



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Faculdade de Engenharia Mecânica

JAIME CARBAJAL PENADILLO

**Análise de *riser* através de uma
formulação de parâmetros concentrados**

CAMPINAS

2016

JAIME CARBAJAL PENADILLO

Análise de *riser* através de uma formulação de parâmetros concentrados

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Orientador: Prof. Dr. Renato Pavanello

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO ALUNO JAIME CARBAJAL PENADILLO, E ORIENTADO PELO PROF. DR. RENATO PAVANELLO.


.....
ASSINATURA DO ORIENTADOR

CAMPINAS
2016

Agência(s) de fomento e nº(s) de processo(s): FUNCAMP, 4801

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Elizangela Aparecida dos Santos Souza - CRB 8/8098

C177a Carbajal Penadillo, Jaime, 1985-
Análise de *riser* através de uma formulação de parâmetros concentrados /
Jaime Carbajal Penadillo. – Campinas, SP : [s.n.], 2016.

Orientador: Renato Pavanello.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade
de Engenharia Mecânica.

1. Interação solo-estrutura. 2. Estruturas marítimas. 3. Petróleo -
Exploração. I. Pavanello, Renato, 1959-. II. Universidade Estadual de
Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: *Riser* analysis using a formulation of concentrated parameters

Palavras-chave em inglês:

Soil-structure interaction

Marine structures

Oil - Exploration

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Renato Pavanello [Orientador]

Pablo Siqueira Meirelles

Persio Leister de Almeida Barros

Data de defesa: 28-03-2016

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

**Análise de *riser* através de uma
formulação de parâmetros concentrados**

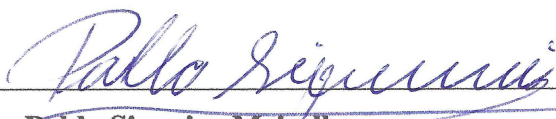
Autor: Jaime Carbajal Penadillo

Orientador: Prof. Dr. Renato Pavanello

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



Prof. Dr. Renato Pavanello
DMC/FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Pablo Siqueira Meirelles
DMC/FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Persio Leister de Alameida Barros
FEC/UNICAMP

Campinas, 28 de Março de 2016.

Dedicatória

A minha querida mãe Dionicia e meu irmão Jonhy, dos quais sinto muito orgulho e agradeço por todo o carinho, apoio e confiança em todos os momentos.

Agradecimentos

A minha família, pela confiança transmitida, pelo apoio e carinho em todos os momentos.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Renato Pavanello, pelo apoio, paciência e amizade durante todo o mestrado.

À minha madrinha, Olga Falcon, pelo apoio e carinho em todos os momentos.

Aos meus amigos Sergio Quispe e Richard Huaman, pelos ótimos momentos de amizade dentro e fora da universidade.

Aos meus amigos Felipe Azavedo, Antonio Leonardo e Walter Ramirez pelo apoio e amizade.

Aos meus amigos da universidade, Renato Picelli, René Quispe, Tainan Khalil, André Gomes, William Vicente, Mohammad Shaterzadeh, Kevin Nakabashi, Kelly Quispe, Zulma Anaya, Claudia Perez, Carlos Cortés, Vinicius Campos e Marcela Anaya, pela amizade diária e convivência acadêmica.

Aos membros das bancas de qualificação e defesa.

À Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP, representada pelos professores e funcionários, pela oportunidade de realizar este trabalho.

À FUNCAMP - Fundação de Desenvolvimento da UNICAMP e ao SAE - Serviço de Apoio ao Estudante / UNICAMP pelo suporte financeiro essencial para desenvolvimento desta pesquisa.

*A única forma de descobrir os limites do
possível é aventurar-se um pouco além
deles, para o impossível.*

Arthur C. Clarke

Resumo

CARBAJAL, Jaime. Análise de *riser* através de uma formulação de parâmetros concentrados. 2016. 103p. Tese (Mestrado). Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil.

O objetivo desta dissertação é o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para análise estática não linear de *risers*, usados na exploração de petróleo em águas profundas. A exploração de petróleo no mar, principalmente para os casos de lâminas d'água superiores a 2000 m, apresenta inúmeras dificuldades, dentre as quais destacam-se as dificuldades associadas ao transporte do óleo e do gás durante a etapa de produção. Essas tarefas são realizadas geralmente, por dutos ascendentes, que podem chegar a comprimentos da ordem de alguns quilômetros, com geometrias irregulares e carregamentos dinâmicos extremamente agressivos. Esses dutos são denominados em geral como *risers*. Um dos pontos críticos desse projeto, refere-se à região de toque do *riser* no solo marinho, onde há uma rápida variação de sua curvatura, gerando esforços adicionais que comprometem a vida em fadiga destes equipamentos.

Neste trabalho uma abordagem do modelo de parâmetros concentrados é implementada para análise estática não linear dos *risers*, no qual é considerado o efeito do peso próprio, do empuxo e da interação com o solo. Para a análise estática utiliza-se a estratégia de controle por carregamento e um critério de convergência baseado na norma do resíduo do problema incremental. Para descrição da interação do solo com o *riser* serão usados os modelos de Winkler e Filonenko-Borodich, através de uma modelagem com rigidez distribuída equivalentemente. O problema de contato com o solo é tratado usando-se método da penalidade. Os casos de *riser* em catenária e *riser* transferência foram estudados para diferentes parâmetros e modelos.

Palavras-chave: Formulação de parâmetros concentrados; Interação solo-estrutura; Estruturas marítimas.

Abstract

CARBAJAL, Jaime. Riser analysis using a formulation of concentrated parameters. 2016. 103p. Thesis (Master's degree). School of Mechanical Engineering, University of Campinas, Campinas, Brazil.

The aim of this work is the development of a computational tool for nonlinear static analysis for risers, which are used in oil exploration in deep waters. The oil exploitation at sea, especially for cases of water depths greater than 2000 m, presents many difficulties. Among others, we highlight the difficulties associated with the transport of oil and gas during the production stage. These tasks are usually performed by ascending pipelines, which can reach lengths of the order of a few kilometers, with irregular geometries and extremely aggressive dynamic loads. These pipelines are referred to generally as risers. One of the critical points of this project refers to the riser region in contact with the sea floor, where there is a rapid variation of its curvature, generating additional efforts that compromise the fatigue life of this equipment.

In this work an approach of the concentrated parameters model is implemented for nonlinear static analysis of the risers, considering the effect of self-weight, buoyancy and the interaction with the sea floor. For static analysis, a control strategy for loading is used and a convergence criterion based on the norm of the residue of the incremental problem is adopted. For a description of soil interaction with the riser, Winkler and Filonenko-Borodich models are used through modeling with equivalently distributed stiffness. The riser soil contact problem is formulated using penalty the method. Catenary and transfer risers were studied for different parameters and models.

Keywords: Concentrated parameters formulation; Soil-structure interaction; Marine structures

Lista de Ilustrações

2.1	Esquema do sistema do <i>riser</i> flexível.	27
2.2	Elemento j do <i>riser</i> flexível.	28
2.3	Representação vetorial das forças que atuam sobre um elemento de <i>riser</i>	31
2.4	Avaliação da curvatura no nó m genérico.	32
3.1	Modelo de fundação de Winkler	38
3.2	Modelo de fundação de Winkler representada em molas nodais.	39
3.3	Modelo de fundação com dois parâmetros	41
3.4	Elemento j com dois nós e as coordenadas e deslocamento relativos ao efeito de contato.	44
3.5	Contato intermitente de solo- <i>riser</i>	44
5.1	Tensões normais em uma seção de um <i>riser</i> rígido: (a) Tensão normal linear ocasionada por momento fletor. (b) Tensão normal uniforme por carregamento normal.	52
5.2	Ilustração da coordenada sobre a estrutura que representa ordenada dos gráficos de saída do pós-processamento.	53
5.3	Fluxograma do funcionamento do algoritmo de resolução.	57
6.1	Comparação de análise estática do <i>riser</i> em catenária com 500 elementos, geradas no ANSYS e no programa FPC.	60
6.2	Desvio absoluto dos deslocamentos obtido com os programas ANSYS e FPC, para <i>riser</i> em catenária.	61
6.3	Comparação de resultados para o deslocamentos u_x em relação à coordenada S , obtidos com programa FPC e com o ANSYS, para <i>riser</i> em catenária.	61
6.4	Comparação de resultados para o deslocamentos u_y em relação à coordenada S , obtidos com programa FPC e com o ANSYS, para <i>riser</i> em catenária.	62
6.5	Comparação dos deslocamentos estáticos do <i>riser</i> de transferência com 500 elementos, gerados no ANSYS e no FPC.	63
6.6	Desvio absoluto dos deslocamentos obtido com os programas ANSYS e FPC, para <i>riser</i> de transferência.	63
6.7	Comparação de resultados para o deslocamentos u_x em relação à coordenada S , obtidos com o programa FPC e como o ANSYS, para <i>riser</i> entre embarcações.	64
6.8	Comparação de resultados para o deslocamentos u_y em relação à coordenada S , obtidos com o programa FPC e como o ANSYS, para <i>riser</i> entre embarcações.	64
6.9	Comparação da configuração deformada do <i>riser</i> com 1250 elementos, geradas no ANSYS e obtida pelo programa FPC.	66

6.10	Desvio absoluto dos deslocamentos obtido com os programas ANSYS e FPC, para <i>riser</i> -solo.	66
6.11	Comparação dos resultados do FPC com os resultados do ANSYS para o deslocamentos u_x em relação à coordenada S	67
6.12	Comparação dos resultados do FPC com os resultados do ANSYS para o deslocamentos u_y em relação à coordenada S	67
6.13	Campos de deslocamentos estáticos do <i>riser</i> de transferência com apoio móvel para cada fração de carga.	69
6.14	Comparação entre as soluções obtidas para o deslocamento u em diferentes malhas.	71
6.15	Comparação entre as soluções obtidas para o momento fletor M em diferentes malhas.	71
6.16	Distribuição do deslocamento u_x	72
6.17	Distribuição do deslocamento u_y	73
6.18	Distribuição do Momento fletor M_z	73
6.19	Distribuição da Força Cisalhante Q_y	74
6.20	Distribuição da Força Axial T	74
6.21	Distribuição da Tensão Normal σ no intradorso da linha.	75
6.22	Distribuição dos deslocamentos para modelo de Winkler com molas nodais: a) Distribuição do deslocamento u_x ; b) Distribuição do deslocamento u_y	76
6.23	Região de contato <i>riser</i> - solo - Fundação Winkler com molas nodais.	77
6.24	Fundação Winkler com molas nodais; a) Força axial b) Momento fletor.	78
6.25	Distribuição dos deslocamentos Fundação Winkler com molas distribuídas: a) Distribuição do deslocamento u_x ; b) Distribuição do deslocamento u_y	79
6.26	Região de contato <i>riser</i> - solo - Fundação Winkler com molas distribuídas.	80
6.27	Fundação Winkler com molas distribuídas; a) Força axial b) Momento fletor.	81
6.28	Distribuição dos deslocamentos Fundação Filonenko-Borodich: a) Distribuição do deslocamento u_x ; b) Distribuição do deslocamento u_y	82
6.29	Região de contato <i>riser</i> - solo - Fundação Filonenko-Borodich.	83
6.30	a) Força axial - Fundação Filonenko-Borodich; b) Momento - Fundação Filonenko-Borodich.	84
6.31	Distribuição dos deslocamentos fundação Winkler nodais, análise de sensibilidade do solo: a) Distribuição do deslocamento u_x ; b) Distribuição do deslocamento u_y	86
6.32	Região de contato <i>riser</i> - solo - Fundação Winkler nodais, análise de sensibilidade do solo.	87
6.33	a) Força axial - Fundação Winkler nodais, análise de sensibilidade do solo; b) Momento - Fundação Winkler nodais, análise de sensibilidade do solo.	88

6.34	Distribuição dos deslocamentos fundação Winkler com molas distribuídas, análise de sensibilidade do solo: a) Distribuição do deslocamento u_x ; b) Distribuição do deslocamento u_y	89
6.35	Região de contato <i>riser</i> - solo - Fundação Winkler com molas distribuídas, análise de sensibilidade do solo.	90
6.36	a) Força axial - Fundação Winkler com molas distribuídas, análise de sensibilidade do solo; b) Momento - Fundação Winkler leito, análise de sensibilidade do solo.	91
6.37	Distribuição dos deslocamentos fundação Filonenko-Borodich, análise de sensibilidade do solo: a) Distribuição do deslocamento u_x ; b) Distribuição do deslocamento u_y	92
6.38	Região de contato <i>riser</i> - solo - Fundação Filonenko-Borodich, análise de sensibilidade do solo.	93
6.39	Fundação Filonenko-Borodich, análise de sensibilidade do solo; a) Força axial b) Momento fletor.	94
A.1	Definição de da geometria e das forças que atuam sobre um elemento do cabo .	100

Lista de Tabelas

5.1	Parâmetros de entrada	54
6.1	Parâmetro para simulação de <i>Riser</i> , sob ação do peso próprio	59
6.2	Parâmetro para simulação de <i>Riser</i> contato com solo, sob ação do peso próprio .	65
6.3	Malhas utilizadas para estudo de refinamento.	70
6.4	Parâmetro para simulação para estudo de malha e número de iterações	70
6.5	Números de iterações por passo de carga para diferentes malhas.	72

Lista de Abreviaturas e Siglas

Letras Latinas

A	- Área da seção transversal do <i>riser</i>
\mathbf{b}^m	- Vetor unitário binormal
D_{Ext}	- Diâmetro externo do <i>riser</i>
D_{Int}	- Diâmetro interno do <i>riser</i>
E	- Módulo de elasticidade do material do <i>riser</i>
EA	- Rigidez axial do <i>riser</i>
EI	- Rigidez à flexão do <i>riser</i>
\mathbf{F}_{Ext}^j	- Vetor da força externa aplicada nos nós do j -ésimo elemento
\mathbf{F}_{Int}^j	- Vetor da força interna aplicada nos nós do j -ésimo elemento
\mathbf{F}_S^j	- Vetor da força do solo imposto à estrutura do j -ésimo elemento
\mathbf{F}_w^j	- Vetor do peso do j -ésimo elemento
\mathbf{F}_w^{ji}	- Vetor do peso aplicado no nó i do j -ésimo elemento
g	- Aceleração gravitacional
i	- Número de nó
I	- Momento de inércia
j	- Número do elemento
k_1	- Rigidez do solo
\bar{k}_S	- Parâmetro de cisalhamento da membrana elástica do solo
\mathbf{K}_S^j	- Matriz de rigidez do solo de elemento j
\mathbf{K}_T^j	- Matriz de rigidez tangencial de elemento j
l	- Comprimento médio dos elementos adjacentes
L^j	- Comprimento deformado do elemento j
L_0^j	- Comprimento inicial do elemento j
m^{ji}	- Massa do nó i e do elemento j
\mathbf{M}^m	- Vetor momento equivalente
n	- Sobrescrito indicando o número de iterações de método numérico

\mathbf{n}	- Vetor normal unitário
N_c	- Passo de carga
p	- Sobrescrito indicando o número de passo de cargas externas
\mathbf{Q}	- Vetor força de cisalhamento nodal
$\hat{\mathbf{Q}}^j$	- Vetor força de cisalhamento do j -ésimo elemento
R^m	- Curvatura estimada entre os elementos j e k
S	- Comprimento do <i>riser</i>
T^j	- Módulo da força axial do j -ésimo elemento
\mathbf{t}^j	- Vetor tangente unitário do elemento j na posição deslocada
\mathbf{t}^{kj}	- Vetor unitário tangente aproximado no nó dos elementos j e k
\mathbf{T}^j	- Vetor da força axial aplicada nos nós do j -ésimo elemento
u_x^{ji}	- Deslocamento na direção X do nó i do j -ésimo elemento
u_y^{ji}	- Deslocamento na direção Y do nó i do j -ésimo elemento
\mathbf{u}^j	- Vetor deslocamento do j -ésimo elemento
\mathbf{u}^{ji}	- Vetor deslocamento do nó i do j -ésimo elemento
W^{ji}	- Módulo do peso no nó i do j -ésimo elemento
x^{ji}	- Abscissa de posição deslocada do nó i do j -ésimo elemento
X^{ji}	- Abscissa de posição inicial do nó i do j -ésimo elemento
\mathbf{x}_e^j	- Vetor da posição deslocada do j -ésimo elemento
\mathbf{X}_e^j	- Vetor da posição inicial do j -ésimo elemento
XY	- Eixos cartesianos de um sistema global
y^{ji}	- Ordenada de posição deslocada do nó i do j -ésimo elemento
Y^{ji}	- Ordenada de posição inicial do nó i do j -ésimo elemento

Letras Gregas

α	- Ângulo entre elementos adjacentes
ϵ	- Tolerância para convergência do processo iterativo
ε_{xx}^j	- Deformação axial do elemento j
ρ	- Massa específica do fluido
ρ_r	- Massa por unidade de comprimento do <i>riser</i> j
σ_{xx}^j	- Tensão axial do elemento j

Siglas

TDP - *Touchdown Point*

TDZ - *Touchdown Zone*

Outras Notações

dx - Diferencial de x

$\frac{\partial f^j(\mathbf{u})}{\partial u^i}$ - Derivada parcial da função $f^j(\mathbf{u})$ em função do vetor \mathbf{u}

$p_s(x)$ - Função da força de reação que a fundação impõe à estrutura

$\|\mathbf{R}_e\|$ - Norma do vetor força residual \mathbf{R}

Sumário

Lista de Ilustrações	10
Lista de Tabelas	13
Lista de Abreviaturas e Siglas	14
Sumário	17
1 INTRODUÇÃO	19
1.1 Motivação e contexto	19
1.2 Objetivos e contribuições	20
1.3 Revisão bibliográfica	21
1.3.1 Métodos numéricos utilizados na análise estática-dinâmica de <i>risers</i> . .	21
1.3.2 Modelo de parâmetros concentrados	23
1.3.3 Interação entre solo e estrutura	24
1.4 Descrição do Trabalho	25
2 MODELAGEM DE UM <i>RISER</i> USANDO PARÂMETROS CONCENTRADOS	26
2.1 Modelo geométrico e cinemático	26
2.2 Determinação das forças internas	29
2.3 Determinação das forças externas	34
2.4 Matriz de rigidez tangente	35
3 INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA	37
3.1 Modelo de fundação de um parâmetro	38
3.1.1 Modelo de fundação de Winkler	38
3.1.1.1 Modelo de fundação Winkler com molas nodais	39
3.1.1.2 Modelo de fundação Winkler com molas distribuídas	40
3.2 Modelo de fundação com dois parâmetros	41
3.2.1 Modelo de fundação de Filonenko-Borodich	42
3.3 Método das penalidades	42
4 ANÁLISE ESTÁTICA	45
4.1 Equação residual e o problema do equilíbrio estático	45
4.1.1 Método de resolução do sistema não lineares: Newton-Raphson	46
4.1.2 Método Newton-Raphson com controle por carregamento	48

5	DESENVOLVIMENTO COMPUTACIONAL	50
5.1	Implementação dos algoritmos: Programa FPC	50
5.1.1	Dados de entrada e pré-processamento	50
5.1.2	Processamento	51
5.1.3	Pós-processamento	51
5.2	Módulos do programa FPC	52
6	RESULTADOS	58
6.1	Análise estática não-linear de <i>riser</i> flexível - exemplos de validação	58
6.1.1	Análise estática de <i>riser</i> flexível em catenária	59
6.1.2	Análise de <i>riser</i> flexível de transferência	60
6.1.3	Análise estática de <i>riser</i> flexível em contato com solo	64
6.2	Estudo de <i>riser</i> de transferência com apoio móvel	67
6.3	Estudo da malha em análise estática	68
6.4	Estudo dos modelos de interação solo-estrutura	72
6.4.1	Modelo de fundação Winkler com molas nodais	75
6.4.2	Modelo de fundação Winkler com molas distribuídas	77
6.4.3	Modelo de solo de Filonenko-Borodich	80
6.4.4	Análise de sensibilidade da rigidez do solo	83
6.4.4.1	Análise para fundação Winkler com molas nodais	85
6.4.4.2	Análise para fundação Winkler com molas distribuídas	85
6.4.4.3	Análise para fundação de Filonenko-Borodich	86
7	CONCLUSÕES	95
7.1	Sugestões de continuidade	96
	Referências	97
	APÊNDICES	99
A	Gerador de malha para catenárias	100
A.1	Equação de catenária	100
A.2	Implementação da malha	103

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação e contexto

Nos últimos anos a exploração *offshore* é responsável pela maior parte da produção de óleo e gás brasileira. A indústria brasileira de petróleo tem-se destacado no cenário mundial por sua capacidade de exploração e produção de petróleo em campos marítimos. No litoral da região sudeste do Brasil, novos reservatórios foram encontrados em águas cada vez mais profundas, ultrapassando a barreira dos 3000 m. Nesse sentido, os projetos para extração de petróleo em reservas *offshore* têm-se concentrado na busca por ferramentas eficientes que descrevam o comportamento mecânico dos equipamentos usados na produção e exploração do petróleo em águas ultraprofundas. Quando se trata de produção de petróleo, um dos principais elementos estruturais a se estudar são os *risers*, que podem ser concebidos como elementos estruturais tubulares cilíndricos, dutos ascendentes, esbeltos, que são usados, na maioria das vezes, na fase de perfuração ou na fase de produção de petróleo. Desse modo, é relevante o estudo de ferramentas que sejam eficientes para prever o comportamento mecânico dos *risers*, permitindo assim, avaliar a viabilidade e a segurança de operação, ainda no estágio de projeto.

Os *risers* podem ser classificados como: duto rígido e duto flexível. Essa distinção diz respeito à forma estrutural interna com a qual a linha é fabricada. Enquanto o duto rígido é constituído por um corpo cilíndrico metálico revestido com uma camada isolante, o que confere maior rigidez estrutural, o duto flexível é composto por uma série de camadas poliméricas intercaladas com camadas metálicas, o que confere maior flexibilidade estrutural.

O projeto de uma linha de produção é multidisciplinar e de grande complexidade. A linha de produção deve ser capaz de fornecer isolamento térmico adequado de forma a garantir o escoamento dos fluidos, resistir às intempéries, ao atrito com o solo, corrosão, permeação de gases, correnteza, suportar seu peso próprio, resistir às oscilações produzidas pelo fluxo, etc. Do ponto de vista estrutural, deve resistir aos carregamentos ambientais, cargas dinâmicas como arrasto da correnteza, vibração induzida por vórtices, movimentos impostos pela embarcação ou plataforma flutuante, pressão interna e pressão externa sobre a estrutura. Várias contribuições destes carregamentos devem ser consideradas no projeto de uma linha.

A falha da linha por uma dessas razões, além de proporcionar riscos ao meio ambiente e à segurança da operação, pode provocar paradas de produção que implicam em grandes prejuízos à atividade de exploração em função do custo de oportunidade gerado. A tendência em perfurar poços e produzir petróleo em regiões marinhas cada vez mais profundas implica em

aumento na complexidade do projeto, pois as solicitações sobre a estrutura são agravadas necessitando, assim, projetos mais robustos. É importante ressaltar que a profundidade provoca limitações operacionais quanto ao número de linhas que podem ser ancoradas à unidade produtiva, pois o carregamento transmitido devido ao peso das linhas tornar-se muito elevado. Além disso os comprimentos maiores das linhas implica em deslocamentos e tensões reais críticos, principalmente nas regiões de contato *riser* solo.

Assim, um fator importante no projeto de *risers* é a interação solo-estrutura, uma vez que na região do toque entre o *riser* e o solo ocorrem variações acentuadas de momento fletor que varia com o tempo, podendo induzir falhas por fadiga nesta região.

Cria-se, assim, a necessidade de desenvolver ferramentas de modelagem numéricas que possam auxiliar o dimensionamento e o projeto destas estruturas, permitindo a instalação e operação, em condições seguras e com bom desempenho. A partir desse contexto, este trabalho pretende desenvolver um modelo não linear usando uma formulação de parâmetros concentrados para simular o comportamento mecânico de *risers*, considerando solicitações estáticas, e os efeitos da interação do solo com a linha. O modelo de parâmetros concentrados possui simplicidade na formulação e na implementação. Todavia, a convergência deste tipo de modelo não é facilmente encontrada, requerendo uma série de ajustes na formulação padrão.

1.2 Objetivos e contribuições

O objetivo principal do presente trabalho é o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para a análise estática não-linear de *risers* utilizando uma formulação de parâmetros concentrados. A técnica de parâmetros concentrados utilizada tem formulação matemática relativamente simples, evitando os difíceis problemas de convergência numérica encontrados em modelos contínuos baseados em teoria de viga.

Como objetivos específicos deste trabalho, temos:

- Implementação e validação do algoritmo de modelo de parâmetros concentrados considerando efeitos da não-linearidade geométrica;
- Implementação e validação do algoritmo de controle de carregamento com método de Newton-Rapshon, para resolução de equações não-lineares do equilíbrio estático de estruturas;
- Implementação e validação do fenômeno de interação solo-estrutura, usando a mode-

lagem do problema de contato do *riser* com o solo marinho por meio de impedâncias equivalentes.

Neste contexto, a principal contribuição para o grupo de pesquisa em que este trabalho se insere, é a introdução de modelos à parâmetros concentrados para modelagens de problemas de dinâmica de *risers*, no qual foram usados os modelos de Winkler e Filonenko-Borodich que não haviam sido implementados em conjunto com a formulação de parâmetros concentrados até o momento.

1.3 Revisão bibliográfica

Nesta seção uma revisão bibliográfica sobre a análise computacional de estruturas *offshore* em particular para problemas de análise estática e dinâmica de *risers*, é apresentada.

1.3.1 Métodos numéricos utilizados na análise estática-dinâmica de *risers*

No estudo de estruturas *offshore* uma das principais referências encontradas na área de análise do comportamento de *risers* é a publicação de Patel and Witz (1991), na qual os autores propuseram a resolução da dinâmica de *risers* através da formulação típica do método dos elementos finitos. Nesta obra pioneira de referência, ênfase foi dada na modelagem das linhas usando elementos de viga e considerando não linearidades moderadas.

Outro trabalho de grande impacto relacionado à pesquisa sobre a modelagem de *risers* de produção é o artigo de Patel and Seyed (1995), no qual fazem uma revisão sobre a modelagem do *riser*, em especial, o flexível. Patel and Seyed (1995) abordam aspectos de análise estática da estrutura explicitando o caráter não-linear do problema e diversas configurações de linhas. Constata-se, a partir desta revisão, que vários trabalhos optaram por utilizar o método dos elementos finitos como ferramenta numérica de simulação. Esse trabalho descreve dentre outras coisas o procedimento de solução do problema, discute diversas ferramentas de solução numérica, além de comparar a resposta no domínio do tempo com o domínio da frequência. Verifica-se que o método dos elementos finitos, utilizado para a caracterização estrutural do *riser*, a solução no domínio do tempo e o integrador de Newmark- α são três tópicos consolidados na solução do problema de *risers*, que têm sido adotados por grande parte dos pesquisadores da área.

Uns anos mais tarde, Moe *et al.* (2000), utilizaram o método dos elementos finitos e

comparam quatro tipos de elementos para análises de vibração em *riser* sob efeito de pequenos deslocamentos. Três elementos finitos foram considerados sem rigidez de flexão e com dois, três e quatro graus de liberdade por nó. Nesse estudo, o autor concluiu que o elemento com dois nós e três graus de liberdade por nó foi o que apresentou resultado mais positivo, e que utilizando funções de forma de alta ordem os valores para tensão axial variavam significativamente, sendo que os melhores resultados foram obtidos com funções cúbicas.

Kubota (2003), também comparou alguns dos métodos numéricos mais utilizados atualmente, como Diferenças Finitas e Volumes Finitos, e concluiu que o Método dos Elementos Finitos tem sua aplicação, na maioria das vezes, voltada para problemas estruturais e propõe que o Método de Galerkin seja utilizado.

Das diversas formas de solução existentes para o problema do *riser*, percebe-se que, costumeiramente, os autores têm adotado o Método dos Elementos Finitos (MEF) como o método de aproximação numérica. No entanto, há autores que adotam outros métodos, como Chatjigeorgiou (2008), que desenvolveu seu trabalho fazendo uso do Método de Diferenças Finitas (MDF) para solucionar o equilíbrio dinâmico. Esse método é chamada caixa de aproximação, que transforma o sistema de equações originais em um conjunto de equações algébricas podendo ser resolvidas de maneira eficiente pelo método de relaxação.

Em seu trabalho, Silveira *et al.* (2000), discutem a utilização do Método dos Elementos Finitos e, principalmente, os possíveis integradores numéricos para o problema de dinâmica não linear de *risers*. De acordo com os autores, tradicionalmente, adota-se integradores explícitos para os problemas inerciais onde ocorrem casos de modos de baixas frequências. No entanto, quando o problema envolvido é de altas frequências, ou problemas de propagação de onda, como foi seu caso, utilizam-se, preferencialmente, integradores implícitos. Para tanto, foram realizadas diversas comparações, e segundo o autor, o Método Explícito Generalizado Alfa foi o que se adaptou melhor as suas exigências, apresentando melhor convergência. Outro detalhe interessante é que Silveira *et al.* (2000) compararam seus resultados com as ferramentas computacionais mais conhecidas na literatura técnica e utilizadas com frequência pelas empresas exploradoras de petróleo, destacando-se os programas ANFLEX (Mourelle *et al.*, 2001), ORCAFLEX (Orcina, 2013), entre outros.

No contexto do grupo de pesquisa do Departamento de Mecânica Computacional da UNICAMP, Morini (2009) desenvolveu uma ferramenta usando Métodos dos Elementos Finitos Posicional para a análise estática não linear de *risers*, que é baseado em posições dos nós ao invés de deslocamentos nodais, sendo que o referencial utilizado foi o Langrangiano Total. Morini (2009) estudou o problema de equilíbrio estático do *riser*, no qual considerou o efeito do peso próprio e do empuxo. Morini (2009) comparou seus resultados com o programa ANFLEX

(Mourelle *et al.*, 2001).

1.3.2 Modelo de parâmetros concentrados

Dentre os autores que adotaram modelos baseados em parâmetros concentrados, van den Boom (1985) apresentou um método de massa concentrada para a análise dinâmica de linhas de ancoragem. O modelo matemático utilizado era uma modificação do método de massas concentradas proposto por Nakajima *et al.* (1982). Os resultados do estudo mostram a importância da análise dinâmica para diversas configurações de amarração e como a amplificação da tensão dinâmica é fortemente influenciada pela não-linearidades e pelo arrasto.

Ghadimi (1988) apresentou uma formulação de parâmetros concentrados para análises estática e dinâmica de *riser* flexível. Esta é uma formulação simplificada para consideração das solicitações atuantes neste tipo de estrutura, incluindo forças de onda e de correnteza. Em seu trabalho, ele usou elementos de treliça considerando uma formulação simplificada para aproximação da rigidez à flexão e para o cálculo da matriz de rigidez tangente.

Raman-Nair and Baddour (2003) modelaram o *riser* através do uso de massa concentrada conectada por molas rotacionais e extensionais incluindo amortecimento estrutural, mostrando a viabilidade de mais um tipo de aproximação através de sistema equivalente massa-mola. Raman-Nair and Baddour (2003) descreveram as ondas através da teoria de Stokes de segunda ordem, utilizando as equações de Morinson para a questão hidrodinâmica, incluindo ainda os efeitos do vibração induzido por vórtice e do escoamento interno, demonstrando o caráter multidisciplinar e multifísico do problema.

Raman-Nair and Williams (2005), também modelaram o *riser* flexível usando o modelo numérico de massas concentradas, desenvolvendo uma ferramenta de simulação para avaliar os movimentos e tensões (longitudinal e de flexão) em águas profundas, sujeito à cargas das ondas de superfície e as cargas devido a correntezas marinha. A rigidez da estrutura é modelada por meio de molas rotacionais e extensionais.

