



Felipe Bertelli

Modelagem Numérica e Análise Experimental de Parâmetros Térmicos e Microestruturais na Solidificação Radial de Ligas Binárias

120/2012

CAMPINAS

2012



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

FELIPE BERTELLI

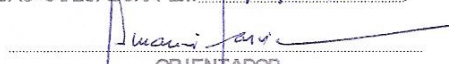
Modelagem Numérica e Análise Experimental de Parâmetros Térmicos e Microestruturais na Solidificação Radial de Ligas Binárias

Orientador: Professor Dr. Amauri Garcia

Co-orientador: Professor Dr. Noé Cheung

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica, na área de Materiais e Processos de Fabricação.

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR FELIPE BERTELLI
E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 31/10/2012


ORIENTADOR

CAMPINAS

2012

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE UNICAMP

B461m	<p>Bertelli, Felipe Modelagem numérica e análise experimental de parâmetros térmicos e microestruturais na solidificação radial de ligas binárias / Felipe Bertelli. --Campinas, SP: [s.n.], 2012.</p> <p>Orientador: Amauri Garcia Coorientador: Noé Cheung. Tese de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.</p> <p>1. Solidificação. 2. Modelagem. 3. Propriedades térmicas. 4. Metais. 5. Calor - Transferência. I. Garcia, Amauri, 1949-. II. Cheung, Noé. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. IV. Título.</p>
-------	---

Título em Inglês: Numerical modeling and experimental analysis of thermal and microstructural parameters in the radial solidification of binary alloys

Palavras-chave em Inglês: Solidification, Modeling, Thermal properties, Metals, Heat - Transfer

Área de concentração: Materiais e Processos de Fabricação

Titulação: Doutor em Engenharia de Materiais

Banca examinadora: Carlos de Moura Neto, Cecília Amélia de Carvalho Zavaglia, Cláudio Alves de Siqueira Filho, Maria Clara Filippini Ierard

Data da defesa: 31-10-2012

Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MATERIAIS

TESE DE DOUTORADO

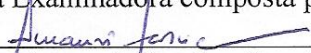
Modelagem Numérica e Análise Experimental de
Parâmetros Térmicos e Microestruturais na
Solidificação Radial de Ligas Binárias

Autor: Felipe Bertelli

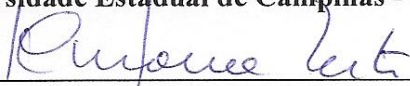
Orientador: Professor Dr. Amauri Garcia

Co-orientador: Professor Dr. Noé Cheung

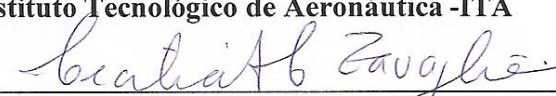
A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Tese:



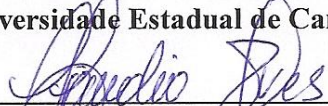
Prof. Dr. Amauri Garcia – Presidente
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP



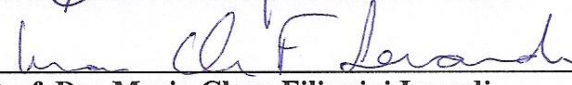
Prof. Dr. Carlos de Moura Neto
Instituto Tecnológico de Aeronáutica -ITA



Prof. Dra. Cecília Amélia de Carvalho Zavaglia
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP



Prof. Dr. Cláudio Alves de Siqueira Filho
Universidade Federal da Paraíba - UFPB



Prof. Dra. Maria Clara Filippini Ierardi
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP

Campinas, 31 de outubro de 2012

Dedico este trabalho à memória de meu pai Daniel Bertelli, a minha querida mãe Alice Maria Bertelli e a toda minha família, base de minha formação.

Agradecimentos

A Deus, pelo dom da minha vida e pela iluminação de meus caminhos.

Ao Prof. Dr. Amauri Garcia, pela confiança em mim depositada desde o mestrado até o presente momento, por sua orientação, dedicação e incentivo dados durante todo meu doutorado. Agradeço ainda por sua amizade, exemplo de trabalho e pessoa na qual me inspirei em minha formação.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo que permitiu o desenvolvimento deste trabalho pela concessão da minha bolsa de estudos e pelo financiamento dos equipamentos utilizados.

Ao amigo e coorientador Dr. Noé Cheung, pelo companheirismo e pelos conselhos e conhecimentos transmitidos, que me ajudaram a ter uma melhor visão em todos os trabalhos desenvolvidos durante todo doutorado.

A minha namorada Fernanda Silveira Rocha, presente ao meu lado em todos os momentos de alegria e, principalmente, nos momentos de dificuldades.

Aos meus avós Osmar e Luíza, às minhas irmãs Cristiane e Juliana, cunhados Rafael e Marcos, sobrinhas Ana Luiza, Manuela, Gabriela, Rafaela e a nova integrante da família Letícia que, mesmo distantes fisicamente, me motivaram e incentivaram e foram fontes de minha inspiração.

Às minhas amigas Elisangela dos Santos Meza e Débora de Jesus Bezerra, pelos dias incansáveis de trabalhos ao longo desta jornada nas intensas discussões e sugestões nos trabalhos desenvolvidos em conjunto.

Às professoras Dra. Maria Clara Filippini Ierardi e Dra. Cecília Zavaglia, pela disponibilidade e ajuda no Laboratório de Biomateriais, indispensável na obtenção de alguns dos resultados deste trabalho. Agradeço o auxílio e atenção durante a execução em parte dos trabalhos.

Aos membros do Grupo de Pesquisa em Solidificação, pelas possibilidades científicas geradas e pelo companheirismo da equipe.

Aos funcionários da FEM-CPG, pela ajuda nos momentos necessários e maneira gentil que sempre me trataram;

À Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) pelo Programa de Pós-Graduação e pela oportunidade;

Aos técnicos do Laboratório do Departamento de Engenharia de Materiais, pelas orientações na preparação das amostras e disponibilidades.

À sociedade brasileira que converte parte de seu trabalho nos impostos que dão suporte aos Programas de Pós-Graduação e às bolsas de estudos, contribuindo para a formação de recursos humanos de alto nível, imprescindíveis para o desenvolvimento de nosso País.

Meus sinceros agradecimentos!

“A ciência, como um todo, não é nada mais do que um refinamento do pensar diário”
(*Albert Einstein, Philosophical Library, 1950*).

Resumo

A análise do comportamento térmico em um sistema metal/molde cilíndrico durante a solidificação é de interesse tanto teórico quanto industrial. A determinação precisa da velocidade a que o metal se solidifica e a distribuição do campo de temperaturas dentro do metal é de suma importância para a otimização e o controle de processos de fundição. Modelos numéricos são amplamente utilizados, tendo em vista a simulação do processo de solidificação em inúmeras áreas, incluindo o vazamento, a soldagem, o crescimento de cristais e o processamento a laser. A simulação numérica de peças cilíndricas fundidas só pode produzir informações corretas se as condições de térmicas de fronteira, tais como o coeficiente transitório de transferência de calor metal/molde (h), e outros parâmetros térmicos como velocidade de solidificação e taxa de resfriamento forem conhecidos com precisão. Apesar da importância do parâmetro h para a fundição de peças cilíndricas, as informações disponíveis na literatura são escassas. No presente trabalho foram desenvolvidos um modelo numérico para análise da solidificação radial em geometrias cilíndricas e um extenso estudo experimental abrangendo a solidificação de ligas binárias em sistemas de extração de calor radial, nas posições horizontal e vertical, no formato de cilindros maciços solidificados de fora para dentro e cilindros ocos solidificados de dentro para fora. Ligas com propriedades térmicas e com intervalos de solidificação bastante distintos foram escolhidas para o estudo experimental. O modelo numérico desenvolvido foi aferido frente a resultados experimentais da cinética de solidificação de ligas binárias dos dois diferentes sistemas metálicos adotados (Al-Fe e Pb-Sb) e também confrontado com as previsões de um modelo analítico. Para determinação do coeficiente transitório (h), utilizou-se o método inverso de análise de condução de calor. Como resultado, os perfis transitórios em função do tempo, $h(t)$, foram obtidos por uma expressão da forma $h = a.t^{\pm m}$, em que (-) refere-se à solidificação de fora para dentro e (+) refere-se a solidificação de dentro para fora com um molde interno. A análise das resistências térmicas mostrou que em alguns sistemas de solidificação, a resistência térmica à transferência de calor imposta pela camada de sólido formada durante o processo de solidificação é determinante a partir de um determinado instante da solidificação. Os altos valores de taxas de

resfriamento e velocidades de deslocamento da frente de solidificação, impostos pelo sistema de extração de calor radial geraram, para o caso das ligas do sistema Pb-Sb, microestruturas de solidificação dendríticas, mesmo com baixos teores de soluto na concentração nominal das ligas. Os resultados da evolução microestrutural mostraram que os espaçamentos dendríticos na solidificação radial de fora para dentro acompanham a tendência de reversão observada para a velocidade de deslocamento da isoterma *liquidus* da superfície ao centro do cilindro.

Palavras-chave: solidificação, modelagem e simulação computacional, ligas binárias, propriedades térmicas.

Abstract

The analysis of the thermal behavior in a cylindrical metal/mold system during solidification is of both theoretical and industrial interest. The determination of the rate at which a metal solidifies and of temperature distribution is significant for optimization and control of casting processes. Numerical models are widely used in order to simulate the solidification process in a number of fields including casting, welding, crystal growing and laser processing. The numerical simulation of cylindrical castings can only produce reliable information if the thermal boundary conditions, such as the metal/mold heat transfer coefficient (h), and thermal parameters, such as growth and cooling rates, are known accurately. Despite the importance of h for cylindrical shaped castings, information available in the literature is meager. In the present study, a numerical model for the analysis of radial solidification of cylindrical shaped castings has been developed followed by an extensive experimental study encompassing horizontal and vertical cylindrical shaped castings involving radial heat transfer and including combination of situations of hollow and massive cylindrical castings inwardly and outwardly solidified. Alloys having quite different thermal properties and freezing ranges have been selected for the experimental study. The numerical model has been validated against experimental results of the kinetics of solidification of binary alloys from the adopted metallic systems (Al-Fe and Pb-Sb), as well as by comparison with theoretical predictions provided by an analytical model. An inverse heat conduction method has been used to derive time-varying heat transfer coefficients. It is shown that the $h(t)$ profiles are given by an expression of the form $h = a \cdot t^{\pm m}$, where $(-)$ refers to the inward solidification and $(+)$ to the outward solidification against an inner mold. The analysis of the thermal resistance revealed that in some solidification systems, the resistance to heat transfer imposed by the solid layer formed during the solidification process prevailed from a certain moment of solidification. The high values of cooling rates and solidification rates imposed by heat extraction in radial cylindrical geometries induced, for Pb-Sb alloys, a dendritic solidification pattern even for low alloying contents. The evolution of dendritic spacings during

the inward solidification followed a reversion, which is similar to that shown to occur for the rate of displacement of the liquidus isotherm from the casting surface to the center of the cylinder.

Keywords: solidification, modeling and computational simulation, binary alloys, thermal properties.

Lista de Figuras

Figura 1.1: Macrografia da seção transversal de um lingote de Al-Si obtido por lingotamento contínuo horizontal [Souza et al, 2002].....	2
Figura 1.2: Superfície de um lingote obtido por LCH, mostrando as marcas de evidência do ciclo de puxamento do processo [Souza, 1997].	3
Figura 1.3: Macroestruturas típicas de lingotes obtidos por LCH: (a) 5,0 cm/min, (b) 7,5 cm/min, (c) 10 cm/min e (d) 15 cm/min [Hadden e Indyk, 1979]	3
Figura 1.4: Representações esquemáticas típicas de solidificação radial em sistemas cilíndricos.	5
Figura 1.5: Esquema do sistema de lingotamento contínuo: (1) panela intermediária, (2) agitador eletromagnético, (3) manga de refrigeração de cobre, (4) molde de grafite, (5) tarugo circular e (6) sistema de puxamento [Sha, 2011].	6
Figura 1.6: Malha tridimensional utilizada para simulação numérica computacional: (1) tarugo circular de cobre, (2) agitador eletromagnético, (3) molde de grafite, (4) manga de refrigeração de cobre [Sha, 2011].....	7
Figura 1.7: Diferentes campos de temperatura em uma mesma posição: (a) sem agitação magnética e (b) com agitação magnética [Sha, 2011]	7
Figura 1.8: Diferentes estruturas de solidificação: (a) sem a indução do campo magnético e (b) com indução [Zhiming, 2011].....	8
Figura 1.9: Aparato experimental para obtenção de tubos de cobre por meio de lingotamento contínuo vertical (medidas em mm). Adaptado de Rodríguez [1999].	9
Figura 1.10: Macrografias da seção transversal de tubos de cobre obtidos por lingotamento contínuo com diferentes tamanhos de mandril [Rodríguez, 1999].....	9
Figura 2.1: Elementos de referência para os sistemas de solidificação radial.	15
Figura 2.2: Esquema representativo do perfil de temperatura de um elemento de volume em um sistema metal/molde refrigerado.	15

Figura 2.3: Comparação de curvas de resfriamento obtidas para os diferentes modos de liberação de calor – Al-4,5% Cu – gráfico adaptado [Chen, 1990].	21
Figura 2.4: Comparação de curvas de resfriamento obtidos para os diferentes modos de liberação de calor – Aço 1% Cr - gráfico adaptado [Chen, 1990].	21
Figura 2.5: Diagrama esquemático mostrando comparativamente as formas real, Scheil e Scheil truncado – adaptado [Flood, 1987].	23
Figura 2.6: Gráficos da posição da linha <i>solidus</i> em relação ao tempo durante a solidificação da liga Al-4,5% Cu – adaptado [McCartney, 1988]: (a) caso considerando super-resfriamento; (b) caso sem considerar super-resfriamento.	23
Figura 2.7: Dinâmica de formação do <i>gap</i> na interface metal/molde – adaptado [Loulou, 1999].	25
Figura 2.8: Vista superior e seção transversal do aparato de medição do deslocamento da parede solidificada na interface interna. Adaptado de Lee et al [Lee, 1998]	26
Figura 2.9: Sumário dos coeficientes de transferência de calor para várias ligas e revestimentos: (a) interface externa e (b) interna de um cilindro oco solidificado radialmente de dentro para fora. (G) e (W) representam o revestimento da interface com material grafite e branco, respectivamente. Adaptado de Lee et al [Lee, 1998].	27
Figura 2.10: Medições do deslocamento radial para solidificação das ligas: (a) Al-13%Si e (b) Al-7%Si-0,3%Mg [Kron, 2004].	28
Figura 2.11: Molde cilíndrico com furo central, indicando o posicionamento dos termopares T_n . Adaptado de [Susac, 2010].	29
Figura 2.12: Coeficiente de transferência de calor na interfaces metal/furo central e metal/molde. Adaptado de [Susac, 2010].	30
Figura 2.13: Deslocamento das paredes interna do molde e externa da liga, evidenciando um aumento da camada de ar (<i>gap</i>). Adaptado de [Susac, 2010].	30
Figura 2.14: Fluidez no sistema Sn-Pb. Adaptado de [Ragone et al, 1956]	32
Figura 2.15: Evolução da resistência térmica em função do tempo nos instantes iniciais do processo de solidificação para estanho, chumbo e zinco [Lolou et al, 1999b].	33
Figura 2.16: Exemplo esquemático mostrando a diferença entre os Métodos Direto e Indireto	36

Figura 2.17: Resistências térmicas do sistema lingote/molde para geometrias cilíndricas côncava e convexa, respectivamente.	37
Figura 2.18: Desenho esquemático mostrando um gráfico dos deslocamentos das isotermas <i>solidus</i> e <i>liquidus</i> ao longo de um elemento de volume de comprimento L: T_L - isoterma <i>liquidus</i> ; T_s - isoterma <i>solidus</i>	39
Figura 2.19: Desenho esquemático mostrando um gráfico da velocidade em função da posição e os deslocamentos das isotermas <i>solidus</i> e <i>liquidus</i> ao longo de um elemento de volume L: T_L - isoterma <i>liquidus</i> ; T_s - isoterma <i>solidus</i>	40
Figura 2.20: Desenho esquemático mostrando um gráfico do gradiente de temperatura à frente da isoterma <i>liquidus</i> em função da posição.	41
Figura 2.21: Diagrama de equilíbrio do sistema Pb-Sn: (a) composição C1- Estrutura α , (b) composição C2- Estrutura $\alpha + \beta$, (c) composição C2 -estrutura eutética.[Callister, 2000].	43
Figura 2.22: Esquema da estrutura de um lingote com extração de calor radial indicando as zonas coquilhada, colunar e equiaxial [Souza, 2004].	45
Figura 2.23: Representação esquemática de uma microestrutura de solidificação.	46
Figura 2.24: Representação dos espaçamentos celulares (λ_c), espaçamentos dendríticos primários (λ_1), secundários (λ_2) e terciários (λ_3).	47
Figura 3.1: Desenho esquemático de três sistemas de solidificação: unidirecional ascendente, radial <i>outward</i> e radial <i>inward</i> , respectivamente.	53
Figura 3.2: Representação de elementos de malha de um sistema.	54
Figura 3.3: Representação de uma derivada de avanço de uma função $T=f(x)$	56
Figura 3.4: Representação de uma derivada de avanço de uma função $T=f(x)$	57
Figura 3.5: Representação geométrica da Diferença Finita Central	58
Figura 3.6: Fluxo de energia em um nó “i” de uma malha com volume $\Delta x.\Delta y.\Delta z$	59
Figura 3.7: Esquema de balanço de energia para um elemento de malha i.	59
Figura 3.8: Visualização das coordenadas cilíndricas.	62
Figura 3.9: Balanço de energia em coordenadas cilíndricas.	65
Figura 3.10: Desenho esquemático do processo de solidificação radial <i>inward</i>	68
Figura 3.11: Desenho esquemático do balanço térmico nos elemento $i = 0$ e $i = m$ e da divisão da malha em “m” elementos no sistema de solidificação radial <i>inward</i>	69

Figura 3.12: Efeito do tamanho de malha espacial sobre a oscilação da curva de resfriamento para a solidificação da liga Pb-0,5%Sb na posição a 12 mm da interface metal/molde.	73
Figura 3.13: Efeito do tamanho de malha de tempo sobre a oscilação da curva de resfriamento para a solidificação da liga Pb-0,5%Sb na posição a 12 mm da interface metal/molde.	74
Figura 3.14: Desenho esquemático do processo de solidificação radial <i>inward</i>	75
Figura 3.15: Desenho esquemático do balanço térmico nos elemento $i = 0$ e $i = m$ e da divisão da malha em “m” elementos no sistema de solidificação radial <i>inward</i>	76
Figura 3.16: Esquema do funcionamento do Método de Dusenberre para o fenômeno da solidificação.	81
Figura 4.1: Fluxograma dos procedimentos experimentais em paralelo com o procedimento numérico.	83
Figura 4.2: Diagrama de fases parcial em equilíbrio do sistema Al-Fe.	86
Figura 4.3: Diagrama de fases parcial em equilíbrio do sistema Pb-Sb.	87
Figura 4.4: Sistema de aquecimento com a lingoteira cilíndrica horizontal.	90
Figura 4.5: Lingoteira em aço inoxidável.	90
Figura 4.6: Forno resistivo sem e com a lingoteira, respectivamente.	91
Figura 4.7: Controlador eletrônico de temperatura em conjunto com o sistema de aquecimento com a lingoteira.	91
Figura 4.8: Dimensões da lingoteira horizontal.	92
Figura 4.9: Sistema de aquecimento da lingoteira cilíndrica vertical.	93
Figura 4.10: Controlador eletrônico de temperatura ligado ao forno resistivo.	94
Figura 4.11: (a) Cilindro/molde, (b) cilindro externo, (c) lingoteira montada	94
Figura 4.12: (a) Forno resistivo e (b) aparato montado.	95
Figura 4.13: Dimensões da lingoteira e do sistema de refrigeração.	96
Figura 4.14: Sistema de aquecimento com a lingoteira cilíndrica vertical e o tubo central de refrigeração.	97
Figura 4.15: (a) componentes da lingoteira, (b) a lingoteira montada e (c) a lingoteira dentro do forno devidamente isolada.	98
Figura 4.16: Dimensões do conjunto lingoteira/ sistema de refrigeração.	99

Figura 4.17: Guia de termopares na lingoteira do sistema de solidificação <i>inward</i> horizontal.....	101
Figura 4.18: Esquema do posicionamento inicial dos termopares dentro do metal líquido para o sistema de solidificação <i>inward</i> horizontal.....	101
Figura 4.19: Guia de termopares na lingoteira do sistema de solidificação <i>inward</i> vertical: a) guia acoplada à lingoteira, b) termopares inseridos na guia e c) termopares inseridos na liga.	102
Figura 4.20: Esquema do posicionamento inicial dos termopares dentro do metal líquido para o sistema de solidificação <i>inward</i> vertical.....	102
Figura 4.21: Guia de termopares na lingoteira do sistema de solidificação <i>outward</i> vertical e esquema do posicionamento inicial dos termopares dentro do metal líquido para o sistema de solidificação <i>outward</i> vertical.	103
Figura 4.22: Esquema do corte transversal do lingote para análise macrográfica, para o sistema <i>inward</i> horizontal.....	104
Figura 4.23: Esquema do corte transversal do lingote para análise macrográfica, para o sistema <i>inward</i> vertical.....	105
Figura 4.24: Esquema do corte transversal do lingote para análise macrográfica, para o sistema <i>outward</i>	105
Figura 4.25: Posições das amostras retiradas para análise micrográfica transversal no sistema <i>inward</i> horizontal.....	106
Figura 4.26: Posições das amostras retiradas para análise micrográfica transversal no sistema <i>inward</i> vertical.....	107
Figura 4.27: Amostras retiradas para análise da micrográfica transversal.	107
Figura 4.28: Microscópio óptico Neophot – 32.....	108
Figura 4.29: Representação para medidas dos espaçamentos (a) celulares e (b) dendríticos primários, utilizando-se o método do triângulo [Gündüz 2002].	109
Figura 5.1: (a) Lingote formado pela solidificação <i>outward</i> e (b) seção transversal para obtenção das macrografias de solidificação.	112
Figura 5.2: Macrografias para solidificação radial <i>outward</i> das ligas(a) Al-0,5%Fe e (b) Al-1,5%Fe indicando o crescimento radial de grãos colunares.....	112

Figura 5.3: Macrografias para solidificação radial <i>outward</i> das ligas: (a)Pb-0,5%Sb e (b) Pb-1,5%Sb indicando o crescimento radial de grãos colunares.	113
Figura 5.4: Lingote formado pela solidificação radial <i>inward</i> vertical: (a) desmoldado e (b) seção transversal para obtenção da macrografia.....	113
Figura 5.5: Macrografias para solidificação radial <i>inward</i> vertical das ligas: (a) Al-0,5%Fe indicando crescimento radial dos grãos e (b) Al 1,5%Fe refinada.	114
Figura 5.6: Macrografias para solidificação radial <i>inward</i> vertical das ligas: (a) Pb 0,5%Sb e (b) Pb 1,5%Sb indicando crescimento radial dos grãos.	114
Figura 5.7: (a) Lingote formado pela solidificação radial <i>inward</i> horizontal e (b) seção transversal para obtenção da macrografia.	115
Figura 5.8: Macrografias para a solidificação radial <i>inward</i> horizontal das ligas: (a) Pb-0,5%Sb e (b) Pb-1,5%Sb indicando o crescimento de grãos colunares radiais.	116
Figura 5.9: Espaçamento dendrítico primário em função da posição para a liga Pb-0,5%Sb para o sistema <i>outward</i>	118
Figura 5.10: Espaçamento dendrítico primário em função da posição para a liga Pb-1,5%Sb para o sistema <i>outward</i>	118
Figura 5.11: Espaçamento celular em função da posição para a liga Al-0,5%Fe para o sistema <i>outward</i>	119
Figura 5.12: Espaçamento celular em função da posição para a liga Al-1,5%Fe para o sistema <i>outward</i>	119
Figura 5.13: Espaçamento dendrítico primário em função da posição para a liga Pb-0,5%Sb para o sistema <i>inward</i> vertical.	120
Figura 5.14: Espaçamento dendrítico primário em função da posição para a liga Pb-1,5%Sb para o sistema <i>inward</i> vertical.	120
Figura 5.15: Espaçamento celular em função da posição para a liga Al-0,5%Fe para o sistema <i>inward</i> vertical.	121
Figura 5.16: Espaçamento dendrítico primário em função da posição para a liga Pb-0,5%Sb para o sistema <i>inward</i> horizontal.	121
Figura 5.17: Espaçamento dendrítico primário em função da posição para a liga Pb-1,5%Sb para o sistema <i>inward</i> horizontal.	122

Figura 5.18: Corte na posição relativa à extremidade dos termopares para os sistemas de solidificação: (a) <i>inward</i> horizontal, (b) <i>inward</i> vertical e (c) <i>outward</i> .	128
Figura 5.19: Curvas de resfriamento experimentais e simuladas para a liga Pb 0,5%Sb, solidificada no aparato de solidificação <i>outward</i> .	129
Figura 5.20: Curvas de resfriamento experimentais e simuladas para a liga Pb 1,5%Sb, solidificada no aparato de solidificação <i>outward</i> .	129
Figura 5.21: Curvas de resfriamento experimentais e simuladas para a liga Al 0,5%Fe, solidificada no aparato de solidificação <i>outward</i> .	130
Figura 5.22: Curvas de resfriamento experimentais e simuladas para a liga Al 1,5%Fe, solidificada no aparato de solidificação <i>outward</i> .	130
Figura 5.23: Curvas de resfriamento experimentais e simuladas para a liga Pb 0,5%Sb, solidificada no aparato de solidificação <i>inward</i> vertical.	131
Figura 5.24: Curvas de resfriamento experimentais e simuladas para a liga Pb 1,5%Sb, solidificada no aparato de solidificação <i>inward</i> vertical.	131
Figura 5.25: Curvas de resfriamento experimentais e simuladas para a liga Al 0,5%Fe, solidificada no aparato de solidificação <i>inward</i> vertical.	132
Figura 5.26: Curvas de resfriamento experimentais e simuladas para a liga Pb 0,5%Sb, solidificada no aparato de solidificação <i>inward</i> horizontal.	132
Figura 5.27: Curvas de resfriamento experimentais e simuladas para a liga Pb 1,5%Sb, solidificada no aparato de solidificação <i>inward</i> horizontal.	133
Figura 5.28: Curvas obtidas para o coeficiente transitório de transferência de calor (h_g), para as ligas Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb solidificadas no sistema <i>outward</i> .	134
Figura 5.29: Curvas obtidas para o coeficiente transitório de transferência de calor (h_g), para as ligas Al-0,5%Fe e Al-1,5%Fe solidificadas no sistema <i>outward</i> .	134
Figura 5.30: Curvas obtidas para o coeficiente transitório de transferência de calor (h_g) para as ligas Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb solidificadas no sistema <i>inward</i> vertical.	135
Figura 5.31: Curvas obtidas para o coeficiente transitório de transferência de calor (h_g) para as ligas Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb solidificadas no sistema <i>inward</i> horizontal.	136
Figura 5.32: Curvas obtidas para o coeficiente transitório de transferência de calor (h_g) para as ligas Al-0,5%Fe solidificada nos sistemas <i>inward</i> vertical e <i>outward</i> .	137

Figura 5.33: Curvas obtidas para o coeficiente transitório de transferência de calor (h_g), para a liga Pb-0,5%Sb solidificada nos três sistemas de solidificação.....	137
Figura 5.34: Curvas obtidas para o coeficiente transitório de transferência de calor (h_g), para a liga Pb-1,5%Sb solidificada nos três sistemas de solidificação.....	138
Figura 5.35: Deslocamento da isoterma <i>liquidus</i> no sistema <i>outward</i> , para as ligas Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb.....	139
Figura 5.36: Deslocamento da isoterma <i>liquidus</i> no sistema <i>outward</i> , para as ligas Al-0,5%Fe e Al-1,5%Fe.	140
Figura 5.37: Deslocamento da isoterma <i>liquidus</i> no sistema <i>inward</i> , vertical para as ligas Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb.	141
Figura 5.38: Deslocamento da isoterma <i>liquidus</i> no sistema <i>inward</i> , vertical para as ligas Pb-0,5%Sb comparada com o modelo analítico [Garcia, 1978].....	141
Figura 5.39: Deslocamento da isoterma <i>liquidus</i> no sistema <i>inward</i> vertical para a liga Al-0,5%Fe comparada com o modelo analítico [Garcia, 1978].	142
Figura 5.40: Deslocamento da isoterma <i>liquidus</i> no sistema <i>inward</i> horizontal, para as ligas Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb.....	143
Figura 5.41: Deslocamento da isoterma <i>liquidus</i> no sistema <i>inward</i> horizontal, para a liga Pb-0,5%Sb, comparada com o modelo analítico [Garcia, 1978].....	143
Figura 5.42: Evolução das resistências newtoniana e sólida para a liga Pb-0,5%Sb, para o sistema de solidificação <i>outward</i>	145
Figura 5.43: Evolução das resistências newtoniana e sólida para a liga Pb-1,5%Sb, para o sistema de solidificação <i>outward</i>	145
Figura 5.44: Evolução das resistências newtoniana e sólida para a liga Al-0,5%Fe, para o sistema de solidificação <i>outward</i>	146
Figura 5.45: Evolução das resistências newtoniana e sólida para a liga Al-1,5%Fe, para o sistema de solidificação <i>outward</i>	146
Figura 5.46: Evolução das resistências newtoniana e sólida para a liga Pb-0,5%Sb, para o sistema de solidificação <i>inward</i> vertical	147
Figura 5.47: Evolução das resistências newtoniana e sólida para a liga Pb-1,5%Sb, para o sistema de solidificação <i>inward</i> vertical	147

Figura 5.48: Evolução das resistências newtoniana e sólida para a liga Al-0,5%Fe, para o sistema de solidificação <i>inward</i> vertical.....	148
Figura 5.49: Evolução das resistências newtoniana e sólida para a liga Pb-0,5%Sb para o sistema de solidificação <i>inward</i> horizontal	148
Figura 5.50: Evolução das resistências newtoniana e sólida para a liga Pb-1,5%Sb, para o sistema de solidificação <i>inward</i> horizontal	149
Figura 5.51: Velocidade de deslocamento da isoterma <i>liquidus</i> em função da posição para as ligas Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb, para o sistema de solidificação <i>outward</i>	150
Figura 5.52: Velocidade de deslocamento da isoterma <i>liquidus</i> em função da posição para ligas Al-0,5%Fe e Al-1,5%Fe, para o sistema de solidificação <i>outward</i>	150
Figura 5.53: Velocidade de deslocamento da isoterma <i>liquidus</i> em função da posição para as ligas Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb, para o sistema de solidificação <i>inward</i> vertical	151
Figura 5.54: Velocidade de deslocamento da isoterma <i>liquidus</i> em função da posição para a liga Pb-0,5%Sb, para o sistema de solidificação <i>inward</i> vertical, comparada com o modelo analítico [Garcia, 1978].	151
Figura 5.55: Velocidade de deslocamento da isoterma <i>liquidus</i> em função da posição para a liga Al-0,5%Fe, para o sistema de solidificação <i>inward</i> vertical, comparada com o modelo analítico [Garcia, 1978].	152
Figura 5.56: Velocidade de deslocamento da isoterma <i>liquidus</i> em função da posição das ligas Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb, para o sistema de solidificação <i>inward</i> horizontal	152
Figura 5.57: Velocidade de deslocamento da isoterma <i>liquidus</i> em função da posição para a liga Pb-0,5%Sb, para o sistema de solidificação <i>inward</i> horizontal, comparada com o modelo analítico [Garcia, 1978].	153
Figura 5.58: Taxa de resfriamento em função da posição para a liga Pb-0,5%Sb no sistema <i>outward</i>	155
Figura 5.59: Taxa de resfriamento em função da posição, para a liga Pb-1,5%Sb no sistema <i>outward</i>	155
Figura 5.60: Taxa de resfriamento em função da posição, para a liga Al-0,5%Fe no sistema <i>outward</i>	156

Figura 5.61: Taxa de resfriamento em função da posição, para a liga Al-1,5%Fe no sistema <i>outward</i>	156
Figura 5.62: Taxa de resfriamento em função da posição, para a liga Pb-0,5%Sb no sistema <i>inward</i> vertical, comparada com o modelo analítico [Garcia, 1978].	157
Figura 5.63: Taxa de resfriamento em função da posição, para a liga Pb-1,5%Sb no sistema <i>inward</i> vertical.	157
Figura 5.64: Taxa de resfriamento em função da posição, para a liga Al-0,5%Fe no sistema <i>inward</i> vertical, comparada com o modelo analítico [Garcia, 1978].	158
Figura 5.65: Taxa de resfriamento em função da posição, para a liga Pb-0,5%Sb para o sistema <i>inward</i> horizontal, comparada com o modelo analítico [Garcia, 1978].	158
Figura 5.66: Taxa de resfriamento em função da posição, para a liga Pb-1,5%Sb no sistema <i>inward</i> horizontal.....	159

Lista de Tabelas

Tabela 2.1: Equações experimentais dos espaçamentos dendríticos secundários (EDS) indicando o fator exponencial e o valor da constante C para diversas ligas metálicas [Garcia, 2001].....	49
Tabela 2.2: Modelos teóricos de crescimento de espaçamentos dendríticos secundários (EDS).....	50
Tabela 4.1: Análise química por fluorescência de raios X dos materiais utilizados na preparação das ligas Al-Fe e Pb-Sb, realizada no Departamento de Engenharia de Materiais da Unicamp (%).....	88
Tabela 4.2: Propriedades termofísicas utilizadas nas análises experimentais das ligas [Goulart, 2009; Rosa, 2008; Termocalc]	110
Tabela 5.1: Micrografias de solidificação para o sistema <i>outward</i>	124
Tabela 5.2: Micrografias de solidificação para o sistema <i>inward</i> vertical.....	125
Tabela 5.3: Micrografias de solidificação para o sistema <i>inward</i> horizontal.	126

Lista de Abreviaturas e Siglas

Letras Latinas

A = área da superfície de troca térmica	$[m^2]$
A_{i+1} = área da superfície de troca térmica na interface posterior ao elemento i	$[m^2]$
A_{i-1} = área da superfície de troca térmica na interface anterior ao elemento i	$[m^2]$
A_m = área de contato com o molde	$[m^2]$
c = calor específico	$[J/kg.K]$
c' = pseudo-calor específico	$[J/kg.K]$
C_0 : composição de soluto da liga	$[\% \text{ em peso}]$
C_1 : constante de proporcionalidade do crescimento dendrítico	$[K.s^{0.5}/m^{0.5}]$
C_L = concentração de soluto no líquido	$[\% \text{ em peso}]$
C_{Lmax} = concentração máxima do líquido interdendrítico	$[\% \text{ em peso}]$
C_S = concentração de soluto no sólido	$[\% \text{ em peso}]$
D = diâmetro do lingote	$[m]$
D_L = difusividade de soluto no líquido	$[m^2/s]$
D_S = difusividade de soluto no sólido	$[m^2/s]$
f_S = fração de sólido em peso	$[\text{adimensional}]$
f_L = fração de líquido em peso	$[\text{adimensional}]$
f_E = fração de eutético em peso	$[\text{adimensional}]$

G = gradiente térmico na fase líquida	[K/m]
G_L = gradiente térmico no líquido junto à isoterma <i>liquidus</i>	[K/m]
H = entalpia	[J]
h_g = coeficiente global de transferência de calor na interface metal/molde	[W/m ² K ¹]
i : número de pontos comparados	[adimensional]
k = condutividade térmica	[W/m.K]
k_L = condutividade térmica no metal líquido	[W/m.K]
$k_{(liga)}$: condutividade térmica da liga	[W/m.K]
$k_{(molde)}$: condutividade térmica do molde	[W/m.K]
k_s = condutividade térmica no metal sólido	[W/m.K]
k_0 = coeficiente de partição de soluto	[adimensional]
$k_{eq(i)}$ = condutividade térmica equivalente no nó i	[W/m.K]
L : calor latente de fusão	[J/kg]
m : a inclinação da linha <i>liquidus</i>	[adimensional]
n : estágio da iteração em diferenças finitas	[adimensional]
p : pressão metalostática	[Pa]
q : fluxo de calor que atravessa a interface metal/molde	[W/m ²]
\dot{q} = geração interna de calor associada ao processo de transformação de fase	[W/m ³]
r = raio do lingote	[m]
R_a = resistência térmica da interface água de refrigeração/molde	[m ² K/W]
R_{ar} = resistência térmica da interface metal/molde (<i>gap</i>)	[m ² K/W]
R_g = resistência térmica global	[m ² K/W]
R_m = resistência térmica da parede do molde	[m ² K/W]

R_{ml} = resistência térmica do metal líquido	[m ² K/W]
R_S = resistência térmica da casca sólida	[m ² K/W]
S = espessura solidificada	[m]
S_L = posição da isoterma <i>liquidus</i>	[m]
S_S = posição da isoterma <i>solidus</i>	[m]
T_i^n = temperatura no elemento i no tempo n	[K]
\dot{T} = taxa de resfriamento do sólido junto a interface sólido/líquido	[K/s]
t = tempo	[s]
T_a = temperatura da água de refrigeração do cilindro	[K]
T_c = temperatura do molde interno na interface molde/metal	[K]
T_{calc} : temperatura calculada	[K]
T_e = temperatura eutética	[K]
T_{exp} : temperatura experimental	[K]
T_f = temperatura de fusão	[K]
T_{if} = temperatura do metal na interface metal/molde	[K]
T_{im} = temperatura do molde na interface metal/molde	[K]
T_m = temperatura do molde externo na interface metal/molde	[K]
T_m = temperatura do molde na interface molde/fluido de refrigeração	[K]
T_p = temperatura da liga na interface liga/molde	[K]
T_L = temperatura <i>liquidus</i>	[K]
T_S = temperatura <i>solidus</i>	[K]
T_v = temperatura de vazamento	[K]
$T_{i,liga}$ = temperatura da liga na interface	[K]

$T_{i,molde}$ = temperatura da interface do molde	[K]
t_{SL} = tempo de passagem da isoterma <i>liquidus</i>	[s]
t_{SS} = tempo de passagem da isoterma <i>solidus</i>	[s]
t_{SL} : tempo local de solidificação	[s]
V_i = volume do elemento de diferenças finitas	[m ³]
$V(t)$ = velocidade de formação do <i>gap</i> de ar	[m/s]
V = velocidade de deslocamento da ponta da dendrita	[m/s]
V_L = velocidade de deslocamento da isoterma <i>liquidus</i> ;	[m/s]
V_S = velocidade de deslocamento da isoterma <i>solidus</i> ;	[m/s]

Letras Gregas

α = constante de Brody-Flemings,	[adimensional]
α' = constante de Clyne-Kurz,	[adimensional]
ϕ = ângulo no sistema de coordenadas cilíndricas	[rad]
Γ : coeficiente de Gibbs-Thomson	[K.m]
λ = constante que controla o avanço da interface sólido/líquido	[K]
ρ = massa específica	[kg/m ³]
λ = espaçamento interdendrítico local	[μ m]
λ_1 = espaçamentos dendríticos primários	[μ m]

λ_2 = espaçamentos dendríticos secundários	[μm]
λ_3 = espaçamentos dendríticos terciários	[μm]
λ_c = espaçamentos celulares	[μm]
ρ_L : massa específica no estado líquido	[kg/m^3]
ρ_p = massa específica no estado pastoso	[kg/m^3]
ρ_s = massa específica no estado sólido	[kg/m^3]
σ_{SL} = tensão superficial sólido/líquido	[N/m]
ΔT = diferença entre as temperaturas de equilíbrio <i>liquidus</i> e <i>solidus</i>	[K]
ΔT = superaquecimento	[K]
σ_T = limite de resistência à tração	[MPa]

Abreviações

ISA = *Instrument Society of America*

LCH = Lingotamento Contínuo Horizontal

LCV = Lingotamento Contínuo Vertical

LVDT = *Linear Variable Differencial Transformer*

MDF = Método de Diferenças Finitas

Subscritos

0 = ambiente

e = eutético

$i - 1$ = nó anterior ao nó “i”

$i + 1$ = nó posterior ao nó “i”

L = *liquidus*

M = molde

S = *solidus*

V = vazamento

Sumário

1	Introdução.....	1
1.1	Considerações Iniciais	1
1.2	Objetivos	10
2	Transferência de Calor em Sistemas de Solidificação Radial	12
2.1	Transferência de Calor no Processo de Solidificação	12
2.2	Liberação do Calor Latente no Intervalo de Solidificação	16
2.3	Formação de Gap de Ar na Interface Metal/Molde	24
2.4	Determinação do Coeficiente de Transferência de Calor Metal/Molde (h_g)...	35
2.5	Variáveis Térmicas de Solidificação	39
2.6	Parâmetros Estruturais.....	42
2.6.1	Macroestruturas de Solidificação.....	44
2.6.2	Microestruturas de Solidificação	45
2.7	Correlação dos Parâmetros Microestruturais com as Variáveis Térmicas	47
3	Modelagem numérica	51
3.1	Considerações Iniciais	51
3.2	Método de Diferenças Finitas.....	53
3.3	Balanco de Energia em Diferenças Finitas	58
3.4	Desenvolvimento do Modelo Numérico de Diferenças Finitas para Solidificação em Geometrias Cilíndricas.....	61
3.5	Balanco de Energia para um Elemento Genérico em Coordenadas Cilíndricas	64
3.6	Balanco de Energia nos Elementos de Fronteira	67
3.6.1	Sistema de Solidificação Radial <i>inward</i>	67
3.6.2	Sistema de Solidificação Radial <i>outward</i>	74
3.7	Determinação da Fração Sólida na Zona Pastosa.....	79
3.8	Método de Dusenberre para Solidificação de Ligas Eutéicas	80
4	Materiais e Métodos.....	82

4.1	Materiais Utilizados para Obtenção das Ligas Al-Fe E Pb-Sb	82
4.2	Metodologia Experimental.....	85
4.3	Elaboração das Ligas em Estudo.....	87
4.4	Aparatos de Solidificação Desenvolvidos.....	89
4.5	Procedimento Experimental para Determinação do Coeficiente Global de Transferência de Calor na Interface Metal/Molde (h_g)	100
4.6	Análise Macrográfica.....	104
4.7	Análise Micrográfica.....	106
5	Resultados e Discussões	111
5.1	Estruturas de Solidificação.....	111
5.1.1	Macroestruturas.....	111
5.1.2	Microestruturas.....	116
5.2	Perfis de Temperatura.....	127
5.3	Parâmetros Térmicos.....	133
5.2.1	Coeficiente Transitório de Transferência de Calor (h_g).....	133
5.2.2	Progressão da Isoterma <i>Liquidus</i>	138
5.2.3	Resistências Térmicas.....	144
5.2.4	Velocidade da Isoterma <i>Liquidus</i> (V_L).....	149
5.2.5	Taxa de Resfriamento	154
6	Conclusões.....	160
7	Sugestões Para Trabalhos Futuros.....	162
8	Trabalhos Publicados/Apresentados relacionados diretamente ou indiretamente com a presente Tese	163
9	Referências Bibliográficas	165

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A modelagem matemática do processo de solidificação de ligas metálicas é extremamente importante para a produção de fundidos livres de defeitos. Muitos componentes com geometrias complexas na engenharia são produzidos via solidificação de ligas fundidas por uma variedade de processos: fundição em moldes de areia ou permanentes, peças complexas em moldes finos, solidificação sob pressão, lingotamento contínuo, além de métodos específicos para fundidos resistentes a altas temperaturas como turbinas e componentes de máquinas de corte.

Para um melhor controle e entendimento da solidificação de lingotes cilíndricos em processos de fundição convencional e lingotamento contínuo, é fundamental analisar o comportamento da transferência de calor ao longo do perímetro da seção cilíndrica. A correlação entre estruturas dos lingotes e os parâmetros do processo possibilitam a otimização da qualidade do produto final em função das características operacionais do processo de solidificação. Por esse motivo, a análise matemática do fluxo de calor durante o processo de solidificação vem auxiliar este estudo, que depende fortemente do coeficiente transitório de transferência de calor na interface metal/molde na solidificação de peças de pequenas espessuras e no lingotamento contínuo. O aspecto mais importante na modelagem de lingotamento contínuo é a previsão precisa da distribuição de temperatura dentro do lingote, que indicará exatamente onde se encontram as fronteiras de solidificação.

O estudo do comportamento da transferência de calor em peças com geometria cilíndrica tem importância fundamental para a análise e controle do processo de lingotamento contínuo horizontal (LCH) e lingotamento contínuo vertical (LCV) de geometrias cilíndricas [Zhiming, 2009, Rodríguez, 1999]. Atualmente, o LCV e LCH são os métodos mais comuns de lingotamento contínuo e a escolha de um ou outro depende do interesse industrial, tipo de material utilizado, forma e dimensões do produto desejado.

As vantagens econômicas do processo de lingotamento contínuo são conhecidas desde 1840 [Pehlke,1992] e garantidas até os dias de hoje por contínuos aperfeiçoamentos tecnológicos. As melhorias do processo estão muito associadas ao aumento de produtividade, sendo que a velocidade de produção e o controle do processo de solidificação são os elementos fundamentais. Estudos do processo de solidificação em uma planta experimental evidenciaram a assimetria do fluxo de calor na geometria cilíndrica no LCH [Souza, 1997].

A Figura 1.1 mostra a diferença dos pontos de encontro das estruturas em uma macrografia de um lingote de Al-7%Si, evidenciando o menor fluxo de calor no topo da seção do lingote. Já a Figura 1.2 mostra as marcas das paradas típicas do processo de lingotamento contínuo horizontal [Miyashita et al., 1979; Webber e Harvey, 1980; Toothill, 1983]. Trabalhos a respeito da modelagem de transferência de calor em lingotamento contínuo horizontal foram realizados por diversos autores, mas desconsiderando o efeito da geometria da peça ao longo da interface metal/molde [Lima et al, 1991; Zhang e Su, 2001].

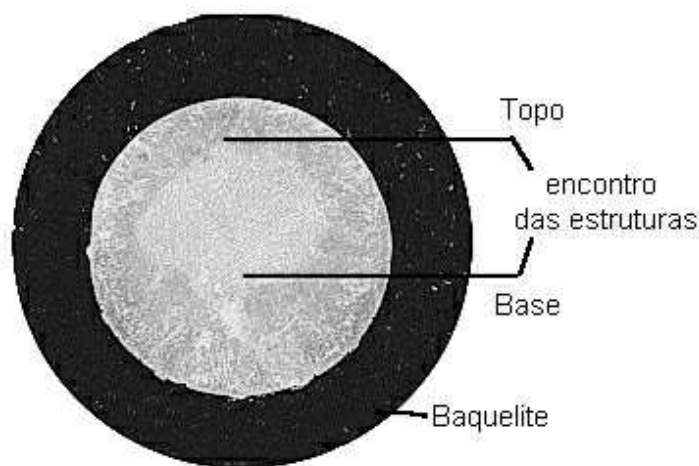


Figura 1.1: Macrografia da seção transversal de um lingote de Al-Si obtido por lingotamento contínuo horizontal [Souza et al, 2002]

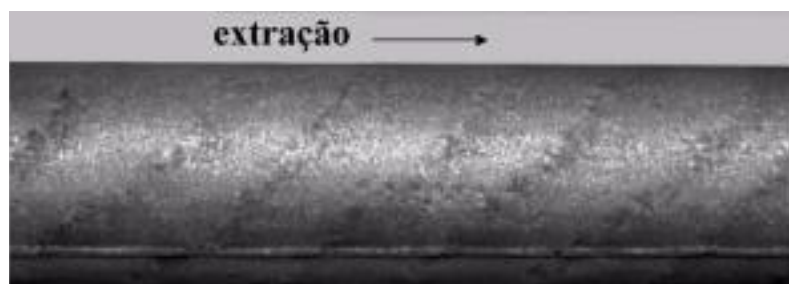


Figura 1.2: Superfície de um lingote obtido por LCH, mostrando as marcas de evidência do ciclo de puxamento do processo [Souza, 1997].

No lingotamento contínuo horizontal de geometrias cilíndricas, além da necessidade do controle do processo de solidificação para a formação de uma casca no molde suficientemente espessa para suportar as tensões de extração do lingote [Brimacombe et al, 1984a], é indispensável o controle da velocidade de produção visando a qualidade do produto. Hadden e Indyk [1979] relatam que o fluxo de calor é maior na parte inferior do molde do que na parte superior para velocidades mais baixas, devido aos efeitos do fluxo do metal líquido. À medida que se aumenta a velocidade de lingotamento, aumenta-se o fluxo de fluido na parte superior melhorando a distribuição da transferência de calor na seção do lingote, como mostram as estruturas da Figura 1.3.

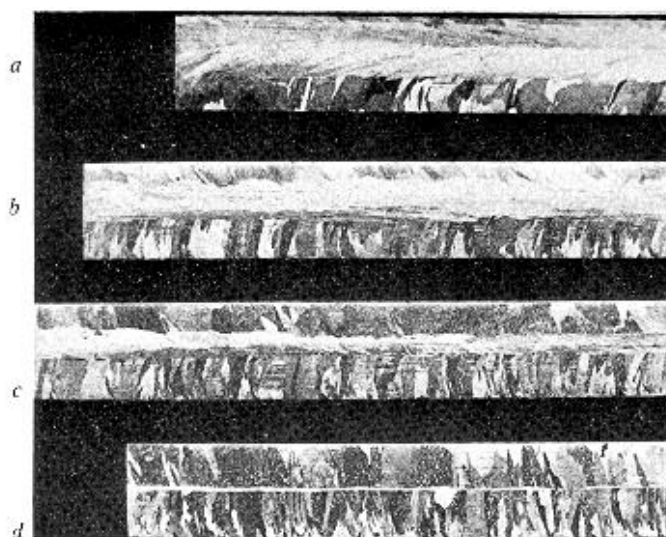


Figura 1.3: Macroestruturas típicas de lingotes obtidos por LCH: (a) 5,0 cm/min, (b) 7,5 cm/min, (c) 10 cm/min e (d) 15 cm/min [Hadden e Indyk, 1979]

Através de experimentos com vazamentos em moldes estáticos, Huang e colaboradores [1991] mostram a variação da contração e distribuição do *gap* de ar em várias seções geométricas, comprovando o efeito da gravidade ao longo das interfaces metal/molde. Estudos realizados por Brimacombe et al [1984b] em moldes de lingotamento contínuo vertical mostram que os espaçamentos decorrentes da contração do metal são responsáveis por 84% da resistência ao fluxo de calor. Campbell [1991] trata do efeito geométrico do molde na formação do *gap*, mostrando que qualquer obstáculo no progresso do processo de contração causará uma pressão do fundido contra o molde, decorrente de contrações não uniformes. Isto acontece nos cantos e nos finais das seções planas. Desse modo, existe a necessidade de acoplamento do efeito geométrico na simulação da solidificação de peças de fundição, levando-se em conta também a variação do fluxo de calor quantificada pelo coeficiente de transferência de calor metal/molde.

No que se refere aos estudos em geometrias não planas, objetivo desse trabalho, o sistema de coordenadas cilíndricas é empregado em estudos numéricos da simulação da solidificação de lingotes cilíndricos ou em esferas [Riley et al, 1974; Chernogorova, 1999; Zal'tsman, 1996; Majchrzak, 2000; Bilir, 2005]. A Figura 1.4 apresenta um esquema dos tipos de superfície de troca térmica que podem ser encontrados na solidificação radial em sistemas cilíndricos, onde uma superfície côncava gera um tubo solidificado de dentro para fora e uma superfície convexa forma um cilindro maciço, solidificado de fora para dentro.

Na solidificação dos metais, a transição líquido/sólido acontece através da extração de calor através de moldes, que são os responsáveis pela correspondente evolução de temperaturas no metal e, conseqüentemente, pela formação da microestrutura, microsegregação e microporosidade, e por defeitos de nível macroestrutural, como segregação em canais, rechupe, etc. Na busca de projetos otimizados com aplicação industrial, é essencial um minucioso entendimento do processo do fluxo de calor [Reddy et al, 1993].

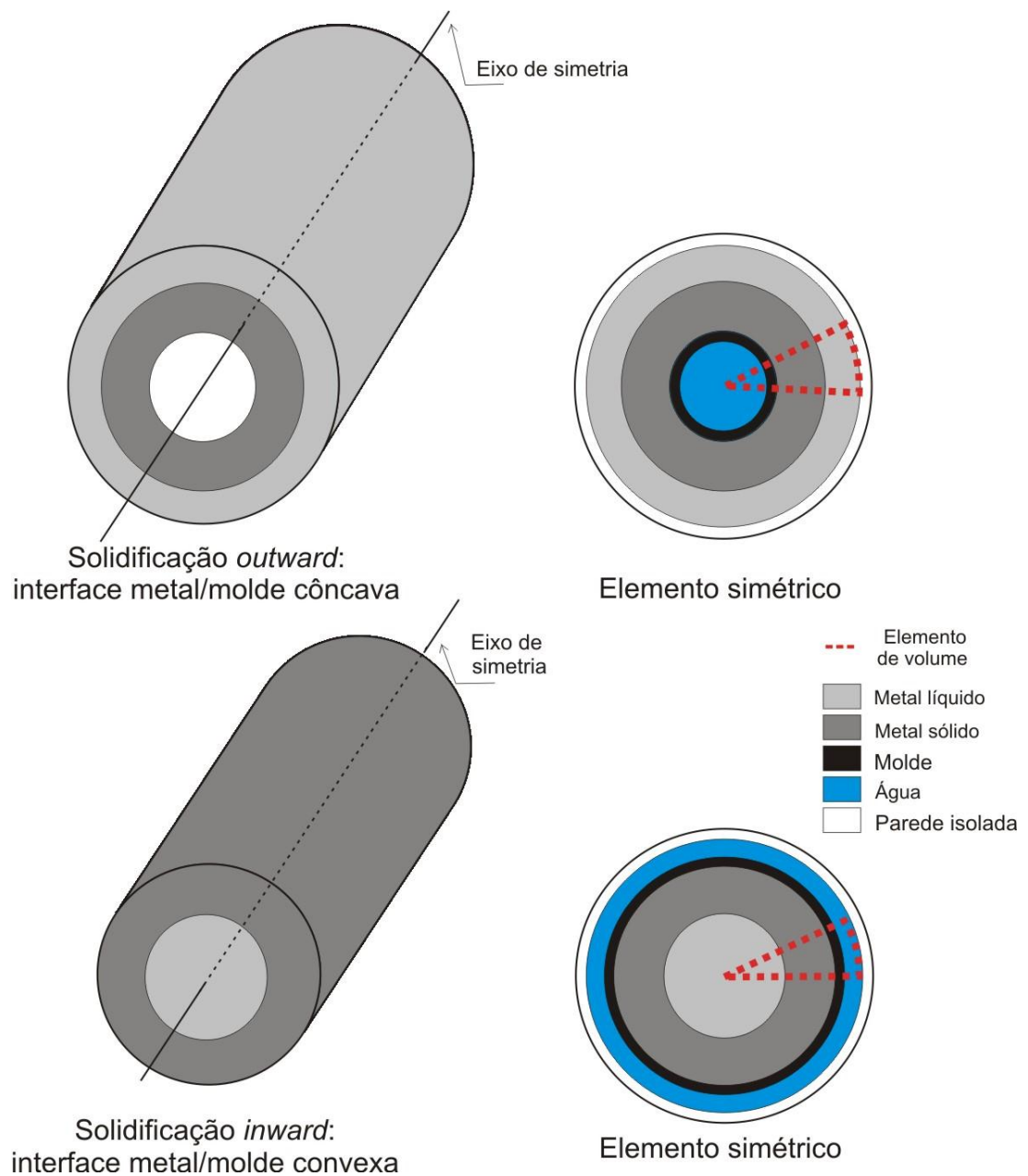


Figura 1.4: Representações esquemáticas típicas de solidificação radial em sistemas cilíndricos.

A não-linearidade em problemas envolvendo solidificação é associada ao movimento da interface líquido/sólido. A solução exata desse tipo de problema por meio de modelos analíticos é restrita a alguns casos específicos e para algumas geometrias [Santos, 1983; Santos, 1998]. As soluções numéricas são mais versáteis e de maior aplicabilidade a situações reais, principalmente

em casos de geometrias complexas. Diferentes métodos numéricos aplicados ao estudo do processo de solidificação são apresentados na literatura [Rajeev, 2010].

Sha [2011] apresenta um modelo matemático tridimensional baseado no método de elementos finitos para investigar o efeito da aplicação de um campo magnético no perfil de temperaturas dentro de um lingote produzido por lingotamento contínuo. A Figura 1.5 apresenta um esquema da inserção do agitador eletromagnético no molde de lingotamento contínuo e a Figura 1.6 apresenta a malha de elementos finitos gerada para a simulação numérica. Os perfis internos de temperatura (Figura 1.7), obtidos segundo a simulação de Sha, apresentam características bem distintas, evidenciando a diferença entre as posições da isoterma *liquidus* devido ao efeito da agitação magnética.

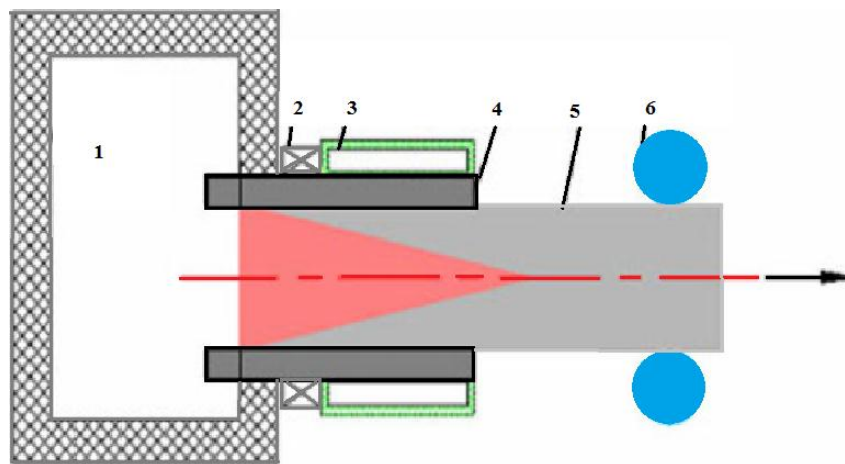


Figura 1.5: Esquema do sistema de lingotamento contínuo: (1) panela intermediária, (2) agitador eletromagnético, (3) manga de refrigeração de cobre, (4) molde de grafite, (5) tarugo circular e (6) sistema de puxamento [Sha, 2011].

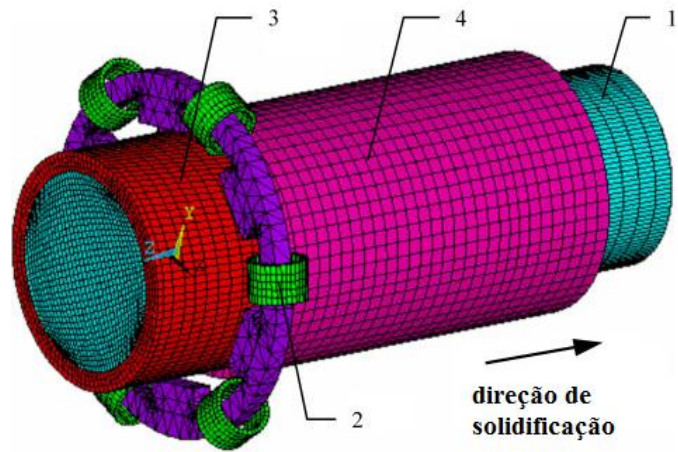


Figura 1.6: Malha tridimensional utilizada para simulação numérica computacional: (1) tarugo circular de cobre, (2) agitador eletromagnético, (3) molde de grafite, (4) manga de refrigeração de cobre [Sha, 2011]

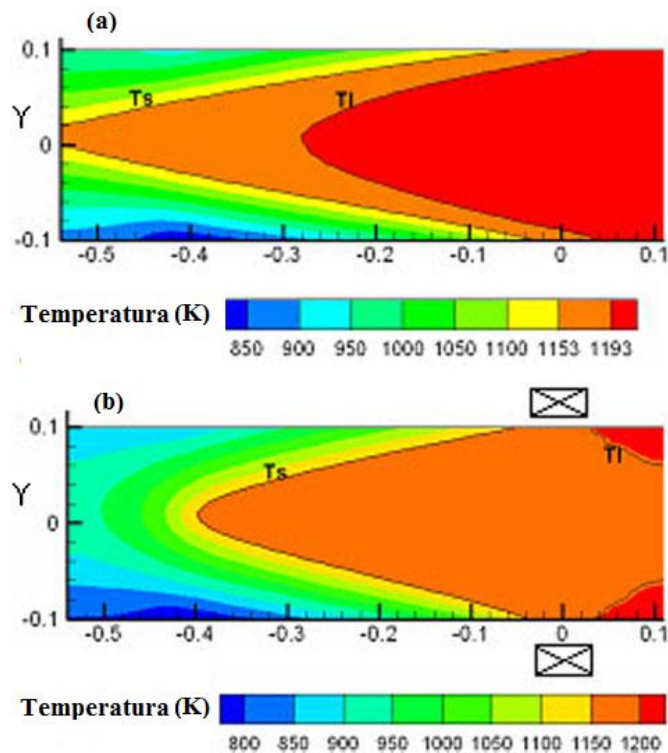


Figura 1.7: Diferentes campos de temperatura em uma mesma posição: (a) sem agitação magnética e (b) com agitação magnética [Sha, 2011]

Zhiming [2009] também estudou os efeitos da indução de campo magnético sobre a formação microestrutural, mostrando os efeitos sobre o tamanho médio do grão e das propriedades mecânicas em tubos de uma liga Cu10Ni1Fe1Mn produzidos por lingotamento contínuo horizontal. A Figura 1.8 apresenta a estrutura formada com (a) grãos tipicamente colunares sem a indução de campo magnético e (b) grãos equiaxiais com a indução de campo magnético. O tamanho médio de grão é reduzido de 6,1 mm para 0,52 mm, o limite de resistência à tração aumenta em até 20,3% e o alongamento específico aumenta aproximadamente 60,7%, quando comparados com o método sem campo magnético.

