	1,503	10,1
3	5,48	0,956	0,097	1,512	10,2

TABELA I-5

Mapeamento da Fração de Vazio na entrada da Bomba

Bomba Booster: 915 rpm Bomba Teste: 360 rpm

Seção Medida	Vazão de Água (m3/h)	Vazão de Ar (m3/h)	Pressão Sucção Bomba (bar)	Pressão Absoluta Placa Orifício (bar)	Fração de Vazios (%)
1	7,10	1,079	0,131	1,584	5,5
1	7,33	1,095	0,119	1,579	5,3
1	7,31	1,092	0,126	1,584	5,2
1	7,28	1,087	0,107	1,588	5,6
2	7,37	1,089	0,117	1,596	10,0
2	7,12	1,090	0,111	1,586	9,8
2	7,22	1,085	0,129	1,582	9,7
2	7,34	1,098	0,117	1,579	10,1
3	7,16	1,052	0,124	1,589	10,5
3	7,40	1,121	0,116	1,600	10,5
3	7,24	1,107	0,115	1,585	10,7
3	7,25	1,105	0,114	1,597	10,6

TABELA I-6**Mapeamento da Fração de Vazio na entrada da Bomba**

Bomba Booster: 1020 rpm Bomba Teste: 420 rpm

Seção Medida	Vazão de Água (m ³ /h)	Vazão de Ar (m ³ /h)	Pressão Sucção Bomba (bar)	Pressão Absoluta Placa Orifício (bar)	Fração de Vazios (%)
1	9,21	1,214	0,169	1,690	6,5
1	9,01	1,255	0,145	1,689	6,0
1	9,17	1,230	0,139	1,683	6,3
1	9,27	1,236	0,137	1,685	6,7
2	9,18	1,240	0,143	1,691	9,6
2	9,08	1,262	0,144	1,682	10,0
2	9,25	1,198	0,174	1,690	9,3
2	9,01	1,258	0,166	1,692	9,8
3	9,24	1,229	0,130	1,694	10,3
3	9,25	1,239	0,165	1,689	10,1
3	9,11	1,259	0,143	1,695	10,5
3	9,00	1,253	0,155	1,689	10,4

TABELA I-7**Mapeamento da Fração de Vazio na entrada da Bomba**

Bomba Booster: 1110 rpm Bomba Teste: 480 rpm

Seção Medida	Vazão de Água (m3/h)	Vazão de Ar (m3/h)	Pressão Sucção Bomba (bar)	Pressão Absoluta Placa Orifício (bar)	Fração de Vazios (%)
1	10,65	1,528	0,191	1,848	6,7
1	10,95	1,552	0,179	1,842	6,4
1	10,84	1,536	0,184	1,841	6,8
1	10,84	1,531	0,184	1,829	6,1
2	10,90	1,510	0,215	1,840	9,2
2	10,75	1,504	0,177	1,837	9,9
2	10,72	1,539	0,178	1,847	9,5
2	10,90	1,534	0,172	1,839	10,1
3	10,90	1,533	0,182	1,833	11,6
3	10,89	1,606	0,143	1,848	11,8
3	10,82	1,524	0,204	1,850	11,2
3	10,76	1,536	0,195	1,839	11,4

TABELA I-8**Mapeamento da Fração de Vazio na entrada da Bomba**

Bomba Booster: 1050 rpm Bomba Teste: 400 rpm

Seção Medida	Vazão de Água (m3/h)	Vazão de Ar (m3/h)	Pressão Sucção Bomba (bar)	Pressão Absoluta Placa Orifício (bar)	Fração de Vazios (%)
1	10,68	1,079	0,165	1,590	3,3
1	10,72	1,038	0,132	1,592	3,6
1	10,69	1,109	0,121	1,595	3,8
1	10,56	1,068	0,144	1,597	3,2
2	10,68	1,048	0,166	1,593	7,4
2	10,72	1,060	0,135	1,599	7,0
2	10,61	1,039	0,141	1,592	7,2
2	10,61	1,032	0,145	1,586	7,4
3	10,79	1,038	0,136	1,595	8,3
3	10,60	1,041	0,149	1,586	7,7
3	10,70	1,054	0,150	1,586	8,3
3	10,69	1,073	0,124	1,589	7,6

TABELA I-9**Mapeamento da Fração de Vazio na entrada da Bomba**

Bomba Booster: 1140 rpm Bomba Teste: 400 rpm

Seção Medida	Vazão de Água (m3/h)	Vazão de Ar (m3/h)	Pressão Sucção Bomba (bar)	Pressão Absoluta Placa Orifício (bar)	Fração de Vazios (%)
1	15,13	2,127	0,377	2,319	5,8
1	15,35	2,126	0,379	2,307	5,4
1	15,41	2,126	0,400	2,321	5,7
1	15,42	2,124	0,395	2,316	5,6
2	15,10	2,071	0,379	2,313	9,5
2	15,40	2,125	0,380	2,310	9,3
2	15,15	2,119	0,388	2,319	9,4
2	15,42	2,059	0,414	2,309	9,9
3	15,25	2,077	0,392	2,299	10,8
3	15,15	2,080	0,383	2,288	11,4
3	15,26	1,932	0,386	2,264	10,7
3	15,53	1,899	0,379	2,221	10,3

TABELA I-10**Mapeamento da Fração de Vazio na entrada da Bomba**

Bomba Booster: 860 rpm Bomba Teste: 420 rpm

Seção Medida	Vazão de Água (m ³ /h)	Vazão de Ar (m ³ /h)	Pressão Sucção Bomba (bar)	Pressão Absoluta Placa Orifício (bar)	Fração de Vazios (%)
1	5,75	1,036	0,091	1,513	5,8
1	6,07	1,012	0,115	1,515	6,8
1	5,91	1,031	0,111	1,509	7,1
1	6,12	1,011	0,087	1,516	5,8
2	6,01	1,016	0,087	1,514	10,0
2	6,21	0,996	0,088	1,495	9,3
2	5,99	1,027	0,072	1,515	9,9
2	6,22	1,056	0,093	1,551	10,3
3	6,15	1,113	0,102	1,562	11,6
3	5,95	1,117	0,109	1,560	11,3
3	5,91	1,134	0,097	1,564	10,7
3	5,81	1,092	0,101	1,554	11,0

TABELA I-11

Mapeamento da Fração de Vazio na entrada da Bomba

Bomba Booster: 1710 rpm Bomba Teste: 500 rpm

Seção Medida	Vazão de Água (m3/h)	Vazão de Ar (m3/h)	Pressão Sucção Bomba (bar)	Pressão Absoluta Placa Orifício (bar)	Fração de Vazios (%)
1	18,97	3,701	0,568	3,075	8,2
1	18,92	3,644	0,568	3,089	8,1
1	18,77	3,662	0,563	3,080	8,4
1	18,87	3,695	0,547	3,075	8,1
2	18,79	3,765	0,512	3,091	13,2
2	18,92	3,738	0,536	3,088	13,2
2	18,95	3,668	0,558	3,083	12,7
2	19,04	3,732	0,532	3,067	12,8
3	19,21	3,495	0,536	3,005	13,7
3	18,90	3,814	0,555	3,097	13,7
3	19,06	3,759	0,555	3,089	14,9
3	18,86	3,768	0,537	3,087	13,5

TABELA 1-12**Dados adquiridos Bomba Teste a 400 rpm**

Ql m3/h	Qg m3/h	Alfa %	Psuc bar	ΔP1 bar	ΔP2 bar	Prec bar	Pboos bar	Pdif bar	Pabs bar	Torqu Lb.in	P.Hi. w	P.eix w	Efic. %	boost rpm
7,79	-	-	,132	,141	,169	,178	,101	-	1,483	24,4	67,	115,	58,1	500
10,01	-	-	,074	,136	,154	,216	,191	-	1,478	25,6	79,	120,	65,3	700
11,82	-	-	,038	,134	,150	,246	,321	-	1,484	27,6	93,	130,	71,5	900
14,18	-	-	,074	,120	,139	,333	,491	-	1,479	28,9	102,	136,	74,5	1110
15,05	-	-	,120	,118	,123	,361	,567	-	1,477	29,3	100,	135,	72,7	1200
16,40	-	-	,191	,114	,104	,409	,681	-	1,485	30,0	99,	141,	70,0	1320
17,42	-	-	,249	,109	,093	,451	,782	-	1,486	30,4	97,	144,	67,4	1410
18,44	-	-	,297	,112	,084	,493	,880	-	1,482	30,0	95,	145,	65,9	1500
19,75	-	-	,367	,104	,066	,537	1,020	-	1,481	30,3	93,	143,	64,9	1620
20,79	-	-	,451	,095	,043	,589	1,138	-	1,490	27,9	79,	130,	58,5	1710
21,47	-	-	,515	,089	,024	,628	1,240	-	1,475	26,4	67,	125,	53,7	1800
11,22	,395	2,88	,025	,102	,138	,265	,315	,015	1,310	26,3	73,	124,	58,5	900
13,77	,436	2,60	,094	,106	,118	,328	,477	,040	1,439	27,3	83,	129,	64,1	1110
16,02	,515	2,64	,223	,083	,107	,413	,681	,105	1,629	26,9	82,	127,	64,8	1320
18,08	,589	2,67	,330	,069	,073	,472	,874	,154	1,801	28,9	69,	136,	53,6	1500
20,12	,712	2,89	,486	,063	,046	,595	1,124	,243	2,065	28,0	59,	132,	44,7	1710
21,13	,749	2,90	,555	,048	,026	,629	1,241	,271	2,175	25,1	42,	119,	35,7	1800
12,15	,738	4,86	,075	,086	,124	,285	,420	,016	1,369	27,0	67,	127,	52,9	1000
13,14	,753	4,59	,139	,072	,119	,330	,485	,027	1,430	26,9	68,	128,	52,3	1110
14,07	,849	4,83	,162	,071	,102	,335	,565	,055	1,528	27,1	64,	128,	50,3	1200
15,45	,913	4,72	,231	,069	,096	,396	,686	,081	1,634	27,8	67,	132,	51,2	1320
16,46	,976	4,74	,277	,067	,095	,439	,772	,099	1,723	28,5	70,	135,	51,5	1410
17,40	1,050	4,77	,347	,060	,075	,482	,879	,133	1,828	28,2	62,	134,	47,3	1500
18,95	1,126	4,75	,458	,059	,050	,567	1,015	,165	1,970	29,3	54,	138,	39,4	1620
19,99	1,188	4,75	,511	,047	,044	,602	1,135	,186	2,079	29,6	48,	140,	34,5	1710
20,88	1,232	4,72	,560	,038	,026	,624	1,258	,198	2,162	29,1	35,	137,	26,8	1800
10,38	1,063	7,87	,125	,060	,059	,244	,407	,119	1,591	21,3	31,	101,	31,2	1020
11,65	1,183	7,82	,172	,064	,039	,275	,484	,158	1,690	20,8	30,	98,	31,4	1110
12,92	1,272	7,64	,227	,068	,040	,335	,565	,187	1,790	23,5	35,	111,	31,7	1200
14,48	1,406	7,55	,274	,065	,037	,376	,687	,225	1,910	25,1	37,	118,	31,8	1320
15,58	1,546	7,64	,341	,062	,030	,433	,778	,271	2,035	26,0	38,	122,	30,1	1410
16,69	1,654	7,65	,383	,062	,058	,503	,877	,299	2,145	27,5	51,	129,	39,3	1500
18,52	1,853	7,71	,462	,057	,040	,559	1,035	,352	2,320	28,4	46,	133,	34,3	1620
19,64	1,934	7,60	,523	,052	,031	,606	1,119	,382	2,450	27,5	41,	129,	32,3	1710
20,41	1,982	7,51	,607	,038	,010	,655	1,257	,409	2,556	27,8	26,	131,	18,9	1800
9,27	1,267	10,19	,185	,045	,039	,269	,404	,184	1,720	17,8	19,	85,	23,6	1020
10,63	1,465	10,27	,202	,052	,048	,302	,485	,237	1,840	20,1	26,	94,	27,8	1110
12,03	1,660	10,28	,245	,058	,034	,337	,575	,291	1,842	20,5	27,	98,	27,9	1200
13,64	1,871	10,23	,310	,061	,029	,400	,685	,345	1,971	22,5	30,	106,	28,4	1320
14,87	2,048	10,26	,372	,053	,030	,455	,779	,391	2,155	23,1	31,	109,	28,0	1410
15,91	2,181	10,22	,439	,053	,018	,510	,882	,432	2,294	24,8	32,	117,	26,8	1500
17,74	2,466	10,34	,483	,050	,022	,555	1,025	,490	2,428	25,4	32,	120,	26,2	1620
18,99	2,613	10,25	,541	,038	,021	,600	1,120	,536	2,618	26,3	27,	124,	22,0	1710
20,16	2,731	10,11	,620	,037	,013	,670	1,253	,576	2,740	27,0	25,	129,	19,3	1800
9,07	1,968	15,11	,176	,039	,041	,256	,411	,353	2,002	19,1	17,	88,	19,2	1020
11,52	2,563	15,42	,262	,046	,034	,342	,558	,478	2,355	20,7	21,	97,	22,1	1200
14,51	3,195	15,30	,364	,054	,023	,441	,781	,610	2,501	22,5	26,	105,	24,6	1410
17,19	3,814	15,38	,494	,052	,013	,559	1,035	,760	3,080	24,0	25,	113,	23,1	1620
19,45	4,227	15,13	,626	,035	,014	,675	1,248	,976	3,095	24,5	22,	116,	19,1	1800

TABELA I-13
Dados adquiridos Bomba Teste a 500 rpm

Ql m3/h	Qg m3/h	Alfa %	Psuc bar	ΔP1 bar	ΔP2 bar	Prec bar	Pboos bar	Torque Lb.in	P.Hi d w	P.eix w	Efic. %	boost rpm
6,84	-	-	-,239	,187	,260	,209	,000	29,7	85,	178,	48,4	0
8,39	-	-	-,264	,183	,257	,177	,000	32,0	103,	188,	54,1	0
11,17	-	-	-,183	,182	,244	,243	,103	36,7	135,	217,	62,1	600
13,82	-	-	-,090	,178	,230	,319	,282	38,6	157,	227,	68,7	900
15,96	-	-	,005	,171	,206	,382	,447	40,2	167,	237,	70,6	1100
17,96	-	-	,112	,174	,184	,470	,647	42,2	178,	300,	59,5	1320
19,96	-	-	,220	,166	,163	,549	,833	44,3	179,	314,	57,1	1500
21,78	-	-	,390	,153	,120	,664	1,100	44,0	165,	309	53,0	1710
22,83	-	-	,443	,141	,104	,689	1,225	42,5	154,	301,	51,1	1800
10,37	,366	2,78	,332	,184	,234	,751	,617	37,0	118,	218,	54,2	1250
13,01	,407	2,58	-,052	,153	,211	,314	,323	35,2	129,	207,	61,8	900
15,07	,472	2,58	,045	,128	,185	,358	,468	35,7	127,	211,	60,3	1110
16,96	,523	2,53	,204	,085	,173	,462	,692	31,1	118,	201,	58,8	1320
18,89	,656	2,84	,285	,087	,156	,529	,870	35,6	123,	210,	58,9	1500
21,47	,716	2,73	,427	,079	,119	,625	1,126	35,8	114,	212,	54,1	1710
22,25	,730	2,69	,490	,074	,101	,665	1,243	38,7	104,	228,	45,7	1800
9,64	,733	4,50	-,064	,095	,205	,367	,292	32,0	75,	188,	39,9	790
12,65	,743	4,70	-,060	,129	,211	,281	,271	37,9	114,	211,	53,7	860
14,11	,836	4,74	,087	,100	,174	,360	,458	36,5	102,	215,	47,3	1110
16,48	,985	4,78	,204	,087	,143	,432	,656	37,1	99,	219,	45,7	1320
18,42	1,104	4,79	,296	,081	,147	,523	,844	38,7	110,	228,	48,2	1500
20,74	1,223	4,72	,444	,075	,121	,639	1,094	39,3	107,	232,	46,1	1710
21,88	1,279	4,69	,486	,072	,097	,655	1,210	41,1	98,	237,	40,9	1800
9,28	,945	7,83	,071	,069	,078	,225	,312	25,9	35,	152,	23,0	900
13,42	1,332	7,65	,212	,079	,065	,356	,530	30,5	49,	180,	27,4	1200
16,05	1,581	7,60	,289	,081	,082	,453	,749	33,9	67,	200,	33,4	1410
17,63	1,790	7,80	,352	,075	,097	,525	,851	35,7	78,	211,	37,0	1500
20,28	1,998	7,60	,493	,067	,096	,656	1,107	38,6	85,	228,	37,2	1710
21,51	2,086	7,65	,543	,063	,081	,687	1,222	39,9	77,	235,	33,1	1800
8,14	1,122	10,37	,126	,054	,060	,240	,307	22,3	23,	132,	17,5	900
11,41	1,528	10,42	,173	,071	,074	,317	,458	26,5	39,	155,	24,9	1110
13,95	1,954	10,42	,304	,070	,039	,413	,648	28,2	38,	164,	22,7	1320
16,41	2,283	10,34	,411	,065	,028	,506	,846	32,1	39,	189,	20,2	1500
19,25	2,688	10,39	,539	,063	,034	,635	1,100	35,3	46,	208,	22,3	1710
20,55	2,829	10,25	,569	,056	,053	,678	1,213	37,8	56,	222,	25,1	1800
9,41	2,030	15,03	,154	,060	,053	,268	,381	21,8	25,	129,	19,5	900
10,41	2,298	15,33	,186	,064	,055	,305	,452	23,2	29,	137,	21,1	1110
13,46	2,902	15,02	,311	,068	,028	,409	,655	26,2	31,	155,	20,0	1320
16,05	3,445	14,98	,423	,067	,021	,511	,843	29,4	33,	174,	19,1	1500
17,40	3,790	15,15	,502	,064	,015	,580	,991	29,7	32,	175,	18,3	1620

TABELA I-14**Dados adquiridos Bomba Teste a 600 rpm**

Ql m3/h	Qg m3/h	Alfa %	Psuc bar	ΔP1 bar	ΔP2 bar	Prec bar	Pboos bar	Torq ue Lb.in	P.Hid , w	P.eixo w	Efic. %	boost rpm
10,68	-	-	-,358	,235	,372	,249	,075	47,5	182,	332,	54,7	60
12,81	-	-	-,316	,268	,337	,289	,085	50,1	211,	350,	60,3	510
14,65	-	-	-,273	,253	,340	,319	,158	51,0	241,	362,	66,5	700
16,05	-	-	-,192	,262	,325	,394	,269	50,6	261,	359,	72,7	900
17,79	-	-	-,067	,245	,313	,491	,439	49,8	275,	354,	77,8	1110
21,08	-	-	,118	,238	,254	,610	,804	57,2	287,	406,	70,8	1470
23,16	-	-	,278	,219	,214	,710	1,080	59,2	278,	420,	66,2	1710
12,77	,418	2,68	-,241	,233	,306	,298	,068	49,1	185,	348,	53,5	500
14,10	,425	2,48	-,220	,248	,321	,350	,177	51,7	216,	365,	59,5	700
15,97	,498	2,56	-,114	,219	,305	,411	,337	55,0	227,	390,	58,0	950
19,03	,572	2,47	,132	,149	,269	,550	,691	54,7	215,	387,	55,4	1320
22,23	,711	2,62	,341	,139	,225	,705	1,111	56,5	219,	399,	54,8	1710
10,57	,537	4,10	-,010	,118	,135	,243	,269	36,1	70,	256,	27,7	810
14,31	,858	4,79	-,025	,122	,272	,369	,353	48,2	149,	342,	43,5	990
15,47	,863	4,48	,028	,126	,248	,402	,451	49,4	153,	350,	43,8	1110
17,36	,992	4,58	,124	,111	,229	,463	,699	49,9	156,	354,	44,1	1320
19,39	1,177	4,85	,265	,102	,217	,584	,846	51,5	158,	365,	43,1	1500
22,13	1,315	4,75	,376	,089	,206	,671	1,100	53,3	174,	371,	47,0	1710
11,02	1,107	7,74	,084	,100	,096	,263	,368	32,7	56,	264,	21,2	990
13,25	1,325	7,71	,140	,091	,100	,331	,445	36,2	63,	245,	25,6	1110
15,93	1,544	7,49	,217	,094	,136	,451	,659	44,1	92,	312,	29,9	1320
18,03	1,818	7,76	,301	,101	,146	,555	,857	47,1	112,	334,	33,4	1500
21,01	2,049	7,72	,453	,083	,159	,663	1,118	51,7	129,	363,	36,7	1710
10,19	1,406	10,28	,108	,082	,083	,257	,359	30,5	41,	215,	19,3	990
11,96	1,661	10,33	,147	,094	,082	,318	,460	32,4	52,	226,	22,9	1110
14,73	2,042	10,28	,256	,088	,088	,432	,650	37,5	64,	266,	24,2	1320
17,04	2,367	10,34	,353	,085	,079	,516	,852	40,3	69,	286,	24,5	1500
20,07	2,757	10,24	,479	,089	,090	,659	1,114	47,3	90,	336,	26,7	1710
9,13	2,014	15,32	,119	,074	,073	,266	,368	26,8	32,	190,	16,6	900
10,90	2,421	15,41	,215	,073	,070	,358	,454	29,0	37,	206,	17,8	1110
14,10	3,123	15,37	,308	,077	,059	,443	,670	33,1	45,	234,	19,1	1320
16,32	3,623	15,40	,394	,082	,050	,526	,853	35,4	51,	251,	20,1	1500
18,79	4,167	15,38	,547	,081	,026	,654	1,114	40,4	47,	287,	16,5	1710