Pollio *et al.* (2006), descreveram o comportamento não linear de *risers*, através de aproximação por molas e amortecedores, comparando os resultados no domínio da frequência com o domínio do tempo. Nesse trabalho, os autores consideraram uma técnica simplificada baseada também na aproximação de massa concentrada já utilizada por diversos autores anteriormente. Segundo Pollio *et al.* (2006), a técnica mencionada proporciona uma formulação mais simplificada e uma aplicabilidade geral para uma grande faixa de estruturas *offshore*.

Sun and Qi (2011), modelaram o comportamento mecânico do *riser* flexível com o modelo de massas concentradas, para uma análise global do comportamento estático e dinâmico. Os resultados da análise de sensibilidade obtidos mostram que o *riser* flexível não é muito sensível à correnteza do oceano. Além disso os autores mostraram que o módulo de empuxo pode reduzir a tensão de von Mises e melhorar o desempenho mecânico do *riser* flexível.

1.3.3 Interação entre solo e estrutura

Atualmente, a discussão sobre a modelagem dos fenômenos de interação solo-estrutura na região de contato tem-se intensificado. Em vários trabalhos publicados, observa-se que a região de contato solo-estrutura é responsável por picos de tensão, que podem ser intensificados devido às cargas dinâmicas do sistema, influenciando decisivamente no comportamento à fadiga e portanto, tornando-se um assunto de notória relevância no dimensionamento da estrutura.

Os trabalhos, Silveira *et al.* (2000) e Silveira and Martins (2004) desenvolveram uma ferramenta que representa o contato entre solo e a estrutura, considerando o solo como um conjunto de molas e amortecedores verticais continuamente distribuídos que representam a rigidez e o amortecimento do solo para deslocamentos verticais.

Morini (2009), desenvolveu uma ferramenta para a análise estática não linear de *risers* em catenária, considerando na região de contato entre solo e estrutura, um modelo Winkler distribuído.

Barros *et al.* (2009) implementaram e compararam o comportamento de três diferentes tipos de modelos analíticos para interação solo e estrutura: Winkler, Pasternak e Kerr. Esses autores mostraram as diferentes implicações dos modelos adotados sobre o comportamento dos deslocamentos e sobre a distribuição de tensão na estrutura.

No contexto do grupo de pesquisa do Departamento de Mecânica Computacional, Antonio (2011), desenvolveu uma ferramenta para estudar interação solo e estrutura de *risers* em catenária utilizando a formulação co-rotacional através de abordagens estática e dinâmica. O solo foi modelado com três diferentes tipos de modelos: Winkler, Filonenko-Borodich e Pasternak. Antonio (2011) mostrou os resultados para equilíbrio estático de estruturas não linear e equilíbrio dinâmico de estruturas não linear.

Na maioria dos modelos de parâmetros concentrados estudados, observam-se dificuldades de convergência para problemas com não linearidades importantes, como é o caso do problema de interação solo-*riser* tratado nesta dissertação. Assim o principal desafio do presente trabalho

é implementar e testar um modelo de *riser* baseado em parâmetros concentrados considerando o problema de interação solo-estrutura.

1.4 Descrição do Trabalho

Este trabalho está dividido em sete capítulos. Neste primeiro capítulo apresenta-se o conteúdo do problema a ser estudado forma geral desta tese, mostra-se também os objetivos e motivações. O capítulo apresenta ainda uma breve revisão da literatura referente aos temas abordados neste trabalho.

No Capítulo 2, é apresentada a formulação de parâmetros concentrados, no qual mostram-se as equações que descrevem as forças internas, forças externas e a matriz rigidez tangente.

O capítulo 3 apresenta a descrição da modelagem de fundações: fundação de Winkler modelada por molas nodais, fundação de Winkler modelada por leito e fundação de Filonenko-Borodich. O método das penalidades para modelar o problema de contato com solo é apresentado.

No capítulo 4, apresenta-se os conceitos do estudo do equilíbrio estático não linear do *riser*, e o algoritmo de Newton-Raphson com controle por carregamento para resolução do sistema.

O capítulo 5 descreve a implementação do algoritmo do modelo de parâmetros concentrados para a análise de *risers*.

No capítulo 6 apresentam-se os principais resultados obtidos usando o modelo de parâmetros concentrados, para a simulação de *risers*. Por último, o sétimo capítulo apresentam-se as conclusões obtidas, assim como as sugestões para trabalhos futuros.

2 MODELAGEM DE UM *RISER* USANDO PARÂMETROS CONCENTRADOS

Neste capítulo, trata-se do equacionamento do modelo de parâmetros concentrados, aplicado ao problema de dinâmica não linear de cabos flexíveis, em especial para o caso de *risers* flexíveis. Este modelo é usado para representar o comportamento mecânico do *riser*. Considera-se globalmente que o *riser* é composto por um conjunto de nós interligados por elementos de rigidez e elementos de massa concentrada. Forças de cisalhamento e momentos de flexão nodais são incluídos nas formulações para enriquecer a modelagem. O modelo é apresentado para o caso bidimensional, mostrando-se em detalhes como foram calculados os esforços do sistema. A ampliação para o caso tridimensional é direta, em princípio não acrescentando desafios teóricos adicionais na formulação.

2.1 Modelo geométrico e cinemático

Códigos comerciais usam modelos de parâmetros concentrados devido a sua simplicidade de formulação e flexibilidade na modelagem, Ghadimi (1988). Embora este tipo de modelagem implique em uma etapa prévia para identificação de parâmetros do sistema, esta estratégia tem sido muito usada devido a sua simplicidade e a melhor convergência numérica quando comparada aos modelos baseados em elementos de viga. A formulação apresentada neste capítulo é baseada no modelo proposto por Ghadimi (1988), que foi utilizado no trabalho de Silveira (2001), Pollio *et al.* (2006), Marano *et al.* (2006), Mossa and Pollio (2007), Pollio and Mossa (2009).

Um diagrama esquemático do *riser* flexível é mostrado na Figura 2.1. Este está dividido em um número finito de elementos, cada um consistindo de uma mola com a massa do elemento concentrada nos nós. Cada nó possui dois graus de liberdade descrevendo os deslocamentos nas direções X e Y gerando assim quatro deslocamentos por elemento. Os deslocamentos são medidos em relação a um sistema global de eixos cartesianos XY .

O j -ésimo elemento tem uma configuração inicial definida a partir das coordenadas de seus nós $j1$ e $j2$. Na Figura(2.2) mostra-se a geometria do elemento. O vetor posição pode ser definido por:

$$\mathbf{X}_e^j = [X^{j1} \quad Y^{j1} \quad X^{j2} \quad Y^{j2}]^T \quad (2.1)$$

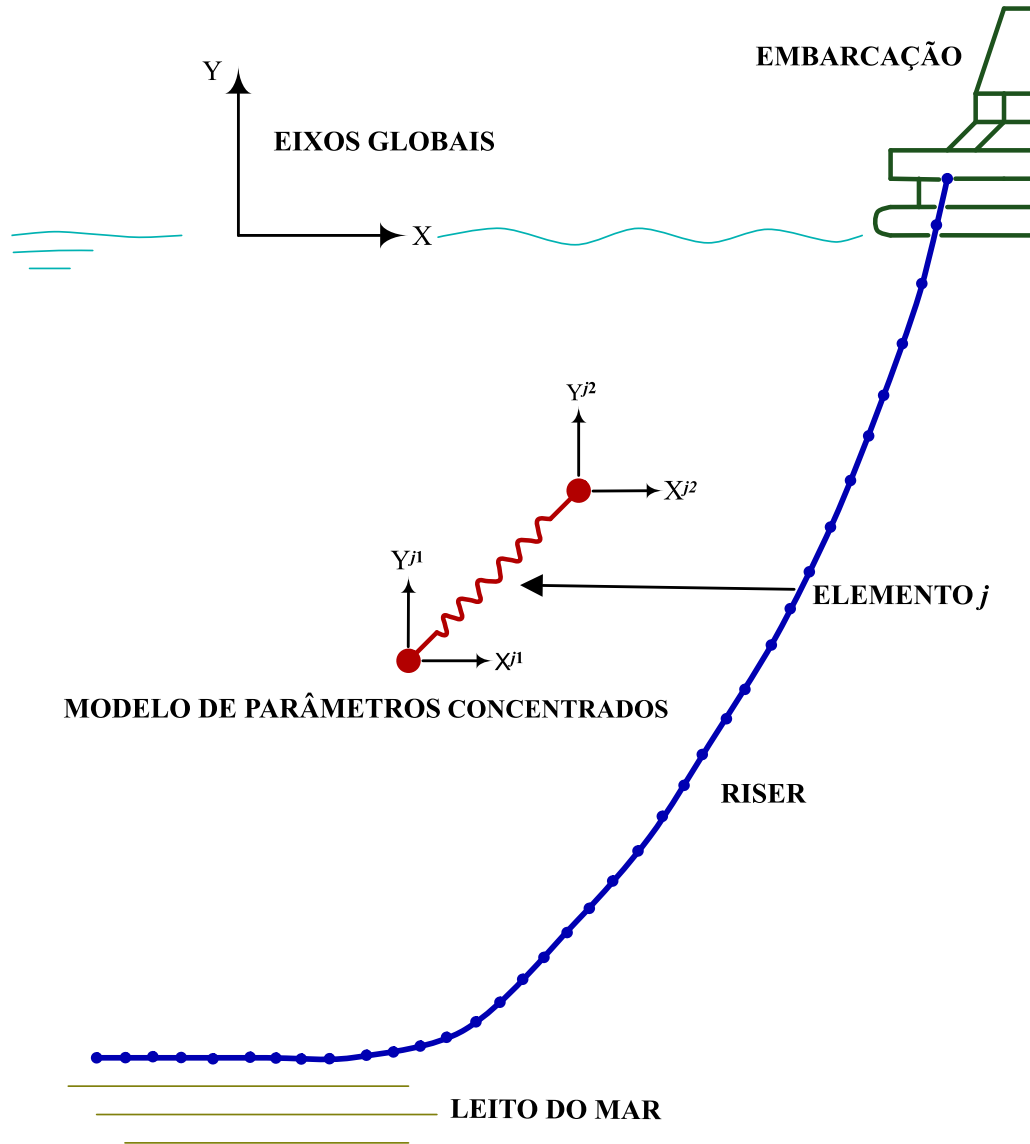


Figura 2.1: Esquema do sistema do *riser* flexível.

onde \mathbf{X}_e^j é o vetor que representa posição inicial do j -ésimo elemento, no qual X^{ji} corresponde às coordenadas X do nó i do elemento j , Y^{ji} às coordenadas Y do nó i do elemento j .

A configuração deslocada do j -ésimo elemento, definida a partir das coordenadas de seus nós $j1$ e $j2$, conforme mostrado na Figura 2.2, é dada por:

$$\mathbf{x}_e^j = [x^{j1} \quad y^{j1} \quad x^{j2} \quad y^{j2}]^T \quad (2.2)$$

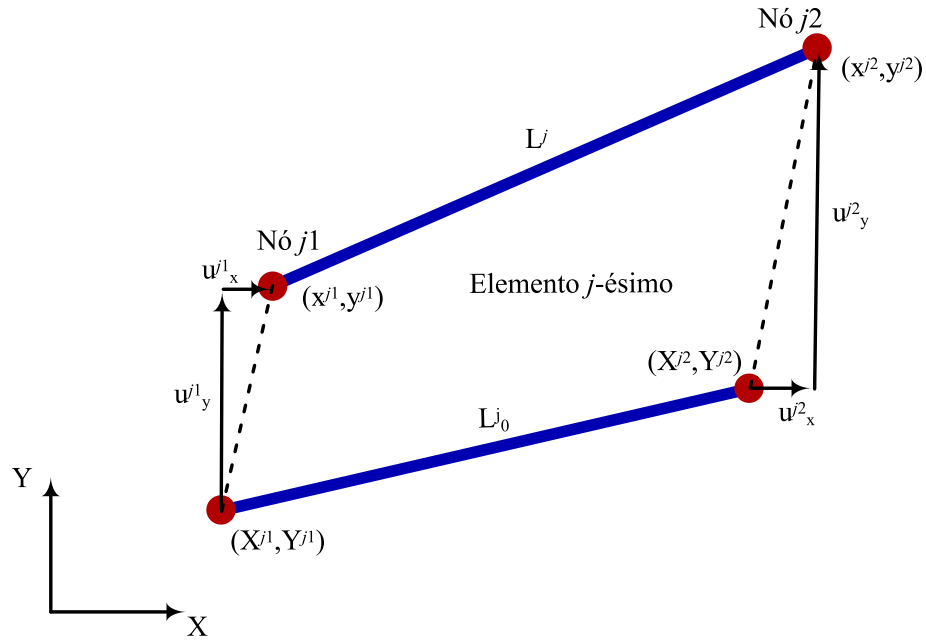


Figura 2.2: Elemento j do riser flexível.

onde \mathbf{x}_e^j é o vetor posição deslocada do j -ésimo elemento, onde x^{ji} corresponde às coordenadas X do nó i do elemento j e y^{ji} às coordenadas Y do nó i do elemento j . Assim, pode-se definir o campo de deslocamentos a partir da seguinte expressão:

$$\mathbf{x}_e^j = \mathbf{X}_e^j + \mathbf{u}^j \quad (2.3)$$

onde \mathbf{u}^j representa o vector deslocamento do j -ésimo elemento. Definindo-se cada termo tem-se:

$$\mathbf{u}^j = [u_x^{j1} \quad u_y^{j1} \quad u_x^{j2} \quad u_y^{j2}]^T \quad (2.4)$$

no qual u_x^{ji} corresponde aos deslocamentos na direção X do nó i do elemento j e u_y^{ji} aos deslocamentos na direção Y do nó i do elemento j .

Uma vez solicitado com um carregamento externo ou interno, o corpo sairá de sua configuração inicial \mathbf{X}_e^j e atingirá uma nova configuração denominada \mathbf{x}_e^j . Assim sendo, reescrevendo-se os termos do deslocamento, definem-se \mathbf{u}^{j1} e \mathbf{u}^{j2} como os vetores de deslocamento dos nós do j -ésimo elemento, explicitados em termos dos deslocamentos nodais globais como sendo:

$$\mathbf{u}^{j1} = [u_x^{j1} \quad u_y^{j1}]^T \quad e \quad \mathbf{u}^{j2} = [u_x^{j2} \quad u_y^{j2}]^T \quad (2.5)$$

O comprimento do j -ésimo elemento na configuração inicial \mathbf{X}_e^j pode ser calculado diretamente pela distância entre os pontos, conforme enunciado a seguir:

$$L_0^j = \sqrt{(X^{j2} - X^{j1})^2 + (Y^{j2} - Y^{j1})^2} \quad (2.6)$$

sendo L_0^j o comprimento inicial do elemento j .

De forma análoga, o comprimento do elemento numa configuração deslocada \mathbf{x}_e^j é dado por

$$L^j = \sqrt{(x^{j2} - x^{j1})^2 + (y^{j2} - y^{j1})^2} \quad (2.7)$$

sendo L^j o comprimento deformado do elemento j .

Para determinar as forças nos nós da estrutura, é necessário definir-se o vetor tangente unitário ao elemento de *riser*. O vetor tangente unitário é dado por Ghadimi (1988),

$$\mathbf{t}^j = \frac{1}{L^j} [(x^{j2} - x^{j1}) \quad (y^{j2} - y^{j1})] \quad (2.8)$$

sendo \mathbf{t}^j o vetor tangente constante do elemento j na posição deslocada.

2.2 Determinação das forças internas

O vetor das forças internas aplicadas nos nós do j -ésimo elemento, considerando-se o elemento na posição deformada, pode ser dado por:

$$\mathbf{F}_{Int}^j = \mathbf{T}^j + \hat{\mathbf{Q}}^j \quad (2.9)$$

onde \mathbf{F}_{Int}^j é a força interna do j -ésimo elemento, \mathbf{T}^j é o vetor da força axial do j -ésimo elemento e \mathbf{Q}^j é o vetor da força de cisalhamento do j -ésimo elemento na posição deslocada conforme ilustrado na Figura 2.3.

A definição do vetor de forças axiais nos nós pode ser feita usando-se os vetores tangente do elemento, que também é definido na posição deslocada. Assim, o vetor de forças axiais \mathbf{T}^j é dado por:

$$\mathbf{T}^j = T^j [\mathbf{t}^j - \mathbf{t}^j]^T \quad (2.10)$$

sendo que termo \mathbf{t}^j é o vetor unitário tangente definido na equação (2.8) e T^j é módulo da força axial, que é definido a partir da aplicação da lei de Hooke ao nível local do elemento, o que permite definir a solução tensão deformação, como mostrado em Ghadimi (1988):

$$\sigma_{xx}^j = E \varepsilon_{xx}^j \quad (2.11)$$

onde σ_{xx}^j é tensão axial do elemento do *riser*, E é o módulo de elasticidade do material do *riser* e ε_{xx}^j é a deformação constante do j -ésimo elemento. A deformação do j -ésimo elemento é obtida a partir do modelo cinemático adotado no problema, o que permite escrever:

$$\varepsilon_{xx}^j = \frac{(L^j - L_0^j)}{L_0^j} \quad (2.12)$$

no qual o termo L_0^j é o comprimento do j -ésimo elemento na configuração inicial, definida na equação (2.6) e L^j é o comprimento do j -ésimo elemento na configuração deslocada, definida na equação (2.7). O módulo da força axial T^j do j -ésimo elemento pode ser calculado a partir do equilíbrio do elemento:

$$T^j = \sigma_{xx}^j A \quad (2.13)$$

onde o termo A representa a área equivalente da seção transversal do *riser*. Substituindo a equação (2.12) na equação (2.11) e o resultado na equação (2.13), obtém-se

$$T^j = \frac{EA(L^j - L_0^j)}{L_0^j} \quad (2.14)$$

onde o termo EA é conhecido como rigidez axial do *riser* que é geralmente fornecido pelos fabricantes deste tipo de duto. Pode-se observar que os vetores de força axial mostrados na Figura 2.3, que atuam na direção normal ao plano da seção dos elementos, e portanto podem levar a descontinuidades no cálculo das tensões, devido à discretização adotada. Para pontos onde o esforço normal tenha variações importantes, é necessário usar malhas refinadas para a modelagem do problema. Tal configuração aparece nos pontos onde o *riser* entra em contato com o solo, onde o problema de convergência torna-se mais severo.

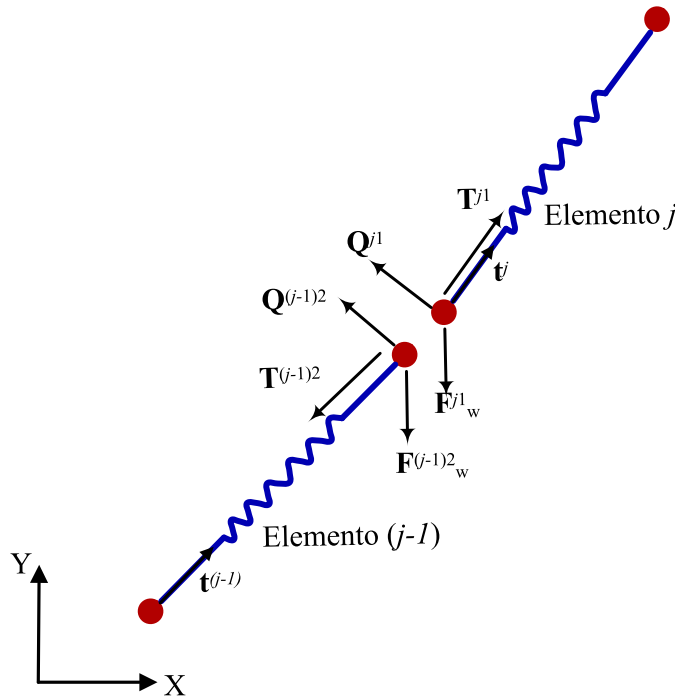


Figura 2.3: Representação vetorial das forças que atuam sobre um elemento de *riser*.

Com o objetivo de enriquecer o modelo e considerar o efeito local de flexão no modelo do *riser*, Ghadimi (1988), propôs uma aproximação que correlaciona momentos fletores locais de cada elemento com as forças cisalhantes. O momento fletor no nó m , adjacente aos elementos j e k , obtido da teoria de elementos de viga de Euler-Bernoulli, Ghadimi (1988), conforme ilustrado na Figura 2.4, pode ser dado por:

$$\mathbf{M}^m = EIR^m \mathbf{b}^m \quad (2.15)$$

sendo que \mathbf{M}^m representa o vetor momento fletor equivalente no nó m , EI representa a rigidez

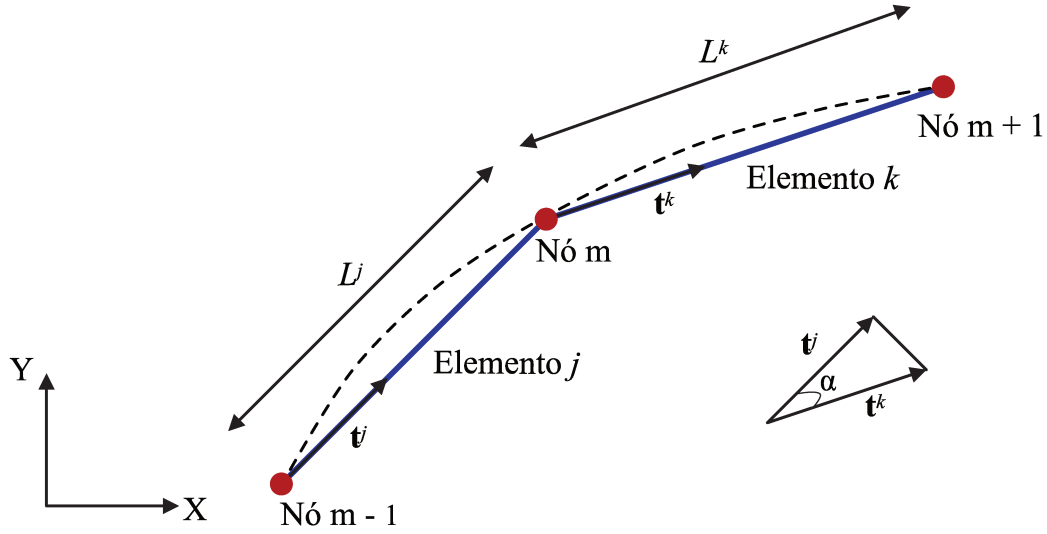


Figura 2.4: Avaliação da curvatura no nó m genérico.

à flexão do *riser*, R^m representa a curvatura estimada a partir do ângulo α entre os elementos adjacentes j e k e \mathbf{b}^m é um vetor denominado binormal. O ângulo α pode ser obtido a partir da seguinte aproximação, Pollio and Mossa (2009):

$$\begin{aligned} |\mathbf{t}^k - \mathbf{t}^j| &\approx |\mathbf{t}^k \times \mathbf{t}^j| \\ |\mathbf{t}^k - \mathbf{t}^j| &\approx |\mathbf{t}^k| |\mathbf{t}^j| \sin \alpha \\ |\mathbf{t}^k - \mathbf{t}^j| &\approx \alpha \end{aligned} \quad (2.16)$$

onde \mathbf{t}^j e \mathbf{t}^k são vetores unitários definidos na equação (2.8) sendo que a norma de uma diferença pode ser usada como aproximação do ângulo α . Esta aproximação é aceitável para ângulos pequenos. O comprimento médio dos elementos j e k , define-se

$$l = \frac{L^k + L^j}{2} \quad (2.17)$$

onde L^j e L^k são os comprimentos deformados definidos na equação (2.7).

A curvatura equivalente entre os elementos j e k é definida usando as equação (2.16) e (2.17), a partir da seguinte relação:

$$R^m = \frac{\alpha}{l} = \frac{2 |\mathbf{t}^k - \mathbf{t}^j|}{L^k + L^j} \quad (2.18)$$

sendo α o ângulo formado entre os vetores unitários dos elementos j e k , l é o comprimento médio dos elementos j e k conforme definido na equação (2.17).

Com relação ao termo \mathbf{b}^m da equação (2.15), que é o vetor unitário binormal no mesmo ponto, defina-se a direção do momento fletor como sendo:

$$\mathbf{b}^m = \mathbf{t}^{kj} \times \mathbf{n} \quad (2.19)$$

onde \mathbf{t}^{kj} é vetor unitário tangente no nó m aproximado por uma média ponderada da seguinte forma,

$$\mathbf{t}^{kj} = \frac{L^k \mathbf{t}^j + L^j \mathbf{t}^k}{L^j + L^k} \quad (2.20)$$

onde \mathbf{t}^j e \mathbf{t}^k são os vetores unitários na direção dos elementos j e k . O vetor normal unitário é dado por:

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{t}^k - \mathbf{t}^j}{|\mathbf{t}^k - \mathbf{t}^j|} \quad (2.21)$$

A partir da definição do momento fletor, a força cisalhante no elemento j pode ser obtida a partir da variação do momento fletor ao longo do elemento, conforme a seguinte equação:

$$\mathbf{Q}^j = \mathbf{t}^j \times \frac{\mathbf{M}^m - \mathbf{M}^{m-1}}{L^j} \quad (2.22)$$

onde, na figura (2.3), \mathbf{Q}^{j1} e \mathbf{Q}^{j2} representam a força cisalhante nos nós $j1$ e $j2$ respectivamente e \mathbf{M}^m e \mathbf{M}^{m-1} é o valor do momento fletor avaliado nos nós m e $m - 1$.

Assim, o esforço cortante pode ser escrito na forma vetorial como sendo,

$$[\mathbf{Q}^{j1} \quad \mathbf{Q}^{j2}]^T = [\mathbf{Q}^j \quad -\mathbf{Q}^j]^T \quad (2.23)$$

ou também pode-se escrever o vetor força de cisalhamento, usando a notação compacta:

$$\hat{\mathbf{Q}}^j = [\mathbf{Q}^j \quad -\mathbf{Q}^j]^T \quad (2.24)$$

sendo $\hat{\mathbf{Q}}^j$ o vetor da força cisalhante do j -ésimo elemento.

2.3 Determinação das forças externas

As forças externas podem atuar no topo e ao longo do *riser* e na região de contato com o solo. São geralmente forças independentes normalmente conhecidas ou avaliadas para cada posição relativa do *riser*. Neste trabalho, o vetor das forças externas é definido como sendo:

$$\mathbf{F}_{Ext}^j = \mathbf{F}_w^j \quad (2.25)$$

onde \mathbf{F}_{Ext}^j é o vetor da força externa do j -ésimo elemento e \mathbf{F}_w^j é o vetor do peso do j -ésimo elemento do *riser* combinado com o valor do empuxo.

Na força peso \mathbf{F}_w^j considera-se que a massa do elemento é transferida para os nós. O peso no ar e o peso na água dos elementos são conhecidos. Pode-se observar na figura (2.3) o vetor do peso do elemento, e para o caso em que o *riser* esteja submerso, a força peso é computada levando em consideração o peso na água, isso é, o peso próprio combinado com o empuxo. O vetor do peso do j -ésimo elemento define-se assim

$$\mathbf{F}_w^j = [\mathbf{F}_w^{j1} \quad \mathbf{F}_w^{j2}]^T \quad (2.26)$$

onde na figura (2.3) \mathbf{F}_w^{j1} e \mathbf{F}_w^{j2} representam a força peso resultante nos nós $j1$ e $j2$ respectivamente, ou seja

$$\mathbf{F}_w^{ji} = [0 \quad W^{ji}], \quad i = 1, 2 \quad (2.27)$$

e W^{ji} é o módulo do peso submerso, concentrados no nó $j1$ e $j2$ do j -ésimo elemento, definido como

$$W^{ji} = -(m^{ji} - \frac{\rho\pi D_{Ext}^2 L^j}{8})g, \quad i = 1, 2 \quad (2.28)$$

onde m^{ji} é a massa estrutural concentrada no nó ji , ρ é a massa específica do fluido, D_{Ext} é o diâmetro externo de *riser* e g é a aceleração gravitacional. A massa estrutural concentrada m^{ji} define-se como

$$m^{ji} = \rho_r \left(\frac{1}{2} L^j \right) \quad (2.29)$$

enquanto ρ_r é a massa por unidade de comprimento do *riser*.

2.4 Matriz de rigidez tangente

Para o presente modelo de parâmetro de massa concentrada, define-se de maneira geral que a força axial é expressa em função do deslocamento como sendo:

$$f^j(\mathbf{u}) = \mathbf{T}^j \quad (2.30)$$

onde $f^j(\mathbf{u})$ representa uma função que depende do deslocamento e é igual à tração resultante interna \mathbf{T}^j do elemento j . Portanto, a matriz de rigidez tangente pode ser definida por:

$$\mathbf{K}_T^j = \frac{\partial f^j(\mathbf{u})}{\partial u^i} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (2.31)$$

onde \mathbf{K}_T^j é a matriz de rigidez tangencial. Desenvolvendo a derivada tem-se a matriz de rigidez tangente, Ghadimi (1988) dada na equação (2.32), onde $\lambda_j = EA/L_0^j$ e $\epsilon = -EA$.

$$\mathbf{K}_T^j = \begin{bmatrix} -(\lambda^j + \epsilon/L^j) + \epsilon \frac{(x^{j2} - x^{j1})^2}{(L^j)^3} & \epsilon \frac{(x^{j2} - x^{j1})(y^{j2} - y^{j1})}{(L^j)^3} & (\lambda^j + \epsilon/L^j) - \epsilon \frac{(x^{j2} - x^{j1})^2}{(L^j)^3} & -\epsilon \frac{(x^{j2} - x^{j1})(y^{j2} - y^{j1})}{(L^j)^3} \\ \epsilon \frac{(x^{j2} - x^{j1})(y^{j2} - y^{j1})}{(L^j)^3} & -(\lambda^j + \epsilon/L^j) + \epsilon \frac{(y^{j2} - y^{j1})^2}{(L^j)^3} & -\epsilon \frac{(x^{j2} - x^{j1})(y^{j2} - y^{j1})}{(L^j)^3} & (\lambda^j + \epsilon/L^j) - \epsilon \frac{(y^{j2} - y^{j1})^2}{(L^j)^3} \\ (\lambda^j + \epsilon/L^j) - \epsilon \frac{(x^{j2} - x^{j1})^2}{(L^j)^3} & -\epsilon \frac{(x^{j2} - x^{j1})(y^{j2} - y^{j1})}{(L^j)^3} & -(\lambda^j + \epsilon/L^j) + \epsilon \frac{(x^{j2} - x^{j1})^2}{(L^j)^3} & \epsilon \frac{(x^{j2} - x^{j1})(y^{j2} - y^{j1})}{(L^j)^3} \\ -\epsilon \frac{(x^{j2} - x^{j1})(y^{j2} - y^{j1})}{(L^j)^3} & (\lambda^j + \epsilon/L^j) - \epsilon \frac{(y^{j2} - y^{j1})^2}{(L^j)^3} & \epsilon \frac{(x^{j2} - x^{j1})(y^{j2} - y^{j1})}{(L^j)^3} & -(\lambda^j + \epsilon/L^j) + \epsilon \frac{(y^{j2} - y^{j1})^2}{(L^j)^3} \end{bmatrix}$$

(2.32)

3 INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA

Uns dos problemas relevantes associados à simulação do comportamento mecânico de *risers* é a modelagem matemática de sua interação com o solo. A interação solo-estrutura aplicada à análise de *risers* é um tema complexo. O solo é um material de comportamento constitutivo não linear, que pode variar bastante de acordo com as condições de carregamento a que está submetido. Nos projetos das linhas submarinas, o trecho suspenso do *riser* é submetido a grandes esforços hidrodinâmicos e devidos a movimentação das plataformas. Devido à característica cíclica destas cargas, o fenômeno da fadiga pode-se tornar crítico. No caso do *riser* em catenárias um dos pontos mais críticos do projeto é o TDP - *Touchdown Point* que é a região formada pelo conjunto de pontos que entram em contato com o solo em função dos movimentos da linha. Essa região tem grande importância na análise e projeto do *riser*, pois normalmente implica em grandes magnitudes de tensão que podem ser críticas ao fenômeno de fadiga, (Bridge *et al.*, 2004).