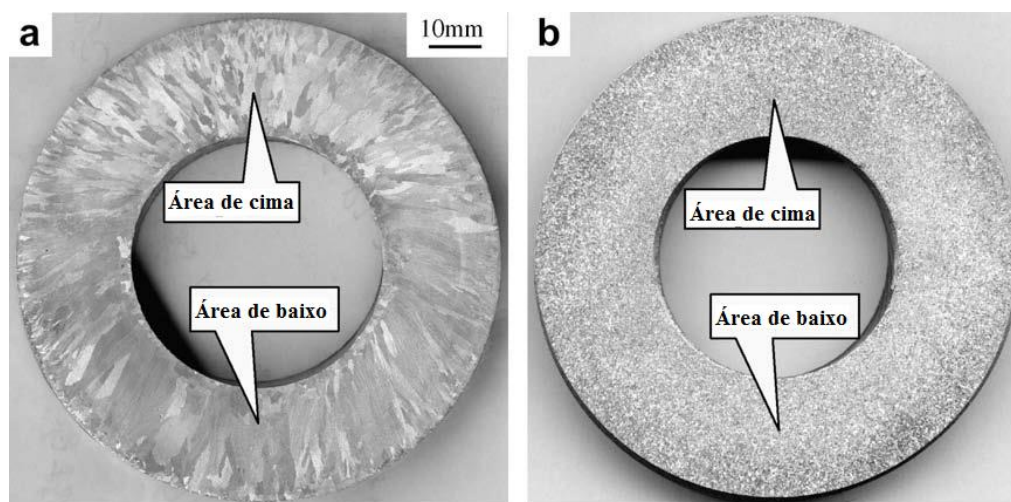


Figura 1.8: Diferentes estruturas de solidificação: (a) sem a indução do campo magnético e (b) com indução [Zhiming, 2011]

Rodríguez [1999] estuda o controle da posição da frente de solidificação no lingotamento contínuo de tubos de cobre pela otimização de características do maquinário utilizado (Figura 1.9), variando a conicidade do mandril e a taxa de refrigeração do molde. Tais parâmetros agem simultaneamente durante o processo de solidificação em termos da eficiência do coeficiente interfacial de extração de calor, que influem diretamente na evolução da frente de solidificação. A Figura 1.10 apresenta diferentes estruturas para a seção transversal dos tubos produzidos pelo lingotamento contínuo, com pouca variação de tamanho de grão, uma vez que houve pequena variação da conicidade do mandril. Esse estudo foi realizado em base unicamente experimental, sendo que a simulação numérica poderia reduzir tanto custo quanto tempo de análise.

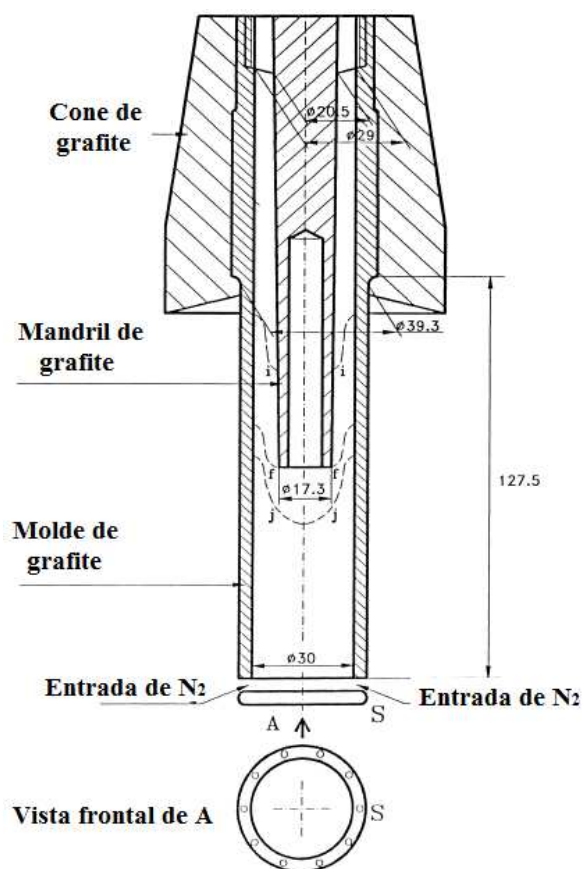


Figura 1.9: Aparato experimental para obtenção de tubos de cobre por meio de lingotamento contínuo vertical (medidas em mm). Adaptado de Rodríguez [1999].

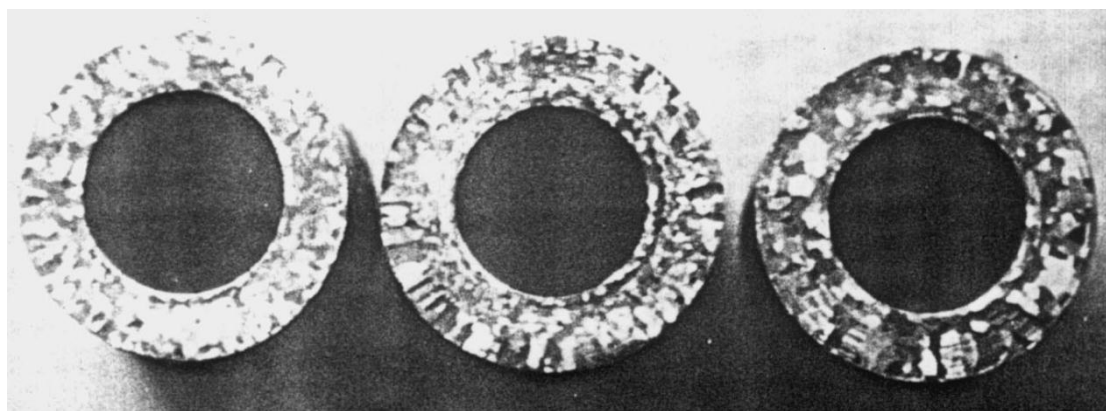


Figura 1.10: Macrografias da seção transversal de tubos de cobre obtidos por lingotamento contínuo com diferentes tamanhos de mandril [Rodríguez, 1999]

A análise da literatura internacional evidencia a existência de aspectos ainda pouco explorados na solidificação radial de geometrias cilíndricas e que são importantes na prática industrial. Podem ser citadas: a falta de estudos mais aprofundados sobre os coeficientes interfaciais de transferência de calor, inclusive o efeito gravitacional para lingotamento horizontal, e uma caracterização mais adequada dos aspectos da cinética de solidificação das geometrias radiais. Para isso é fundamental o desenvolvimento de uma ferramenta numérica que permita abordar distintas formas de solidificação radial em cilindros e que possa ser validada frente a resultados experimentais representativos de uma ampla faixa de condições térmicas na solidificação. Nesse particular, seria interessante a adoção de uma ancoragem experimental com ligas de sistemas binários com condições opostas de difusividade térmica como, por exemplo, ligas à base de alumínio e ligas à base de chumbo, e com diferentes intervalos de liberação de calor latente.

Estudos recentes com ligas chumbo-antimônio, usadas na produção de conectores e eletrodos positivos de baterias chumbo-ácido, mostram a importância da formação microestrutural sobre a resistência à corrosão em solução de ácido sulfúrico [Rosa, 2006; Rosa, 2008]. As ligas alumínio-ferro são também comercialmente interessantes, pois o ferro está presente invariavelmente na composição do alumínio em concentrações significativas: de 0,2 a 1% em peso [Goulart, 2010]. Ligas desses dois sistemas poderiam ser alternativas interessantes para uma análise experimental da solidificação radial em sistemas cilíndricos.

1.2 OBJETIVOS

O presente trabalho é planejado com o objetivo de desenvolver uma ferramenta numérica de modelagem da solidificação radial de cilindros de ligas binárias, com ênfase em aspectos ainda pouco explorados na literatura internacional, podendo-se citar: (i) determinação do coeficiente transitório de transferência de calor metal/molde e (ii) técnicas de abordagem numérica que possam refletir com maior precisão os parâmetros térmicos nas posições finais de solidificação levando-se em conta aspectos de geometria e dimensão.

Para atingir os objetivos propostos, são estabelecidas as seguintes metas:

- 1) Elaborar uma revisão atualizada da literatura no que tange a processos de solidificação radial e os mecanismos de transferência de calor, analisando-se os fenômenos físico-metalúrgicos envolvidos em conjunto com as variáveis do processo de solidificação.
- 2) Montar os sistemas de lingotamento cilíndrico estático com geometrias côncava e convexa da superfície de extração de calor.
- 3) Realizar sequências experimentais com ligas dos sistemas Al-Fe e Pb-Sb nos sistemas de solidificação radial horizontal e vertical desenvolvidos, coletando-se as informações relativas ao comportamento térmico do sistema metal/molde durante a solidificação, através de um sistema de aquisição de dados térmicos.
- 4) Desenvolver um modelo computacional aplicado aos sistemas experimentais de solidificação para as geometrias cilíndricas (sistemas radiais).
- 5) Analisar a liberação do calor latente no intervalo de solidificação para as ligas e condição experimental escolhidas, através de simulação numérica e desenvolvimento de rotinas numéricas para melhorar a descrição da solidificação no final da solidificação.
- 6) Determinar os perfis transitórios de coeficientes de transferência de calor metal/molde (h) pelo confronto teórico/experimental de perfis de temperaturas (método inverso).
- 7) Determinar parâmetros térmicos de solidificação, experimentalmente e numericamente, como velocidades de deslocamento da isoterma *liquidus* e taxas de resfriamento para validação do modelo proposto.
- 8) Analisar a microestrutura ao longo da secção dos lingotes e desenvolver correlações experimentais entre variáveis térmicas e parâmetros da microestrutura de solidificação.

2 TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM SISTEMAS DE SOLIDIFICAÇÃO RADIAL

2.1 TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO PROCESSO DE SOLIDIFICAÇÃO

A utilização da técnica de solidificação unidirecional ascendente ou descendente faz parte dos estudos experimentais e numéricos dos fenômenos envolvidos no processo de solidificação de ligas metálicas no Grupo de Pesquisa em Solidificação da Unicamp, há mais de 35 anos. Essa técnica tem sido bastante utilizada para a caracterização de parâmetros térmicos, dentre eles o coeficiente global de transferência de calor na interface metal/molde [Spinelli et al, 2012; Goulart, 2010], evolução da frente de solidificação, gradientes térmicos e taxas de resfriamento [Garcia, 2011]. Outros parâmetros estruturais caracterizados são: macroestruturas e microestruturas de solidificação, transição microestrutural celular/dendrítica [Moura et al, 2012], segregação de soluto em níveis macro e microscópicos [Brito et al, 2012], caracterização de porosidade [Gomes et al, 2011], além de propriedades mecânicas e resistências ao desgaste e à corrosão em função de espaçamentos celulares/dendríticos [Osório et al, 2012; Osório et al, 2011; Cruz et al, 2010].

Os estudos unidirecionais do processo de solidificação podem ser divididos em duas categorias: (1) aqueles que tratam da solidificação em condições estacionárias de fluxo de calor e (2) os que abordam a solidificação com o fluxo de calor em regime transitório. Na primeira situação, o gradiente de temperatura no líquido (\dot{G}_L) e a velocidade da isoterma de transformação (v_L) são controlados independentemente e mantidos constantes ao longo do experimento, como nos experimentos com a técnica Bridgman/Stockbarger [Garcia, 2007]. Na segunda, tanto o gradiente de temperatura quanto a velocidade de crescimento variam livremente com o tempo e com a posição dentro do metal. Esta caracterização é de fundamental importância, uma vez que esta classe de fluxo de calor inclui a maioria dos processos industriais que envolvem a solidificação [Rocha, 2003].

A transferência de calor em um sistema de solidificação ocorre por três mecanismos básicos: condução térmica, convecção e radiação. Em um sistema metal/molde com solidificação unidirecional, utiliza-se um elemento de referência de modo que o seu comportamento térmico seja representativo do sistema como um todo. Durante o processo, todos os modos de transferência de calor podem ocorrer, conforme citado a seguir, desde a temperatura de vazamento até a temperatura externa do molde em relação ao ambiente [Medeiros, 1979; Viskanta, 1988; Poirier, 1994]:

- Convecção e condução no metal líquido, enquanto há superaquecimento;
- Condução na camada de metal solidificada;
- Convecção, radiação e condução na interface metal/molde traduzidas por meio de um coeficiente de transferência de calor metal/molde (Transferência newtoniana);
- Condução através das paredes do molde;
- Convecção e condução na água, mantida à temperatura ambiente, utilizada na refrigeração das paredes do molde.

A partir do preenchimento do molde com o metal líquido a uma determinada temperatura de vazamento, os mecanismos de convecção e condução atuam no meio fluido até atingir a temperatura de fusão do metal ou a temperatura *liquidus* da liga. Com a liberação do calor latente de fusão e formação do sólido, a extração de calor se dá por meio de condução até a interface metal/molde. Nesta interface começa a atuação da transferência newtoniana de calor, que ocorre por conta do contato térmico imperfeito e da contração do metal em relação ao molde. O mecanismo de condução volta a atuar unicamente quando o fluxo de calor atravessa as paredes do molde, e passando posteriormente para o meio ambiente (água) na forma de condução, convecção e radiação.

Para a modelagem matemática de todo este processo, utiliza-se como base um elemento de referência, onde o estudo global do processo de transferência de calor no sistema é feito, determinando-se as condições de fronteira, juntamente com as variáveis:

- coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde;
- cinética de solidificação, ou seja, a velocidade de solidificação;
- tempos de solidificação;
- gradientes de temperaturas ;
- taxas de resfriamento.

Para o estudo da solidificação radial em moldes cilíndricos, considera-se que a extração de calor ocorra exclusivamente na direção radial, não havendo troca térmica nas direções angular e longitudinal. Os elementos de referência representativos dos sistemas com extração de calor pela parte interna do lingote através de um tubo/molde de refrigeração ou com extração de calor na região da periferia, através de um molde externo refrigerado com água, são apresentados na Figura 2.1.

O problema da transferência de calor na solidificação é tratado como um sistema de fronteira móvel com liberação de calor latente, separando duas fases distintas com propriedades diferentes, conhecido como o problema de Stefan [Tarzia, 2000]. A determinação da distribuição das temperaturas no sistema metal/molde e a determinação da cinética da solidificação são os objetivos desta análise.

A Figura 2.2 mostra o elemento de volume representativo do sistema metal/molde refrigerado durante a solidificação, evidenciando os perfis térmicos desde a temperatura de vazamento até a temperatura do fluido de refrigeração, onde:

T_v = temperatura de vazamento;

T_f = temperatura de fusão;

T_{if} = temperatura do metal na interface metal/molde;

T_{im} = temperatura do molde na interface metal/molde;

T_m = temperatura do molde na interface molde/fluido de refrigeração;

T_0 = temperatura do fluido de refrigeração.

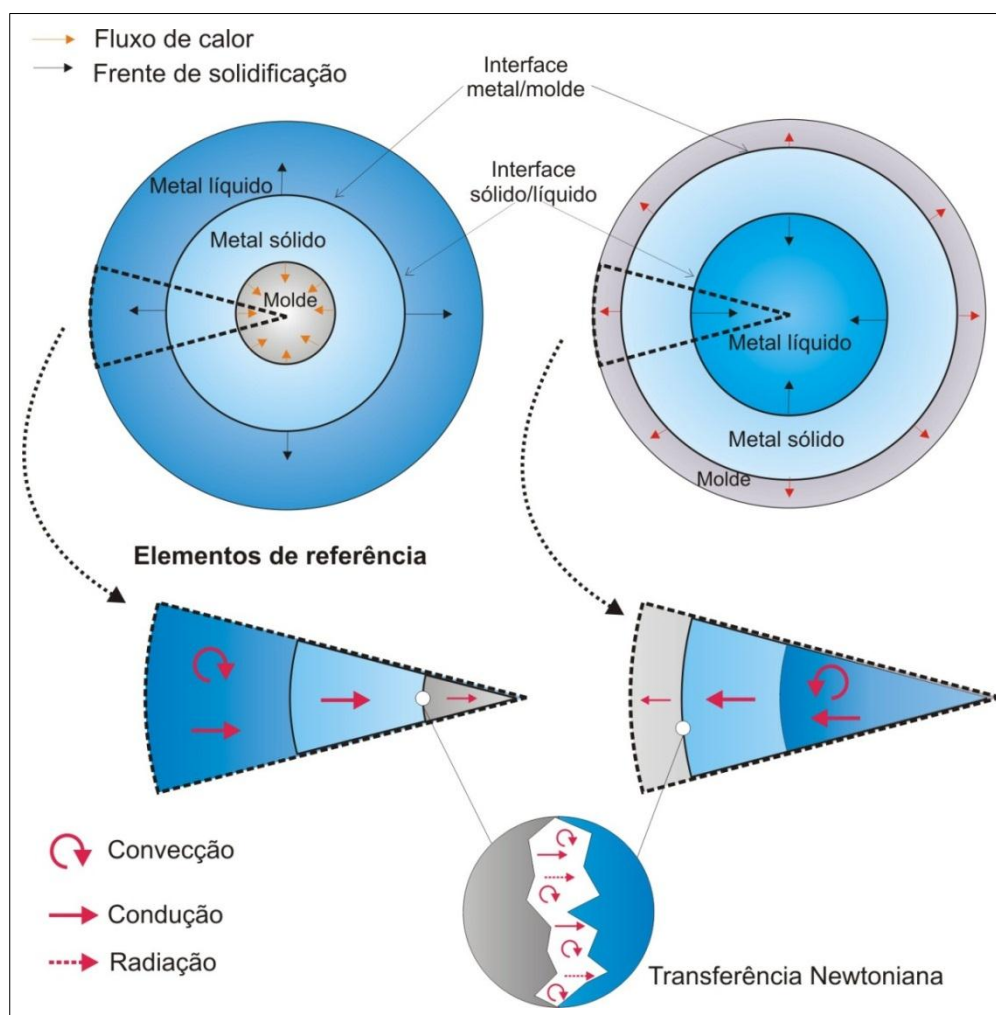


Figura 2.1: Elementos de referência para os sistemas de solidificação radial.

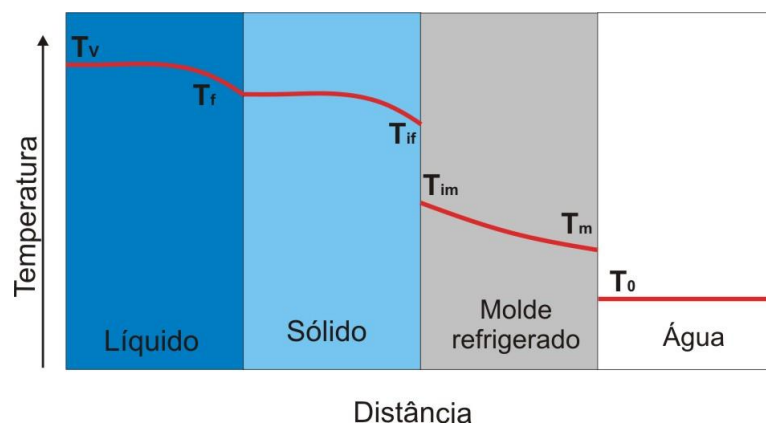


Figura 2.2: Esquema representativo do perfil de temperatura de um elemento de volume em um sistema metal/molde refrigerado.

Deve-se observar que para condições particulares, algumas das formas de transferência de calor podem ser desprezadas, como para o caso de um metal vazado próximo da temperatura de fusão, de modo que a condução e a convecção no metal líquido deixam de ser consideradas. Ou ainda, no caso de moldes de materiais refratários, onde é mais significativa a resistência térmica do molde, desprezando-se dessa a forma influência da transferência newtoniana. Outra condição é o caso dos moldes com paredes suficientemente espessas, onde não ocorre troca de calor do molde com o ambiente (moldes semi-infinitos) até o fim da solidificação, podendo-se desprezar os mecanismos envolvidos na interface molde/ambiente.

A existência de um gradiente térmico entre o metal fundido e o meio de absorção de calor propicia condições termodinâmicas para transferência de calor do meio mais quente para o mais frio. A transformação do metal líquido em um sólido envolve a remoção do superaquecimento do líquido, do calor latente de fusão devido à transformação líquido/sólido e do calor sensível. As propriedades térmicas do metal, as características do molde, juntamente com as condições de interface e as condições do meio, determinam o comportamento de extração de calor durante o processo.

2.2 LIBERAÇÃO DO CALOR LATENTE NO INTERVALO DE SOLIDIFICAÇÃO

Nos casos dos metais puros e ligas metálicas com composições eutéticas, o processo de liberação de calor latente é bem definido e ocorre em uma fronteira que separa o estado sólido e o líquido em uma determinada temperatura de fusão. O acoplamento deste fenômeno em modelos de transferência de calor no processo de solidificação de metais puros foi proposto por Dusenberre [1949]. Tanto o Método de Dusenberre quanto o da Entalpia [Voller,1981] trabalham com o balanço de energia na fronteira sólido/líquido. Já nos casos de ligas com composições diferentes da eutética, tem-se um intervalo de solidificação entre as temperaturas *liquidus* e *solidus*, de modo que o calor latente é liberado gradativamente à medida que a fração de sólido evolui com a diminuição da temperatura, conforme representado pela equação (2.1) [Louhenkilpi, 1993]:

$$\dot{q} = \rho \cdot L \cdot \frac{\partial f_s}{\partial t} \quad (2.1)$$

onde:

\dot{q} : geração interna de calor [W/m³];

ρ : massa específica [kg/m³];

L : calor latente [J/kg];

f_s : fração de sólido.

As formas de liberação de calor latente são analisadas conforme a teoria inerente à formação da fração sólida em diversas situações e características específicas, vinculando a análise das variações de composição do líquido e do sólido durante o resfriamento dentro da zona pastosa. A literatura apresenta as seguintes principais formulações de formação da fração sólida no intervalo de solidificação: regra da alavanca, equação de Scheil, equação de Brody-Flemings e a equação de Clyne-Kurz [Brody, 1966; Scheil, 1942; Kurz et al, 1984].

O comportamento da solidificação pode ser descrito pela regra da alavanca [Kurz et al, 1984], quando se considera o equilíbrio termodinâmico do sistema, ou seja, a composição química permanece uniforme dentro de cada fase, onde há completa difusão de soluto tanto na fase sólida quanto na fase líquida, ou quando em condições fora do equilíbrio, o soluto apresenta alta mobilidade atômica no estado sólido, por exemplo, no caso do carbono na solidificação dos aços. A fração sólida segundo a regra da alavanca é dada por:

$$f_s = \left(\frac{1}{1 - k_0} \right) \left(\frac{T_L - T}{T_f - T} \right), \quad (2.2)$$

onde:

T_f : temperatura de fusão do solvente;

T_L : temperatura *liquidus*;

k_0 : coeficiente de redistribuição do soluto expresso pela relação entre a concentração de soluto no sólido e a concentração de soluto no líquido:

$$k_0 = \left(\frac{C_s}{C_L} \right) \quad (2.3)$$

A equação de Scheil [Scheil, 1942] contempla situações em que a difusão de retorno do soluto no sólido possa ser desprezada e a ação da convecção no metal líquido assegure a completa mistura do soluto (concentração uniforme). O tratamento pela equação de Scheil torna-se apropriado para analisar a solidificação de ligas onde o soluto e solvente têm raios atômicos de mesma ordem de grandeza (solução sólida substitucional), por exemplo, ligas de alumínio-ferro e chumbo-antimônio e aços inoxidáveis. A equação de Scheil é expressa como:

$$f_s = 1 - \left(\frac{T_f - T}{T_f - T_L} \right)^{\frac{1}{k-1}} \quad (2.4)$$

A equação de Scheil admite que a liga libera o calor latente até que a temperatura eutética é atingida [Voss e Tsai, 1996]. A partir daí, o calor latente restante é liberado na temperatura eutética e a solidificação ocorre como se fosse um metal puro. Flemings [Flemings, 1974] afirma que sempre alguma quantidade de metal com concentração eutética é formada durante a solidificação de uma liga fora do equilíbrio, não importando a composição do soluto.

Em casos de solução sólida intersticial ou quando a difusividade do soluto no sólido seja apreciável, a hipótese de não haver difusão de retorno de soluto no sólido não pode ser considerada. Devido à maior mobilidade atômica o perfil de soluto no sólido pode ter alteração significativa até a solidificação se completar, sendo necessário quantificar as modificações do perfil de concentração de soluto em cada instante, levando-se em conta a difusão de retorno no sólido formado. Brody e Flemings [Brody e Flemings, 1966] propõem a solução que leva em consideração a difusão no estado sólido, que é representada por:

$$f_s = \left(\frac{1}{1 - 2\alpha k_0} \right) \left[1 - \left(\frac{T_f - T}{T_f - T_L} \right) \right]^{\frac{1 - 2\alpha k_0}{k_0 - 1}}, \quad (2.5)$$

onde:

$$\alpha = \frac{D_s t_{SL}}{\lambda^2} \quad (2.6)$$

D_s : difusividade do soluto no sólido;

t_{SL} : tempo local de solidificação;

λ : espaçamento interdendrítico local.

Se α da equação (2.6) tende a zero, esta se aproxima da equação de Scheil; entretanto, quando a difusão no sólido é completa (α tendendo ao infinito), a composição de soluto no sólido deve se aproximar da solidificação em equilíbrio (Regra da Alavanca). Quando ' $\alpha = 1/2$ ', a Equação (2.6) já coincide com solidificação em equilíbrio.

Clyne e Kurz [Clyne, 1981] propõem uma modificação da Solução de Brody e Flemings de modo a satisfazer toda faixa de ' α ' (0 ao infinito). Estes autores desenvolvem uma solução aproximada, admitindo que o sólido constitua um sistema semi-infinito e que a curva de distribuição do soluto apresenta a forma exponencial. As expressões formuladas por Clyne e Kurz são:

$$f_s = \left(\frac{1}{1 - 2\alpha' k_0} \right) \left[1 - \left(\frac{T_f - T}{T_f - T_L} \right) \right]^{\frac{1 - 2\alpha' k_0}{k_0 - 1}}, \quad (2.7)$$

onde:

$$\alpha' = \alpha \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{\alpha}\right) \right] - \frac{1}{2} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2\alpha}\right). \quad (2.8)$$

A precisão dos resultados da modelagem da solidificação exige a escolha correta do modo de liberação de calor latente no intervalo de solidificação. Os três métodos de liberação de calor

latente, expostos anteriormente, são os mais utilizados atualmente na literatura. Entretanto, todos consideram aspectos idealizados em suas hipóteses de formulação, fazendo com que não traduzam completamente a realidade da solidificação em determinados momentos do processo e/ou situações físicas. Vários são os fatores que podem ser mencionados como motivadores de diferenças na real distribuição do calor latente no intervalo de solidificação. Pode-se mencionar o tamanho do intervalo de solidificação e a intensidade da taxa de resfriamento.

Chen e colaboradores [Chen, 1990] comparam os diferentes modos de liberação de calor latente em seu trabalho para um aço com 1% Cr (zona pastosa estreita, $T_L - T_S = 33,3^\circ$) e Al-4,5% Cu (zona pastosa larga, $T_L - T_S = 136^\circ$). Além da Equação de Scheil e da Regra da Alavanca, os autores ainda citam a liberação de calor de forma linear, equação (2.9), muito usada no passado devido à simplicidade matemática, e a liberação de calor de forma quadrática, equação (2.10):

$$f_s = \frac{T_L - T}{T_L - T_S}, \quad (2.9)$$

$$\text{e:} \quad f_s = 1 - \left(\frac{T - T_S}{T_L - T_S} \right)^2. \quad (2.10)$$

As Figuras 2.3 e 2.4 mostram gráficos comparativos de perfis de temperatura em uma dada localização do metal em solidificação para os casos da liga Al-4,5%Cu e do aço de 1%Cr. Nota-se que há uma maior variação do perfil de temperatura sobre a liga de alumínio em relação ao do aço que praticamente não sofre alteração, devido à menor zona pastosa.

McCartney e Wills [McCartney, 1988], também trabalhando na modelagem da solidificação da liga Al-4,5% Cu, utilizam a Equação de Scheil até um certo ponto da solidificação para depois incorporar o fenômeno do super-resfriamento da ponta da dendrita, definido como a diferença entre a temperatura *liquidus* (T_L) e a temperatura da ponta da dendrita (T_D).

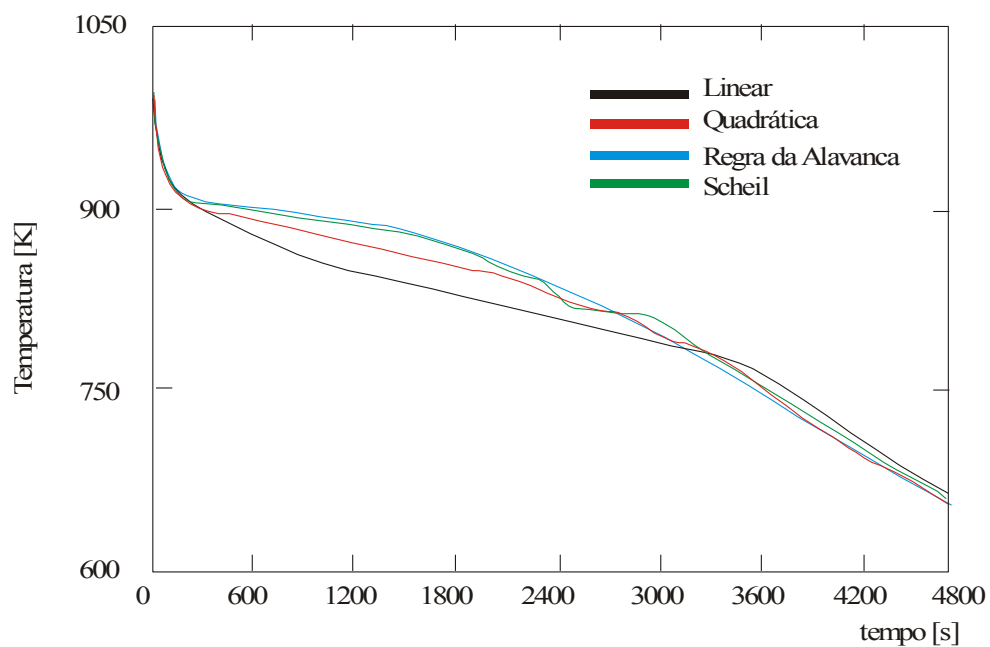


Figura 2.3: Comparação de curvas de resfriamento obtidas para os diferentes modos de liberação de calor – Al-4,5% Cu – gráfico adaptado [Chen, 1990]

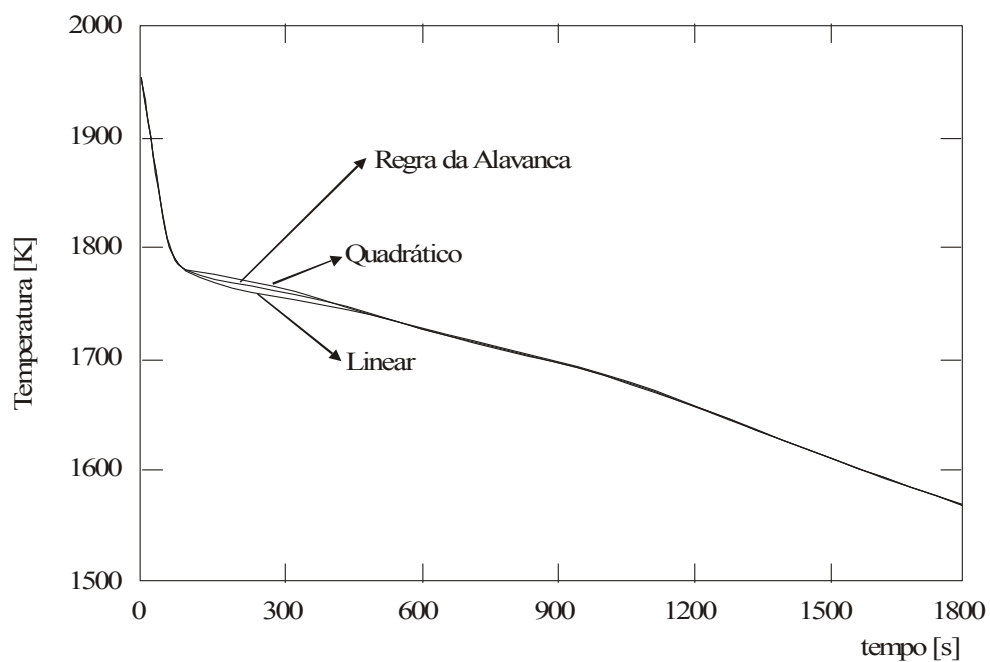


Figura 2.4: Comparação de curvas de resfriamento obtidos para os diferentes modos de liberação de calor – Aço 1% Cr - gráfico adaptado [Chen, 1990].

O super-resfriamento é influenciado por alguns fatores como o gradiente de temperatura, composição da liga e velocidade de deslocamento da ponta da dendrita [Burden, 1974]. Burden e Hunt [Burden, 1974] analisam a difusão do soluto e a capilaridade na ponta da dendrita e elaboraram uma expressão experimental aproximada do super-resfriamento:

$$\Delta T_D = \frac{G \cdot D_L}{v} + C_1 \cdot v^{0,5}, \quad (2.11)$$

onde:

ΔT_D : super-resfriamento na ponta da dendrita;

G: gradiente térmico na fase líquida;

D_L : coeficiente de difusão do soluto no líquido;

C_1 : constante de proporcionalidade do crescimento dendrítico, sendo $C_1 = 130 \text{ K.s}^{0,5}/\text{m}^{0,5}$ para o sistema Al-Cu [McCartney e Wills, 1988];

V: velocidade de deslocamento da ponta da dendrita no seu crescimento.

Para situações de baixos gradientes e altas velocidades, o primeiro termo da equação (2.11) é desprezado e a equação reduz-se a:

$$\Delta T_D = C_1 \cdot v^{0,5}. \quad (2.12)$$

A Equação de Scheil é interrompida na temperatura (T_D) e assim não é mais permitido que a Equação de Scheil prossiga até a temperatura *liquidus* (T_L). A fração de sólido presente à temperatura (T_D) é solidificada isotermicamente nesta temperatura [Wills e McCartney, 1992]. A Figura 2.5 mostra comparativamente a situação da dendrita nos casos real, Scheil e Scheil truncado.

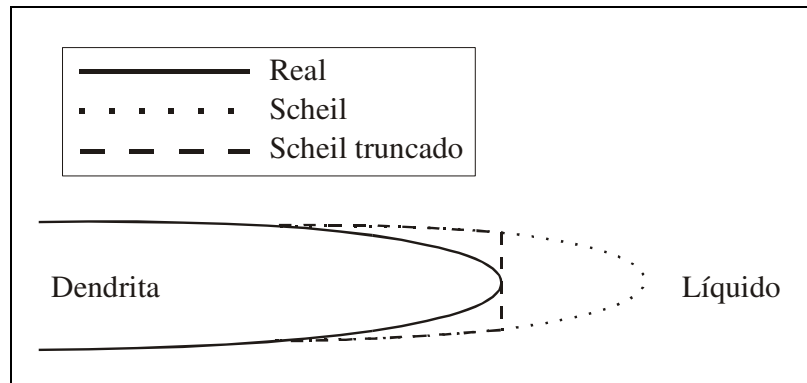


Figura 2.5: Diagrama esquemático mostrando comparativamente as formas real, Scheil e Scheil truncado – adaptado [Flood, 1987]

Os gráficos da Figura 2.6 [McCartney, 1988] mostram comparativamente o efeito da inserção do super-resfriamento na modelagem matemática da solidificação em relação ao caso de se somente utilizar a Equação de Scheil. Ao se tomar a derivada em relação aos últimos instantes da solidificação da Figura 2.6-b, observa-se que a velocidade de avanço das pontas das ramificações dendríticas (derivada da posição em relação ao tempo) tende a um valor infinito, o que não reflete uma situação realística.

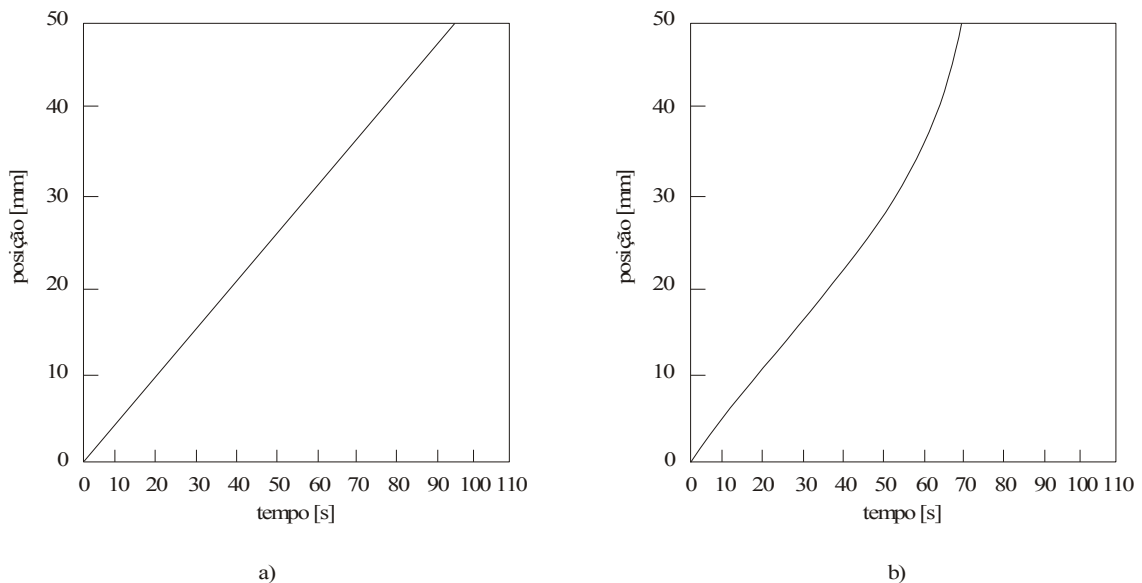


Figura 2.6: Gráficos da posição da linha *solidus* em relação ao tempo durante a solidificação da liga Al-4,5% Cu – adaptado [McCartney, 1988]: (a) caso considerando super-resfriamento; (b) caso sem considerar super-resfriamento

2.3 FORMAÇÃO DE *GAP* DE AR NA INTERFACE METAL/MOLDE

O processo de transferência de calor, durante a solidificação dos metais, é bastante complexo junto à interface metal/molde, onde cabe ressaltar o contato imperfeito do metal com a parede do molde, que muda ao longo do tempo [Griffiths, 1999]. Esta imperfeição gera uma resistência térmica na interface metal/molde que reduz a transferência de calor e a velocidade de solidificação. Como o coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde é um parâmetro que pode influir significativamente na evolução da solidificação e consequentemente na estrutura final do fundido, é importante conhecer sua dinâmica de formação e como se pode tratá-lo matematicamente. A literatura relata estudos utilizando-se de um aparato instrumental que envolvia transdutores de posição LVDT (*Linear Variable Differential Transformer*) para a medição do espaço entre o metal e o molde [Trovant e Argyropoulos, 1998; 2000; Lolou, 1999a]. Griffiths [2000] incorpora, em seu modelo de determinação de h , a variável de deformação da casca solidificada nos instantes iniciais. A Figura 2.7 mostra a sequência de formação de *gap* de ar proposta por Lolou e outros [Loulou, 1999b]:

- Estágio 1: neste estágio, a resistência térmica (inverso de h) na interface metal/molde é baixa devido à molhabilidade do metal líquido sobre a superfície do molde. Esta molhabilidade é função da tensão superficial do metal líquido e do acabamento da superfície do molde. Dependendo do tipo de acabamento e do fluxo de metal líquido no vazamento, bolhas de ar podem ficar aprisionadas entre o metal líquido e a superfície do molde;
- Estágio 2: a solidificação inicia-se onde a resistência térmica é mínima, isto é, nas protuberâncias devidas à rugosidade da superfície do molde;
- Estágio 3: as várias frentes de solidificação encontram-se ao redor das protuberâncias formando capas sobre as mesmas;
- Estágio 4: as capas solidificadas contraem devido a sua diferença de massa específica em relação ao metal líquido e, desta forma, outros vazios surgem quando começam a se destacar das protuberâncias. Nesta fase, há um aumento da resistência térmica interfacial;

- Estágio 5: é formada uma casca sólida e o mecanismo da contração é que irá influenciar no aumento da resistência térmica interfacial, além de outros fatores como a presença de filmes de óxidos e a natureza dos gases existentes nessa interface.

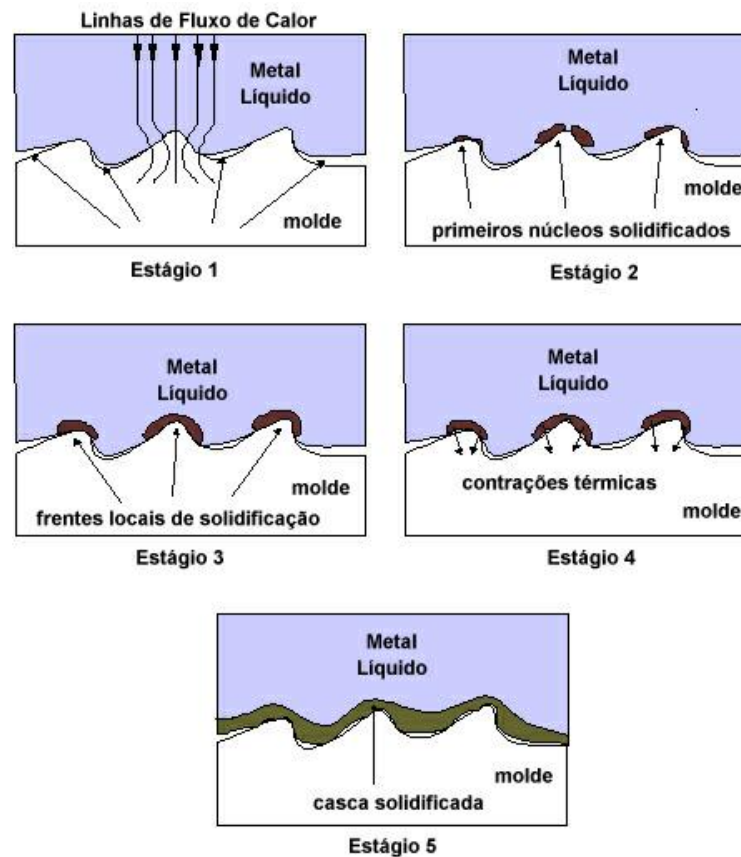


Figura 2.7: Dinâmica de formação do *gap* na interface metal/molde – adaptado [Loulou, 1999].

Para estudar os efeitos da geometria cilíndrica na formação do *gap* de ar produzido na interface de superfícies côncavas e convexas, Lee et al [Lee, 1998] desenvolveram um aparato para medição do deslocamento da superfície solidificada próxima à interface metal molde de um cilindro oco solidificado de dentro para fora. O deslocamento da parede solidificada ou superfície do molde foi medida usando um sensor, como mostra a Figura 2.8. Um suporte de bronze foi utilizado para fixar uma haste de quartzo. Uma agulha magnética de 40 mm de comprimento e 1 mm de diâmetro foi fixada firmemente na haste e posicionada a 2 mm da interface metal/molde

antes do vazamento, com a finalidade de medir o deslocamento da superfície cilíndrica solidificada.

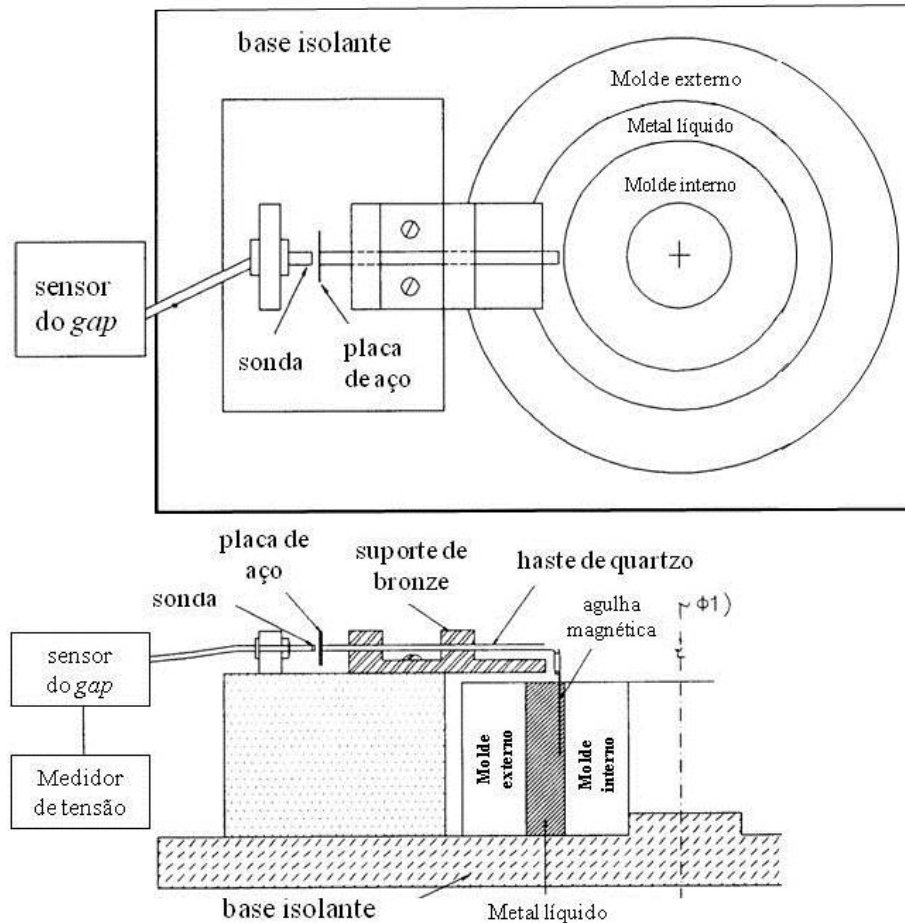


Figura 2.8: Vista superior e seção transversal do aparato de medição do deslocamento da parede solidificada na interface interna. Adaptado de Lee et al [Lee, 1998]

Foram calculados alguns perfis de coeficientes de transferência de calor para diferentes ligas de alumínio com diferentes concentrações de silício (AC8A, A356, Al-12,6%Si), além de alumínio puro, como mostra a Figura 2.9. Os experimentos foram feitos para a interface metal/molde com revestimento de grafite (G) e revestimento branco (W).

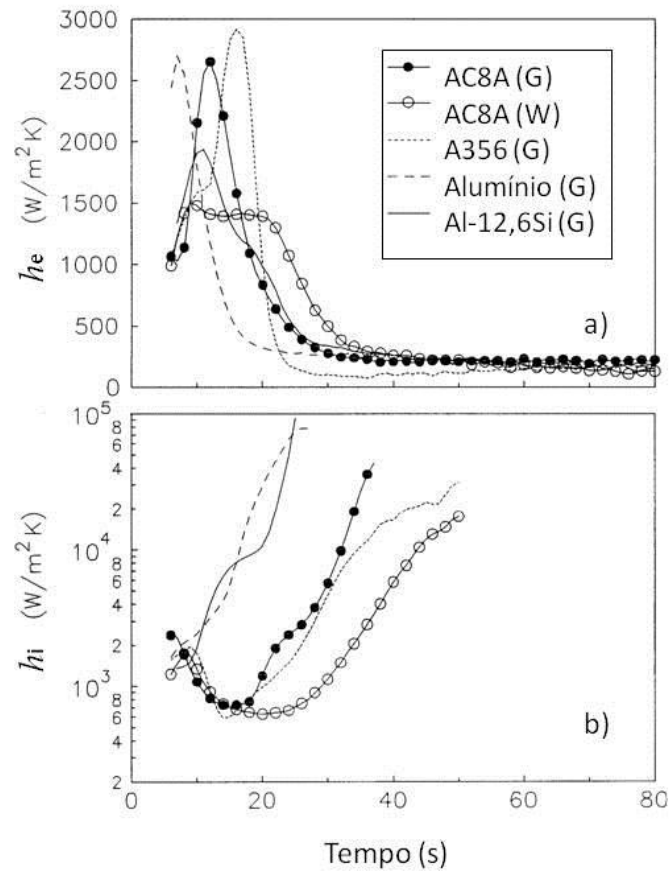


Figura 2.9: Sumário dos coeficientes de transferência de calor para várias ligas e revestimentos: (a) interface externa e (b) interna de um cilindro oco solidificado radialmente de dentro para fora. (G) e (W) representam o revestimento da interface com material grafite e branco, respectivamente. Adaptado de Lee et al [Lee, 1998]

Os resultados apresentados por Lee, para o caso da medição do coeficiente de transferência de calor (h) na superfície interna de um molde com furo central, mostram que a contração das ligas de alumínio estudadas durante o processo de solidificação gera um acréscimo exponencial desse coeficiente, à medida que o tempo passa (Figura 2.9-a). Esse fenômeno apresenta um comportamento inverso comparado à medição na superfície externa, onde a formação de um *gap* de ar à medida que o tempo vai passando causa um decréscimo exponencial no coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde (Figura 2.9-b).

Da mesma maneira que Lee, Kron et al, [2004] apresenta em seus trabalhos experimentais a comparação experimento/simulação numérica de *gaps* de ar em geometrias cilíndricas. Kron apresenta resultados de medições experimentais (Figura 2.10) da contração do molde e da liga para solidificação radial em um molde com furo central. Sensores colocados dentro da liga e dentro do molde mediram a contração e expansão, como resultado da tensão e deformação atuantes, causados pelo processo de solidificação. Para ambos os gráficos, a superfície interna do molde tem deslocamento radial positivo enquanto a superfície da liga solidificada tem deslocamento negativo.

O coeficiente de transferência de calor entre o molde e a liga é derivado do conhecimento do fluxo de calor próximo à interface. A expressão matemática usada para estimar “h” a partir da medição de temperaturas é dada por:

$$-k_{(liga)} \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{liga} = h \cdot (T_{i,liga} - T_{i,molde}) = -k_{molde} \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{molde}, \quad (2.13)$$

onde:

$k_{(liga)}$: condutividade térmica da liga;

$k_{(molde)}$: condutividade térmica do molde;

$T_{i,liga}$: temperatura da liga na interface;

$T_{i,molde}$: temperatura da interface do molde.

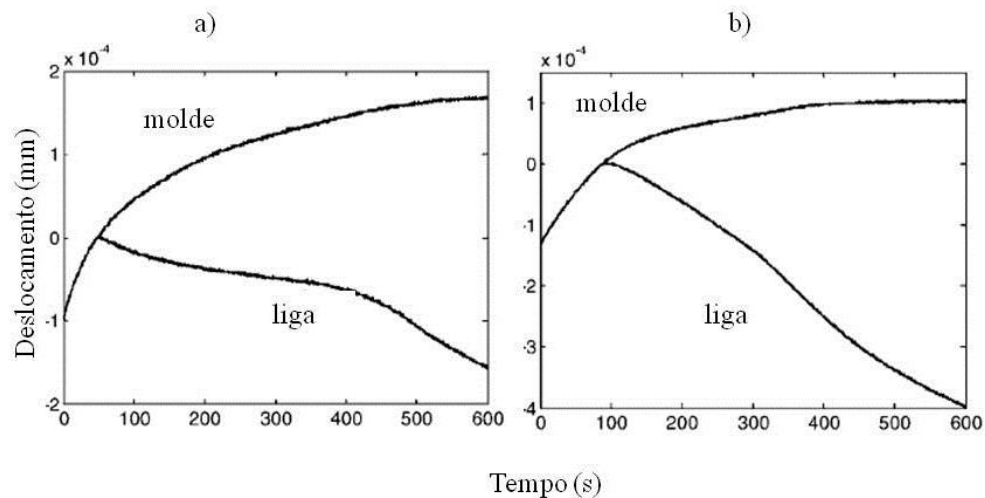


Figura 2.10: Medições do deslocamento radial para solidificação das ligas: (a) Al-13%Si e (b) Al-7%Si-0,3%Mg [Kron, 2004].

Susac et al [2010] investiga a influência da contração da liga Al-7%Si, solidificada em um molde cilíndrico permanente com um furo central, sobre o coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde. A Figura 2.11 apresenta o aparato experimental utilizado, sendo que o molde permanente cilíndrico possui um furo ou molde central, além de um molde externo, sendo: T_c a temperatura do molde interno na interface molde/metal; T_p a temperatura da liga na interface liga/molde e T_m temperatura do molde externo na interface metal/molde. As temperaturas foram medidas dentro do molde e da liga e também do furo através de termopares posicionados distintamente, como indicado, a fim de se determinar o coeficiente de transferência de calor pela extrapolação do gradiente térmico, conforme proposto por Hernandez [Hernandez et al, 1995]. Dentre os resultados obtidos nesse estudo, destacam-se as variações do coeficiente de transferência de calor para as interfaces metal/furo central e metal/molde, conforme mostrado na Figura 2.12, bem como o deslocamento medido experimentalmente para a parede externa da liga e a simulação do deslocamento da parede interna do molde, evidenciando a formação gradativa de um *gap* de ar mediante a variação do posicionamento entre estas paredes (Figura 2.13).

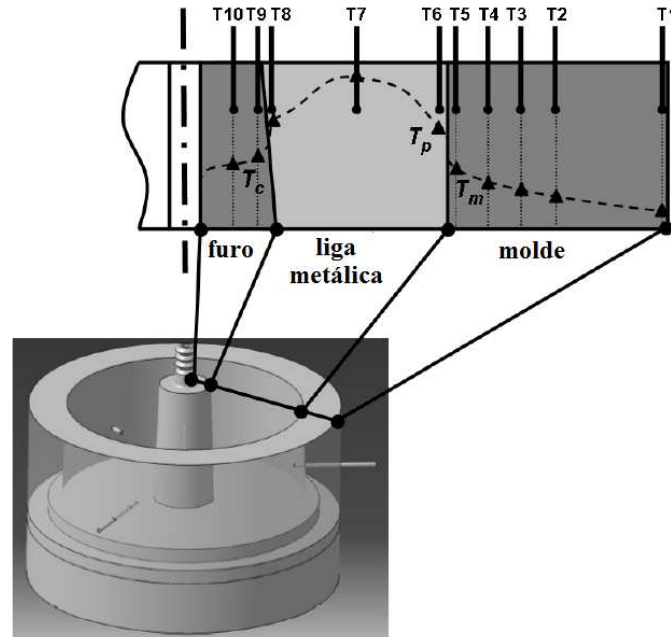


Figura 2.11: Molde cilíndrico com furo central, indicando o posicionamento dos termopares T_n .
Adaptado de [Susac, 2010].

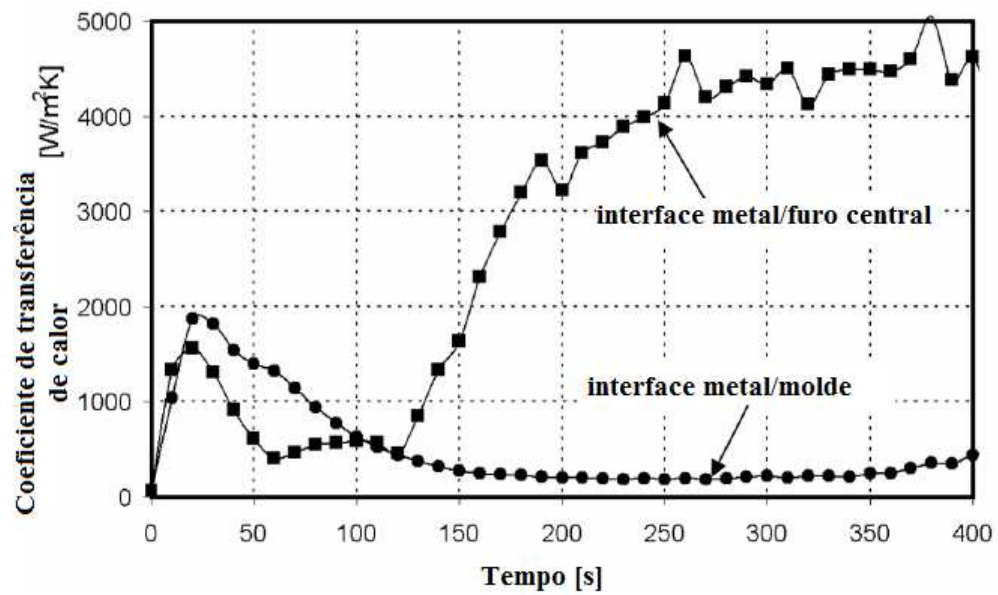


Figura 2.12: Coeficiente de transferência de calor na interfaces metal/furo central e metal/molde. Adaptado de [Susac, 2010].

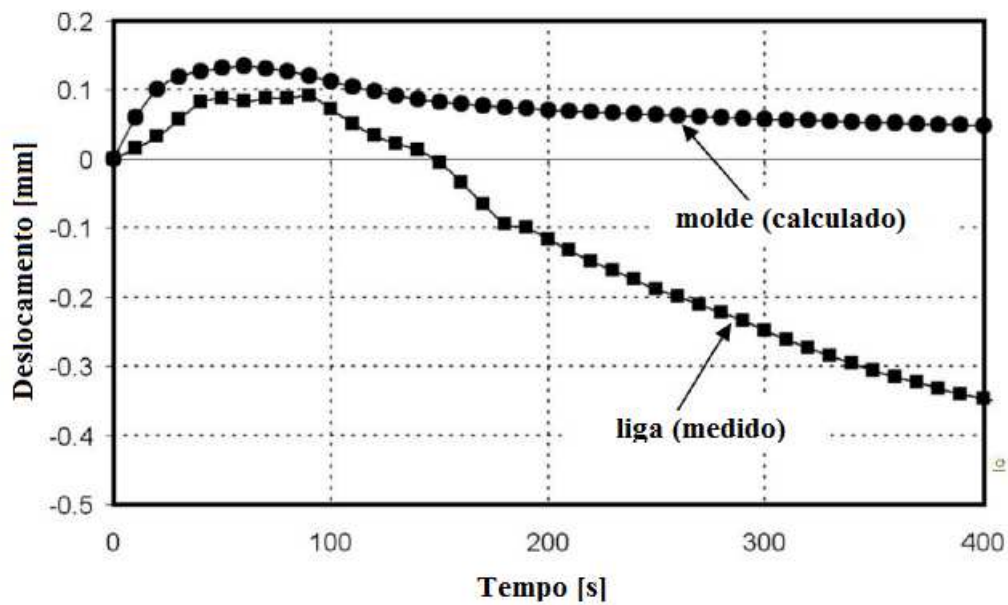


Figura 2.13: Deslocamento das paredes interna do molde e externa da liga, evidenciando um aumento da camada de ar (*gap*). Adaptado de [Susac, 2010].

Além da influência da superfície, o superaquecimento influencia no contato térmico em função de aumentar a fluidez do metal líquido, aumentando dessa forma a área de superfície de contato com consequente aumento no fluxo de calor [Lolou, 1999]. O superaquecimento atua retardando a formação da casca solidificada, mantendo dessa forma por mais tempo um melhor contato térmico metal/molde. Santos [2004] determinou o coeficiente transitório de transferência de calor em processos de solidificação unidirecional horizontal e vertical com diferentes superaquecimentos. No caso da solidificação vertical, constataram que, quanto menor é o superaquecimento, maior é o perfil de h , devido à contração mais rápida do metal em relação às paredes laterais do molde com consequente deslocamento do lingote em direção à base devido ao efeito gravitacional melhorando o contato térmico.

Quanto maior é o superaquecimento, maior é a fluidez do metal, propiciando uma maior molhabilidade do substrato pelo metal. A fluidez é determinada pela taxa de deformação de um corpo em resposta a uma força estática de cisalhamento [Ohno, 1988]. Empiricamente, é a medida da distância que o metal líquido pode fluir num canal até que seja bloqueado pela solidificação. Ensaio de fluidez são feitos pelo método de espiral e a vácuo [Flemings, 1974]. Ragone et al [1956], utilizando-se de um sistema a vácuo, fizeram o mapeamento da fluidez nas ligas do sistema Sn-Pb, correlacionando-as com a composição química e o superaquecimento, constatando que é inversamente proporcional ao intervalo de solidificação (diferença entre as temperaturas *liquidus* e a *solidus*), conforme mostra o gráfico da Figura 2.14.

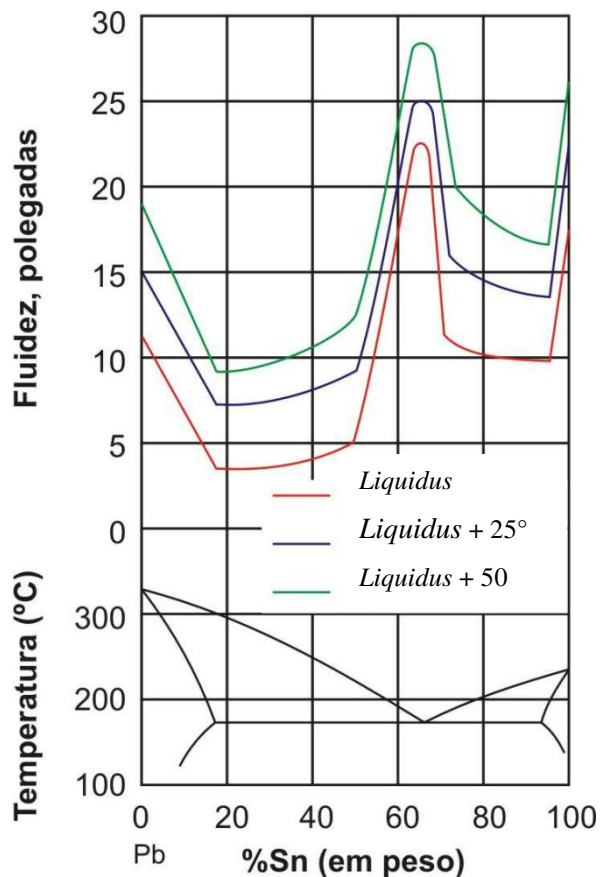


Figura 2.14: Fluidez no sistema Sn-Pb. Adaptado de [Ragone et al, 1956]

Outras interações físico-químicas são preponderantes na resistência térmica na interface como os mecanismos de expansão e contração térmica do molde e a formação de películas de óxidos. No caso do estanho, Campbell [1991] relata que o material é pouco reativo e não apresenta tendência de formação de películas de óxido. Já no caso do chumbo, existe uma tendência de formação de PbO , interferindo inclusive na molhabilidade de juntas soldadas, justificando o uso de fluxos para proteção do ar.

As propriedades térmicas do metal são fatores determinantes no fluxo de calor para ligas de diferentes composições químicas, tais como condutividade térmica do material, calor específico e massa específica tanto no estado sólido como no líquido. Lolou [1999b] afirma que a liberação do calor latente de fusão é o fator responsável pelo maior fluxo de calor, quando começa o processo de nucleação. Em ordem crescente de calor latente tem-se: chumbo, estanho e zinco,

como mostra o gráfico da Figura 2.15, que relaciona resistência térmica do metal/molde em função do tempo.

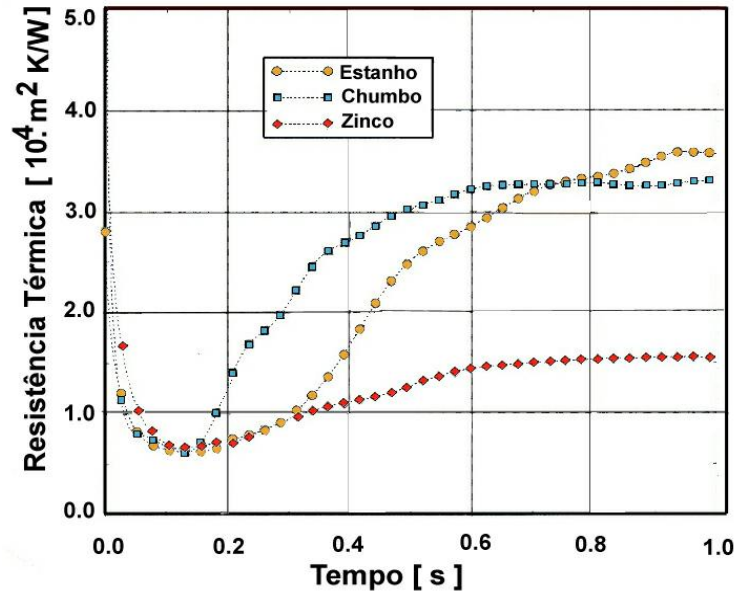


Figura 2.15: Evolução da resistência térmica em função do tempo nos instantes iniciais do processo de solidificação para estanho, chumbo e zinco [Lolou et al, 1999b].