TABELA I-15
Dados adquiridos Bomba Teste a 700 rpm

Ql m3/h	Qg m3/h	Alfa %	Psuc bar	ΔP1 bar	ΔP2 bar	Prec bar	Pboos bar	Torque Lb.in	P.Hi d w	P.eix w	Efic. %	boost rpm
12,90	-	-	-,324	,347	,481	,503	,027	60,3	296,	495,	59,3	450
15,53	-	-	-,405	,339	,453	,385	,002	66,1	341,	546,	62,3	600
17,06	-	-	-,338	,344	,430	,434	,141	68,8	367,	570,	64,3	720
19,13	-	-	-,219	,327	,409	,516	,348	72,7	390,	602,	65,8	1020
21,52	-	-	-,060	,319	,386	,644	,629	76,0	420,	629,	66,8	1320
23,21	-	-	,028	,316	,358	,704	,817	76,9	435,	638,	68,2	1500
25,73	-	-	,257	,289	,318	,863	1,205	78,1	433,	647,	67,0	1800
18,21	,498	2,44	-,293	,304	,429	,439	,179	69,1	333,	572,	58,2	750
19,22	,545	2,50	-,185	,286	,389	,491	,374	70,0	309,	583,	55,5	1020
20,39	,631	2,52	-,009	,230	,372	,594	,651	71,6	334,	593,	56,5	1320
20,87	,690	2,52	,095	,219	,363	,678	,844	73,4	349,	607,	57,5	1410
21,46	,766	2,62	,265	,194	,338	,797	1,102	74,1	343,	612,	56,1	1500
12,75	,761	4,77	,598	,169	,396	1,164	,966	59,4	177,	492,	42,5	750
16,23	,941	4,64	-,109	,148	,359	,397	,335	61,8	218,	512,	43,4	1020
17,06	,977	4,59	-,070	,152	,364	,447	,444	64,9	233,	537,	44,5	1320
17,50	1,087	4,50	,046	,136	,340	,522	,641	66,3	244,	549,	43,9	1410
17,90	1,313	4,55	2,96	,123	,316	,614	,840	67,7	246,	560,	47,2	1500
12,03	1,218	7,68	,030	,129	,121	,280	,363	43,1	78,	357,	21,9	990
16,00	1,341	7,79	,112	,114	,157	,333	,456	44,7	75,	370,	20,3	1110
17,01	1,726	7,81	,130	,145	,189	,464	,647	57,7	144,	478,	30,2	1320
20,15	1,921	7,60	,238	,125	,212	,576	,840	60,9	169,	504,	33,4	1500
21,36	2,123	7,50	,379	,113	,245	,737	1,103	66,5	201,	550,	36,5	1710
9,43	1,446	10,24	,106	,092	,115	,312	,372	39,	54,	323,	16,8	990
11,03	1,712	10,33	,148	,097	,102	,347	471,	41,6	61,	345,	17,7	1110
15,52	2,206	10,37	,261	,093	,122	,477	,643	48,5	85,	402,	21,1	1320
17,83	2,523	10,51	,313	,113	,135	,561	,851	52,8	110,	437,	25,2	1500
20,58	2,877	10,40	,450	,109	,135	,694	1,091	57,8	125,	479,	26,1	1710
9,79	2,108	15,14	,107	,089	,091	,288	,375	34,2	41,	283,	14,6	990
11,82	2,599	15,27	,150	,084	,101	,335	,459	37,7	51,	313,	16,5	1110
14,75	3,241	15,44	,264	,094	,089	,447	,660	41,9	62,	347,	17,9	1320
17,62	3,753	15,32	,368	,100	,078	,545	,853	46,7	71,	386,	18,3	1500
19,90	4,247	15,16	,494	,091	,068	,653	1,109	50,1	72,	415,	17,6	1710

TABELA I-16**Dados adquiridos Bomba Teste a 800 rpm**

Ql m3/h	Qg m3/h	Alfa %	Psuc bar	ΔP1 bar	ΔP2 bar	Prec bar	Pboos bar	Torque Lb.in	P.Hi d w	P.eix w	Efic. %	boost rpm
14,19	-	-	-,354	,441	,625	,712	,048	76,3	419,	721,	58,2	1800
17,91	-	-	-,532	,433	,577	,478	,085	85,5	501,	809,	61,9	1710
19,35	-	-	-,460	,431	,554	,525	,153	86,5	529,	818,	64,7	1620
20,49	-	-	-,402	,428	,547	,573	,279	89,5	554,	842,	65,8	1500
21,89	-	-	-,321	,427	,526	,630	,439	92,9	578,	879,	65,7	1410
22,50	-	-	-,256	,417	,523	,688	,512	93,2	590,	881,	66,8	1320
23,31	-	-	-,184	,415	,510	,745	,649	93,9	601,	887,	67,7	1200
24,12	-	-	-,134	,413	,495	,780	,739	95,9	611,	907,	67,3	1110
24,86	-	-	-,070	,404	,490	,823	,840	97,3	616,	918,	67,0	900
25,86	-	-	,016	,400	,477	,893	,995	98,7	623,	933,	67,3	700
26,51	-	-	,070	,395	,449	,925	1,095	100,1	628,	947,	66,2	550
27,30	-	-	,147	,385	,435	,967	1,224	101,0	621,	959,	64,7	450
12,48	,438	2,87	-,060	,405	,584	,929	,286	76,5	332,	723,	46,0	860
14,68	,501	2,80	,360	,400	,561	1,321	,810	80,9	370,	765,	49,7	1110
17,74	,643	2,97	-,504	,416	,558	,469	,101	84,9	465,	804,	57,8	420
19,15	,601	2,57	-,418	,398	,547	,527	,155	89,1	489,	843,	58,1	720
19,78	,618	2,58	-,326	,360	,530	,564	,275	89,5	476,	847,	55,9	900
20,95	,637	2,50	-,247	,347	,516	,615	,443	91,5	478,	865,	56,4	1100
22,75	,704	2,54	-,121	,333	,489	,702	,641	93,1	506,	880,	57,5	1320
24,86	,796	2,63	,048	,308	,464	,821	,958	94,0	518,	887,	58,3	1590
25,79	,783	2,50	,159	,311	,457	,926	1,101	96,7	535,	916,	58,4	1710
26,82	,807	2,48	,213	,305	,432	,950	1,214	97,7	534,	923,	57,9	1800
14,44	,852	4,72	-,101	,238	,198	,335	,298	61,5	167,	584,	28,5	900
18,76	1,083	4,62	-,094	,182	,456	,546	,463	79,0	317,	747,	42,2	1110
20,66	1,236	4,79	-,031	,184	,447	,601	,658	81,0	345,	766,	44,9	1320
21,71	1,238	4,57	,051	,174	,435	,660	,746	82,8	349,	783,	44,7	1410
22,09	1,323	4,79	,119	,170	,425	,714	,855	82,9	346,	785,	44,3	1500
23,49	1,353	4,61	,197	,173	,409	,829	1,113	85,5	386,	808,	47,7	1710
25,01	1,491	4,77	,296	,160	402	,858	1,229	86,3	371,	816,5	45,5	1800
11,95	1,199	7,72	-,011	,155	,139	,290	,306	51,8	89,	490,	18,5	900
14,16	1,425	7,74	,085	,161	,141	,385	,480	54,4	108,	514,	21,2	1110
15,27	1,554	7,69	,092	,164	,161	,418	,556	59,4	130,	561,	23,2	1200
18,93	1,908	7,77	,175	,144	,255	,575	,768	70,7	193,	668,	28,9	1410
20,32	2,004	7,61	,231	,139	,267	,638	,874	72,7	211,	690,	30,7	1500
22,01	2,187	7,66	,261	,148	,300	,711	1,010	76,5	253,	723,	34,9	1620
22,97	2,323	7,79	,333	,142	,313	,788	1,128	78,5	267,	742,	36,0	1710
23,84	2,415	7,80	,395	,149	,309	,854	1,235	80,7	279,	763,	36,6	1800
10,05	1,294	10,3	,031	,121	,137	,288	,312	46,6	64,	441,	14,6	900
13,23	1,820	10,2	,126	,128	,117	,372	,467	50,1	81,	473,	17,1	1110
16,07	2,243	10,4	,219	,136	,138	,489	,679	54,3	107,	513,	20,8	1320
18,74	2,616	10,3	,304	,138	,166	,608	,878	63,6	142,	601,	23,5	1500
21,76	2,990	10,2	,413	,143	,201	,758	1,133	71,1	187,	673,	27,7	1710
22,63	3,135	10,3	,443	,130	,222	,795	1,251	74,0	197,	701,	28,2	1800
8,75	1,913	15,2	,074	,096	,087	,257	,293	38,9	41,	369,	11,3	800
12,65	2,727	15,2	,158	,098	,102	,382	,463	48,1	65,	449,	14,5	1110
14,62	3,182	15,1	,242	,116	,106	,467	,621	51,2	76,	484,	15,6	1290
17,62	3,883	15,3	,325	,113	,124	,592	,849	60,4	103,	569,	18,1	1500
20,58	4,459	15,1	,469	,126	,135	,720	1,103	65,8	125,	624,	18,6	1710

TABELA I-17
Dados adquiridos Bomba Teste a 900 rpm

Ql m3/h	Qg m3/h	Alfa %	Psuc bar	ΔP1 bar	ΔP2 bar	Prec bar	Pboos bar	Torque Lb.in	P.Hi d w	P.eix w	Efic. %	boost rpm
15,95	-	-	-,432	,549	,773	,891	,034	94,4	585,	1014,	58,3	450
20,22	-	-	-,699	,551	,718	,570	,037	105,1	713,	1118,	63,6	360
21,62	-	-	-,636	,555	,700	,618	,123	109,1	752,	1161,	64,8	720
23,86	-	-	-,451	,545	,673	,767	,428	114,3	805,	1216,	66,3	1110
24,73	-	-	-,411	,537	,663	,788	,507	115,5	823,	1229,	67,0	1200
25,54	-	-	-,334	,528	,645	,840	,623	117,0	831,	1243,	66,8	1320
26,10	-	-	-,266	,521	,634	,888	,719	118,1	837,	1257,	66,5	1410
26,85	-	-	-,207	,514	,620	,924	,815	119,4	829,	1271,	65,2	1500
27,64	-	-	-,125	,512	,608	,995	,969	120,2	859,	1278,	67,2	1620
28,36	-	-	-,044	,496	,589	1,040	1,076	121,9	853,	1297,	65,8	1710
29,01	-	-	-,003	,493	,568	1,062	1,186	122,1	857,	1299,	66,0	1800
16,30	,548	2,76	,403	,508	,724	1,635	,889	101,4	541,	1078,	50,2	1500
19,23	,603	2,58	,657	,501	,694	1,852	1,267	107,5	621,	1144,	54,2	1800
20,81	,687	2,70	-,429	,402	,658	,631	,256	107,1	596,	1140,	52,3	900
22,72	,781	2,81	-,312	,391	,641	,721	,442	110,4	634,	1174,	53,8	1110
24,78	,763	2,63	-,210	,352	,619	,761	,634	110,5	625,	1180,	53,0	1320
25,82	,816	2,59	-,115	,376	,613	,874	,825	115,9	690,	1233,	56,0	1500
27,32	,845	2,54	,022	,382	,585	,988	1,084	118,0	715,	1255,	57,2	1710
28,10	,919	2,69	,075	,356	,572	1,005	1,203	118,3	705,	1262,	55,9	1800
15,27	,859	4,52	,435	,475	,282	1,191	,888	85,5	306,	907,	33,8	1500
18,72	1,096	4,69	,687	,443	,667	1,797	1,262	106,5	550,	1132,	48,6	1800
19,47	1,097	4,52	-,360	,267	,639	,546	,239	99,5	467,	1059,	44,2	900
20,16	1,124	4,48	-,246	,253	,617	,594	,352	98,4	449,	1047,	44,9	1010
21,72	1,226	4,53	-,192	,232	,596	,636	,506	101,8	477,	1084,	43,9	1200
23,08	1,363	4,73	-,070	,232	,568	,731	,715	104,7	466,	1114,	41,8	1410
24,78	1,409	4,55	,062	,226	,565	,853	,925	107,0	519,	1139,	45,6	1590
25,65	1,547	4,81	,143	,228	,545	,917	1,079	108,5	525,	1156,	45,4	1710
26,55	1,582	4,77	,187	,228	,544	,959	1,296	108,0	541,	1154,	46,9	1800
13,99	1,409	7,76	,004	,208	,177	,389	,390	66,2	138,	704,	19,5	1010
15,48	1,516	7,56	,050	,204	,178	,430	,457	68,2	152,	726,	20,9	1110
17,96	1,785	7,62	,079	,188	,240	,507	,583	76,5	166,	751,	22,1	1260
19,30	1,972	7,70	,097	,182	,291	,571	,634	81,0	234,	861,	27,2	1320
21,25	2,078	7,55	,055	,181	,427	,661	,728	92,0	331,	983,	33,7	1410
24,52	2,447	7,69	,237	,174	,453	,863	1,087	98,5	393,	1049,	37,4	1710
25,34	2,583	7,84	,291	,186	,430	,907	1,198	100,0	399,	1065,	37,5	1800
13,36	1,901	10,6	,014	,162	,165	,341	,374	62,5	108,	665,	16,3	990
14,47	2,050	10,5	,053	,179	,170	,402	,471	65,3	125,	695,	18,1	1110
18,63	2,624	10,4	,185	,167	,231	,584	,753	75,0	184,	795,	23,2	1410
20,12	2,807	10,4	,240	,165	,255	,663	,832	80,1	211,	853,	24,7	1500
23,86	3,367	10,5	,358	,169	,337	,865	1,207	92,0	300,	978,	30,7	1800
11,35	2,537	15,5	,075	,136	,141	,353	,364	54,2	74,	577,	12,8	990
13,30	2,943	15,3	,118	,128	,152	,398	,459	58,9	87,	627,	13,9	1110
16,01	3,558	15,4	,233	,146	,144	,523	,662	63,7	109,	677,	16,1	1320
18,11	4,009	15,3	,322	,154	,154	,629	,853	71,3	131,	759,	17,2	1500
21,31	4,735	15,4	,404	,155	,165	,725	1,094	80,5	175,	857,	20,5	1710

TABELA I-18**Dados adquiridos Bomba Teste a 1000 rpm**

Ql m3/h	Qg m3/h	Alfa %	Psuc bar	ΔP1 bar	ΔP2 bar	Prec bar	Pboos bar	Torque Lb.in	P.Hi d w	P.eix w	Efic. %	boost rpm
16,98	-	-	-,416	,677	,962	1,223	,088	114,0	772	1346,	57,4	500
23,54	-	-	-,806	,681	,855	,730	,150	132,8	1003	1570,	63,9	600
24,39	-	-	-,693	,658	,841	,806	,211	136,7	1032	1615,	64,1	900
26,23	-	-	-,550	,646	,815	,911	,296	139,3	1063	1646,	64,6	1110
26,67	-	-	-,523	,650	,806	,932	,472	140,9	1077	1666,	64,7	1200
27,51	-	-	-,472	,641	,802	,971	,595	142,5	1101	1685,	65,3	1320
28,28	-	-	-,430	,640	,797	1,007	,703	144,3	1127	1707,	66,1	1410
28,90	-	-	-,372	,633	,781	1,041	,790	145,5	1134	1725,	65,8	1500
29,76	-	-	-,310	,632	,762	1,085	,925	147,7	1152	1745,	66,0	1610
29,90	-	-	-,188	,617	,747	1,177	1,050	147,5	1137	1744,	64,1	1710
31,05	-	-	-,146	,616	731	1,201	1,160	146,8	1162	1735,	66,9	1800
16,68	,579	2,85	-,069	,601	,853	1,385	,441	119,1	653,	1409,	46,4	1200
17,95	,631	2,88	,075	,609	,878	1,562	,651	121,3	717,	1439,	50,0	1290
22,08	,733	2,91	-,699	,605	,834	,741	,148	133,0	924,	1583,	58,5	810
24,48	,864	2,89	-,544	,550	,813	,817	,314	135,5	898,	1599,	56,1	1020
25,94	,773	2,45	-,386	,520	,789	,922	,528	138,0	918,	1634,	56,2	1250
27,11	,910	2,75	-,312	,508	,781	,977	,715	141,5	944,	1673,	56,4	1440
28,67	,881	2,50	-,180	,503	,749	1,072	,953	143,5	980,	1699,	57,7	1650
30,26	,960	2,60	-,061	,499	,718	1,156	1,155	145,0	993,	1719,	57,9	1800
14,00	,841	4,82	,220	,371	,387	,977	,595	92,7	280,	1095,	25,5	1260
18,31	1,093	4,73	,294	,564	,825	1,684	,894	123,0	672,	1455,	46,2	1500
20,31	1,191	4,69	-,352	,267	,734	,649	,313	116,9	538,	1283,	38,9	990
21,84	1,323	4,84	-,280	,259	,728	,697	,408	117,5	564,	1389,	40,6	1110
23,92	1,444	4,83	-,236	,270	,724	,769	,590	124,5	635,	1472,	43,1	1320
25,0	1,497	4,79	-,109	,272	,708	,871	,795	127,2	648,	1505,	43,1	1500
26,90	1,864	4,69	-,048	,274	,671	,994	1,049	130,9	667,	1547,	43,1	1710
15,44	1,473	7,38	-,090	,262	,237	,409	,355	82,9	198,	981,	20,2	990
16,42	1,531	7,23	-,025	,254	,246	,475	,437	86,9	211,	1024,	20,6	1110
22,31	2,148	7,45	-,094	,235	,581	,712	,629	112,5	468,	1331,	35,2	1320
23,24	2,203	7,34	,007	,230	,595	,832	,826	117,3	493,	1387,	35,5	1500
25,89	2,571	7,65	,122	,227	,594	,942	1,059	123,7	544,	1462,	37,2	1710
14,34	1,968	10,2	-,028	,221	,203	,396	,357	77,0	151,	911,	16,6	990
15,61	2,191	10,4	,019	,222	,205	,446	,452	77,5	166,	916,	18,1	1110
18,19	2,622	10,7	,115	,230	,221	,566	,645	86,9	203,	1027,	19,8	1320
22,38	3,058	10,2	,073	,209	,457	,739	,825	108,3	371,	1280,	29,0	1500
25,09	3,499	10,3	,212	,216	,511	,939	1,089	116,6	454,	1379,	32,9	1710
12,53	2,802	15,5	,018	,159	,186	,363	,347	67,9	101,	803,	12,6	990
14,14	3,120	15,3	,074	,173	,179	,425	,470	67,8	117,	801,	14,6	1110
16,67	3,758	15,6	,205	,168	,185	,550	,660	75,6	138,	894,	15,4	1320
19,12	4,309	15,6	,276	,193	,196	,665	,836	85,3	174,	1009,	17,3	1500
22,44	4,977	15,4	,352	,190	,295	,837	1,104	99,4	255,	1174,	21,0	1710

Tabela I-19 – Valores Medidos e Calculados: potência e eficiência

α %	rpm	QL m ³ /h	Q*	H*	Pe W	Pu W	Pe*	Pu*	eft %
0	400	10,01	0,509	1,189	119,8	77,2	0,95	0,61	64,5
	400	16,4	0,834	0,942	140,3	98,5	1,13	0,79	70,2
	400	21,47	1,092	0,548	123,5	66,8	1,13	0,61	54,1
	600	10,68	0,362	1,093	333,3	178,5	0,74	0,40	53,6
	600	16,05	0,544	1,088	355,0	259,5	0,81	0,59	73,1
	600	23,16	0,785	0,825	415,4	276,2	0,98	0,65	66,5
	800	14,19	0,361	1,094	713,8	416,6	0,68	0,40	58,4
	800	22,5	0,572	0,978	871,9	582,5	0,84	0,56	66,8
	800	27,3	0,694	0,864	944,9	616,6	0,92	0,60	65,2
	1000	16,98	0,345	1,076	1333,2	766,5	0,65	0,37	57,5
	1000	27,51	0,560	0,962	1666,5	1093,3	0,82	0,54	65,6
	1000	31,05	0,632	0,903	1716,8	1151,9	0,85	0,57	67,1
2,7	400	16,02	0,815	0,813	125,8	83,8	1,00	0,66	66,6
	400	18,08	0,919	0,609	135,2	68,7	1,11	0,56	50,8
	400	21,13	1,074	0,350	117,4	43,1	1,04	0,38	36,7
	600	15,97	0,541	0,982	385,9	230,5	0,89	0,53	59,7
	600	19,03	0,645	0,810	383,8	229,6	0,87	0,52	59,8
	600	22,23	0,754	0,674	396,4	222,9	0,90	0,51	56,2
	800	19,78	0,503	0,934	837,3	484,9	0,81	0,47	57,9
	800	22,75	0,578	0,862	871,0	515,1	0,84	0,50	59,1
	800	26,56	0,675	0,777	914,0	539,1	0,89	0,53	59,0
	1000	16,98	0,345	0,981	1392,8	680,0	0,70	0,34	48,8
	1000	24,48	0,498	0,971	1584,6	970,2	0,79	0,48	61,2
	1000	30,26	0,615	0,819	1695,7	1014,3	0,84	0,51	59,8
4,7	400	14,07	0,715	0,827	126,8	75,6	0,99	0,59	59,6
	400	16,46	0,837	0,703	133,3	73,4	1,07	0,59	55,1
	400	20,88	1,062	0,302	136,1	36,8	1,20	0,33	27,0
	600	14,31	0,485	0,745	338,2	159,2	0,76	0,36	47,1
	600	17,36	0,589	0,626	350,1	162,6	0,79	0,37	46,4
	600	22,13	0,750	0,540	374,0	180,4	0,84	0,40	48,2
	800	18,76	0,477	0,723	739,1	358,6	0,71	0,34	48,5
	800	21,71	0,552	0,630	774,7	370,1	0,72	0,35	47,8
	800	25,01	0,636	0,570	807,4	387,1	0,75	0,36	47,9
	1000	18,31	0,372	0,774	1438,4	593,1	0,70	0,29	41,2
	1000	21,84	0,444	0,726	1374,1	658,7	0,67	0,32	47,9
	1000	26,9	0,547	0,672	1530,8	744,6	0,75	0,37	48,6

Tabela I-20- Valores Medidos e Calculados: potência e eficiência

α %	rpm	QL m ³ /h	Q*	H*	Pe W	Pu W	Pe*	Pu*	eft %
7,7	400	10,38	0,528	0,561	99,6	34,0	0,87	0,30	34,1
	400	16,69	0,849	0,567	128,6	55,2	1,13	0,49	42,9
	400	20,41	1,038	0,256	130,0	27,0	1,31	0,27	20,7
	600	11,02	0,374	0,411	229,4	59,5	0,60	0,15	25,9
	600	15,93	0,540	0,458	309,4	100,9	0,76	0,25	32,6
	600	21,01	0,712	0,451	362,8	134,2	0,87	0,32	37,0
	800	11,95	0,304	0,349	484,6	96,8	0,54	0,11	20,0
	800	15,27	0,388	0,382	555,7	136,7	0,61	0,15	24,6
	800	22,97	0,584	0,486	734,4	287,9	0,72	0,28	39,2
	1000	15,44	0,314	0,376	969,5	212,2	0,54	0,12	21,9
	1000	22,31	0,454	0,545	1315,6	501,4	0,64	0,25	38,1
1000	25,89	0,527	0,548	1446,6	585,4	0,71	0,29	40,5	
10,3	400	9,27	0,471	0,414	83,3	21,4	0,77	0,20	25,8
	400	13,64	0,694	0,473	105,3	33,8	1,04	0,33	32,1
	400	20,16	1,025	0,270	126,3	27,8	1,29	0,28	22,0
	600	10,19	0,345	0,341	214,0	46,0	0,55	0,12	21,5
	600	14,73	0,499	0,380	263,1	71,4	0,70	0,19	27,1
	600	20,07	0,680	0,357	331,9	92,9	0,87	0,24	28,0
	800	10,05	0,256	0,305	436,0	71,4	0,48	0,08	16,4
	800	16,07	0,409	0,332	508,0	121,3	0,57	0,14	23,9
	800	22,63	0,575	0,400	692,3	219,4	0,73	0,23	31,7
	1000	14,34	0,292	0,330	900,5	167,5	0,52	0,10	18,6
	1000	18,19	0,370	0,410	1016,3	276,0	0,56	0,15	27,2
1000	25,09	0,510	0,507	1266,5	502,4	0,65	0,26	39,7	
15,3	400	9,07	0,461	0,413	89,3	20,0	0,86	0,19	22,4
	400	14,51	0,738	0,439	105,3	30,8	1,13	0,33	29,2
	400	19,45	0,989	0,276	114,6	25,7	1,24	0,28	22,4
	600	9,13	0,310	0,340	188,0	36,7	0,54	0,11	19,5
	600	14,1	0,478	0,324	232,3	52,8	0,69	0,16	22,7
	600	18,79	0,637	0,261	283,5	52,3	0,92	0,17	18,4
	800	8,75	0,222	0,240	363,9	44,1	0,44	0,05	12,1
	800	14,62	0,372	0,290	479,0	89,4	0,58	0,11	18,7
	800	20,58	0,523	0,334	615,6	147,9	0,73	0,18	24,0
	1000	12,53	0,255	0,281	794,1	119,1	0,48	0,07	15,0
	1000	16,67	0,339	0,308	884,1	170,3	0,55	0,11	19,3
1000	22,44	0,456	0,381	1162,4	299,8	0,67	0,17	25,8	