No estudo da interação do solo com o *riser* existem diversos modelos matemáticos que podem descrever o comportamento mecânico do solo. Um modelo de fundação comumente utilizado é o modelo de Winkler (Morini, 2009; Antonio, 2011), que consiste na representação do solo por um conjunto de molas infinitesimalmente próximas e independentes umas das outras. A rigidez do solo e seus efeitos perante a estrutura são representados a partir da rigidez das molas e os efeitos que estas impõem sobre a estrutura. Como as propriedades do solo neste modelo são descritas através de um parâmetro, no caso a rigidez, o modelo de fundação é denominado de modelo de fundação de um parâmetro. No entanto, existem outros modelos mais complexos que incluem na descrição outros fenômenos e podem conter mais parâmetros na sua formulação. Como exemplo seria a inclusão de uma membrana elástica, como um segundo parâmetro cisalhante, para inclusão do fenômeno de interação entre molas adjacentes, este modelo é caracterizado como um modelo de fundação de dois parâmetros (Antonio, 2011).

Neste trabalho buscou-se estudar modelos de fundações de um e dois parâmetros e implementar suas discretizações no contexto de elementos finitos.

A configuração de catenária e os esforços solicitantes podem induzir grandes deslocamentos na estrutura do *riser*, fazendo com que pontos inicialmente suspensos entrem em contato com o solo ou vice-versa. Tal comportamento induz ao estudo do problema de contato mecânico que é um efeito altamente não-linear do ponto de vista da análise. O método utilizado neste estudo para modelar este problema é o método das penalidades.

3.1 Modelo de fundação de um parâmetro

Neste item, usa-se o modelo de Winkler para modelagem do solo, que envolve um só parâmetro. Embora este modelo seja simplificado ele é bastante usado nos programas específicos para análise de *riser*, (Mourelle *et al.*, 2001; Orcina, 2013).

3.1.1 Modelo de fundação de Winkler

O modelo assume linearidade entre as forças de contato e a deflexão em qualquer ponto de contato. O modelo não leva em conta a interação entre os pontos adjacentes da superfície considerando a deflexão independente para cada ponto, como pode ser observado na Figura 3.1. O modelo Winkler pode ser idealizado como um conjunto de molas lineares mutuamente independentes, no qual a força de reação que a fundação impõe à estrutura é dada por

$$p_s(x) = k_1 u_y(x) \quad (3.1)$$

onde k_1 é a rigidez do solo por unidade de comprimento e $u_y(x)$ o deslocamento na direção Y .

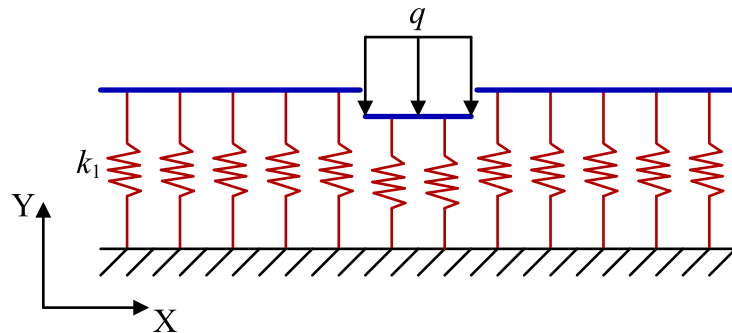


Figura 3.1: Modelo de fundação de Winkler

Para a viga sobre uma fundação Winkler, a seguinte equação diferencial descreve o comportamento estático,

$$EI \frac{d^4 u_y(x)}{dx^4} = q(x) - p_s(x) \quad (3.2)$$

sendo que esta equação pode ser re-escrita da seguinte maneira:

$$EI \frac{d^4 u_y(x)}{dx^4} + k_1 u_y(x) = q(x) \quad (3.3)$$

sendo $p_s(x)$ a força do solo sobre a viga e $q(x)$ a carga distribuída atuando sobre a viga.

A equação (3.3) trata da influência da fundação sobre a flexão da estrutura. O acoplamento com os esforços normais do *riser* foi desprezado. Desta forma, considerou-se em todo o trabalho que os modelos de fundação têm influência somente sobre os graus de liberdade relativos ao comportamento em flexão do *riser*, mais especificamente, só foi considerado o acoplamento com os deslocamentos transversais u_y .

O modelo de fundação de Winkler foi discretizado por elementos finitos usando duas abordagens: Modelo de Winkler modelado como molas nodais e Modelo de Winkler modelado com molas distribuídas. O primeiro modelo é tratado como uma mola discreta que atua diretamente no nó do elemento. No segundo caso, as molas são caracterizadas como um meio contínuo sob a estrutura (Antonio, 2011).

3.1.1.1 Modelo de fundação Winkler com molas nodais

O modelo é caracterizado por um elemento de mola discreta que atua diretamente no nó do elemento da estrutura, gerando uma força vertical, como ilustrado na Figura 3.2. O elemento de mola tem rigidez k_1 e atua na direção Y .

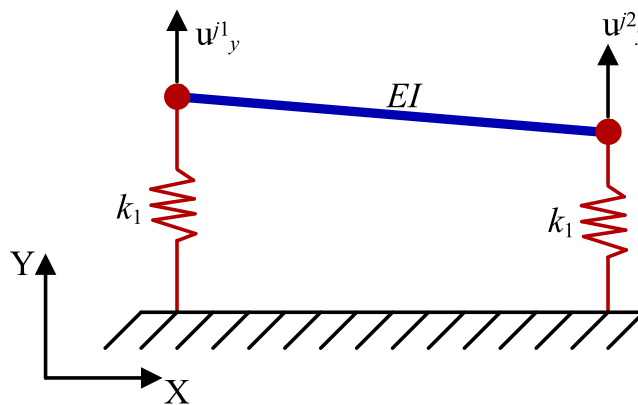


Figura 3.2: Modelo de fundação de Winkler representada em molas nodais.

A matriz de rigidez do elemento de solo \mathbf{K}_S , gera forças verticais que são transferidas pela fundação a cada nó da estrutura do *riser* conforme a expressão a seguir:

$$\mathbf{F}_S^{ji} = K_S [u_y^{ji}]^T \quad (3.4)$$

sendo K_S neste caso é um escalar, que assume o valor $K_S = k_1$, e u_y^{ji} é o deslocamento vertical do nó i do elemento j e k_1 é uma rigidez equivalente aproximada para o solo (Antonio, 2011).

3.1.1.2 Modelo de fundação Winkler com molas distribuídas

Neste caso, usa-se uma aproximação linear para a rigidez do solo. O métodos dos resíduos ponderados é aplicado, no qual a função de aproximação foi assumida linear, o que implica em:

$$u_e^j(x) = (1 - \frac{x}{L_0})u_y^{j1} + (\frac{x}{L_0})u_y^{j2} \quad (3.5)$$

sendo $u_e^j(x)$ o deslocamento ao longo do elemento e u_y^{j1} e u_y^{j2} são os deslocamentos nodais.

Então, aplicando o método de Garlekin, obtém-se a matriz de rigidez do sistema, dada por:

$$\mathbf{K}_S = \frac{k_1 L_0}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

onde k_1 é uma rigidez por unidade de comprimento da fundação, e L_0 é comprimento do elemento na configuração inicial.

De forma análoga, a força do solo imposta à estrutura, é dada por:

$$\mathbf{F}_S^j = \mathbf{K}_S [u_y^{j1} \ u_y^{j2}]^T \quad (3.7)$$

onde \mathbf{F}_S^j é o vetor força no elemento causada pelo solo e u_y^{ji} são os deslocamentos nos nós do elemento da estrutura.

Pode-se observar que este elemento considera a interação somente na direção vertical, o que se percebe pelos graus de liberdade u_y^{ji} em que atua (Antonio, 2011).

3.2 Modelo de fundação com dois parâmetros

O modelo de fundação com dois parâmetros leva em conta a interação entre as molas adjacentes, o que, usualmente, é feito através da inclusão de uma fina membrana elástica. Pode-se observar a diferença nas Figuras 3.1 e 3.3 entre os modelos de fundações de um e dois parâmetros.

A interação entre as camadas adjacentes pode ser observada na Figura 3.3, onde uma membrana superior sujeita a uma pré-carga introduz um efeito de cisalhamento no modelo.

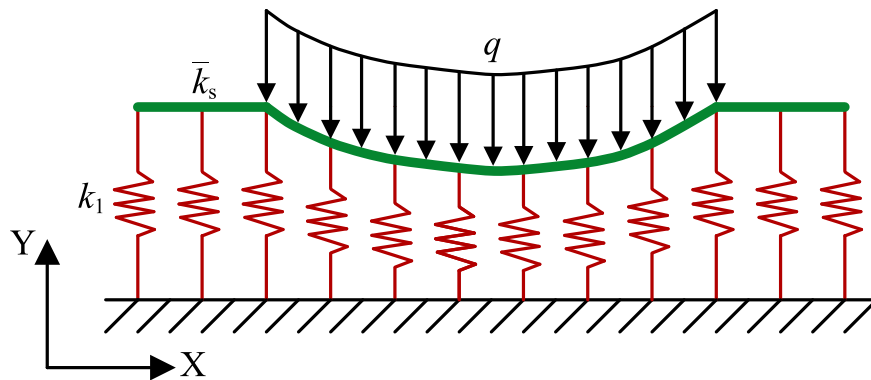


Figura 3.3: Modelo de fundação com dois parâmetros

Usando o modelo de fundação de dois parâmetros pode-se definir a força de reação na estrutura, Zhaohua and Cook (1983), como sendo

$$p_s(x) = k_1 u_y(x) - \bar{k}_s \frac{d^2 u_y(x)}{dx^2} \quad (3.8)$$

onde k_1 é o primeiro parâmetro de rigidez específica do solo e \bar{k}_s é o segundo parâmetro de cisalhamento da membrana. Quando o segundo parâmetro tende a zero, o modelo tende ao modelo de fundação de Winkler. Este modelo é denominado de modelo de Filonenko-Borodich, Antonio (2011).

Para estudo de vigas lineares sobre a fundação, a equação diferencial que descreve o comportamento estático é dada por

$$EI \frac{d^4 u_y(x)}{dx^4} = q(x) - p_s(x) \quad (3.9)$$

onde o carregamento devido ao solo, representado por $p_s(x)$, pode ser escrito da seguinte forma:

$$EI \frac{d^4 u_y(x)}{dx^4} + k_1 u_y(x) - \bar{k}_S \frac{d^2 u_y(x)}{dx^2} = q(x) \quad (3.10)$$

A caracterização do elemento finito que representa o modelo de dois parâmetros neste trabalho foi realizada usando-se o modelo de fundação de Filonenko-Borodich, e considerando dois graus de liberdade no elemento.

3.2.1 Modelo de fundação de Filonenko-Borodich

Este modelo de fundação é descrito por dos parâmetros e dois graus de liberdade por nó, assumindo a função de aproximação dada na equação (3.5), utilizado no modelo de fundação de Winkler modelado como leito. Aplicando-se o método de resíduos ponderados de Garlekin tem-se a seguinte matriz de rigidez do elemento do modelo,

$$\mathbf{K}_S = \frac{k_1 L_0}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \frac{\bar{k}_S}{L_0} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

A força que o solo impõe à estrutura, é dada por:

$$\mathbf{F}_S^j = \mathbf{K}_S [u_y^{j1} \ u_y^{j2}]^T \quad (3.12)$$

onde \mathbf{F}_S^j é a força nodal de um elemento genérico j e u_y^{ji} é os deslocamentos nos nós do elemento da estrutura (Antonio, 2011).

3.3 Método das penalidades

O método das penalidades considera que a força de contato é proporcional à distância entre os dois corpos, sendo que neste caso o parâmetro de proporcionalidade é usado como parâmetro de penalidade. Assim, considera-se que a energia potencial oriunda do trabalho das forças de contato pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\Pi_c = \frac{1}{2} k u_d^2 \quad (3.13)$$

onde Π_c corresponde à energia de contato, k é o fator penalizador de grande magnitude e u_d a distância entre os corpos. É possível observar que esta descrição matemática da energia de contato é análoga à de uma mola. O efeito da equação (3.13) pode ser concebido como, a ação de uma mola de alta rigidez que atua em caso de contato. Para o caso de k tender ao infinito, implica que não há penetração entre os corpos. No entanto, devido a questões computacionais, este efeito não pode ser totalmente atingido. Bodur (2006) comenta que valores muito altos no fator penalizador podem levar a problemas de mal condicionamento numérico do sistema.

A condição de restrição é explicitada como se segue:

$$y^{ji} \leq 0 \quad (3.14)$$

onde y^{ji} a coordenada do nó i do elemento j da estrutura, considerando-se que o solo é plano e horizontal e sua ordenada é zero. Uma vez que a equação (3.14) seja satisfeita, isto é, ocorre a penetração, inclui-se o fator de penalidade k no problema, que é adicionado à rigidez da estrutura. Essa penalização se traduz na adição localizada de rigidez à estrutura, que se dá nas posições da matriz global de rigidez relativas aos graus de liberdades que violaram a restrição do solo. A mesma consideração é válida para a determinação do vetor de esforços internos F_S^j que é dada assim

$$F_S^j = k u_S \quad (3.15)$$

no qual o termo u_S corresponde ao deslocamento computado a partir da coordenada do solo, como ilustrado na Figura 3.4. Desta forma, adiciona-se o resultado obtido na equação (3.15) ao vetor global de forças internas F_{Int}^j .

Para a implementação dos modelos de fundação e os fenômenos de interação, assumiu-se neste trabalho que há descolamento instantâneo do ponto do domínio da estrutura cuja cota geométrica seja superior à cota do topo da fundação. No contexto de elementos finitos, esse efeito se traduz nos nós do elemento e, desta forma, quando

$$y^{ji} > 0 \quad (3.16)$$

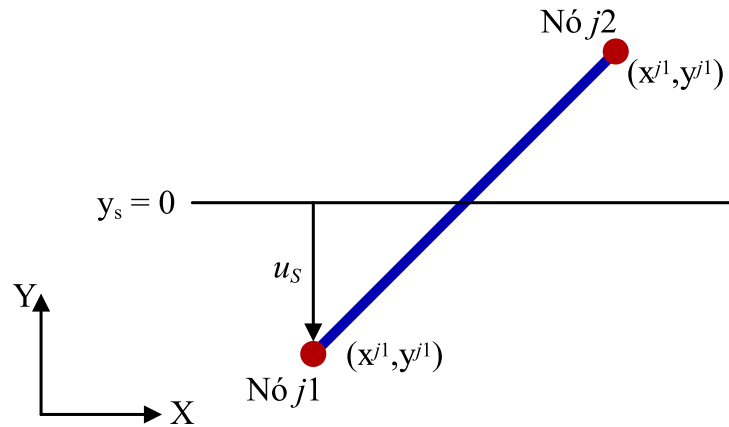


Figura 3.4: Elemento j com dois nós e as coordenadas e deslocamento relativos ao efeito de contato.

cessam imediatamente os efeitos da fundação sobre o nó i do elemento j . Em resumo, se a coordenada y^{ji} do nó i do elemento j for menor do que a coordenada do solo, então a fundação interage com a estrutura, caso contrário, seus efeitos são nulos (Antonio, 2011).

Assim permite-se representar os problemas de contato intermitente, conforme ilustrado na Figura 3.5

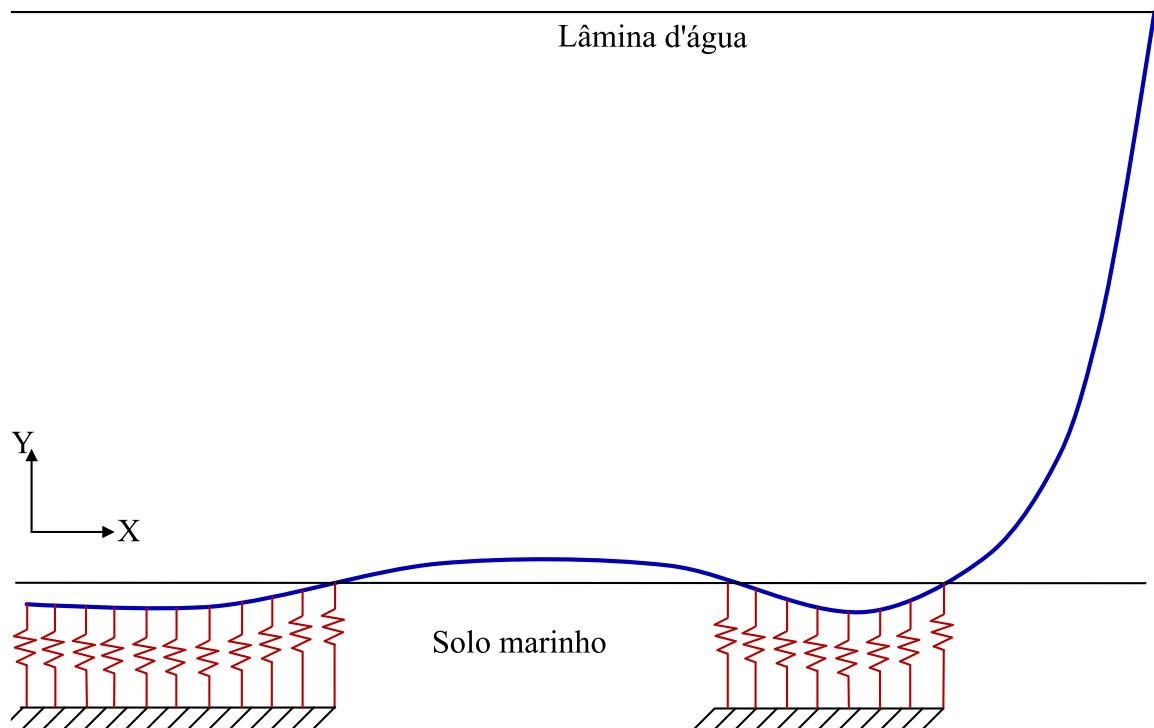


Figura 3.5: Contato intermitente de solo-riser.

4 ANÁLISE ESTÁTICA

Este capítulo destina-se ao estudo do equilíbrio estático de estruturas admitindo não-linearidade geométrica. Todo o contexto da formulação é feito através da abordagem e formulação para modelo de parâmetros concentrados deduzida anteriormente. O estudo estático baseia-se no equilíbrio entre as forças internas e externas, no qual a equação resultante é de carácter geometricamente não-linear e é resolvida através de método iterativo. O método iterativo usado neste estudo é o Newton-Raphson. Existem outros métodos de resolução mais robustos, tais como Newton Modificado, Quasi-Newton, Secante Acelerada, Arc-length, entre outros, que são apresentados em mais detalhes em Crisfield (1991). Como o estudo de métodos iterativos foge do escopo do trabalho a opção pelo método de Newton-Raphson se deve a sua implementação mais simples em relação aos outros métodos supracitados.

Para o estudo estático adota-se procedimento de resolução com controle por carregamento. O carregamento utilizado nesse estudo é dividido em frações e o problema é resolvido de forma gradual adicionando estas frações até que o total cumulativo de adições de forças forneça o carregamento total. Dessa forma, a cada adição ou passo de carga (como será tratado no texto), o sistema é solicitado até uma configuração de equilíbrio, sendo a última relativa ao último passo de carga, ou seja, a configuração estática final do corpo.

Este capítulo é composto pela resolução da equação de equilíbrio estático e a dedução de sua resolução através do método de Newton-Raphson, onde seu algoritmo é apresentado. Ao final do capítulo, é apresentado o algoritmo do método de controle por carregamento para resolução do problema estático não-linear.

4.1 Equação residual e o problema do equilíbrio estático

A condição de equilíbrio estático pode ser representada pela seguinte equação residual (Antonio, 2011):

$$\mathbf{R}_e = \mathbf{F}_{Int} + \mathbf{F}_{Ext} = 0 \quad (4.1)$$

sendo a força residual \mathbf{R}_e que represente a soma das forças internas \mathbf{F}_{Int} e externas \mathbf{F}_{Ext} atuando no *riser*. É importante ressaltar que a equação apresentada em (4.1) é de carácter geometricamente não-linear devido à dependência de \mathbf{F}_{Int} com relação aos deslocamentos \mathbf{u} . Sendo

assim, sua resolução é de caráter iterativo e o algoritmo de resolução escolhido foi o método Newton-Raphson.

4.1.1 Método de resolução do sistema não lineares: Newton-Raphson

O método de Newton-Raphson pode ser escrito a partir da expansão de \mathbf{R}_e em série de Taylor, tal que (Antonio, 2011):

$$\mathbf{R}_e^{n+1} \approx \mathbf{R}_e^n + \frac{\partial \mathbf{R}_e^n}{\partial \mathbf{u}} \delta \mathbf{u} + \frac{\partial^2 \mathbf{R}_e^n}{\partial \mathbf{u}^2} \delta \mathbf{u}^2 + \dots \quad (4.2)$$

Considerando apenas os termos de primeira ordem da expansão em série de Taylor, pode-se escrever:

$$\mathbf{R}_e^{n+1} \approx \mathbf{R}_e^n + \mathbf{K}_T \delta \mathbf{u} \quad (4.3)$$

sendo,

$$\frac{\partial \mathbf{R}_e^n}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{K}_T \quad (4.4)$$

no qual \mathbf{K}_T é matriz de rigidez tangente determinada para o modelo de massas concentradas na equação (2.32). Esse termo é normalmente tratado como matriz Hessiana, pois corresponde à segunda derivada da energia interna de deformação, ou como no texto aqui presente, a primeira derivada do resíduo \mathbf{R}_e . Negligenciando os termos de alta ordem e assumindo $\mathbf{R}_e^{n+1} = 0$, tem-se que a seguinte equação incremental:

$$\delta \mathbf{u}^n = -\mathbf{K}_T^{-1} \mathbf{R}_e^n(\mathbf{u}^n) \quad (4.5)$$

sendo $\mathbf{R}_e^n(\mathbf{u}^n)$ avaliado no ponto \mathbf{u}^n , e a matriz de rigidez tangente também é avaliada no ponto \mathbf{u}^n . Nota-se que a matriz de rigidez tangente muda a cada iteração.

Assim, a nova estimativa para \mathbf{u} é formada através da correção $\delta \mathbf{u}^n$ e assume a seguinte forma

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^n + \delta \mathbf{u}^n \quad (4.6)$$

Observa-se que a continuidade desse procedimento incorre em um processo iterativo. Cabe ressaltar que o termo \mathbf{F}_{Int} , normalmente variável, é recalculado a cada iteração. O termo \mathbf{F}_{Ext} , das forças externas, deve ser recalculado caso tenha dependência com a posição do corpo. No caso do *riser*, a projeção das cargas externas sobre o elemento variam a cada iteração.

O processo iterativo irá cessar quando o termo de força residual \mathbf{R}_e for nulo, implicando assim na equivalência entre as forças internas e externas. Do ponto de vista computacional a condição de \mathbf{R}_e permite definir um critério de parada, devendo-se assumir um valor representativamente pequeno, no caso definido por um ϵ , de forma a obter uma certa precisão no esquema numérico. Assim o processo iterativo é definido do por

$$\mathbf{F}_{Int} + \mathbf{F}_{Ext} \leq \epsilon \quad (4.7)$$

O algoritmo de Newton-Raphson para resolução de (4.1) é usado para solução do problema de equilíbrio estático de um *riser* a seguir, no qual assume-se como entrada inicial um campo de deslocamento arbitrário inicial \mathbf{u} , o comprimento inicial de cada elemento L_0 e o comprimento de cada elemento deformado após aplicação do deslocamento \mathbf{u} , e n representa o contador de iteração para o processo iterativo.

Algoritmo de resolução do problema de equilíbrio estático

1. Geração da malha na posição inicial desejada: parábola, catenária, vertical, horizontal, etc.
2. Definição das condições de contorno: apoios simples ou deslizantes, apoios com molas, apoios fixos, etc.
3. Determinação da tolerância ϵ para convergência do processo iterativo equação (4.7).
4. Definição das variáveis de entrada L_0 definida na equação (2.6), $\mathbf{u} = 0$, deformação inicial ε_{xx} definida na equação (2.12). No presente trabalho adotou-se uma deformação inicial de 10^{-7} para todos os casos, tal fato garante que a matriz de rigidez tangente \mathbf{K}_T inicia o processo como sendo positiva definida.
5. Calcular a força externa \mathbf{F}_{Ext} , definida na equação (2.25).

Processo iterativo

- a. Calcular a força interna $\mathbf{F}_{Int}(\mathbf{u}^n)$, definida na equação (2.9).
- b. Calcular a força residual $\mathbf{R}_e(\mathbf{u}^n)$, definida na equação (4.1).
- c. Calcular a matriz de rigidez tangente $\mathbf{K}_T(\mathbf{u}^n)$, definida na equação (2.32).
- d. Calcular $\Delta \mathbf{u}^{n+1} = -\mathbf{K}_T^{-1}(\mathbf{u}^n)\mathbf{R}_e(\mathbf{u}^n)$.
- e. Calcular $\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^n + \Delta \mathbf{u}^{n+1}$.
- f. Calcular o comprimento atual de cada elemento L^{n+1} definida na equação (2.7) e o vetor tangente atual de cada elemento \mathbf{t}^{n+1} definida na equação (2.8).
- g. Se $\|\mathbf{R}_e\| < \epsilon$ então assumir convergência.
- h. Caso contrário retornar ao item a. $n = n + 1$.

4.1.2 Método Newton-Raphson com controle por carregamento

O método Newton-Raphson com controle de carregamento consiste em dividir a força externa \mathbf{F}_{Ext} em frações e, assim, aplicar o carregamento de forma gradual e cumulativa. Denomina-se passo de carga o valor das frações que são representados por N_c . Durante o procedimento de controle de carregamento, para cada passo de carga, procura-se o deslocamento \mathbf{u} que garanta equilíbrio estático através do algoritmo de Newton-Raphson. Tal procedimento é muito usado em problemas com difícil convergência numérica, tal como aqui estudado.

Assim, para uma determinada solicitação da força \mathbf{F}_{Ext} o algoritmo para solução do problema de equilíbrio estático do *riser*, usando o método de Newton-Raphson com controle por carregamento, é dado por:

Algoritmo de método Newton-Raphson com controle por carregamento

1. Definição do número de passos de carga N_c .
2. Assumir $\mathbf{u}^0 = \mathbf{0}$ para iniciar o processo iterativo.
3. Calcular a força externa \mathbf{F}_{Ext} , definida na equação (2.25).
4. Determinar o incremento gradual da carga $\Delta \mathbf{F}_{Ext} = (1/N_c)\mathbf{F}_{Ext}$

5. Definição da força externa $\mathbf{F}_{Ext}^0 = 0$ para iniciar o processo iterativo.

Processo de incremento da força externa

1. Calcular a força externa $\mathbf{F}_{Ext}^{p+1} = \mathbf{F}_{Ext}^p + \Delta \mathbf{F}_{Ext}$
2. Calcular a força interna $\mathbf{F}_{Int}(\mathbf{u}^p)$, definida na equação (2.9).
3. Calcular $\mathbf{R}_e(\mathbf{u}^p)$, definida na equação (4.1).
4. Calcular $\mathbf{K}_T(\mathbf{u}^p)$, definida na equação (2.32).
5. Processo iterativo com o algoritmo de Newton-Raphson para determinar o deslocamento \mathbf{u} no equilíbrio estático quando $\|\mathbf{R}_e\| < \epsilon$.

Sendo p o sobre índice que indica o número de passo de cargas externas.

5 DESENVOLVIMENTO COMPUTACIONAL

Este capítulo dedica-se a apresentar os principais aspectos da implementação do programa desenvolvido denominado FPC (Formulação de Parâmetros Concentrados). O desenvolvimento computacional foi realizado utilizando-se o software de computação numérica MATLAB®. O programa tem como objetivo a análise estática da estrutura, onde se busca o equilíbrio estático entre as forças internas e externas, em cada passo de carga, até a configuração final da estrutura. Calculam-se os deslocamentos e posições finais, os esforços internos (normais e de flexão) e a distribuição das tensões no *riser*.

5.1 Implementação dos algoritmos: Programa FPC

Para a implementação no programa FPC, é feito uso dos conceitos apresentados nos capítulos referentes à formulação do modelo de parâmetros concentrados e de equilíbrio estático de estruturas não-lineares. O programa está dividido em três etapas principais: Dados de entrada e pré-processamento, processamento e pós-processamento.

5.1.1 Dados de entrada e pré-processamento

Esta etapa é para inicializar os dados necessários de entrada, inicialização das variáveis, que são necessárias nas etapas seguintes de processamento e pós-processamento. Os seguintes dados são necessários para iniciar o pré-processamento:

- Parâmetros geométricos do *riser*: diâmetro externo D_{Ext} , diâmetro interno D_{Int} , comprimento da estrutura S , projeção horizontal S_x e projeção vertical S_y ;
- Propriedades do material constituinte do *riser*: rigidez axial EA , rigidez à flexão EI e massa por unidade de comprimento da estrutura ρ_r ;
- Propriedades do fluido no qual a linha está imersa: a massa específica do fluido ρ ;
- Quantidade de número de elementos e nós em que o *riser* é discretizado;
- Condição de contorno nos apoios da estrutura, considerando apoios simples, apoios fixos ou apoios móveis com molas;
- Propriedades do solo marinho: rigidez específica do solo k_1 .

A partir da definição do número de elementos e nós, gera-se a malha da estrutura, e obtêm-se a coordenada e a incidências dos elementos. A geometria é gerada usando-se a solução da catenária conforme descrito no apêndice A.

5.1.2 Processamento

A etapa de processamento tem como objetivo, através da resolução da equação de equilíbrio estático dada na equação (4.1), fornecer o vetor de deslocamento e as forças internas correspondentes à cada passo da solicitação aplicada. Desta forma, nessa etapa é processado o algoritmo do método de Newton-Raphson com controle por carregamento.

5.1.3 Pós-processamento

O pós-processamento visa, a partir do vetor de deslocamentos e dos esforços internos da estrutura, determinar os esforços internos e a tensão normal no domínio da estrutura. Na implementação atual do programa, calculam-se as tensões normais na estrutura devido aos esforços de flexão e tração.

A tensão normal devido aos esforços de flexão tem distribuição linear na área transversal de uma dada seção do corpo, como observado na Figura 5.1a, e é determinada por:

$$\sigma_T = -\frac{M}{I}y \quad (5.1)$$

em que y é a posição vertical do ponto em relação à posição da linha neutra, M é momento fletor da equação (2.15) e I é o momento de inércia de seção transversal do *riser*. Desta forma, em função da posição vertical escolhida para o cálculo, o ponto em estudo está em tração ou compressão. Para este estudo adotou-se, arbitrariamente, para o cálculo da tensão, o ponto extremo inferior vertical da seção transversal do corpo, o que transforma a equação (5.1) em:

$$\sigma_T = \frac{1}{2}D_{Ext}\frac{M}{I} \quad (5.2)$$

que é aplicável ao problema de análise de *risers* rígidos onde a estrutura é tubular. Para o caso das estruturas complexas dos *risers* flexíveis, o parâmetro do projeto pode ser a força normal

ou o momento fletor mecânico.

A tensão normal oriunda dos esforços de compressão-tração é uniforme na seção do *riser*, Figura 5.1b, e é determinada por

$$\sigma_N = \frac{T}{A} \quad (5.3)$$

em que T é força axial presente na seção e A é a área transversal do *riser*.

Assim, a tensão normal resultante na seção do corpo é dada pela adição destas duas componentes e é dada por

$$\sigma = \sigma_T + \sigma_N \quad (5.4)$$

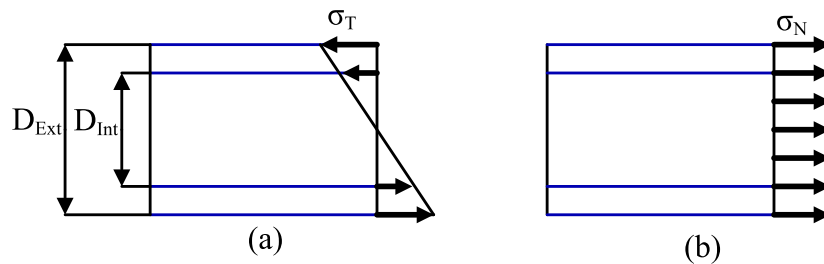


Figura 5.1: Tensões normais em uma seção de um *riser* rígido: (a) Tensão normal linear ocasionada por momento fletor. (b) Tensão normal uniforme por carregamento normal.

