

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR ALESSANDRO
PIVETA E APROVADA
PELA COMISSÃO JULGADORA EM 24 / 02 / 2012


ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Alessandro Piveta

**Análise de Desempenho de Suspensão
Convencional e Hidropneumática Considerando
a Variabilidade dos Parâmetros**

Campinas, 2012

25/2012

Alessandro Piveta

Análise de Desempenho de Suspensão Convencional e Hidropneumática Considerando a Variabilidade dos Parâmetros

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Orientador: Prof. Dr. Pablo Siqueira Meirelles

Campinas

2012

i

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

P688a Piveta, Alessandro
Análise de desempenho de suspensão
convencional e hidropneumática considerando a
variabilidade dos parâmetros / Alessandro Piveta –
Campinas, SP: [s.n.], 2012.

Orientador: Pablo Siqueira Meirelles.
Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual
de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Automóveis - Dinâmica. 2. Análise estocástica.
3. Método de Monte Carlo. 4. Análise de sensibili-
dade. I. Meirelles, Pablo Siqueira. II. Universidade
Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Me-
cânica. III. Título.

Título em Inglês:	Performance analysis of conventional and hydropneumatic suspension considering the variability of parameters
Palavras-chave em Inglês:	Automobile - Dynamics, Stochastic analysis, Monte Carlo Method, Sensitivity analysis.
Área de concentração:	Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico
Titulação:	Mestre em Engenharia Mecânica
Banca examinadora:	José Maria Campos dos Santos, Luiz de Paula Nascimento.
Data da defesa:	24-02-2012
Programa de Pós Graduação:	Engenharia Mecânica

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL**


DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Análise de Desempenho de Suspensão
Convencional e Hidropneumática Considerando
a Variabilidade dos Parâmetros**

Autor: Alessandro Piveta

Orientador: Prof. Dr. Pablo Siqueira Meirelles

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



Prof. Dr. Pablo Siqueira Meirelles, Presidente
DMC/ FEM/ UNICAMP



Prof. Dr. José Maria Campos dos Santos
DMC/ FEM/ UNICAMP



Prof. Dr. Luiz de Paula Nascimento
DEM/ FEIS/ UNESP

Campinas, 24 de Fevereiro de 2012

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais Maria Alice Arthur Piveta e José Antonio Piveta, ao meu tio Antonio Carlos Arthur e a todos que me ajudaram no decorrer deste e de outros trabalhos e que confiaram no meu potencial.

AGRADECIMENTOS

- Primeiramente agradeço a Deus pela oportunidade de concluir mais esta etapa da minha formação e de ter pessoas que confiam em mim e me apoiam.
- Aos meus familiares por sempre estarem ao meu lado.
- Sou muito grato ao meu orientador, professor Pablo Siqueira Meirelles, por me guiar no desenvolvimento deste trabalho com apoio, paciência e confiança.
- Aos inúmeros amigos que sempre me ajudaram e apoiaram nos momentos necessários.
- Aos demais professores e funcionários da Faculdade de Engenharia Mecânica da Unicamp por compartilhar experiências importantes para a vida.
- À CAPES pelo apoio financeiro no desenvolvimento deste trabalho.

“A maravilhosa harmonia e disposição do universo só pode ter tido origem segundo o plano de um Ser que tudo sabe e tudo pode. Isto fica sendo a minha última e mais elevada descoberta.” (Isaac Newton)

RESUMO

No desenvolvimento de projetos mecânicos é comum o uso de valores determinísticos para definir parâmetros que descrevem o sistema, atribuindo elevados coeficientes de segurança a fim de contornar o problema de incertezas relacionadas aos valores das cargas externas aplicadas, da variabilidade das propriedades dos materiais, das condições ambientais, entre outros fatores que possam afetar o desempenho do sistema. Atualmente, com o desenvolvimento de alguns métodos, pode-se introduzir modelos estocásticos que consideram estas incertezas e variações, deixando assim o modelo mais próximo da realidade. Este trabalho analisa o efeito da variabilidade simultânea de determinados parâmetros no desempenho de dois tipos de suspensão: convencional e hidropneumática. Utilizou-se um modelo matemático que representa um veículo completo com sete graus de liberdade implementado no *software* Matlab®. É desenvolvida a formulação para modelar a suspensão hidropneumática considerando que o gás contido no acumulador sofre uma mudança de estado politrópico. Inicialmente são apresentadas as respostas dos modelos determinísticos devido a excitações transientes representadas por funções que descrevem uma lombada e um degrau com diferentes dimensões. Em seguida, é realizada a análise de sensibilidade da rigidez hidropneumática com o intuito de descobrir quais parâmetros possuem maior influência sobre este sistema. O Método de Monte Carlo é utilizado como *solver* estocástico nas simulações, tendo como objetivo avaliar a influência das variações dos parâmetros sobre a dinâmica vertical do veículo. A distribuição de probabilidade escolhida para cada parâmetro é a função gama. Por último, são analisadas as respostas resultantes dos modelos probabilísticos. As saídas avaliadas são: aceleração vertical do centro de gravidade, razão de amortecimento, valor da força de contato entre pneu e via e ângulo de rolagem da massa suspensa.

Palavras-Chave: Automóveis - Dinâmica; Análise estocástica; Método de Monte Carlo; Análise de sensibilidade.

ABSTRACT

Deterministic values are largely used in mechanical design to define the parameters which describe the system. Large coefficients of safety are used because of the uncertainties related to these parameters. There are uncertainties related to the external loadings, to the variability of the material properties and to the environmental conditions, among other important parameters which affect the performance of the system. In the last decade, stochastic models have been used to consider these uncertainties and variations. The present work analyzes the effect of the simultaneous variability of certain parameters on the performance of the conventional and the hydropneumatic suspension of automotive vehicles. A mathematical model of a full vehicle with seven degrees of freedom has been used. This model was implemented in the software Matlab[®]. In the present formulation of the hydropneumatic suspension, it is considered that the gas contained in the accumulator undergoes a polytrophic process. First, the deterministic model of the vehicle is subjected to two transient excitations, namely a function describing a bump and a function describing a step with different dimensions. Then, an analysis of sensibility of the stiffness of the hydropneumatic suspension is performed, which aims to identify which parameters are the most influential on that system. Monte Carlo method is used as the stochastic solver throughout the simulations which study the influence of the parameter variability on the vertical dynamics of the vehicle. The Gamma function is used as the probability density function for each parameter. Finally, the response of the probabilistic models is studied. This work investigates the acceleration of the center of gravity, damping factor, pitch angle of the suspended mass and contact force between the tires and the road.

Keywords: Automobile - Dynamics; Stochastic analysis; Monte Carlo Method; Sensitivity analysis.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Barra estabilizadora (LEAL et al., 2008)	7
2.2	Sistema de coordenadas de acordo com ISO 4130 e DIN 70000 (adaptado de Máximo (2002))	10
2.3	(a) Diagrama do sistema para uma roda (b) Suspensão hidropneumática interligada instalada num veículo (HORTON; CROLLA, 1986)	16
2.4	Esquema da suspensão hidropneumática para (a) cilindros independentes, (b) cilindros interligados e (c) sistema ativo controlado por uma válvula (FÉLEZ; VERA, 1987)	17
2.5	Sistema de suspensão do eixo traseiro de um caminhão usado no Rali Dacar (RAZENBERG, 2009)	20
2.6	Esquema da estrutura hidropneumática com (a) uma câmara de gás e (b) duas câmaras de gás (CAO et al., 2010)	22
2.7	Compromisso de projeto da suspensão passiva devido à razão de amortecimento (SARAMI, 2009)	26
3.1	Modelo de um veículo inteiro (adaptado de Jazar (2008))	40
3.2	Barra estabilizadora carregada por forças verticais (adaptada de Rill (2009))	47
3.3	Definição do coeficiente de rigidez local pela secante	48
3.4	Definição do coeficiente de rigidez global pela secante	49
3.5	Definição do coeficiente de rigidez pela tangente	49
3.6	Componentes da suspensão hidropneumática (COSTA, 2002)	51
3.7	(a) Adição de fluido ao cilindro em função do aumento de carga e (b) Fechamento da válvula e retorno do veículo a altura original (COSTA, 2002)	52
3.8	Expoente adiabático do gás N_2 em função da temperatura e pressão (adaptado de Bauer (2011))	55
3.9	(a) Sem aplicação de forças, (b) com aplicação de força estática e (c) com aplicação de força dinâmica	57
3.10	Variação da rigidez K_{hidro} em função da variação do volume V_0 para o curso total da suspensão (a) frontal e (b) traseira	64

3.11	Variação da rigidez K_{hidro} em função da variação do coeficiente n para o curso total da suspensão (a) frontal e (b) traseira	66
3.12	Variação da rigidez K_{hidro} em função da variação da força peso W para o curso total da suspensão (a) frontal e (b) traseira	67
3.13	Variação da rigidez K_{hidro} em função da variação da pressão P_0 para o curso total da suspensão (a) frontal e (b) traseira	68
3.14	Vistas superior e em perfil de uma lombada (CONTRAN, 1998)	69
3.15	Excitação representando uma lombada ($v_v = 10\text{m/s}$) para as rodas (a) frontais e (b) traseiras	70
3.16	(a) Vista superior do degrau e (b) vista frontal do degrau	71
3.17	Excitação representando um degrau ($v_v = 10\text{m/s}$) para as rodas (a) frontal direita, (b) frontal esquerda, (c) traseira direita e (d) traseira esquerda	72
4.1	Rigidez hidropneumática em função do deslocamento do êmbolo do cilindro	78
4.2	Curvas da rigidez hidropneumática para as definições de cálculo pela secante local e pela tangente	79
4.3	Rigidez hidropneumática em função das diferentes massas para o curso total da suspensão (a) frontal e (b) traseira	80
4.4	(a) Rigidez local da suspensão convencional e hidropneumática com curso de trabalho de 50mm, (b) deslocamentos mínimo, nulo e máximo dos componentes das suspensões	81
4.5	Deslocamento temporal dos GDL referente a: (a) massa dos conjuntos da susp. convencional, (b) massa dos conjuntos da susp. hidropneumática, (c) CG, <i>roll</i> e <i>pitch</i> da susp. convencional e (d) CG, <i>roll</i> e <i>pitch</i> da susp. hidropneumática para a excitação tipo lombada	84
4.6	Aceleração do CG no domínio do tempo para os dois sistemas devido excitação tipo lombada	85
4.7	Força de contato entre pneu e via para as suspensões (a) convencional e (b) hidropneumática, em função a excitação tipo lombada	85
4.8	Deslocamento temporal dos GDL referente a: (a) massa dos conjuntos da susp. convencional, (b) massa dos conjuntos da susp. hidropneumática, (c) CG, <i>roll</i> e <i>pitch</i> da susp. convencional e (d) CG, <i>roll</i> e <i>pitch</i> da susp. hidropneumática para a excitação tipo degrau	86

4.9	Aceleração do CG no domínio do tempo para os dois sistemas devido excitação tipo degrau	87
4.10	Força de contato entre pneu e via para as suspensões (a) convencional e (b) hidropneumática, em função da excitação tipo degrau	87
4.11	Convergência da aceleração do CG da suspensão hidropneumática do caso 5	91
4.12	Convergência da aceleração do CG da suspensão hidropneumática do caso 3	93

LISTA DE TABELAS

3.1	Parâmetros do sistema	40
3.2	Distribuição média de carga proporcional aos eixos frontal e traseiro com base no tipo de tração e de carga (REIMPELL et al., 2001)	45
3.3	Dados usados no cálculo da sensibilidade dos parâmetros da suspensão hidropneumática frontal e traseira	63
3.4	Valores determinísticos dos parâmetros do modelo usado nas simulações	75
4.1	Razão de amortecimento para o CG, <i>roll</i> e <i>pitch</i> para o modelo determinístico	82
4.2	Amplitude da variação da força de contato pneu/via para as duas suspensões devido à excitação tipo lombada	83
4.3	Amplitude da variação da força de contato pneu/via para as duas suspensões devido à excitação tipo degrau	88
4.4	Estudos de caso e suas respectivas variáveis aleatórias de entrada	89
4.5	Desvio-padrão das variáveis aleatórias de entrada do sistema	89
4.6	Razões de amortecimento em relação ao CG, <i>roll</i> e <i>pitch</i> devido à variabilidade dos parâmetros para os casos 1, 2 e 3	90
4.7	Razões de amortecimento em relação ao CG, <i>roll</i> e <i>pitch</i> devido à variabilidade dos parâmetros para os casos 4 e 5	90
4.8	Média das amplitudes das acelerações verticais do CG, ângulo de rolagem e amplitude da variação das forças de contato pneu/via em função da variabilidade dos parâmetros para os casos 1, 2 e 3 devido excitação tipo lombada	92
4.9	Média das amplitudes das acelerações verticais do CG, ângulo de rolagem e amplitude da variação das forças de contato pneu/via em função da variabilidade dos parâmetros para os casos 4 e 5 devido excitação tipo lombada	92
4.10	Média das amplitudes das acelerações verticais do CG, ângulo de rolagem e amplitude da variação das forças de contato pneu/via em função da variabilidade dos parâmetros para os casos 1, 2 e 3 devido excitação tipo degrau	94

4.11 Média das amplitudes das acelerações verticais do CG, ângulo de rolagem e amplitude da variação das forças de contato pneu/via em função da variabilidade dos parâmetros para os casos 4 e 5 devido excitação tipo degrau	94
4.12 Influência da variabilidade dos parâmetros no comportamento dos sistemas de suspensão	95
4.13 Análise do desempenho das suspensões em função da variabilidade dos parâmetros . .	95

LISTA DE ABREVIATURAS

<i>CG</i>	centro de gravidade
<i>COV</i>	coeficiente de variação ou covariância
<i>DIN</i>	Deutsches Institut für Normung
<i>DSP</i>	densidade espectral de potência
<i>ER</i>	eletro reológico
<i>FDP</i>	função densidade de probabilidade
<i>GDL</i>	graus de liberdade
<i>ISO</i>	International Organization for Standardization
<i>MC</i>	Monte Carlo
<i>MR</i>	magneto reológico
<i>SAE</i>	Society of Automotive Engineers

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Latinas

a	expoente adiabático
A_c	área do cilindro
a_{CG}	aceleração do centro de gravidade
C_p	coeficiente de amortecimento do pneu
C_s	coeficiente de amortecimento da suspensão
d_c	diâmetro interno do cilindro
d_{ms}	distribuição da massa suspensa
F_c	força de contato entre pneu e via
f_{cd}	fator de carga dinâmica
F_d	força dinâmica
F_e	força estática
g	aceleração da gravidade
J	momento de inércia de massa
K_b	coeficiente de rigidez da barra estabilizadora
K_{conv}	coeficiente de rigidez da suspensão convencional
K_{hidro}	coeficiente de rigidez da suspensão hidropneumática
K_p	coeficiente de rigidez do pneu
K_s	coeficiente de rigidez da suspensão
L_x	comprimento entre eixos do veículo
L_y	comprimento dos eixos do veículo
m_c	massa do conjunto da roda
m_g	massa de gás
M_{tv}	massa total do veículo (massa suspensa)
M_v	massa do veículo
n	coeficiente politrópico

n_m	número de moles
P_0	pressão inicial
P_d	pressão dinâmica
P_e	pressão estática
V_0	volume inicial de gás
V_{ac}	volume do acumulador
W	força peso
Y_d	distância lateral do centro de gravidade até a extremidade direita do veículo
Y_e	distância lateral do centro de gravidade até a extremidade esquerda do veículo
z_c	deslocamento vertical do conjunto da roda
z_e	posição estática ou deslocamento estático
z_s	perfil do solo de rodagem
z_m	curso da suspensão

Letras Gregas

Δm	variação da massa
Δz	variação do deslocamento da haste
θ	ângulo de arfagem <i>pitch</i>
μ	valor médio
ξ	razão de amortecimento
σ	desvio-padrão
ϕ	ângulo de rolagem <i>roll</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1	Elementos de uma Suspensão	5
2.2	Dinâmica Veicular e Suspensões	9
2.3	Características da Suspensão Hidropneumática	14
2.4	Conforto, Estabilidade e Segurança	23
2.5	Análise Estocástica	27
2.5.1	Conceitos Estocásticos	27
2.5.2	Método de Monte Carlo	32
2.5.3	Trabalhos usando Técnica Estocástica	35
2.6	Proposta deste Trabalho	37
3	DESCRIÇÃO, DEFINIÇÕES E PARÂMETROS DO MODELO	39
3.1	Descrição do Modelo	39
3.2	Cálculo do Centro de Gravidade, da Distribuição de Massa e do Momento de Inércia de Massa	44
3.3	Cálculo do Coeficiente de Rigidez da Barra Estabilizadora	47
3.4	Diferentes Definições para o Cálculo do Coeficiente de Rigidez	47
3.5	Determinação das Características do Sistema de Suspensão Hidropneumático	50
3.5.1	Configuração e princípio de funcionamento	50
3.5.2	Características da mola	52
3.5.3	Características termodinâmicas dos gases	53
3.5.4	Determinação do volume inicial de gás	56
3.5.5	Determinação da rigidez da mola hidropneumática	60
3.6	Análise de Sensibilidade da Rigidez Hidropneumática	62
3.7	Excitações do Sistema	68
3.7.1	Excitação tipo lombada	69
3.7.2	Excitação tipo degrau	70

3.8	Cálculo da Razão de Amortecimento	71
3.9	Cálculo da Força de Contato entre Pneu e Via	73
3.10	Definições para o Modelo Estocástico	73
3.11	Parâmetros Utilizados nas Simulações	75
4	RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	77
4.1	Modelo Determinístico	77
4.1.1	Respostas à excitação tipo lombada	83
4.1.2	Respostas à excitação tipo degrau	84
4.2	Modelo Estocástico	88
4.2.1	Respostas à excitação tipo lombada	90
4.2.2	Respostas à excitação tipo degrau	92
4.3	Análise dos Resultados	94
5	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS	97
	REFERÊNCIAS	99
	ANEXO A - MODELAGEM COMPUTACIONAL EM MATLAB®	107
A.1	Programa “Gerador_C”	108
A.2	Programa “MAIN_MC_C”	110
A.3	Programa “sist_7GL_eqc_estado_Ft”	119
A.4	Programa “ode_7GL_eqc_estado_Ft”	122
A.5	Programa “vol_inicial”	124
A.6	Programa “K_conv”	125
A.7	Programa “K_hidro”	125

1 INTRODUÇÃO

Supostamente “A Charrete de Wetwang” foi um dos primeiros veículos a utilizar algum tipo de suspensão. Esta charrete foi encontrada por arqueólogos do “*The Guildhouse Consultancy*” e do “*British Museum*” no vilarejo de Wetwang, em East Yorkshire, na Inglaterra em março de 2001. Das escavações descobriu-se que o túmulo era de uma mulher que morrera a mais de 2300 anos, e que foi enterrada junto a sua charrete (OKABE, 2003). A história oficial das suspensões veiculares começa próxima ao início do século VIII com uma primeira tentativa, hesitante e ruidosa, de uma suspensão com correntes de ferro numa carruagem real puxada por burros. Em 1804, Obadiah Elliot construiu o primeiro veículo de tração animal realmente leve, rápido e seguro. Este possuía duas molas de lâmina opostas em cada uma das quatro rodas. Em 1898, na competição Paris-Madrid, surge o primeiro veículo utilizando suspensão dianteira independente. Em 1940, o projetista da Ford Earle MacPherson inventou a suspensão independente que leva seu nome. Este tipo de suspensão passiva, largamente empregada até hoje, foi implementada inicialmente em 1950. A Citroën, em 1955, lançou o modelo DS, equipado com suspensão hidropneumática, que ajustava automaticamente sua altura, e podia se adaptar aos mais diferentes terrenos. O sistema de suspensão do Citroën DS, apesar de revolucionário, tinha uma manutenção muito complexa, além de não ser confiável (Wilson (2000) *apud* Okabe (2003)).

