

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR Franco Micaroni
Neto E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 4/11/96
Kamal A. R. Ismail
ORIENTADOR

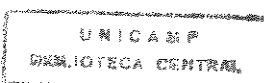
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Estudo Paramétrico de Um Armazenador Térmico Tipo Gelo-Sobre-Serpentinas

Autor: Franco Micaroni Neto

Orientador: Kamal A. R. Ismail

04/11/96



UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	T/UNICAMP
	M581e
V.	Fl.
TOMSO DO	29.888
PROC.	281/97
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	29/04/97
N.º CPD	

CM-00098137-9

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

M581e Micaroni Neto, Franco
Estudo paramétrico de um armazenador térmico tipo
gelo-sobre-serpentinhas / Franco Micaroni Neto.--
Campinas, SP: [s.n.], 1996.

Orientador: Kamal A. R. Ismail.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Energia - Armazenamento. 2. Gelo -
Armazenamento. 3. Solidificação. I. Ismail, Kamal A. R..
II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
Engenharia Mecânica. III. Título.


**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE TÉRMICA E FLUÍDOS**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

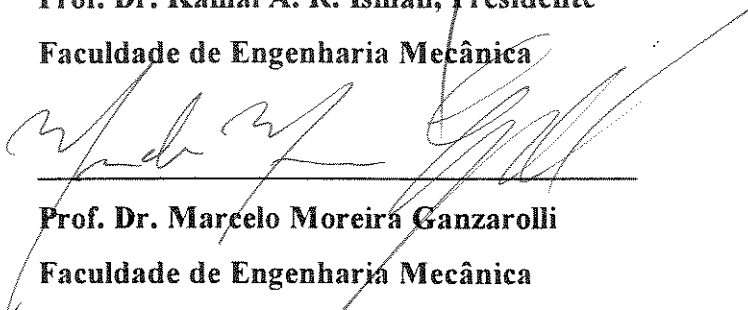
Estudo Paramétrico de Um Armazenador Térmico Tipo Gelo-Sobre-Serpentinas

Autor: Franco Micaroni Neto

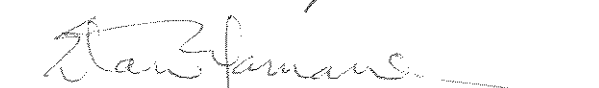
Orientador: Kamal A. R. Ismail



**Prof. Dr. Kamal A. R. Ismail, Presidente
Faculdade de Engenharia Mecânica**



**Prof. Dr. Marcelo Moreira Ganzarolli
Faculdade de Engenharia Mecânica**



**Prof. Dr. Eitaro Yamane
Poli - USP**

Campinas, 04 de Novembro de 1996

Dedicatória:

Aos meus pais, Giacinto e Carolina.

Agradecimentos

Ao prof. Kamal Abdel Radi Ismail que em momentos difíceis ofereceu-me todo seu apoio o que foi fundamental para a conclusão dessa tese.

Aos colegas do DETF: Valdisley, João Batista, Flávio, Orlando, Jorge, Luis Edson, Edivaldo, Mônica, Vicente, Ana, Janaína, Salinas, e Mabruk pela amizade e espírito de colaboração de todos.

Aos funcionários do DETF em particular às secretárias Sônia e Eliane.

À minha família, que sempre esteve ao meu lado.

Sumário

1. Introdução	1
2. Revisão da Literatura	6
3. Definição do problema e avaliação dos parâmetros	
3.1. Modelo do Tanque	12
3.2. Esquema e funcionamento	14
3.3. Transferência de calor no material de mudança de fase	16
3.4. Transferência de calor no fluido de transferência de calor	22
3.8. Simplificações	33
4. Soluções analíticas aproximadas	
4.1. Solução exata em coordenadas cilíndricas	37
4.2. Solução integral em coordenadas cilíndricas	37
4.3. Solução para número de Stefan próximo de zero	39
4.4. Solução para condutância constante	41
4.5. Solução por similaridade	45
5. Solução numérica	
5.1. Modelo unidimensional	49
5.1.1. Formulação	52
5.1.2. Discretização	55
5.2. Modelo bidimensional	60
5.2.1. Formulação	60
5.2.2. Discretização	60
5.3. Discretização do problema na direção axial	67
6. Resultados e discussão	
6.1. Incremento de tempo	69
6.2. Espaçamento radial	73
6.3. Validação do procedimento numérico	75
6.4. Características do armazenador térmico tipo gelo-sobre-serpentineas	
6.4.1. Energia armazenada	77
6.4.2. Efetividade e taxa de carregamento	78

6.4.3. Convecção natural durante o descarregamento	80
6.5 Parâmetros	
6.5.1. Número de Nusselt Periférico	82
6.5.2. Número de Stefan	84
6.5.3. Número de Nusselt médio axial.	85
6.5.4. Fluxo de fluido de transferência de calor.	86
6.5.5. Temperatura de entrada do fluido de transferência de calor.	87
6.5.6. Condutância térmica da parede da serpentina	88
6.5.7. Natureza do fluido de transferência de calor.	89
6.7. Comparação com as soluções analíticas	90
7. Conclusões e futuros trabalhos.	94
Referências.	95

Listas de Figuras

1.1 Consumo de energia elétrica distribuída pela CPFL	1
1.2 Perfil de carga típico de um sistema energético.	2
3.1 Desenho esquemático de um armazenador de calor latente tipo gelo-sobre-serpentina	13
3.2 Esquema de funcionamento de um sistema com armazenamento térmico durante o carregamento	14
3.3 Esquema de funcionamento de um sistema com armazenamento térmico durante o descarregamento	14
3.4 Representação do processo de formação de gelo em torno de um tubo curvo . .	16
3.5 Representação da solidificação e fusão em torno das serpentinas durante o carregamento ou descarregamento respectivamente	19
3.6 Progresso da interface durante o período de carregamento	20
3.7 Fator de correção, f , como função da razão de área, AR , e da razão entre o raio externo da serpentina, r_{SE} e o raio de interseção, r_C	21
3.8 Nomenclatura adotada em relação à forma espiral da serpentina	22
3.9 Curvatura da serpentina em função da posição axial	24

3.10 Número de Nusselt na região de entrada da serpentina	27
3.11 Número de Nusselt axial médio para diferentes número de Reynolds	28
3.12 Nomenclatura adotada para tubo curvo	30
3.13 Relação entre Nu_{ϕ} máximo e Nu_{ϕ} mínimo em função do número de Dean e número de Prandtl	31
3.14 Número de Nusselt periférico para condições usuais de operação de um ATGS	32
3.15 Interface sólido-líquido durante a fusão em torno de um cilindro aquecido.	33
4.1 Frente de solidificação em torno de um cilindro em meio infinito	38
4.2 Frente de solidificação em torno de um tubo considerando a variação de temperatura do FTC	39
4.3 Resistências térmicas entre o FTC e o MMF	41
4.4 Disposição em linha das serpentinas dentro de um armazenador de calor latente de tubos retos.	45
5.1 Variação da capacidade de calor por volume (ρc) e a entalpia (H) nas proximidades da temperatura de mudança de fase	50
proximidades da temperatura de mudança de fase	48
5.2 Pontos da grade e volumes de controle - modelo unidimensional	56
5.3 Pontos da grade e volumes de controle - modelo bidimensional	60
5.4 Formação de gelo em toda extensão da serpentina	67
5.5 Fluxo de calor do MMF para um elemento do fluido de transferência de calor (FTC)	68
6.1 Comparação entre a solução numérica e a solução integral para diferentes incrementos de tempo	69
6.2 Comparação entre a solução através do modelo numérico unidimensional e a solução integral para diferentes incrementos de tempo em um gráfico log x log	70
6.3 Erro entre a solução numérica unidimensional e a solução integral e o número de iterações necessárias para diferentes valores de $\Delta\tau$	71
6.4 Erro entre a solução numérica unidimensional e a solução integral e o número de iterações necessárias para diferentes valores de Δr^*	73
6.5 Comparação entre a solução numérica unidimensional e a solução exata para o problema de solidificação sobre uma placa plana	75

6.6 Comparação entre a solução numérica unidimensional e a solução integral para o problema de solidificação em torno de um cilindro resfriado por convecção na superfície	76
6.7 Energia armazenada em função do tempo em uma serpentina de um ATGS	77
6.8 Efetividade de um ATGS em função da fração solidificada	78
6.9 Taxa de carregamento de um ATGS em função da fração solidificada	79
6.10 Comparação entre modelo convectivo e modelo condutivo durante a fusão em torno de um cilindro com temperatura de parede constante	80
6.11 Razão entre as frentes de solidificação externa ($\varphi=\pi$) e interna ($\varphi=0$) em uma seção transversal de tubo curvo para curvatura (δ) igual a 0.00818, número de Reynolds (Re) igual a 2658 e número de Prandtl (Pr) igual a 26.2.	82
6.12 Frente de solidificação ao longo da serpentina para diferentes números de Stefan (Ste)	84
6.13 Frente de solidificação ao longo da serpentina para valores máximo e mínimo de número de Nusselt axial (Nu)	85
6.14 Frente de solidificação para diferentes velocidades de fluxos de FTC	86
6.15 Frente de solidificação ao longo da serpentina para diferentes temperaturas de entrada do FTC	87
6.16 Frente de solidificação ao longo da serpentina em função da condutividade térmica da parede da serpentina	88
6.17 Frente de solidificação ao longo da serpentina para dois diferentes anticongelantes usados como FTC	89
6.18 Comparação entre o modelo numérico e a solução analítica para condutância constante durante o descarregamento com velocidade do fluxo de FTC igual a 0.35 m/s	90
6.19 Comparação entre a solução numérica e a solução por similaridade	91
6.20 Comparação das frentes de solidificação em diferentes posições na direção axial entre o modelo numérico unidimensional e a solução para $Ste \approx 0$	93

Listas de Tabelas

1.1 Tarifas cobradas pela CPFL entre junho de 1994 e junho de 1995	2
3.1 Comprimento térmico de entrada	26
3.2 Número de Dean para diferentes condições de fluxo do FTC	29
3.3 Volume de MMF liqüefeito em relação ao volume do cilindro	34
6.1 Valores de incremento de tempo em segundos para diferentes valores de Ste durante o carregamento.	72
6.2 Valores de incremento de tempo em segundos para diferentes valores de Ste durante o descarregamento	72
6.3 Espaçamento radial de acordo com o número de pontos radiais escolhido	74
6.4 Propriedades termofísicas de duas soluções anticongelantes	89
6.5 Número de Biot e NTU para diferentes velocidades de fluxo.	92

Nomenclatura

Letras Latinas

Bi , número de Biot	[-]
C , capacidade de calor específica	[J / m ³ °C]
c_s , calor específico do gelo	[J / Kg °C]
De , número de Dean ($=Re. \delta^{1/2}$)	[-]
E_T , energia total armazenada	[ton - hor]
E_L , energia latente armazenada	[ton - hor]
E_s , energia sensível armazenada	[ton -hor]
f , fator de interseção	[-]
F , fração solidificada em uma seção representativa da serpentina	[-]
FO , número de Fourier ($=\alpha t/r_o^2$)	[-]
f_s , fração solidificada	[-]
Gr , número de Grashof ($=\beta g \Delta t D^3/\nu^2$)	[-]
h , coeficiente convectivo axial médio	[W / m ² °C]
h_ϕ , coeficiente convectivo periférico	[W / m ² °C]
K , condutividade térmica	[W / m °C]

K_l , condutividade térmica da água	[W / m °C]
K_s , condutividade térmica do gelo	[W / m °C]
L , comprimento total da serpentina	[m]
m , fluxo de fluido de transferência de calor	[Kg / s]
Nu , número de Nusselt	[-]
Nu_z , número de Nusselt axial médio	[-]
Nu_φ , número de Nusselt periférico	[-]
Pr , número de Prandtl ($=\nu/\alpha$)	[-]
Q_b , fluxo de calor para o fluido de transferência de calor	[W]
\overline{Q} , fluxo de calor adimensional	[-]
q_b , fluxo de calor do material de mudança de fase para o fluido de transferência de calor por unidade de comprimento	[W / m]
R , raio central da espiral	[m]
R_0 , raio central interno da espiral	[m]
Ra , número de Rayleigh ($=Gr.Pr$)	[-]
r_0 , raio interno da camada de gelo	[m]
r_c , raio de interseção	[m]
Re , número de Reynolds	[-]
r_{SIM} , raio de simetria	[m]
r_{SE} , raio da serpentina externo	[m]
r_{SI} , raio da serpentina interno	[m]
RT , resistência térmica	[W / °C]
S , raio da interface	[m]
Ste , número de Stefan	[-]
t , tempo	[s]
T_b , temperatura do fluido de transferência de calor	[°C]
T_{b0} , temperatura do fluido de transferência de calor na entrada	[°C]
T_f , temperatura de fusão	[°C]
T_p , temperatura da parede	[°C]

UA_t , condutância total entre o fluido de transferência de calor e o material de mudança de fase	[°C / W]
z , coordenada axial	[m]
z_t , comprimento térmico de entrada	[m]

Superescritos

* adimensional

Letras Gregas

α , difusividade térmica do fluido de transferência de calor	[m ² / s]
β , frente de solidificação ($=S/r_0$)	[-]
μ , viscosidade absoluta do fluido de transferência de calor	[Kg / m s]
δ , curvatura ($=r_0/R$)	[-]
η , raio adimensional	[-]
ξ , comprimento axial	[-]
γ , metade da faixa de temperatura de mudança de fase	[°C]
ϕ , função similaridade	[-]
ε , efetividade	[-]
ρ_l , densidade da água	[Kg / m ³]
ρ_s , densidade do gelo	[Kg / m ³]
λ , calor latente	[J / Kg °C]
φ , ângulo periférico	[rad]
τ , tempo ($=Ste.Fo$)	[-]
ν , viscosidade cinemática	[m ² /s]

Abreviações

ATGS - Armazenador(es) térmico(s) tipo gelo-sobre-serpentina

FTC - Fluido de transferência de calor

MMF - Material de mudança de fase

Resumo

Micaroni, Franco Neto, *Estudo Paramétrico de um Armazenador Térmico Tipo Gelo-Sobre-Serpentinas*, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1996, 99p., Tese (mestrado).

Diversas formas construtivas são empregadas na construção de armazenadores de calor latente. Em sistema de ar condicionado é muito comum o emprego de armazenadores do tipo gelo-sobre-serpentinhas. Esses armazenadores apresentam algumas características próprias e são poucos os estudos encontrados na literatura sobre esse tipo de armazenador.

A condução de calor axial no material de mudança de fase e no fluido de transferência de calor foi desprezada. A temperatura de entrada do FTC é considerada constante. O acoplamento do problema de mudança de fase com a transferência de calor para o FTC é obtido fazendo-se um balanço de energia em um elemento do fluido. O coeficiente convectivo do FTC é calculado através de fórmulas que aproximam resultados numéricos para fluxo em tubos curvos. A convecção natural no MMF é desprezada. O modelo numérico é obtido através da formulação por diferenças finitas com esquema de três-níveis-tempo para o incremento de tempo. No modelo bidimensional o coeficiente convectivo é função da direção periférica. No modelo unidimensional a parede da serpentina é substituída por uma resistência equivalente e o coeficiente convectivo é constante na direção periférica.

O modelo foi considerado bom para simular o processo de carregamento do armazenador. Os resultados mostram a influência da condutividade da parede, número de Biot, natureza do FTC, temperatura de entrada do FTC, e parâmetros próprios desse tipo de armazenador como o número de Nusselt médio axial e o número de Nusselt periférico.

Os resultados desse trabalho são importantes porque mesmo não solucionando totalmente o problema devido a sua complexidade fornece as informações necessárias para que soluções numéricas e analíticas mais simples sejam aplicadas com bons resultados.

Palavras Chaves:

- Solidificação, Armazenamento Térmico; Banco de Gelo; Gelo-Sobre-Serpentinas; Tubos Curvos.

Abstract

Micaroni, Franco Neto *Parametric Study of an Ice-On-Coil Type Thermal storage*, Campinas, Mechanical Engineering School, Campinas State University, 1996, 99p, Thesis (master degree).

Several constructive form are used to build latent heat storages. In air conditioning systems, the use of ice-on-coil type storage is very common. These storages have some particular characteristics and few studies are found in literature on this type of storages.

Heat conduction parallel to the tube axes and the effects of axial changes in the temperature of the heat transfer fluid (HTF) was neglected. The HFT input temperature is considered constant. The coupling of the problem of phase change with heat transfer to the HFT is achieved by performing an energy balance in a fluid element. The HFT convective coefficient is calculated by formulas which approximate the numerical results for flow in curved pipes. Natural convection in PCM is neglected. The numerical model is obtained by the formulation by finite-differences with a three-time-level scheme for the time increment. In the two-dimensional model, the convective coefficient is a function of the peripheral coordinate. In the one-dimensional model, the coil wall is replaced by an equivalent thermal resistance and the convective coefficient is constant in the peripheral direction.

The model was considered adequate to simulate the charging period of the storage. The results show the influence of the conductivity of the wall, Biot number, nature of HFT, input temperature of HFT, and specific parameters of this type of storage with the mean axial Nusselt number and the peripheral Nusselt number.

The results of this work are important because, although they do not solve the problem thoroughly due to its complexity, they provide the information required for simpler numeric and analytical solutions can be applied with good results.

Key words: Thermal Storage; Ice Bank; Ice-on-coil, curved pipes.

Capítulo 1

Introdução

O consumo de energia elétrica no Brasil e no mundo vem crescendo constantemente nas últimas décadas como mostra a figura 1.1. Novas instalações geradoras de energia estão sendo instaladas a fim de atender a esse aumento de consumo. No entanto, as dificuldades de se gerar mais energia são cada vez maiores. A implantação de uma usina hidroelétrica provoca um alagamento de extensas áreas com importantes conseqüências sociais e ambientais. Além disso o potencial hídrico já esta completamente aproveitado em algumas regiões. Por esses motivos as concessionárias vem adotando medidas que tem por objetivo a racionalização do consumo seja pela diminuição do consumo total, seja pela diminuição da demanda máxima.

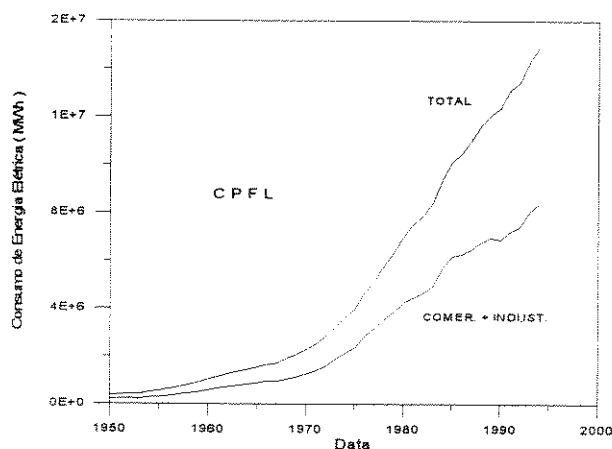


Figura 1.1 - Evolução do consumo de energia no estado de São Paulo

O consumo normalmente está ligado à produção e conseqüentemente ao faturamento das empresas. A redução do consumo pode ser alcançada otimizando-se o processo e evitando o desperdício. Já a demanda reflete o máximo consumo ocorrido em um período de 15 minutos durante um mês. Normalmente este pico não está relacionado com a máxima produtividade, mas sim com uma coincidência de cargas ligadas simultaneamente. Se essas coincidências pudessem ser evitadas o custo final da energia poderia ser reduzido mantendo o mesmo consumo.

Ao analisarmos um gráfico da curva de carga de um sistema, figura 2, vemos que no horário das 17 às 22 horas há um aumento do consumo e da demanda. Esse período é chamado de horário de ponta e é justamente o período em que as redes de distribuição assumem maior carga, atingindo seu valor máximo próximo das 18 horas, variando pouco esse horário de uma região para a outra. A capacidade de geração também é influenciada pelo nível dos rios que varia durante o ano.

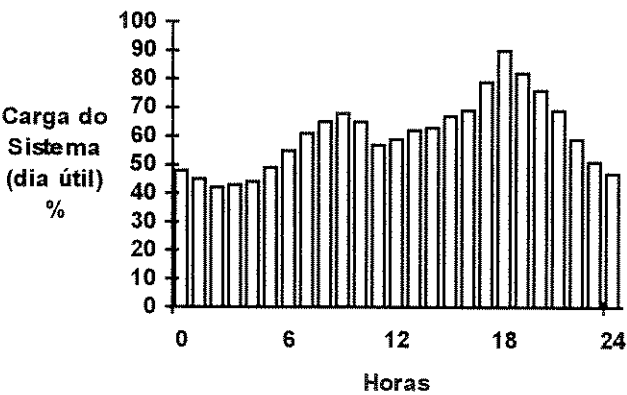


Figura 1.2. - Perfil de carga típico de um sistema de energia elétrica

O período de maio a novembro com o nível dos rios mais alto é chamado período úmido e o período de dezembro a abril é chamado período seco.

Tabela 1.1: Tarifas em reais cobradas no período de junho 94 a junho de 95.

Fonte: CPFL-Campinas, divisão comercial.

THS INDUSTRIAL A4 (2.3 a 26kV)						
Tipo de Tarifa	Demanda (Kw)		Consumo (Kwh)			
	ponta	fora de ponta	ponta		fora de ponta	
			seco	úmido	seco	úmido
tarifa azul	9.95	3.32	0.0650	0.0604	0.0310	0.0270
tarifa verde	3.32	3.32	0.295	0.290	0.0310	0.0270

Por causa dessas particularidades em relação ao consumo de energia foi criada a tarifa horosazonal. No Brasil ela foi implantada em 1981 e atinge os grandes consumidores comerciais e industriais que juntos representam mais de 50% do consumo total (ver figura 1.1).

A tabela 1.1 apresenta o valor das tarifas aplicadas pela CPFL no período de junho de 1995 a junho de 1996 em reais. O consumidor pode optar entre a tarifa azul ou verde. Em ambos os casos, tarifa azul e tarifa verde, obtêm-se uma substancial economia quando deslocamos o consumo e a demanda para fora do horário de ponta. O sistema de ar condicionado central de grandes edifícios tem sua maior carga justamente no horário de ponta. Em muitos casos o consumo de energia do sistema de ar condicionado representa a maior parte do consumo total. Por isso tem sido muito comum a utilização de sistemas armazenadores de frio que permitem nivelar o consumo de energia ao longo de todo o dia. O resfriador funciona durante a noite produzindo gelo em tanques térmicamente isolados. Durante o dia, no horário de climatização, esse gelo é utilizado para auxiliar o resfriador a atender a carga de refrigeração. Desse modo pode-se projetar um sistema que utilize um resfriador com redução de 40% na capacidade em relação ao sistema convencional.

Existem duas formas principais de se fazer o armazenamento de frio: através do calor sensível retirando calor de uma grande massa de água ou através do calor latente retirando calor até que haja o congelamento da água. A segunda forma é a mais utilizada já que consegue armazenar uma quantidade de frio muito maior em relação ao volume ocupado. Vários modelos de tanques de gelo existem no mercado. Um desses modelos é fabricado no Brasil pela Alpina-Calmac. Os tanques têm um tamanho padrão e são conectados em paralelo até se atingir a capacidade de armazenamento desejada. Dentro dos tanques o gelo se forma em torno de serpentinas de forma espiral por onde passa um anticongelante que é o fluido de transferência de calor (FTC).

O problema de formação de gelo (carregamento) é mais simples de se resolver pois não envolve a convecção natural. Modelos analíticos e numéricos, CAO, Y., FAGHRI (1990) e LACROIX, M. (1993b), aplicados ao modelo de armazenadores de calor latente com tubos retos mostraram boa concordância com resultados experimentais. O problema de fusão do gelo formado (descarregamento) é mais difícil de se resolver e os estudos até agora não mostraram boa concordância com valores experimentais quando a convecção natural é dominante, DAS,

S., DUTHA (1993). O modelo numérico desenvolvido aqui é um modelo puramente condutivo e é aplicado apenas para o período de carregamento.

Para os armazenadores de calor latente de tubos retos existem muitos estudos na literatura. A diferença principal entre o armazenador de calor latente de tubos retos e o armazenador tipo gelo-sobre-serpentina é em relação ao formato dos tubos por onde passa o fluido de transferência de calor. No primeiro os tubos são retos e no segundo os tubos são curvos. Estudos numéricos, CAO, Y., FAGHRI, A. (1990), resolveram o problema de mudança de fase conjuntamente com o desenvolvimento do fluxo do fluido de transferência de calor para o caso de armazenadores de calor latente de tubos retos. Outros estudos, BELLECCI C., CONTI, M. (1993b), fizeram uma análise do comportamento transiente dos armazenadores de calor latente de tubos retos.

A solução do fluxo de fluido de transferência de calor em tubos curvos é bem mais complexa que em tubos retos. Talvez por isso não encontramos na literatura um trabalho que resolva o problema de mudança de fase associado com desenvolvimento do fluxo do fluido de transferência de calor para o caso de armazenadores de calor latente tipo gelo-sobre-serpentinhas (ATGS). Existem poucos estudos específicos sobre os ATGS. Nesses estudos é adotado um coeficiente convectivo médio para toda serpentina obtido de resultados experimentais ou através das fórmulas para tubos retos. Com isso a solução dos ATGS se torna idêntica a solução dos armazenadores de calor latente de tubos retos.

Existem muitos estudos que resolveram numericamente o problema do fluxo dentro de tubos curvos. JANSSEN, L.A.M., HOOGENDOORN, C. J. (1978) mostraram que o valor do número de Nusselt médio axial é função do valor do número de Reynolds e do número de Prandtl e pouco dependente do valor da curvatura do tubo enquanto que o número de Nusselt periférico é função do número de Reynolds, número de Prandtl e curvatura do tubo. Para tubos curvos em que o parâmetro De^2Pr é maior que 10^3 o coeficiente convectivo médio é independente da condição de fronteira ser tipo temperatura constante ou fluxo de calor constante. Nos casos dos ATGS existentes no mercado essa condição é sempre satisfeita. Assim decidimos usar os valores de coeficiente convectivo que foram obtidos nesses trabalhos.

Os métodos numéricos mais utilizados são os que usam grade fixa para discretizar o domínio devido a sua simplicidade. O método entálpico é o método mais empregado para

simular o processo de mudança de fase dentro de armazenadores térmicos. No presente trabalho o método escolhido foi o método de capacidade de calor aparente que é um método derivado do método entálpico. Esse método também é bastante empregado por causa da facilidade de implementação tanto para o caso unidimensional como para o caso multidimensional.

Não se encontrou na literatura dados experimentais para os ATGS. Assim não foi possível comprovar os resultados numéricos diretamente. A validação do método foi feita aplicando-se o método à problemas mais simples que apresentam soluções conhecidas e comprovadas experimentalmente.

Os objetivos desse trabalho são:

1. Simular numericamente um armazenador de calor latente tipo gelo-sobre-serpentina no período de carregamento. Avaliar a eficiência do procedimento numérico adotado.
2. Obter as principais características de um armazenador de calor latente tipo gelo-sobre-serpentina numa ampla faixa de curvatura e fluxo de fluido de transferência de calor na qual se incluem os armazenadores comerciais desse tipo.
3. Avaliar a influência da curvatura na transferência de calor no material de mudança de fase e no fluido de transferência de calor.
4. Verificar se as soluções analíticas aproximadas existentes para armazenadores de calor latente de tubos retos fornecem bons resultados para o cálculo de um armazenador de calor latente tipo gelo-sobre-serpentina.

Capítulo 2

Revisão da Literatura

SHANSUNDAR, N., SPARROW, E. M. (1975) fizeram uma análise do modelo entálpico quando empregado em problemas de mudança de fase multidimensionais. Foi demonstrado que a representação matemática do modelo entálpico é equivalente às equações de conservação de energia nas regiões sólida e líquida e na interface sólido-líquido. O método de solução é igualmente aplicável para substâncias que tem uma temperatura de mudança de fase discreta e para aquelas substâncias que mudam de fase em uma faixa de temperatura. Para se obter as equações de conservação de energia na forma entálpica foi considerado que as densidades de sólido e líquido são iguais e uniformes, mas as outras propriedades termofísicas podem diferir nas duas fases e também podem depender da temperatura. O modelo foi empregado em conjunto com o esquema de diferenças finitas totalmente implícito para resolver a solidificação em um espaço quadrado resfriado convectivamente. Os resultados foram apresentados usando $Ste.Fo$ como parâmetro de correlação, facilitando portanto a apresentação dos resultados para toda faixa de Ste estudada. Para baixos números de Bi a taxa de transferência de calor integrada na superfície foi relativamente constante durante todo período de solidificação, o que é uma característica desejável para armazenadores térmicos.