Tabela I-21
Escoamento Monofásico – Bomba teste Ita 333/2

Estágio	Rotação rpm	Q _L m3/h	P entrada bar abs	Δp medido bar	Δp calculado bar	H medido m	H calculado m	Q*	H* medido	H* calculado
1	400	7,79	0,868	0,141	0,110	1,33	1,02	0,410	0,710	0,543
		11,82	0,962	0,134	0,103	1,16	0,85	0,622	0,620	0,454
		15,05	1,120	0,118	0,089	0,89	0,60	0,792	0,476	0,320
		17,42	1,249	0,109	0,073	0,71	0,35	0,917	0,377	0,186
	600	10,68	0,642	0,235	0,247	2,21	2,33	0,376	0,522	0,552
		14,65	0,827	0,253	0,243	2,25	2,15	0,514	0,535	0,510
		17,79	0,933	0,245	0,23	2,05	1,91	0,624	0,486	0,451
		21,08	1,118	0,238	0,21	1,82	1,54	0,730	0,431	0,364
	800	23,16	1,278	0,218	0,192	1,52	1,25	0,812	0,359	0,296
		14,19	0,646	0,441	0,44	4,15	4,14	0,373	0,553	0,552
		19,35	0,54	0,431	0,432	3,84	3,85	0,509	0,511	0,512
		21,89	0,679	0,427	0,421	3,66	3,60	0,575	0,488	0,480
	1000	25,86	1,016	0,400	0,393	3,46	3,09	0,680	0,420	0,417
		27,30	1,147	0,325	0,38	2,91	2,87	0,718	0,388	0,382
		16,98	0,584	0,677	0,687	6,4	6,50	0,357	0,545	0,554
		23,54	0,194	0,681	0,677	6,11	6,08	0,495	0,521	0,518
2	400	26,67	0,477	0,640	0,662	5,60	5,72	0,561	0,478	0,487
		28,90	0,628	0,633	0,646	5,28	5,41	0,608	0,450	0,461
		31,05	0,854	0,616	0,628	4,95	5,06	0,654	0,421	0,432
		7,79	1,009	0,169	0,148	1,61	1,40	0,407	0,533	0,463
	600	11,82	1,096	0,15	0,129	1,32	1,11	0,618	0,436	0,367
		15,05	1,238	0,123	0,105	0,93	0,75	0,788	0,305	0,250
		17,42	1,358	0,093	0,082	0,53	0,43	0,912	0,176	0,141
		10,68	0,877	0,372	0,336	3,57	3,21	0,372	0,525	0,473
	800	14,65	0,980	0,34	0,315	3,11	2,87	0,511	0,459	0,423
		17,79	1,178	0,313	0,29	2,71	2,49	0,620	0,399	0,366
		21,08	1,356	0,254	0,255	1,96	1,97	0,735	0,288	0,290
		23,16	1,497	0,214	0,229	1,44	1,58	0,808	0,211	0,233
	1000	14,19	1,087	0,625	0,598	5,98	5,72	0,371	0,495	0,473
		19,35	0,901	0,577	0,575	5,34	5,33	0,468	0,442	0,440
		21,89	1,106	0,526	0,537	4,63	4,74	0,573	0,383	0,393
		25,86	1,416	0,477	0,487	3,89	4,00	0,679	0,322	0,331
1000	27,30	1,532	0,435	0,467	3,37	3,69	0,714	0,279	0,305	
	16,98	1,261	0,962	0,939	9,24	9,01	0,355	0,489	0,477	
	23,54	0,875	0,855	0,886	7,82	8,12	0,493	0,414	0,431	
	26,67	1,127	0,806	0,849	7,12	7,56	0,558	0,377	0,400	
	28,90	1,271	0,781	0,818	6,71	7,08	0,605	0,355	0,375	
		31,05	1,47	0,731	0,784	6,04	6,57	0,650	0,32	0,384

Tabela I-22
Pontos de Início de *surging* e de bloqueio de gás – Bomba Ita 333/2

rpm	<i>Surging</i>						Bloqueio gás					
	Q*	Q _L m3/h	Q _G m3/h	α %	Vs m/s	FrEs	Q*	Q _L m3/h	Q _G m3/h	α %	Vs m/s	FrE _{BG}
1000	0,3	14,33	0,386	2,62	2,75	0,10	0,1	4,78	0,162	3,28	0,92	0,006
1000	0,35	16,72	0,761	4,36	3,27	0,14	0,12	5,73	0,413	6,72	1,15	0,009
1000	0,4	19,1	1,706	8,2	3,89	0,20	0,18	8,6	1,144	11,74	1,82	0,022
1000	0,52	24,83	2,742	9,94	5,16	0,34	0,2	9,55	1,799	15,85	2,12	0,030
1000	0,65	31,04	5	13,87	6,75	0,59	0,25	11,94	3,743	23,87	2,94	0,058
800	0,4	15,28	0,925	5,71	3,03	0,19	0,12	4,58	0,421	8,4	0,94	0,009
800	0,55	21,01	2,099	9,08	4,33	0,38	0,2	7,64	1,037	11,94	1,62	0,027
800	0,64	24,45	3,165	11,46	5,17	0,54	0,25	9,55	1,634	14,61	2,09	0,046
800	0,67	25,6	4,605	15,25	5,65	0,92	0,3	11,46	4,131	26,5	2,92	0,143
600	0,3	8,6	0,335	3,76	1,67	0,14	0,1	2,87	0,335	10,48	0,6	0,011
600	0,4	11,46	0,801	6,53	2,3	0,27	0,15	4,3	0,801	15,71	0,95	0,027
600	0,5	14,33	1,304	8,34	2,93	0,44	0,2	5,73	1,304	18,54	1,32	0,052

Tabela I-23
Escoamento em bolhas dispersas em todo o canal – bomba Ita 333/2

Estágio	Rotação rpm	Q _L m3/h	Q _G entrada m3/h	P entrada bar abs	□p medido bar	□p calc. bar	H medido m	H calc. m	Q*	H* medido	H* calc.	□ entrada %	□ saida %	Q _G saida m3/h
1	400	11,220	0,395	0,975	0,102	0,097	0,880	0,831	0,611	0,469	0,443	3,40	3,10	0,359
		16,020	0,515	1,223	0,083	0,066	0,506	0,331	0,87	0,269	0,176	3,11	2,96	0,489
		12,150	0,738	1,750	0,086	0,083	0,695	0,659	0,678	0,370	0,351	5,73	5,48	0,705
		16,260	0,976	1,277	0,067	0,042	0,317	0,199	0,917	0,169	0,106	5,66	5,49	0,945
	600	12,770	0,418	0,759	0,233	0,232	2,170	2,160	0,462	0,514	0,512	3,17	2,45	0,320
		15,970	0,498	0,886	0,219	0,218	1,900	1,890	0,577	0,450	0,447	3,02	2,44	0,400
		22,230	0,711	1,341	0,139	0,153	0,760	0,905	0,804	0,180	0,214	3,10	2,79	0,638
		22,130	1,315	1,376	0,089	0,114	0,234	0,500	0,822	0,055	0,118	5,61	5,20	1,214
	800	21,010	2,049	1,453	0,083	0,072	0,218	0,096	0,809	0,052	0,023	8,89	8,50	1,952
		20,950	0,637	0,753	0,347	0,379	2,960	3,280	0,568	0,394	0,437	2,95	1,98	0,424
	1000	26,820	0,807	1,211	0,305	0,302	2,150	2,130	0,727	0,287	0,283	2,92	2,35	0,646
		24,480	0,864	0,456	0,550	0,588	4,810	5,200	0,533	0,410	0,443	3,41	1,52	0,377
30,260	0,960	0,939	0,499	0,507	3,870	3,950	0,657	0,330	0,336	3,07	2,02	0,623		
	11,220	0,359	1,127	0,138	0,134	1,240	1,200	0,606	0,410	0,396	3,10	2,78	0,321	
2	400	16,020	0,482	1,306	0,107	0,103	0,740	0,700	0,863	0,249	0,231	2,92	2,71	0,447
		12,150	0,683	1,161	0,124	0,119	1,080	1,035	0,671	0,358	0,343	5,32	4,85	0,620
		16,460	0,927	1,344	0,095	0,084	0,590	0,480	0,910	0,196	0,157	5,33	5,03	0,872
		12,170	0,319	0,992	0,306	0,331	2,920	0,317	0,435	0,429	0,467	2,55	1,93	0,239
	600	15,970	0,399	1,105	0,305	0,316	2,750	2,870	0,571	0,405	0,424	2,44	1,91	0,310
		22,230	0,644	1,480	0,225	0,264	1,610	2,020	0,798	0,236	0,297	2,82	2,40	0,547
		17,360	0,902	1,235	0,229	0,287	1,940	2,560	0,637	0,286	0,377	4,94	4,05	0,732
		22,130	1,235	1,465	0,206	0,236	1,430	1,750	0,815	0,210	0,257	5,29	4,59	1,064
	800	21,010	1,938	1,536	0,159	0,207	1,000	1,580	0,800	0,148	0,225	8,45	7,52	1,708
		12,480	0,306	1,345	0,584	0,599	5,730	5,890	0,335	0,474	0,488	2,39	1,67	0,212
		20,950	0,436	1,100	0,516	0,577	4,630	5,250	0,554	0,383	0,435	2,04	1,35	0,286
		26,820	0,644	1,518	0,432	0,523	3,400	4,330	0,718	0,281	0,359	2,34	1,75	0,479
	1000	21,710	1,062	1,225	0,435	0,538	3,830	4,890	0,596	0,316	0,405	4,66	3,29	0,738
		25,010	1,327	1,456	0,402	0,499	3,270	4,280	0,689	0,270	0,354	5,04	3,80	0,988
		16,680	0,351	1,532	0,853	0,945	8,270	9,210	0,356	0,438	0,487	2,06	1,28	0,217
		24,480	0,391	1,006	0,813	0,928	7,390	8,560	0,520	0,391	0,453	1,57	0,82	0,203
	30,260	0,458	0,955	0,728	0,885	5,990	7,690	0,643	0,317	0,407	1,49	0,78	0,238	
		26,900	1,477	1,322	0,671	0,840	5,910	7,680	0,594	0,313	0,407	5,20	3,25	0,903

Tabela I-24 Obtenção de r_b – Método Simplificado – Bomba Ita 333/2

Estágio	Rotação rpm	Q_L m ³ /h	Q_G m ³ /h	P entrada bar abas	ΔP medido bar	Q^*	Tamanho bolha mm	v_f m/s	h_f mm	α entrada	α saída	Q_G saída m ³ /h	
1	400	10,38	1,063	1,025	0,060	0,602	73,0	3,11	4,55	9,29	8,82	1,004	
		600	10,37	0,537	0,990	0,118	0,382	76,7	4,47	2,90	4,92	4,42	0,480
			17,36	0,992	1,124	0,111	0,643	79,3	5,22	3,95	5,41	4,94	0,903
			11,02	1,107	1,084	0,100	0,425	79,9	4,74	2,73	9,13	8,42	1,014
			15,93	1,544	1,217	0,094	0,613	82,1	5,26	3,40	8,84	8,25	1,433
			10,19	1,406	1,108	0,082	0,406	83,3	4,91	2,77	12,12	11,38	1,309
			14,73	2,042	1,256	0,088	0,588	82,5	5,19	3,16	12,18	11,47	1,908
	9,13	2,104	1,119	0,074	0,391	84,0	4,90	2,01	18,73	17,77	1,973		
	800	12,48	0,438	0,94	0,405	0,340	51,7	3,44	8,69	3,39	2,39	0,306	
		14,44	0,852	0,899	0,238	0,509	73,3	5,70	3,42	5,57	4,46	0,674	
		21,71	1,238	1,051	0,174	0,603	82,1	7,06	3,45	5,39	4,66	1,062	
		11,95	1,199	0,989	0,155	0,346	82,8	6,41	2,06	9,12	7,98	1,037	
		15,27	1,554	1,092	0,164	0,442	81,9	6,53	2,63	9,24	8,13	1,351	
		23,84	2,415	1,395	0,149	0,690	84,6	7,45	3,41	9,20	8,39	2,182	
		18,74	2,616	1,304	0,138	0,561	85,0	7,05	2,81	12,25	11,21	2,366	
		22,63	3,135	1,443	0,130	0,678	86,4	7,49	3,12	12,17	11,28	2,876	
		8,75	1,913	1,074	0,096	0,280	89,0	6,83	1,26	17,94	16,71	1,756	
		14,02	3,182	1,242	0,116	0,468	86,7	6,91	2,17	18,50	17,19	2,910	
	20,58	4,459	1,469	0,126	0,658	85,9	7,27	2,95	17,81	16,64	4,107		
	1000	16,68	0,579	0,931	0,601	0,363	54,9	4,82	7,53	3,35	2,07	0,352	
		21,84	1,323	0,72	0,259	0,487	82,7	8,45	2,86	5,71	4,27	0,973	
		15,44	1,473	0,91	0,262	0,356	81,4	7,88	2,23	8,71	6,90	1,144	
		22,31	2,148	0,906	0,235	0,515	84,2	8,64	2,78	8,78	7,10	1,706	
		25,89	2,571	1,122	0,227	0,599	85,0	9,01	3,04	9,03	7,63	2,138	
		14,34	1,968	0,972	0,221	0,343	84,1	8,13	1,90	12,07	10,06	1,603	
		18,19	2,622	1,115	0,230	0,438	83,6	8,29	2,39	12,60	10,67	2,174	
		25,09	3,499	1,212	0,216	0,601	85,3	8,98	2,95	12,24	10,58	2,970	
		12,53	2,802	1,018	0,159	0,322	88,4	8,53	1,46	18,28	16,21	2,423	
		16,67	3,758	1,205	0,168	0,430	87,8	8,67	1,93	18,40	16,52	3,298	
		22,44	4,977	1,352	0,190	0,577	86,4	8,89	2,01	18,15	16,28	4,364	
2		400	10,38	1,009	1,185	0,059	0,596	91,0	3,97	2,80	8,86	8,47	0,961
			9,27	1,220	1,230	0,039	0,549	99,0	4,20	2,07	11,63	11,31	1,183
	600	11,02	1,013	1,184	0,096	0,420	102,4	6,32	1,55	8,42	7,84	0,937	
		15,93	1,433	1,311	0,136	0,605	91,9	6,04	2,78	8,25	7,54	1,298	
		10,19	1,309	1,190	0,083	0,401	103,8	6,37	1,39	11,38	10,72	1,224	
		14,73	1,908	1,344	0,088	0,580	99,9	6,43	2,12	11,47	10,84	1,791	
		20,07	2,600	1,568	0,090	0,791	82,4	6,49	3,24	11,47	10,91	2,459	
		9,13	1,889	1,193	0,073	0,384	102,4	6,22	1,31	17,14	16,32	1,780	
	800	14,1	2,949	1,385	0,059	0,595	100,1	6,39	2,04	17,30	16,71	2,829	
		14,44	0,673	1,137	0,198	0,395	101,5	8,34	1,57	4,45	3,82	0,573	
		11,95	1,036	1,144	0,139	0,339	106,9	8,67	1,15	7,98	7,18	0,924	
		15,27	1,351	1,256	0,161	0,435	104,2	8,62	1,54	8,13	7,27	1,197	
		23,84	2,181	1,544	0,309	0,681	83,9	7,67	3,78	8,38	7,08	1,817	
		10,05	1,158	1,152	0,137	0,293	105,9	8,50	1,00	10,33	9,34	1,035	
		18,74	2,365	1,442	0,166	0,552	100,4	8,55	2,01	11,21	10,17	2,121	
		22,63	2,809	1,582	0,222	0,667	90,7	8,09	3,01	11,04	9,82	2,463	
	1000	14,62	2,910	1,358	0,106	0,458	106,3	8,76	1,40	16,60	15,59	2,699	
		20,58	4,106	1,595	0,135	0,646	95,3	8,27	2,48	16,63	15,54	3,786	
		21,84	0,972	0,979	0,728	0,477	72,8	7,63	4,33	4,26	2,49	0,557	
		15,44	1,143	1,172	0,237	0,347	106,1	10,78	1,21	6,89	5,80	0,951	
22,31		1,705	1,141	0,581	0,502	80,4	8,48	3,41	7,10	4,82	1,130		
25,89		2,138	1,349	0,594	0,586	79,0	8,69	3,97	7,63	5,42	1,484		
18,19		2,173	1,345	0,221	0,426	105,9	10,91	1,41	10,67	9,31	1,866		
14,34		1,603	1,193	0,203	0,334	107,5	10,88	1,09	10,05	8,72	1,370		
25,09		2,969	1,428	0,511	0,587	81,6	8,87	3,59	10,58	8,02	2,187		
12,53		2,423	1,177	0,186	0,313	105,9	10,62	1,00	16,20	14,31	2,092		
16,67	3,298	1,373	0,185	0,418	105,6	10,79	1,31	16,52	14,85	2,906			
22,44	4,363	1,542	0,295	0,561	92,3	9,75	2,41	16,28	14,03	3,662			

