



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Faculdade de Engenharia Mecânica

PAOLA GONZALEZ RAMOS

VIBRAÇÃO DE VIGA LONGA DEFORMADA E CONTROLADA POR
CABO TRATOR

Campinas

2017



PAOLA GONZALEZ RAMOS

VIBRAÇÃO DE VIGA LONGA DEFORMADA E CONTROLADA POR
CABO TRATOR

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia
Mecânica da Universidade Estadual de Cam-
pinas como parte dos requisitos exigidos para a
obtenção do título de Doutora em Engenharia
Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e
Projeto Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Roberto Gardel Kurka

ESTE EXEMPLAR CORRES-
PONDE À VERSÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA PELO ALUNO
PAOLA GONZALEZ RAMOS, E
ORIENTADA PELO PROF. DR.
PAULO ROBERTO GARDEL
KURKA

Campinas

2017

Agência(s) de fomento e nº(s) de processo(s): CNPq, 141488/2013-1

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da área de Engenharia e Arquitetura
Luciana Pietrosanto Milla - CRB 8/8129

Gonzalez Ramos, Paola, 1987-
G589v Vibração de viga longa deformada e controlada por cabo tração / Paola
Gonzalez Ramos. – Campinas, SP : [s.n.], 2017.

Orientador: Paulo Roberto Gardel Kurka.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de
Engenharia Mecânica.

1. Vibração - Controle. 2. Vigas. 3. Método dos elementos finitos. 4.
Controle robusto. I. Kurka, Paulo Roberto Gardel, 1958-. II. Universidade
Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Vibration control of a long and deformed beam through a traction
cable

Palavras-chave em inglês:

Vibration - Control

Beams

Finite element method

Robust control

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titular: Doutora em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Paulo Roberto Gardel Kurka [Orientador]

Armando Antônio Maria Lagan

Luiz Cláudio Marangoni de Oliveira

Eric Fujiwara

Ely Carneiro de Paiva

Data de defesa: 03-05-2017

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS INTEGRADOS

TESE DE DOUTORADO

**Vibração de viga longa deformada e controlada
por cabo trator**

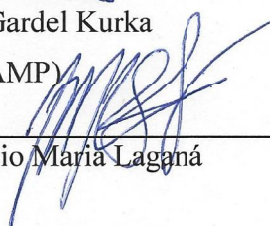
Autor: Paola Gonzalez Ramos

Orientador: Paulo Roberto Gardel Kurka


A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Tese:



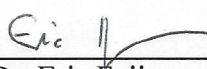
Prof. Dr. Paulo Roberto Gardel Kurka
(Presidente, FEM/UNICAMP)



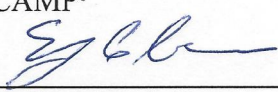
Prof. Dr. Armando Antônio Maria Laganá
USP/Poli/SP



Prof. Dr. Luiz Cláudio Marangoni de Oliveira
IFSP/Hortolândia/SP



Prof. Dr. Eric Fujiwara
FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Ely Carneiro de Paiva
FEM/UNICAMP

Dedico este trabalho a minha avó Cecília e minha mãe Yaneth, pelo apoio e carinho que sempre me ofereceram nesta etapa de minha vida.

Agradecimentos

Agradeço a Deus por permitir ser parte de esta experiência.

Agradeço a meu orientador Prof. Paulo Kurka pelo apoio e conhecimento.

Agradeço a Oscar Rojas pela amizade e carinho que me ofereceu, pela ajuda, conselhos e apoio que sempre estiveram presentes nesta etapa de minha vida.

Agradeço a Jaime Izuka pelo apoio, orientações e conselhos que sempre me deu no desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço a minha família e amigos em Colômbia e USA pelo apoio e conselhos.

Agradeço a meus amigos Paula, Beto, German, Diana, Suranny, Ramiro, Andres, Angie, Sabrina, Sebastian, Adriana, Juliana Momoe, Miriam entre outros pelo apoio e os momentos compartilhados.

Agradeço a meus colegas da faculdade pelo apoio e ajuda.

Agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico (CNPq), Fundações Brasileiras de Apoio à Pesquisa, por patrocinar este trabalho.

*“Não há nada impossível;
há só vontades mais ou menos enérgicas.”*
(Júlio Verne)

Resumo

Ambientes de difícil acesso como penhascos e terrenos com declives podem ser explorados por meio de veículos com manipuladores do tipo vigas flexíveis de grandes deformações e com seção transversal variada. O mecanismo de modificação da geometria da viga consiste em sua deformação através de um cabo preso em sua extremidade, que é tracionado pela ação de um servo motor. A alta flexibilidade deste tipo de manipulador o torna sujeito a grandes vibrações causadas pelo ambiente e pelo movimento do veículo que o transporta. Para estabilizar e minimizar os efeitos dos distúrbios nesse tipo de manipulador, propõe-se um controle de vibração robusto baseado no algoritmo H_1 , aplicado ao motor e cabo de tração. O ganho do controle é calculado com o auxílio de um modelo dinâmico da viga, composto de um pequeno número de elementos finitos adaptativos. O modelo dinâmico da viga baseia-se em uma configuração de sua deflexão estática, que é calculada por meio de equações diferenciais não lineares. Os resultados das simulações numéricas e implementações experimentais da estratégia de controle proposta apresentam atenuações na amplitude da vibração da ponta da haste ao sofrer uma brusca variação de posição e uma diminuição de 70% do tempo de estabilização quando submetida a uma entrada impulso no corpo da estrutura do manipulador.

Palavras-chaves: Controle de vibração ativa; Vigas flexíveis com seção transversal variável; Método dos elementos finitos; Controle Robusto.

Abstract

Difficult access environments such as cliffs sides and terrain with slopes can be explored by means of vehicles with manipulators whose structure is based on flexible beams with large deformations and varied cross-section. The mechanism for modifying the geometry of the beam consists of its deformation through a cable attached at its end, which is driven by the action of a servo motor. The high flexibility of this type of manipulator makes it subject to great vibrations caused by the environment and the movement of the vehicle that carries it. To stabilize and minimize the effects of disturbances in this type of manipulator, we propose a robust vibration control based on the H_1 algorithm, applied to the motor and traction cable. The gain of the control is calculated from a dynamic beam model composed of a small number of adaptive finite elements. The dynamic beam model geometry is based on a configuration of its static deflection, which is calculated by nonlinear differential equations. The results of the numerical simulations and experimental implementations of the proposed control strategy show attenuations in the amplitude of the vibration of the rod tip when undergoing a sudden variation of position, and a reduction of 70% of the stabilization time when subjected to a pulse input in the body of the manipulator structure.

Keywords: Active vibration control; Flexible beams with variable cross section; Finite Element Method; Robust Control.

Lista de ilustrações

| | |
|---|----|
| Figura 1 – Modelo do veículo explorador com braço flexível. | 20 |
| Figura 2 – Modelos de estruturas com controle de vibração por tendão encontradas na literatura. (a) (NUDEHI et al., 2006). (b) (ISSA et al., 2010). | 23 |
| Figura 3 – Análise de deflexão da viga (IZUKA, 2013). | 27 |
| Figura 4 – Análise da seção $\overline{23}$ (IZUKA, 2013). | 28 |
| Figura 5 – Diâmetro entre a seção $x(s)$ e $x(L)$ (IZUKA, 2013). | 30 |
| Figura 6 – Análise da seção $\overline{12}$ (IZUKA, 2013). | 31 |
| Figura 7 – Malha de elementos finitos. | 33 |
| Figura 8 – Sistemas de coordenadas do elemento viga (IZUKA, 2013). | 34 |
| Figura 9 – Sensor implementado. | 36 |
| Figura 10 – Circuito de acondicionamento do sensor. | 37 |
| Figura 11 – Cálculo da constante elástica do sensor. | 38 |
| Figura 12 – Equação do sensor e cálculo da histerese. | 38 |
| Figura 13 – Repetibilidade. | 39 |
| Figura 14 – Atuador. | 41 |
| Figura 15 – Circuito de conexão entre a placa NI PCI 6229 e o driver do atuador. . . | 42 |
| Figura 16 – Configuração de acionamento do driver do atuador para controle de torque.(PANASONIC, 2004) | 42 |
| Figura 17 – Entrada de tensão ao motor. | 43 |
| Figura 18 – Saída de tensão do sensor. | 43 |
| Figura 19 – Saídas do modelo estimado e medido. | 44 |
| Figura 20 – Modelo do sistema controlado. | 48 |
| Figura 21 – Configuração das funções de ponderação no sistema em frequência. . . . | 52 |
| Figura 22 – Configuração do sistema em malha fechada da estratégia de controle H_1 . | 53 |
| Figura 23 – Comparação da resposta em frequência do sistema em malha aberta e fechada. | 57 |
| Figura 24 – Diagrama de blocos do projeto de controle de vibração. | 59 |
| Figura 25 – Configuração da deformação estática. | 63 |
| Figura 26 – <i>Configurações da haste para o teste estático. (a) Inclinação 0°, (b) Inclinação 30°, (c)Inclinação 60°</i> | 64 |
| Figura 27 – Teste modal da haste com as posições usadas para excitar a estrutura. . | 66 |

| | | |
|-------------|---|----|
| Figura 28 – | <i>Configurações usadas para o primeiro teste dinâmico. (a) Configuração 1 (0,0N). (b) Configuração 2 (0,99N). (c) Configuração 3 (1,98N). (d) Configuração 4 (2,93N). (e) Configuração 5 (4,02N). (f) Configuração 6 (5,18N).</i> | 66 |
| Figura 29 – | <i>Configurações usadas para o segundo teste dinâmico. (a) Configuração 1 (0,0N). (b) Configuração 2 (0,99N). (c) Configuração 3 (1,98N). (d) Configuração 4 (2,93N). (e) Configuração 5 (4,02N). (f) Configuração 6 (5,18N).</i> | 67 |
| Figura 30 – | Configuração experimental para o controle de vibração ativo. | 68 |
| Figura 31 – | Esquema de conexão do sistema. | 68 |
| Figura 32 – | Primeiro caso do teste experimental do controle de vibração. (a) Posição 1 da haste flexível, (b) Posição 2 da haste flexível | 69 |
| Figura 33 – | Segundo caso do teste experimental do controle de vibração. (a) Haste submetido a uma força, (b) Liberando a haste da força concentrada | 70 |
| Figura 34 – | Comparação das deformações estáticas teórica e experimental. (IZUKA, 2013) (a) Inclinação de 0°, (a) Inclinação de 30°, (c) Inclinação de 60° | 74 |
| Figura 35 – | Ângulo de inclinação 0° e força de tração variável. (IZUKA, 2013) . . . | 75 |
| Figura 36 – | <i>Modos de vibrar da estrutura com inclinação 0 e deformação da configuração 2. (IZUKA, 2013) (a) Modo de vibração 1 e 2. (b) Modo de vibração 3 e 4. (c) Modo de vibração 5 e 6. (d) Modo de vibração 7 e 8. (e) Modo de vibração 9 e 10.</i> | 78 |
| Figura 37 – | Frequências naturais da haste obtidas a partir do experimento com o excitador eletromagnético. (a) Configuração 0. (b) Configuração 1. (c) Configuração 2. (d) Configuração 3. (e) Configuração 4. (f) Configuração 5. | 80 |
| Figura 38 – | Respostas do sistema em simulação a uma entrada de mudança de posição. (a) Sinal de saída do sensor em malha aberta. (b) Sinal de saída do sensor em malha fechada. (c) Sinal de entrada como distúrbio. (d) Entrada ao motor em malha fechada. | 82 |
| Figura 39 – | Respostas da simulação a uma entrada impulso. (a) Sinal de saída do sensor em malha aberta. (b) Sinal de saída do sensor em malha fechada. (c) Sinal de entrada ao motor em malha fechada. | 83 |
| Figura 40 – | Respostas experimentais do sistema ao variar de posição da ponta da vara. (a) Sinal de saída do sensor em malha aberta. (b) Sinal de saída do sensor em malha fechada. (c) Sinal de entrada ao motor em malha fechada. | 84 |
| Figura 41 – | Respostas experimentais do sistema a uma entrada impulso. (a) Sinal de saída do sensor em malha aberta. (b) Sinal de saída do sensor em malha fechada. (c) Sinal de entrada ao atuador em malha fechada. | 85 |

Lista de tabelas

| | |
|---|----|
| Tabela 1 – Coleta de dados do sensor para modelamento. | 40 |
| Tabela 2 – Propriedades físicas da haste. | 61 |
| Tabela 3 – Propriedades de funcionamento e físicas do excitador eletromecânico. | 62 |
| Tabela 4 – Propriedades de funcionamento e físicas dos acelerômetros. | 62 |
| Tabela 5 – Propriedades de funcionamento do motor. | 63 |
| Tabela 6 – <i>Frequências naturais calculadas teoricamente pelo método de elementos finitos.</i> (IZUKA, 2013) | 76 |
| Tabela 7 – Frequências naturais obtidas experimentalmente. (IZUKA, 2013) | 76 |
| Tabela 8 – Frequências naturais obtidas experimentalmente usando o excitador eletromecânico. | 79 |

Lista de abreviaturas e siglas

| | |
|--|---|
| A | Posição relativa à base da viga [m]. |
| A_{SG} | Matriz que contem a dinâmica da haste flexível, cabo e o atuador. |
| A_m | Matriz que contem a dinâmica do motor. |
| A_p, A_d, A_u | Matrizes que contem a dinâmica dos filtros de ponderação. |
| B_w, \mathbf{B}_u | Matriz de entrada das forças exógenas e vetor de entrada da força do atuador. |
| \mathbf{B}_m | Vetor de entrada ao motor. |
| $\mathbf{B}_p, \mathbf{B}_d, \mathbf{B}_u$ | Vetores de entrada dos filtros de ponderação. |
| $\mathbf{b}_w, \mathbf{b}_{fa}$ | Vetores conformados por 0 e 1 para o nó da entrada do distúrbio e da força de entrada do atuador. |
| b_x, b_y | Projeções horizontais e verticais [m]. |
| $C_{1SG}, \mathbf{C}_{2SG}$ | Matriz onde se define o objetivo de desempenho e vetor de saída do sistema. |
| \mathbf{C}_m | Vetor de saída do motor. |
| $\mathbf{C}_p, \mathbf{C}_d, \mathbf{C}_u$ | Vetores de saída dos filtros de ponderação. |
| D | Diâmetro da seção transversal variável [m]. |
| D | Matriz de amortecimento [Ns/m]. |
| D_{1w}, \mathbf{D}_{1u} | Matriz e vetor onde se definem o objetivos de desempenho. |
| \mathbf{D}_{2w}, D_{2u} | Vetor e escalar de saída do sistema. |
| D_2, D_3 | Diâmetros internos da seção transversal variável [m]. |
| d | Sinal de distúrbio [m]. |
| $d_i n$ | Sinal de distúrbio filtrado [m]. |
| I | Momento de inercia de área [m4]. |

| | |
|----------------------------|---|
| J | Momento de inercia [m ² Kg]. |
| E | Modulo de elasticidade [N/m ²]. |
| e | Vetor de entrada ao controlador. |
| \mathbf{F}, \mathbf{F}_a | Vetor que contém a força de controle aplicado pelo cabo de tração [N]. |
| F_s | Força de deformação [N]. |
| G | Módulo de cisalhamento [Pa]. |
| g | Aceleração gravitacional [m/s ²]. |
| K | Matriz de rigidez [N/m]. |
| K_e, \bar{k}_e | Matriz de rigidez do elemento em coordenada global e local [N/m]. |
| L, L_c | Comprimento total da viga, comprimento do cabo na condição não deformada [m]. |
| M | Momento [Nm]. |
| M_2, M_3 | Momento externo no ponto 2 e 3 [Nm]. |
| M | Matriz de massa [kg]. |
| M_e, \bar{m}_e | Matriz de massa do elemento em coordenada global e local [kg]. |
| P_2, P_3 | Força do cabo em tensão, Força na ponta da haste [N]. |
| \mathbf{q} | Graus de liberdade da modelagem de elementos finitos. |
| R_e, \mathbf{r}_e | Vetor que contem os graus de liberdade global e local do elemento [m]. |
| s | Arcotangente medido do ponto 1 ate um ponto genérico [m]. |
| T | Torque de saída do motor [Nm]. |
| T | Matriz de transformação de coordenada local para global. |
| T_e | Energia cinética [J]. |
| U | Energia de deformação [J]. |
| \mathbf{v} | Vetor de estados do sistema. |
| v_s | Sinal de saída do sensor [V]. |

| | |
|--|--|
| \mathbf{u} | Força do atuador [N]. |
| \mathbf{u}_{out} | Força do atuador filtrada [N]. |
| u | Taxa de comprimento de arco $\left(u = \frac{s}{L}\right)$. |
| W_d | Filtro passa baixo procura uma maior atenuação do distúrbio na região de interesse. |
| W_n | Parâmetro de magnitude de ruído na medição. |
| W_p | Filtro passa baixo procura uma maior atenuação de vibração na região de interesse. |
| W_u | Filtro passa alto procura eliminar o esforço de controle fora da região de interesse. |
| w | Peso próprio da viga [Kg]. |
| \mathbf{w} | Vetor com a força de distúrbio exógena [N]. |
| \mathbf{x} | Vetor de estados da coordenada da estrutura de elementos finitos. |
| x | Coordenada horizontal da extremidade da viga [m]. |
| \mathbf{x}_m | Vetor de estados do motor. |
| $\mathbf{x}_p, \mathbf{x}_d, \mathbf{x}_u$ | Vetores de estados dos filtros de ponderação. |
| \mathbf{y} | Sinal de saída que representa o deslocamento da ponta da haste [m]. |
| y | Coordenada vertical da extremidade da viga [m]. |
| \mathbf{z} | Vetor de desempenho que representa o sinal de reposta a ser controlado. |
| \mathbf{z}_1 | Sinal de saída da estrutura a ser medida [N]. |
| $\mathbf{z}_{1_{out}}$ | Sinal de saída da estrutura a ser medida filtrada [N]. |
| β_2, β_3 | Ângulos de inclinação das forças em que a estrutura está submetida [Rd]. |
| ι | Parâmetro utilizado para estimar o amortecimento proporcional multiplica a matriz rigidez. |
| σ | Parâmetro utilizado para estimar o amortecimento proporcional multiplica a matriz massa. |

| | |
|------------------|---|
| ξ | Variável do comprimento local. |
| ρ | Densidade [kg/m3]. |
| ψ_2, ψ_3 | Ângulos de curvatura da estrutura deformada [Rd]. |
| Γ | Função do ângulo de curvatura da viga. |

Sumário

| | | |
|---------|--|----|
| 1 | INTRODUÇÃO | 19 |
| 1.1 | Apresentação | 19 |
| 1.2 | Revisão da literatura | 21 |
| 1.2.1 | Modelo estático e dinâmico de estruturas flexíveis | 22 |
| 1.2.2 | Controle de estruturas flexíveis | 22 |
| 1.3 | Contribuição da tese | 24 |
| 1.4 | Objetivos | 24 |
| 1.5 | Organização do texto | 24 |
| 2 | MODELO DOS COMPONENTES DO SISTEMA | 26 |
| 2.1 | Introdução | 26 |
| 2.2 | Modelo da haste com seção transversal variável e peso próprio, deformada por cabo | 26 |
| 2.2.1 | Modelamento estático da haste | 27 |
| 2.2.1.1 | Análise da seção $\overline{23}$ | 28 |
| 2.2.1.2 | Análise da seção $\overline{12}$ | 30 |
| 2.2.2 | Modelo dinâmico da haste deformada através de malha adaptativa sim- plificada | 32 |
| 2.3 | Modelo do sensor | 36 |
| 2.4 | Modelo do motor | 41 |
| 2.5 | Conclusão | 45 |
| 3 | ESTRATÉGIA DE CONTROLE DE VIBRAÇÕES | 47 |
| 3.1 | Introdução | 47 |
| 3.2 | Modelo do sistema geral | 48 |
| 3.3 | Truncamento do modelo do sistema geral | 49 |
| 3.4 | Filtros de ponderação | 50 |
| 3.5 | Controle H_1 | 53 |
| 3.6 | LMI – Sistema Dinâmico | 55 |
| 3.7 | Controlador | 56 |
| 3.8 | Conclusão | 57 |
| 4 | DESCRIÇÃO DA PLATAFORMA EXPERIMENTAL | 60 |
| 4.1 | Introdução | 60 |
| 4.2 | Modelo da estrutura flexível | 61 |
| 4.3 | Caraterização estática | 62 |

| | | |
|-------|--|--------|
| 4.4 | Caraterização dinâmica | 65 |
| 4.5 | Configuração experimental para o controle de vibração | 67 |
| 4.6 | Conclusão | 70 |
| 5 | RESULTADOS E DISCUSS ES | 72 |
| 5.1 | Introdução | 72 |
| 5.2 | Comparação dos resultados teóricos e práticos do modelo estático | 73 |
| 5.3 | Comparação dos resultados teóricos e práticos do modelo dinâmico | 75 |
| 5.4 | Controle de vibração | 81 |
| 5.4.1 | Resultados da simulação | 81 |
| 5.4.2 | Resultados da prova experimental | 83 |
| 5.5 | Conclusão | 85 |
| 6 | CONCLUS ES | 87 |
| 7 | PUBLICAÇ ES | 89 |
| 7.1 | Publicações em revista | 89 |
| 7.2 | Participações em congressos | 89 |
| | Referências | 91 |
| | Anexos | 94 |
| | ANEXO A Valores numéricos do modelo de estados do sistema reduzido, 3.2 | 95 |
| | ANEXO B Valores numéricos das funções de ponderação, Eqs 3.3-3.5. . . | 97 |
| | ANEXO C Valores numéricos do modelo de estados do controlador, Eq 3.22 | 99 |

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O modelo e o controle de vibração de uma estrutura flexível com seção transversal variável é proposta neste trabalho de doutorado. Uma aplicação prática deste tipo de estrutura é a utilização como suporte de câmeras e sensores para a exploração de ambientes hostis e de difícil acesso, em veículos autônomos de superfície, como os usados tipicamente na exploração espacial. Atualmente, tais veículos usam estruturas rígidas para evitar que grandes oscilações sejam transferidas da base do suporte até a câmera. Esta configuração rígida limita o alcance de aproximação da câmera, além de aumentar significativamente o peso estrutura.

1.1 Apresentação

Veículos de exploração executam uma função essencial na investigação de ambientes de difícil acesso. Veículos aéreos não tripulados, conhecidos como UAV (unmanned aerial vehicle), equipados com câmeras, aplicam o método de visão estereoscópica para fazer navegações autônomas (HIRSCHMÜLLER et al., 2015), (SCHMID et al., 2013). Robôs terrestres projetados para se movimentar em todo tipo de terreno, usam câmeras estéreo como sensor na exploração e mapeamento de espaços com obstáculos (HIRSCHMÜLLER et al., 2015), (SCHUSTER et al., 2016). Sistemas aquáticos utilizam o sistema de visão estéreo para detectar objetos submersos (OLEARI et al., 2014). Sistemas de exploração aptos para diferentes ambientes são cada vez mais robustos e eficientes.

Veículos terrestres de exploração geralmente contam com suportes de câmeras rígidos e curtos. As câmeras fixadas no próprio chassi do veículo, limitam o acesso a certos espaços, deixando evidente a necessidade de se projetar novos sistemas de exploração que permitam aumentar o alcance de sensores e câmeras.

Estruturas longas, flexíveis e de baixa massa são uma alternativa para o suporte de câmeras e sensores de exploração de ambientes. Algumas vantagens destes tipos de estrutura é a capacidade de observar amplos horizontes e a possibilidade de alcançar áreas de difícil acesso, como escarpas e depressões do terreno.

Aproveitando os benefícios das estruturas flexíveis, propõe-se engastar uma haste a uma base fixa de um veículo de exploração terrestre. A extremidade livre da haste é deformada pela contração de um cabo preso à polia de um motor, possibilitando o controle de seu posicionamento em diferentes posições no espaço. Uma idealização de tal sistema é apresentada na Figura 1. As desvantagens deste tipo de sistema são os grandes movimentos de vibração causados por distúrbios e forças externas. Na navegação do veículo em campo aberto, este problema compromete a captura de imagens e a coleta de dados dos instrumentos que se encontram na extremidade da haste flexível. Nesse contexto, a contribuição deste trabalho de doutorado é projetar e implementar um controle de vibração ativo, para diminuir o efeito oscilatório na haste flexível em tempo real. O mecanismo opera no momento em que a haste é deformada e posicionada pela força do motor que atua no cabo. O mesmo motor é usado para atuar mecanicamente, atenuando as vibrações da extremidade do cabo, baseando-se no sinal do controlador. A realimentação é feita através de um sensor de deformação instalado no cabo.

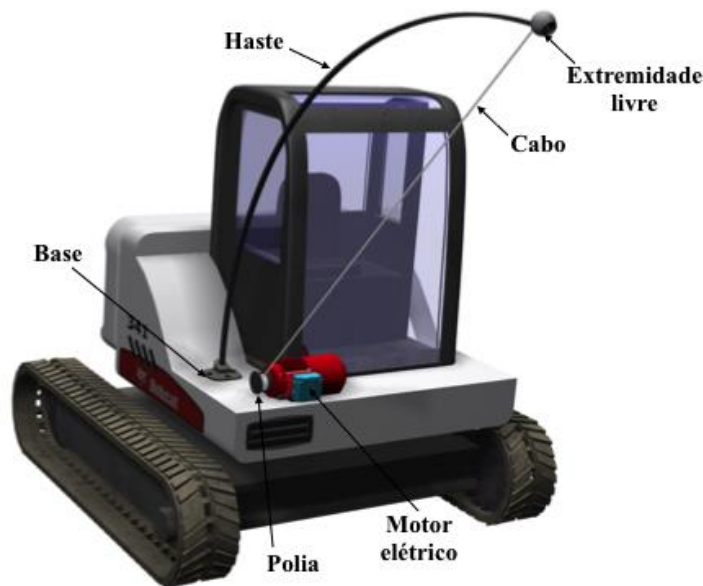


Figura 1 – Modelo do veículo explorador com braço flexível.

O modelo analítico da dinâmica da estrutura necessária para projetar a estratégia de controle, é proposto no trabalho de doutorado de Jaime Izuka (2013). O modelo estático de deformação não linear depende da solução de equações diferenciais não lineares. Para a solução dinâmica Kurka et al. (2016) desenvolve um modelo de viga longa, baseado na criação de

uma malha de elementos finitos de baixa ordem, adaptados a uma equação aproximada da deflexão estática de uma viga tracionada por um cabo. A vantagem desta solução é a capacidade de projetar o controlador para os modos de vibrar mais influentes no comportamento da viga (ISSA et al., 2010), (NUDEHI et al., 2006), (SHARMA et al., 2014).

Para o projeto do controlador, os modelos matemáticos da viga, cabo, atuador e sensor são considerados como um sistema único. A estratégia de controle utilizada é baseada na norma H_1 . Este controlador trabalha com a minimização da norma H_1 da matriz de transferência das entradas exógenas para a saída de desempenho (GAWRONSKI, 2004). O controlador H_1 é utilizado devido à vantagem da obtenção dos compromissos entre desempenho e robustez, combinando os conceitos de controle clássico e de otimização. Este tipo de controlador é utilizado na maioria dos sistemas onde se deseja um determinado desempenho em condições adversas, tais como erros de modelo e rejeição de distúrbios (TAPIAS, 2012). O método de desigualdades matriciais lineares (LMI-Linear Matrix Inequalities) é adotado para resolver o problema convexo do controlador. As LMI's são ferramentas matemáticas amplamente usadas na teoria de controle.

No projeto são empregados filtros de ponderação para aumentar a robustez do controlador e obter melhor estabilidade. O sinal de controle e desempenho é limitado pela frequência máxima de operação do servo motor AC.

O modelo da haste é calculado e validado nesse trabalho através de um protótipo com seção transversal variável. A haste é submetida a distúrbios exógenos onde a extremidade apresenta grandes deslocamento e vibração. Este comportamento é minimizado com o controle de vibração projetado em um modelo reduzido da haste, e é validado experimentalmente através da atuação dos dispositivos eletromecânicos.

1.2 Revisão da literatura

Manipuladores leves e flexíveis de veículos robóticos que navegam em ambientes externos suscetíveis a distúrbios são o objeto de estudo do presente trabalho. O problema consiste no seu modelamento e controle de vibração em condições adversas e tempo real. Inicialmente, estudou-se as metodologias utilizadas para determinar o equacionamento estático e os parâmetros dinâmicos da haste deformada. Estudou-se também os métodos de controle de vibração para vigas engastadas e estruturas deformadas por meio de tendões com atuadores, cujo objetivo é minimizar o comportamento oscilatório em vibrações livres, devido à condições iniciais, e em vibrações forçadas, devido a forças randômicas.