BATHELT, A. G., VISKANTA, R., LEIDENFROST, W. (1979) fizeram experiências para verificar a transferência de calor a partir das fontes de calor cilíndricas em armazenadores térmicos durante o processo de fusão. Duas disposições diferentes das fontes de calor cilíndricas foram estudadas. Os resultados são conclusivos sobre a importância da convecção natural na forma da interface sólido-líquido, na temperatura da superfície, e no coeficiente de transferência de calor local e médio em torno das fontes de calor cilíndricas. Os modelos condutivos teóricos dão uma boa previsão para as frentes de solidificação quando as regiões fundidas estão isoladas mas não depois que ocorre a interação das interfaces em torno das fontes cilíndricas. A forma irregular da região fundida, e a circulação natural são algumas razões que dificultam o modelamento teórico.

SHANSUNDAR, N, SRINIVASAN R. A. (1979) desenvolveram um método de similaridade para análise de problemas de solidificação multidimensionais. O método pode ser usado em substituição a métodos numéricos que nesse caso necessitariam de um tempo computacional muito grande. A regra de similaridade se aplica em problemas em que a contribuição do calor sensível é muito menor que a contribuição do calor latente e a distribuição do fluxo de calor é mais ou menos uniforme. Usando-se essa regra foi demonstrado que a resposta térmica de problemas de solidificação multidimensionais transientes podem ser obtida através de simples operações em que a maior complexidade é a avaliação numérica de duas integrais e a solução de uma equação diferencial ordinária. A solução por similaridade foi comparada com a solução numérica por diferenças finitas para o problema de solidificação em torno de fontes de calor cilíndricas horizontais na disposição linear. Os resultados mostram que a regra de similaridade é válida e precisa mesmo em casos em que o fluxo de calor não é perfeitamente uniforme.

SHANSUNDAR, N., SRINIVASAN R. (1980) usaram a regra de similaridade desenvolvida no trabalho anterior para obter a resposta térmica de um armazenador de calor latente de tubos retos durante o processo de recuperação do calor armazenado. A regra é aplicada usando o resultado numérico do processo de solidificação em uma seção axial representativa do armazenador. O método pode ser aplicado em qualquer armazenador de calor latente de tubos retos que tenha um comprimento muito maior que o diâmetro dos tubos e nos quais a condução de calor axial pode ser desprezada. Duas disposições diferentes dos tubos foram consideradas. A temperatura do FTC pode variar ao longo do tubo e na entrada do armazenador. O método permite calcular a efetividade durante todo o processo de solidificação requerendo apenas a avaliação numérica de duas integrais. Cartas de efetividade versus NTU foram obtidos para fluxo de FTC constante. O número de Biot e a fração solidificada do MMF são os parâmetros das cartas efetividade versus NTU .

HSU, C. F., SPARROW, E. M., PATANKAR, S. V. (1981) descrevem a metodologia da solução numérica de problemas de fronteira móvel através da imobilização de fronteiras por transformação de coordenadas e esquema de diferenças finitas baseado em volumes de controle. A equação da energia para um volume de controle não ortogonal é obtida na forma generalizada e então aplicada ao sistema de coordenada transformada associado com a imobilização da fronteira móvel. O esquema totalmente implícito é usado para discretizar a

equação da energia no volume de controle. O balanço de energia da fronteira móvel também é transformada e discretizada. Um procedimento numérico é então usado para resolver as equações obtidas.

SPARROW, E.M., HSU C. F. (1981b) utilizam a metodologia da imobilização da fronteira descrita no trabalho anterior para resolver o problema de solidificação em torno de um tubo por onde passa o FTC. O aumento de temperatura do FTC faz com que o problema seja bidimensional. A equação da energia para o FTC e as demais condições de fronteira são incorporadas ao modelo. Foram obtidos resultados para a espessura da camada solidificada ao logo do tubo, temperatura do FTC em função da posição axial, temperatura da parede do tubo e energia total extraída do MMF. Os resultados foram representados em gráficos usando como parâmetros as variáveis adimensionais número de Stanton, número de Biot e número de Stefan. Analisando os resultados para a camada solidificada em torno de um tubo concluiu-se que a condução axial é desprezível quando comparada com a condução radial dentro do MMF. Concluiu-se também que a solidificação é pouco sensível ao número de Stefan e ao número de Stanton mas é fortemente dependente do número de Biot.

SHAMSUNDAR, N. (1982b) apresenta uma fórmula analítica para o problema de solidificação em torno de um tubo com variação da temperatura do FTC. A solução analítica é obtida considerando por hipótese que o calor específico e a condução axial são desprezíveis. Foi assumido que o perfil de temperatura na direção radial é logaritmo. Em trabalhos anteriores ficou provado que o perfil logaritmo fornece resultados mais próximos dos resultados numéricos que o perfil linear. A solução analítica apresentou resultados bastante próximos aos resultados de outros trabalhos que usaram método numérico e que incluíram o calor sensível e a condução axial.

CAO, Y., FAGHRI, A. (1990b) analisaram as características de um armazenador de calor latente de tubos retos resolvendo numericamente o problema transiente conjugado MMF/convecção forçada com o FTC. O método utilizado foi uma forma alternativa de método entálpico em que o efeito do calor latente é isolado em um termo fonte. Para resolver as equações que definem o problema foi usado a aproximação por volume de controle e diferenças finitas descrito por PATANKAR, V. S. (1980a). As velocidades e pressão dentro do FTC são obtidas usando-se o esquema SIMPLE descrito em PATANKAR, V. S. (1980b).

A espessura da parede do tubo é diferente de zero e também é discretizada e a equação da energia aplicada a essa região também é incluída na formulação do problema. Os resultados descrevem o desenvolvimento do fluxo de FTC e a solidificação do MMF em seções próximas do início do tubo. Analisando esses resultados concluiu-se que as velocidades do FTC em uma determinada seção do tubo se estabilizam rapidamente enquanto que o perfil de temperatura continua a variar enquanto progride a interface de mudança de fase. Também foram feitos estudos sobre a energia armazenada e densidade de energia armazenada em função de parâmetros geométricos.

LACROIX M. (1993a) fez um estudo do comportamento de um armazenador de calor latente de tubos retos com aletas nos tubos. O problema de mudança de fase é analisado nas direções axial e radial associado com a transferência de calor por convecção com o FTC. O método numérico utilizado foi o método entálpico. O modelo condutivo assim obtido foi aplicado para o caso de descarregamento. A convecção natural que ocorre nesse período foi incluída nesse modelo usando-se uma equação empírica que altera o valor da condutividade do MMF. Os resultados numéricos foram comparados com dados experimentais. O efeito das aletas se mostrou efetivo para fluxo de FTC moderado e para temperatura de entrada do FTC pouco acima da temperatura de fusão do MMF.

DAS, S., DUTHA, T. K. (1993) fizeram um estudo experimental e modelamento matemático de um armazenador de calor latente de tubos retos usado para armazenar energia solar. O mecanismo de transferência de calor durante o armazenamento de calor é tratado como convectivo na camada fundida que se forma em torno do tubo e durante a recuperação do calor o mecanismo de transferência de calor é condutivo através da camada solidificada em torno do tubo. O método numérico utilizado é o de diferenças finitas aplicado a problemas de mudança de fase como é descrito por ÖZISIK, M. N.(1981). Os resultados mostram que o processo de armazenamento pode ser acelerado se aumentarmos a temperatura do FTC pois com isso aumenta-se a convecção natural na camada fundida. Para diminuir o tempo de recuperação de calor os autores sugerem melhorar o coeficiente de transferência de calor do FTC aumentando-se a turbulência do FTC.

JECKEL, T.B. (1993) desenvolveu um estudo analítico visando modelar armazenadores de calor latente tipo gelo-sobre-serpentina (ATGS) comerciais. Esses armazenadores são usados em sistemas de refrigeração para o armazenamento de frio através do congelamento de

uma massa de água. Para se obter uma solução analítica simplificada foi considerado que a condutância total entre o FTC e o MMF permanece constante ao longo do tubo. A solução é dividida em duas partes. Na primeira não há interação entre a camada de gelo dos tubos adjacentes e o problema é unidimensional. Na segunda parte há interação entre a camada de gelo dos tubos adjacentes e o problema se torna bidimensional. Os resultados de um estudo numérico feito por Commings (1989) foi adotado na solução analítica para resolver o problema na segunda parte. De acordo com esses resultados numéricos foi obtida uma condutividade aparente para camada de gelo em função da geometria do problema e da posição da interface no período de interseção. Assim a solução analítica unidimensional permanece válida para todo o processo. A efetividade é obtida para os períodos de carregamento e descarregamento e os resultados mostraram uma boa concordância com os dados do fabricante.

LACRIX, M. (1993b) realizou uma simulação numérica de um armazenador de calor latente de tubos retos. O método utilizado foi o método entálpico modificado de forma que o efeito do calor latente é isolado em um termo fonte. O problema de mudança de fase é associado ao problema de transferência de calor com o FTC. As previsões numéricas são validadas com dados experimentais. Uma série de cálculos numéricos são feitas a fim de se avaliar o efeito de parâmetros físicos e geométricos no processo de transferência de calor. Resultados mostram que fatores como raio da casca, fluxo de massa e temperatura de entrada do FTC devem ser escolhidos com cuidado a fim de obter uma boa performance do armazenador térmico.

KAINO, K. (1993) obteve a efetividade de um armazenador de calor latente de tubos retos usando uma função de similaridade na qual a fração de calor realizada é adotada como variável independente. Na solução por similaridade de SHANSUNDAR, N. E R. SRINIVASAN (1980) o calor sensível é desprezado. Nessa nova solução o calor sensível é levado em consideração. Em comparação com os resultados numéricos e experimentais com um armazenador de calor latente de tubos retos verificou-se que a nova solução é especialmente vantajosa após a fração solidificada no início do tubo ter atingido a unidade.

BELLECI E CONTI, M. (1993b) Fizeram uma análise do comportamento transiente de um armazenador de calor latente de tubos retos. O método utilizado foi o método entálpico. A espessura da parede do tubo foi considerada diferente de zero e incluída na formulação. O

campo de velocidade e de temperatura dentro do FTC foi resolvido conjuntamente com o problema de mudança de fase do MMF. Apenas os cinco primeiros ciclos foram considerados na análise. Os resultados mostram a influência de parâmetros geométricos na estabilidade da temperatura de saída do FTC e na densidade de energia armazenada.

GONÇALVES, M. (1991) fez uma análise analítica e numérica de um armazenador de calor latente de tubos retos com os tubos aletados axialmente e comparou os resultados com tubos sem aletas. A temperatura de entrada do MMF é considerada constante. A formulação matemática é baseada em uma análise bidimensional em uma seção do armazenador. Devido a simetria, a condição de fronteira é de fluxo de calor igual a zero em relação aos tubos adjacentes. O processo é regido por condução pura. A equação da energia é escrita de forma bastante simples usando-se uma formulação derivada da forma entálpica básica conhecida como capacidade de calor aparente. A discretização é feita por volumes de controle. Os resultados mostram que o número de aletas, a altura e a relação de compacticidade são fatores importantes no processo de solidificação. A espessura das aletas, no entanto, foi pouco significativa no processo de solidificação.

A literatura sobre armazenadores de calor latente de tubos retos é bastante ampla principalmente com relação a soluções numéricas e analíticas aproximadas durante o período de carregamento. Os resultados apresentam boa concordância quando comparados com dados experimentais. Para o período de descarregamento também são encontrados diversos trabalhos mas que somente apresentam boa concordância com dados experimentais quando a diferença de temperatura entre o FTC e o MMF é pequena. Com relação aos ATGS a literatura encontrada está mais voltada para questões práticas de operação como monitoramento e métodos de controle. Na literatura o estudo da transferência de calor para o FTC passando por um tubo reto tem sido objeto de muitos trabalhos e atualmente os resultados numéricos conhecidos apresentam boa precisão para uma ampla faixa de condições de fluxo. No entanto, não foi encontrada na literatura qualquer trabalho que trata do problema de formação de gelo em torno de tubos (ou serpentinas) curvos por onde passa o FTC.

Capítulo 3

Definição do problema e avaliação dos parâmetros

3.1 Modelo do Tanque

O armazenador de calor latente tipo gelo-sobre-serpentina é um tipo de armazenador bastante usado para armazenar frio em sistemas de refrigeração. Consiste basicamente em um tanque isolado térmicamente dentro do qual o gelo se forma em torno de serpentinas por onde passa um fluido resfriador (FTC). O tanque armazenador possui um grande número de serpentinas dispostas no plano horizontal. Essas serpentinas tem a forma de espiral como mostra a figura 3.1. Durante o carregamento o FTC circula através das serpentinas a temperatura abaixo de zero graus e o gelo se forma em torno das serpentinas, e durante o descarregamento o FTC circula a temperatura acima de zero graus e o gelo que se formou na etapa anterior é consumido.

Podemos simplificar o problema analisando a formação de gelo em torno de apenas uma serpentina já que todas as serpentinas estão sujeitas às mesmas condições de fluxo e temperatura do FTC e às mesmas condições de contorno. Diante disso o armazenador analisado nesse trabalho guarda muitas semelhanças com os armazenadores comerciais desse tipo. A faixa adotada para as características térmicas e geométricas das serpentinas e do fluxo de FTC abrangem os armazenadores comerciais produzidos no Brasil pela Alpina-Calmac modelos 90, 100 e 190 TRh. Durante o carregamento e antes que ocorre a interseção das camadas de gelo adjacentes o processo analisado teoricamente nesse trabalho coincide fisicamente com o processo que ocorre nos armazenadores comerciais. A maior parte da energia latente é armazenada nesse período. A partir do início da interseção não há mais coincidência física entre o modelo teórico e o processo que ocorre nos armazenadores comerciais. Isso ocorre porque o modelo teórico considera que o fluxo de FTC tem o mesmo sentido em todas as serpentinas. Nos armazenadores comerciais o fluxo de FTC inverte de sentido nas serpentinas alternadamente.

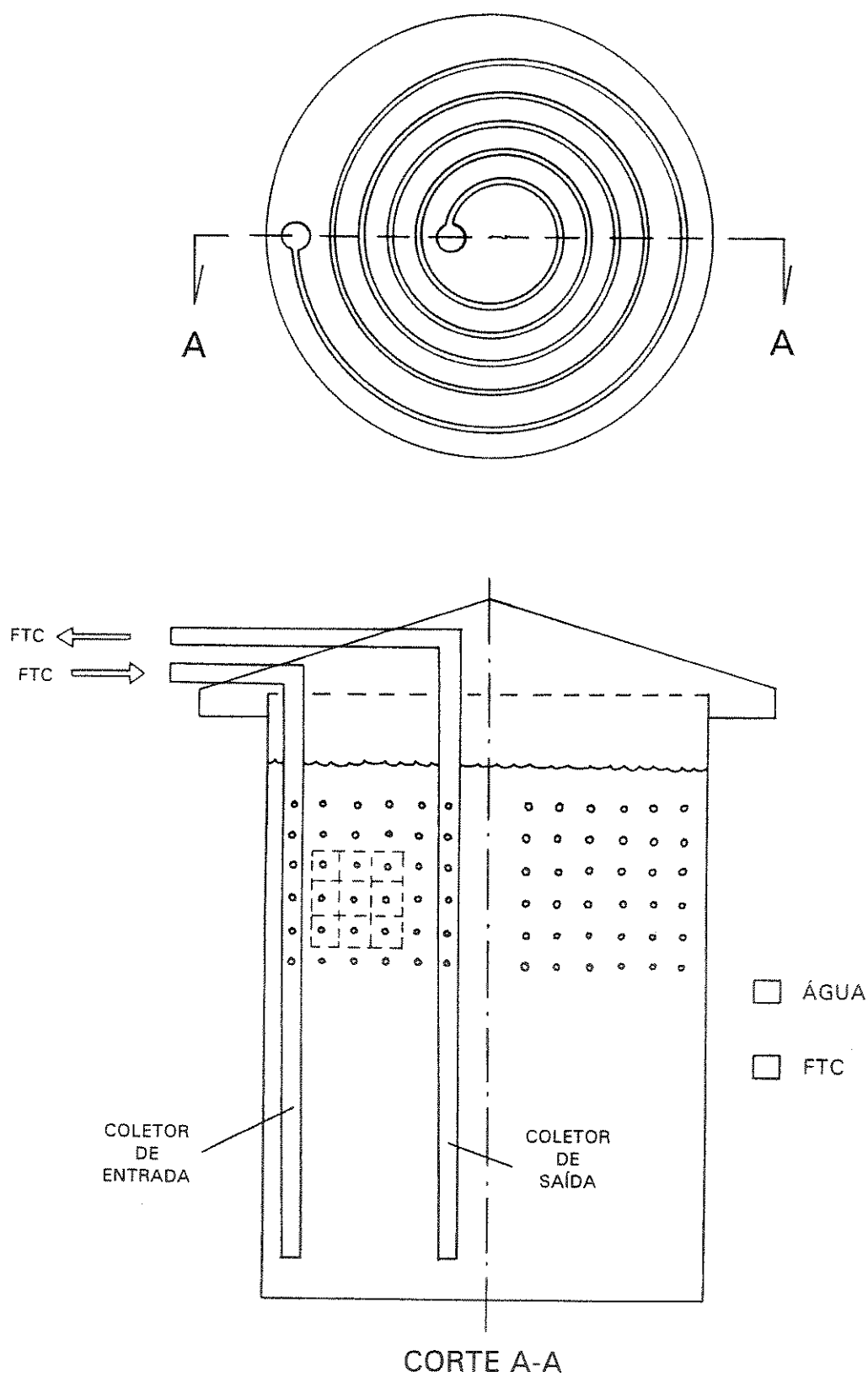


Figura 3.1 Desenho esquemático de um armazenador de calor latente tipo gelo-sobre-serpentina.

3.2 Esquema e funcionamento

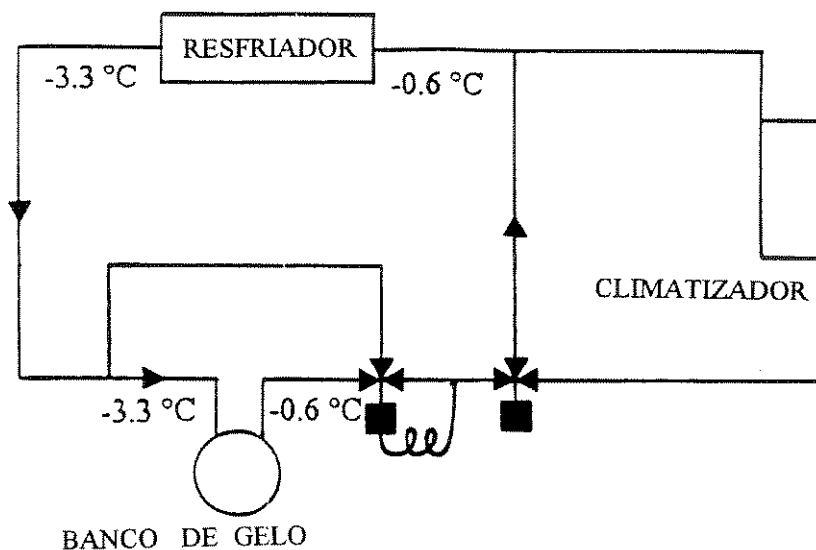


Figura 3.2 Esquema de funcionamento de um sistema com armazenamento térmico durante o carregamento.

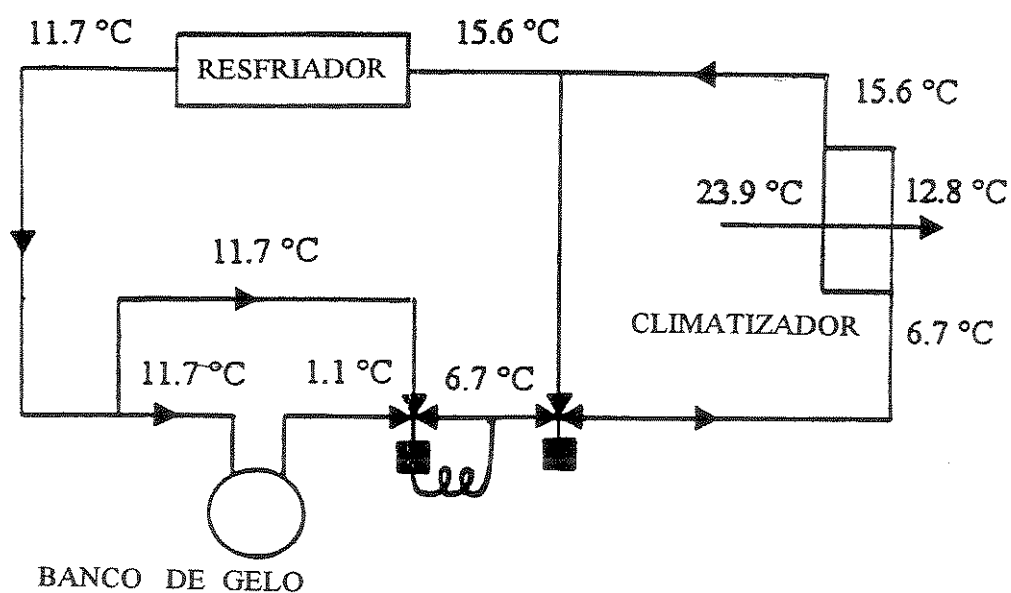


Figura 3.3 Esquema de funcionamento de um sistema com armazenamento térmico durante o descarregamento.

Os fluxogramas das figuras 3.2 e 3.3 mostram o esquema típico de uma instalação de ar condicionado com tanques armazenadores de gelo funcionando com deslocamento completo de carga. As temperaturas indicadas são temperaturas de referência que não permanecem constantes mas variam conforme avança o processo de carregamento ou descarregamento. São indicadas no fluxograma apenas para facilitar o entendimento dos processos.

Durante o carregamento FTC (sol. de etileno glicol a 25 %) circula pelo resfriador e pelo tanque de gelo não passando pelo climatizador como mostra a figura 3.2. Todo calor retirado da água do tanque é entregue ao meio ambiente através do resfriador. Esse processo se realiza através de um refrigerante secundário, ou fluido de transferência de calor (FTC). Nessa etapa o FTC entra no tanque a $-3.3\text{ }^{\circ}\text{C}$ e sai a $-0.6\text{ }^{\circ}\text{C}$ provovendo o resfriamento e congelamento da massa de água.

O gelo armazenado é usado para climatizar o edificio no período de descarregamento. Quando o sistema trabalha com deslocamento total de carga o resfriador fica desligado nessa etapa e toda carga é atendida pelos tanques de gelo. O resfriador resfria o FTC de $13.6\text{ }^{\circ}\text{C}$ para $11.7\text{ }^{\circ}\text{C}$. Uma válvula de três vias colocada na saída do tanque permite que parte do fluxo de FTC passe pelo desvio. Na saída do tanque o FTC que passou pelo tanque e está a $1.1\text{ }^{\circ}\text{C}$ e mistura-se com o FTC que passou pelo desvio e que está a $11.7\text{ }^{\circ}\text{C}$. A válvula de três vias regula o fluxo pelo desvio a cada instante de forma que a temperatura de mistura seja sempre igual a $6.7\text{ }^{\circ}\text{C}$. O FTC segue então para o climatizador, onde resfria o ar de $23.9\text{ }^{\circ}\text{C}$ para $12.8\text{ }^{\circ}\text{C}$. De lá sai a temperatura de $13.6\text{ }^{\circ}\text{C}$ e volta ao resfriador onde é resfriado a $11.7\text{ }^{\circ}\text{C}$. Do resfriador retorna ao tanque de gelo para novo ciclo.

3.3 Transferência de calor no material de mudança de fase

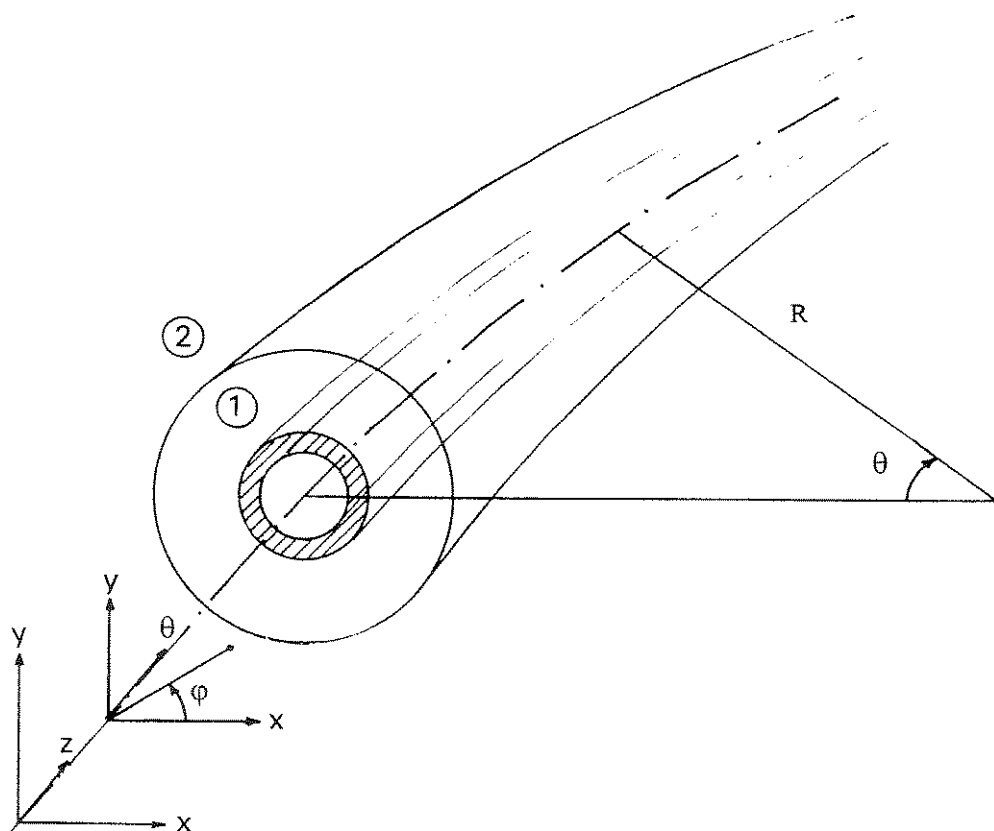


Figura 3.4 Representação do processo de formação de gelo em torno de um tubo curvo.

No sistema de coordenadas toroidais indicado na figura 3.4 a equação da energia é escrita na forma

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{K}{\rho c} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\cos \varphi}{r(R + r \sin \varphi)} \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \frac{1}{(R + r \sin \varphi)} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right) \quad (3.1)$$

A mesma equação pode ser escrita em coordenadas cilíndricas usando o sistema de transformação de coordenadas abaixo:

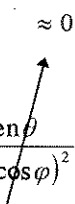
$$x = R \cos \theta + r \cos \varphi \cos \theta$$

$$y = r \sin \varphi$$

$$z = R \sin \theta + r \cos \varphi \sin \theta$$

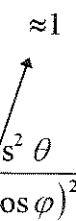
A equação da energia em coordenadas cilíndricas considerando a curvatura do tubo fica

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{K}{\rho c} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\cos \varphi}{r(R+r \sin \varphi)} \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \frac{R^2 \cos^2 \theta}{(R+r \cos \varphi)^2} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{R \sin \theta}{(R+r \cos \varphi)^2} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (3.2)$$



Considerando que para a geometria considerada o raio central (R) tem valor entre 0.39 e 1.06 m, o raio da camada solidificada tem valor entre 0.009 e 0.03 m e o ângulo normal a seção transversal do tubo é por hipótese menor que 30 graus o coeficiente da primeira derivada na direção axial resulta aproximadamente igual a zero.

$$\frac{\partial T}{\partial t} \cong \frac{K}{\rho c} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\cos \varphi}{r(R+r \sin \varphi)} \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \frac{R^2 \cos^2 \theta}{(R+r \cos \varphi)^2} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (3.3)$$



$$1 \quad 1 \quad 1 \quad 0.01 \quad 1$$

De acordo com as mesmas considerações feitas acima o valor do coeficiente da segunda derivada na direção axial fica aproximadamente igual a 1. Analisando a ordem de grandeza dos coeficientes dos termos restantes temos que o coeficiente da primeira derivada na direção periférica é muito menor que o coeficiente da segunda derivada na mesma direção. O fluxo de calor e conseqüentemente o gradiente de temperaturas na direção periférica é determinado pelo coeficiente convectivo periférico. A variação desse coeficiente na direção periférica segundo MORI, Y., NAKAYAMA W. (1966) é aproximadamente uma função senoidal assim podemos concluir que o termo da primeira derivada é desprezível em relação ao termo da segunda derivada na direção periférica.

A equação resultante pode ser então escrita como:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{K}{\rho c} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \cancel{\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}} \right) \approx 0$$

Diferentes autores analisaram o problema de mudança de fase em torno de um tubo com fluxo de FTC considerando a condução de calor axial no MMF. Segundo E. M. SPARROW E C. F. HSU (1981) para uma relação $L / r_0 = 100$ para uma larga faixa de números de Biot a declividade da camada de gelo formada na direção axial é da ordem de 0.01. Isso significa que as variações na direção axial são desprezíveis em relação às variações na direção radial. Portanto a condução de calor axial pode ser desprezada. Y. CAO E A. FAGHRI (1990b) trabalharam com uma relação $L / r_0 = 24$ e chegaram a uma conclusão semelhante. Como no caso presente L / r_0 varia entre 5000 e 8000 o termo referente a condução de calor axial pode ser realmente desprezado.