Tabela I-25 Obtenção de r_b – Método de Distribuição de Bolças Bomba Ita 333/2

Estágio	Rot. rpm	Q _L m3/h	Q _G m3/h	P entr. bar abs	ΔP med. bar	Q* m3/h	Tam. bolha mm	v _f m/s	h _f mm	Fr _w	φ	K _s	Q _G rem m3/h	Q _G saída m3/h	α entrada %	α rem %	α saída %	Diam. bolhas mm
1	400	10,38	1,063	1,025	0,060	0,602	65,9	2,81	5,97	11,5	0,61	0,0532	0,790	1,004	9,29	37,85	8,82	1,751
	600	10,37	0,537	0,990	0,118	0,382	69,9	4,00	3,79	15,3	0,78	0,0507	1,006	0,480	4,92	43,69	4,42	0,890
		17,36	0,992	1,124	0,111	0,643	78,0	5,14	4,12	20,8	0,15	0,0071	0,323	0,903	5,41	12,97	4,94	1,640
		11,02	1,107	1,084	0,100	0,425	72,2	4,21	3,63	17,1	1,12	0,0651	1,537	1,014	9,13	52,74	8,42	1,036
		15,93	1,544	1,217	0,094	0,613	79,9	5,12	3,54	23,5	0,31	0,0132	0,617	1,433	8,84	23,66	8,25	1,587
		10,19	1,406	1,108	0,082	0,406	74,9	4,34	3,07	20,8	1,80	0,0866	2,290	1,309	12,12	64,26	11,38	1,006
		14,73	2,042	1,256	0,088	0,588	79,1	4,97	3,54	22,4	0,53	0,0236	0,972	1,908	12,18	34,55	11,47	1,549
		9,13	2,104	1,119	0,074	0,391	72,9	4,13	3,02	19,6	1,39	0,0708	1,586	1,973	18,73	58,16	17,77	1,005
	12,48	0,438	0,94	0,405	0,340	40,9	2,25	19,06	0,9	0,53	0,5690	0,822	0,306	3,39	34,51	2,39	0,701	
	14,44	0,852	0,899	0,238	0,509	67,5	5,16	4,34	13,0	0,54	0,0413	0,966	0,674	5,57	34,85	4,46	0,865	
	21,71	1,238	1,051	0,174	0,603	81,1	5,97	3,56	17,6	0,13	0,0071	0,339	1,062	5,39	11,11	4,66	1,397	
	11,95	1,199	0,989	0,155	0,346	74,7	5,66	2,77	22,1	1,48	0,0670	2,211	1,037	9,12	59,68	7,98	0,744	
	15,27	1,554	1,092	0,164	0,442	77,8	6,11	3,10	22,1	0,69	0,0313	1,319	1,351	9,24	40,86	8,13	0,994	
	23,84	2,415	1,395	0,149	0,690	83,9	7,40	3,49	26,7	0,14	0,0052	0,411	2,182	9,20	12,13	8,39	1,681	
	18,74	2,616	1,304	0,138	0,561	82,6	6,85	3,04	26,7	0,42	0,0159	0,991	2,366	12,25	29,73	11,21	1,346	
	22,63	3,135	1,443	0,130	0,678	85,4	7,41	3,21	28,6	0,21	0,0073	0,588	2,876	12,17	17,22	11,28	1,680	
	8,75	1,913	1,074	0,096	0,280	78,9	5,89	1,79	35,0	0,63	0,0178	0,684	1,756	17,94	38,46	16,71	0,625	
	14,02	3,182	1,242	0,116	0,468	81,2	6,43	2,60	27,9	1,30	0,0465	2,278	2,910	18,50	56,52	17,19	1,135	
	20,58	4,459	1,469	0,126	0,658	83,9	7,11	3,13	27,5	0,38	0,0139	0,985	4,107	17,81	27,69	16,64	1,692	
	16,68	0,579	0,931	0,601	0,363	48,4	4,00	11,09	2,7	0,32	0,1183	0,671	0,352	3,35	24,36	2,07	0,708	
	21,84	1,323	0,72	0,259	0,487	81,1	8,28	3,02	25,6	0,22	0,0084	0,587	0,973	5,71	17,70	4,27	1,011	
	15,44	1,473	0,91	0,262	0,356	74,9	7,13	2,83	21,9	0,99	0,0451	1,905	1,144	8,71	49,67	6,90	0,711	
	22,31	2,148	0,906	0,235	0,515	82,3	8,44	2,95	26,8	0,29	0,0109	0,812	1,706	8,78	22,54	7,10	1,048	
	25,89	2,571	1,122	0,227	0,599	84,0	8,91	3,14	27,5	0,17	0,0062	0,553	2,138	9,03	14,60	7,63	1,320	
	14,34	1,968	0,972	0,221	0,343	76,4	7,24	2,50	25,1	1,63	0,0651	2,922	1,603	12,07	61,98	10,06	0,697	
	18,19	2,622	1,115	0,230	0,438	78,9	7,77	2,80	24,9	0,79	0,0315	1,789	2,174	12,60	44,04	10,67	0,931	
	25,09	3,499	1,212	0,216	0,601	84,0	8,84	3,07	27,7	0,24	0,0088	0,765	2,970	12,24	19,61	10,58	1,353	
	12,53	2,802	1,018	0,159	0,322	80,0	7,57	1,93	33,9	0,33	0,0099	0,523	2,423	18,28	25,04	16,21	0,680	
	16,67	3,758	1,205	0,168	0,430	82,6	8,09	2,29	31,6	1,36	0,0431	2,834	3,298	18,40	57,63	16,52	0,956	
	22,44	4,977	1,352	0,190	0,577	84,0	8,64	2,81	28,9	0,48	0,0166	1,344	4,364	18,15	32,39	16,28	1,345	
2	400	10,38	1,009	1,185	0,059	0,596	89,0	3,88	2,96	32,6	0,27	0,0083	0,353	0,961	8,86	21,38	8,47	1,923
	9,27	1,220	1,230	0,039	0,549	96,0	4,08	2,24	44,2	0,51	0,0115	0,586	1,183	11,63	33,60	11,31	1,709	
	600	11,02	1,013	1,184	0,096	0,420	98,8	6,09	1,71	55,7	0,51	0,0092	0,708	0,937	8,42	33,95	7,84	1,133
		15,93	1,433	1,311	0,136	0,605	91,0	5,98	2,85	35,0	0,13	0,0038	0,263	1,298	8,25	11,66	7,54	1,731
		10,19	1,309	1,190	0,083	0,401	99,0	6,05	1,58	59,3	0,86	0,0144	1,090	1,224	11,38	46,12	10,72	1,229
		14,73	1,908	1,344	0,088	0,580	99,0	6,37	2,17	47,9	0,23	0,0048	0,420	1,791	11,47	18,57	10,84	1,691
		20,07	2,600	1,568	0,090	0,791	92,2	6,47	3,26	35,3	0,13	0,0037	0,324	2,459	11,47	11,43	10,91	2,431
		9,13	1,889	1,193	0,073	0,384	95,2	5,74	1,59	55,2	1,66	0,0301	1,894	1,780	17,14	62,41	16,32	1,091
		14,1	2,949	1,385	0,059	0,595	99,2	6,34	2,08	49,4	0,35	0,0071	0,619	2,829	17,30	25,98	16,71	1,829
	14,44	0,673	1,137	0,198	0,395	99,7	8,18	1,64	58,4	0,21	0,0036	0,381	0,573	4,45	17,42	3,82	0,945	
	11,95	1,036	1,144	0,139	0,339	103,2	8,35	1,26	76,5	0,67	0,0088	1,002	0,924	7,98	40,16	7,18	0,811	
	15,27	1,351	1,256	0,161	0,435	102,3	8,46	1,61	62,0	0,30	0,0048	0,563	1,197	8,13	22,78	7,27	1,082	
	23,84	2,181	1,544	0,309	0,681	83,8	7,67	3,78	26,5	0,09	0,0034	0,271	1,817	8,38	8,34	7,08	1,811	
	10,05	1,158	1,152	0,137	0,293	99,1	7,90	1,19	75,5	1,45	0,0192	1,822	1,035	10,33	59,18	9,34	0,693	
	18,74	2,365	1,442	0,166	0,552	99,8	8,49	2,05	50,2	0,18	0,0036	0,419	2,121	11,21	15,18	10,17	1,458	
	22,63	2,809	1,582	0,222	0,667	90,5	8,07	3,03	33,9	0,13	0,0037	0,356	2,463	11,04	11,19	9,82	1,809	
	14,62	2,910	1,358	0,106	0,458	103,7	8,54	1,49	67,3	0,59	0,0087	1,073	2,699	16,60	36,99	15,59	1,227	
	20,58	4,106	1,595	0,135	0,646	95,1	8,25	2,49	41,0	0,20	0,0049	0,512	3,786	16,63	16,60	15,54	1,817	
	21,84	0,972	0,979	0,728	0,477	72,1	7,56	4,44	16,3	0,08	0,0047	0,210	0,557	4,26	7,15	2,49	1,081	
	15,44	1,143	1,172	0,237	0,347	103,6	10,51	1,29	75,4	0,40	0,0053	0,766	0,951	6,89	28,42	5,80	0,770	
	22,31	1,705	1,141	0,581	0,502	79,7	8,41	3,49	23,2	0,11	0,0049	0,315	1,130	7,10	10,15	4,82	1,160	
	25,89	2,138	1,349	0,594	0,586	78,9	8,68	3,99	21,8	0,08	0,0038	0,265	1,484	7,63	7,58	5,42	1,397	
	18,19	2,173	1,345	0,221	0,426	104,1	10,71	1,47	68,4	0,32	0,0047	0,737	1,866	10,67	24,47	9,31	1,002	
	14,34	1,603	1,193	0,203	0,334	103,8	10,47	1,19	81,0	0,70	0,0087	1,260	1,370	10,05	41,28	8,72	0,750	
	25,09	2,969	1,428	0,511	0,587	81,5	8,87	3,60	24,5	0,12	0,0048	0,370	2,187	10,58	10,55	8,02	1,420	
	12,53	2,423	1,177	0,186	0,313	99,4	9,90	1,18	76,3	1,59	0,0208	2,490	2,092	16,20	61,39	14,31	0,722	
	16,67	3,298	1,373	0,185	0,418	102,7	10,48	1,41	69,2	0,61	0,0088	1,269	2,906	16,52	37,85	14,85	1,019	
	22,44	4,363	1,542	0,295	0,561	91,9	9,71	2,44	38,4	0,20	0,0053	0,569	3,662	16,28	16,87	14,03	1,411	

Tabela I-26 – Dados Bomba GC6100 – Teste Rodrigues (2001)

Rotação rpm	Q ar std lbm/min	Q água lbm/min	Pressão Medida (psig)						Dif. pressão (psig)				Temp. entrada ° F
			entrada	Est 1	Est. 2	Est. 3	Est. 21	Est. 22	Est. 1	Est. 2	Est. 3	Est. 22	
3208,7	0	0	23,04	40,87	59,45	78,43	418,75	438,45	17,83	18,58	18,98	19,70	75,50
3209,1	0	127,65	23,03	41,06	59,82	78,34	421,08	440,58	18,03	18,76	18,52	19,50	76,32
3207,7	0	485,75	20,32	37,37	55,41	73,82	405,30	424,01	17,05	18,04	18,41	18,71	73,24
3209,6	0	973,35	20,35	32,72	47,85	64,43	349,46	365,65	12,37	15,13	16,58	16,19	71,46
3206,6	0	1215,15	20,50	30,92	43,85	58,95	311,22	324,99	10,42	12,93	15,10	13,77	70,13
3211,3	0	1427,49	21,85	29,55	41,38	53,38	272,27	285,82	7,70	11,83	12,00	13,55	84,45
3208,8	0	1695,73	21,69	28,32	35,79	46,86	221,32	232,56	6,63	7,47	11,07	11,24	75,57
3210,0	0,259	224,93	99,57	107,87	116,69	126,10	438,17	456,58	8,30	8,82	9,41	18,41	87,83
3209,2	0,270	597,02	98,80	114,67	130,46	146,85	462,03	479,84	15,87	15,79	16,39	17,81	86,80
3208,3	0,261	1347,76	100,83	109,47	120,26	132,97	352,82	365,60	8,64	10,79	12,71	12,78	85,71
3206,2	0,261	1925,26	97,43	97,73	103,15	111,52	244,54	254,47	0,30	5,42	8,37	9,93	87,67
3208,4	0,399	316,05	99,33	104,28	110,79	116,90	394,39	412,57	4,95	6,51	6,11	18,18	80,91
3209,2	0,393	675,33	99,61	108,36	120,59	136,01	439,80	457,81	8,75	12,23	15,42	18,01	77,57
3206,5	0,384	1293,48	100,00	107,83	118,89	131,29	354,36	367,75	7,83	11,06	12,40	13,39	76,72
3208,9	0,385	1654,81	99,15	102,10	110,72	120,35	291,94	303,38	2,95	8,62	9,63	11,44	75,74
3210,8	0,528	311,95	101,08	104,97	110,30	115,15	342,78	360,35	3,89	5,33	4,85	17,57	85,26
3212,0	0,520	561,99	100,05	106,50	115,7	129,62	436,94	454,87	6,45	9,20	13,92	17,93	83,6
3210,2	0,528	1280,76	99,83	107,50	118,46	130,54	353,06	366,39	7,67	10,96	12,08	13,33	81,74
3205,8	0,528	1647,51	100,35	103,83	112,39	122,36	293,25	304,34	3,48	8,56	9,97	11,09	78,88
3210,1	0,792	424,31	100,63	103,21	106,64	109,92	247,31	258,71	2,58	3,43	3,28	11,40	81,64
3208,2	0,777	698,88	97,87	100,83	105,49	110,93	352,67	368,67	2,96	4,66	5,44	16,00	79,4
3208,2	0,798	1302,5	98,31	98,71	107,31	118,05	330,24	343,20	0,40	8,60	10,74	12,96	77,17
3207,7	0,804	1627,36	98,21	98,73	107,35	107,35	285,14	295,73	0,52	8,62	0,00	10,59	77,25
3208,3	1,049	449,54	99,60	101,23	103,38	105,72	183,20	188,38	1,63	2,15	2,34	5,18	70,94
3209,5	1,051	657,56	99,27	101,70	105,12	108,83	224,02	234,12	2,43	3,42	3,71	10,10	68,06
3208,9	1,044	1223,46	98,25	96,88	100,37	107,62	314,53	326,82	-1,37	3,49	7,25	12,29	65,24
3207,4	1,047	1742,75	99,30	95,56	101,38	108,25	254,50	264,42	-3,74	5,82	6,87	9,92	62,81
3208,7	1,313	468,52	100,09	101,99	102,97	104,15	152,49	157,56	1,90	0,98	1,18	5,07	70,65
3208,0	1,317	748,22	100,18	102,08	103,82	106,94	182,08	188,99	1,90	1,74	3,12	6,91	70,12
3208,4	1,316	1375,25	100,85	97,16	98,89	106,28	288,20	299,87	-3,69	1,73	7,39	11,67	67,69
3207,3	1,321	1752,07	99,80	92,79	97,45	104,26	239,94	248,85	-7,01	4,66	6,81	8,91	65,94
3210,1	1,672	377,52	102,20	102,41	102,48	103,40	111,77	112,89	0,21	0,07	0,92	1,12	72,34
3207,4	1,560	664,26	98,52	99,73	101,06	103,84	154,21	158,94	1,21	1,33	2,78	4,73	70,92
3209,4	1,560	1297,02	99,96	95,08	96,16	98,5	215,84	227,28	-4,88	1,08	2,34	11,44	69,23
3209,5	1,571	1734,01	99,76	90,41	92,01	98,74	229,35	238,07	-9,35	1,60	6,73	8,72	68,24
3209,4	1,864	476,77	101,77	101,73	101,73	102,59	126,17	127,67	-0,04	0,00	0,86	1,50	73,66
3208,9	1,860	661,11	100,25	100,33	100,33	103,31	141,96	145,38	0,08	0,00	2,98	3,42	73,32
3208,6	1,828	1442,26	99,94	93,11	92,52	94,44	173,85	182,93	-6,83	-0,59	1,92	9,08	67,28
3207,8	1,859	1696,22	100,20	89,96	88,48	93,24	209,35	219,37	-10,24	-1,48	4,76	10,02	63,99

Tabela I-27 Dados GC6100 - surging e bloqueio de gás

qg std Mscf/d	Surging								Bloqueio gás							
	Q _G m3/h	Q _L lbm/mi n	Q _L m3/h	P ent. psig	T ent. ° F	α %	Vs m/s	FrEs	Q _G m3/h	Q _L lbm/mi n	Q _L m3/h	P ent. psig	T intake ° F	α %	Vs m/s	FrE _{BG}
5	1,23	600	16,36	100	86,5	6,99	4,8	0,19	1,23	300	8,18	100	86,5	13,07	2,88	0,018
7,5	1,84	750	20,45	100	86,5	8,25	7	0,31	1,84	400	8,18	100	86,5	18,36	3,59	0,021
10	2,46	850	23,18	100	86,5	9,59	8,87	0,41	2,46	430	10,36	100	86,5	19,19	4,59	0,034
12,5	3,07	900	24,54	100	86,5	11,12	10,99	0,48	3,07	450	12,27	100	86,5	20,01	5,49	0,049
15	-	-	-	-	-	-	-	-	3,69	500	13,64	100	86,5	21,30	6,2	0,062
17,5	-	-	-	-	-	-	-	-	4,3	530	14,45	100	86,5	22,93	6,71	0,073
20	-	-	-	-	-	-	-	-	4,92	550	15,00	100	86,5	24,70	7,13	0,083
5	0,94	600	16,36	130	86,3	5,43	3,5	0,12	1,14	300	8,18	107,5	86,3	12,23	2,85	0,018
7,5	1,03	600	16,36	110	86,1	5,92	4,82	0,12	1,75	350	9,54	105	86,1	15,49	3,85	0,027
10	2,34	900	24,54	105	86,5	8,70	8,35	0,29	2,32	400	10,91	105	85,7	17,54	4,73	0,036
12,5	3,22	1100	30,00	95	86	9,69	11,43	0,44	2,93	430	11,73	103	85	19,99	5,93	0,045
15	3,66	1150	31,36	98	84,2	10,45	12,78	0,49	3,48	450	12,27	103	84	22,09	6,61	0,052
17,5	4,4	1300	35,45	95	84	11,04	15,01	0,64	4,05	480	13,09	103	83,8	23,63	7,3	0,061
20	5,02	1350	36,81	95	83,8	12,00	15,59	0,70	4,61	500	13,64	103	83,5	25,27	7,99	0,069
5	0,94	600	16,36	131	86,3	5,43	4,31	0,12	1,01	250	6,82	121	86,3	12,90	2,8	0,013
7,5	1,54	750	20,45	119	86,1	7,00	6,5	0,19	1,65	350	9,54	111	86,1	14,74	4,01	0,026
10	2,1	900	24,54	117	86,5	7,88	7,88	0,29	2,22	400	10,91	110	85,7	16,91	5,18	0,036
12,5	2,63	1000	27,27	114	84,5	8,80	9,65	0,36	2,81	430	11,73	107	84,5	19,33	5,88	0,044
15	3,36	1100	30,00	107	84,2	10,07	11,48	0,45	3,38	450	12,27	106	84	21,60	6,58	0,051
17,5	3,98	1150	31,36	105	84	11,26	12,06	0,50	3,97	500	13,64	105	83,8	22,55	7,28	0,065
20	4,63	1200	32,72	103	83,8	12,39	12,66	0,56	4,61	550	15,00	103	83,5	23,51	7,99	0,080
25	5,96	1250	34,09	100	83,8	14,88	13,45	0,64	5,94	550	15,00	100	83,5	28,37	9,93	0,091
30	7,22	1300	35,45	99	83,8	16,92	15,04	0,73	7,34	550	15,00	97	83,5	32,86	11,41	0,104
5	0,26	300	8,18	475	86,3	3,08	2,5	0,04	0,27	250	6,82	458	86,3	3,81	2,54	0,010
7,5	0,42	400	10,91	438	86,1	3,71	3,35	0,08	0,47	300	8,18	394	86,1	5,43	3,09	0,016
10	0,58	450	12,27	425	86,5	4,51	3,8	0,10	0,71	300	8,18	342	85,7	7,99	3,18	0,016
12,5	0,77	500	13,64	388	84,5	5,35	4,26	0,13	0,91	380	10,36	331	84,5	8,07	4,03	0,026
15	1	550	15,00	360	84,2	6,25	4,73	0,16	1,45	400	10,91	247	84	11,73	4,42	0,032
17,5	1,39	700	19,09	300	84	6,79	6,46	0,26	2,12	400	10,91	197	83,8	16,27	4,66	0,035
20	1,73	750	20,45	275	83,8	7,80	7,77	0,31	2,6	400	10,91	183	83,5	19,25	4,83	0,038
25	2,57	800	21,82	232	83,8	10,54	9,63	0,37	3,91	500	13,64	152	83,5	22,29	6,28	0,064
30	3,18	850	23,18	225	83,8	12,06	11,42	0,44	4,98	550	15,00	143	83,5	24,93	7,64	0,083
35	3,79	900	24,54	220	83,8	13,38	13,22	0,50	6,6	550	15,00	126	83,5	30,56	9,19	0,097

Tabela I-28 Escoamento Monofásico – Bomba GC6100

Estágio	Rotação rpm	QL	P entrada bar abs	Δp medido bar	Δp calculado bar	H medido m	H calculado m	Q*	H* medido	H* calculado
		m ³ /h								
1	3208	6,499	2,454	1,246	1,267	12,46	12,67	0,159	0,257	0,261
	3207	13,248	2,401	1,176	1,157	11,76	11,57	0,324	0,242	0,238
	3208	19,866	2,458	0,998	1,029	9,98	10,29	0,486	0,205	0,212
	3210	26,546	2,404	0,853	0,880	8,53	8,80	0,649	0,175	0,181
	3207	33,140	2,414	0,719	0,709	7,19	7,10	0,810	0,148	0,146
	3211	38,932	2,507	0,531	0,544	5,31	5,44	0,952	0,109	0,112
2	3208	6,499	3,701	1,265	1,267	12,65	12,67	0,159	0,260	0,261
	3208	19,866	3,455	1,136	1,029	11,36	10,28	0,496	0,234	0,213
	3208	33,140	3,139	0,892	0,708	8,92	8,08	0,811	0,183	0,145
3	3208	6,499	4,966	1,359	1,267	13,58	12,67	0,159	0,279	0,26
	3208	19,866	4,557	1,185	1,029	11,85	10,3	0,486	0,244	0,211
	3208	33,140	4,025	1,041	0,707	10,41	7,06	0,811	0,214	0,145
22	3208	6,499	29,99	1,294	1,267	12,67	12,67	0,259	0,266	0,261
	3208	19,866	27,02	1,181	1,029	10,29	10,29	0,486	0,243	0,211
	3208	33,140	22,47	0,95	0,707	7,06	7,06	0,811	0,19	0,146

Tabela I-29 Obtenção da diferença de pressão Bomba GC6100
Escoamento em bolhas dispersas em todo o canal – Modelo Proposto

Estágio	Rotação rpm	Q _L m3/h	Q _G entrada m3/h	P entrada bar abs	Δp medido bar	Δp calc. bar	H medido m	H calc. m	Q* m3/h	H* medido m	H* calc. m	α entrada %	α saída %	Q _G saída m3/h
1	3209	16,282	1,250	7,81	1,094	1,116	10,17	10,39	0,424	0,209	0,214	7,13	6,31	1,096
	3208	36,757	1,210	7,95	0,596	0,624	6,13	6,42	0,927	0,126	0,132	3,19	2,97	1,126
	3206	35,277	1,640	7,90	0,540	0,622	5,62	6,46	0,901	0,116	0,133	4,44	4,17	1,535
	3210	34,930	2,330	7,89	0,529	0,546	5,62	5,81	0,911	0,115	0,119	6,25	5,88	2,184
2	3209	16,282	1,096	8,91	1,089	0,992	11,55	10,52	0,424	0,237	0,216	6,31	5,66	0,977
	3208	36,757	1,126	8,55	0,744	0,709	7,65	7,29	0,927	0,157	0,150	2,97	2,74	1,036
	3208	28,539	1,536	8,40	0,893	0,900	9,38	9,45	0,736	0,193	0,194	5,11	4,64	1,388
	3206	35,277	1,535	8,44	0,763	0,735	7,90	7,61	0,897	0,163	0,157	4,17	3,84	1,408
	3210	25,231	2,206	8,31	0,789	0,925	8,51	9,97	0,669	0,175	0,205	8,04	7,40	2,015
	3210	34,930	2,184	8,42	0,756	0,701	7,97	7,39	0,904	0,164	0,152	5,88	5,38	1,985
3	3207	16,282	0,977	10,00	1,130	1,097	12,03	11,68	0,426	0,248	0,241	5,66	5,12	0,878
	3208	36,757	1,036	9,29	0,877	0,710	9,01	7,29	0,927	0,185	0,150	2,74	2,51	0,947
	3209	18,418	1,371	9,16	1,064	1,052	11,45	11,33	0,487	0,235	0,233	6,93	6,25	1,228
	3208	28,539	1,388	9,29	0,914	0,904	9,59	9,48	0,735	0,197	0,195	4,64	4,24	1,264
	3206	35,277	1,408	9,20	0,855	0,725	8,89	7,54	0,900	0,183	0,155	3,84	3,52	1,288
	3210	25,231	2,015	9,10	0,939	0,947	10,02	10,11	0,661	0,206	0,208	7,40	6,75	1,827
	3210	34,930	1,985	9,18	0,833	0,716	8,74	7,51	0,899	0,180	0,154	5,38	4,95	1,820
22	3210	6,134	0,286	31,09	1,270	1,170	13,26	12,17	0,157	0,273	0,250	4,45	4,29	0,275
	3209	16,282	0,270	32,87	1,288	1,181	12,46	12,00	0,405	0,256	0,247	1,63	1,57	0,260
	3209	36,757	0,343	25,34	0,881	0,763	8,88	7,69	0,907	0,183	0,159	0,92	0,89	0,331
	3208	18,418	0,377	31,34	1,242	1,152	12,65	11,73	0,460	0,260	0,241	2,01	1,93	0,363
	3209	28,539	0,425	27,74	1,065	0,980	10,80	9,93	0,708	0,222	0,204	1,47	1,41	0,409
	3208	35,277	0,462	25,44	0,923	0,808	9,34	8,17	0,875	0,192	0,168	1,29	1,25	0,446
	3206	15,327	0,544	31,14	1,237	1,159	12,78	11,98	0,388	0,262	0,246	3,43	3,30	0,523
	3212	25,231	0,567	29,21	0,939	1,040	9,58	10,61	0,631	0,197	0,218	2,20	2,13	0,549
	3210	34,930	0,660	25,35	0,919	0,803	9,35	8,17	0,870	0,192	0,168	1,85	1,79	0,637
	3208	19,060	0,981	25,33	1,104	1,083	11,57	11,36	0,490	0,238	0,234	4,89	4,70	0,940
	3209	26,918	0,984	24,93	1,036	0,968	10,72	10,02	0,683	0,220	0,206	3,53	3,39	0,945

Tabela I-30 - Determinação da diferença de pressão Bomba GC6100 – Modelo proposto