1.2.1 Modelo estático e dinâmico de estruturas flexíveis

Os modelos numéricos de vigas com grandes deformações são limitados às estruturas com seções transversais uniformes e alguns casos com cargas concentradas como (TIMOSHENKO; GERE, 1961) e (FRISCH-FAY, 1962). A flexibilidade de uma viga cônica foi considerada na análises estática do trabalho de Wang e Yang (2011), mas o objetivo dos autores foi investigar as condições de contorno da viga. Os modelos numéricos deste tipo de vigas precisam de uma grande discretização com milhares de graus de liberdade. A manipulação de modelos numéricos de grandes dimensões para obter os parâmetros de controle depende da convergência lenta e algoritmos de solução iterativa como verifica-se nos trabalhos de (OHTSUKI, 2001), (HOWELL, 2001), (AL-SADDER; AL-RAWI, 2006), (HOLLAND et al., 2006), (SHVARTSMAN, 2007), (HOLLAND et al., 2008).

Izuka (2013) apresenta na sua tese de doutorado o modelo estático e dinâmico de uma haste com grandes deformações e seção transversal variável. Este modelo é utilizado para projetar a estratégia de controle de vibrações do presente trabalho.

1.2.2 Controle de estruturas flexíveis

O controle de vibração para estruturas flexíveis pode ser projetado a partir de diferentes métodos. As aplicações mais comuns são para estruturas fixadas em uma extremidade (viga em balanço) e instrumentada com sensores e atuadores piezo elétricos. Neste caso, diversos métodos de controle de vibração são implementados. Abreu et al. (2012) usaram o controlador LQR Regulador Quadrático Linear, projetado a partir dos dois primeiros modos de vibrar de uma viga engastada. Khot M et al. (2013) projetaram um controlador PID-proporcional integral derivativo para gerar a força necessária para diminuir a vibração de uma viga. A proposta de Zhang et al. (2013) para minimizar o comportamento vibratório de estruturas flexíveis foi projetar um controle H_1 considerando funções de peso. Hao et al. (2014) consideraram um controle de vibração robusto com incertezas para estruturas flexíveis. Os autores determinaram a modelagem da estrutura usando o método dos elementos finitos e depois fizeram uma redução modal para projetar o controlador. O modelo e controle de vibração de uma viga engastada nas duas extremidades criando uma deformação curva é apresentado no trabalho de Sharma et al. (2014). Os autores consideraram os maiores picos de frequência para projetar o controle de vibração a partir do algoritmo H_1 . Ma et al. (2015) implementaram o controlador LQG-Linear Quadrático Gaussiano para suprimir a vibração transversal de uma viga com massa variável no tempo sob condições diferentes.

Cabos de fixação de estruturas são usados como atuadores em algumas estratégias

de controle de vibração. Nudehi et al. (2006) apresentam uma viga engastada como mostra a Figura 2a, na qual é aplicada uma carga na extremidade livre para controlar a vibração. A viga foi equipada com um mecanismo de cabo e motor que aplica uma força em uma extremidade e um sensor piezoelétrico para capturar o sinal de vibração. Eles fizeram a medição da vibração e estimaram a amplitude modal para determinar o momento em que se deve aplicar a força na extremidade livre da viga e com isso, remover a energia de vibração. SOHN et al. (2008) aplicaram ligas com memória de forma para controlar a posição e vibração de uma viga flexível. Issa et al. (2010) utilizaram um cabo em tensão para controlar a vibração de uma estrutura como apresenta a Figura 2b. Os autores usaram os dois primeiros modos da estrutura, um representando a flexão nas coordenadas xy e o outro na torção sob o eixo x, para projetar o controlador. Eles empregaram um motor DC e um cabo para transmitir a força de controle na estrutura. O controlador variava a tensão do cabo com o intuito de remover a energia vibracional do sistema. Guo et al. (2012) utilizaram o algoritmo de realimentação de força diferencial para suprimir as vibrações de estruturas através da tensão de cabos. Preumont et al. (2015) apresentaram uma revisão da teoria de controle de tendão ativo através do algoritmo de realimentação de força integral descentralizada em pontes suspensas.

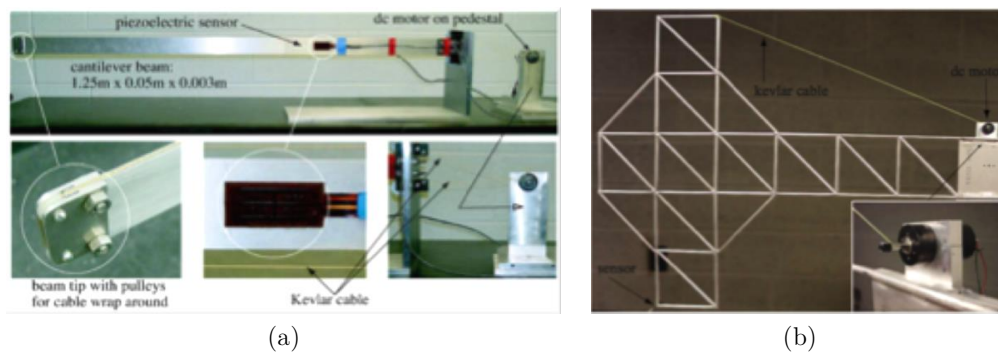


Figura 2 – Modelos de estruturas com controle de vibração por tendão encontradas na literatura. (a) (NUDEHI et al., 2006). (b) (ISSA et al., 2010).

Da literatura revisada pode-se concluir que uma estratégia de controle de vibração através de tendão, para uma haste flexível com seção transversal variável ainda não foi projetada nem aplicada. Isso evidencia a contribuição científica da presente tese, no controle de vibrações de manipuladores de exploração com tal característica.

1.3 Contribuição da tese

O objetivo do trabalho é projetar e implementar uma estratégia de controle ativo de vibração para uma haste longa e flexível, posicionada pela ação de um cabo ou tendão trator. A função final da haste é servir como manipulador de ferramentas de exploração em ambientes externos tais como câmeras ou instrumentos de medição ambiental. A estratégia de controle necessária para diminuir a vibração de um manipulador flexível através da ação de um cabo tensor é uma importante área de investigação científica. No presente trabalho de doutorado se desenvolve o projeto teórico do controlador de vibração, sendo validado experimentalmente em uma vara flexível com seção variável equipada com dispositivos eletromecânicos. As ações a serem cumpridas para a obtenção do objetivo desejado são descritas abaixo.

1.4 Objetivos

1. Determinar a curva de deformação elástica de uma viga longa com seção variável, sujeita a cargas de tração exercidas por um cabo.
2. Calcular os parâmetros dinâmicos de uma viga longa com seção variável a partir de um modelo de elementos finitos adaptado à geometria curva.
3. Projetar uma estratégia de controle para atenuar as vibrações da viga longa.
4. Validar experimentalmente o modelamento estático e dinâmico da viga longa usada para calcular o controlador de vibração.
5. Validar experimentalmente a estratégia de controle vibração na viga longa sujeita a forças externas.

1.5 Organização do texto

Os modelos dos componentes do sistema flexível usados no projeto do controlador ativo, são apresentados no Capítulo 2. Nesta seção é detalhado o cálculo da equação que governa a estrutura curva da haste a partir da teoria de flexão de Euler-Bernoulli. Os parâmetros dinâmicos da viga e o cabo, necessários para projetar o controlador, são determinados pela adaptação de uma malha de elementos finitos de baixa ordem. Os modelos do sensor e do motor são calculados por métodos de identificação experimental do $\text{\textcircled{O}}$ MATLAB. A descrição do método implementado e os resultados obtidos são igualmente apresentados nesta seção.

A estratégia de controle de vibrações usada neste trabalho é descrita no Capítulo 3. O algoritmo de controle H_1 é implementado para diminuir a vibração da estrutura quando submetida a distúrbios exógenos.

Simulações e experimentos desenvolvidos para validar os cálculos teóricos e as propostas do projeto do controlador são descritas no Capítulo 4.

Resultados de simulações e suas comparações com testes práticos são apresentados no Capítulo 5.

O Capítulo 6 apresenta as conclusões e propostas para uma continuidade do trabalho.

Os produtos e resultados deste trabalho são apresentados no Capítulo 7.

CAPÍTULO 2

MODELO DOS COMPONENTES DO SISTEMA

2.1 Introdução

O modelamento é uma etapa fundamental no projeto de um controlador. O modelo precisa representar de forma mais realista possível o sistema que se deseja controlar. Existem diferentes técnicas para a definição do modelo, através de métodos de identificação ou por simulação numérica. O modelo do motor e do sensor de deslocamento do sistema proposto nessa tese são determinados por identificação experimental, que consiste na aplicação de um sinal de entrada para excitar o sistema e coletar o sinal de saída. O modelo da haste flexível é obtido através da formulação matemática, que consiste na determinação da equação da curva de deformação da haste, e na adaptação de uma malha de elementos finitos de baixa ordem. A partir deste modelamento são obtidas as frequências e os modos de vibrar teóricos essenciais para se projetar o controle.

A seguir são descritos os métodos utilizados para determinar os modelos da haste, sensor e motor usados nesse trabalho.

2.2 Modelo da haste com seção transversal variável e peso próprio, deformada por cabo

O modelamento da haste flexível com seção transversal variável é feito no trabalho de doutorado de Izuka (2013) e descrito brevemente em (KURKA et al., 2016). Izuka (2013) determinou uma configuração da linha central curva em termos de equação diferencial, a partir de uma solução numérica descrita na seção 2.2.1. Em seguida, uma malha de elementos finitos (MEF) de baixa ordem é definida com base no modelo deformado estaticamente, obtendo os

parâmetros dinâmicos de vibração da haste, apresentados na seção 2.2.2. Esta metodologia resolve o problema da não linearidade do sistema, determinando um modelo linear usado para o projeto do controlador. Além, disso o modelo descreve as propriedades dinâmicas, (autovalores e autovetores), associadas às diferentes configurações da haste, deformada pela ação do cabo trator.

2.2.1 Modelamento estático da haste

A deflexão de uma haste causada pelo peso próprio, duas cargas e momentos é apresentada na Figura 3. A Força P_3 é a carga na ponta da haste e P_2 é a força do cabo em tração. M_3 e M_2 são os momentos externos nos pontos 3 e 2, respectivamente. A equação governante da haste deve ser calculada a partir da solução de duas equações diferenciais formuladas individualmente nas seções $\overline{12}$ e $\overline{23}$ da estrutura. ψ_3 e ψ_2 são os ângulos de curvatura da estrutura deformada e β_3 e β_2 são os ângulos de inclinação das forças aplicadas à estrutura. s é o arcotangente medido do ponto 1 até um ponto qualquer na haste.

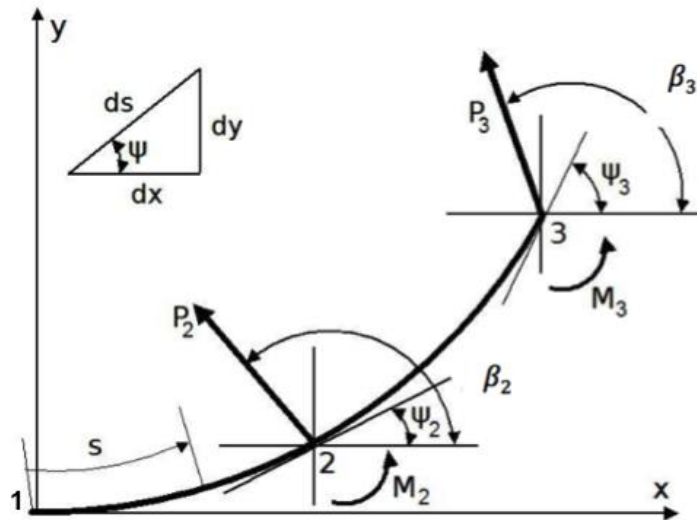


Figura 3 – Análise de deflexão da viga (IZUKA, 2013).

O momento de torção é proporcional à mudança na curvatura causada pelas forças aplicadas, de acordo com a teoria de Euler-Bernoulli clássica para a deflexão de vigas (FRISCH-FAY, 1962). Assim, pode-se escrever a relação como:

$$\frac{M}{EI} = \frac{d\psi}{ds}, \quad (2.1)$$

ou em coordenadas gerais como

$$\sin\psi = \frac{dy}{ds} \quad \text{e} \quad \cos\psi = \frac{dx}{ds}. \quad (2.2)$$

2.2.1.1 Análise da seção $\overline{23}$

A seção $\overline{23}$ está sujeita ao momento de flexão no ponto B devido à força aplicada P_3 , o peso próprio da viga w e o momento externo M_3 , como indicado na Figura 4.

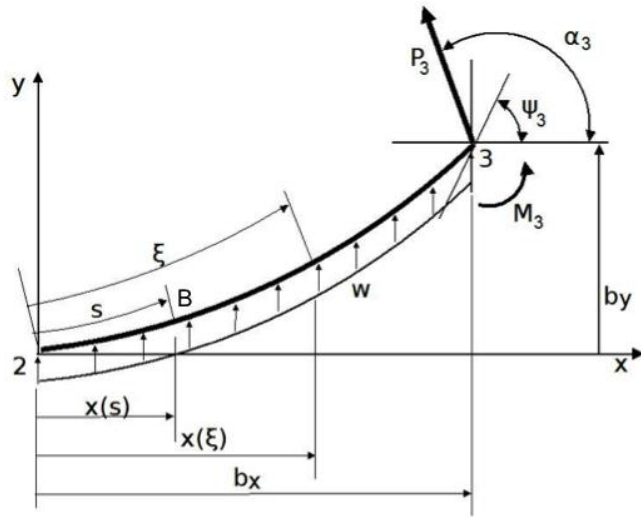


Figura 4 – Análise da seção $\overline{23}$ (IZUKA, 2013).

Assim, a equação de equilíbrio de momentos é descrita como:

$$EI \frac{d\psi}{ds} = M_3 + P_3 \sin\beta_3 (b_x - x) - P_3 \cos\beta_3 (b_y - y) + \int_s^{L_2} w(x(\xi) - x(s)) d\xi \quad (2.3)$$

onde b_x e b_y são as projeções horizontais e verticais da seção $\overline{23}$, ξ é a variável de comprimento local e L_2 é o comprimento total da seção. A equação 2.3 relaciona o momento externo, as componentes da força do cabo e o peso próprio da haste.

O momento de inércia é calculado por:

$$I = \left(1 - \left(1 - \frac{D_3}{D_2}\right) \frac{s}{L_2}\right)^4 I_2, \quad I_2 = \frac{\pi * D_2^4}{64} \quad (2.4)$$

e o diâmetro da seção transversal variável é determinado por:

$$D = \left(1 - \left(1 - \frac{D_3}{D_2}\right) \frac{s}{L_2}\right) D_2, \quad (2.5)$$

Derivando a equação 2.3 com relação à s , tem-se a solução do lado esquerdo:

$$\frac{d}{ds} \left(EI \frac{d\psi}{ds} \right) = \frac{EI_2}{L_2^2} (1 - \Delta D_2 u)^4 \left(\frac{d^2\psi}{du^2} - \frac{4\Delta D_2}{(1 - \Delta D_2 u)} \frac{D\psi}{du} \right), \quad (2.6)$$

sendo:

$$\Delta D_2 = \left(1 - \frac{D_3}{D_2}\right), \quad (2.7)$$

$$\Delta u = \frac{s}{L_2}, \quad (2.8)$$

e as derivadas:

$$\frac{d\psi}{ds} = \frac{d\psi}{du} \frac{1}{L_2}, \quad \frac{d}{ds} \left(\frac{d\psi}{ds} \right) = \frac{d^2\psi}{du^2} \frac{1}{L_2^2}. \quad (2.9)$$

No caso do lado direito, tem-se a seguinte solução:

$$\frac{d}{ds} \left(M_3 + P_3 \sin \beta_3 (b_x - x) - P_3 \cos \beta_3 (b_y - y) + \int_s^{L_2} w(x(\xi) - x(s)) d\xi \right) = \Gamma_1 + \Gamma_2, \quad (2.10)$$

onde:

$$\Gamma_1 = -P_3 \sin(\beta_3 - \psi), \quad (2.11)$$

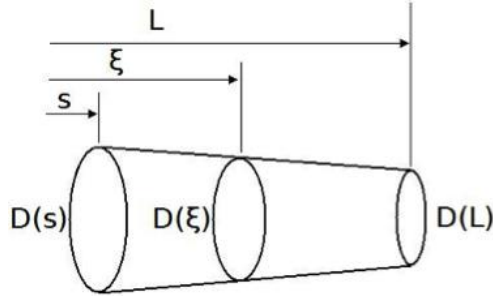
e

$$\Gamma_2 = -\frac{p\pi g L_2}{12} \left\{ D_2^2 + D_2 D_3 + D_3^2 - 3D_2^2 u + 3(D_2^2 + D_2 D_3) u^2 - (D_2^2 - 2D_2 D_3 + D_3^2) u^3 \right\} \quad (2.12)$$

O peso distribuído w é função da coordenada ξ é função da coordenada ρ , e pode ser calculado por:

$$w = \rho \pi \frac{D^2(\xi)}{4} d(\xi). \quad (2.13)$$

A variação de diâmetros na haste é analisada a partir da Figura 5.

Figura 5 – Diâmetro entre a seção $x(s)$ e $x(L)$ (IZUKA, 2013).

A equação diferencial que descreve o comportamento da seção $\overline{23}$ é descrita a partir das soluções das equações 2.6 e 2.10, dado por

$$\frac{d^2\psi}{du^2} - \frac{4\Delta D_2}{1 - \Delta D_2 u} \frac{D\psi}{du} = \frac{L_2^2}{EI_2(1 - \Delta D_2 u)^4}(\Gamma_1 + \Gamma_2), \quad (2.14)$$

sujeita às seguintes condições de contorno:

$$\psi_{u=0} = \psi_2 \quad (2.15)$$

e

$$\left(\frac{d\psi}{ds}\right)_{u=1} = \frac{d\psi_3}{ds} = \frac{L_2}{EI_3}M_3 \quad (2.16)$$

2.2.1.2 Análise da seção $\overline{12}$

A seção $\overline{12}$ está sujeita ao momento de flexão no ponto A devido à força concentrada P_2 , o peso próprio da haste w , o momento externo M_3 e a carga do trecho $\overline{23}$, apresentados na Figura 6.

A equação de equilíbrio de momentos neste caso é descrita por

$$EI \frac{d\psi}{ds} = M_{bc} + P_3 \sin \beta_3 (a_x - x) - P_3 \cos \beta_3 (a_y - y) + P_2 \sin \beta_2 (a_x - x) - P_2 \cos \beta_2 (a_y - y) \int_s^{L_1} w(x(\xi) - x(s)) d\xi. \quad (2.17)$$

O momento de inércia e o diâmetro da seção transversal variável são calculados de forma similar ao da análise da seção $\overline{23}$, como descrito nas equações 2.4 e 2.5. Neste caso, deve-se trocar as variáveis para a análise desta seção, considerando os diâmetros D_1 , D_2 e o comprimento local L_1 .

A equação diferencial que descreve o comportamento da seção $\overline{12}$ é descrita a partir das soluções das equações 2.17 e 2.19, e dadas por:

$$\frac{d^2\psi}{du^2} - \frac{4\Delta D_1}{1 - \Delta D_1 u} \frac{d\psi}{du} = \frac{L_1^2}{EI_1(1 - \Delta D_1 u)^4}(\Gamma_3 + \Gamma_4 + \Gamma_5), \quad (2.23)$$

sujeita às seguintes condições de contorno:

$$\psi_{u=0} = \psi_0 \quad (2.24)$$

e

$$\left(\frac{d\psi}{ds}\right)_{u=1} = \frac{L_1}{EI_2} M_{23}. \quad (2.25)$$

O ângulo de inclinação na base da viga é representado pela variável ψ_0 e o momento M_{23} causado pelo peso da seção $\overline{12}$ é determinado por:

$$M_{23} = M_2 + M_3 + P_3(\sin\beta_3 b_x + \cos\beta_3 b_y) + \int_0^{L_2} pg \frac{\pi D^2(\xi)}{4} x(\xi) d\xi. \quad (2.26)$$

2.2.2 Modelo dinâmico da haste deformada através de malha adaptativa simplificada

Na análise do modelo dinâmico são consideradas pequenas vibrações em torno da posição de equilíbrio. Na linha curva, Kurka et al. (2016) atribuíram uma distribuição de elementos finitos de baixa ordem, obtendo os parâmetros dinâmicos da haste e o cabo.

A modelagem numérica utilizada para obter as características dinâmicas de vibração da haste é baseado no cálculo da matriz de massa e rigidez descrito por Petyt (2010), através do Método dos Elementos Finitos – MEF. Uma baixa quantidade de elementos de viga 3D são alocados ao longo da linha central da deformação da haste como se mostra na Figura 7.

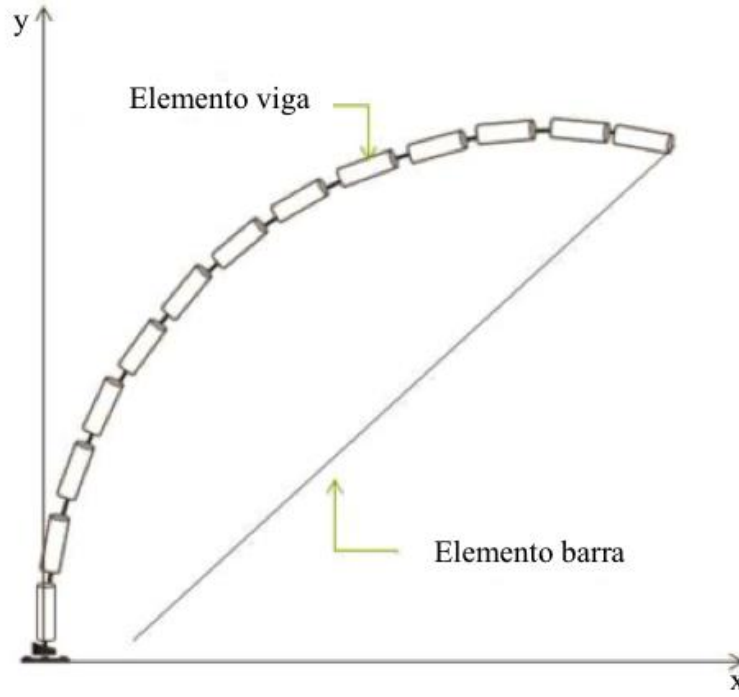


Figura 7 – Malha de elementos finitos.

A viga é descrita através da combinação de elementos sujeitos a deformação axial, flexão e torção. As funções de energia cinética e tensão em coordenadas locais são descritas por

$$T_e = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \rho A (r^2 + q^2 + o^2) dx + \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \rho I_x \theta_x^2 dx \quad (2.27)$$

e

$$U_e = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} EA \left(\frac{\partial r}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \left\{ EI_z \left(\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \right)^2 dx + EI_y \left(\frac{\partial^2 o}{\partial x^2} \right)^2 \right\} dx + \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} GJ \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2 dx. \quad (2.28)$$

As deformações nas direções axial, flexão e de torção são consideradas como desacopladas. As funções de deslocamento r , q , o e θ_x para cada deformação são expressas, em

termos da coordenada adimensional $\xi=x/l$, como:

$$\begin{aligned}
 r &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(1 + \xi_1 \xi) & \frac{1}{2}(1 + \xi_2 \xi) \end{bmatrix} r_e \\
 q &= \begin{bmatrix} \frac{1}{4}(2 - 3\xi + \xi^3) & \frac{l}{4}(1 - \xi - \xi^2 + \xi^3) & \frac{1}{4}(2 + 3\xi - \xi^3) & \frac{l}{4}(-1 - \xi + \xi^2 + \xi^3) \end{bmatrix} q_e \\
 o &= \begin{bmatrix} \frac{1}{4}(2 - 3\xi + \xi^3) & -\frac{l}{4}(1 - \xi - \xi^2 + \xi^3) & \frac{1}{4}(2 + 3\xi - \xi^3) & -\frac{l}{4}(-1 - \xi + \xi^2 + \xi^3) \end{bmatrix} o_e \\
 \theta_x &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(1 + \xi_1 \xi) & \frac{1}{2}(1 + \xi_2 \xi) \end{bmatrix} \theta_e
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

O sistema de coordenadas locais e globais do elemento viga são ilustrados na Figura 8.

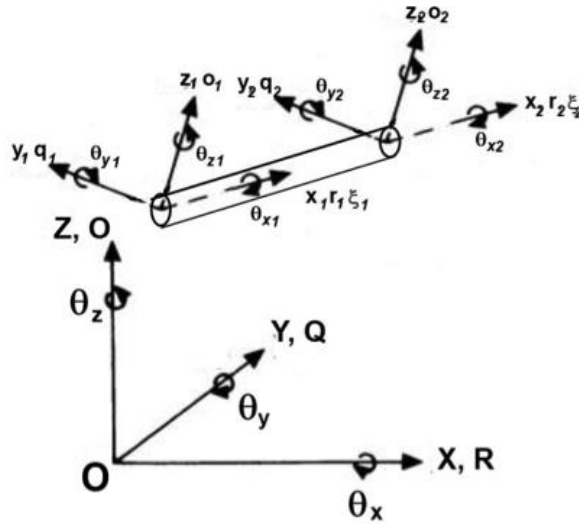


Figura 8 – Sistemas de coordenadas do elemento viga (IZUKA, 2013).

As matrizes de massa (M_e) e rigidez (K_e) de cada elemento são determinadas a partir substituição da função de deslocamento 2.29 nas expressões de energia cinética 2.27 e potencial 2.28. As funções de energia cinética e potencial após a integração são descritas por:

$$T_e = \frac{1}{2} \mathbf{f} \mathbf{r} \mathbf{g}_e^T [(M_e)]_e \mathbf{f} \mathbf{r} \mathbf{g}_e \tag{2.30}$$

e

$$U_e = \frac{1}{2} \mathbf{f} \mathbf{r} \mathbf{g}_e^T [(K_e)]_e \mathbf{f} \mathbf{r} \mathbf{g}_e \tag{2.31}$$

onde

$$\mathbf{f} \mathbf{r} \mathbf{g}_e = [r_1 \ q_1 \ o_1 \ \theta_{x1} \ \theta_{y1} \ \theta_{z1} \ r_2 \ q_2 \ o_2 \ \theta_{x2} \ \theta_{y2} \ \theta_{z2}]. \quad (2.32)$$

O vetor de coordenadas globais é determinado a partir do vetor de coordenadas locais \mathbf{r}_e e a matriz de transformação \mathbf{T} é formada pelos ângulos existentes entre as coordenadas globais e locais. Assim, as matrizes de massa $(\mathbf{M})_e$ e rigidez $(\mathbf{K})_e$ dos elementos em coordenadas globais são:

$$\mathbf{M}_e = \mathbf{T}^T \mathbf{m}_e \mathbf{T} \quad (2.33)$$

$$\mathbf{K}_e = \mathbf{T}^T \mathbf{k}_e \mathbf{T} \quad (2.34)$$

O modelo do cabo é determinada a partir do elemento barra que descreve o comportamento de tensão na direção axial. As matrizes de massa e rigidez são calculadas com o mesmo procedimento usado para a haste. Neste caso, a massa do cabo tem baixa influência e é desconsiderada, enquanto a sua rigidez é acrescentada à matriz de rigidez global do sistema.

O amortecimento do sistema é definido proporcionalmente como (INMAN, 2006):

$$\mathbf{D} = \sigma \mathbf{M} + \iota \mathbf{K}, \quad (2.35)$$

onde σ e ι são constantes reais.

A equação de movimento da haste flexível e do cabo é expressa por

$$\mathbf{M} \mathbf{q}(t) + \mathbf{D} \mathbf{q}(t) + \mathbf{K} \mathbf{q}(t) = \mathbf{w}(t) + \mathbf{F}_a(t), \quad (2.36)$$

onde $\mathbf{q}(t)$ é o vetor de coordenadas globais que representa os graus de liberdade utilizados no modelo de elementos finitos, $\mathbf{F}_a(t)$ é o vetor que contém a força de controle aplicado pelo cabo de tração e $\mathbf{w}(t)$ é o vetor da força de distúrbio exógena. O modelo da

equação 2.36 é convertido a uma representação em variáveis de estado como:

$$\underbrace{\mathbf{x}_h(t)^T}_{\mathbf{x}_h} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_h} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_h} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{b}_w \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_w} \mathbf{w}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{b}_{fa} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_{fa}} F_a(t)$$

$$\underbrace{\mathbf{y}(t)}_{\mathbf{C}_h} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}_h} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix}, \quad (2.37)$$

e

$$\mathbf{x}_h(t)^T = [\mathbf{q}(t)^T \quad \dot{\mathbf{q}}(t)^T]. \quad (2.38)$$

Os vetores \mathbf{b}_w e \mathbf{b}_{fa} são formados por 0's e 1's dependendo do nó da entrada do distúrbio e da força de entrada do controlador, respetivamente. $\mathbf{y}(t)$ é o sinal de saída que representa o deslocamento da ponta da haste.