Após os estágios iniciais de formação da casca solidificada, o mecanismo de contração atua à medida que a espessura vai aumentando, formando um *gap* de ar entre a casca e o molde. Neste instante o fluxo de calor cai bruscamente. Em oposição à formação ao mecanismo de contração, o efeito da pressão metalostática é preponderante na resistência à formação do *gap* de ar. A literatura relata que experimentos comprovam que quanto maior a pressão metalostática, maior é a transferência de calor no molde. No caso do lingotamento contínuo, esta pressão gera maior tensão de atrito metal/molde, gerando instabilidade e podendo ocasionar breakouts [Toothill, 1983]. Estudos feitos por Nishida e Matsubara [Nishida e Matsubara, 1976] comprovam o efeito da pressão na transferência de calor na interface metal/molde, utilizando-se de aplicações de cargas no metal líquido. Estudos feitos em processo de fundição em molde permanente [Davies, 1980] mostram a discrepância no comportamento do fluxo de calor durante a aplicação da pressão, quando o metal está líquido e, posteriormente, quando está solidificado sem a carga e com *gap* de ar formado. Com o aumento da pressão no metal líquido, a casca solidificada permanece mais tempo em contato com a parede do molde. Veinik [1968] propõe uma expressão

geral para determinar a espessura da casca para suportar a pressão do metal de um lingote cilíndrico sem que haja rompimento, dada por:

$$e = \frac{p.d}{2.\sigma_T}, \quad (2.14)$$

onde:

p: é a pressão metalostática;

d: é o diâmetro do lingote;

σ_T : é o limite de resistência à tração.

Haddad et al [2001] desenvolvem um modelo numérico para determinar a velocidade de formação e a espessura de *gap* de ar durante o processo de transferência de calor, baseado na contração do material, segundo a equação:

$$V(t) = \left(\frac{\rho_s - \rho_L}{\rho_L} \right) \frac{ds}{dt} \quad (2.15)$$

onde:

ρ_s : massa específica no estado sólido;

ρ_L : massa específica no estado líquido;

s: espessura solidificada;

t: tempo.

2.4 DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR METAL/MOLDE (h_g)

Não é possível a determinação direta de (h_g). Pode ser realizada se forem conhecidas as temperaturas da superfície do metal (T_{is}) em solidificação e da superfície do molde (T_{im}) [Krishnan e Sharma, 1996], sendo que:

$$q = h.A.(T_{is} - T_{im}) \quad (2.16)$$

onde:

A: área da superfície de troca de calor;

q: fluxo de calor que atravessa a interface metal/molde;

T_{is} : temperatura da superfície do metal;

T_{im} : temperatura interna da superfície do molde.

Krishnan e Sharma[1996] e Loulou e outros [Loulou et al, 1999] afirmam que, apesar de existirem diversos métodos de se medir a temperatura superficial, a precisão da medida é afetada pela perturbação gerada pelos próprios sensores. Métodos indiretos são os mais adequados e o mais conhecido é o método inverso de análise da condução de calor. As técnicas inversas estimam parâmetros ou propriedades pela extrapolação a partir de condições definidas. A Figura 2.16 ilustra um exemplo que mostra a diferença entre o método direto e indireto na determinação de parâmetros. Considerando-se uma situação de regime permanente mostrada na Figura 2.16-a o problema direto está em encontrar a distribuição de temperaturas entre duas condições de fronteira conhecidas: T_1 e T_2 . O problema inverso de condução de calor na Figura 2.16-b está em determinar uma condição de fronteira (fluxo de calor), que é complexa ou impossível de se medir diretamente. Medidas de temperatura a partir da fronteira desconhecida são necessárias para o cálculo do fluxo de calor neste caso [Goudie, 1995].

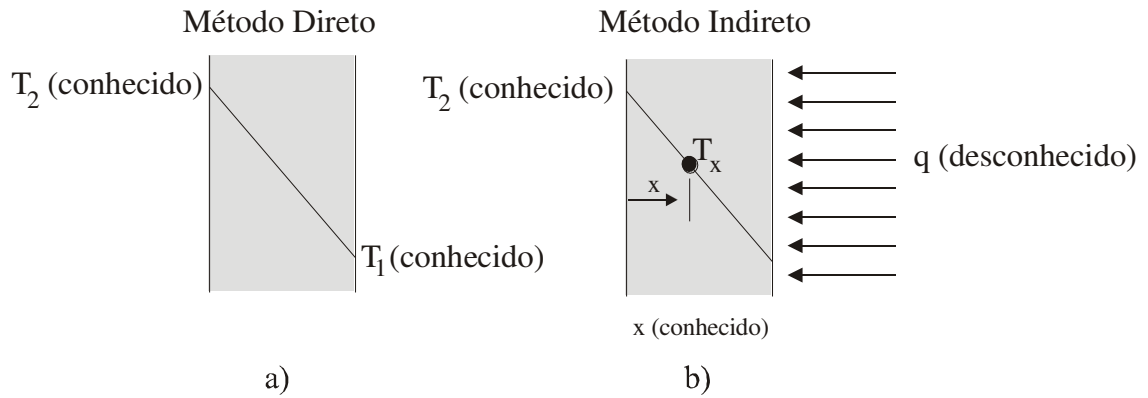


Figura 2.16: Exemplo esquemático mostrando a diferença entre os Métodos Direto e Indireto

A precisão do parâmetro inversamente determinado está vinculada à precisão dos sensores de medição [Piwonka et al, 2000; Attia e Kops, 1986], principalmente em processos de regime transitório que apresentam grandes variações físico-metalúrgicas. Os problemas inversos em condução de calor usuais são a determinação de fluxo de calor e temperatura. Entretanto, existe outra classe que se concentra na determinação inversa de coeficiente de transferência de calor. Existem duas abordagens nesta técnica. A primeira consiste em se estimar o valor deste coeficiente até que o perfil térmico gerado coincida com o medido experimentalmente. A segunda abordagem está na utilização de um critério matemático, o Método dos Mínimos Quadrados, para o ajuste do coeficiente de modo que as temperaturas geradas pela simulação apresentem o menor desvio possível em relação às medidas experimentais. O procedimento proposto por Beck [Beck, 1970, 1988] está em minimizar o valor de (S):

$$S = \sum_{i=1}^n (T_{\text{exp}} - T_{\text{calc}})^2, \quad (2.17)$$

onde:

T_{exp} : temperatura experimental;

T_{calc} : temperatura calculada;

n : estágio da iteração;

i : número de pontos comparados.

A literatura apresenta vários trabalhos que aplicam o método de Beck na determinação de coeficiente de transferência de calor (h) em sistemas de fundição. Yeung e Lam [1996] utilizam o método para a determinação da condutividade térmica variável com a temperatura e o espaço. Kim e Lee [1997] determinam h na solidificação de tubos cilíndricos de alumínio puro e ligas do sistema Al-Si e alimentam seu modelo baseado no método de Beck com medições de temperatura tanto no molde, quanto no metal em solidificação. De forma semelhante, Ho e Pehlke [1985], Kumar e Prabhu [1991] e Lauet al. [1998] instrumentaram seus sistemas de fundição e obtiveram h pelo Método de Beck. Mais recentemente, outros autores utilizam o método para determinação do coeficiente de transferência de calor metal/molde em regime transitório na interface metal/molde [Santos, 2001; Santos, 2002; Ferreira, 2004a; Ferreira, 2004b; Souza, 2004] Outros processos utilizam-se do método, como lingotamento contínuo [Santos, 2004] e processo de microfusão em alumínio [Browne, 2001], na determinação do coeficiente de transferência de calor para aplicação em modelagem numérica.

Para a situação de moldes refrigerados em lingotamento estático e contínuo, a análise da transferência de calor no molde deve levar em conta todas as resistências térmicas envolvidas na passagem do fluxo de calor, desde o interior do lingote até a água de refrigeração. A Figura 2.17 ilustra as resistências térmicas envolvidas no processo de lingotamento de um cilindro maciço e de um tubo cilíndrico, respectivamente.

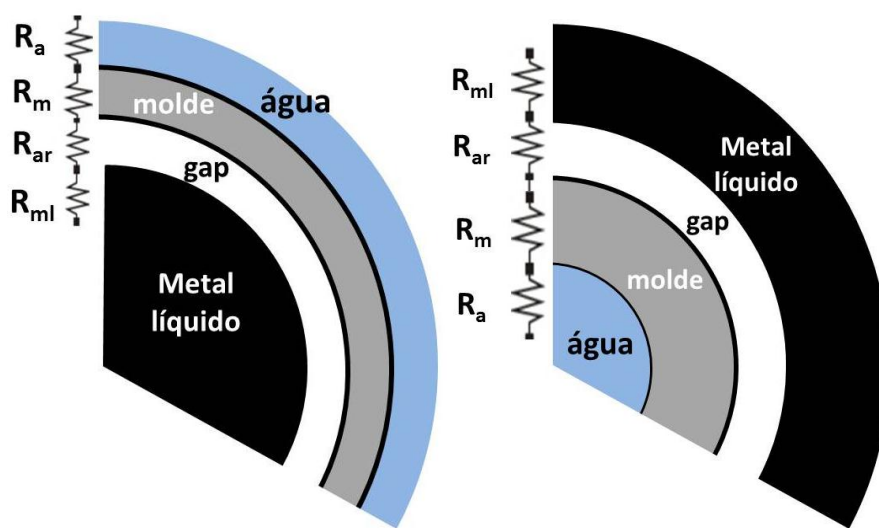


Figura 2.17: Resistências térmicas do sistema lingote/molde para geometrias cilíndricas côncava e convexe, respectivamente.

onde:

R_a : resistência térmica da interface água de refrigeração/molde [m^2K/W];

R_m : resistência térmica da parede do molde [m^2K/W];

R_{ar} : resistência térmica da interface metal/molde (*gap*) [m^2K/W];

R_s : resistência térmica da casca sólida [m^2K/W];

R_{ml} : resistência térmica do metal líquido [m^2K/W].

Como a determinação da resistência térmica na interface metal/molde é comprometida pela instrumentação para a medição das temperaturas da superfície do lingote e do molde, uma forma de contornar esta dificuldade consiste em se trabalhar com uma resistência térmica global (R_g), que traduz todas as resistências existentes a partir da superfície do lingote até a água de refrigeração. Esta resistência térmica global é uma resistência equivalente em série, sendo dada por [Krishnan e Sharma, 1996; Siqueira et al, 2003] na forma:

$$R_g = \Sigma R = R_a + R_m + R_{ar} + R_{ml} . \quad (2.18)$$

O comportamento do coeficiente de transferência de calor global (inverso de R_g) é traduzido como uma curva em decaimento exponencial ao longo do tempo (t) [Krishnan, 1996], comportamento este influenciado pela evolução da formação do *gap* já mostrado na Figura 2.7. Sendo a e n coeficientes obtidos por regressão a partir dos valores a cada instante de h_g e obtidos pelo Método de Beck, a expressão do decaimento exponencial é expressa, para o caso de lingotamento estático em moldes refrigerados, como [Santos, 2001; Siqueira, 2003; Cheung et al, 2009]:

$$h_g = a.t^{-n} \quad (2.19)$$

2.5 VARIÁVEIS TÉRMICAS DE SOLIDIFICAÇÃO

As variáveis térmicas de solidificação são determinadas a partir dos modelos matemáticos desenvolvidos neste estudo e, posteriormente, comparadas com os resultados experimentais correspondentes.

Tempo Local de Solidificação (t_{SL})

É definido como a diferença entre o tempo de passagem da isoterma *solidus* (t_{S}) e o tempo de passagem da isoterma *liquidus* (t_{L}) por um determinado ponto da peça em solidificação:

$$t_{SL} = t_{S} - t_{L} . \quad (2.20)$$

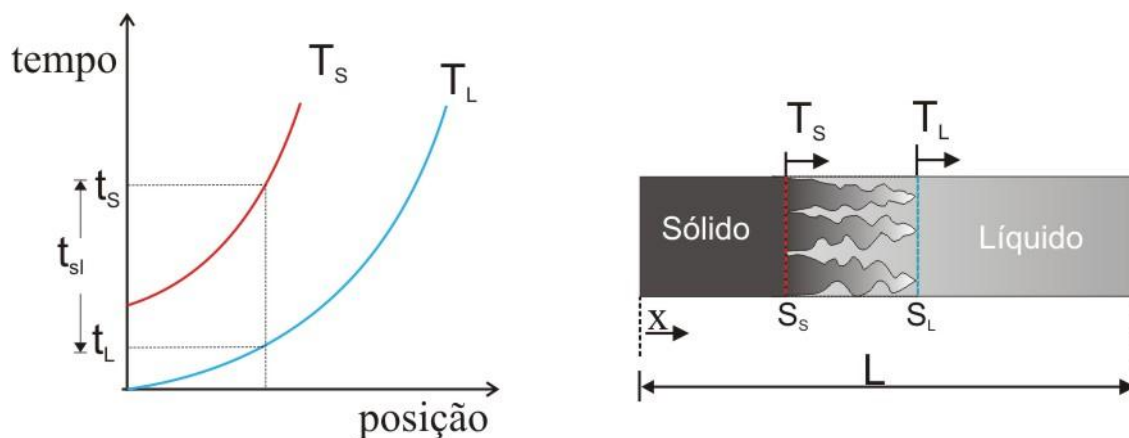


Figura 2.18: Desenho esquemático mostrando um gráfico dos deslocamentos das isothermas *solidus* e *liquidus* ao longo de um elemento de volume de comprimento L : T_L - isoterma *liquidus*; T_S - isoterma *solidus*.

Velocidade de Deslocamento da Ponta da Dendrita (V_L)

Admitindo-se que a temperatura na ponta da ramificação dendrita primária seja igual à temperatura *liquidus*, a velocidade da ponta da dendrita será igual a velocidade de deslocamento da isoterma *liquidus*, como mostra o esquema da Figura 2.19.

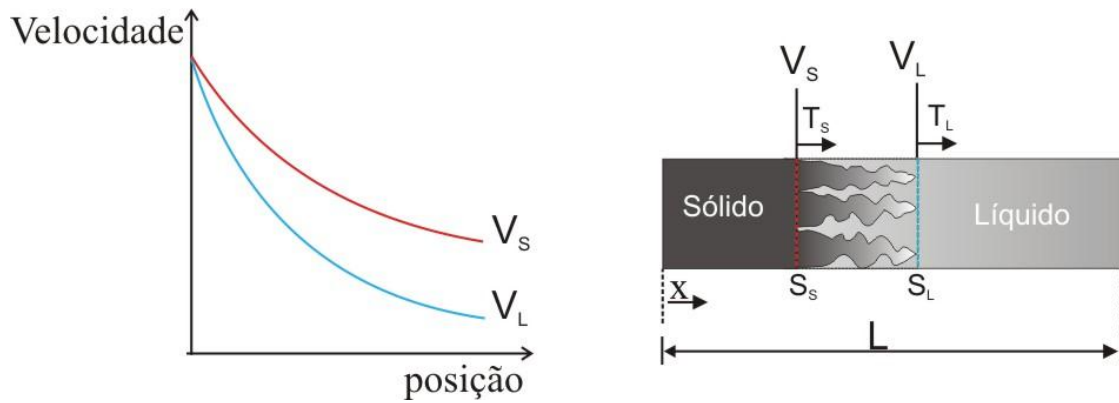


Figura 2.19: Desenho esquemático mostrando um gráfico da velocidade em função da posição e os deslocamentos das isotermas *solidus* e *liquidus* ao longo de um elemento de volume L : T_L - isoterma *liquidus*; T_s - isoterma *solidus*.

Gradiente de Temperatura (G_L)

O gradiente térmico no líquido, junto à isoterma *liquidus*, é definido através da seguinte expressão [Garcia, 2007]:

$$G_L = \left(\frac{\partial T_L}{\partial x} \right). \quad (2.21)$$

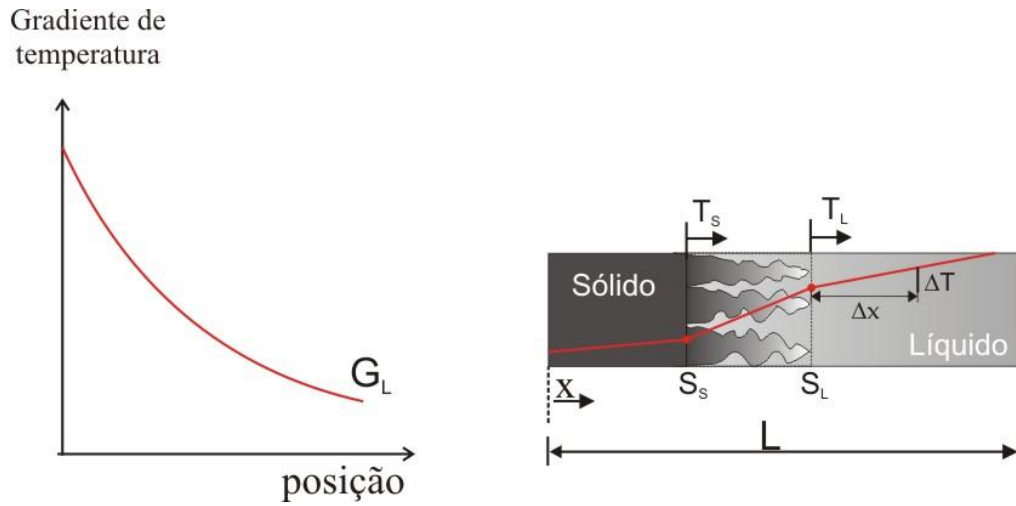


Figura 2.20: Desenho esquemático mostrando um gráfico do gradiente de temperatura à frente da isoterma *liquidus* em função da posição.

Taxa de Resfriamento (\dot{T})

A taxa de resfriamento (\dot{T}) junto à isoterma *liquidus* é definida como a inclinação da curva de resfriamento no momento da passagem pela temperatura *liquidus* [Garcia, 2007]:

$$\dot{T} = \frac{\partial T_L}{\partial t} = \left(\frac{\partial T_L}{\partial x} \right)_{x=S_L} \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_{x=S_L} \quad (2.22)$$

onde:

$\frac{\partial T_L}{\partial x}$ e $\frac{\partial x}{\partial t}$ são, respectivamente, o gradiente de temperatura junto à isoterma *liquidus* e a velocidade de deslocamento desta isoterma. Logo, pode-se escrever:

$$\dot{T} = G_L V_L. \quad (2.23)$$

2.6 PARÂMETROS ESTRUTURAIS

Em operações industriais de fundição e lingotamento, a possibilidade de implantação de uma ampla gama de condições operacionais tem como decorrência direta a geração de uma diversidade de estruturas de solidificação. Parâmetros estruturais, como tamanho de grão e espaçamentos interdendríticos, são bastante influenciados pela taxa local de resfriamento e, conseqüentemente, pelo gradiente de temperatura e velocidade de solidificação, resultando em uma correlação estreita entre o comportamento térmico do sistema metal/molde durante a solidificação e a microestrutura resultante [Quaresma, 2000; Osório, 2002].

A forma da estrutura de solidificação depende não somente das condições de resfriamento, mas também da composição da liga. Conforme se observa no diagrama de equilíbrio Pb-Sn, Figura 2.21, para um mesmo sistema pode ocorrer o desenvolvimento das diferentes morfologias estruturais.

A composição química da liga também é fator regulador das características microestruturais do produto fundido, pois os elementos de liga atuam de forma diferenciada na eficiência da nucleação, gerando assim, em certos casos, grandes variações nas propriedades mecânicas em função de pequenos incrementos em sua composição.

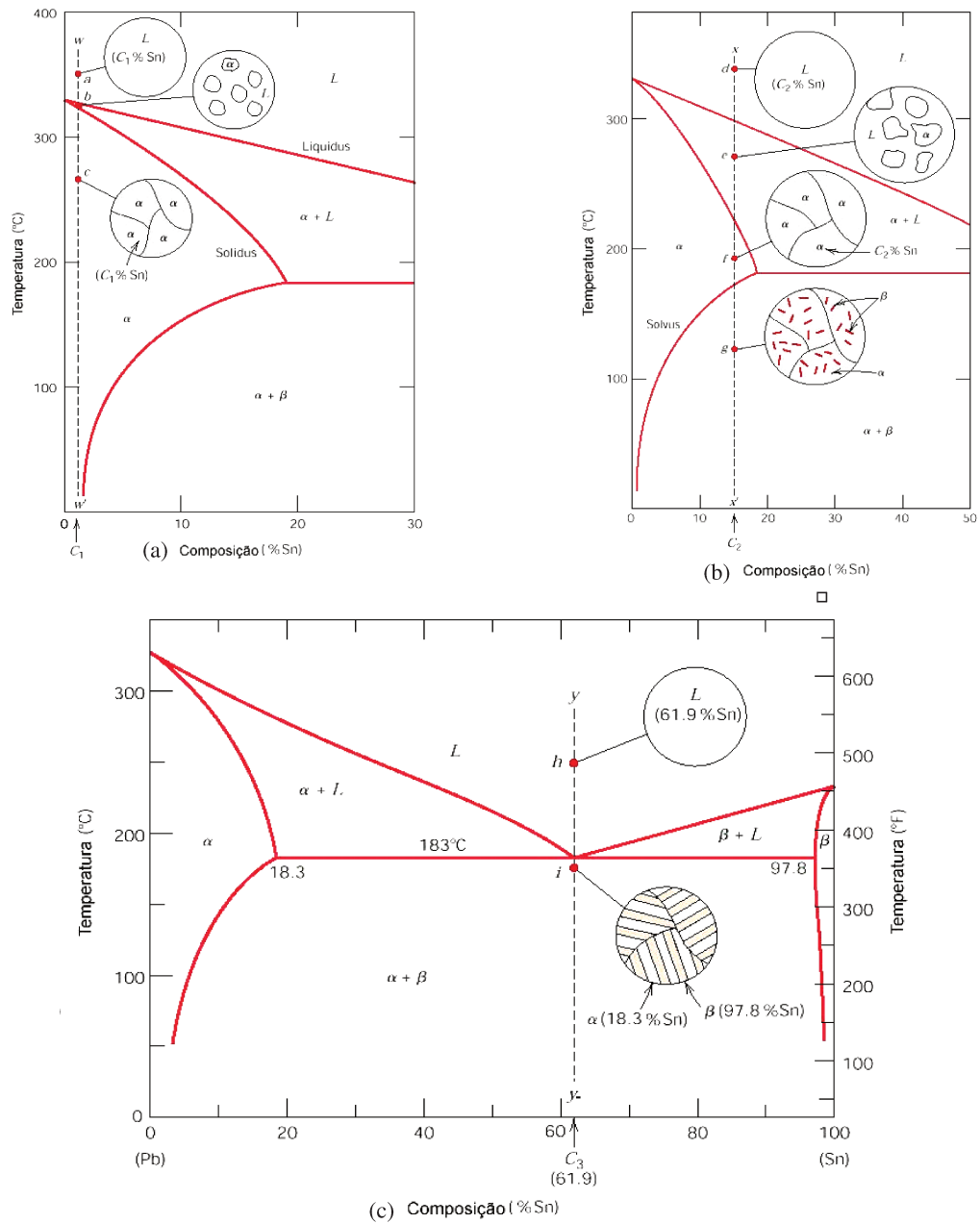


Figura 2.21: Diagrama de equilíbrio do sistema Pb-Sn: (a) composição C1- Estrutura α , (b) composição C2- Estrutura $\alpha + \beta$, (c) composição C2 -estrutura eutética.[Callister, 2000].

2.6.1 Macroestruturas de Solidificação

Os processos de solidificação, de maneira geral, começam com uma etapa de nucleação e seguidos de uma etapa de crescimento quando as condições termodinâmicas são favoráveis [Form e Wallace, 1960]. As fases resultantes das transformações são função da nucleação, do crescimento ou pela combinação de ambas [Boettinger et al, 2000]. Geralmente, a solidificação conduz a macroestruturas de três tipos morfológicos característicos: coquilhada, colunar e equiaxial [Kurz et al, 2001]. Na revelação macroestrutural de lingotes, comumente encontram-se estas diferentes estruturas distribuídas de uma forma bem característica, conforme mostra a Figura 2.22 para uma seção cilíndrica de um lingote solidificado de fora para dentro, extraindo-se calor pela periferia. A região periférica em contato direto com o molde formada por grãos equiaxiais de granulometria reduzida está associada às altas taxas de resfriamento oriundas da elevada diferença de temperatura entre o molde e o metal [Kurz, 1984]. Esses pequenos grãos de orientação randômica são nucleados a partir da parede do molde e constituem a zona coquilhada. Segue-se o crescimento de uma região intermediária de grãos alongados unidirecionalmente denominados colunares orientados na direção do fluxo de calor [Kurz et al, 2001] e, por fim, uma região central de grãos equiaxiais de tamanho maior em relação aos da região coquilhada. Diversos pesquisadores [Hunt, 1984; Mahapatra e Weinberg, 1987; Ziv e Weinberg, 1989; Siqueira, 2003] têm realizado estudos sobre os parâmetros térmicos que influenciam na transição colunar/equiaxial. Basicamente, definem-se três mecanismos que induzem a transição colunar/equiaxial: sobrevivência dos cristais coquilhados no centro do banho (mecanismo do Big Bang), mecanismo de nucleação na superfície livre do banho e rompimento das dendritas [Biloni, 1970; Ohno, 1988].

Nem sempre todas as zonas estão presentes e a estrutura pode ser, por exemplo, completamente colunar ou completamente equiaxial. Como as propriedades mecânicas dependem da estrutura, é evidente a importância do conhecimento dos parâmetros que controlam a formação estrutural na solidificação.

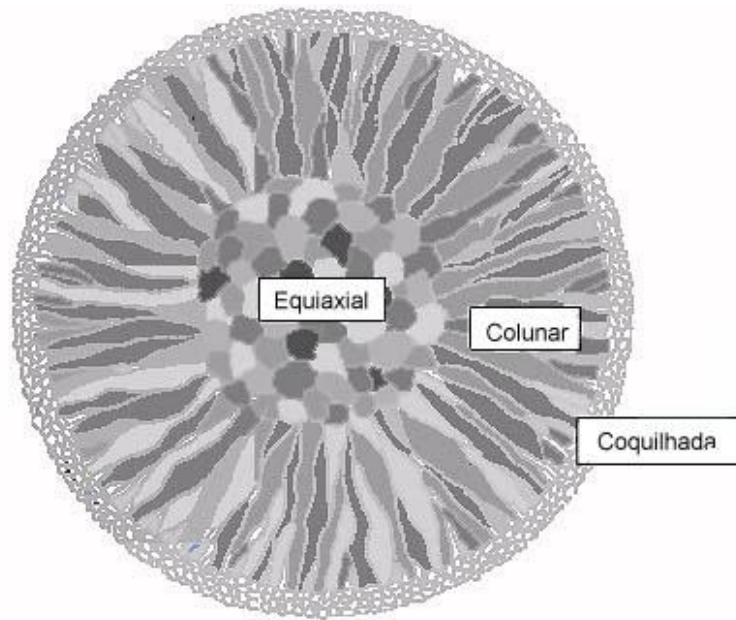


Figura 2.22: Esquema da estrutura de um lingote com extração de calor radial indicando as zonas coquilhada, colunar e equiaxial [Souza, 2004].

2.6.2 Microestruturas de Solidificação

As propriedades mecânicas de uma liga em seu estado bruto de solidificação dependem também do arranjo microestrutural que se define durante o processo de solidificação. Nessas condições, espaçamentos celulares e dendríticos, a forma, o tamanho e o espalhamento de eventual porosidade, produtos segregados e outras fases determinarão o comportamento mecânico da liga representado por tensões/deformações.

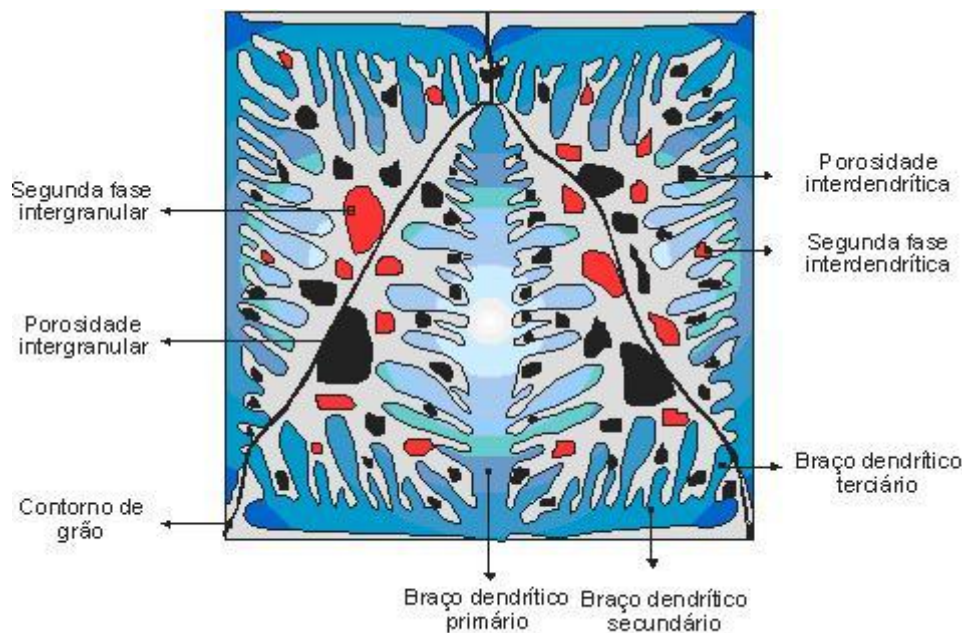


Figura 2.23: Representação esquemática de uma microestrutura de solidificação

A frente de solidificação pode ser plana, celular ou dendrítica. Os metais puros apresentam a frente de solidificação plana e, à medida que, por exemplo, são incorporados elementos de liga, a frente de solidificação tende a se tornar instável devido ao fenômeno conhecido por super-resfriamento constitucional [Ohno, 1988]. A instabilidade da frente de solidificação depende da sua velocidade de avanço e do gradiente de temperatura à frente da interface sólido/líquido. Quanto menor for a relação gradiente de temperatura e velocidade de solidificação, maior será a instabilidade da frente de solidificação, ou seja, baixos valores de gradiente térmico e altos valores de velocidade da interface facilitam a formação do super-resfriamento constitucional e consequente instabilidade. Neste caso, a interface plana tende a passar para celular e dendrítica.

Após o surgimento de instabilidades que induzem uma estrutura celular, à medida que a velocidade de crescimento é aumentada ainda mais, começam a surgir perturbações nas laterais (perpendicularmente à direção de crescimento) que são denominadas de ramificações secundárias, definindo-se a estrutura dendrítica. Também se observa um aumento dos espaçamentos dendríticos da superfície para o centro de peças solidificadas. O fato é associado ao decaimento da taxa de resfriamento com o tempo. A Figura 2.23 mostra os espaçamentos celulares (λ_c), dendríticos primários (λ_1), secundários (λ_2) e terciários (λ_3).

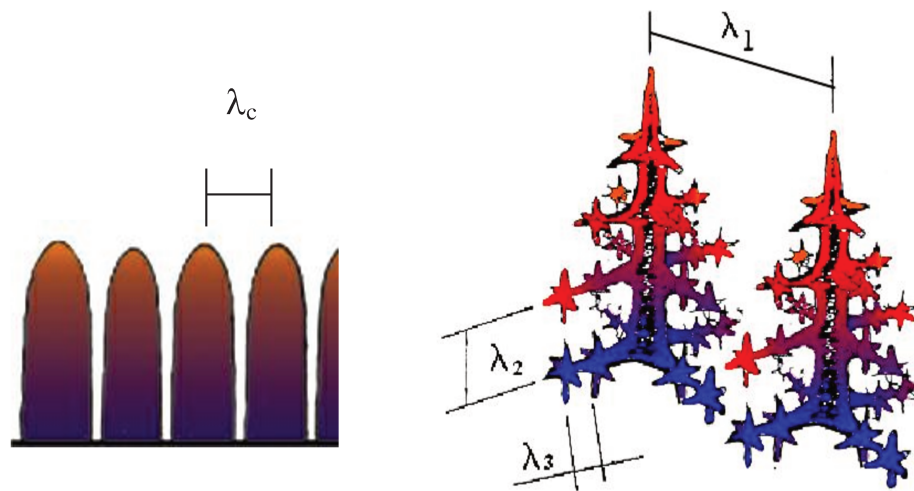


Figura 2.24: Representação dos espaçamentos celulares (λ_c), espaçamentos dendríticos primários (λ_1), secundários (λ_2) e terciários (λ_3).

2.7 CORRELAÇÃO DOS PARÂMETROS MICROESTRUTURAIS COM AS VARIÁVEIS TÉRMICAS

Vários pesquisadores têm proposto correlações entre microestrutura de solidificação e parâmetros térmicos para ligas de vários sistemas binários [Goulart, 2010; Garcia, 2009; Rocha, 2002; Bouchard-Kirkaldy, 1997; Çardili e Gündüz, 2000; Cruz, 2008; Santos, 2001] utilizando-se da determinação experimental dos espaçamentos celulares ou dendríticos e dos parâmetros térmicos de solidificação. Esses parâmetros são velocidades da isoterma *liquidus*, gradientes de temperatura e taxas de resfriamento. Quaresma [2000] e Osório [2002] desenvolvem também expressões de correlação dos espaçamentos dendríticos primários e secundários com o limite de resistência a tração [Goulart, 2010; Cruz, 2010; Canté, 2010].

A maioria dos modelos de crescimento dendrítico existentes na literatura foram desenvolvidos para regime estacionário de transferência de calor. Somente os modelos propostos por Hunt-Lu [1996] para espaçamentos celulares e dendríticos primários e Bouchard-Kirkaldy [1997] para espaçamentos dendríticos primários e secundários, consideram condições de

solidificação com fluxo de calor unidirecional em regime transitório. Esses parâmetros são correlacionados com os parâmetros térmicos de solidificação como mostrado de forma generalizada pela Equação (2.24).

$$(\lambda_c, \lambda_1, \lambda_2) = C(G_L, V_L, G_L V_L)^{-n} \quad (2.24)$$

onde:

C: constante que depende do tipo de liga;

n: expoente que tem sido determinado na literatura para uma série de ligas [Bouchard-Kirkaldy, 1997; Feng, 1999; Çardili e Gündüz, 2000].

Os modelos teóricos de Hunt-Lu e Bouchard-Kirkaldy para espaçamentos celulares e dendríticos primários são representados pelas equações de (2.25) a (2.29).

$$\lambda_c = 4,09 \, k_0^{-0,745} \left(\frac{\Gamma}{\Delta T} \right)^{0,41} D_L^{0,59} v_L^{-0,59}; \text{ Hunt-Lu, para espaçamento celular} \quad (2.25)$$

$$\lambda_1 = 0,07798 \, v'^{(a-0,75)} (v' - G')^{0,75} G'^{-0,6028}; \text{ Hunt-Lu, espaçamento primário} \quad (2.26)$$

onde:

$$-a = -1.131 - 0.1555 \log_{10}(G') - 0,007589 [\log_{10}(G')]^2; \quad (2.27)$$

$$\lambda_1 = \frac{\lambda_c \Delta T}{\Gamma k_0}, \quad G' = \frac{G_L \Gamma k_0}{\Delta T^2} \quad \text{and} \quad v' = \frac{v_L \Gamma k_0}{D_L \Delta T}; \quad (2.28)$$

$$\lambda_1 = a_1 \left(\frac{16 C_0^{1/2} G_0 \sigma_{SL} \Gamma D_L}{(1 - k_0) m G_L v_L} \right)^{1/2}; \text{ Bouchard-Kirkaldy, dendrítico primário} \quad (2.29)$$

onde:

Γ : coeficiente de Gibbs-Thomson;

m: inclinação da linha *liquidus*;

k_0 : coeficiente de partição de soluto;

C_0 : composição de soluto da liga;

D_L : difusividade de soluto no líquido;

ΔT : diferença entre as temperaturas de equilíbrio *liquidus* e *solidus*;

V_L : velocidade de deslocamento da isoterma *liquidus*;

G_L : gradiente de temperatura no líquido;

G_0 : parâmetro característico e fator de escala, respectivamente, $\cong 600 \times 6 \text{ Kcm}^{-1}$, valor esse definido por compostos orgânicos [Bouchard-Kirkaldy, 1997];

a_1 : o fator de calibração utilizado para corrigir o modelo de Bouchard-Kirkaldy [1997];

σ_{SL} : tensão superficial sólido/líquido.

A literatura apresenta correlações experimentais para os espaçamentos dendríticos secundários tanto para fluxo de calor permanente como para transitório em solidificação unidirecional, como apresentado na Tabela 2.1. Já a Tabela 2.2 apresenta os modelos teóricos de crescimento dendrítico secundário [Garcia, 2001].

Tabela 2.1: Equações experimentais dos espaçamentos dendríticos secundários (EDS) indicando o fator exponencial e o valor da constante C para diversas ligas metálicas [Garcia, 2001].

Ligas (% em peso)	Equações Experimentais(λ_2 [μm]; t_{SL} [s]; \dot{T} [K/s])
Al- 4,5%Cu	$\lambda_2 = 7,5 (t_{SL})^{0,39}$ [Bower, 1967] (2.30)
Al-Si	$\lambda_2 = C(t_{SL})^{0,43}$ ($C = 11,5$ a $15,3$) [Garcia, 2007] (2.31)
Fe-0,62%C	$\lambda_2 = 15,8 (t_{SL})^{0,44}$ [Jacobi, 1975, 1976] (2.32)
Fe-C (0,14 a 0,88%C)	$\lambda_2 = 146(\dot{T})^{-0,39}$ [Suzuki, 1969] (2.33)

Tabela 2.2: Modelos teóricos de crescimento de espaçamentos dendríticos secundários (EDS).

Autor	Modelo
Kurz e Fisher [1984]	$\lambda_2 = 5,5(Mt_{SL})^{1/3}$ (2.34)
Feurer [1977]	$\lambda_2 = 4,36(Mt_{SL})^{1/3}$ (2.35)
Mortensen [1991]	$\lambda_2 = C_1 (t_{SL})^{1/3}$ (2.36)
Bouchard-Kirkaldy [1997]	$\lambda_2 = 2\pi a_2 \left[\frac{4\sigma_{SL}}{C_0(1-k_0)^2 L} \left(\frac{D_L}{V_L} \right)^2 \right]^{1/3}$ (2.37)

Os valores de M e C_1 , indicados nas equações citadas na Tabela 2.2, são determinados, respectivamente, para cada modelo, a partir das expressões:

$$M[\text{Kurz \& Fisher}] = \frac{\Gamma D_L}{(1-k_0)m(C_0 - C_{L\max})} \ln\left(\frac{C_{L\max}}{C_0}\right), \quad (2.38)$$

$$M[\text{Feurer}] = \frac{2\sigma_{SL} D_L T_L}{L(1-k_0)m(C_0 - C_{L\max})} \ln\left(\frac{C_{L\max}}{C_0}\right), \quad (2.39)$$

$$C_1 = \left[\frac{27\Gamma D_L}{4C_{L\max} m (1-k_0)f_S(1-\sqrt{f_S})} \right]^{1/3}, \quad (2.40)$$

onde:

$C_{L\max}$: concentração máxima do líquido interdendrítico, que em muitos sistemas binários de interesse coincide com a concentração do eutético (C_E);

σ_{SL} : tensão superficial da interface S/L;

f_S : fração de sólido calculada a partir da equação de Scheil;

L: calor latente de fusão.

3 MODELAGEM NUMÉRICA

3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Problemas envolvendo o processo de solidificação podem ser identificados em áreas bastante distintas como geologia, congelamento de alimentos, fundição, purificação de materiais, crescimento de cristais, e têm sido foco de extensivos estudos científicos e esforços tecnológicos [Feltham, 2001]. A aplicabilidade dos métodos numéricos permite a análise de um maior número de casos reais específicos, quando comparados com os métodos analíticos, com a obtenção de soluções mais abrangentes e precisas. Apesar de os métodos analíticos serem interessantes por um lado na análise da caracterização do fenômeno, devido a permeabilidade quanto à visualização da interdependência entre as variáveis do processo, o que permite uma compreensão mais imediata do encadeamento dos fenômenos atuantes, por outro lado as simplificações assumidas resultam em aplicações limitadas. O avanço na tecnologia computacional, com desenvolvimento de processadores de altíssimo desempenho, permitiu que as rotinas feitas pelos métodos numéricos fossem executadas em um menor tempo. Os métodos numéricos conduzem à utilização de hipóteses mais próximas das condições reais de solidificação, com facilidade de implementar variáveis às rotinas de programação. Dentre elas, por exemplo citam-se o coeficiente interfacial transitório de transferência de calor, dimensões e geometria de moldes e propriedades termofísicas variáveis em função da temperatura em cada estado de agregação durante o processo de solidificação. Porém, todos os métodos têm suas qualidades e suas limitações e a aplicação de um ou outro depende da abordagem do problema, da extensão da análise e da precisão necessária.

Os métodos numéricos atualmente mais utilizados e amplamente estudados são os métodos de diferenças finitas (MDF) [Chernogorova, 1999; Cheung, 2009] e os métodos dos elementos finitos (MEF) [Reddy, 1993; Sha, 2011] para o desenvolvimento de modelos relacionados aos fenômenos de transferência de calor na solidificação. No entanto, o equacionamento do MEF é bem mais complexo que o MDF, sendo este último mais simples e direto [Spim, 2001]. A utilização do MDF torna-se bem mais fácil, tanto em termos de hardware como de software para

a aplicabilidade em processos de fundição, bem como para os fenômenos de solidificação em geral. Entretanto, a determinação da técnica numérica depende das condições impostas ao problema em questão. Trabalhos feitos em MDF com geometria tridimensional [Spim et al, 2000] foram realizados acoplando diferentes elementos geométricos para análise da peça como um todo e foram verificados experimentalmente, mostrando boa concordância, melhorando inclusive a precisão com o refino de malha utilizando o método da analogia de sistemas térmicos e elétricos [Paschkis, 1942].

O presente trabalho foca na análise numérica e experimental da solidificação radial de ligas metálicas binárias em dois sistemas de extração de calor distintos: o primeiro, denominado “solidificação radial *inward*” e o segundo, denominado “solidificação radial *outward*”.

Para o caso do sistema de solidificação radial *inward*, a extração de calor ocorre na periferia do lingote cilíndrico, formando inicialmente uma camada solidificada próxima à superfície do molde e que, com o tempo, avança em direção ao centro do lingote, formando ao final da solidificação um cilindro maciço. No caso do sistema de solidificação radial *outward*, a extração de calor ocorre no centro do lingote cilíndrico, por meio de um tubo de refrigeração, também formando inicialmente uma camada solidificada próxima à superfície desse tubo e que, com o tempo, avança em direção à periferia do lingote, formando ao final da solidificação um cilindro oco, na forma de tubo.

Para um melhor entendimento dos sistemas de solidificação envolvidos nesse estudo, a Figura 3.1 apresenta um desenho esquemático da seção longitudinal central para os dois casos distintos de solidificação radial, mais o sistema unidirecional ascendente amplamente utilizado pelo grupo GPS para obtenção das leis de crescimento celular/dendrítico. Ressalta-se que o primeiro, unidirecional ascendente, tem sido bastante aplicado na análise da evolução de estruturas de solidificação para uma ampla faixa de taxas de resfriamento e também na sua correlação com resistência mecânica, à corrosão e ao desgaste de diversas ligas; o segundo, radial *outward*, apresenta o esquema de solidificação do centro para periferia onde é possível ver as paredes do molde, formado por um tubo refrigerado, por onde é extraído o calor; por último, o

radial *inward*, a água é mantida à temperatura ambiente e passa por dentro de uma jaqueta de aço externa ao lingote de modo que o calor seja radialmente extraído para fora.

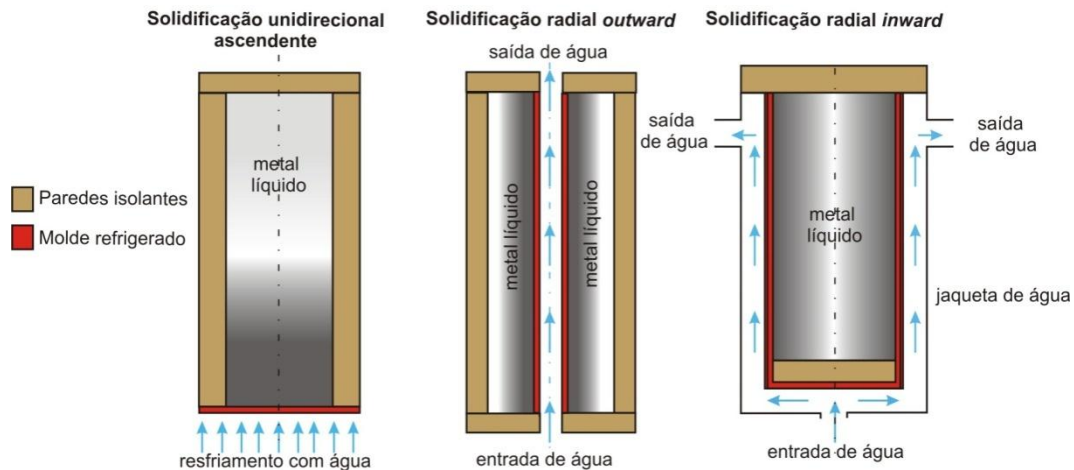


Figura 3.1: Desenho esquemático de três sistemas de solidificação: unidirecional ascendente, radial *outward* e radial *inward*, respectivamente.

3.2 MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS

A essência dos métodos numéricos está na discretização do meio contínuo. É esta discretização que torna “finito” o problema e, portanto, viabiliza sua solução através de computadores [Cristina, 2000]. A primeira etapa para resolução de qualquer método numérico envolvendo as equações diferenciais parciais consiste em discretizar a região onde se procura a solução. Para a discretização define-se uma malha, que é um conjunto finito de pontos pertencentes ao domínio, chamados nós. A malha é formada por elementos discretos de lados Δx , Δy e Δz , considerando um sistema de coordenadas cartesianas e Δr , Δz e $\Delta \phi$ e um sistema de coordenadas cilíndricas, além do tempo “ t ”, que é dividido em intervalos Δt . A atribuição do tamanho dos intervalos das variáveis depende da precisão dos resultados, que interferem diretamente no tempo de processamento. A Figura 3.2 mostra uma malha para uma barra de

comprimento qualquer discretizada em quatro elementos, em que a temperatura apresenta a sua condição inicial T^n , num instante de tempo t e T^{n+1} , significa que a temperatura variou após uma variação de tempo Δt .

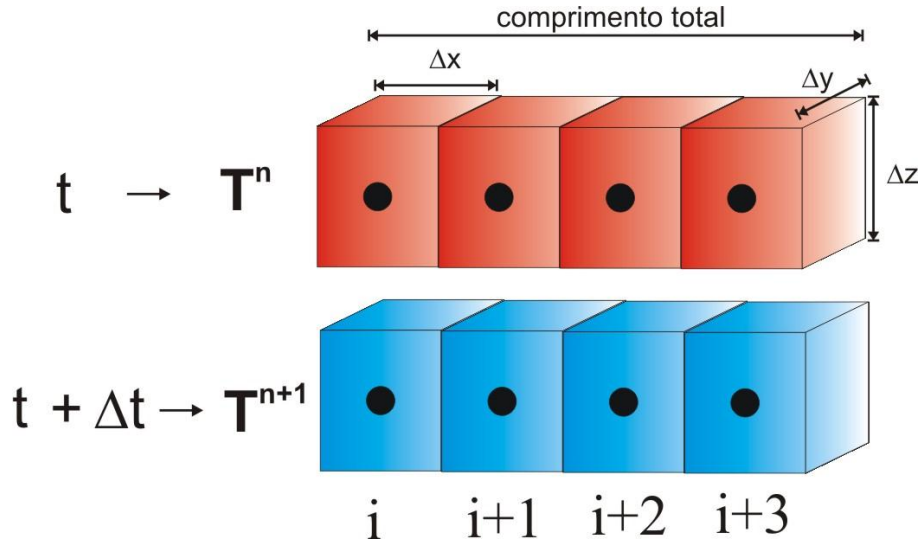


Figura 3.2: Representação de elementos de malha de um sistema.

O MDF é usado como uma abordagem alternativa para obter a aproximação da solução de uma equação diferencial parcial. A ideia básica desse método é transformar a resolução de uma equação diferencial em um sistema de equações algébricas, substituindo as derivadas por diferenças utilizando apenas os valores numéricos da função. A ferramenta matemática básica na definição de aproximações para as derivadas é a série de Taylor. O mérito da série de Taylor é o de prever como várias informações sobre a função podem ser usadas na avaliação desta função numa vizinhança de x , isto é, no ponto $x + \Delta x$.

Seja $y = T(x)$ uma função contínua e suponha que todas as suas derivadas existam no ponto $x = a$. A série de Taylor nas vizinhanças do ponto a é definida como:

$$T(x) \cong T(a) + \frac{T'(a)}{1!} \cdot (x - a) + \frac{T''(a)}{2!} \cdot (x - a)^2 + \dots + \frac{T^n(a)}{n!} \cdot (x - a)^n \quad (3.1)$$

onde $T^n(a)$ é a n-ésima derivada da função T em a .

Quando x for próximo de “ a ” e “ n ” for suficientemente grande, a série de Taylor de uma função $y = T(x)$ será uma excelente aproximação desta função.

Seja a função $T(x)$ definida anteriormente, onde se deseja determinar sua expansão em série de Taylor para x próximo de i , $T(i+\Delta x)$ e $T(i-\Delta x)$, onde (i) é um ponto genérico no eixo (x) pertencente ao domínio da função. Fazendo $a = i$ na equação (3.1), obtém-se:

$$T(i + \Delta x) \cong T(i) + \frac{T'(i)}{1!} \cdot (\Delta x) + \frac{T''(i)}{2!} \cdot (\Delta x)^2 + \dots + \frac{T^n(i)}{n!} \cdot (\Delta x)^n, \quad (3.2)$$

$$T(i - \Delta x) \cong T(i) - \frac{T'(i)}{1!} \cdot (\Delta x) + \frac{T''(i)}{2!} \cdot (\Delta x)^2 - \dots + (-1)^n \cdot \frac{T^n(i)}{n!} \cdot (\Delta x)^n. \quad (3.3)$$

Truncando a série de Taylor dada na equação (3.2) no termo de segunda ordem, obtém-se:

$$T(i + \Delta x) \cong T(i) + \frac{T'(i)}{1!} \cdot (\Delta x) + E \cdot (\Delta^2), \quad (3.4)$$

em que $E(\Delta^2)$ representa o erro devido ao truncamento no termo de segunda ordem.

Considerando $E(\Delta^2) = 0$ na equação (3.4) ela pode ser escrita como:

$$T'(i) \approx \frac{T(i+\Delta x) - T(i)}{\Delta x}. \quad (3.5)$$

A equação (3.5) é chamada Diferença Finita de Avanço e pode ser visualizada na Figura 3.3 como a derivada de uma função num ponto (i) . Este nome deve-se ao fato de que a tangente no ponto (i) envolve o ponto $(i+\Delta x)$.

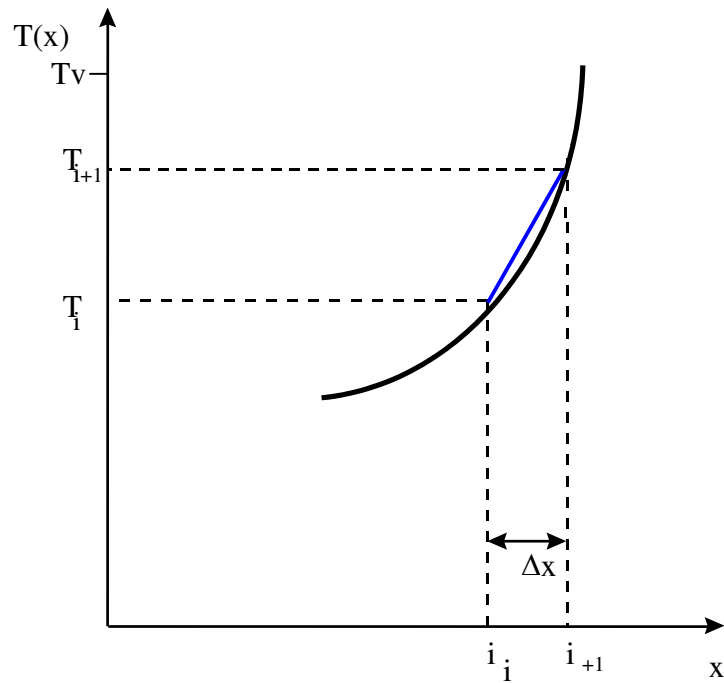


Figura 3.3: Representação de uma derivada de avanço de uma função $T=f(x)$.

Analogamente, pela equação (3.3), tem-se:

$$T'(i) \approx \frac{T(i) - T(i - \Delta x)}{\Delta x} \quad (3.6)$$

Da mesma forma, o nome Diferença Finita de Retorno deve-se ao fato de que a tangente no ponto (i) envolve o ponto $(i - \Delta x)$, como mostra a Figura 3.4.

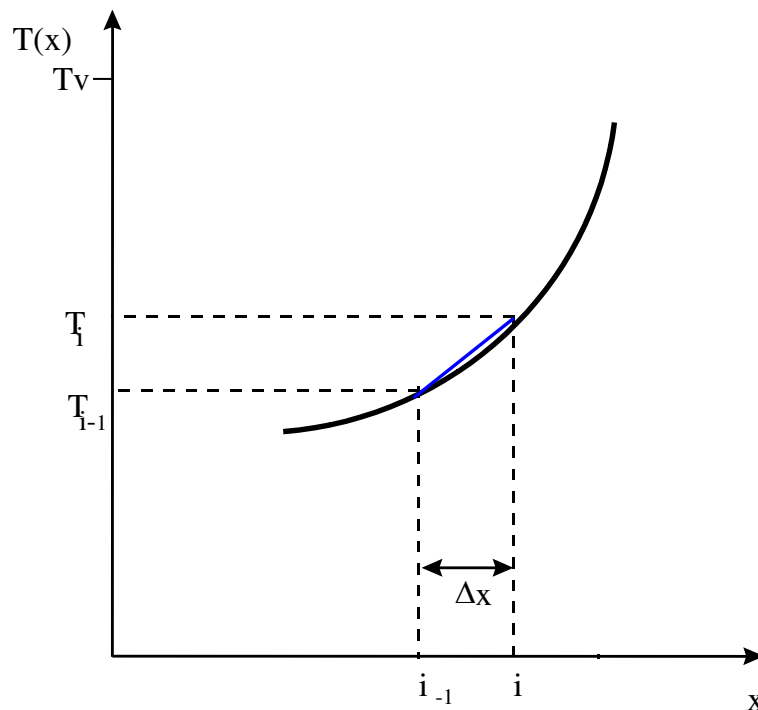


Figura 3.4: Representação de uma derivada de avanço de uma função $T=f(x)$.

Somando as Equações (3.2) e (3.3) e considerando $E(\Delta^3) = 0$, obtém-se a Diferença Finita Central:

$$T''(i) \approx \frac{T(i+\Delta x) - 2T(i) - T(i-\Delta x)}{(\Delta x)^2}. \quad (3.7)$$

Seguindo-se a mesma lógica, o nome Diferença Finita Central deve-se ao fato que a tangente no ponto (i) envolve o ponto $(i+\Delta x)$ e o ponto $(i-\Delta x)$, como mostra a Figura 3.5.

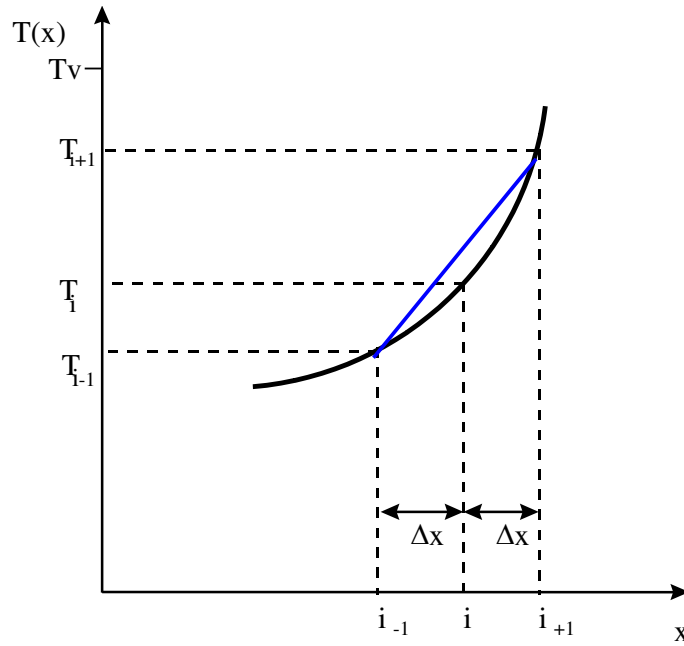


Figura 3.5: Representação geométrica da Diferença Finita Central

Aproximando-se $\frac{\partial T}{\partial t}$ pela diferença finita de avanço para um ponto genérico i , tem-se:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_{i+1} = \frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta t}. \quad (3.8)$$

O índice n é usado para denotar a dependência da temperatura ao tempo ($t = n \cdot \Delta t$) e $\frac{\partial T}{\partial t}$ é expresso em termos da diferença de temperatura associada com o tempo posterior ($n+1$) e anterior (n).

3.3 BALANÇO DE ENERGIA EM DIFERENÇAS FINITAS

A forma utilizada para obtenção das equações de diferenças finitas para o estudo do processo da solidificação de ligas binárias em sistemas de extração de calor radial foi o balanço

térmico em um elemento de volume. Estas equações podem ser deduzidas pela conservação de energia em volumes finitos de controle, descritas pela primeira lei da termodinâmica (lei da conservação de energia). Para a aplicabilidade do MDF, considera-se um elemento finito (i) e aplica-se o balanço de energia correspondente nesse elemento, onde a energia acumulada corresponde ao somatório das energias que entram e saem, mais a energia gerada internamente através da liberação do calor latente, como é mostrado nas Figuras 3.6 e 3.7.

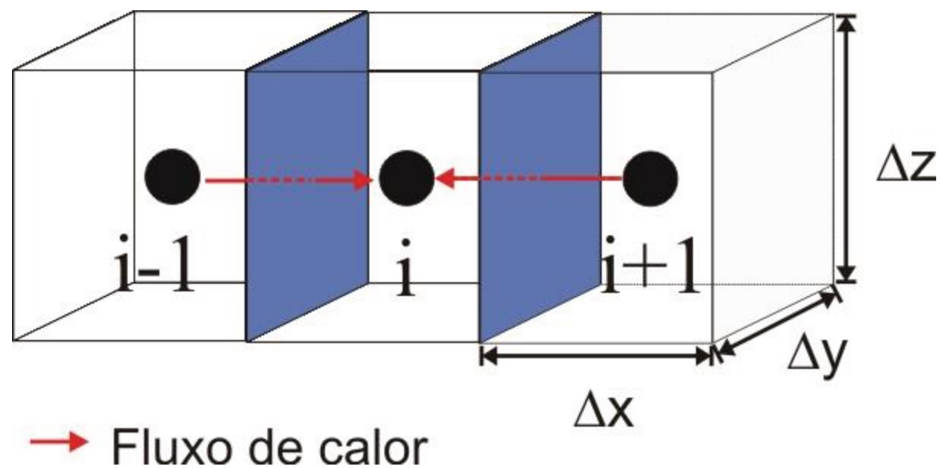


Figura 3.6: Fluxo de energia em um nó “i” de uma malha com volume $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$.

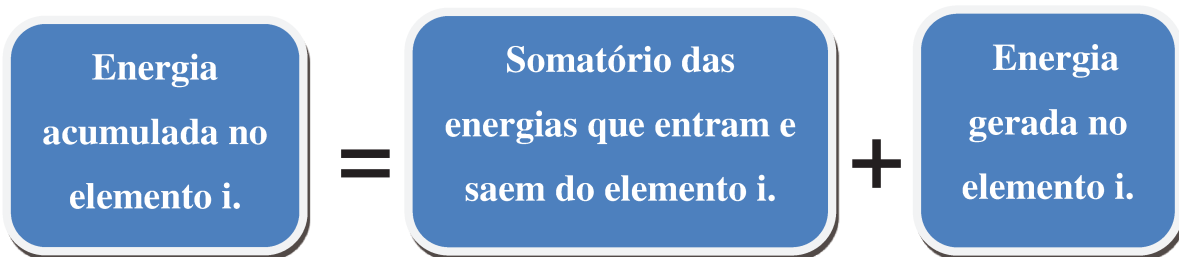


Figura 3.7: Esquema de balanço de energia para um elemento de malha i.

Considerando um sistema com fluxo de calor unidirecional no eixo “x”, como apresentado na Figura 3.6 com transferência de calor apenas por condução, sem geração de energia interna e considerando o material isotrópico, o balanço de energia dá-se pela equação (3.9):

$$k.A_x \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{i-1} + k.A_x \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{i+1} = \rho.V.c. \left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_i, \quad (3.9)$$

onde as áreas azuis indicadas no eixo x são dadas por:

$$A_x = \Delta y . \Delta z;$$

e o volume de cada elemento é dado por:

$$V = \Delta x . \Delta y . \Delta z.$$

Considerando as malhas como sendo cúbicas, a equação 3.9 reduz-se à forma:

$$\frac{k}{\rho.c.\Delta x} \left(\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{i-1} + \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{i+1} \right) = \left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_i \quad (3.10)$$

Com aplicação das diferenças finitas, chega-se à equação:

$$\frac{k}{\rho.c.\Delta x} \left(\frac{T_{i-1} - T_i}{\Delta x} + \frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta x} \right) = \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t}. \quad (3.11)$$

Rearranjando tem-se a expressão para determinação da temperatura em tempo atual,

$$T_i^{n+1} = \frac{k.\Delta t}{\rho.c.\Delta x^2} [T_{i-1} - 2.T_i + T_{i+1}] + T_i^n. \quad (3.12)$$

Sendo assim, a equação (3.12) representa a expressão em diferenças finitas para obtenção da temperatura em um elemento “i” genérico de uma malha no tempo atual.

3.4 DESENVOLVIMENTO DO MODELO NUMÉRICO DE DIFERENÇAS FINITAS PARA SOLIDIFICAÇÃO EM GEOMETRIAS CILÍNDRICAS

A equação de transferência de calor ou de difusão de calor é uma equação diferencial parcial de segunda ordem. Essa equação determina o campo de temperatura em um determinado meio, ou seja, representa como a temperatura varia em relação à posição no meio e ao tempo [Incropera, 2008]. Para o desenvolvimento do modelo matemático da solidificação em geometria cilíndrica, tratando-se de um sistema de fluxo de calor radial, utiliza-se a equação de transferência de calor em coordenadas cilíndricas. A equação geral de condução de calor [Incropera, 2008] é dada por:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(k \cdot r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi} \left(k \cdot \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3.13)$$

onde:

k = condutividade térmica [W/m.K];

c = calor específico [J/kg.K];

ρ = massa específica [kg/m³];

\dot{q} = geração de calor [W/m³];

T = temperatura [K];

t = tempo [s];

r , z e ϕ são as coordenadas cilíndricas representadas na Figura 3.8.