Estágio	Rotação rpm	Q _L m3/h	Q _G m3/h	α entrada %	P entrada bar abs	Δp medido bar	Δp calculado bar	H medido m	H calculado m	Q*	H* medido	H* calculado	Tam. bolha mm	Q _G saída m3/h
1	3208	6,134	1,154	15,83	7,440	0,572	0,668	6,75	11,60	0,178	0,139	0,238	31,3	1,059
	3209	18,420	1,525	7,65	7,470	0,603	0,308	6,52	3,32	0,487	0,134	0,068	52,9	1,465
	3208	28,539	1,535	5,10	7,400	0,511	0,626	5,37	6,58	0,736	0,110	0,135	40,3	1,415
	3212	15,327	2,235	12,73	7,350	0,445	0,324	5,08	3,70	0,429	0,104	0,076	52,1	2,141
	3210	25,231	2,206	8,04	7,310	0,358	0,447	3,87	4,89	0,671	0,080	0,099	46,2	2,079
	3210	11,572	3,373	22,57	7,120	0,178	0,336	2,28	4,54	0,365	0,047	0,093	49,4	3,221
	3208	19,060	3,357	14,98	6,890	0,204	0,263	2,39	3,08	0,548	0,049	0,063	52,3	3,234
2	3208	6,134	1,059	14,723	8,050	0,608	0,686	7,08	7,99	0,176	0,145	0,163	31,0	0,976
	3208	11,572	3,221	21,774	7,360	0,236	0,345	3,01	4,63	0,362	0,062	0,095	49,2	3,077
	3210	19,060	3,234	14,506	7,600	0,321	0,267	3,72	3,10	0,543	0,077	0,064	52,4	3,124
	3208	26,981	3,350	11,045	7,120	0,358	0,556	4,01	6,21	0,740	0,082	0,127	39,8	3,107
3	3210	6,134	0,976	13,727	8,700	0,649	0,704	10,88	11,81	0,174	0,223	0,243	30,8	0,903
	3208	11,572	3,077	21,005	7,88	0,226	0,199	3,02	2,67	0,36	0,062	0,055	55,3	0,26
	3208	19,060	3,124	14,082	7,65	0,375	0,268	4,35	3,1	0,542	0,089	0,064	52,5	0,211
	3208	26,981	3,107	10,326	7,6	0,469	0,552	5,21	6,13	0,735	0,107	0,126	40,4	0,145
22	3210	11,572	1,399	10,786	18,06	0,786	0,560	9,75	6,63	0,317	0,2	0,136	46,2	0,261

ANEXO II

FIGURAS

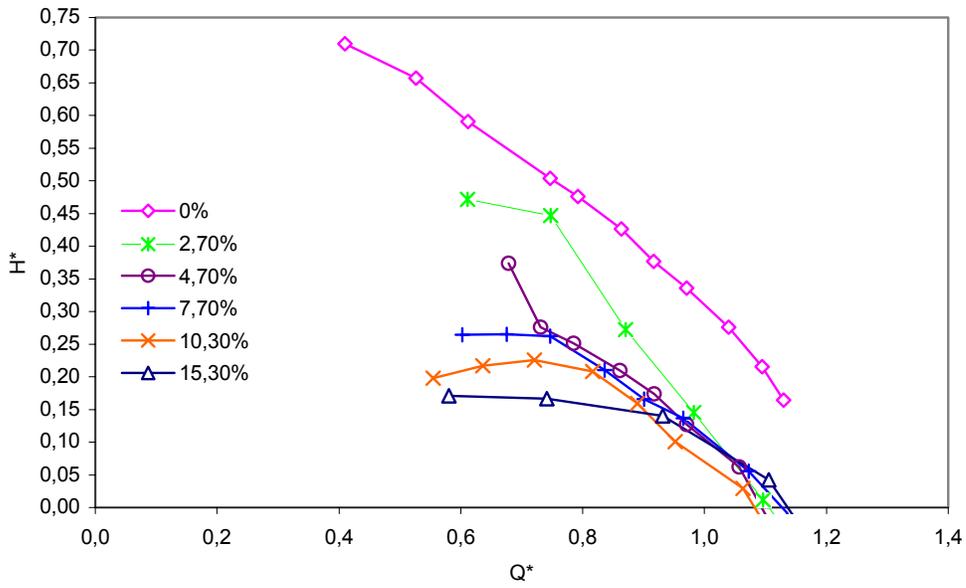


Figura II-1 – Valores medidos $Q^* \times H^*$ - Bomba teste 1º estágio 400 rpm

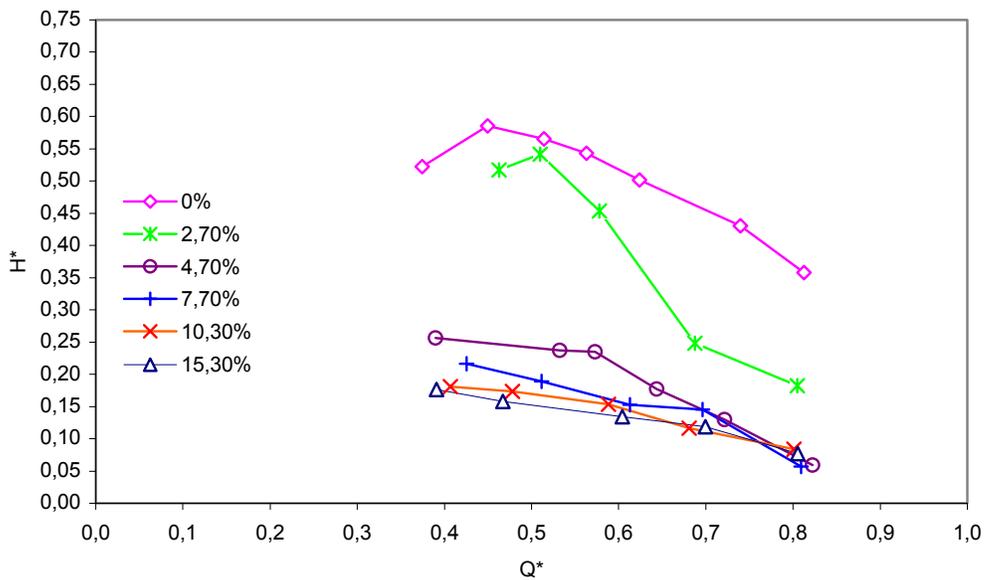


Figura II-2 – Valores medidos $Q^* \times H^*$ - Bomba teste 1º estágio 600 rpm

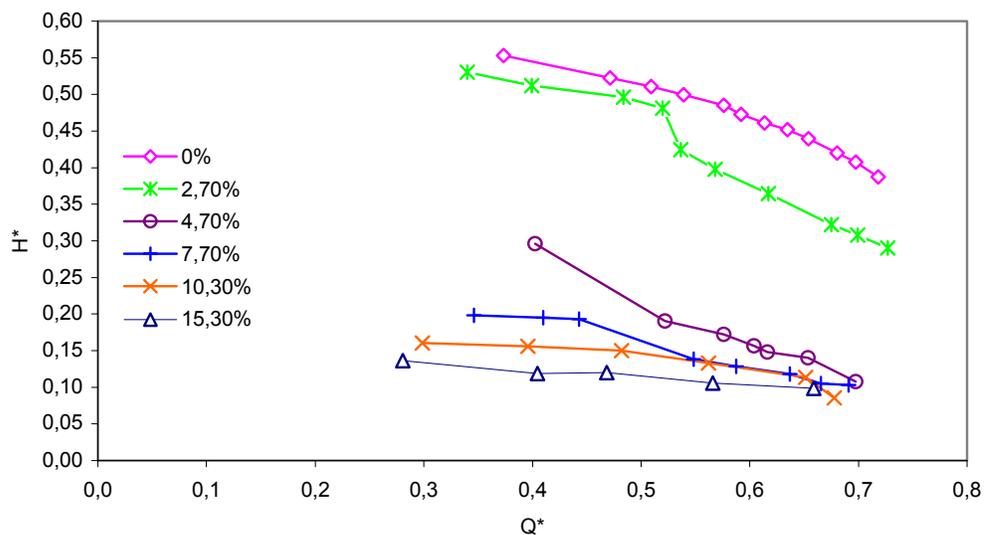


Figura II-3 – Valores medidos $Q^* \times H^*$ - Bomba teste 1º estágio 800 rpm

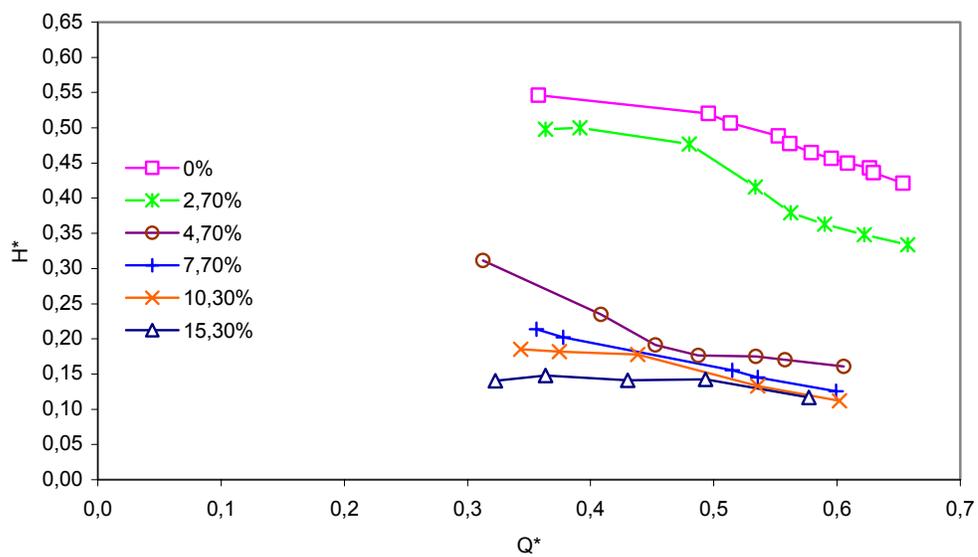


Figura II-4 – Valores medidos $Q^* \times H^*$ - Bomba teste 1º estágio 1000 rpm

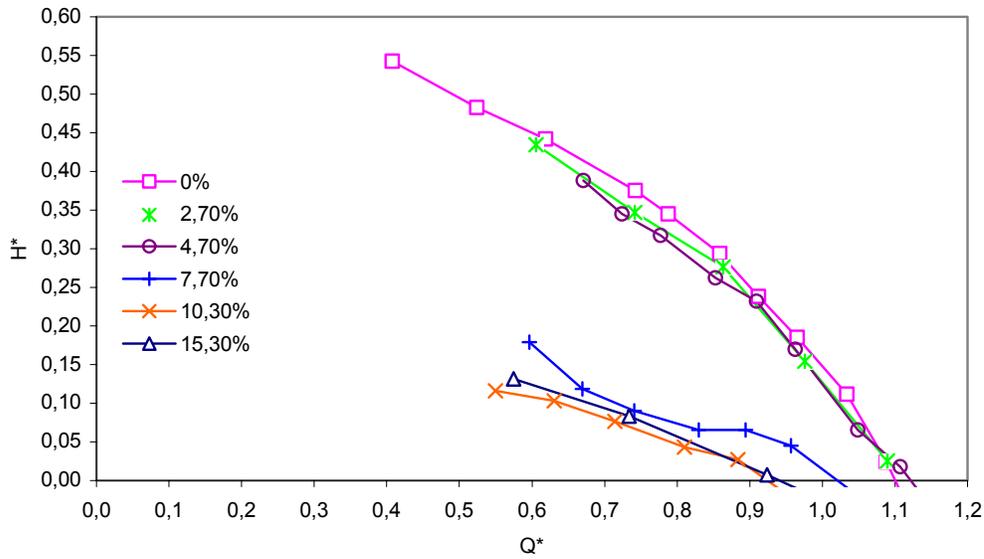


Figura II-5 – Valores medidos Q^* x H^* - Bomba teste 2º estágio 400 rpm

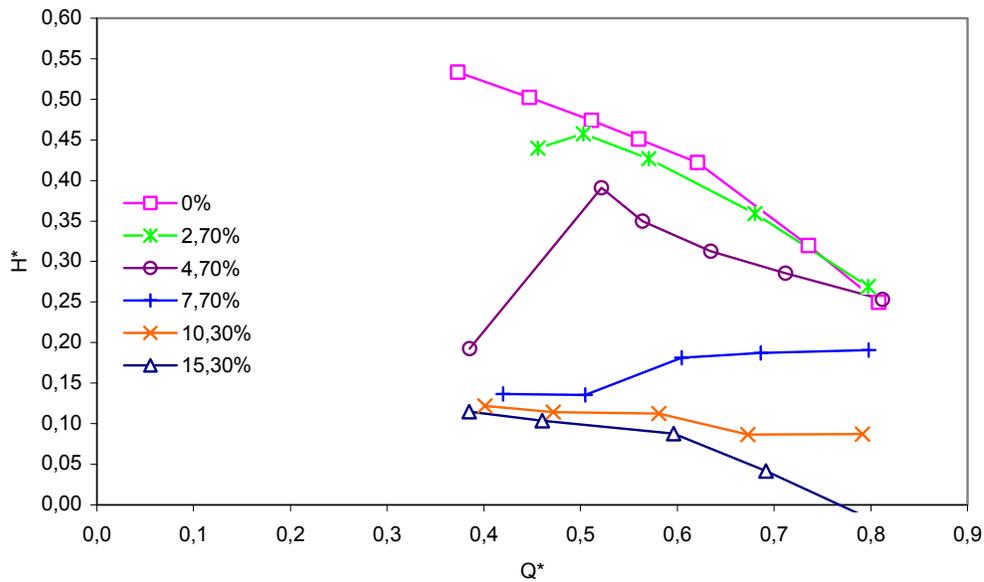


Figura II-6 – Valores medidos Q^* x H^* - Bomba teste 2º estágio 600 rpm

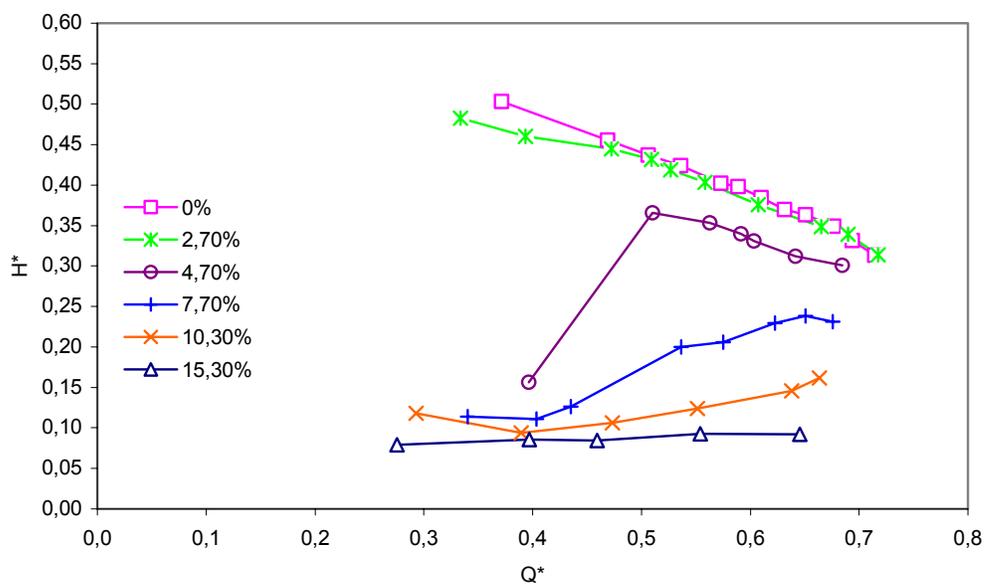


Figura II-7 – Valores medidos $Q^* \times H^*$ - Bomba teste 2º estágio 800 rpm

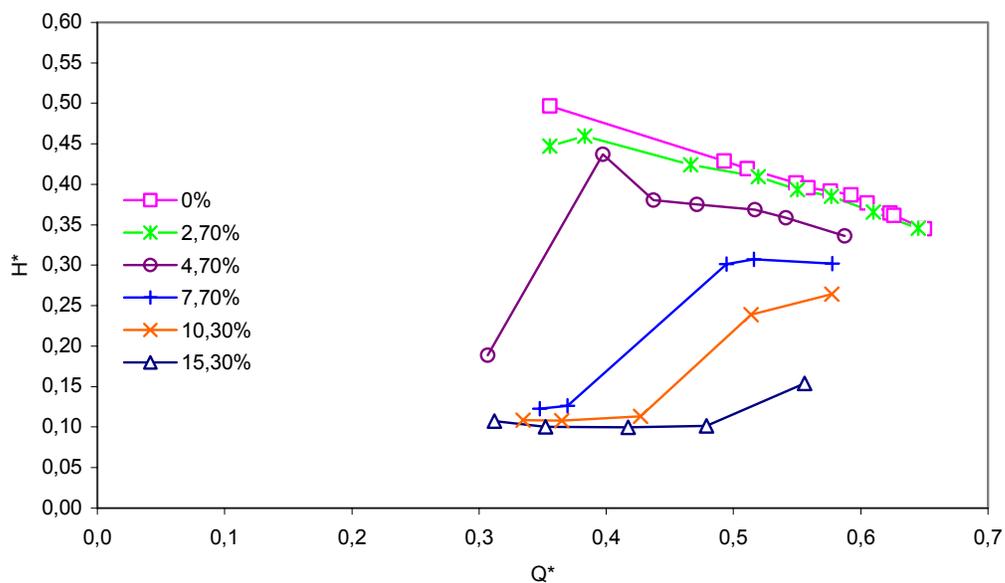


Figura II-8 – Valores medidos $Q^* \times H^*$ - Bomba teste 2º estágio 1000 rpm

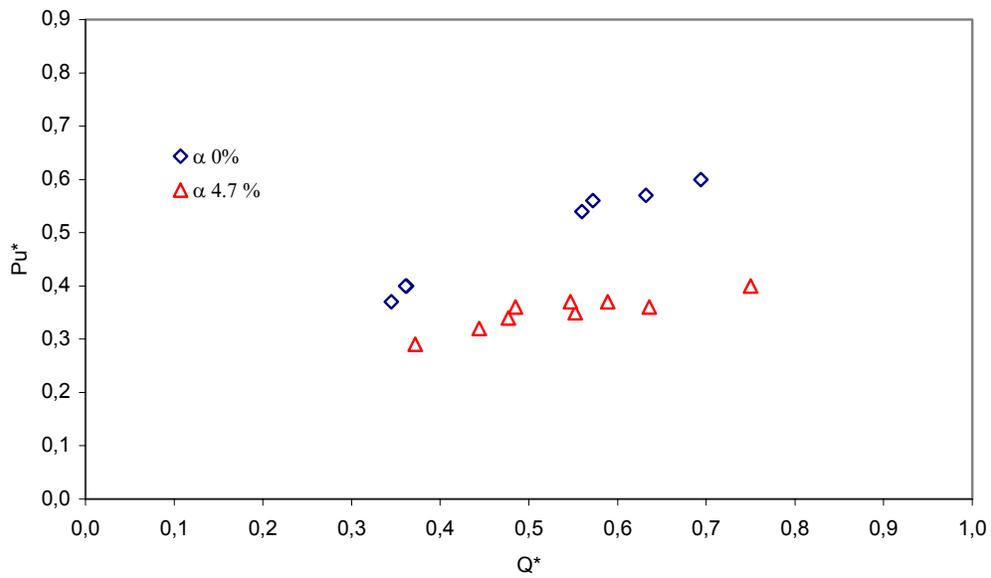


Figura II-9– Valores medidos $Q^* \times Pu^*$ - $\alpha 0\%$ e 4.7% - Bomba teste 400 a 1000 rpm

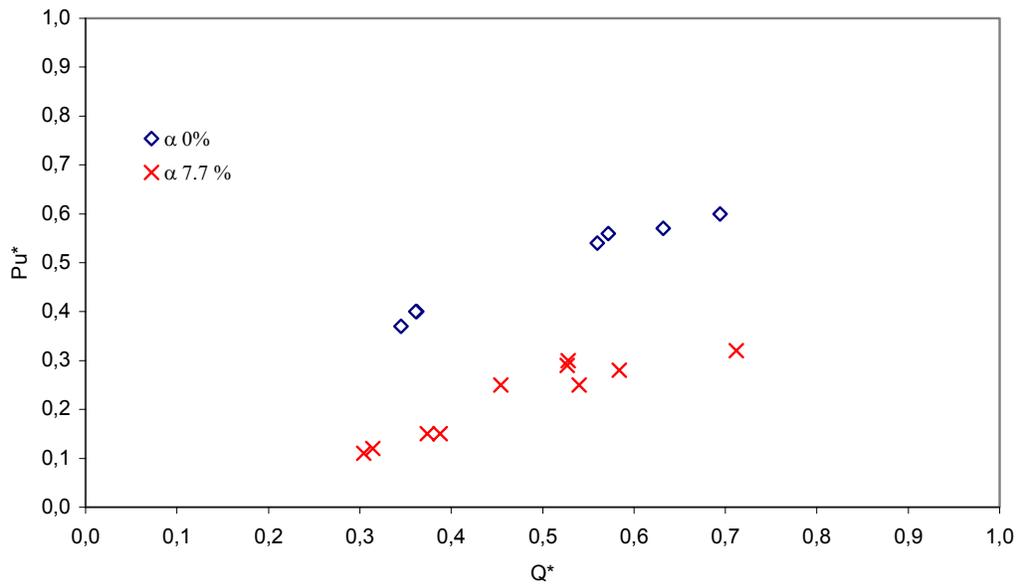


Figura II-10– Valores medidos $Q^* \times Pu^*$ - $\alpha 0\%$ e 7.7% - Bomba teste 400 a 1000 rpm

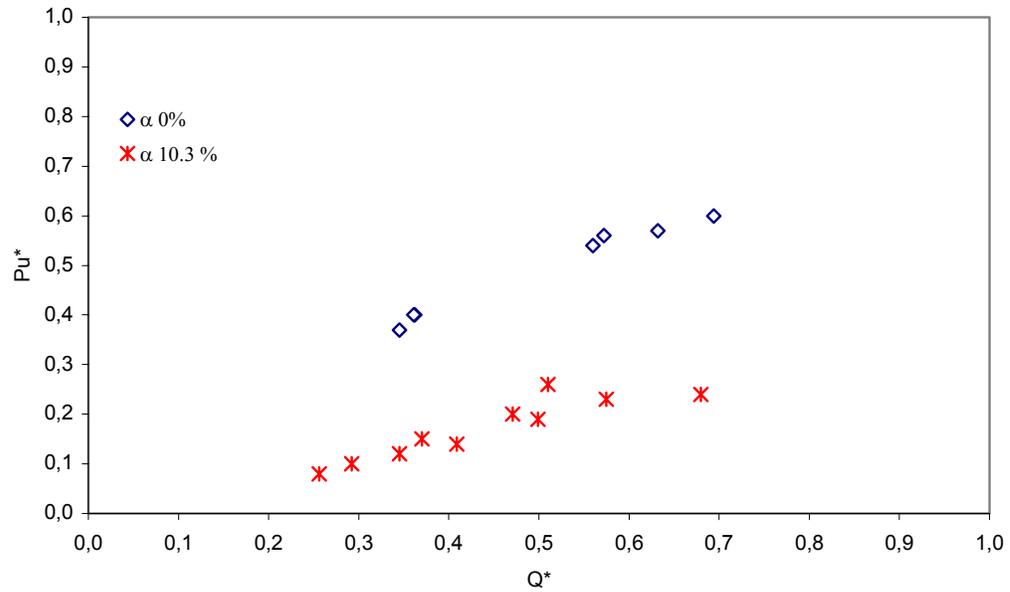


Figura II-11– Valores medidos Q^* x Pu^* - $\alpha 0\%$ e 10.3% - Bomba teste 400 a 1000 rpm