2.3 Modelo do sensor

A vibração da ponta da haste é medida por um sensor infravermelho projetado e construído especificamente para o sistema flexível. O sensor desenvolvido neste trabalho é composto por um sistema de molas e sensores infravermelhos, alocado em uma posição intermediária do cabo que traciona a haste. O sensor construído e o circuito de condicionamento utilizado são apresentados nas Figuras 9 e 10 respectivamente. O funcionamento do sensor consiste em monitorar a distância através do sensor e converter este sinal em força, sabendo que a rigidez das molas é de 579.14N/m.

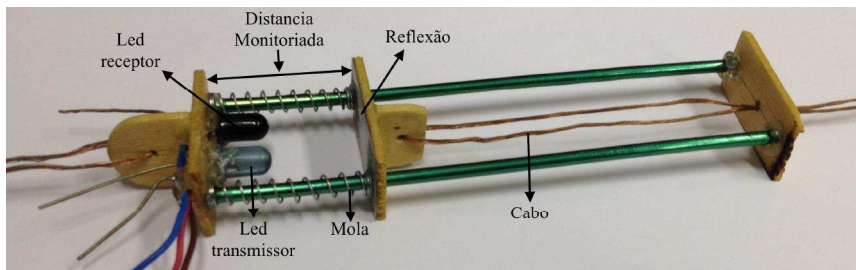


Figura 9 – Sensor implementado.

O sensor é caracterizado experimentalmente. Inicialmente, uma extremidade do sensor é presa em uma base firme, enquanto na outra extremidade, vários pesos são colocados

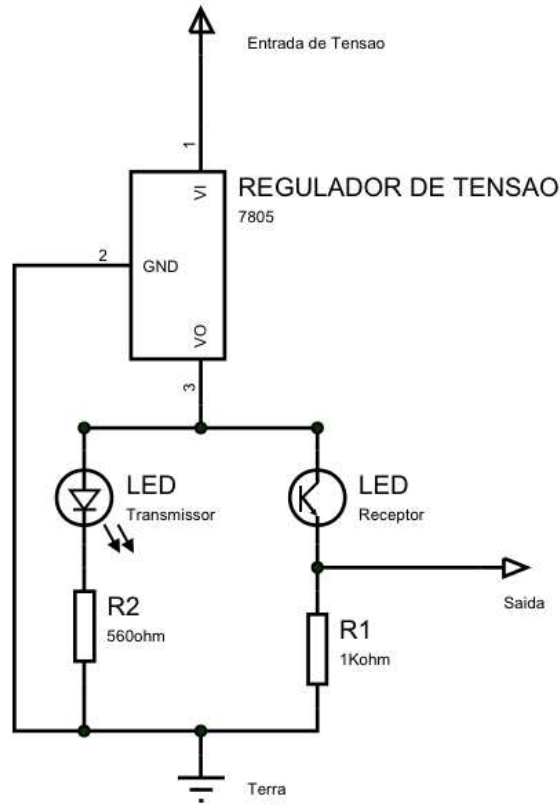


Figura 10 – Circuito de acondicionamento do sensor.

sucessivamente, causando uma deformação captada pelo sensor. Para cada peso ou força existe uma variação da distância entre o sensor infravermelho e a placa de reflexão, o que representa uma alteração no valor da tensão. Na Tabela 1 são apresentados os valores das forças usadas sequencialmente, o deslocamento entre as placas das molas e a tensão de saída gerada pela variação de posição. Uma regressão linear é feita à partir da coleta de dados, determinando o polinômio característico entre os valores da força de deformação $F_s(N)$ e a variação da tensão $v_s(V)$ como se indica na Equação 2.39. O coeficiente de correlação é de 0,989 o que indica uma aproximação satisfatória como apresento na Figura 11.

$$v_s = 0,0068F_s^3 - 0,0831F_s^2 + 0,1947F_s + 1,3267. \quad (2.39)$$

Alguns parâmetros de funcionamento são determinados com o objetivo de estudar o comportamento do sensor. Com base nos dados da Tabela 1, são determinados fatores como a constante de elasticidade, a amplitude de deslocamentos típicos de trabalho, histerese e repetibilidade.

A constante de elasticidade é determinada pelo deslocamento do sensor causado pela

força exercida. Na Figura 11, apresenta-se a aproximação linear dos dados de deformação do sensor e a sequência das forças aplicadas. O valor da constante de elasticidade é estimado à partir do ajuste da reta por mínimos quadrados. Selecionado os pontos com coordenadas (0,00494 3,394) e (0,00878 5,618), tem-se que a constante elástica é de 579,14N/m

A amplitude de deslocamentos típicos de trabalho refere-se à faixa ativa do sensor. Neste caso, ao aplicar uma força de 0N, a tensão de saída é de 1,34V. Nos testes a máxima força aplicada foi de 6,37N com o qual obteve-se uma tensão de saída de 0,93V. O comportamento do sensor pode ser visualizado no gráfico da Figura 12.

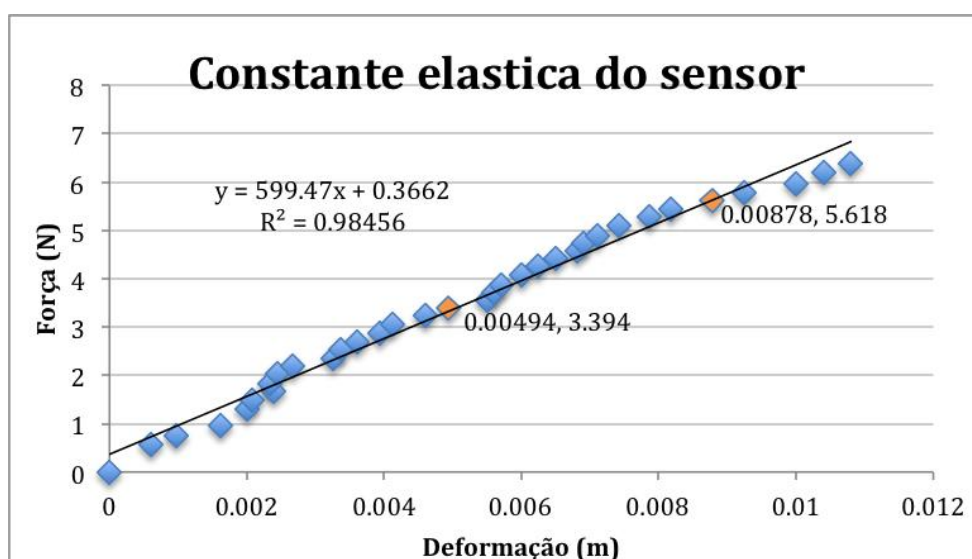


Figura 11 – Cálculo da constante elástica do sensor.

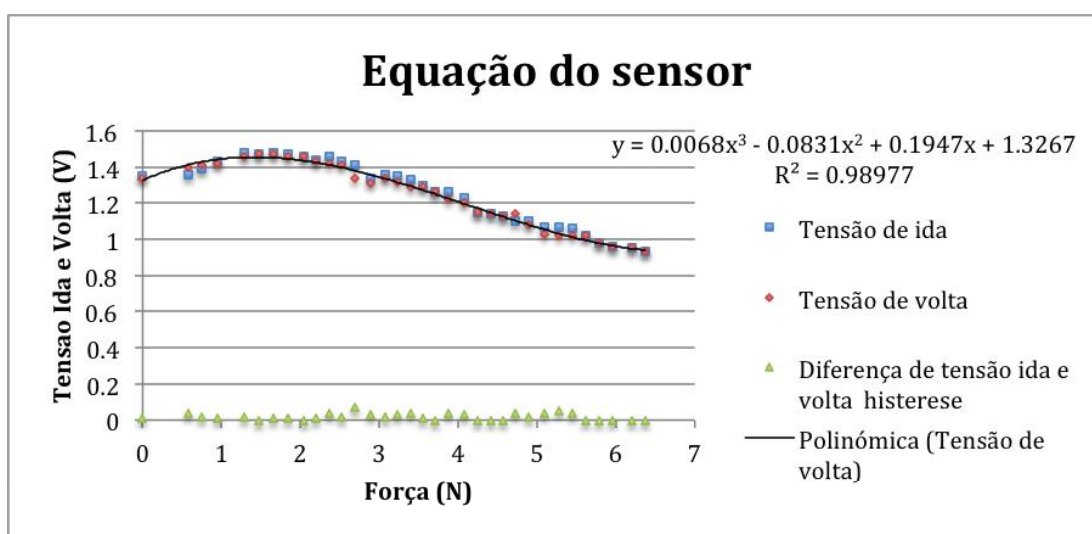


Figura 12 – Equação do sensor e cálculo da histerese.

A histerese representa a máxima diferença entre leituras na saída para qualquer valor de sinal dentro da faixa de amplitudes de entrada, quando este sinal varia nas direções de ida e volta. Matematicamente a histerese é calculada a partir da equação 2.40,

$$\%histerese = \left| \frac{Y_{hdifmax} - Y_{hdifmin}}{Y_{hmax} - Y_{hmin}} \right| \times 100. \quad (2.40)$$

Na Figura 12 são apresentadas as diferenças entre as tensões de saída para um teste de ida e volta. Neste caso a máxima diferença é de 0,07 para uma força de entrada 2,686N. Com base na equação anterior a porcentagem de histerese é de 12,5%.

A repetibilidade representa a máxima diferença entre as leituras na saída, para o mesmo valor de sinal na entrada, dentro de uma faixa de deslocamentos de trabalho, quando este sinal varia na mesma direção, seja de ida ou de volta. Na Figura 13 são apresentados dois testes em que a coleta é de ida e volta e a diferença entre elas, com a finalidade de se visualizar a repetibilidade. A porcentagem de repetibilidade é determinada para as duas coletas de ida, onde a máxima diferença é de 0,07 para uma força de entrada 1,475N. Matematicamente, a repetibilidade é calculada a partir da equação 2.41, onde a porcentagem para este caso é de 12,5%.

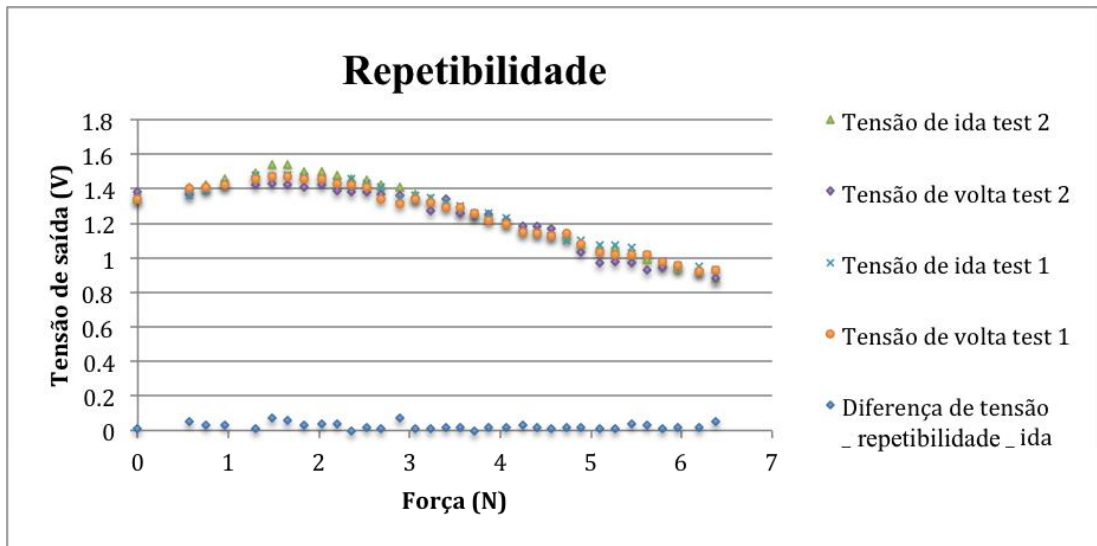


Figura 13 – Repetibilidade.

$$\%Repetibilidade = \left| \frac{Y_{rdifmax} - Y_{rdifmin}}{Y_{rmax} - Y_{rmin}} \right| \times 100. \quad (2.41)$$

Tabela 1 – Coleta de dados do sensor para modelamento.

| For a de entrada (N) | Tens o de ida teste 1 | Tens o de volta teste 1 | Tens o de ida teste 2 | Tens o de volta teste 2 | Diferen a entre a tens o de ida e volta | Diferen a entre a tens o de ida teste 1 e 2 | Deslocame nto(m)-ida | Descolam ento(m)-Volta |
|-------------------------|-----------------------|-------------------------|-----------------------|-------------------------|---|---|----------------------|------------------------|
| 0 | 1,35 | 1,34 | 1,34 | 1,38 | 0,01 | 0,01 | 0 | 0 |
| 0,572 | 1,36 | 1,4 | 1,41 | 1,37 | 0,04 | 0,05 | 0,0004 | 0,0006 |
| 0,753 | 1,39 | 1,41 | 1,42 | 1,41 | 0,02 | 0,03 | 0,00064 | 0,00098 |
| 0,953 | 1,43 | 1,42 | 1,46 | 1,42 | 0,01 | 0,03 | 0,00085 | 0,00161 |
| 1,294 | 1,48 | 1,46 | 1,49 | 1,42 | 0,02 | 0,01 | 0,00183 | 0,002 |
| 1,475 | 1,47 | 1,47 | 1,54 | 1,43 | 0 | 0,07 | 0,002 | 0,00208 |
| 1,657 | 1,48 | 1,47 | 1,54 | 1,42 | 0,01 | 0,06 | 0,00212 | 0,00239 |
| 1,837 | 1,47 | 1,46 | 1,5 | 1,41 | 0,01 | 0,03 | 0,0025 | 0,00233 |
| 2,036 | 1,46 | 1,46 | 1,5 | 1,42 | 0 | 0,04 | 0,00266 | 0,00244 |
| 2,199 | 1,44 | 1,43 | 1,48 | 1,39 | 0,01 | 0,04 | 0,00349 | 0,00267 |
| 2,359 | 1,46 | 1,42 | 1,46 | 1,38 | 0,04 | 0 | 0,00369 | 0,00326 |
| 2,525 | 1,43 | 1,41 | 1,45 | 1,38 | 0,02 | 0,02 | 0,00396 | 0,00336 |
| 2,686 | 1,41 | 1,34 | 1,42 | 1,37 | 0,07 | 0,01 | 0,00426 | 0,0036 |
| 2,886 | 1,34 | 1,31 | 1,41 | 1,36 | 0,03 | 0,07 | 0,00481 | 0,00394 |
| 3,067 | 1,36 | 1,34 | 1,37 | 1,34 | 0,02 | 0,01 | 0,00529 | 0,00412 |
| 3,230 | 1,35 | 1,32 | 1,34 | 1,27 | 0,03 | 0,01 | 0,00578 | 0,0046 |
| 3,394 | 1,33 | 1,29 | 1,31 | 1,34 | 0,04 | 0,02 | 0,00614 | 0,00494 |
| 3,556 | 1,3 | 1,29 | 1,28 | 1,26 | 0,01 | 0,02 | 0,0065 | 0,0055 |
| 3,712 | 1,26 | 1,26 | 1,26 | 1,25 | 0 | 0 | 0,007 | 0,0056 |
| 3,870 | 1,26 | 1,22 | 1,24 | 1,25 | 0,04 | 0,02 | 0,00721 | 0,0057 |
| 4,070 | 1,23 | 1,2 | 1,21 | 1,22 | 0,03 | 0,02 | 0,0075 | 0,006 |
| 4,249 | 1,15 | 1,15 | 1,18 | 1,18 | 0 | 0,03 | 0,00771 | 0,00625 |
| 4,407 | 1,14 | 1,14 | 1,16 | 1,18 | 0 | 0,02 | 0,00788 | 0,00649 |
| 4,565 | 1,13 | 1,13 | 1,14 | 1,17 | 0 | 0,01 | 0,008 | 0,00681 |
| 4,726 | 1,1 | 1,14 | 1,12 | 1,14 | 0,04 | 0,02 | 0,00816 | 0,0069 |
| 4,893 | 1,1 | 1,08 | 1,08 | 1,03 | 0,02 | 0,02 | 0,00879 | 0,0071 |
| 5,094 | 1,07 | 1,03 | 1,06 | 0,97 | 0,04 | 0,01 | 0,00898 | 0,00742 |
| 5,271 | 1,07 | 1,02 | 1,06 | 0,98 | 0,05 | 0,01 | 0,00914 | 0,00787 |
| 5,450 | 1,06 | 1,02 | 1,02 | 0,97 | 0,04 | 0,04 | 0,00931 | 0,00817 |
| 5,618 | 1,02 | 1,02 | 0,99 | 0,93 | 0 | 0,03 | 0,00951 | 0,00878 |
| 5,782 | 0,98 | 0,98 | 0,97 | 0,94 | 0 | 0,01 | 0,00985 | 0,00925 |
| 5,963 | 0,96 | 0,96 | 0,94 | 0,95 | 0 | 0,02 | 0,01 | 0,010 |
| 6,197 | 0,95 | 0,92 | 0,93 | 0,92 | 0,03 | 0,02 | 0,01043 | 0,01041 |
| 6,377 | 0,93 | 0,93 | 0,88 | 0,88 | 0 | 0,05 | 0,01073 | 0,0108 |

* Unidade da tensão em (V)

2.4 Modelo do motor

O atuador é o elemento que envia o sinal de controle à estrutura. A sua função consiste em minimizar a vibração da ponta da haste através do cabo trator. Além disso, deve posicionar a ponta em um lugar desejado. O atuador está localizado na frente da base fixa da haste como foi apresentado no modelo da Figura 1. Neste trabalho, o atuador utilizado no sistema de controle ativo é um servo motor AC, modelo MSMD022P1U da marca ○PANASONIC que é ativado por um "driver" modelo MADDT1207 da mesma marca apresentado na Figura 14.

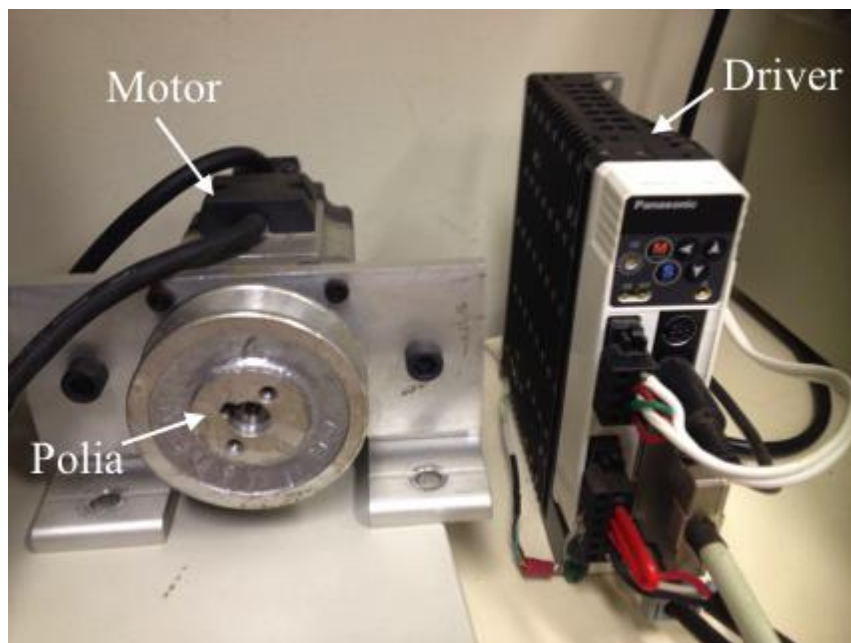


Figura 14 – Atuador.

A conexão eletrônica do computador ao driver do motor é apresentada da Figura 15. A Placa da ○NATIONAL INSTRUMENTS PCI6229 com entradas e saídas analógicas e digitais está instalada na CPU do computador. O sinal de controle é emitido pela placa, passa por um circuito de isolamento de ruído e logo entra pelo conector X5 do driver, como apresentado na Figura 16 (manual de funcionamento do driver MINAS 4S (PANASONIC, 2004)).

O atuador é modelado experimentalmente a partir de sua resposta uma entrada degrau. Na entrada do driver (pin 14 do conector X5 da Figura 16) é enviado um sinal de tensão de 0 a 2V. Acoplado ao eixo do motor tem-se uma polia com o cabo trator. O sensor infravermelho utilizado para medir a tração do cabo é instalado diretamente em uma posição intermediária do cabo. O experimento consiste em coletar o sinal de tensão ao deformar o sensor, quando o motor exerce uma força devida ao movimento de rotação causado pela entrada

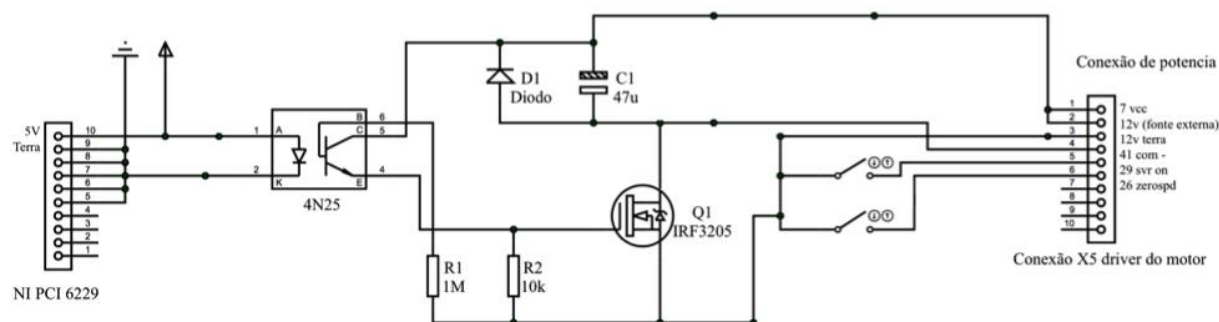


Figura 15 – Circuito de conexão entre a placa NI PCI 6229 e o driver do atuador.

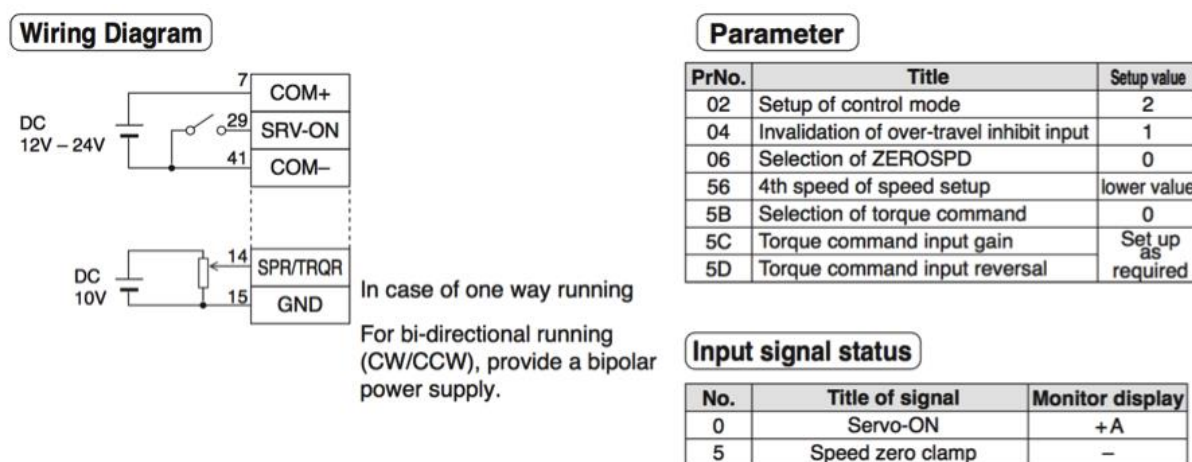


Figura 16 – Configuração de acionamento do driver do atuador para controle de torque.(PANASONIC, 2004)

degrau. Os sinais de tensão de entrada ao motor e a tensão de saída do sensor coletados são apresentados nas Figuras 17 e 18, respectivamente. A partir de filtros passa baixo os sinais são atenuados para serem processados pelo toolbox de sistemas de identificação -Ident do Matlab.

A partir da caracterização do sensor descrito na seção 2.3, tem-se a relação de força e tensão que permite determinar a força feita pelo motor através da tensão de saída do sensor. A Figura 19 apresenta o sinal da força do motor calculada para determinar a função de transferência. Ela é condicionada numericamente para ser processada, o sinal é truncado em 5,4 s e o valor do offset é subtraído para normalizar o sinal em zero, que posteriormente será acrescentado à função de transferência.

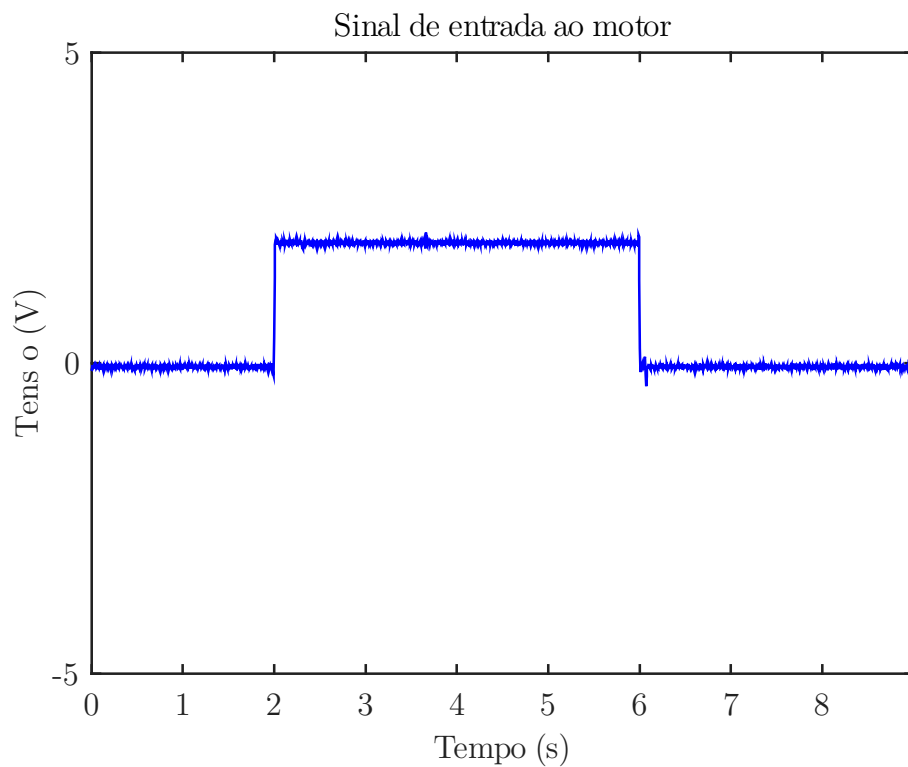


Figura 17 – Entrada de tensão ao motor.