A suspensão hidropneumática foi criada pelo engenheiro de sistema de freios da Citroën Paul Magès. Em 1942, sua pesquisa sobre freio hidráulico o levou a um sistema de suspensão a óleo, uma tecnologia baseada no uso de óleo e gás utilizada em trens de pouso de aeronaves. Então Magès substituiu as molas helicoidais de aço por esferas cheias de nitrogênio pressurizado. A função dos amortecedores também foi integrada nas esferas. Seus colegas pensavam que seu sistema era muito complexo, mas quando Pierre Boulanger, diretor executivo, viu seu trabalho decidiu instalá-lo no Citroën DS (SCOLTOCK, 2009).

Com o passar dos anos e com os avanços tecnológicos, os motores ganharam potência, e consequentemente os veículos passaram a trafegar com maior velocidade. Por isso, os demais componentes que constituem os veículos automotores, necessariamente sofreram mudanças com o propósito de melhorar o seu desempenho global. Desta forma, as suspensões foram alteradas com o objetivo de aumentar o conforto, a segurança e a estabilidade para os passageiros e cargas

transportadas.

Embora algumas rodovias possam ser de ótima qualidade, estas ainda possuem irregularidades, e deste fato surge a necessidade do uso da suspensão veicular que tem, entre muitas metas, reduzir os movimentos verticais transmitidos à carroceria (conforto), manter o contato entre o pneu e a via (segurança), melhorar a dirigibilidade e oferecer estabilidade em curvas.

A suspensão de veículos modernos precisa atender vários requisitos cujos objetivos, em parte, são conflitantes por possuírem diferentes condições operacionais, como por exemplo: carregado/descarregado, acelerando/ freando, rodando em estradas niveladas/ irregulares, em linha reta/ em curvas (REIMPELL et al., 2001).

As suspensões são constituídas basicamente por molas e amortecedores. As molas são responsáveis por suportar o peso do veículo (RILL, 2009) e armazenar energia potencial (JAZAR, 2008) criada pelo movimento oscilatório do veículo quando este trafega. Os amortecedores são usados com o intuito de absorver parte desta energia gerada (BALDI, 2004).

Existem três tipos básicos de suspensões automotivas no que diz respeito ao controle: suspensões passivas, semi-ativas e ativas. Estes podem possuir diferentes configurações, dependendo do tipo de aplicação e tecnologias empregadas. O sistema passivo consiste de componentes convencionais que são capazes de armazenar energia (mola) e de dissipá-la (amortecedor). Nenhuma energia externa é diretamente fornecida ao sistema. Seus parâmetros, geralmente fixos, são escolhidos para atender o compromisso entre conforto e dirigibilidade. São muito usadas devido à sua relativa simplicidade, confiabilidade, possuir menores custos envolvidos e por não necessitar de fonte de energia. Porém, seu desempenho, do ponto de vista do conforto veicular, se mostra teoricamente inferior ao obtido com controladores ativos e semi-ativos. No sistema semi-ativo só pode haver alterações da dissipação de energia (controle do amortecimento), ou seja, o atuador só pode fornecer uma força de controle em sentido contrário ao deslocamento relativo entre a massa do veículo e das rodas. Além desta restrição, este sistema também obedece à restrição dos limites máximo e mínimo dos fatores de amortecimento. Suspensões semi-ativas reúnem vantagens das suspensões passivas e ativas. Teoricamente, apresentam conforto similar aos sistemas completamente ativos, porém com menor peso do sistema de controle, menor demanda de energia, baixo custo de instalação e manutenção. O sistema ativo tem a capacidade de armazenar, dissipar e introduzir energia no sistema, permitindo assim variar seus parâmetros conforme necessário (GILLESPIE, 1992);

(BALDI, 2004); (MOTTA, 2005).

Existem muitos itens que alteram a forma construtiva das suspensões, porém os objetivos a serem alcançados são sempre os mesmos. Alguns desses itens são: molas helicoidais, a ar, feixe de molas, barras de torção, válvulas para controle de amortecimento, sistemas hidropneumáticos, eletroreológico, magneto reológico, etc.

Segundo Razenberg (2009), a maioria dos veículos mais sofisticados, como o Lexus LS, o Mercedes classe S e o Audi A8 usam suspensão a ar para criar um elevado nível de conforto com baixa rigidez, altura do passeio e características dos amortecedores ajustáveis. A Citroën usa um sistema hidropneumático conhecido por seu alto nível de conforto, e por possuir as mesmas facilidades para adaptar a suspensão, tais como: altura de passeio e características de amortecimento, que podem ser adaptados para as condições da estrada em que veículo trafega.

Durante a concepção e fabricação, os componentes podem sofrer variações inerentes ao processo a que foram submetidos. Diante disto, faz-se necessário o uso de métodos que auxiliem o engenheiro na análise do comportamento do equipamento, para que este possa prever seu desempenho e corrigir possíveis efeitos que prejudiquem o seu funcionamento e segurança. A Teoria das Incertezas é uma ferramenta que pode ser usada para analisar as flutuações dos parâmetros que podem variar o comportamento esperado dos produtos, e assim auxiliar na tomada de decisões (GHANEM; SPANOS, 2003).

O objetivo deste trabalho é analisar o efeito da variabilidade simultânea de determinados parâmetros no desempenho de dois tipos de suspensão: convencional e hidropneumática. Utiliza-se um modelo matemático que representa um veículo completo com sete graus de liberdade implementado no *software* Matlab®. Para atingir este objetivo foram escolhidos os parâmetros a serem considerados variáveis estocásticas utilizando análise de sensibilidade. Indicadores simples de conforto e segurança foram considerados neste estudo. Para os testes foram utilizadas as excitações lombada e degrau. Será observada a diferença de comportamento dos sistemas com parâmetros estocásticos, quando comparados com os sistemas com parâmetros determinísticos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Elementos de uma Suspensão

Vibrações naturais nos sistemas livres ocorrem por causa da presença de duas formas de armazenamento de energia. Em um sistema mecânico, vibrações naturais podem ocorrer devido à possibilidade da energia cinética (associadas a massa ou inércia) ser convertida em energia potencial (elástica devido à deformação da mola ou de um elemento elástico), e esta novamente em energia cinética, repetidamente, durante o movimento. Quando a energia potencial se torna máxima, a energia cinética será nula, e vice-versa. A quantidade de energia cinética armazenada numa massa é proporcional ao quadrado de sua velocidade ($m v^2/2$). Se a rigidez de uma mola é constante, então, o valor da energia potencial armazenada nela é igual ao trabalho realizado pela força da mola durante sua deflexão. Desta forma, a energia potencial da mola é uma função do deslocamento ($k z^2/2$). Se a rigidez de uma mola não é uma função dos deslocamentos, esta é chamada de mola linear. Uma excitação oscilatória (forçada) é capaz de fazer um sistema dinâmico responder com um movimento oscilatório na mesma frequência que a da excitação. Tais movimentos são respostas forçadas ao invés de respostas naturais ou livres. Com o intuito de proporcionar perda gradual destas energias, usa-se o amortecedor de vibrações nos sistemas (SILVA, 2005); (JAZAR, 2008); (RAO, 2009).

Os sistemas mecânicos podem ser modelados de duas formas diferentes, através de modelos contínuos ou discretos. Os analíticos contêm um número infinito de graus de liberdade (GDL), e os discretos um número finito de GDL. Grande parte dos sistemas estruturais e de máquinas devem ser modelados com elementos deformáveis (elásticos) e, como consequência, tem um número infinito de graus de liberdade. Porém, em muitos casos, sistemas contínuos são aproximados como sistemas discretos, e assim consegue-se obter a solução de forma mais simples. Embora a solução por sistema analítico possa ser exata, ela só é possível para poucos problemas. Então, grande parte dos sistemas práticos são tratados em estudos como massas, molas e amortecedores concentrados (RAO, 2009).

A mola é o primeiro componente a receber o impacto das irregularidades do solo. O valor de sua rigidez está diretamente relacionado à carga do veículo. As molas podem ser classificadas

pelo deslocamento a que são submetidas, em translacionais ou rotacionais, e por serem lineares ou não lineares. As molas lineares apresentam deformação proporcional ao carregamento sofrido (obedecem a Lei de Hooke), o que não ocorre com as não lineares. Normalmente, usam-se molas com características não lineares no eixo traseiro de veículos devido a que estes suportam maior variação de carga. Isto é feito com o intuito de reduzir a rigidez da mola, e mesmo assim, evitar grandes deflexões deste componente quando o veículo está carregado. Geralmente, as suspensões veiculares usam os seguintes tipos de molas: helicoidais, de lâmina ou feixes, a ar e barras de torção. Molas helicoidais, de lâmina e barras de torção absorvem carga adicional por compressão. Assim, a altura do veículo depende das condições de carga a que esta submetido. As molas pneumáticas são cilindros de borracha cheios de ar comprimido. Elas estão se tornando populares em automóveis de passageiros, caminhões leves e pesados, pois a altura correta do veículo pode ser mantida ajustando a pressão do ar, independentemente do estado de carga. Suspensões com molas muito rígidas ou muito macias podem se tornar ineficazes por não conseguir isolar adequadamente as vibrações do veículo (REIMPELL et al., 2001); (BALDI, 2004); (RILL, 2009); (RIZZI, 2011).

As molas mais comuns usadas em suspensões veiculares são as do tipo helicoidal por serem mais leves, ocuparem menor espaço e proporcionarem melhor conforto quando comparadas com molas de lâmina. A rigidez de rolagem de veículos com molas helicoidais é geralmente menor do que em veículos com molas de lâmina. Para aumentar a rigidez de rolagem destas suspensões deve-se usar a barra estabilizadora. Molas de lâmina com camadas reduzidas, uma folha, trapezoidal ou espessura não uniforme também podem precisar de uma barra estabilizadora para compensar sua reduzida rigidez de rolagem (JAZAR, 2008).

A barra estabilizadora ou anti-rolagem é usada para reduzir o ângulo de rolagem em curvas e para fornecer estabilidade adicional ao veículo. Ela faz a ligação do eixo ao chassi, e age como uma mola de torção aumentando a rigidez de rolagem do veículo. Assim, as duas rodas de um mesmo eixo são interligadas por uma barra de torção. A sua constante de mola é calculada da mesma forma que para uma barra de torção (LEAL et al., 2008); (RILL, 2009); (UHLMANN, 2009).

Elas podem ser encontradas nas formas U e Z (figura 2.1). As barras anti-rolagem em U proporcionam uma redução na inclinação da carroceria e um aumento da transferência de carga entre as rodas do mesmo eixo. Como consequência desta transferência, ocorrerá um aumento do

ângulo de deriva da roda¹. As barras anti-rolagem em forma Z, ao contrário, proporcionam um aumento na inclinação da carroceria e uma diminuição da transferência de carga entre as rodas de um mesmo eixo. O uso dessas barras tem importância muito grande no comportamento em curvas, e é uma solução muito empregada pelos fabricantes de automóveis para atenuar tendências indesejáveis dos veículos quando estes trafegam em curva (LEAL et al., 2008).

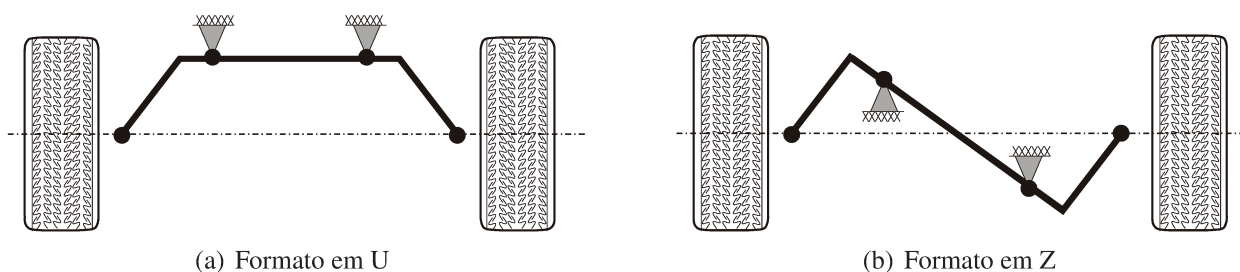


Figura 2.1 - Barra estabilizadora (LEAL et al., 2008)

Na dissertação de Uhlmann (2009) foi realizado um estudo com o objetivo de avaliar a influência da barra estabilizadora no ângulo de rolagem de uma suspensão dianteira de ônibus. A suspensão usada para o estudo faz parte de um veículo especial *low entry*, que tem como característica o seu chassi rebaixado, e por isso não necessita de escadas. Para avaliar o objetivo deste estudo foi construído um modelo analítico e um numérico da suspensão, com e sem barra estabilizadora. O modelo analítico usou equações da literatura, sendo que estas não consideram todas as características da suspensão. Já o modelo numérico foi construído usando o *software* ADAMS®, onde é possível detalhar com precisão todas as características da suspensão. Como resultado do uso da barra estabilizadora, foi obtido uma redução no ângulo de rolagem de aproximadamente 50%, para os dois modelos analisados. O ângulo de rolagem no modelo numérico foi muito inferior ao do analítico, pelo fato do primeiro conseguir reproduzir os elementos enrijecedores da suspensão que não são levados em consideração no modelo analítico.

Na dissertação de Cronjé (2008) foi investigada a melhora na dirigibilidade de um veículo *off-road* através do uso de uma barra anti-rolagem ativa. Este sistema consiste em uma barra rígida e um atuador hidráulico para aumentar o efeito de uma barra anti-rolagem passiva. O deslocamento do atuador hidráulico é controlado por um *loop* fechado em função da aceleração lateral do veículo, que é medida por um acelerômetro. Os resultados encontrados nas simulações feitas no *software*

¹Ângulo de deriva ou de deslizamento é formado pelo plano do pneu e a direção de deslocamento do pneu após a aplicação da força lateral (SILVA, 2011). Ele ocorre quando a direção das rodas apontam para um lado, mas sua trajetória é outra.

ADAMS[®], para um veículo inteiro, foram verificados através de testes feitos em uma Land Rover Defender 110. Os testes usados para determinar o desempenho do veículo à dirigibilidade foram: teste de raio constante (estado estacionário) e a manobra *double-lane-change* (dinâmica). O desempenho de dirigibilidade foi quantificado através do máximo ângulo de rolagem da carroceria durante a manobra. Os resultados obtidos durante o teste de raio constante mostram o cancelamento do ângulo de rolagem da carroceria até uma aceleração lateral de 0,4g e a partir daí aumentar, da mesma forma que para a barra anti-rolagem passiva. Também, mostram uma melhora de 74% no máximo ângulo de rolagem da carroceria durante o teste da manobra *double-lane-change* a 70km/h.

Nos sistemas dinâmicos, amortecimento é o fenômeno pelo qual a energia mecânica é dissipada, geralmente pela conversão em energia térmica. Todos os sistemas reais têm algum amortecimento. O modelo mais popular para amortecimento é o linear viscoso, no qual a força de amortecimento é proporcional à velocidade relativa. Os três principais mecanismos de amortecimento em sistemas mecânicos são: amortecimento interno (do material), amortecimento estrutural (nas juntas e interfaces) e amortecimento viscoso (através de interações fluido-estrutura). Os amortecedores passivos ou os ativos são os dois tipos de amortecedores externos, que podem ser adicionados a um sistema mecânico com o intuito de melhorar suas características de dissipação de energia. Os amortecedores passivos são dispositivos que dissipam a energia através de algum tipo de movimento, sem a necessidade de uma fonte de alimentação externa ou atuadores. Em contrapartida, os amortecedores ativos têm atuadores que operam controlando o movimento do sistema, e estes necessitam de fontes externas de energia (REIMPELL et al., 2001); (SILVA, 2005); (RILL, 2009); (SARAMI, 2009).