As equações resultantes são para o MODELO BIDIMENSIONAL:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{K}{\rho c} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} \right), e$$

quando é adotado um valor médio para a coeficiente convectivo na direção periférica obtém-se o MODELO UNIDIMENSIONAL:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{K}{\rho c} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right).$$

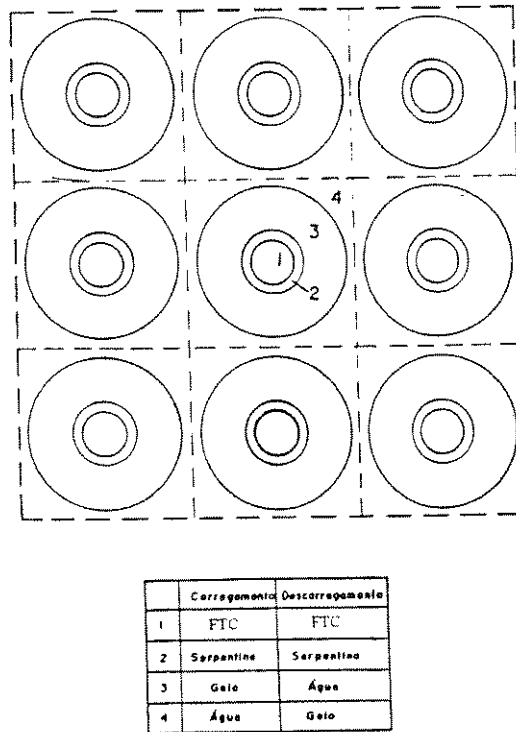
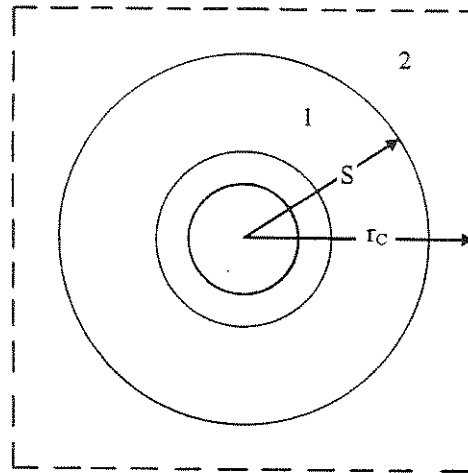
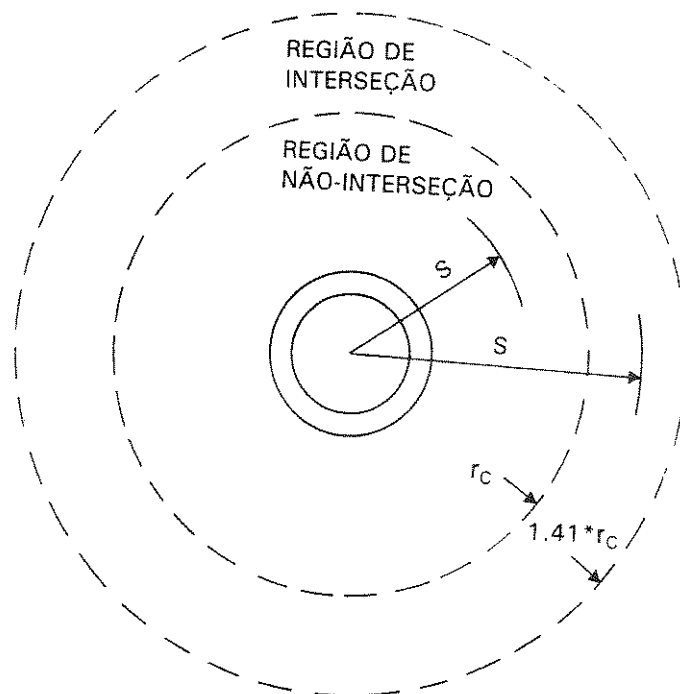


Figura 3.5 Representação da solidificação e fusão em torno das serpentinas durante o carregamento ou descarregamento respectivamente.

A figura 3.5 apresenta um corte na direção longitudinal do tanque de armazenamento onde pode-se ver a disposição linear das serpentinas. Considera-se a princípio que o raio da frente de solidificação em torno de uma serpentina e o raio da frente de solidificação em torno das serpentinas adjacentes é praticamente igual. O processo total de carregamento envolve duas períodos: no primeiro não há contato entre as frentes de solidificação. Esse período é chamado de período de não-interseção. Na segundo período a frente de solidificação progride interagindo com as frentes de solidificação dos tubos adjacentes. Esse período é chamado de período de interseção. Os resultados numéricos obtidos no período de não interseção, no qual as frentes de solidificação se formam independentes das frentes de solidificação dos tubos adjacentes, comprovam que há uma diferença muito pequena entre as frentes de solidificação dos tubos adjacentes.



a) MODELO FÍSICO



b) MODELO TEÓRICO

Figura 3.6 Progresso da interface durante todo o período de carregamento.

Como o líquido está inicialmente a temperatura de fusão a solidificação e a transferência de calor que ocorre em torno de cada serpentina independe das outras serpentinas até que a camada solidificada que se forma em torno dos tubos adjacente se toquem umas com as outras. A solidificação é considerada radialmente uniforme e portanto unidimensional. O fluxo de calor e a temperatura são uniformes na superfície da serpentina.

Fator de Correção*.
 Commings M. S. (1989)

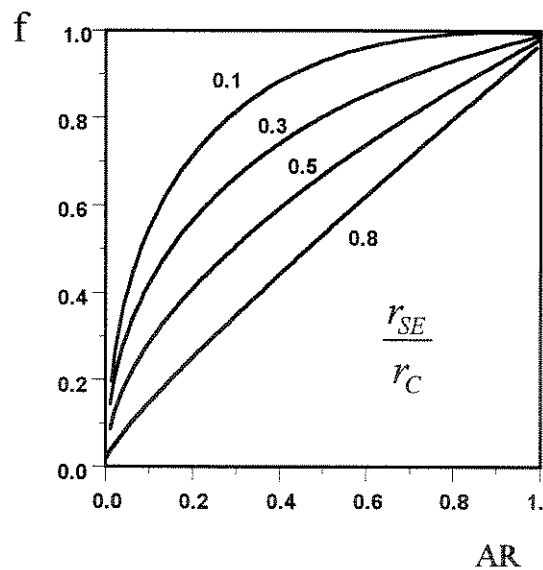


Figura 3.7: Fator de correção, f , como função da razão de área, AR , e da razão entre o raio externo da serpentina, r_{SE} e o raio de interseção, r_C .

Quando se inicia o período de interseção a transferência de calor não é mais unidimensional e as novas condições de fronteiras impedem que a solução unidimensional seja usada. Para superar essa dificuldade Commings, M.S. (1989) realizou estudos numéricos para obter a resistência térmica da camada de gelo nessa geometria.

A partir desses resultados foi obtido um fator de correção, f , para corrigir a transferência de calor na camada de gelo. O fator de correção é função somente de quantidades geométricas como mostra a figura 3.16 e está relacionado com variáveis adimensionais na forma:

$$f = -1.441AR + 2.455\sqrt[3]{AR} + \frac{r_3}{r_2}(3.116AR - 3.158\sqrt[3]{AR}) \quad (3.7)$$

onde, AR é a razão entre a área de transferência de calor real e a área que estaria disponível caso não houvesse interseção. Na fase de interseção a condutividade do gelo é substituída por uma condutividade equivalente:

$$K_s^{eq} = f \cdot K_s \quad (3.8)$$

3.4 Transferência de calor no FTC

O cálculo do coeficiente convectivo em tubos curvos é diferente que em tubos retos. Diversos resultados numéricos e alguns analíticos foram publicados por autores como KALB, C.E., SEADER, J. D. (1971), JANSSEN, L.A.M., HOOGENDOORN, C. J.(1978), e MORI, Y., NAKAYAMA W. (1966). Os resultados desses trabalhos normalmente relacionam o número de Nusselt com o número de Reynolds, o número de Prandtl e o raio de curvatura. Os resultados foram comparados com dados experimentais e apresentaram boa aproximação.

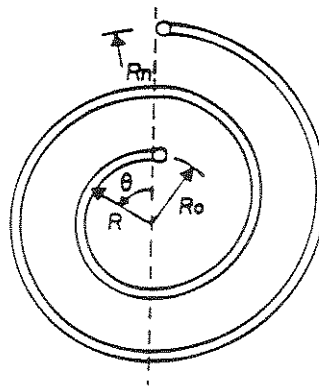


Figura 3.8 Nomenclatura adotada em relação a forma espiral da serpentina.

No caso presente a curvatura da serpentina não é constante mas varia ao longo do seu comprimento. O número de Prandtl também não é constante porque a temperatura do FTC também varia ao longo do comprimento da serpentina. Aqui, para simplificar os cálculos o número de Prandtl foi considerado constante e seu valor igual ao valor a 0 C°.

Curvatura

O curvatura em um determinado ponto da serpentina é a relação entre o raio interno da serpentina e o raio raio central que vai do ponto central da serpentina até o ponto considerado.

O raio interno da serpentina é constante e o raio central é dado por:

$$R = C_1 \cdot \theta + R_0 \quad (3.9)$$

Diferenciando (3.9) temos,

$$dR = C_1 \cdot d\theta \quad (3.10)$$

Substituindo $d\theta = dz / R$ em (3.10) temos,

$$RdR = C_1 dz \quad (3.11)$$

Integrando (3.11) obtemos a relação entre R e z :

$$\int_{R_0}^R R dR = \int_0^z C_1 \cdot dz \quad (3.12)$$

$$\frac{R^2}{2} - \frac{R_0^2}{2} = C_1 \cdot z \quad (3.13)$$

$$R = \sqrt{2 C_1 z + R_0^2} \quad (3.14)$$

Para se conhecer a curvatura da serpentina calcula-se o valor do raio médio:

$$R_M \cdot L = \int_0^L R dz = \int_0^L (2 C_1 z + R_0^2)^{1/2} dz \quad (3.15)$$

$$R_M = \frac{1}{L \cdot 3 \cdot C_1} \left[(2 C_1 L + R_0^2) - R_0^3 \right] \quad (3.16)$$

A curvatura média ($\delta_M = r_{SI} / R_M$) pode ser finalmente obtida:

$$\delta_M = \frac{r_{SI}}{\frac{1}{L \cdot 3 \cdot C_1} \left[(2 C_1 L + R_0^2) - R_0^3 \right]} \quad (3.17)$$

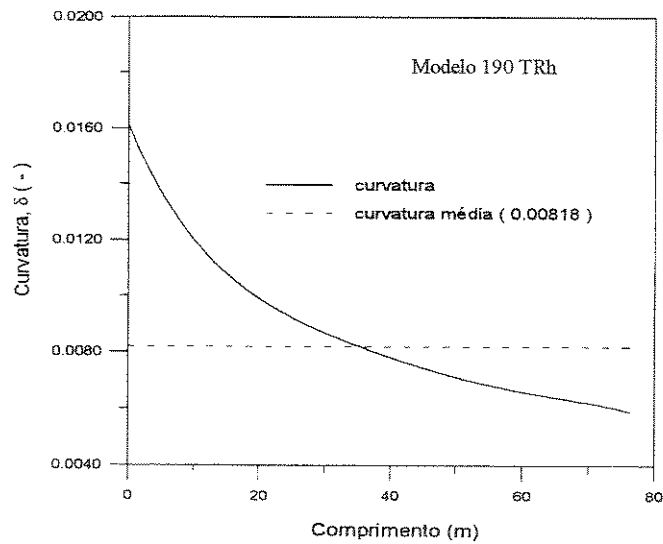


Figura 3.9 Curvatura da serpentina em função da posição axial

Condições de Fronteira

Devido à pequena variação de temperatura do FTC em relação ao comprimento da serpentina podemos considerar que em uma fração desse comprimento o fluxo de calor e a temperatura na direção axial é constante. Na direção periférica, devido a curvatura, o número de Nusselt não é constante mas depende da posição angular. KALB, C.E., SEADER, J. D. (1971) apresentaram resultados numéricos que permitem calcular para diferentes condições de fluxo e curvatura a relação entre o valor máximo e o valor mínimo do número de Nusselt na direção periférica. Para as condições do armazenador térmico considerado no presente trabalho concluímos que esta relação se situa entre 10 e 20. A parede da serpentina tem uma espessura finita e sua condutividade é baixa. Segundo SHAH, R.K., LONDON, A. L. (1974). com esses dados a condição de fronteira se aproxima do tipo T3 (temperatura da superfície externa da serpentina constante nas direções axial e periférica e fluxo de calor proporcional a diferença entre a temperatura do FTC e a temperatura da superfície interna da serpentina) ou H3 (fluxo de calor constante na direção axial e proporcional a diferença entre a temperatura do FTC e a temperatura da superfície interna da serpentina na direção periférica). Portanto a condição de fronteira não pode ser perfeitamente determinada. Mas segundo JANSSEN, L.A.M., HOOGENDOORN, C. J. (1978) para tubos curvos os valores de número de Nusselt calculados têm pouca diferença se a condição de contorno é do tipo $T_w = \text{constante}$ ou $\bar{\phi}_w = \text{constante}$ quando $De^2 Pr > 10^4$. Outra diferença em relação a tubos retos é que Nu no caso $\bar{\phi}_w = \text{constante}$ é ligeiramente inferior a Nu no caso $T_w = \text{constante}$. De qualquer modo os resultados mostram que o cálculo de Nu não é crítico. Assim será escolhido por hipótese que a condição de fronteira é do tipo fluxo de calor constante e as equações para o cálculo de Nu serão aquelas correspondentes a essa condição de fronteira.

Número de Nusselt axial, Nu_z

O número de Reynolds crítico para a faixa de transição entre regime laminar e regime turbulento em tubos curvo dado por ITO, H. (1959) através da relação:

$$Re_{crit} = 20000 \cdot \delta^{0.32}, \text{ onde}$$

δ é a curvatura. O menor valor de Re_{crit} é obtido quando substituíamos o menor valor de curvatura da serpentina ($\delta=0.00599$). O Re_{crit} obtido é 3888. Nas condições normais de operação o maior número de Reynolds ($Re=2658$) ocorre quando a velocidade do fluxo é igual a 0.87 m/s. Assim pode-se afirmar que o regime é sempre laminar.

Analisando resultados numéricos apresentados por JANSSEN, L.A.M., HOOGENDOORN, C. J. (1978) para fluxos com número de Prandtl entre 34 e 120, número de Reynolds entre 200 e 2500 e curvatura entre 0.01 e 0.083 podemos ver que o número de Nusselt se estabiliza sempre na faixa de número de Graetz entre 100 a 1000. Como o número de Graetz é dado pela relação $Gz = 4 v r_1^2 / \alpha x$ pode-se calcular o comprimento térmico de entrada para diferentes condições de funcionamento do ATGS. Assim, obtém-se a seguinte tabela.

TABELA 3.1
Comprimento térmico de entrada

Velocidade do fluxo (m/s)	z_t ($\delta=0.0163$) (m)	z_t ($\delta=0.0059$) (m)
0.69	0.88	8.8
0.52	0.66	6.6
0.35	0.44	4.4

Para a região térmica de entrada JANSSEN, L.A.M., HOOGENDOORN, C. J. (1978) obtiveram a seguinte relação empírica que apresenta uma concordância de 20% em relação a dados experimentais nas condições de fluxo anteriormente citadas:

$$Nu_z = (0.32 + 3 \cdot d/D) \cdot Re^{0.5} Pr^{0.33} \cdot (d/z)^{0.14+0.8d/D} \quad (3.19)$$

Com a equação (3.19) podemos obter o valor de número de Nusselt na entrada da serpentina para as diferentes condições de fluxo de FTC do armazenador térmico considerado. O resultado é apresentado na figura abaixo.

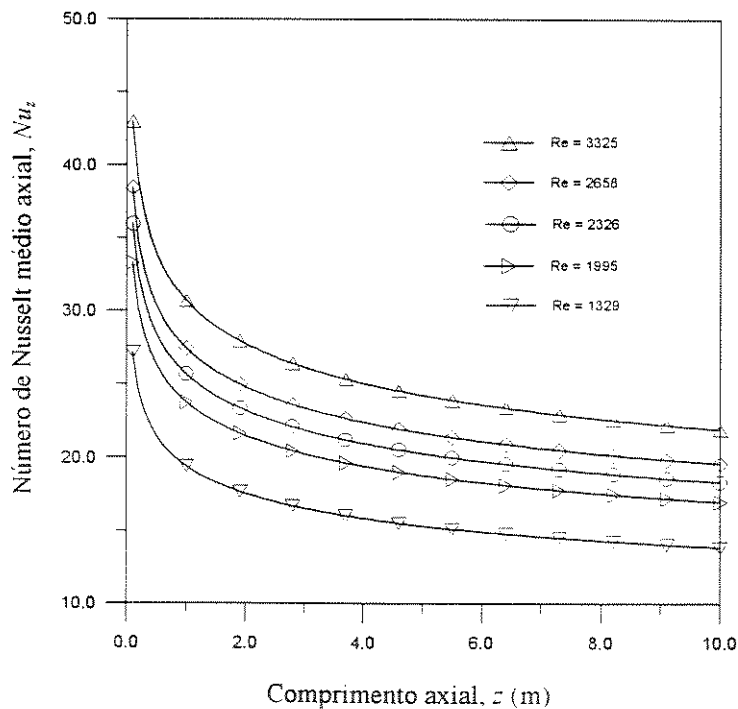


Figura 3.10 Número de Nusselt na região de entrada da serpentina.

Cálculos numéricos foram feitos por JANSSEN, L.A.M., HOOGENDOORN, C. J. (1978) na região térmicamente desenvolvida para fluxos com número de Prandtl entre 20 e 450, número de Reynolds entre 280 e 3900 e curvatura entre 0.01 e 0.083. Duas relações simples foram obtidas como aproximação dos resultados numéricos:

$$Nu_z = 0.9(\text{Re}^2 \text{Pr})^{1/6}, \text{ para } 20 < \text{De} < 100 \quad (3.20)$$

$$Nu_z = 0.7 \text{Re}^{0.43} \text{Pr}^{1/6} (d / D)^{0.07}, \text{ para } 100 < \text{De} < 830 \quad (3.21)$$

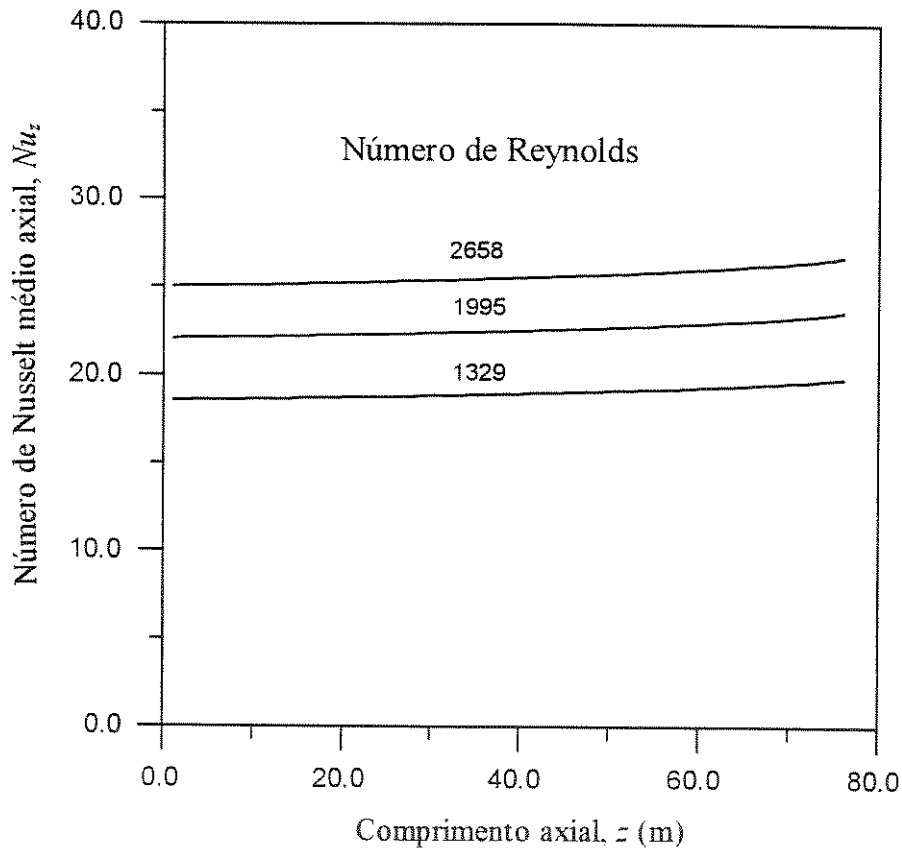


Figura 3.11 Número de Nusselt axial médio para diferentes números de Reynolds.

Devido ao pequeno comprimento térmico de entrada em relação ao comprimento total da serpentina ($L=76.2$ m), podemos desprezar a variação do número de Nusselt axial médio nessa região. Assim o valor do número de Nusselt axial médio calculado para a região térmicamente desenvolvida, calculado segundo as equações 3.20 e 3.21, é adotado para toda extensão da serpentina.

TABELA 3.2
Número de Dean para diferentes
condições de fluxo do FTC.

Velocidade do fluxo (m/s)	De (médio)
0.87	292
0.52	175
0.35	117

De acordo com os valores do número de Dean apresentados na tabela 3.2 pode-se concluir que o valor de do número de Nusselt axial médio em todas as condições de fluxo é dado pela equação 3.21.

Número de Nusselt periférico, Nu_ϕ

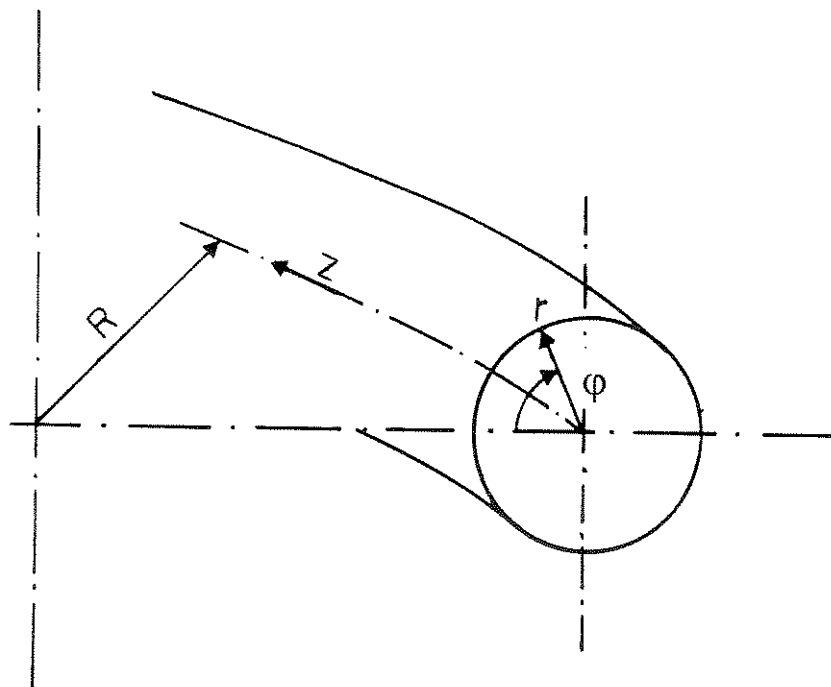


Figura 3.12 Nomenclatura adotada para tubo curvo.

Pesquisadores como MORI, Y., NAKAYAMA (1966) e KALB, C.E., SEADER, J. D. (1971) determinaram a dependência do número de Nusselt periférico em relação ao número de Prandtl, número de Reynolds e curvatura do tubo. YANG, R. , CHANG, F. S. (1993) estudaram o número de Nusselt periférico em tubos curvos para número de Reynolds entre 1 e 2000, número de Prandtl entre 0.7 e 300 e curvatura entre 0.01 e 0.9. Baseando-se nos resultados desse último estudo pode-se concluir que no caso presente a variação do número de Prandtl entre 26.2 e 32.7 e a variação da curvatura da serpentina entre 0.00599 e 0.0162 influenciam muito pouco no valor do número de Nusselt periférico. Assim sendo o número de Nusselt periférico no caso presente depende basicamente do valor do número de Reynolds que esta entre 1329 e 2656.

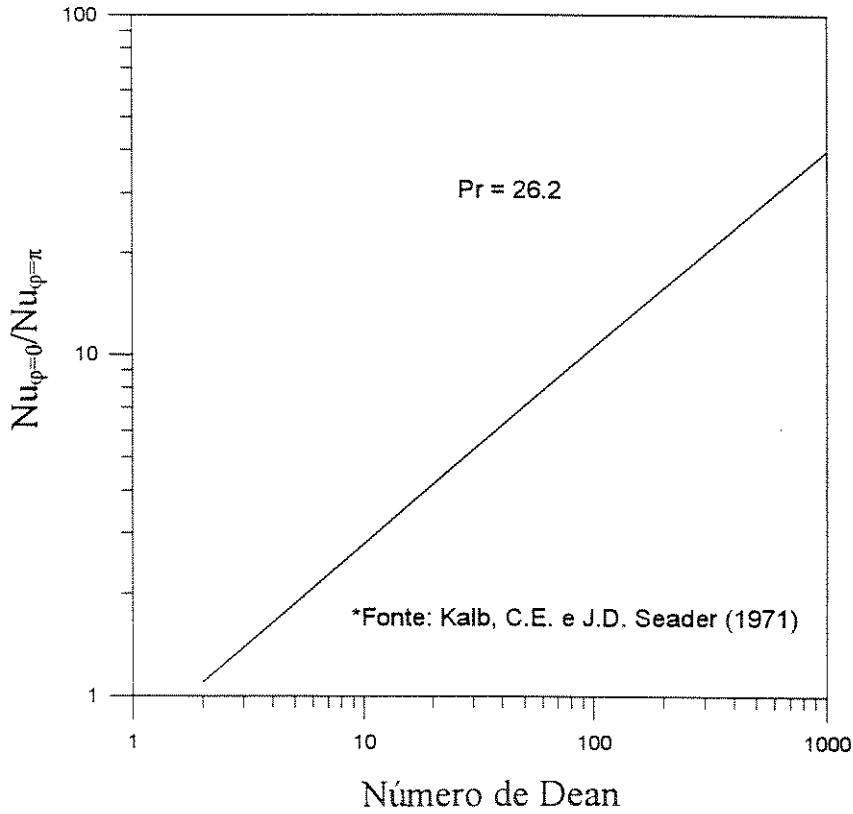


Figura 3.13 Relação entre Nu_{ϕ} máximo e Nu_{ϕ} mínimo em função do número de Dean e do número de Prandlt

O gráfico da figura 3.13 mostra a relação entre o valor máximo do número de Nusselt periférico na parte externa do tubo e o valor mínimo do número de Nusselt periférico na parte interna do tubo. Esse gráfico é obtido por KALB, C.E., SEADER, J. D. (1971) que estudaram o número de Nusselt periférico para fluxos com número de Prandlt entre 0.005 e 800, número de Dean entre 1 e 1000 e curvatura entre 0.01 e 0.1.

MORI, Y., NAKAYAMA (1966) mostraram que para fluxos em que a espessura da camada térmica é menor que a espessura da camada dinâmica o perfil do número de Nusselt pode ser aproximado por uma função cosenoidal na forma

$$Nu_{\phi} = A + B \cdot \cos \phi \quad (3.21)$$

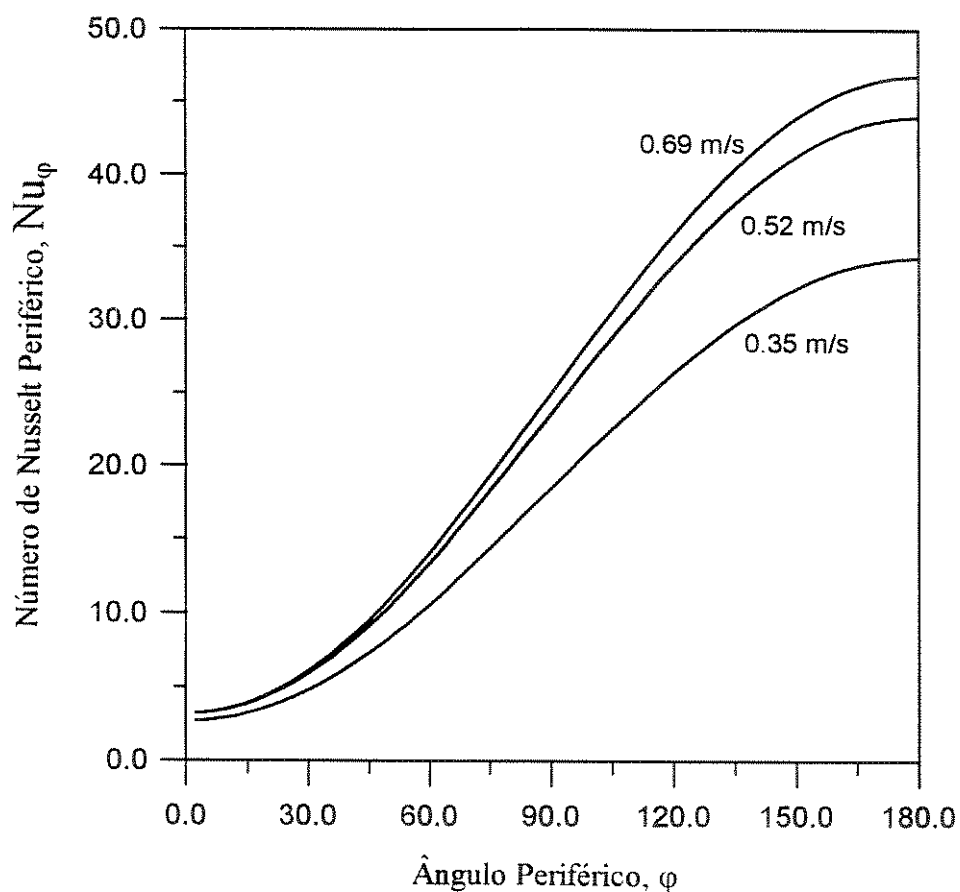


Figura 3.14: Número de Nusselt periférico para a condições usuais de operação de um ATGS.