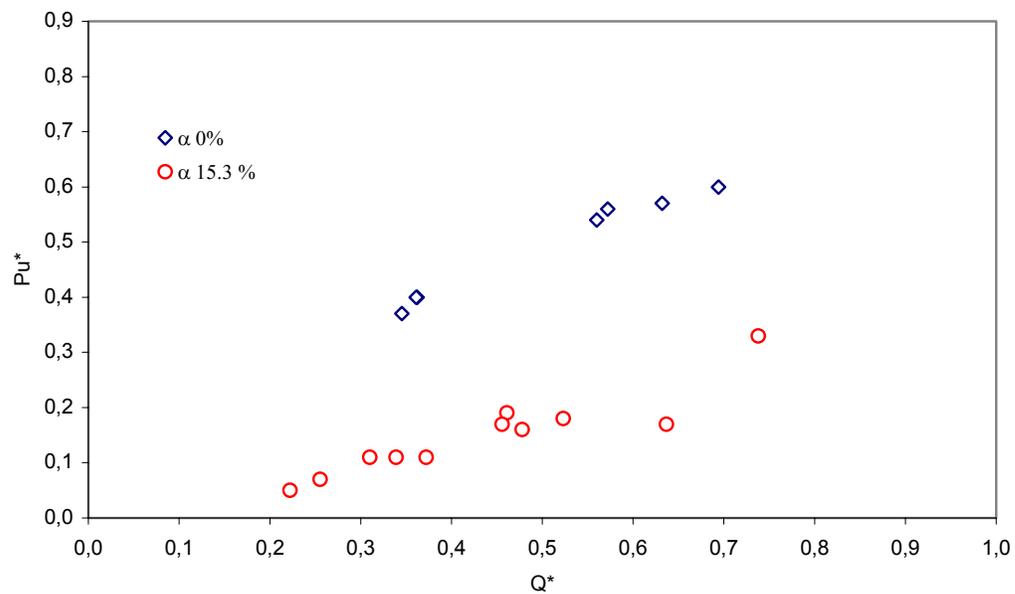


Figura II-12– Valores medidos Q^* x Pu^* - $\alpha 0\%$ e 15.3% - Bomba teste 400 a 1000 rpm

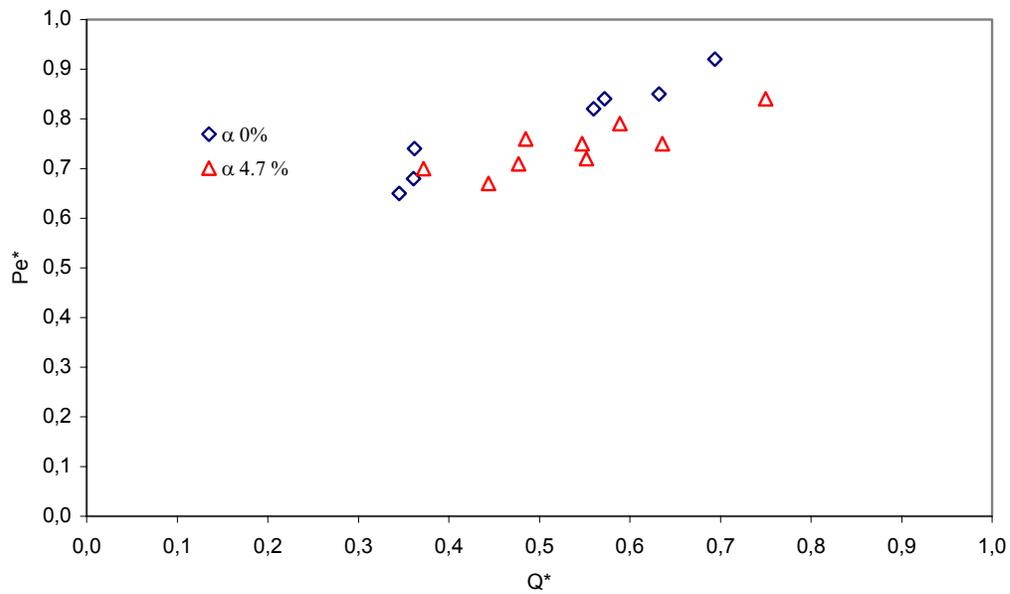


Figura II-13– Valores medidos Q^* x Pe^* - $\alpha 0\%$ e 4.7% - Bomba teste 400 a 1000 rpm

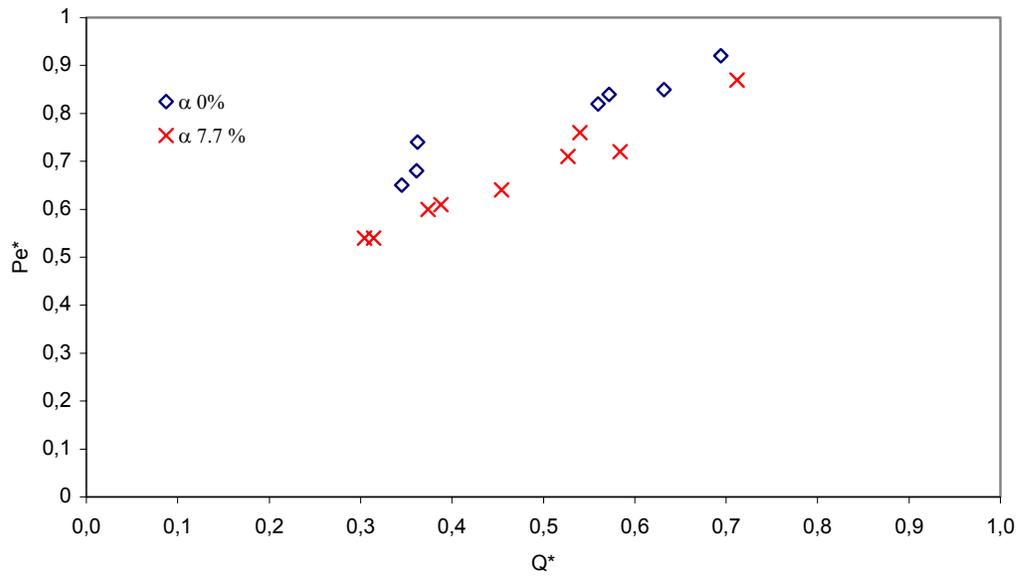


Figura II-14– Valores medidos Q^* x Pe^* - $\alpha 0\%$ e 7.7% - Bomba teste 400 a 1000 rpm

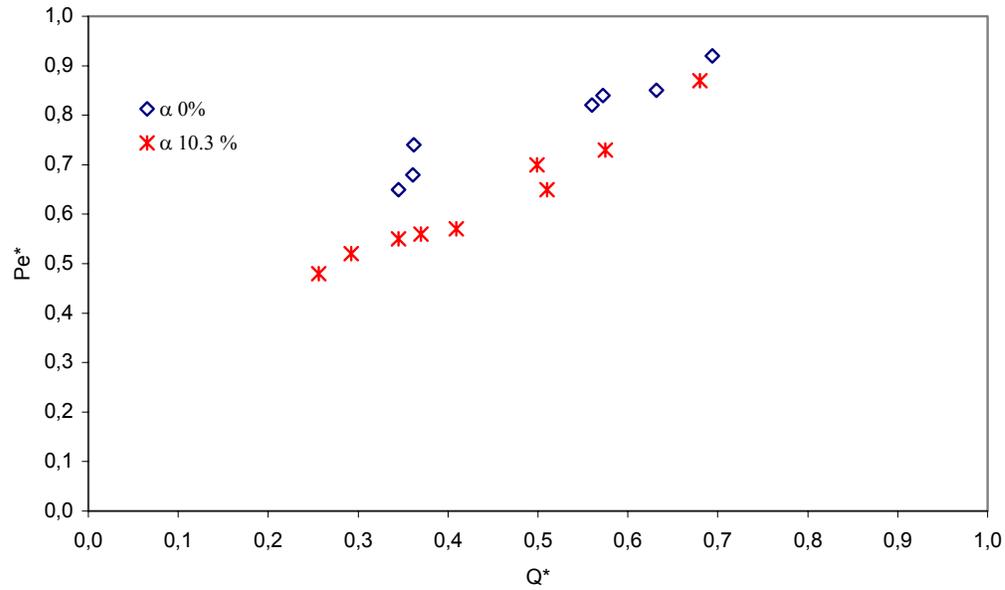


Figura II-15– Valores medidos Q^* x Pe^* - α 0% e 10.3 % - Bomba teste 400 a 1000 rpm

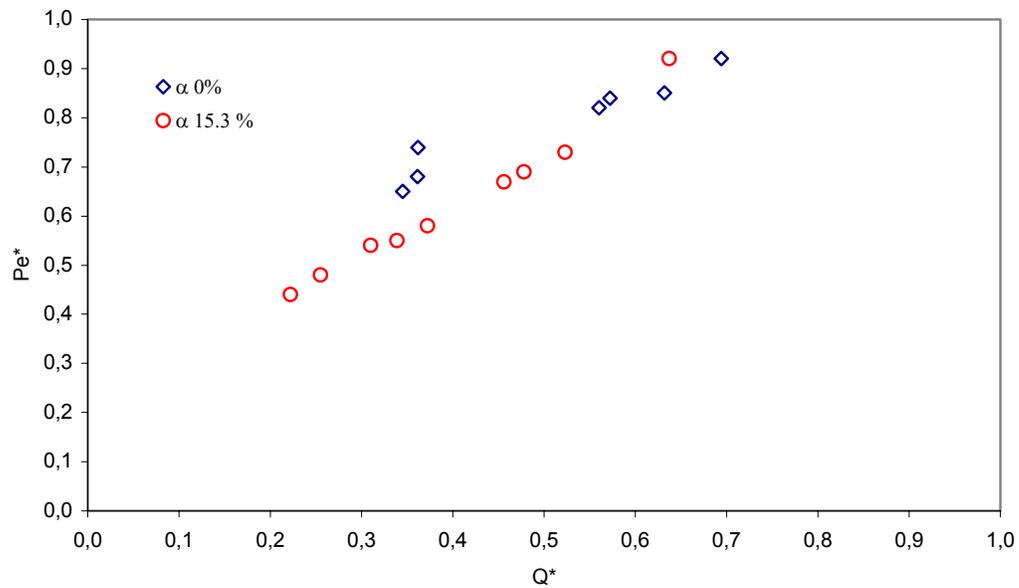


Figura II-16– Valores medidos Q^* x Pe^* - α 0% e 15.3% - Bomba teste 400 a 1000 rpm

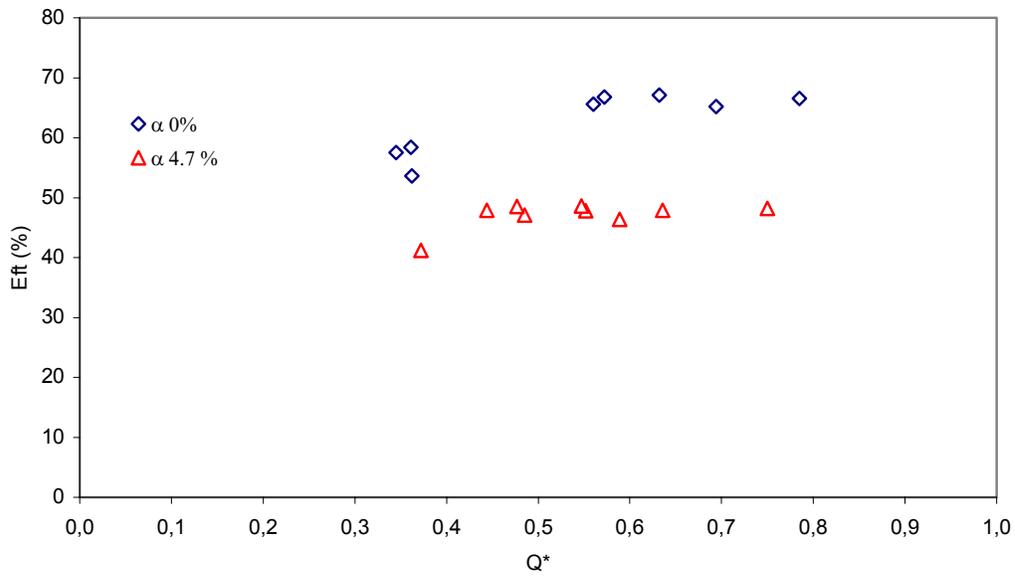


Figura II-17– Valores medidos Q^* x E_{ft} - $\alpha 0\%$ e 4.7% - Bomba teste 400 a 1000 rpm

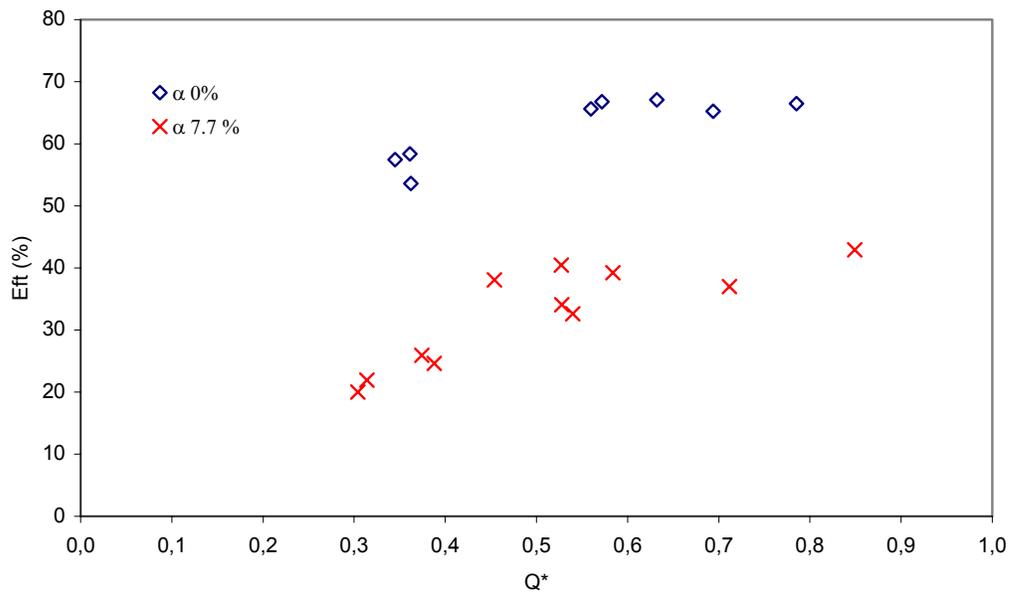


Figura II-18– Valores medidos Q^* x E_{ft} - $\alpha 0\%$ e 7.7% - Bomba teste 400 a 1000 rpm

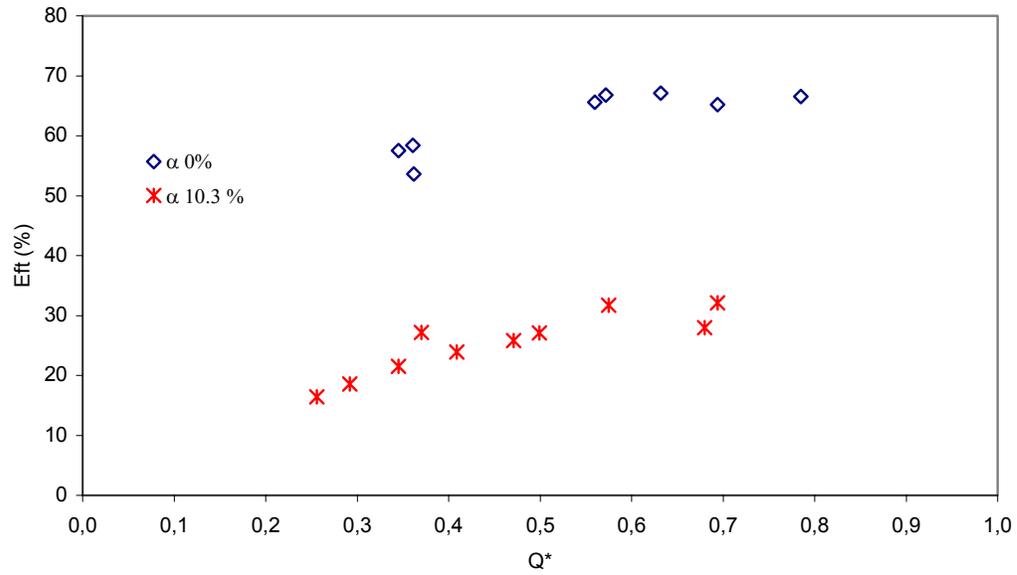


Figura II-19– Valores medidos Q^* x E_{ft} - $\alpha 0\%$ e 10.3% - Bomba teste 400 a 1000 rpm

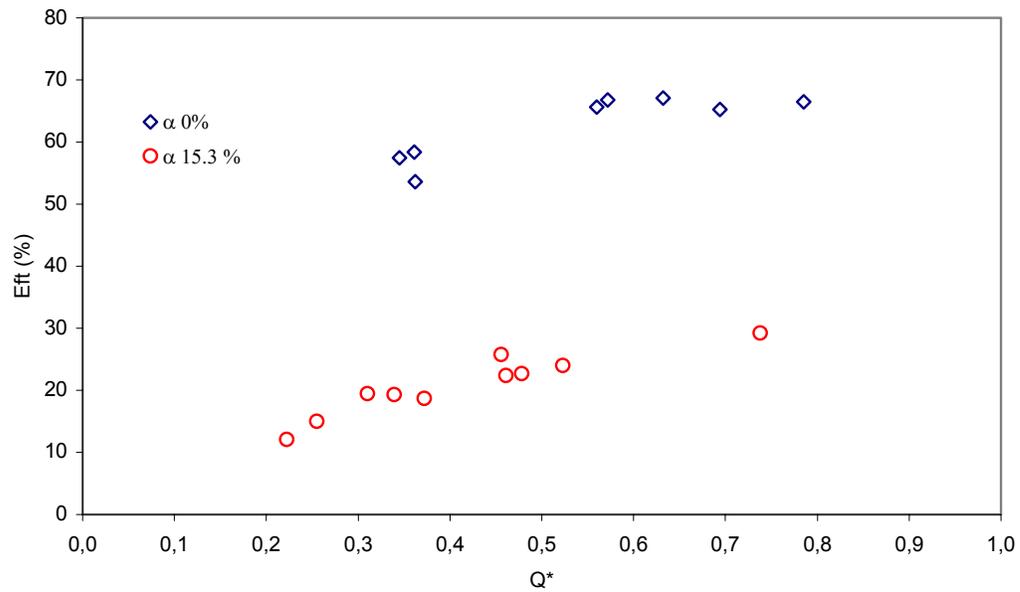


Figura II-20– Valores medidos Q^* x E_{ft} - $\alpha 0\%$ e 15.3% - Bomba teste 400 a 1000 rpm

ANEXO III

PROGRAMAS

Calculo dos coeficientes k1 e k2 - 1º estagio

```
r2 = .1025;
r1 = .040;
b1 = 0.021;
b2 = .012;
g = 9.81;
be1 = 20;
be2 = 35.;
rpm = 800;.
na = 8;
ep = 0.003;
qo1 = 24.5;
a1 = 6.28*r1/na - ep;
a2 = 6.28*r2/na - ep;
w = 6.28 rpm/60. ;
ql1 = {14.19, 19.35, 21.89, 25.86, 27.30};
hl = {4.15, 3.84, 3.66, 3.16, 2.91} ;
qhl = N[Table[{ql1[i] / (3600. wr2^2 b2), (hl[i] g) / ((w r2) ^2)}, {i, 1, 5}]]
eq1 = Fit[qhl, {1, q, q^2}, q]

c = .468509;
b = .583113;
a = .964528;
cg = g r2^2 b2^2;
qoa = qo1/(w*r2^2*b2);
an2 = Cot[(be2 3.14)/180.];
an1 = Cot[(be1 3.14)/180.];
mi1 = na/(na + 6.2*(r1/r2))^(2/3);
mi = .709
k1k2 = a/cg;
k2q = (b + (mi an2))/6.28/(2. cg);
kq2 = (mi - c)/cg;
q0 = kq2/k2q
ql0 = 3600. q0 w r2^2 b2
k2 = k2q/q0
k1 = k1k2-k2
```

(* 2º estágio escoamento monofásico - fração de vazio igual a zero*)

```
rpm=0600.;  
ql1=17.79;  
qgi=0.0;  
pe1=0.933;  
dp1=.245;  
dp=.313;  
r1=0.038;  
r2=0.130;  
bt1=20.;  
bt2=35.;  
b1b=.021;  
b2=.0075;  
na=8;  
ep=.004;  
rol=1000;  
rog=1.2;  
vis=.001;  
vig=.000025;  
sig=.07209;  
ri=r1;  
rb=ri;  
ww=6.28*rpm/60;  
b1=b1b;  
w=ww;
```

```
ql=ql1/(8*3600);  
tb1=bt1*3.1415/180;  
tb2=bt2*3.1415/180;  
rom=rol;  
vim=vis;
```

```
as1=(6.28*r1/8-0.003)*Sin[tb1]*b1;  
as2=(6.28*r2/8-0.004)*Sin[tb2]*b2;  
v1=ql/as1;  
v2=ql/as2;  
mas=8*((as1+as2)/2);  
dhm=4*mas/(2*(mas/b2+b2));  
rc=(1/2)*(r2^2-r1^2)/(r2*Cos[tb2]-r1*Cos[tb1]);  
vm1=ql/(3600*8*as1);  
vm2=ql/(3600*8*as2);  
vr1=ql/(3600*8*as1/Sin[tb1]);  
vr2=ql/(3600*8*as2/Sin[tb2]);  
vmm=(vm1+vm2)/2;  
rey=rol*vmm*dhm/vis;  
rew=rol*w*dhm^2/vis;
```

```

fp=1.0197/100000;
ca=0.6103;
k1m=49020;
k2m=3388;
qom=36;
ca=0.621;
k1m=13468;
k2m=18930;
qom=36;
k1d=35732;
fco=1;
fc=(rey*(r2/rc)^2)^(1/20);
fw=0.924*(rew^2/rey)^0.05;
fbl=0.076/(rey^0.25);
fto=fc*fw;
fff=fco*fc*fw;
fmo=fbl*fco*fc*fw;
k1b=1*k1m+k1d;
k2b=k2m;
u2=w*r2;
u1=w*r1;
cto=Cos[tb2]/Sin[tb2];
ct1=Cos[tb1]/Sin[tb1];
hc2=ca*(u2/9.81)*(u2-vr2*cto);
hc1=ca*(u1/9.81)*(u1-vr1*ct1);
hca=hc2-1*hc1;
hfr=k1b*(8*ql)^2;
hch=k2b*(8*ql-(qom/3600)*rpm/1110)^2;
ht=hca-hfr-hch;
hta=ht*9.81/(u2^2);
qas=8*ql/(ww*r2^2*b2);
dpt=fp*(rom*9.81*ht+rol*(vm1^2-vm2^2)/2);
htm=(dp/fp)/(rol*9.81)+1*(vm2^2-vm1^2)/(2*9.81);
htb=htm*9.81/(u2^2);
pe=pe1+dp1;
rpm
ql1
pe
dp
dpt
htm
ht
qas
htb
hta