O amortecedor tradicional é basicamente uma bomba de óleo. Conforme a suspensão movimenta-se, o fluido hidráulico é forçado pelo pistão a passar por orifícios, e assim causar perda de carga e diminuição das oscilações do veículo. Possuindo um bom nível de amortecimento, um veículo volta ao estado normal de tráfego em poucos segundos. Porém, um veículo sem amortecimento externo ficará oscilando para cima e para baixo por um período maior, o que causará desconforto e afetará a segurança dos passageiros (REIMPELL et al., 2001); (RILL, 2009) .

Atualmente os sistemas de suspensão veicular mais comuns usam amortecedores de tubo simples ou duplo, pressurizados ou não. Existem também, os amortecedores eletroreológicos (ER) e os magneto reológicos (MR). Normalmente, estes últimos são utilizados em veículos de luxo.

Ajustando o campo elétrico ou magnético, as propriedades dos líquidos ER ou MR são alterados, controlando assim a força de amortecimento, não sendo mais regidos unicamente pela velocidade de extensão ou de compressão (DIXON, 2007); (RILL, 2009); (SARAMI, 2009).

O óleo de um amortecedor convencional é considerado um líquido Newtoniano², uma vez que tem viscosidade constante em função da velocidade, embora seja dependente da temperatura. Enquanto os líquidos ER e MR, são basicamente plásticos de Bingham³, e são caracterizados por dois parâmetros, a tensão de cisalhamento e a viscosidade marginal. Na prática, o principal parâmetro operacional é o controle da variação da tensão de escoamento (DIXON, 2007); (SARAMI, 2009).

2.2 Dinâmica Veicular e Suspensões

A indústria automobilística usa diferentes tipos de sistemas de suspensão para diferentes objetivos a serem alcançados. Geralmente, alguns dos critérios para esta seleção são as propriedades cinemáticas, os requisitos de espaço e os custos de fabricação e manutenção (RILL, 2009).

Os principais objetivos de um sistema de suspensão veicular são:

- levar o carro e seu peso;
- manter o correto alinhamento das rodas;
- controlar a direção do veículo;
- manter os pneus em contato com a estrada;
- reduzir o efeito das forças de choque.

Os princípios fundamentais de uma suspensão veicular podem ser completamente estudados por um modelo com dois graus de liberdade verticais⁴. No entanto, modelos mais complexos podem ser usados para uma análise mais detalhada (POPP et al., 2010).

O comportamento dinâmico de um veículo pode ser caracterizado principalmente pelas relações entre as excitações a ele impostas e a forma como ele reage a estas excitações, ou seja, a

²Líquido Newtoniano possui tensão de cisalhamento diretamente proporcional à taxa de deformação.

³Plásticos de Bingham comportam-se como sólido em baixas tensões de cisalhamento e como fluido Newtoniano ao ultrapassar um valor crítico desta tensão.

⁴Modelo de 1/4 de veículo.

relação entre as entradas e as saídas (BIASIZZO, 2001).

Um veículo trafegando em uma estrada pode ser considerado um sistema massa mola com múltiplas entradas de excitação que responde com movimentos de translação e rotação da carroceria. A sua carroceria é fixada aos eixos através do conjunto de suspensão. Desta forma, existe deslocamento relativo entre os elementos, o que provoca a deflexão das molas e dos amortecedores. A deflexão destes dois elementos ocorre devido aos seguintes deslocamentos: vertical do centro de massa da carroceria (*bounce*), do centro de massa das rodas ou eixo, do ângulo de rolagem da carroceria (*roll*) e do ângulo de arfagem da carroceria (*pitch*) (BIASIZZO, 2001); (LEAL et al., 2008).

Segundo Dixon (2009), *pitch* é o ângulo da carroceria em rotação em torno de um eixo transversal, e está associado à frenagem, aos transientes de aceleração e à resposta à rugosidade da estrada. A rotação da carroceria sobre o eixo longitudinal, resultante de curvas e da aspereza da estrada, é referente ao ângulo de rolagem (*roll*) da carroceria do veículo.

De maneira abrangente, pode-se analisar a dinâmica veicular de acordo com seus eixos de referência. A figura 2.2 mostra o sistema de coordenadas definido pelas normas ISO 4130 e DIN 70000 (PATRÍCIO, 2005); (UHLMANN, 2009).

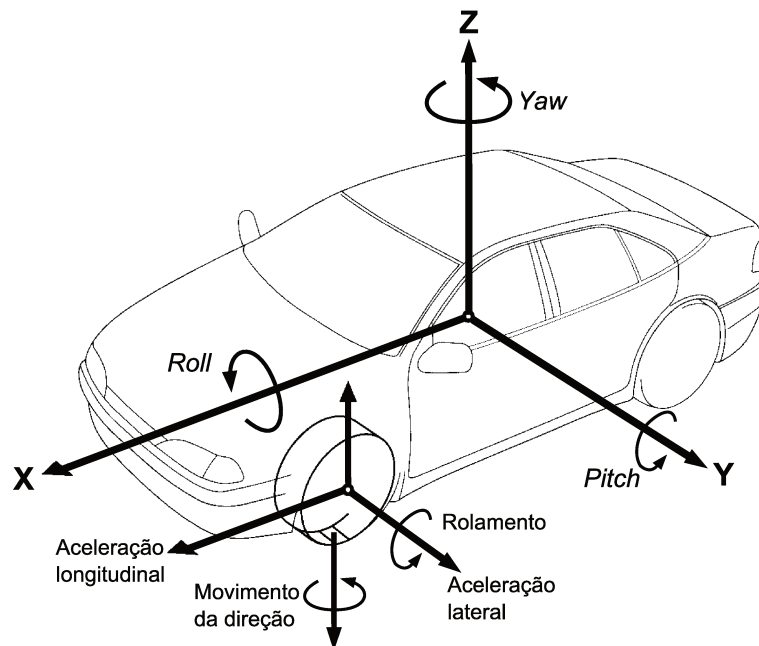


Figura 2.2 - Sistema de coordenadas de acordo com ISO 4130 e DIN 70000 (adaptado de Máximo (2002))

No eixo longitudinal têm-se a dinâmica relacionada ao desempenho, que contempla a capacidade de acelerar e desacelerar o veículo. Entre outros fatores que influenciam a dinâmica longitudinal, tem-se as forças e torques aerodinâmicos, que são essenciais para o desempenho de condução dos automóveis à médias e altas velocidades (UHLMANN, 2009);(POPP et al., 2010).

No eixo transversal, referente à dinâmica lateral, tem-se a parte da dirigibilidade, ou seja, as respostas do veículo aos comandos externos. Quando a trajetória de um veículo é alterada, surgem esforços devido à sua inércia, e estes devem ser minimizados pela suspensão, proporcionando segurança e conforto ao motorista. A inclinação lateral do veículo ao fazer curvas pode ser determinada em função da força centrífuga (inércia da rotação). Considerando o veículo como um corpo rígido, a força centrífuga estará aplicada em seu CG, e assim criará um momento que será equilibrado pelas variações de cargas nas suspensões e pelo momento causado pela barra estabilizadora, se houver uma. Desta forma, a estabilidade lateral ou rigidez ao rolamento de um veículo depende de alguns fatores da suspensão, tais como a rigidez das molas, a distância entre elas e de outro mecanismo que aumente a rigidez, como por exemplo, a barra estabilizadora. Outro fator que pode afetar esta estabilidade é a altura do CG do veículo (UHLMANN, 2009).

Já no eixo vertical, têm-se a parte da dinâmica relacionada às respostas às irregularidades do solo. O objetivo da dinâmica vertical é o ajuste da suspensão para garantir conforto, transmitir a mínima tensão aos passageiros ou à carga e prover segurança. O conforto de um veículo é subjetivamente julgado pelo condutor. Diferentes abordagens que descrevem as vibrações sentidas pelos seres humanos através de várias métricas podem ser encontrados em muitos livros. Na dinâmica vertical do veículo, o motorista registra sobretudo as amplitudes das acelerações das vibrações do corpo. Por isso, na prática, estes valores são utilizados como critérios objetivos (RILL, 2009); (UHLMANN, 2009);(POPP et al., 2010).

Nas suspensões veiculares as molas ficam em série com os pneus, sendo que estes normalmente possuem rigidez muito maior que as molas. Em razão deste fato, as molas tem maior influência no isolamento das vibrações, se tornando a principal determinante da frequência do modo de *bounce* do automóvel. Sabe-se que para ter bom isolamento das vibrações é preciso ter baixa rigidez do sistema de suspensão. No entanto, a rigidez das molas estará limitada devido à deflexão estática e às características de dirigibilidade (*handling*⁵) (GILLESPIE, 1992); (BIASIZZO, 2001).

⁵*Handling* é uma característica do veículo fornecer condução estável e segura, e pode ser criado através do contacto constante entre os pneus e via (SARAMI, 2009).

Os pneus são os primeiros elementos elásticos entre a superfície de rodagem e o veículo. Eles possuem um importante papel em fornecer isolamento efetiva dos distúrbios da estrada, particularmente as entradas de alta frequência que não são amortecidas efetivamente pelo sistema de suspensão (SARAMI, 2009). O conhecimento das forças e momentos gerados pelos pneus no chão é essencial para entender a dinâmica de veículos (GILLESPIE, 1992).

Segundo Patrício (2005), o conjunto pneu/roda é flexível o suficiente para absorver as vibrações de *ride*, não excitando o veículo nestas frequências. O sistema não é ideal em virtude das imperfeições na fabricação dos pneus, rodas, cubos de roda, freios e outras partes rotativas, o que caracteriza-se como não uniformidades do tipo: massa desbalanceada, variações dimensionais e variações de rigidez.

Construir um modelo preciso para pneus é muito difícil, pois suas características de rigidez e amortecimento não são constantes e são afetadas por muitos fatores, tais como: carga estática, pressão interna, temperatura, velocidade de rotação e frequência de excitação (SARAMI, 2009).

As suspensões passivas estão presentes na maioria dos veículos fabricados atualmente, devido à sua relativa simplicidade, confiabilidade e baixos custos envolvidos na manutenção. No projeto desta suspensão, há um compromisso inerente entre conforto e estabilidade do veículo. É importante lembrar que não é possível obter um excelente desempenho no conforto sem prejudicar a estabilidade, porque eles são dependentes (SARAMI, 2009).

As suspensões ativas e semi-ativas permitem que se alcance boas condições de conforto e de dirigibilidade ao mesmo tempo, ou seja, uma delas não prejudica o desempenho da outra. Para obter bons parâmetros de conforto e dirigibilidade, as suspensões ativas utilizam, geralmente, complexos algoritmos e sistemas de controle associados a sensores e atuadores hidráulicos/pneumáticos de alta pressão. Apesar de realmente eficientes, o alto custo dos sensores e atuadores ainda limita a utilização deste tipo de suspensão aos veículos topo de linha (BIASIZZO, 2001).

Na dissertação de Barbieri (1989) foi realizada a análise do comportamento dinâmico de um veículo completo contendo sete graus de liberdade. Inicialmente, o autor estudou o comportamento próprio do veículo para duas condições de carga (descarregado e carregado) através dos autovalores e autovetores. Em seguida, foi analisado o comportamento do veículo equipado com suspensão passiva convencional, trafegando por uma via reta e com perfil determinístico. Os dados de saída analisados foram o deslocamento e a aceleração do CG do veículo para diferentes velocidades. Um

sistema de suspensão com molas a gás foi modelado. Os sistemas de suspensão passivo, com molas a gás e semi-ativo com molas a gás foram excitados por uma função transiente e suas respostas foram analisadas.

Na dissertação de Motta (2005) foi utilizado um modelo matemático do sistema de suspensão aplicado a um veículo completo contendo sete graus de liberdade. O autor comparou um sistema passivo não linear com dois sistemas semi-ativos de controle de suspensões que usam as leis de controle baseadas na teoria *Skyhook*. Para a análise dos sistemas foi desenvolvido um programa usando a ferramenta computacional Simulink®. Dos sistemas, foram avaliados o conforto (deslocamento vertical do veículo, ângulo *pitch* e *roll*, aceleração vertical do veículo, aceleração angular *pitch* e *roll*) e a segurança veicular (deslocamento vertical do eixo, espaço de trabalho da suspensão e contato pneu/via) em função da aplicação de quatro tipos de excitações, representadas pelas funções: periódicas (sinais senoidais) e transientes (degrau e lombada). As avaliações foram realizadas no domínio do tempo e da frequência. Os resultados para melhor desempenho foram realizados para oito diferentes faixas de frequência, e evidenciam uma alternância entre os três sistemas. Neste trabalho ficou evidente a importância de se considerar o comportamento não linear do conjunto amortecedor e mola no sistema passivo.

Há algum tempo os sistemas de suspensão magneto reológicos (MR) têm recebido maior atenção pelo fato deles possuírem tanto a confiabilidade do sistema passivo como a versatilidade do sistema de controle ativo com baixo consumo de energia. No entanto, as características de força-velocidade de amortecedores MR são não lineares, possuindo a forma geral associado com um plástico de Bingham (Wereley e Pang (1998) *apud* Dong et al. (2005)).

Guo e Hu (2005) deram enfoque as características não lineares dos amortecedores MR, de modo a analisar o fenômeno histerético típico entre a força de restauração e a velocidade de entrada. Este trabalho dá uma breve discussão sobre o efeito da não linearidade da rigidez sobre o controle de vibrações através de simulações numéricas e um experimento para a suspensão semi-ativa de um modelo de um quarto de veículo com amortecedor MR instalado. Ambas as simulações numéricas e os resultados experimentais mostram que a rigidez adicional não linear no amortecedor MR é notável, e deve ser tomado em consideração no projeto de controle de vibração.

Batterbee e Sims (2007) simulam uma suspensão veicular composta por amortecedores MR num modelo de um quarto de carro (dois graus de liberdade) usando leis de controle *Skyhook*. A

excitação do modelo é feito por perfis realísticos de via. O desempenho do controlador é analisado experimentalmente usando o método de simulação *hardware-in-the-loop* (HILS). O desempenho deste método experimental é validado contra simulações numéricas para um problema simplificado.

Segundo Sharp e Crolla (1987) “sistemas com elementos predominantemente passivos (molas e amortecedores) têm evoluído ao ponto em que parece razoável supor que eles não vão melhorar muito sem alterações no seu conceito”. Este comentário refere-se que os sistemas ativos seriam o caminho para o futuro. Porém, como citado por Smith e Zhang (2010), muitos carros modernos usam somente elementos passivos devido, em partes, à algumas desvantagens dos sistemas ativos, como: custo, confiabilidade, consumo de energia e complexidade. Por isso, segundo Smith e Zhang (2010), suspensões passivas alternativas que consigam aumentar a estabilidade sem comprometer o desempenho de conforto dos veículos são de grande interesse para a indústria automotiva. De acordo com Cao et al. (2010), uma solução alternativa promissora para o projeto de um sistema de suspensão veicular que têm sido considerada são as suspensões passivas acopladas fluidicamente (interligadas). Porém, ainda não foram estabelecidos os fundamentos teóricos para facilitar sua aplicação.

2.3 Características da Suspensão Hidropneumática

Na suspensão hidropneumática, o efeito da rigidez é produzido pela compressão de um gás confinado dentro de um acumulador. Conforme o pistão do cilindro hidráulico movimenta devido às não uniformidades da via, o óleo contido no cilindro flui para o acumulador a ele conectado, pressionando assim o gás. Esta pressão é função do deslocamento do pistão. O amortecimento deste tipo de suspensão é fornecido pelas características do orifício que conecta o cilindro ao acumulador, ou por uma válvula reguladora de pressão situada entre eles. Pelo fato da rigidez desta suspensão ser criada com base na compressão do gás, diferentemente das molas de aço, ela tem a característica de ser não linear, e aumenta progressivamente com o aumento do deslocamento de suspensão. Essa característica diminui a influência da variação da carga nas frequências naturais da carroceria do veículo. Além disso, a capacidade de sobrecarga deste tipo de suspensão é melhor que da suspensão convencional, pois sua rigidez aumenta rapidamente ao aproximar-se do fim de curso. Uma característica importante das suspensões hidropneumáticas é a controlabilidade

do sistema que pode ser equipada com diferentes tipos de sistemas de controle (BALDI, 2004); (SARAMI, 2009); (BAUER, 2011).

O sistema de suspensão hidropneumático possui o coeficiente de rigidez (K) progressivo, ou seja, quanto mais comprimido ele é, mais rígido se torna. Isso resulta em uma suspensão extremamente macia em seu movimento inicial, mas que aumenta gradualmente sua rigidez com o aumento de compressão. Isto ocorre devido as propriedades inerentes dos gases ideais: reduzindo seu volume pela metade sua pressão duplica. Quando a suspensão opera, o deslocamento do pistão empurra óleo para o acumulador, alterando assim o volume e a pressão do gás. Alguns fabricantes fornecem molas de aço possuindo dois coeficientes de rigidez K numa mesma mola, enquanto que o sistema hidropneumático oferece um número infinito de coeficientes de rigidez K . Isso também garante que a rigidez da suspensão é continuamente adaptada à carga do veículo. Assim, quando o carro está sem carga, a pressão dentro do acumulador está em equilíbrio. Se um passageiro entra no carro, esta pressão se torna maior devido o aumento de peso (o gás nos acumuladores é comprimido e o sistema se torna mais rígido), o carro irá descer, e imediatamente o sistema de auto-nivelamento trará o carro à altura predeterminada. Um carro que utilize molas de aço pode ser projetado para ser confortável com poucos passageiros, porém ao se adicionar muita carga pode-se gerar desconforto, o que não ocorre com a suspensão hidropneumática. O sistema de auto-nivelamento garante que o curso da suspensão seja sempre o mesmo, independente da carga (CITROËN, 2012).