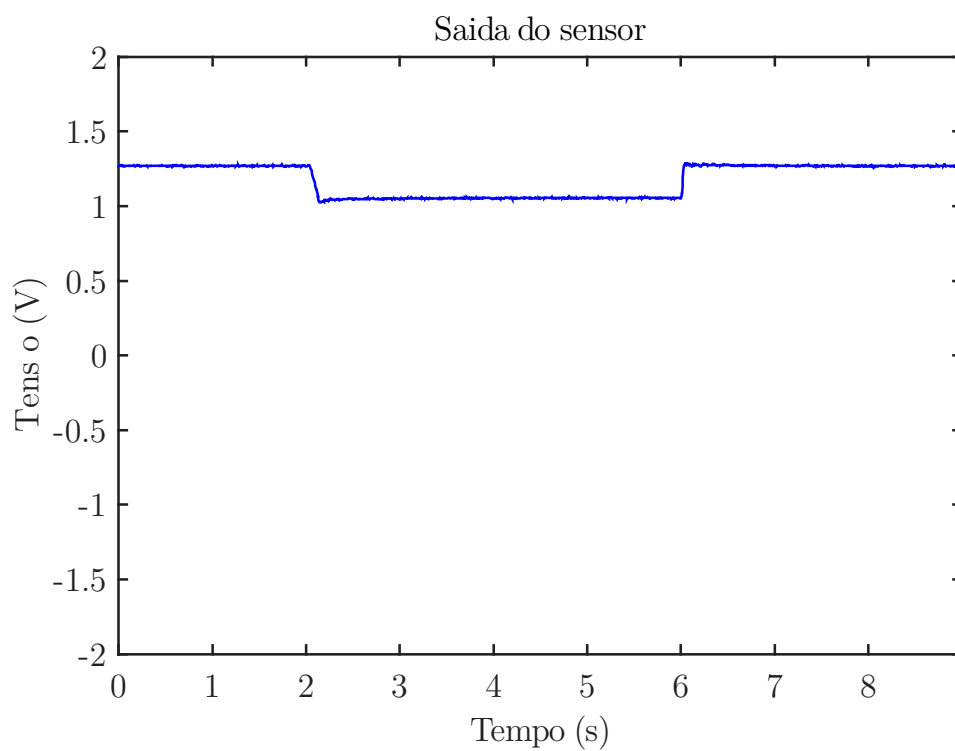


Figura 18 – Saída de tensão do sensor.

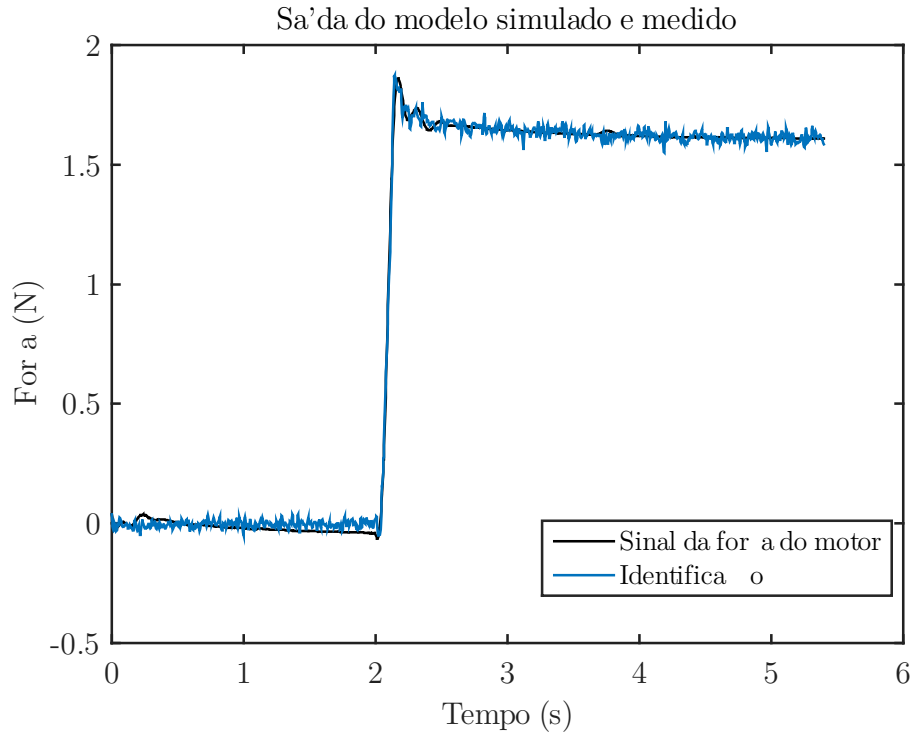


Figura 19 – Saídas do modelo estimado e medido.

Os dados enviados ao toolbox Ident de MATLAB correspondem ao sinal de tensão de entrada no motor, a força de saída obtida pelo sensor e o tempo de amostragem de 0,0001Hz. A função de transferência no domínio do tempo foi estimada pelo método de subespaço N4SID configurado no toolbox. O sinal do modelo estimado é apresentado na Figura 19, com uma aproximação de 96,8%. A função de transferência do atuador é:

$$atuador_{ft} = \frac{(-2,036s^4 + 110,2s^3 - 5232s^2 + 7,054e5s + 7,698e5)}{(s^5 + 52,52s^4 + 2715s^3 + 6,455e5s^2 + 8,788e5s + 9,261e5)} \quad (2.42)$$

O modelo é transformado em uma equação de variáveis de estado, com o comando

tf2ss do MATLAB. A expressão do atuador em espaços de estado é descrita por:

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\begin{bmatrix} x_{m1} \\ x_{m2} \\ x_{m3} \\ x_{m4} \\ x_{m5} \end{bmatrix}}_{x_m} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 51,51 & -2715 & -6,455e4 & -8,788e5 & -9,261e5 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{A_m} \underbrace{\begin{bmatrix} x_{m1} \\ x_{m2} \\ x_{m3} \\ x_{m4} \\ x_{m5} \end{bmatrix}}_{x_m} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_m} u(t) \\
 F_a(t) &= \underbrace{[-2,036 \quad 110,2 \quad -5232 \quad 7,054e5 \quad 7,698e5]}_{C_m} \underbrace{\begin{bmatrix} x_{m1} \\ x_{m2} \\ x_{m3} \\ x_{m4} \\ x_{m5} \end{bmatrix}}_{x_m},
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

onde, x_m é o vetor de estados, $u(t)$ é o sinal de controle e F_a é a força aplicada ao cabo trator.

2.5 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os métodos para determinar os modelos dos componentes do sistema da haste flexível para posterior projeto do controlador. Foi descrito também o cálculo da equação diferencial que descreve a deformação estática de uma haste com seção transversal variável, submetida a carregamentos de peso distribuídos e forças concentradas. Sobre a curva estática da viga é adaptada uma malha de elementos finitos de baixa ordem, obtendo as matrizes de massa e rigidez. Define-se ainda os parâmetros dinâmicos que descrevem o comportamento vibratório da haste, essenciais na estratégia do controle.

Técnicas experimentais foram utilizadas para identificar o atuador e o sensor. O modelo foi determinado a partir da coleta do sinal de resposta do atuador, submetido a uma tensão de entrada e aos sinais de tensão de saída do sensor, ao ser tracionado por diferentes forças concentradas. Foram determinadas a função de transferência do atuador e a equação diferencial que relaciona os dados de tensão e força do sensor através do uso de algoritmos de identificação e métodos estatísticos.

O modelo geral da planta é definida envolvendo a descrição matemática dos componentes com o qual é projetado o controlador. A estratégia é baseada nos parâmetros modais

da planta, aplicando-se o algoritmo H_1 . O desenvolvimento do projeto do controle é apresentado na próxima seção.

CAPÍTULO 3

ESTRATÉGIA DE CONTROLE DE VIBRAÇÕES

O projeto e implementação experimental de uma estratégia de controle ativo que atenuar as vibrações de uma haste flexível com seção variável é a principal contribuição deste trabalho. Para projetar o controlador são analisados os limitantes físicos que devem ser considerados como a capacidade de efetuar uma força de atuação de tração, em uma direção e em um único plano. O mesmo mecanismo de tração do cabo que deforma a viga para posicioná-la em diferentes configurações espaciais, é também usado para atenuar as vibrações, causadas por forças exógenas. Para que se atenuem as vibrações do sistema flexível, sem modificar a posição da ponta da haste, se atribui uma referência zero de entrada do sistema, e se considera um modelo da haste no plano XY, com o controle de rotação em Z.

Devido a localização do atuador, existe uma limitação do número de modos controláveis. Para tanto, o modelo do sistema flexível é minimizado aos modos de vibrar com maior contribuição no comportamento dinâmico da haste, que neste caso correspondem àqueles com menor frequência e maior amplitude. Isso torna-se um recurso prático para projetar um controle de vibração baseado em uma estratégia robusta como a do algoritmo H_1 . Esta estratégia de controle se baseia na minimização da norma H_1 , que representa a atenuação do modo de vibrar com maior pico, o que é uma solução apropriada às condições do problema.

Neste capítulo se apresenta o projeto de controle desenvolvido no problema de atenuação de vibrações de uma haste flexível com as características já descritas.

3.1 Introdução

A arquitetura do sistema controlado é apresentada neste capítulo. O controle é projetado a partir de várias etapas. A primeira etapa consiste na construção do modelo do sistema

com as descrições dinâmicas da haste, sensor e motor. Na segunda, o modelo é truncado nos modos com maior participação modal que garantem a estabilidade do sistema. Na terceira etapa, são definidos filtros de ponderação na entrada e saída do sistema com o objetivo de impor uma forma de frequência para estes sinais que aumente a margem de robustez do projeto. Com o modelo truncado e os filtros escolhidos, a quarta etapa consiste em projetar o controlador baseado no algoritmo H_1 . Este método trabalha com a minimização da norma H_1 , da matriz de transferência das entradas exógenas para a saída de desempenho, cumprindo com os critérios de estabilidade e robustez desejados. Uma vez calculado o controlador, a malha é fechada como apresentado na Figura 20.

A partir do modelo do sistema controlado são feitas simulações e experimentos práticos. Neste capítulo são descritos cada etapa do projeto de controle e em seguida, apresentam-se os resultados obtidos das simulações e experimentos.

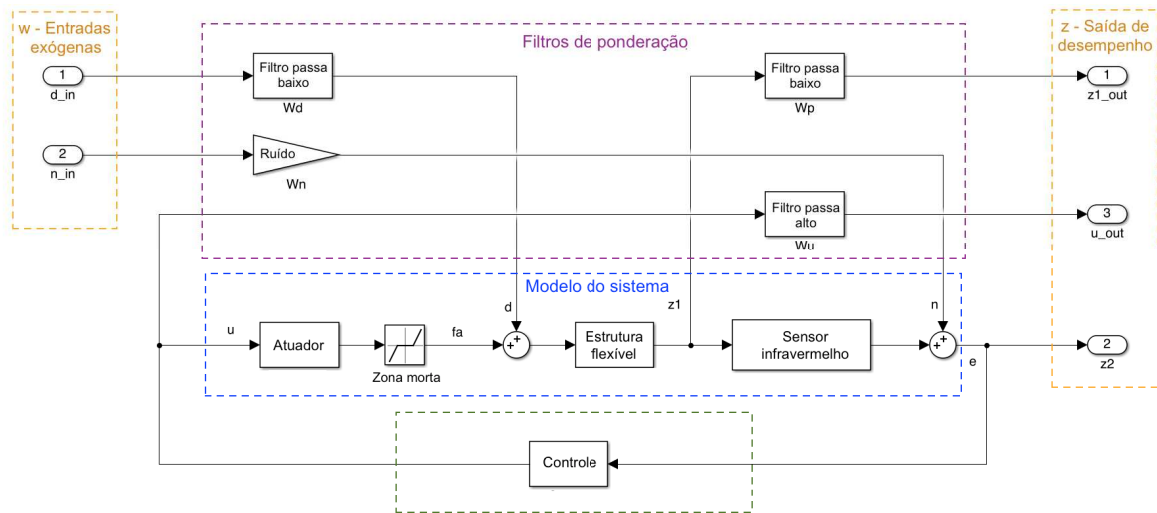


Figura 20 – Modelo do sistema controlado.

3.2 Modelo do sistema geral

O controle de vibração é projetado a partir do modelo dinâmico onde a haste tem uma inclinação de 0° , ou seja, está em uma posição horizontal. Após o modelamento matemático das características dinâmicas do cabo e da haste, os modelos dos elementos de controle (sensor e atuador) são interconectados indicado no esquema da Figura 20. Na prática, o atuador apresenta uma zona morta no funcionamento que é considerado como um modelo descritivo no diagrama de blocos.

O modelo matemático da planta em malha aberta é representada em variáveis de estado, à partir das equações 2.37, 2.39 e 2.43, como:

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_h(t) \\ \mathbf{x}_m(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_{SG}(t)} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_h & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_m \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{SG}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_h(t) \\ \mathbf{x}_m(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_{SG}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{w1} & \mathbf{B}_{w2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_{wSG}} \underbrace{\begin{bmatrix} d(t) \\ n(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{w}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{fa} \\ \mathbf{B}_m \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_{uSG}} u(t), \\
 \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{z}_1(t) \\ \mathbf{z}_2(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{z}_{SG}(t)} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C}_h & 0 \\ \mathbf{C}_h \mathbf{v}_s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}_{1SG}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_h(t) \\ \mathbf{x}_m(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_{SG}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}_{1wSG}} \underbrace{\begin{bmatrix} d(t) \\ n(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{w}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}_{1uSG}} u(t), \\
 \mathbf{e}(t) &= \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C}_h \mathbf{v}_s & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}_{2SG}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_h(t) \\ \mathbf{x}_m(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_{SG}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}_{2wSG}} \underbrace{\begin{bmatrix} d(t) \\ n(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{w}(t)} + \underbrace{0}_{\mathbf{D}_{2uSG}} u(t),
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

onde, $\mathbf{x}_{SG}(t) = [\mathbf{x}_h(t) \ \mathbf{x}_m(t)]^T$ é o vetor de estados da haste e do atuador, $\mathbf{w}(t)$ é o vetor de entrada da força de distúrbio $d(t)$ e ruído na medição $n(t)$ (conforme representado na Figura 20), $u(t)$ é o sinal do controle, $\mathbf{z}_{SG}(t)$ é o vetor de desempenho que representa o sinal de reposta a ser controlado, $\mathbf{e}(t)$ é o vetor de entrada ao controlador, \mathbf{A}_{SG} é a matriz que contém a dinâmica da haste flexível e o atuador. \mathbf{B}_{wSG} e \mathbf{B}_{uSG} são matrizes de entrada, \mathbf{C}_{2SG} , \mathbf{D}_{2wSG} e \mathbf{D}_{2uSG} são vetores de saída e \mathbf{C}_{1SG} , \mathbf{D}_{1wSG} e \mathbf{D}_{1uSG} são matrizes onde se definem os objetivos de desempenho desejados. A sigla SG representa sistema geral.

3.3 Truncamento do modelo do sistema geral

O modelo do sistema geral representado na equação 3.1 é truncado no primeiro modo, garantindo a controlabilidade do sistema. O método de Schur é utilizado para redução do modelo. Este método consiste em determinar os valores singulares da matriz Hankel do modelo original garantindo o erro vinculado à norma infinita. Uma descrição mais detalhada da metodologia é apresentada por (SAFONOV M; CHIANG R, 1989).

Para a implementação desta metodologia utiliza-se a função `schurm` do toolbox de controle de \odot MATLAB, aplicado ao modelo descrito na equação 3.1. A ordem do modelo reduzido, neste caso é 4. Neste sentido é gerado o modelo truncado descrito na equação 3.2

e apresentado no diagrama de valores singulares da Figura 21

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_r(t) &= \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r(t) + \mathbf{B}_{1-2r} \mathbf{w}(t) + \mathbf{B}_{3r} u(t), \\ \mathbf{z}_r(t) &= \mathbf{C}_{1-3r} \mathbf{x}_r(t) + \mathbf{D}_{11r} \mathbf{w}(t) + \mathbf{D}_{12r} u(t), \\ \mathbf{e}_r(t) &= \mathbf{C}_{4r} \mathbf{x}_r(t) + \mathbf{D}_{21r} \mathbf{w}(t) + \mathbf{D}_{22r} u(t). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Os valores numéricos das matrizes do modelo reduzido é apresentado no Anexo A.

O modelo reduzido será acrescido com funções de ponderação como parte da estratégia do projeto de controle. Assim se obterá um controlador de baixa ordem que garanta a estabilidade do sistema em malha fechada e a atenuação do modo de vibrar com maior impacto no sistema.

3.4 Filtros de ponderação

Filtros de ponderação são usados para limitar a faixa de frequência onde o controlador deve atuar. Filtros passa-baixa e passa-alta são funções de ponderação que podem ser colocadas na entrada e na saída do sistema na etapa de projeto do controlador. É uma ferramenta de projeto, não incluída no problema físico.

O modelo truncado em uma faixa espectral de frequência acarreta uma diferença entre a planta considerada para o projeto e a planta real. Em alguns casos essa diferença pode gerar um efeito denominado spillover, que refere-se à excitação dos modos não considerados no projeto do controlador e pode instabilizar o sistema (CHAIT; RADCLIFFE, 1987). Os filtros de ponderação podem ajudar a amenizar este efeito, no momento em que se proporciona maior ênfase na faixa de frequência em que o esforço de controle tem maior contribuição. Ou seja, no caso em que os distúrbios exógenos atuem em uma faixa de baixas frequências, a ponderação do esforço de controle deve ser acrescentado nessa faixa de frequência.

O modelo da estrutura flexível é truncado até o segundo modo, A caracterização de filtros passa baixa e passa alta utilizados como funções de ponderação e as frequência do sistema truncado é mostrado na Figura 21. O filtro passa baixa de frequência w_p é projetado para atribuir maior ponderação na região de baixa frequência do sinal de desempenho do sistema, atenuando a vibração no primeiro modo de vibrar. O filtro passa alta de frequência w_u , está projetado para atribuir maior ponderação na região de alta frequência ao sinal do esforço de controle u , com o objetivo de evitar o efeito de spillover e garantir a estabilidade. A função de ponderação de frequência w_d , normaliza a magnitude do distúrbio exógeno a ser atenuado. A magnitude do sinal do ruído de medição é considerado como $w_n=0,01V$. Dessa forma, deseja-se que o controlador seja projetado minimizando a norma H_1 , considerando

que uma alta ponderação em uma região específica indique maior interesse no decrémento naquele sinal (SHARMA et al., 2014). Assim para frequências menores do que as de corte $wc=261.4\text{rad/s}$, existe um sinal de controle que atenua os sinais do distúrbio exógeno.

A escolha dos filtros foi feita para satisfazer a condição de atenuação de vibração e estabilização do sistema em malha fechada, sem utilizar um algoritmo específico. Os parâmetros de filtragem adotados na estratégia de controle visa enfatizar a faixa de frequências em que se deseja atribuir maior peso, como se descreveu anteriormente. O filtro de ponderação é adotado de forma a minimizar a norma H_1 , garantindo que o sinal de saída em malha fechada cumpra com os objetivos desejados. Assim, podem existir diferentes filtros que cumpram com os mesmos objetivos. Os modelos de estado das funções de ponderação wp , wu e wd escolhidos são dados respectivamente por:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_p &= \mathbf{A}_p \mathbf{x}_p + \mathbf{B}_p \mathbf{z}_1, \\ \mathbf{z}_{1_{out}} &= \mathbf{C}_p \mathbf{x}_p + \mathbf{D}_p \mathbf{z}_1,\end{aligned}\tag{3.3}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_u &= \mathbf{A}_u \mathbf{x}_u + \mathbf{B}_u \mathbf{u}, \\ \mathbf{u}_{out} &= \mathbf{C}_u \mathbf{x}_u + \mathbf{D}_u \mathbf{u},\end{aligned}\tag{3.4}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_d &= \mathbf{A}_d \mathbf{x}_d + \mathbf{B}_d \mathbf{d}_{in}, \\ \mathbf{d} &= \mathbf{C}_d \mathbf{x}_d + \mathbf{D}_d \mathbf{d}_{in}.\end{aligned}\tag{3.5}$$

Os parâmetros das funções podem ser encontrados no Anexo B.

As funções de ponderação apresentadas são acrescidas no modelo modal reduzida

como

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_r(t) \\ \mathbf{x}_d(t) \\ \mathbf{x}_u(t) \\ \mathbf{x}_p(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_r & \mathbf{B}_{1r}\mathbf{C}_d & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_u & 0 \\ \mathbf{B}_p\mathbf{C}_{1r} & 0 & 0 & \mathbf{A}_p \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_r(t) \\ \mathbf{x}_d(t) \\ \mathbf{x}_u(t) \\ \mathbf{x}_p(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1r}\mathbf{D}_d & 0 \\ \mathbf{B}_d & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_1} \underbrace{\begin{bmatrix} d_{in}(t) \\ n(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{w}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{3r} \\ 0 \\ \mathbf{B}_u \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_2} u(t), \\
 \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{z}_{1out}(t) \\ \mathbf{z}_2(t) \\ \mathbf{u}_{out}(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{z}(t)} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{1r} & 0 & 0 & \mathbf{C}_p \\ \mathbf{C}_{2r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_u & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_r(t) \\ \mathbf{x}_d(t) \\ \mathbf{x}_u(t) \\ \mathbf{x}_p(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0,01 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}_{11}} \underbrace{\begin{bmatrix} d_{in}(t) \\ n(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{w}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}_{12}} u(t), \\
 \mathbf{e}(t) &= \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{4r} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}_2} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_r(t) \\ \mathbf{x}_d(t) \\ \mathbf{x}_u(t) \\ \mathbf{x}_p(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0,01 \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}_{21}} \underbrace{\begin{bmatrix} d_{in}(t) \\ n(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{w}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}_{22}} u(t).
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

A descrição em valores singulares do sistema reduzido e o efeito das funções de ponderação são apresentados na Figura 21.

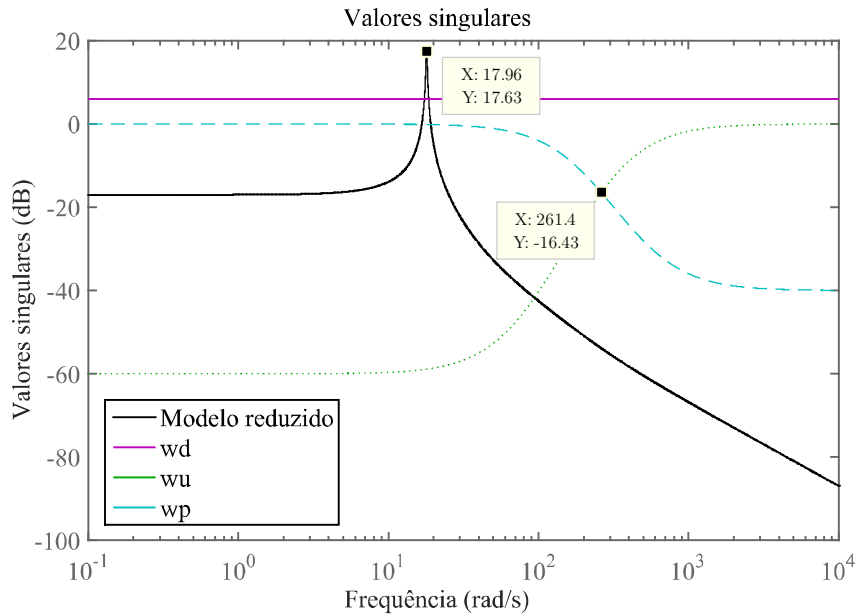


Figura 21 – Configuração das funções de ponderação no sistema em frequência.

O objetivo do algoritmo de controle proposto neste trabalho é diminuir a norma H_1 ,

que corresponde ao valor de pico de maior magnitude no domínio da frequência dos valores singulares. No caso do modelo do sistema flexível, este valor, corresponde a 17,63dB. Os filtros de ponderação são projetados considerando o diagrama dos valores singulares. Verificamos que na zona de baixas frequências, o peso de w_p gera uma atenuação de vibração até a frequência de corte de 261.4 rad/s. Na zona de altas frequências, por outro lado, o peso de w_u incrementa o esforço de controle, buscando estabilizar o sistema sem os efeitos de spillover. Com base neste modelo aumentado é projetada a estratégia de controle, descrita na próxima seção.

3.5 Controle H_1

O objetivo deste trabalho é projetar um controlador para atenuar as vibrações na extremidade de uma estrutura longa e flexível, deformada estaticamente e tensionada por um cabo. A estratégia de controle é baseada nas características modais da estrutura, o que permite projetar o controlador H_1 de ordem reduzida estável com desempenho próximo ao controlador de ordem completa (GAWRONSKI, 2004).

A arquitetura do problema H_1 é apresentado na Figura 22,

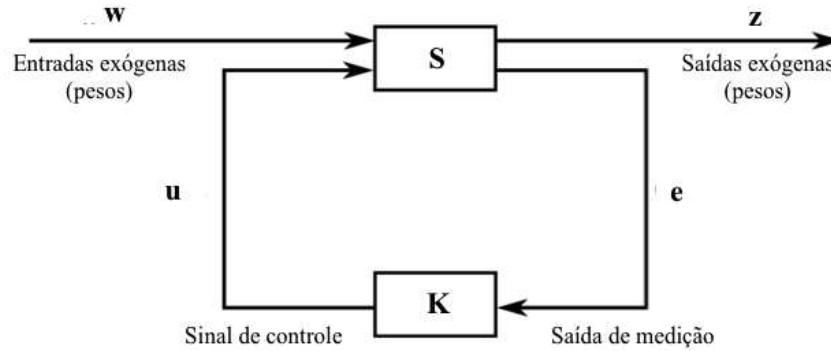


Figura 22 – Configuração do sistema em malha fechada da estratégia de controle H_1 .

O modelo de estados do sistema aumentado da equação 3.6 corresponde ao bloco S do diagrama da Figura 22. O controlador é projetado com base neste modelo de sistema. Considerando a arquitetura da Figura 22, pode-se escrever

$$\begin{bmatrix} z \\ e \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{zw} & S_{zu} \\ S_{ew} & S_{eu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

O esforço de controle é dado por:

$$\mathbf{u} = \mathbf{K} \mathbf{e}, \quad (3.8)$$

Substituindo \mathbf{e} da equação 3.7 na equação 3.8 tem-se:

$$\mathbf{u} = \mathbf{K} (\mathbf{I} - \mathbf{S}_{eu} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{S}_{ew} \mathbf{w}, \quad (3.9)$$

e depois ao substituir a 3.9 na 3.7, obtém-se a função de transferência entre os distúrbios \mathbf{w} e a saída de desempenho \mathbf{z} :

$$\mathbf{z} = \mathbf{T}_{zw} \mathbf{w}, \quad (3.10)$$

onde

$$\mathbf{T}_{zw} = \mathbf{S}_{zw} + \mathbf{S}_{zu} \mathbf{K} (\mathbf{I} - \mathbf{S}_{eu} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{S}_{ew}, \quad (3.11)$$

O problema do controle H_1 consiste em determinar o controlador \mathbf{K} tal que a norma H_1 da função de transferência em malha fechada \mathbf{T}_{zw} entre \mathbf{w} e \mathbf{z} seja minimizada sobre todos os controladores realizáveis, ou seja, reduzindo o pico de amplitude do maior valor singular do sistema encontrando um \mathbf{K} realizável. Esta minimização aumenta a margem de estabilidade robusta do sistema (GAWRONSKI, 2004). A norma H_1 para o sistema MIMO é definida por:

$$\|\mathbf{T}_{zw}\|_1 = \sup_{\omega} \sigma_{max}(\mathbf{T}_{zw}(j\omega)), \quad (3.12)$$

onde σ_{max} é o maior valor singular. Uma forma de tratar o problema é considerar um limite factível ρ , real e maior que zero para fins computacionais (ZHOU et al., 1996), que permita encontrar o controlador \mathbf{K} sendo:

$$\|\mathbf{T}_{zw}\|_1 < \rho, \quad (3.13)$$

Uma metodologia para resolver o problema é através de desigualdades matriciais lineares (LMI). Este método está baseado no critério de estabilidade de Lyapunov, que mostra

que a equação diferencial $\dot{x}(t) = Ax(t)$ é estável (todas as trajetórias convergem a zero) se e somente se existe uma matriz positiva $P > 0$ (BOYD et al., 1994), tal que

$$A^T P + PA < 0, \quad (3.14)$$

Neste trabalho, esta metodologia é implementada para encontrar o controlador H_1 .

3.6 LMI – Sistema Dinâmico

O controlador H_1 se descreve como:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_c &= A_c \mathbf{x}_c + B_c \mathbf{y}(t), \\ \mathbf{u} &= C_c \mathbf{x}_c + D_c \mathbf{y}(t), \end{aligned} \quad (3.15)$$

considerando o modelo do sistema geral como:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= A \mathbf{x}(t) + B \mathbf{u}(t) + E \mathbf{w}(t), \\ \mathbf{z} &= C_z \mathbf{x}(t) + D_z \mathbf{u}(t) + E_z \mathbf{w}(t), \\ \mathbf{y}(t) &= C_y \mathbf{x}(t) + D_y \mathbf{u}(t) + E_y \mathbf{w}(t). \end{aligned} \quad (3.16)$$

O problema de controle H_1 pode ser colocado da forma LMI, como

$$\begin{aligned} \min \quad & \mu \\ \text{sujeito} \quad & \begin{bmatrix} AP + PA^0 & & \\ CP & -\mu I & \\ E^0 & F^0 & -I \end{bmatrix} < 0 \\ & P > 0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

Este problema possui termos não lineares de restrição, na forma de produtos de incógnitas. Para que este problema possa ser resolvido como um problema LMI, utilizam-se transformações de variáveis para eliminar os termos não lineares. É possível escrever a matriz simétrica P como

$$\begin{aligned} P &= \begin{bmatrix} X & U \\ U & \widehat{X} \end{bmatrix}, \\ P^{-1} &= \begin{bmatrix} Y & V^c \\ V & \widehat{Y} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.18)$$

sendo $PP^{-1} = P^{-1}P = I$.