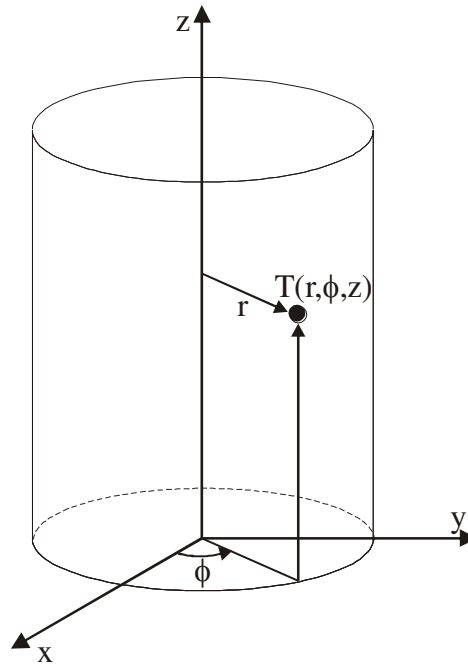


Figura 3.8: Visualização das coordenadas cilíndricas.

Reduzindo a Equação 3.13 para a forma unidimensional segundo o raio, isto é, considerando que o sistema apresente simetria em relação ao eixo ‘z’ e a coordenada ϕ , tem-se:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(k \cdot r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \dot{q} = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (3.14)$$

O termo \dot{q} (geração de calor na mudança de fase) é dado por:

$$\dot{q} = -\delta H \cdot \frac{\partial f_L}{\partial t}, \quad (3.15)$$

sendo:

H = entalpia do processo;

$\frac{\partial f_L}{\partial t}$ = variação da fração líquida em função do tempo.

A fração sólida é expressa por:

$$f_s = 1 - f_L. \quad (3.16)$$

Considerando que os valores do calor específico no estado sólido e líquido da liga são bastante próximos, chega-se à seguinte aproximação:

$$\delta H \cong \rho \cdot L, \quad (3.17)$$

em que L= calor latente de fusão.

Aplicando-se as equações (3.16) e (3.17) em (3.15), tem-se:

$$\dot{q} = \rho \cdot L \cdot \frac{\partial f_s}{\partial t}. \quad (3.18)$$

Substituindo-se a equação (3.18) em (3.14), chega-se a:

$$\rho \cdot c' \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(k \cdot r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (3.19)$$

em que o termo (c') pode ser interpretado como um pseudo-calor específico expresso por:

$$c' = c_p - \rho \cdot L \cdot \frac{\partial f_s}{\partial T}, \quad (3.20)$$

sendo:

$$c_p = (1 - f_L) \cdot c_s + f_L \cdot c_L, \quad (3.21)$$

os subscritos S, L e p representam as fases sólida, líquida e pastosa respectivamente e f_L corresponde à fração volumétrica local de líquido [Voller, 1991].

A massa específica e a condutividade térmica na fase pastosa também são definidas no mesmo formato que o calor específico:

$$\rho_p = (1-f_L) \cdot \rho_S + f_L \cdot \rho_L, \quad (3.22)$$

e

$$k_p = (1-f_L) \cdot k_S + f_L \cdot k_L. \quad (3.23)$$

Logo, a equação para coordenadas cilíndricas se resume em:

$$\frac{k}{\rho \cdot c'} \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (3.24)$$

Utilizando o método de diferenças finitas (MDF), para discretizar a equação (3.24) no processo, obtém-se:

$$T_i^{n+1} = \frac{k_i \cdot \Delta t}{\rho_i \cdot c'_i} \left[\frac{T_{i-1}^n - 2 \cdot T_i^n + T_{i+1}^n}{\Delta r^2} + \frac{1}{r_i} \cdot \left(\frac{T_{i+1}^n - T_{i-1}^n}{2 \cdot \Delta r} \right) \right] + T_i^n. \quad (3.25)$$

3.5 BALANÇO DE ENERGIA PARA UM ELEMENTO GENÉRICO EM COORDENADAS CILÍNDRICAS

Da mesma forma que no sistema de coordenadas cartesianas, pode-se aplicar o balanço de energia em um elemento genérico “i” em um sistema de coordenadas cilíndricas, como apresentado na Figura 3.9.

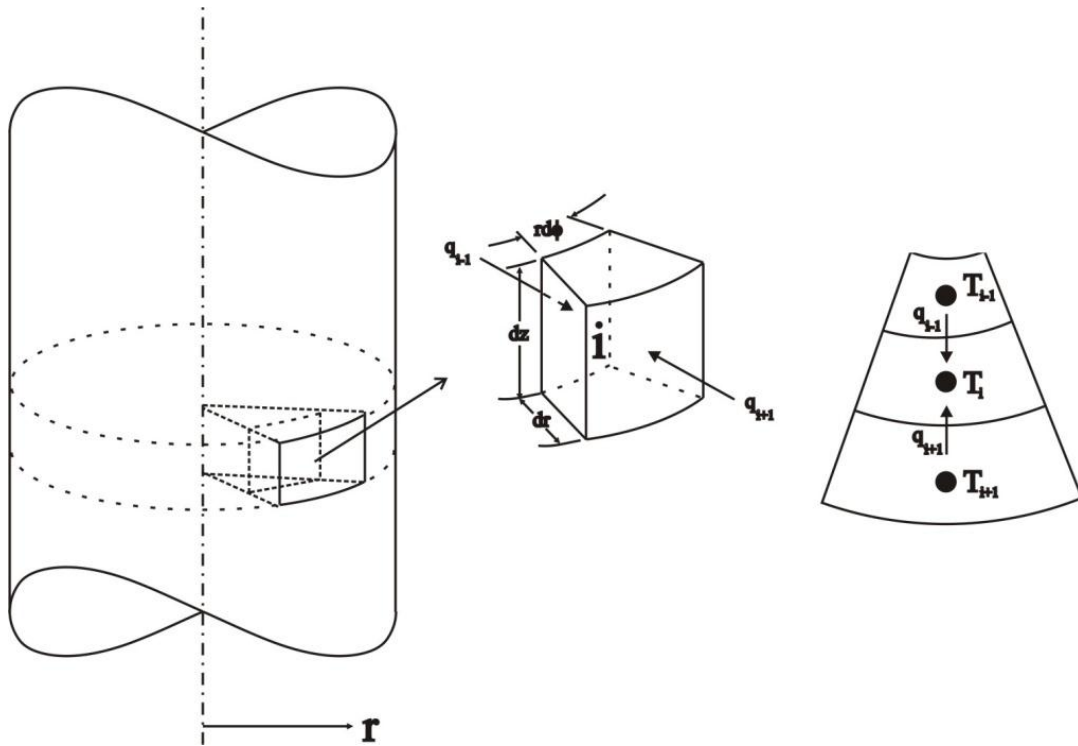


Figura 3.9: Balanço de energia em coordenadas cilíndricas.

Considerando-se um sistema com fluxo de calor unidirecional na direção do raio “r”, como apresentado na Figura 3.8, com transferência de calor apenas por condução sem geração de energia interna e considerando-se o material isotrópico, o balanço de energia para um elemento “i” qualquer se dá pela seguinte equação:

$$k_{eq_{i-1}} \cdot A_{i-1} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{i-1} + k_{eq_{i+1}} \cdot A_{i+1} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{i+1} = \rho_i \cdot c_i \cdot V_i \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \Big|_i \quad , \quad (3.26)$$

onde:

A_{i-1} = área da interface anterior ao elemento i= $r_{i-1} \cdot d\phi \cdot dz$;

A_{i+1} = área da interface posterior ao elemento i= $r_{i+1} \cdot d\phi \cdot dz$;

V_i = volume = $r_i \cdot d\phi \cdot dz \cdot dr$;

$k_{eq_{i-1}}$ = condutividade térmica equivalente do elemento de malha “i-1”, dada por:

$$k_{eq_{i-1}} = \frac{2.k_{i-1}.k_i}{k_{i-1} + k_i}; \quad (3.27)$$

$k_{eq_{i+1}}$ = condutividade térmica equivalente do elemento de malha “i+1”, dada por:

$$k_{eq_{i+1}} = \frac{2.k_{i+1}.k_i}{k_{i+1} + k_i}. \quad (3.28)$$

Para as derivadas da equação 3.26 não são utilizadas as aproximações por diferenças finitas de retorno e de avanço, mas a diferença finita central para proporcionar maior precisão. A diferença entre as duas aproximações está no sub-índice do raio: por exemplo, para a aproximação de avanço em (i+1) tem-se $(r_{i+\frac{1}{2}})$ ao invés de (r_{i+1}) . Portanto, para os termos de fluxo de calor da Equação 3.26 tem-se:

$$k_{eq_{i-1}}.A_{i-1}.\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{i-1} = k_{eq_{i-1}}.r_{i-\frac{1}{2}}.\Delta\phi.\Delta z.\frac{T_{i-1}^n - T_i^n}{\Delta r}. \quad (3.29)$$

e

$$k_{eq_{i+1}}.A_{i+1}.\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{i+1} = k_{eq_{i+1}}.r_{i+\frac{1}{2}}.\Delta\phi.\Delta z.\frac{T_{i+1}^n - T_i^n}{\Delta r}. \quad (3.30)$$

Substituindo-se as equações 3.29, 3.30 e o termo de volume $V = r_i.\Delta\phi.\Delta z.\Delta r$ em 3.26, obtém-se:

$$k_{eq_{i-1}} \cdot \left(r_i - \frac{1 \cdot \Delta r}{2}\right) \cdot \Delta \phi \cdot \Delta z \cdot \left(\frac{T_{i-1}^n - T_i^n}{\Delta r}\right) + k_{eq_{i+1}} \cdot \left(r_i + \frac{1 \cdot \Delta r}{2}\right) \cdot \Delta \phi \cdot \Delta z \cdot \left(\frac{T_{i+1}^n - T_i^n}{\Delta r}\right) = \rho_i \cdot c_i \cdot r_i \cdot \Delta \phi \cdot \Delta z \cdot \Delta r \cdot \left(\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t}\right). \quad (3.31)$$

Eliminando-se os termos comuns ($\Delta \phi$ e Δz) da equação 3.31:

$$T_i^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho_i \cdot r_i \cdot c_i \cdot \Delta r^2} \left[k_{eq_{i-1}} \cdot \left(r_i - \frac{\Delta r}{2}\right) \cdot (T_{i-1}^n - T_i^n) + k_{eq_{i+1}} \cdot \left(r_i + \frac{\Delta r}{2}\right) \cdot (T_{i+1}^n - T_i^n) \right] + T_i^n \quad (3.32)$$

Sendo assim, a equação 3.32 representa a expressão em diferenças finitas para obtenção da temperatura em um elemento “i” genérico de uma malha no tempo atual em um sistema de coordenadas cilíndricas obtida através do balanço de energia.

3.6 BALANÇO DE ENERGIA NOS ELEMENTOS DE FRONTEIRA

3.6.1 Sistema de solidificação radial *inward*

A Figura 3.10 apresenta um esquema ilustrativo de como a frente de solidificação avança com o passar do tempo durante o processo de solidificação radial *inward*. Inicialmente no instante de tempo 1, a liga metálica encontra-se inteiramente no estado líquido no interior do molde refrigerado. Com o passar do tempo, num instante de tempo 2, forma-se uma fina camada de sólido próxima à superfície do molde, enquanto o interior do lingote continua no estado líquido. Um pouco mais, no instante de tempo 3, é formada uma camada sólida mais espessa e uma pequena quantidade de líquido ainda permanece no interior da seção cilíndrica. Por último,

num instante de tempo 4, toda a seção cilíndrica encontra-se no estado sólido e o lingote é formado.

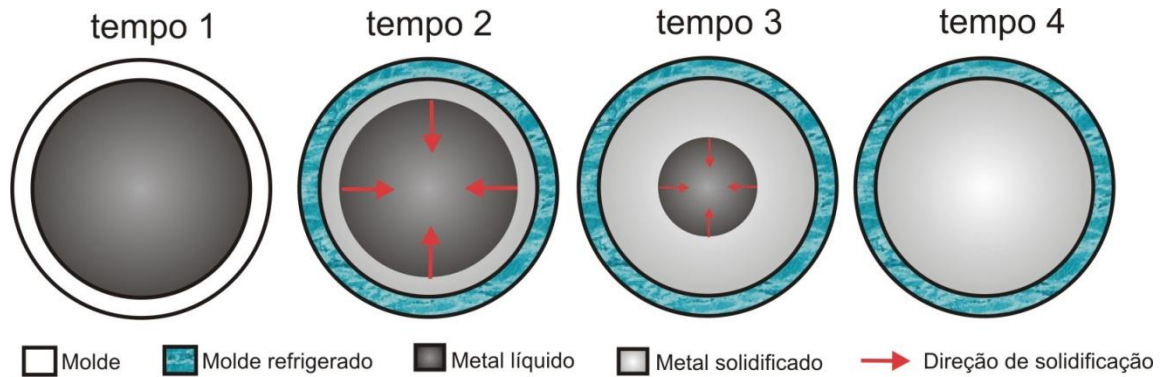


Figura 3.10: Desenho esquemático do processo de solidificação radial *inward*.

Considerando que a extração de calor ocorra unidirecionalmente no sentido do raio, o sistema de solidificação radial *inward* apresenta três condições de contorno, as quais regem o sistema como um todo: uma na região da periferia do lingote, que representa a condição de fronteira na interface metal/molde onde o molde é refrigerado com água e mantido à temperatura ambiente; outra para elemento mais interno que, neste caso por ser o último elemento no sentido de um raio do lingote, troca calor apenas com o elemento anterior a ele; outra para todos os elementos entre estes dois extremos mencionados, que são regidos pela equação geral de condução de calor e que, discretizada na forma de diferenças finitas em coordenadas cilíndricas, é dada pela equação (3.32).

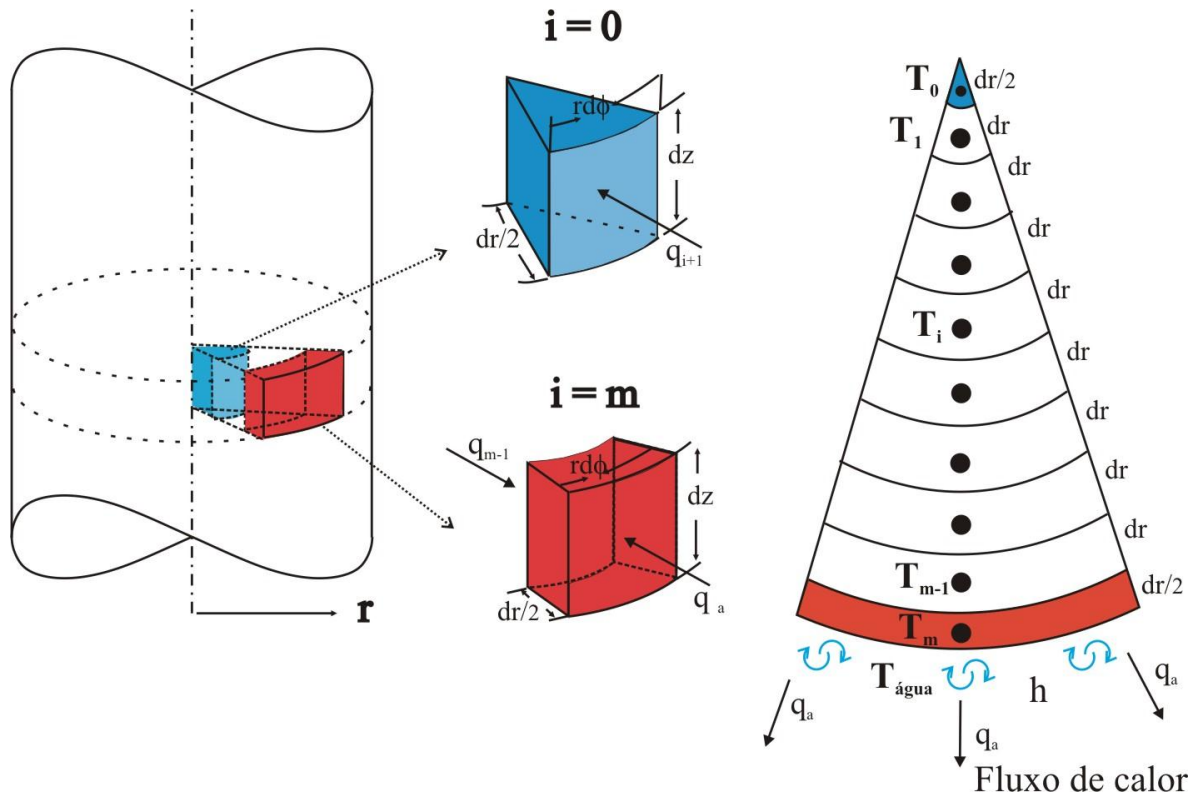


Figura 3.11: Desenho esquemático do balanço térmico nos elemento $i = 0$ e $i = m$ e da divisão da malha em “m” elementos no sistema de solidificação radial *inward*.

Para a condição de interface metal/molde, ou seja, $i = m$, aplica-se o balanço térmico no elemento:

$$h_g \cdot A_m \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{i=m} + k_{eq_{m-1}} \cdot A_{m-1} \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{i=m-1} = \rho_m \cdot c_m \cdot V_m \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_{i=m}, \quad (3.33)$$

onde:

h_g = coeficiente global de troca de calor na interface metal/molde ($W \cdot m^{-2} K^{-1}$);

A_m = área de contato com o molde = $r_m \cdot d\phi \cdot dz$.

Para os termos da Equação (3.33) tem-se:

$$k_{eq_{m-1}} \cdot A_{m-1} \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{i=m-1} = k_{eq_{m-1}} \cdot r_{m-\frac{1}{2}} \cdot \Delta\phi \cdot \Delta z \cdot \frac{T_{m-1}^n - T_m^n}{\Delta r}, \quad (3.34)$$

$$h_g A_m \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{i=m} = h_g \cdot r_m \cdot \Delta\phi \cdot \Delta z \cdot (T_a^n - T_m^n), \quad (3.35)$$

onde T_a = Temperatura da água de refrigeração do cilindro.

Substituindo-se as Equações (3.34) e (3.35) e o termo de volume $V_m = r_m \cdot \Delta\phi \cdot \Delta z \cdot \Delta r$ em (3.33), obtém-se:

$$h_g \cdot r_m \cdot \Delta\phi \cdot \Delta z \cdot (T_a - T_m) + k_{eq_{m-1}} \cdot \left(r_m - \frac{\Delta r}{2}\right) \cdot \Delta\phi \cdot \Delta z \cdot \left(\frac{T_{m-1}^n - T_m^n}{\Delta r}\right) = \rho_m \cdot c_m \cdot r_m \cdot \Delta\phi \cdot \Delta z \cdot \frac{\Delta r}{2} \cdot \left(\frac{T_m^{n+1} - T_m^n}{\Delta t}\right). \quad (3.36)$$

Eliminando-se os termos comuns ($\Delta\phi$ e Δz) da equação 3.36, obtém-se:

$$T_m^{n+1} = \frac{2 \cdot \Delta t}{\rho_m \cdot c_m \cdot r_m \cdot \Delta r} \cdot \left[h_g \cdot r_m \cdot (T_a - T_m^n) + k_{eq_{m-1}} \cdot \left(r_m - \frac{\Delta r}{2}\right) \cdot (T_{m-1}^n - T_m^n) \right] + T_m^n, \text{ para } i = m. \quad (3.37)$$

Para o elemento central existe uma condição de fronteira onde, à medida que o raio para o elemento r_i tende a zero, o volume da malha também tende a zero, gerando uma indeterminação no modelo.

Pode-se expandir a derivada parcial com relação ao raio e considerando, como aproximação, o material isotrópico (k constante) na Equação (3.14), obtendo-se:

$$k \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \dot{q} = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (3.38)$$

Para o elemento central $i = 0$ observa-se, na equação (3.38), que há uma indeterminação no termo $\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r}$ quando $r = 0$. Esta indeterminação é contornada utilizando-se o Teorema de L'Hôpital [Munem, 1982]. De acordo com o Teorema de L'Hôpital, dadas duas funções $f(r)$ e $g(r)$ tais que:

$$f(r) = g(r) = 0, \text{ para } r \rightarrow 0; \quad (3.39)$$

então:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{f(r)}{g(r)} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{f'(r)}{g'(r)}. \quad (3.40)$$

Na Equação (3.38):

$$f(r) = \frac{\partial T}{\partial r} \quad \text{e} \quad g(r) = r \quad (3.41)$$

Aplicando-se o limite da Equação (3.40) chega-se a:

$$\left. \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r \rightarrow 0} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2}. \quad (3.42)$$

Substituindo a Equação (3.42) na (3.38), tem-se:

$$2.k.\left. \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right|_{r \rightarrow 0} + \dot{q} = \rho.c.\frac{\partial T}{\partial t}. \quad (3.43)$$

Discretizando-se a Equação (3.43) e aplicando-se o pseudo-calor específico c' no termo de geração de calor, como apresentado anteriormente, obtém-se:

$$T_0^{n+1} = \frac{4.k_{eq}.\Delta t}{\rho_0.c'_0.\Delta r^2} \cdot (T_1^n - T_0^n) + T_0^n, \text{ para } i = 0. \quad (3.44)$$

A utilização de coordenadas cilíndricas aumenta a complexidade relativa à redução gradativa do volume da malha à medida que se aproxima do centro do cilindro. Essa redução de volume chega a uma indeterminação no centro do cilindro, necessitando-se da aplicação do Teorema de L'Hôpital para contornar a indeterminação, conforme já comentado. Além disso, a condição de contorno na interface metal/molde contribui para o aumento da complexidade com relação à estabilidade do modelo numérico como um todo, pois é nesta fronteira que o modelo precisa responder adequadamente ao fluxo de calor transitório.

Segundo [Swaminathan, 1992], durante o processo de solidificação, a liberação do calor latente gera oscilações numéricas no perfil térmico dependendo do tamanho da malha utilizada. Estas oscilações são geradas no momento em que o elemento da malha tende a permanecer com a temperatura constante durante a liberação do calor latente, entre as temperaturas *liquidus* (T_L) e *solidus* (T_S) e também no ponto eutético.

Quando o elemento de malha for muito grande, este levará mais tempo para liberar todo o calor latente. Para demonstrar a influência do tamanho de malha (Δr) sobre as oscilações, foram feitas simulações preliminares para o sistema de solidificação *inward*, com a liga Pb-0,5%Sb e um coeficiente de transferência de calor global constante de 4.000 W/m^2 e superaquecimento de 10°C em relação à temperatura *liquidus* no vazamento. As propriedades termofísicas da liga Pb-0,5%Fe utilizadas na simulação são apresentadas no capítulo subsequente, Tabela (4.2).

No gráfico da Figura 3.12 nota-se que as oscilações são reduzidas à medida que se vai refinando o tamanho da malha. O efeito do tamanho de malha sobre as curvas de resfriamento, no caso para a posição 12 mm da interface metal/molde, é observado próximo à temperatura T_S , enquanto o calor latente ainda está sendo liberado conforme a Equação de Scheil. Esta região do gráfico fica próxima ao ponto de transformação eutética (251°C). A malha de 0,1mm de Δr apresenta um perfil térmico mais estável que em relação às malhas de 0,5 mm e 1 mm.

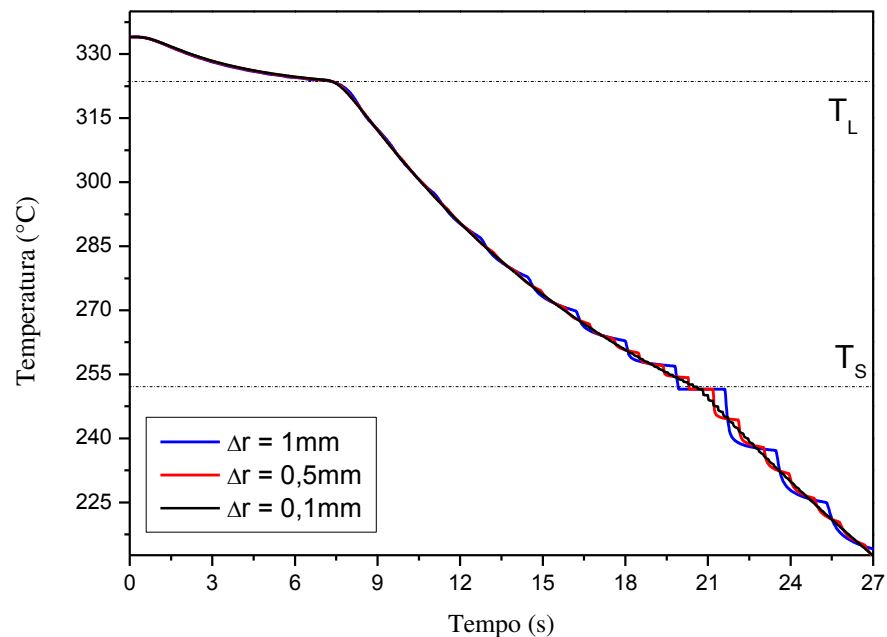


Figura 3.12: Efeito do tamanho de malha espacial sobre a oscilação da curva de resfriamento para a solidificação da liga Pb-0,5%Sb na posição a 12 mm da interface metal/molde.

Para a malha espacial $\Delta r = 0,1\text{mm}$ foram feitas simulações para verificação das oscilações na malha de tempo. Na Figura 3.13 notam-se as oscilações na mesma região próxima à

temperatura eutética. Para um refino muito grande, a malha também sofrerá maiores oscilações, sendo que a malha de $\Delta t = 10^{-4}$ apresentou um perfil térmico mais estável se comparada com as malhas de $\Delta t = 5 \cdot 10^{-5}$ e $\Delta t = 10^{-5}$.

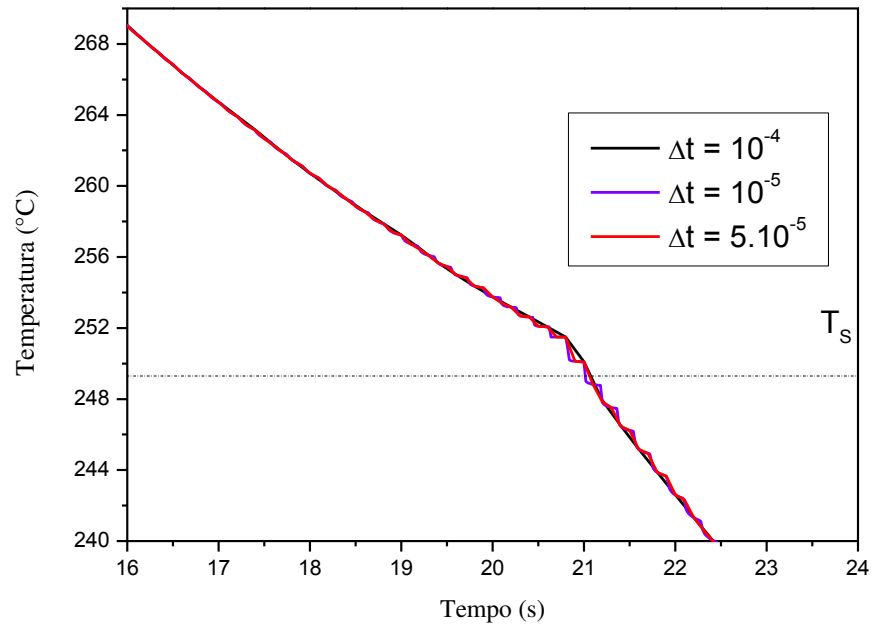


Figura 3.13: Efeito do tamanho de malha de tempo sobre a oscilação da curva de resfriamento para a solidificação da liga Pb-0,5%Sb na posição a 12 mm da interface metal/molde.

3.6.2 Sistema de solidificação radial *outward*

Na Figura 3.14 é apresentado o esquema ilustrativo de como a frente de solidificação avança com o passar do tempo durante o processo de solidificação radial *outward*. O processo de formação do lingote se dá da mesma maneira que no sistema *inward*, porém com sentido oposto para o deslocamento da frente de solidificação. No instante de tempo 1 a liga metálica se encontra inteiramente no estado líquido dentro de uma lingoteira cilíndrica com um tubo de refrigeração inserido no centro da secção. Com o passar do tempo, num instante de tempo 2, a água é acionada

e o molde é refrigerado, formando uma fina camada de sólido junto à superfície do molde, que neste caso é o tubo de refrigeração, enquanto que o restante do lingote continua no estado líquido. Um pouco mais, no instante de tempo 3, forma-se uma camada sólida mais espessa e uma pequena quantidade de líquido ainda permanece na periferia da seção cilíndrica. Por último, num instante de tempo 4, toda a seção cilíndrica encontra-se no estado sólido e o lingote oco se forma.

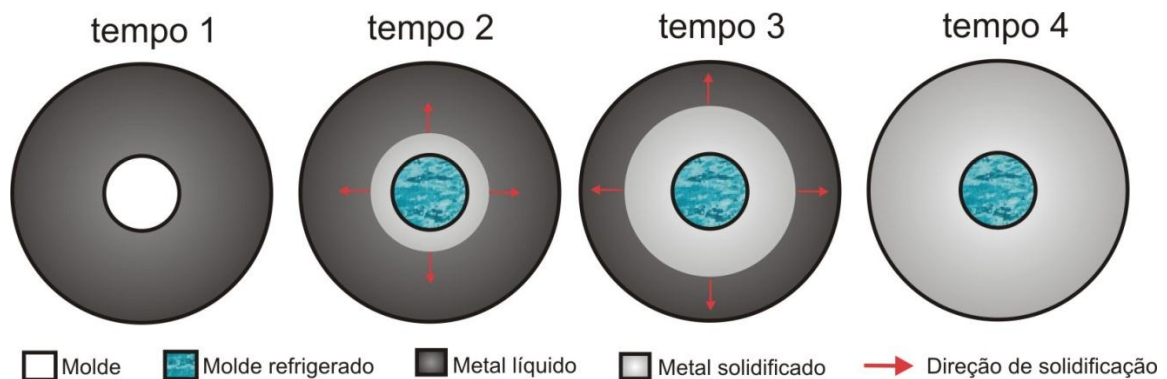


Figura 3.14: Desenho esquemático do processo de solidificação radial *inward*.

Considerando-se que a extração de calor ocorra unidirecionalmente no sentido do raio, para o caso de um cilindro oco solidificado radialmente de dentro para fora, três condições de contorno regem o sistema como um todo: uma na interface metal/molde onde o molde é refrigerado e mantido à temperatura ambiente; o elemento mais externo que representa a condição de fronteira e que, neste caso, não troca calor com o exterior, apenas com o elemento anterior a ele, pois o sistema é isolado por meio de um forno refratário; e por último uma mesma condição para todos os elementos internos da malha de diferenças finitas entre os extremos, representada pela Equação 3.32.

Subdividindo-se a malha em “m” elementos, tem-se a representação na Figura 3.15, onde $i = 0$ implica no elemento da interface metal molde e $i = m$ implica no elemento de fronteira.

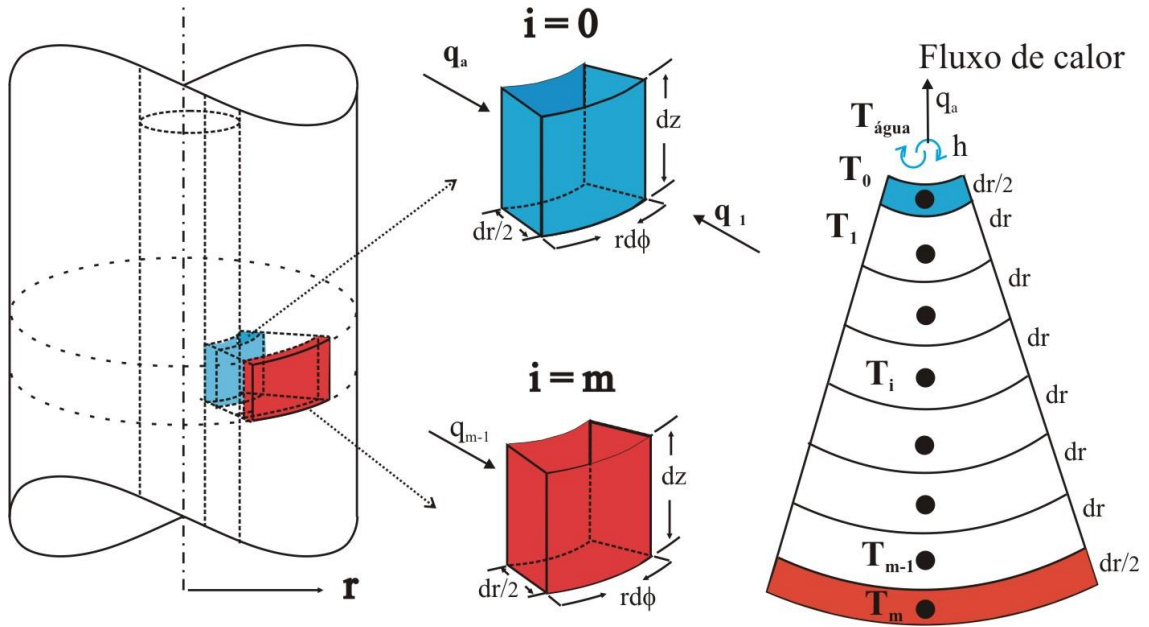


Figura 3.15: Desenho esquemático do balanço térmico nos elemento $i = 0$ e $i = m$ e da divisão da malha em “ m ” elementos no sistema de solidificação radial *inward*.

Para a condição de interface metal/molde, ou seja, $i = 0$, aplica-se o balanço térmico no elemento:

$$h_g \cdot A_0 \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{i=0} + k_{eq1} \cdot A_1 \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{i=1} = \rho_0 \cdot c_0 \cdot V_0 \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_{i=0}, \quad (3.45)$$

onde:

h_g = coeficiente global de troca de calor na interface metal/molde;

A_0 = área de contato com o molde = $r_0 \cdot d\phi \cdot dz$.

Para os termos da Equação (3.45) tem-se:

$$k_{eq1} \cdot A_1 \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{i=1} = k \cdot r_{1-\frac{1}{2}} \cdot \Delta\phi \cdot \Delta z \cdot \frac{T_{0+1}^n - T_0^n}{\Delta r}, \quad (3.46)$$

$$h_g A_0 \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{i=0} = h_g \cdot r_0 \cdot \Delta\phi \cdot \Delta z \cdot (T_a^n - T_0^n), \quad (3.47)$$

onde T_a = temperatura da água de refrigeração do cilindro.

Substituindo-se as equações (3.46), (3.47) e o termo de volume $V_0 = r_0 \cdot \Delta\phi \cdot \Delta z \cdot \Delta r$ em (3.45), obtém-se:

$$h_g \cdot r_0 \cdot \Delta\phi \cdot \Delta z \cdot (T_a - T_0) + k_{eq1} \cdot \left(r_0 + \frac{\Delta r}{2}\right) \cdot \Delta\phi \cdot \Delta z \cdot \left(\frac{T_1^n - T_0^n}{\Delta r}\right) = \rho_0 \cdot c_0 \cdot r_0 \cdot \Delta\phi \cdot \Delta z \cdot \frac{\Delta r}{2} \cdot \left(\frac{T_0^{n+1} - T_0^n}{\Delta t}\right). \quad (3.48)$$

Eliminando-se os termos comuns ($\Delta\phi$ e Δz) da equação (3.48), chega-se a:

$$T_0^{n+1} = \frac{2 \cdot \Delta t}{\rho_0 \cdot c_1 \cdot r_0 \cdot \Delta r} \cdot \left[h_g \cdot r_0 \cdot (T_a - T_0^n) + k_{eq1} \cdot \left(r_0 + \frac{\Delta r}{2}\right) \cdot (T_1^n - T_0^n) \right] + T_0^n \quad \text{para } i = 0. \quad (3.49)$$

Para o último elemento de fronteira, ou seja, $i = m$, considerando-se que não há troca térmica com o ambiente, aplica-se novamente o balanço térmico no elemento:

$$k_{eq_{m-1}} \cdot A_{m-1} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{m-1} = \rho_m \cdot c_m \cdot V_m \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \Big|_m, \quad (3.50)$$

onde:

A_{m-1} = área do elemento anterior ao elemento $m = r_{m-1} \cdot d\phi \cdot dz$.

Para os termos da equação (3.50) tem-se:

$$k_{eq_{m-1}} \cdot A_{m-1} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{m-1} = k_{eq_{m-1}} \cdot r_{m-\frac{1}{2}} \cdot \Delta\phi \cdot \Delta z \cdot \frac{T_{m-1}^n - T_m^n}{\Delta r} \quad (3.51)$$

Substituindo-se a equação (3.51) e o termo de volume $V_m = r_m \cdot \Delta\phi \cdot \Delta z \cdot \Delta r$ em (3.50), obtém-se:

$$k_{eq_{m-1}} \cdot \left(r_m - \frac{\Delta r}{2}\right) \cdot \Delta\phi \cdot \Delta z \cdot \left(\frac{T_{m-1}^n - T_m^n}{\Delta r}\right) = \rho_m \cdot c_m \cdot r_m \cdot \Delta\phi \cdot \Delta z \cdot \frac{\Delta r}{2} \cdot \left(\frac{T_m^{n+1} - T_m^n}{\Delta t}\right) \quad (3.52)$$

Eliminando-se os termos comuns ($\Delta\phi$ e Δz) da equação (3.52), obtém-se

$$T_m^{n+1} = \frac{2 \cdot k_{eq_{m-1}} \cdot \Delta t}{\rho_m \cdot c_m \cdot \Delta r^2} \cdot \left(r_m - \frac{\Delta r}{2}\right) \cdot (T_{m-1}^n - T_m^n) + T_m^n \quad , \text{ para } i=m. \quad (3.53)$$

Observa-se na Equação (3.53) que o calor latente é liberado pela formulação da fração sólida, influenciando diretamente no comportamento térmico do material. Esse tratamento é dado pela formulação de Scheil, que despreza a difusão de soluto no sólido e, durante a transformação da fase eutética, o modelo aplicado para a liberação do restante do calor latente é o de Dussinberre [Dussinberre, 1945], que será descrito no item 3.8.

3.7 DETERMINAÇÃO DA FRAÇÃO SÓLIDA NA ZONA PASTOSA

Para cada condição de solidificação, a literatura relata várias formulações para o cálculo da fração sólida. Com o resfriamento do metal líquido até a zona pastosa, inicia-se o crescimento celular/dendrítico, sendo caracterizado no modelo matemático pela fração sólida. A fração sólida pode ser expressa por parâmetros como concentração e temperatura da liga. Entretanto, como o modelo matemático constitui-se em mapeamento térmico, é interessante que a fração sólida seja expressa em função da temperatura.

Neste trabalho, são adotadas ligas binárias dos sistemas Al-Fe e Pb-Sb em função da grande diversidade de características térmicas entre ligas desses sistemas, principalmente a difusividade térmica e os intervalos de solidificação. Para essas ligas, a Equação de Scheil [Garcia, 2001] é aplicável em função da presença de ponto eutético em ambos os sistemas. Essa equação foi desenvolvida para situações onde a difusão de retorno do soluto no sólido pode ser desprezada e a ação da convecção no metal líquido assegura a completa mistura do soluto (concentração uniforme). A Equação de Scheil é dada por:

$$f_s = 1 - \left(\frac{T_f - T}{T_f - T_L} \right)^{\frac{1}{K_0 - 1}}, \quad (3.54)$$

em que:

T_f = temperatura de fusão do solvente;

T_L = temperatura *líquidus* da liga;

T = temperatura atual da liga;

K_0 = coeficiente de redistribuição do soluto

3.8 MÉTODO DE DUSINBERRE PARA SOLIDIFICAÇÃO DE LIGAS EUTÉTICAS

No instante em que o metal chega à temperatura eutética, todo o líquido restante pode ser considerado na concentração eutética. A partir de então emprega-se o método de Dusenberre, para o controle do avanço da interface sólido/líquido. Esse método define uma constante (λ), que controla o avanço dessa interface, e que é dada por [Ruddle, 1957]:

$$\lambda = \frac{L}{c} \quad , \quad (3.55)$$

em que :

L = calor latente da liga de concentração eutética [J.kg^{-1}]

c = calor específico da concentração eutética [$\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$]

Fisicamente, (λ) significa a variação de temperatura do material equivalente ao calor latente liberado. Nos cálculos, para cada avanço de incremento de tempo (Δt), a temperatura do material (T^{n+1}) atinge um valor abaixo da temperatura eutética (T_e). Computacionalmente, a diferença entre (T_e) e (T^{n+1}) é armazenada numa variável auxiliar de cálculo. Para cada (Δt) decorrido, acrescenta-se a esta variável a diferença entre (T_e) e (T^{n+1}) até que a variável atinja um valor superior ou igual ao valor de (λ). Enquanto esta condição não ocorrer, o elemento da malha permanece na temperatura de fusão. Satisfazendo-se a condição, ocorre a solidificação do elemento em análise e o procedimento de cálculo de resfriamento do elemento prossegue normalmente e é feita a mesma sequência de cálculos para o elemento seguinte em solidificação até que se complete a solidificação do volume considerado. A Figura 3.16 mostra esquematicamente como funciona o método.

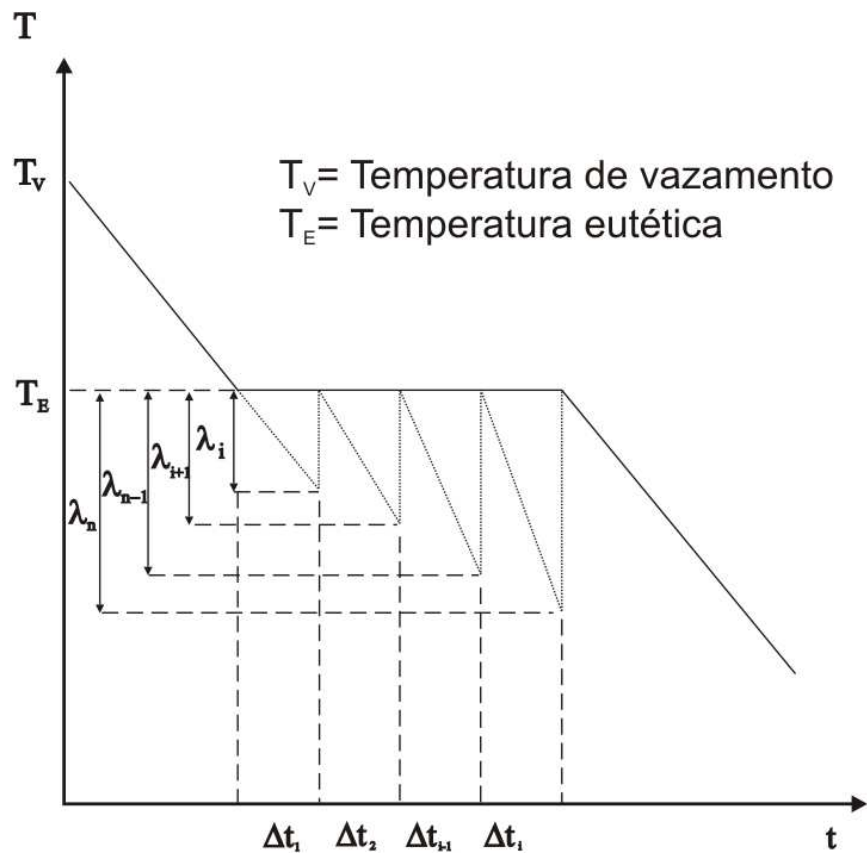


Figura 3.16: Esquema do funcionamento do Método de Dusenberre para o fenômeno da solidificação.

4 MATERIAIS E MÉTODOS

A metodologia experimental deste estudo tem como objetivo principal a obtenção do mapeamento térmico durante a solidificação radial das ligas analisadas e a posterior comparação com o método numérico, buscando a correlação dos parâmetros quantificadores do comportamento térmico durante a solidificação, bem como uma análise da morfologia da estrutura formada. Para a obtenção dos resultados experimentais apresenta-se, na seção 4.1, a instrumentação utilizada neste estudo e, na seção 4.2, a metodologia experimental adotada. Foram desenvolvidos três aparatos de solidificação:

1. Solidificação radial *inward* na posição horizontal;
2. Solidificação radial *inward* na posição vertical;
3. Solidificação radial *outward*, na posição vertical.

A Figura 4.1 apresenta o fluxograma geral das etapas para desenvolvimento do procedimento experimental em paralelo com os procedimentos numéricos adotados neste trabalho.

4.1 MATERIAIS UTILIZADOS PARA OBTENÇÃO DAS LIGAS Al-Fe E Pb-Sb

Os equipamentos utilizados na obtenção das ligas propostas para este estudo são apresentados com as respectivas especificações

, bem como os demais equipamentos auxiliares utilizados no desenvolvimento do procedimento experimental.

- **Balança Digital:** modelo AS 5000, carga máxima 5.000 g e carga mínima 0,25 g, utilizada para a pesagem dos materiais puros para a elaboração das ligas.

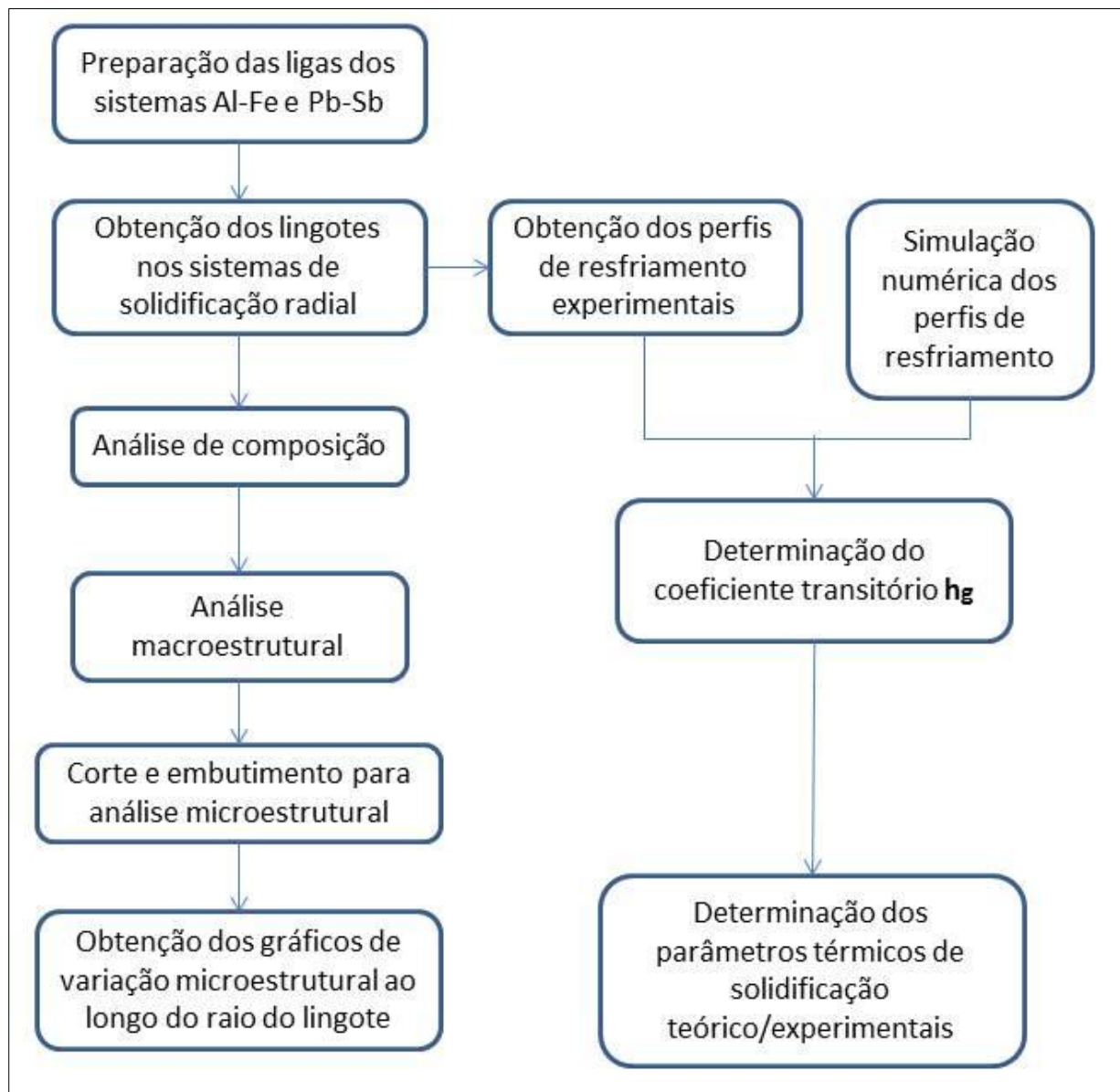


Figura 4.1: Fluxograma dos procedimentos experimentais em paralelo com o procedimento numérico.

- **Cadinho de carvão de silício:** modelo AS 6 da Carbosil, revestido internamente com uma camada de tinta refratária da Carborundum modelo QF 180, para evitar contaminação do banho de metal líquido, além de preservá-lo por mais tempo.

- **Forno tipo mufla** de marca Brasimet, temperatura máxima 1300 °C, com interior revestido de placas refratárias e controle processado de temperatura.
- **Termopares:** os tipos de termopares utilizados são identificados por letras segundo I.S.A (*Instrument Society of America*) e adotado como padrão americano na ANSI C96 – 1964. As temperaturas foram registradas com o auxílio de termopares de diâmetro externo de 1,5 mm. Para ligas do sistema Al-Fe, foram utilizados termopares do tipo K, e para ligas do sistema Pb-Sb, termopares do tipo J, adequados para cada faixa de operação de aquisição.
- **Sistema de aquisição de dados:** marca LYNX, com possibilidade de programação da leitura e aquisição dos dados térmicos com leitura direta em dezesseis canais de entrada simultaneamente ao longo do tempo, todos com diferentes escalas de temperaturas.
- **Haste em aço inoxidável SAE 310**, revestida com suspensão à base de alumina para homogeneização do banho por agitação.
- **Garra metálica**, utilizada para introduzir e/ou retirar os cadinhos de dentro do forno durante as operações de fusão e vazamento do metal.

- **Massa refratária QF-180** da Carborundum, basicamente uma suspensão à base de alumina utilizada para revestimento interno dos cadinhos, haste, espátula e placas isolantes, com o objetivo de evitar contaminação das ligas em elaboração.

4.2 METODOLOGIA EXPERIMENTAL

Na sequência, descrevem-se as etapas da metodologia experimental para obtenção dos lingotes solidificados nos sistemas de extração de calor radiais:

1. Elaboração das ligas dos sistemas binários Al-Fe e Pb-Sb;
2. Obtenção de lingotes solidificados radialmente para ambos os sistemas, *inward* horizontal, *inward* vertical e *outward*;
3. Registro das curvas de resfriamento das ligas;
4. Análise da macroestrutura;
5. Análise da microestrutura;
6. Obtenção de parâmetros térmicos de solidificação.

Para os sistemas de solidificação radial estudados, foram obtidos lingotes com dimensões distintas, sendo:

- 1) Para o sistema de solidificação *inward* horizontal, foram obtidos lingotes maciços com 110 mm de comprimento e 35 mm de raio.
- 2) Para o sistema de solidificação *inward* vertical, foram obtidos lingotes cilíndricos maciços, com 35 mm de diâmetro e 150 mm de comprimento.

- 3) Para o sistema de solidificação *outward*, foram obtidos lingotes com formato cilíndrico oco com cerca de 150 mm de altura, raio externo de 60 mm e raio interno de 20 mm do furo central.

O diagrama de fases parcial (equilíbrio) dos sistemas Al-Fe e Pb-Sb são apresentados nas Figuras 4.3 e 4.4, indicando com linhas pontilhadas as temperaturas *líquidas* das ligas com as composições analisadas. Para o sistema de solidificação radial *inward* horizontal foram feitos experimentos com as ligas Pb-0,5Sb e Pb-1,5%Sb. Para o sistema *inward* vertical, foram feitos experimentos com as ligas Al0,5%Fe, Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb. Para o sistema *outward*, foram realizados experimentos com as ligas Al-0,5%Fe, Al-1,5%Fe, Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb.

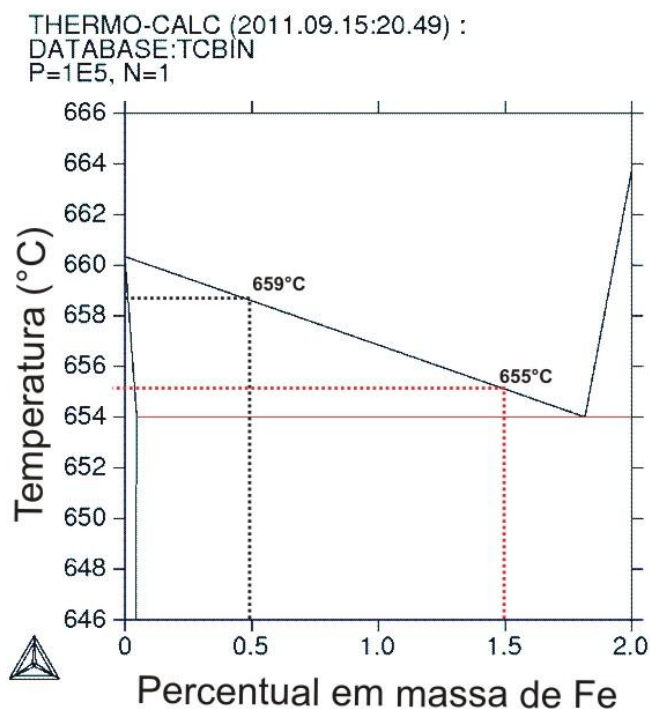


Figura 4.2: Diagrama de fases parcial em equilíbrio do sistema Al-Fe.

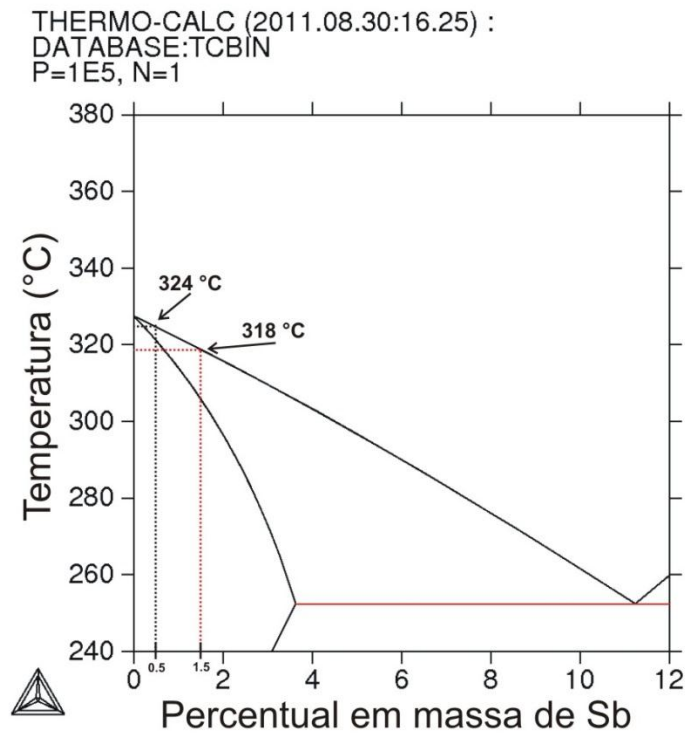


Figura 4.3: Diagrama de fases parcial em equilíbrio do sistema Pb-Sb.

4.3 ELABORAÇÃO DAS LIGAS EM ESTUDO

Para a elaboração das ligas dos sistemas Al-Fe e Pb-Sb, foram utilizadas matérias-primas consideradas comercialmente puras. Os resultados das análises químicas de alumínio, ferro, antimônio e chumbo são apresentados na Tabela 4.1:

Tabela 4.1: Análise química por fluorescência de raios X dos materiais utilizados na preparação das ligas Al-Fe e Pb-Sb, realizada no Departamento de Engenharia de Materiais da Unicamp (%).

Composição	Fe	Al	Pb	Sb	Si	Ca	Mn	Cu	Ni
Metal									
Al	0,09	balanço	-	-	0,06	-	-	0,06	0,03
Fe	balanço	-	-	-	0,01	-	0,05	0,01	0,01
Pb	-	0,59	balanço	-	0,0507	0,1212	-	-	-
Sb	0,075	-	0,215	balanço	0,009	-	-	0,034	0,034

A seguir, são descritas as etapas sequenciais para a obtenção das ligas:

- pesagem dos materiais para a composição das ligas;
- revestimento dos cadinhos de carvão de silício com uma suspensão à base de alumina;
- fusão do metal base da liga em forno tipo mufla de resistência elétrica;
- adição do soluto: na forma de cavacos de usinagem de ferro nas ligas Al-Fe e na forma de pequenos fragmentos de antimônio nas ligas Pb-Sb;
- homogeneização manual da liga fundida assim que se confirmou a fusão dos metais puros. Para o caso da liga Al-Fe foi feita a injeção de argônio durante 2 min, objetivando a remoção de gases, principalmente o hidrogênio aprisionado na liga líquida.
- Após fusão e homogeneização das ligas, procedeu-se ao vazamento para preencher o volume da lingoteira, já montada no dispositivo de solidificação radial, e parte da liga retida para análise química.
- Reaquecimento da liga dentro da lingoteira utilizando as resistências elétricas do forno de solidificação, até atingir uma temperatura superior à estipulada para o início do experimento, quando as resistências foram desligadas. Devido à inércia térmica do forno,

as temperaturas no metal líquido continuaram subindo, necessitando de alguns instantes para chegarem ao equilíbrio e posterior queda gradual da temperatura. No instante em que a temperatura alcançou a temperatura estipulada para o início do experimento (T_v) (5% acima da temperatura *liquidus*) foi acionada a refrigeração forçada à água dentro do aparato de refrigeração desenvolvido para cada sistema, ficando nessa condição de resfriamento até a solidificação do volume total do metal líquido. Todo o monitoramento e registros térmicos foram feitos através de termopares localizados dentro do metal líquido e com o sistema de aquisição de dados.

4.4 APARATOS DE SOLIDIFICAÇÃO DESENVOLVIDOS

Para o sistema de solidificação radial *inward* horizontal, foi utilizado um aparato experimental adotado em estudos anteriores no grupo de pesquisa [Souza, 2005] e agora readaptado ao método proposto. Esse aparato é dotado de um sistema de aquecimento para o controle da temperatura inicial do metal líquido e de uma lingoteira cilíndrica parcialmente aberta em aço inoxidável, como mostra a Figura 4.5.

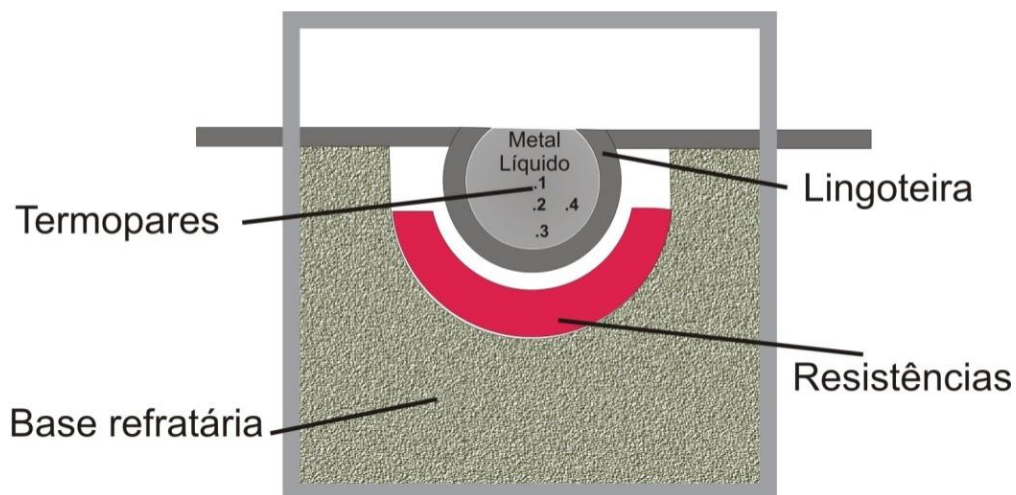


Figura 4.4: Sistema de aquecimento com a lingoteira cilíndrica horizontal.

O sistema de aquecimento é constituído de um forno resistivo com placas refratárias, que serve para a fusão *in situ* da liga e para o controle da temperatura inicial do líquido antes de ser acionado o fluxo de água na lingoteira, para dar início à solidificação. As resistências foram dimensionadas e apoiadas em suportes sobre um concreto refratário e manta térmica. As Figuras 4.6 e 4.7 mostram, respectivamente, a lingoteira, o forno resistivo sem e com a lingoteira.

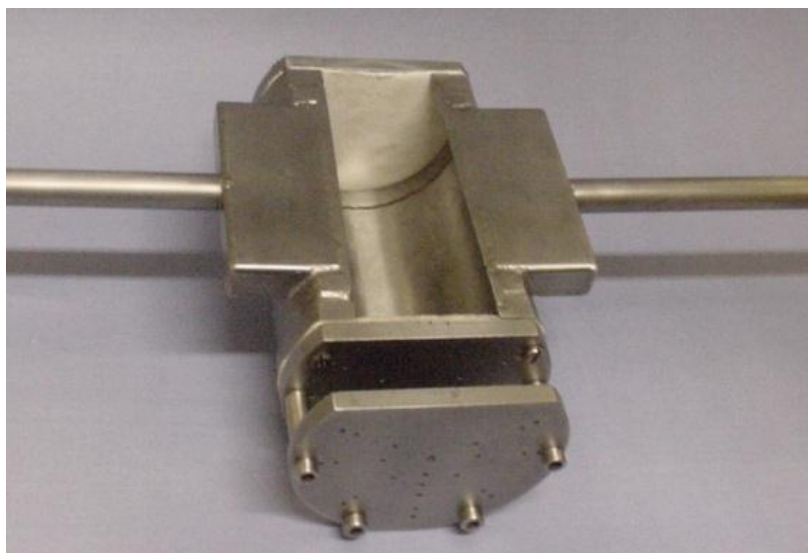


Figura 4.5: Lingoteira em aço inoxidável.

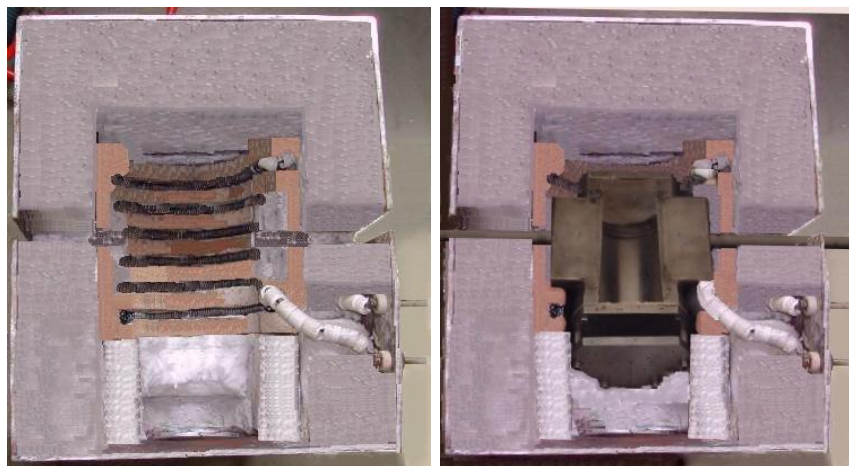


Figura 4.6: Forno resistivo sem e com a lingoteira, respectivamente.

O controle da temperatura no forno é feito por dispositivos eletrônicos para melhorar a eficiência em termos de estabilidade da temperatura, a fim de se obter uma menor variação possível em torno do ponto selecionado [Spandri, 2003]. Esta ação normalmente é proporcional ao erro verificado entre o valor desejado e o medido, permitindo que haja menor gradiente de temperatura entre os pontos dentro do sistema de aquecimento. A Figura 4.8 mostra o controlador eletrônico de temperatura conectado ao conjunto do sistema de aquecimento/lingoteira com os termopares conectados para a aquisição de dados.