No trabalho de Horton e Crolla (1986) foi desenvolvida uma análise teórica de uma suspensão hidropneumática semi-ativa totalmente mecânica aplicada a um veículo *off-road* agrícola. O fluxo de entrada e saída do sistema hidráulico é controlado por uma válvula, que por sua vez é controlada por um sistema de pêndulo massa, mola e amortecedor. Em condições estáticas este sistema mantém seu nível de altura que é controlada pela geometria do braço do pêndulo. Sob condições de carga dinâmica decorrentes de distúrbios do solo é possível que a suspensão se comporte como um sistema puramente passivo se as características da resposta do pêndulo forem compatíveis com as da suspensão principal (a válvula não será acionada). Porém, excitações vindas de forças de aceleração, frenagem ou devido à realização de curvas, geram um sinal de erro que causará um movimento do pêndulo, e assim a válvula será acionada e o veículo será nivelado em relação às condições a que esta submetido. A figura 2.3(a) mostra que este sistema é composto por três acumuladores contendo gás, pelo pêndulo, pela válvula de controle e pela conexão entre o braço da suspensão, o pêndulo e a estrutura hidráulica. A figura 2.3(b) ilustra o sistema descrito instalado

em um veículo. O sistema hidráulico interliga a parte superior dos cilindros frontais à parte inferior dos cilindros traseiros opostos, controlando assim a rigidez de rolagem. Devido a esta configuração, somente três pêndulos são necessários, sendo que os dois frontais combinados são sensíveis à rolagem e os dianteiros e o traseiro combinados para sentir excitações de arfagem. Além da vantagem de manter a altura do veículo sob condições dinâmicas, o sistema também melhora o conforto do veículo comparado com um sistema puramente passivo.

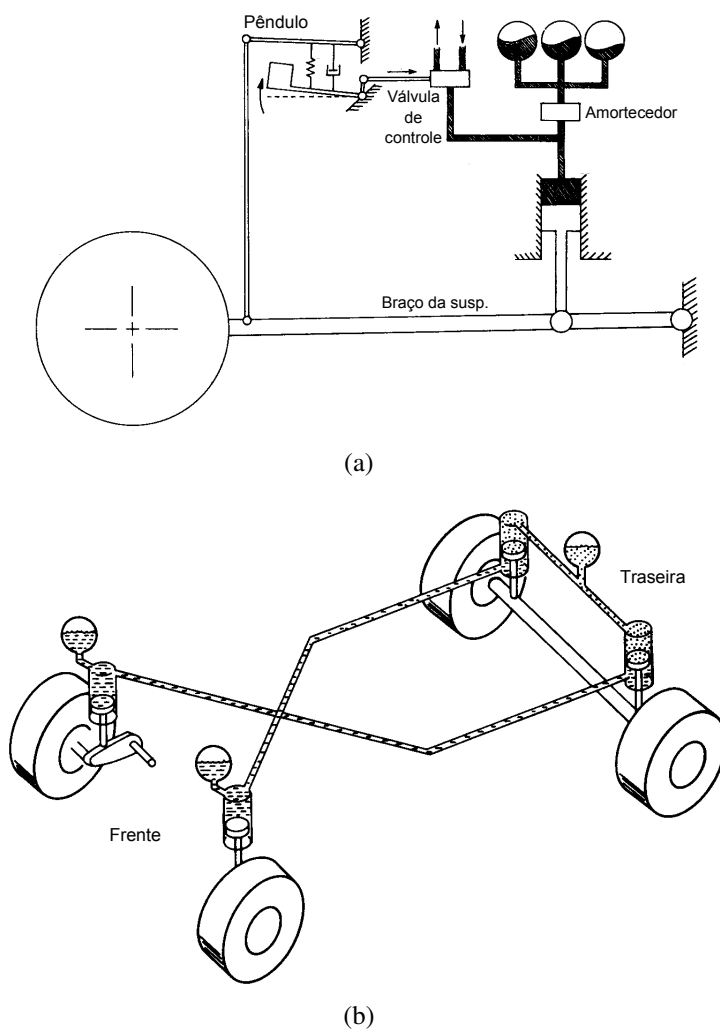


Figura 2.3 - (a) Diagrama do sistema para uma roda (b) Suspensão hidropneumática interligada instalada num veículo (HORTON; CROLLA, 1986)

Félez e Vera (1987) estudaram três modelos de suspensão hidropneumática usados em guindastes através da técnica de *bond graph*. Esses veículos sofrem grandes esforços quando estão em operação e atingem valores de carga por roda próximos ao limite permitido. Quando equipados com suspensões mecânicas convencionais, estas dão origem ao fenômeno de sobrecarga por eixo.

Já as suspensões hidropneumáticas geram uma distribuição uniforme de cargas por eixo. A figura 2.4(a) mostra o primeiro modelo, sendo este composto por cilindros independentes conectados a acumuladores de gás (sistema passivo). No segundo, a parte superior do cilindro direito está conectada à parte inferior do cilindro esquerdo e vice-versa, como na figura 2.4(b). Este sistema faz com que o deslocamento do próprio fluido estabilize e reduza o ângulo de inclinação do sistema, que também é caracterizado como passivo. A figura 2.4(c), ilustra um sistema ativo, pois a diferença de pressão em ambos os lados controla uma válvula que regula fluxo de óleo fornecido por uma bomba para a parte inferior dos cilindros. Desta forma, a rigidez da suspensão é controlada em função da distribuição de carga em ambos lados. Para o equacionamento os autores assumiram um comportamento adiabático para o gás. Os resultados analisados foram o deslocamento vertical e o ângulo de rolagem do chassi. Os sistemas de suspensão mais adequados são os que proporcionam efeitos de estabilização, ou seja, o segundo e o terceiro modelo. Porém, o sistema ativo fornece menor ângulo de rolagem em curvas e menor efeito transiente em relação ao sistema com cilindros interligados.

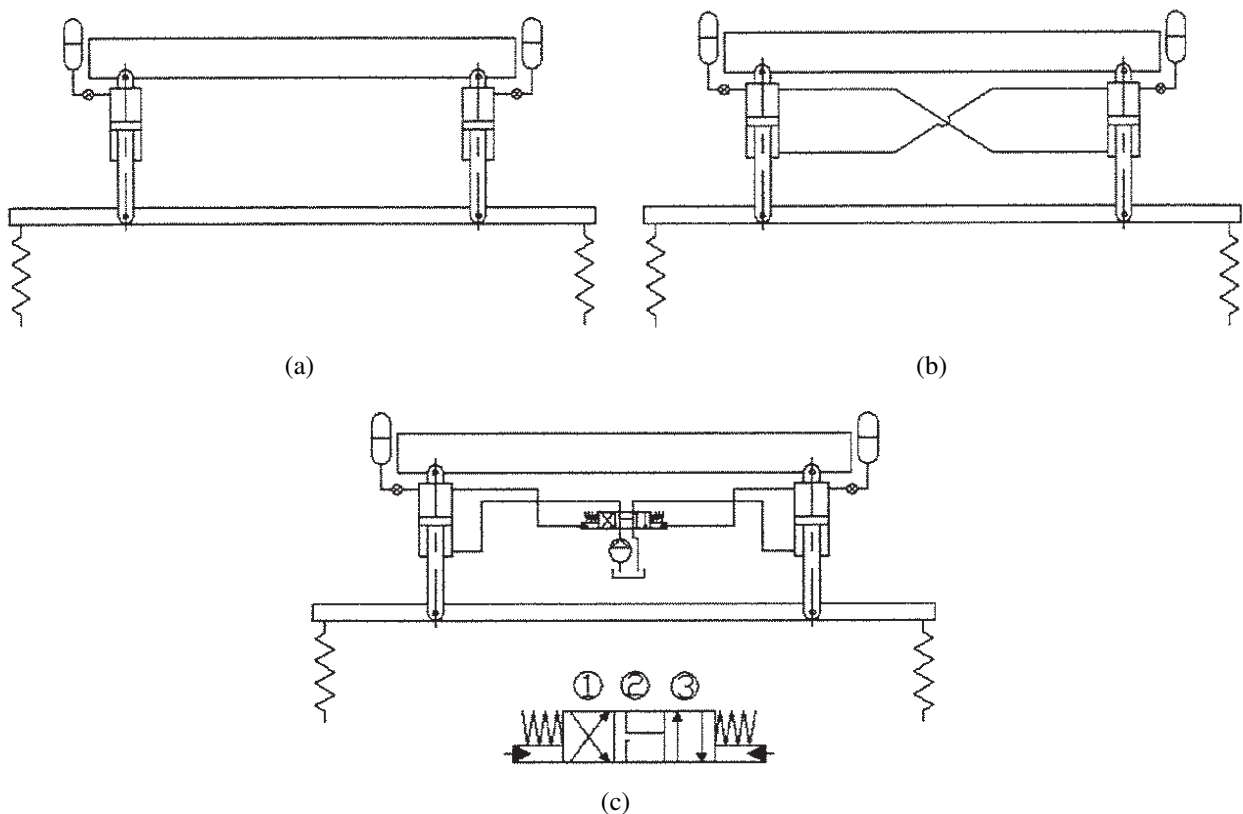


Figura 2.4 - Esquema da suspensão hidropneumática para (a) cilindros independentes, (b) cilindros interligados e (c) sistema ativo controlado por uma válvula (FÉLEZ; VERA, 1987)

Els e Grobbelaar (1999) estudaram a transferência de calor entre o gás contido no acumulador do sistema de suspensão hidropneumática e o ambiente externo, e entre o óleo do amortecedor e o gás. As análises feitas incluem a determinação da força dinâmica da mola, o efeito do acúmulo de calor sobre a força da mola e sobre o desempenho da unidade da mola e do amortecedor hidropneumático durante testes. A modelagem matemática da mola foi realizada pela resolução da equação de energia para um gás com comportamento real em um recipiente fechado. Foi demonstrado que a suspensão hidropneumática possui quantidade significativa de amortecimento devido à transferência de calor que não produz mudança de temperatura ou acúmulo de calor. No trabalho foi apresentado que a geração de calor no amortecedor, acompanhado por um aumento na temperatura do gás, tem um efeito negativo sobre a força da mola. Testes realizados no sistema hidropneumático experimental instalado em um veículo indicam que o efeito é menor na prática do que o previsto. Os autores concluíram que a principal causa de efeitos de temperatura em sistemas de suspensão hidropneumática é o calor gerado pelo amortecedor.

Na dissertação de Baldi (2004) foi desenvolvido um modelo de suspensão hidropneumática robusta e com baixo custo para carretas de pulverizadores agrícolas. Este equipamento sofre grande variação de carregamento, e por isso necessita de um controle de altura para manter a eficiência de pulverização constante. Neste caso, um sistema de suspensão convencional não atende as necessidades requeridas pelo produto. Para as simulações feitas no *software* Matlab® foram utilizados modelos de um quarto e meio veículo. Foi avaliado o comportamento dos sistemas de suspensão convencional e hidropneumática, no domínio do tempo e da frequência, para diferentes condições de carga e de coeficientes de amortecimento. O autor analisou também as forças e momentos resultantes no mecanismo desenvolvido para a suspensão. Foram realizados testes com uso de um pulverizador agrícola equipado com a suspensão hidropneumática projetada. Neste trabalho foi mostrado que para aplicação em máquinas agrícolas ou em veículos cuja massa tenha grande variação, é preciso implementar controle de amortecimento e de altura, sem o qual o bom desempenho do sistema pode ser afetado.

Na dissertação de Sá (2006) foram utilizados dois sistemas de controle, um ativo e outro semi-ativo, baseados na estratégia de controle *Skyhook* aplicados a um modelo de suspensão hidropneumática concebido para carretas agrícolas. Para realização das simulações o autor usou um modelo não linear de um quarto de veículo, dois tipos de excitações e três situações diferentes de carga. Para a aplicação considerada, onde se tem grande variação de carga, o sistema passivo

mostrou-se inapropriado, pois na condição de carga mínima o sistema se torna superamortecido, enquanto que na condição de carga máxima se torna sub-amortecido. SÁ concluiu que o sistema semi-ativo é a melhor opção, já que é mais confiável e apresenta um custo de implementação mais baixo do que um sistema ativo.

Na tese de Sarami (2009) foram comparados um sistema de suspensão passivo com um semi-ativo instalado num trator agrícola. O sistema semi-ativo utilizava estratégia de controle *Skyhook on-off*. Testes foram realizados em todas as suspensões do trator a fim de avaliar as diferenças. O eixo traseiro usa suspensão hidropneumática. Durante o trabalho, a suspensão do eixo traseiro foi equipada com um sistema de controle semi-ativo. Foram usadas duas avaliações, por simulação em computador e por testes experimentais. Na primeira, foi construído um modelo do trator e suspensão utilizando o Simulink do *software* Matlab®. Na segunda, um protótipo do sistema de suspensão incluindo um conjunto de sensores, atuadores hidráulicos, e controlador eletrônico foi desenvolvido, e instalado na suspensão do trator. O sistema de suspensão foi excitado por três conjuntos de entradas de impulso, que foram aplicadas nas quatro rodas. As acelerações do corpo do trator e das rodas foram as saídas analisadas no domínio do tempo e da frequência. Estes resultados foram usados em dois grupos, o das acelerações do corpo e o das forças dinâmicas do pneu, com o intuito de avaliar o conforto e a dirigibilidade do trator. O modelo computacional foi validado ao comparar os resultados da simulação e do teste experimental. A comparação dos resultados, para os sistemas passivo e semi-ativo, demonstrou uma redução de até 13% na média das acelerações do corpo do trator, que mostra uma melhora significativa no conforto do trator. A média da força dinâmica do pneu foi reduzida em até 6%, mostrando que a dirigibilidade do trator também foi melhorada.

Na dissertação de Razenberg (2009) foi desenvolvido o modelo de um sistema de suspensão hidropneumático utilizado em um caminhão de competição do Rali Dacar. O modelo foi validado através de medições. O sistema hidropneumático usa um acumulador, contendo gás no seu interior, para gerar a força da mola e um bloco de válvula remota para gerar a força de amortecimento. O eixo frontal possui um sistema de suspensão totalmente independente, enquanto que o sistema de suspensão do eixo traseiro conecta hidraulicamente o lado esquerdo ao direito, como mostrado na figura 2.5. Isto atua no sistema como um compensador de rolagem hidráulico passivo. As pressões do sistema derivam do comportamento da mola e do amortecimento, quando ocorre deslocamentos dos quatro cilindros. O veículo modelado por multicorpos relaciona as pressões dentro do sistema

de suspensão com as forças de carga nos cilindros criado pela massa do veículo e pelo perfil da estrada. O modelo de multicorpos consiste em quatro rodas, dois eixos independentes suspensos e um chassi com espaço para carga. Nos cálculos são consideradas a força de atrito e a transferência de peso, entre outros esforços mecânicos. A altura do centro de gravidade do veículo e uma massa translacional horizontal, representando o combustível se movendo dentro do tanque, não contribuem muito para a dinâmica vertical total de condução do veículo. Após a validação, o autor notou ser possível modelar o comportamento da mola e do amortecedor separadamente e uní-los numa etapa posterior.

O conceito utilizado por Razenberg (2009) é similar ao usado pela Citroën em seu sistema de suspensão HydrActive, salvo algumas características peculiares de projeto.

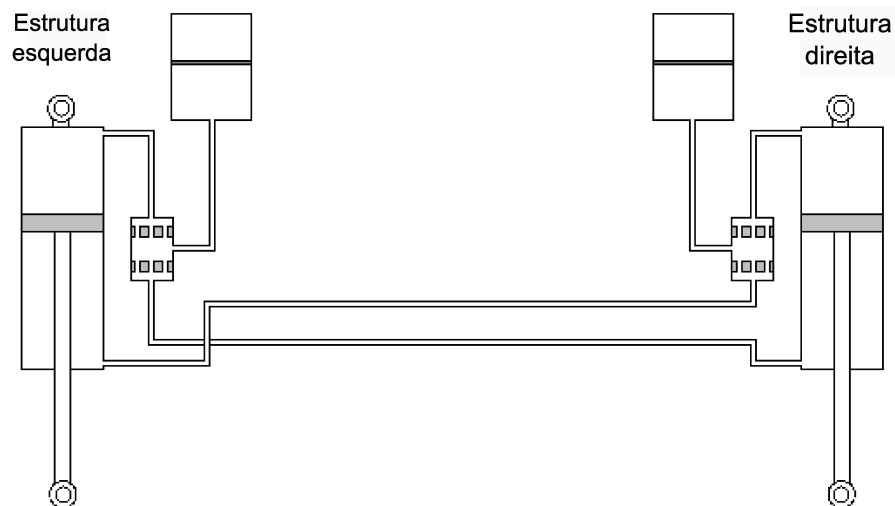


Figura 2.5 - Sistema de suspensão do eixo traseiro de um caminhão usado no Rali Dacar (RAZENBERG, 2009)

Através da análise da figura 2.5 pode-se descrever o comportamento do sistema para diferentes situações. Uma situação interessante para análise ocorre quando o veículo é conduzido por uma curva, por exemplo, à esquerda (sentido anti-horário) em que o cilindro direito será comprimido e o esquerdo estendido. Ocorrerá um aumento de pressão na câmara da haste do cilindro esquerdo, fazendo com que o fluido hidráulico seja pressionado a fluir para o acumulador direito e para a câmara do pistão do cilindro direito, aumentando assim a pressão nos dois. Ao pressionar a área do pistão do cilindro direito, o fluido nele contido tenderá a ir para o acumulador esquerdo e para a câmara do pistão do cilindro esquerdo, aumentando a pressão neles. Após este fluxo o sistema

tenderá à estabilização.