```

```

(* modelo proposto *)
(* verificação do regime de escoamento *)
rpm=1000.;
ql1=18.19;
qgi=2.622;
fv=.1259;
pe1=1.115;
dp1=.230;
ne=8;
bt1=20.;
bt2=35.;
r1=.040;
r2=.1025;
b1b=.021;
b2=.012;
na=8;
ep=.003;

r1d=0.1275;
r2d=0.045;
b1d=0.021;
b2d=0.013;
bd1=49;
bd2=89;
nad=6;
epd=0.001;

rol=1000;
rog=1.2;
vis=.001;
vig=.000025;
sig=.07209;
rb=ri;
dp=dp1;
pe=pe1+0*dp1;
p2=pe+dp;
qg1=qgi*pe1/pe;
ww=6.28*rpm/60;
b1=(b1b^2/2)^0.5;
b1=b1b;
w=ww;
fpr=dp/p2;

ql=ql1/(8*3600);
qqg=qg1/(8*3600);
fv=qg1/(ql1+qg1);

```

```

qas=8*(ql+qqg)/(ww*r2^2*b2);
qg=ql*(fv/(1-fv));
qg=qqg;
ai=qg/(ql+qg);
aip=ai*100;
tb1=bt1*3.1415/180;
tb2=bt2*3.1415/180;
tbb=(20+15*(0.85*r2-r1)/(r2-r1))*3.1415/180;
rom=rol*(1-ai)+rog*ai;
vim=vis*(1-ai)+vig*ai;

as1=(6.28*r1/8-0.003)*Sin[tb1]*b1b;
as2=(6.28*r2/8-0.003)*Sin[tb2]*b2;
asb=(6.28*0.85*r2/8-0.003)*Sin[tbb]*b2;
v1=(ql+qqg)/as1;
v2=(ql+qqg*fpr)/as2;
mas=8*((as1+as2)/2);
dhm=4*mas/(2*(mas/b2+b2));
rc=(1/2)*(r2^2-r1^2)/(r2*Cos[tb2]-r1*Cos[tb1]);
vm1=(ql1+qg1)/(3600*8*as1);
vm2=(ql1+qg1*fpr)/(3600*8*as2);
vr1=(ql1+qg1)/(3600*8*as1/Sin[tb1]);
vr2=(ql1+qg1*fpr)/(3600*8*as2/Sin[tb2]);
vmm=(vm1+vm2)/2;
vmb=(ql1+qg1)/(3600*8*asb/Sin[tbb]);
rey=rol*vmm*dhm/vis;
rew=rol*w*dhm^2/vis;
rli=0.8*r2;
dbi=0.003;
dbg=dbi*(pe1/(pe1+dp1))^(1/3);

"frw limite surging"
frs=209.75-201.16*(1-aip/100)
"frw limite bloqueio"
frb=3.53-1.72*(1-aip/100)
"frw"
frc=vm1^2/(w^2*r1*dbi)
frl=vm1^2/(w^2*rli*dbi);
frg=vmb^2/(w^2*rli*dbg);
"Se frw menor que frw limite - escoamento estratificado - surging ou bloqueio - achar rb"
"Se frw maior que frw limite - escoamento em bolhas dispersas"
dbc;

```

(* Escoamento em bolhas dispersas $Fr_w > Fr_w \text{ limite}$ *)

```
ca = 0.709;
k1m = 26170;
k2m = 38818;
qom = 24.5;
k1d = 35732;
ne = 8;
qas = 8*(ql + qqg)/(ww*r2^2*b2);

rf = 1/(1 - ai)^ne;
rs = 1/(1 - ai)^2;
fco = 1.14*ql^0.25;
fco = 1.08*ql^0.50;
fc = (rey*(r2/rc)^2)^(1/20);
fw = 0.924*(rew^2/rey)^0.05;
fbl = 0.076/(rey^0.25);
fto = fc*fw;
fff = fco*fc*fw;
fmo = fbl*fco*fc*fw;
fbi = rf*fmo;
k1e = (8*fbi*(s2/dhm)*vmm^2/(2*9.81))/((ql1 + qgi)/(1*3600))^2;
k1b = 1*k1m*fbi/fmo;
k1b = k1e;
k2b = k2m*rs;
u2 = w*r2;
cto = Cos[tb2]/Sin[tb2];
rom = rol*(1 - ai) + rog*ai;
fp = 1.0197/100000;

hca = ca*(u2/9.81)*(u2 - vr2*cto);
hfr = k1b*(8*(ql + qqg))^2;
hch = k2b*(8*(ql + qqg) - (qom/3600)*rpm/800)^2;
hta = hca - hfr - hch;
dpt = 1*fp*(rom*9.81*hta + 1*rom*(vm1^2 - vm2^2)/(2*1));

s1 = 0.;
s2 = (-0.0093*(r2*1000)^2 + 3.5277*r2*1000 - 125.85)/1000;

q = qas;

p2 = pe + dpt;
qg2 = qg*pe/p2;
fz2 = qg2/(ql + qg2);
```

```

ro2 = rog*p2/pe;
am = (ai + fz2)/2;
rom = rol*(1 - am) + ro2*am;

dpt = 1.0*fp*(rom*9.81*hta + 1*rom*(vm1^2 - vm2^2)/(2*1));
p2a = pe + dpt;
qg2 = qg*pe/p2a;
fz2 = qg2/(ql + qg2);
at = ai;
abr = (fz2 + at)/2;
qgm = ql*(abr/(1 - abr));
am = abr;
rom = rol*(1 - am) + 1.2*(pe + dpt/2)/pe;
dpt = 1.0*fp*(rom*9.81*hta + 1*rom*(vm1^2 - vm2^2)/(2*1));
p2a = pe + dpt;
qg2 = qg*pe/p2a;
fz2 = qg2/(ql + qg2);
at = ai;
abr = (fz2 + at)/2;
qgm = ql*(abr/(1 - abr));
am = abr;
rom = rol*(1 - am) + 1.2*(pe + dpt/2)/pe;
dpt = 1.0*fp*(rom*9.81*hta + 1*rom*(vm1^2 - vm2^2)/(2*1));
htc = hta*9.81/u2^2;

p2a = pe + dpt;
qg2 = qg*pe/p2a;
hmt = (dp/fp)/(rom*9.81) + (vm2^2 -
      vm1^2)/(2*9.81);

hma = hmt*9.81/u2^2;

ad1 = (6.28*r1d/nad - epd)*Sin[bd1*3.1415/180]*b1d;
ad2 = (6.28*r2d/nad - epd)*Sin[bd2*3.1415/180]*b2d;
vd1 = (ql1 + qgi)/(3600*nad*ad1);
vd2 = (ql1 + qgi)/(3600*nad*ad2);
hfd = k1d*rs*((ql + qqg)*na)^2;
dpd = fp*(rom*9.81*hfd + rom*(vd2^2 - vd1^2)/2);
pe2 = pe1 + dpt - dpd;
ht2 = ht - hfd;
qgd = qgi*pe1/pe2;
ald = 100*qgd/(ql1 + qgd);

rpm
ql1
qgi

```

pe
 dpt
 hta
 qas
 htc
 100*at
 100*fz2
 100*am
 qg2*3600*8
 dpd
 qgd
 pe2
 ald

(* Escoamento estratificado com bolhas - Frw < Frw limite - bloqueio gas*)
 (* dp = 0.2*dp monofásico *)

$$\begin{aligned}
 abg &= (6.28*r2/8 - 0.003)*b2; \\
 v2b &= (q1 + 0*qqg)/abg;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 as1 &= (6.28*r1/8 - 0.003)*\text{Sin}[tb1]*b1b; \\
 as2 &= (6.28*r2/8 - 0.003)*\text{Sin}[tb2]*b2; \\
 v1 &= (q1 + 0*qqg)/as1; \\
 v2 &= (q1 + 0*qqg*fpr)/as2; \\
 vm1 &= (q1 + 0*qqg)/(3600*8*as1); \\
 vm2 &= (q1 + 0*qqg*fpr)/(3600*8*as2);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 qas &= 8*(q1 + qqg)/(ww*r2^2*b2); \\
 q &= qas; \\
 rb &= 0.8*r2; \\
 fp &= 1.0197/100000;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ca &= 0.709; \\
 k1m &= 26170; \\
 k2m &= 38818; \\
 qom &= 24.5; \\
 ne &= 8;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u2 &= w*r2; \\
 cto &= \text{Cos}[tb2]/\text{Sin}[tb2]; \\
 hca &= ca*(u2/9.81)*(u2 - v2b*cto); \\
 hfr &= k1b*(8*(q1 + 0*qqg))^2; \\
 hch &= k2b*(8*(q1 + 0*qqg) - (qom/3600)*rpm/800)^2; \\
 hta &= hca - hfr - hch; \\
 dpt &= 1*fp*(rol*9.81*hta + 1*rol*(vm1^2 - vm2^2)/(2*1)); \\
 dbg &= 0.2*dpt;
 \end{aligned}$$

$$hta = (dbg/fp)/(rol*9.81) + (vm2^2 - vm1^2)/(2*9.81);$$

$$htc = hta*9.81/u2^2;$$

$$hta = (dbg/fp)/(rol*9.81) + (vm2^2 - vm1^2)/(2*9.81);$$

$$htc = hta*9.81/u2^2;$$

$$ad1 = (6.28*r1d/nad - epd)*Sin[bd1*3.1415/180]*b1d;$$

$$ad2 = (6.28*r2d/nad - epd)*Sin[bd2*3.1415/180]*b2d;$$

$$vd1 = (ql1 + qgi)/(3600*nad*ad1);$$

$$vd2 = (ql1 + qgi)/(3600*nad*ad2);$$

$$hfd = k1d*rs*((ql + qqg)*na)^2;$$

$$dpd = fp*(rom*9.81*hfd + rom*(vd2^2 - vd1^2)/2);$$

$$pe2 = pe1 + 0.2*dpt - dpd;$$

$$ht2 = hta - hfd;$$

$$qgd = qgi*pe1/pe2;$$

$$ald = 100*qgd/(ql1 + qgd);$$

rpm

ql1

qgi

pe

dbg

hta

qas

htc

dpd

qgd

pe2

ald

(* Escoamento estratificado com bolhas - Frw < Frw limite - surging *)

(* modelo simplificado *)

$$qas = 8*(ql + qqg)/(ww*r2^2*b2);$$

$$q = qas;$$

$$dbm = 0.003;$$

$$rba = 0.0834;$$

$$tbb = (20 + 15*(rba - r1)/(r2 - r1))*3.1415/180;$$

$$asb = (6.28*rba/8 - 0.003)*Sin[tbb]*b2;$$

$$vmb = (ql1 + qgi)/(3600*8*asb);$$

$$asm = (6.28*r1/8 - 0.003)*Sin[bt1*3.1415/180]*b1;$$

$$vm = (ql1 + qgi)/(3600*8*asm);$$

$$cde = (4/3)*Sin[20*3.1415/180]*(1 - ai)*(w^2/vm1^2)*r1;$$

```

cdd = 6.96*(cde)^1.17;
cdd = 12.96*cde - 23.67;
cdr = (4/3)*Sin[tbb*3.1415/180]*(1 - ai)*(w^2/vmb^2)*rba;
dcd = 100*(cdd - cdr)/cdd ;
frr = vm^2/(w^2*r1*dbm);
ccd = 1283.6/frr^0.954;
cdb = FindRoot[(4/3)*(w^2/(ql1/(8*3600))^2)*(1 - ai)^3*
    Sin[(20 + 15*(x - r1)/(r2 - r1))*3.1415/180]^3*((6.28*x/na - 1*ep)*
    b2)^2*x == ccd, {x, r1, r2}];
rb = cdb
rb = rba;
fp = 1.0197/100000;

ca = 0.709;
k1m = 26170;
k2m = 38818;
qom = 24.5;
ne = 8;

rf = 1/(1 - ai)^ne;
rs = 1/(1 - ai)^2;
fco = 1.08*ql^0.50;
fc = (rey*(r2/rc)^2)^(1/20);
fw = 0.924*(rew^2/reu)^0.05;
fbl = 0.076/(rey^0.25);
fto = fc*fw;
fff = fco*fc*fw;
fmo = fbl*fco*fc*fw;
fbi = rf*fmo;
(*k1b = 8*1*fbi*(.1385/dhm)*(1/(2*9.81))*(1/mas^2)*
k1e = (8*fbi*(s2/dhm)*vmm^2/(2*9.81))/((ql1 + qgi)/(1*3600))^2;
k1b = 1*k1m*fbi/fmo;
k1b = k1e;
k2b = k2m*rs;
u2 = w*r2;
cto = Cos[tb2]/Sin[tb2];
(*hca = ca*(u2/9.81)*(u2 - 8*(ql + qqg)/(6.28*r2*b2)*cto);*)
hca = ca*(u2/9.81)*(u2 - vr2*cto);
hfr = k1b*(8*(ql + qqg))^2;
hch = k2b*(8*(ql + qqg) - (qom/3600)*rpm/800)^2;
hta = hca - hfr - hch;
dpt = 1*fp*(rom*9.81*hta + 1*rom*(vm1^2 - vm2^2)/(2*1));
qq = ql*na;
c1 = (bt2 - bt1)/(r2 - r1);
c2 = rol/vis;
c3 = na/(2*qq);

```

```

c4 = na/qq;
c5 = 6.28/na;
c6 = 3.1415/180;
v0 = ql/((6.28*r1/na - ep)*b1);
s1 = 0.;
s2 = (-0.0093*(r2*1000)^2 + 3.5277*r2*1000 - 125.85)/1000;
c2a = rol;
c3a = rol*ww^2;
c5a = 1000000*ql;
c6a = 1000000*ql*w^2;
ds = (s2 - s1)/6;
dan = 3.1415/180;
vi = v0/Sin[bt1*dan];
n1 = rol/vis;
n2 = 6.28/na;
n3 = 2*ql;
v = NDSolve[{rol*y[s]*y'[s] -
  c3a*(.821*s^2 + 0.335*s + .040)*
  Sin[(bt1 + 80.4*s + 196.93*s^2)*dan] +
  fff*0.001010639*
  y[s]^1.75*(y[s]*(0.7854*(.821*s^2 + 0.335*s + .040) - 0.003)*
  Sin[(bt1 + 80.4*s + 196.93*s^2)*dan]/ql +
  2/(0.7854*(.821*s^2 + 0.335*s + .040) - 0.003)*
  Sin[(bt1 + 80.4*s + 196.93*s^2)*dan])^1.25 == 0,
  y[s1] == vi}, y[s], {s, s1, s2}];
vs = Table[{s, Evaluate[y[s] /. v[[1, 1]]]}, {s, s1, s2, ds}] // MatrixForm;
as = Table[{s,
  Evaluate[(0.7854*(.821*s^2 + 0.335*s + .040) - 0.003)*
  Sin[(bt1 + 80.4*s + 196.93*s^2)*dan]]}, {s, s1, s2, ds}] //
  MatrixForm;
vr = Table[{s,
  Evaluate[
  y[s]*Sin[(bt1 + 80.4*s + 196.93*s^2)*dan] /. v[[1, 1]]]}, {s, s1,
  s2, ds}] // MatrixForm;
ht = Table[{s,
  Evaluate[
  ql/(y[s]*(0.7854*(.821*s^2 + 0.335*s + .040) - 0.003)*
  Sin[(bt1 + 80.4*s + 196.93*s^2)*dan]] /. v[[1, 1]]}, {s,
  s1, s2, ds}] // MatrixForm;
hf1 = b1;
sb = (-0.0093*(rb*1000)^2 + 3.5277*rb*1000 - 125.85)/1000;
vbo = Table[Evaluate[y[s] /. v[[1, 1]]], {s, sb, s2}];
vfb = vbo;
vf = vbo;
hfb = ql/(vfb*(0.7854*(.821*sb^2 + 0.335*sb + .040) - 0.003)*
  Sin[(bt1 + 80.4*sb + 196.93*sb^2)*dan]);

```

```

hf = hfb;
asb = (0.7854*rb - 0.003)*Sin[(20 + 15*(rb - r1)/(r2 - r1))*dan];
q = qas;
qrb = (-9.1*q^4 + 17.8*q^3 - 11.9*q^2 + 3.5*q);
qr = ql/(w*rb^2*hf);
dq = qrb - qr;
dqr = Abs[dq]/qrb;
dpi = dp;
p2 = pe + dpt;
qg2 = qg*pe/p2;
fz2 = qg2/(ql + qg2);
ro2 = rog*p2/pe;
sn2 = Sin[bt2*3.1415/180];
as2 = (6.28*r2/8 - 0.003)*sn2;
vm2 = (ql + qg2)/(as2*b2);
vl2 = ql/(as2*b2);
ai = qg/(ql + qg);
fz2 = ai;
abr = (fz2 + ai)/2;
qgm = ql*(abr/(1 - abr));
am = abr;
mi1 = ca;
qo = (24.5/3600)*rpm/800;
w = 6.28*rpm/60;
ss1 = Sin[bt1*3.1415/180];
ss2 = Sin[bt2*3.1415/180];
ar1 = 6.28*r1/8 - .002;
ar2 = 6.28*r2/8 - .003;
as1 = ar1*ss1;
as2 = ar2*ss2;
dh1 = 4*as1*b1/(as1 + 2*b1);
dh2 = 4*as2*b2/(as2 + 2*b2);
v1 = ql/(as1*b1);
v2 = ql/(as2*b2);
rom = rol*(1 - am) + 1.2*(pe + dp/2)/pe;
v2b = (ql + qg2)/(as2*b2);
v2r = (ql + qg2)/(ar2*b2);
vim = vis*(1 - am) + vig*am;
btb = 20 + 15*(rb - r1)/(r2 - r1);
ssb = Sin[btb*3.1415/180];
arb = 6.28*rb/8 - 0.003;
asb = arb*ssb;
(*vrb = (ql + qg)/(asb*b2);*)
vrb = (ql + qg)/(asb*b1);
vrr = ql/(asb*b2);
vlb = ql/(asb*b2);

```

```

(*vbr = (ql + qg)/(arb*b2);*)
vbr = (ql + qg)/(arb*b2);
dhb = 4*asb*b2/(asb + 2*b2);
fmb = 1.0*(r2 - rb)/(r2 - r1);
k1b = k1b*fmb;
k2b = If[rb > r1, 0, k2b];
mt = If[rb > r1, 1, 0];
(*mt = 1;*)
wr2 = w*r2;
urb = w*rb;
mi = mi1*(-2.2458*rb + 0.7882)/(-2.2458*r1 + 0.7882);
fp = 1.0197/100000;
co2 = Cot[bt2*3.1415/180];
cob = Cot[btb*3.1415/180];
hca = 1*mi*((u2/9.81)*(u2 - v2r*co2) - mt*(urb/9.81)*(urb - 1*vbr*cob));
hc1 = 1*mi*((u2/9.81)*(u2 - v2r*co2) - 0*(urb/9.81)*(urb - 0*vbr*cob));
hc2 = 1*mi*(0*(u2/9.81)*(u2 - v2r*co2) - 1*(wrb/9.81)*(wrb - 1*vbr*cob));
hfr = k1b*(8*(ql + qg2))^2;
hch = k2b*(8*(ql + qg2) - (qom/3600)*rpm/800)^2;
hta = hca - hfr - hch;
dpt = 1.0*fp*(rom*9.81*hta + 1*rom*(vbr^2 - v2r^2)/(2*1));
p2a = pe + dpt;
qg2 = qg*pe/p2a;
fz2 = qg2/(ql + qg2);
at = ai;
abr = (fz2 + at)/2;
qgm = ql*(abr/(1 - abr));
am = abr;
rom = rol*(1 - am) + 1.2*(pe + dpt/2)/pe;
dpt = 1.0*fp*(rom*9.81*hta + 1*rom*(vbr^2 - v2r^2)/(2*1));
p2a = pe + dpt;
qg2 = qg*pe/p2a;
fz2 = qg2/(ql + qg2);
at = ai;
abr = (fz2 + at)/2;
qgm = ql*(abr/(1 - abr));
am = abr;
rom = rol*(1 - am) + 1.2*(pe + dpt/2)/pe;
dpt = 1.0*fp*(rom*9.81*hta + 1*rom*(vbr^2 - v2r^2)/(2*1));
(*dpt = 1.0*fp*(rom*9.81*hta + 1*rom*(vrb^2 - v2b^2)/(2*1));*)
p2a = pe + dpt;
qg2 = qg*pe/p2a;
hff = hf*1000;
frw = vf^2/(w^2*rb*hf);
frs = vf^2/(9.81*hf);
phi = at/(1 - at);

```

```

ksf = phi/frw;
kss = phi/frs;
we = (rol/sig)*v12^2*db2;
qgr = qt1*3600;
hmt = (dp/fp)/(rom*9.81) + (vm2^2 - vm1^2)/(2*9.81);
hma = hmt*9.81/u2^2;

```

```

ad1 = (6.28*r1d/nad - epd)*Sin[bd1*3.1415/180]*b1d;
ad2 = (6.28*r2d/nad - epd)*Sin[bd2*3.1415/180]*b2d;
vd1 = (q11 + qgi)/(3600*nad*ad1);
vd2 = (q11 + qgi)/(3600*nad*ad2);
hfd = k1d*rs*((q1 + qqg)*na)^2;
dpd = fp*(rom*9.81*hfd + rom*(vd2^2 - vd1^2)/2);
pe2 = pe1 + 1*dpt - dpd;
ht2 = hta - hfd;
qgd = qgi*pe1/pe2;
ald = 100*qgd/(q11 + qgd);
dbc = 3*(pe1/pe2)^(1/3);

```

```

rpm
q11
qgi
100*at
pe
qas
dpt
hta
htc
1000*rb
vf
hff
100*at
100*fz2
100*am
qg2*3600*8
dpd
pe2
qgd
ald
dbc
cde
cdd
cdr
dpt