Figura 4.7: Controlador eletrônico de temperatura em conjunto com o sistema de aquecimento com a lingoteira.

Essa lingoteira possui paredes ocas que permitem a passagem interna de um fluxo contínuo de água para sua refrigeração. O sistema de refrigeração da lingoteira está disposto de forma que o fluxo de água garanta uma extração de calor essencialmente radial durante o processo de solidificação do lingote. As dimensões da lingoteira refrigerada, com corte da seção, são apresentadas na Figura 4.9.

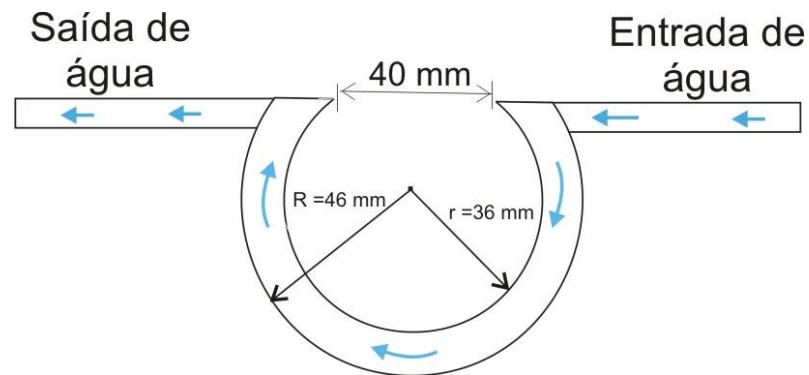


Figura 4.8: Dimensões da lingoteira horizontal.

Para o sistema de solidificação radial *inward* vertical, foi desenvolvido um dispositivo de solidificação com lingoteira refrigerada a água e aquecimento resistivo circular. Esse aparato é dotado de um sistema de aquecimento para o controle da temperatura inicial do metal líquido, como mostra a Figura 4.10.

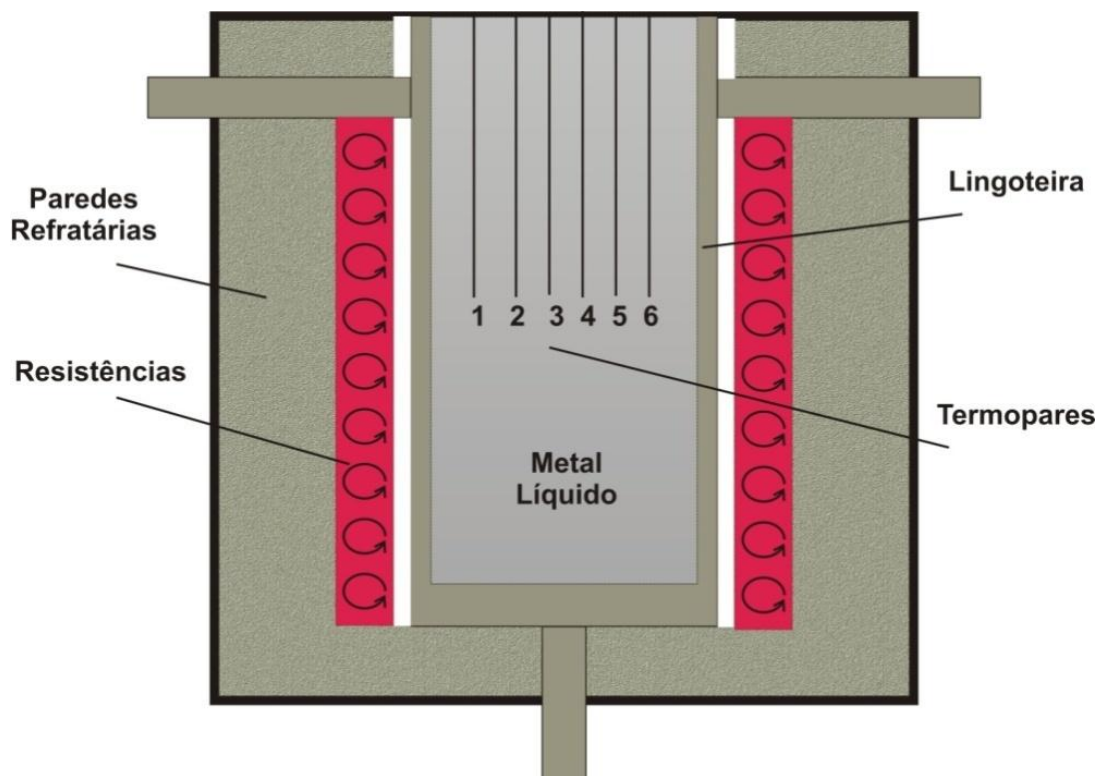


Figura 4.9: Sistema de aquecimento da lingoteira cilíndrica vertical.

O sistema de aquecimento é constituído de um forno resistivo cilíndrico termicamente isolado com placas refratárias, que serve para a fusão *in situ* da liga e para o controle da temperatura inicial do líquido, antes de ser acionado o fluxo de água dentro da lingoteira, para dar início à solidificação. As resistências foram dimensionadas circularmente e apoiadas em suportes refratários dentro de um reservatório termicamente isolado com concreto refratário.

O controle da temperatura no forno é feito pelo mesmo controlador eletrônico utilizado no sistema anterior. A Figura 4.11 mostra o controlador eletrônico de temperatura ligado ao forno resistivo.



Figura 4.10: Controlador eletrônico de temperatura ligado ao forno resistivo.

A lingoteira é composta por cilindro externo de aço 1020 que permite o acoplamento interno de um cilindro/molde utilizado para o vazamento do metal líquido a ser solidificado. As Figuras 4.12 e 4.13 apresentam as peças da lingoteira, o forno resistivo cilíndrico e a lingoteira montada dentro do forno.

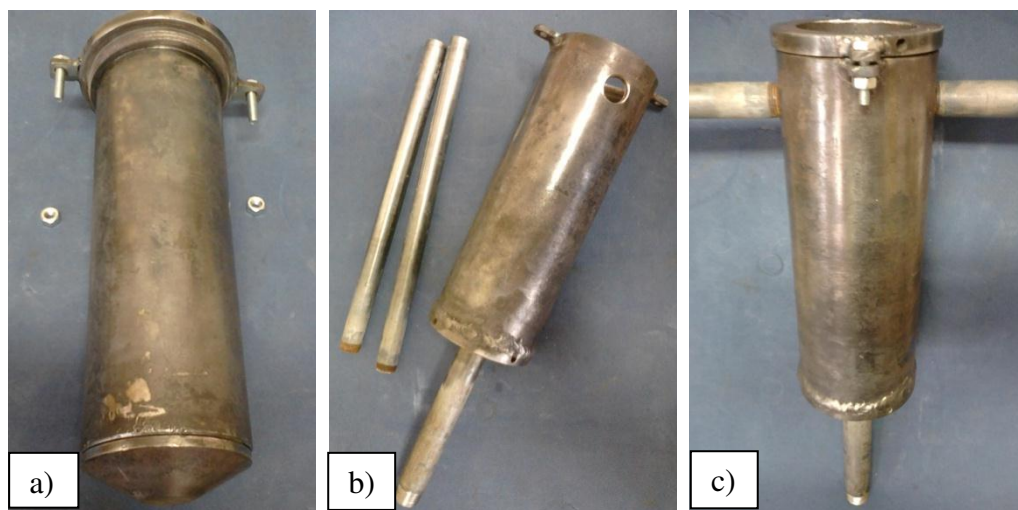


Figura 4.11: (a) Cilindro/molde, (b) cilindro externo, (c) lingoteira montada

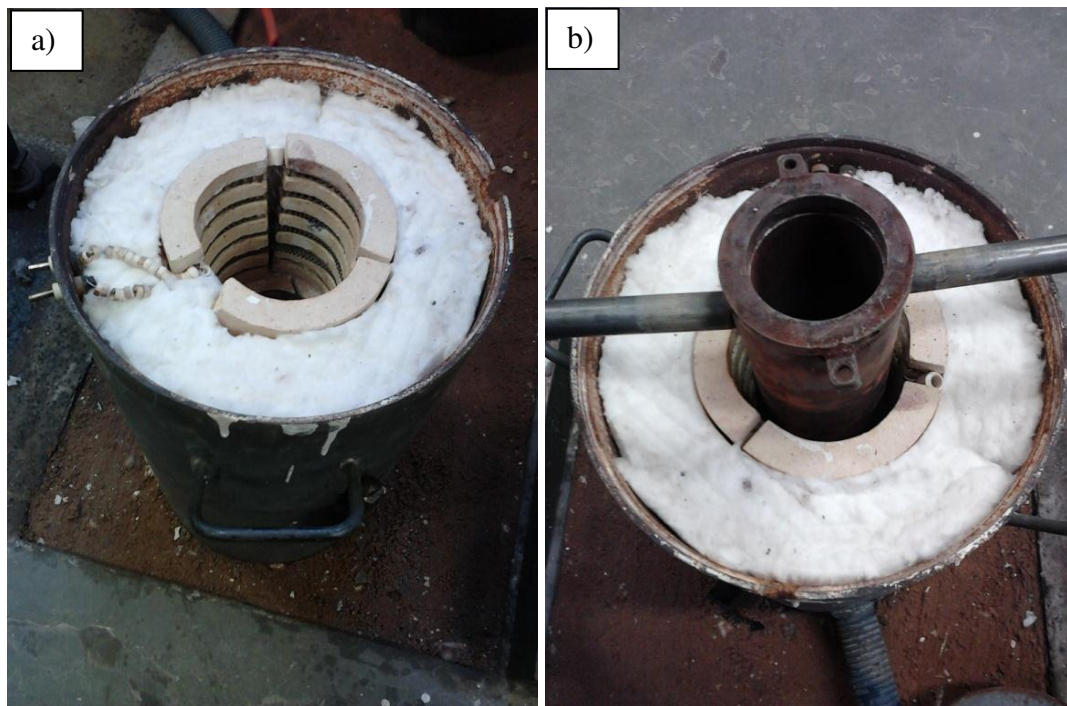


Figura 4.12: (a) Forno resistivo e (b) aparato montado.

O sistema de refrigeração da lingoteira está disposto de forma que o fluxo de água garanta uma extração de calor essencialmente radial durante o processo de solidificação do lingote. A lingoteira é composta pelo acoplamento do cilindro externo ao cilindro molde, e apresenta um espaço interno que permite esse fluxo contínuo de água para refrigeração do metal líquido. Internamente, no fundo da lingoteira, é colocado um disco de material refratário com a finalidade de evitar as perdas de calor transversais ao sentido radial. As dimensões da lingoteira refrigerada, com corte da seção, são apresentadas na Figura 4.14.

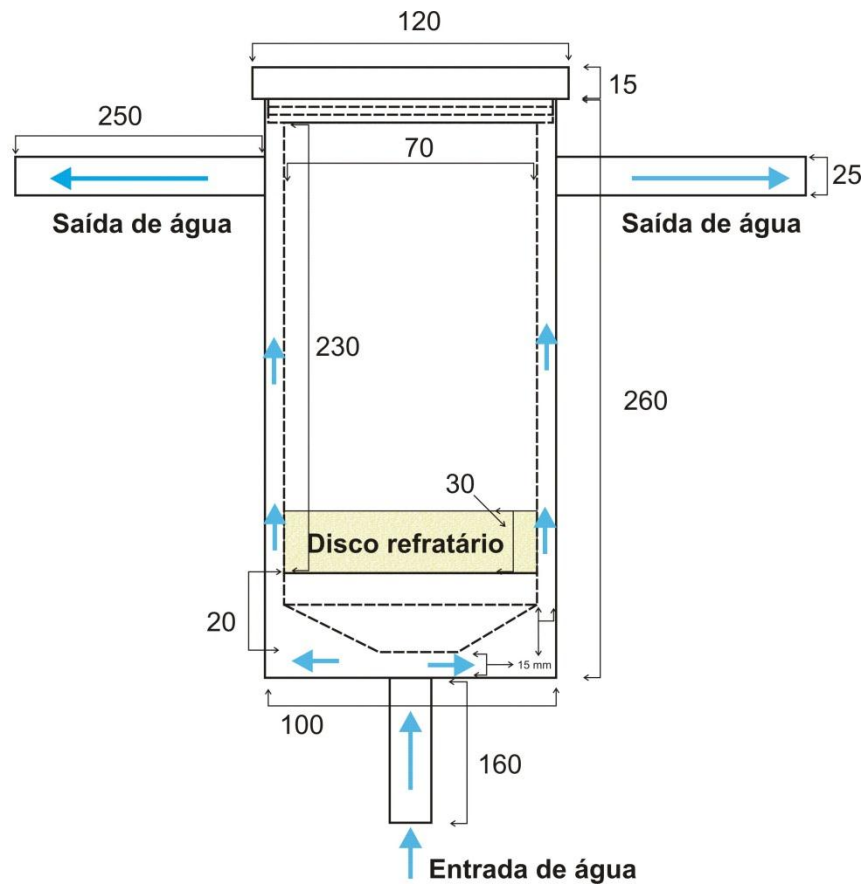


Figura 4.13: Dimensões da lingoteira e do sistema de refrigeração.

Para o sistema de solidificação radial *outward*, foi desenvolvido um dispositivo de solidificação com uma lingoteira cilíndrica bipartida, uma base circular de aço com um furo central para fixação de um tubo refrigerado a água e um forno resistivo circular para aquecimento, já utilizado no sistema de solidificação *inward* vertical citado anteriormente. A Figura 4.15 apresenta o esquema de aquecimento *in situ* para este sistema.

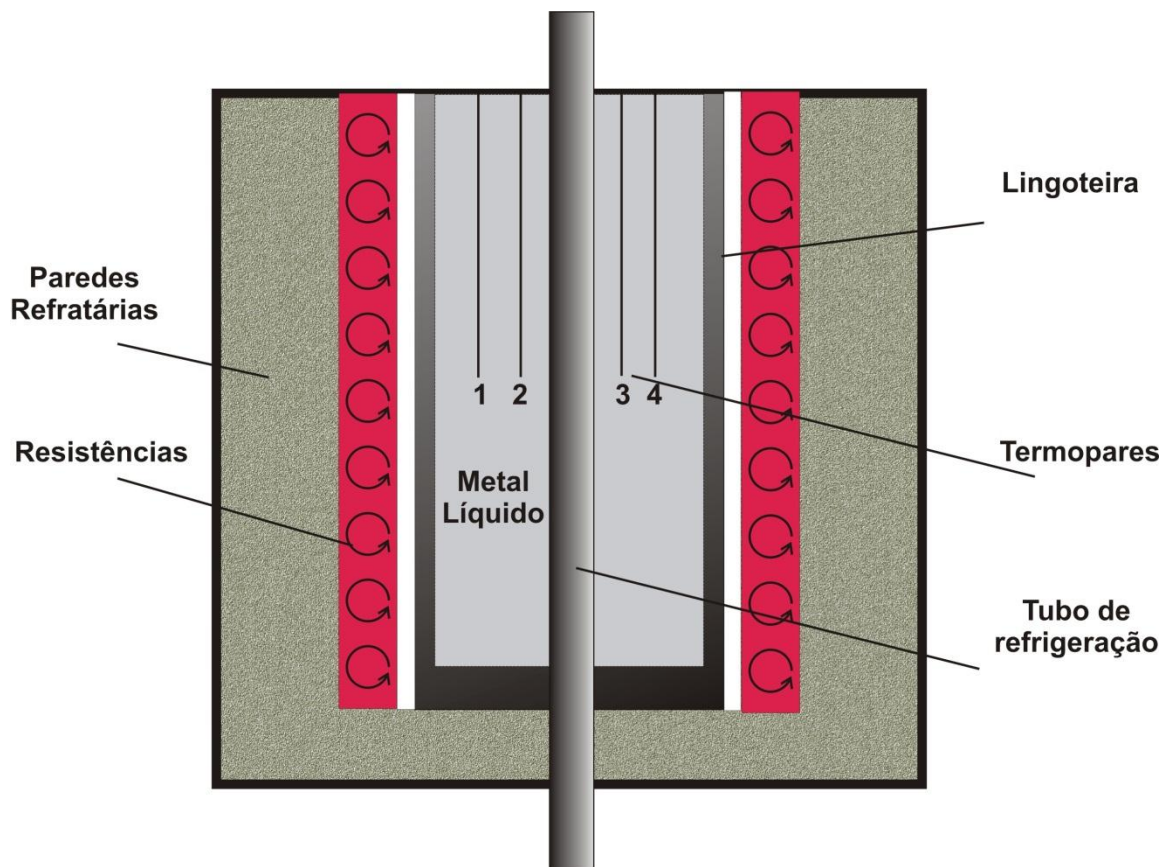


Figura 4.14: Sistema de aquecimento com a lingoteira cilíndrica vertical e o tubo central de refrigeração.

O sistema de aquecimento é constituído do mesmo forno resistivo já descrito no sistema *inward* vertical, para a fusão *in situ* da liga e para o controle da temperatura inicial do líquido antes de ser acionado o fluxo de água. A água passa por dentro de um tubo cilíndrico de refrigeração, feito de aço SAE 1020, para dar início à solidificação com extração de calor para o centro do lingote. O tubo de refrigeração foi acoplado em uma base circular de aço SAE 1020 e na parte superior uma guia serve para centralização do tubo na lingoteira e para posicionar os termopares. O controle da temperatura no forno é feito pelo controlador eletrônico utilizado no sistema anterior, mostrado na Figura 4.12. A Figura 4.16 (a) apresenta a lingoteira bipartida, o tubo de refrigeração e a guia de termopares desmontados; (b) a lingoteira montada e (c) a lingoteira dentro do forno com uma manta isolante cobrindo a parte do tubo de refrigeração que fica para fora do forno, já com a mangueira de alimentação de água, para posterior resfriamento, e também os termopares acoplados.

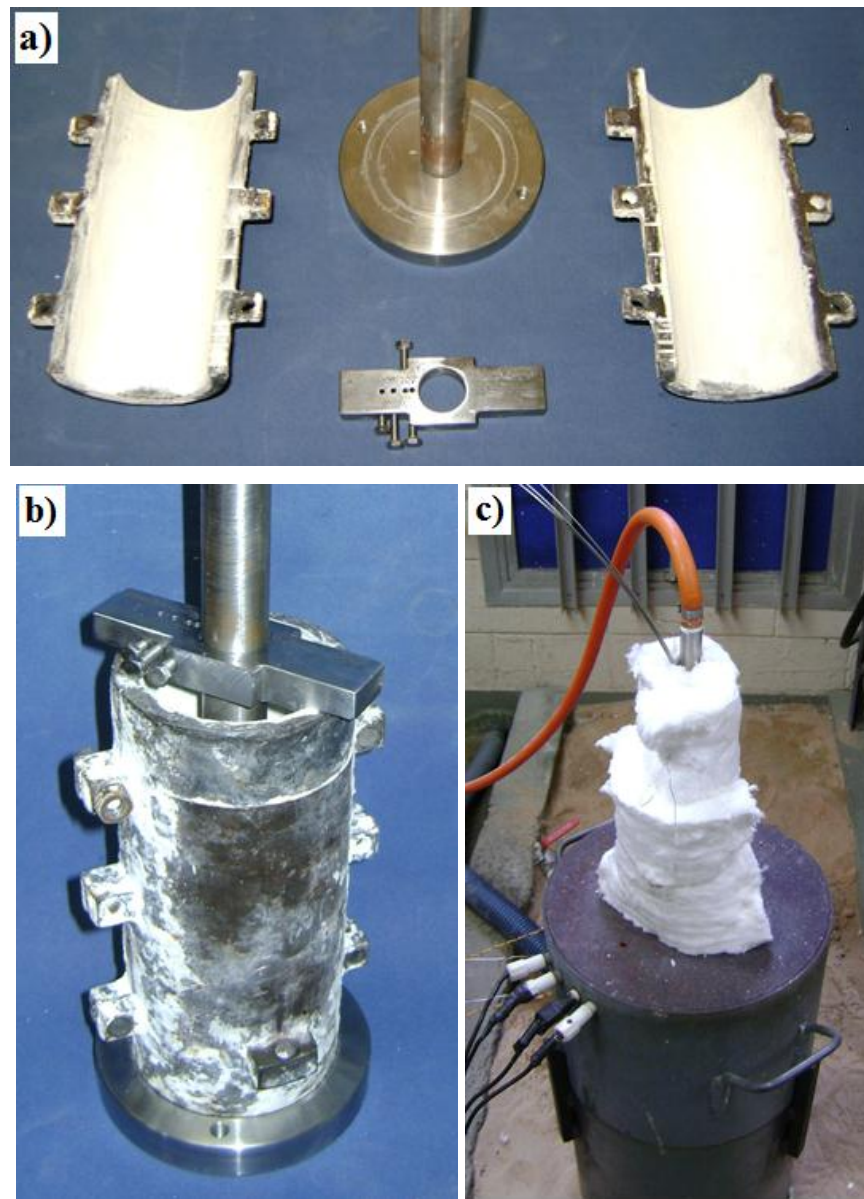


Figura 4.15: (a) componentes da lingoteira, (b) a lingoteira montada e (c) a lingoteira dentro do forno devidamente isolada.

O sistema de refrigeração da lingoteira está disposto de forma que o fluxo de água garanta uma extração de calor essencialmente radial e no sentido do centro do lingote durante o processo de solidificação. O tubo/molde interno de refrigeração, acoplado à lingoteira cilíndrica previamente pintada com alumina, permite um fluxo contínuo de água no centro da lingoteira. O preenchimento instantâneo de água dentro do tubo tende a minimizar troca de calor em direções que não sejam a radial. As dimensões do conjunto lingoteira/ sistema de refrigeração são apresentadas através de um corte na seção longitudinal central, mostrado na Figura 4.17.

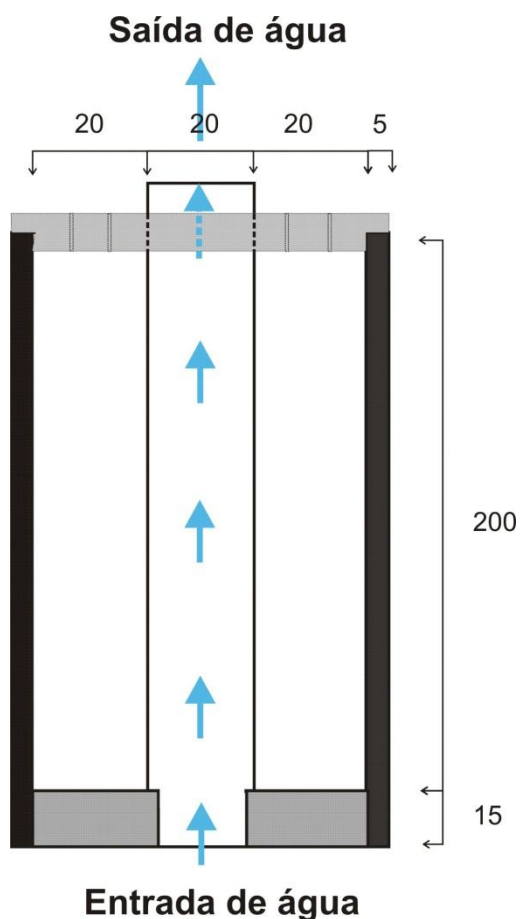


Figura 4.16: Dimensões do conjunto lingoteira/ sistema de refrigeração.

4.5 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL PARA DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE GLOBAL DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA INTERFACE METAL/MOLDE (h_g)

Para cada sistema de solidificação radial, foram monitoradas as temperaturas em diferentes posições a partir da interface metal/molde. Utilizando-se de um guia de termopares, que foram colocados em posições pré-determinadas antes do vazamento da liga fundida dentro do molde. Essas posições não são as posições exatas ao término do experimento de solidificação devido a vários fatores, dentre eles agitação mecânica durante o vazamento da liga dentro do molde, movimentos convectivos dentro do líquido durante a refusão *in situ* do metal, e contrações térmicas e volumétricas que acompanham o processo. Portanto, após o experimento foi feito um corte na região próxima à ponta dos termopares para poder identificar suas reais posições. As Figuras 4.18 a 4.22 apresentam as guias de termopares e os esquemas do posicionamento de termopares para cada aparato de solidificação.

Após o término da solidificação os resultados térmicos obtidos foram utilizados para a determinação do coeficiente global de transferência de calor (h_g) apoiando-se no método do confronto de perfis térmicos teóricos, fornecidos pelo modelo numérico para solidificação radial desenvolvido nesse trabalho, e os correspondentes perfis experimentais.

O modelo numérico baseia-se no método de diferenças finitas que simula as condições de solidificação radial. Este modelo foi introduzido inicialmente para solidificação unidirecional por Spim e Garcia [2000] e utilizado posteriormente por Rocha et al. [Rocha 2003], sendo agora adaptado para solidificação radial. Neste modelo faz-se uma estimativa das constantes (multiplicador e expoente) que formam a equação transitória do coeficiente h_g , para a construção do perfil térmico simulado. Essa simulação do perfil é feita por programação com a linguagem de programação C++. Após isto, o perfil simulado é confrontado com o perfil obtido experimentalmente, e em caso de concordância, assume-se que as constantes estimadas na equação do h_g descrevam o coeficiente global de transferência de calor que atuou naquele processo de solidificação.

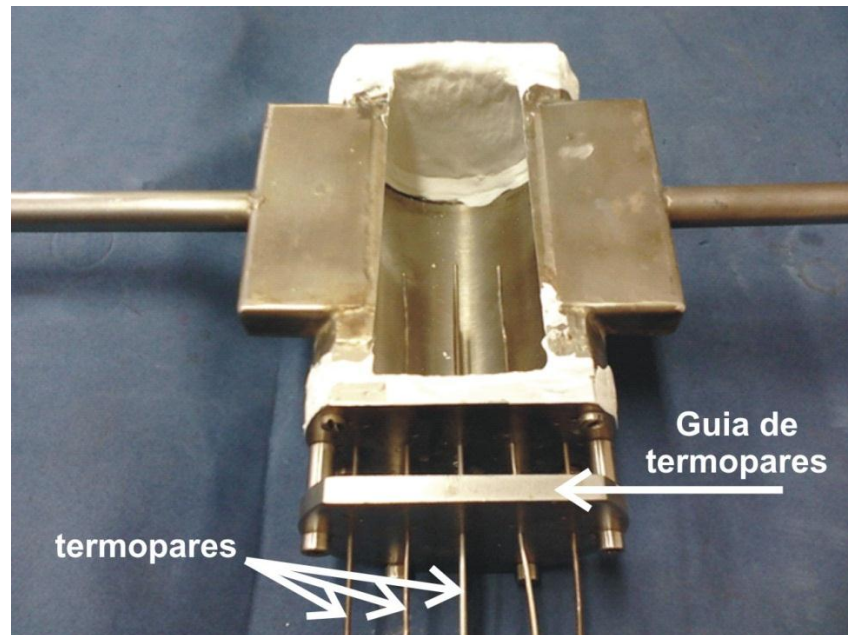


Figura 4.17: Guia de termopares na lingoteira do sistema de solidificação *inward* horizontal.

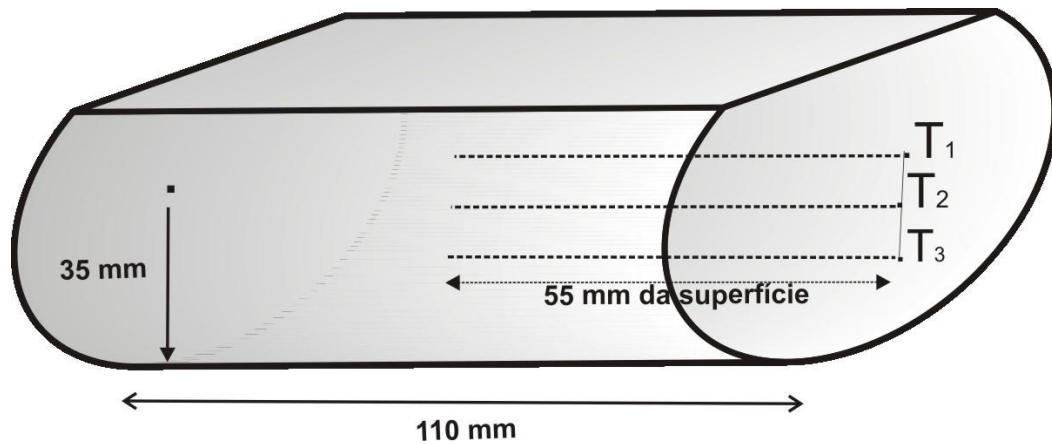


Figura 4.18: Esquema do posicionamento inicial dos termopares dentro do metal líquido para o sistema de solidificação *inward* horizontal.

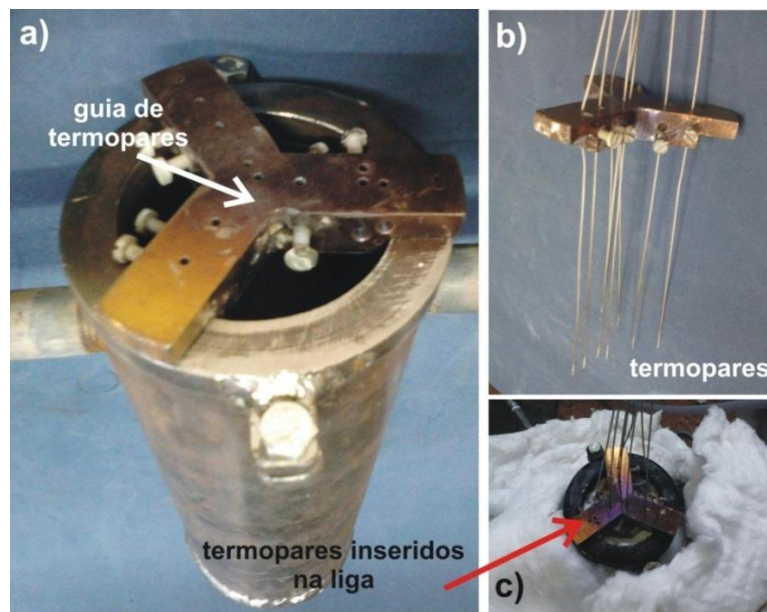


Figura 4.19: Guia de termopares na lingoteira do sistema de solidificação *inward* vertical: a) guia acoplada à lingoteira, b) termopares inseridos na guia e c) termopares inseridos na liga.

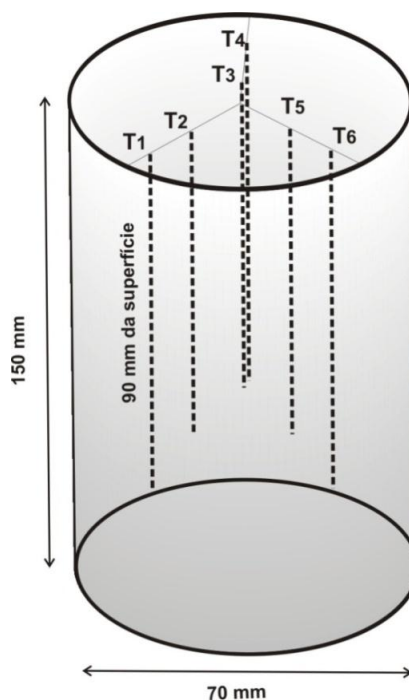


Figura 4.20: Esquema do posicionamento inicial dos termopares dentro do metal líquido para o sistema de solidificação *inward* vertical.

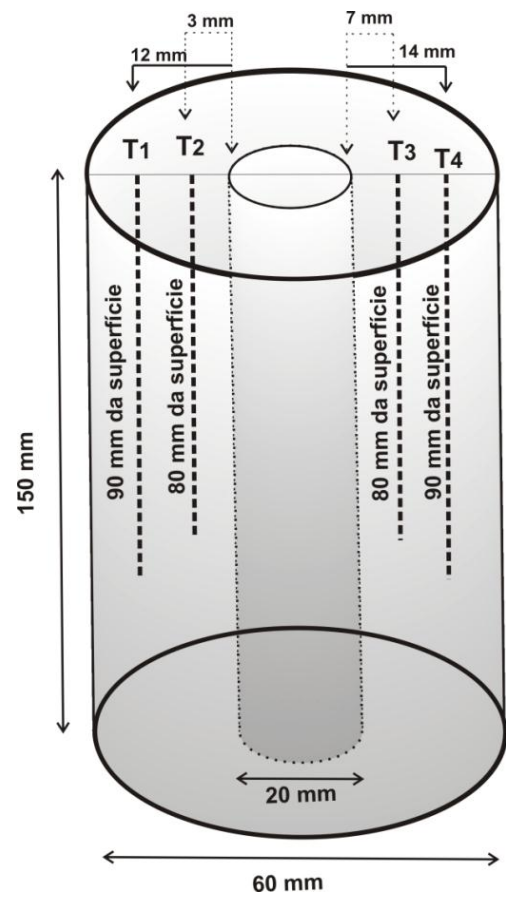
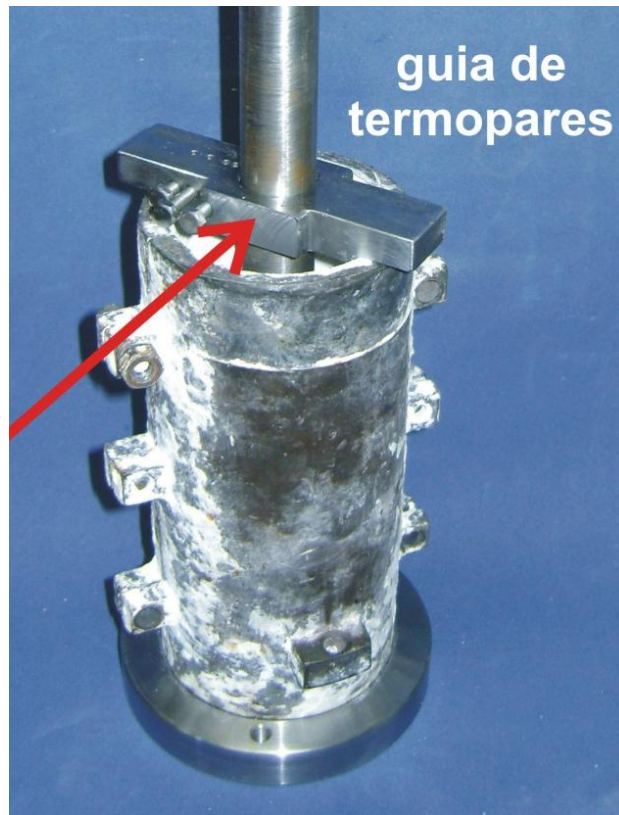


Figura 4.21: Guia de termopares na lingoteira do sistema de solidificação *outward* vertical e esquema do posicionamento inicial dos termopares dentro do metal líquido para o sistema de solidificação *outward* vertical.

4.6 ANÁLISE MACROGRÁFICA

A partir do lingote solidificado, procedeu-se à preparação para a caracterização macroestrutural. Para verificação da existência da região colunar radial induzida pelas condições de solidificação, realizou-se a macrografia na seção central do lingote, conforme procedimento descritos a seguir e apresentados nas Figuras 4.23 a 4.25:

- O lingote foi seccionado de acordo com cada sistema de solidificação, e lixado com lixas de granulação 100 a 600 mesh.
- O ataque químico para as ligas Al-0,5%Fe e Al-1,5%Fe é composto de uma solução 5 mL HF, 30 mL HNO₃, 60 mL HCl e 5 mL H₂O. Para o ataque das ligas Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb a solução é composta de 35 mL de ácido acético glacial e 15 mL de H₂O₂.

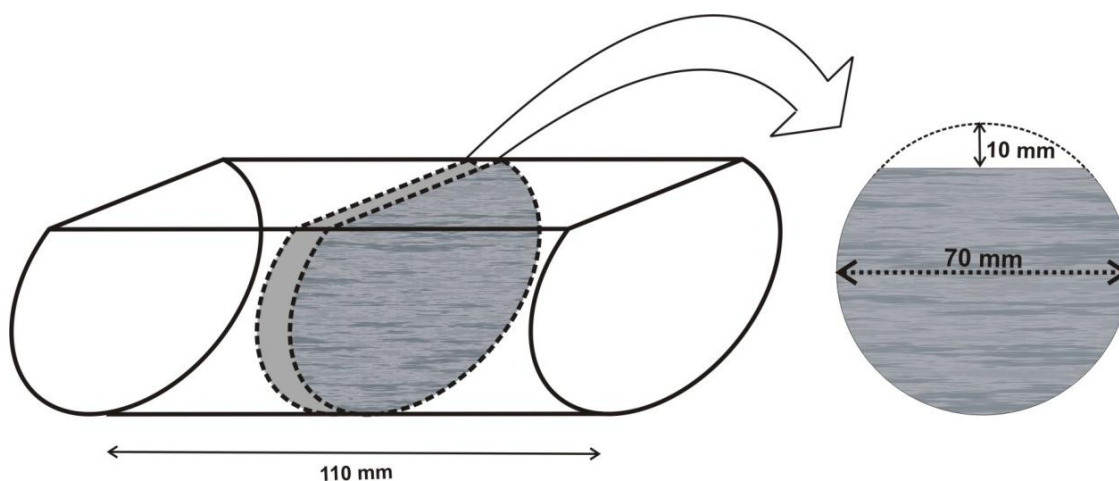


Figura 4.22: Esquema do corte transversal do lingote para análise macrográfica, para o sistema *inward* horizontal.

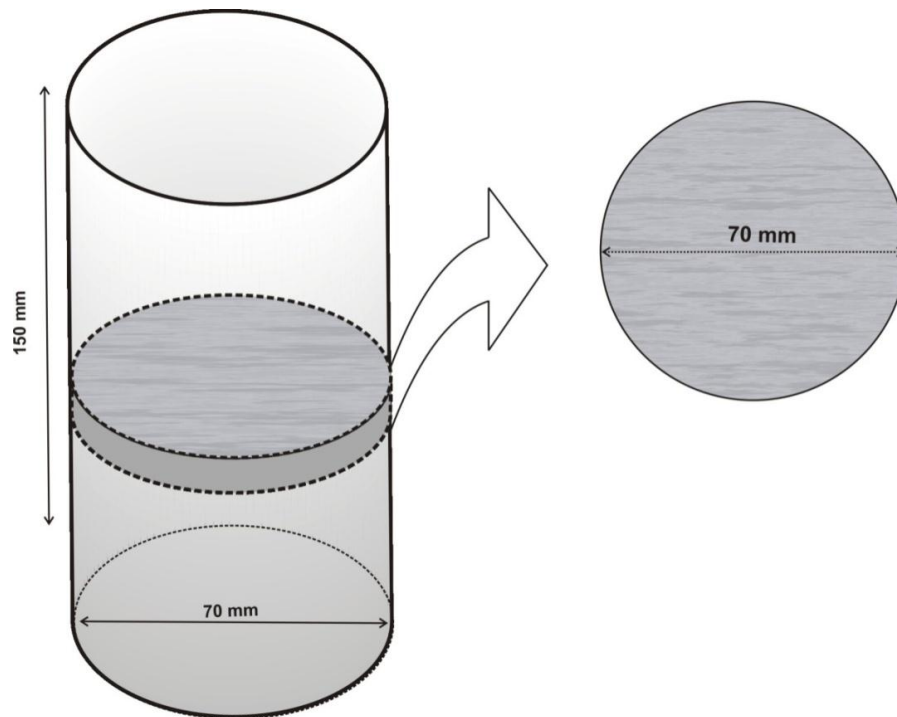


Figura 4.23: Esquema do corte transversal do lingote para análise macrográfica, para o sistema *inward* vertical.

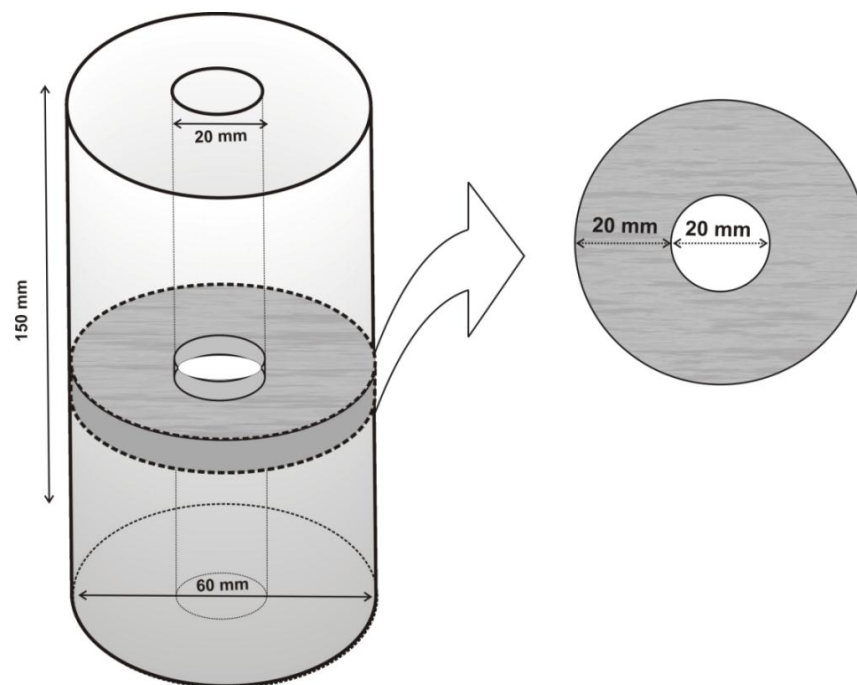


Figura 4.24: Esquema do corte transversal do lingote para análise macrográfica, para o sistema *outward*.

4.7 ANÁLISE MICROGRÁFICA.

Dos lingotes obtidos, conforme descrito anteriormente, foi retirada uma fatia da região central e dele foram extraídas amostras para análise microestrutural, para diferentes posições distantes da interface metal/molde de troca de calor. As Figuras 4.26, 4.27 e 4.28 apresentam o esquema de como esta fatia central e as amostras foram obtidas para cada caso de solidificação. O corte para a retirada de amostras foi feito na região mais central possível dos lingotes, objetivando evitar que as amostras fossem obtidas próximas do topo e da base, extremos dos lingotes, onde eventualmente podem ocorrer fugas de calor, que descaracterizem a solidificação como unicamente radial.

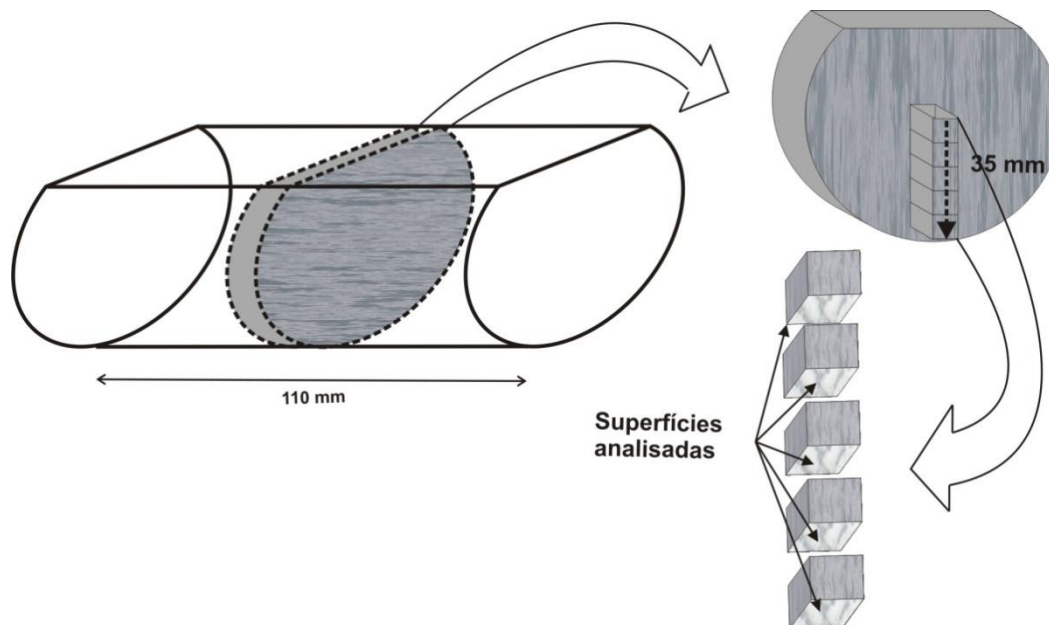


Figura 4.25: Posições das amostras retiradas para análise micrográfica transversal no sistema *inward* horizontal.

As amostras foram mapeadas, devidamente identificadas conforme as posições a partir da interface metal/molde, sendo a seguir cortadas, embutidas, lixadas com lixas de granulação de 100 a 1200 mesh. Para as amostras da liga Al-Fe foi aplicado polimento com pasta de diamante de 6 μm e 1 μm e posterior ataque químico para revelar a microestrutura com solução de 0,5% de HF. Para as amostras de Pb-Sb, foi aplicado o mesmo polimento, porém foi utilizado outro tipo

de ataque, indicado para as ligas de chumbo, contendo 35 mL de ácido acético glacial e 15 mL de H_2O_2 , à temperatura ambiente.

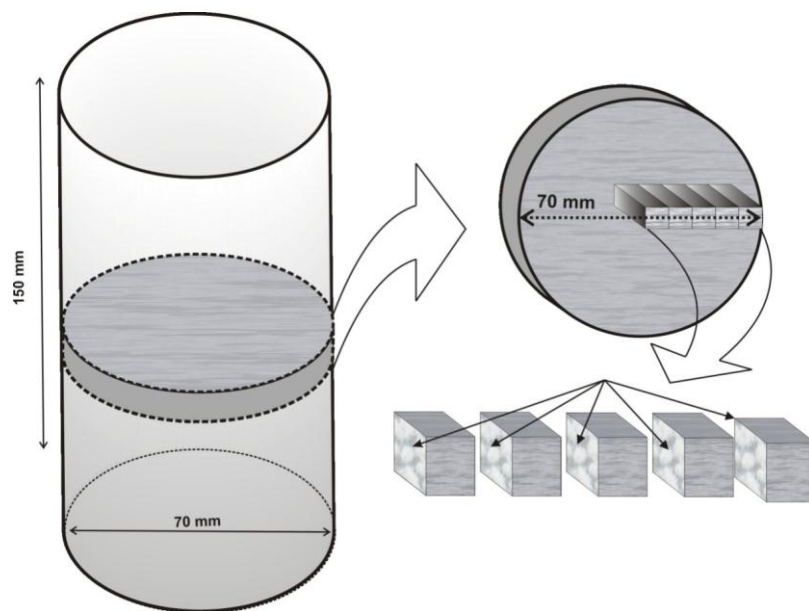


Figura 4.26: Posições das amostras retiradas para análise micrográfica transversal no sistema *inward vertical*.

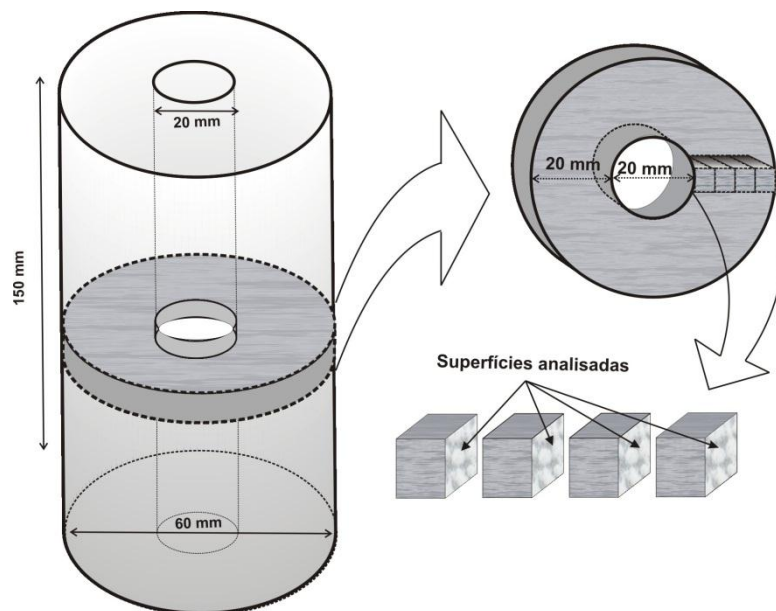


Figura 4.27: Amostras retiradas para análise da micrográfica transversal.

Foram realizadas fotomicrografias utilizando-se o software Leica Quantimet Q500 MC (Leica Imaging Systems Ltd, Cambridge, Inglaterra), interconectado ao microscópio óptico Neophot-32, (Carl Zeiss, Esslingen, Alemanha), conforme apresentado na Figura 4.29.



Figura 4.28: Microscópio óptico Neophot – 32.

As medições dos espaçamentos celulares ou dendríticos foram feitas sobre a secção transversal (perpendicular ao fluxo de calor) do corpo de prova. O método utilizado para quantificar os valores dos espaçamentos celulares λ_c é o método do triângulo, utilizando-se o critério de vizinhança, que considera o valor do espaçamento primário igual à distância média entre o centro geométrico das células ou, no caso de estruturas dendríticas, entre os centros dos braços dendríticos primários [Gündüz, 2002]. Ambos os métodos são apresentados no esquema da Figura 4.30. Foram feitas no mínimo 30 medições e, ao final, obtiveram-se a média dos valores e o intervalo de dispersão.

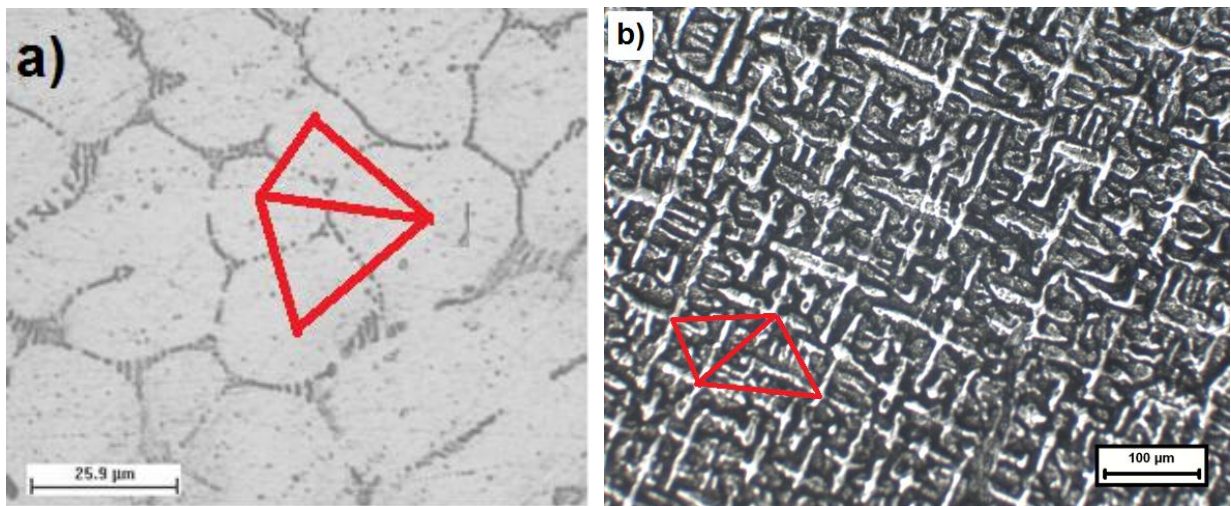


Figura 4.29: Representação para medidas dos espaçamentos (a) celulares e (b) dendríticos primários, utilizando-se o método do triângulo [Gündüz 2002].

Os valores de λ_c e λ_1 obtidos são correlacionados com as posições de leitura ao longo do lingote. Nas simulações numéricas são utilizadas as propriedades termofísicas apresentadas nas Tabelas 4.2.

Tabela 4.2: Propriedades termofísicas utilizadas nas análises experimentais das ligas
[Goulart, 2009; Rosa, 2008; Termocalc]

Propriedades	Simbolo/ Unidades	Al- 1,8%Fe (eutético)	Pb- 11,2%Sb (eutético)	Al- 0,5%Fe	Al- 1,5%Fe	Pb- 0,5%Sn	Pb- 1,5%Sn
Condutividade e Térmica	$K_S [W.m^{-1}.K^{-1}]$	218,60	28,60	221,00	219,20	32,99	32,94
	K_L	91	32	91,7	91,2	29,68	29,64
Calor Específico	$c_S [J.kg^{-1}.K^{-1}]$	1.245	138,7	1.253	1.247	129,9	138,8
	c_L	1.164	149,5	1.172	1.166	138,32	130,28
Massa Específica	$\rho_S [kg.m^{-3}]$	2.635	10.820	2.573	2.620	11.334	11.311
	ρ_L	2.464	10.208	2.403	2.450	10.672	10.652
Calor Latente Fusão	$L [J.kg^{-1}]$	391.000	41.526	383.000	387.000	28.889	28.256
Temperatura de Fusão	$T_F [^{\circ}C]$	-	-	660,0	660,0	327,0	327,0
Temperatura <i>Liquidus</i>	$T_{Liq} [^{\circ}C]$	-	-	659,0	655,0	324,0	318,0
Temperatura <i>Solidus</i>	$T_{Sol} [^{\circ}C]$	-	-	654,0	654,0	311,0	306,0
Temperatura Eutética	$T_{Eut} [^{\circ}C]$	652,0	251,5	654,0	654,0	251,5	251,5
Coeficiente de Partição	k_0	0,0280	0,3125	0,028	0,028	0,3125	0,3125

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Através da inserção de termopares no metal líquido, foram obtidos os perfis de temperaturas considerando-se diferentes posições a partir da interface metal/molde. A partir desse monitoramento de temperaturas durante o processo de solidificação, foram determinados experimentalmente os tempos locais de solidificação (t_{SL}) as velocidades de deslocamento da isoterma *liquidus* (v_L) e as taxas de resfriamento (\dot{T}) para os sistemas de solidificação radial analisados: *outward* na posição vertical, *inward* nas posições vertical e horizontal. Além disso, foram feitas as análises das resistências térmicas atuantes em cada sistema e as análises experimentais para caracterização estrutural macroscópica e microscópica.

Na simulação numérica dos parâmetros térmicos atuantes nos sistemas de solidificação radial, utiliza-se o modelo numérico desenvolvido em diferenças finitas. Como um parâmetro comparativo, para as ligas solidificadas nos sistemas *inward*, também são feitas simulações com o modelo analítico previamente proposto por Garcia [1978] para condições de solidificação unidirecionais e adaptadas para solidificação de metais puros em geometrias cilíndricas por Santos [1985] e expandido para ligas metálicas por Souza [2004].

5.1 ESTRUTURAS DE SOLIDIFICAÇÃO

5.1.1 Macroestruturas

Para a solidificação *outward*, as Figuras 5.1(a) e (b) apresentam a sequência da análise macroestrutural, com o corte para obtenção da macrografia. Após a solidificação formou-se um cilindro oco com o tubo de refrigeração preso internamente ao material [Figura 5.1] (a) devido à contração durante a solidificação da liga. Depois, foi feito um corte transversal [Figura 5.1 (b)] para obtenção da macroestrutura.

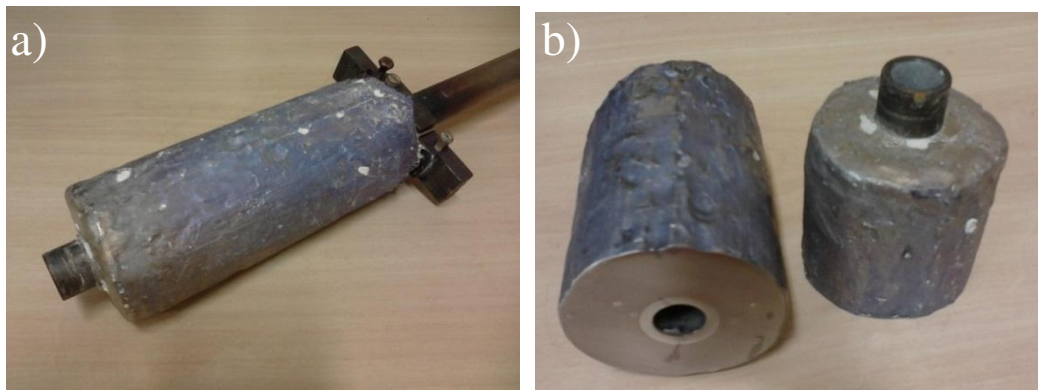


Figura 5.1: (a) Lingote formado pela solidificação *outward* e (b) seção transversal para obtenção das macrografias de solidificação.

As macroestruturas das ligas Al-0,5%Fe, Al-1,5%Fe, Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb são apresentadas nas Figuras 5.2 e 5.3 para o sistema de solidificação radial *outward*, podendo ser observada a ocorrência de estrutura predominantemente colunar radial. O aumento no teor de soluto propicia um aumento na nucleação dos grãos, ocasionando um refino no tamanho dos grãos colunares, sendo mais notório nas ligas do sistema Al-Fe que nas ligas Pb-Sb, onde a Figura 5.2 (b) apresenta um grau de refino maior se comparada à Figura 5.2 (a).

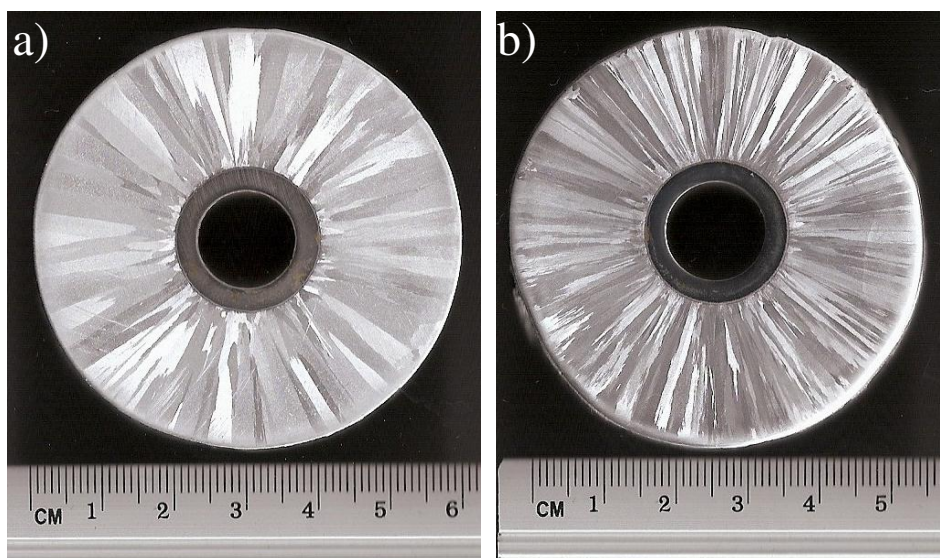


Figura 5.2: Macrografias para solidificação radial *outward* das ligas (a) Al-0,5%Fe e (b) Al-1,5%Fe indicando o crescimento radial de grãos colunares.

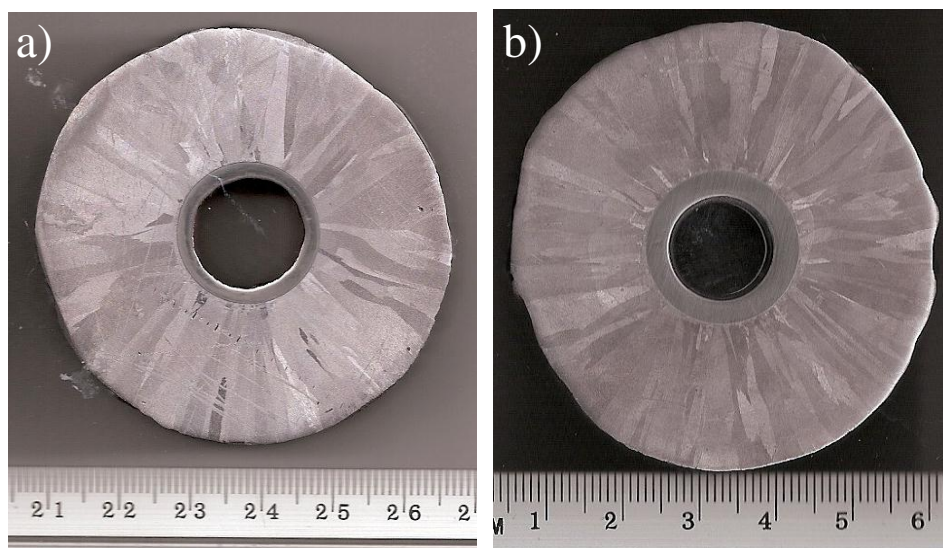


Figura 5.3: Macrografias para solidificação radial *outward* das ligas: (a)Pb-0,5%Sb e (b) Pb-1,5%Sb indicando o crescimento radial de grãos colunares.

Para a solidificação *inward* vertical, a Figura 5.4 apresenta o lingote desmoldado para o corte e obtenção da macroestrutura. Após a solidificação, formou-se um cilindro maciço e foi feito um corte transversal para obtenção da macroestrutura de solidificação. As macrografias são apresentadas para cada liga: Figura 5.5 para a liga (a) Al-0,5%Fe e (b) Al-1,5%Fe; Figura 5.6 (a) para a liga Pb-0,5%Sb e Figura 5.6 (b) para a liga Pb-1,5%Sb.

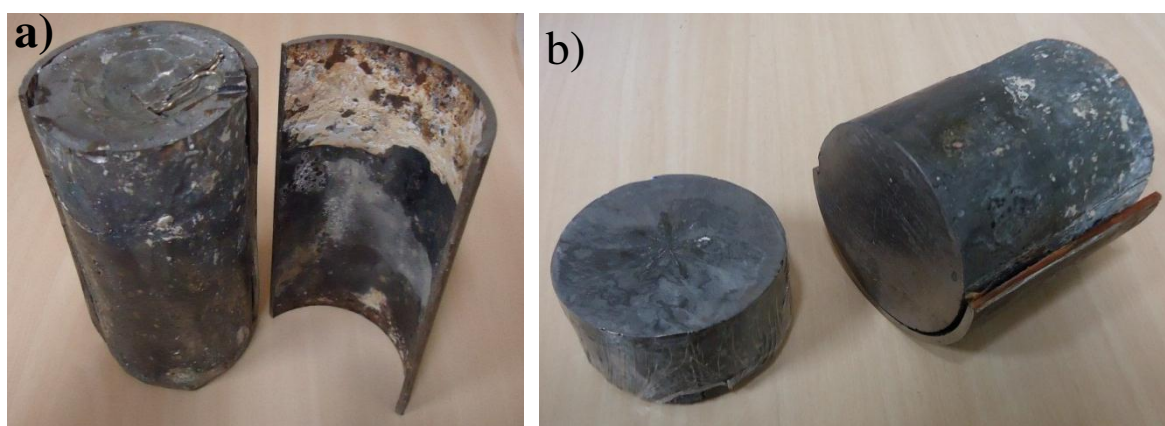


Figura 5.4: Lingote formado pela solidificação radial *inward* vertical: (a) desmoldado e (b) seção transversal para obtenção da macrografia.