Após uma série de manipulações algébricas tem-se:

$$\begin{aligned}
 & \min \quad \mu \\
 \text{sujeito} \quad & \begin{bmatrix} AX + BL + XA^0 + L^0B^0 & YA + FC_y + A^0Y + C_y^0F^0 & & \\ Q + A^0 + C_y^0R^0B^0 & C_z + D_zRC_y & -\mu I & \\ C_zX + D_zL & YE + FE_y & E_z^0 + E_y^0R^0D_z^0 & -I \end{bmatrix} < 0 \\
 & P > 0
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

onde as variáveis L , R , F e Q são definidas como:

$$\begin{aligned}
 L &= D_c C_y X + C_c u^0, \\
 R &= D_c, \\
 F &= YBD_c + VB_c, \\
 Q &= YAX + YBD_c C_y X + VB_c C_y X + YBC_c U^0 + VA_c U.
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

As variáveis de otimização possuem as seguintes dimensões: μ =escalar, X =matriz simétrica de ordem n , Y =Matriz simétrica de ordem n , F =(número de colunas de B) $\times n$, $F=n \times$ (número de linhas de C_z), $Q=n \times n$ (não simétrica) e R =escalar. Resolvendo a LMI determinam-se os valores das variáveis e constrói-se o controlador a partir de:

$$\begin{aligned}
 A_c &= V^{-1}(Q - Y(A + BRC_y)X - YBL + FC_y X)U^{-T}, \\
 B_c &= V^{-1}(F - YBR), \\
 C_c &= (L + RC_y X)U^{-T}, \\
 D_c &= R.
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

3.7 Controlador

Neste trabalho utiliza-se a função `hinfsyn` do \odot Matlab para a solução do problema envolvendo restrições na forma de LMI, seguindo o método analítico apresentado na seção anterior. A malha é fechada com o controlador aplicado ao modelo do geral do sistema expresso na equação 3.1. A comparação entre as respostas do sistema em malha aberta

e malha fechada é apresentada na Figura 23. A norma infinita do sistema controlado é minimizada de 9,16 (sem controle) para 0,115 (com controle).

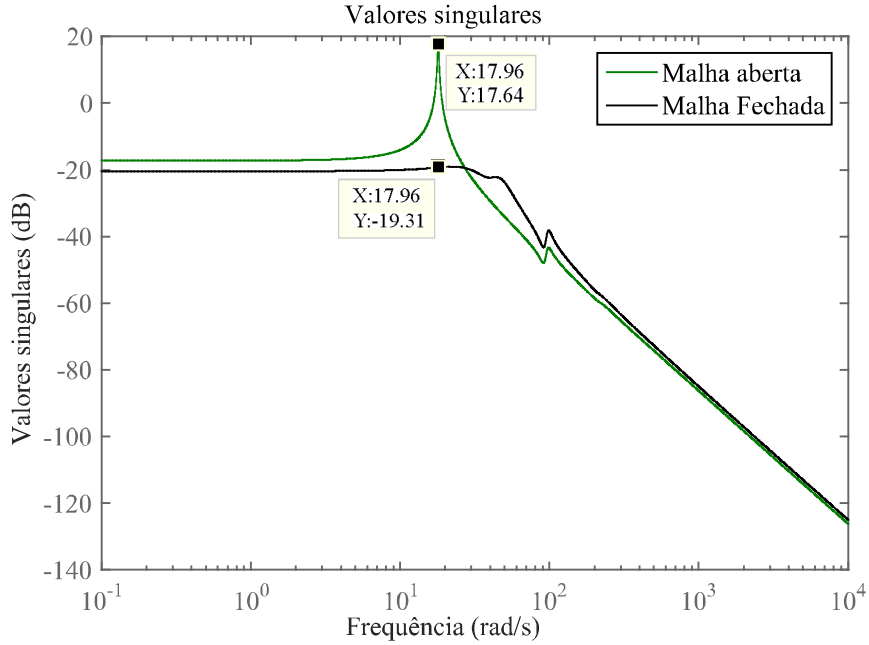


Figura 23 – Comparação da resposta em frequência do sistema em malha aberta e fechada.

A estratégia de controle proposta busca atenuar o maior pico da resposta em frequência de acordo com as restrições aplicadas.

O modelo do controlador projetado é apresentado na equação 3.22:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_c &= \mathbf{A}_c \mathbf{x}_c + \mathbf{B}_c \mathbf{e}(t), \\ \mathbf{u} &= \mathbf{C}_c \mathbf{x}_c + \mathbf{D}_c \mathbf{e}(t). \end{aligned} \quad (3.22)$$

Como se apresenta na Figura 20, $\mathbf{e}(t)$ é o sinal de saída de tensão do sensor considerando sinais de ruído e corresponde à entrada ao controlador. $\mathbf{u}(t)$ é o sinal de saída de controle que ativa o motor. Os valores numéricos das matrizes do modelo de estados do motor são apresentados no anexo C.

3.8 Conclusão

Neste capítulo foi apresentada a arquitetura do sistema controlado que descreve o projeto de controle proposto para atenuar as vibrações de uma haste flexível com seção transversal variável.

Inicialmente apresentou-se a construção do modelo geral do sistema que contém as propriedades dinâmicas da haste, sensor e atuador. Em seguida, através da análise modal, definimos o modo de vibrar com maior contribuição no comportamento da haste, que foi o objeto de interesse na estratégia de controle. Filtros de ponderação foram implementados para acrescentar robustez ao sistema, cumprindo as condições desejadas no projeto, que são atenuar o modo de vibrar de maior magnitude e estabilizar o sistema em malha fechada. Assim, cumprindo com o objetivo de atenuar o modo de vibrar mais relevante através da norma H_1 , um controlador é calculado, cuja solução é encontrada por desigualdades matrizes lineares (sigla em inglês LMI). Finalmente, o modelo do sistema geral é realimentado pelo controlador buscando atenuar o modo de vibrar com magnitude de 17,96 dB em malha aberta até -19.31 dB em malha fechada como indicado na Figura 23.

O diagrama de blocos da Figura 24, apresenta o resumo das etapas do projeto de controle de vibrações aplicando o método H_1 .

A eficácia da estratégia de controle proposta é verificada a partir de simulações e testes práticos, utilizando o controlador calculado e submetendo o sistema a diferentes tipos de entradas. Os parâmetros necessários para as simulações e os experimentos são descritos na próxima seção.

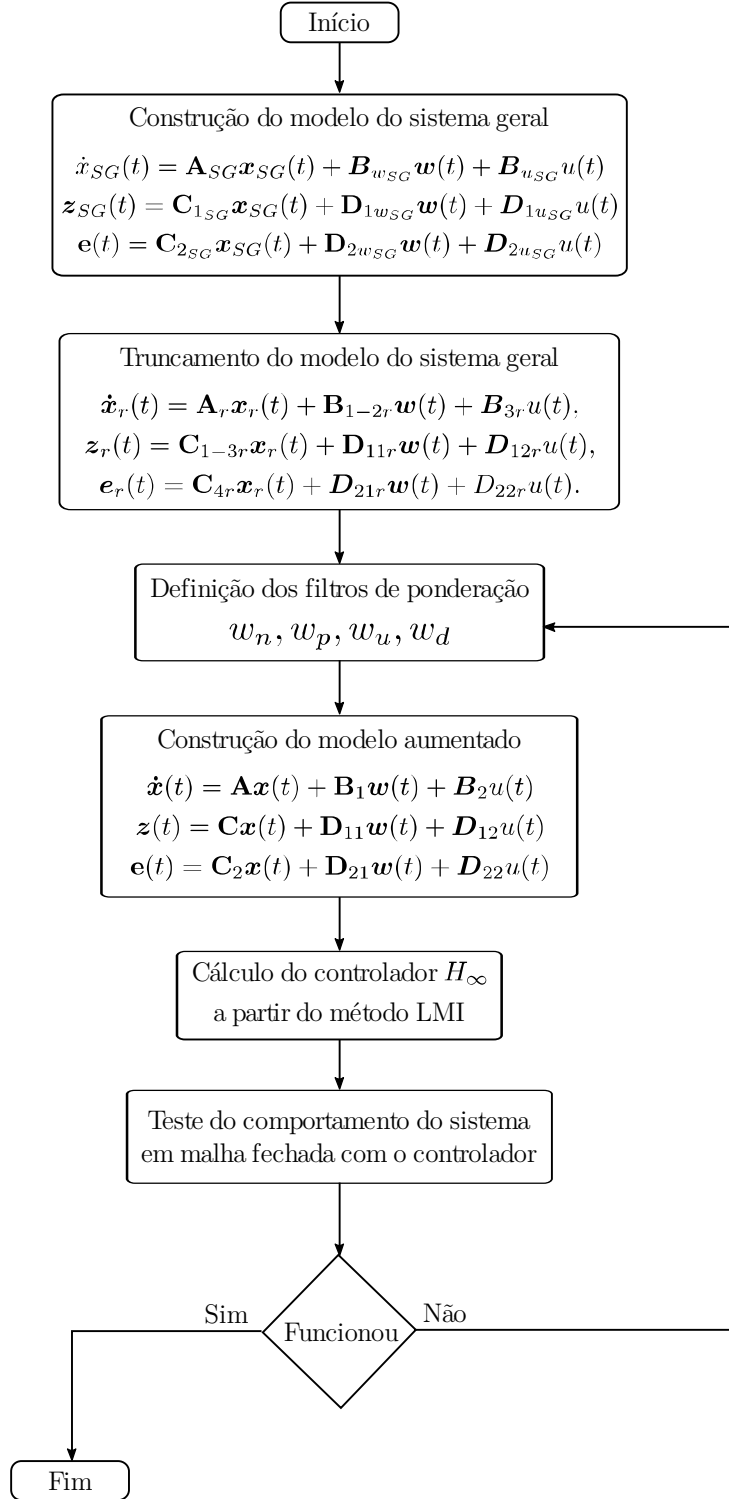


Figura 24 – Diagrama de blocos do projeto de controle de vibração.

CAPÍTULO 4

DESCRIÇÃO DA PLATAFORMA EXPERIMENTAL

Nesta seção serão apresentados os procedimentos utilizados nos experimentos práticos. Inicialmente são descritas as características estática e dinâmica, necessárias para validar a estratégia do modelamento da haste flexível sujeita a grandes deformações pela tração de um cabo. Em seguida, é descrito o procedimento experimental utilizado para observar a eficiência do controle proposto na atenuação de vibração de uma estrutura flexível com seção transversal variável. Os resultados obtidos são apresentados e analisados no capítulo 5.

4.1 Introdução

Procedimentos experimentais são executados neste trabalho com o intuito de validar os modelos desenvolvidos durante o projeto. Os equipamentos e elementos utilizados no experimento práticos são apresentados neste capítulo.

O procedimento para determinar o modelo estático da haste, apresentado na seção 2.2.1, é validado a partir de uma caracterização estática. O experimento consiste em deformar a haste flexível com 9 massas diferentes em 3 inclinações diferentes. No caso do modelo dinâmico da haste, apresentado na seção 2.2.2, são elaborados dois métodos. No primeiro método, é aplicada uma força impulsiva na vara deformada a uma inclinação de 0 graus. No segundo método, são aplicadas entradas com varredura de frequência para excitar os modos de vibrar nas mesmas 9 deformações do experimento estático.

O modelo de controle de vibração proposto neste trabalho é validado experimentalmente através de dois testes. No primeiro teste a haste é abruptamente deformada até uma posição final, verificando-se movimentos residuais de vibração. No segundo teste uma força concentrada conhecida é aplicada para excitar os modos de vibrar, à partir de uma posição

estática. Para ambos casos o controlador deve atenuar as vibrações.

Os resultados e análises dos experimentos são apresentados no capítulo 5.

4.2 Modelo da estrutura flexível

Os modelos estático e dinâmico devem ser validados com um protótipo que suporte grandes deformações, com o material mantendo um comportamento linear de vibrações. Com esse objetivo, é usada uma haste de fibra de vidro cujas características físicas foram medidas e são apresentadas na Tabela 2. Os diâmetros de seção transversal 1 e 3 corresponde aos diâmetros no início e no fim da haste como se apresenta na Figura 3. O módulo de elasticidade e densidade são determinadas pelo ajuste do teste dinâmico da vara. A haste é deformada pela ação de um cabo de tração e uma massa suspensa em sua extremidade.

Tabela 2 – Propriedades físicas da haste.

| Comprimento | Diâmetro da seção transversal 1 | Diâmetro da seção transversal 3 | Módulo de elasticidade | Densidade |
|-------------|---------------------------------|---------------------------------|------------------------|---------------------------|
| 1,185 (m) | 0,0088 (m) | 0,002 (m) | 42 (GPa) | 2,000(Kg/m ³) |

No experimento prático da caracterização dinâmica da haste é usado um excitador eletromecânico LDS do fabricante ○Brüel & Kjær, para excitar os modos de vibrar da vara de fibra de vidro. As características do excitador eletromecânico são apresentadas na tabela 3.

No experimento dinâmico foram capturados os sinais de vibração através de acelerômetros da marca ○Brüel & Kjær, um triaxial e o outro biaxial. As propriedades destes sensores são apresentadas na tabela 4.

O controle proposto neste trabalho é avaliado experimentalmente na viga descrita nesta seção. O sinal de controle utilizado para atenuar as vibrações da viga é enviado a um servo motor AC da ○PANASONIC. As características de funcionamento do motor são apresentadas na tabela 5.

As propriedades físicas do sensor infravermelho utilizado no experimento de controle são apresentadas na seção 2.3.

Tabela 3 – Propriedades de funcionamento e físicas do excitador eletromecânico.

| Modelo | V455 |
|-------------------------|--------------------------------------|
| Descrição geral | Shaker eletrodinâmico de baixa força |
| Armadura | 635mm |
| Força seno (pico) | 0,3kN |
| Máxima aceleração | 70g (seno) 70g (randômico) |
| Faixa de frequência til | 5-9000 Hz |
| Máximo deslocamento | 19mm (pico a pico) |
| Mesa deslizante | 240X240mm |

Tabela 4 – Propriedades de funcionamento e físicas dos acelerômetros.

| Propriedades | Valores |
|---|-------------------------------------|
| Sensibilidade de referência (159,2 Hz, 4mA, 22,1 °C) | 1,012mV/ms ² (9,925mV/g) |
| Faixa de frequência (Amplitude (± 10%)) | 1Hz a 10kHz |
| Frequência de ressonância | 32kHz |
| Baixa frequência roll-off | 20 dB/década |
| Tensão de polarização (25 °C) | +11V a +13V |
| (qualquer temperatura) | +8V a 16V |
| Fonte de energia requerida | +2 a +10mA +24V a +30V |
| Impedância de saída | 20Ω |
| Peso | 8,6gr (0,30oz) |

A partir das propriedades físicas e funcionais dos equipamentos usados, seguimos com a descrição dos experimentos desenvolvidos.

4.3 Caracterização estática

Testes experimentais são realizados para validar o procedimento do modelo estático descrito na seção 2.2.1. As deflexões verticais e horizontais de pontos selecionados na haste, como mostrado na Figura 25, foram medidas diretamente com uma fita métrica de acordo com a técnica descrita em (BALLANTYNE, 1999).

As cargas em suspensão utilizadas para o teste estático são 0,99N, 1,98N, 2,93N, 4,02N

Tabela 5 – Propriedades de funcionamento do motor.

| Modelo | MSMD022P1U |
|--------------|-------------|
| Entrada 30AC | 91V 1,5A |
| Potencia | 0,2kW |
| Frequência | 2000 Hz |
| Revoluções | 3000 r/min |

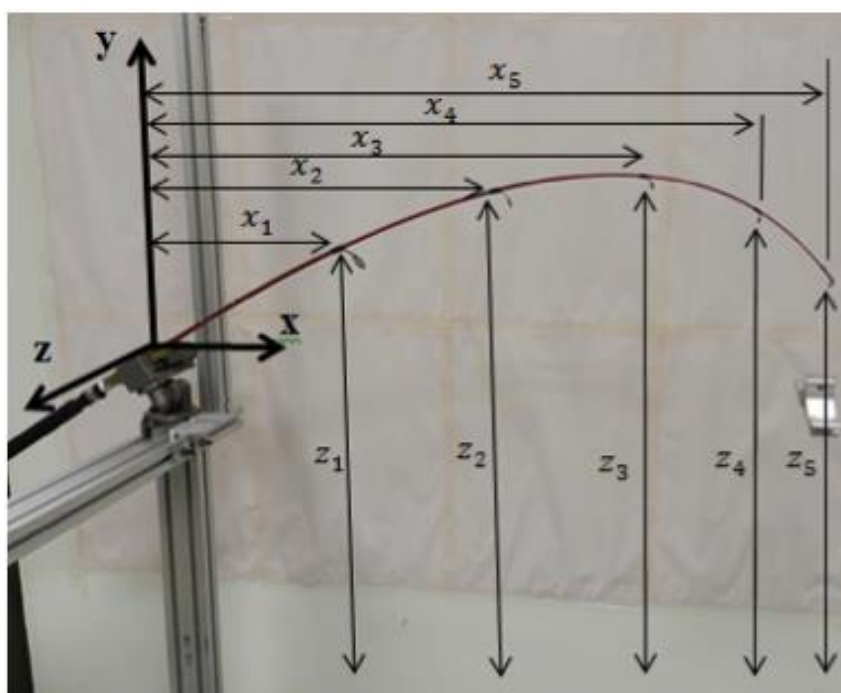


Figura 25 – Configuração da deformação estática.

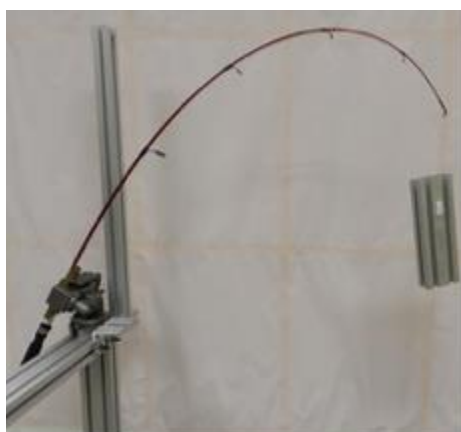
e 5,18N. carga é aplicada para diferentes ângulos de inclinação da haste, que são 0° , 30° e 60° apresentadas na Figura 26. A base da haste está presa por uma morsa com inclinação graduada. .



(a)



(b)



(c)

Figura 26 – *Configurações da haste para o teste estático. (a) Inclinação 0° , (b) Inclinação 30° , (c) Inclinação 60°*

4.4 Caraterização dinâmica

Técnicas de análise modal são usadas para validar o modelo dinâmico da viga descrita na seção 2.2.2. Dois métodos experimentais foram usados para caracterizar a vibração da haste (MEIROVITCH, 1986). O primeiro método para obter os modos de vibração natural da estrutura é através da resposta da haste para uma entrada impulso efetuada por um martelo de impacto. No experimento são aplicadas forças impulsivas nos pontos L_{mx} indicados na Figura 27. O segundo método é a partir da resposta a uma entrada com varredura de frequência gerada por um excitador eletromecânico. Os dois métodos foram usados devido ao fato do excitador estar limitado a gerar uma frequência de mínimo 5 Hz que não é suficiente para excitar o primeiro modo de vibração do haste. Portanto, a resposta livre da viga foi usada para identificar o primeiro modo natural. A comparação dos resultados dos métodos experimentais implementados e calculados teoricamente são apresentados no capítulo 5.

As configurações da viga deformada são obtidas a partir da força do cabo atado à ponta livre da haste. As coordenadas da origem do cabo são 0,045m (horizontal) e -0,115m (vertical). A rigidez do cabo é de 1 KN/m. O ângulo da força de tração é definida pela posição ponta da haste e a base do cabo. Uma massa de 50 gramas é considerada no modelo teórico, o qual representa o peso do acelerômetro triaxial posicionado na extremidade da haste, como mostrado na Figura 27.

Os primeiros três modos de vibração são os que possuem as maiores amplitudes de vibração. Alguns pontos são escolhidos da haste para aplicar um impulso de excitação, para obter os modos de vibração. Na Figura 27 são indicados os pontos e as posições adotadas a partir da base da haste.

O sinal enviado pelo acelerômetro é amostrado através de uma placa de aquisição de dados. Os dados da aceleração são armazenados, processados e apresentados por meio da biblioteca de processamento de sinais do software ○MATLAB. Seis configurações da viga deformada foram testadas, aplicando-se uma força de tração de 0,99N, 1,98N, 2,93N, 4,02N e 5,18N, como mostrado na Figura 28.

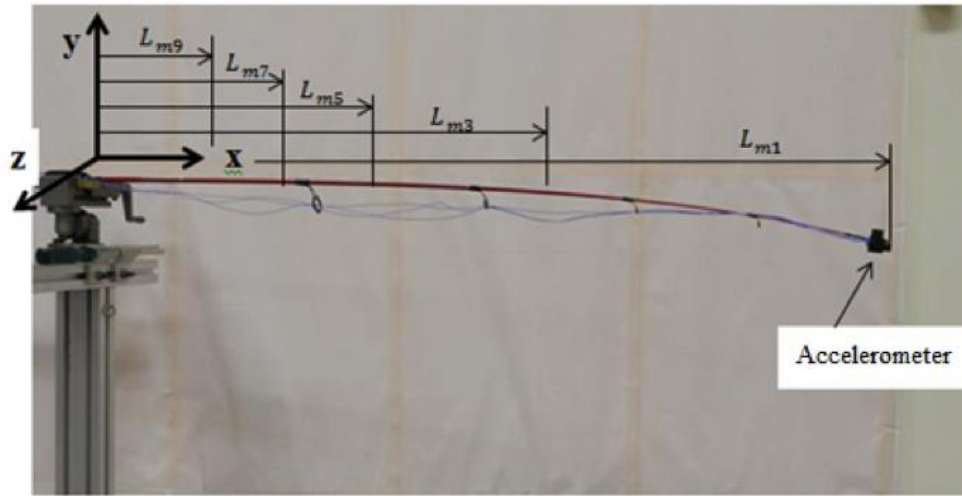
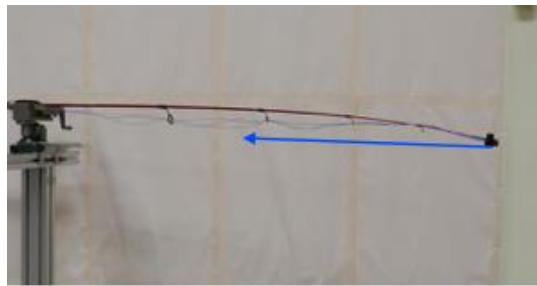
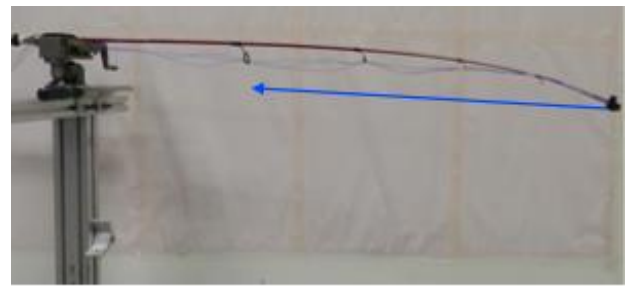


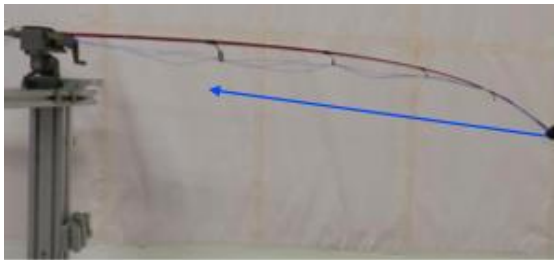
Figura 27 – Teste modal da haste com as posições usadas para excitar a estrutura.



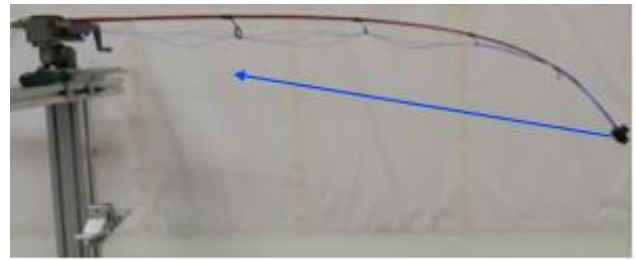
(a)



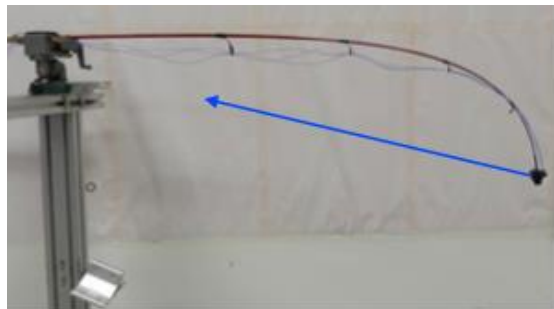
(b)



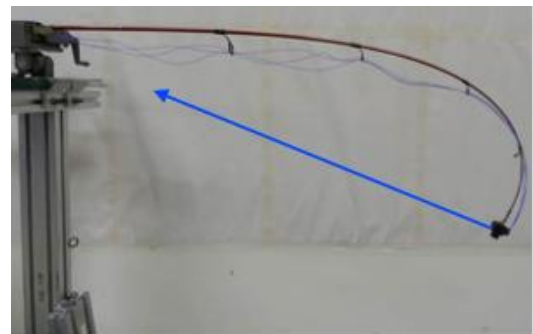
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 28 – Configurações usadas para o primeiro teste dinâmico. (a) Configuração 1 (0,0N). (b) Configuração 2 (0,99N). (c) Configuração 3 (1,98N). (d) Configuração 4 (2,93N). (e) Configuração 5 (4,02N). (f) Configuração 6 (5,18N).

As mesmas configurações do cabo e a viga são usadas para o experimento com o excitador eletromecânico, o qual gera um sinal de varredura senoidal de frequência. A Figura 29 mostra as configurações de deformação da haste no excitador eletromecânico. Este experimento foi desenvolvido no trabalho de iniciação científica do aluno Luís Teixeira (TEIXEIRA et al., 2016). Os dados da aceleração são analisados através do software \odot DACTRON, com o objetivo de calcular a transmissibilidade da estrutura.

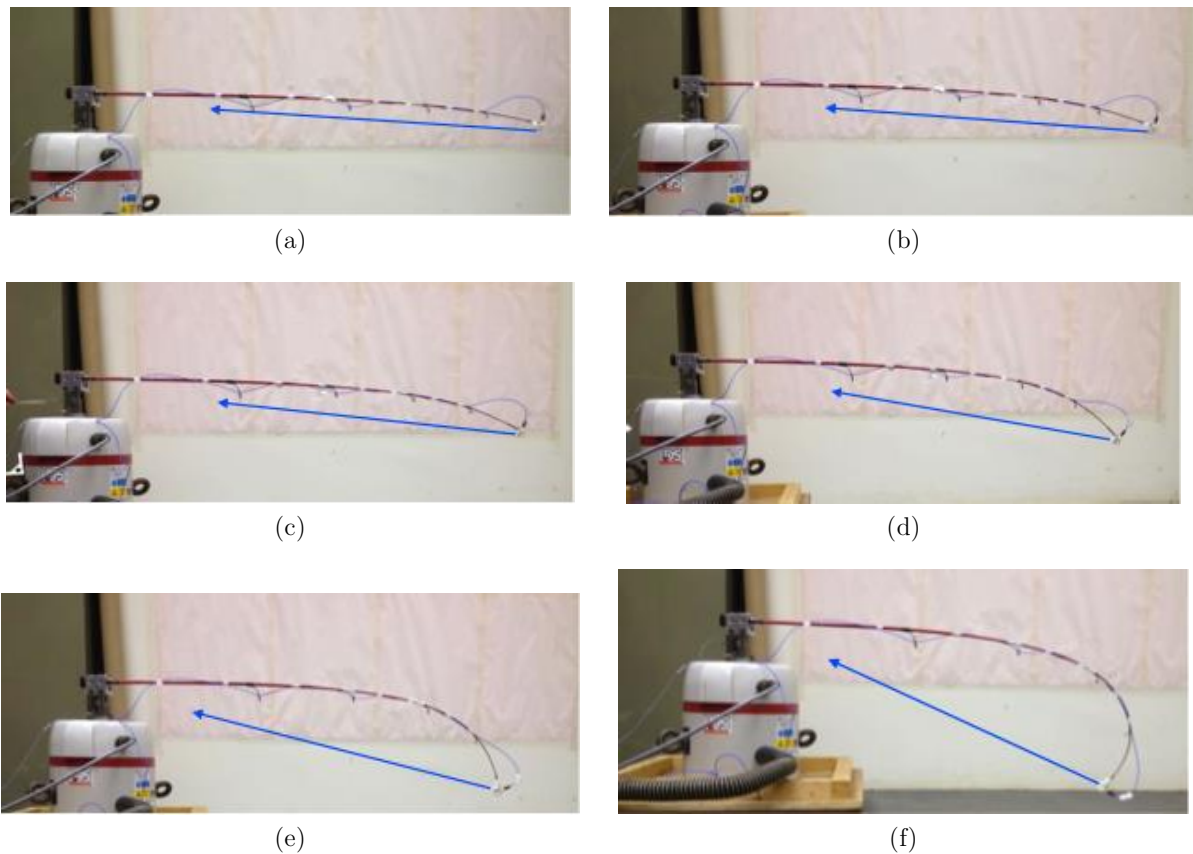


Figura 29 – Configurações usadas para o segundo teste dinâmico. (a) Configuração 1 (0,0N). (b) Configuração 2 (0,99N). (c) Configuração 3 (1,98N). (d) Configuração 4 (2,93N). (e) Configuração 5 (4,02N). (f) Configuração 6 (5,18N).