Os resultados são pós-processados usando-se como referência as ordenadas indicadas ao longo da estrutura, como mostrado na Figura 5.2.

Além disso, gráficos das variáveis de projeto sobre a estrutura deformada são apresentados, no módulo de pós-processamento do programa FPC.

5.2 Módulos do programa FPC

Neste item apresenta-se uma descrição dos módulos principais do programa implementado, onde são explicitadas as principais partes do algoritmo.

Módulo de entrada de dados

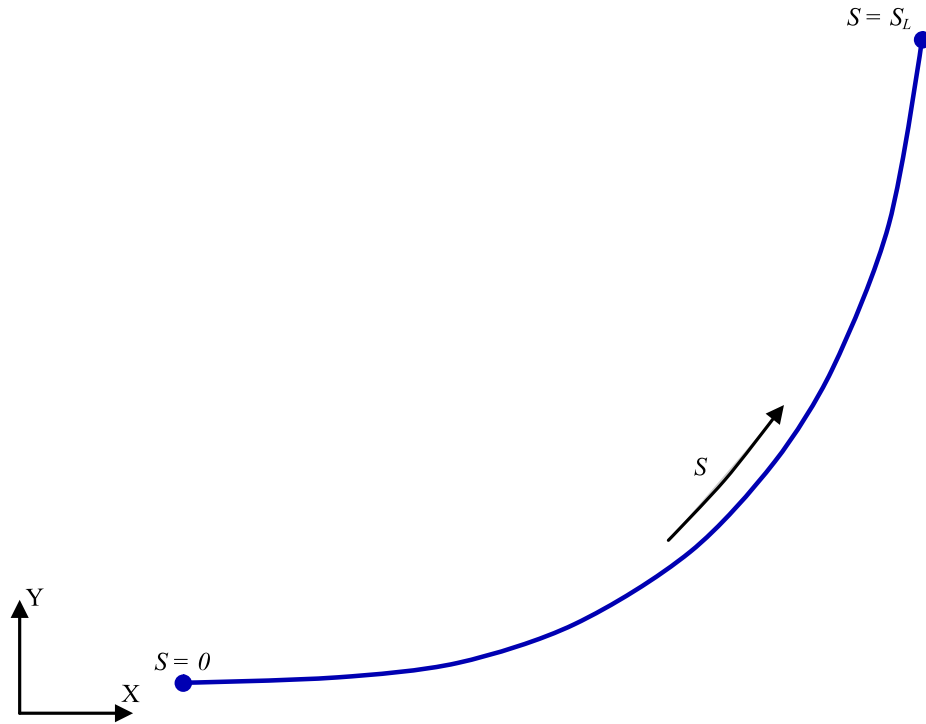


Figura 5.2: Ilustração da coordenada sobre a estrutura que representa ordenada dos gráficos de saída do pós-processamento.

Neste módulo, os dados físicos do modelo são inicializados e os dados referentes ao modelo do solo são introduzidos. Os dados que são incluídos constam na Tabela 5.1

Passo 1: Geração da malha inicial do programa FPC. Usando a função de geração de malha, define-se a posição inicial de cada nó e a conectividade dos nós. No caso do *riser* em catenária usa-se a função de geração de malha que foi implementada conforme as equações mostradas no apêndice A.

Passo 2: Definir as condições de contorno. São definidas as condições de apoio simples, deslizante ou molas.

Passo 3: Calcular o vetor carregamento. Usando-se a equação (2.26) que é aqui rescrita, tem-se:

$$\mathbf{F}_w^j = [\mathbf{F}_w^{j1} \quad \mathbf{F}_w^{j2}]^T \quad (5.5)$$

Uma vez determinados os nós e os elementos, o programa calcula o carregamento solitante à estrutura, dado necessário para a etapa de processamento. A implementação atual do programa contempla o carregamento devido ao peso submerso da estrutura, que é o balanço

Tabela 5.1: Parâmetros de entrada

Dados de entrada	Variável	Descrição
Parâmetros geométricos do <i>riser</i>	D_{Ext}	Diâmetro externo do <i>riser</i>
	D_{Int}	Diâmetro interno
	S	Comprimento
	S_x	Projeção horizontal
	S_y	Projeção vertical
	n_e	Número de elemento
Propriedade do material do <i>riser</i>	EA	Rigidez axial
	EI	Rigidez à flexão
	ρ_r	Massa por unidade de comprimento
Propriedade do fluido	ρ	Massa específica
Propriedade do solo	k_1	Rigidez específica
	\bar{k}_S	Parâmetro de cisalhamento da membrana

entre o peso próprio e o empuxo.

Passo 4: Definição da deformação inicial. Arbitra-se uma deformação inicial ε_{xx} , para garantir que todos os elementos estejam inicialmente em tração.

No presente trabalho o valor da deformação inicial adotado foi de $\varepsilon_{xx} = 10^{-7}$, a partir desta informação pode-se calcular o comprimento do elemento na primeira iteração.

Passo 5: Incrementos de carga e módulo iterativo de resolução. Divide-se as forças externas que atuarão na estrutura em incrementos denominados de N_c . Para cada incremento da fração de carga, busca-se o equilíbrio estático do sistema, calculando-se os deslocamentos para cada fração da carga. Um processo iterativo usando o método de Newton-Raphson é utilizado.

No módulo iterativo as cargas externas são atualizadas a cada fração de carga e as cargas internas são atualizadas a cada iteração, e o equilíbrio estático é alcançado ao final dos passos de carga. As várias etapas deste procedimento são apresentadas na sequência.

Passo 5.1: Calcular o vetor da força axial. Usando-se a equação (2.10), que é rescrita, tem-se

$$\mathbf{T}^j = T^j [\mathbf{t}^j - \mathbf{t}^j]^T \quad (5.6)$$

Determinado a posição inicial do *riser*, o programa calcula os comprimentos de cada elemento usando a equação (2.6). Definido a deformação inicial, o programa calcula os comprimentos na posição deslocada usando a equação (2.7) e o vetor tangente usando a equação

(2.8) de cada elemento do *riser*. Calculados os comprimentos iniciais e finais de cada elemento do *riser* é definida a rigidez axial e o programa calcula o módulo da força axial. Com o vetor tangente e módulo da força axial de cada elemento da estrutura calcula-se o vetor da força axial.

Passo 5.2: Calcular o vetor da força de cisalhamento. A partir da equação (2.24), rescrita abaixo, tem-se

$$\hat{\mathbf{Q}}^j = [\mathbf{Q}^j \quad -\mathbf{Q}^j]^T \quad (5.7)$$

O programa calcula o vetor de momento fletor usando a equação (2.15). Calculado o vetor de momento fletor o algoritmo calcula o vetor força de cisalhamento ao longo de cada elemento do *riser* usando a equação (2.22).

Passo 5.3: Calcular o vetor da força do solo imposto ao *riser*. Usando as formulações definidas no capítulo 3, será calculado o vetor da força do solo \mathbf{F}_S segundo os modelos de fundação a estudar.

Passo 5.4: Calcular as forças internas e externas. Tendo as forças que atuam na estrutura, pode-se calcular o vetor das forças internas e externas usando as equações (2.9) e (2.25) que são rescritas a seguir,

$$\mathbf{F}_{Int}^j = \mathbf{T}^j + \hat{\mathbf{Q}}^j \quad (5.8)$$

e

$$\mathbf{F}_{Ext}^j = \mathbf{F}_w^j, \quad (5.9)$$

para a análise estática do *riser* em contato com solo, considera-se na equação (5.9) a força imposto por solo \mathbf{F}_S .

Passo 5.5: Calcular o vetor da força residual. Usando a equação (4.1), rescrita abaixo, tem-se

$$\mathbf{R}_e = \mathbf{F}_{Int} + \mathbf{F}_{Ext} = 0 \quad (5.10)$$

Passo 5.6: Calcular a matriz de rigidez tangencial. Usando-se a equação (2.32).

Passo 5.7: Calcular a variação do deslocamento. Usando a equação (4.5), rescrita abaixo, tem-se

$$\delta \mathbf{u}^n = -\mathbf{K}_T^{-1} \mathbf{R}_e^n(\mathbf{u}^n) \quad (5.11)$$

Passo 5.8: Calcular o deslocamento atualizado. O vetor deslocamento é atualizado para cada iteração usando a equação (4.6).

Passo 5.9: Se $\|\mathbf{R}_e\| < \epsilon$ o programa converge, encontrando o equilíbrio estático para uma fração de carga. O caso contrário retornar para o Passo 5.1.

Passo 5.10: Encontrado o equilíbrio estático para uma fração de carga, o programa retorna para o Passo 5, iniciando-se o processo iterativo com uma fração de carga incrementada.

Passo 11: Pós-processamento e apresentação dos resultados. Neste item o programa gera os vetores: deslocamento, esforço interno, momento fletor e esforço cortante, a partir dos resultados o programa gera os gráficos ao longo do *riser* deslocado, sendo os gráficos: deslocamento, força normal, força cortante, tensão normal e momento fletor.

O fluxograma do procedimento do algoritmo FPC, para a análise estática não linear é apresentado na Figura 5.3.

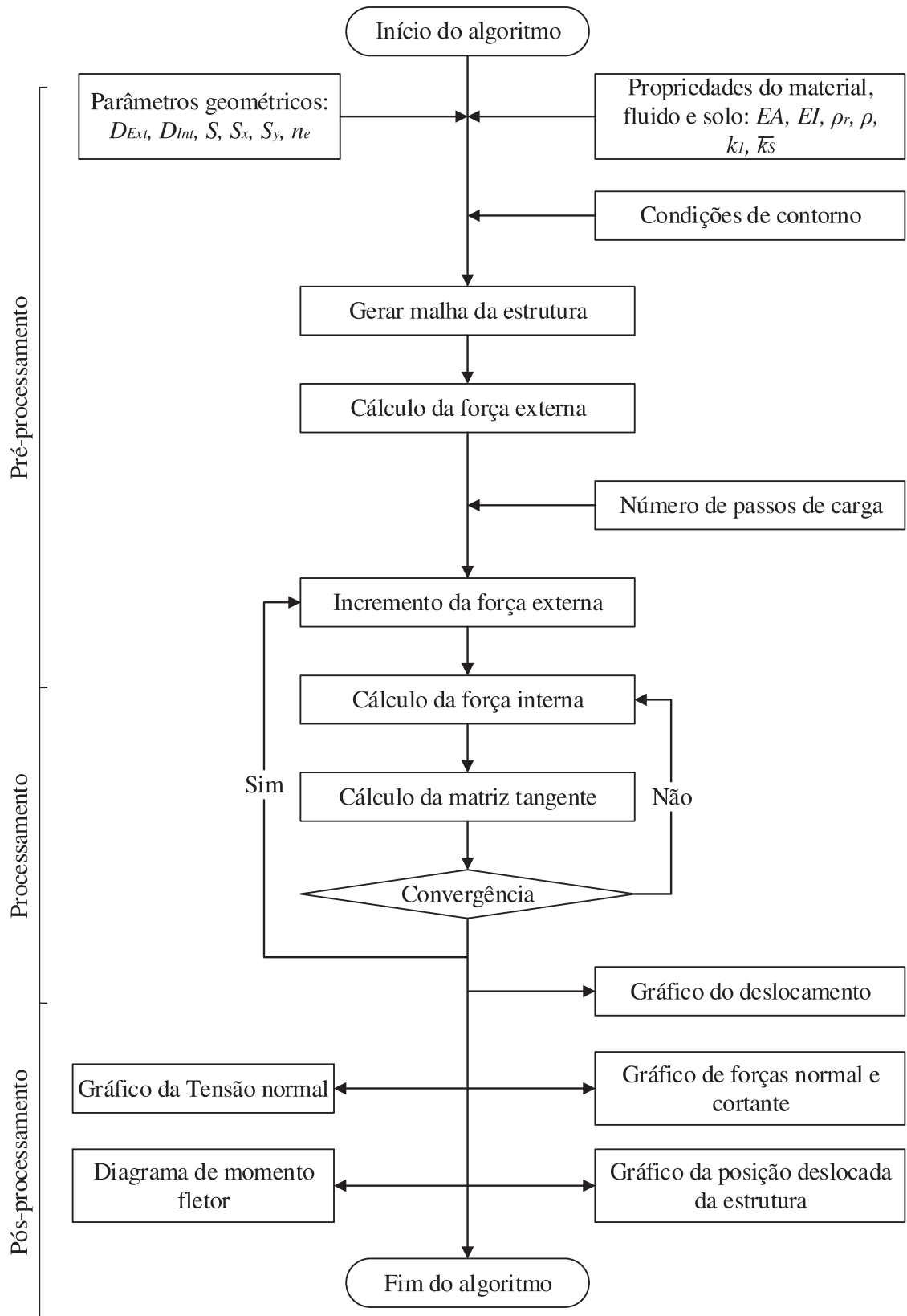


Figura 5.3: Fluxograma do funcionamento do algoritmo de resolução.

6 RESULTADOS

Este capítulo tem como objetivo apresentar os principais resultados obtidos da análise estática não-linear de *risers* flexíveis, usando o programa FPC apresentado no capítulo 5.

Buscou-se inicialmente realizar a validação do código computacional, no qual os resultados numéricos obtidos com os programas desenvolvidos nesta pesquisa foram comparados com os resultados de programas consagrados de análise por elementos finitos de cabos tais como o programa ANSYS®. Buscou-se analisar os resultados para os deslocamentos, momentos fletores e forças internas. Além disso, foram apresentados exemplos de análise de *risers* com e sem contato com o solo, e problemas de *risers* em transferência.

6.1 Análise estática não-linear de *riser* flexível - exemplos de validação

O objetivo principal dos exemplos mostrados neste item, é a validação da implementação realizada neste trabalho. São mostrados resultados da análise estática de *risers* flexíveis, através de casos típicos da indústria de petróleo, dividindo-se em:

- Análise estática de para *riser* flexível em catenária,
- Análise de *riser* flexível de transferência,
- Análise estática de *riser* flexível em contato com solo.

Com o intuito de verificar a implementação e validar os resultados do programa FPC, utilizou-se como base comparativa o pacote de elementos finitos o programa ANSYS®, que é um software comercial amplamente usado em projetos de engenharia.

As validações da análise estática foram realizadas fazendo-se as seguintes considerações iniciais em ambos programas:

- Como carregamento foi utilizado o peso próprio da estrutura sem considerar o efeito de empuxo.
- A deformação inicial $\varepsilon = 10^{-7}$.

Tabela 6.1: Parâmetro para simulação de *Riser*, sob ação do peso próprio

Dado de entrada	Variável	Valor
Diâmetro Externo da linha	D_{Ext}	0,26 m
Diâmetro Interno da linha	D_{Int}	0,20 m
Massa por Comprimento	ρ_r	89.70 kg/m
Módulo de Elasticidade	E	$7,10 \times 10^{10}$ N/m ²

Os parâmetros utilizados no pré-processamento e que descrevem o problema simulado para comparação podem ser observados na Tabela 6.1. Vale ressaltar que os parâmetros escolhidos para simulação não tiveram como objetivo representar um caso real de simulação, servindo apenas como referência para os simuladores usados para comparação dos resultados.

Para descrever a posição inicial da catenária foram utilizadas as equações analíticas da catenária ou cabo, conhecidas da estática, apresentadas no apêndice A.1.

6.1.1 Análise estática de *riser* flexível em catenária

Para simulação de *riser* flexível em catenária adotou-se um *riser* com 1026 m de comprimento e os parâmetros iniciais mostrados na Tabela 6.1. Para simulação realizada foram as seguintes condições:

- A linha foi discretizada em 500 elementos com parâmetros de massas concentradas, e a configuração inicial foi gerada a partir da aplicação do peso próprio, como carregamento, nas equações analíticas da catenária, mostradas no apêndice A.1.
- As condições de contorno consideradas foram: apoio rígido na conexão com a plataforma e o solo.

A verificação inicial realizada, refere-se à comparação dos resultados em deslocamentos do *riser* em catenária obtidos com FPC e com ANSYS®, como ilustrado na Figura 6.1. Observa-se boa concordância entre as coordenadas na posição deslocada obtidas pelos dois modelos. A Figura 6.2 mostra o desvio absoluto percentual entre os resultados dos programas ANSYS® e FPC, observa-se que o maior desvio está presente na região de conexão do *riser* com o solo. Nas Figuras 6.3 e 6.4 mostram-se os resultados obtidos pelo programa ANSYS® e no presente estudo, para os deslocamentos u_x e u_y , respectivamente, em função do comprimento de arco medido ao longo da linha, S . A coordenada S corresponde à coordenada medida sobre a linha do *riser*, desta forma sua origem corresponde à conexão com o solo ou poço de petróleo e seu

final à conexão com a plataforma. Observa-se uma boa concordância entre os deslocamentos u_x e u_y obtidos pelos dois modelos.

Neste exemplo o critério de convergência adotada foi 0.001. Observa-se através de ensaios numéricos que o parâmetro de convergência varia com o refinamento da malha.

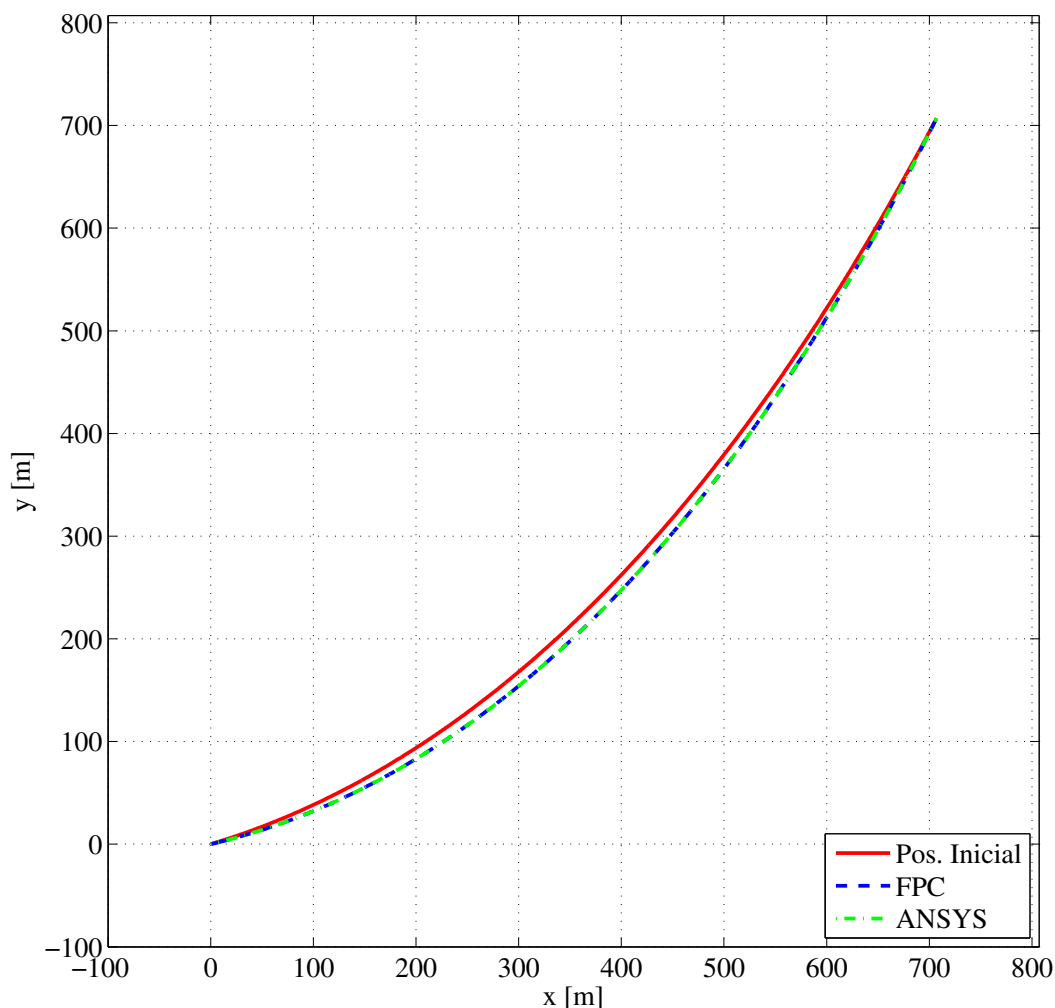


Figura 6.1: Comparação de análise estática do *riser* em catenária com 500 elementos, geradas no ANSYS e no programa FPC.

6.1.2 Análise de *riser* flexível de transferência

Outra aplicação comum para este tipo de simulador, é a avaliação de cargas e posições de *risers* durante o processo de transferência de óleo entre embarcação e plataforma de produção. Neste exemplo optou-se por considerar apenas a posição inicial, com duas embarcações fixas.

Assim adota-se nesta análise um *riser* de comprimento 1026 m, e os parâmetros iniciais

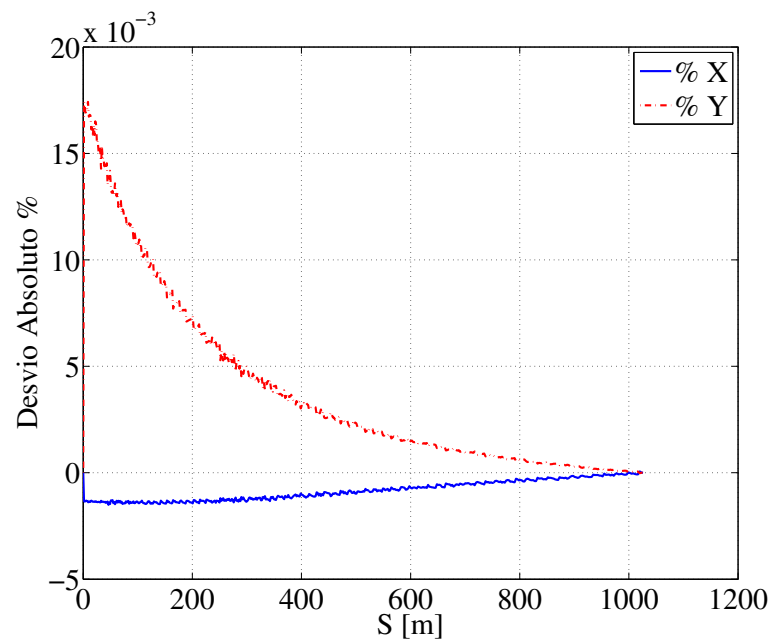


Figura 6.2: Desvio absoluto dos deslocamentos obtido com os programas ANSYS e FPC, para *riser* em catenária.

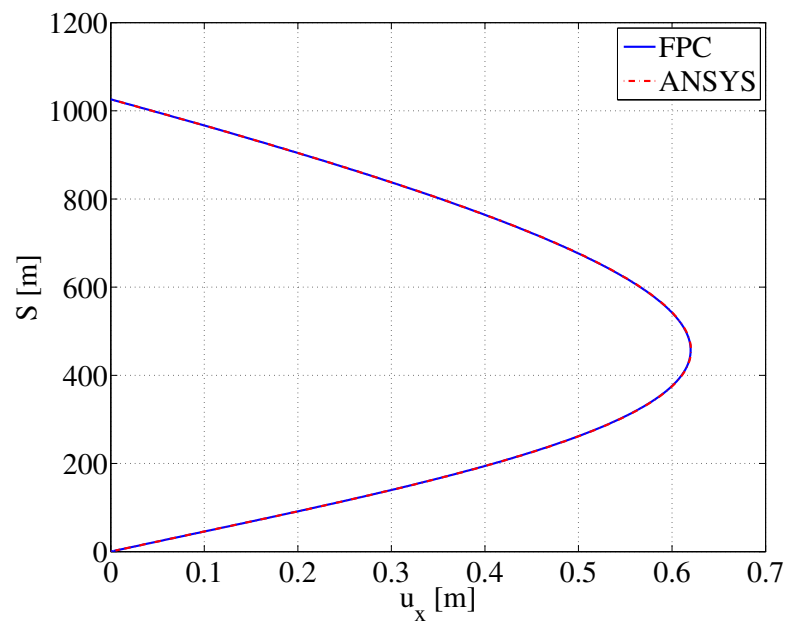


Figura 6.3: Comparação de resultados para o deslocamentos u_x em relação à coordenada S , obtidos com programa FPC e com o ANSYS, para *riser* em catenária.

da Tabela 6.1. Na simulação realizada considera-se:

- A linha de transferência foi discretizada com 500 elementos de massas concentradas. Neste caso a configuração inicial foi gerada a partir da aplicação do peso próprio, como

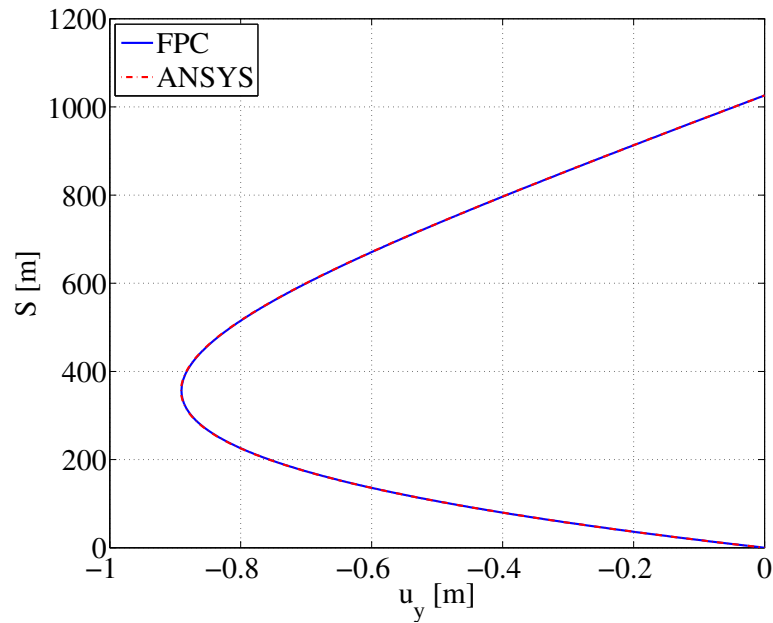


Figura 6.4: Comparação de resultados para o deslocamentos u_y em relação à coordenada S , obtidos com programa FPC e com o ANSYS, para *riser* em catenária.

carregamento, e usando as equações analíticas da catenária, conforme mostrado no apêndice A.1.

- As condições de contorno consideradas foram: apoio fixo nas duas extremidades.

Na Figura 6.5 observa-se grande proximidade entre as coordenadas da linha do *riser* de transferência na posição deformada, obtidas tanto no programa ANSYS® como no programa FPC. A Figura 6.6 mostra o desvio absoluto porcentual entre os resultados dos programas ANSYS® e FPC, observa-se que o maior desvio está presente na região de conexão das duas extremidades do *riser*.

As Figuras 6.7 e 6.8 ilustram de forma mais detalhada os resultados fornecidos pelo programa ANSYS® e programa FPC. Os deslocamentos u_x e u_y , em função do comprimento de arco medido ao longo da linha S , são apresentados nas Figuras 6.7 e 6.8 respectivamente. A concordância obtida é satisfatória.

O critério de convergência para o presente estudo, considerando uma malha de 500 elementos foi de 0,01.

Os gráficos de deslocamento, Figuras 6.5 a 6.8 demonstram a simetria do problema, e indicam um deslocamento máximo de aproximadamente $u_y = 1,4$ m no ponto central, considerando-se como condição inicial a posição da catenária teórica. Neste caso, este des-

locamento é de pequena amplitude se comparado ao comprimento do *riser*, e refere-se apenas à correção feita devido à inclusão dos efeitos de flexão no modelo.

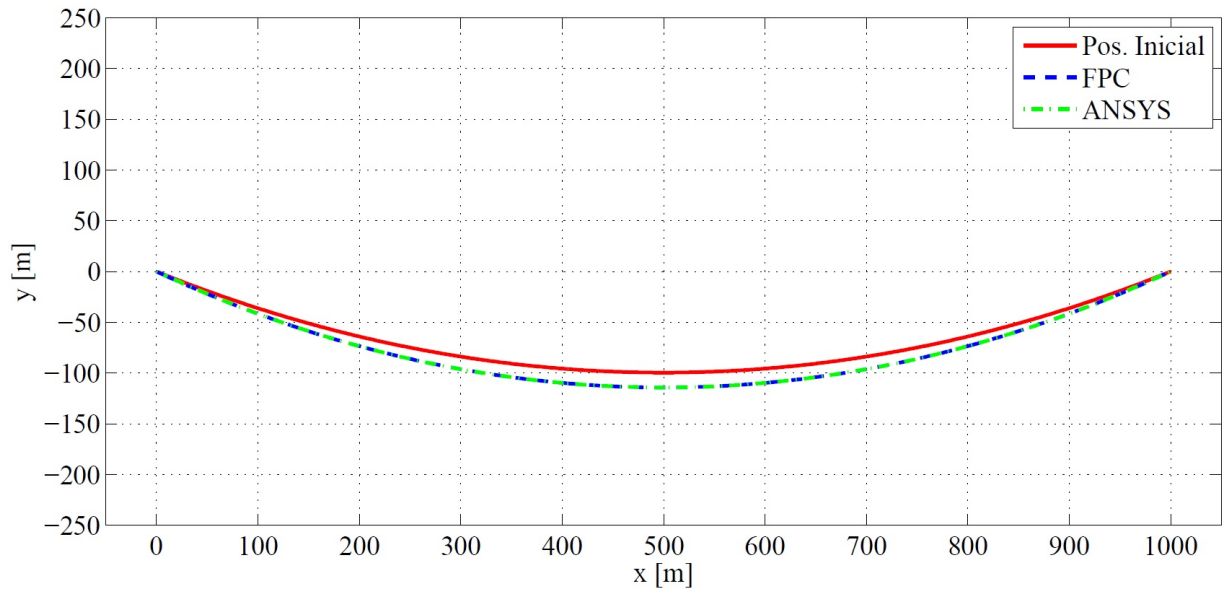


Figura 6.5: Comparação dos deslocamentos estáticos do *riser* de transferência com 500 elementos, gerados no ANSYS e no FPC.

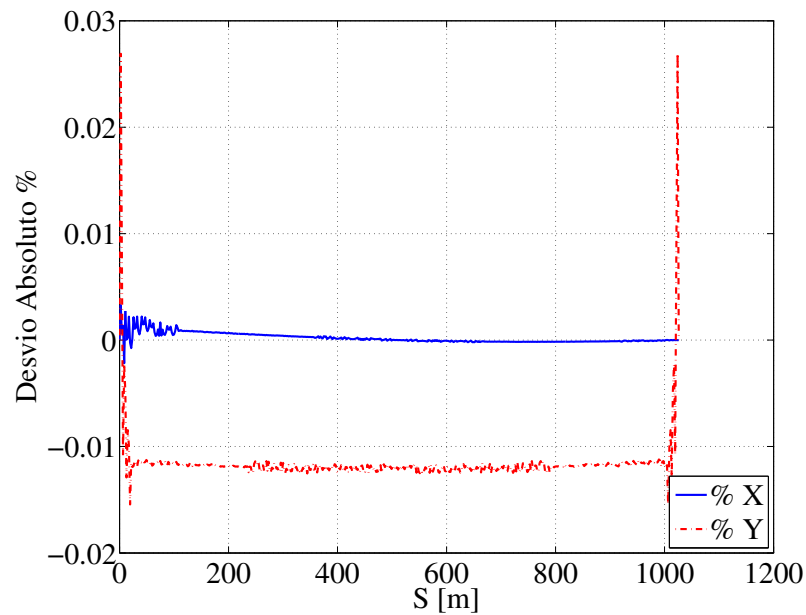


Figura 6.6: Desvio absoluto dos deslocamentos obtido com os programas ANSYS e FPC, para *riser* de transferência.