Desse modo pode-se obter o valor do número de Nusselt periférico para as diferentes condições de fluxo. Esse resultado esta representado na figura 3.14.

3.5 Simplificações

Durante o carregamento (congelamento) a convecção natural não é um fator importante porque o MMF está inicialmente a temperatura de fusão e o gradiente de temperatura ocorre na fase sólida. Durante o descarregamento (descongelamento), no entanto, a convecção natural passa a ser um fator importante já que o gradiente de temperatura ocorre na fase líquida por causa da diferença entre a temperatura da superfície externa da serpentina e a temperatura de fusão. Além disso as diferenças de temperatura entre o FTC e a temperatura de fusão são maiores durante o descarregamento (10 a 15 °C) em relação ao carregamento (3 a 5 °C). A figura 3.15 mostra que devido a convecção natural a frente de fusão não é uniforme na direção periférica.

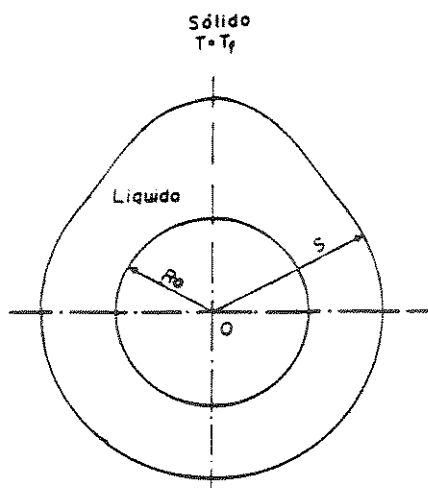


Figura 3.15 Interface sólido-líquido durante a fusão em torno de um cilindro horizontal aquecido.

A menos de valores muito baixos de número de Rayleigt (Ra) a transferência de calor durante o descarregamento é dominada por convecção. HO, C.J., CHEN, S. (1986) usaram o método da imobilização das fronteiras com transformação de coordenadas para representar a fusão em torno de um cilindro isotérmico. O MMF é a água e a temperatura na superfície do

cilindro é assumida constante em vários valores entre 4 e 10 °C. Para $T_p = 10\text{ °C}$ os resultados podem ser resumidos na seguinte tabela:

TABELA 3.3
Volume de MMF liquefeito em relação ao
volume do cilindro.

τ	V^* (teórico)	V^* (experimental)
0.088	1.10	1.20
0.157	1.50	1.65
0.264	2.20	2.40
0.397	3.25	3.20
0.434	3.50	3.40

onde, $V^* = (V-V_0)/V_0$ é o volume adimensional, V_0 = volume do cilindro e V = volume do MMF liquefeito.

A convecção natural é desprezada durante o carregamento. No descarregamento a convecção natural é muito importante. O modelo puramente condutivo não se aplica nessa fase. Para demonstrar a importância da convecção natural no descarregamento é construído um gráfico comparando os resultados do modelo puramente condutivo com os resultados apresentados na tabela 3.3.

Como foi demonstrado por SHANSUNDAR, N. e R. SRINIVANSAN (1980) o aumento de energia sensível e conseqüente aumento da temperatura do MMF acima da temperatura de fusão só ocorre na fase final da solidificação. Na prática o armazenador não é carregado ou descarregado por completo devido a baixa efetividade que ocorre no final do processo. Além disso SHANSUNDAR, N. e R. SRINIVANSAN (1978) mostraram que qualquer superaquecimento presente inicialmente é rapidamente dissipado e o gráfico fluxo de

calor e fração solidificada versus tempo é quase independente da extensão do superaquecimento. Assim, pode-se considerar que a temperatura inicial do MMF é a temperatura de fusão.

A perda de calor para o ambiente é considerada desprezível. Dados do fabricante indicam que a perda de calor para o ambiente é de aproximadamente 2% ao dia.

Resultados obtidos por SHANSUNDAR, N. e SPARROW, E. M. (1976) mostram que a influência da diferença de densidades entre as fases sólida e líquida do MMF é desprezível na maior parte do processo de solidificação. Esse resultado foi obtido para uma faixa de número de Biot entre 0.1 e 1.0 e diferença de densidades menor que 10%. Por isso, no presente problema de solidificação nos ATGS, considera-se que o MMF tem densidade constante e igual a 1000 Kg/m^3 .

O coeficiente convectivo axial médio e o coeficiente convectivo periférico são considerados constantes na direção axial. Como foi visto no capítulo 3.4 a variação sofrida pela curvatura das serpentinas e variação do número de Prandtl nos ATGS é pequena e tem uma influência desprezível no cálculo do coeficiente convectivo.

O fluxo de massa e a temperatura de entrada do FTC no armazenador térmico são consideradas constantes. Essa é uma diferença importante entre o armazenador térmico analisado nesse trabalho e o armazenador térmico de uso comercial. Nesse último, a temperatura de entrada do FTC tem uma variação de $1.1 \text{ }^\circ\text{C}$ entre o início e o final do processo de carregamento.

As propriedades termofísicas do FTC e do MMF são consideradas constantes. Como foi demonstrado nos capítulos 3.3 e 3.4 a variação de temperatura no FTC e no MMF são pequenas e influencia muito pouco no cálculo das principais constantes que comandam o processo.

A condução de calor axial é desprezada devido ao grande comprimento da serpentina e às pequenas variações de temperatura que ocorrem na direção axial quando comparas às variações na direção radial.

Capítulo 4

Soluções analíticas aproximadas

As soluções analíticas apresentadas a seguir tem duas finalidades: 1. servir de comparação com a solução numérica em casos simples e assim validar o modelo numérico e 2. Verificar a precisão das soluções analíticas aproximadas existentes para o caso de armazenadores de calor latente de tubos retos quando aplicadas aos ATGS.

4.1 Solução exata em coordenadas cilíndricas

Ao contrário da geometria plana não existem soluções exatas para problemas práticos de mudança de fase em coordenadas cilíndricas. LUNARDINI, V.S. (1991b) demonstra que as soluções exatas são possíveis apenas nos casos em que o raio do cilindro é zero, $r_0=0$, ou quando nenhuma condição deve ser satisfeita em um raio finito, r .

4.2 Solução integral em coordenadas cilíndricas

Para o problema de mudança de fase em torno de um cilindro não existe solução exata. Algumas soluções considerando certas condições são aproximadas. O método mais conhecido de solução aproximada é a solução integral. Esse método pode ser aplicado quando a temperatura inicial do MMF é igual a temperatura de fusão ou não. A única restrição é de não existir condição de contorno em $r \geq r_0$, isto é, o cilindro deve estar em um meio infinito. O método integral reduz as equações diferenciais de fluxo de calor em equações diferenciais ordinárias. O perfil de temperatura é aproximado por uma função logarítmica na maioria das vezes. As constantes dessa equação são calculados de forma que a equação satisfaça todas as condições de contorno. Segundo GOODLING, J.S., e KHADER, M. S. (1975) para o problema de Neumann (geometria plana) a solução integral desvia-se apenas 1% da solução exata. A equação integral que relaciona o tempo com a frente de solidificação com condição

de fronteira do tipo 1 (temperatura constante) em $r = r_0$, é dada por LUNARDINI, V.S. (1991c) como:

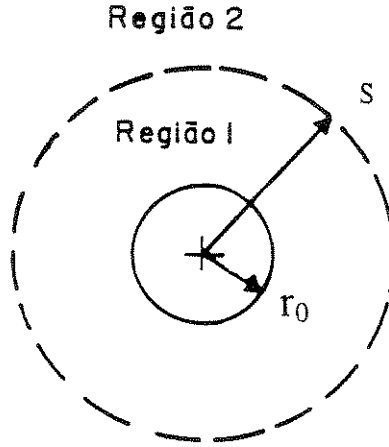


Figura 4.1 Frente de solidificação em torno de um cilindro em meio infinito.

$$\frac{Ste}{4}(\beta^2 - 1 - Ei(2 \cdot \ln \beta) + \ln(2 \cdot \ln \beta) + \gamma_2) + \frac{\beta^2}{2} \ln \beta - \frac{\beta^2}{4} + \frac{1}{4} = \tau \quad (4.1)$$

Essa equação se reduz a equação para calor sensível igual a zero (equação 4.2) quando o número de Stefan é zero.

$$\frac{\beta^2}{2} \ln \beta - \frac{\beta^2}{4} + \frac{1}{4} = \tau \quad (4.2)$$

Para o problema com condição de fronteira do tipo convecção a solução pelo método integral é dada por LUNARDINI, V.S.(1991d) na forma

$$\tau = \frac{Ste}{4} \left\{ \left(1 - \frac{2}{Bi} \right) \cdot \ln(1 + Bi \cdot \ln \beta) + \beta^2 - 1 - e^{\frac{-2}{Bi}} \cdot \left[Ei\left(\frac{2}{Bi} + 2 \cdot \ln \beta\right) - Ei\left(\frac{2}{Bi}\right) \right] \right\}$$

$$+\frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{1}{Bi} - \frac{1}{2} \right) \cdot (\beta^2 - 1) + \beta^2 \ln \beta \right] \quad (4.3)$$

$$\text{onde } Ste = \frac{c_s \cdot (T_f - T_b)}{\lambda} \text{ (solidificação) e } Ste = \frac{c_L \cdot (T_b - T_f)}{\lambda} \text{ (fusão);}$$

$$\tau = \frac{\alpha \cdot Ste \cdot t}{r_0^2}; \quad (4.4)$$

$$\beta = \frac{r}{r_0}; \quad (4.5)$$

$$Bi = \frac{hr_0}{K_s} \text{ (solidificação) e } Bi = \frac{hr_0}{K_L} \text{ (fusão).}$$

Pode-se mostrar que a equação 4.3 se reduz ao caso de condição de contorno tipo temperatura constante quando $Bi \rightarrow \infty$. Essa solução é dada pela equação 4.1. A equação 4.3 pode ser aplicada também nos casos em que o superaquecimento é pequeno.

4.3. Solução para $Ste \sim 0$

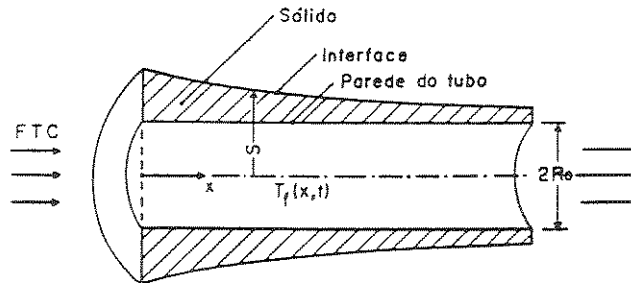


Figura 4.2 Frente de solidificação em torno de um tubo considerando a variação da temperatura do FTC.

SPARROW, E.M., HSU C. F (1981) e SHAMSUNDAR, N. (1982a) demonstraram que nas condições usuais de operação os armazenadores térmicos de calor latente são pouco sensíveis à variação do número de Stefan.

Isso se deve ao fato que na maioria dos casos o MMF apresenta calor latente muito maior que o calor sensível. SHAMSUNDAR, N. (1982a) apresentou uma solução analítica para o problema de mudança de fase em torno de um tubo em um meio infinito com variação de temperatura do FTC ao longo do tubo (figura 4.2) quando podemos desprezar o calor sensível ($Ste \approx 0$). Na ausência de condução axial e desprezando o calor sensível a frente de solidificação adimensional (β) é apenas função do tempo adimensional (τ) como mostra a equação 4.2.

Os resultados finais são apresentados por SHAMSUNDAR, N. (1982a) através das seguintes equações:

$$\tau = \frac{F}{2Bi} + \frac{G_0(F)}{4}, \quad (4.6)$$

$$\xi = NTU = 2 \cdot St \cdot \left(\frac{x}{R} \right) = \ln \left(\frac{F_0}{F} \right) + \left(\frac{Bi}{2} \right) \cdot [G_1(F_0) - G_1(F)], \quad (4.7)$$

$$\varepsilon = \frac{(T_N - T_0)}{(T_f - T_0)} = 1 - \frac{F}{F_0}. \quad (4.8)$$

onde, τ = tempo adimensional, $= \left(\frac{K}{\rho \lambda R^2} \right) \cdot \int_0^t (T_f - T_b) \cdot dt$; e F = área do sólido no plano radial / πR^2 .

$$\xi, \text{ coordenada axial adimensional} = \left(\frac{2\pi R}{mc_p} \right) \cdot \int_0^t h dz \quad (4.9)$$

$$G_0(F) = \int_0^F \ln(1+F) F dF = \frac{1}{2} (1+F) \ln(1+F) - F \quad (4.10)$$

$$G_1(F) = \int_0^F \ln(1+F) F dF = \frac{1}{2} \cdot [\ln(1+F)]^2 + \int_0^F \frac{\ln(1+F)}{(1+F) \cdot F} \cdot dF \quad (4.11)$$

4.4. Solução para condutância constante

A taxa da variação de entalpia do MMF pode ser escrita como a soma da variação do calor latente e do calor sensível dentro do gelo:

$$\dot{Q}_b = -\lambda \frac{dm_s}{dt} + m_s \cdot c_s \cdot \frac{dT_s}{dt} \quad (4.12)$$

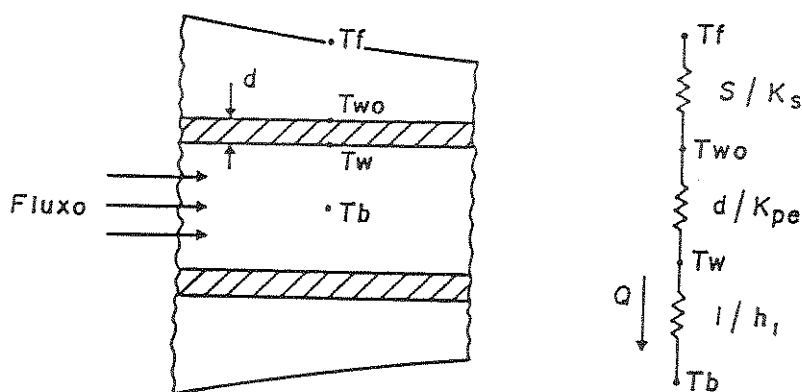


Figura 4.3 Resistências térmicas entre o FTC e o MMF.

A temperatura do FTC muda ao longo do comprimento do tubo. A relação entre a temperatura do FTC e a transferência de calor para o MMF é dada pelo balanço de energia na forma:

$$m_b c_b \frac{dT_b}{dz} = q_b \quad (4.13)$$

A taxa de transferência de calor por unidade de comprimento entre o FTC e o MMF é representada pela relação quasi-estática:

$$q_b = UA_i (T_f - T_b), \quad (4.14)$$

A condutância total entre o FTC e o MMF é dada em termos dos componentes de condutância térmica (figura 4.3) como

$$UA_i = \left[\frac{1}{2\pi r_{SI} L h} + \frac{\ln(r_{SE}/r_{SI})}{2\pi K_{pe} L} + \frac{\ln(S/r_{SE})}{2\pi K_s L} \right]^{-1}, \quad (4.15)$$

onde o primeiro termo é a resistência convectiva entre o FTC e a superfície interna da serpentina. O segundo termo representa a resistência térmica da parede da serpentina. E o terceiro termo representa a resistência térmica da camada de gelo.

A característica mais importante desse modelo é que o valor de UA_i é considerado constante ao longo do tubo. Na verdade a UA_i varia com a variação da espessura da camada de gelo que é maior no início e vai diminuindo em direção ao final do tubo. Mas é preciso considerar que a contribuição da resistência térmica da camada de gelo na resistência térmica total é pequena devido principalmente a resistência térmica da parede da serpentina. Essa consideração permite que a equação 4.13 seja integrada analiticamente para se obter a temperatura do FTC em qualquer posição do tubo:

$$T_b = T_f + (T_{b0} - T_f) \exp\left(-\frac{UA_i z}{m_b c_b L}\right). \quad (4.16)$$

Definindo efetividade como a razão entre a transferência de calor em um determinado instante e a máxima transferência de calor máxima possível pode-se escrever

$$\varepsilon = \frac{(T_{b0} - T_{bL})}{(T_{b0} - T_f)}. \quad (4.17)$$

A transferência de calor em um determinado instante durante o carregamento pode ser escrita em termos da efetividade,

$$Q_b = \varepsilon m_b c_b (T_{b0} - T_f). \quad (4.18)$$

Durante o carregamento a taxa de transferência de calor é afetada pela quantidade de gelo formada sobre o tubo. Para se obter a resposta transiente desse processo deve-se resolver a equação 4.12 a fim de se determinar a espessura do gelo no tempo. Como a diferença de temperatura entre o FTC e o MMF é pequena despreza-se o termo sensível assim a equação 4.12 pode ser rescrita como:

$$Q_b = -\lambda \frac{dm_s}{dt}. \quad (4.19)$$

Escrevendo UA_t em função da frente de solidificação (S) a partir da equação 4.15 temos

$$UA_t = [C_1 + C_2 \ln(S)]^{-1}. \quad (4.20)$$

Substituindo 4.20 em 4.17 obtemos a efetividade em função de S

$$\varepsilon = 1 - \exp\left(\frac{C_3}{C_1 + C_2 \ln(S)}\right). \quad (4.21)$$

Substituindo 4.21 em 4.18 e o resultado em 4.19 temos finalmente a relação entre a frente de solidificação e o tempo:

$$\int_0^t dt = \int_0^S C_4 \left\{ 1 - \exp \left[C_3 / (C_1 + C_2 \ln(S)) \right] \right\}^{-1} dS \quad (4.22)$$

onde,

$$C_1 = \left[\frac{1}{2\pi r_{SI} L h} + \frac{\ln(r_{SE}/r_{SI})}{2\pi K_{pe} L} + \frac{\ln(S/r_{SE})}{2\pi K_s L} \right]^{-1} \quad (4.23)$$

$$C_2 = \frac{1}{2\pi K_s L} \quad (4.24)$$

$$C_3 = \frac{1}{m_b c_b} \quad (4.25)$$

$$C_4 = \frac{2\pi L}{m_b c_b (T_{b0} - T_f)} \quad (4.26)$$

Conhecendo-se $S(t)$ obtemos $UA_i(t)$ e $\varepsilon(t)$ a partir das equações 4.20 e 4.21 respectivamente.

4.5 Solução por similaridade

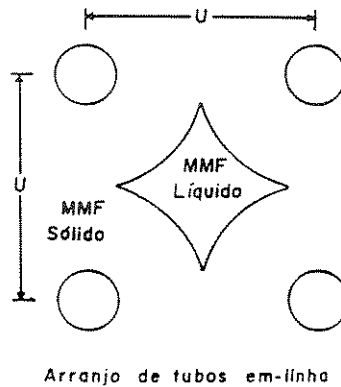


Figura 4.4 Disposição em linha das serpentinas dentro de um armazenador de calor latente de tubos retos.

A obtenção da regra da similaridade e sua aplicação depende das seguintes condições:

1. O calor específico é negligível, isto é, $Ste \approx 0$.
2. O calor específico, a condutividade e densidade do MMF mudam muito pouco com a temperatura.
3. A temperatura do MMF e do FTC são uniformes na superfície do tubo. O fluxo de calor convectivo e portanto o coeficiente convectivo são também uniformes sobre a superfície de resfriamento
4. Depois que a solidificação começa o superaquecimento do MMF é desprezível.

Com base nessas hipóteses, a regra da similaridade pode ser estabelecida como se segue, SHANSUNDAR, N., SRINIVASAN R. (1979).

Regra da similaridade. Para qualquer geometria multidimensional especificada, o processo de solidificação é tal que a quantidade $(1/\overline{Q} - 1)/Bi$ é função da fração solidificada F somente; e é independente de $Bi(t)$ e $T_b(t)$.

Quando podemos desprezar o calor sensível o fluxo de calor que é igual a taxa em que o calor latente é gerado é expressa quantitativamente como:

$$Q = \pi Dh(T_f - T_b)\bar{Q} = (4S^2 - \pi D^2/4) \rho \lambda (dF/dt) = \pi B \rho \lambda D^2 (dF/dt) \quad (4.27)$$

onde, $B = (4S^2)/(\pi \cdot D^2) - 1/4$ é constante para o arranjo de tubos em linha. A equação (4.27) pode ser rescrita na forma adimensional:

$$Bi\bar{Q} = B dF/d\tau. \quad (4.28)$$

Para considerar a variação de T_b com o tempo, τ é definido como:

$$\tau = \int_0^t \frac{K_s(T_f - T_b)}{\rho \lambda D^2} dt. \quad (4.29)$$

Assim, o valor do fluxo de calor adimensional (\bar{Q}) e a fração solidificada (F) em qualquer posição axial é determinado apenas pelo valor de τ local e pode ser obtido usando o valor de τ em uma curva de \bar{Q} e F versus τ obtida por diferenças finitas com T_b constante.

Fazendo balanço de energia entre o FTC e o MMF, SHANSUNDAR, N., SRINIVASAN R. (1980) obtiveram a seguinte relação:

$$dF/\bar{Q}F = -(\pi Bi K_s/mc_p) dz = -(\pi Dh/mc_p) dz. \quad (4.30)$$

Integrando em toda extensão do tubo temos

$$\int_{F_0}^{F_L} dF/\bar{Q}F = -\pi DhL/mc_p = -NTU. \quad (4.31)$$

onde, F_0 e F_L são a fração solidificada em $z=0$ e $z=L$. Definindo efetividade (ε) como $\varepsilon = F_L/F_0$ e substituindo em 4.31 temos

$$NTU = \int_{(1-\varepsilon)F_0}^{F_0} dF / \overline{Q} F. \quad (4.32)$$

A fração total solidificada, \overline{F} , é definida como:

$$\overline{F} = \left(\int_0^L F dx \right) / L. \quad (4.33)$$

A partir da equação 4.31 pode-se escrever

$$F dx = - \left(mc_p / \pi Dh \right) dF / \overline{Q}. \quad (4.34)$$

Integrando essa equação obtemos \overline{F} como:

$$\overline{F} = \frac{1}{NTU} \int_{F_L}^{F_0} \frac{dF}{\overline{Q}} = \frac{1}{NTU} \int_{(1-\varepsilon)F_0}^{F_0} \frac{dF}{\overline{Q}} \quad (4.35)$$

quando $F_0 < 1$, e

$$\overline{F} = \frac{z_0}{L} + \frac{1}{NTU} \int_{1-\varepsilon}^{F_0} \frac{dF}{\overline{Q}} \quad (4.36)$$

quando $F_0 = 1$. O valor z_0 é a coordenada axial em que $F = 1$.

Substituindo a função similaridade $\phi = (1/\overline{Q} - 1)/Bi$ nas equações 4.35, 4.36 e 4.29 obtém-se as seguintes relações:

$$NTU = -\ln(1-\varepsilon) + Bi \int_{(1-\varepsilon)F_0}^{F_0} \phi \cdot dF / F \quad (4.37)$$

$$\overline{F} = \left[\varepsilon \cdot F_0 + Bi \int_{(1-\varepsilon)F_0}^{F_0} \phi \cdot dF \right] / NTU, \text{ e} \quad (4.38)$$

$$\tau_0 = B \left(F_0 / Bi + \int_0^{F_0} \phi \cdot dF \right). \quad (4.39)$$

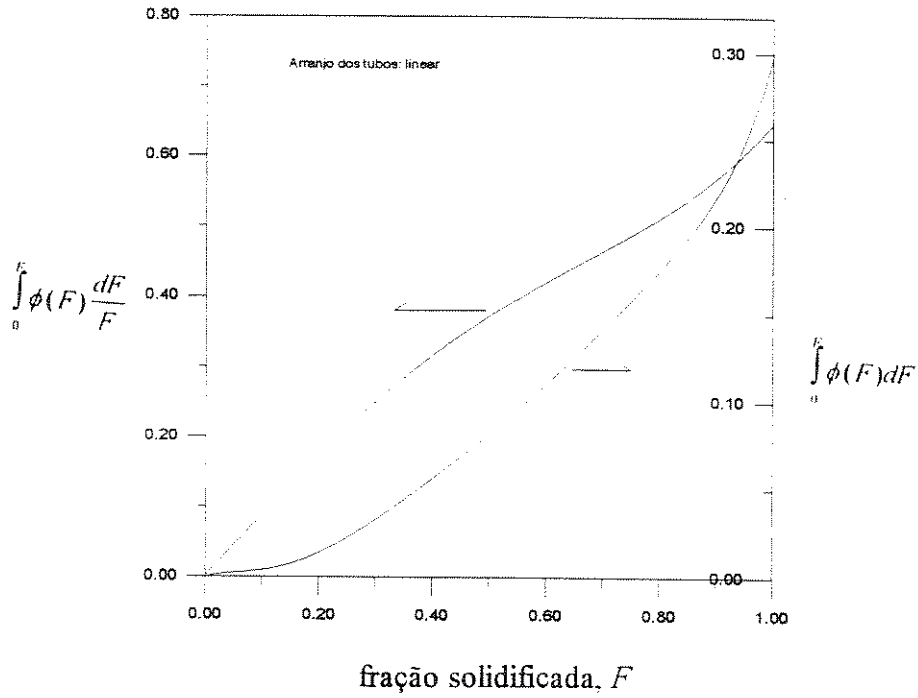


Figura 4.4 Integrais das funções em termos da variável de similaridade calculadas numericamente.

onde as integrais $\int_0^{F_0} \phi(F) \frac{dF}{F}$ (integral 1) e $\int_0^{F_0} \phi(F) dF$ (integral 2) são avaliadas numericamente como mostra a figura 4.5.

Capítulo 5

Solução Numérica

Para a solução do problema, as equações da energia e as condições de contorno são linearizadas usando o método de discretização em três níveis de tempo como descrito por LEES, M. A (1966) para a solução de equações parabólicas. Depois de linearizadas as equações são resolvidas iterativamente porque os coeficientes não são constantes mas dependem da temperatura. Para incremento de tempo suficientemente pequeno não é preciso iteração e a solução é direta. Esse método tem as seguintes características:

1. a linearidade da variável a ser determinada, $T_{i,j+1}^*$ é alcançada avaliando-se seu coeficiente no nível de tempo intermediário no qual o valor de $C_A^*(T^*)$ é conhecido.
2. preserva a estabilidade aproximando $T_{i,j}^*$ na média sobre os três níveis de tempo.
3. mantém a precisão usando a aproximação por diferença-central.

5.1 Modelo unidimensional

A equação da energia pode ser escrita na forma

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \text{div}[K(T) \cdot \text{grad}(T)] \quad (5.1)$$

onde $H(T) = \int_{T_0}^T c(T) \cdot dT$ é a entalpia e $c(T)$ é o calor específico na temperatura T . Se

$c(T)$ é constante a equação resultante é a equação usual de transferência de calor. Já é bem conhecido que uma substância pura sofrendo mudança de fase tem uma entalpia descontínua. Um sistema água-gelo tem salto de entalpia na temperatura de fusão. Nesse caso a entalpia pode se escrita na forma matemática

$$H(T) = \int_{T_0}^T \left\{ \left[1 - U(T - T_f) \right] \cdot c_s + \lambda \cdot \delta(T - T_f) + U(T - T_f) \cdot c_l \right\} \cdot dT \quad (5.2)$$

onde $U(T) = \begin{cases} 1, & T \geq 0 \\ 0, & T < 0 \end{cases}$, U é a função delta Dirac e λ o calor latente.