No trabalho de Cao et al. (2010), foram investigadas as questões relacionadas à viabilidade e às propriedades da suspensão hidropneumática passiva interligada para um modelo de veículo inteiro usando técnicas analíticas e de simulação. Várias configurações do sistema de suspensão interligada são apresentados com base em dois novos projetos de estrutura de suspensão hidropneumática que oferece um *design* compacto com uma área efetiva de trabalho consideravelmente grande. Os autores relatam que este sistema interligado oferece um potencial considerável na realização do desacoplamento entre diferentes modos da suspensão. A figura 2.6(a) mostra uma única estrutura que integra uma câmara de gás e as válvulas de amortecimento. A estrutura consiste de um número de orifícios de amortecimento no pistão principal, sendo que este separa a câmara do fluido hidráulico 1 das câmaras 2 e 3, enquanto que um pistão flutuante isola o fluido hidráulico da câmara 2 em relação ao gás nitrogênio da câmara 4. O conjunto de calços são empregados em conjunto com os orifícios para sangrar, que possuem área constante, com o intuito de atingir a resistência de fluxo variável, e assim causar o amortecimento. Tal estrutura compacta não somente elimina a câmara de gás externa e as válvulas externas de amortecimento, mas oferece uma área efetiva de trabalho maior e, portanto, reduz significativamente a pressão de operação à uma determinada carga (CAO et al., 2010). A figura 2.6(b) ilustra a estrutura hidropneumática com duas câmaras de gás contendo nitrogênio. Os orifícios e válvulas de amortecimento estão contidos no pistão principal e fornecem resistência ao fluxo hidráulico entre as câmaras 1 e 2. Sob compressão, o gás da câmara 4 tende a dominar a propriedade da rigidez vertical da suspensão. No retorno, o coeficiente de rigidez da mola é determinada principalmente pela pressão do gás na câmara 3, pelo fato deste gás sofrer compressão durante este movimento. Segundo os autores, o projeto da estrutura com câmara de gás dupla oferece um potencial considerável para a realização de um coeficiente de rigidez da mola quase simétrica na compressão e retorno.

Em Bauer (2011) é feita a comparação das características das molas das suspensões: mecânica, pneumática e hidropneumática. As três suspensões possuem a mesma rigidez para um ponto escolhido em projeto com sua respectiva carga. Desta forma, elas terão características comparáveis para este ponto. Enquanto a rigidez da mola mecânica é constante durante todo o curso (assumindo uma mola linear) ambos os sistemas com suspensão a gás são, dependendo do *layout*, mais ou menos progressivas (não lineares), que é causada pelas leis físicas para uma mudança de estado politrópica de um gás. Uma diferença significativa pode ser encontrada com a mudança de carga

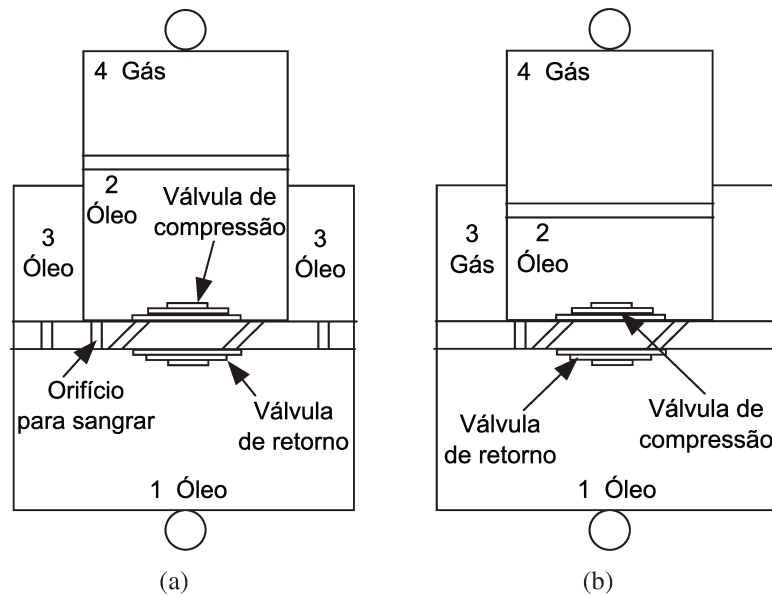


Figura 2.6 - Esquema da estrutura hidropneumática com (a) uma câmara de gás e (b) duas câmaras de gás (CAO et al., 2010)

da suspensão pela variação da massa suspensa. Um sistema de suspensão sem controle de altura é comprimido pelo aumento de carga estática até que a força da mola é novamente igual à carga estática. Possuindo um conjunto de dados pode-se criar um gráfico da força da mola em função dos deslocamentos com a finalidade de analisar as características da mola em estudo. Neste gráfico nota-se que a força da mola mecânica é uma reta inclinada, pois esta mola possui rigidez constante, enquanto que as molas a ar e hidropneumática possuem rigidez crescente e a força para estas será uma curva progressiva. Embora estas últimas possuam curvas progressivas, indicando variação da rigidez da mola com a alteração da carga, elas possuem algumas diferenças devido ao projeto. Em molas puramente pneumáticas, o gás (normalmente ar) é adicionado ou liberado a fim de manter a altura no mesmo nível. Desta forma, o volume de gás permanece constante após a mudança de carga. A pressão desse volume de gás varia linearmente com a carga. Portanto, em molas puramente pneumáticas a massa de gás e, conseqüentemente, a rigidez da mola muda em uma correlação linear com a massa suspensa. Para um sistema de suspensão hidropneumática é o volume de óleo que muda durante o processo de nivelamento, por isso a massa de gás permanece constante todo tempo. No entanto, a massa de gás muda seu volume após uma mudança de carga. Uma carga maior significa um volume menor de gás e, portanto, maior rigidez da mola. Esta é a razão pela qual este sistema apresenta comportamento progressivo da rigidez da mola em função da massa suspensa.

2.4 Conforto, Estabilidade e Segurança

O conforto é considerado o primeiro objetivo do sistema de suspensão veicular (SARAMI, 2009).

O termo *ride* é comumente usado para se referir as vibrações ocorridas num espectro de frequências a que os veículos estão sujeitos ao trafegar. Alternativamente, o espectro de vibrações pode ser dividido em duas faixas de frequências e classificado como *ride* na faixa entre 0 e 25Hz, e como ruído entre 25Hz e 20KHz. O valor de 25Hz é um valor próximo ao limiar da menor frequência da audição humana, bem como o limite superior das frequências de vibrações comumente encontradas em veículos nas condições de baixas e médias rotações. Lembrando que a separação dos tipos de vibração em função da frequência é um processo complexo, uma vez que componentes de frequência de um dos tipos pode aparecer como múltiplos nos outros (GILLESPIE, 1992); (PATRÍCIO, 2005).

De acordo com Biasizzo (2001), as características de *ride* são associadas primeiramente com a capacidade do sistema de suspensão absorver esforços verticais, ou seja, minimizar a transmissão de vibrações para os passageiros.

Na dissertação de Patrício (2005), é relatada que a relevância em estudar fenômenos relacionados ao *ride* ocorre pelo fato dos usuários considerarem o conforto vibroacústico como critério para escolha de seu veículo, o que eleva este fenômeno à categoria de parâmetro de desempenho do mesmo.

De acordo com Dixon (2007), a qualidade do conforto (*ride*) e da dirigibilidade de um veículo são certamente influenciados por muitos fatores, incluindo as molas e amortecedores. No caso do *ride*, uma mola com pouquíssima rigidez resultará em uma frequência natural muito baixa e deixará o passageiro enjoado. Uma mola muito rígida, com alta frequência resulta em uma transmissibilidade muito alta. Para a dirigibilidade, uma mola pouco rígida permite excessivos ângulos de arfagem e de rolagem durante a aceleração e curvas, respectivamente, enquanto que uma mola muito rígida não permite que a roda se mova adequadamente em relação à carroceria e que se adapte à forma da estrada, de modo que a aderência dos pneus se torna pior.

Na dissertação de Duarte (2010), foi apresentada uma abordagem semi-analítica para o pro-

blema de simulação de fenômenos de *ride* através do uso de informações de medição em pista gerados por transdutores de força. Através do uso destes carregamentos foi possível simular fenômenos de *ride* primário e secundário sem precisar de um modelo específico de pneu. Um modelo de carro completo foi construído no *software* Adams[®], e neste foram impostos os dados coletados. Alguns resultados de correlação com o veículo real foram mostrados, comparando a simulação com o sinal medido, tais como aceleração vertical no trilho dos bancos, movimentação de carroceria, acelerações de ponta de eixo, entre outros.

Os modos de *bounce* e *pitch* são os mais importantes para o estudo do conforto vibracional. Os movimentos de *pitch* geralmente são considerados desagradáveis, e são as fontes básicas de vibrações longitudinais em pontos acima do CG da carroceria. Esses dois modos são dificilmente percebidos separadamente. Normalmente, um deles é predominante sobre o outro para os modos de vibrar da carroceria. Esta predominância depende basicamente da velocidade de tráfego do veículo, da distância entre eixos e do comprimento de onda das irregularidades da pista (BIASIZZO, 2001).

Segundo Duarte (2010), o fenômeno de *bounce* é caracterizado pelo movimento vertical da carroceria do veículo devido às mudanças de elevação da pista em que se está trafegando. Este movimento ocorre em baixas frequências e estas frequências estão contidas nas faixas dos modos de vibrar da suspensão. Os principais parâmetros que influenciam o *bounce* são as constantes elásticas da mola e as curvas de amortecimento escolhidas para um veículo.

Duarte (2010) relata em seu trabalho que a exposição do corpo humano a diversas faixas de aceleração e por longos períodos pode levar os condutores à fadiga, e assim comprometer o seu conforto. Existem normas internacionais, como a ISO 2361, largamente aceitas na indústria automotiva, com o intuito de delimitar algumas tolerâncias a esta exposição.

No trabalho de Litchfield (1913) foi apresentado o uso de pneumáticos descrevendo a importância destes comparado com os pneus sólidos em relação ao conforto do passageiro ao trafegar por vias irregulares, à redução dos impactos transferidos ao veículo, à diminuição da resistência a rolagem e do peso, o que consequentemente reduz o consumo de energia, o aumento da tração e da capacidade de levar maiores cargas.

A aceleração do centro de massa do veículo tem sido usada como indicador de conforto dos passageiros por oferecer maior simplicidade de cálculo e facilidade de leitura dos sensores (ace-

lerômetros). No entanto, o $Jerk^6$ do centro de massa do veículo tem se mostrado mais representativo para esta finalidade (PICADO, 1998).

A força de contato entre o pneu e a via é uma grandeza relacionada ao conceito de dirigibilidade (PICADO, 1998); (SARAMI, 2009). Esta força de contato pode ser obtida a partir da aceleração vertical da roda do veículo. A força de contato do pneu é influenciada por 2 fatores: a roda e as vibrações da carroceria do veículo. Os movimentos verticais das rodas são afetados principalmente pela rugosidade da estrada e os movimentos da carroceria são produzidos principalmente pela mudança direcional do veículo (SARAMI, 2009). Em algumas referências, dirigibilidade é denominada como estabilidade ou segurança de condução, contudo, o significado é o mesmo.

Um bom sistema de suspensão fornece grande resistência aos movimentos da carroceria e impede a excessiva transferência de peso nela, o qual aumentaria os carregamentos verticais das rodas e afetaria negativamente a dirigibilidade. A capacidade de dirigir de um veículo é importante durante manobras tais como: curva, frenagem ou aceleração. Nestas situações, pouca dirigibilidade reduz a controlabilidade do veículo e pode afetar a segurança dos ocupantes (SARAMI, 2009).

O parâmetro fundamental da característica de amortecimento é o coeficiente de amortecimento médio total (DIXON, 2007). Os valores aproximados para este parâmetro vem da simples análise do veículo todo e das razões de amortecimento (ξ) selecionadas. Isto resulta em uma razão de amortecimento para o veículo que varia dependendo do seu tipo e da filosofia do fabricante. Geralmente, razões de amortecimento globais para carros de passageiros permanecem próximos à 0,2 e 0,4, e para carros de competição próximos à 0,4 e 0,8 de acordo com Dixon (2007). Porém, em muitos carros modernos estes valores são maiores.

Na prática, o coeficiente de amortecimento não é constante, sendo decrescente com o aumento da velocidade. Em alguns amortecedores ocorre o aumento repentino do coeficiente de amortecimento próximo do final de curso, com o objetivo de evitar interferência entre os componentes da suspensão e chassis.

Do ponto de vista prático, pode-se notar que um retorno mais rápido e controlado é obtido com razões de amortecimento próximas ao amortecimento crítico, isto é, $\xi = 1$ (DIXON, 2007). Além disso, ξ igual a 1 evita efeitos de *overshoot* (RILL, 2009). Razões de amortecimento acima deste valor causam um retorno mais lento à posição de equilíbrio. O valor do conforto ótimo é

⁶Derivada temporal da aceleração

alcançado com um $\xi \approx 0,7$.

A relação da razão de amortecimento no compromisso de projeto das suspensões passivas pode ser vista na figura 2.7. O método mais comum usado no projeto das suspensões é ajustar a razão de amortecimento, pois a seleção da rigidez da mola é baseada geralmente no peso do veículo. Uma suspensão com alta razão de amortecimento amortece efetivamente a ressonância da massa suspensa e melhora a dirigibilidade do veículo. No entanto, aumenta a transmissibilidade da rugosidade da via e fornece um pobre conforto. Por outro lado, baixa razão de amortecimento resulta em bom conforto, porém, fornece pobre capacidade de dirigibilidade (SARAMI, 2009). É desejável ter baixa razão de amortecimento para bom conforto, médio para dirigir em linha reta em estradas rugosas, e alta para melhor dirigibilidade. Este fato cria o compromisso entre o conforto e a dirigibilidade (DIXON, 2007).

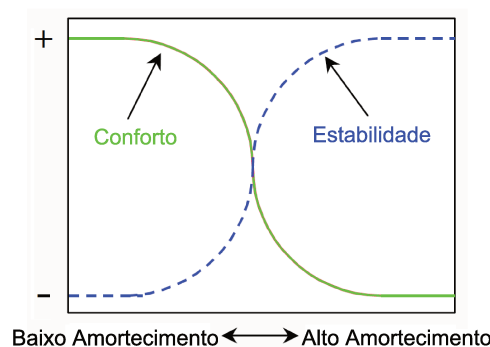


Figura 2.7 - Compromisso de projeto da suspensão passiva devido à razão de amortecimento (SARAMI, 2009)

Hrovat (1988) usou um modelo de dois graus de liberdade para analisar a influência da variação da massa não suspensa sobre o conforto e dirigibilidade para as suspensões passiva e ativa. O modelo considera a entrada como um ruído branco, sendo criado pela multiplicação da velocidade do veículo por um coeficiente de rugosidade da pista criada por uma densidade espectral de potência (DSP). Foram verificados as acelerações da massa suspensa, as deflexões da suspensão e do pneu.

2.5 Análise Estocástica

2.5.1 Conceitos Estocásticos

O primeiro passo no estudo de um sistema é construir um modelo a partir do qual pode-se obter previsões sobre o seu comportamento. Assim, o sistema físico real é traduzido em um modelo matemático. Para ser útil, um modelo deve necessariamente incorporar elementos de duas características conflitantes: o realismo e a simplicidade. Por um lado, o modelo deve proporcionar uma aproximação razoável do sistema real e incorporar a maioria de seus aspectos relevantes. Por outro lado, o modelo não deve ser tão complexo para impedir a sua compreensão e manipulação. Em seguida surge a necessidade de avaliar a validade de um modelo, que pode ser feita reexaminando a formulação do problema e procurando possíveis falhas, averiguando se todas as expressões matemáticas são dimensionalmente consistentes, variando os parâmetros de entrada e verificando se a saída do modelo se comporta de uma maneira plausível, entre outras formas. Ao possuir o modelo para o sistema em questão, o próximo passo é obter uma solução a partir deste modelo. Para este fim, ambos os métodos analíticos e numéricos de soluções podem ser usados. Uma solução analítica geralmente é obtida diretamente de sua representação matemática na forma de equações. A solução numérica é geralmente uma aproximação através de um procedimento adequado. Algumas deficiências das simulações ocorrem pelo fato destas fornecerem estimativas estatísticas, em vez de características concretas e medidas de desempenho do modelo. Assim, os resultados da simulação estão sujeitos a incertezas. Ao obter os resultados, independentemente de sua precisão, estes fornecem informações de forma consistentemente úteis sobre o sistema atual somente se o modelo é uma representação válida do sistema em estudo (RUBINSTEIN; KROESE, 2008).

Cada vez mais as empresas utilizam simulações de seus projetos em vez de criar protótipos caros para testar e avaliar seus produtos. Embora as ferramentas de modelagem matemática para a análise tenham sofrido um grande crescimento, a maioria das pesquisas em dinâmica veicular são baseadas no pressuposto de que todos os parâmetros dos sistemas dos veículos são determinísticos. Na verdade, o coeficiente de rigidez da mola e amortecimento podem variar com relação ao valor nominal devido às tolerâncias de produção e/ou desgaste, envelhecimento, etc. Por isto, sabe-se que, em uma situação real, a análise determinística é insuficiente. Ao compreender as incertezas e

variabilidades envolvidas nas análises de engenharia pode-se obter um melhor modelamento virtual dos produtos, e assim reduzir custos associados a testes, o que é uma vantagem competitiva para a indústria automotiva. Para deixar evidente a importância de se considerar as incertezas inerentes aos sistemas, pode-se citar o exemplo de que veículos de uma mesma marca e tipo ao deixarem a linha de produção podem possuir variações em suas dimensões, massa, desempenho, etc., e consequentemente sua resposta dinâmica irá apresentar grandes variações apesar de serem veículos nominalmente idênticos. Além destes fatos, pode-se citar que em carros e ônibus, o peso e o posicionamento dos passageiros muitas vezes apresentam variabilidade significativa (GOH et al., 2005); (NUNES, 2005); (GOBBI et al., 2006); (GAO et al., 2008).