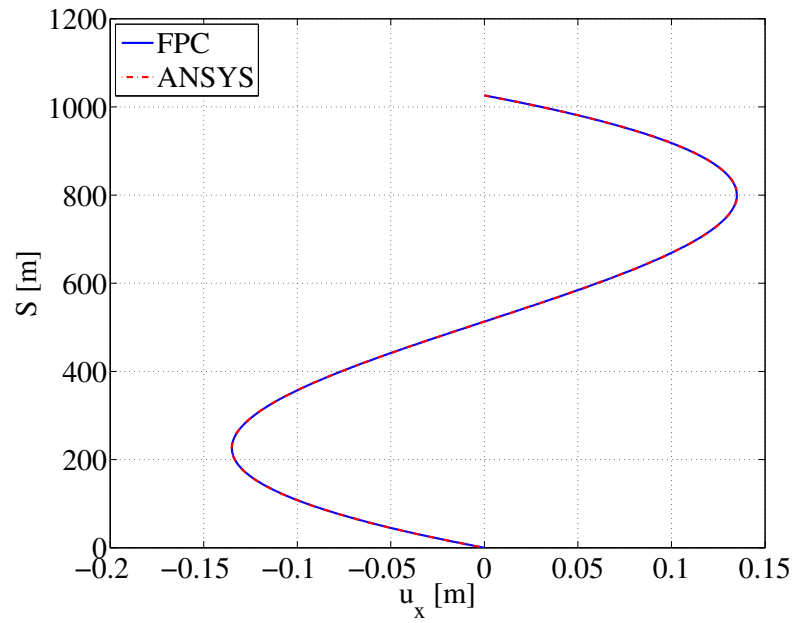


Figura 6.7: Comparação de resultados para o deslocamentos u_x em relação à coordenada S , obtidos com o programa FPC e como o ANSYS, para *riser* entre embarcações.

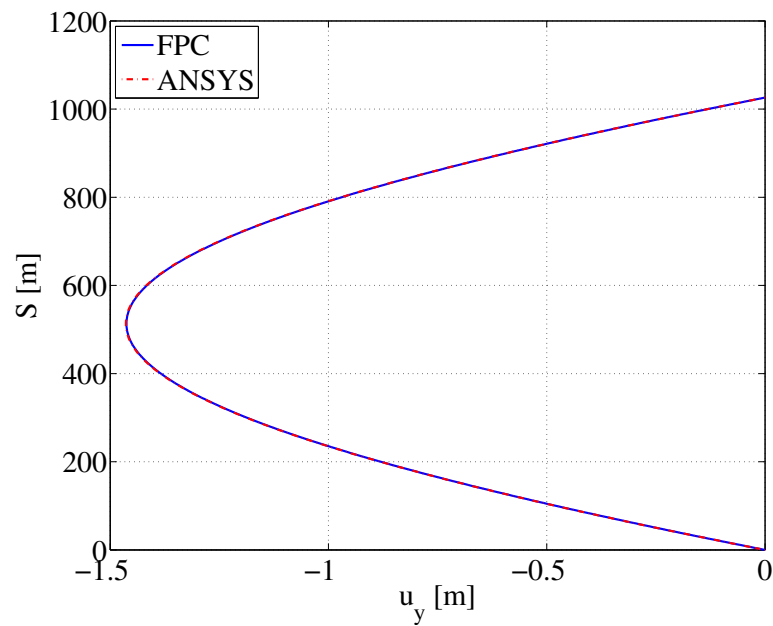


Figura 6.8: Comparação de resultados para o deslocamentos u_y em relação à coordenada S , obtidos com o programa FPC e como o ANSYS, para *riser* entre embarcações.

6.1.3 Análise estática de *riser* flexível em contato com solo

Este exemplo tem por objetivo validar uma análise estática de um *riser* em catenária, considerando um trecho do mesmo apoiado em solo horizontal. Para fines de comparação com

Tabela 6.2: Parâmetro para simulação de *Riser* contato com solo, sob ação do peso próprio

Dado de entrada	Variável	Valor
Diâmetro Externo da linha	D_{Ext}	0,26 m
Diâmetro Interno da linha	D_{Int}	0,20 m
Comprimento da linha	S	2067 m
Massa por Comprimento	ρ_r	89,70 kg/m
Módulo de Elasticidade	E	$7,10 \times 10^{10}$ N/m ²

o programa ANSYS®, adota-se o modelo de Winkler para o solo, considerando o caso de molas lineares independentes.

Para simulação do *riser* em contato com solo usam-se parâmetros iniciais da Tabela 6.2, na simulação realizada considera-se:

- A estrutura total é discretizada em 1250 elementos, sendo que o *riser* em contato com solo é discretizado por 250 elementos em um comprimento de 734 m e o *riser* em catenária é discretizado com 1000 elementos em um comprimento de 1333 m. Estes dados foram obtidos do trabalho de Antonio (2011), e representam uma aplicação típica de áreas de exploração na bacia de campos no Rio de Janeiro - Brasil.
- As condições de contorno consideradas neste estudo são: a conexão com a plataforma e conexão com equipamento submarinho foram consideradas como apoio fixo.
- O solo foi considerado como elemento de mola nodais, seguindo o modelo de Winkler, no qual a constante de elasticidade k_1 foi definida como $1,73 \times 10^6$ N/m/m.

Na Figura 6.9 observam-se os resultados do presente estudo e os resultados obtidos com o programa ANSYS®. Globalmente as coordenadas finais obtidas com os dois simuladores são muito próximos. A Figura 6.10 mostra o desvio absoluto percentual entre os resultados dos programas ANSYS® e FPC, observa-se que o maior desvio está presente na região TDP. Nas Figuras 6.11 e 6.12 observam-se os deslocamentos u_x e u_y , respectivamente, em função do comprimento da linha. Nota-se também nesta escala que os resultados obtidos com FPC são próximos aos obtidos com o programa ANSYS®.

Tal fato permite afirmar que para os casos estudados o programa FPC mostrou boa concordância com os resultados obtidos com o programa ANSYS®, validando assim ferramenta desenvolvida.

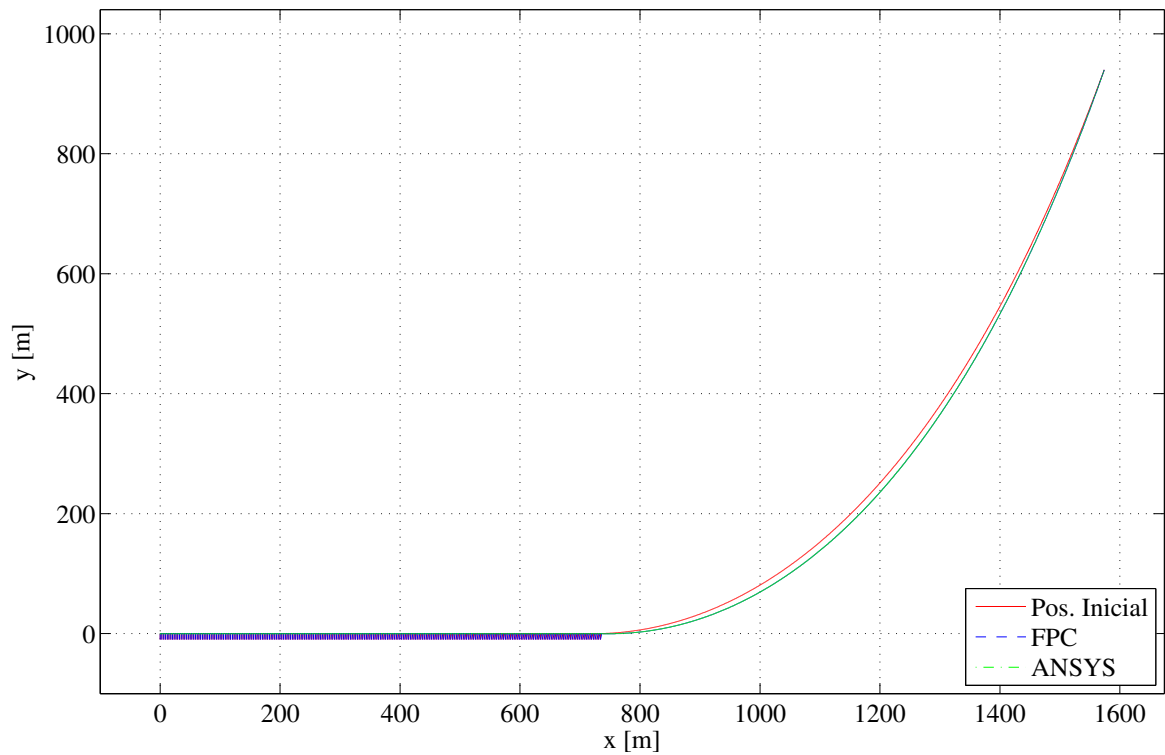


Figura 6.9: Comparação da configuração deformada do *riser* com 1250 elementos, geradas no ANSYS e obtida pelo programa FPC.

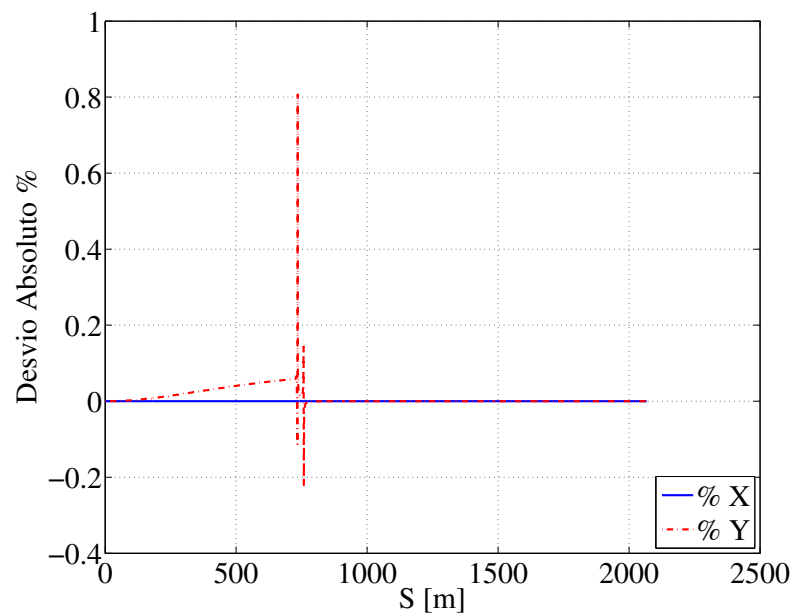


Figura 6.10: Desvio absoluto dos deslocamentos obtido com os programas ANSYS e FPC, para *riser-solo*.

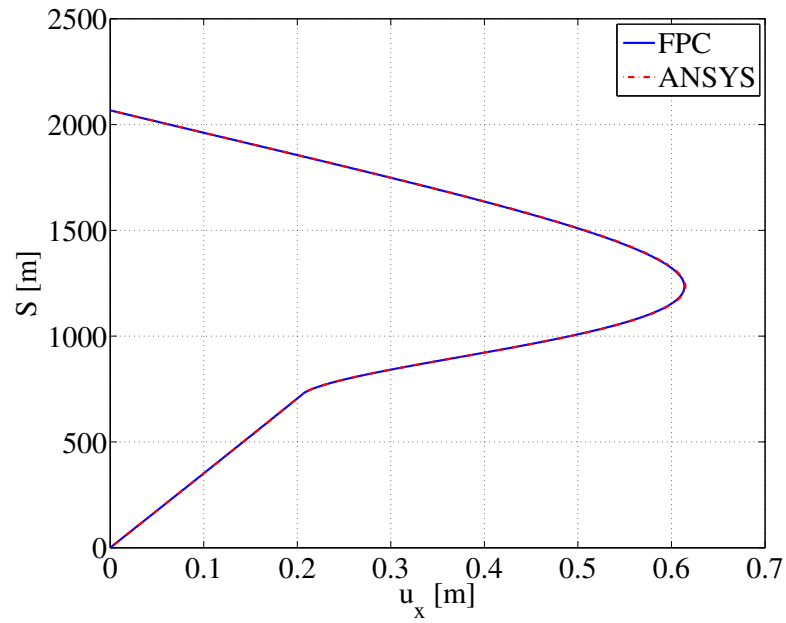


Figura 6.11: Comparação dos resultados do FPC com os resultados do ANSYS para o deslocamentos u_x em relação à coordenada S .

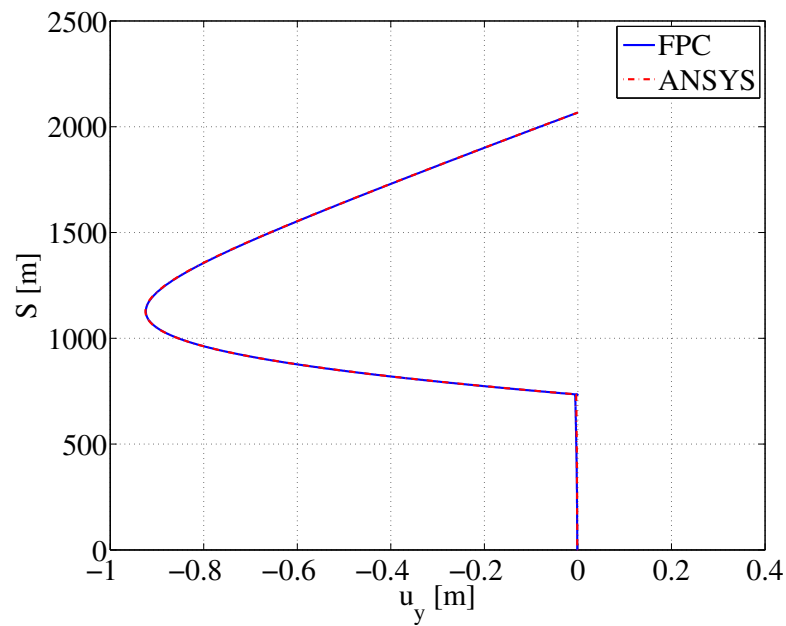


Figura 6.12: Comparação dos resultados do FPC com os resultados do ANSYS para o deslocamentos u_y em relação à coordenada S .

6.2 Estudo de *riser* de transferência com apoio móvel

Neste exemplo, busca-se testar o modelo de *riser* flexível sujeito ao efeito do peso próprio, mas considerando grandes deslocamentos nos pontos de apoio.

Os parâmetros utilizados no pré-processamento e que descrevem o problema simulado para comparação podem ser encontrados na Tabela 6.1. Na simulação realizada considera-se:

- Riser horizontal discretizado com 500 elementos de massas concentradas em um comprimento de 1226 m. Inicialmente, define-se a posição inicial a partir da aplicação do peso próprio, como carregamento, no modelo analítico da catenária.
- As condições de contorno consideradas foram: a conexão à esquerda foi considerada absolutamente rígida e fixa, e a extremidade direita foi considerada móvel na direção horizontal, incluindo-se uma mola de pequena rigidez, e fixa na direção vertical.
- A análise foi feita com 8 passos de carga.

Na Figura 6.13 observam-se os resultados obtidos com o simulador desenvolvido no presente estudo para cada fração de carga. Observa-se neste caso que o modelo permite deslocamentos de grandes proporções, da ordem de 200 m na vertical e 500 m na horizontal, sendo o comprimento total da ordem de 1000 m. Assim, demonstra-se que a implementação realizada permite soluções com grande não linearidade geométricas.

6.3 Estudo da malha em análise estática

Para comparar as principais soluções obtidas no processamento, foi realizado um estudo com o intuito de verificar a qualidade dos resultados em função do refinamento da malha, ou seja, buscou-se avaliar a influência da escolha da malha na análise. Também buscou-se verificar a influência da malha no processo iterativo, isto é, número de iterações necessárias para obter convergência. Então, realizou-se uma simulação em seis malhas, que partem de uma configuração com poucos elementos para uma malha com maior número de elementos ou malha refinada. As malhas foram arbitrariamente escolhidas e os valores para o número de elementos e a quantidade de nós utilizados na estrutura e no solo são dados na Tabela 6.3 (Antonio, 2011). Os parâmetros geométricos e as propriedades dos materiais estruturais e dos fluidos envolvidos no caso estudado são dados na Tabela 6.4.

Na Figura 6.14 mostram-se os resultados obtidos para o módulo dos deslocamentos u em razão das diferentes discretizações propostas para malha da estrutura. A figura exhibe um comportamento claro com relação à convergência das curvas para uma solução padrão, como observado a partir das malhas 4, 5 e 6. Também pode-se observar na Figura 6.14, para as malhas que não aparecem diferenças sensíveis.

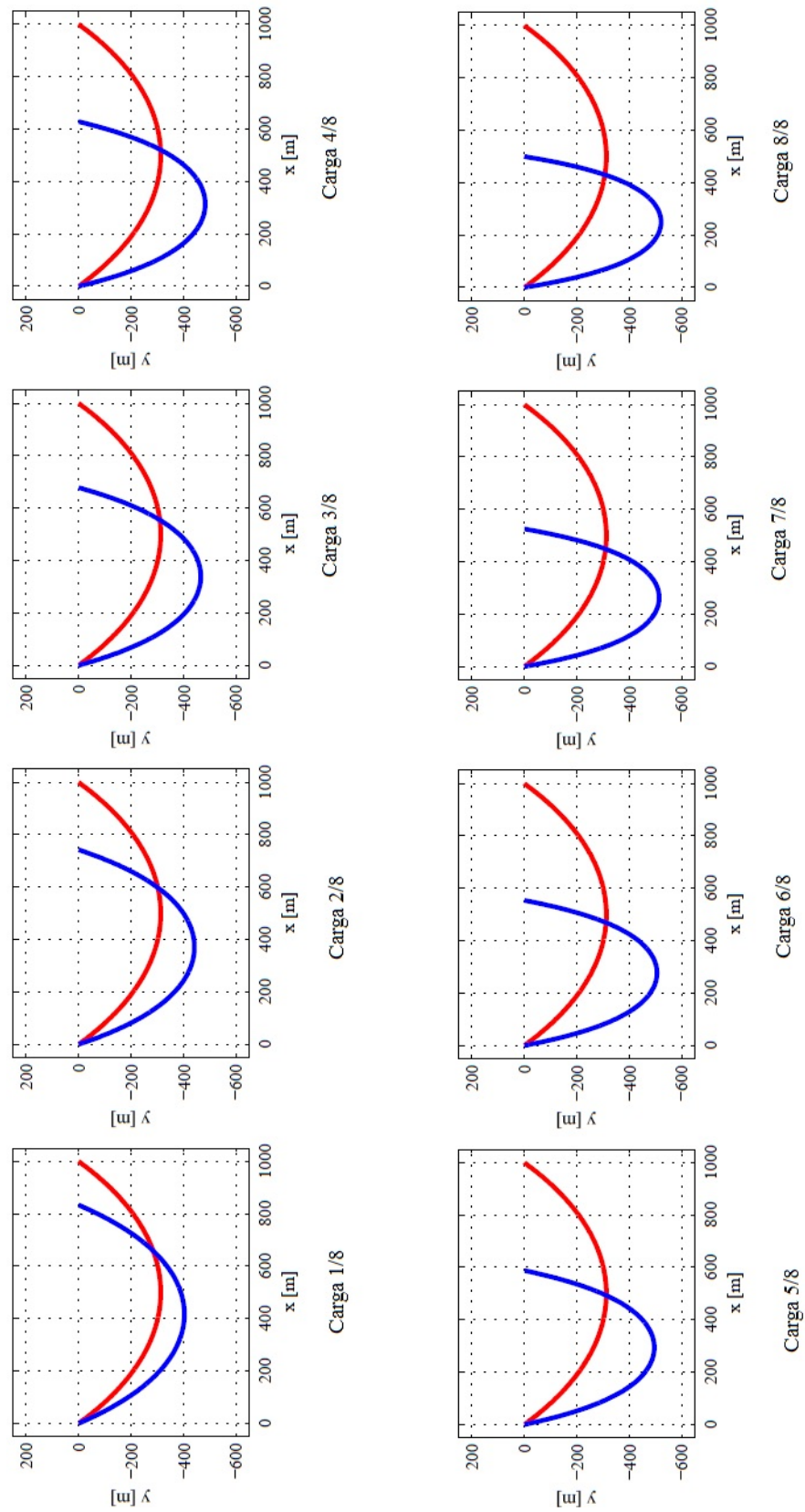


Figura 6.13: Campos de deslocamentos estáticos do *riser* de transferência com apoio móvel para cada fração de carga.

Tabela 6.3: Malhas utilizadas para estudo de refinamento.

Malha	Número de Nós		Número de Elementos
	Catenária	Contato com Solo	
1	100	5	104
2	125	7	131
3	157	10	166
4	250	20	269
5	500	40	539
6	1000	200	1199

Tabela 6.4: Parâmetro para simulação para estudo de malha e número de iterações

Dado de entrada	Variável	Valor
Diâmetro Externo da linha	D_{Ext}	0,26 m
Diâmetro Interno da linha	D_{Int}	0,20 m
Comprimento Total da linha	S	2067 m
Comprimento da Linha Contato com o Solo	S_s	734 m
Massa por Comprimento	ρ_r	89.70 kg/m
Módulo de Elasticidade	E	$7,10 \times 10^{10}$ N/m ²
Massa Específica do Fluido Externo à Linha	ρ_f	1050 kg/m ³

Na Figura 6.15 mostram-se os resultados obtidos para o momento fletor M em razão das diferentes discretizações do *riser*, pode-se observar um comportamento irregular perto da região TDP para as malhas grosseiras, também observa-se para malha de 1199 elementos ou malha 6 que a solução exibe um momento fletor com maior amplitude na região TDP.

Para avaliar a influência da malha no número de iterações até a convergência, dividiu-se a força externa em 8 passos de carga. Então, procurou-se avaliar o número de iterações necessárias durante o processo iterativo de Newton-Raphson com controle por carregamento para cada malha e passo de carga. Um resumo de iterações até a convergência, para cada passo de carga, é mostrado na Tabela 6.5. Pode-se observar as seguintes características neste resultado:

- Houve estabilização para 4 e 6 iterações por passo de carga para todas as malhas.
- Para as malhas mais refinadas, que são as malhas 5 e 6, um número maior de iterações é requerido.

Utilizando a malha 4, com 269 elementos, e os parâmetros da Tabela 6.4 foi realizado uma simulação utilizando o programa FPC com o intuito de ilustrar as respostas fornecidas pelo pós-processamento do módulo estático para os deslocamentos (u_x e u_y), os esforços internos (momento fletor M_z , Força cisalhante Q_y e Força axial T) e tensão normal σ_N da estrutura, que são ilustrados nas Figuras 6.16, 6.17, 6.18, 6.19, 6.20 e 6.21 respectivamente. Ressalta-se que,

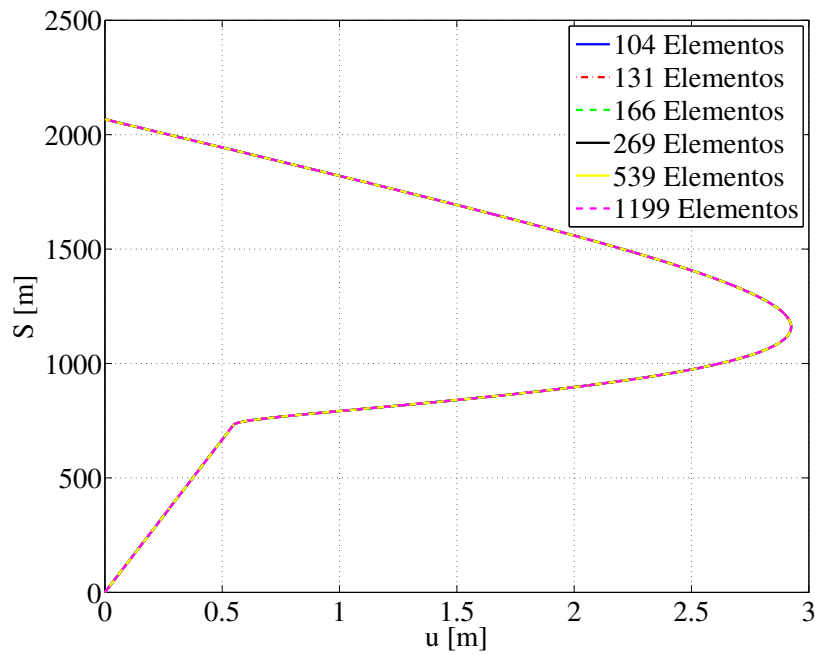


Figura 6.14: Comparação entre as soluções obtidas para o deslocamento u em diferentes malhas.

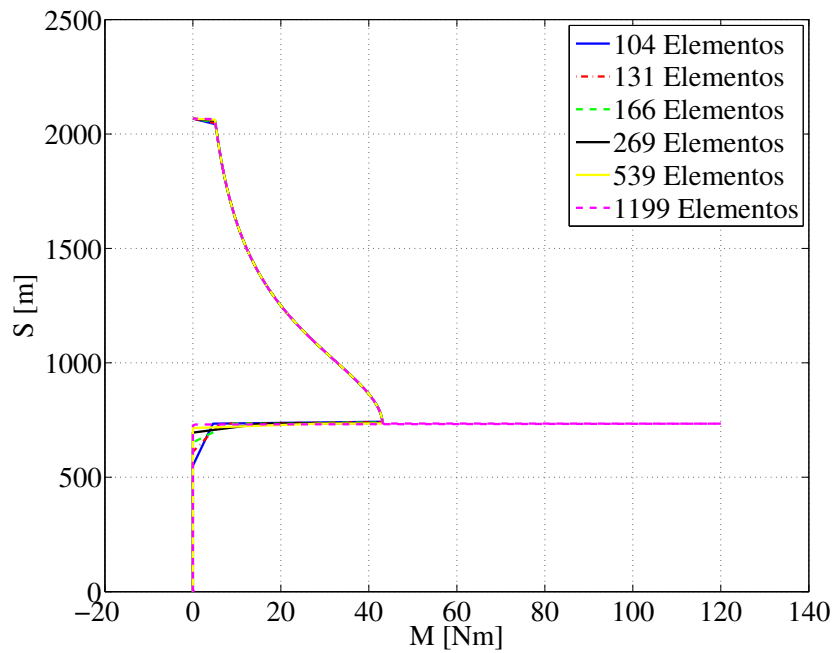


Figura 6.15: Comparação entre as soluções obtidas para o momento fletor M em diferentes malhas.

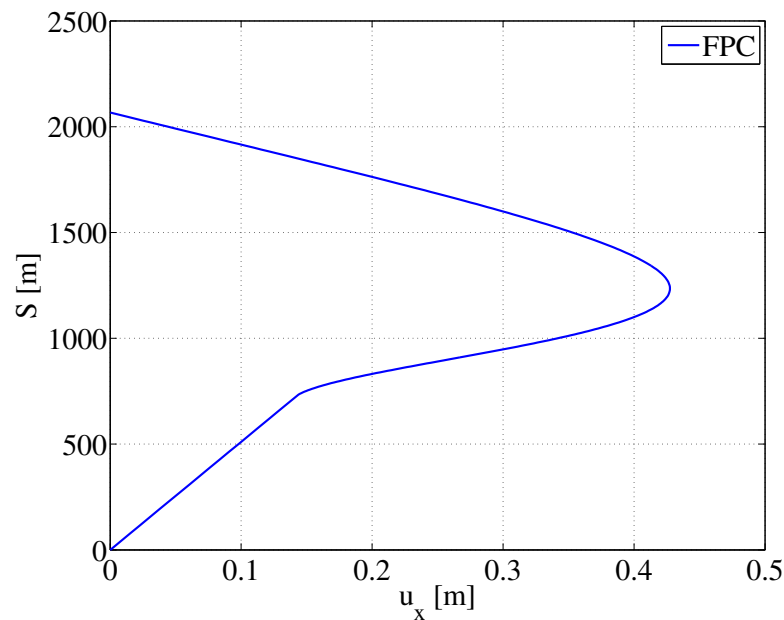
para a realização desta simulação, foram considerados os efeitos de carregamento por empuxo e o peso próprio do corpo.

Estes resultados demonstraram a potencialidade do módulo de pós-processamento desen-

Tabela 6.5: Números de iterações por passo de carga para diferentes malhas.

Paso de Carga	Número de Elementos					
	1	2	3	4	5	6
1	8	8	8	8	10	52
2	4	4	4	4	5	12
3	4	4	4	4	4	8
4	4	4	4	4	4	6
5	4	4	4	4	4	6
6	4	4	4	4	4	6
7	4	4	4	4	4	6
8	4	4	4	4	4	5

volvidos, e permite uma análise mais detalhada do projeto.

Figura 6.16: Distribuição do deslocamento u_x .

6.4 Estudo dos modelos de interação solo-estrutura

Nos exemplos anteriores de *risers* em catenária foram utilizados modelos de solo com molas fixas nos nós. Com o intuito de avaliar o comportamento da resposta para diferentes modelos de solo, este exemplo simula o caso de *riser* em catenária, utilizando os modelos de fundação de Winkler e Filonenko-Borodich, desenvolvidos nos capítulos anteriores, considerando os casos de: fundação de um parâmetro e fundação com dois parâmetros.

Para gerar a posição inicial da catenária foram utilizadas as equações analíticas de catenárias ou cabos, conhecidas da estática (Apêndice A1). Para a região do solo, foi implementada

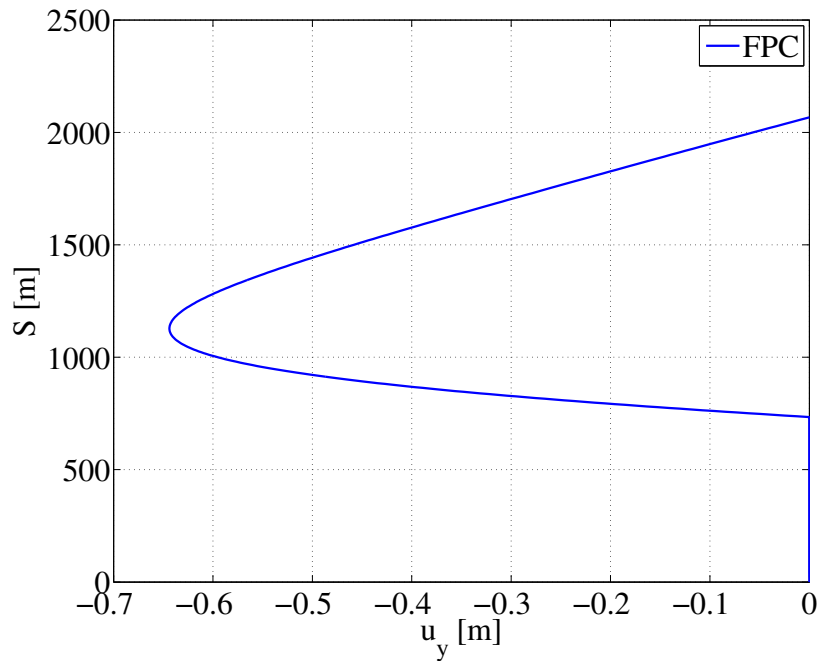


Figura 6.17: Distribuição do deslocamento u_y .

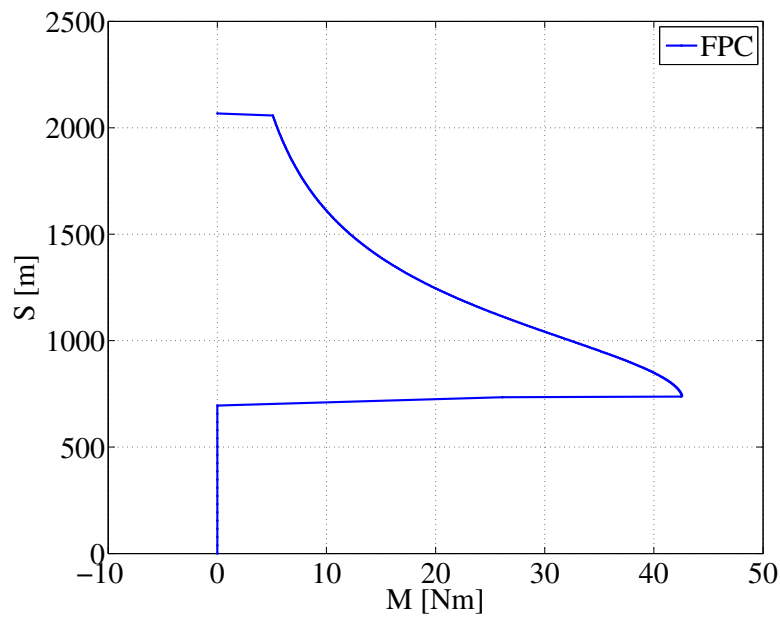


Figura 6.18: Distribuição do Momento fletor M_z .

uma extensão plana e horizontal para a malha.