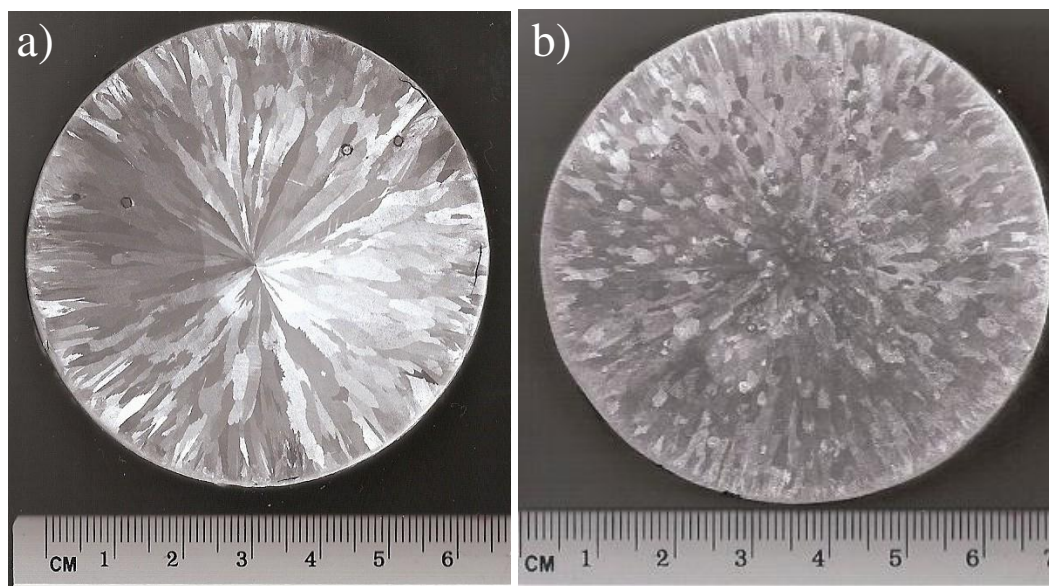


Figura 5.5: Macrografias para solidificação radial *inward* vertical das ligas: (a) Al-0,5%Fe indicando crescimento radial dos grãos e (b) Al 1,5%Fe refinada.

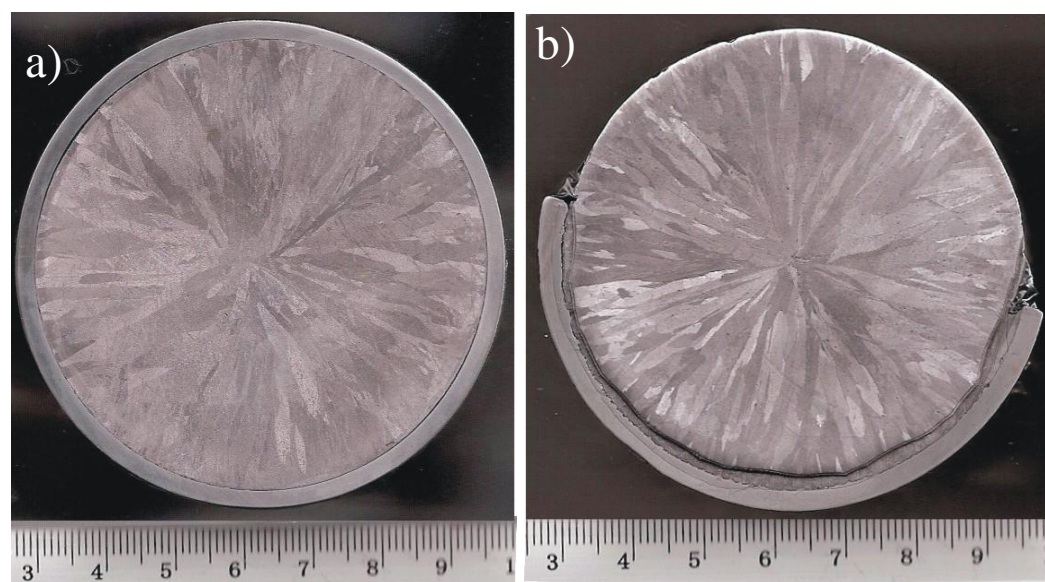


Figura 5.6: Macrografias para solidificação radial *inward* vertical das ligas: (a) Pb 0,5%Sb e (b) Pb 1,5%Sb indicando crescimento radial dos grãos.

Podem ser observada a unidirecionalidade do crescimento radial de grãos colunares que vão da extremidade próxima ao molde até o centro da peça, para os casos da liga Al 0,5%Fe, Pb 0,5%Sb e Pb 1,5%Sb. As macroestruturas apresentam essencialmente crescimento radial de grãos

colunares, que culminam em um ponto no centro geométrico da peça. Isto garante que a extração de calor se dá de forma predominantemente radial, sem perdas de calor no sentido angular. Já a Figura 5.5 (b) apresenta uma estrutura totalmente refinada, com direcionalidade de crescimento dos grãos apenas numa pequena faixa próxima ao molde.

Para a solidificação radial *inward* horizontal, as Figuras 5.7 (a) e (b) apresentam os lingotes desmoldados e o corte para obtenção da macroestrutura. Após a solidificação foi formado um cilindro maciço incompleto, com uma superfície plana devido à abertura superior do aparato de solidificação. Logo em seguida, são apresentadas as macrografias obtidas para as ligas Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb nas Figuras 5.8 (a) e (b).

Neste caso, observa-se que o ponto de encontro das frentes de solidificação, que se deslocam da superfície resfriada para o centro da peça, não coincide com o centro geométrico da seção, indicando a existência de regiões com diferentes características de extração de calor. Portanto, o parâmetro da macroestrutura utilizado para correlação com parâmetros térmicos durante a solidificação é o ponto de encontro das estruturas colunares no lingote, caracterizando o grau de assimetria existente no fluxo de calor na interface metal/molde. Segundo Souza [2005], uma característica desse sistema de solidificação é que a transferência de calor é mais eficiente na base devido ao favorecimento no contato térmico causado pelo peso próprio do lingote, diminuindo à medida que se avança radialmente em direção ao topo (efeito gravitacional).

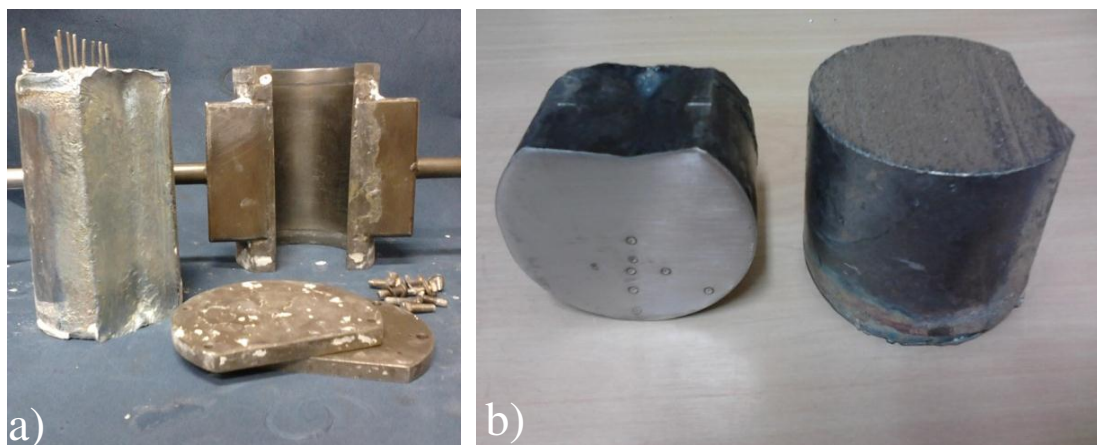


Figura 5.7: (a) Lingote formado pela solidificação radial *inward* horizontal e (b) seção transversal para obtenção da macrografia.

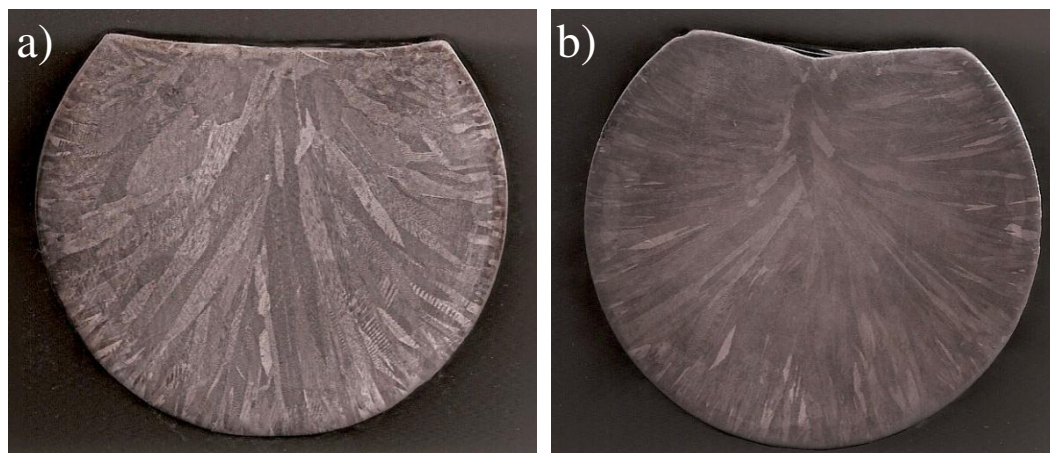


Figura 5.8: Macrografias para a solidificação radial *inward* horizontal das ligas: (a) Pb-0,5%Sb e (b) Pb-1,5%Sb indicando o crescimento de grãos colunares radiais.

Durante a realização dos experimentos para a solidificação das ligas do sistema Al-Fe na lingoteira horizontal, notou-se que houve a formação de um elemento ligante na superfície do molde de aço inoxidável que danificou as soldas que unem as superfícies do aparato. Isto acabou impedindo a continuação de sequências experimentais das ligas Al-Fe para esse sistema de solidificação.

5.1.2 Microestruturas

É necessária uma análise cautelosa e minuciosa das micrografias de solidificação medições de espaçamentos celulares ou dendríticos. Cada caso apresenta algum tipo de restrição, uma vez que o tipo de solidificação envolvido neste estudo envolve geometria cilíndrica, que é mais complexa que os casos de solidificação unidirecional encontrados na literatura. No sistema de solidificação *inward*, o crescimento da microestrutura é, em princípio, direcionado para o centro do cilindro. Na medida em que a solidificação vai se aproximando do centro do lingote será inevitável a interferência entre direções de crescimento. Além disso, haverá interferência também dos campos de segregação lateral de soluto. Este conjunto de fatores irá certamente afastar o crescimento daquele que se poderia idealizar, assumindo-se que o crescimento acompanhe perfeitamente o raio do cilindro, de sua superfície de resfriamento até o centro. A complexidade

das condições de crescimento, a partir de uma determinada posição radial a partir da superfície, certamente terá um reflexo na microestrutura resultante.

A análise micrográfica é feita sobre a seção transversal (perpendicular ao fluxo de calor) do corpo de prova, pela medição dos espaçamentos celulares ou dendríticos. A maneira correta de se obter os cortes para este tipo de análise é apresentada no capítulo anterior, nas Figuras 4.26 a 4.28. O método utilizado para quantificar os valores destes espaçamentos é o método do triângulo, esquematizado na Figura 4.30, utilizando-se o critério de vizinhança.

A liga Al-0,5%Fe solidificada nos sistemas *inward* vertical e *outward* apresenta formação microestrutural celular, bem como a liga Al-1,5%Fe solidificada no sistema *outward*, podendo ser aplicado o método de medição por triangulação citado anteriormente. Já a liga Al-1,5%Fe solidificada no sistema *inward* vertical apresenta uma estrutura refinada, não sendo possível a realização de medições de espaçamentos.

As ligas do sistema binário Pb-Sb solidificadas nos sistemas *inward*, vertical e horizontal, e *outward* apresentaram formação microestrutural dendrítica, com exceção apenas da liga Pb-0,5%Sb solidificada no sistema *outward*, que apresenta microestrutura tipicamente celular.

Os gráficos das Figuras 5.9 a 5.17 apresentam os valores obtidos para os espaçamentos celulares ou dendríticos primários de cada liga analisada. Nos gráficos, a variável “p” nas equações de ajuste representa a posição a partir da interface metal/molde.

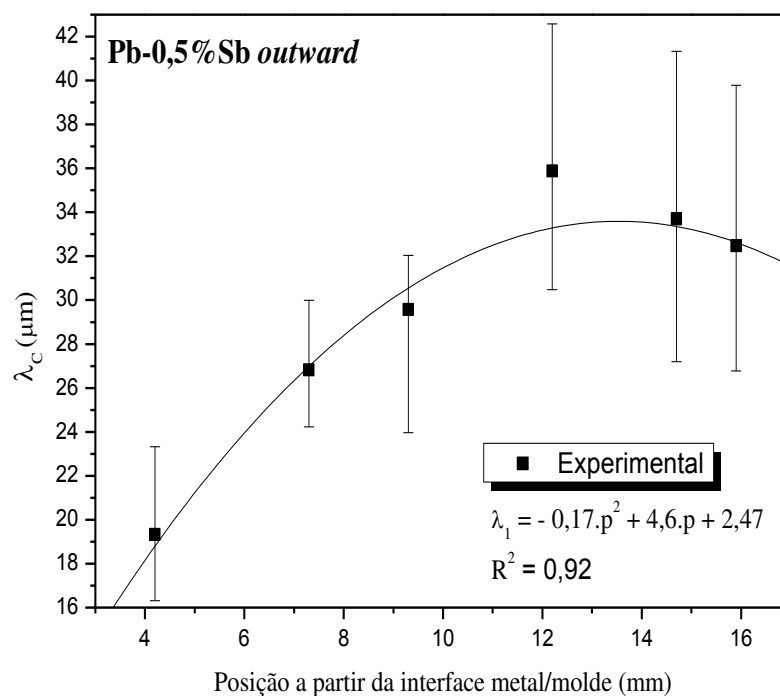


Figura 5.9: Espaçamento dendrítico primário em função da posição para a liga Pb-0,5%Sb para o sistema *outward*.

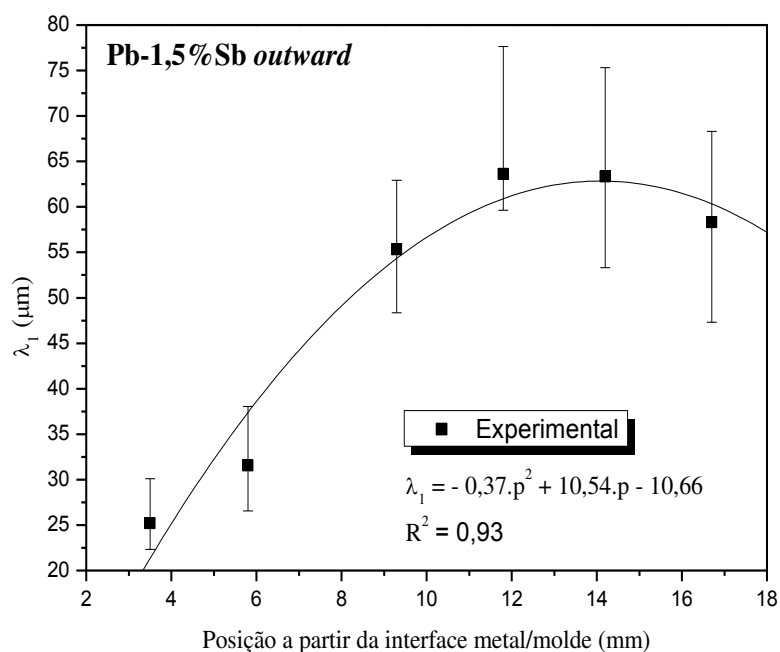


Figura 5.10: Espaçamento dendrítico primário em função da posição para a liga Pb-1,5%Sb para o sistema *outward*.

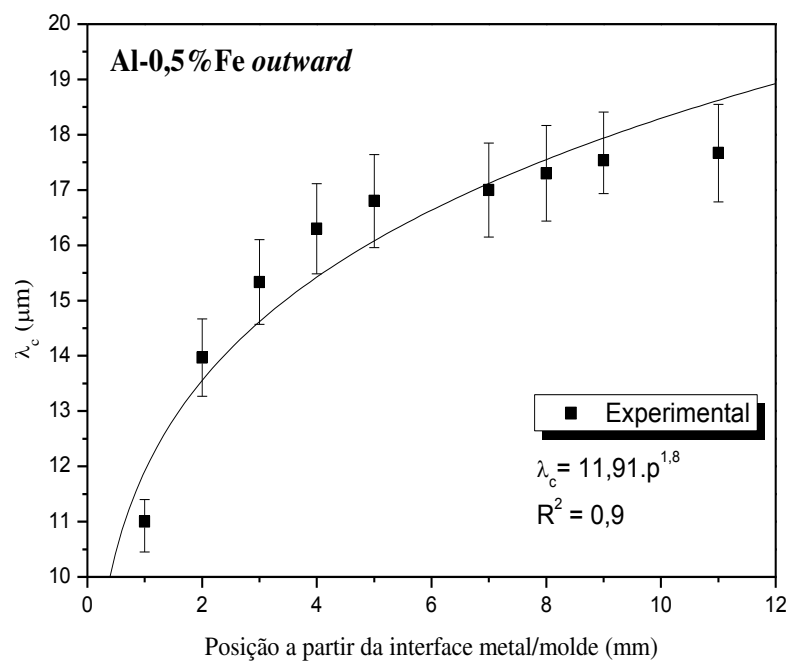


Figura 5.11: Espaçamento celular em função da posição para a liga Al-0,5%Fe para o sistema *outward*.

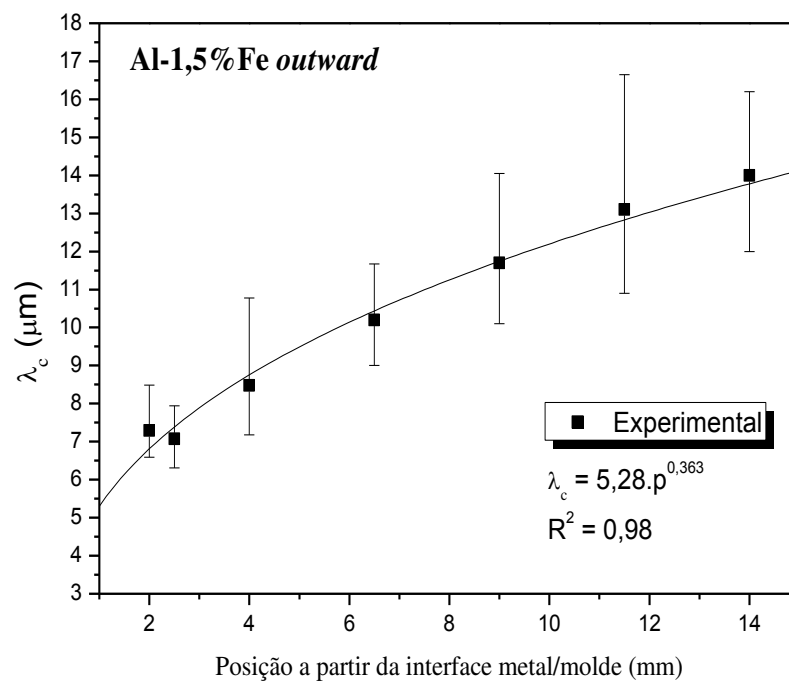


Figura 5.12: Espaçamento celular em função da posição para a liga Al-1,5%Fe para o sistema *outward*.

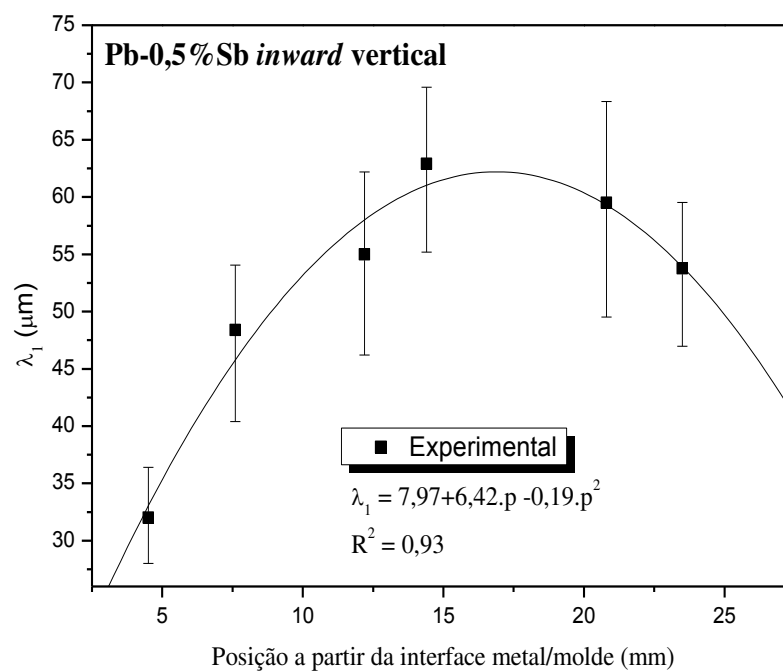


Figura 5.13: Espaçamento dendrítico primário em função da posição para a liga Pb-0,5%Sb para o sistema *inward* vertical.

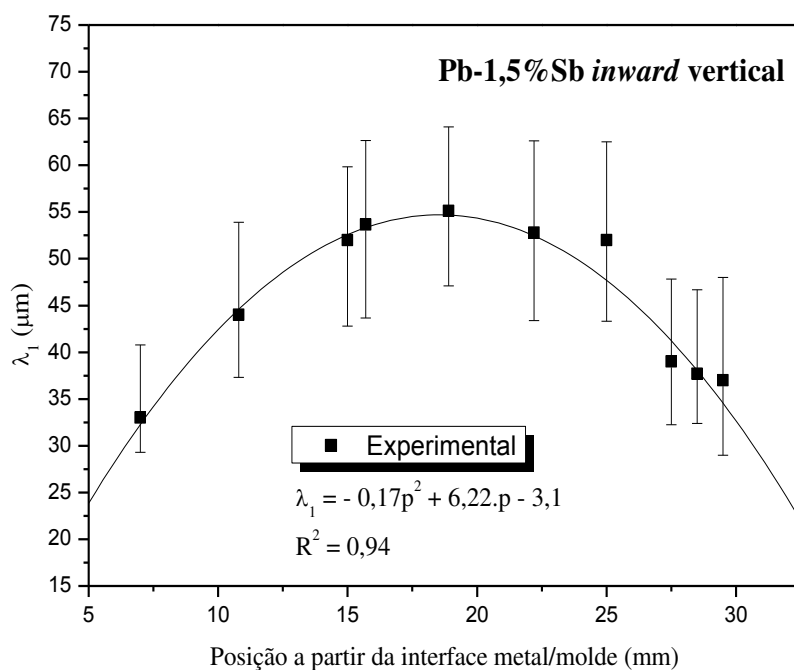


Figura 5.14: Espaçamento dendrítico primário em função da posição para a liga Pb-1,5%Sb para o sistema *inward* vertical.

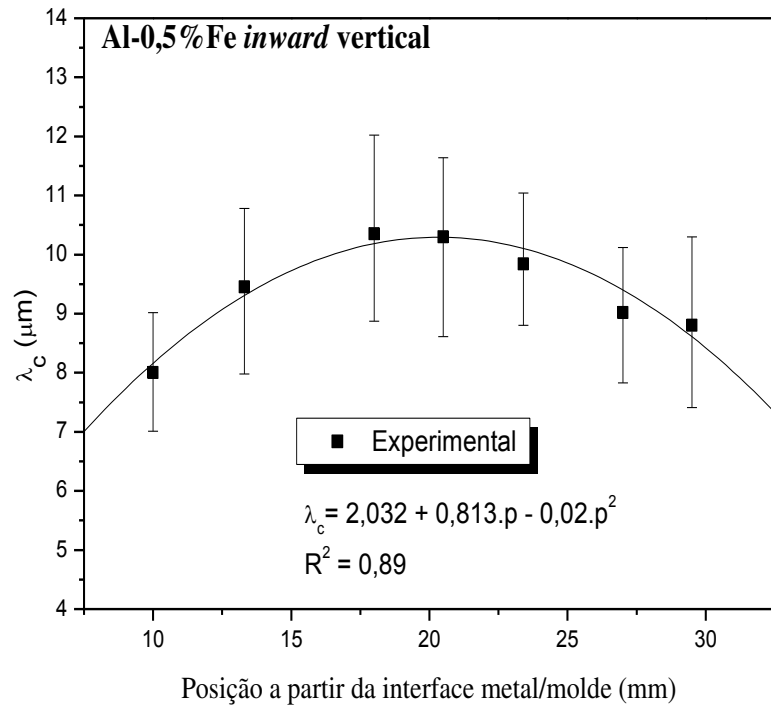


Figura 5.15: Espaçamento celular em função da posição para a liga Al-0,5%Fe para o sistema *inward* vertical.

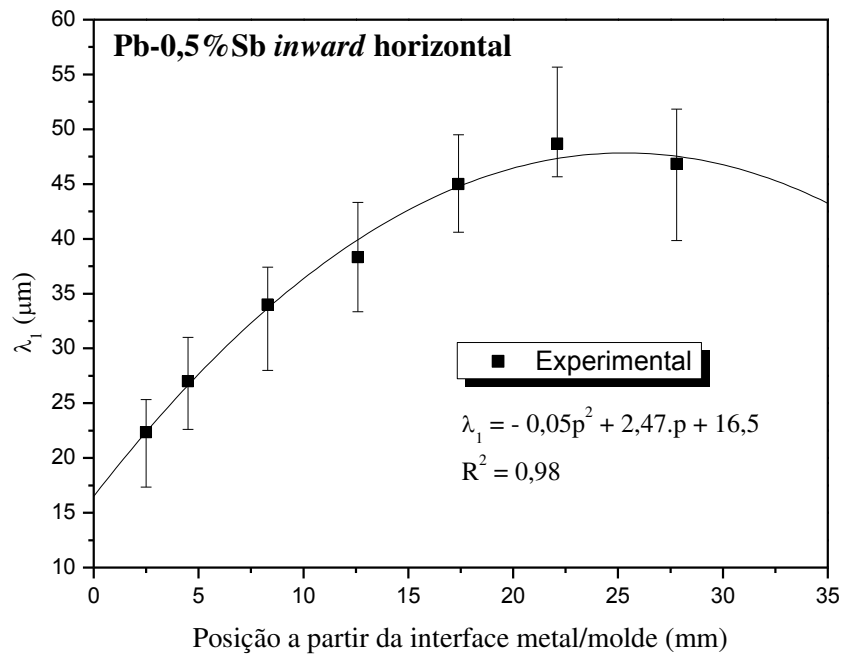


Figura 5.16: Espaçamento dendrítico primário em função da posição para a liga Pb-0,5%Sb para o sistema *inward* horizontal.

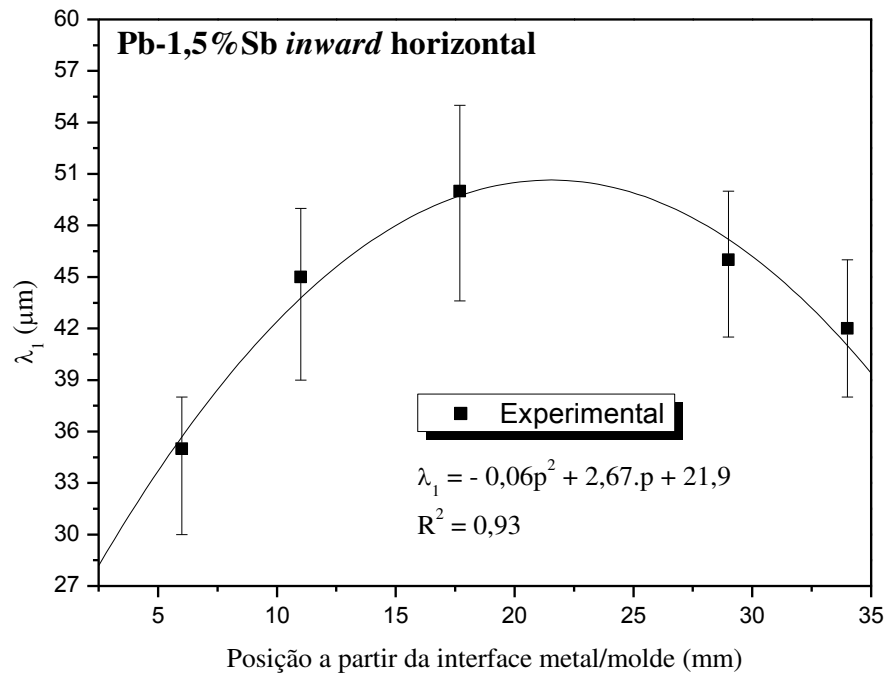


Figura 5.17: Espaçamento dendrítico primário em função da posição para a liga Pb-1,5%Sb para o sistema *inward* horizontal.

As ligas do sistema Pb-Sb solidificadas no sistema *outward* apresentam um crescimento exponencial dos espaçamentos, com uma pequena tendência de reversão microestrutural no final da solidificação. As ligas do sistema Al-Fe solidificadas no sistema *outward* apresentam um comportamento de crescimento exponencial. Neste sistema de solidificação, os grãos formados próximos ao molde crescem livremente na direção oposta ao sentido de extração de calor, não havendo uma concorrência ou sobreposição de grãos impedindo seu desenvolvimento durante todo o processo.

As ligas solidificadas no sistema *inward* vertical evidenciam a reversão microestrutural aproximadamente a partir da metade do raio, ou seja, na região próxima à superfície do molde a microestrutura é refinada e crescente até à metade do raio. Deste ponto em diante os espaçamentos tendem a diminuir ao se aproximar do centro do lingote, devido ao efeito terminal de solidificação. A diminuição ocorre em maior proporção para as ligas do sistema Pb-Sb e menor para a liga Al-0,5%Fe. Isso está associado às diferenças de intervalos de solidificação

(ΔT), maiores para o sistema Pb-Sb se comparado ao sistema Al-Fe, e às propriedades termofísicas de cada sistema.

Vale ressaltar que cada ponto nos gráficos corresponde a uma amostragem de 30 medições de espaçamentos, celulares ou dendríticos, em que as barras mostram os intervalos de variância com os valores máximos e mínimos para cada amostragem.

Para a liga Al-1,5%Fe solidificada no sistema de solidificação radial *inward* vertical é encontrada uma microestrutura com aspectos simultâneos de células e dendritas e, portanto, não é possível estabelecer uma correlação com leis de crescimento celular.

Para o sistema de solidificação radial *outward* são apresentadas, na Tabela 5.1, as micrografias obtidas para três diferentes posições relativas à superfície do molde, sendo: uma próxima à superfície do tubo/molde refrigerado, uma aproximadamente na metade raio do lingote e outra próxima à extremidade final. Da mesma maneira, para o caso *inward*, são apresentadas as micrografias nas Tabelas 5.2 e 5.3, uma próxima à superfície do molde refrigerado, outra metade do raio e outra mais próxima do centro do lingote, de modo a representar a evolução microestrutural ao longo do raio do lingote.

Tabela 5.1: Micrografias de solidificação para o sistema *outward*.

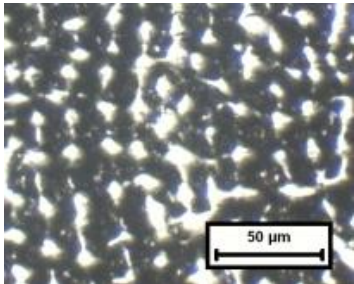
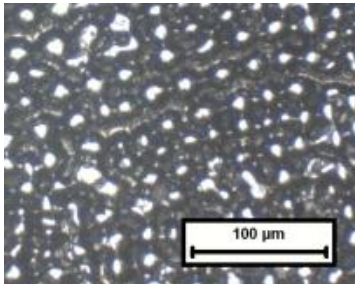
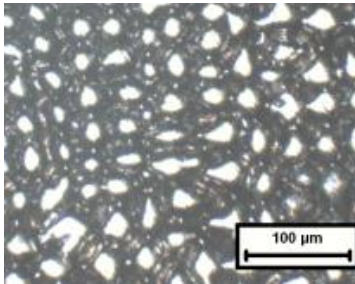
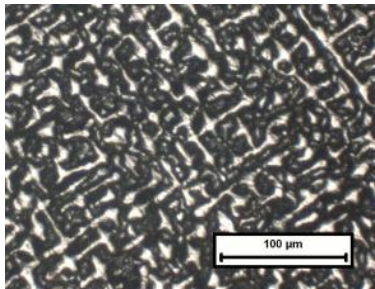
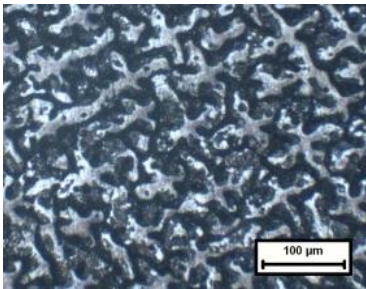
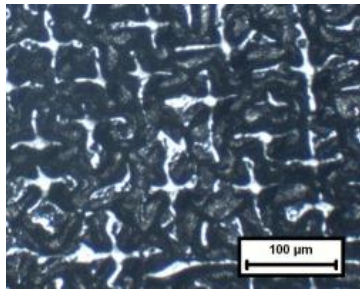
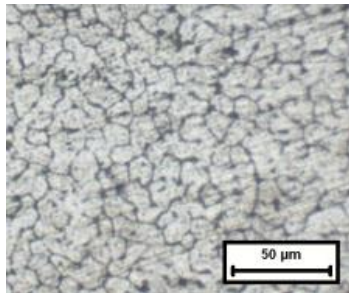
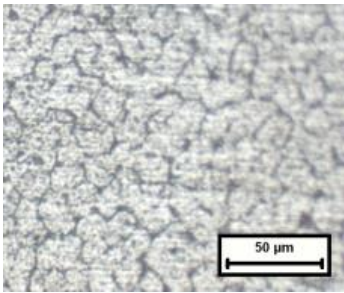
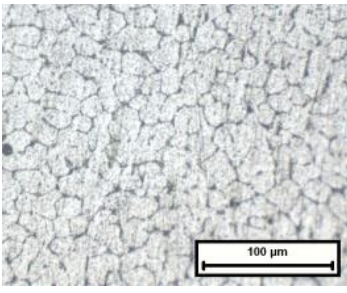
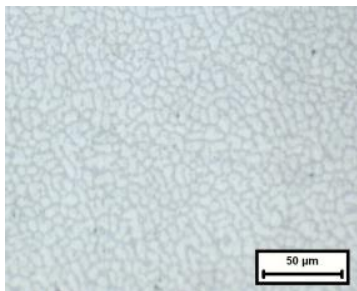
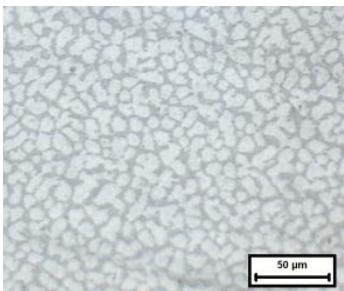
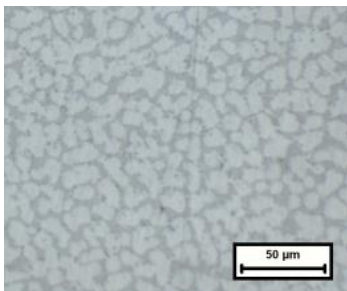
Pb-0,5%Sb <i>outward</i>		
Posição 4,2 mm	Posição 9 mm	Posição 16 mm
		
Pb-1,5%Sb <i>outward</i>		
Posição 3,5 mm	Posição 14 mm	Posição 17 mm
		
Al-0,5%Fe <i>outward</i>		
Posição 1 mm	Posição 7 mm	Posição 11 mm
		
Al-1,5%Fe <i>outward</i>		
Posição 7,6 mm	Posição 11,5 mm	Posição 14 mm
		

Tabela 5.2: Micrografias de solidificação para o sistema *inward* vertical.

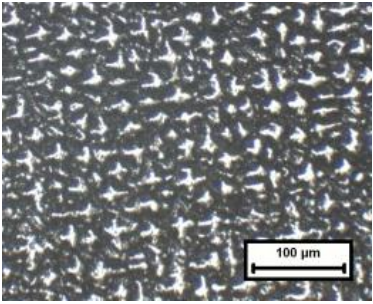
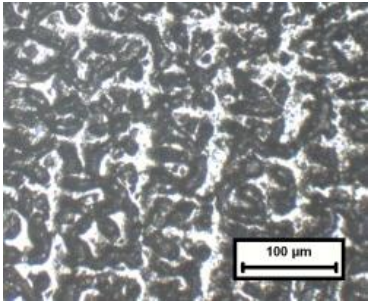
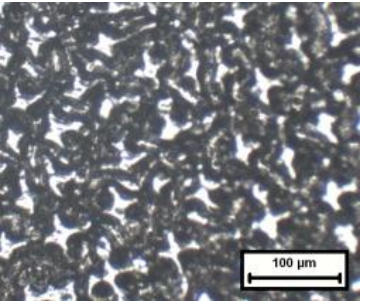
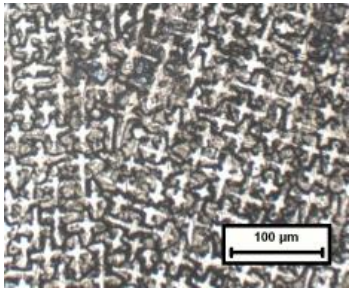
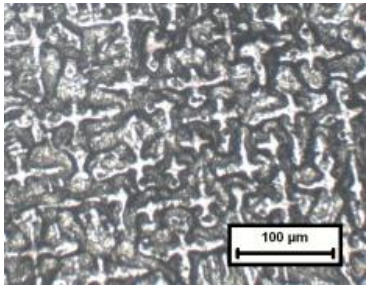
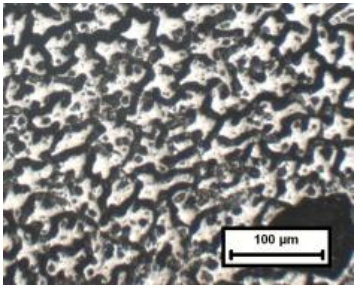
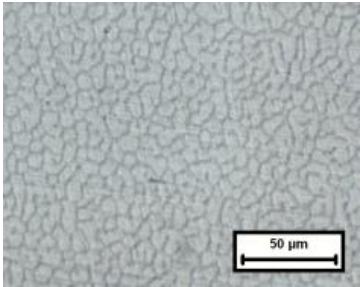
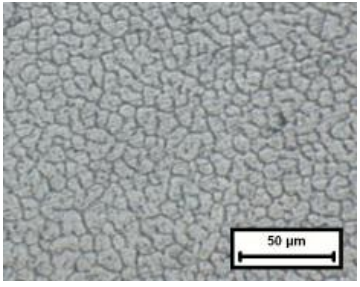
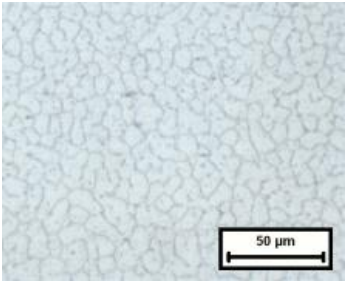
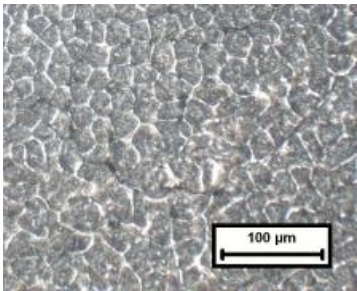
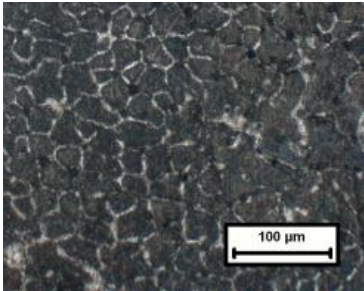
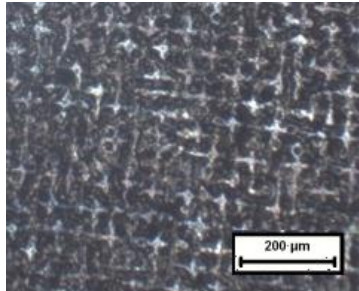
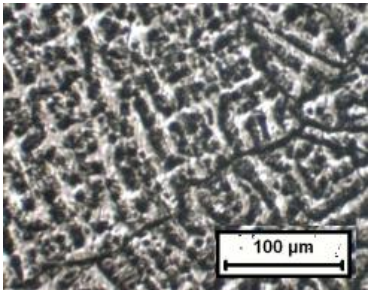
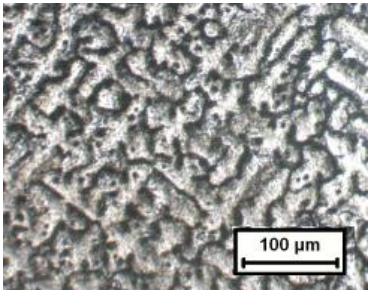
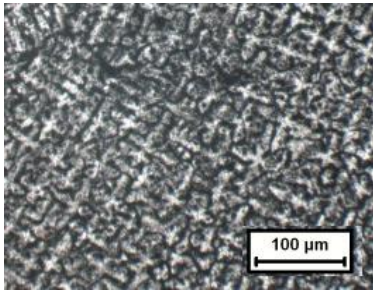
Pb-0,5%Sb <i>inward</i> vertical		
Posição 1,6 mm	Posição 15 mm	Posição 24 mm
		
Pb-1,5%Sb <i>inward</i> vertical		
Posição 3 mm	Posição 19 mm	Posição 29 mm
		
Al-0,5%Fe <i>inward</i> vertical		
Posição 10 mm	Posição 18 mm	Posição 27 mm
		

Tabela 5.3: Micrografias de solidificação para o sistema *inward* horizontal.

Pb-0,5%Sb <i>inward</i> horizontal		
Posição 4,5mm	Posição 12,6 mm	Posição 32 mm
		
Pb-1,5%Sb <i>inward</i> horizontal		
Posição 6 mm	Posição 18 mm	Posição 29 mm
		

5.2 PERFIS DE TEMPERATURA

Os termopares utilizados para obtenção dos perfis experimentais de temperatura foram fixados através de um guia colocado na parte superior dos aparatos de solidificação, como apresentado do Capítulo 4. Por terem ficado imersos dentro do metal fundido a uma distância entre 60 e 80 mm aproximadamente do guia, a extremidade final de cada termopar pode sofrer certo deslocamento de sua posição original devido às correntes convectivas do metal fundido, além de outros tipos de interferência mecânica durante o vazamento. Sendo assim, só foi possível a determinação de suas posições exatas mediante um corte transversal do lingote solidificado na altura relativa a essas extremidades.

A Figura 5.18 representa como é feita a análise na seção transversal para obtenção da posição final de cada termopar para os experimentos realizados em cada sistema de solidificação. A distância “d” (linha cheia) indica a medida entre a superfície do molde e a posição do termopar, sendo que sua projeção (linha pontilhada) deve passar pelo centro geométrico do lingote. Nem todos os termopares inseridos na liga durante os ensaios experimentais foram aproveitados. Aqueles que por um mau posicionamento tocam na superfície do molde acabam gerando perfis de temperatura incoerentes com o processo de solidificação, bem como aqueles que acabam rompendo.

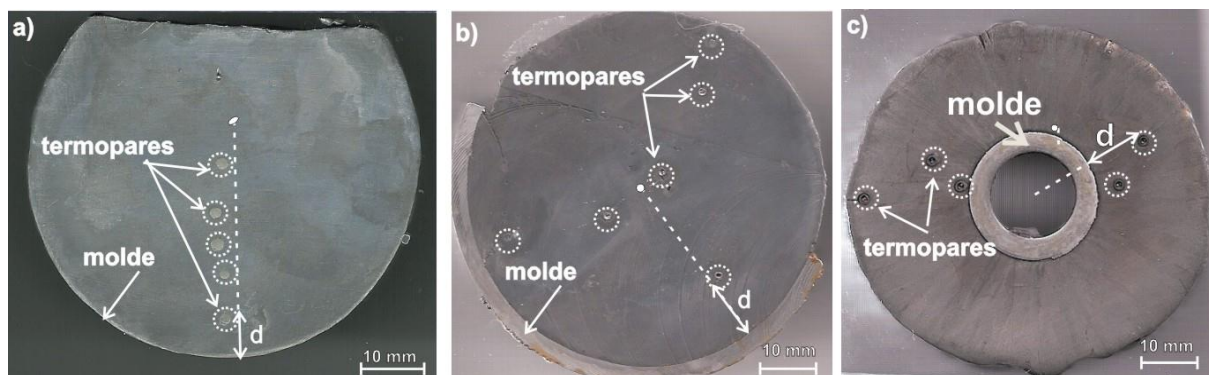


Figura 5.18: Corte na posição relativa à extremidade dos termopares para os sistemas de solidificação: (a) *inward* horizontal, (b) *inward* vertical e (c) *outward*.

As Figuras 5.19 a 5.27 apresentam as curvas de resfriamento, experimentais e simuladas, para as ligas solidificadas nos dispositivos de solidificação radial analisados.

Por meio do confronto entre os perfis térmicos obtidos nos experimentos e os perfis gerados pelo modelo matemático apresentado no Capítulo 3, determina-se o perfil transitório do coeficiente de transferência de calor (h_g) na interface metal/molde ao longo da solidificação. São utilizados os perfis térmicos dos termopares mais próximos à superfície de refrigeração, onde uma eventual perda de calor angular ou vertical seja mais improvável, o que assegura melhores condições de unidirecionalidade do fluxo radial de calor.

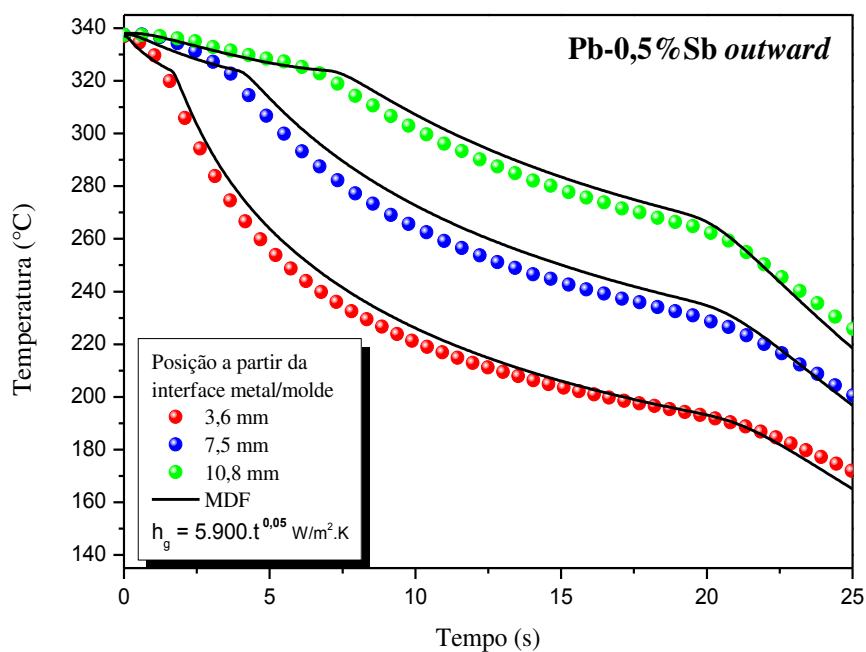


Figura 5.19: Curvas de resfriamento experimentais e simuladas para a liga Pb 0,5%Sb, solidificada no aparato de solidificação *outward*.

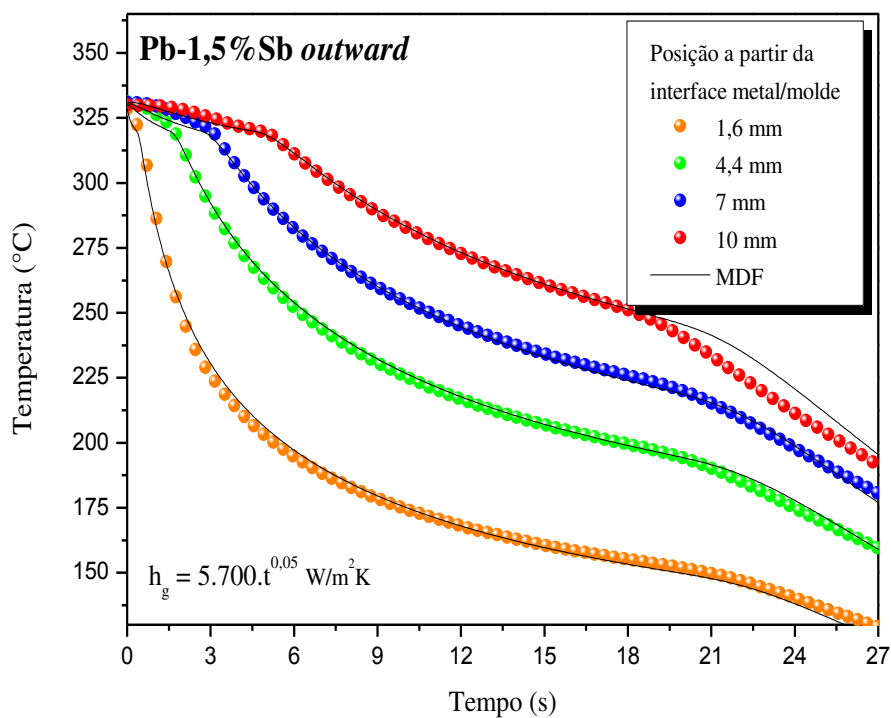


Figura 5.20: Curvas de resfriamento experimentais e simuladas para a liga Pb 1,5%Sb, solidificada no aparato de solidificação *outward*.

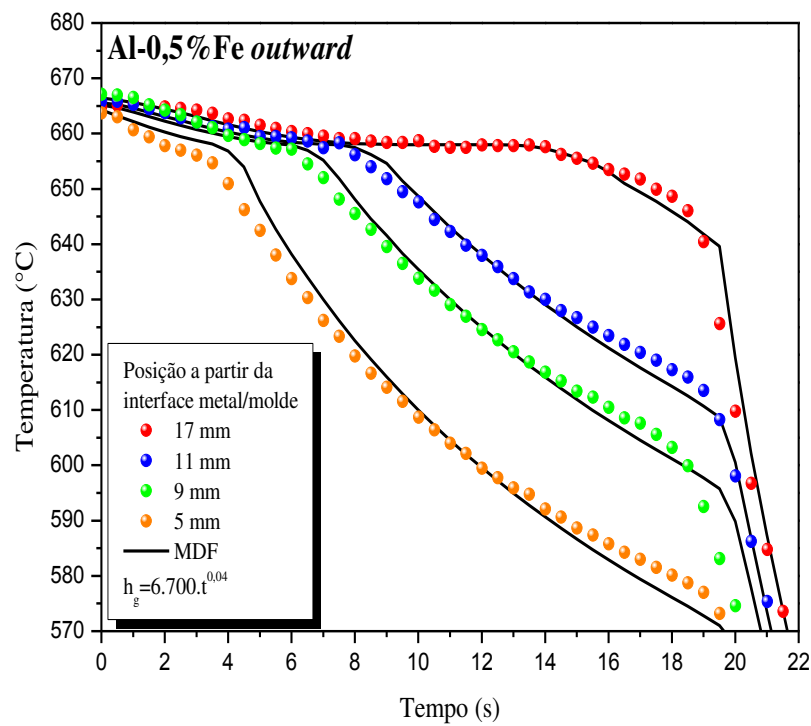


Figura 5.21: Curvas de resfriamento experimentais e simuladas para a liga Al 0,5%Fe, solidificada no aparato de solidificação *outward*.

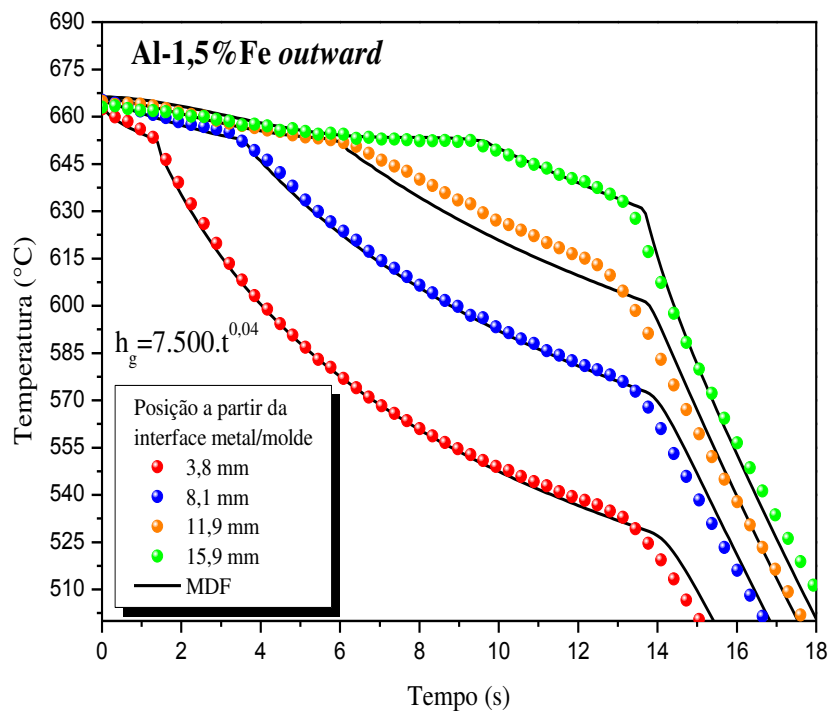


Figura 5.22: Curvas de resfriamento experimentais e simuladas para a liga Al 1,5%Fe, solidificada no aparato de solidificação *outward*.

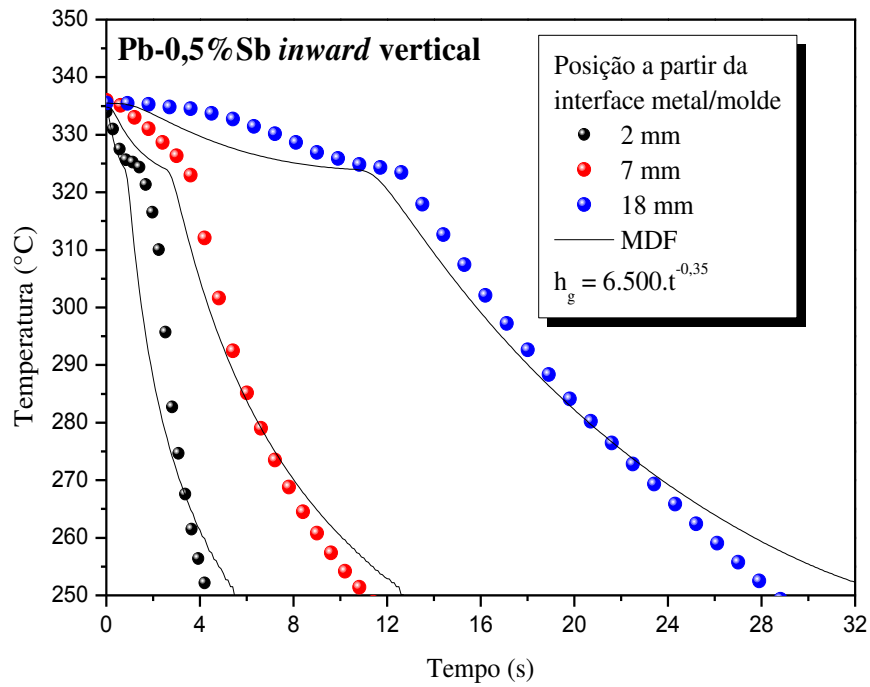


Figura 5.23: Curvas de resfriamento experimentais e simuladas para a liga Pb 0,5%Sb, solidificada no aparato de solidificação *inward* vertical.

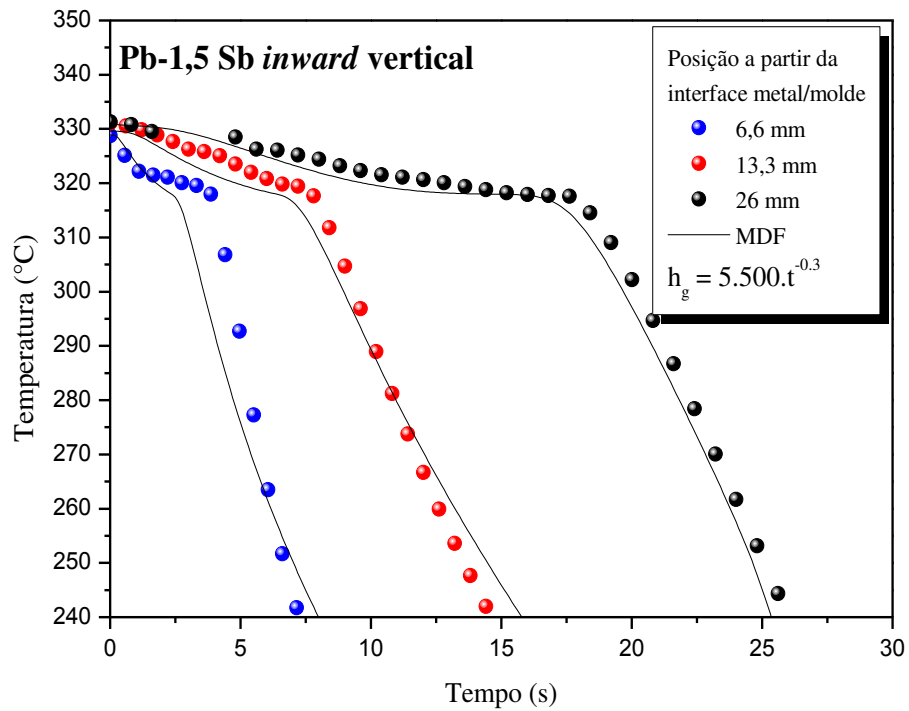


Figura 5.24: Curvas de resfriamento experimentais e simuladas para a liga Pb 1,5%Sb, solidificada no aparato de solidificação *inward* vertical.

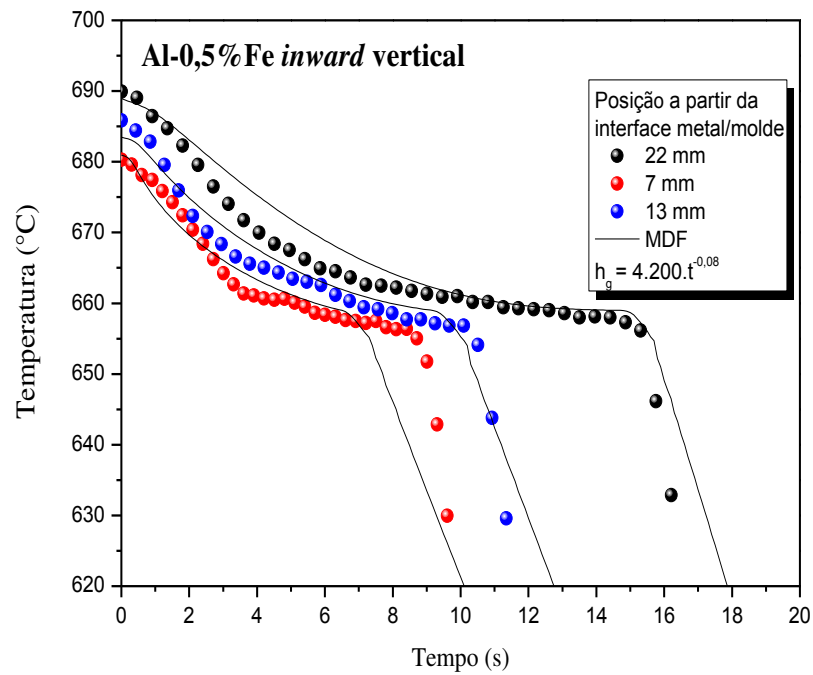


Figura 5.25: Curvas de resfriamento experimentais e simuladas para a liga Al 0,5%Fe, solidificada no aparato de solidificação *inward* vertical.

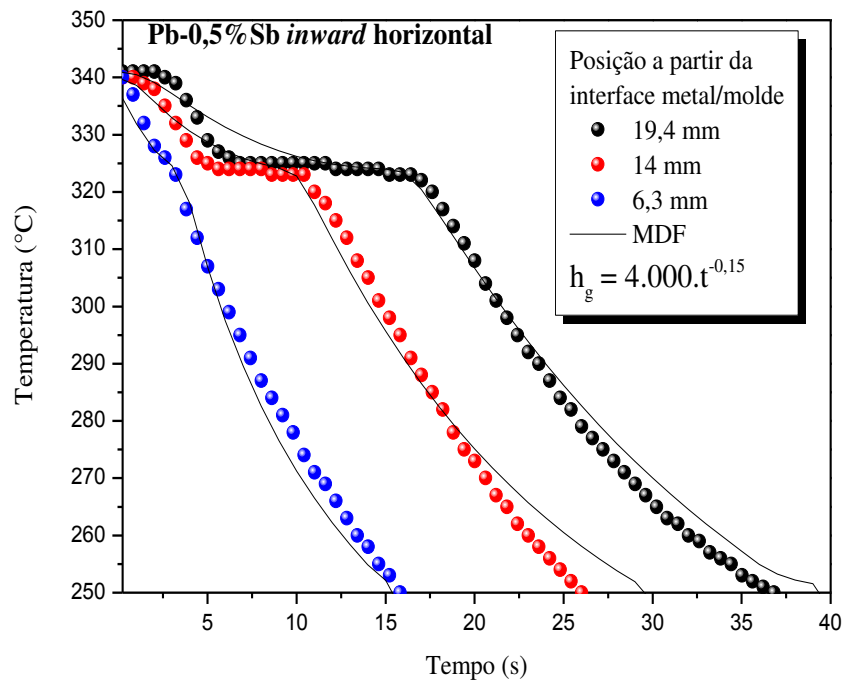


Figura 5.26: Curvas de resfriamento experimentais e simuladas para a liga Pb 0,5%Sb, solidificada no aparato de solidificação *inward* horizontal.

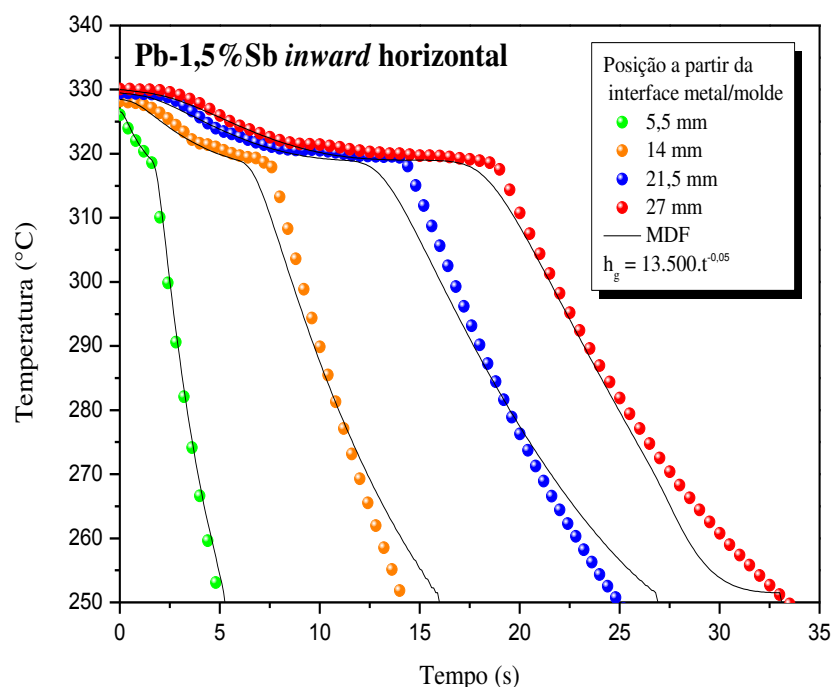


Figura 5.27: Curvas de resfriamento experimentais e simuladas para a liga Pb 1,5%Sb, solidificada no aparato de solidificação *inward* horizontal.