A maioria dos fenômenos observados contém certa quantidade de incertezas, o que indica que eles não podem ser preditos com exatidão (MONTGOMERY; RUNGER, 2003). Geralmente, repetidas medições de fenômenos físicos geram múltiplas respostas, sendo que algumas destas são mais frequentes que outras. A ocorrência de múltiplos resultados sem qualquer padrão é descrito por termos como incerteza, aleatoriedade e estocacidade. A palavra estocacidade vem da palavra grega *stochos*, significando incerto (HALDAR; MAHADEVAN, 2000).

Em termos de mecânica computacional, a modelagem, propagação e quantificação de incertezas apresenta três passos distintos: determinação de um modelo determinístico representativo, modelagem de incertezas e propagação de incertezas. O primeiro, refere-se ao processo de modelagem e escolha do método de solução deste modelo. O segundo passo, consiste em selecionar quais variáveis serão representadas como parâmetros incertos. O terceiro passo é a escolha do método adequado de solução estocástica (FABRO, 2010); (SANTOS, 2010).

Duas estratégias são geralmente adotadas para modelar as incertezas em dinâmica estrutural: a paramétrica e a não paramétrica. Na primeira, os parâmetros do sistema são modelados como variáveis aleatórias com função de densidade de probabilidade conhecidas, ou ainda como campos aleatórios, quando há distribuição espacial de variabilidade. Esta abordagem vem sendo frequentemente tratada através do Método de Monte Carlo ou do Método Estocástico de Elementos Finitos. Na segunda, as matrizes do sistema são modeladas como variáveis aleatórias. A abordagem não paramétrica é capaz de levar em consideração as incertezas do modelo já que, em algumas realizações das matrizes aleatórias, pode ocorrer acoplamento dos modos do sistema justamente por considerar as matrizes deste sistema como aleatórias (o mesmo não ocorre na estratégia paramétrica). As

abordagens paramétrica e não paramétrica são diferentes para modelar incertezas em sistemas dinâmicos. Enquanto a estratégia de modelagem paramétrica é indicada para modelar incertezas nos parâmetros do sistema (densidade, módulo de elasticidade, geometria, etc), a não paramétrica é indicada para casos em que o modelo numérico apresenta incerteza associada em relação à estrutura física. Porém, estruturas muito complexas podem exigir estas duas abordagens combinadas (SAMPAIO; RITTO, 2008); (FABRO, 2010); (MACEDO, 2010) .

De acordo com a pesquisa realizada por Fabro (2010), existem três abordagens predominantes para o tratamento matemático de incertezas: análise de intervalos, teoria possibilística baseada em aritmética nebulosa (fuzzy) e teoria de probabilidade.

Abaixo serão descritas algumas definições básicas sobre estatística (MONTGOMERY; RUNGER, 2003); (BECK, 2009); (DEVORE, 2012) :

- Espaço amostral: o conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento;
- Espaço amostral discreto: consiste de um conjunto finito ou infinito contável de pontos amostrais;
- Espaço amostral contínuo: formado por um número infinito e incontável de pontos amostrais;
- Ponto amostral: cada um dos possíveis resultados de um experimento;
- Experimento aleatório: um experimento que pode resultar em diferentes respostas, mesmo que repetido da mesma forma várias vezes;
- Evento: qualquer coleção (subconjunto) dos resultados contidos no espaço amostral. Um evento é simples, se ele contém um único ponto amostral e composto se ele é formado por mais de um ponto amostral.

A probabilidade está associada apenas a eventos, e não a pontos amostrais.

Quando uma incógnita é determinada por um valor exato, este sistema é chamado determinístico. Caso contrário, eles são chamados de não determinísticos ou probabilísticos. Cada sistema não determinístico, inevitavelmente, envolve alguma incerteza (AYYUB; KLIR, 2006).

Probabilidade é usada para quantificar a chance com a qual um experimento aleatório ocorrerá. A probabilidade de um resultado é quantificada através da atribuição de um número no intervalo $[0, 1]$, ou uma porcentagem entre 0 e 100%. Números mais elevados indicam que o resultado é mais provável. Um valor zero indica que o resultado não ocorrerá, e o valor 1 que o resultado irá

ocorrer com certeza (MONTGOMERY; RUNGER, 2003).

As aproximações probabilísticas não podem gerar resultados confiáveis a menos que um número suficiente de dados experimentais ou informações estatísticas esteja disponível para validar as hipóteses sobre as densidades de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias ou funções envolvidas (Chen et al. (2004) *apud* Gao et al. (2008)). Em alguns casos, apenas a faixa ou o limite inferior e limite superior dos parâmetros estruturais são dados conhecidos. Portanto, a análise probabilística não poderá ser aplicada, já que o desvio padrão, a média e a função densidade de probabilidade não podem ser obtidos; o método da análise de intervalos pode ser aplicado.

Métodos de simulação são baseados na produção de variáveis aleatórias independentes, que são distribuídos de acordo com uma função densidade de probabilidade, que não é necessariamente conhecida (ROBERT; CASELLA, 2004).

Uma variável aleatória é uma função que atribui um número real a cada resultado no espaço amostral de um experimento aleatório. As variáveis aleatórias podem ser divididas em dois tipos: contínuas e discretas. A variável aleatória contínua é uma variável com um intervalo infinito de números reais para uma faixa, como por exemplo, comprimento, temperatura, tempo e peso. A variável aleatória discreta é uma variável com um intervalo finito ou infinito contável, como por exemplo, o número de peças defeituosas de um lote e o número de bits transmitidos com erro (MONTGOMERY; RUNGER, 2003).

A função densidade de probabilidade (FDP) fornece uma descrição simples das probabilidades associadas com uma variável aleatória. Funções de densidade são comumente usadas em engenharia para descrever sistemas físicos (MONTGOMERY; RUNGER, 2003).

Algumas FDP contínuas comumente usadas são as funções: normal, gama, exponencial e beta. Enquanto que as FDP discretas são as funções: binomial, discreta uniforme, geométrica e poisson (MONTGOMERY; RUNGER, 2003); (RUBINSTEIN; KROESE, 2008).

Para encontrar uma FDP adequada para a modelagem das incertezas associadas às variáveis de entrada, pode-se usar testes de hipóteses como o chi-quadrado, ou caso não haja dados suficientes ou confiáveis é possível aplicar o Princípio da Máxima Entropia para escolher a FDP mais adequada (Kapur e Kesavan (1992) *apud* Sampaio e Ritto (2008); Fabro (2010); Macedo (2010)). Segundo este princípio: “*De todas as distribuições de probabilidade consistentes com as restrições impostas, escolhe-se aquela que maximiza a incerteza (entropia)*”.

Após realizar as simulações e obter as respostas do sistema é preciso efetuar algumas operações matemáticas com este conjunto de dados para extrair informações relevantes para uma análise detalhada do projeto. A operação inicial a ser feita é a média ou valor esperado, que também é conhecida como primeiro momento central, e pode ser calculado para as n observações como:

$$E(X) = \mu_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.1)$$

Porém, esta informação sozinha não é útil, então se faz necessário obter informações sobre a dispersão dos valores. Essas informações podem ser expressas em termos da variância, desvio padrão ou coeficiente de variação (HALDAR; MAHADEVAN, 2000). A variância é uma medida de dispersão dos dados em torno da média, também é conhecida como segundo momento central, e pode ser estimada como:

$$Var(X) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2 \quad (2.2)$$

A variância é expressa em termos quadráticos, e para evitar um problema dimensional é efetuada a raiz quadrada, e desta forma é obtido o desvio-padrão:

$$\sigma_X = \sqrt{Var(X)} \quad (2.3)$$

Embora o valor do desvio-padrão seja expresso na mesma unidade do valor da média, seu valor absoluto não indica claramente o grau de dispersão da variável aleatória, sem se referir ao valor médio. Como a média e o desvio-padrão são expressos na mesma unidade, um termo não dimensional pode ser obtido da razão entre eles (HALDAR; MAHADEVAN, 2000). Este termo é chamado de coeficiente de variação ou covariância (COV), e é expresso da seguinte forma:

$$COV(X) = \delta_X = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \quad (2.4)$$

Para uma variável determinística o valor do COV é zero, e pequenos valores indicam menor grau de incerteza sobre a variável.

2.5.2 Método de Monte Carlo

O método de Monte Carlo (MC) é considerado uma técnica estocástica, e está no centro de algoritmos usados para realizar previsões sobre processos estocásticos. Este método analisa fenômenos por meio de algoritmos computacionais que empregam, essencialmente, a geração de números aleatórios. Simulações de Monte Carlo usam um processo de seleção aleatória, que é repetido muitas vezes para criar múltiplos cenários para o problema proposto. Cada valor selecionado aleatoriamente, forma um cenário possível e uma solução para o problema. Tomando todos os cenários em conjunto terá uma faixa de possíveis soluções. É claro que para muitos cenários a solução média irá resultar numa resposta aproximada para o problema (NUNES, 2005); (SHONKWILER; MENDIVIL, 2009).

Segundo Long e Narciso (1999), surgiu em 1949, um artigo intitulado “O Método de Monte Carlo”, sendo este nome derivado de uma cidade do Principado do Monaco, famoso por seus cassinos. Esta associação surgiu pela comparação com um simples dispositivo mecânico que gera variáveis aleatórias, a roleta. A fundamentação teórica deste método já era conhecida muito antes deste artigo ser publicado, em 1949, e alguns problemas eram resolvidos por meio de amostragem aleatória (Sobol (1994) *apud* Long e Narciso (1999)). No entanto, devido a simulação de variáveis aleatórias à mão ser um processo trabalhoso, o uso do método de Monte Carlo como uma técnica numérica universal tornou-se prática apenas com o advento dos computadores.

Conforme descrito por Shonkwiler e Mendivil (2009), a primeira aplicação deste tipo de análise, que mais tarde seria chamado de método de Monte Carlo, foi empregada pelo naturalista francês conde de Buffon em 1733. Ele imaginou um experimento para estimar o valor da constante π lançando uma agulha em uma superfície plana, como um piso de madeira. Assim como imaginado por Buffon, os cientistas Stanislaw Ulam e John von Neumann de Los Alamos buscaram resolver o problema de fluxo de nêutrons por um experimento estatístico. Porém, eles não podiam realizar um experimento real, este precisava ser simulado. Eles perceberam que poderiam produzir os mesmos resultados estatísticos de uma experiência real com o uso de um modelo matemático. Somente era preciso gerar uma grande quantidade de números verdadeiramente aleatórios.

De acordo com Haldar e Mahadevan (2000), Rubinstein e Kroese (2008) e Shonkwiler e Mendivil (2009), o método utilizado por Buffon foi retomado por Stanislaw Ulam e John von Neu-

mann durante a 2ª Guerra Mundial quando estes pesquisavam um método para resolver problemas de difusão de nêutrons no Laboratório Nacional de Los Alamos, no Novo México. Eles o batizaram de Método de Monte Carlo e usaram este nome como um código.

Para entender que tipos de problemas podem ser resolvidos por este método, é importante notar que o método permite a simulação de qualquer processo cujo desenvolvimento é influenciado por fatores aleatórios. Simulação de MC é uma técnica amplamente utilizada para a análise estrutural probabilística, que serve dois propósitos principais: validação de métodos analíticos e resolução de sistemas grandes e complexos quando aproximações analíticas não são viáveis (LONG; NARCISO, 1999).

De acordo com Haldar e Mahadevan (2000), a simulação de MC tem seis etapas essenciais:

- definição do problema em termos de todas as variáveis aleatórias;
- quantificação das características probabilísticas das variáveis aleatórias de entrada em termos de parâmetros estatísticos;
- geração dos valores dessas variáveis aleatórias de acordo sua distribuição de probabilidade;
- avaliação do problema de forma determinística para cada conjunto de realizações (experimento numérico);
- extração de informação probabilística da resposta das N realizações;
- determinação da precisão e eficiência da simulação.

Da mesma forma que experimentos práticos exigem certos cuidados, a simulação por Monte Carlo também exige padrões (Gentle (2003) *apud* Fabro (2010)), tais como:

- Controle: relacionado a questões de fidelidade de um processo não aleatório a um processo aleatório como, por exemplo, testes do gerador de números aleatórios;
- Reprodutibilidade: o gerador de números aleatórios utilizado deve permitir reprodutibilidade estrita, isto é, deve permitir que a mesma sequência de simulações seja reproduzível;
- Eficiência: quando o custo computacional de cada simulação é relativamente alto, eficiência torna-se um fator crítico.

Na sua forma mais simples, o método de Monte Carlo é a estimação de uma integral definida (GENTLE, 2003); (ROBERT; CASELLA, 2004); (RUBINSTEIN; KROESE, 2008); (FABRO,

2010):

$$\theta = \int_D f(x) dx \quad (2.5)$$

Supondo que seja possível escrever que $f(x) = g(x)p(x)$, a integral da equação 2.5 pode ser reescrita como:

$$\theta = \int_D g(x)p(x) dx \quad (2.6)$$

onde $p(x)$ é a FDP. Identificando uma variável aleatória Y a função $g(x)$ é tal que o valor esperado de $g(Y)$ é θ , ou seja (FABRO, 2010):

$$E(g(Y)) = \int_D g(y)p(y) dy = \int_D f(y) dy = \theta \quad (2.7)$$

Supondo que seja possível a geração de n variáveis aleatórias com distribuição de probabilidade dada por $p(x)$, um estimador não polarizado para θ é dado por:

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(y_i) \quad (2.8)$$

O uso da FDP como uma função ponderadora também permite aplicar o método Monte Carlo para integrais impróprias (Gentle (2003) *apud* Fabro (2010)). Esta estimativa tem *erros de amostragem* associados, como um experimento qualquer. E como em qualquer problema de estimação estatística, este estimador deve vir acompanhado da variância amostral. Desta maneira, sob certas considerações, é possível estimar um intervalo de confiança, mesmo sem conhecimento da FDP de $\hat{\theta}$. A abordagem usual é aproximá-lo ao intervalo de confiança de uma distribuição normal, aproveitando-se do teorema limite central.

Portanto, pode-se dizer que o método de MC consiste na introdução de n amostras da variável aleatória na entrada de um sistema para gerar n amostras aleatórias da variável de saída. As variáveis de entrada são modeladas por uma FDP previamente definida. A solução determinística do sistema através das variáveis de entrada fornecerá a representação da variabilidade da resposta deste sistema. Momentos estatísticos da ordem desejada podem então ser calculados através das n respostas (MACEDO, 2010).

2.5.3 Trabalhos usando Técnica Estocástica

Namerikawa e Fujita (1997) modelaram e analisaram as incertezas e robustez de um sistema de suspensão magnética. Foi criado o modelo nominal da planta e consideradas suas incertezas, tais como: erro de linearização, incertezas paramétricas e dinâmicas negligenciadas. Foram avaliados a robustez do modelo proposto e os resultados analíticos através de experimentos.

Goh et al. (2005) apresentam a análise da suspensão automotiva dianteira utilizando estrutura independente MacPherson, e avaliam as incertezas na modelagem deste problema dinâmico utilizando um modelo analítico simplificado de um quarto de veículo e um modelo computacional complexo de meio veículo criado no *software* Adams®. Na primeira etapa, as variáveis do modelo são descritas por conjuntos de dados assumidos. Em seguida é realizada a medição das propriedades dos componentes do sistema de suspensão (rigidez da mola, coeficiente de amortecimento, etc.), e os parâmetros estatísticos obtidos são usados nos cálculos probabilísticos para a sequência de tempo obtida através das informações resultantes do teste de forças impostas pela via. Os resultados são usados para acumular evidências de incertezas em métodos analíticos e computacionais e para correlacionar os resultados previstos com os dados experimentais para montagem de chassis de veículos.

Gao et al. (2007) usaram um modelo de meio veículo com incertezas para investigar a resposta deste às vibrações. As excitações de entrada são descritas pelas irregularidades da via que são criadas por um processo aleatório Gaussiano e modelada por meio de uma DSP exponencial simples. Os parâmetros do veículo que são considerados variáveis aleatórias são: a massa suspensa, o momento de inércia da carroceria, as massas das rodas frontal e traseira, os coeficientes de amortecimento e rigidez das molas frontal e traseira, a localização do CG do veículo e a rigidez dos pneus frontal e traseiro. Os dois primeiros momentos estatísticos da característica dinâmica e das respostas são obtidos usando o método convencional de simulação de Monte Carlo. Um exemplo prático é utilizado para investigar as influências da incerteza dos parâmetros do veículo sobre o comportamento dinâmico do veículo.

Gao et al. (2008) fizeram uma análise probabilística e de intervalo dinâmico do modelo de veículo de dois graus de liberdade com parâmetros incertos sob excitações de entrada aleatória. As irregularidades da via são consideradas como um processo aleatório Gaussiano e modelado

por meio de uma simples DSP exponencial. No modelo analítico probabilístico, os parâmetros de veículo, incluindo a massa suspensa, a massa não suspensa, os coeficientes do amortecimento, da rigidez da mola e do pneu, são considerados variáveis aleatórias. O valor médio, desvio padrão e coeficiente de variação das frequências naturais do veículo e modos de vibrar são obtidos usando o método de simulação Monte Carlo. Considerando os parâmetros do veículo como variáveis de intervalo, o limite inferior, limite superior, e o valor de razão de mudança de intervalo das respostas aleatórias do veículo são obtidos por meio das operações de intervalo. As características dinâmicas e respostas aleatórias de veículos contendo incertezas são obtidos oportunamente, e comparando com outros métodos, o esforço computacional é reduzido, e o efeito da incerteza dos parâmetros do veículo na resposta aleatória deste também pode ser identificado simultaneamente.