Os parâmetros geométricos e as propriedades dos materiais do *riser* e do fluido são os mesmos já mostrados na Tabela 6.4. O carregamento adotado para os exemplos é o peso próprio combinado com o empuxo. Considerou-se dois passos de carga para cada modelo de fundação. O problema de contato foi implementado usando-se o método da penalidade, onde o parâmetro

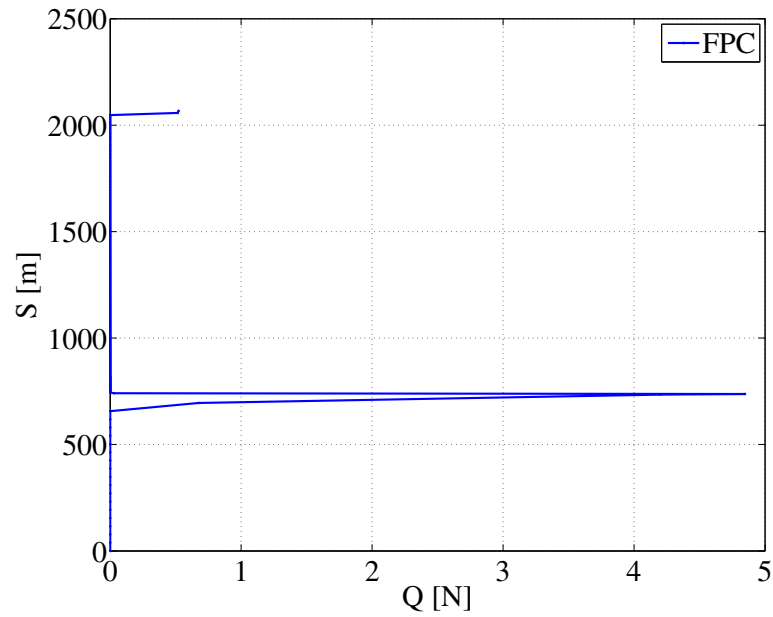


Figura 6.19: Distribuição da Força Cisalhante Q_y .

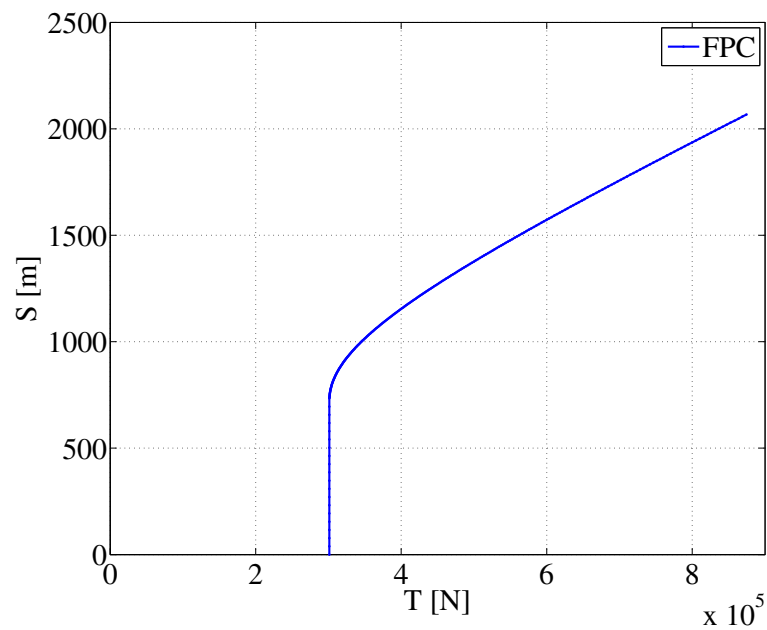


Figura 6.20: Distribuição da Força Axial T .

de penalidade é a própria rigidez do solo.

Discretizou-se a estrutura em 478 elementos, para um comprimento de 1336 m na parte catenária e 324 elementos em um comprimento de 734 m na parte onde ocorre a interação solo-estrutura.

O solo para cada modelo de fundação atua com uma rigidez igual a zero quando a coorde-

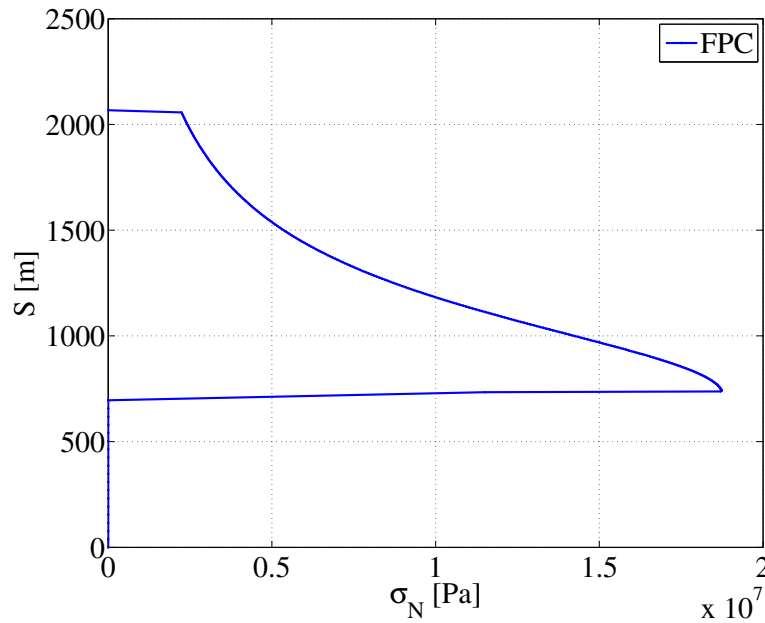


Figura 6.21: Distribuição da Tensão Normal σ no intradorso da linha.

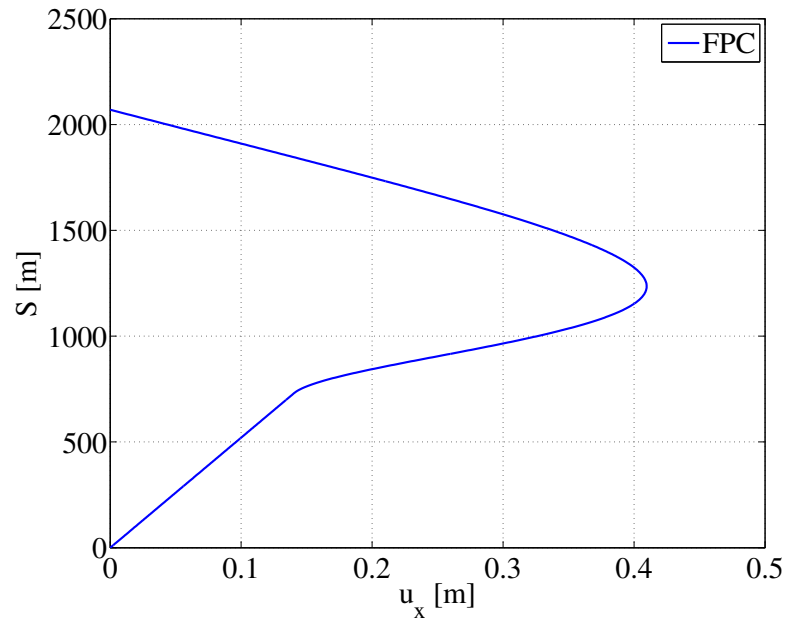
nada de referência y_S passa a ser $+Y$ e com uma rigidez k_1 quando a coordenada de referência y_S passa a ser $-Y$ conforme procedimento apresentado no capítulo 3. Nos próximos itens mostra-se o comportamento da resposta em deslocamento, momento e força axial, para os diferentes modelos de fundação estudados.

6.4.1 Modelo de fundação Winkler com molas nodais

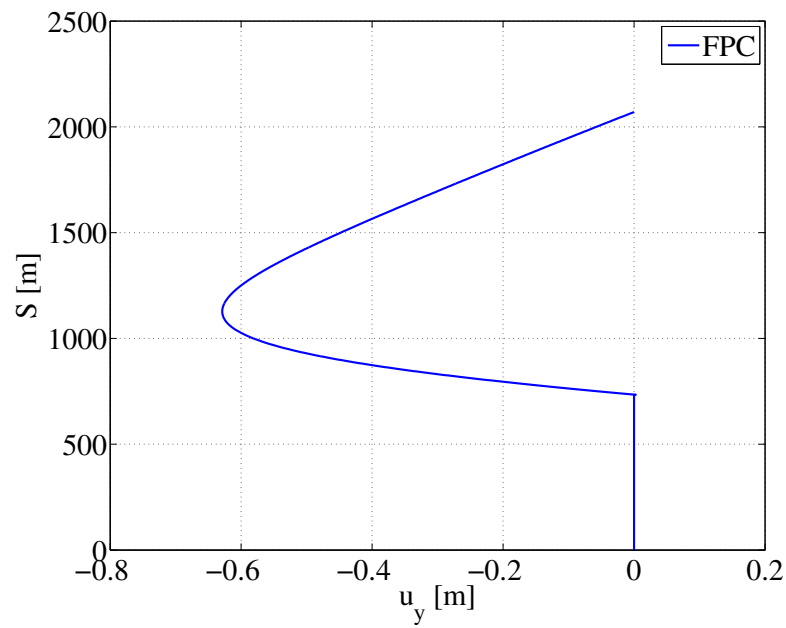
Neste exemplo o parâmetro de rigidez específica do solo $k_1 = 2 \times 10^7$ N/m/m é usada para o modelo de Winkler com molas nodais. O programa converge para dois passos de carga com 13 e 7 iterações respectivamente.

Na Figura 6.22(a) é mostrado o deslocamento horizontal ao longo do *riser*. Na Figura 6.22(b) observa-se o deslocamento vertical ao longo do *riser*. Percebe-se deslocamentos de aproximadamente 0,01 m na região do TDP sendo neste caso referentes ao afastamento do *riser* do solo.

Na Figura 6.23 é mostrado em detalhe da região do TDP em escala real, e pode-se observar o comportamento do *riser* deformado. Levando-se em consideração a configuração inicial do *riser* em contato com solo observa-se que apenas um nó foi desligado, tendo deslocamento positivo, e 323 nós permaneceram em contato com deslocamentos negativos o que corresponde aos nós que penetraram no solo.



(a)



(b)

Figura 6.22: Distribuição dos deslocamentos para modelo de Winkler com molas nodais: a) Distribuição do deslocamento u_x ; b) Distribuição do deslocamento u_y .

Na Figura 6.24(a) é mostrada a distribuição da força axial ao longo da estrutura, que está sendo tracionada em todo seu comprimento. Na Figura 6.24(b) é mostrada a distribuição do momento fletor ao longo da estrutura. O máximo momento fletor ocorre na região do toque do *riser* com o solo.

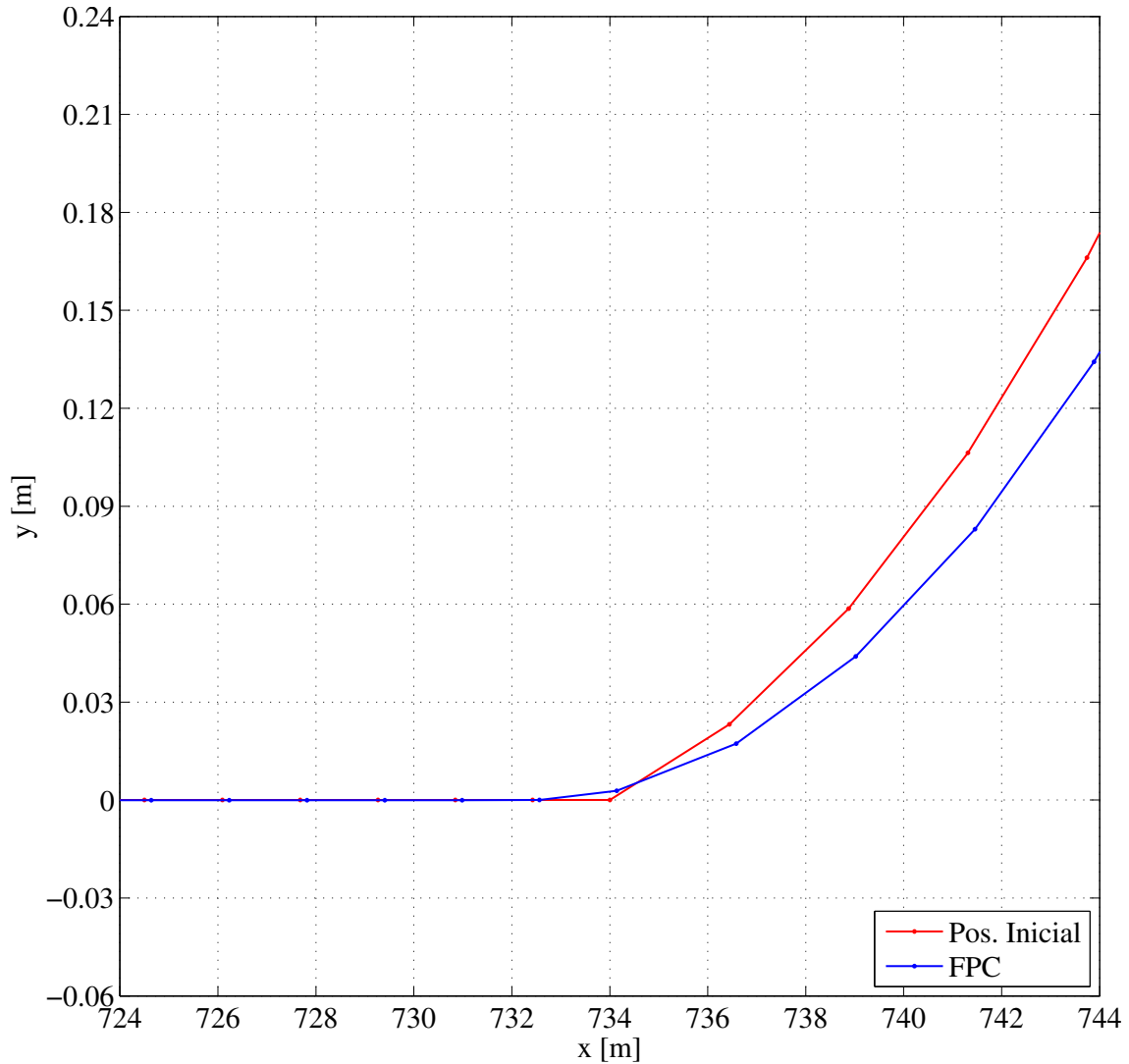


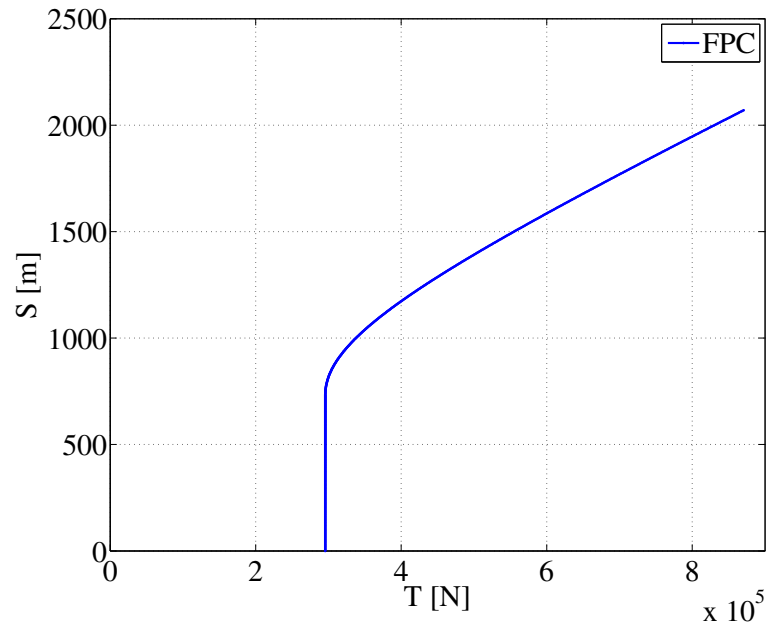
Figura 6.23: Região de contato *riser* - solo - Fundação Winkler com molas nodais.

6.4.2 Modelo de fundação Winkler com molas distribuídas

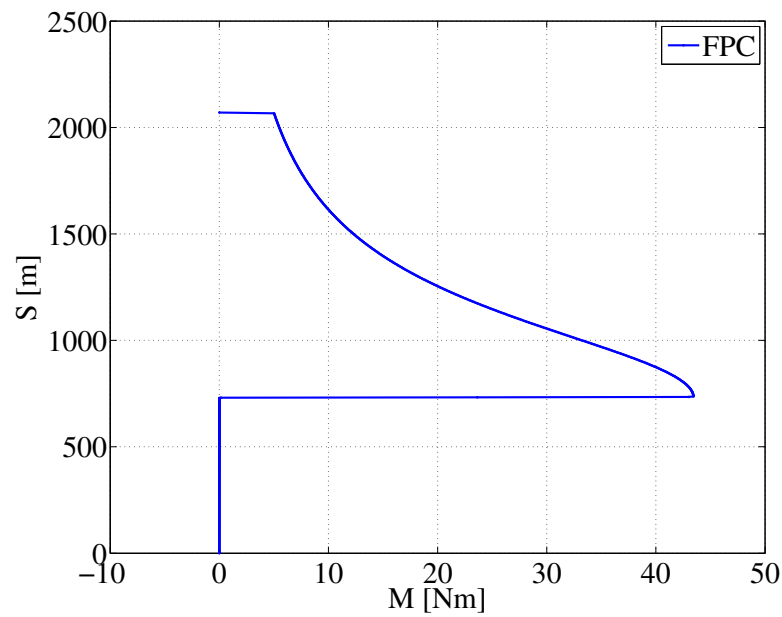
Neste exemplo o parâmetro de rigidez do solo $k_1 = 2 \times 10^7$ N/m² é usado no modelo de Winkler com molas distribuídas, isso é modelado com um leito contínuo. Nesta análise o algoritmo converge com 26 e 8 iterações para os dois passos de carga adotados na análise.

Na Figura 6.25(a) é mostrado o deslocamento horizontal ao longo do *riser* e a Figura 6.25(b) observa-se deslocamento vertical ao longo do *riser*. Percebe-se nos perfis de deslocamentos que as maiores alterações ocorrem na região de toque do *riser* com solo, globalmente pode-se observar que os deslocamentos reduziram.

Na Figura 6.26 é mostrada a região do TDP em escala real. Pode-se observar o comporta-



(a)

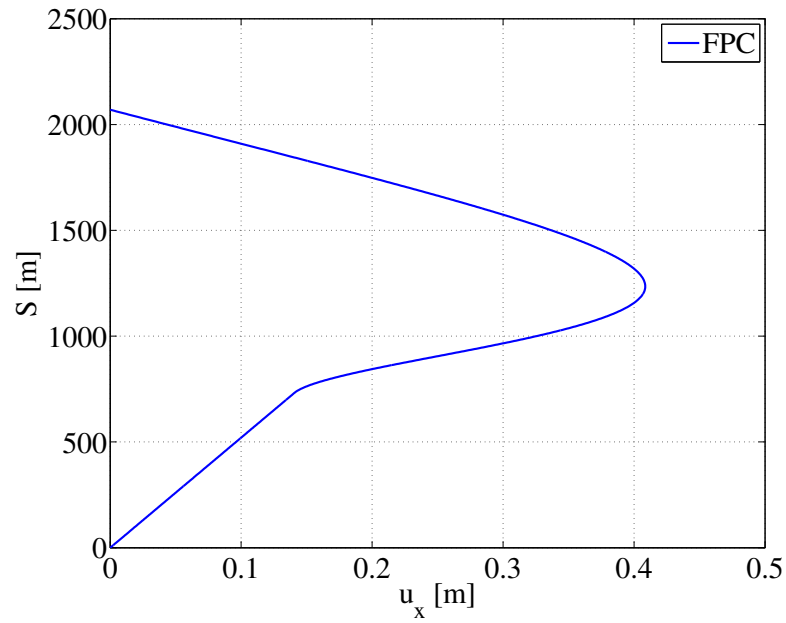


(b)

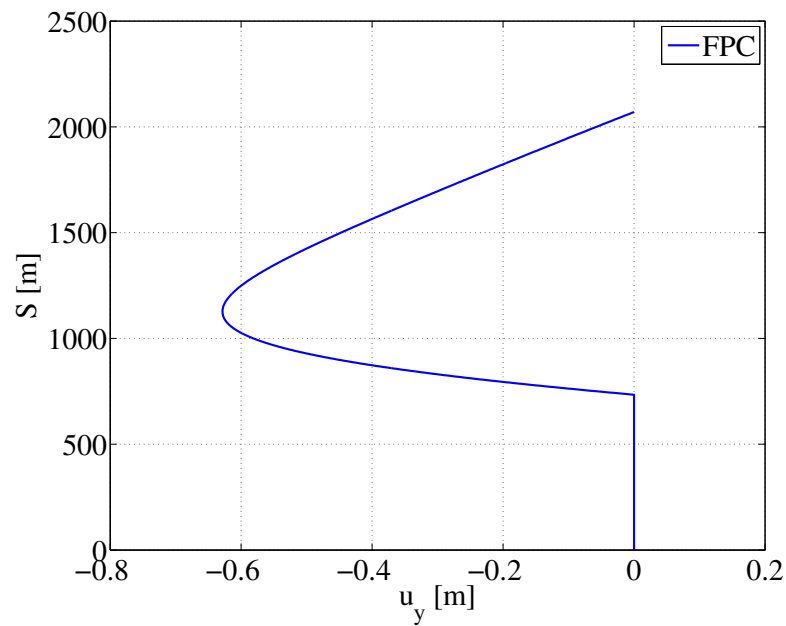
Figura 6.24: Fundação Winkler com molas nodais; a) Força axial b) Momento fletor.

mento do *riser* deformado, e uma significativa diferença em relação a Figura 6.23. Levando-se em consideração a configuração inicial do *riser* em contato com solo, é possível observar que apenas 1 nó é desligado do solo, mostrando deslocamento positivo. Os demais nós (323) permaneceram em contato e penetram no solo conforme o modelo.

Na Figura 6.27(a) é mostrada a distribuição da força axial ao longo da estrutura, que esta sendo tracionada em todo seu comprimento.



(a)



(b)

Figura 6.25: Distribuição dos deslocamentos Fundação Winkler com molas distribuídas: a) Distribuição do deslocamento u_x ; b) Distribuição do deslocamento u_y .

Na Figura 6.27(b) é mostrada a distribuição do momento fletor ao longo da estrutura. Na região do TDP observa-se um pico na curva de momento fletor, no nó 324, que é maior que os outros nós porque há uma variação abrupta na curvatura da estrutura.

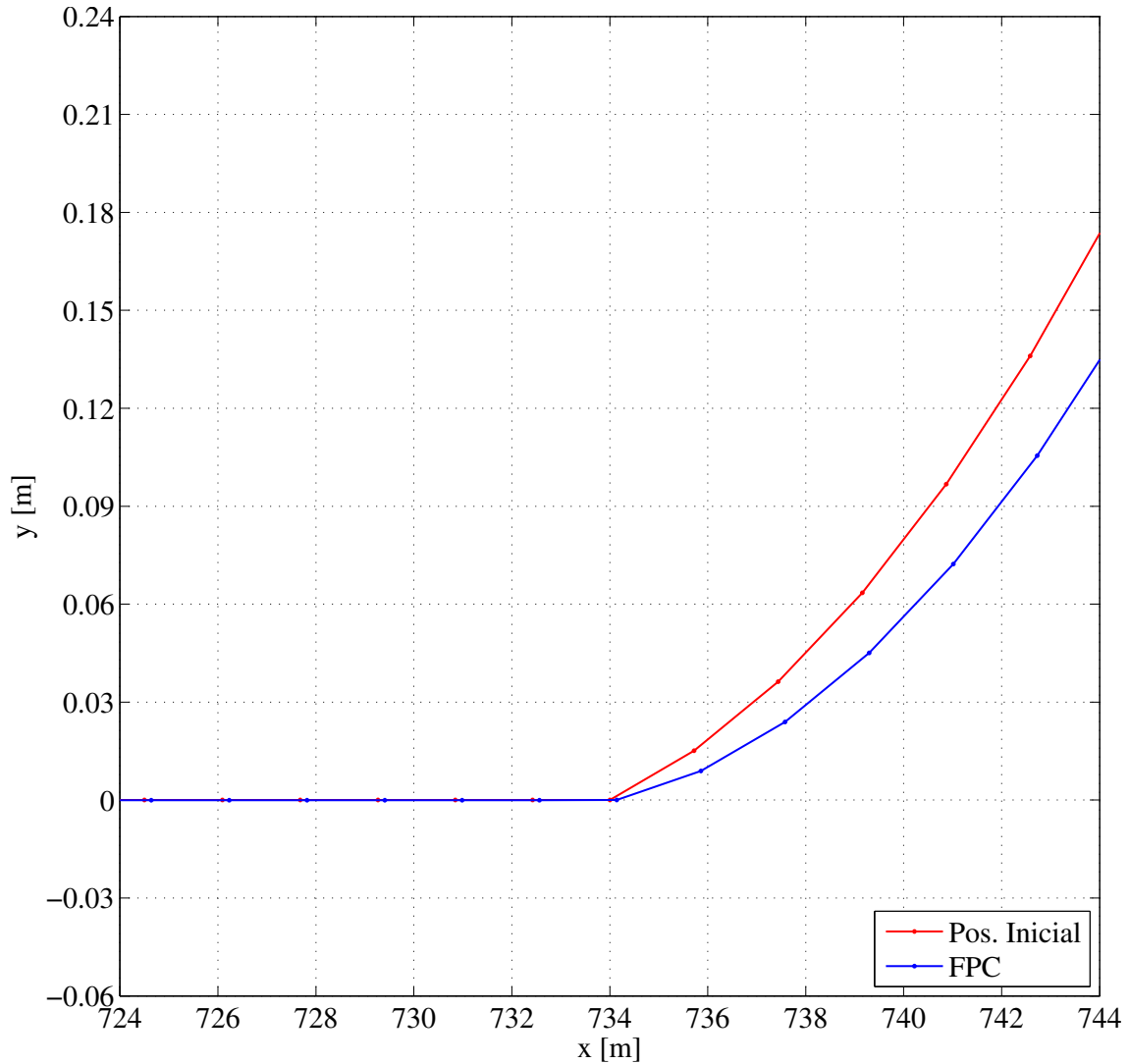


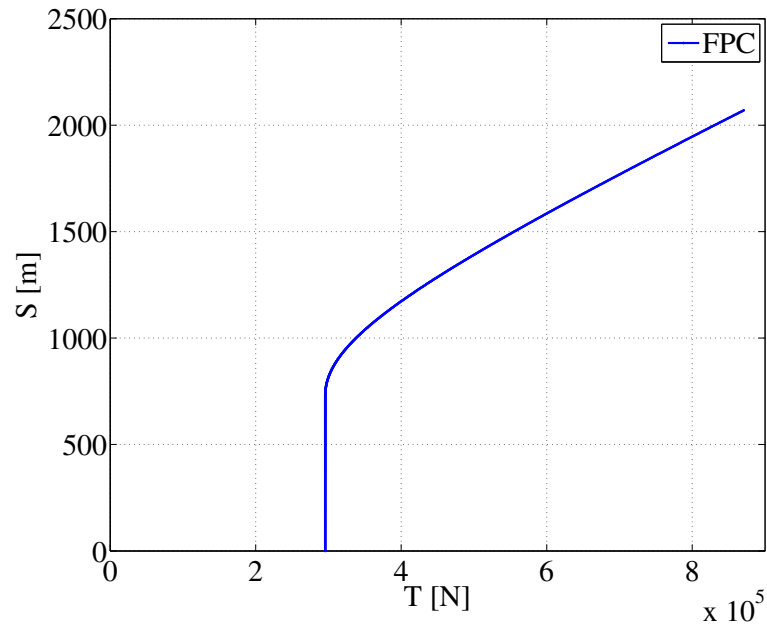
Figura 6.26: Região de contato *riser* - solo - Fundação Winkler com molas distribuídas.

6.4.3 Modelo de solo de Filonenko-Borodich

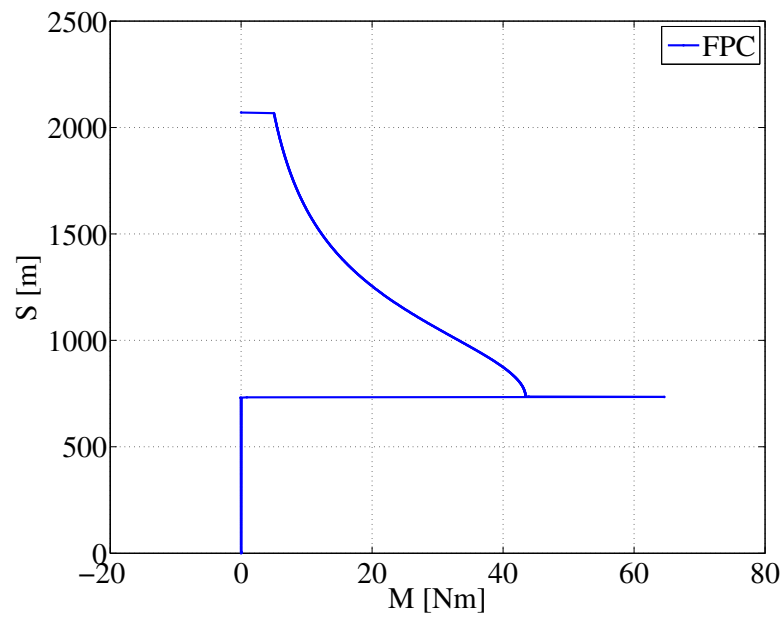
Neste caso, usa-se um modelo de dois parâmetros, onde o efeito do cisalhamento do solo pode ser considerado.

Neste exemplo o parâmetro de rigidez específica do solo k_1 e o parâmetro de cisalhamento da membrana \bar{k}_S são 2×10^7 N/m² e $1,8 \times 10^4$ N respectivamente. Adotou-se novamente dois passos de carga e o algoritmo convergiu com 7 e 5 iterações para cada passo.

Na Figura 6.28(a) é mostrado o deslocamento horizontal ao longo do *riser*. Na Figura 6.28(b) observa-se deslocamento vertical ao longo do *riser*, Percebe-se que os deslocamentos são muito próximos aos casos mostrados no caso anterior, não apresentando alterações signifi-



(a)



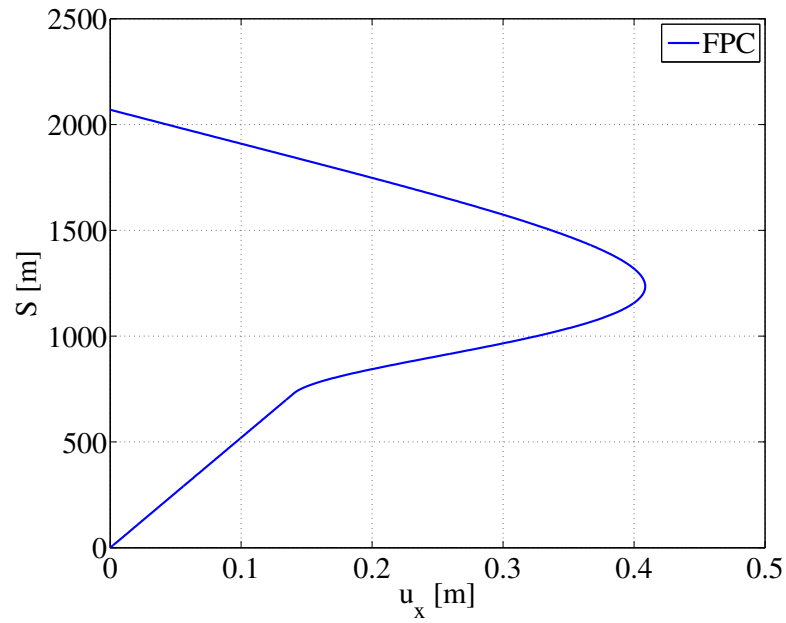
(b)

Figura 6.27: Fundação Winkler com molas distribuídas; a) Força axial b) Momento fletor.