4.5 Configuração experimental para o controle de vibração

A configuração experimental para o teste de controle de vibração consiste na vara de fibra de vidro anteriormente caracterizada. A base da vara está presa a uma morsa que está fixada em uma estrutura metálica. O cabo trator, neste caso de cobre, para minimizar a sua flexibilidade, é fixado na ponta da vara e a uma polia presa ao eixo do atuador. Um servo motor AC é usado como atuador, sendo acionado pelo controlador MINAS 4S no modo

de controle de torque (PANASONIC, 2004). O sensor infravermelho é alocado no meio do cabo de tração para fornecer a variação da sua força. A bancada experimental é apresentada na Figura 30. O pacote de Simulink do Matlab é usado para enviar o sinal de controle através da placa de entrada e saída analógica-digital da National Instruments PCI-6229. O motor traciona e solta o cabo de tensão para controlar o movimento da ponta da haste. À entrada analógica da placa de aquisição de dados está conectado um sensor infravermelho que mede a vibração do extremo da haste. O sensor, assegurado nas duas extremidades pelo cabo trator, está submetido a forças em sentido oposto causadas pelo movimento no cabo. As placas internas do sensor se deslocam ampliando a distância entre elas e gerando uma variação no sinal infravermelho que por sua vez gera uma mudança na tensão de saída. O sinal do sensor é filtrado e enviado à entrada do controle. A Figura 31 apresenta a configuração de conexão de todos os elementos dos sistemas com os condicionamentos apropriados.

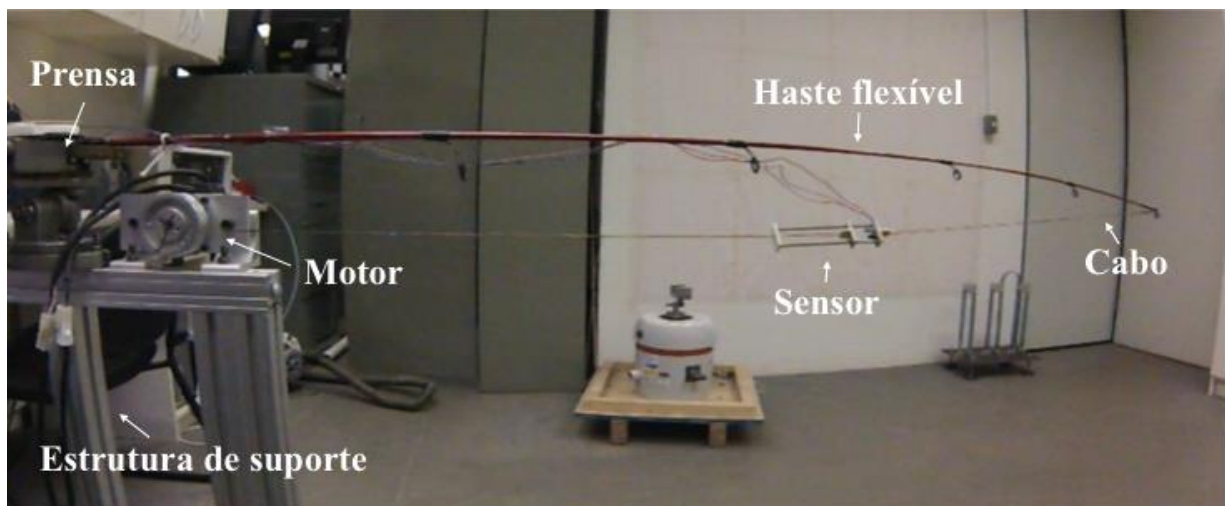


Figura 30 – Configuração experimental para o controle de vibração ativo.

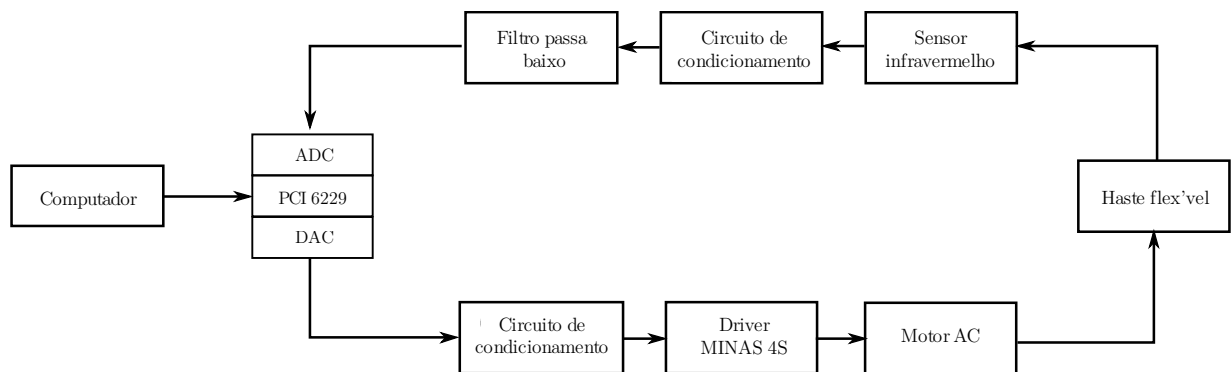
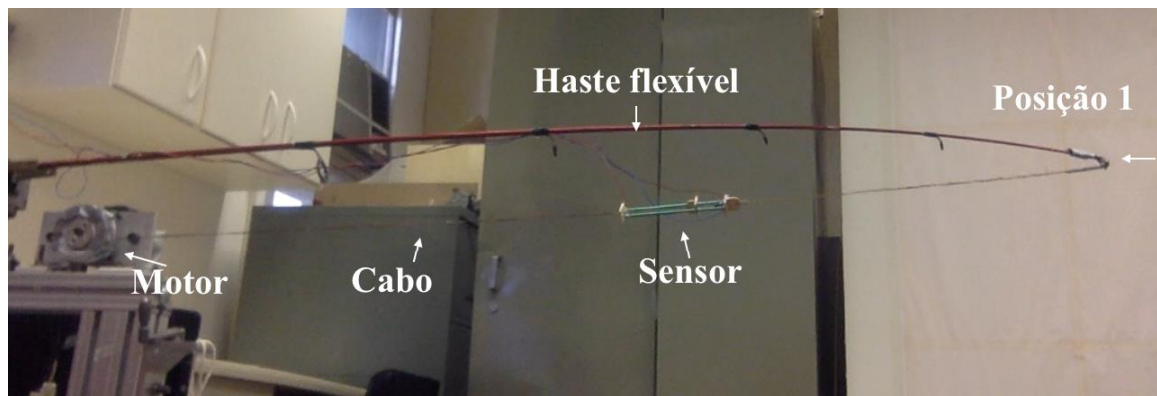


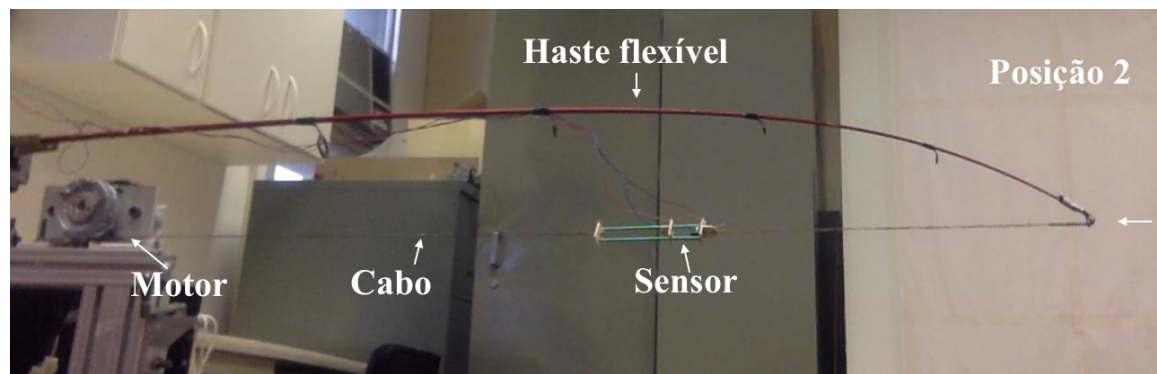
Figura 31 – Esquema de conexão do sistema.

Os dados experimentais do sistema flexível com controle de vibração foram obtidos

com a vara de fibra de vidro em uma inclinação de 0 graus, configuração 2 da Figura 28b. No teste experimental, a vara é deformada bruscamente até uma posição, que corresponde a uma rotação 90° do motor. Neste caso, o controlador deve minimizar a vibração resultante ao movimento de variação de posição como se visualiza na Figura 32. Em um segundo teste, uma força concentrada de 5N aplicada em uma seção da vara e logo é solta como se mostra na Figura 33a. O objetivo é atenuar a vibração da vara como resultado da repentina supressão da força.



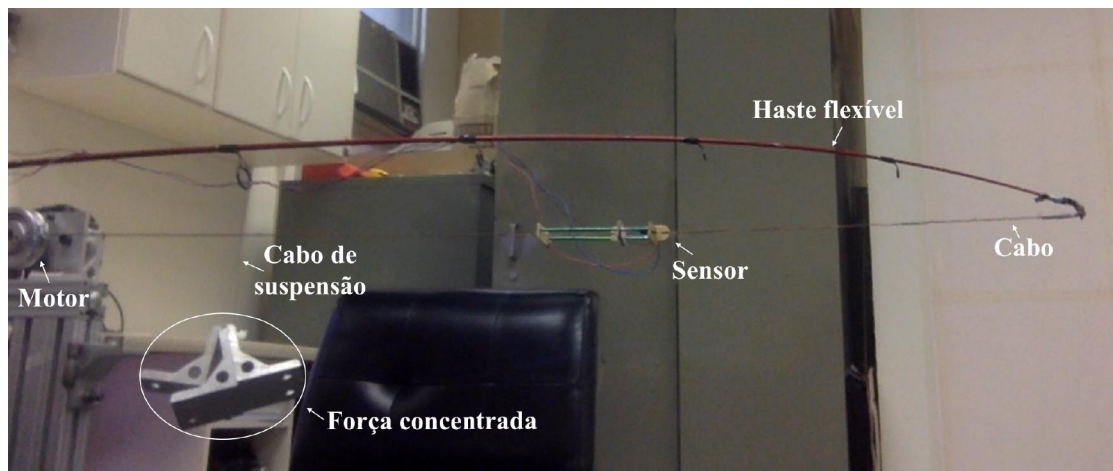
(a)



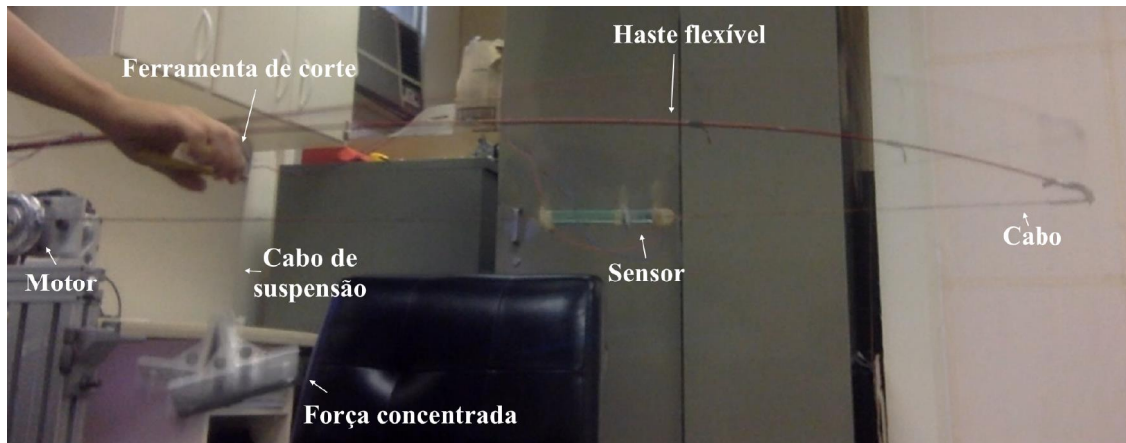
(b)

Figura 32 – Primeiro caso do teste experimental do controle de vibração.

(a) Posição 1 da haste flexível, (b) Posição 2 da haste flexível



(a)



(b)

Figura 33 – Segundo caso do teste experimental do controle de vibração. (a) Haste submetido a uma força, (b) Liberando a haste da força concentrada

4.6 Conclusão

Neste, capítulo apresentaram-se as características físicas e de funcionamento dos equipamentos e elementos analisados nos testes experimentais.

Os procedimentos desenvolvidos dos testes experimentais são descritos sequencialmente, para validar os modelos numéricos apresentados neste trabalho. A metodologia utilizada para validar o modelo estático e dinâmica da haste flexível com seção transversal variável permite obter e analisar as propriedades dinâmicas necessárias para o projeto do controle. A comparação dos dados práticos e teóricos são analisados e apresentados no capítulo 5.

Igualmente, se descreve a metodologia utilizada para excitar os movimentos de vi-

bração próprios da haste flexível em condições comuns, os quais devem ser atenuados pela estratégia de controle de vibração proposta no trabalho. Os resultados do sistema com controle e sem controle são comparados e analisados no capítulo 5.

Os procedimentos experimentais descritos nesta seção permitem obter os resultados práticos para serem comparados aos dados teóricos e assim avaliar a eficiência do modelamento.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS E DISCUSSÕES

As características estáticas e dinâmicas calculadas através dos modelos analíticos e numéricos são comparadas com os resultados experimentais obtidos no trabalho de Doutorado de Jaime Izuka (IZUKA, 2013), para um protótipo construído no Laboratório de Processamento de Sinais da FEM – Unicamp. Os dados obtidos no trabalho de Jaime Izuka (IZUKA, 2013), são reproduzidos no presente trabalho com o objetivo de projetar o projeto de controle de vibrações. Os resultados teóricos do controle de vibração são comparados com os resultados obtidos através do protótipo real para validar o funcionamento do controlador proposto. Os comentários referentes aos resultados obtidos são apresentados nesta seção.

5.1 Introdução

O projeto do controle requer que o modelo do sistema a ser controlado seja o mais próximo possível da realidade. Neste capítulo são apresentadas as comparações teóricas e experimentais dos modos de vibrar da haste para diferentes configurações de deformação. Os modos de vibrar são determinados experimentalmente por dois tipos de entradas. A primeira por uma força impulsiva efetuada com um martelo de impacto e a segunda, através de uma força aplicada na base com varredura em frequência efetuada por um excitador eletromagnético. Este segundo teste foi desenvolvido como parte do trabalho de iniciação científica de Luis Teixeira (TEIXEIRA et al., 2016). Os modos de vibrar são determinados para um sistema tridimensional.

Neste projeto de controle, o atuador é limitado a efetuar apenas força de tração para atenuar as vibrações da haste no plano xy , assim o modelo adotado é validado para a representação bidimensional. Além disso, o cabo trator deve estar inicialmente em tensão para que a medição da vibração e o sinal no atuador seja apropriado ao comportamento dinâmico

da vara flexível. Neste caso a vara terá uma deformação inicial. No projeto de controle se adotou a configuração 2 da Figura 35 para o cálculo da equação do controlador.

O modelo teórico da haste foi discretizado com 9 elementos de viga e 10 nós. Ao ser modelada no plano xy , cada nó possui 2 graus de liberdade de translação e 1 de rotação em θ_z . Os graus de liberdade do nó da base são nulos, indicando a condição de engastamento. As entradas de distúrbio são habilitadas no vetor \mathbf{B}_{w1} da equação 3.1. Assim, o controlador é calculado no modelo da vara em que é efetuada uma força de tração nos graus de liberdade x e y do último nó que representa a ponta da haste. Os resultados simulados e experimentais são apresentados na seção 5.4.1 e 5.4.2. Uma entrada impulsiva na componente y é aplicada no segundo nó da vara. Resultados simulados e experimentais são obtidos utilizando o mesmo controlador de vibração conforme apresentado na seções 5.4.1 e 5.4.2, respectivamente.

5.2 Comparação dos resultados teóricos e práticos do modelo estático

São utilizadas três configurações de inclinação para a haste indicada na Figura 26. Para cada inclinação são aplicadas cinco cargas diferentes. As deformações obtidas experimentalmente para cada carga e cada inclinação são comparadas com os dados teóricos como se mostram na Figura 34.

As linhas representam as deformações curvas da haste calculadas numericamente e a sucessão de pontos x descrevem a forma curva da haste determinada experimentalmente. Os valores dos pesos usados para deformar a vara são: 0,99N, 1,98N, 2,93N, 4,02N, e 5,18. Nos resultados apresentados na Figura 34 é possível visualizar a boa aproximação das trajetórias de deformação cruzadas entre os dados teóricos e experimentais para cada peso e inclinação. Isto representa que o modelo teórico é um modelo confiável que descreve a deformação curva da haste e que pode-se adaptar uma malha de elementos finitos de baixa ordem para calcular os parâmetros dinâmicos da haste.

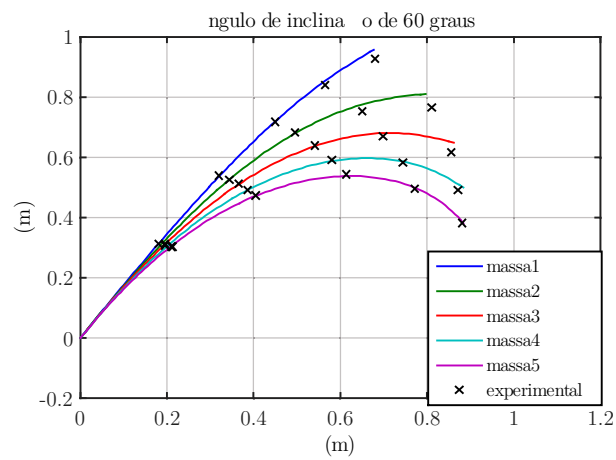
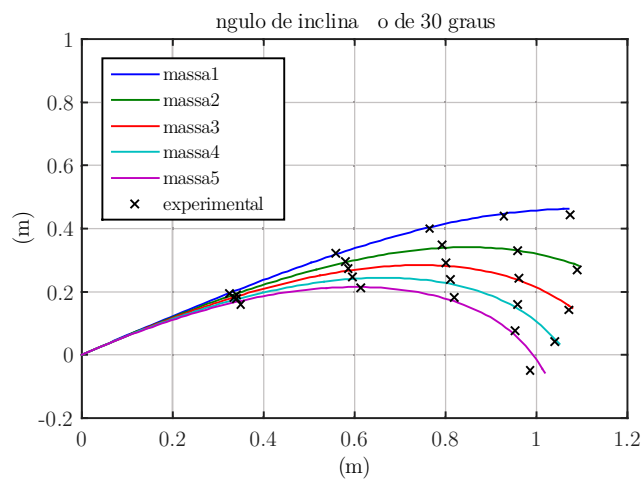
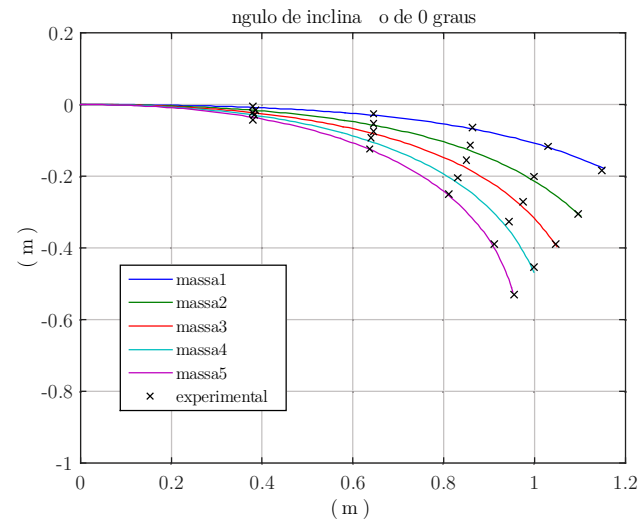


Figura 34 – Comparação das deformações estáticas teórica e experimental. (IZUKA, 2013) (a) Inclinação de 0°, (b) Inclinação de 30°, (c) Inclinação de 60°

5.3 Comparação dos resultados teóricos e práticos do modelo dinâmico

A direção da força aplicada na ponta da viga é calculada e verificada através do ângulo de inclinação do cabo de tração. As configurações descritas na seção 4.4 são usadas para validar os resultados de vibração. As medidas relativas às deformações obtidas experimentalmente são comparadas com aquelas calculadas através do modelo teórico. Os resultados da comparação são mostrados na Figura 35.

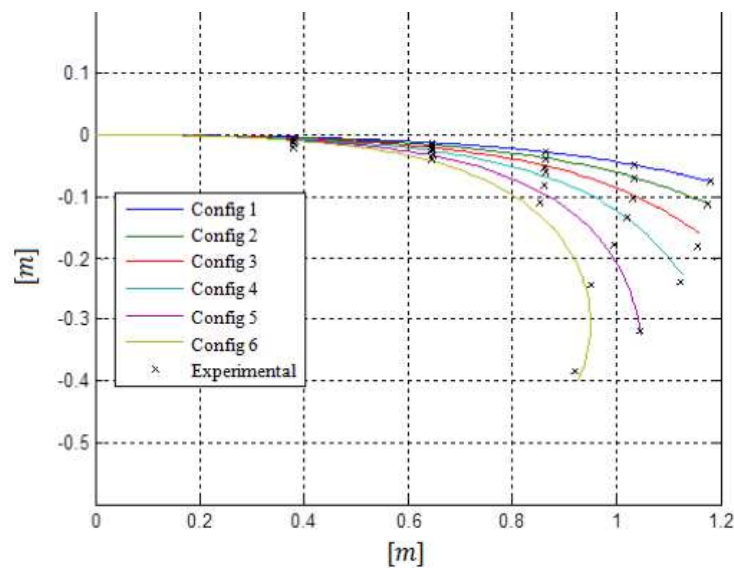


Figura 35 – Ângulo de inclinação 0° e força de tração variável. (IZUKA, 2013)

Os resultados da vibração também são calculados usando os modelos de elementos finitos, gerados para cada configuração de deformação estática, como se visualiza na Figura 35 e descrita na seção 2.2.2. As frequências naturais teóricas são comparadas com os resultados medidos experimentalmente como se descreve na seção 4.4. A tabela 6 apresenta os primeiros 10 modos utilizando do modelo de elementos finitos. As configurações 1 até 6 (Figura 28) correspondem às diferentes cargas de tração.

Tabela 6 – Frequências naturais calculadas teoricamente
pelo método de elementos finitos. (IZUKA, 2013)

| Modos | Config1(Hz) | Config2(Hz) | Config3(Hz) | Config4(Hz) | Config5(Hz) | Config6(Hz) |
|-----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 1 | 2,5 | 2,5 | 2,5 | 2,5 | 2,6 | 2,7 |
| 2 | 2,5* | 2,9* | 3,2* | 3,5* | 3,7* | 3,9* |
| 3 | 11,0* | 11,1 | 11,0 | 10,8 | 10,3 | 9,7 |
| 4 | 11,1 | 13,7* | 16,2* | 18,7* | 20,0* | 19,9* |
| 5 | 29,5* | 29,6 | 29,4 | 28,9 | 27,6 | 26,2 |
| 6 | 29,7 | 30,1* | 30,9* | 32,7* | 35,3* | 36,8* |
| 7 | 58,1* | 58,0* | 57,3* | 55,7* | 52,7* | 49,4* |
| 8 | 58,4 | 58,3 | 58,0 | 57,4 | 55,7 | 53,4 |
| 9 | 97,1* | 96,8* | 95,9* | 94,0* | 90,9* | 87,6* |
| 10 | 97,3 | 97,2 | 96,9 | 96,2 | 94,4 | 91,6 |

* Modos de vibração no plano XY

Tabela 7 – Frequências naturais obtidas experimentalmente. (IZUKA, 2013)

| Modos | Config1(Hz) | Config2(Hz) | Config3(Hz) | Config4(Hz) | Config5(Hz) | Config6(Hz) |
|----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 1 | 2,2 | 2,1 | 1,9 | 1,8 | 1,7 | 1,8 |
| 2 | (i) | 3,6* | 3,9* | 3,8* | 3,8* | 3,9* |
| 3 | 10,1 | 10,0 | 9,5 | 9,2 | 9,1 | 9,2 |
| 4 | (ii) | 12,0* | 15,0* | 17,4* | 19,2* | 18,6* |
| 5 | 27,3 | 26,6 | 25,5 | 25,7 | 24,6 | 24,7 |
| 6 | (iii) | (iii) | (iii) | (iii) | (iii) | 35,6* |
| - | - | - | - | 23,1 * | 21,7 * | 22,5 * |
| 7 | 53,4 | 53,0 | 51,0 | 49,9 | 48,0 | 46 |
| 8 | (iv) | (iv) | (iv) | (iv) | 52,0 * | 51,5 * |
| 9 | 90,4 | 90,5 | 90,0 | 87,3 | 85,6 | 82,6 |

* Modos de vibração no plano XY. (i) Primeiro e segundo modo de vibrar são muito próximos. (ii) Terceiro e quarto modo de vibrar são muito próximos. (iii) Sexto e quinto modo de vibrar são muito próximos. (iv) Oitavo e sétimo modo de vibrar são muito próximos. (v) Decimo e nono modo de vibrar são muito próximos.

A configuração 1 (força de tração 0,0N), possui dois modos de vibrar ortogonais nos planos xy e xz com frequências naturais similares. Pode-se visualizar tal fato nos cálculos

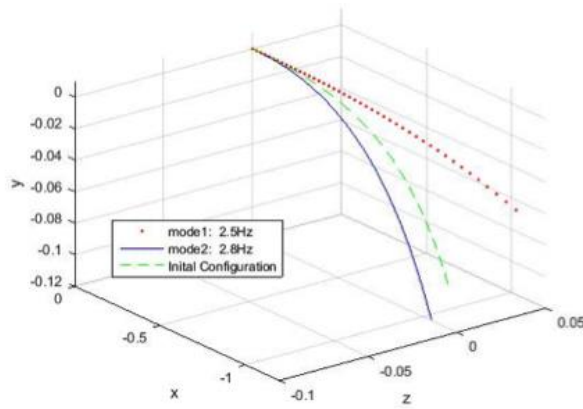
teóricos e práticos nas tabelas 6 e 7. Este comportamento é causado devido a geometria simétrica da seção circular da vara.

A configuração 2 (força de tração 0,99N) traz uma mudança no padrão de modos de vibração natural. Os modos 1, 2, 3, e 4 possuem todas as frequências naturais distintas. Os modos 1 e 3, representam uma oscilação no plano xz , com maior amplitude no eixo z . Os modos 2 e 4 exibem uma maior oscilação no eixo y . Tal comportamento pode ser observado nos dados experimentais da tabela 7. Os modos remanescentes mantem padrões semelhantes aos observados na configuração 1, onde dois modos têm frequências de vibração próximas em planos ortogonais. Os dados experimentais confirmam os valores previstos de tais frequências.