A entalpia escrita na forma da equação 5.2 pode ser aproximada por 3 funções lineares contínuas na forma:

$$H(T) = \begin{cases} C_s T, & T \leq T_f - \gamma \\ H(T_f - \gamma) + \frac{L}{2\gamma}(T - T_f + \gamma), & T \in [T_f - \gamma, T_f + \gamma] \\ H(T_f + \gamma) + C_l(T - T_f - \gamma), & T \geq T_f + \gamma \end{cases} \quad (5.3)$$

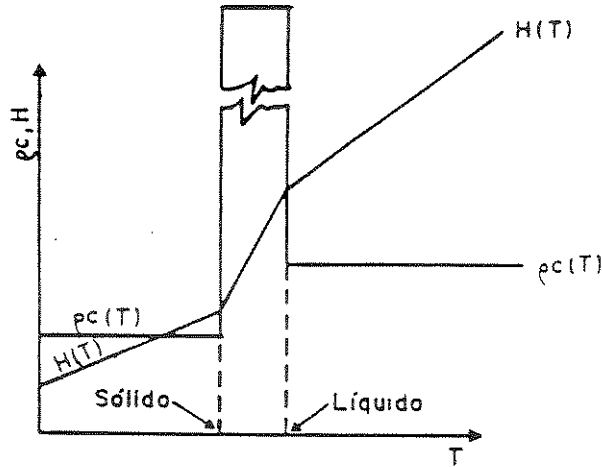


Figura 5.1 Variação da capacidade de calor por volume (ρc) e a entalpia (H) nas proximidades da temperatura de mudança de fase.

Fisicamente isso significa que a mudança de fase ocorre numa faixa de temperaturas $[T_f - \gamma, T_f + \gamma]$ ao invés de uma temperatura discreta T_f . Para substâncias quimicamente impuras esse comportamento de mudança de fase é mais realístico que a transição em uma temperatura fixa.

MEYER, G.H. (1973) resolveu numericamente a equação 5.1 com a entalpia aproximada pelas equações 5.3 num domínio generalizado. A existência e a unicidade da solução foi comprovada matematicamente mostrando que a solução tende para a forma integrada da equação entálpica quando o espaçamento da grade e o incremento de tempo tendem a zero.

Podemos usar uma capacidade de calor específica aparente por unidade de volume (C_A) definida por BONACINA, C, COMINI, G. (1973):

$$C_A = \frac{dH(T)}{dT} \quad (5.4)$$

onde $H(T)$ é a função aproximada pelas equações 5.3. Assim a equação 5.1 pode se escrita na forma:

$$C_A(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}[K(T) \cdot \text{grad}(T)] \quad (5.5)$$

Substituindo 5.4 em 5.3 e considerando que c_s e c_l não dependem de T no intervalo $[T_f - \gamma, T_f + \gamma]$,

$$C_A(T) = \begin{cases} C_s, & T \leq T_f - \gamma \\ \frac{L}{2\gamma} + \frac{C_s + C_l}{2}, & T \in [T_f - \gamma, T_f + \gamma] \\ C_l, & T_f \geq T_f + \gamma \end{cases} \quad (5.6)$$

Da mesma forma podemos introduzir uma função aproximada para a condutividade $K(T)$,

$$K_A(T) = \begin{cases} K_s, & T \leq T_f - \gamma \\ K_s + \frac{K_l - K_s}{2\gamma}, & T \in [T_f - \gamma, T_f + \gamma] \\ K_l, & T_f \geq T_f + \gamma \end{cases} \quad (5.7)$$

Uma importante característica do modelo proposto acima é que os coeficientes $C_A(T)$ e $K_A(T)$ suavizados pelas aproximações 5.6 e 5.7 não dependem se o problema é unidimensional ou multidimensional. Assim a extensão para o caso multidimensional é imediato aplicando-se a equação 5.5.

Em coordenadas cilíndricas a equação 5.5 é escrita como

$$C_A(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot K_A(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{K_A(T)}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_A(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (5.8)$$

5.1.1 Formulação

O modelo é considerado unidimensional no plano (r, φ) e como o gradiente de temperatura na direção axial pode ser desprezado em relação ao gradiente na direção radial a equação da energia para o MMF pode ser escrita como

$$C_A(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r K_A(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (5.9)$$

onde $C_A(T)$ e $K_A(T)$ são dados pela equações 5.6 e 5.7 respectivamente.

As condições iniciais e de fronteira são:

condições iniciais

$$T = T_f, \quad t = 0 \quad (5.10)$$

condições de fronteira

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad r = r_{\text{SIM}} \quad (5.11)$$

$$h(T - T_b) = K_s \cdot \frac{\partial T}{\partial r}, \quad r = r_0 \quad (\text{durante o carregamento}) \quad (5.12)$$

$$h(T - T_b) = K_l \cdot \frac{\partial T}{\partial r}, \quad r = r_0 \quad (\text{durante o carregamento}) \quad (5.13)$$

O problema pode ser reformulado usando-se as seguintes variáveis adimensionais:

$$C_A^* = C_A(T) / C_s \quad (5.14)$$

$$T^* = \frac{(T - T_{b0})}{(T_f - T_{b0})} \quad (5.15)$$

$$\tau = \frac{K_s (T_f - T_{b0})}{\rho_s \lambda r_0^2} t \quad (5.16)$$

$$(5.17)$$

$$\eta = r / r_0 \quad (5.18)$$

$$K^*(T) = \frac{K(T)}{K_s} \quad (5.19)$$

$$Bi = h(2r_0) / K_s \quad (5.20)$$

A equação 5.9 é então rescrita na forma adimensional como

$$C_A^*(T^*) \cdot Ste \cdot \frac{\partial T^*}{\partial \tau} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \cdot K_A^*(T^*) \frac{\partial T^*}{\partial \eta} \right) \quad (5.21)$$

As condições iniciais e de fronteira escritas na forma adimensional são

condições iniciais

$$T^* = 1, \quad \tau = 0 \quad (5.22)$$

condições de fronteira

$$\frac{\partial T^*}{\partial \eta} = Bi \cdot (T^* - T_b^*), \quad \eta = 0 \quad (5.23a)$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial \eta} = 0, \quad \eta = \frac{r_{SIM}}{r_0} \quad (5.23b)$$

5.1.2 Discretização

Quando usamos o modelo condutivo unidimensional a discretização é feita nos limites dos raios r_{SE} e r_{SIM} e $0 \leq \varphi \leq \pi/2$ representado na figura 5.2 aproveitando assim a simetria do problema. Em $r=r_{SE}$ a condição de fronteira é de convecção com h_φ constante na direção periférica e o seu valor é corrigido de forma a considerar a resistência térmica da parede da serpentina. O fluxo de calor é considerado axisimétrico portanto os pontos da grade se situam na direção radial como mostra a figura 5.2. O raio $r_{SE}-r_{SIM}$ correspondente ao MMF é dividido em M-2 volumes de controle. O espaçamento entre 2 pontos internos da grade é constante e igual a $\Delta\eta$. O ponto 1 está situado sobre o raio r_{SE} e o ponto M sobre o raio r_{SIM} . O espaçamento entre 1 e 2, e entre M e M-1 é igual a $\Delta\eta/2$.

O número de pontos da grade M e conseqüentemente o espaçamento $\Delta\eta$ é adotado depois de vários testes que indicam o valor ideal conforme a precisão e o tempo de processamento computacional.

Rescrevendo a equação 5.21 que governa a transferência de calor :

$$C_A^*(T) \cdot Ste \cdot \frac{\partial T^*}{\partial t} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \cdot K_A^*(T) \cdot \frac{\partial T^*}{\partial \eta} \right) \quad (5.24)$$

como

$$\left(\frac{\partial T^*}{\partial \eta} \right)_{i,k} \approx \frac{1}{\Delta\eta} \left(T_{i+\frac{1}{2},k}^* - T_{i-\frac{1}{2},k}^* \right) = \frac{1}{\Delta\eta} \delta_\eta (T_{i,k}^*), \quad (5.25)$$

uma aproximação por diferença-central de 5.24 é

$$\begin{aligned} C_A^*(T)_{i,k} \cdot Ste \cdot \frac{1}{2\Delta\tau} (T_{i,k+1}^* - T_{i,k-1}^*) &= \frac{1}{\eta_{i,n}} \frac{1}{\Delta\eta} \delta_\eta \left\{ \eta_{i,k} K_A^*(T)_{i,k} \frac{1}{\Delta\eta} \delta(T_{i,k}^*) \right\} \\ &= \frac{1}{\eta_{i,k}} \frac{1}{\Delta\eta^2} \delta_\eta \left\{ \eta_{i,k} K_{A,i+\frac{1}{2},k}^*(T) \left(T_{i+\frac{1}{2},k}^* - T_{i-\frac{1}{2},k}^* \right) \right\} \end{aligned} \quad (5.26)$$

$$= \frac{1}{\eta_{i,k}} \frac{1}{\Delta \eta^2} \left\{ \eta_{i+\frac{1}{2},k} K_{i+\frac{1}{2},k}^*(T) (T_{i+1,k}^* - T_{i,k}^*) - \eta_{i-\frac{1}{2},k} K_{i-\frac{1}{2},k}^*(T) (T_{i,k}^* - T_{i-1,k}^*) \right\} \quad (5.27)$$

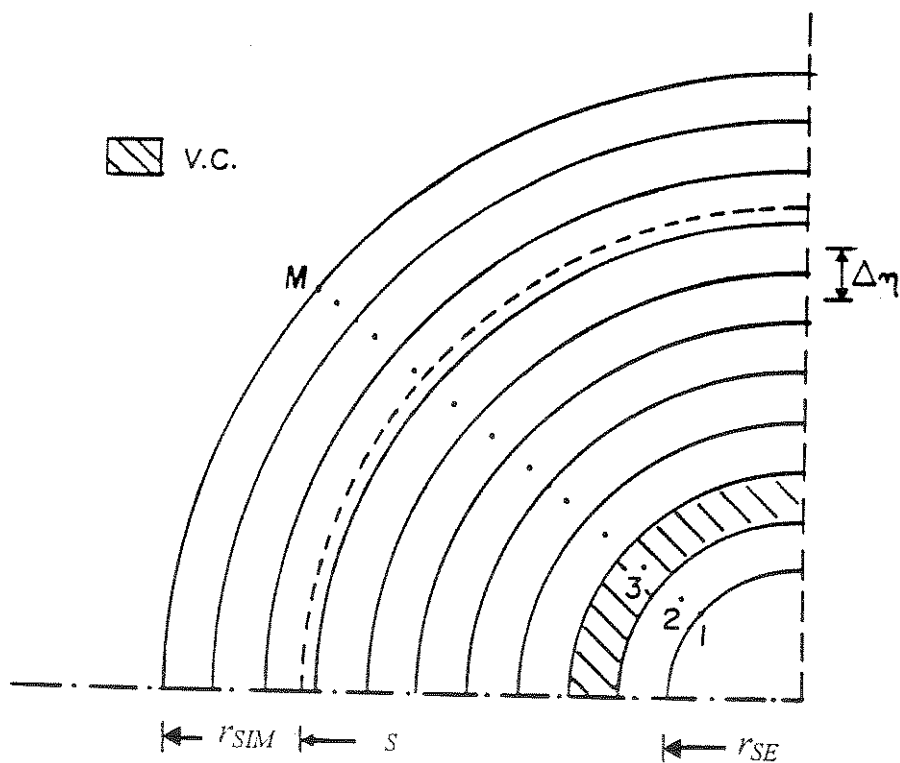


Figura 5.2 Pontos da grade e volumes de controle - modelo unidimensional.

A temperatura em cada ponto é calculada como a média em três níveis de tempo,

$$T_{i+1,k}^* = \frac{1}{3} (T_{i+1,k+1}^* + T_{i+1,k}^* + T_{i+1,k-1}^*)$$

$$T_{i,k}^* = \frac{1}{3} (T_{i,k+1}^* + T_{i,k}^* + T_{i,k-1}^*)$$

$$T_{i-1,k}^* = \frac{1}{3} \left(T_{i-1,k+1}^* + T_{i-1,k}^* + T_{i-1,k-1}^* \right) \quad (5.28)$$

Aproximando pelo valor médio de η e K na fronteira norte e na fronteira sul do volume de controle temos

$$\eta_{i+\frac{1}{2},k} = \frac{1}{2} \left(\eta_{i+1,k} + \eta_{i,k} \right)$$

$$\eta_{i-\frac{1}{2},k} = \frac{1}{2} \left(\eta_{i,k} + \eta_{i-1,k} \right)$$

$$K_{i+\frac{1}{2},k}^* (T^*) = \frac{1}{2} \left(K_{i+1,k}^* (T^*) + K_{i,k}^* (T^*) \right)$$

$$K_{i-\frac{1}{2},k}^* (T) = \frac{1}{2} \left(K_{i,k}^* (T) + K_{i-1,k}^* (T) \right) \quad (5.29)$$

condições iniciais

$$T_{i,k}^* = 1, \quad \tau = 0 \quad (5.30a)$$

condições de fronteira

$$\left(0.5Bi + \frac{K_N^*}{\Delta\eta} \right) T_{i,k+1}^* - \frac{K_N^*}{\Delta\eta} T_{i+1,k+1}^* = 0.5Bi T_b^*, \quad i = 1$$

$$T_{i-1,k+1}^* - T_{i,k+1}^* = 0, \quad i = M \quad (5.30b)$$

As equações 5.27 e 5.28 formam um conjunto de equações algébricas que podem ser escritas na forma geral

$$A_i T_{i-1,k+1}^* + B_i T_{i,k+1}^* + C_i T_{i+1,k+1}^* = F_i \quad (5.31)$$

Podemos rescrever a equação 5.31 de forma simplificada em termos das seguintes constantes:

$$\begin{aligned} P_1 &= C_A^*(T^*)_{i,k} \cdot \text{Ste} \cdot \frac{1}{2\Delta\tau} \\ P_2 &= \frac{1}{\eta_{i,k}} \frac{1}{12\Delta\eta^2} (\eta_{i,k} + \eta_{i-1,k}) \cdot (K_{i,k}^*(T^*) + K_{i-1,k}^*(T^*)) \\ P_3 &= \frac{1}{\eta_{i,k}} \frac{1}{12\Delta\eta^2} (\eta_{i+1,k} + \eta_{i,k}) \cdot (K_{i+1,k}^*(T^*) + K_{i,k}^*(T^*)) \end{aligned} \quad (5.32)$$

Os coeficientes da equação podem então ser escritos em termos das constantes 5.32:

$$A_i = -P_2$$

$$B_i = P_1 + P_2 + P_3$$

$$C_i = -P_1$$

$$D_i = -P_4$$

$$F_i = (P_1 - P_2 - P_3) \cdot T_{i,k-1}^* + (-P_2 - P_3) \cdot T_{i,k}^* + P_2 \cdot T_{i+1,2}^* + P_2 \cdot T_{i+1,1}^* + P_3 \cdot T_{i-1,2}^* + P_4 \cdot T_{i-1,1}^* \quad (5.33)$$

condições iniciais

$$T_{i,k}^* = 0 \quad (5.34)$$

condições de fronteira

$$A_1 = 0$$

$$B_1 = 0.5Bi + \frac{K_N^*}{\Delta\eta}$$

$$C_1 = -\frac{K_N^*}{\Delta\eta}$$

$$F_1 = 0.5BiT_b^* \quad (5.35)$$

e,

$$A_M = -1$$

$$B_M = 1$$

$$C_M = 0$$

$$F_M = 0 \quad (5.36)$$

5.2 Método bidimensional

5.2.1 Formulação

Quando é usado o modelo condutivo bidimensional a discretização é feita nos limites dos raios r_{SI} e r_{SIM} e $0 \leq \varphi \leq \pi$. Em $r=r_{SI}$ a condição de fronteira é de convecção com o valor do coeficiente periférico, h_φ , dado pela figura 3.14 de acordo com o fluxo considerado. Em $r=r_{SIM}$ a condição de contorno é de transferência de calor igual a zero.

Na discretização o raio $r_{SI} - r_{SE}$ correspondente a parede da serpentina é dividido de forma que o ponto MP fique localizado sobre o raio r_{SE} e o ponto 1 sobre o raio r_{SI} como mostra a figura 5.3. O espaçamento entre os pontos $i \geq 2$ é constante e igual a $\Delta\eta$ e o espaçamento entre os pontos 1 e 2 é igual a $\Delta\eta/2$. O espaçamento $\Delta\eta$ é mantido nos demais pontos.

5.2.2 Discretização

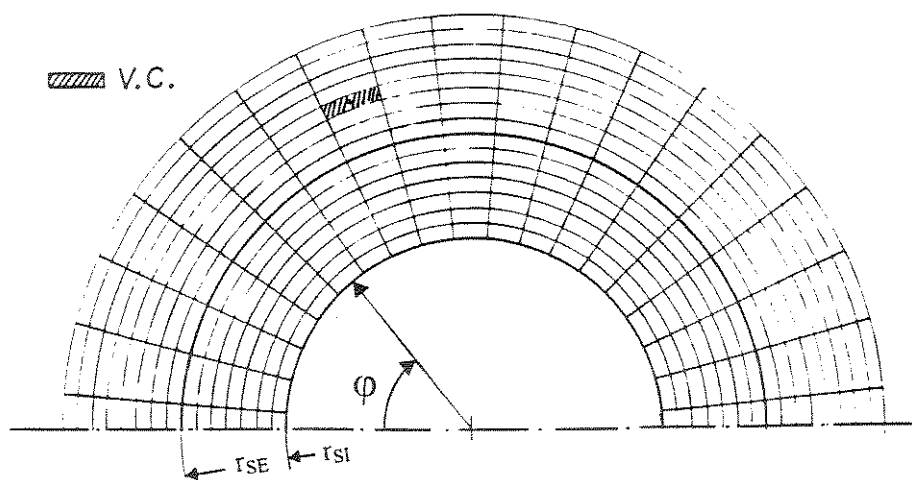


Figura 5.3 Pontos da grade e volumes de controle do modelo numérico bidimensional.

Rescreve-se a equação 5.8 que governa a transferência de calor no plano radial

$$C_A^*(T) \cdot Ste \cdot \frac{\partial T^*}{\partial \tau} = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \cdot K^*(T^*) \cdot \frac{\partial T^*}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{K^*(T^*)}{\eta} \cdot \frac{\partial T^*}{\partial \varphi} \right) \quad (5.37)$$

Usando-se a mesma aproximação por diferenças finitas do modelo unidimensional temos

$$\begin{aligned} C_{A_{i,j,k}}^*(T^*) \cdot Ste \cdot \frac{1}{2\Delta t} \cdot (T_{i,j,k+1}^* - T_{i,j,k-1}^*) &= \frac{1}{\eta_{i,j,k}} \cdot \frac{1}{\Delta \eta} \delta_\eta \left\{ \eta_{i,j,k} \cdot K_{i,j,k}^*(T^*) \cdot \frac{1}{\Delta \eta} \delta_\eta (T_{i,j,k}^*) \right\} \\ &+ \frac{1}{\eta_{i,j,k}} \cdot \frac{1}{\Delta \varphi} \cdot \delta_\theta \left\{ K_{i,j,k}^* \cdot \frac{1}{\Delta \varphi} \cdot \delta_\theta (T_{i,j,k}^*) \right\}. \\ &= \frac{1}{\eta_{i,j,k}} \cdot \frac{1}{\Delta \eta^2} \cdot \delta_\eta \left\{ \eta_{i,j,k} \cdot K_{i,j,k}^*(T^*) \cdot \left(T_{i+\frac{1}{2},j,k}^* - T_{i-\frac{1}{2},j,k}^* \right) \right\} \\ &+ \frac{1}{\eta_{i,j,k}^2} \cdot \frac{1}{\Delta \varphi^2} \cdot \delta_\theta \left\{ K_{i,j,k}^*(T^*) \cdot \left(T_{i,j+\frac{1}{2},k}^* - T_{i,j-\frac{1}{2},k}^* \right) \right\} \end{aligned} \quad (5.38)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\eta_{i,j,k}} \cdot \frac{1}{\Delta \eta^2} \cdot \left\{ \eta_{i+\frac{1}{2},j,k} \cdot K_{i+\frac{1}{2},j,k}^*(T^*) \cdot (T_{i+1,j,k}^* - T_{i,j,k}^*) \right. \\ &\quad \left. - \eta_{i-\frac{1}{2},j,k} \cdot K_{i-\frac{1}{2},j,k}^*(T^*) \cdot (T_{i,j,k}^* - T_{i-1,j,k}^*) \right\} \\ &+ \frac{1}{\eta_{i,j,k}^2} \cdot \frac{1}{\Delta \varphi^2} \left\{ K_{i,j+\frac{1}{2},k}^*(T^*) \cdot (T_{i,j+1,k}^* - T_{i,j,k}^*) \right. \\ &\quad \left. - K_{i,j-\frac{1}{2},k}^*(T^*) \cdot (T_{i,j,k}^* - T_{i,j-1,k}^*) \right\}. \end{aligned} \quad (5.39)$$

A temperatura em cada ponto é calculada como a média em três níveis de tempo

$$\begin{aligned}
 T_{i+1,j,k}^* &= \frac{1}{3} \left(T_{i+1,j,k+1}^* + T_{i+1,j,k}^* + T_{i+1,j,k-1}^* \right) \\
 T_{i,j,k}^* &= \frac{1}{3} \left(T_{i,j,k+1}^* + T_{i,j,k}^* + T_{i,j,k-1}^* \right) \\
 T_{i-1,j,k}^* &= \frac{1}{3} \left(T_{i-1,j,k+1}^* + T_{i-1,j,k}^* + T_{i-1,j,k-1}^* \right) \\
 T_{i,j+1,k}^* &= \frac{1}{3} \left(T_{i,j+1,k+1}^* + T_{i,j+1,k}^* + T_{i,j+1,k-1}^* \right) \\
 T_{i,j-1,k}^* &= \frac{1}{3} \left(T_{i,j-1,k+1}^* + T_{i,j-1,k}^* + T_{i,j-1,k-1}^* \right)
 \end{aligned} \tag{5.40}$$

Adotando os valores médios para K e η nas fronteiras norte, sul, leste e oeste

$$\begin{aligned}
 \eta_{i+\frac{1}{2},j,k} &= \frac{1}{2} \left(\eta_{i+1,j,k} + \eta_{i,j,k} \right) \\
 \eta_{i-\frac{1}{2},j,k} &= \frac{1}{2} \left(\eta_{i-1,j,k} + \eta_{i,j,k} \right) \\
 \eta_{i,j+\frac{1}{2},k} &= \frac{1}{2} \left(\eta_{i,j+1,k} + \eta_{i,j,k} \right) \\
 \eta_{i,j-\frac{1}{2},k} &= \frac{1}{2} \left(\eta_{i,j-1,k} + \eta_{i,j,k} \right)
 \end{aligned} \tag{5.41}$$

$$K_{i+\frac{1}{2},j,k}^* (T^*) = \frac{1}{2} \left(K_{i+1,j,k}^* (T^*) + K_{i,j,k}^* (T^*) \right)$$

$$\begin{aligned}
K_{i-\frac{1}{2},j,k}^* (T^*) &= \frac{1}{2} \left(K_{i-1,j,k}^* (T^*) + K_{i,j,k}^* (T^*) \right) \\
K_{i,j+\frac{1}{2},k}^* (T^*) &= \frac{1}{2} \left(K_{i,j,k}^* (T^*) + K_{i,j+1,k}^* (T^*) \right) \\
K_{i,j-\frac{1}{2},k}^* (T^*) &= \frac{1}{2} \left(K_{i,j-1,k}^* (T^*) + K_{i,j,k}^* (T^*) \right)
\end{aligned} \tag{5.42}$$

As condições de fronteira são:

$$\left(\frac{1}{2} \cdot Bi + \frac{K_{i+\frac{1}{2},j,k}^* (T^*)}{\Delta \eta} \right) \cdot T_{i,j,k+1}^* - \frac{K_{i+\frac{1}{2},j,k}^* (T^*)}{\Delta \eta} \cdot T_{i+1,j,k}^* = \frac{1}{2} \cdot Bi \cdot T_b^* \quad i = 1$$

$$T_{i-1,j,k+1}^* - T_{i,j,k+1}^* = 0, \quad i = M$$

$$T_{i,j-1,k}^* - T_{i,j+1,k}^* = 0, \quad j = 1$$

$$T_{i,j+1,k}^* - T_{i,j-1,k}^* = 0, \quad j = NB$$

As equações 5.39 e 5.40 formam um conjunto de equações algébricas que podem ser escritas na forma geral

$$A_i \cdot T_{i-1,j,k+1}^* + B_i \cdot T_{i,j,k+1}^* + C_i \cdot T_{i+1,j,k+1}^* + D_i \cdot T_{i,j+1,k+1}^* + E_i \cdot T_{i,j-1,k+1}^* = F_i \tag{5.43}$$

Adotando-se os seguintes valores para $P_1...P_5$:

$$\begin{aligned}
P_1 &= C_{A_{i,j,k}}^*(T^*) \cdot Ste \cdot \frac{1}{2\Delta\tau} \\
P_2 &= \frac{1}{\eta_{i,j,k}} \cdot \frac{1}{12\Delta\eta^2} (\eta_{i,j,k} + \eta_{i-1,j,k}) \cdot (K_{i,j,k}^*(T^*) + K_{i-1,j,k}^*(T^*)) \\
P_3 &= \frac{1}{\eta_{i,j,k}} \cdot \frac{1}{12\Delta\eta^2} (\eta_{i+1,j,k} + \eta_{i,j,k}) \cdot (K_{i+1,j,k}^*(T^*) + K_{i,j,k}^*(T^*)) \\
P_4 &= \frac{1}{\eta_{i,j,k}^2} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{\Delta\theta^2} \cdot (K_{i,j+1,k}^*(T^*) + K_{i,j,k}^*(T^*)) \\
P_5 &= \frac{1}{\eta_{i,j,k}^2} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{\Delta\theta^2} \cdot (K_{i,j,k}^*(T^*) + K_{i,j-1,k}^*(T^*))
\end{aligned} \tag{5.44}$$

Os coeficientes de 5.43 podem então ser rescritas em termos dos valores de $P_1...P_5$ como:

$$A_i = -P_2$$

$$B_i = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5$$

$$C_i = -P_3$$

$$D_i = -P_4$$

$$E_i = -P_5$$

$$\begin{aligned}
F_i &= (P_1 - P_2 - P_3 - P_4 - P_5) \cdot T_{i,j,1}^* + (-P_2 - P_3 - P_4 - P_5) \cdot T_{i,j,2}^* + \\
&P_2 \cdot T_{i+1,j,1}^* + P_2 \cdot T_{i+1,j,2}^* + P_3 \cdot T_{i-1,j,2}^* + P_3 \cdot T_{i-1,j,1}^* + P_4 \cdot T_{i,j+1,2}^* + \\
&P_4 \cdot T_{i,j+1,1}^* + P_5 \cdot T_{i,j-1,1}^* + P_5 \cdot T_{i,j-1,2}^*
\end{aligned} \tag{5.45}$$

Para facilitar a solução, a equação (5.45) pode ser colocada na forma explícita na direção radial e implícita na direção periférica de modo que as equações resultantes formem uma matriz tridiagonal. O sistema resultante é:

$$A_i = -P_2$$

$$B_i = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5$$

$$C_i = -P_3$$

$$D_i = 0$$

$$E_i = 0$$

$$F_i = (P_1 - P_2 - P_3 - P_4 - P_5) \cdot T_{i,j,1}^* + (-P_2 - P_3 - P_4 - P_5) \cdot T_{i,j,2}^* + P_2 \cdot T_{i+1,j,1}^* + P_2 \cdot T_{i+1,j,2}^* + P_3 \cdot T_{i-1,j,2}^* + P_3 \cdot T_{i-1,j,1}^* + 3 \cdot P_4 \cdot T_{i,j+1,1}^* + 3 \cdot P_5 \cdot T_{i,j-1,1}^* \quad (5.46)$$

Com as seguintes condições iniciais e de fronteira:

condições iniciais

$$T_{i,k}^* = 0 \quad (5.47)$$

condições de fronteira

$$A_1 = 0$$

$$B_1 = 0.5Bi + \frac{K_N^*}{\Delta\eta}$$

$$C_1 = -\frac{K_N^*}{\Delta\eta}$$

$$C_i = -P_1$$

$$D_i = -P_4$$

$$T_{i-1,j,k+1}^* - T_{i,j,k+1}^* = 0, \quad i = M$$

$$T_{i,j-1,k}^* - T_{i,j+1,k}^* = 0, \quad j = 1$$

$$T_{i,j+1,k}^* - T_{i,j-1,k}^* = 0, \quad j = \text{NB} \tag{5.48}$$

5.3 Discretização do problema na direção axial

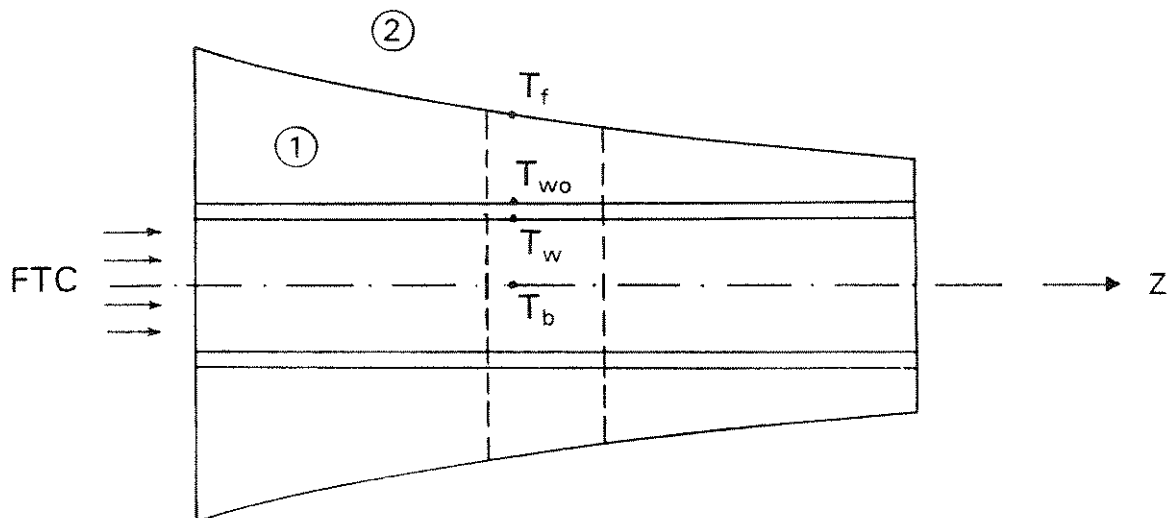


Figura 5.4 Formação de gelo em toda extensão da serpentina

$$UA_i = \left(R_{total} \right)^{-1} = \left(R_{FTC} + R_{parede} + R_{sólido} \right)^{-1} \quad (5.49)$$

$$0.073 \quad 1 \quad 0.00102$$

Na figura 5.4 pode-se notar que a espessura da camada de gelo não é constante mas diminui do início para o final da serpentina. A extensão da serpentina é subdividida em segmentos menores como indicado na figura. Em cada segmento a espessura da camada de gelo é considerada constante. O número de divisões não precisa ser excessivamente alto por dois motivos. Primeiro, porque em ATGS comerciais pode-se notar que a declividade da camada de gelo é pequena em toda extensão da serpentina. Segundo, porque a resistência térmica total entre o FTC e o MMF é dominada pela parede da serpentina e a resistência térmica da camada de gelo tem pouca influência no perfil de temperatura do FTC ao longo da serpentina. Na presente análise o número de divisões adotado é igual a 20.