Na dissertação de Fabro (2010) foi realizado um estudo sobre técnicas de modelagem e análise estocástica de sistemas mecânicos lineares aplicadas, inicialmente, a algumas estruturas simples através de simulações em Matlab®. Foi proposta uma abordagem probabilística para a abordagem de incertezas baseada no Princípio da Máxima Entropia para a flexibilidade relativa a uma trinca aberta e não propagante em uma barra modelada pelo Método do Elemento Espectral (SEM). O autor também apresentou uma abordagem para o tratamento de problemas de campo aleatório utilizando o SEM. Foi proposta uma abordagem para análise estocástica do comportamento dinâmico de uma tampa de compressor hermético. Para representar o comportamento determinístico de uma tampa de compressor foi utilizada uma aproximação por elementos finitos obtida com o *software* Ansys®. Um ensaio experimental foi realizado com tampas nominalmente idênticas, sendo medidas apenas frequências naturais com excitação por impacto, de modo a se poder compará-las com os valores obtidos teoricamente.

Na dissertação de Santos (2010) foi apresentado um estudo estocástico da variabilidade do pneumático no conforto vibracional dos ocupantes do veículo. O pneu é representado por elementos de viga curva Euler-Bernoulli. Este componente está sujeito a uma força girante na direção radial e sua resposta é calculada através do Método de Elemento Espectral. Na modelagem são considerados os efeitos inerciais, a pressão interna e o efeito da rigidez da parede lateral em duas direções. A componente radial da força resultante no eixo do pneumático é analisada como critério de conforto. Os valores obtidos das simulações são comparados com dados experimentais. Possuindo este modelo validado, foi desenvolvida uma metodologia de aplicação da teoria estocástica para analisar a variabilidade de pneumáticos. Foram inseridas desuniformidades, como emendas, no modelo como

informações de caráter aleatório. O *solver* utilizado foi o Método de Monte Carlo.

2.6 Proposta deste Trabalho

Este trabalho tem como proposta verificar a influência da variabilidade simultânea de alguns parâmetros sobre um modelo matemático de um veículo completo (7GDL) para dois sistemas de suspensão utilizando a Teoria das Incertezas. O modelo desenvolvido foi simulado no *software* MatLab®. Fez-se a análise de sensibilidade de alguns parâmetros de entrada com o intuito de definir a influência destes nas respostas do modelo. As variáveis aleatórias independentes selecionadas têm relação direta com a rigidez e o amortecimento de ambos sistemas.

Para as simulações foram usadas as excitações lombada e degrau. A excitação tipo lombada é perpendicular em relação ao deslocamento do veículo e possui dimensões em conformidade com a resolução nº 39 do CONTRAN (1998). A excitação tipo degrau é composta por duas trilhas com diferentes alturas e diferentes instantes iniciais e finais de passagem de cada roda, sendo assim, possível analisar o comportamento do modelo em relação ao ângulo de rolagem (*roll*) da carroceria.

A fim de descobrir o sistema de suspensão mais afetado pela variação dos parâmetros foi observada a diferença entre as respostas destes sistemas com parâmetros estocásticos em relação aos mesmos com parâmetros determinísticos.

Também foram investigados o desempenho das suspensões em função da variabilidade simultânea dos parâmetros.

Na revisão bibliográfica efetuada foram encontrados alguns trabalhos que estudam superficialmente o comportamento dinâmico das suspensões convencionais sob efeito de incertezas paramétricas, porém não foram encontradas informações sobre este tipo de estudo aplicado a suspensões hidropneumáticas.

Um aspecto a ser ressaltado do presente trabalho é que a formulação desenvolvida considera uma mudança de estado politrópico para o gás utilizado como mola no sistema hidropneumático, enquanto que outros trabalhos consideram esta mudança de estado como sendo isotérmica.

3 DESCRIÇÃO, DEFINIÇÕES E PARÂMETROS DO MODELO

3.1 Descrição do Modelo

O modelo usado e as simulações deste trabalho foram realizados com programas implementados no *software* MatLab®. O modelo se refere a um veículo inteiro, composto de sete graus de liberdade (GDL) e possuindo diferentes configurações. As suspensões testadas são: convencional (com molas e amortecedores tradicionais) e hidropneumática. Barras estabilizadoras também foram usadas na dianteira e traseira dos modelos, a fim de alterar o comportamento de rolagem (*roll*) do veículo quando submetido a certas forças de excitação externa.

Para determinar a rigidez da mola hidropneumática é preciso fazer um estudo detalhado das características do sistema de suspensão hidropneumático. A análise destes parâmetros será feita na seção 3.5 de forma semelhante à utilizada por Baldi (2004). A principal diferença é que neste trabalho será desenvolvida a formulação para o comportamento do gás contido no acumulador como um processo politrópico e não isotérmico.

O modelo estudado segue o sistema de coordenadas conforme norma ISO 4130, como mostrado na figura 3.1. Os GDL do modelo são: 4 para os conjuntos independentes das rodas (z_c), 1 GDL para o movimento vertical do centro de gravidade (CG) do veículo (z_v), outro referente ao ângulo de rolagem (*roll*) do chassi em torno do eixo X (ϕ) e por último 1 GDL para o ângulo de arfagem (*pitch*) que ocorre em torno do eixo Y (θ). Na mesma figura pode-se notar também o uso das barras estabilizadoras dianteira e traseira. Os pneus são representados por molas e amortecedores.

As considerações e hipóteses simplificadoras consideradas neste modelo são:

- não é considerada a flexibilidade do chassi, ou seja, a massa suspensa é rígida;
- são considerados somente os movimentos verticais;
- não são consideradas as não linearidades geométricas devido aos deslocamentos angulares do veículo;
- no desenvolvimento da suspensão hidropneumática são desprezadas as influências da temperatura.

A tabela 3.1 contém a descrição dos parâmetros usados na figura 3.1 e nas equações dinâmicas

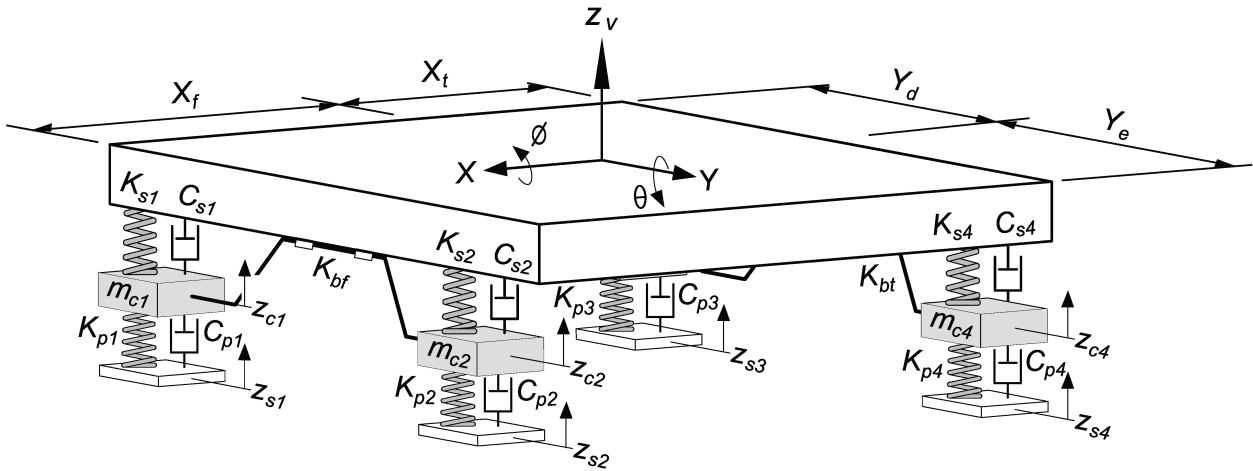


Figura 3.1 - Modelo de um veículo inteiro (adaptado de Jazar (2008))

do movimento que regem o sistema.

Tabela 3.1 - Parâmetros do sistema

Parâmetros		Descrição	
Direita	Esquerda		
z_{c1}	z_{c2}	Deslocamento vertical do conjunto da roda	Frontal
z_{s1}	z_{s2}	Perfil do solo de rodagem	
m_{c1}	m_{c2}	Massa do conjunto da roda	
C_{s1}	C_{s2}	Amortecimento da suspensão	
C_{p1}	C_{p2}	Amortecimento do pneu	
K_{s1}	K_{s2}	Rigidez da suspensão	
K_{p1}	K_{p2}	Rigidez do pneu	
K_{bf}		Rigidez da barra estabilizadora	
X_f		Distância longitudinal do CG até o eixo	Traseiro
z_{c3}	z_{c4}	Deslocamento vertical do conjunto da roda	
z_{s3}	z_{s4}	Perfil do solo de rodagem	
m_{c3}	m_{c4}	Massa do conjunto da roda	
C_{s3}	C_{s4}	Amortecimento da suspensão	
C_{p3}	C_{p4}	Amortecimento do pneu	
K_{s3}	K_{s4}	Rigidez da suspensão	
K_{p3}	K_{p4}	Rigidez do pneu	
K_{bt}		Rigidez da barra estabilizadora	
X_t		Distância longitudinal do CG até o eixo	
Y_d	Y_e	Distância lateral do CG	
z_v		Deslocamento vertical do CG do veículo	
ϕ		Deslocamento angular em relação ao eixo X	
θ		Deslocamento angular em relação ao eixo Y	
M_v		Massa do veículo	

Para encontrar a equação do movimento usou-se o método de Lagrange descrito pela equação 3.1, conforme em Jazar (2008).

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial C}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial C}{\partial q_i} + \frac{\partial P}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = F \quad (3.1)$$

onde, C é a energia cinética, P a energia potencial, D a função de dissipação, F representa as forças generalizadas e q_i as coordenadas generalizadas.

O conjunto de equações pode ser organizado na forma de matrizes:

$$[M] \{\ddot{z}\} + [C] \{\dot{z}\} + [K] \{z\} = \{F\} \quad (3.2)$$

Sendo a matriz de massa $[M]$ definida como:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_{c1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{c2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{c3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{c4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{tv} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_y \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

onde, M_{tv} é a massa total do veículo (equação 3.11) referente a massa suspensa, J_x é o momento de inércia de massa em torno do eixo X e J_y em torno do eixo Y . A matriz de rigidez $[K]$ é composta da seguinte forma:

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & -\frac{K_{bf}}{L_y^2} & 0 & 0 & -K_{s1} & K_{16} & K_{s1} X_f \\ -\frac{K_{bf}}{L_y^2} & K_{22} & 0 & 0 & -K_{s2} & K_{26} & K_{s2} X_f \\ 0 & 0 & K_{33} & -\frac{K_{bt}}{L_y^2} & -K_{s3} & K_{36} & -K_{s3} X_t \\ 0 & 0 & -\frac{K_{bt}}{L_y^2} & K_{44} & -K_{s4} & K_{46} & -K_{s4} X_t \\ -K_{s1} & -K_{s2} & -K_{s3} & -K_{s4} & K_{55} & K_{56} & K_{57} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66} & K_{67} \\ K_{s1} X_f & K_{s2} X_f & -K_{s3} X_t & -K_{s4} X_t & K_{75} & K_{76} & K_{77} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

onde,

$$\begin{aligned}
K_{11} &= K_{s1} + K_{p1} + \frac{K_{bf}}{L_y^2} \\
K_{16} &= K_{61} = K_{s1} Y_d + \frac{K_{bf}}{L_y} \\
K_{22} &= K_{s2} + K_{p2} + \frac{K_{bf}}{L_y^2} \\
K_{26} &= K_{62} = -K_{s2} Y_e - \frac{K_{bf}}{L_y} \\
K_{33} &= K_{s3} + K_{p3} + \frac{K_{bt}}{L_y^2} \\
K_{36} &= K_{63} = K_{s3} Y_d + \frac{K_{bt}}{L_y} \\
K_{44} &= K_{s4} + K_{p4} + \frac{K_{bt}}{L_y^2} \\
K_{46} &= K_{64} = -K_{s4} Y_e - \frac{K_{bt}}{L_y} \\
K_{55} &= K_{s1} + K_{s2} + K_{s3} + K_{s4} \\
K_{56} &= K_{65} = -K_{s1} Y_d + K_{s2} Y_e - K_{s3} Y_d + K_{s4} Y_e \\
K_{57} &= K_{75} = -K_{s1} X_f - K_{s2} X_f + K_{s3} X_t + K_{s4} X_t \\
K_{66} &= K_{s1} Y_d^2 + K_{s2} Y_e^2 + K_{s3} Y_d^2 + K_{s4} Y_e^2 + K_{bf} + K_{bt} \\
K_{67} &= K_{76} = K_{s1} X_f Y_d - K_{s2} X_f Y_e - K_{s3} X_t Y_d + K_{s4} X_t Y_e \\
K_{77} &= K_{s1} X_f^2 + K_{s2} X_f^2 + K_{s3} X_t^2 + K_{s4} X_t^2
\end{aligned}$$

onde, L_x é o comprimento entre eixos do carro e L_y o comprimento dos eixos. A matriz de amortecimento $[C]$ é escrita como:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{s1} + C_{p1} & 0 & 0 & 0 & -C_{s1} & C_{s1} Y_d & C_{s1} X_f \\ 0 & C_{s2} + C_{p2} & 0 & 0 & -C_{s2} & -C_{s2} Y_e & C_{s2} X_f \\ 0 & 0 & C_{s3} + C_{p3} & 0 & -C_{s3} & C_{s3} Y_d & -C_{s3} X_t \\ 0 & 0 & 0 & C_{s4} + C_{p4} & -C_{s4} & -C_{s4} Y_e & -C_{s4} X_t \\ -C_{s1} & -C_{s2} & -C_{s3} & -C_{s4} & C_{55} & C_{56} & C_{57} \\ C_{s1} Y_d & -C_{s2} Y_e & C_{s3} Y_d & -C_{s4} Y_e & C_{65} & C_{66} & C_{67} \\ C_{s1} X_f & C_{s2} X_f & -C_{s3} X_t & -C_{s4} X_t & C_{75} & C_{76} & C_{77} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

onde,

$$\begin{aligned}
C_{55} &= C_{s1} + C_{s2} + C_{s3} + C_{s4} \\
C_{56} &= C_{65} = -C_{s1} Y_d + C_{s2} Y_e - C_{s3} Y_d + C_{s4} Y_e \\
C_{57} &= C_{75} = -C_{s1} X_f - C_{s2} X_f + C_{s3} X_t + C_{s4} X_t
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{66} &= C_{s1} Y_d^2 + C_{s2} Y_e^2 + C_{s3} Y_d^2 + C_{s4} Y_e^2 \\
C_{67} &= C_{76} = C_{s1} X_f Y_d - C_{s2} X_f Y_e - C_{s3} X_t Y_d + C_{s4} X_t Y_e \\
C_{77} &= C_{s1} X_f^2 + C_{s2} X_f^2 + C_{s3} X_t^2 + C_{s4} X_t^2
\end{aligned}$$

O vetor de deslocamento vertical $\{z\}$ contendo os GDL é:

$$\{z\} = \left\{ z_{c1} \quad z_{c2} \quad z_{c3} \quad z_{c4} \quad z_v \quad \phi \quad \theta \right\}^T \quad (3.6)$$

A força de excitação externa é dada pelos seus coeficientes de rigidez e amortecimento multiplicados pelo deslocamento e velocidade de deformação da mola e amortecedor do pneu, respectivamente, que por sua vez são dados pela diferença de deslocamento e velocidade das coordenadas z_c e z_s . Porém, as coordenadas z_c foram passadas para o lado esquerdo da equação do movimento. Desta forma, o vetor de forças é:

$$\{F\} = \begin{pmatrix} K_{p1} z_{s1} + C_{p1} \dot{z}_{s1} \\ K_{p2} z_{s2} + C_{p2} \dot{z}_{s2} \\ K_{p3} z_{s3} + C_{p3} \dot{z}_{s3} \\ K_{p4} z_{s4} + C_{p4} \dot{z}_{s4} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

A fim de descobrir os deslocamentos $\{z\}$ e as velocidades $\{\dot{z}\}$ temporais característicos deste sistema é preciso aplicar a integração numérica na equação do movimento (eq. 3.2). Para esta integração usou-se a função *ode45* do *software* MatLab®. Por usar esta função, foi necessário transformar o modelo de 2ª ordem em um de 1ª ordem através das equações de estado 3.8 e 3.9, representadas a seguir:

$$\begin{pmatrix} \{\dot{z}\} \\ \{\ddot{z}\} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} [Z] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \{z\} \\ \{\dot{z}\} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \{Z\} \\ [M]^{-1}\{F\} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

$$\{\dot{y}\} = [A] \{y\} + \{F\} \quad (3.9)$$

As matrizes $[Z]$ e $[I]$ da equação 3.8 correspondem a uma matriz constituída somente de zeros

e a uma matriz identidade, respectivamente. Estas duas matrizes possuem a mesma dimensão das matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema estudado. O vetor $\{Z\}$ é um vetor somente de zeros, sendo que este possui a mesma dimensão do vetor de força de excitação externa.

Através da integração numérica realizada no MatLab[®] obtém-se o vetor $\{y\}$ contendo os deslocamentos e as velocidades dos sete GDL. Com o intuito de encontrar a aceleração do CG do veículo é efetuada a derivação do quinto GDL do vetor das velocidades.

3.2 Cálculo do Centro de Gravidade, da Distribuição de Massa e do Momento de Inércia de Massa

Segundo Reimpell et al. (2001), baixos centros de gravidade são sempre desejados, pois estão associados a menores problemas dinâmicos na condução e melhor desempenho em curvas e em frenagens. Porém, na prática, as opções em projetos são restritas.

A posição do centro de gravidade (CG) do veículo é altamente dependente do carregamento a que ele está submetido, tanto em relação a posição horizontal (eixo longitudinal X e eixo transversal Y) como em relação à vertical (Z).