5.3 PARÂMETROS TÉRMICOS

5.2.1 Coeficiente transitório de transferência de calor (h_g)

Pelo confronto direto entre perfis de temperatura experimentais e simulados, podem ser determinados os coeficientes globais de transferência de calor na interface metal/molde (h_g).

Com base nos gráficos para o sistema *outward*, nota-se que o contato térmico metal/molde é tanto mais efetivo quanto o tempo vai passando, refletindo em um crescimento exponencial ao longo do processo. Inicialmente o metal está no estado líquido e, nesta fase, encontra-se com maior fluidez permitindo um melhor molhamento da superfície do molde. Porém, a contração do material solidificado faz com que o contato térmico do lingote sobre o tubo refrigerado seja mais efetivo à medida que o metal é resfriado. A Figura 5.28 apresenta a comparação entre as ligas do sistema Pb-Sb, onde a liga de maior teor de soluto apresenta um menor perfil de h_g durante todo o

processo. Para as ligas Al-Fe, a de maior teor de soluto apresenta um perfil de h_g maior (Figura 5.29), ao contrário do observado neste estudo para as ligas de chumbo e também observado por Rosa [2008].

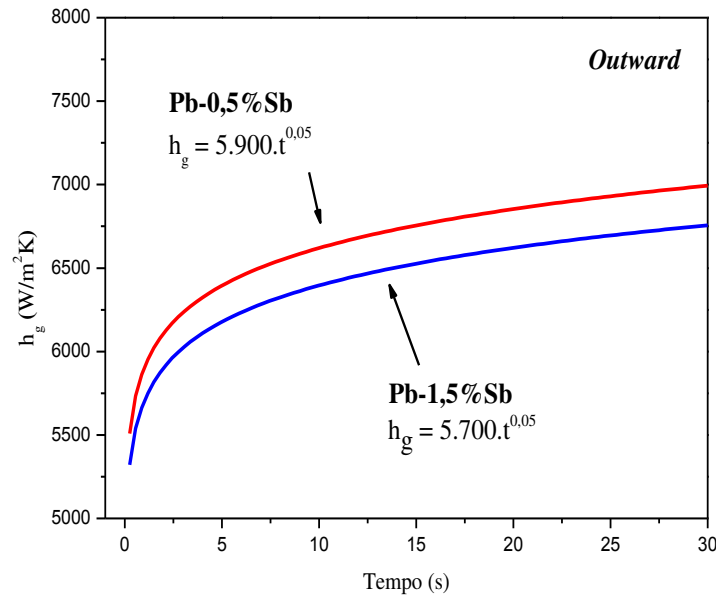


Figura 5.28: Curvas obtidas para o coeficiente transitório de transferência de calor (h_g), para as ligas Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb solidificadas no sistema *outward*.

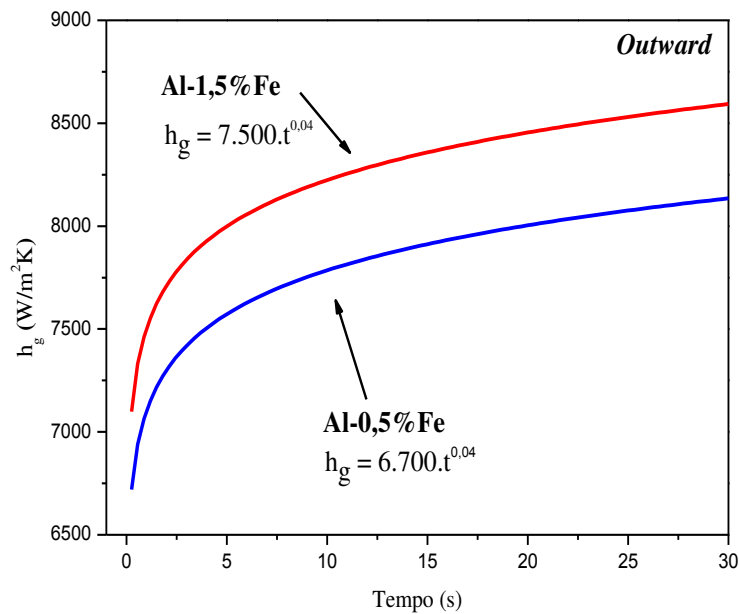


Figura 5.29: Curvas obtidas para o coeficiente transitório de transferência de calor (h_g), para as ligas Al-0,5%Fe e Al-1,5%Fe solidificadas no sistema *outward*.

Para o sistema de solidificação radial *inward* vertical a contração do material gera um *gap* de ar maior ao longo do tempo, tornando-se um fator de resistência à troca térmica metal/molde e decrescendo exponencialmente o valor de h_g durante o processo. Este fenômeno é o mesmo conhecido e difundido para os sistemas de solidificação unidirecional apresentados na literatura [Goulart, 2009, 2010]. A Figura 5.30 mostra que o aumento do teor de soluto tende a diminuir o valor de h_g .

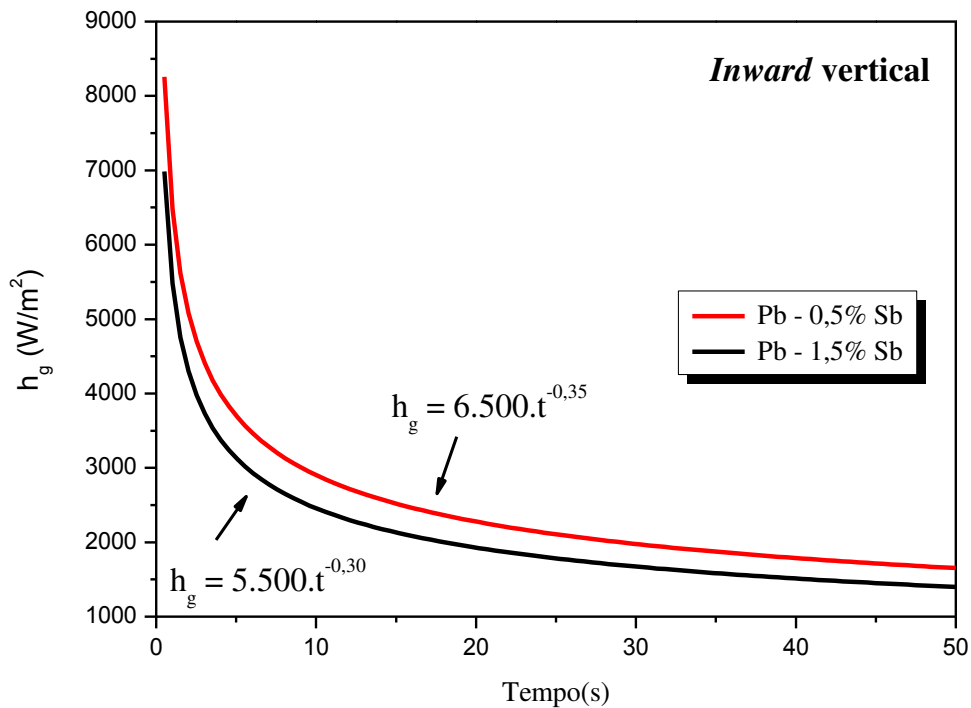


Figura 5.30: Curvas obtidas para o coeficiente transitório de transferência de calor (h_g) para as ligas Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb solidificadas no sistema *inward* vertical

Para o sistema de solidificação radial *inward* horizontal a contração do material também gerou um *gap* de ar maior ao longo do tempo, tornando-se um fator de resistência à troca térmica metal/molde e decrescendo exponencialmente o valor de h_g durante o processo. A Figura 5.31 mostra que o aumento do teor de soluto tende a aumentar o valor de h_g de acordo com trabalhos de Rosa [2008], contrariamente ao observado no sistema *inward* vertical.

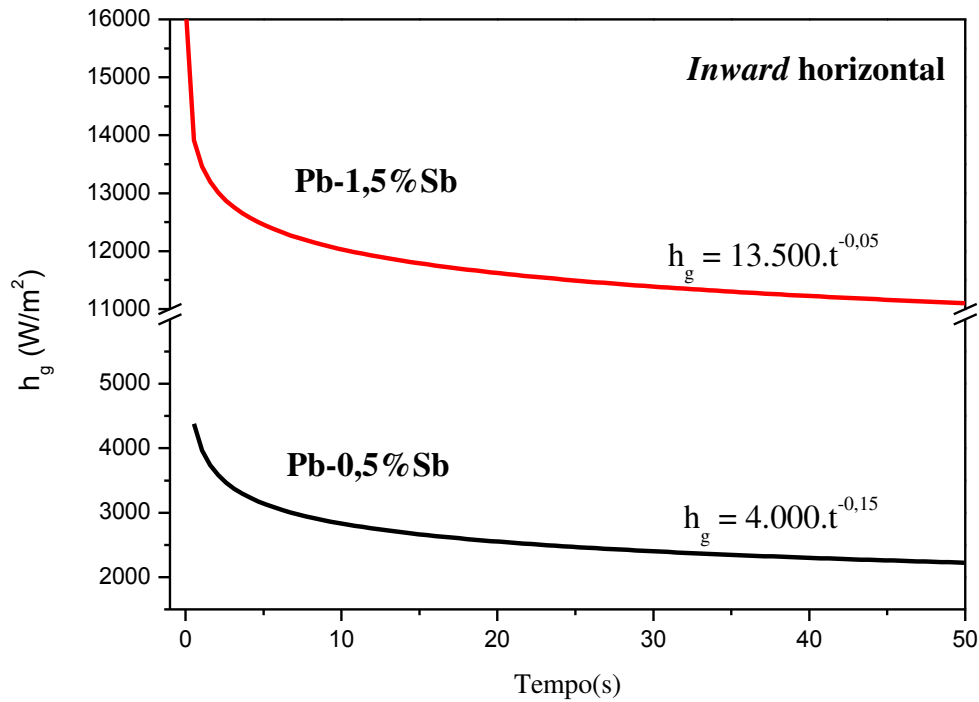


Figura 5.31: Curvas obtidas para o coeficiente transitório de transferência de calor (h_g) para as ligas Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb solidificadas no sistema *inward horizontal*.

As Figuras 5.32 a 5.34 apresentam a comparação entre os coeficientes globais de transferência de calor para uma mesma liga solidificada em cada sistema de solidificação radial, evidenciando a diferença de comportamento entre ambos os casos, ressaltando a importância da correta determinação deste parâmetro, que influirá decisivamente na evolução microestrutural final dos lingotes.

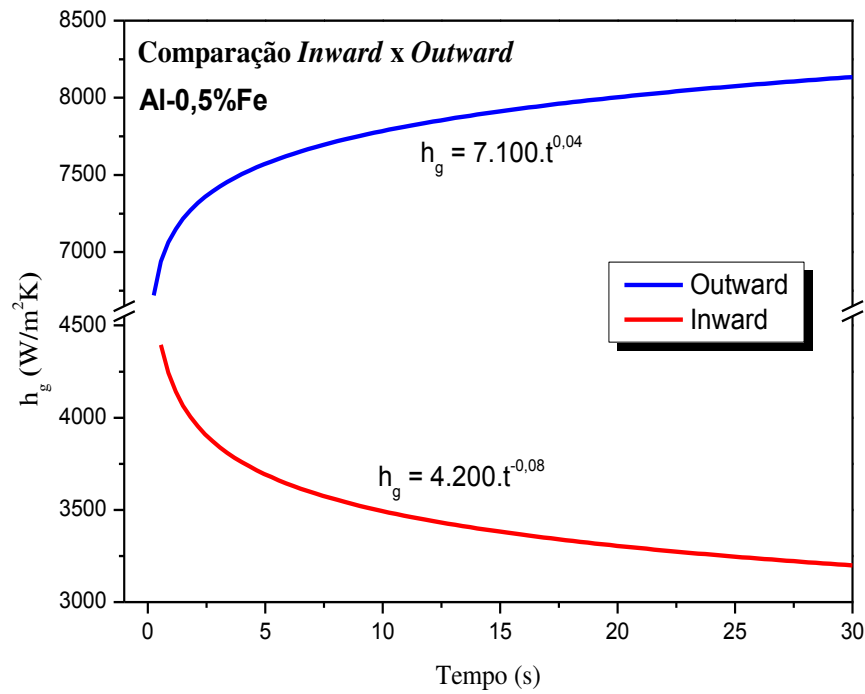


Figura 5.32: Curvas obtidas para o coeficiente transitório de transferência de calor (h_g) para as ligas Al-0,5%Fe solidificada nos sistemas *inward* vertical e *outward*.

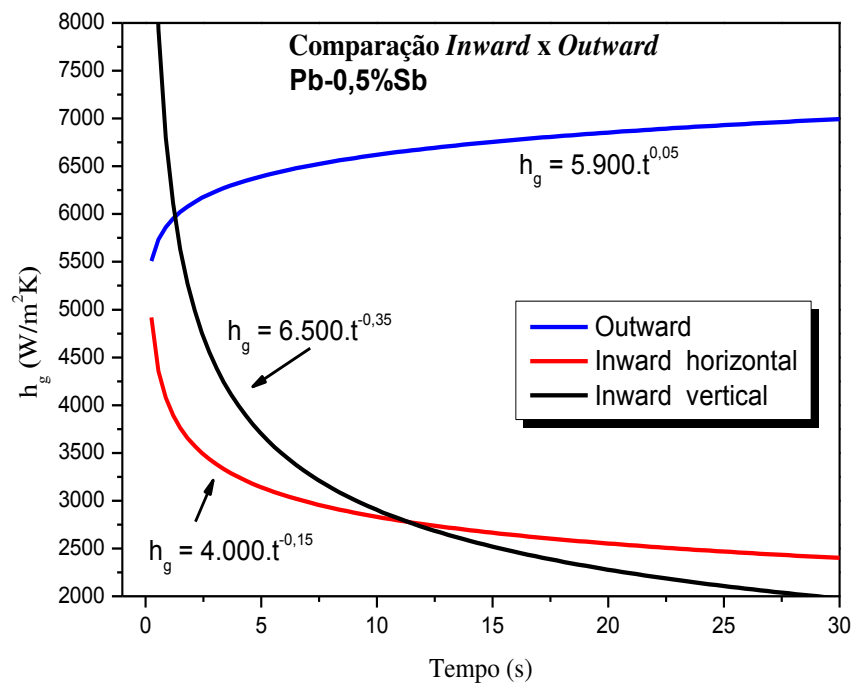


Figura 5.33: Curvas obtidas para o coeficiente transitório de transferência de calor (h_g), para a liga Pb-0,5%Sb solidificada nos três sistemas de solidificação.

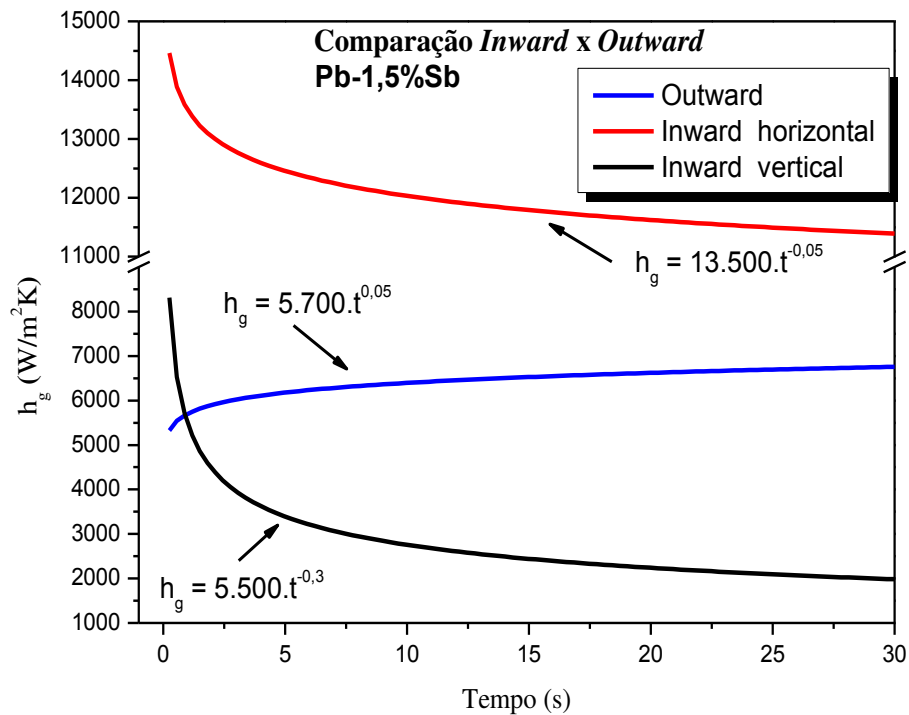


Figura 5.34: Curvas obtidas para o coeficiente transitório de transferência de calor (h_g), para a liga Pb-1,5%Sb solidificada nos três sistemas de solidificação.

5.2.2 Progressão da Isoterma *Liquidus*

Pelos perfis de resfriamento medidos experimentalmente para cada liga em diferentes posições, como apresentado anteriormente, é possível determinar também o comportamento da isoterma *liquidus*, ou seja, a posição em que a frente de solidificação se encontra em função do tempo. As Figuras 5.35 a 5.43 apresentam as progressões experimentais e simuladas das isotermas de cada sistema de solidificação.

Com base no tempo da passagem da isoterma *liquidus*, são montados gráficos experimentais da progressão da isoterma, que são comparados com a progressão teórica prevista pelo modelo numérico desenvolvido em diferenças finitas (MDF). Os pontos experimentais são referentes ao tempo inicial da passagem da isoterma *liquidus* para cada termopar.

Observa-se boa concordância da evolução da isoterma *liquidus* entre a teórica e a experimental em todos os casos. O eixo das ordenadas é a posição da isoterma *liquidus* em relação à interface metal/molde e o eixo das abscissas é o tempo de passagem correspondente. A curvatura mais acentuada no início do processo de solidificação está relacionada com os efeitos da interface metal/molde e no final, com o efeito terminal de solidificação do lingote com geometria cilíndrica.

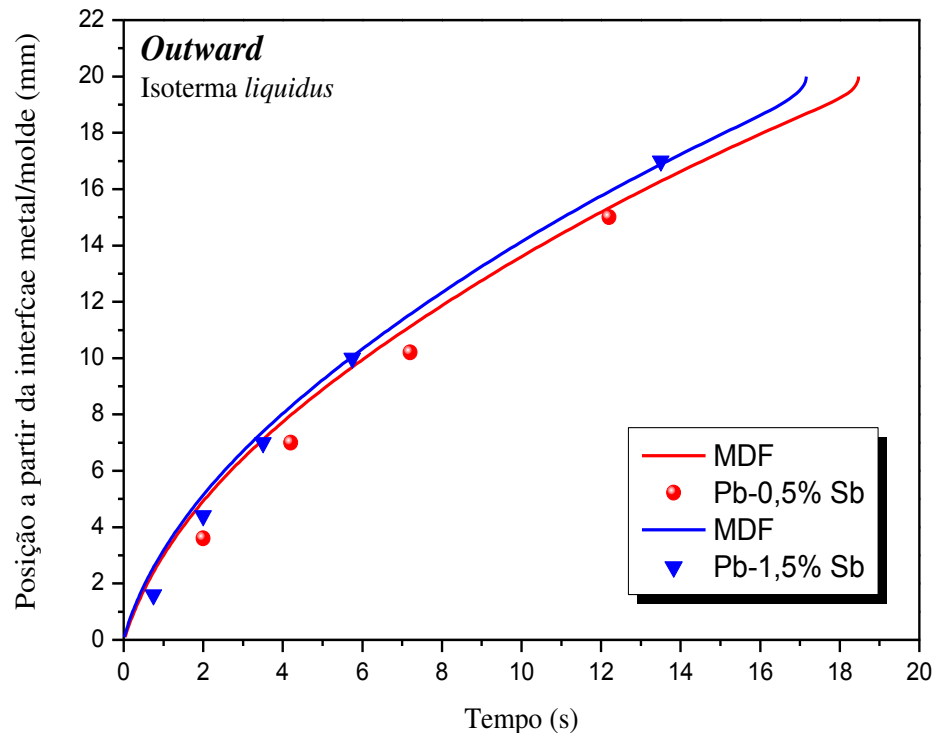


Figura 5.35: Deslocamento da isoterma *liquidus* no sistema *outward*, para as ligas Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb.

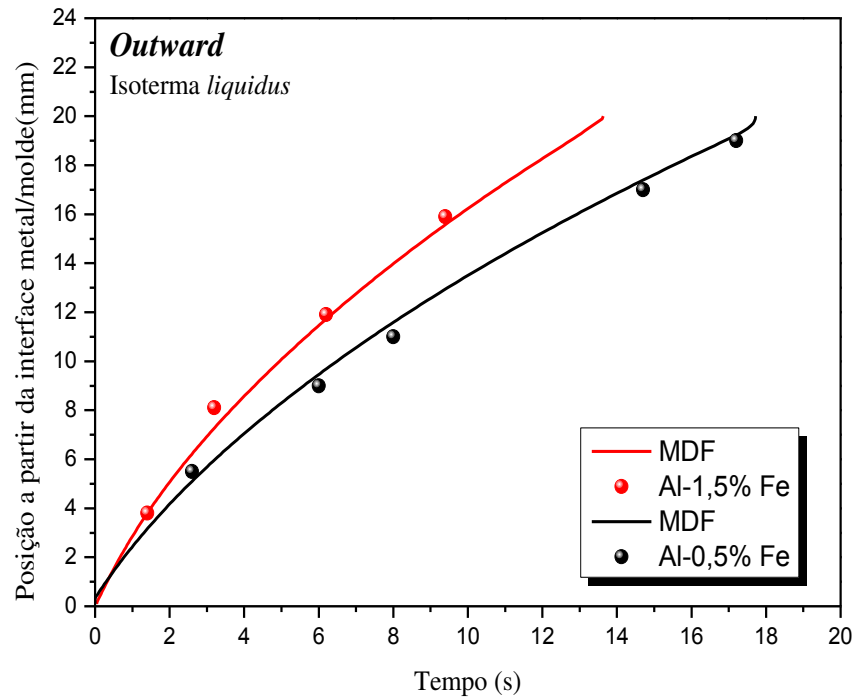


Figura 5.36: Deslocamento da isoterma *liquidus* no sistema *outward*, para as ligas Al-0,5%Fe e Al-1,5%Fe.

No caso da solidificação *inward*, com ligas de composições distintas, nota-se que o teor de soluto influi na velocidade da isoterma. Pode-se notar que as curvas ficam próximas; porém quando se aumenta o teor de soluto há uma tendência de menor tempo de deslocamento da frente de solidificação em ambos os casos, vertical e horizontal. Observa-se, na Figura 5.39, que devido aos diferentes tipos de abordagem entre os equacionamentos analítico e numérico, as extremidades finais das curvas apresentam inclinações distintas. O modelo analítico prevê um maior aumento da inclinação, tendendo a uma vertical, significando valores de velocidade tendendo ao infinito.

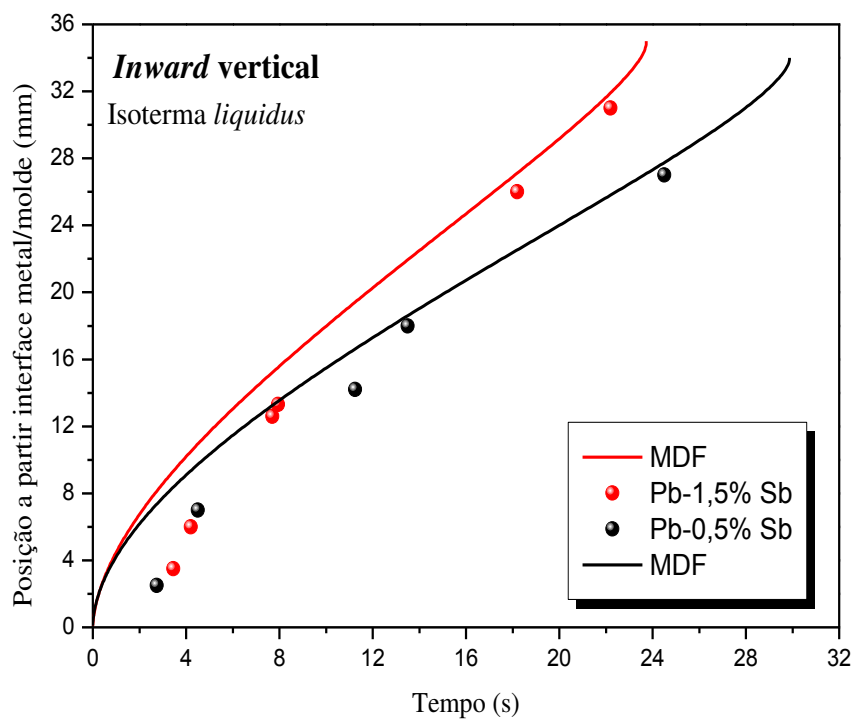


Figura 5.37: Deslocamento da isoterma *liquidus* no sistema *inward*, vertical para as ligas Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb.

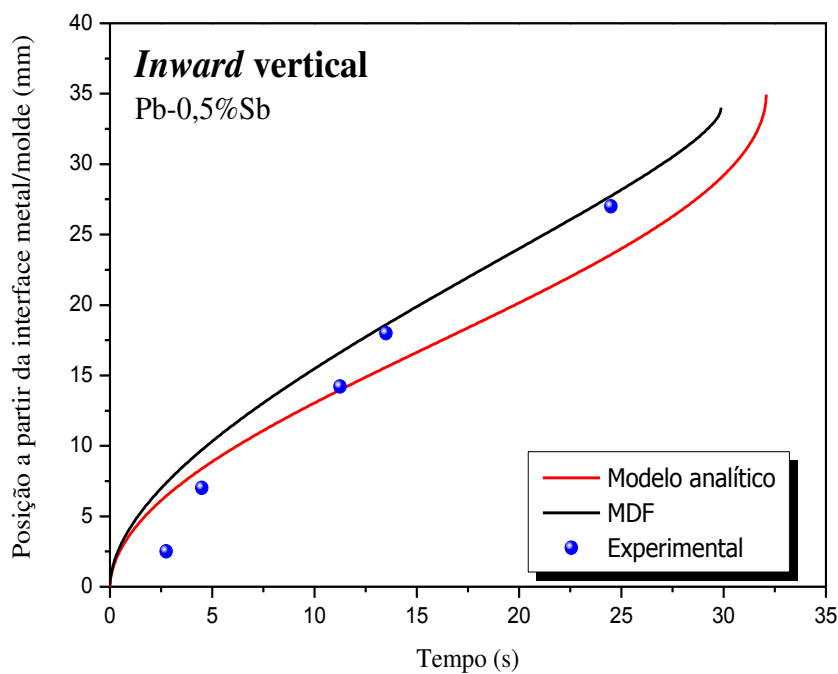


Figura 5.38: Deslocamento da isoterma *liquidus* no sistema *inward*, vertical para as ligas Pb-0,5%Sb comparada com o modelo analítico [Garcia, 1978].

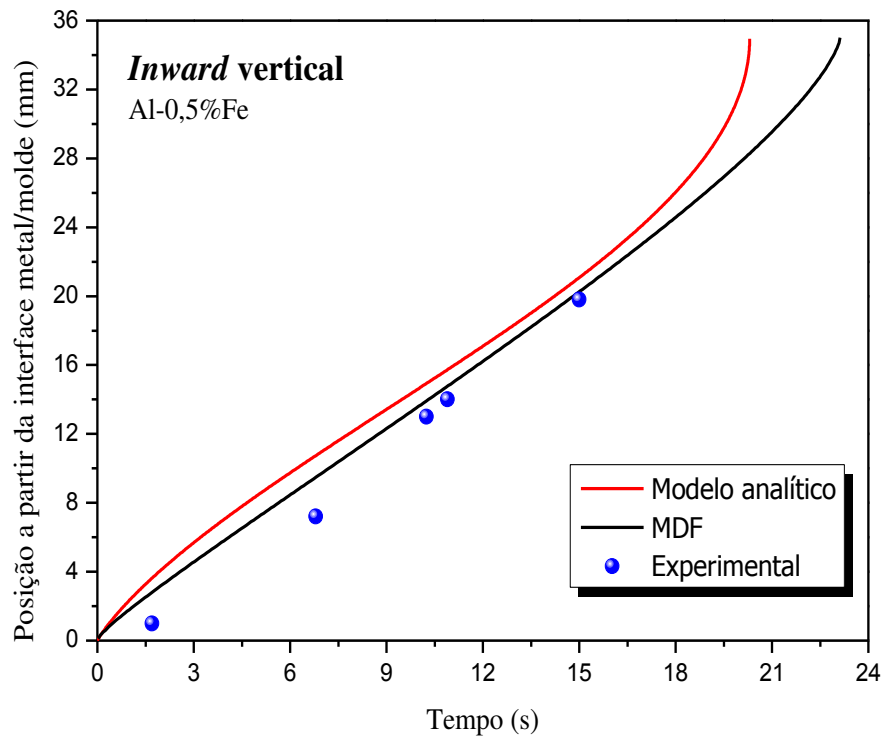


Figura 5.39: Deslocamento da isoterma *liquidus* no sistema *inward* vertical para a liga Al-0,5%Fe comparada com o modelo analítico [Garcia, 1978].

Devido à geometria do molde cilíndrico horizontal, nota-se que o contato mais efetivo do metal se faz presente na base devido ao efeito gravitacional. Nos outros pontos, o contato térmico é mais efetivo enquanto o metal está no estado líquido. Nesta fase, o metal encontra-se com maior fluidez permitindo um melhor molhamento da superfície do molde. Isso pode ser visto pelas imagens das macrografias nas Figuras 5.8 (a) e (b), onde há um pequeno desvio de direcionalidade dos grãos colunares. Logo, optou-se por analisar experimentalmente a progressão da isoterma *liquidus* a partir da interface metal/molde partindo-se da base em direção ao centro do lingote.

A Figura 5.40 apresenta a influência do teor de soluto das ligas Pb-Sb na cinética de solidificação no sistema *inward* horizontal, pela comparação entre os gráficos simulados pelo modelo numérico e os valores experimentais. A Figura 5.41 apresenta a comparação entre as curvas simuladas, pelo modelo analítico e pelo modelo numérico, e os valores experimentais do

deslocamento da isoterma líquida para a liga Pb-0,5%Sb no sistema *inward* horizontal, apresentando boa concordância.

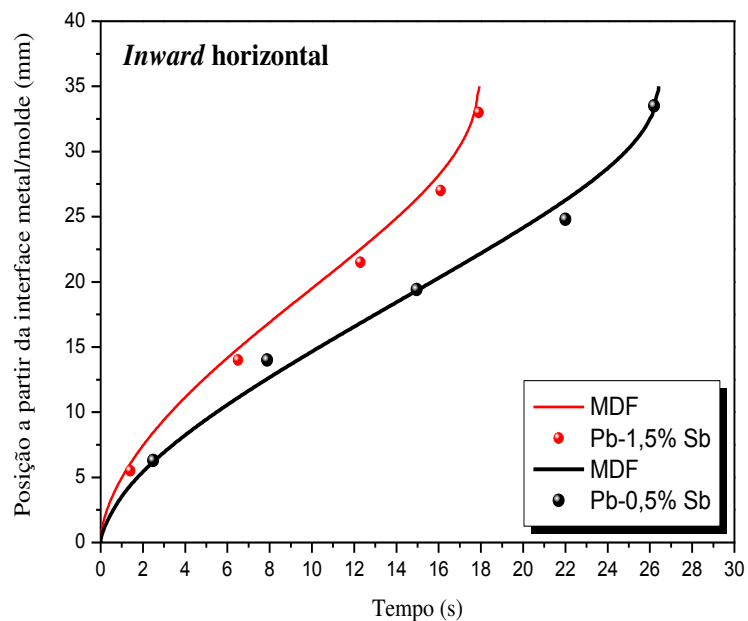


Figura 5.40: Deslocamento da isoterma *liquidus* no sistema *inward* horizontal, para as ligas Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb.

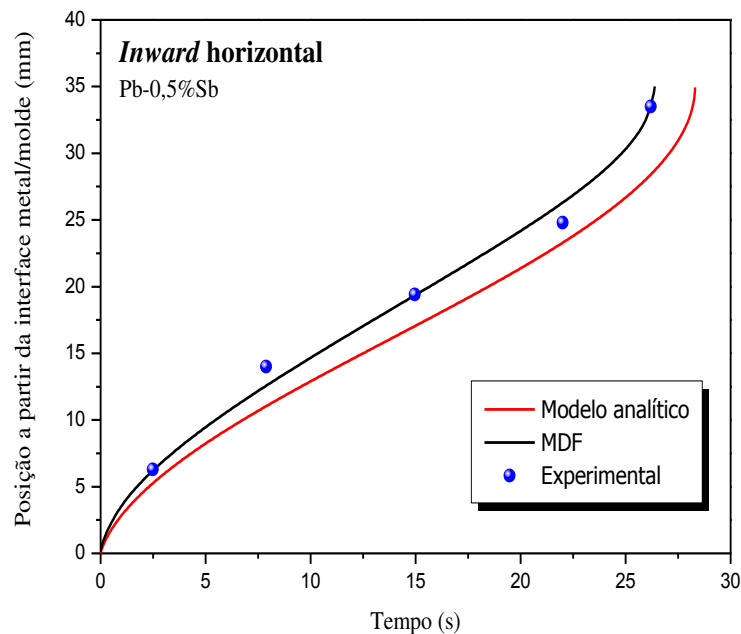


Figura 5.41: Deslocamento da isoterma *liquidus* no sistema *inward* horizontal, para a liga Pb-0,5%Sb, comparada com o modelo analítico [Garcia, 1978].

5.2.3 Resistências térmicas

Para avaliar a importância dos coeficientes de transferência de calor determinados experimentalmente em moldes cilíndricos durante a solidificação radial, a resistência newtoniana ($1/h_g$) é comparada com a resistência exercida pela espessura de camada sólida (S/k) formada ao longo da solidificação, onde S é dado pela razão V/A_T , sendo V o volume solidificado e A_T a área de contato com o molde.

As Figuras 5.42 a 5.50 apresentam a comparação entre a resistência newtoniana e a resistência de camada sólida. Para os casos de solidificação das ligas Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb no sistema *outward* a resistência newtoniana predomina sobre a resistência sólida durante os instantes iniciais da solidificação. Aproximadamente após quatro milímetros de camada solidificada a resistência térmica do sólido torna-se predominante até o final da solidificação.

Diferentemente, para as ligas Al-Fe a inversão de predominância da resistência térmica ocorre próxima ao final da solidificação, sendo a resistência newtoniana mais efetiva e atuante durante todo o processo de solidificação dessas ligas. Esta característica pode ser estendida aos casos *inward*, igualmente para cada sistema - Pb-Sb e Al-Fe - onde a inversão de predominância ocorre sempre antes da metade da medida do raio. Somente para o caso da liga Al-0,5%Fe solidificada no sistema *inward* vertical, a resistência newtoniana apresenta-se mais efetiva durante todo o processo de solidificação. Os valores das resistências do sólido e newtoniana no sistema *inward* vertical para as ligas Pb-Sb são muito próximos durante todo o processo de solidificação, ou seja, a evolução das duas resistências apresentam comportamentos semelhantes. Já para as ligas Al-Fe isto não acontece pois a liga de alumínio é mais difusiva termicamente comparada às ligas Pb-Sb e por isso o aumento da resistência sólida é menor. Para o caso da solidificação no sistema *inward* horizontal, o efeito da gravidade contribui para que a resistência newtoniana aumente em menores proporções devido ao contato mais efetivo metal/molde na região da base do lingote.

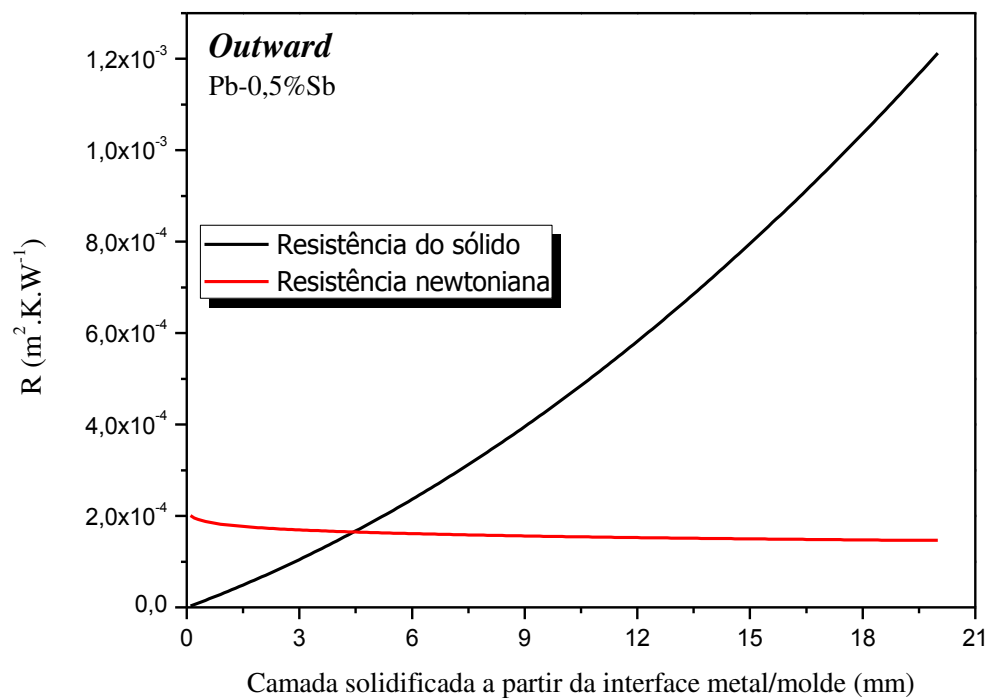


Figura 5.42: Evolução das resistências newtoniana e sólida para a liga Pb-0,5%Sb, para o sistema de solidificação *outward* .

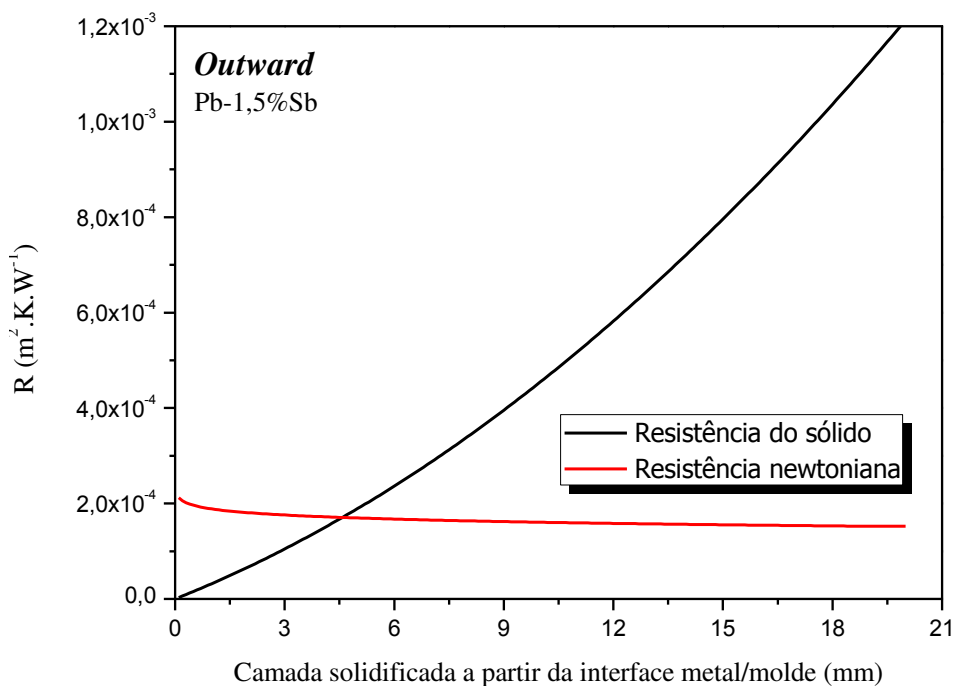


Figura 5.43: Evolução das resistências newtoniana e sólida para a liga Pb-1,5%Sb, para o sistema de solidificação *outward* .

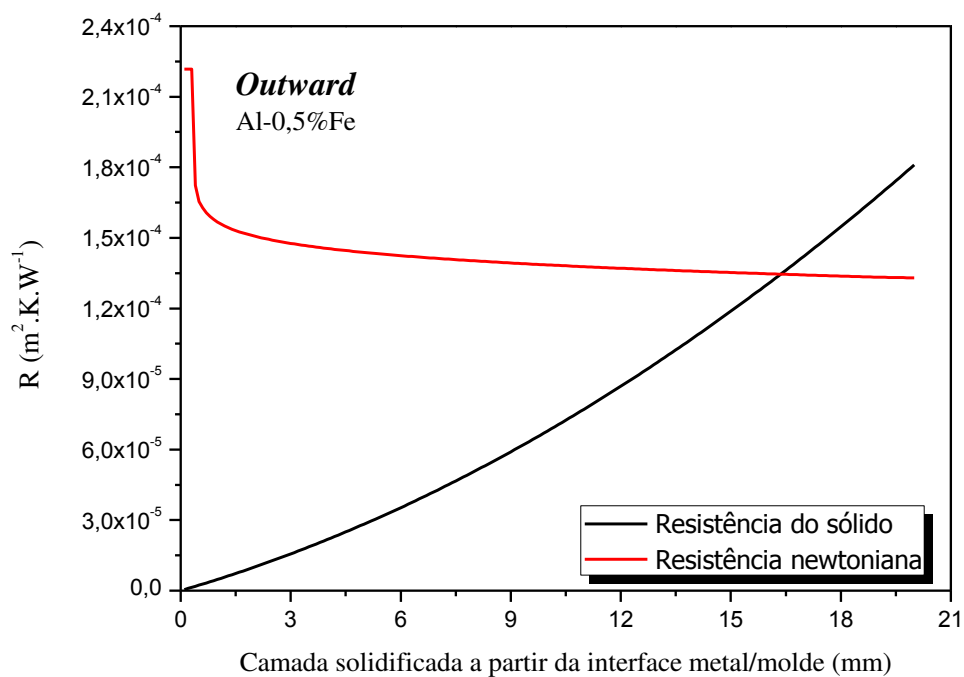


Figura 5.44: Evolução das resistências newtoniana e sólida para a liga Al-0,5%Fe, para o sistema de solidificação *outward* .

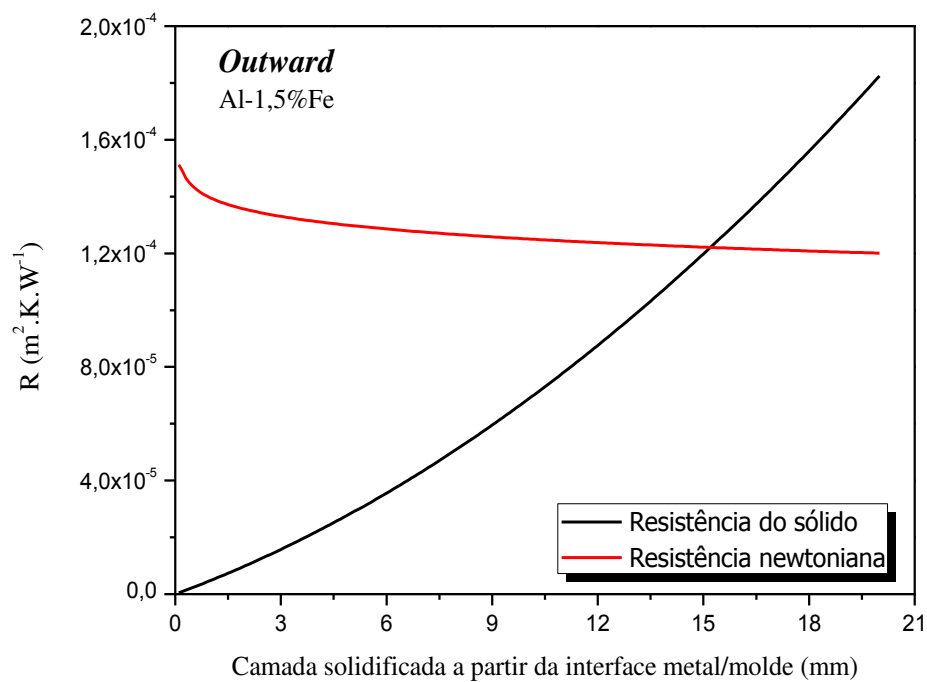


Figura 5.45: Evolução das resistências newtoniana e sólida para a liga Al-1,5%Fe, para o sistema de solidificação *outward* .

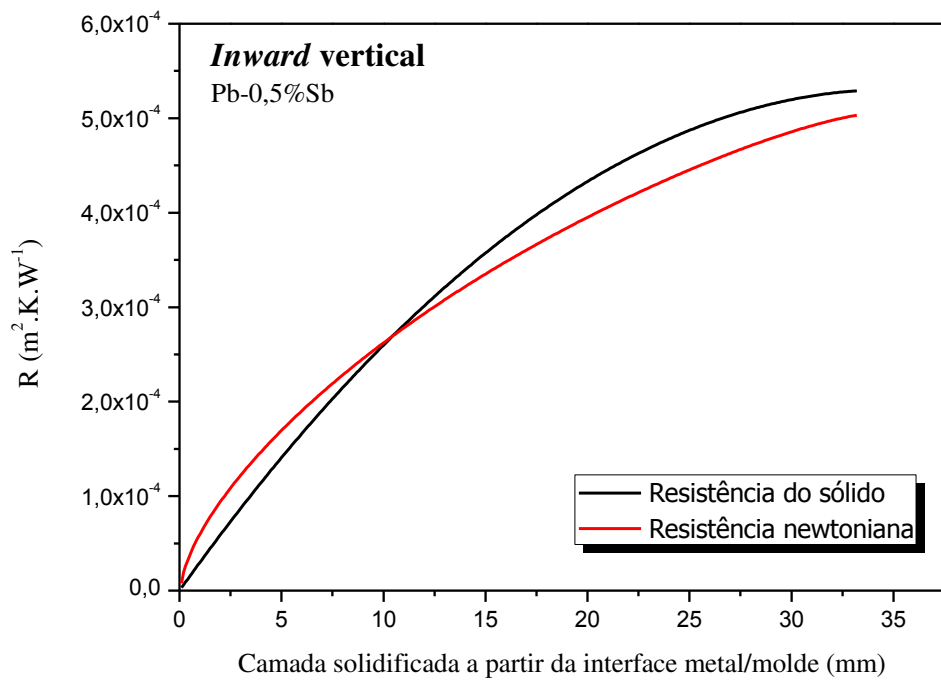


Figura 5.46: Evolução das resistências newtoniana e sólida para a liga Pb-0,5%Sb, para o sistema de solidificação *inward* vertical .

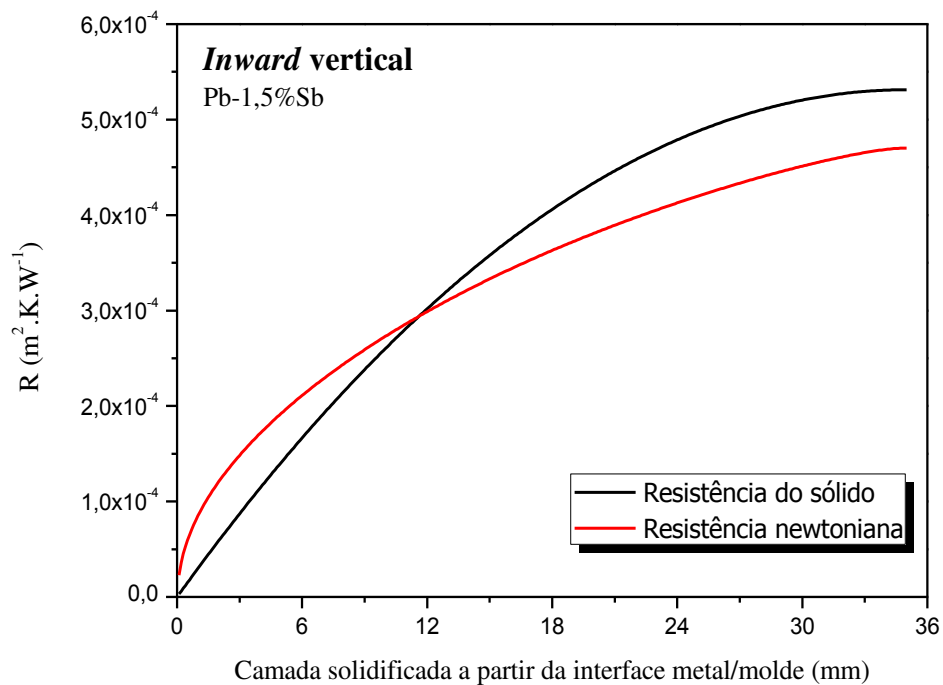


Figura 5.47: Evolução das resistências newtoniana e sólida para a liga Pb-1,5%Sb, para o sistema de solidificação *inward* vertical .

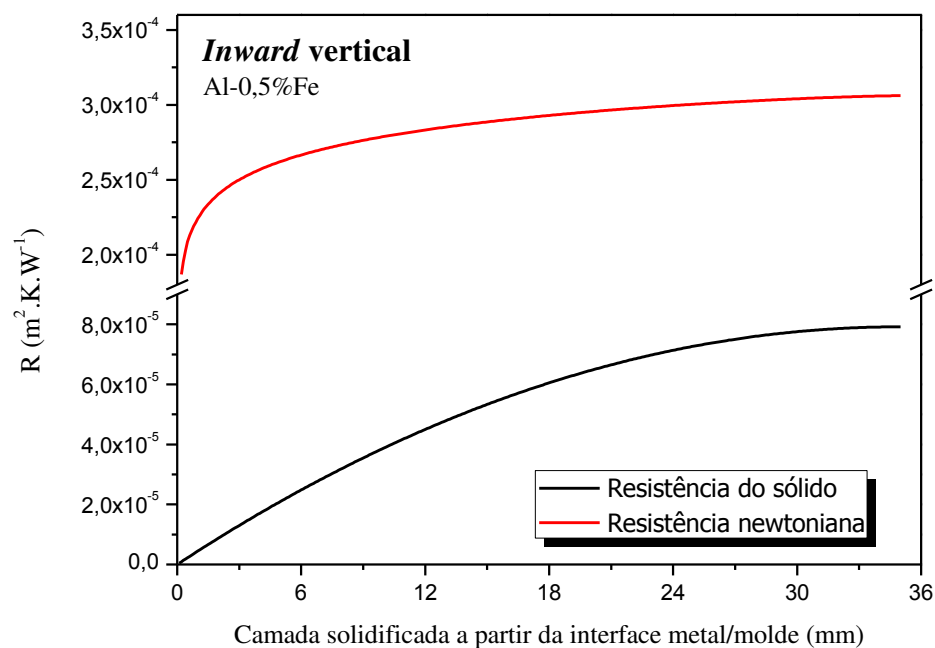


Figura 5.48: Evolução das resistências newtoniana e sólida para a liga Al-0,5%Fe, para o sistema de solidificação *inward* vertical.

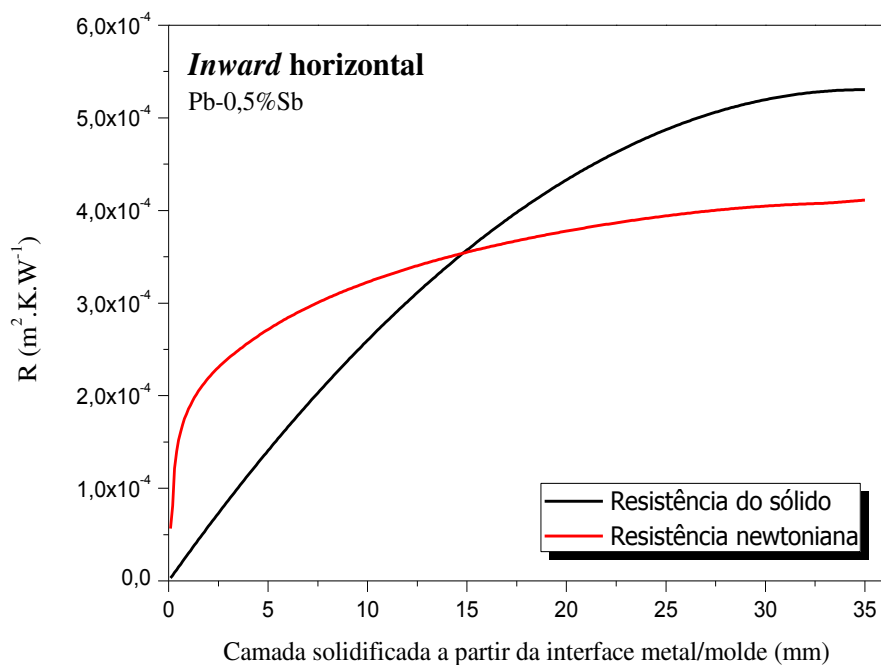


Figura 5.49: Evolução das resistências newtoniana e sólida para a liga Pb-0,5%Sb para o sistema de solidificação *inward* horizontal .

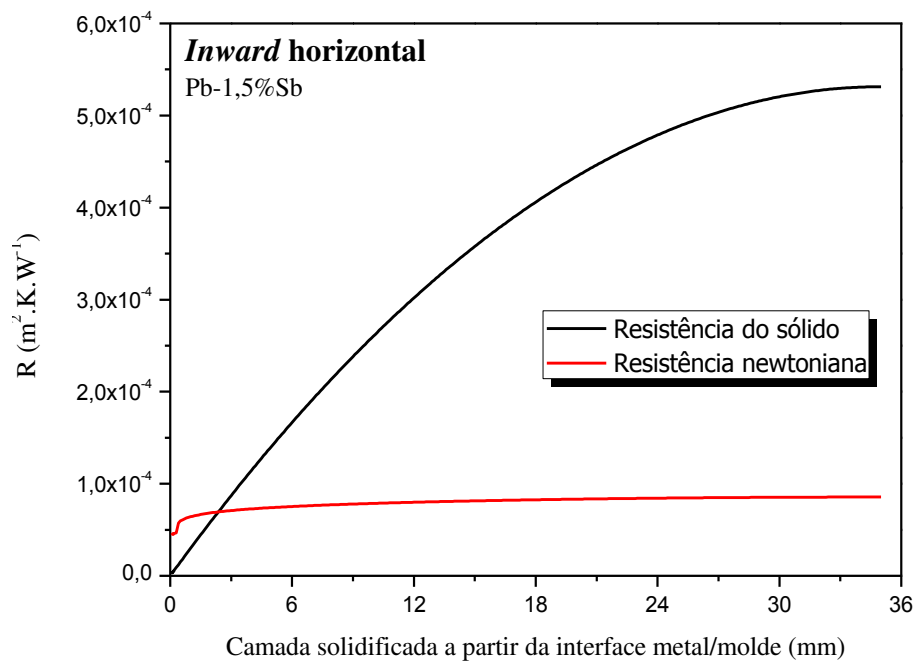


Figura 5.50: Evolução das resistências newtoniana e sólida para a liga Pb-1,5%Sb, para o sistema de solidificação *inward* horizontal .

5.2.4 Velocidade da Isoterma *Liquidus*(V_L)

Para a obtenção das curvas simuladas de velocidade de deslocamento da isoterma *liquidus* utiliza-se a derivada pontual da progressão da curva *liquidus* em relação ao tempo, obtidas pelos gráficos de simulação apresentados nas Figuras 5.51 a 5.57, determinando-se as velocidades instantâneas. A determinação experimental se deu pela da derivada da curva *liquidus*, formada pelo ajuste dos pontos experimentais, aplicando-se o tempo correspondente.

A seguir são apresentadas as curvas de velocidade de deslocamento da isoterma *liquidus* para cada experimento realizado.

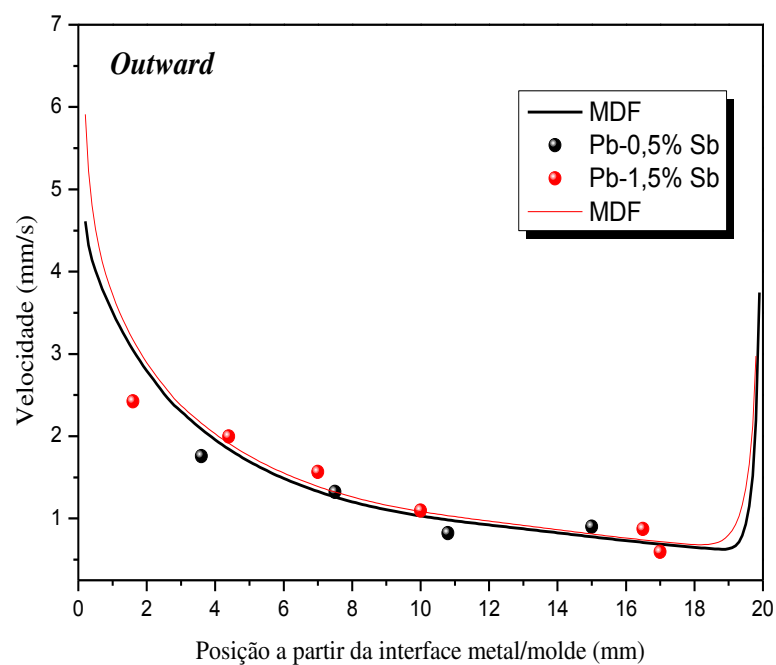


Figura 5.51: Velocidade de deslocamento da isoterma *liquidus* em função da posição para as Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb, para o sistema de solidificação *outward*.

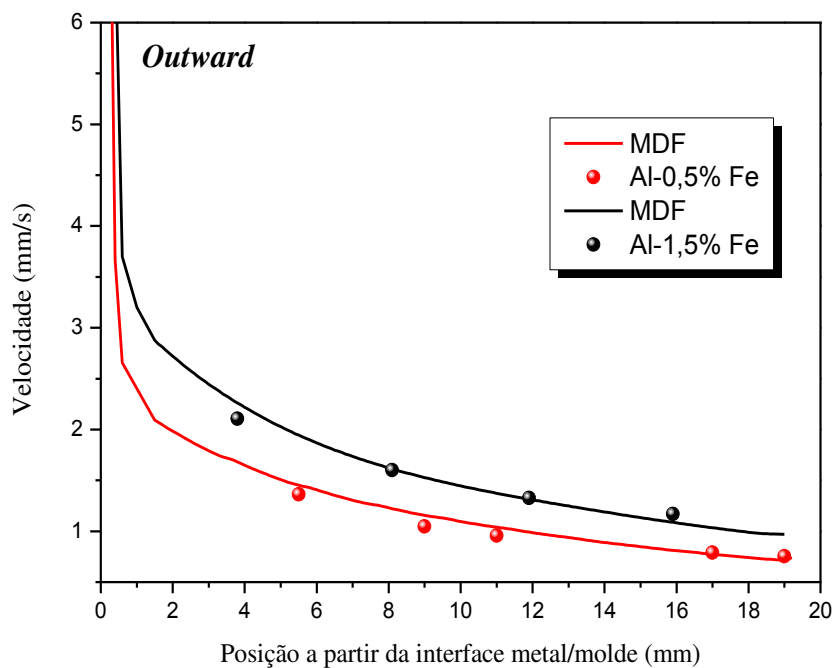


Figura 5.52: Velocidade de deslocamento da isoterma *liquidus* em função da posição para ligas Al-0,5%Fe e Al-1,5%Fe, para o sistema de solidificação *outward*.

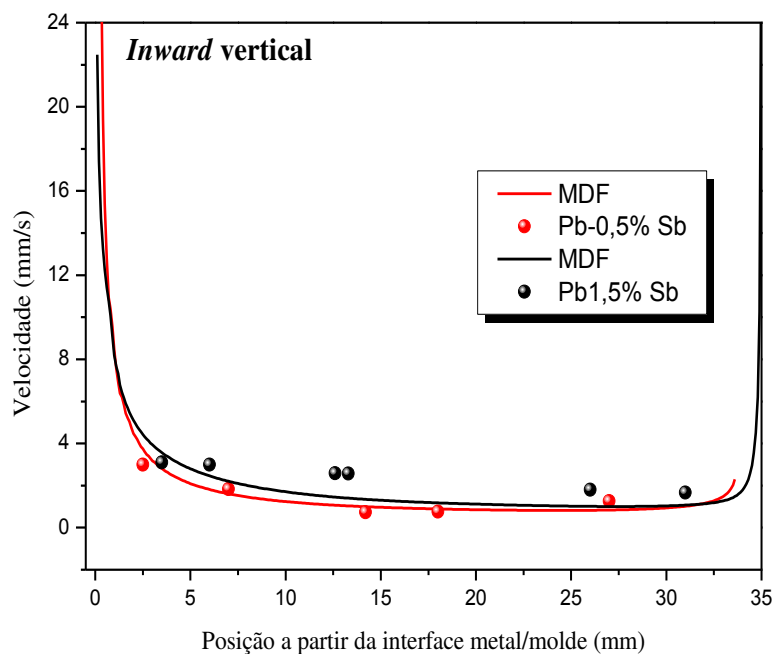


Figura 5.53: Velocidade de deslocamento da isoterma *liquidus* em função da posição para as ligas Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb, para o sistema de solidificação *inward* vertical .

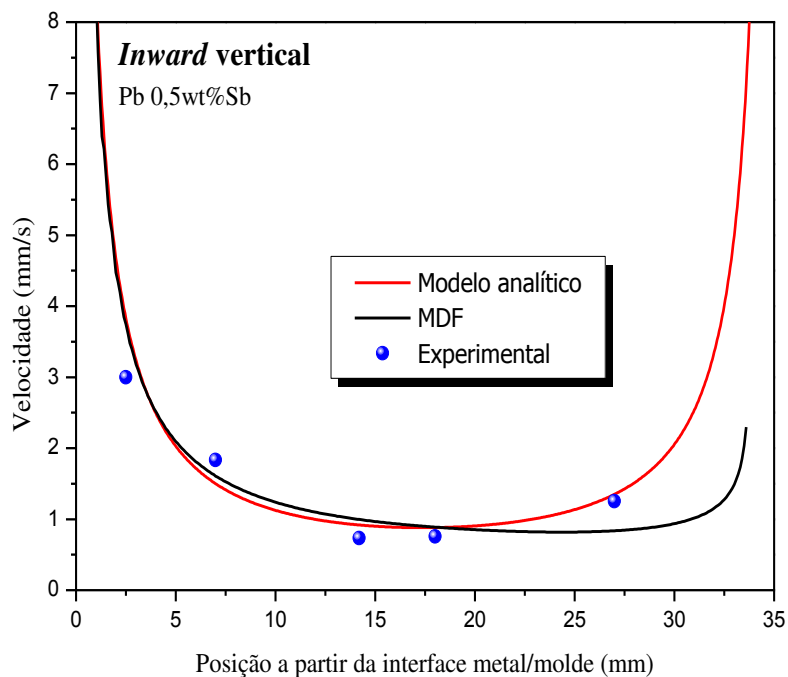


Figura 5.54: Velocidade de deslocamento da isoterma *liquidus* em função da posição para a liga Pb-0,5%Sb, para o sistema de solidificação *inward* vertical, comparada com o modelo analítico [Garcia, 1978].