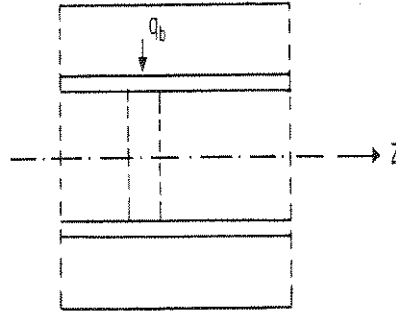


Figura 5.5 : Fluxo de calor do MMF para um elemento do fluido de transferência de calor (FTC).

A relação entre a mudança de temperatura experimentado pelo FTC ao longo do tubo e fluxo de calor transferido do MMF para o FTC como indicado na figura 5.5 é dado pelo balanço de energia na forma:

$$q_b = mc_b \frac{dT}{dz} \quad (5.50)$$

O fluxo de calor por unidade de comprimento também pode ser escrito em termos da condutância total entre o FTC e o MMF:

$$q_b = UA_t (T_f - T_b) \quad (5.51)$$

Se o número de pontos na direção axial for suficientemente grande podemos considerar que entre dois pontos consecutivos na direção axial não há variação da espessura da camada de gelo e portanto não há variação da UA_t permitindo-se integrar a equação 5.50 para se obter o valor de $T_{b,K}$ em função de $T_{b,K-1}$ como:

$$T_{b,K} = T_f + (T_{b,K+1} - T_f) \exp\left(\frac{-UA_t}{mc_b}\right) \quad (5.52)$$

Capítulo 6

Resultados e discussão

6.1 Incremento de tempo

Diversos valores para incremento de tempo, $\Delta\tau$, foram testados para comparar os resultados com a solução integral, eq. 4.3. A solução integral foi escolhida como comparação porque diversos estudos comprovaram sua boa concordância com resultados numéricos e experimentais.

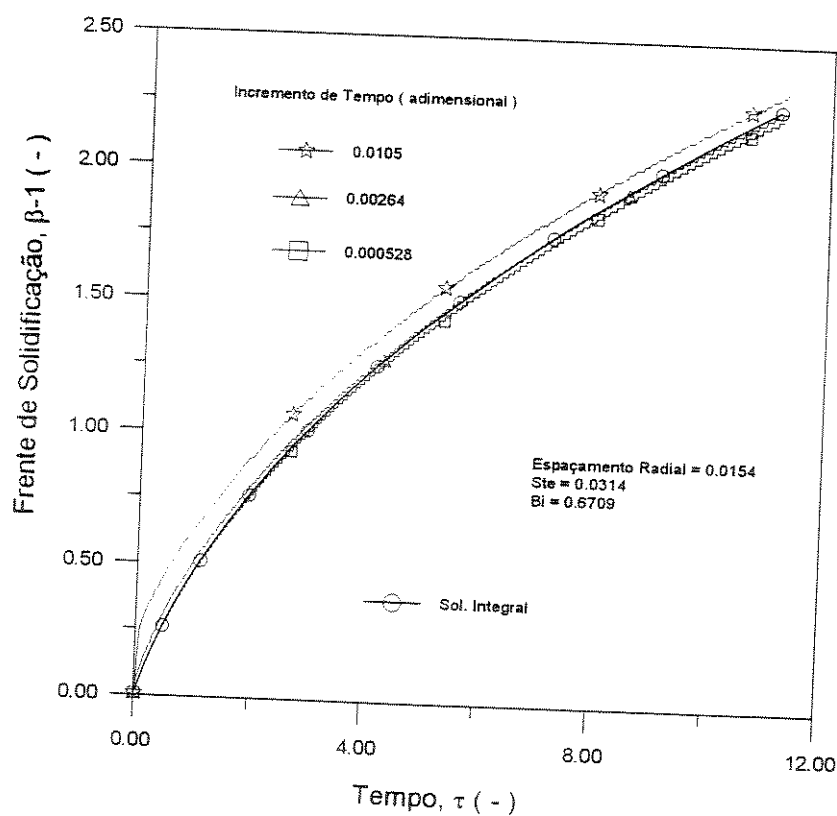


Figura 6.1 Comparação entre a solução numérica CCA e a solução integral para diferentes incrementos de tempo.

Entre esses estudos pode-se citar os trabalhos feitos por GRAHNM, E. B. (1979) e LUNARDINI, J.V. (1981). O problema é de solidificação em torno de um cilindro em um meio infinito com condição de fronteira do tipo convecção na superfície do cilindro. A solução integral desse problema é dada pela equação 4.3.

Pode-se ver na figura 6.1 que $\Delta\tau$ menores de 0.0105 apresentam curvas de frente de solidificação bem próximas da solução integral. Observou-se que $\Delta\tau$ muito pequenos nem sempre conduzem a melhores resultados. Para espaçamentos da grade (Δr^*) não muito pequenos o $\Delta\tau$ não pode ter valores muito baixos porque o programa computacional não avança para o próximo passo de tempo.

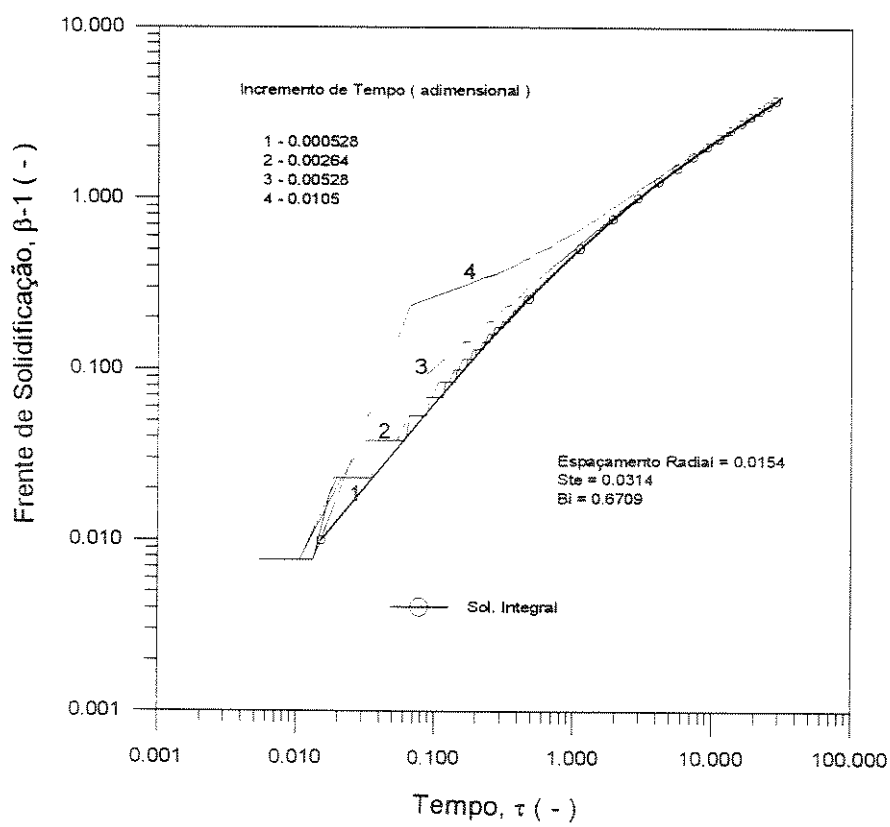


Figura 6.2 Comparação entre a solução através do modelo numérico unidimensional e a solução integral para diferentes incrementos de tempo em um gráfico log x log.

O primeiro passo de tempo é um caso especial porque ocorre um avanço muito rápido da interface num curto espaço de tempo e nesse caso o $\Delta\tau$ deve ser muito baixo (≤ 0.000528). A partir daí o $\Delta\tau$ escolhido deve estar entre 0.0105 e 0.00264. Observou-se que a iteração acontece apenas no primeiro passo de tempo, nos demais o resultado é direto e está sempre dentro da faixa de precisão. Isso demonstra a precisão e a estabilidade do modelo numérico adotado.

A mesmas curvas para diferentes $\Delta\tau$ é apresentada na figura 6.2 em um gráfico logarítmico. Por essa figura pode-se notar que a maior diferença ocorre no início do processo. As curvas com valores menores de $\Delta\tau$ apresentam menor oscilação e estão mais próximas da solução integral.

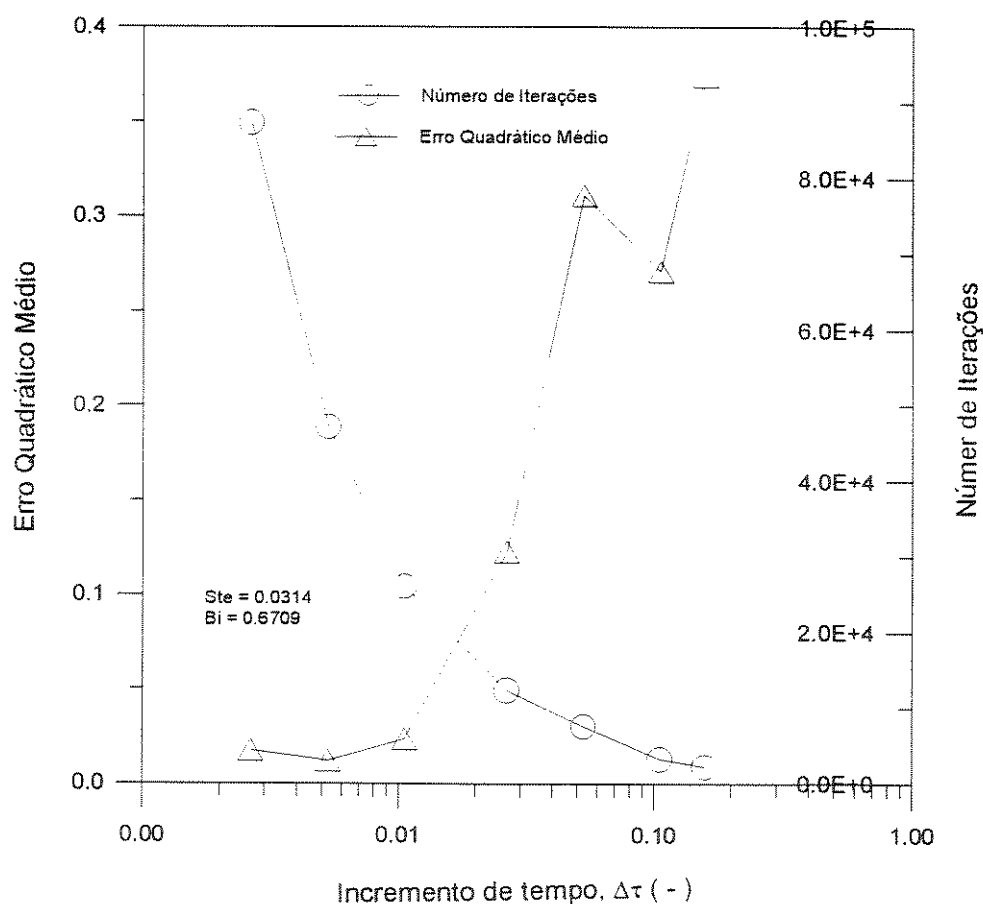


Figura 6.3 Erro entre a solução numérica unidimensional e a solução integral e o número de iterações necessárias para diferentes valores de $\Delta\tau$.

Quando diminuimos o incremento de tempo aumenta o número de iterações em relação ao progresso da interface por isso é preciso considerar o aumento do tempo computacional quando escolhemos um incremento de tempo muito pequeno.

TABELA 6.1

Valores de incremento de tempo em segundos para diferentes valores de *Ste* durante o carregamento.

Incremento de tempo (adim)	$T_b = -1.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ $Ste=0.0062$	$-2.\text{ }^{\circ}\text{C}$ 0.0125	$-3.\text{ }^{\circ}\text{C}$ 0.0188	$-5.\text{ }^{\circ}\text{C}$ 0.0314	$-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ 0.0629
0.000528	5	2.5	1.66	1	0.5
0.00264	25	12.5	6.33	5	2.5
0.00528	50	25	16.6	10	5
0.0105	100	50	33.3	20	10
0.0264	250	125	83.3	50	25

TABELA 6.2

Valores de incremento de tempo em segundos para diferentes valores de *Ste* durante o descarregamento.

Incremento de tempo (adim)	$T_b = 1.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ $Ste=0.0249$	$3.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ 0.0748	$5.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ 0.125	$10.\text{ }^{\circ}\text{C}$ 0.249	$15.\text{ }^{\circ}\text{C}$ 0.375
0.000717	25	6.3	5	2.5	1.66
0.00143	50	16	10	5	3.33
0.00286	100	33	20	10	6.66
0.00717	250	83	50	25	516.6
0.0143	500	166	100	50	1033.3
0.0286	1000	333	200	100	66.6

Como o $\Delta\tau$ depende do número de Stefan que por sua vez depende da diferença de temperaturas entre o FTC e o MMF o Δt físico em segundos não é constante como mostram as tabelas 6.1. e 6.2.

6.2 Espaçamento Radial

Para o mesmo problema estudamos a convergência entre a solução numérica para diferentes espaçamentos (Δr^*) na direção radial com a solução integral.

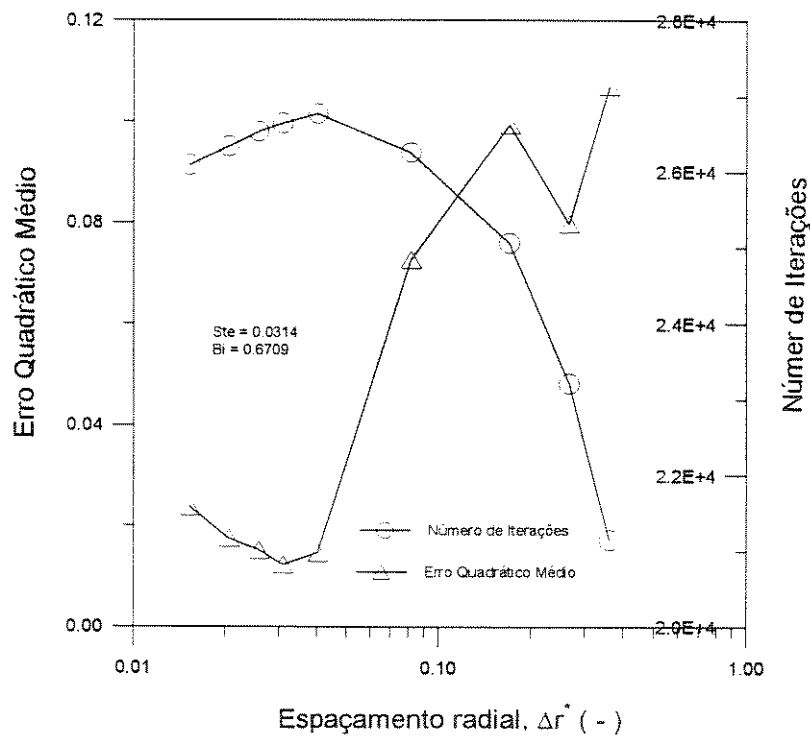


Figura 6.4 Erro entre a solução numérica unidimensional e a solução integral e o número de iterações necessárias para diferentes valores de Δr^* .

Os resultados segundo a figura 6.4 mostram que valores de Δr^* entre 0.00143 e 0.0143 apresentam boa concordância com a solução integral. Além disso em toda faixa de Δr^* a diferença entre o número de iterações é pequeno ao contrário do ocorreu para $\Delta\tau$. Assim o Δr^* escolhido foi sempre menor que 0.0716. O valor de Δr^* mais usado foi 0.00320.

O espaçamento radial depende apenas do número de pontos da grade escolhido. A tabela abaixo mostra a relação entre o número de pontos, espaçamento radial adimensional (Δr^*) e o espaçamento radial físico (Δr) em milímetros.

TABELA 6.3
Espaçamento radial de acordo com o número de pontos radiais escolhido.

Número de pontos	Δr^* (adim.)	Δr (mm)
772	0.001	0.000793
154	0.005	0.0396
77	0.01	0.0793
38	0.02	0.158
25	0.03	0.238
19	0.04	0.317
15	0.05	0.396

6.3 Validação do procedimento numérico

A seguir o modelo unidimensional é aplicado em 3 casos para os quais existem solução exata ou integral. Nos 3 casos o meio é semi-infinito. No primeiro caso, solidificação a partir de uma placa plana com temperatura de parede constante, existe solução exata e esta solução, é conhecida como solução de Neumann:

$$X = 2\gamma\sqrt{\alpha_1 t}$$

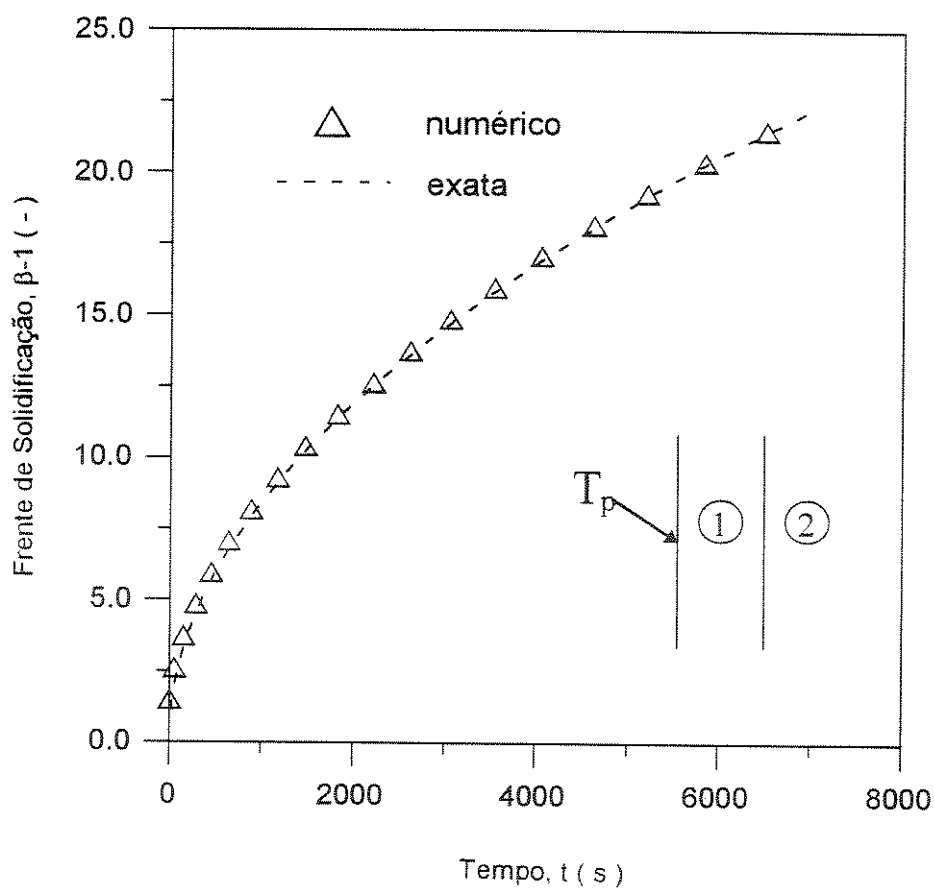


Figura 6.5 Comparação entre a solução numérica unidimensional e a solução exata para o problema de solidificação sobre uma placa plana.

A solução numérica apresentou ótima concordância com a solução exata.

O segundo caso o problema é solidificação em torno de um cilindro com condição de fronteira do tipo convecção na superfície do cilindro. A solução integral é dada pela equação 4.3.

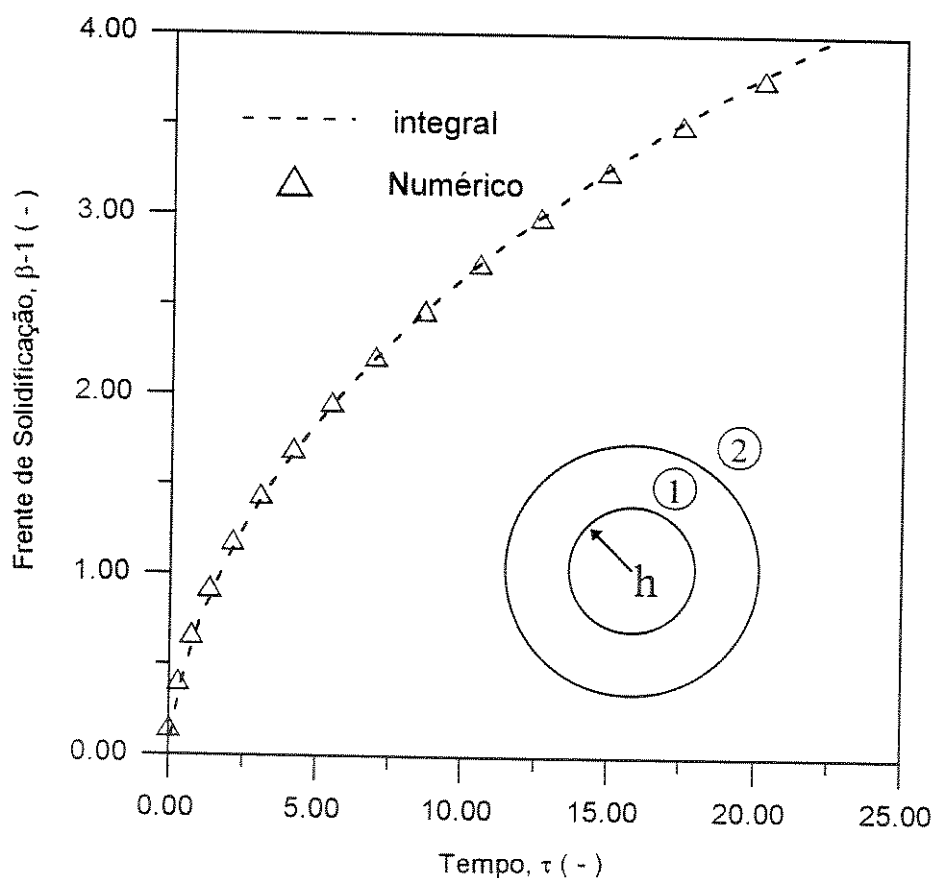


Figura 6.6 Comparação entre a solução numérica unidimensional e a solução integral para o problema de solidificação em torno de um cilindro com resfriamento por convecção na superfície.

O resultado apresentado na figura 6.6 mostra boa concordância entre a solução numérica e a solução integral.

6.4 Características do ATGS

Tomando como base um modelo de ATGS comercial foi obtida as características principais dos ATGS com relação a capacidade de armazenamento de energia, taxa de carregamento e efetividade durante o carregamento. Foi avaliado através de um gráfico o erro cometido quando usamos um modelo condutivo para simular o processo de descarregamento.

6.4.1 Energia armazenada

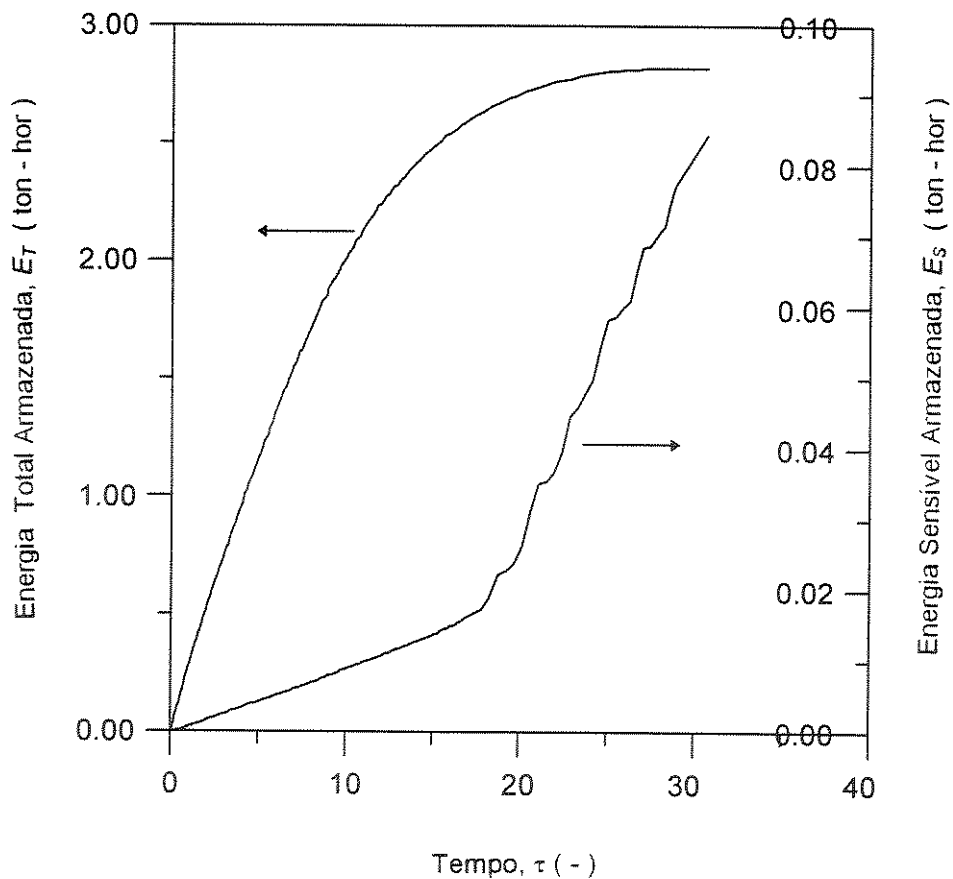


Figura 6.7 Energia armazenada em função do tempo em uma serpentina de um ATGS.

A figura 6.7 mostra que quando o MMF é a água a energia armazenada na forma de calor latente é predominante em relação ao calor sensível. Para um armazenador térmico isso é desejável porque melhora a relação energia armazenada por volume ocupado do armazenador. A energia sensível só aumenta nos últimos estágios do carregamento mesmo assim é desprezível em relação ao calor latente. Normalmente a fase de carregamento se encerra antes que se inicie essa fase devido a baixa eficiência de transferência de calor nessa fase. No modelo 190 da Alpina-Calmac a capacidade total de energia latente é 162 Ton-hor ou 2.89 Ton-hor por serpentina. O carregamento em uma serpentina de um ATGS teórico é mostrado na figura 6.7. adotando as condições usuais de operação do modelo 190 da Alpina-Calmac, ($Ste=0.0314$ e $v=0.52$ m/s).