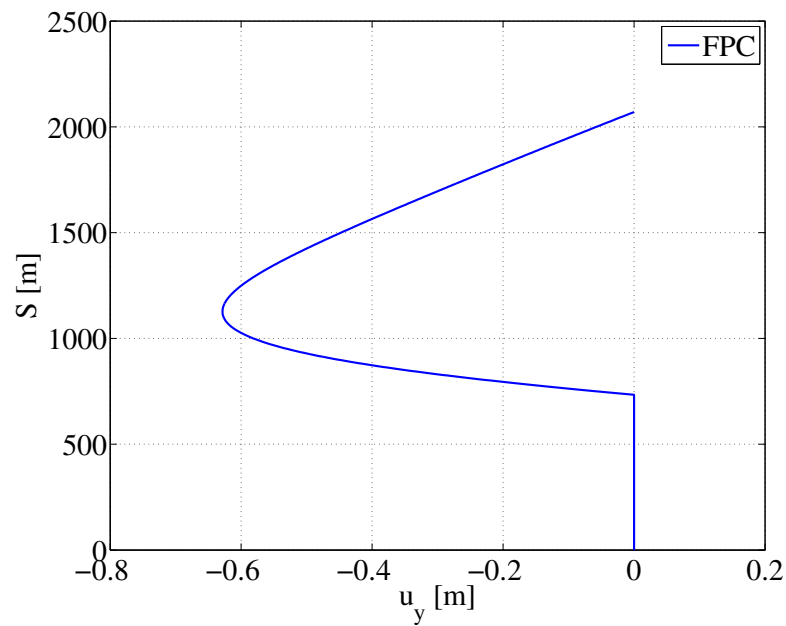
cativas a inclusão do cisalhamento no modelo do solo.

Na Figura 6.29 é mostrada a distribuição de deslocamentos na região do TDP em escala real. Nesta representação, nota-se também que não houve alteração em relação ao exemplo anterior.

Na Figura 6.30(a) é mostrado a distribuição da força axial ao longo da estrutura, que esta



(a)



(b)

Figura 6.28: Distribuição dos deslocamentos Fundação Filonenko-Borodich: a) Distribuição do deslocamento u_x ; b) Distribuição do deslocamento u_y .

sendo tracionada em todo seu comprimento, e na Figura 6.30(b) é mostrado a distribuição do momento fletor ao longo da estrutura. Na região TDP observa-se um pico de momento fletor onde ocorre o toque. Esta região precisa ser melhor estudada, verificando-se a possibilidade de um refinamento ou uma modelagem localizada.

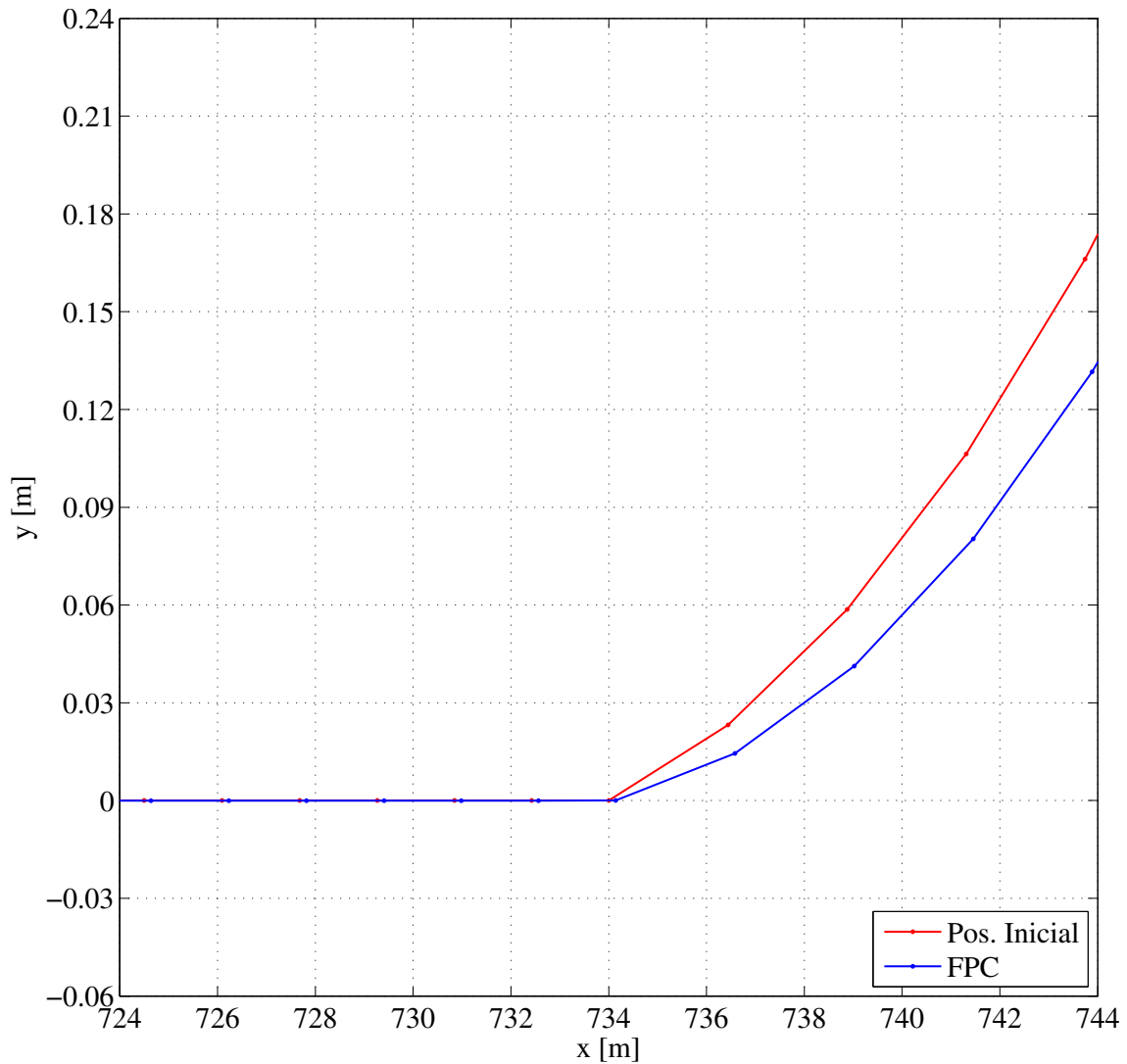
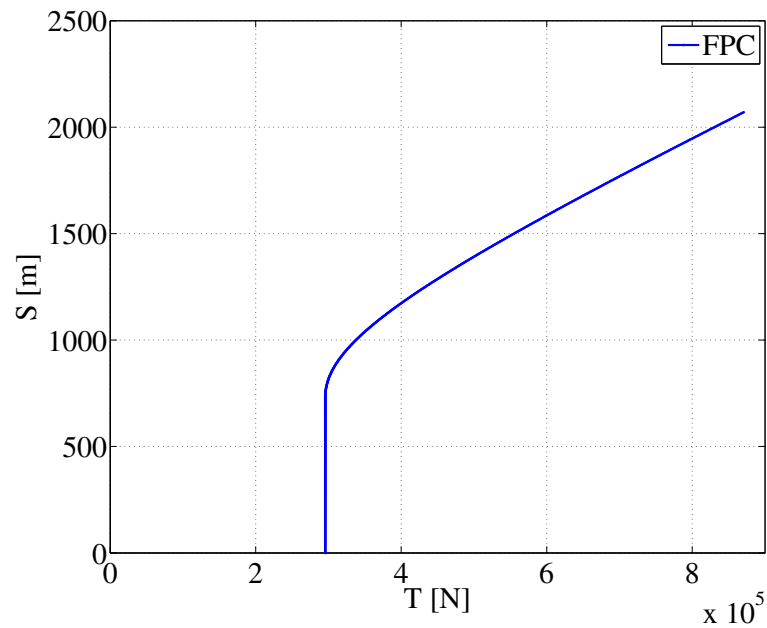


Figura 6.29: Região de contato *riser* - solo - Fundação Filonenko-Borodich.

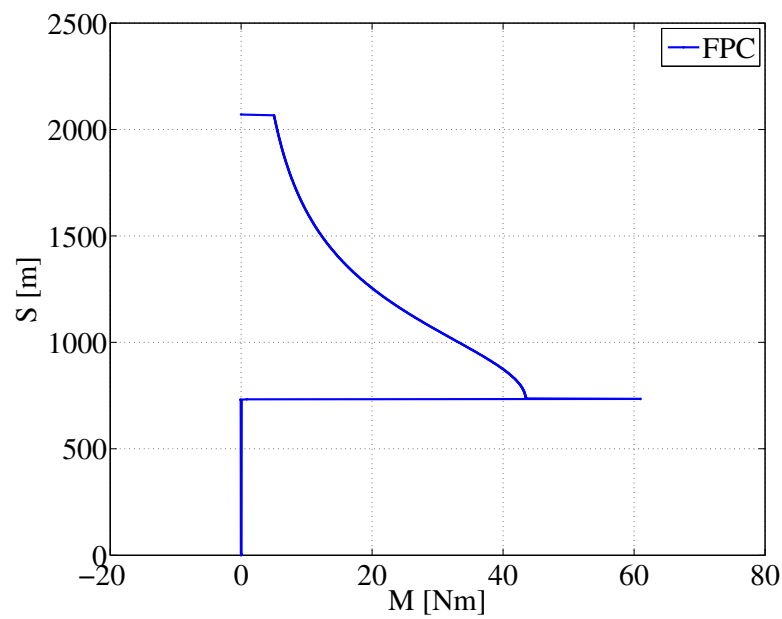
6.4.4 Análise de sensibilidade da rigidez do solo

A análise de sensibilidade da rigidez do solo foi avaliada com um conjunto de valores de $2 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ a $2 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ para os modelos de solo estudados nos capítulos anteriores, para o modelo de Filonenko-Borodich o parâmetro de cisalhamento da membrana foi mantido constante igual a $1,8 \times 10^4 \text{ N}$. O conjunto de valores foi usado de acordo com Bridge *et al.* (2004), abarca desde solos de baixa rigidez até solos considerados rígidos.

O parâmetro de rigidez do solo foi considerado para este estudo, tendo em vista a dificuldade para uma avaliação em casos reais, sendo importante conhecer a sua influência sobre o modelo local do contato solo-estrutura. O valor adotado para o parâmetro de rigidez do solo pode influenciar diretamente nos cálculos da vida em fadiga de um *riser* em catenária. Um solo



(a)



(b)

Figura 6.30: a) Força axial - Fundação Filonenko-Borodich; b) Momento - Fundação Filonenko-Borodich.

rígido pode diminuir a estimativa de vida de um *riser*, e do mesmo modo, um solo menos rígido pode aumentar a estimativa da vida em fadiga, Bridge *et al.* (2004).

Para cada modelo de fundação foram obtidos resultados para deslocamentos horizontais, deslocamentos verticais, força axial e momento fletor ao longo do *riser* e na região TDP da estrutura.

6.4.4.1 Análise para fundação Winkler com molas nodais

As Figuras 6.31(a) e 6.31(b) mostram os resultados obtidos para o deslocamento horizontal e deslocamento vertical do *riser*, respectivamente. Pode-se observar no caso do deslocamento horizontal que não tem variação nos resultados obtidos.

No caso do deslocamento vertical pode-se observar que há uma variação quando a rigidez do solo é de 2×10^5 N/m/m. Nesta o duto penetra o solo mais que para outras rigidezes avaliadas.

Na Figura 6.32 mostra-se a região TDP em detalhes. Observa-se que há variação significativa nos resultados obtidos.

Nas Figuras 6.33(a) e 6.33(b) mostram-se os resultados obtidos para a força axial e momento fletor. Pode-se observar no gráfico da força axial que não aparecem diferenças sensíveis entre os casos estudados. No caso do momento fletor pode-se observar que também não há diferenças significativas entre os casos estudados.

6.4.4.2 Análise para fundação Winkler com molas distribuídas

As Figuras 6.34(a) e 6.34(b) mostram os resultados obtidos para os deslocamentos horizontais e deslocamento verticais do *riser*, respectivamente. Pode-se observar no caso do deslocamento horizontal que quanto menor a rigidez do solo maior o deslocamento no trecho da catenária do *riser*.

No caso do deslocamento vertical pode-se observar que há uma variação quando a rigidez do solo é de 2×10^5 N/m². Neste caso o duto penetra mais o solo que para outras rigidezes avaliadas. Na região do TDP, observa-se que quando maior a rigidez do solo menor o deslocamento.

Na Figura 6.35 mostra-se a região TDP em detalhes. Observa-se que há variação significativa nos resultados obtidos.

Nas Figuras 6.36(a) e 6.36(b) mostram-se os resultados obtidos para a força axial e momento fletor. Pode-se observar que a força axial não apresenta diferenças significativas para os diferentes casos estudados. Em relação ao momento fletor, pode-se observar que na região do TDP, quando maior é a rigidez do solo maior é o valor do momento fletor.

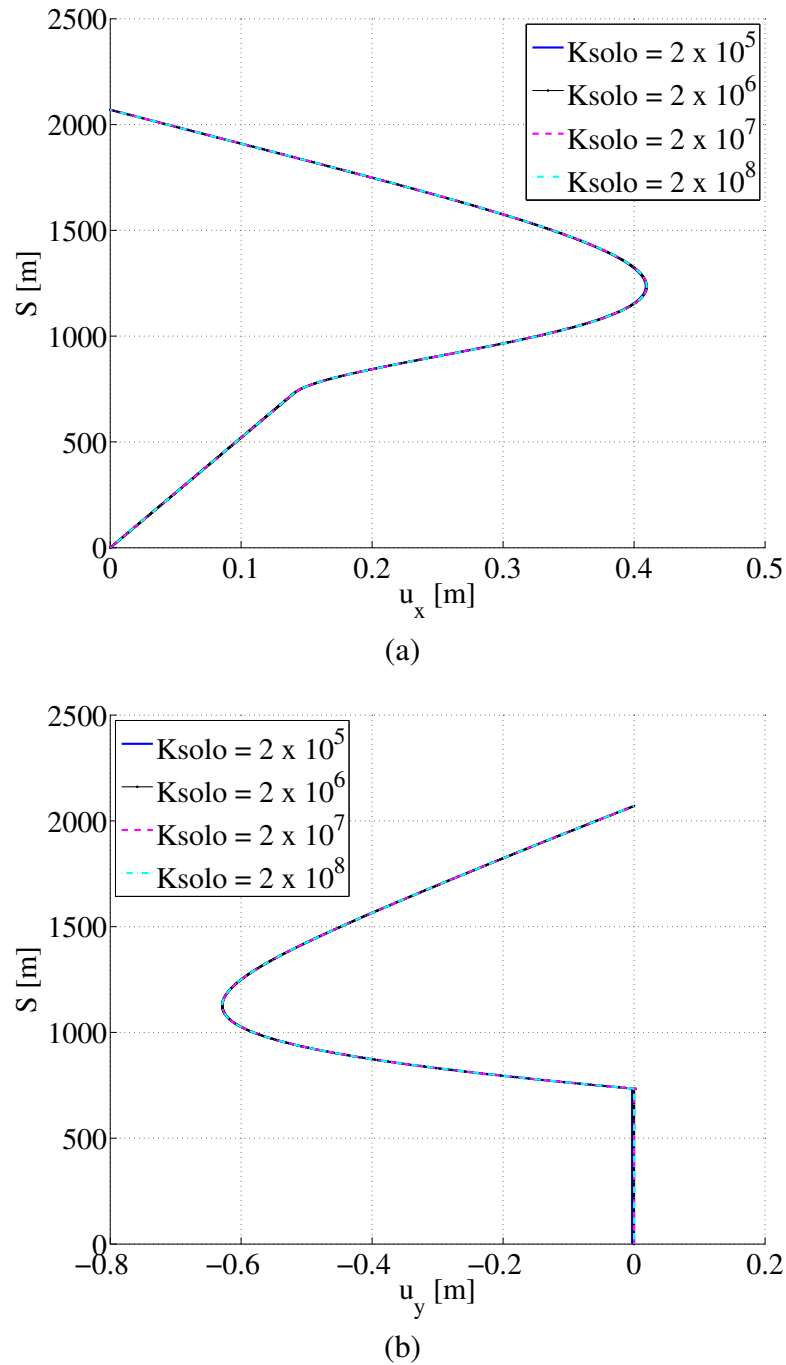


Figura 6.31: Distribuição dos deslocamentos fundação Winkler nodais, análise de sensibilidade do solo: a) Distribuição do deslocamento u_x ; b) Distribuição do deslocamento u_y .

6.4.4.3 Análise para fundação de Filonenko-Borodich

As Figuras 6.37(a) e 6.37(b) mostram os resultados obtidos para os deslocamentos horizontais e deslocamentos verticais do *riser*, respectivamente. Pode-se observar no caso do deslocamento horizontal que quanto menor a rigidez do solo maior o deslocamento no trecho da catenária do *riser*.

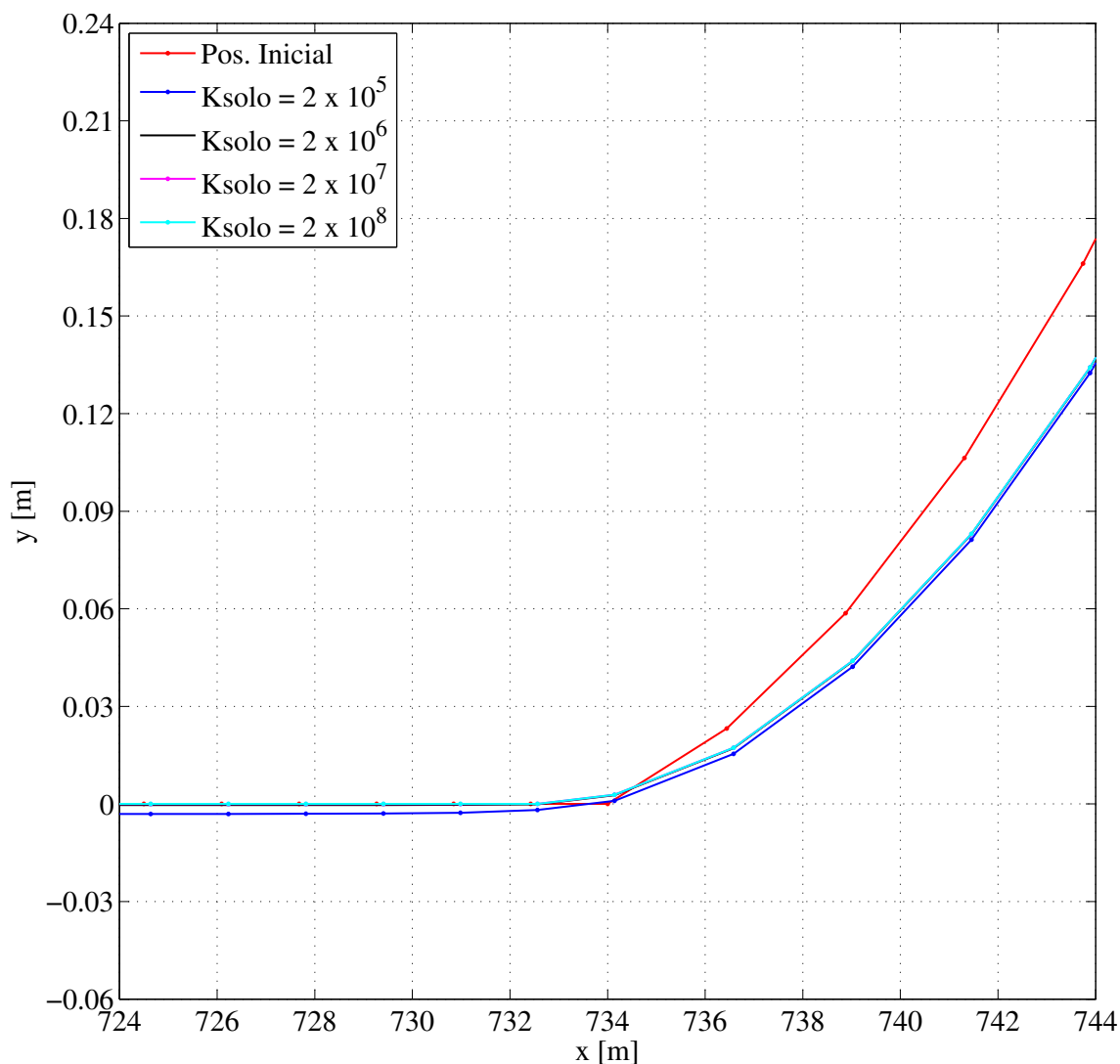
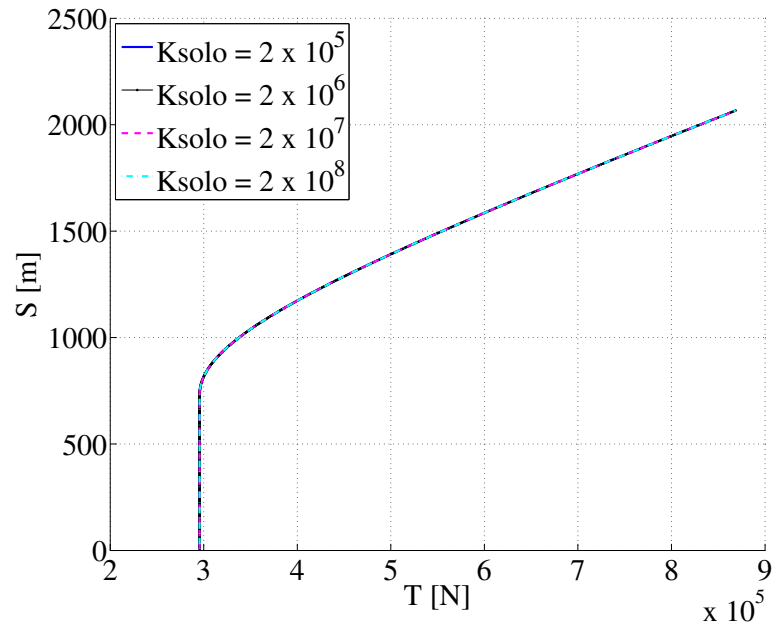


Figura 6.32: Região de contato *riser* - solo - Fundação Winkler nodais, análise de sensibilidade do solo.

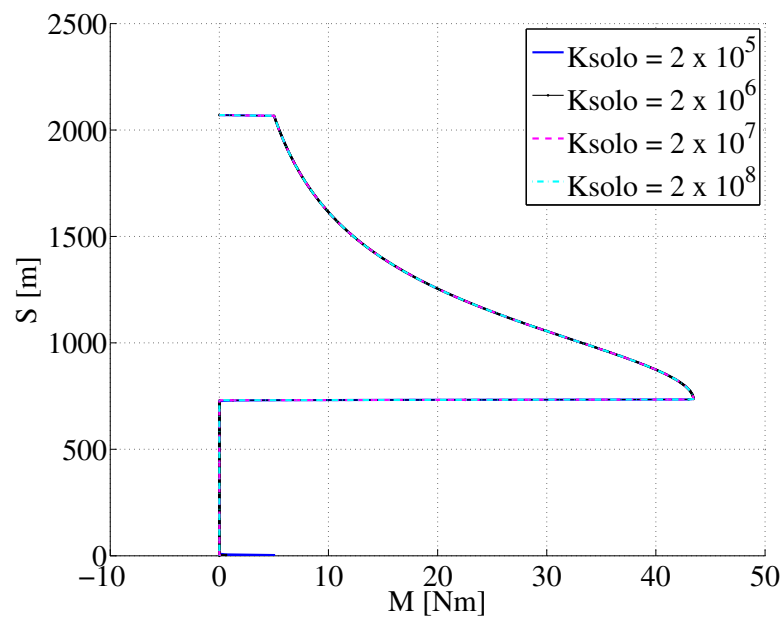
No caso do deslocamento vertical pode-se observar que há uma variação quando a rigidez do solo é de 2×10^5 N/m². Neste caso, o duto penetra mais o solo que para outras rigidezes avaliadas. Na região do TDP, observa-se que quando maior a rigidez do solo menor o deslocamento.

Na Figura 6.38 mostra-se a região TDP em detalhes. Observa-se que há variação significativa nos resultados obtidos.

Nas Figuras 6.39(a) e 6.39(b) mostram-se os resultados obtidos para a força axial e momento fletor. Pode-se observar que a força axial não apresenta diferenças significativas para os diferentes casos estudados. Em relação ao momento fletor, pode-se observar que na região do TDP, quando maior é a rigidez do solo maior é o valor do momento fletor.

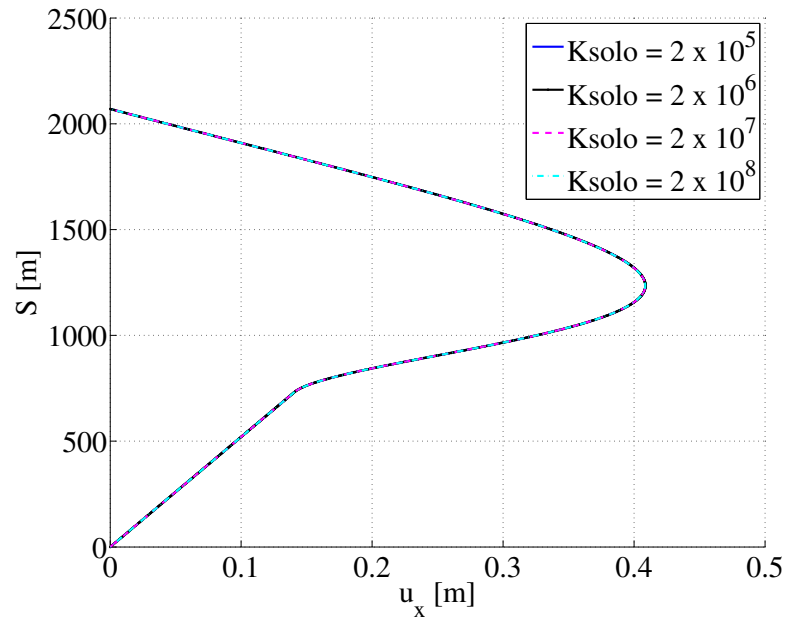


(a)

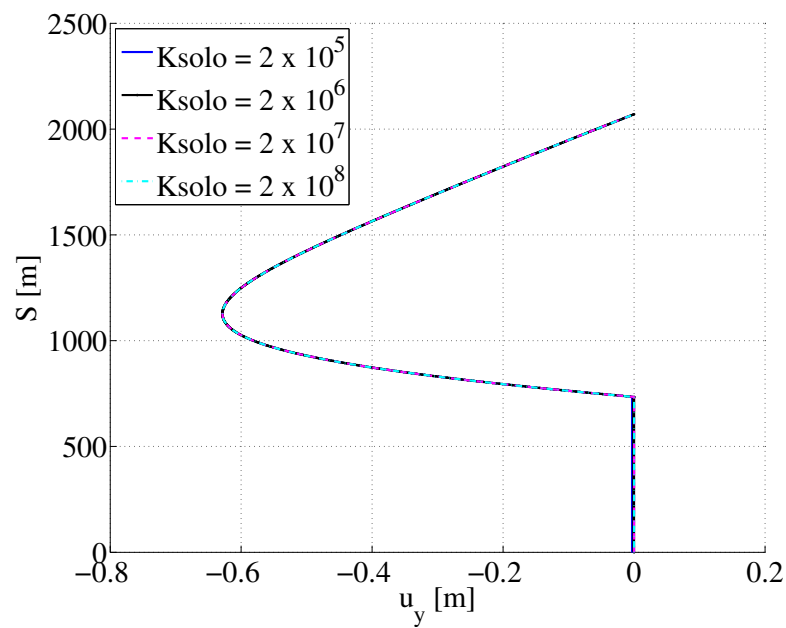


(b)

Figura 6.33: a) Força axial - Fundação Winkler nodais, análise de sensibilidade do solo; b) Momento - Fundação Winkler nodais, análise de sensibilidade do solo.



(a)



(b)

Figura 6.34: Distribuição dos deslocamentos fundação Winkler com molas distribuídas, análise de sensibilidade do solo: a) Distribuição do deslocamento u_x ; b) Distribuição do deslocamento u_y .

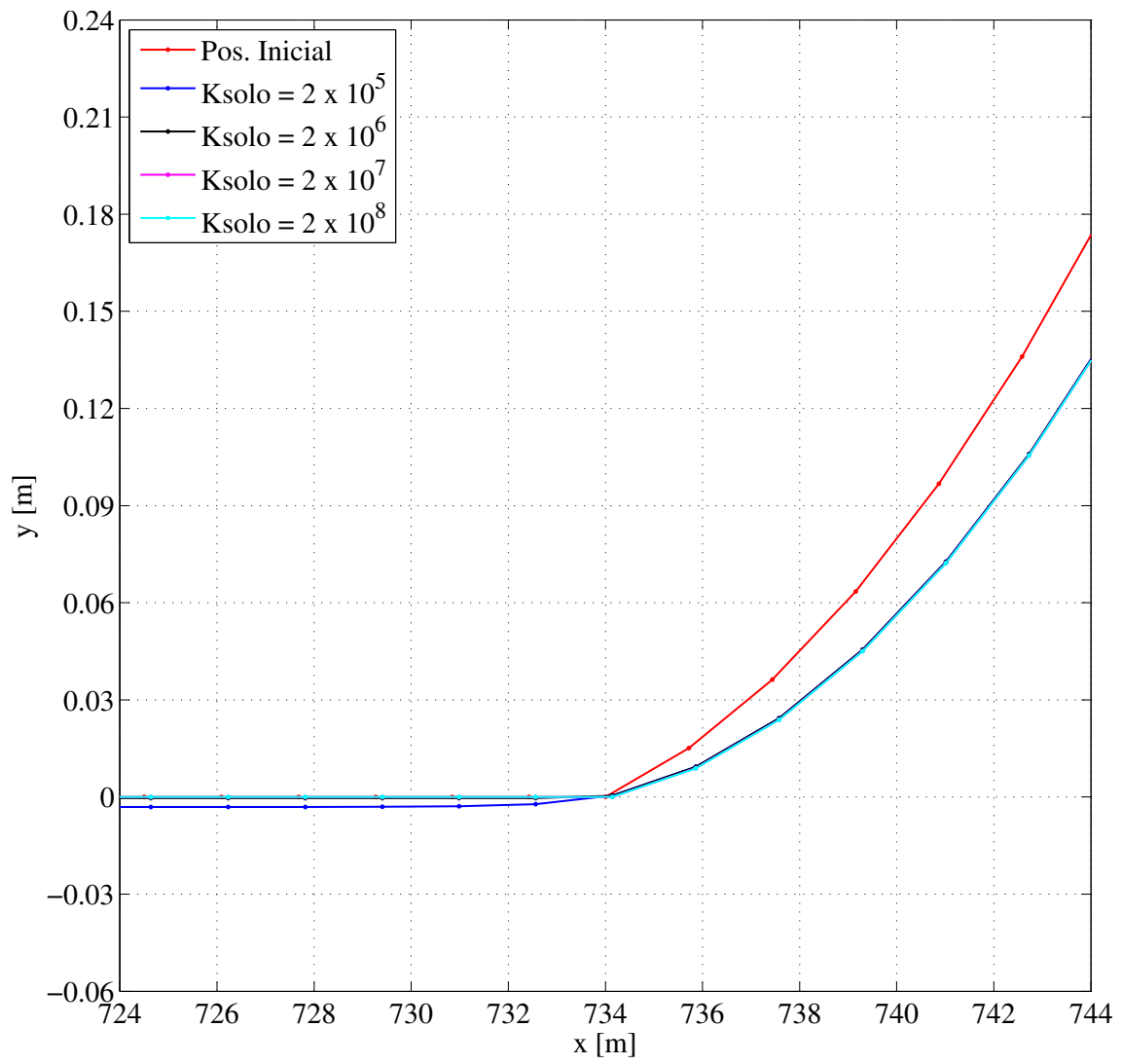
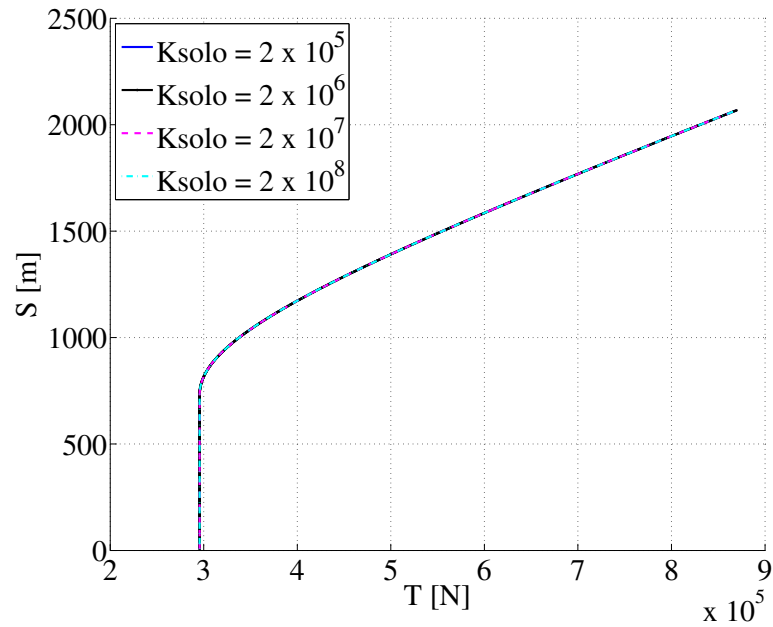
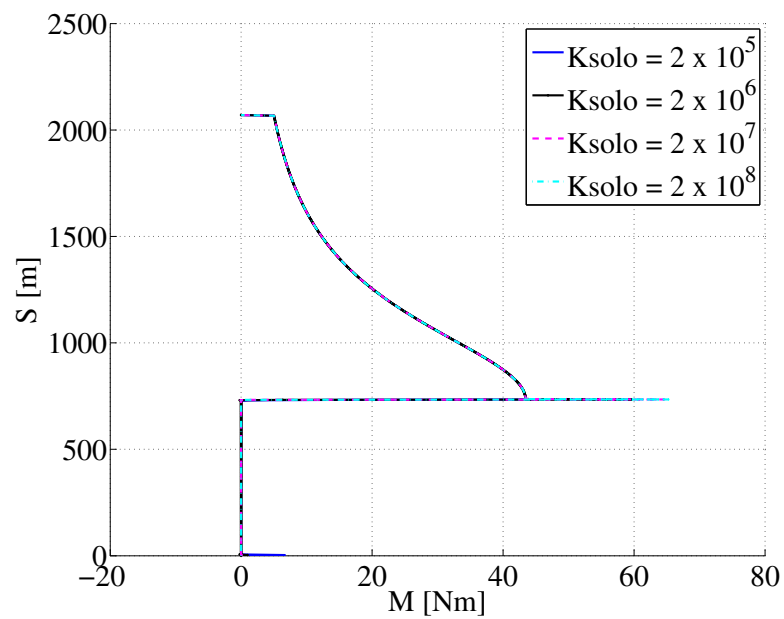


Figura 6.35: Região de contato *riser* - solo - Fundação Winkler com molas distribuídas, análise de sensibilidade do solo.