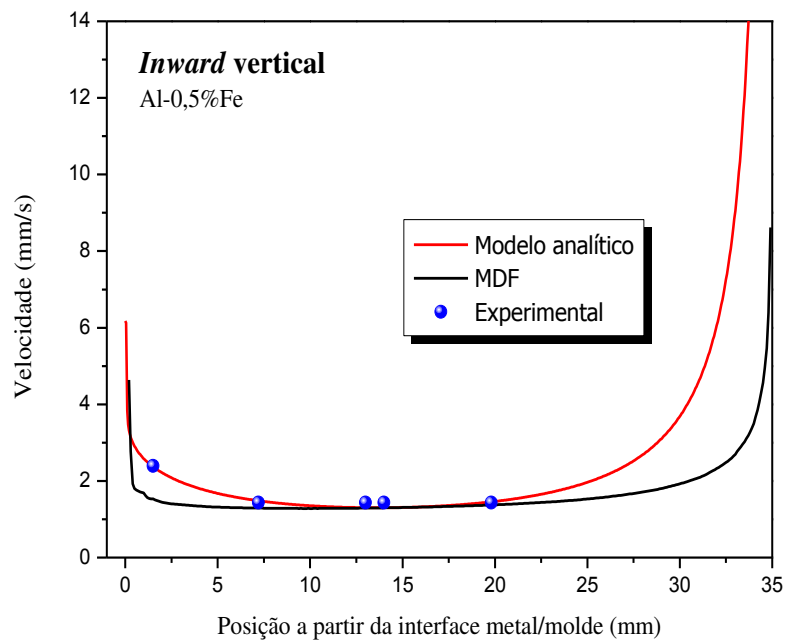


Figura 5.55: Velocidade de deslocamento da isoterma *liquidus* em função da posição para a liga Al-0,5%Fe, para o sistema de solidificação *inward* vertical, comparada com o modelo analítico [Garcia, 1978].

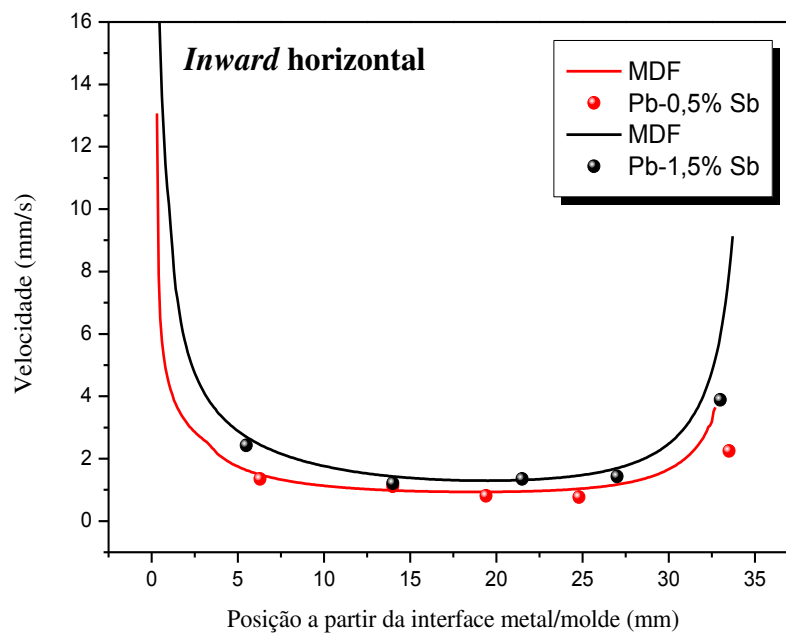


Figura 5.56: Velocidade de deslocamento da isoterma *liquidus* em função da posição das ligas Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb, para o sistema de solidificação *inward* horizontal .

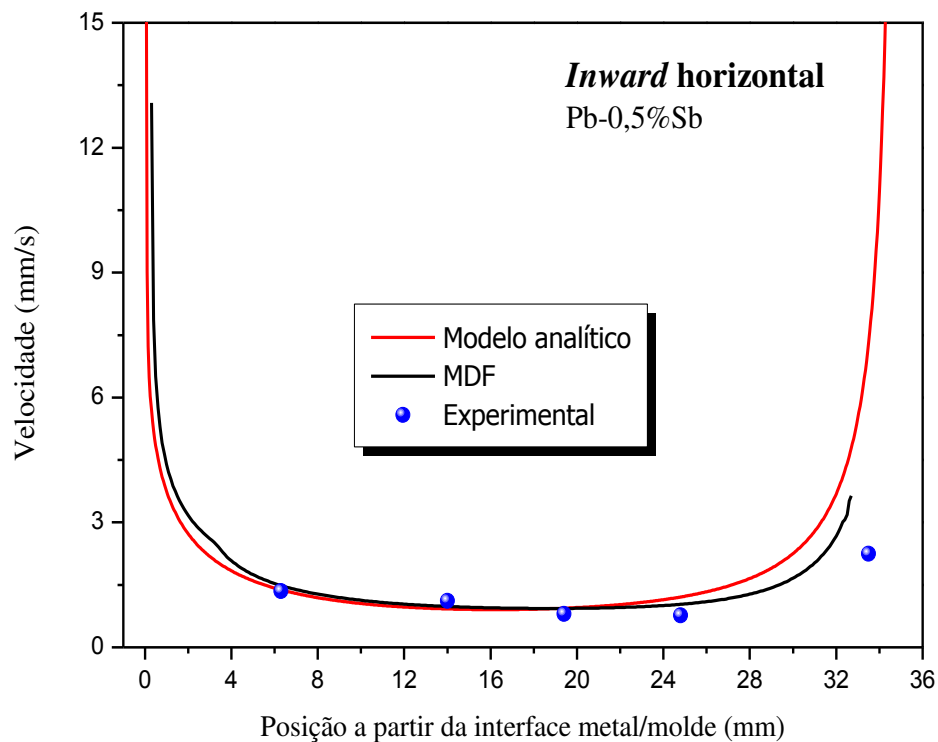


Figura 5.57: Velocidade de deslocamento da isoterma *liquidus* em função da posição para a liga Pb-0,5%Sb, para o sistema de solidificação *inward* horizontal, comparada com o modelo analítico [Garcia, 1978].

A inversão de velocidade com um aumento no final do processo de solidificação ocorre nos casos de solidificação *inward*. Tal fato é característica dos sistemas metal/molde com fluxo de calor radial e é explicada pela alta taxa de redução do volume de metal líquido remanescente no final do processo. Isto faz com que, no instante final da solidificação para o sistema *inward*, tenha-se uma linha de líquido envolvido por uma espessa camada de metal sólido extraíndo calor por condução de forma muito eficiente, fazendo com que a velocidade tenda, teoricamente, a um valor infinito [Santos, 1985]. No caso do sistema *outward*, ao final do processo de solidificação uma espessa camada de sólido envolto por uma fina camada de líquido apresenta um pequeno aumento deste parâmetro, muito próximo da extremidade final, previsto pelo modelo numérico mas dificilmente obtido experimentalmente pois se necessitaria de um posicionamento de um termopar na periferia do lingote, o que não é uma tarefa fácil devido à contração ao longo da solidificação. Isso evidencia a importância dos modelos numéricos e analíticos no entendimento dos mais variados fenômenos atuantes no processo de solidificação radial.

5.2.5 Taxa de Resfriamento

A taxa de resfriamento apresenta valores bem mais altos nos instantes iniciais e um valor exponencialmente menor ao longo da seção cilíndrica, à medida que a liga é solidificada, para todos os casos, havendo uma reversão de comportamento próximo à metade da medida do raio nos casos de solidificação *inward*.

A seguir, nas Figuras 5.58 a 5.67, são apresentadas as curvas da variação da taxa de resfriamento em função da posição em relação à superfície do molde para cada experimento realizado.

Nos experimentos realizados no sistema *outward*, para todas as ligas há um decréscimo exponencial para os valores da taxa de resfriamento, sendo que, quanto mais afastada a localização dos pontos analisados experimentalmente, menor era esse parâmetro. Isto se deve ao fato de o contato com o molde refrigerado propiciar uma maior efetividade de extração de calor. Essa tendência também segue os modelos encontrados na literatura para solidificação unidirecional [Goulart, 2010; Rosa, 2008; Canté, 2010].

Para as ligas solidificadas nos sistemas *inward* vertical e horizontal, percebe-se a tendência de reversão neste parâmetro ao se aproximar do final do processo, aumentando seu valor, semelhantes aos gráficos obtidos para a velocidade apresentados anteriormente. Como já mencionado, esta característica é inerente ao processo de solidificação de geometrias cilíndricas.

Para as ligas Pb-0,5%Sb e Al-0,5%Fe percebe-se que o modelo analítico apresenta uma curva com variação distinta do modelo numérico, sendo que o analítico prevê uma reversão da inclinação da curva muito antes do previsto pela simulação com o modelo numérico. Além disso, os valores simulados pelo modelo numérico apresentam melhor proximidade dos resultados obtidos experimentalmente.

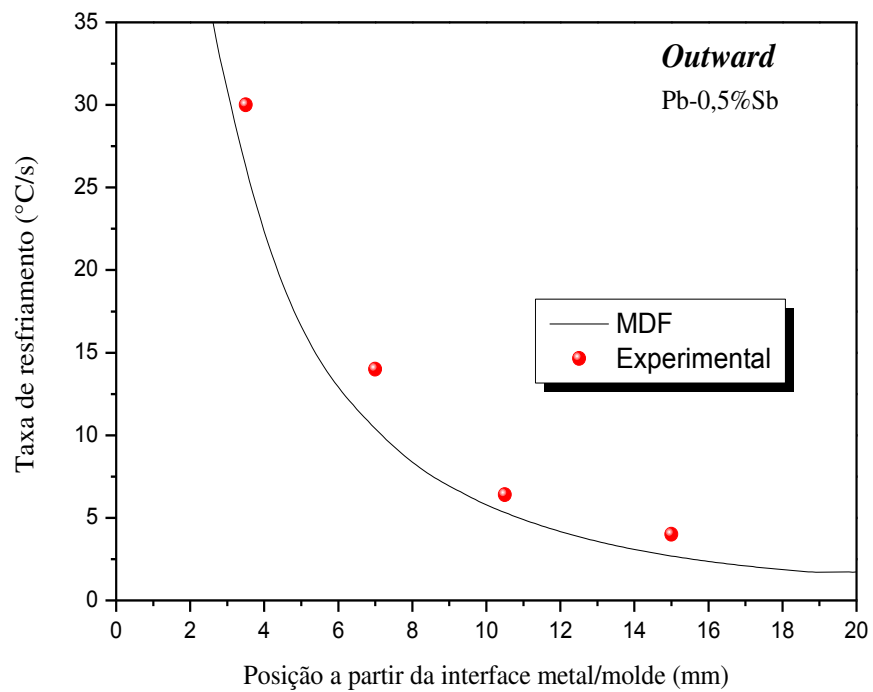


Figura 5.58: Taxa de resfriamento em função da posição para a liga Pb-0,5%Sb no sistema *outward*.

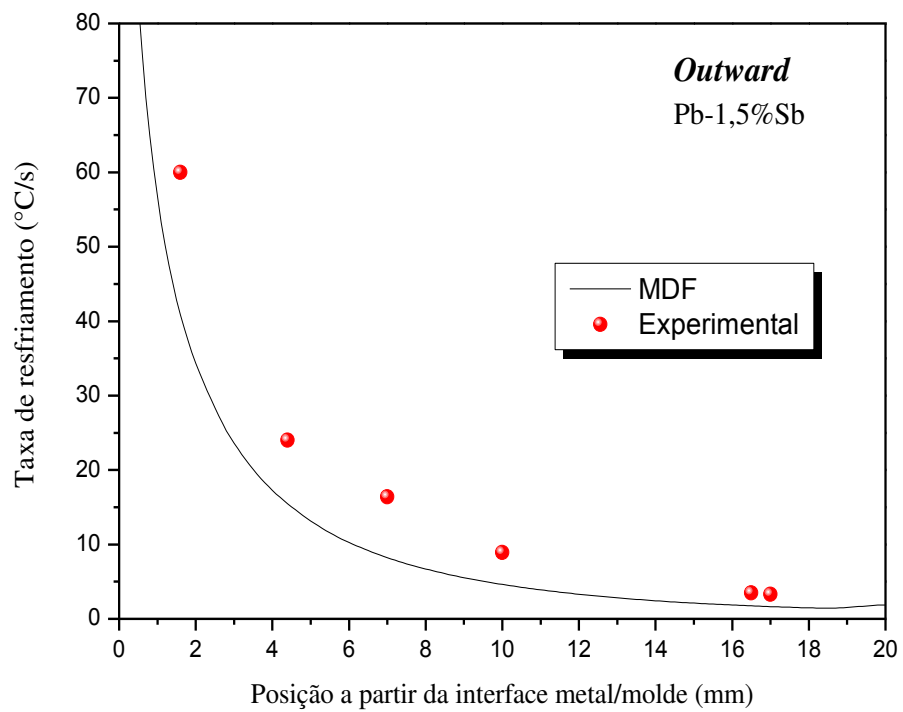


Figura 5.59: Taxa de resfriamento em função da posição, para a liga Pb-1,5%Sb no sistema *outward*.

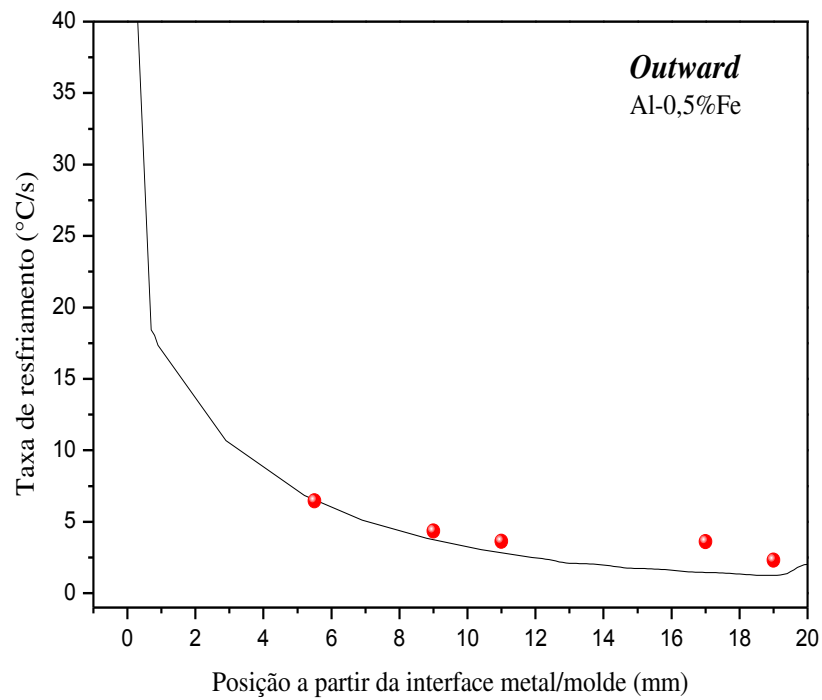


Figura 5.60: Taxa de resfriamento em função da posição, para a liga Al-0,5%Fe no sistema *outward*.

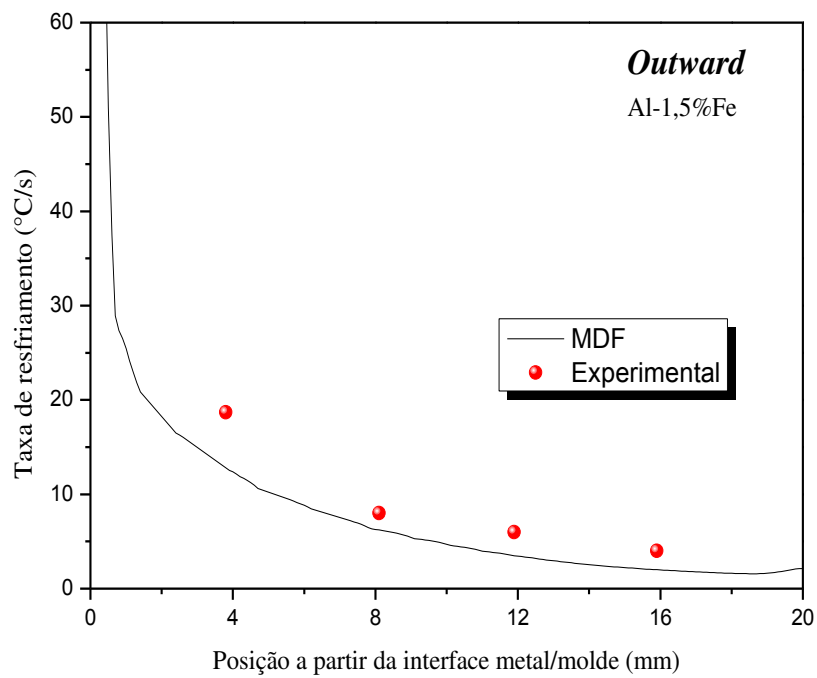


Figura 5.61: Taxa de resfriamento em função da posição, para a liga Al-1,5%Fe no sistema *outward*.

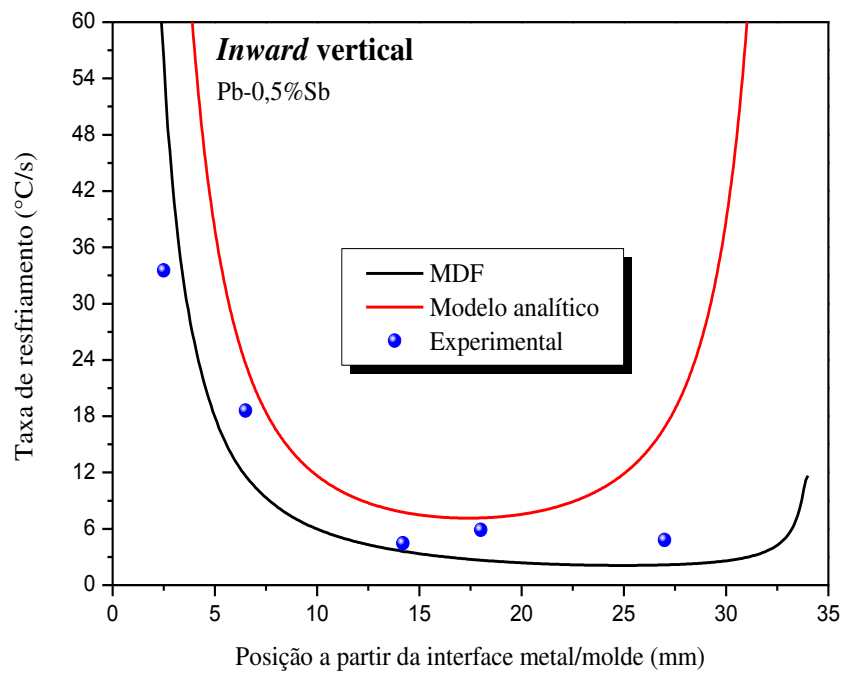


Figura 5.62: Taxa de resfriamento em função da posição, para a liga Pb-0,5%Sb no sistema *inward* vertical, comparada com o modelo analítico [Garcia, 1978].

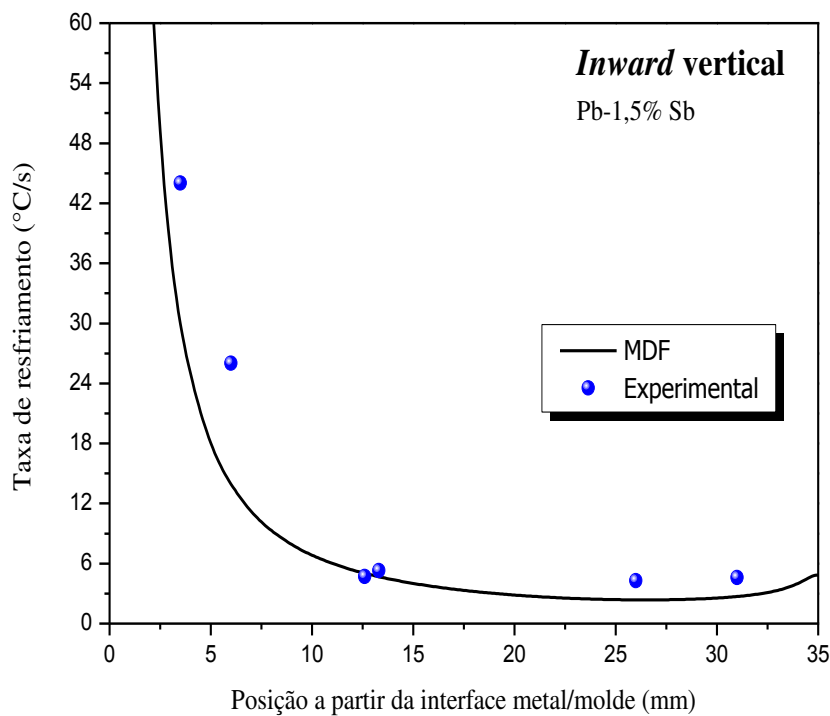


Figura 5.63: Taxa de resfriamento em função da posição, para a liga Pb-1,5%Sb no sistema *inward* vertical.

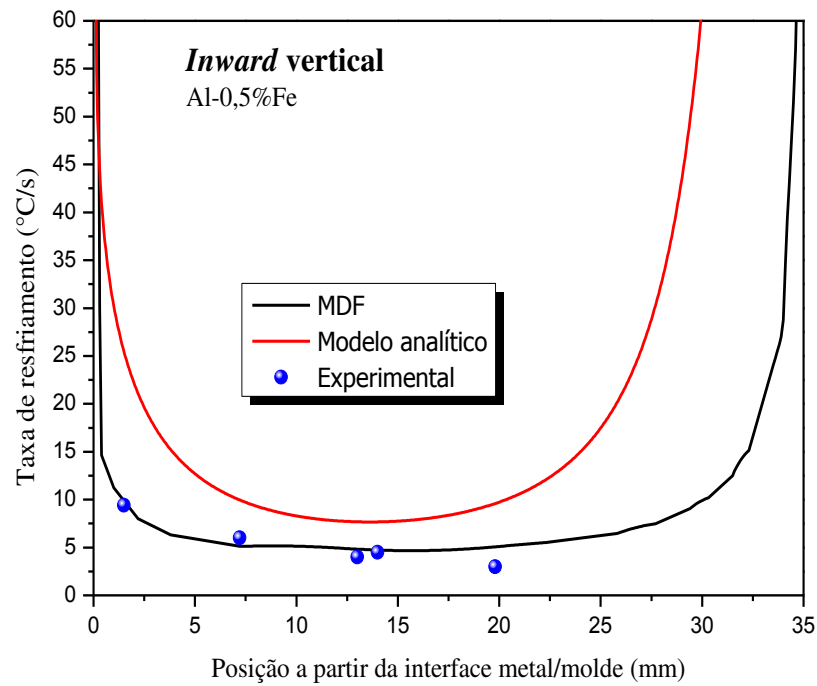


Figura 5.64: Taxa de resfriamento em função da posição, para a liga Al-0,5%Fe no sistema *inward* vertical, comparada com o modelo analítico [Garcia, 1978].

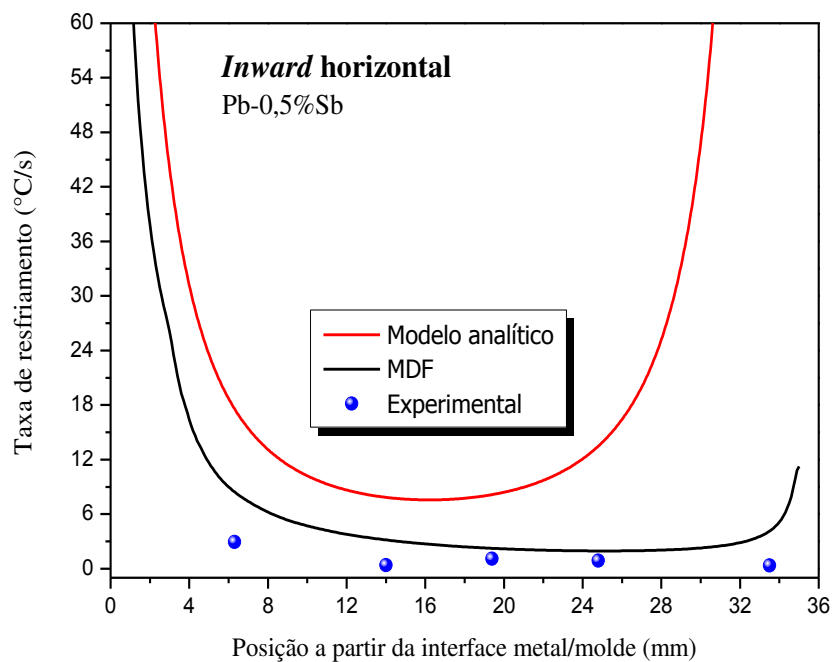


Figura 5.65: Taxa de resfriamento em função da posição, para a liga Pb-0,5%Sb para o sistema *inward* horizontal, comparada com o modelo analítico [Garcia, 1978].

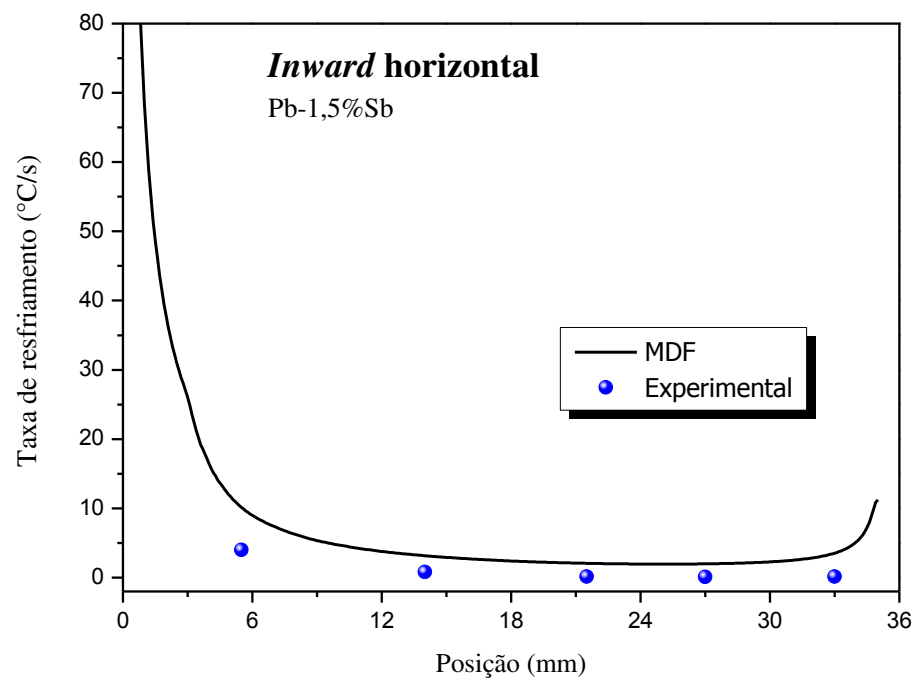


Figura 5.66: Taxa de resfriamento em função da posição, para a liga Pb-1,5%Sb no sistema *inward* horizontal.

6 CONCLUSÕES

A partir dos resultados das análises teóricas realizadas com o modelo matemático numérico de solidificação desenvolvido e da análise experimental conduzida ao longo desse trabalho, associados às comparações realizadas e tendo como referência os demais estudos contidos na literatura do assunto, podem ser extraídas as seguintes conclusões:

1. As macroestruturas das ligas dos sistemas Al-Fe e Pb-Sb examinadas no presente trabalho em sua maioria mostram-se todas de morfologia radial colunar praticamente ao longo da direção radial dos lingotes, com exceção da liga Al-1,5%Fe solidificada no sistema radial *inward* vertical. Isto oferece indicações seguras de que análises teóricas da evolução da solidificação, pelo modelo matemático desenvolvido para sistemas cilíndricos, são adequadas para confronto com os correspondentes resultados experimentais.
2. Tendo em vista que a confiabilidade das simulações do processo de solidificação, por meio das abordagens matemáticas realizadas no presente trabalho, pode depender da precisão das propriedades termofísicas envolvidas, a utilização do software de termodinâmica computacional (Thermo-Calc) para prover os diagramas de fases de cada sistema de ligas analisados, bem como valores específicos para as composições químicas de cada liga binária examinada no que se refere às propriedades termofísicas relevantes, mostrou-se satisfatório para a aplicabilidade do modelo desenvolvido.
3. O coeficiente global de transferência de calor transiente metal/molde, h_g , foi caracterizado para sistemas de solidificação cilíndricos pela técnica da medição dos perfis de temperatura no interior da liga fundida e simulações numéricas, baseando-se no método inverso de confronto entre o perfil térmico experimental-simulado para o problema de condução de calor. O coeficiente global de transferência de calor na interface metal/molde é expresso para a solidificação em sistemas cilindros como uma função de potência do tempo, dada por $h_g = a.t^{\pm m}$, em que o sinal (-) refere-se à solidificação *inward* e (+) à solidificação *outward*.

4. A literatura relata que h exerce um papel fundamental durante a solidificação em geometrias cilíndricas. Os perfis de h_g obtidos apresentam comportamentos totalmente distintos para cada direção de deslocamento da frente de solidificação (cilindros solidificados no sistema *outward* e solidificados no sistema *inward* horizontal e verticalmente), destacando a importância da precisão ao se determinar o valor de h_g para um projeto adequado de fundição, seja estática ou contínua, para componentes com formato cilíndrico.
5. A análise das resistências térmicas newtoniana e da camada sólida envolvidas nos sistemas de fundição permite avaliar a influência de cada parcela ao longo da solidificação. No sistemas *inward* horizontal e vertical, no sistema Pb-Sb, o perfil da evolução da resistência da camada sólida possui a mesma ordem de grandeza em relação ao da resistência newtoniana. Por outro lado, no mesmo sistema *inward* vertical, porém para o sistema de liga termicamente mais difusivo (Al-Fe), a resistência newtoniana prevalece em uma ordem de grandeza sobre a resistência térmica da camada sólida durante toda a solidificação. No sistema *outward*, a parcela da resistência da camada sólida é dominante sobre a newtoniana, na quase totalidade do período da solidificação do sistema Pb-Sb, enquanto o inverso é observado para o sistema Al-Fe.
6. As altas taxas de resfriamento e de velocidades impostas pelos sistemas de solidificação radial adotadas geram microestruturas dendríticas para as ligas Pb-0,5%Sb e Pb-1,5%Sb, ao contrário da literatura [Rosa, 2008], que apresenta uma transição de células para dendritas somente para teores de antimônio acima de 2,2% na composição das ligas desse sistema binário. Adicionalmente percebe-se, tanto experimentalmente quanto nas simulações numéricas, a reversão do perfil de taxa de resfriamento e de velocidade, favorecida pela geometria cilíndrica de fundição. Isto caracteriza a importância dos parâmetros \dot{T} e V_L no processo de solidificação e sua correta determinação, uma vez que a microestrutura formada apresente importância fundamental nas propriedades mecânicas dos fundidos.

7. Verifica-se que as ligas solidificadas no sistema *inward* vertical apresentam uma reversão no crescimento microestrutural aproximadamente a partir da metade do raio, seguindo a tendência observada na cinética da solidificação (velocidade da isoterma *liquidus*). Próximo à superfície do molde a microestrutura é refinada e os espaçamentos crescem até cerca de metade do raio. Deste ponto em diante, os espaçamentos tendem a diminuir ao se aproximar cada vez mais do centro geométrico do lingote, devido ao efeito terminal de solidificação radial.
8. Uma análise preliminar comparativa entre as respostas do modelo matemático desenvolvido no presente trabalho e o modelo analítico proposto por Garcia [1978] no que se refere aos parâmetros térmicos: tempo de passagem da isoterma *liquidus*, velocidade de deslocamento da isoterma *liquidus* e taxa de resfriamento, mostra que, de modo geral, os dois modelos representam bem o espectro de resultados experimentais, com o modelo numérico mais próximo da evolução experimental, guardadas as restrições das simplificações do modelo analítico. Dessa forma, num âmbito mais geral, pode-se concluir que qualquer um dos métodos de solução é qualitativamente adequado para simular o processo de solidificação em condições de fluxo de calor radial. Em termos de tempo de computação, o método numérico para ligas binárias apresenta menor tempo de simulação, se comparado ao método analítico.

7 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Com base nos resultados deste trabalho, são sugeridas as seguintes linhas de pesquisa para a realização de pesquisas futuras:

1. Desenvolver estudos experimentais de macrossegregação com as ligas adotadas no sentido de corroborar a inserção do efeito da cinética de solidificação nos sistemas cilíndricos, com efeito de investigar a segregação de soluto no interior da geometria nos sistemas *inward*.

2. Expandir o modelo numérico desenvolvido da solidificação de cilindros ocos (sistema *outward*) para sistemas de solidificação de tarugos cilíndricos ocos obtidos pela tecnologia de lingotamento contínuo.
3. Estender o modelo analítico de Garcia [1978] para a condição de lingotamento contínuo de tarugos, tanto maciços quanto ocos.
4. Investigar o espectro da aplicabilidade da extensão do modelo analítico para solidificação de ligas no sistema radial *outward* tomando como referência as simulações feitas pelo modelo numérico proposto,

8 TRABALHOS PUBLICADOS/APRESENTADOS RELACIONADOS DIRETAMENTE OU INDIRETAMENTE COM A PRESENTE TESE

BERTELLI, F.; MEZA, E. S.; BEZERRA, D. J.; GOULART, P. R.; CHEUNG, N.; GARCIA, A.; Outward solidification of an Al-1.5wt%Fe alloy around a chilled vertical cylinder. Apresentado no IX Encontro da SBPMat e IX Brazilian MRS Meeting, Ouro Preto., 2010.

BERTELLI, F.; MEZA, E. S.; GOULART, P. R.; CHEUNG, N.; RIVA, R.; GARCIA, A.. Laser remelting of Al 1.5wt%Fe alloy surfaces: Numerical and experimental analyses. Publicado no Optics and Lasers in Engineering; v. 49, p. 490-497, 2011.

DIAS, A. C. D., CHEUNG, N.; MEZA, E. S.; BERTELLI, F.; GOULART, P. R. ; GARCIA, A. . Effect of mold surface roughness on the interfacial heat transfer coefficient during solidification of solder alloys, apresentado no VI International Materials Symposium, em Guimarães – Portugal, 2011. Publicado posteriormente no periódico Materials Science Forum v.730/732, pp. 751-756, 2013

BERTELLI, F.; MEZA, E. S.; BEZERRA, D. J.; GOULART, P. R.; CHEUNG, N.; GARCIA, A.; Heat transfer characteristics of inward, outward and upward solidification of an Al-1.5 wt%Fe alloy in cylindrical molds apresentado no VI International Materials Symposium, em Guimarães – Portugal, 2011. Publicado posteriormente no periódico Materials Science Forum, v.730/732 pp. 805-810, 2013

MEZA, E. S.; BERTELLI, F., BEZERRA, D. J.; LEAL, C. L., CHEUNG, N. ; GARCIA, A.; The effect of the growth rate on microsegregation of a directionally solidified Al-0.5wt%Fe alloy casting, apresentado no X Encontro da SBPMat e X Brazilian MRS Meeting, 2011, Gramado – RS.

BERTELLI, F., MEZA, E. S.; BEZERRA, D. J.; GOULART, P. R., CHEUNG, N. ; GARCIA, A.; Simulation of microstructure and mechanical properties of Al-1.5wt%Fe cylindrical castings solidified inwards and outwards, apresentado no X Encontro da SBPMat e X Brazilian MRS Meeting, 2011, Gramado – RS.

BERTELLI, F.; BRITO, C.; MEZA, E.; CHEUNG, N.; GARCIA, A. Inward and outward solidification of cylindrical castings: The role of the metal/mold heat transfer coefficient, publicado no periódico Materials Chemistry and Physics v.136, pp. 545-554, 2012.

9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Artigos Técnicos/Científicos

ATTIA, M. H.; KOPS, L. Distortion in thermal field around inserted thermocouples in experimental interfacial studies, **Journal of Engineering for Industry**, v.108, pp.241-246, 1986.

BECK, J. V. Combined parameter and function estimation in heat transfer with application to contact conductance, **Journal of Heat Transfer**, v.110, pp.1047-1058, 1988.

BECK, J. V. Nonlinear estimation applied to the nonlinear inverse heat conduction problem, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.13, pp.703-716, 1970.

BILIR, L.; ILKEN, Z. Total solidification time of a liquid phase change material enclosed in cylindrical/spherical containers. **Applied Thermal Engineering**, v.25, pp.1488-1502, 2005.

BILONI, H. Estado atual da pesquisa na área da solidificação de metais e ligas, **Metalurgia**, v.26, n.155, pp.803-823, 1970.

BOETTINGER, W.J.; CORIELL, J.R.; GREER, A.L.; KARMA, A.; KURZ, W.; RAPPAZ, M.; TRIVEDI, R. Solidification microstructures: recent developments, future directions, **Acta Materialia**, v.48, pp.43-70, 2000.

BOUCHARD, D; KIRKALDY, J. S. Prediction of dendrite arm spacings in unsteady and steady-state heat flow of unidirectionally solidified binary alloys, **Metallurgical and Materials Transactions B**, v. 28B, pp.651-663, 1997.

BOWER T. F. ; FLEMINGS M. C.; Formation of Chill Zone in Ingot Solidification. **Transactions of the Metallurgical Society of AIME**, v. 239, p. 216, 1967.

BRIMACOMBE, J.K.; SAMARASEKERA, I.V.; LAIT, J.E. Heat transfer, **Continuous Casting**, v2, , pp. 1-5, 1984b.

BRITO, C.; SIQUEIRA, C. A.; SPINELLI, J. E.; GARCIA, A. Effects of cell morphology and macrosegregation of directionally solidified Zn-rich Zn Cu alloys on the resulting microhardness, **Materials Letters**, v. 80, p. 106-109, 2012.

BRODY, H. D.; FLEMINGS, M. C. Solute redistribution in dendritic solidification, **Transactions of the AIME**, v. 236, pp.615-624, 1966.

BROWNE, D. J.; O' MAHONEY, D. Interface heat transfer in investment casting of aluminum alloys, **Metallurgical and Materials Transactions A**, v. 2A, pp.3055-3063, 2001.

BURDEN, M.H.; HUNT, J. D. Cellular and dendritic growth. I: **Journal of Crystal Growth**, v. 22, pp.99-108, 1974.

BURDEN, M.H.; HUNT, J. D. Cellular and dendritic growth. II: **Journal of Crystal Growth**, v.22, pp.109-116, 1974.

CANTÉ, M. V.; SPINELLI, J. E.; CHEUNG, N.; GARCIA, A. The correlation between dendritic microstructure and mechanical properties of directionally solidified hypoeutectic Al-Ni alloys. **Metals and Materials International**, v. 16, p. 39-49, 2010.

ÇARDILI, E.; GÜNDÜZ, M., The directional solidification of Pb-Sn alloys, **Journal of Materials Science**, v. 35, pp. 3837-3848, 2000.

CHEN, J.H.; TSAI, H.L. Comparison on different modes of latent heat release for modeling casting solidification, **Transactions of the American Foundrymen's Society**, v.98, pp. 539-546, 1990.

CHERNOGOROVA, T.P.; VABISHCHEVICH, P.N. Numerical investigation of solidification processes of cylindrical ingots in a metal mould at variable technological circumstances. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.42, pp.3351-3359, 1999.

CHEUNG, N.; SANTOS, N.S.; QUARESMA, J.M.V.; DULIKRAVICH, G.S.; GARCIA, A. Interfacial heat transfer coefficients and solidification of an aluminum alloy in a rotatory continuous casting. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.52, pp. 451-459, 2009.

CLYNE, T.W.; KURZ, W. Solute redistribution during solidification with rapid solid state diffusion, **Metallurgical Transactions**, v.12A, pp.965-971, 1981.

CRUZ, K. S.; CHEUNG, N.; GARCIA, A. Parâmetros térmicos, macroestrutura e microestrutura na solidificação direcional da liga Al-20%Sn. **Tecnologia em Metalurgia e Materiais**, v. 04, p. 21-26, 2008.

CRUZ, K. S.; MEZA, E. S.; FERNANDES, F. A.P.; QUARESMA, J. M.V. ; CASTELETTI, L. C.; GARCIA, A. Dendritic arm spacing affecting mechanical properties and wear behavior of Al-Sn and Al-Si alloys directionally solidified under unsteady-state conditions. **Metallurgical and Materials Transactions. A**, v. 41, p. 972-984, 2010.

DAVIES, V. L. Heat transfer in gravity die castings, **British Foundryman**, v. 73, pp.331-334, 1980.

DUSINBERRE, G. M.; BLACKSBURG, V.A. Numerical methods for transient heat flow, **Transactions of the A.S.M.E**, pp.703-712, 1945.

FENG, J.; HUANG, W. D.; LIN, X.; PAN, Q. Y.; LI, T.; ZHOU Y.H. Primary cellular/dendritic spacing selection of Al-Zn alloy during unidirectional solidification, **Journal of Analytical Crystal Growth**, v.197, pp.393-395, 1999.

FERREIRA, I.L.; C.A.; SANTOS, C.A.; VOLLER, V.R.; GARCIA, A. Analitical, numerical and experimental analysis of inverse macrosegregation during upward unidirectional solidification of Al-Cu alloys, **Metallurgical Transactions B**, vol. 35B, pp. 285-297, 2004.

FLOOD , S. C.; HUNT, J. D. Columnar and equiaxed growth, **Journal of Crystal Growth**, v. 82, pp.543-551, 1987.

FORM, G. W.; WALLACE, J. F. Solidification of metals – general principles, **AFS Transactions**, v. 68, pp.145-156, 1960.

GARCIA, A; CLYNE, T.W.; PRATES, M. Mathematical model for the unidirectional solidification of metals : II. Massive Molds, **Metallurgical Transactions B**, v. 10B, pp. 85-92, 1979.

GARCIA, A; PRATES M. Mathematical model for the unidirectional solidification of metals: I. cooled molds, **Metallurgical Transactions B**, v.9B, pp.449-453, 1978.

GARCIA, L. R.; OSÓRIO, W. R. R.; PEIXOTO, L. C.; GARCIA, A. Correlação entre propriedades mecânicas e arranjo dendrítico de ligas Sn-Zn utilizadas em solda sem presença de chumbo. **Matéria** (UFRJ), v. 14, p. 767-776, 2009.

GOMES, L.G.; JÁCOME, P. D.; FERREIRA, I. L.; MOUTINHO, D.J. ; ROCHA, O.L.; GARCIA, A. macrosegregation and porosity during directional solidification of a ternary Al-9wt%Si-3wt%Cu alloy, **Defect and Diffusion Forum**, v. 312-315, p. 405-410, 2011.

GOUDIE, N. J.; ARGYROPOULOS, S. A. Technique for the estimation of thermal resistance at solid metal interfaces formed during solidification and melting, **Canadian Metallurgical Quartely**, v.34, pp.73-84, 1995.

GOULART, P. R. ;SPINELLI, J. E.;CHEUNG, N.; GARCIA, A. . The effects of cell spacing and distribution of intermetallic fibers on the mechanical properties of hypoeutectic Al Fe alloys. **Materials Chemistry and Physics**, v. 119, p. 272-278, 2010.

GOULART, P. R.; SPINELLI, J. E. ; OSÓRIO, W. R. R. ; GARCIA, A. Mechanical properties as a function of microstructure and solidification thermal variables of Al-Si castings. **Materials Science and Engineering A**. v. 421, pp. 245-253, 2006.

GOULART, P. R.;SPINELLI, J.E.; BERTELLI, F. ; OSÓRIO, W. R.R. ; CHEUNG, N.; GARCIA, A. Cellular microstructure and mechanical properties of a directionally solidified Al-1.0wt%Fe alloy. **Materials Science Forum**, v. 636-637, p. 564-570, 2010.

GRIFFITHS, W.D. A model of the interfacial heat-transfer coefficient during unidirectional solidification of an aluminum alloy, **Metallurgical and Materials Transactions B**, v.31B, pp.285-295, 2000.

GRIFFITHS, W.D. The heat-transfer coefficient during the unidirectional solidification of an Al-Si alloy casting, **Metallurgical and Materials Transactions B**, v.30B, pp.473-482, 1999.

GÜNDÜZ, M; ÇARDILI E.; Directional solidification of aluminium–copper alloys. **Materials Science and Engineering A**, v. 327 (2), pp. 167–185, 2002.

HADDAD, O. M., AL-NIMR, M.; SILIET, M. The effect of the gas *gap* formation due to shrinkage on the rate of heat transfer during solidification, **Numerical Heat Transfer, Part A**, v.40, pp.887-900, 2001.

HADDEN, R.; INDYK, B. Heat transfer characteristics in closed head horizontal continuous casting, **Solidification and Casting of Metals, The Metals Society**, pp.250 –255, 1979.

HERNANDEZ, P.V.; DECULTIEUX, F.; SCHMIDT, P.; SVENSSON, I. L.; LEVAILLANT, C. Mushy state behavior: rheological characterization and influence on air *gap* formation, **ISIJ International**, v.35, n.6, 805-812, 1995.

HO, K.; PEHLKE, R.D, Mechanisms of heat transfer at a metal-mold interface, **AFS Transactions**, v.92, pp. 587-598, 1985.

HUANG, H.; HILL, J.L., SURI, V.K.; BERRY, J.T.; .PEHLKE, R.D. Modeling of casting, welding and advanced solidification process V, **The Minerals, Metals e Materials Society**, pp.65-70, , 1991.

HUNT, J. D. Steady state columnar and equiaxed growth of dendrites and eutetic, **Materials Science and Engineering A**, v.65, pp.75-83, 1984.

HUNT, J. D.; LU, S. Z. Numerical modeling of cellular array growth: spacing and structure predictions, **Metallurgical and Materials Transactions A**, v. 27A, pp. 611-623, 1996.

JACOBI, H.; SCHWERDTFEGGER, K.; Dendrite Morphology of Steady-State Unidirectional Solidified Steel, **Metallurgical Transactions A**, v. 7, p. 811-820, 1976.

KIM, T.G.; LEE, Z.H. Time-varyng heat transfer coefficients between tube-shaped casting and metal mold. **International Journal Heat Mass Transfer**, v.40, n.15, p.3513-3525, 1997.

KRISHNAN, M.; SHARMA, D. G. R. Determination of the interfacial heat transfer coefficients h in unidirectional heat flow by Beck's nonlinear estimation procedure, **International Communications in Heat Mass Transfer**, v.23, n.2, pp. 203-214, 1996.

KRON, J.; BELLET, M.; LUDWING, A.; PUSTAL, B.; WENDT, J.; FREDRIKSSON, H. Comparison of numerical simulation models for predicting temperature in solidification analysis

with reference to air *gap* formation. **International Journal of Cast Metal Research**, v.17, n5, pp.295-310, 2004.

KUMAR, P. T. S.; PRABHU, K. N. Heat flux transients at the casting/chill interface during solidification of aluminum base alloys, **Metallurgical Transactions B**, v.22B, pp.717-727, 1991.

KURZ, W.; BEZENÇON, C.; SHARMA, D. G. R. Columnar to equiaxed transition in solidification processing, **Science and Technology of Advanced Materials**, v.2, pp.185-191, 2001.

LAU, F.; LEE, W. B.; XIONG, S. M.; LIU, B. C. A study of the interfacial heat transfer between an iron casting and a metallic mold, **Journal of Materials Processing Technology**, v.79, pp. 25-29, 1998.

LEE, Z. H.; KIM, T.G.; CHOI, Y.S. The movement of the concave casting surface during mushy-type solidification and its effect on the heat-transfer coefficient. **Metallurgical and Materials Transactions B**, v.24 b, pp. 677-684, 1998.

LIMA, J.E.R.; BRIMACOMBE, J.K.; SAMASEKERA, I.V. Mould heat transfer and solidification during horizontal continuous casting, **Iron and Steelmaking**, n.2, v.18, pp.114-127, 1991.

LOLOU, T.; ARTYUKHIN, E.A.; BARDON, J. P. Estimation of thermal contact resistance during the first stages of metal solidification process: I- experiment principle and modelisation, **International Journal of Heat Mass Transfer**, v.42, pp.2119-2127, 1999a.

LOLOU, T.; ARTYUKHIN, E.A.; BARDON, J. P. Estimation of thermal contact resistance during the first stages of metal solidification process: II- experiment principle and modelisation, **International Journal of Heat Mass Transfer**, v.42, pp.2129-2142, 1999b.

LOUHENKILPI, S.; LAITINEN, E.; NIEMINEN, R. Real-time simulation of heat treatment of heat transfer in continuous casting, **Metallurgical Transactions B**, v.24B, pp.685-693, 1993.

MAHAPATRA, R. B.; WEINBERG, F. The columnar to equiaxed transition in tin-lead alloys, **Metallurgical Transactions B**, v.18, pp.425-432, 1987.

MAJCHRZAK, E.; MOCHNACKI, B.; SZOPA, R. Application of the boundary element method for the numerical modeling of the solidification of cylindrical and spherical castings. **Journal of Materials Processing Technology**, v.106, pp. 99-106, 2000.

MCCARTNEY D. G.; WILLS, V. A. A finite element model of alloy solidification incorporating velocity-dependent growth temperatures, **Applied Mathematical. Modelling**, v.12, pp.354-361, 1988.

MIYASHITA, Y.; MIYAHARA, S.; UENO, Y.; ISHIKAWA, M.; HONDA, A. Development and metallurgical analysis of the horizontal continuous casting, **Nippon Kokan K.K., Fukuyama Research Lab.**, pp.293-299, 1979.

MOURA, I. T. L.; SILVA, C. L. M.; CHEUNG, N.; GOULART, P. R.; GARCIA, A.; SPINELLI, J. E. Cellular to dendritic transition during transient solidification of a eutectic Sn 0.7wt%Cu solder alloy, **Materials Chemistry and Physics**, v.132, p. 203-209, 2012.

NISHIDA, Y.; MATSUBARA, H. Effect of pressure on heat transfer at the metal mould-casting interface, **British Foundryman**, pp.274-278, 1976.

OSÓRIO W. R.; GARCIA A. Modeling dendritic structure and mechanical properties of Zn-Al alloys as a function of solidification condition, **Materials Science Engineering A**, v. 325, pp. 103-11, 2002.

OSÓRIO, W. R.; ROSA, D. M.; PEIXOTO, L. C., GARCIA, A. Cell/dendrite transition and electrochemical corrosion of Pb–Sb alloys for lead-acid battery applications, **Journal of Power Sources**, v.196, 6567–6572, 2011.

OSÓRIO, WISLEI R.; FREIRE, CELIA M.; CARAM, RUBENS; GARCIA, AMAURI. The role of Cu-based intermetallics on the pitting corrosion behavior of Sn-Cu, Ti-Cu and Al-Cu alloys. **Electrochimica Acta**, v. 77, p. 189-197, 2012.

PASCHKIS, V.; BAKER, H.D. A method for determining unsteady-state heat transfer by means of an electrical analogy, **Transactions of the A.S.M.E.**, pp.105-112, 1942.

PIWONKA, T.S., WOODBURY, K.A., WIEST, J.M. Modeling casting dimensions: effect of wax rheology and interfacial heat transfer, **Materials and Design**, v.21, pp. 365-372, 2000.

POIRIER, D.R.; YEUN, K.; MAPLES, A. C.; A Thermodynamic Prediction for Microporosity Formation in Aluminium-Rich Al-Cu Alloys, **Metallurgical and Materials Transactions A**, v.18, pp. 1979-1987, 1987.

QUARESMA, J. M. V.; SANTOS, C. A.; GARCIA, A. Correlation between unsteady-state solidification conditions, dendrite spacings and mechanical properties, **Metallurgical and Materials Transactions**, v. 31A, pp.3167-3178, 2000.

RAGONE, D. V.; ADAMS, C. M.; TAYLOR, H. F. A new method for determining the effect of solidification range on fluidity, **Transactions AFS**, v.64, pp.653-657, 1956.

RAJEEV, K.; DAS, S. A numerical study for inward solidification of a liquid contained in cylindrical and spherical vessel, **Thermal Science**, v.14, n.2, pp. 365-372, 2010.

REDDY, G.S.; MASCARENHAS W.J.; REDDY J.N. Numerical simulation of solidification molten aluminum alloys in cylindrical molds, **Metallurgical Materials Transactions B**, v.24 b, pp. 677-684, 1993.

RILEY, D.S.; SMITH, F.T.; POOTS, G. The inward solidification of spheres and circular cylinders. **International Journal of Heat Mass Transfer**, v.17, pp. 1507-1516, 1974.

ROCHA, O. F. L.; SIQUEIRA C. A.; GARCIA A. Cellular/dendritic transition during unsteady-state unidirectional solidification of Sn-Pb alloys. **Materials Science and Engineering A**, v. 347, pp. 59-69, 2003a.

ROCHA, O. F. L.; SIQUEIRA C. A.; GARCIA, A. Theoretical-experimental analysis of the cellular/dendritic transition during unidirectional solidification of Sn-Pb Alloys, **Materials Research**, v. 5, n. 3, pp.391-397, 2002.

ROCHA, O.F.L.; SIQUEIRA, C.A.; GARCIA, A. Heat flow parameters affecting dendrite spacings during unsteady-state solidification of Sn-Pb and Al-Cu alloys. **Metallurgical and Materials Transactions**, v. 34A, pp.995-1006, 2003.

RODRIGUEZ, J.M.; ESTEVA, A.; MEZA, S. A note on the control of the solidification front in the continuous casting of copper tubes, **Journal of Processing Technology**, v.96, pp. 42-47, 1999.

ROSA, D.M.; SPINELLI, J.E.; FERREIRA, I.L.; GARCIA, A. Cellular growth during transient directional solidification of Pb-Sb alloys. **Journal of Alloys and Compounds**, v.422, pp. 227-238, 2006.

ROSA, D.M.; SPINELLI, J.E.; FERREIRA, I.L.; GARCIA, A. Cellular/Dendritic transition and microstructure evolution during transient directional solidification of Pb-Sb alloys. **Metallurgical and Materials Transactions A**, v.39A, pp. 2161-2173, 2008.

SANTOS R.G.; GARCIA A. Analytical technique for the determination of solidification rates during the inward freezing of cylinders. **Journal of Materials Science.**, v18, pp. 3578-3590, 1983.

SANTOS, C. A.; QUARESMA, J. M. V.; GARCIA, A. Determination of transient interfacial heat transfer coefficients in chill mold castings, **Journal of Alloys and Compounds**, v. 319, pp.174-186, 2001.

SANTOS, C. A.; SIQUEIRA, C.A.; QUARESMA, J.M.V.; SPIM, J.A.; GARCIA, A. Metal/mold heat transfer coefficients during horizontal and vertical unsteady-state solidification of Al-Cu and Sn-Pb alloys, **Proceedings of the 4th International Conference on Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice**, Brazil, pp.275-282, 2002.

SANTOS, C.A.; SIQUEIRA, C.A.; QUARESMA, J.M.V.; SPIM, J.A.; GARCIA, A. Metal/mold heat transfer coefficients during horizontal and vertical unsteady-state solidification of Al-Cu and Sn-Pb alloys, **Journal of Inverse Problems in Science and Engineering**, v.12, n.3, pp.279-296, 2004.

SANTOS, R.G.; GARCIA A. Thermal behavior during the inward solidification of cylinders and spheres and the correlation with structural effects. **International Journal of Cast Metals Research**, v11, pp. 187 -195, 1998.

SCHEIL, E. Beitrag zum problem der blockseigerung, **Metallforschung**, v.2, pp.69-75, 1947.

SHA, M.H.;WANG, T.M.; LI, L.; LI, T.J.; JIN, J.Z. Numerical simulation of horizontal continuous casting process of round copper billet with electromagnetic stirring, **International Journal of Cast Metals Research**, v.24, pp. 197-202, 2011.

SIQUEIRA, C. A.; CHEUNG, N.; GARCIA, A. The columnar to equiaxed transition during solidification of Sn-Pb alloys, **Journal of Alloys and Compounds**, v.351, pp.126-34, 2003.

SOUZA, E.; CHEUNG, N.; SANTOS, C.; GARCIA, A. Factors affecting solidification thermal variables along the cross-section of horizontal cylindrical ingots. **Materials Science Engineering, A**, v.397, p. 239-248, 2005.

SOUZA, E.N.; CHEUNG, N.; SANTOS, C.A.; GARCIA, A. The variation of the metal/mold heat transfer coefficient along the cross section of cylindrical shaped casting, **Proceedings of the Inverse Problems: Design and Optimization Symposium**, Rio de Janeiro, in press, 2004.

SOUZA, E.N.; SANTOS, C.A.; SPIM, J. A.; GARCIA, A. Correlação entre parâmetros térmicos e microestruturas de solidificação no lingotamento contínuo horizontal de ligas não-ferrosas, **Anais do XV Congresso Brasileiro de Ciências dos Materiais – CBECIMAT**, Natal, 2002.

SPANDRI, R. Sintonia de controladores regulatórios, **Boletim Técnico da Petrobrás**, n.46, pp. 383-410/2003, 2003.

SPIM J. A. AND GARCIA A. Numerical analysis of solidification of complex shaped bodies: coupling of mesh elements of different geometries, **Materials Science Engineering A**, v. 277, pp. 198-205, 2000.

SPINELLI, J. E. ; CHEUNG, N.; GOULART, P. R.; QUARESMA, J. M.V.; GARCIA, A. Design of mechanical properties of Al-alloys chill castings based on the metal/mold interfacial heat transfer coefficient, **International Journal of Thermal Sciences**, v. 51, p. 145-154, 2012.

SUSAC, F.; OHURA, K.; BANU, M.; MAKINOCHI, A. Determination of heat transfer coefficient and air *gap* in aluminum casting by numerical and experimental approaches. **Research report of VCAD System Research**, 2009.

SUZUKI, A.; NAGAOKA, Y. Dendrite morphology and arm spacing of steels, **Journal of the Japan Institute of Metals**, v.33, pp. 658 – 663, 1969.

SWAMINATHAN, C. R.; Voller, V. R. A general enthalpy method for modeling solidification processes. **Metallurgical Transactions B**, v. 23 B, pp. 651-664, 1992.

TARZIA, D. A. A bibliography on moving-free boundary problems for the heat-diffusion equation- The Stefan and related problems. **Conferencias, Seminarios y Trabajos de Matemática, Faculdade de Ciencias Empresariales, Universidade Austral**, Rosario, Argentina, 2000.

TOOTHILL, D. Horizontal continuous casting of steel billets: Solidification Technology in the Foundry and Cast-house, **The Metals Society**, pp.544-550, 1983.

TROVANT, M.; ARGYROPOULOS, S. Finding boundary conditions: a coupling strategy for the modeling of metal casting processes: part I. experimental study and correlation development. **Metallurgical and Materials Transactions B**, v.31B, p.75-86, 2000.

TROVANT, M.; ARGYROPOULOS, S. The implementation of a mathematical model to characterize mold metal interface effects in metal casting, **Canadian Metallurgical Quarterly**, v.37, n.3-4, pp.185-196, 1998.

VISKANTA, R. Heat transfer during melting and solidification of metals, **Journal of Heat Transfer**; v.110, pp.1205-1219, 1988.

VOLLER, V. R.; CROSS, M. Accurate solutions of moving boundary problems using the enthalpy method, **International Journal of Heat Mass Transfer**, v.24, pp.545-556, 1981.

VOSS, M. J.; TSAI, H. L. Effects of the rate of latent heat release on fluid flow and solidification patterns during alloy solidification, **International Journal of Engineering Science**, v.34, n.6, pp.715-737, 1996.

WEBBERE, F. J.; HARVEY, J. D. Solidification of steel bar cast incrementally in a horizontal mold, **General Motors Research Laboratories**, pp.286-292, 1980.

WILLS, V. A.; MCCARTNEY, D. G. Modelling the dendritic solidification using finite element method, **Materials Science and Technology**, v. 8, pp. 114-122, 1992.

YEUNG, W. K.; LAM, T. T. Second order finite difference approximation for inverse determination of thermal conductivity, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.39, pp.3685-3693, 1996.

ZAL'TSMAN, E.S.; KOBYSHEV, A.A. Solution of inverse problem of solidification of a cylindrical ingot. **Journal of Engineering Physics and Thermophysics**, v.69, n4, pp. 515-521, 1996.

ZHANG, Y. P.; SU, J. Y. Modeling on solidification process of horizontal continuous casting of round iron bars, **AFS Transactions**, pp.1-5, 2001.

ZHIMING, Y.; XINTAO, L.; KAI, Q.; ZHIQIANG, C.; XIAOLI, Z.; TINGJU, L. Study on horizontal electromagnetic continuous casting of CuNi10Fe1Mn alloy hollow billets, **Materials and Design**, v.30, pp. 2072-2076, 2009

ZIV, I.; WEINBERG, F. The columnar-to-equiaxed transition in Al-3pctCu, **Metallurgical Transactions B**, v.20B, pp.731-734, 1989.

Livros

CALLISTER, W. D. **Ciência e Engenharia dos Materiais**, John Wiley & Sons, ed. 5, Rio de Janeiro, 2000.

CAMPBELL, J. **Castings**, Butherworth Heinemann, London, 1991.

CRISTINA, C. **Métodos numéricos**, Campinas - SP, Editora Unicamp, 2000.

DUSINBERRE, G. M. **Numerical Analysis of Heat Flow**, McGraw-Hill book company, 1949.

FLEMINGS, M. C. **Solidifications Processing**, McGraw-Hill, New York, 1974.

GARCIA, A. **Solidificação: Fundamentos e Aplicações**, editora da Unicamp, São Paulo, Brasil, 2ª. Edição, 2007.

INCROPERA, F. P., et al. **Fundamentos de Transferência de calor e de massa**. Editora LTC, Rio de Janeiro, 2008.

KURZ, W.; FISHER, D. J. **Fundamentals of Solidification**, Trans Tech Publications, Switzerland, 1984.

OHNO, A. **Solidificação dos Metais**, Livraria Ciência e Tecnologia Editora Ltda, São Paulo, 1988.

ÖZISIK, M. N. **Finite Difference Methods in Heat Transfer**, CRC press, Boca Raton, 1994.

POIRIER, D.R.; Poirier, E.J. **Heat Transfer Fundamentals for Metals Casting**, The Minerals, Metals and Materials Society, 1994.

PEHLKE, R.D. **Continuous Casting**, ASM Handbook-casting. v.15, 9a ed., pp.308-316, 1992.

RUDDLE, R. W. **The Solidification of Castings**, 2nd ed., Institute of Metals, Series No. 7, 1957.

SPIM, J.A. **Modelagem Numérica**, Apostila de curso do Laboratório de Fundição-Lafun-UFRGS, 2001.

THERMO-CALC SOFTWARE, v.4, Stockholm, Sweden, 2008.

VEINICK, A. I. **Thermodynamics for the foundryman**, McLaren and Son LTD, 1968.

Teses

Garcia, Amauri. **Desenvolvimento e verificação experimental de um modelo matemático para análise da solidificação de metais**. 1978, Tese de Doutorado, Unicamp, Campinas.

Medeiros, M. D. **Influência do Superaquecimento no Comportamento Térmico de Sistemas Metal/Molde Durante a Solidificação**, Dissertação de Mestrado, Unicamp, Campinas, 1979.

Santos, Rezende Gomes dos. **Solidificação sob condições de fluxo de calor radial**. 1985, Tese de livre docência, Unicamp, Campinas,

Souza, Eduardo Netto de. **Desenvolvimento de um equipamento de lingotamento contínuo horizontal para metais não-ferrosos**, 1997, Dissertação de Mestrado, UFRGS, Porto Alegre.

Souza, Eduardo Netto de. **Análises Teórica e Experimental do Fluxo de Calor Variacional na Solidificação de Cilindros Horizontais e sua Correlação com Características Estruturais**. Tese de Doutorado, Unicamp, Campinas, 2004.