6.4.2 Efetividade e taxa de carregamento

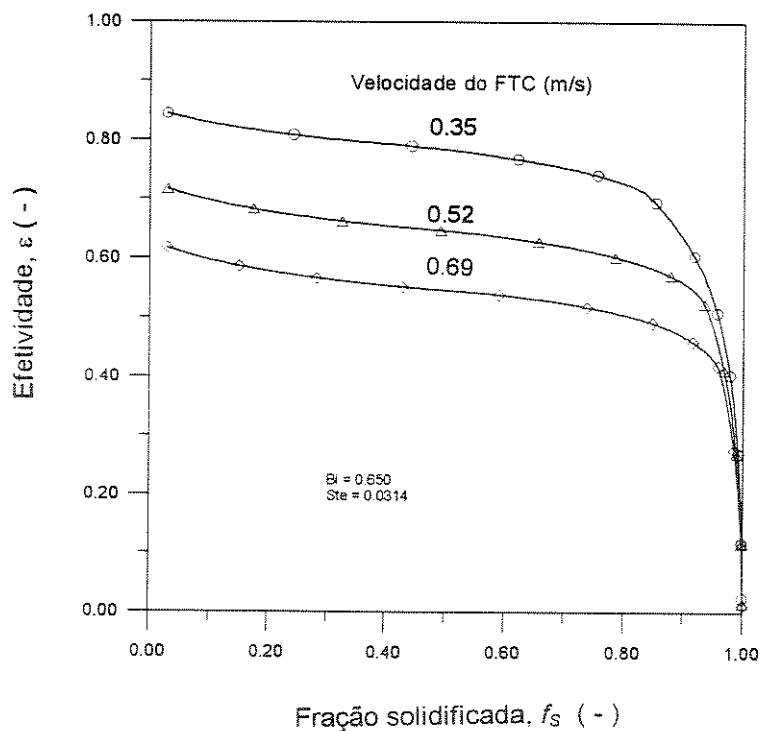


Figura 6.8 Efetividade de um ATGS em função da fração solidificada.

A efetividade é calculada através da equação 4.17 durante o carregamento ou descarregamento. A figura 6.8 mostra que o ATGS tem uma efetividade relativamente constante durante o carregamento. Essa é uma característica importante porque com isso o carregamento pode se estender até o ponto em que a maior parte do MMF tenha se solidificado aproveitando melhor a capacidade total do armazenador.

A efetividade diminui com o aumento do fluxo de FTC. N. SHANSUNDAR e R. SRINIVASAN (1978) demonstraram que quando dobramos o fluxo de FTC o valor do número de unidades transferidas ($NTU=h\pi DL/mc_p$) resulta menor que o dobro. Isso ocorre porque o aumento do coeficiente convectivo (h) é sempre menor que o aumento do fluxo de FTC (m). Então, analisando-se a equação 4.18, $Q=\varepsilon mc_p(T_f-T_b)$, pode-se concluir que um aumento de fluxo de FTC (m) implica necessariamente em uma diminuição da efetividade (ε).

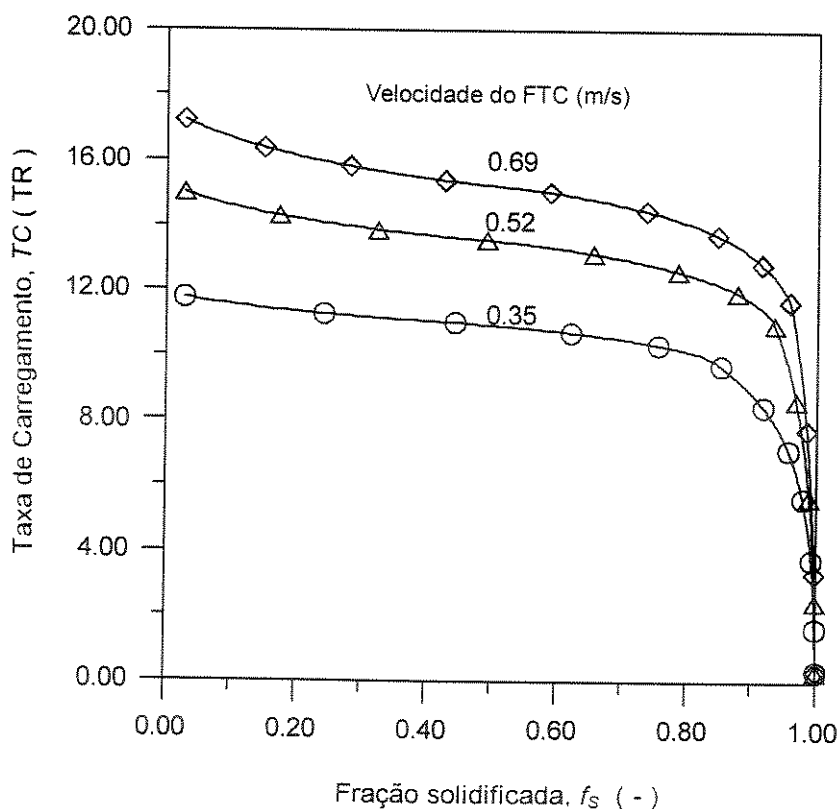


Figura 6.9 Taxa de carregamento de um ATGS em função da fração solidificada.

Devido a efetividade relativamente constante durante o carregamento a taxa de carregamento calculada pela equação 4.18 permanece estável na maior parte do processo. Não há necessidade de se aumentar o fluxo de FTC através do ATGS para manter a taxa de carregamento. A taxa de carregamento aumenta com o aumento do fluxo de FTC porque a diferença entre a temperatura do FTC e a temperatura de fusão é maior em toda extensão da serpentina.

6.4.3 Convecção natural durante o descarregamento

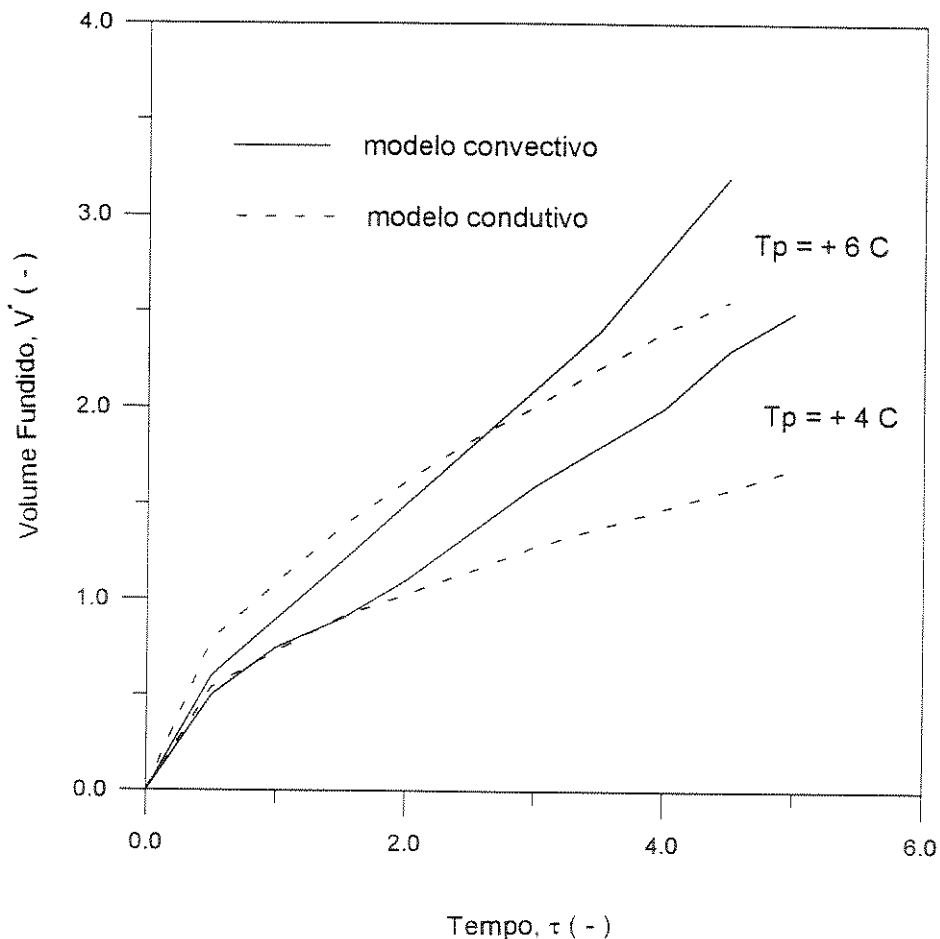


Figura 6.10 Comparação entre modelo convectivo e modelo condutivo durante a fusão em torno de um cilindro com temperatura de parede constante.

A figura 6.10 mostra os resultados obtidos por Ho, C.J. e S. Chen (1986) para o problema de solidificação em torno de um cilindro com temperatura de parede constante usando um modelo numérico convectivo (tabela 3.3) em comparação com o modelo numérico condutivo unidimensional. Os resultados são diferentes entre o modelo convectivo e o modelo condutivo. No modelo convectivo a quantidade de água no estado líquido é maior que no modelo condutivo a partir de $Fo=2.5$ ($Fo.Ste=0.266$ p/ $Tp=+6$ C e $Fo.Ste=0.250$ p/ $Tp=+4$ C). Isso demonstra a importância da convecção natural durante o descarregamento.

6.5 Parâmetros

6.5.1 Número de Nusselt periférico

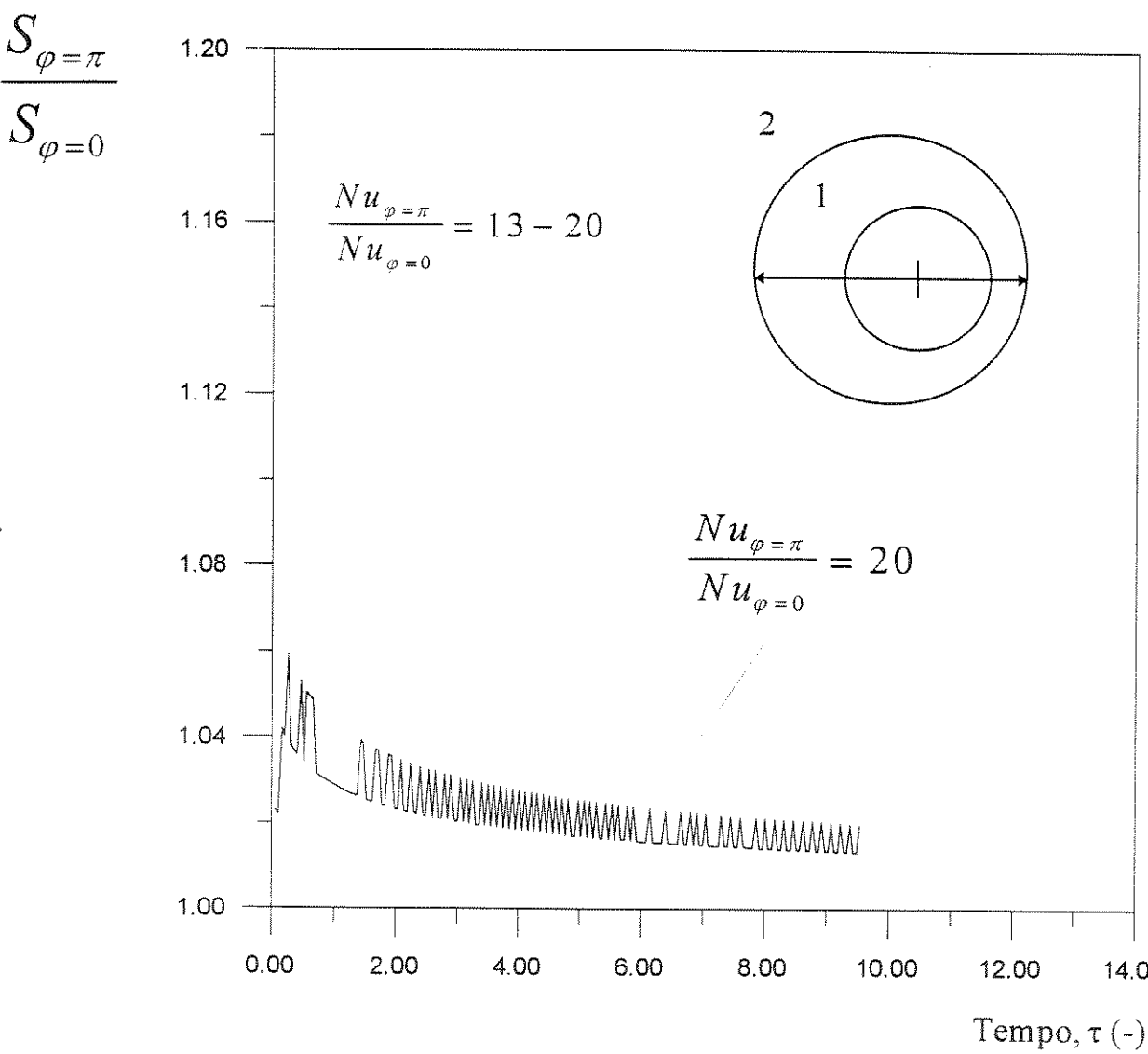


Figura 6.11 Razão entre as frentes de solidificação externa ($\varphi=\pi$) e interna ($\varphi=0$) em uma seção transversal de tubo curvo para curvatura (δ) igual a 0.00818, número de Reynolds (Re) igual a 2658 e número de Prandtl (Pr) igual a 26.2.

No modelo unidimensional a transferência de calor foi considerada axisimétrica. Mas como foi visto no capítulo 3.4 o coeficiente convectivo do FTC não é constante na direção periférica devido a curvatura da serpentina e também devido ao alto valor do número de Prandtl do FTC. Por isso um modelo condutivo bidimensional foi desenvolvido a fim de se avaliar a influência do coeficiente convectivo periférico.

Considerando as condições usuais de fluxo ($v=0.35-0.69$ m/s) obtém-se que a razão entre coeficiente convectivo na parte externa da serpentina ($\varphi=\pi$) e o coeficiente convectivo na parte interna da serpentina ($\varphi=0$) está entre 13 e 20. Como foi demonstrado no capítulo 3.4 essa relação permanece praticamente constante ao longo de toda serpentina.

O gráfico da figura 6.11 representa a condição mais extrema, $Nu_{\varphi=\pi}/Nu_{\varphi=0} = 20$. Os resultados da figura mostram que apesar da razão entre o coeficiente convectivo externo e interno ser alta a razão entre as frentes de solidificação é baixa. Isso ocorre por que de acordo com a equação 5.49 a resistência térmica total entre o FTC e o MMF é dominada pela parede da serpentina. Assim, uma variação no coeficiente convectivo representa uma diferença pequena na resistência térmica total. Além disso a razão entre o raio externo e interno da serpentina ($=1.25$) permite que através da condução de calor na direção periférica a influência do coeficiente convectivo periférico seja diminuída.

Os resultados da figura 6.11 mostram que a relação entre as frentes de solidificação externa e interna esta próxima de 4% no início do processo e diminui no transcorrer do processo até um valor próximo de 2%. Desse modo, quando é adotado um modelo unidimensional com valor de coeficiente convectivo médio na direção periférica pode-se esperar que a precisão dos resultados está próxima de 1%. Como os resultados da figura 6.11 representam a condição mais extrema de fluxo conclui-se que o modelo unidimensional pode ser usado com boa precisão nas condições usuais de operação do ATGS.

6.5.2 Número de Stefan

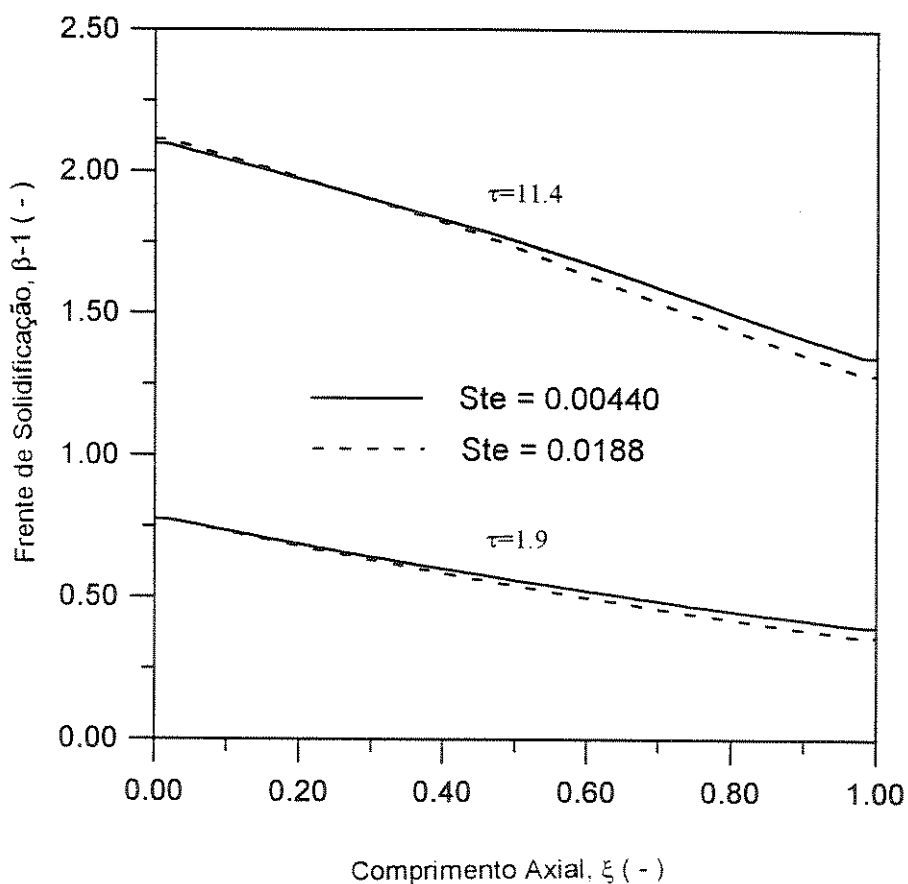


Figura 6.12 Frente de solidificação ao longo da serpentina para diferentes números de Stefan (Ste).

As diferenças de temperatura entre o FTC e o MMF nos ATGS não são grandes. Durante o carregamento, a temperatura do FTC na entrada do armazenador varia entre $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $-1\text{ }^{\circ}\text{C}$. Isso corresponde a $Ste=0.0314$ e $Ste=0.0062$ respectivamente. A figura 6.12 mostra que nessa faixa de números de Stefan não há grande diferença nas frentes de mudança de fase ao longo da serpentina. Esse resultado concorda com aos resultados obtidos por SHANSUNDAR, N., SRINIVASAN R. (1980) e LUNARDINI, V.S (1981) que mostram que a frente de solidificação é independente do número de Stefan quando este é próximo de zero.

6.5.3 Número de Nusselt Médio axial

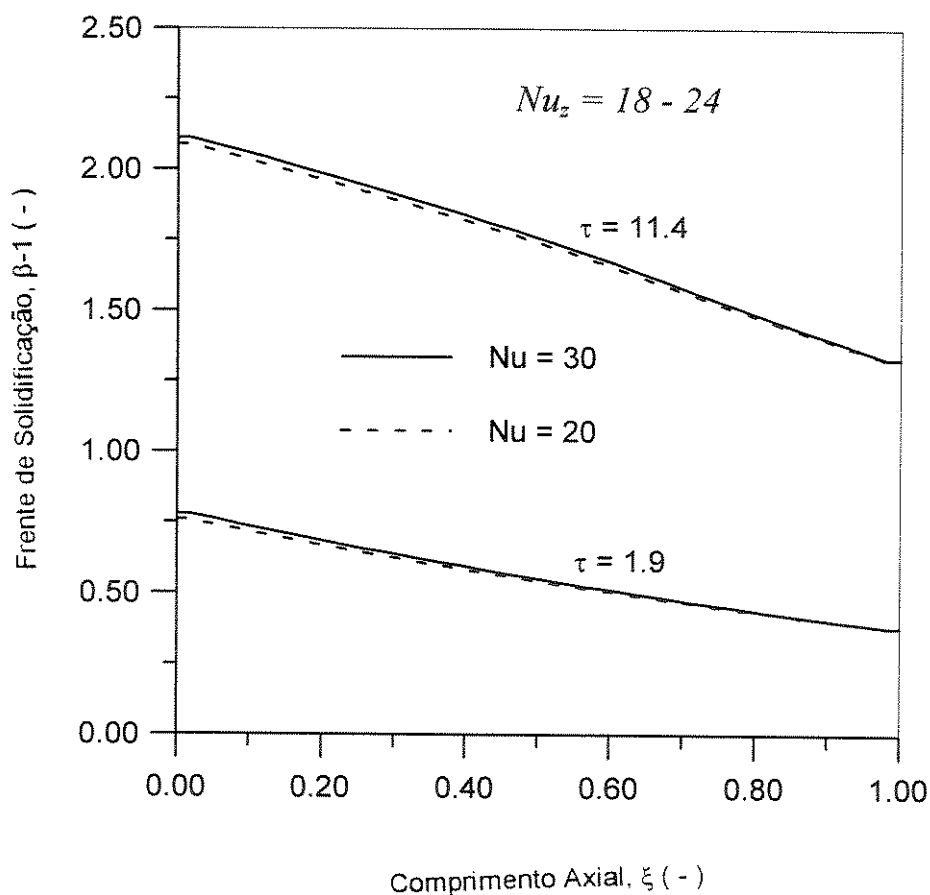


Figura 6.13 Frente de solidificação ao longo da serpentina para valores máximo e mínimo de número de Nusselt axial (Nu_z).

Os resultados da figura 6.13 mostram que o cálculo do Nu_z não é crítico portanto as aproximações feitas influenciam muito pouco no resultado final. Isso ocorre porque a resistência térmica entre o FTC e a parede interna da serpentina é muito pequena em relação a resistências térmica total entre o FTC e o MMF. Assim, pode-se considerar o valor do número de Nusselt axial constante ao longo de toda serpentina. Os resultados são apresentados para Nu igual a 20 e igual a 30 que estão bastante próximos dos valores máximo ($Nu=24$ p/ 0.69 m/s), e mínimo ($Nu=18$ p/ 0.35 m/s) de fluxo nos ATGS.

6.5.4 Fluxo de fluido de transferência de calor

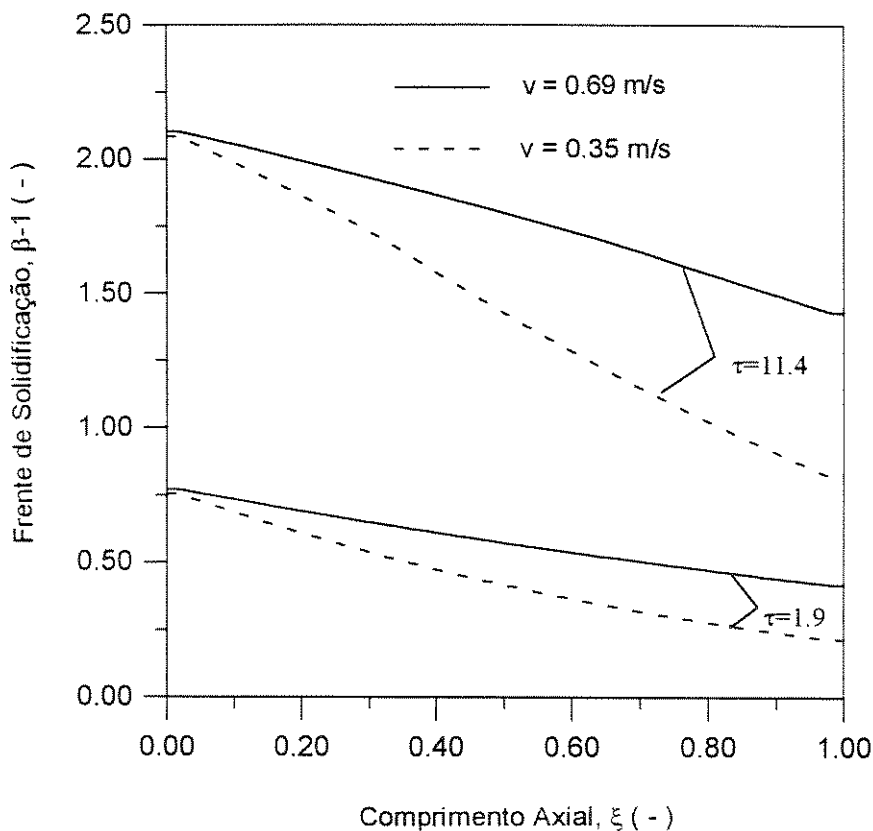


Figura 6.14 Frente de solidificação para diferentes velocidades de fluxo de FTC.

A figura 6.14 mostra que o fluxo de FTC tem grande influência na formação do gelo sobre a serpentina. SPARROW, E.M., HSU C. F. (1981) encontraram resultados semelhantes usando um método numérico diferente. Os resultados são apresentados na figura 6.14 para velocidade de fluxo $v=0.87$ m/s ($Bi=0.675$) e $v=0.35$ m/s ($Bi=0.651$). A formação de gelo sobre a serpentina é mais homogênea com o aumento do fluxo de FTC. Isso ocorre porque com o aumento do fluxo a temperatura do FTC experimenta um aumento de temperatura menor na direção do escoamento. No entanto, em termos do funcionamento de todo sistema é necessário estudar outros fatores envolvidos. O aumento do fluxo corresponde a maior perda de carga no armazenador e as pressões envolvidas são maiores. Além disso como a temperatura na saída do armazenador é mais baixa (carregamento) o resfriador vai trabalhar

com uma diferença de temperatura média menor entre o resfriador e o FTC resultando em menor eficiência.

6.5.5 Temperatura de entrada do fluido de transferência de calor

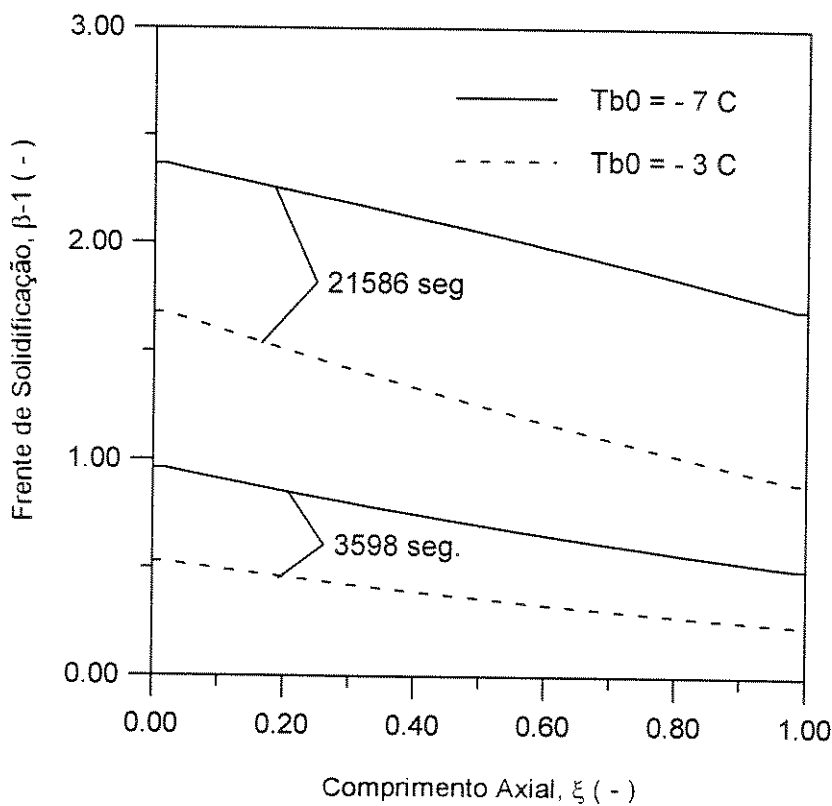


Figura 6.15 Frente de solidificação ao longo da serpentina para diferentes temperaturas de entrada do FTC.

A temperatura de entrada do FTC foi considerada constante. No ATGS em uso comercial a temperatura de entrada do FTC não é constante mas varia com o decorrer do carregamento. O fluxo através do ATGS permanece constante durante o carregamento. Quando a temperatura de entrada do FTC é diminuída de -3°C para -7°C como mostra a figura 6.15 temos um avanço muito mais rápido da frente de solidificação em toda extensão da serpentina. No entanto, a eficiência do resfriador diminui. Por esse motivo, nos ATGS em uso comercial todos os componentes do sistema devem ter um dimensionamento adequado a fim de se obter uma boa combinação entre velocidade de carregamento e eficiência do resfriador.