```

(* Escoamento estratificado com bolhas - Frw <
 Frw limite - surging e bloqueio de gás *)
 (* modelo distribuição de bolhas *)

```

qas = 8*(ql + qqg)/(ww*r2^2*b2);
q = qas;
ri = 0.0777;
tbb = 20 + 15*(rba - r1)/(r2 - r1);
asb = (6.28*rba/8 - 0.003)*Sin[tbb]*b2;
vmb = (ql1 + qgi)/(3600*8*asb);
cde = (4/3)*Sin[20*3.1415/180]*(1 - ai)*(w^2/vm1^2)*r1;
cdd = 6.96*(cde)^1.17;
cdd = 13.76*cde - 23.67;
cdr = (4/3)*Sin[tbb*3.1415/180]*(1 - ai)*(w^2/vmb^2)*ri;
dcd = 100*(cdd - cdr)/cdd ;
dbm = 0.003;
asm = (6.28*r1/8 - 0.003)*Sin[bt1*3.1415/180]*b1;
vm = (ql1 + qgi)/(3600*8*asm);
fir = vm^2/(w^2*r1*dbm);
ccd = 947.1/fir^0.973 ;
cdb = FindRoot[(4/3)*(w^2/(ql1/(8*3600))^2)*(1 - ai)^3*
  Sin[(20 + 15*(x - r1)/(r2 - r1))*3.1415/180]^3*((6.28*x/na - 1*ep)*
  b2)^2*x == ccd, {x, r1, r2}]
rb = cdb ;

rb = ri;
fp = 1.0197/100000;

ql = ql1/(8*3600);
qqg = qg1/(8*3600);
fv = qg1/(ql1 + qg1);
qg = ql*(fv/(1 - fv));
qg = qqg;
ai = qg/(ql + qg);
qa = qt1/asb;
qq = ql*na;
c1 = (bt2 - bt1)/(r2 - r1);
c2 = rol/vis;
c3 = na/(2*qq);
c4 = na/qq;
c5 = 6.28/na;
c6 = 3.1415/180;
v0 = ql/((6.28*r1/na - ep)*b1);

```

```

s1 = 0.;
s2 = (-0.0093*(r2*1000)^2 + 3.5277*r2*1000 - 125.85)/1000;
c2a = rol;
c3a = rol*ww^2;
c5a = 1000000*ql;
c6a = 1000000*ql*w^2;
ds = (s2 - s1)/6;
dan = 3.1415/180;
vi = v0/Sin[bt1*dan];
na = 8;
fpr = dp/p2;
aip = ai*100;
tb1 = bt1*3.1415/180;
tb2 = bt2*3.1415/180;
rom = rol*(1 - ai) + rog*ai;
vim = vis*(1 - ai) + vig*ai;
as1 = (6.28*r1/8 - 0.003)*Sin[tb1]*b1b;
as2 = (6.28*r2/8 - 0.003)*Sin[tb2]*b2;
v1 = (ql + qqg)/as1;
v2 = (ql + qqg*fpr)/as2;
mas = 8*((as1 + as2)/2);
dhm = 4*mas/(2*(mas/b2 + b2));
rc = (1/2)*(r2^2 - r1^2)/(r2*Cos[tb2] - r1*Cos[tb1]);
vm1 = (ql1 + qg1)/(3600*8*as1);
vm2 = (ql1 + qg1*fpr)/(3600*8*as2);
vr1 = (ql1 + qg1)/(3600*8*as1/Sin[tb1]);
vr2 = (ql1 + qg1*fpr)/(3600*8*as2/Sin[tb2]);
vmm = (vm1 + vm2)/2;
rey = rol*vmm*dhm/vis;
rew = rol*w*dhm^2/vis;

```

```

fp = 1.0197/100000;

```

```

ca = 0.709;
k1m = 26170;
k2m = 38818;
qom = 24.5;
ne = 8;

```

```

rf = 1/(1 - ai)^ne;
rs = 1/(1 - ai)^2;
fco = 1.14*ql^0.25;
fc = (rey*(r2/rc)^2)^(1/20);
fw = 0.924*(rew^2/re)^(0.05);
fbl = 0.076/(rey^0.25);
fff = fco*fc*fw;

```

```

fmo = fbl*fco*fc*fw;
fbi = rf*fmo;
k1e = (8*fbi*(s2/dhm)*vmm^2/(2*9.81))/((ql1 + qgi)/(1*3600))^2;
k1b = 1*k1m*fbi/fmo;
k1b = k1e;
k2b = k2m*rs;
u2 = w*r2;
cto = Cos[tb2]/Sin[tb2];

hca = ca*(u2/9.81)*(u2 - vr2*cto);
hfr = k1b*(8*(ql + qqg))^2;
hch = k2b*(8*(ql + qqg) - (qom/3600)*rpm/800)^2;
hta = hca - hfr - hch;
dpt = 1.0*fp*(rom*9.81*hta + 1*rom*(vm1^2 - vm2^2)/(2*1));

n1 = rol/vis;
n2 = 6.28/na;
n3 = 2*ql;

v = NDSolve[{rol*y[s]*y'[s] -
  c3a*(.821*s^2 + 0.335*s + .040)*
  Sin[(bt1 + 80.4*s + 196.93*s^2)*dan] +
  fff*0.001010639*
  y[s]^1.75*(y[s]*(0.7854*(.821*s^2 + 0.335*s + .040) - 0.003)*
  Sin[(bt1 + 80.4*s + 196.93*s^2)*dan]/ql +
  2/(0.7854*(.821*s^2 + 0.335*s + .040) - 0.003)*
  Sin[(bt1 + 80.4*s + 196.93*s^2)*dan])^1.25 == 0,
  y[s1] == vi}, y[s], {s, s1, s2}];
vs = Table[{s, Evaluate[y[s] /. v[[1, 1]]]}, {s, s1, s2, ds}] // MatrixForm;
as = Table[{s,
  Evaluate[(0.7854*(.821*s^2 + 0.335*s + .040) - 0.003)*
  Sin[(bt1 + 80.4*s + 196.93*s^2)*dan]]}, {s, s1, s2, ds}] //
  MatrixForm;
vr = Table[{s,
  Evaluate[
  y[s]*Sin[(bt1 + 80.4*s + 196.93*s^2)*dan] /. v[[1, 1]]]}, {s, s1,
  s2, ds}] // MatrixForm;
ht = Table[{s,
  Evaluate[
  ql/(y[s]*(0.7854*(.821*s^2 + 0.335*s + .040) - 0.003)*
  Sin[(bt1 + 80.4*s + 196.93*s^2)*dan]] /. v[[1, 1]]}, {s,
  s1, s2, ds}] // MatrixForm;
hf1 = b1;
sb = (-0.0093*(rb*1000)^2 + 3.5277*rb*1000 - 125.85)/1000;
vbo = Table[Evaluate[y[s] /. v[[1, 1]]], {s, sb, s2}];
vfb = vbo;

```

```

vf = vbo;
hfb = ql/(vfb*(0.7854*(.821*sb^2 + 0.335*sb + .040) - 0.003)*
      Sin[(bt1 + 80.4*sb + 196.93*sb^2)*dan]);
hf = hfb;
asb = (0.7854*rb - 0.004)*Sin[(20 + 15*(rb - r1)/(r2 - r1))*dan];

```

```

q = qas;
qrb = (-8.4*q^4 + 16.6*q^3 - 11.1*q^2 + 3.4*q)*1;
qr = ql/(w*rb^2*hf);
dq = qrb - qr;
dqr = Abs[dq]/qrb;

```

```

dpi = dp;
p2 = pe + dpi;
qg2 = qg*pe/p2;
fz2 = qg2/(ql + qg2);
ro2 = rog*p2/pe;
sn2 = Sin[bt2*3.1415/180];
as2 = (6.28*r2/8 - 0.003)*sn2;
vm2 = (ql + qg2)/(as2*b2);
vl2 = ql/(as2*b2);

```

```

ai = qg/(ql + qg);
fz2 = ai;
abr = (fz2 + ai)/2;
qgm = ql*(abr/(1 - abr));
am = abr;

```

```

mi1 = ca;
w = 6.28*rpm/60;
ss1 = Sin[bt1*3.1415/180];
ss2 = Sin[bt2*3.1415/180];
ar1 = 6.28*r1/8 - .003;
ar2 = 6.28*r2/8 - .003;
as1 = ar1*ss1;
as2 = ar2*ss2;
dh1 = 4*as1*b1/(as1 + 2*b1);
dh2 = 4*as2*b2/(as2 + 2*b2);
v1 = ql/(as1*b1);
v2 = ql/(as2*b2);
rom = rol*(1 - am) + 1.2*(pe + dp/2)/pe;
v2b = (ql + qg2)/(as2*b2);
v2r = (ql + qg2)/(ar2*b2);
vim = vis*(1 - am) + vig*am;
btb = 20 + 15*(rb - r1)/(r2 - r1);

```

```

ssb = Sin[btb*3.1415/180];
arb = 6.28*rb/8 - 0.003;
asb = arb*ssb;
vrb = (ql + qg)/(asb*b2);
vrr = ql/(asb*b2);
vlb = ql/(asb*b2);
vbr = (ql + qg)/(arb*b2);
dhb = 4*asb*b2/(asb + 2*b2);

```

```

fmb = 1.0*(r2 - rb)/(r2 - r1);
k1b = k1b*fmb ;
k2b = If[rb > r1, 0, k2b];
mt = If[rb > r1, 1, 0];
wr2 = w*r2;
urb = w*rb;
mi = mi1*(-2.2458*rb + 0.7882)/(-2.2458*r1 + 0.7882);
fp = 1.0197/100000;
co2 = Cot[bt2*3.1415/180];
cob = Cot[btb*3.1415/180];
hca = mi*((u2/9.81)*(u2 - v2r*co2) - mt*(urb/9.81)*(urb - vbr*cob));
hfr = k1b*(8*(ql + qg2))^2;
hch = k2b*(8*(ql + qg2) - (qom/3600)*rpm/1110)^2;
hta = hca - hfr - hch;
dpt = 1.0*fp*(rom*9.81*hta + 1*rom*(vbr^2 - v2r^2)/(2*1));
p2a = pe + dpt;

```

```

qg2 = qg*pe/p2a;

```

```

fz2 = qg2/(ql + qg2);
db2 = 1*(.023142*vm2^1.615*1/(w^2*r2*sn2*(1 - fz2)^1.00))^(1/1.385);
ry2 = rol*vm2*db2/vis;
cd2 = 6.3/(ry2^.385);

```

```

rm = r2;
rmi = rm*1000;
btm = 20 + 15*(rm - r1)/(r2 - r1);
sm = Sin[btm*3.1415/180];
asm = (6.28*rm/8 - .003)*sm;
vm = (ql + qg2)/(asm*b2);
vlm = ql/(asm*b2);
dhm = 4*asm*b2/(2*b2 + asm);
rym = rol*vlm*dhm/vis;
fcf = (rym*(r2/(1*r2))^2)^(1/20);
rew = rol*w*dhm/vis;
kkt = rew^2/rym;
frf = .924*kkt^.05;

```

```

fct = fcf*frf;
f = (fct/1)*0.076/rym^0.25;
fif = qg2/ql;

dm2 = 1.17*(sig/rol)^.6/(2*f*v1m^3/dhm)^.4;
dr2 = db2/dm2;
drz = dr2;
drx = If[drz > 1, 1, drz];
vp6 = 0.750*drx^2 + 0.250*drx;
vp9 = 0.73*drx^2 + 0.27*drx;
fvp = (rpm - 600)*(vp6 - vp9)/300;
vp2 = vp6 - fvp;
vpc = vp2;
(*vp2 = 1.145*drx - .145*)
vpm = If[vpc < 1, vpc, 1];

qt1 = qg/vpm;
qt = qg2/vpm;
at = qt1/(qt1 + ql);
abr = (fz2 + at)/2;
qgm = ql*(abr/(1 - abr));
am = abr;

rom = rol*(1 - am) + 1.2*(pe + dpt/2)/pe;
dpt = 1.0*fp*(rom*9.81*hta + 1*rom*(vbr^2 - v2r^2)/(2*1));
p2a = pe + dpt;

qg2 = qg*pe/p2a;
fz2 = qg2/(ql + qg2);
vm = (ql + qg2)/(asm*b2);
db2 = 1*(.023142*vm2^1.615*1/(w^2*r2*sn2*(1 - fz2)^1.00))^1/1.385;
ry2 = rol*vm2*db2/vis;
cd2 = 6.3/(ry2^.385);

rm = r2;
rmi = rm*1000;
btm = 20 + 15*(rm - r1)/(r2 - r1);
sm = Sin[btm*3.1415/180];
asm = (6.28*rm/8 - .003)*sm;
vm = (ql + qg2)/(asm*b2);
vlm = ql/(asm*b2);
dhm = 4*asm*b2/(2*b2 + asm);
rym = rol*vlm*dhm/vis;
fcf = (rym*(r2/(1*r2))^2)^(1/20);
rew = rol*w*dhm/vis;
kkt = rew^2/rym;

```

```

frf = .924*kkt^.05;
fct = fcf*frf;
f = (fct/1)*0.076/rym^0.25;
fif = qg2/ql;

dm2 = 1.17*(sig/rol)^.6/(2*f*v1m^3/dhm)^.4;
dr2 = db2/dm2;
drz = dr2;
drx = If[drz > 1, 1, drz];
vp6 = 0.750*drx^2 + 0.250*drx;
vp9 = 0.73*drx^2 + 0.27*drx;
fvp = (rpm - 600)*(vp6 - vp9)/300;
vp2 = vp6 - fvp;
vpc = vp2;
(*vp2 = 1.145*drx - .145*)
vpm = If[vpc < 1, vpc, 1];

qt1 = qg/vpm;
qt = qg2/vpm;
at = qt1/(qt1 + ql);
abr = (fz2 + at)/2;
qgm = ql*(abr/(1 - abr));
am = abr;

rom = rol*(1 - am) + 1.2*(pe + dpt/2)/pe; dpt =
  1.0*fp*(rom*9.81*hta + 1*rom*(vbr^2 - v2r^2)/(2*1));
p2a = pe + dpt;

qg2 = qg*pe/p2a;

hff = hf*1000;
frw = vf^2/(w^2*rb*hf);
frs = vf^2/(9.81*hf);
phi = at/(1 - at);
(*phi = ai/(1 - ai)*)
ksf = phi/frw;
kss = phi/frs;
we = (rol/sig)*vm^2*db2;
qgr = qt1*3600;
hmt = (dp/fp)/(rom*9.81) + (vm2^2 - vm1^2)/(2*9.81);

hma = hmt*9.81/u2^2;

ad1 = (6.28*r1d/nad - epd)*Sin[bd1*3.1415/180]*b1d;
ad2 = (6.28*r2d/nad - epd)*Sin[bd2*3.1415/180]*b2d;

```

```

vd1 = (q11 + qgi)/(3600*nad*ad1);
vd2 = (q11 + qgi)/(3600*nad*ad2);
hfd = k1d*rs*((q1 + qgg)*na)^2;
dpd = fp*(rom*9.81*hfd + rom*(vd2^2 - vd1^2)/2);
pe2 = pe1 + 1*dpt - dpd;
ht2 = hta - hfd;
qgd = qgi*pe1/pe2;
ald = 100*qgd/(q11 + qgd);
dbc = 1000*db2*((pe1 + dpt)/pe2)^(1/3);

```

```

rpm
q11
qgi
100*ai
pe
qas
dpt
hta
htc
1000*rb
vf
hff
qg2*3600*8
100*ai
100*at
100*fz2
100*am
1000*db2
dpd
pe2
qgd
ald
dbc

```

Anexo IV

Fotos



Figura IV-1- Vista geral da montagem do conjunto de BCS



Figura IV-2 – Linha de ar com placa de orifício



Figura IV-3 – Linha de água com medidor Vortex



Figura IV-4 – Misturador de água e ar



Figura IV-5 – Transdutores de pressão



Figura IV-6 – Variadores de Frequência

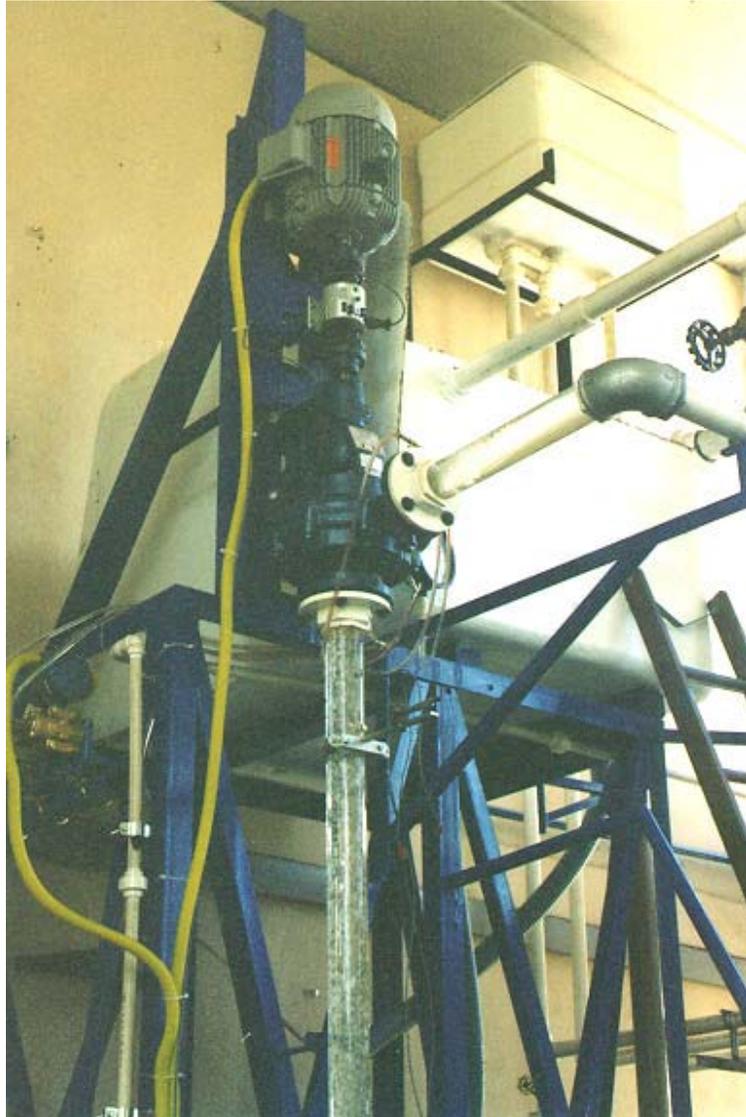


Figura IV-7 – Bomba, Torquímetro e Motor



Figura IV-8 – Início da formação da bolha estacionária no canal do rotor



Figura IV-9 – Evolução do tamanho da bolha estacionária no canal do rotor

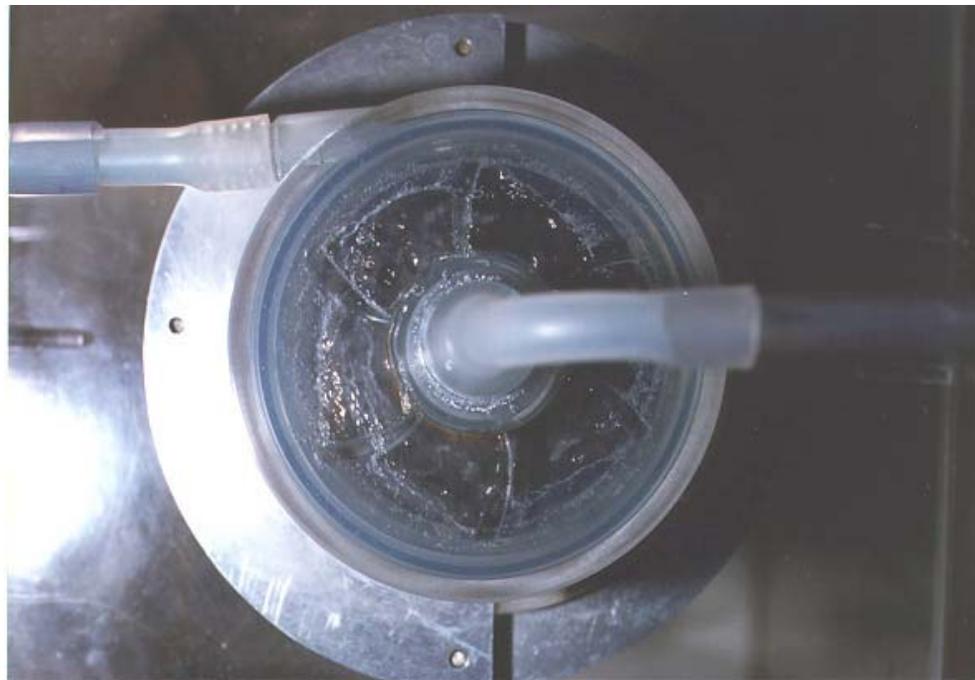
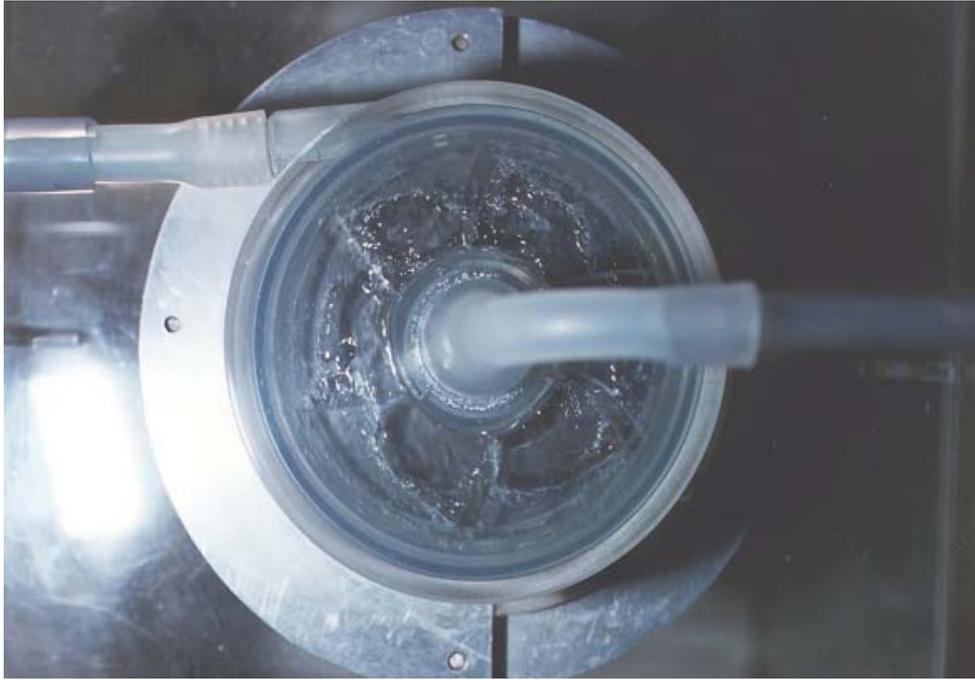


Figura IV-10 – Evolução do tamanho da bolha estacionária no canal do rotor



Figura IV-11 – Entrada e saída do fluido na bomba