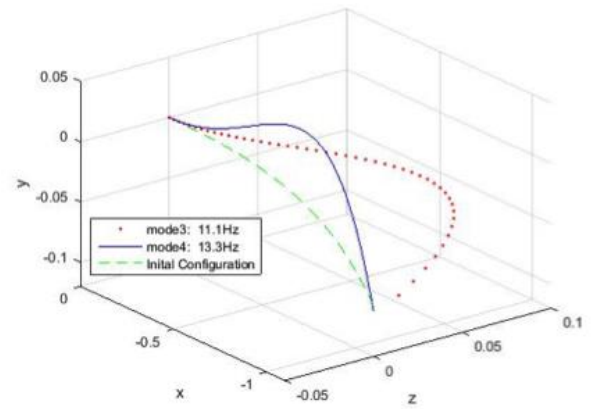
As configurações 3 até 6 (força de tração 1,98N até 5,18N) são similares à configuração 2, com respeito aos modos e frequências de vibrar 1, 2, 3 e 4. Na medida em que a força de tração do cabo aumenta, os modos 5 e 6, 7 e 8, 9 e 10 apresentam diferentes frequências. Os resultados experimentais da configuração 3 e 4 não evidenciam tal comportamento devido à pequena diferença entre os valores de frequência. Foi possível observar na configuração 5 a diferença de frequência entre os modos 7 e 8. Os resultados experimentais da configuração 6 mostram uma diferença entre os modos de frequências 5 e 6, bem como entre os modos 7 e 8. Não foi possível verificar qualquer distinção entre as frequências dos modos 9 e 10.

Para o projeto do controlador é adotada a configuração 2 como apresentado na Figura 35, porque o cabo trator acionado pelo sinal de controle precisa estar em tensão para que o sensor consiga capturar os sinais de vibração, atuando apropriadamente na haste, o que causa uma deformação curva inicial na estrutura. Os 10 primeiros modos de vibrar da configuração 2, calculados pelo modelo de elementos finitos são apresentados na tabela 6, e podem ser visualizados na Figura 36 do modelo teórico 3D.

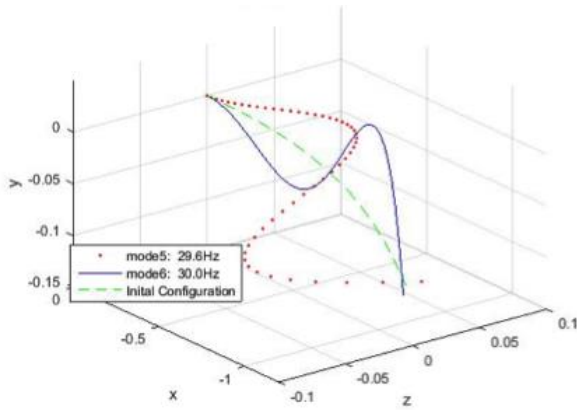
O controle ativo é capaz de atenuar as vibrações no plano xy , devido a posição e movimentação do atuador. Os modos de vibrar 2, 4, 6, 8 e 10 indicados na Figura 36 podem ser atenuados pelo sinal do controle, mantendo em tensão o cabo trator. Caso não houvesse tração, o movimento vibração não seria medido corretamente pelo sensor o que causaria um repentino sobreestímulo do atuador com impressão de uma grande força, o que causaria um comportamento instável na estrutura.



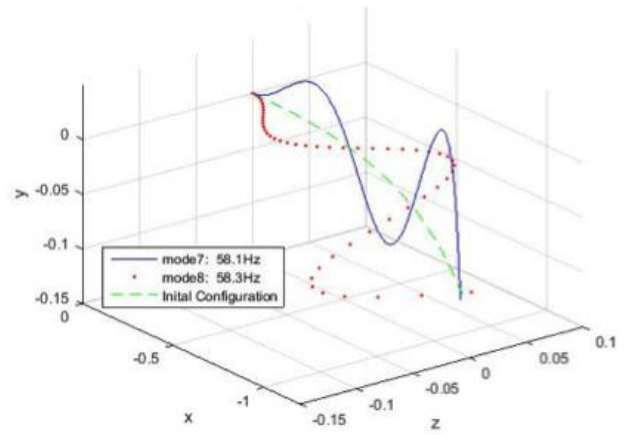
(a)



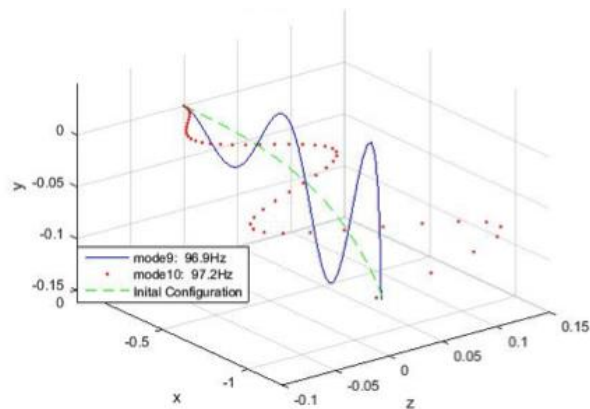
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 36 – Modos de vibrar da estrutura com inclinação 0 e deformação da configuração 2. (IZUKA, 2013) (a) Modo de vibração 1 e 2. (b) Modo de vibração 3 e 4. (c) Modo de vibração 5 e 6. (d) Modo de vibração 7 e 8. (e) Modo de vibração 9 e 10.

As frequências naturais identificadas através da transmissibilidade para cada configuração da haste, mostrada na Figura 29 e apresentadas nos resultados de vibração na tabela 8, são todas acima de 5 Hz devido às características do excitador eletromagnético utilizado. Portanto, o primeiro e segundo modos não são exibidos na tabela 8 dos resultados.

Tabela 8 – Frequências naturais obtidas experimentalmente usando o excitador eletromecânico.

| Modos | Config1(Hz) | Config2(Hz) | Config3(Hz) | Config4(Hz) | Config5(Hz) | Config6(Hz) |
|-----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 3 | 10* | 9,7 | 9,5 | 9 | 9 | 8,9 |
| 4 | 10,5 | 10,5* | 13* | 15* | 17* | 18* |
| 5 | 26* | 26* | 26* | 24* | 22* | 22 |
| 6 | 27 | 27 | 27 | 24 | 22 | 26* |
| 7 | 57* | 55* | 55* | 50* | 50 | 50 |
| 8 | 57 | 55 | 55 | 55 | 55 * | 52 * |
| 9 | 95* | 95* | 95* | 80* | 80* | 80* |
| 10 | 95 | 95 | 95 | 87 | 89 | 89 |

* Modos de vibração no plano XY

As frequências de vibração obtidas pelo teste com o excitador eletromagnético mostram boa concordância com os resultados teóricos do modelo numérico.

A transmissibilidade é calculada através dos sinais de aceleração medidos na base da haste e em sua ponta. Este procedimento de cálculo é adotado para as 6 configurações deformadas da viga e os resultados são apresentados na Figura 37. Nos diagramas são apresentados os resultados para três posicionamentos do acelerômetro.

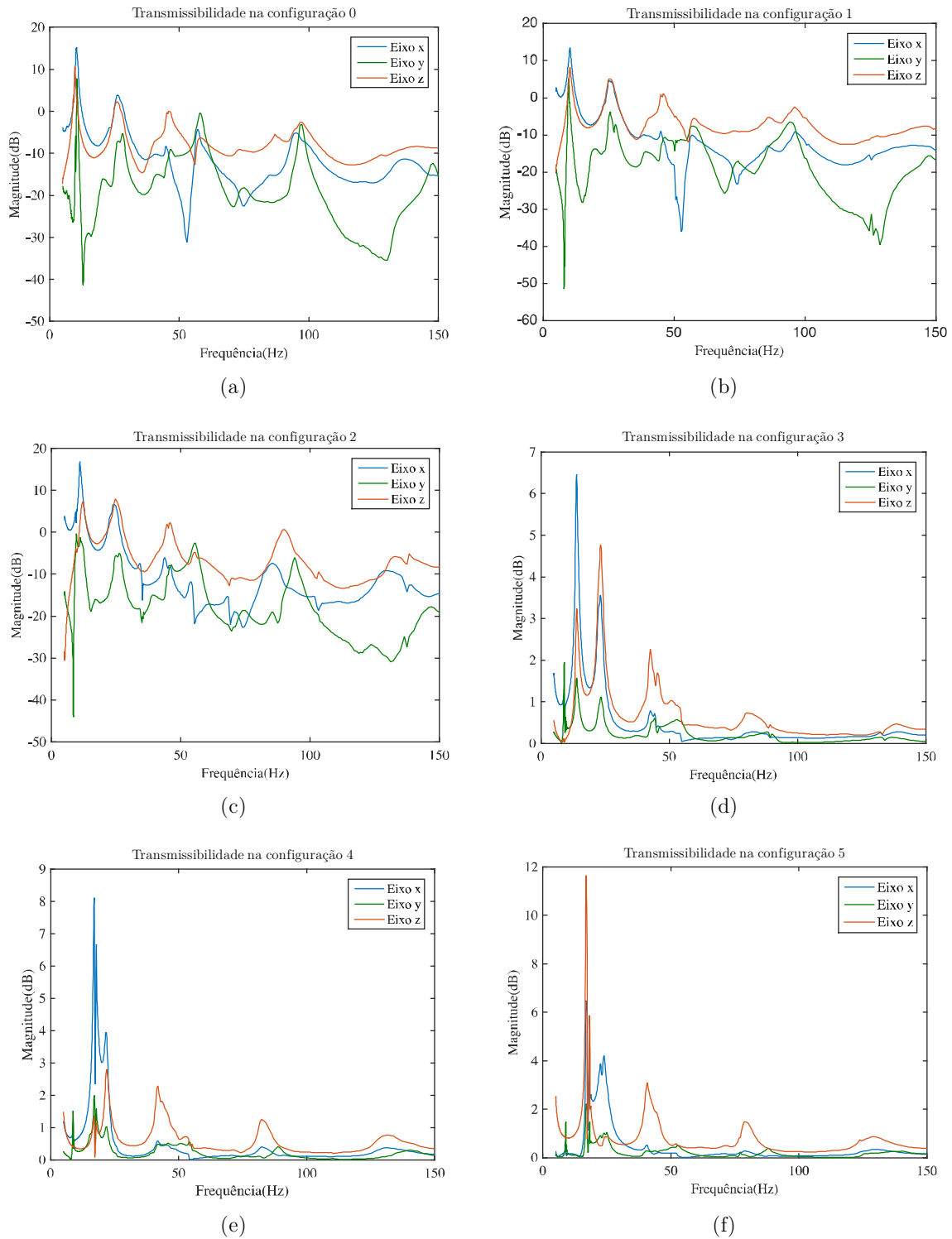


Figura 37 – Frequências naturais da haste obtidas a partir do experimento com o excitador eletromagnético. (a) Configuração 0. (b) Configuração 1. (c) Configuração 2. (d) Configuração 3. (e) Configuração 4. (f) Configuração 5.

O modelo numérico validado é usado para projetar o controlador de vibração da haste flexível, cujos resultados teóricos são apresentados na seção seguinte.

5.4 Controle de vibração

Nesta seção se apresentam os resultados do controle de vibração da ponta da vara de fibra de vidro, em presença de forças de distúrbio. No experimento são apresentados dois casos, o primeiro caso consiste em deformar bruscamente a vara a uma posição final, excitando os modos de vibrar como resultado desse movimento. O controlador é projetado para atenuar tais movimentos de vibração. No segundo caso é aplicada uma força concentrada com a qual a vara é excitada para que vibre em torno de uma posição específica.

Os resultados dos dois casos são simulados e testados experimentalmente. Tais resultados são apresentados e analisados a seguir.

5.4.1 Resultados da simulação

Na primeira simulação, é aplicada uma entrada de distúrbio de degrau que representa uma força de tração no cabo que irá deformar a haste e posicionar a sua ponta. Este posicionamento causa uma vibração no sistema. A resposta do sistema em malha aberta é mostrada na Figura 38a e a resposta do sistema em malha fechada é vista na Figura 38b. A força degrau de perturbação vertical é apresentada na Figura 38c. O sinal de controle, proporcional à força de degrau vertical é mostrada na Figura 38d. A simulação mostra que o controle em malha fechada atenua a vibração da extremidade livre em menos de 0,5s.

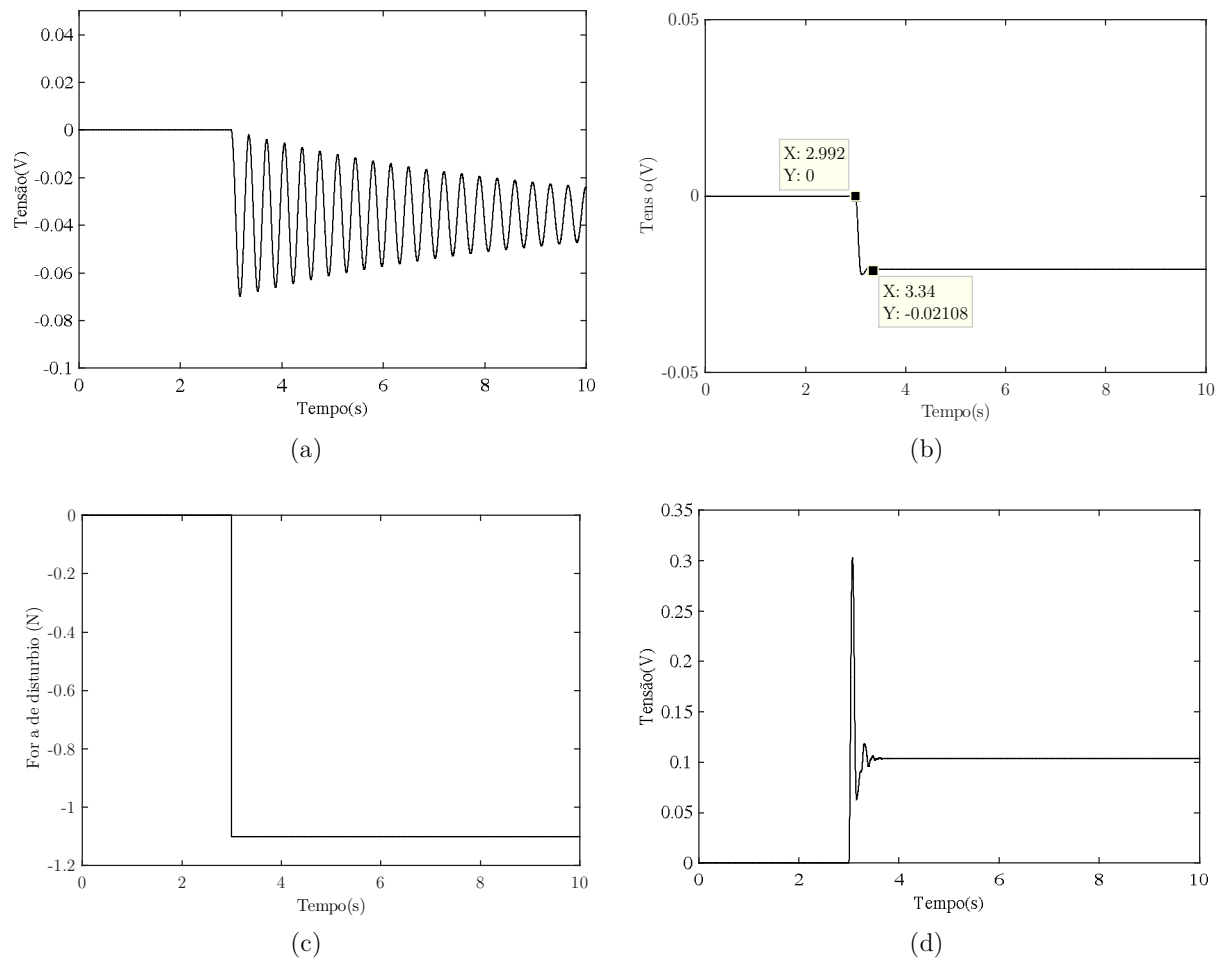


Figura 38 – Respostas do sistema em simulação a uma entrada de mudança de posição. (a) Sinal de saída do sensor em malha aberta. (b) Sinal de saída do sensor em malha fechada. (c) Sinal de entrada como distúrbio. (d) Entrada ao motor em malha fechada.

Na segunda simulação, uma entrada impulso de 5N é aplicada como distúrbio na haste no eixo y do segundo nó após 1s de início da simulação. A resposta transiente do sistema em malha aberta (sem controle) é apresentada na Figura 39a. Na Figura 39b está a resposta do sistema em malha fechada (com controle). O sinal de controle enviado ao atuador é mostrado na Figura 39c. A simulação indica que o controlador em malha fechada consegue atenuar a vibração da ponta em um tempo menor do que 3s, o que representa uma resposta positiva ao diminuir os movimentos de vibração característicos do sistema, em comparação ao caso de malha aberta, como se mostra na figura.

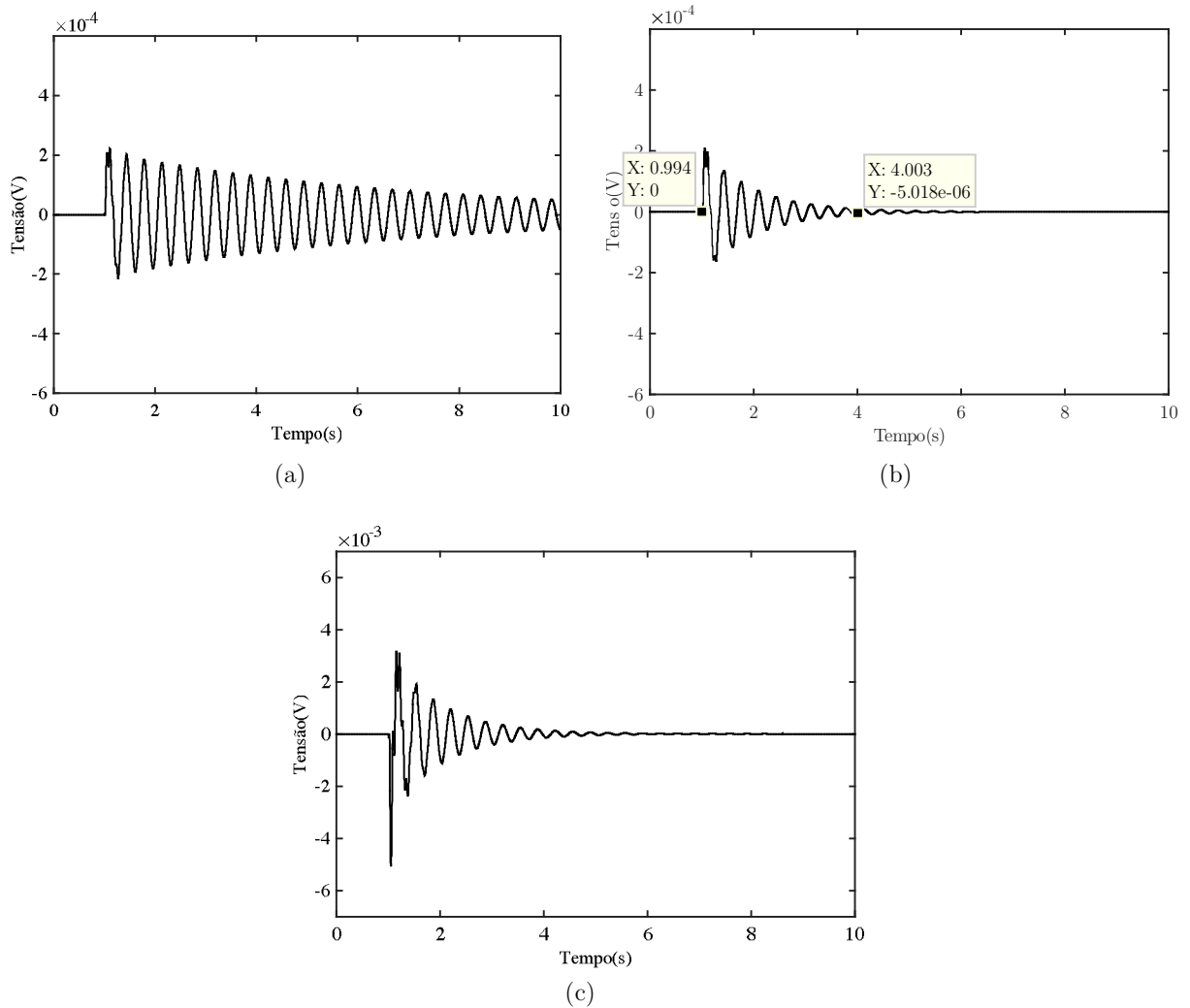


Figura 39 – Respostas da simulação a uma entrada impulso. (a) Sinal de saída do sensor em malha aberta. (b) Sinal de saída do sensor em malha fechada. (c) Sinal de entrada ao motor em malha fechada.

5.4.2 Resultados da prova experimental

O projeto do controlador é validado experimentalmente usando uma estrutura como mostrados na Figura 32. Uma mudança de posição na ponta da haste é aplicada pela tração do cabo, como se apresentam nos gráficos, causando uma vibração do sistema. A resposta do sistema em malha aberta (não controlada) é mostrada na Figura 40a. A resposta do sistema em malha fechada com controle é vista na Figura 40b. A tensão aplicada ao motor elétrico, é mostrada na Figura 40c. O teste experimental mostra que em malha fechada o tempo de variação da posição da ponta da haste é de 0,35s (inicia em 1,69s e termina em 2,048s) chegando a uma posição final, sem que se observem movimentos de vibração. Em

malha aberta a variação de posição é de 1,68s (inicia em 0,52s, estabilizando-se em 2,2s). Neste caso é evidente que o sinal de controle consegue atenuar satisfatoriamente a vibração causada pela variação de posição da ponta da haste. Os sinais do ensaio experimental sofrem de contaminação de ruído de diferentes fontes físicas e elétricas, tornando menos evidente a atuação do controle.

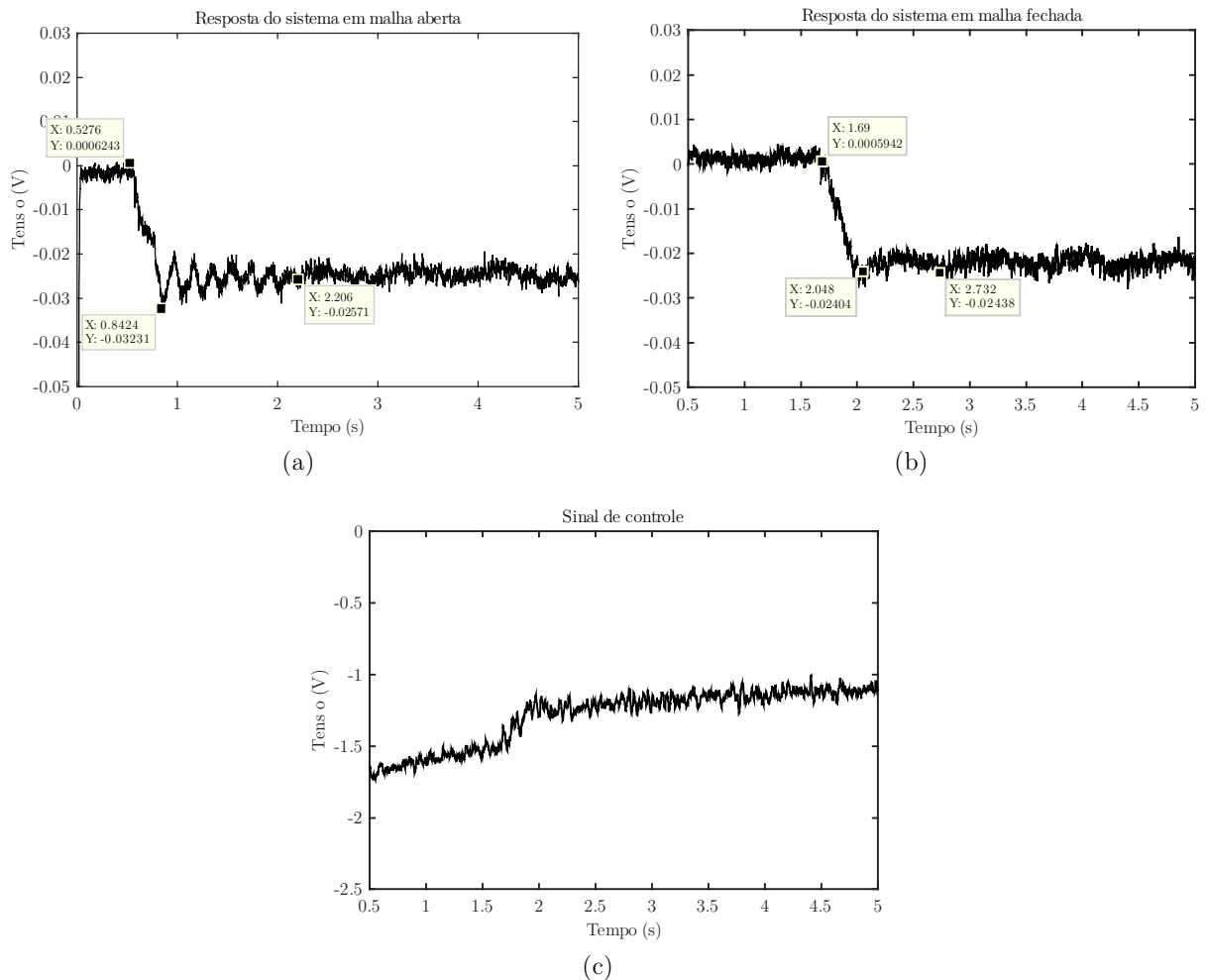


Figura 40 – Respostas experimentais do sistema ao variar de posição da ponta da vara. (a) Sinal de saída do sensor em malha aberta. (b) Sinal de saída do sensor em malha fechada. (c) Sinal de entrada ao motor em malha fechada.

Uma força de 5 N é aplicada na vara e em seguida é retirada, excitando os modos de vibrar, como se apresenta nos gráficos da Figura 41a. A resposta do sistema em malha fechada (com controle) é mostrada na Figura 41b. O sinal de controle enviado ao atuador é visualizado na Figura 41c. O experimento prático mostra que a vibração em malha fechada inicia em 2,85s e termina aos 4,4s, ou seja, o controle consegue atenuar o movimento oscilatório em 1,5s. No experimento em malha aberta, a vibração inicia em 3,2s e termina em 7,6s, o que representa

um tempo de estabilização de 4,4s. Neste sentido, o controle consegue estabilizar a vibração em 29% do tempo que levaria em malha aberta. Aqui novamente, nota-se a contaminação dos sinais do teste por ruído externo.