6.5.6 Condutância térmica da parede da serpentina

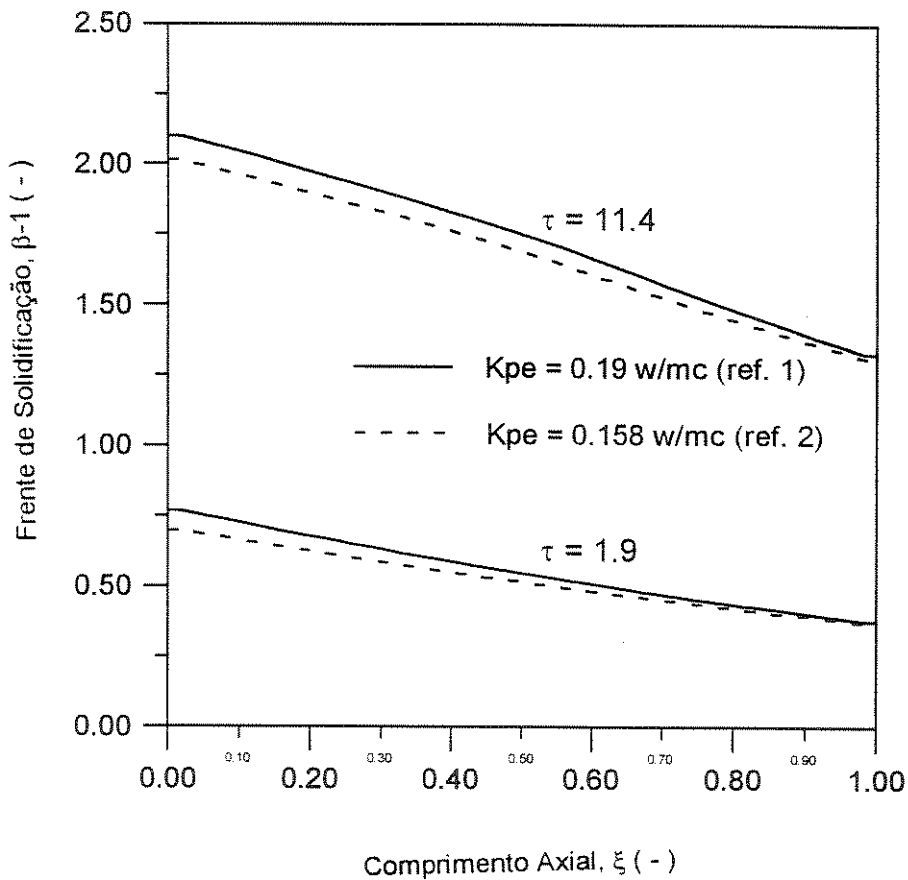


Figura 6.16 Frente de solidificação ao longo da serpentina em função da condutividade térmica da parede da serpentina.

A condutividade da parede da serpentina é de grande importância no processo de solidificação (ou fusão). A figura 6.16 mostra que para valores próximos de condutividade obtidos em referências diferentes para o material da serpentina resulta em uma sensível diferença entre as frentes de solidificação.

Para melhorar confiabilidade dos resultados e para tornar possível a comparação desses dados com dados experimentais a condutividade da serpentina deve ser obtida com precisão na faixa de temperatura usual de operação do ATGS.

6.5.7 Natureza do fluido de transferência de calor

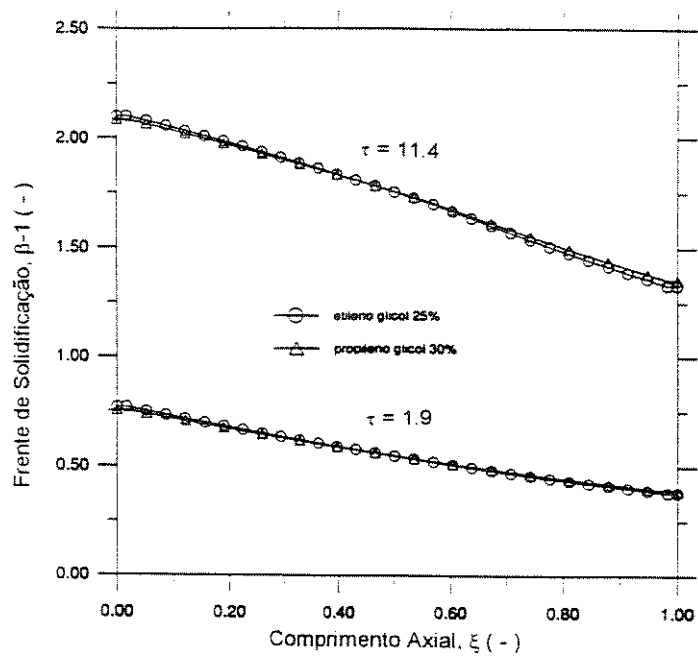


Figura 6.17 Frente de solidificação ao longo da serpentina para dois diferentes anticongelantes usados como FTC.

A principal característica de um anticongelante é que seu ponto de fusão deve ser sempre abaixo do ponto de fusão do MMF e da temperatura do resfriador. Dois anticongelantes foram analisados. Os resultados da figura 6.17 mostram que em termos de eficiência de transferência de calor a escolha entre esses dois anticongelantes é indiferente. Assim, o fator determinante na escolha pode ser a menor viscosidade do etileno glicol 25% pois representa uma menor perda de carga no ATGS e uma menor potência de bombeamento.

TABELA 6.4

Propriedades termofísicas de duas soluções anticongelantes.

	Etileno Glicol 25%	Propileno Glicol 30%
ponto de fusão (°C)	-12.5	-13.3
calor específico (KJ / Kg°C)	3765	3929
condutividade (W / m°C)	0.501	0.450
viscosidade abs (Pa. s)	0.035	0.065
densidade (Kg / m ³)	1032	1026

6.7 Comparação com as soluções analíticas

A comparação com as soluções analíticas tem o objetivo de verificar os casos em que a solução através do procedimento numérico pode ser substituído por uma solução analítica. A única solução analítica desenvolvida especificamente para o caso de ATGS é a solução para condutância constante, JECKEL, T.B., MITCHELL, J. W., KLEIN, S. A. (1993). Outras duas soluções analíticas para $Ste \approx 0$, SHAMSUNDAR, N. (1982a), e por similaridade, SHAMSUNDAR, N., SRINIVASAN R. (1980), foram desenvolvidas para armazenadores de calor latente de tubos retos.

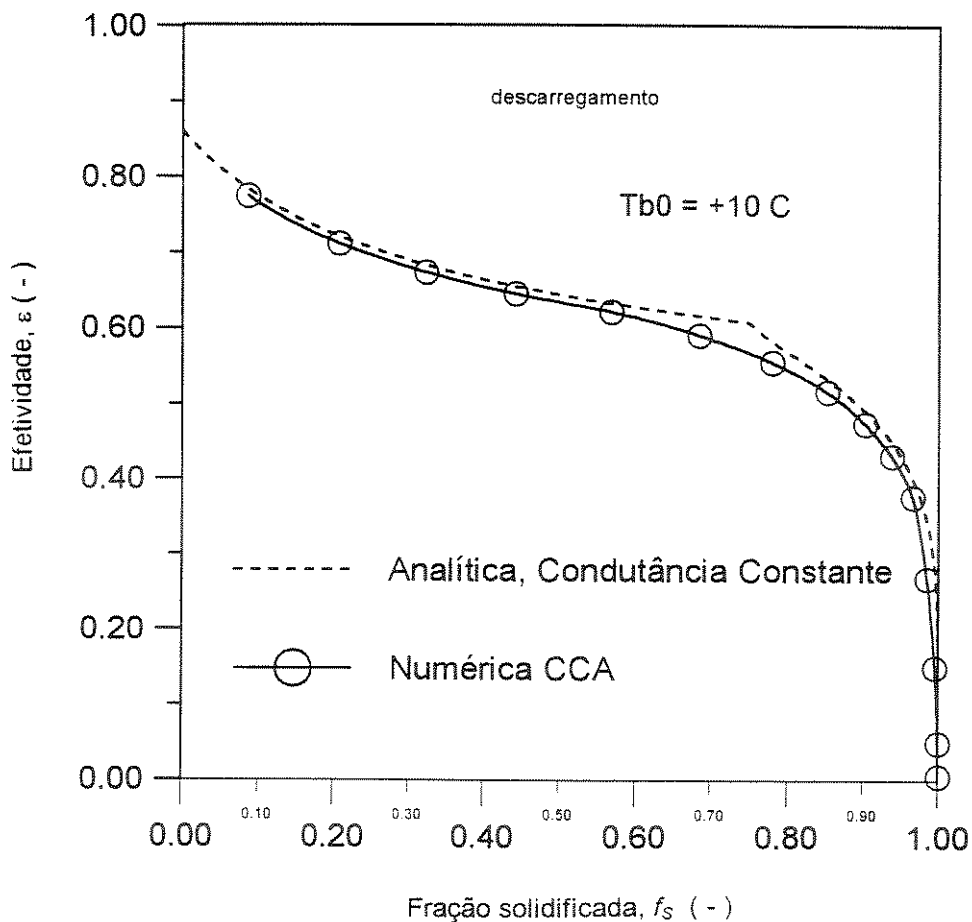


Figura 6.18 Comparação entre o modelo numérico e a solução analítica para a condutância constante durante o descarregamento com velocidade do fluxo de FTC igual a 0.35 m/s.

Os resultados da figura 6.18 foram obtidos não considerando a convecção natural. Os modelos analítico e numérico são puramente condutivos. Devido a importância da convecção natural no descarregamento (capítulo 6.4.3) é de se esperar que os valores reais de efetividade sejam maiores que os obtidos na figura 6.18. Em JECKEL, T.B., MITCHELL, J. W., KLEIN, S. A. (1993) a convecção natural é considerada e os resultados apresentaram boa aproximação com dados do fabricante.

Novamente, os resultados confirmam que a variação da espessura da camada de gelo sobre a serpentina não é um fator crítico e pode-se obter bons resultados através da solução analítica para condutância constante.

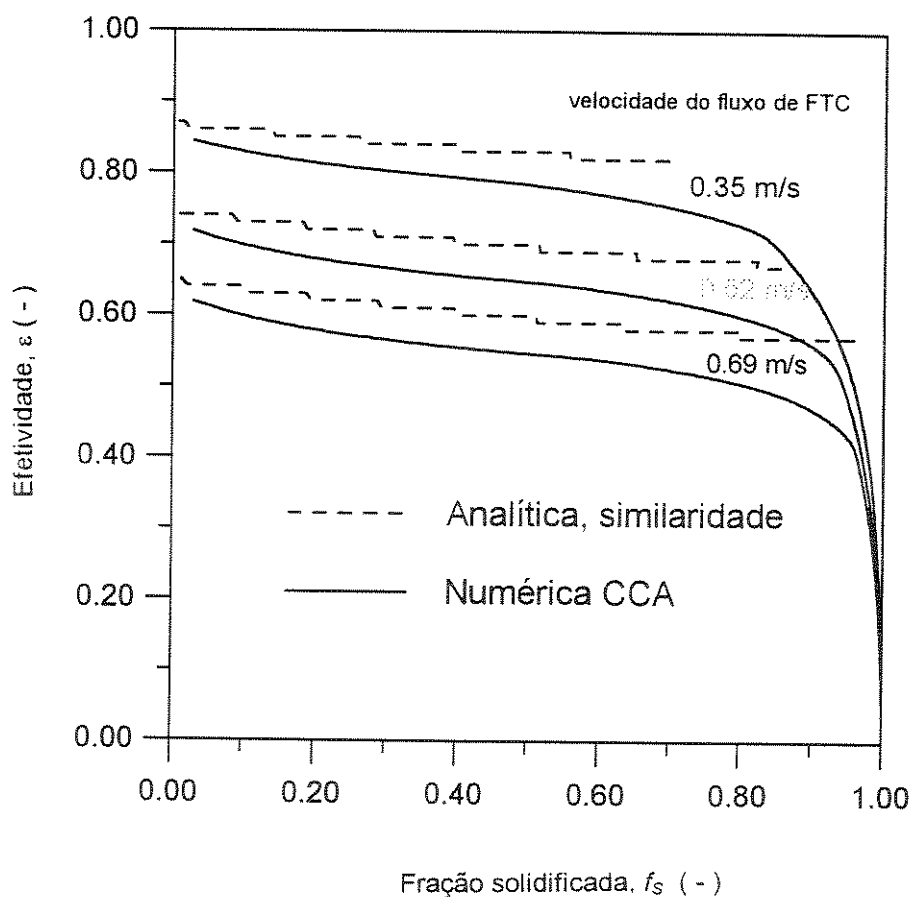


Figura 6.19 Comparação entre a solução numérica e a solução por similaridade.

A solução por similaridade é aplicada através das formulas 4.37, 4.38 e 4.39. Para isso basta conhecer Bi e NTU que são quantidades características de cada armazenador térmico. Para o ATGS estudado os valores de Bi e NTU durante o carregamento são:

TABELA 6.5

fluxo (m/s)	Bi	NTU
0.35	0.651	1.977
0.52	0.664	1.364
0.69	0.675	1.026

Os resultados da figura 6.19 indicam uma aproximação apenas razoável entre a solução numérica e a solução por similaridade. No entanto, em termos práticos a aproximação é boa e devido a grande facilidade de utilização a solução por similaridade é um método que pode ser usado quando se deseja uma avaliação rápida de um ATGS. Além disso o método é bastante versátil e pode ser aplicado para outras formas de disposição dos tubos ou serpentinas dentro do ATGS.

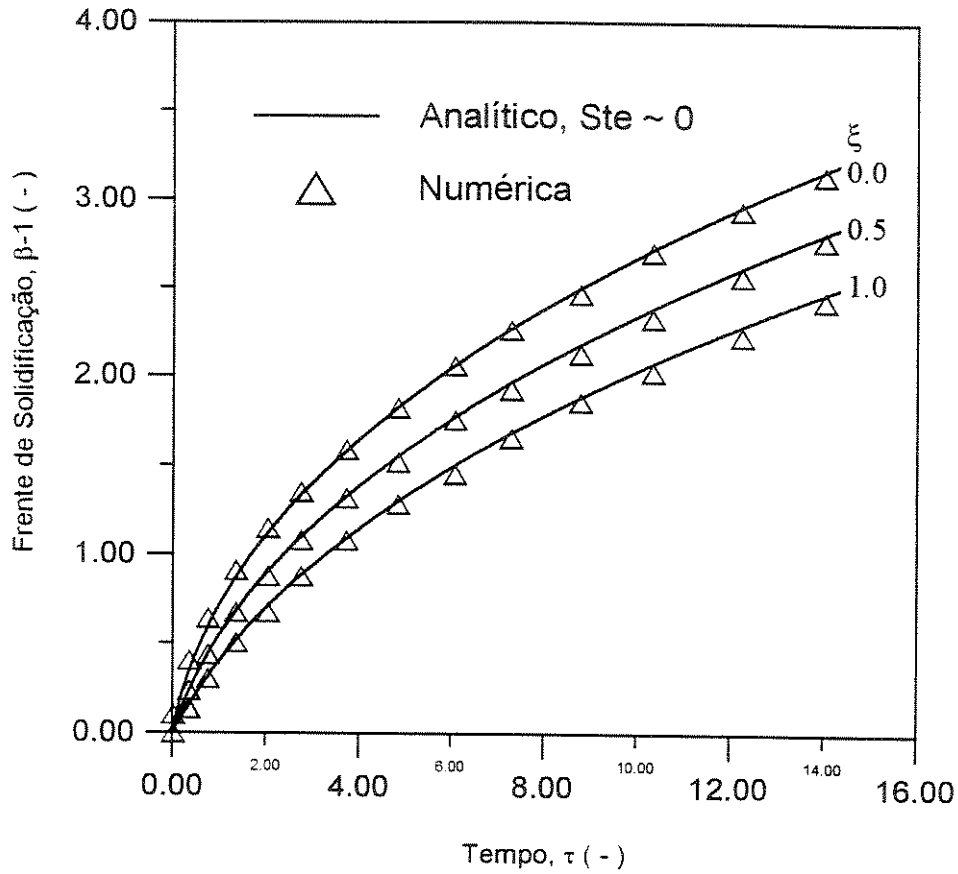


Figura 6.20 Comparação das frentes de solidificação em diferentes posições na direção axial entre o modelo numérico unidimensional e a solução para $Ste \approx 0$.

A figura 6.20 mostra a frente de solidificação em 3 posições diferentes ao longo do tubo. O resultado mostra que a solução analítica para $Ste \approx 0$ está bastante próxima da solução numérica.

Isso se explica pelo fato que o MMF nos ATGS é a água que apresenta uma capacidade de armazenamento de energia de calor latente muito maior que capacidade de calor sensível ($Ste \sim 0$). Além disso em ambos os casos não é considerada a condução axial, e a variação do número de Biot (Bi) ao longo do tubo é pequena.

Capítulo 7

Conclusões e futuros trabalhos

As conclusões mais importantes desse trabalho são as seguintes:

1. O modelo condutivo proposto junto com o método numérico utilizado produzem resultados bastante precisos em relação às soluções conhecidas e comprovadas de problemas específicos. Para o problema de carregamento de um armazenador de calor latente tipo gelo-sobre-serpentina (ATGS) o método numérico utilizado apresenta resultados bastante próximos de resultados obtidos por diferentes soluções analíticas aproximadas.

2. No estudo dos parâmetros do problema de formação de gelo em torno de serpentinas observou-se que o número de Stefan tem pequena influência sobre o avanço da frente de solidificação. Também foi observado a pequena influência do número de Nusselt no avanço da frente de solidificação e no caso estudado o número de Nusselt pode ser considerado constante tanto na direção axial como na direção periférica. A temperatura de entrada do fluido de transferência de calor mostra grande influência na distribuição da camada solidificada ao longo do tubo. No entanto, o fluido de trabalho e suas propriedades afetam pouco o avanço da frente de solidificação. Também verificou-se que o fluxo de fluido de transferência de calor afeta tanto a efetividade como a taxa de transferência de calor de forma apreciável.

É proposto estudo em que o fluxo de fluido de transferência de calor em um tubo curvo seja completamente equacionado e resolvido numericamente juntamente com o problema de troca de fase permitindo assim se obter a solução do problema na sua forma mais generalizada.

Referências

- BATHELT, A. G., VISKANTA, R., LEIDENFROST, W. Latent heat-of-Fusion Energy Storage: Experiments on Heat Transfer from Cylinders During Melting. *J. of Heat Transfer*, Vol. 101, pp. 453-458, 1979.
- BELL, G.E. Solidification of a Liquid About a Cylindrical Pipe. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 22, pp. 1681-1686, 1979.
- BELLECCI C., CONTI, M. Phase Change Energy Storage: Enthalpy Production Irreversibility, and Second Law Efficiency. *Solar Energy*, Vol. 53, n.2, pp. 163-170, 1993a.
- BELLECCI C., CONTI, M. Transient Behaviour Analysis of a Latent Heat Thermal Storage Module *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, n.15, pp. 3851-3857, 1993b.
- BONACINA, C, COMINI G. Numerical Solutions of Phase-Change Problems. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 16, pp. 1825-1832, 1973.
- CAO, Y., FAGHRI, A. A Numerical Analysis of Phase-Change Problems Including Natural Convection. *TRANSACTIONS OF THE ASME.*, Vol. 112, pp. 812-816, 1990a
- CAO, Y., FAGHRI, A. Performance Characteristics of a Thermal Energy Storage Module: a Transient PCM / Forced Convection Conjugate Analysis. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 34,n.1, pp. 93-101, 1990b.
- CAO, Y., FAGHRI, A., CHANG, W. S. A Numerical Analysis of Stefan Problems for Generalised Multidimensional Phase-Change Structures Using the Enthalpy Transforming Model. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 32, n.7, pp. 1289-1298, 1989.
- CHENG, K.C., SABHAPATHY, P. Determination of local Heat Transfer Coefficients at the Solid-Liquid Interface by Heat Conduction Analysis of the Solidified Regions. *J. of Heat Mass Transfer*, Vol. 107, pp. 703-706, 1985.
- COMINI, G.,S., GIUDICE, O., SARO A. Conservative Algorithm for Multidimensional Conduction Phase Change. *Int. J. For Numerical Methods in Engineering*, Vol. 30, pp. 6987-709, 1990.

- COMMINGS, M.S. *Modelling, design, and Control of Partial Ice-Storage Air-Conditioning Systems*, Madison: University of Wisconsin, 1989. Tese.
- CROWLEY, A.B. Numerical Solution of Stefan Problems *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 21, pp. 215-219, 1977.
- DALHUIJSEN, A. J., SEGAL, A. Comparison of Finite Element Techniques for Solidification Problems. *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, Vol. 23, pp. 1807-1829, 1986.
- DAS, S., DUTHA, T. K. Mathematical Modelling and Experimental Studies on Solar Energy Storage in a Phase Change Material. *Solar Energy*, Vol. 51, n.5, pp. 305-312, 1993.
- GOODLING, J.S., KHADER, M. S. Results of the Numerical Solutions for Outward Solidification with Flux Boundary Conditions. *Int. J. Heat Mass Transfer*, pp. 307-309. may 1975.
- GONÇALVES, M. *Armazenadores de Calor Latente de Geometria Anular com Aletas Alternadas*, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1996, 151p., Tese (doutorado)
- GRAHNM, E. B. Solidification of a Liquid About a Cylindrical Pipe. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol., pp. 1681-1686, 1979.
- HANUMANTH, G.S. Solidification in the Presence of Natural Convection. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 17, pp. 283-292, 1990.
- HO, C.J., CHEN, S. Numerical Simulation of Melting of Ice Around a Horizontal Cylinder. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 29, n.9, pp. 1359-1369, 1986.
- HSU, C. F., SPARROW, E. M., PATANKAR, S. V. Numerical Solution of Moving Boundary Problems by Boundary Immobilization and a Control - Volume-Based Finite - Difference Scheme. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 24 n.8, pp. 1335-1343, 1981.
- ITO, H. Friction Factors for Turbulent Flow in Curved Pipes. *TRANS. AMER. SOC. MECH. ENGRS.*, D81, pp. 123-132, 1959.
- JANSSEN, L.A.M., HOOGENDOORN, C. J. Laminar Convective Heat Transfer in Helical Coiled Tubes. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 21, pp. 1197-1206, 1978.
- JECKEL, T.B., MITCHELL, J. W., KLEIN, S. A. Modelling of Ice-Storage Tanks. *ASHRAE TRANSACTIONS: SYMPOSIA*, pp. 1016-1023, 1993.
- KALB, C.E., SEADER, J. D. Heat and Mass Transfer Phenomena for Viscous Flow in curved circular Tubes. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 801-817, 1971.

- LACROIX M. Study of the Heat Transfer Behaviour of Latent Heat Thermal Energy Storage Unit with a Finned Tube. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, n.8, pp. 2083-2092, 1993a.
- LACROIX, M. Numerical Simulation of Shell-and-Tube Latent Heat Thermal Energy Storage Unit. *Solar energy* Vol. 50, n.4, pp. 357-367, 1993b.
- LEES, M. A Linear Three Level Difference Scheme for Quasi-Linear Parabolic Equations. *Math Comp.* 20, pp. 516-22, 1966.
- LEWIS, R.W., MORGAN K., ROBERTS P. M. Application of a Alternating-Direction Finite Element Method to Heat Transfer Problems Involving a Change of Phase. *Numerical Heat Transfer*, Vol. 7, pp. 471-482, 1984.
- LIN, J., CHEN H. Numerical Analysis of Phase Change Problems with the Mushy Zone. *Numerical Heat Transfer*, Part A, Vol. 27, pp 163-177, 1995.
- LUNARDINI, J.V. Phase Change Around a Circular Cylinder. *TRANSACTION OF THE ASME.*, Vol. 103, August 1981.
- LUNARDINI, J.V. *Heat Transfer with Freezing and Thawing*, Elsevier Science New York: Publishers B.V., pp. 31-35, 1991a.
- LUNARDINI, J.V. *Heat Transfer with Freezing and Thawing*, Elsevier Science New York: Publishers B.V., pp. 232-234, 1991b.
- LUNARDINI, J.V. *Heat Transfer with Freezing and Thawing*, Elsevier Science New York: Publishers B.V., pp. 243-244, 1991c.
- LUNARDINI, J.V. *Heat Transfer with Freezing and Thawing*, Elsevier Science New York: Publishers B.V., pp. 245-246, 1991d.
- LUNARDINI, V.S. Phase Change Around a Circular Cylinder. *TRANSACTIONS OF THE ASME.*, Vol. 103, pp. 589-600, 1981.
- MEYER, G.H. Multidimensional Stefan Problems. *SIAM J. NUMER. ANAL.*, Vol. 10, n.3, pp. 522-537, 1973.
- MORGAN, K. A Numerical Analysis of Freezing and Melting with Convection. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 28, pp. 275-283, 1980.
- MORI, Y., NAKAYAMA W. Study on Forced Convective Heat Transfer in Curved Pipes. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 10, pp. 681-695, 1966.
- ÖZISIK, M. N. *Heat Conduction* New York: John Wiley and Sons, , pp. 471-518, 1981.
- PATANKAR, V. S. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. New York: Mac Graw Hill, New York, pp. 25-39, 1980a.

- PATANKAR, V. S. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. New York: Mac Graw Hill, New York, pp. 113-150, 1980b.
- PRUSA, J., YAO L. S. Melting Around a Horizontal Heated Cylinder: Part I - Perturbation and Numerical Solutions for Constant Heat Flux Boundary Condition. TRANSACTIONS OF THE ASME., Vol. 106, pp. 376-384, 1984.
- REIGER, H., PROJAHN U., BEER H. Analysis of Heat Transport Mechanisms During Melting Around a Horizontal Circular Cylinder. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 25, n.1, pp. 137-147, 1982.
- SAITOH, T.S., NAKAMURA M. GOMI, T. Time-Space Method for Multidimensional Melting and Freezing problems *Int. J. For Numerical Methods in Engineering*, Vol. 37, pp. 1793-1805, 1994.
- SHAH, R.K., LONDON, A. L. Thermal Boundary Conditions and Some Solutions for Laminar Duct Flow Forced Convection. *Int. J. Heat Mass Transfer*, pp. 159-165, may 1974.
- SHAMSUNDAR, N. Formulae for Freezing Outside a Circular Tube with Axial Variation of Coolant Temperature. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 25, N° 10, pp. 1614 - 1616, 1982a.
- SHANSUNDAR, N. Approximate Calculation of Multidimensional Solidification by Using Conduction Shape factors, TRANSACTION OF THE ASME, Vol. 104, pp 8-12, 1982b.
- SHANSUNDAR, N., SPARROW, E. M. Analysis of Multidimensional Conduction Phase Change via Enthalpy Model. *Int. J. Heat Mass Transfer*, pp. 333-340, 1975.
- SHANSUNDAR, N, SPARROW, E. M. Effect of Density Change on Multidimensional Conduction Phase Change TRANSACTIONS OF THE ASME., pp. 550-557, 1976.
- SHANSUNDAR, N., SRINIVASAN R. Effectiveness - NTU Charts for Heat Recovery From Latent Heat Storage Units. *J. of Solar Energy Engineering*, Vol. 22, pp. 256-271, 1980.
- SHANSUNDAR, N, SRINIVASAN R A. New Similarity Method for Analysis of Multi - Dimension Solidification. *J. of Heat Transfer* Vol. 101, pp. 585-591, 1979.
- SMITH, G.D. Numerical Solution of Partial Differential Equations. *Seria Oxford Applied Mathematics and Computing Science*, pp. 146-147, 1985.
- SPARROW, E.M., HSU C. F. Analysis of Two - Dimensional Freezing on The Outside of a Coolant - Carrying Tube. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 24 n.8, pp. 1345-1357, 1981.

- SPARROW, E.M., OHKUBO, Y. Numerical Analysis of Two-Dimensional Transient Freezing Including Solid-Phase and Tube-Wall Conduction and Liquid-Phase Natural Convection. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 9, pp. 59-77, 1986.
- SPARROW, E.M., LARSON, E. D., RAMSEY, J. W. Freezing on a Finned Tube for Either Conduction-Controlled or Natural-Convection-Controlled Heat Transfer. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 24, pp. 273-284, 1981.
- SPARROW, E.M., PATANKAR, S. V., RAMADHYANI, S. Analysis of Melting in the Presence of Natural Convection in the Melt Region. *TRANSACTION OF THE ASME*, Vol. 99, pp. 520-526, 1977.
- VOLLER, V.R. Fast Implicit Finite-Difference Methods for the Analysis of Phase Change Problems. *Numerical Heat Transfer*, part B, Vol. 17, pp. 155-169, 1990.
- VOLLER, V.R., SWAMINATHAN, C. R. Fixed Grid Techniques for Phase Change Problems: A Review. *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 30, pp. 875-898, 1990.
- VOLLER, V.R., CROSS, M. Estimating the Solidification / Melting times of Cylindrically Symmetric Regions. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 24, n.9, pp. 1457-1462, 1981.
- VOLLER, V.R., CROSS, M., MARKATOS, N. C. An Enthalpy Methods for Convection / Diffusion Phase Change. *Int. J. For Numerical Methods in Engineering*, Vol. 24, pp. 271-284, 1987.
- YANG, R., CHANG, S. F. A Numerical Study of Fully Developed Laminar Flow and Heat Transfer in a Curved Pipe with Arbitrary Curvature Ratio. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 14 N° 2, june, pp. 131-145, 1993.
- YAO, L.S., PRUSA J. Melting Around a Horizontal Heated Cylinder: Part II - Numerical Solution for Isothermal Boundary Condition. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 106, pp. 469-471, 1984.
- YAO, M., CHAIT A. An Alternative Formulation of the Apparent Heat Capacity Method for Phase-Change Problems. *Numerical Heat Transfer*, Part B, Vol. 24, pp. 279-300., 1993.