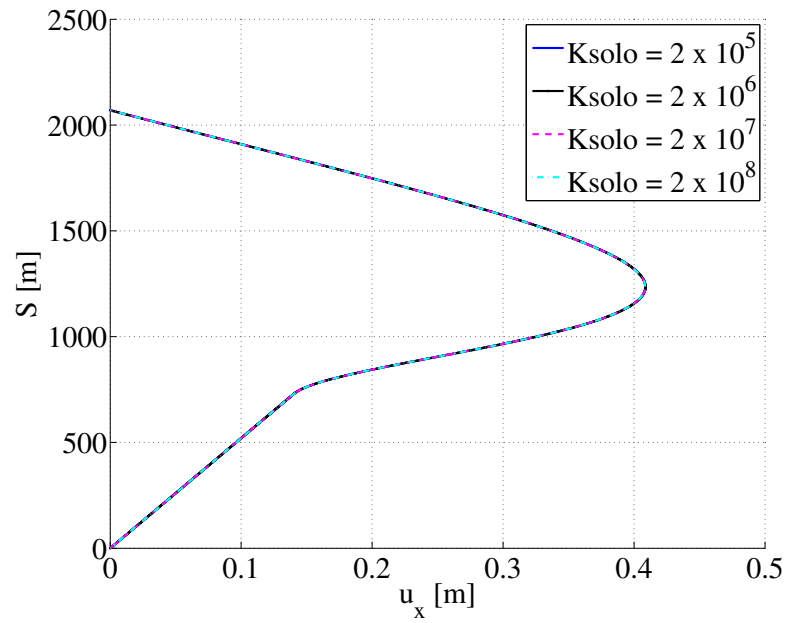


(a)

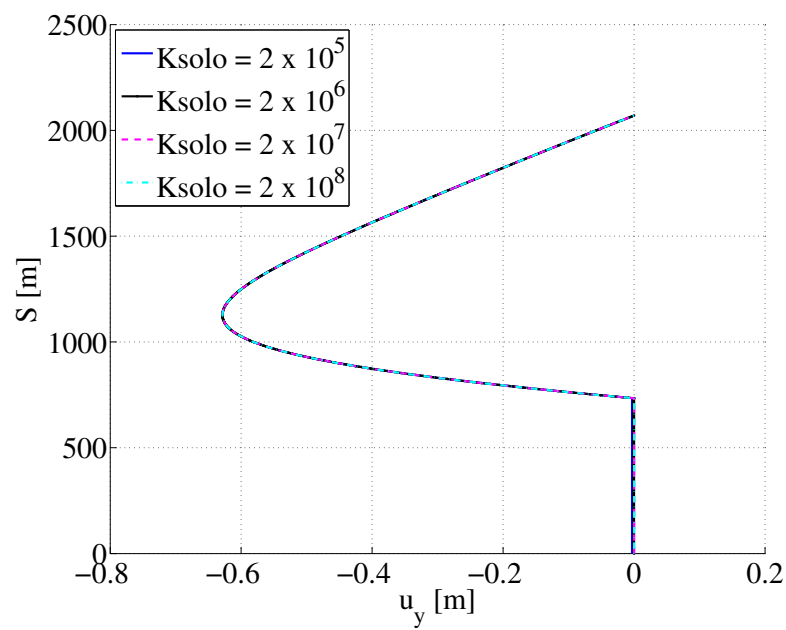


(b)

Figura 6.36: a) Força axial - Fundação Winkler com molas distribuídas, análise de sensibilidade do solo; b) Momento - Fundação Winkler leito, análise de sensibilidade do solo.



(a)



(b)

Figura 6.37: Distribuição dos deslocamentos fundação Filonenko-Borodich, análise de sensibilidade do solo: a) Distribuição do deslocamento u_x ; b) Distribuição do deslocamento u_y .

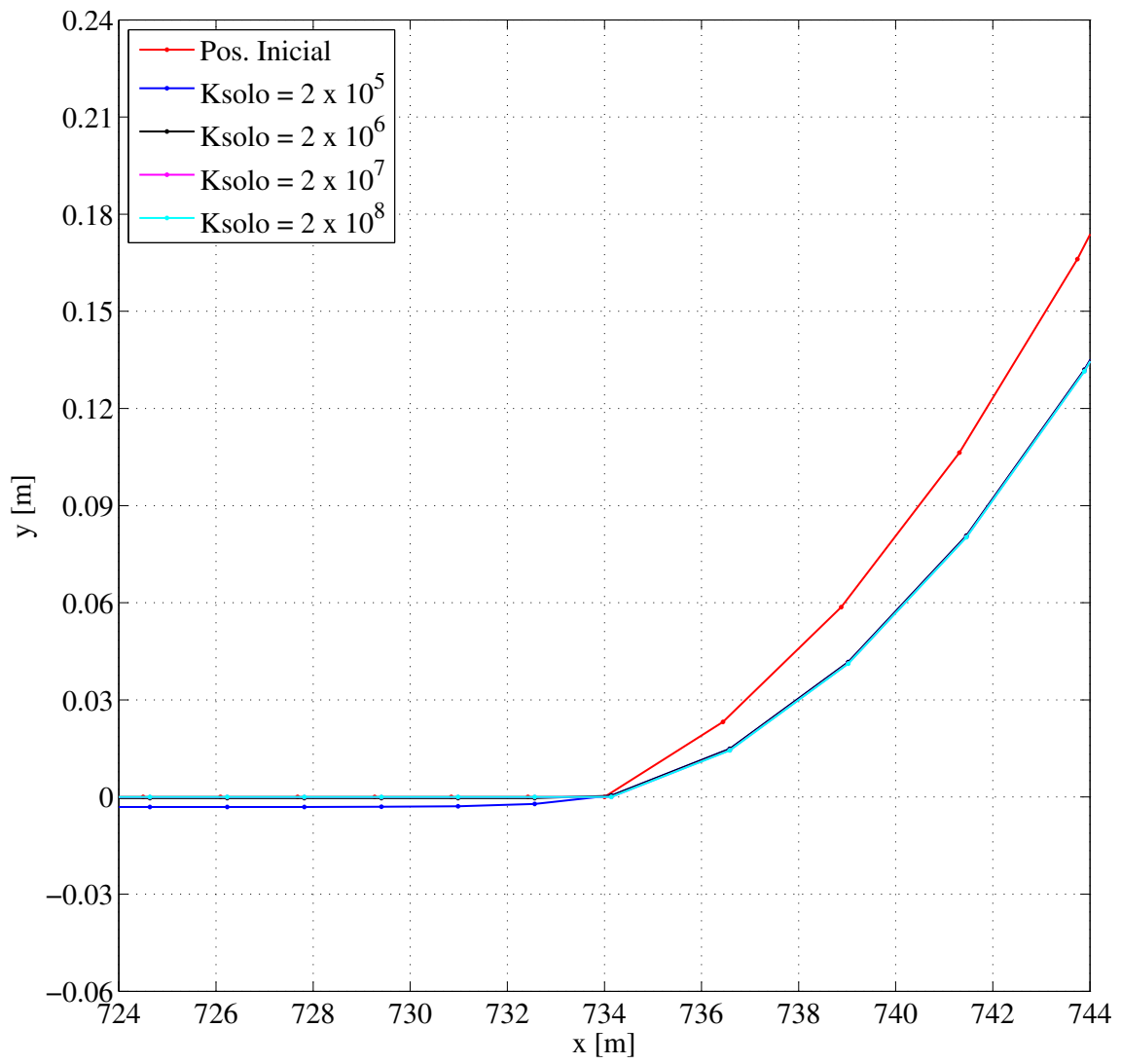
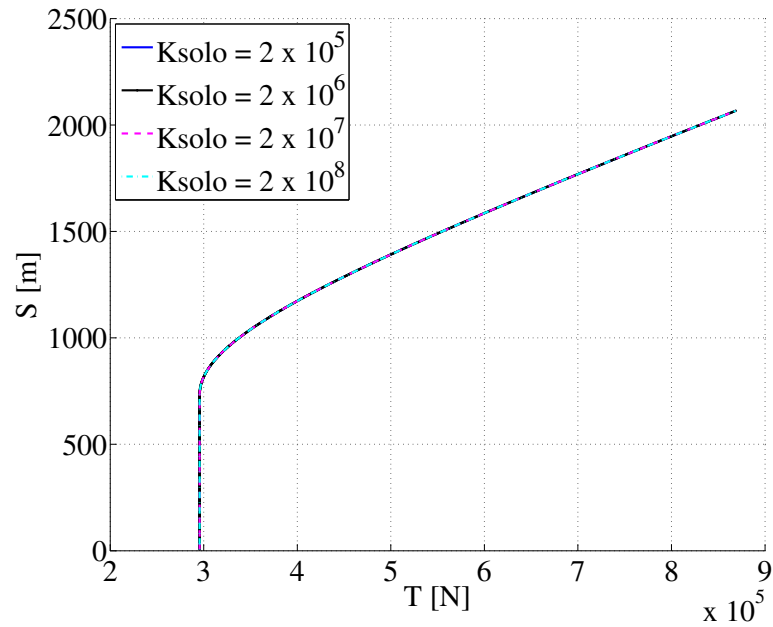
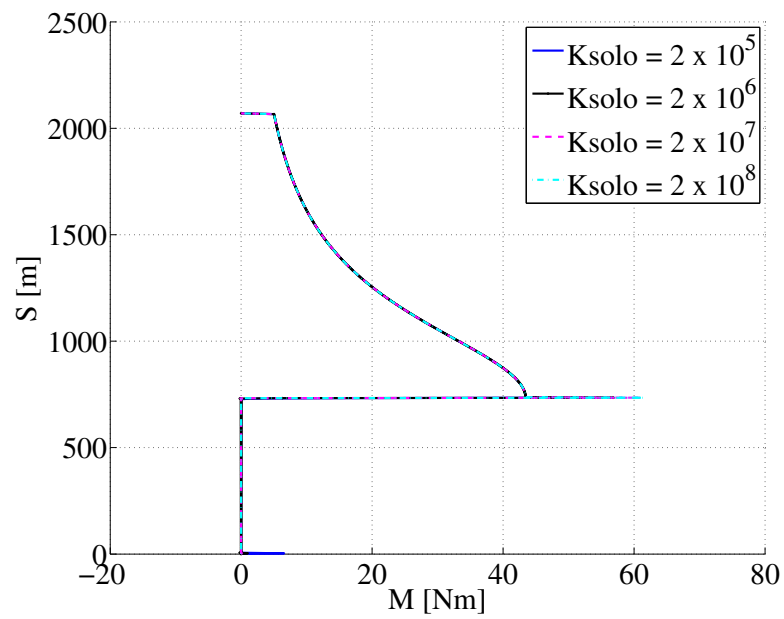


Figura 6.38: Região de contato *riser* - solo - Fundação Filonenko-Borodich, análise de sensibilidade do solo.



(a)



(b)

Figura 6.39: Fundação Filonenko-Borodich, análise de sensibilidade do solo; a) Força axial b) Momento fletor.

7 CONCLUSÕES

Este trabalho teve como objetivo o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para análise estática não linear de *risers* utilizando uma formulação de parâmetros concentrados, levando em consideração o efeito da interação solo-estrutura.

No desenvolvimento e validação do algoritmo implementado no programa FPC, observou-se muitas características que dificultavam a análise estática não linear da estrutura. Entre as principais dificuldades encontradas para o desenvolvimento do algoritmo estão a definição de um critério para estabelecer a deformação inicial da estrutura e o parâmetro de convergência. No caso da deformação inicial foi usado o valor sugerido do ANSYS (2013) para solução do problema, onde para os problemas de cabos considera-se sempre uma pequena deformação inicial. No caso da convergência foi usado o trabalho do Antonio (2011), que propôs uma solução com equilíbrio estático usando o procedimento de Newton-Raphson. Os resultados dos exemplos da análise não linear de *risers*, mostraram-se próximos aos resultados obtidos com o software ANSYS®, o que permite dizer que a etapa de validação foi concluída de forma satisfatória.

A implementação do algoritmo para análise não linear do *riser* em catenária, considerando o efeito do peso próprio e o contato com solo também mostrou resultados próximos aos do software ANSYS®. Uma das principais dificuldades encontradas neste caso foi a discretização da estrutura, onde para malhas grosseiras, tem-se resultados discrepantes. Pode-se observar na Figura 6.15, onde é mostrado um comparativo dos momentos fletores, que o trecho do *riser* em contato com o solo perto da região TPD (*Touchdown Point*), apresenta fortes gradientes, o que não é esperado. Para a análise estática não linear do *riser* em catenária em contato com o solo, é recomendável, que para todos os casos, seja realizada uma análise da influência do refinamento da malha sobre os resultados, de forma a obter resultados mais robustos para análise da estrutura.

Para malhas utilizadas, observou-se que a convergência do algoritmo depende da discretização da estrutura. Quanto mais refinada é a malha maior o número de iterações requerido. No caso do *riser* em contato com solo foi observado que o programa não convergiu para alguns refinamentos de malha.

Foram implementados diferentes modelos de fundação para a análise estática do *riser* em catenária em contato com o solo. Diversos resultados foram obtidos: deslocamentos, momento fletor, força axial e posição final da estrutura na região TDP. Em geral, a maior diferença entre os modelos usados surgiu na região do TDP. As principais diferenças aparecem nas amplitudes dos deslocamentos verticais e nos momentos fletores em função do aumento

da complexidade dos modelos de fundação. Ou seja, o modelo de fundação de Winkler com molas nodais apresentou maior amplitude em deslocamento vertical à direita, entretanto o modelo de fundação Filonenko-Borodich teve menor amplitude. O modelo de fundação de Winkler com molas nodais apresentou menor amplitude para o momento fletor, já o modelo de fundação Filonenko-Borodich apresentou maiores valores de momentos fletores calculados no *riser*. Foi observada uma diferença significativa entre os resultados dos modelos de fundação Winkler com molas nodais com os outros modelos de fundação: Winkler com molas distribuídas e Filonenko-Borodich.

A análise de sensibilidade da rigidez do solo foi feita para verificar qual a influências dos parâmetros nos resultados da análise não linear do *riser*. Observou-se nas figuras apresentadas para a análise de sensibilidade, que quanto maior a rigidez do solo maior é a amplitude do momento fletor na região TDP para os modelos de fundação de Winkler com molas distribuídas e Filonenko-Borodich. Para o modelo de Winkler com molas nodais não foram observadas variações significativas no momento fletor.

7.1 Sugestões de continuidade

Neste trabalho não foram estudados e considerados fenômenos importantes e indispensáveis para a análise estática não linear de *risers*, dando assim uma série de opções para sua continuidade em trabalhos futuros, que são apresentados na sequência:

- Estudo sistemático dos parâmetros de convergência, visando a otimização do algoritmo.
- Estudo e implementação de um método de resolução mais robusto do tipo arc-length.
- Implementação do código para modelagem tridimensional da análise de *risers* usando formulação de parâmetros concentrados.
- Realização de um estudo e implementação de uma ferramenta para análise dinâmica de *risers* usando formulação de parâmetros concentrados.
- Estudo de outros carregamentos devido aos escoamentos interno e externo.
- Para o caso do solo-estrutura incluir o fenômeno de atrito, e adequá-lo para modelagem tridimensional.
- Estudo e implementação de outros modelos como Pasternak e Kerr para o caso de interação solo-estrutura.

Referências

ANSYS. **Mechanical APDL Verification Manual**. Version 15.0, 2013.

ANTONIO, L.M. **Análise da interação solo-estrutura aplicada a riser rígido em catenária através da formulação co-rotacional**. 2011. Master Thesis. Universidade Estadual de Campinas.

BARROS, P.L.A.; PAVANELLO, R.; MESQUITA, E. and MOROOKA, C.K. Scr-seafloor interaction modeling with winkler, pasternak and kerr beam-on-elastic-foundation theories. In **ASME 28th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, Honolulu, Hawai - OMAE2009-79459**. 2009.

BODUR, M.A. **Finite element analysis of discontinuous contact problem**. 2006. Master Thesis. Sciences of Middle East Technical University - Turquia.

BRIDGE, C.; LAVER, K.; CLUKEY, E. and EVANS, T. Steel catenary riser touchdown point vertical interaction models. In **Offshore Technology Conference, Houston, Texas - OTC 16628**. 2004.

CHATJIGEORGIOU, I.K. A finite differences formulation for the linear and nonlinear dynamics of 2d catenary risers. **Ocean Engineering**, v. 35-7, 616 – 636, 2008.

CRISFIELD, M.A. **Non-linear finite element analysis of solids and structures. VOLUME 1: ESSENTIALS**. Chichester, 1991.

GHADIMI, R. A simple and efficient algorithm for the static and dynamic analysis of flexible marine risers. **Computer & Structures**, v. 29, 541–555, 1988.

KUBOTA, H.Y. **Comportamento dinâmico de um riser rígido de produção**. 2003. Master Thesis. Universidade Estadual de Campinas.

MARANO, G.C.; MOSSA, M. and POLLIO, A. Modelling of the slug flow regime in a free hanging catenary marine risers to prevent the risk of oil pollution due to risers rupture. In **4th International Conference on Marine Waste Water Disposal and Marine Environment, Antalya, Turkey. 2006.**

MOE, G.; CHENG, Y. and VANDIVER, J.K. Riser analysis by means of some finite element approaches. In **19th - International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, New Orleans - USA. 2000.**

MORINI, R.G. **Método dos elementos finitos posicional aplicado à análise estática de risers.** 2009. Master Thesis. Universidade Estadual de Campinas.

MOSSA, M. and POLLIO, A. Flexible riser behaviour investigation using two models of internal slug flow regimes. In **9th International Conference on Fluid Control, Measurements and Visualization - FLUCOME, Tallahassee, Florida. 2007.**

MOURELLE, M.M.; GONZALEZ, E.C.; SIQUEIRA, M.Q.; SAGRILO, L.V.S. and DANTAS, C.M.S. **Manual Teórico do Programa Anflex.** Versão 5.7, 2001.

NAKAJIMA, T.; MOTORA, S. and FUJINO, M. On the dynamic analysis of multi-component mooring lines. In **OTC. Houston, Texas, 14th Annual offshore technology conference: 105-110. 1982.**

ORCINA. **OrcaFlex Manual.** Version 9.7a, 2013.

PATEL, M.H. and SEYED, F.B. Review of flexible riser modelling and analysis techniques. **Engineering Structures**, v. 17, No. 4, 293 – 304, 1995.

PATEL, M.H. and WITZ, J.A. **Compliant Offshore Structures.** Butterworth Heinemann, Oxford,UK, 1991.

POLLIO, A.; LANGLEY, R.L.; LOW, Y.M.; MARANO, G.C. and MOSSA, M. A comparison of time domain and frequency domain analysis of a flexible marine riser undergoing large deformations by using a lumped mass approach. In **International Offshore and Polar Engineering Conference, San Francisco, California, USA. 2006.**

POLLIO, A. and MOSSA, M. A comparison between two simple models of a slug flow in a long flexible marine riser, 2009. Cornell University, Ithaca, Nueva York, Estados Unidos.

RAMAN-NAIR, W. and BADDOUR, R. Three-dimensional dynamics of a flexible marine riser undergoing large elastic deformations. **Multibody System Dynamics**, v. 10, 393 – 423, 2003.

RAMAN-NAIR, W. and WILLIAMS, C. Vortex-induced response of a long flexible marine riser in a shear current. In **International Symposium on Technology of Ultra Deep Ocean Engineering, Tokyo, Japan**. 2005.

SILVEIRA, E.S.S. **Análise dinâmica de linhas de ancoragem com adaptação no tempo e subciclagem**. 2001. PhD Thesis. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

SILVEIRA, E.S.S.; MARTHA, L.F.; MENEZES, I.F. and MASETTI, I.Q. Um sistema computacional integrado para análise dinâmica não-linear geométrica de linhas de ancoragem. In **XXI Congresso Ibero Latino Americano sobre Métodos Computacionais em Engenharia - CILAMCE, Rio de Janeiro, Brasil**. 2000.

SILVEIRA, L.M.Y. and MARTINS, C.A. A numerical method to solve the static problem of a catenary riser. In **23rd International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Volume 1, Vancouver, British Columbia, Canada**. 2004.

SUN, L. and QI, B. Global analysis of a flexible riser. **Marine Science and Application**, v. 10, 478 – 484, 2011.

VAN DEN BOOM, H. Dynamic behaviour of mooring lines. In **Behaviour of Offshore Structures, Proceedings of the 4th International Conference., Delft, Neth, Elsevier Science Publishers BV (Developments in Marine Technology, v 2)**. 1985.

ZHAOHUA, F. and COOK, R.D. Beam elements on two-parameter elastic foundation. **Engineering Mechanics**, v. 109(6), 1390 – 1402, 1983.

A Gerador de malha para catenárias

Para a análise estática não linear de *risers*, foi implementada um gerador de malha de elementos do *riser* usando a equação de catenária para cabos. Como resultado, depois da geração da malha do elemento de *riser*, obtêm-se duas matrizes que caracterizam a malha, a matriz de coordenadas dos nós e a matriz de incidências dos elementos.

A.1 Equação de catenária

A equação de catenária descreve a posição de equilíbrio de um cabo perfeito, sem rigidez a flexão, suspenso por suas extremidades e submetido apenas à força da gravidade.

As variáveis que influem na equação da catenária são: projeção horizontal S_x , projeção vertical S_y e o comprimento da linha S , conforme mostrado na Figura A.1.

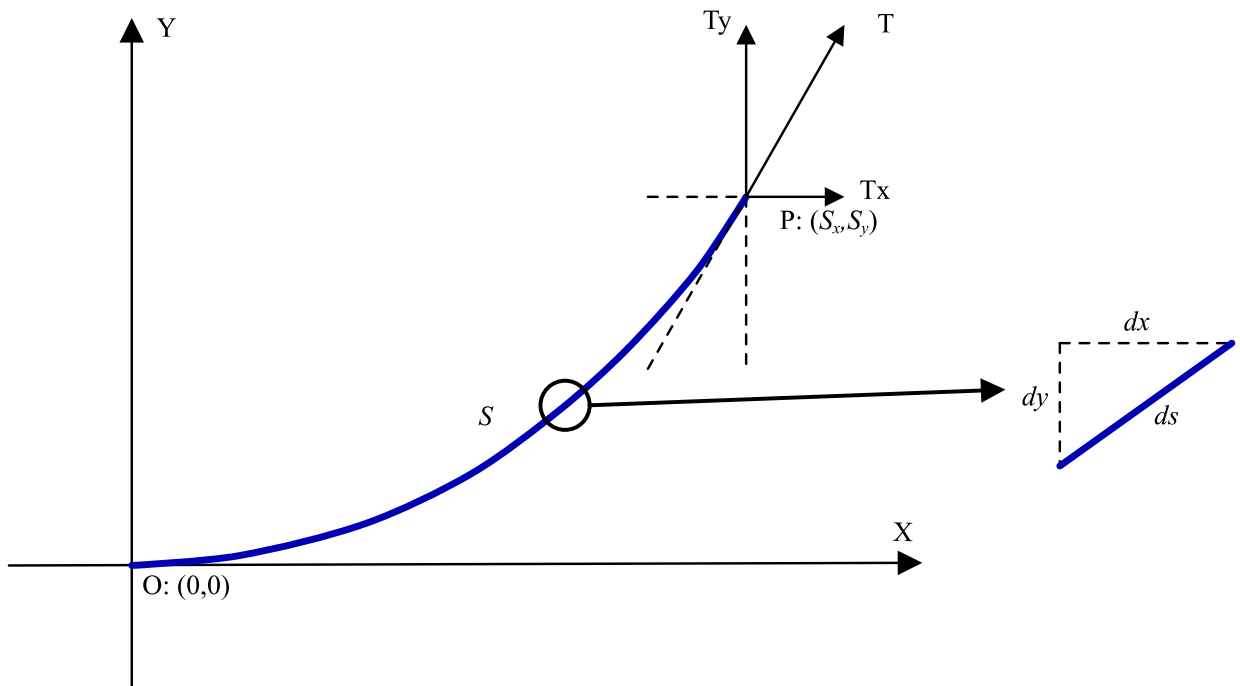


Figura A.1: Definição de da geometria e das forças que atuam sobre um elemento do cabo

Em qualquer ponto do cabo considera-se que a força axial T é orientada segundo a tangente da curva. Em consequência uma relação entre as forças e a inclinação da curva pode ser estabelecida como seguinte:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{T_y}{T_x} = y' \quad (\text{A.1})$$

sendo T_x e T_y as componentes horizontal e vertical da tração do cabo respetivamente.

O esforço axial de tração é diferente em cada seção transversal ao longo do comprimento S , ao passo que a componente horizontal T_x se mantém constante, e portanto a componente vertical para qualquer ponto P ao longo do cabo é dado por:

$$T_y = \rho_r g s \quad (\text{A.2})$$

sendo ρ_r a massa por unidade de comprimento da linha, g é a aceleração gravitacional e s é comprimento de um arco para um ponto P qualquer ao longo do cabo.

Para um elemento infinitesimal da linha, considera-se um elemento com comprimento ds sendo mostrado na Figura A.1, é dado por:

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} \quad (\text{A.3})$$

ou escrevendo de outra forma,

$$ds = \sqrt{1 + y'^2} dx \quad (\text{A.4})$$

para qualquer ponto P na linha, pode-se calcular o comprimento do cabo integrando-se a equação (A.4), isto é:

$$s = \int_0^x \sqrt{1 + y'^2} dx \quad (\text{A.5})$$

Substituindo a equação (A.5) na equação (A.2), e o resultado na equação (A.1), tem-se:

$$\frac{\rho_r g}{T_x} \int_0^x \sqrt{1 + y'^2} dx = y' \quad (\text{A.6})$$

Resolvendo a equação diferencial (A.6), tem-se a equação da catenária:

$$y = \frac{1}{\mu} \cosh(\mu x) - \frac{1}{\mu} \quad (\text{A.7})$$

sendo

$$\mu = \frac{\rho_r g}{T_x} \quad (\text{A.8})$$

onde μ é o parâmetro da catenária.

Considerando-se um ponto P fixo com coordenadas (S_x, S_y) pode-se reescrever a equação (A.7) da seguinte forma:

$$\mu S_y + 1 = \cosh(\mu S_x). \quad (\text{A.9})$$

Substituindo a equação (A.2) e a derivada da equação (A.7) na equação (A.1), tem-se:

$$\mu S = \sinh(\mu S_x). \quad (\text{A.10})$$

Pela relação trigonométrica hiperbólica da diferença dos quadrados das funções \cosh e \sinh , definidos nas equações (A.9) e (A.10), tem-se:

$$(\mu S_y + 1)^2 - (\mu S)^2 = 1, \quad (\text{A.11})$$

resolvendo a equação (A.11), tem-se uma relação entre os parâmetros geométricos da linha, como se segue:

$$\mu = \frac{2S_y}{S^2 - S_y^2} \quad (\text{A.12})$$

Assim, com a equação (A.12) a catenária não depende das propriedades ou propriedades

mecânicas da linha, podendo-se determinar a partir de S e S_y ou seja apenas parâmetros geométrico a posição geométrica de todos os pontos de uma catenária. Assim a catenária é definido por:

$$y = \frac{S^2 - S_y^2}{2S_y} \cosh \left(\frac{2S_y}{S^2 - S_y^2} x \right) - \frac{S^2 - S_y^2}{2S_y} \quad (\text{A.13})$$

A partir da equação (A.13) pode-se obter a projeção horizontal S_x em função dos outros parâmetros geométricos da linha, conforme a expressão abaixo:

$$S_x = \frac{S^2 - S_y^2}{2S_y} \cosh^{-1} \left(\frac{S^2 + S_y^2}{S^2 - S_y^2} \right) \quad (\text{A.14})$$

Tendo os parâmetros geométricos da linha pode-se calcular a catenária, assim foi criado o gerador da malha para o presente estudo.

A.2 Implementação da malha

Para gerar a malha do *riser*, deve-se ter os parâmetros geométricos da estrutura: projeção horizontal S_y , projeção vertical S_x , comprimento S e número de elementos.

A primeira opção é dividir a projeção horizontal S_x na quantidade do elemento a analisar o *riser*, obteve-se as coordenada do eixo X da estrutura, isto permitiu calcular as coordenada do eixo Y com a equação (A.13), gerando assim a matriz de coordenadas. Esta matriz mostra as ordenadas de cada nó, sendo a primeira coluna o número de nó, a segunda coluna a coordenada do eixo X e a terceira coluna a coordenada do eixo Y .

A segunda opção é obter a matriz de incidências, em função da matriz de coordenadas. A matriz de incidência mostra os nós que estão contidos em cada elemento.