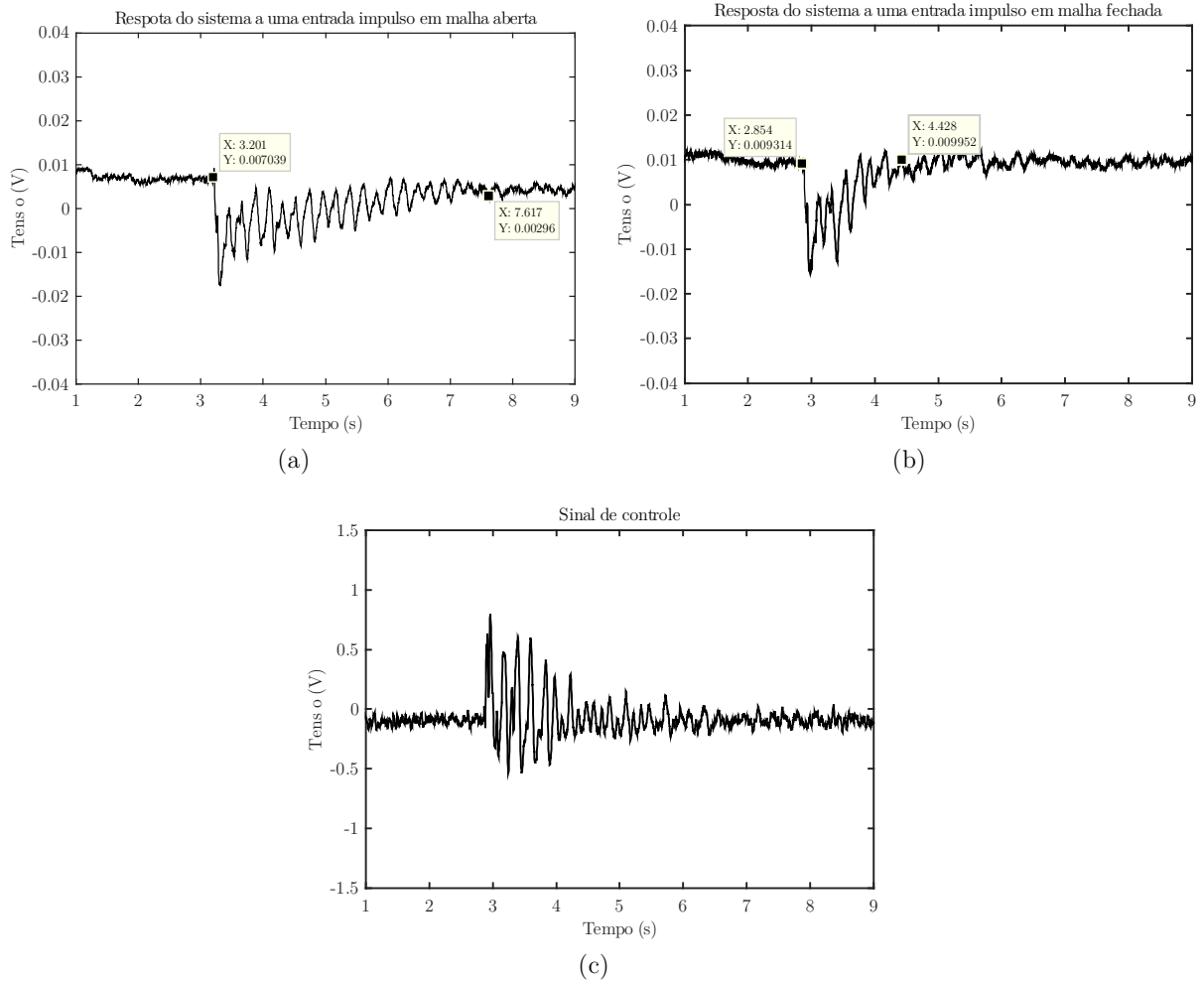


Figura 41 – Respostas experimentais do sistema a uma entrada impulso. (a) Sinal de saída do sensor em malha aberta. (b) Sinal de saída do sensor em malha fechada. (c) Sinal de entrada ao atuador em malha fechada.

5.5 Conclusão

Neste capítulo foram apresentadas as comparações dos modos de vibrar da haste flexível com seção transversal variável, calculados teórica e experimentalmente. As frequências naturais indicadas nas tabelas 6, 7, e 8 apresentam uma grande semelhança, o que valida a proposta de modelamento para o projeto do controlador. O modelo de vibração vara no plano xy é adotado por causa da capacidade de atuação do motor.

A estratégia de controle é validada para dois casos em que são aplicadas forças de distúrbio com diferentes magnitudes e comportamentos. No primeiro caso em que é aplicada uma força degrau, o controlador consegue atenuar a vibração causada pela mudança de posição da ponta da haste, como indicam as respostas das Figuras 38b e 40b. No segundo caso, aplicou-se uma força de impulso no eixo y do segundo nó (próx. à base) da haste. As respostas das Figuras 39b e 41b mostram que o controlador conseguiu reduzir o tempo de estabilização da vibração causada pela força de impulso em até 30%. Os resultados teóricos e experimentais apresentam uma satisfatória eficiência da estratégia adotada para o controlador, cumprindo com os objetivos propostos para este trabalho.

A atenuação do sinal de vibração teve uma maior eficiência no primeiro caso de validação do controlador, em que é aplicada uma força de deformação na ponta causando uma mudança de posição. Isso é devido a que o controlador é projetado para tal configuração, no qual são excitados modos de vibrar, diferentemente dos que estão presentes ao se aplicar outro tipo de entrada. O controlador, no entanto, sempre atua positivamente no tempo de estabilização da vibração causada por uma força de impulso o qual é evidente no teste teórico e prático.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

Neste trabalho, inicialmente foi feita uma revisão da literatura da implementação de controles de vibração ativa para estruturas flexíveis. Verificou-se que não existem muitas estratégias de controle de vibração ativa para sistemas flexíveis com grandes deformações e seção transversal variável, como apresentado neste trabalho. A contribuição deste trabalho é a implementação de uma estratégia de controle e sua verificação experimental.

Parte deste trabalho consistiu no uso do modelo de uma haste longa e flexível com seção transversal variável, deformada pela tração de um cabo ligado à sua ponta e base. O modelo considera também o peso próprio e a ação de cargas concentradas. O modelo, verificado em experimentos estáticos e dinâmicos é posteriormente usado no projeto de um controlador. Apresentam-se as verificações de deformações estáticas analíticas e experimentais da haste longa para cinco cargas diferentes e três condições de inclinação, como é mostrado na Figura 26. A comparação entre cálculos teóricos e de prática mostram uma boa aproximação entre os dois resultados, como é mostrado na Figura 34. Além disso, em um experimento dinâmico, a haste é deformada pela ação de um cabo de tração, sob seis configurações de carga diferentes, como mostrado na Figura 28 e na Figura 29. Os resultados apresentados nas tabelas 6, 7, e 8, indicam que a estratégia proposta de combinar o modelo analítico de deformação estática com um modelo de elementos finitos de baixa ordem do sólido é uma maneira eficiente de obter uma descrição dinâmica conveniente da estrutura.

Neste trabalho foi abordado o controle de vibrações de estruturas flexíveis considerando funções de ponderação para acrescentar robustez ao projeto. A utilização do controlador baseado na norma H_1 , permitiu atenuar a vibração do primeiro modo de vibrar da haste, neste caso uma vara de fibra de vidro.

O controle H_1 utilizou uma abordagem na forma LMI, que se mostrou eficiente para a atenuação de vibrações na haste dentro de uma faixa de frequências considerada. No caso

experimental utilizou-se essa estratégia para o controle do primeiro modo de vibrar. Uma vez fixados os filtros de ponderação, o controlador projetado utiliza um modelo truncado do sistema controlável, com capacidade suficiente para atenuar vibrações. Os filtros de ponderação utilizados no projeto, foram escolhidos para que a estabilidade em malha fechada e atenuação do pico de maior frequência da resposta em frequência fossem garantidas. Esse controlador foi capaz de atenuar o primeiro modo da resposta em frequência do sistema de 17,64 dB para -19,31dB, satisfazendo as condições do projeto.

Os resultados da simulação numérica do controle de vibração, através de um algoritmo H_1 , para dois tipos de entrada, mostram uma redução considerável da vibração da ponta da haste quando se compara com o modelo não controlado. A Figura 38b mostra um tempo de estabilização do sinal de vibração que ocorre em menos do que 0,5s após ser aplicado uma força na ponta da haste para reposicionamento. A Figura 39b mostra um tempo de estabilização da vibração da haste menor que 2s após a aplicação da força impulso de entrada impulso. Ao comparar o sinal de saída do sistema com controle indicado nas Figuras 38b e 39b e sem controle, como se mostra nas Figuras 38a e 39a é possível apreciar o efeito do controlador que atenua movimentos vibratórios causados pelas entradas exógenas.

Os resultados experimentais confirmam a eficiência do controlador. O sinal de saída do sensor em malha fechada da Figura 40b, mostra a atenuação da vibração do sistema ao ser mudado de posição pela entrada degrau. O sinal de saída do sensor da Figura 41b, indica uma diminuição no tempo de estabilização da vibração da haste, que é menor que 2s, quando esta é submetida a uma força de impulso. Neste sentido o projeto do controlador proposto para minimizar as vibrações de uma haste flexível, com seção transversal variável, é satisfatório.

Na continuidade do trabalho, pode-se projetar uma estratégia de controle de vibração tridimensional aumentando a quantidade de atuadores e sensores. Para trabalhos futuros, o sistema pode ser levado a realizar explorações reais indoors, adaptando uma câmera na ponta de uma haste longa e flexível, presa a um veículo móvel. Para este caso será necessário desenvolver um circuito dedicado ao controlador de vibrações da haste.

A estratégia de controle de vibração por tendão pode ser utilizado para atenuar vibrações de outros tipo de estruturas como tensegrity. Este tipo de estruturas auto-tensionadas são projetadas para ser usadas na exploração de ambientes. O problema é que são suscetíveis a perturbações o que faz necesario projetar uma estratégia de controle de vibração e melhorar a estabilidade motora da estrutura.

CAP TULO 7

PUBLICAÇ ES

O assunto apresentado foi objeto de publicações ao longo da duração da pesquisa. Nesse sentido foram publicados os trabalhos relacionados abaixo.

7.1 Publicações em revista

- P Kurka, J Izuka, P Gonzalez, LH Teixeira,. Large deflections and vibrations of a tip pulled beam with variable transversal section. Mechanical Systems and Signal Processing. Academic Press. Volume 79. pp 271–288. October 2016.
- PR Kurka, JH Izuka, P Gonzalez, J Burdick, A Elfes,. Vibration of a Long, Tip Pulled Deflected Beam. AIAA Journal 52 (7). pp 1559-1563. May-2014.

7.2 Participações em congressos

- P. Kurka, P. Gonzalez, L. H. Teixeira and J. Izuka,. Modelling and Control of a Long Flexible Guyed Structure. Congress: Aerospace Technology Congress. , Solna, Stockholm. 11-12 October 2016.
- Gonzalez P, Izuka J, Kurka P,. Experimental robust control of vibrations of a long elastic guyed beam arm with large deformation and variable transversal section. Conference: ISMA - International Conference on Noise and Vibration Engineering, At Leuven, Belgium. 19-21 September 2016.

- Kurka, P. ; Izuka, J. ; Ramos, P. G. . Large deflections and vibrations of a tip pulled beam with variable transversal section. Conference: International Conference on Structural Engineering Dynamics ICEDyn. Lagos, Algarve, Portugal. 22-24 June 2015.
- Ramos, P. G. ; Izuka, J. ; Kurka, P. . Modeling and control of vibrations of a long beam, deformed by a tip end pulling force. Congress: Pan-American Congress of Applied Mechanics (PACAM XV). Champaign, IL, USA. 18-21 May 2015.

Referências

- ABREU, G.; CONCEIÇÃO, S.; LOPES, V.; BRENNAN, M.; ALVES, M. System identification and active vibration control of a flexible structure. *J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. Eng.*, XXXIV, p. 386–392, 2012. Citado na página 22.
- AL-SADDER, S.; AL-RAWI, R. A. Finite difference scheme for large-deflection analysis of non-prismatic cantilever beams subjected to different types of continuous and discontinuous loadings. *Applied Mechanics*, v. 75, p. 459–473, 2006. Citado na página 22.
- BALLANTYNE, J. *The Measurement, Instrumentation and Sensors Handbook on CD-ROM*. [S.l.]: CRC Press, 1999. Citado na página 62.
- BOYD, S.; GHAOUI, L. E.; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. [S.l.]: Society for Industrial and Applied Mathematics-SIAM, 1994. v. 15. Citado na página 55.
- CHAIT, Y.; RADCLIFFE, C. Control of distributed parameter system with spillover using and augmented observer. In: *IEEE (Ed.). American Control Conference*. [S.l.: s.n.], 1987. p. 1193–1198. Citado na página 50.
- FRISCH-FAY, R. *Flexible Bars*. [S.l.]: Butterworths, 1962. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 27.
- GAWRONSKI, W. K. *Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures*. [S.l.]: Springer, 2004. Citado 3 vezes nas páginas 21, 53 e 54.
- GUO, T.; LIU, Z.; CAI, L. An improved force feedback control algorithm for active tendons. *Sensors*, p. 11360–11371, 2012. Citado na página 23.
- HAO, Y.; DUAN, Z.; HUANG, D. Robust vibration control of uncertain flexible structures based on model reduction. In: *Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 4240–4245. Citado na página 22.
- HIRSCHMÜLLER, H.; SCHMID, k.; SUPPA, M. Computer vision for mobile robot navigation. *Photogrammetric Week'15*, p. 143–154, 2015. Citado na página 19.
- HOLLAND, D.; STANCIULESCU, L.; LAWRENCE, N. Vibration and large deflection of cantilevered elastica compressed by angled cable. *Journal AIAA*, p. 1468–1476, 2006. Citado na página 22.

- HOLLAND, D.; VIRGIN, L.; PLAUT, R. Large deflections and vibration of a tapered cantilever pulled at its tip by a cable. *Journal of Sound and Vibration*, p. 433–441, 2008. Citado na página 22.
- HOWELL, L. *Compliant Mechanisms*. [S.l.]: John Wiley Sons, 2001. Citado na página 22.
- INMAN, D. *Vibration with control*. [S.l.]: John Wiley; Sons Ltd, 2006. Citado na página 35.
- ISSA, J.; MUKHERJEE, R.; SHAW, S. Vibration suppression in structures using cable actuators. *Journal of Vibration and Acoustics*, v. 132, n. 1-8, 2010. Citado 3 vezes nas páginas , 21 e 23.
- IZUKA, J. Modelo e teste experimental para o controle de vibração de vigas longas deformadas. Universidade Estadual de Campinas, 2013. Citado 13 vezes nas páginas , 22, 26, 27, 28, 30, 31, 34, 72, 74, 75, 76 e 78.
- KHOT M, S.; YELVE, N.; SHAIK, S. Experimental study of active vibration control of a cantilever beam. In: 6th International Conference on Emerging Trends in Engineering and Technology. [S.l.: s.n.], 2013. Citado na página 22.
- KURKA, P.; IZUKA, J.; GONZALEZ, P.; TEIXEIRA, L. Large deflections and vibrations of a tip pulled beam with variable transversal section. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 79, p. 271–288, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 20, 26 e 32.
- MA, C.; ZHANG, X.; XIE, S.; LU, Y. Active linear quadratic gaussian control of the vibration of a flexible beam with a time-varying mass. *Journal of Systems and Control Engineering*, 2015. Citado na página 22.
- MEIROVITCH, L. *Elements of Vibrations Analysis*. [S.l.]: Mc Graw Hill, 1986. Citado na página 65.
- NUDEHI, S.; MUKHERJEE, R.; SHAW, S. Active vibration control of a flexible beam using a buckling-type end force. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, v. 128, n. 278-286, 2006. Citado 3 vezes nas páginas , 21 e 23.
- OHTSUKI, A. Analysis of the characteristics of fishing rods based on the large-deformation theory. *Materials and Science in Sports*, p. 161–170, 2001. Citado na página 22.
- OLEARI, F.; KALLASI, F.; LODI, D.; ALEOTTI, J.; CASELLI, S. Performance evaluation of a low-cost stereo vision system for underwater object detection. In: 19th World Congress The International Federation of Automatic Control. [S.l.: s.n.], 2014. p. 3388–3394. Citado na página 19.
- PANASONIC. *Instruction Manual AC Servo Motor and Driver MINAS A4 Series*. [S.l.]: Matsushita Electric Industrial, 2004. Citado 4 vezes nas páginas , 41, 42 e 68.
- PETTYT, M. *Introduction to Finite Element Vibration Analysis*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2010. Citado na página 32.
- Active Tendon Control of Suspension Bridges. Citado na página 23.

SAFONOV M, G.; CHIANG R, Y. A schur method for balanced-truncation model reduction. *IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL*, v. 34, n. 7, p. 729–733, 1989. Citado na página 49.

SCHMID, K.; TOMIC, T.; RUESS, F.; LLER, H. H.; SUPPA, M. Stereo vision based indoor/outdoor navigation for flying robots. In: IEEE (Ed.). *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 3955–3962. Citado na página 19.

SCHUSTER, M.; BRAND, C.; BRUNNER, S.; LEHNER, P.; REILL, J.; RIEDEL, S.; BODENMÜLLER, T.; BUSSMANN, K.; TTNER, S. B.; MEL, A. D.; FRIEDL, W.; GRIXA, I.; HELLERER, M.; HIRSCHMÜLLER, H.; KASSECKER, M.; MÁRTON, Z.; NISSLER, C.; RUESS, F.; SUPPA, M.; WEDLER, A. The lru rover for autonomous planetary exploration and its success in the spacebotcamp challenge. In: IEEE (Ed.). *IEEE International Conference on Autonomous Robot Systems and Competitions (ICARSC 2016)*. [S.l.: s.n.], 2016. Citado na página 19.

SHARMA, N.; KERN, D.; SEEMANN, W. Vibration analysis and robust control of highly deformable beams in a heavy pinched loop configuration. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP*, p. 1–14, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 21, 22 e 51.

SHVARTSMAN, B. S. Large deflections of a cantilever beam subjected a follower force. *Journal of Sound and Vibration*, v. 304, n. 3-5, p. 969–973, 2007. Citado na página 22.

SOHN, J.; HAN, Y.; CHOI, S.; LEE, Y. Vibration and position tracking control of a flexible beam using sma wire actuators. *Journal of Vibration and Control*, v. 15, n. 2, p. 263–281, 2008. Citado na página 23.

TAPIAS, R. Controle Ativo de Vibrações em Estruturas Flexíveis com Incertezas Parametricas. Dissertação (Mestrado) — aculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2012. Citado na página 21.

TEIXEIRA, L. S.; IZUKA, J.; KURKA, P.; GONZALEZ, P. Adjust of the dynamic model of a beam with large deformation by experimental modal analysis. In: *XIV Congresso de Iniciação Científica da UNICAMP*. [S.l.: s.n.], 2016. Citado 2 vezes nas páginas 67 e 72.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. M. *Theory of Elastic Stability*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1961. Citado na página 22.

WANG, L.; YANG, Z. Identification of boundary conditions of tapered beam-like structures using static flexibility measurements. *Mechanical Systems and Signal Processing*, p. 2484–2500, 2011. Citado na página 22.

ZHANG, K.; SCORLETTI, G.; ICHCHOU, M.; MIEY, F. Phase and gain control policies for robust active vibration control of flexible structures. *Smart Materials and Structures*, v. 22, p. 1–15, 2013. Citado na página 22.

ZHOU, K.; DOYLE, J.; GLOVER, K. *Robust and Optimal Control*. [S.l.]: Prentice Hall, 1996. Citado na página 54.

Anexos

ANEXO A

Valores numéricos do modelo de estados do sistema reduzido, 3.2

$$A_r = \begin{bmatrix} -4,907 & 152,1 & 1204 & 74,63 \\ 0,6936 & -64,72 & -351,1 & 184 \\ -0,3259 & -18,27 & 107,3 & -109,3 \\ -0,2749 & -135,5 & -8,006 & -185 \end{bmatrix} \quad (A.1)$$

$$B_{1-2r} = \begin{bmatrix} -1,333 & 0 \\ 0,222 & 0 \\ -0,1441 & 0 \\ -0,2294 & 0 \end{bmatrix} \quad (A.2)$$

$$B_{3r} = \begin{bmatrix} -4,917 \\ 0,6654 \\ 0,5033 \\ -0,893 \end{bmatrix} \quad (A.3)$$

$$C_{1-3r} = \begin{bmatrix} -0,4489 & -1,801 & 1,945 & 4,048 \\ -0,0874 & -0,3507 & -0,3787 & 0,7882 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (A.4)$$

$$C_{4r} = [-0,0874 - 0,3507 - 0,3787, 0,7882] \quad (A.5)$$

$$D_{11r} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0,01 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (A.6)$$

$$\boldsymbol{D}_{12r} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

$$\boldsymbol{D}_{21r} = \begin{bmatrix} 0 & 0, 01 \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

$$D_{22r} = 0 \quad (\text{A.9})$$

ANEXO B

Valores numéricos das funções de ponderação, Eqs 3.3-3.5.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_p &= \begin{bmatrix} -200,3 & -220,2 & 0,079 & 139,2 & -0,071 \\ 0 & -200,1 & 0,283 & 411,9 & -0,1233 \\ 0 & -0,283 & -200,1 & -5,87e5 & 250,3 \\ 0 & 0 & 0 & -199,8 & 0,1746 \\ 0 & 0 & 0 & -0,1746 & -199,8 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{B}_p &= \begin{bmatrix} -2,615 \\ -6,706 \\ 1,264e4 \\ 9,165 \\ -2,458e4 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{C}_p &= \begin{bmatrix} -0,1597 & 0,8768 & 0,0026 & -7,207 & 2,187e-3 \end{bmatrix} \\
 D_p &= 0,001
 \end{aligned} \tag{B.1}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_u &= \begin{bmatrix} -300,4 & -303,2 & 0,199 & -284,4 & 0,043 \\ 0 & -300,1 & 0,4048 & -454 & 0,1449 \\ 0 & -0,4048 & -300,1 & 1,114e6 & -318,6 \\ 0 & 0 & 0 & -299,7 & 0,2498 \\ 0 & 0 & 0 & -0,2498 & -299,7 \end{bmatrix} \\
\mathbf{B}_u &= \begin{bmatrix} -6,797 \\ -17,31 \\ 4,436e4 \\ -40,85 \\ 1,433e5 \end{bmatrix} \\
\mathbf{C}_u &= \begin{bmatrix} 0,1177 & 0,6162 & -0,001892 & 8,196 & -0,004835 \end{bmatrix} \\
D_u &= 1
\end{aligned} \tag{B.2}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_d &= \begin{bmatrix} -43,58 & -54,61 & 0,0364 & 77,6 & -0,0192 \\ 0 & -43,54 & 0,0512 & 126,2 & -0,03387 \\ 0 & -0,0512 & -43,54 & -1,944e5 & 64,4 \\ 0 & 0 & 0 & -43,48 & 0,0315 \\ 0 & 0 & 0 & -0,0315 & -43,48 \end{bmatrix} \\
\mathbf{B}_d &= \begin{bmatrix} -1,912e-8 \\ -5,013e-8 \\ 1,58e-4 \\ 1,499e-7 \\ -6,224e-7 \end{bmatrix} \\
\mathbf{C}_d &= \begin{bmatrix} -6,437e-8 & -2,983e-8 & 2,825e-11 & 9,25e-8 & 3,384e-11 \end{bmatrix} \\
D_d &= 2
\end{aligned} \tag{B.3}$$

ANEXO C

Valores numéricos do modelo de estados do controlador, Eq 3.22

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix}
 -134,3 & 0,1102 & -0,01065 & -1,554e-06 & -0,03738 & 1,35e-05\dots \\
 5761 & 45,04 & 15,69 & -0,0004632 & -3,53 & 0,000689\dots \\
 -66,89 & -4,472 & -260,4 & 0,003721 & 11,04 & -0,001059\dots \\
 -0,009135 & 0,00064 & 0,004729 & -32,54 & 0,0180 & -52,28\dots \\
 -157,6 & -2,953 & 10,69 & -0,0004322 & -44,11 & 0,001219\dots \\
 0,04912 & 0,002128 & 0,001877 & 2,322 & 0,03947 & -54,58\dots \\
 673 & 33,9 & 1,608 & 0,0007276 & 4,94 & -0,002597\dots \\
 -3,681 & 0,1702 & -5,254 & 6,384e-05 & 0,2288 & 2,359e-05\dots \\
 1,161 & 0,8702 & 0,1817 & 3,443e-05 & 0,2394 & -0,0001196\dots \\
 82,33 & 0,08827 & 0,04806 & 2,906e-06 & 0,03059 & -1,47e-05\dots \\
 126,4 & 0,3834 & 0,09799 & 6,879e-06 & 0,07604 & -4,036e-05\dots \\
 2,797 & 2,006 & 1,219 & -2,092e-05 & -0,08527 & -1,628e-06\dots \\
 -163,6 & -1,061 & -0,4872 & 9,136e-07 & -0,02707 & 3,227e-05\dots \\
 -6,714 & -1,468 & -0,995 & 1,536e-05 & 0,05269 & 9,188e-06\dots \\
 184,8 & 12,61 & 8,71 & -0,0001363 & -0,4829 & -6,707e-05\dots \\
 -0,0004317 & -0,1981 & -0,4158 & 0,000642 & -8,108 & 0,002244\dots \\
 0,0001722 & 0,01616 & 0,03391 & -6,121e-05 & 0,6613 & -0,0001905\dots \\
 -221 & -0,5285 & -0,4048 & -1,506e-06 & -0,03961 & 3,37e-05\dots
 \end{bmatrix}$$

| | | | | | |
|----------------|-------------|-----------|--------------|--------------|----------------|
| ...0,5335 | -0,409 | 39,46 | -284,6 | -5,139 | 95,8... |
| ... - 24,94 | -238,1 | 6154 | -3991 | 2,104e + 04 | 4,223e + 04... |
| ...12,24 | 300,1 | -72,63 | 46,19 | -244,3 | -460,4... |
| ...0,001995 | -0,004567 | -0,0106 | 0,006324 | -0,03335 | -0,06746... |
| ...6,029 | -8,896 | -174,7 | 109,2 | -575,6 | -1157... |
| ... - 0,001668 | -0,001516 | 0,05556 | -0,03406 | 0,1795 | 0,3604... |
| ... - 244,6 | -27,76 | 935 | -468,4 | 2465 | 4947... |
| ... - 3,901 | -339,2 | -19,94 | 3,848 | -14,8 | -208... |
| ... - 8,241 | -1,544 | -158,9 | -2,592 | 7,243 | -14,72... |
| ... - 0,8565 | 0,1066 | -12,35 | 71,99 | 34,06 | -26,72... |
| ... - 3,023 | -0,1189 | 49,52 | 227 | 347 | 40,01... |
| ... - 2,091 | -9,407 | 153,3 | -50,49 | 43,05 | 4709... |
| ...3,157 | 3,284 | -109 | -86,73 | -517,6 | -1676... |
| ...2,234 | 7,416 | -142 | 35,88 | -87,11 | -3871... |
| ... - 18,16 | -65,95 | 1182 | -343,9 | 866,3 | 3,426e + 04... |
| ... - 0,2438 | 0,004338 | -0,002301 | -0,000419 | -0,004384 | -0,006495... |
| ...0,01988 | -0,0003659 | 0,0004327 | 2,467e - 05 | 0,0008114 | 0,006823... |
| ...2,862 | 2,934 | -91,58 | -49,12 | -632,8 | -1553... |
| ...267,7 | -1106 | -128,6 | 0,0002958 | 0,0007178 | 7,528 |
| ...4,287e + 04 | 1,467e + 04 | -3161 | -0,01673 | 0,0251 | -2,272e + 04 |
| ... - 501,1 | -170 | 31,59 | 0,0002003 | -0,00027 | 264,4 |
| ... - 0,06791 | -0,02334 | 0,00509 | 1,089 | 6,388 | 0,03602 |
| ... - 1173 | -401,8 | 86,74 | 0,000253 | -0,001855 | 621,6 |
| ...0,3658 | 0,1254 | -0,02697 | 2,321 | 13,63 | -0,1939 |
| ...5025 | 1722 | -369,8 | -0,001994 | 0,002756 | -2665 |
| ... - 11,92 | -11,94 | 32,62 | -1,683e - 06 | -6,22e - 06 | 13,05 |
| ...27,8 | -110,3 | -8,815 | 2,209e - 05 | -1,588e - 05 | 12,44 |
| ... - 24,13 | 403,3 | 48,81 | -4,995e - 05 | 0,0002042 | -16,36 |
| ...896,6 | -1819 | -171,6 | 1,582e - 05 | -0,001551 | -18,04 |
| ... - 394 | 318,2 | -722,1 | 0,0002735 | 5,067e - 05 | -24,31 |
| ... - 1013 | 1829 | 423,8 | -0,00024 | 0,0002553 | 43,79 |
| ...157,7 | -62,94 | 606,8 | -0,000275 | -0,0003556 | 51,69 |
| ... - 1597 | 1245 | -5300 | 0,001667 | -0,0006634 | -475,9 |
| ... - 0,009787 | 0,01723 | 0,002904 | -347,3 | -2280 | 0,0001839 |
| ...0,001161 | -0,002309 | -0,001315 | 35,88 | 228,9 | -0,0001113 |
| ... - 1140 | 1869 | 399,5 | -6,599e - 05 | 0,001227 | -6,558 |

(C.1)

$$\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} -17,85 \\ -1,433e05 \\ 1667 \\ 0,2273 \\ 3922 \\ -1,223 \\ -1,682e04 \\ 91,17 \\ 82,89 \\ -59,12 \\ -49,34 \\ -388,9 \\ 184,1 \\ 501,1 \\ -4601 \\ 0,0007126 \\ -0,0008501 \\ -632,2 \end{bmatrix} \quad (\text{C.2})$$

$$\mathbf{C}_c = \begin{bmatrix} 0,04048 & 0,002416 & 0,0001048 & -5,631e-09 & -6,98e-05 & 1,758e-08... \\ -0,00013 & -0,001694 & 0,04342 & -0,02804 & 0,1478 & 0,2967... \\ 0,3013 & 0,1031 & -0,02221 & -1,174e-07 & 1,772e-07 & -0,1596 \end{bmatrix} \quad (\text{C.3})$$

$$D_c = -1,007 \quad (\text{C.4})$$