Na prática, para encontrar o local correto do CG, é preciso realizar a pesagem do veículo. Necessariamente ele deve estar num plano totalmente horizontal e com cada eixo sobre uma balança. A massa total do veículo (M_{tv}) resulta da soma da pesagem do eixo frontal (m_f) com o eixo traseiro (m_t):

$$M_{tv} = m_f + m_t \quad (3.10)$$

Porém, em projetos, a massa total do veículo é definida a partir da massa do veículo (M_v) e da carga máxima permitida (Δm), relacionada com os passageiros e as bagagens, como segue:

$$M_{tv} = M_v + \Delta m \quad (3.11)$$

Considerando que a massa suspensa não é distribuída uniformemente nos quatro conjuntos da suspensão, em função do CG estar ligeiramente deslocado, é preciso determiná-lo com base em

algumas informações. A tabela 3.2 ilustra a distribuição média de carga proporcional aos eixos com base no tipo de tração e na condição de carregamento para um veículo (REIMPELL et al., 2001). Se o veículo está totalmente carregado, o eixo traseiro leva a maior carga, enquanto que ao transportar dois passageiros a maior carga ocorre no eixo frontal para o veículo com tração dianteira.

Tabela 3.2 - Distribuição média de carga proporcional aos eixos frontal e traseiro com base no tipo de tração e de carga (REIMPELL et al., 2001)

Tipo de Tração	Frontal (%)		Traseira (%)		Motor Traseiro (%)	
Distribuição	Frete	Traseira	Frete	Traseira	Frete	Traseira
Vazio	61	39	50	50	40	60
2 passageiros na frente	60	40	50	50	42	58
4 passageiros	55	45	47	53	40	60
5 passageiros e bagagem	49	51	44	56	41	59

De posse destes dados pode-se fazer o balanço dos momentos na direção longitudinal, tanto para o caso prático como para o teórico, de onde resultam as equações:

$$X_f = \frac{m_t}{M_{tv}} L_x \quad e \quad X_t = \frac{m_f}{M_{tv}} L_x \quad (3.12)$$

Para encontrar a posição do CG na direção transversal (Y), calcula-se de forma semelhante, resultando em:

$$Y_d = \frac{m_e}{M_{tv}} L_y \quad e \quad Y_e = \frac{m_d}{M_{tv}} L_y \quad (3.13)$$

onde, m_d é a massa referente a direita e m_e referente a esquerda.

Conhecendo as distâncias em relação ao CG e a massa total do veículo, é possível calcular os momentos de inércia de massa (J_x e J_y). As equações 3.14 e 3.15 são referentes aos J_x e J_y da massa suspensa do veículo.

$$J_x = \int_{-Y_d}^{Y_e} r^2 dm = \frac{M_{tv}}{3 L_y} (Y_e^3 + Y_d^3) \quad (3.14)$$

$$J_y = \int_{-X_f}^{X_t} r^2 dm = \frac{M_{tv}}{3 L_x} (X_t^3 + X_f^3) \quad (3.15)$$

Conforme Hibbeler (2005), momento de inércia de massa de um corpo é uma propriedade que mede a resistência do corpo a acelerações angulares. Sua unidade é dada em $kg \, m^2$.

De acordo com Reimpell et al. (2001), o momento de inércia em torno do eixo Z é útil para o estudo da estabilidade e desempenho em curvas. Já o momento em torno do eixo X é essencial para estudar o movimento de rolagem (*roll*), por exemplo, durante mudanças rápidas de via. Por último, o momento de inércia em torno da direção transversal Y é necessário para calcular o comportamento de arfagem (*pitch*), que pode ser notado durante acelerações e frenagens.

A distribuição da massa suspensa para o modelo de um veículo inteiro deve ser feita para os quatro conjuntos de suspensão, como descrito nas equações 3.16 a 3.19. Estas podem ser interpretadas como a ponderação da M_{tv} para cada conjunto da suspensão. Pode-se notar também que elas estão totalmente ligadas as distâncias do CG.

$$dm_{s1} = \frac{X_t}{X_f + X_t} \frac{Y_e}{Y_d + Y_e} M_{tv} \quad (3.16)$$

$$dm_{s2} = \frac{X_t}{X_f + X_t} \frac{Y_d}{Y_d + Y_e} M_{tv} \quad (3.17)$$

$$dm_{s3} = \frac{X_f}{X_f + X_t} \frac{Y_e}{Y_d + Y_e} M_{tv} \quad (3.18)$$

$$dm_{s4} = \frac{X_f}{X_f + X_t} \frac{Y_d}{Y_d + Y_e} M_{tv} \quad (3.19)$$

Está distribuição da massa suspensa é necessária para determinar a força inercial estática ou força peso (W), que será essencial para o cálculo do coeficiente de rigidez (K) que o sistema de suspensão deverá possuir para suportar as massas a que foram projetadas. A força peso é representada pela equação 3.20, sendo g a aceleração da gravidade.

$$W = \left\{ \begin{array}{c} dm_{s1} \\ dm_{s2} \\ dm_{s3} \\ dm_{s4} \end{array} \right\} g \quad (3.20)$$

3.3 Cálculo do Coeficiente de Rigidez da Barra Estabilizadora

A equação 3.21 é utilizada para determinar o coeficiente de rigidez da barra estabilizadora conforme cálculos desenvolvidos por Rill (2009).

$$K_{barra} = i_b^2 \frac{\pi}{32} \frac{G_b D_b^4}{a^2 L_y} \quad (3.21)$$

onde, G_b é o módulo de cisalhamento da barra, D_b é o diâmetro da barra, a é a distância do braço de alavanca, L_y é o comprimento dos eixos do carro e i_b é a razão entre o comprimento do braço de alavanca e o eixo de centro da barra até o eixo de centro que passa pela roda.

A figura 3.2 mostra a barra estabilizadora com formato em U. Forças verticais opostas (F) são aplicadas às extremidades da barra devido ao movimento da suspensão, e como consequência, surge um deslocamento vertical (Δz) medido entre as extremidades da barra.

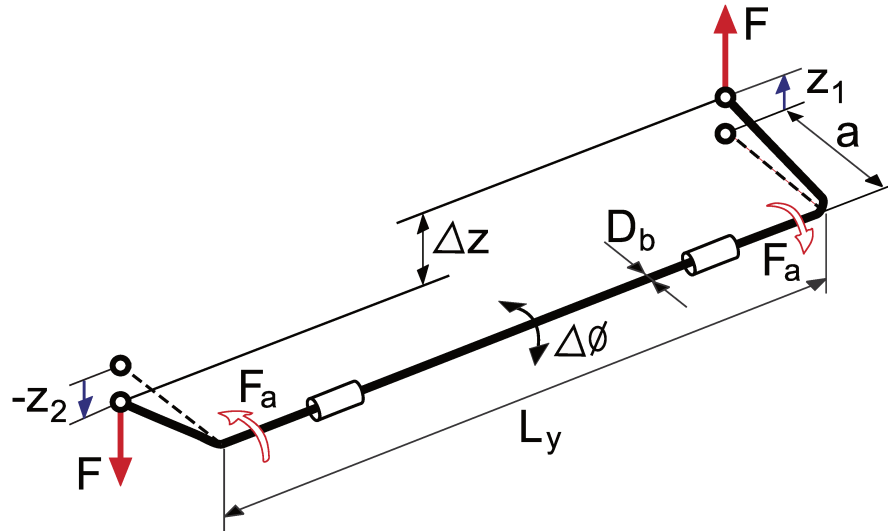


Figura 3.2 - Barra estabilizadora carregada por forças verticais (adaptada de Rill (2009))

3.4 Diferentes Definições para o Cálculo do Coeficiente de Rigidez

Para molas lineares, o coeficiente de rigidez é constante, e é definido como a relação entre a força resultante e a deformação correspondente da mola. Já para molas não lineares, como é o

caso da mola hidropneumática, o valor do coeficiente de rigidez é local (varia com a deformação da mola) e pode ser definido de várias formas diferentes.

A primeira definição apresentada é para o cálculo do coeficiente de rigidez local pela secante (K_{Sec_local}). A área azul da figura 3.3 corta dois pontos da curva (secante) e delimita as forças e deslocamentos que irão compor o cálculo da K_{Sec_local} .

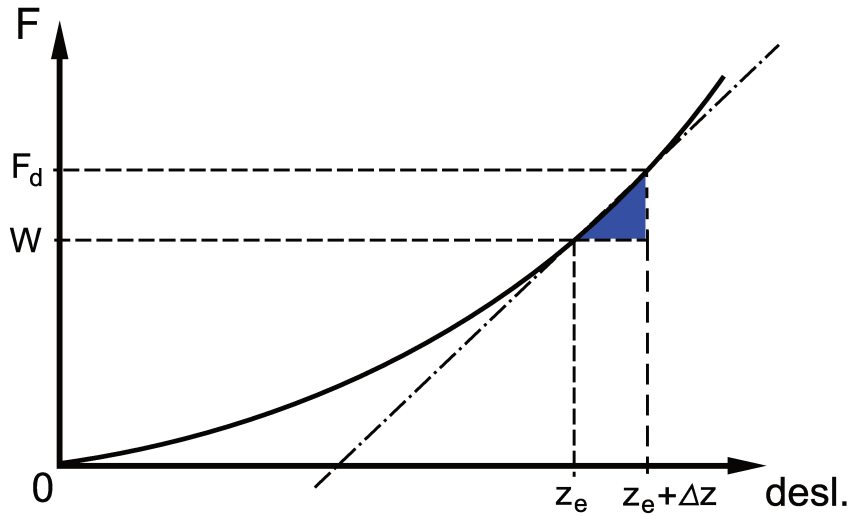


Figura 3.3 - Definição do coeficiente de rigidez local pela secante

A equação 3.22 considera a variação do deslocamento (Δz) da suspensão em torno da sua posição estática (z_e). A força utilizada neste cálculo resulta da diferença entre a força dinâmica (F_d) e a força peso (W).

$$K_{Sec_local} = \frac{F_{local}}{\Delta z} = \frac{F_d - W}{\Delta z} \quad (3.22)$$

A área verde da figura 3.4 também cruza dois pontos da curva, e indica os parâmetros usados para o cálculo da rigidez global pela secante (K_{Sec_global}).

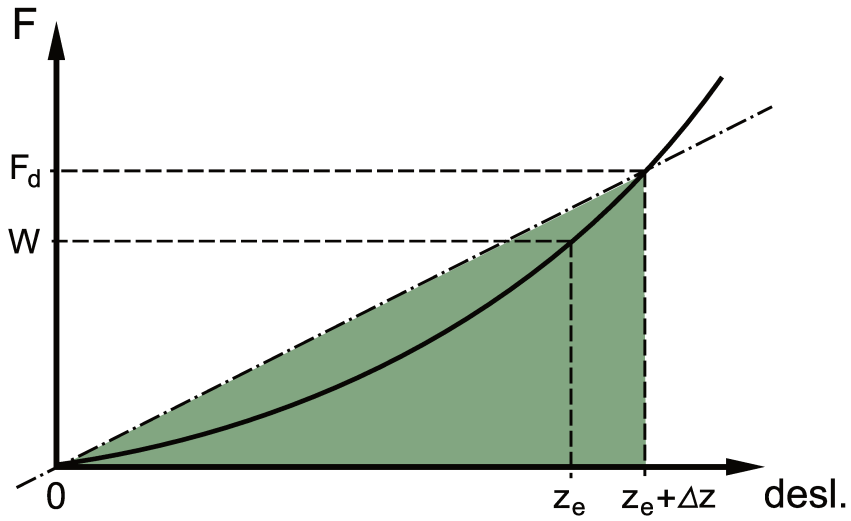


Figura 3.4 - Definição do coeficiente de rigidez global pela secante

A expressão da K_{Sec_global} é consequência da divisão da F_d pelo deslocamento total (z_{total}), ou seja, deslocamento estático mais dinâmico:

$$K_{Sec_global} = \frac{F_d}{z_{total}} = \frac{F_d}{z_e + \Delta z} \quad (3.23)$$

A área vermelha da figura 3.5 é útil para visualizar a inclinação produzida pela reta tangente ao tocar um ponto da curva da força.

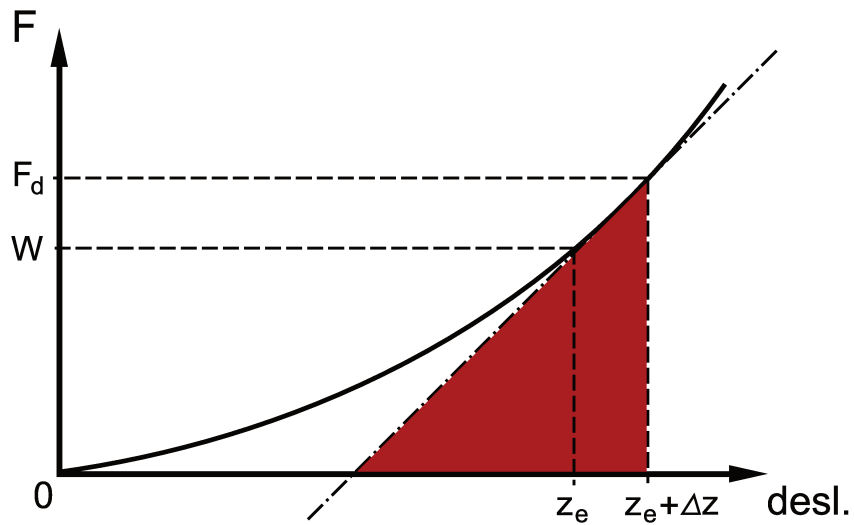


Figura 3.5 - Definição do coeficiente de rigidez pela tangente

O valor da rigidez K_{Tan} dada pela inclinação da tangente é calculado pela derivada da força

com relação ao deslocamento:

$$K_{Tan} = \frac{\partial F_{local}}{\partial \Delta z} = \frac{\partial (F_d - W)}{\partial \Delta z} \quad (3.24)$$

Através da análise dos gráficos 3.3, 3.4 e 3.5 pode-se notar a diferença dos ângulos formados entre as linhas traço ponto e as abscissas para as diferentes definições. Este fato causa grande diferença no valor encontrado no cálculo do coeficiente de rigidez.

Dependendo do objetivo pretendido, uma destas definições pode ser a mais adequada. Por exemplo, a definição pela secante global é a mais adequada para se determinar o esforço total devido a um deslocamento absoluto, a definição pela secante local é a mais adequada para achar a variação da força devido a um deslocamento finito a partir do ponto de equilíbrio e a definição pela tangente é a mais adequada para estimar as frequências de ressonância associadas às variações infinitesimais em torno da posição de equilíbrio.

3.5 Determinação das Características do Sistema de Suspensão Hidropneumático

3.5.1 Configuração e princípio de funcionamento

Segundo Bauer (2011), o sistema de suspensão hidropneumático mais simples consiste somente de três componentes: o acumulador hidropneumático, o cilindro e o fluido hidráulico. Geralmente o acumulador é conectado diretamente ao cilindro, como mostrado na figura 3.6, mas devido restrições de espaço, por exemplo, eles podem ser separados e sua ligação será feita por acessórios e linhas de óleo adicionais. A diferença entre este sistema e o de suspensão convencional se dá pela substituição da mola mecânica pelo gás comprimido no acumulador. O amortecimento é dado pelas características do orifício que faz a conexão entre acumulador e cilindro (BALDI, 2004), e pode ser controlado mediante uso de uma válvula (SÁ, 2006).

O acumulador é uma câmara hermeticamente selada contendo certa quantidade de gás. Geralmente, utiliza-se o gás nitrogênio, que ao ser pressurizado proporciona um ambiente estável (BALDI, 2004). A maioria dos acumuladores são compostos por uma membrana flexível semi-

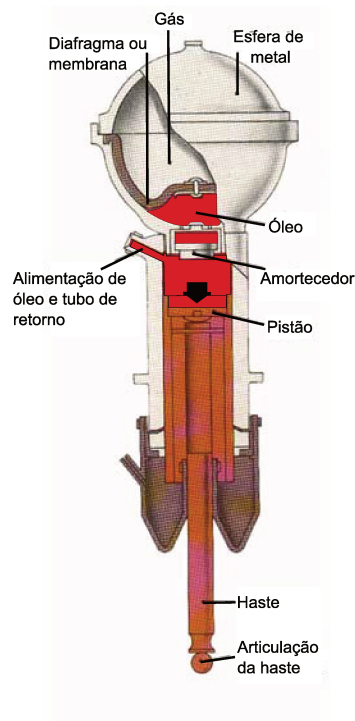


Figura 3.6 - Componentes da suspensão hidropneumática (COSTA, 2002)

esférica de borracha que separa o gás do fluido hidráulico. Assim, mesmo ocorrendo vazamento de fluido, o gás não será perdido e nem contaminado por outras substâncias que possam afetar suas características. O fluido hidráulico que vaza do sistema é armazenado num reservatório e enviado novamente ao sistema por uma bomba hidráulica, conservando o veículo em sua altura original. O acumulador é um dos principais componentes deste tipo de sistema, pelo fato da rigidez da mola hidropneumática originar da compressão e expansão do gás contido nele. Esta rigidez é definida essencialmente pelo volume e pressão do gás, e estes são dependentes da distribuição da massa suspensa do veículo (dm_s) para os quatro conjuntos da suspensão, do diâmetro interno do cilindro (d_c) e do curso da suspensão (z_m).

No interior do cilindro desliza um pistão com uma haste ligada a um braço da suspensão por meio de uma articulação (COSTA, 2002).

Cada conjunto da roda é ligado independentemente ao chassi por um braço da suspensão que é conectado à haste do cilindro. Quando um veículo passa por uma elevação no solo, como por exemplo, por uma lombada, este movimento é transmitido para a suspensão e faz com que o pistão desloque para cima. Isto diminuirá o volume de gás do acumulador, o que aumentará a pressão do gás, resultando no aumento da força aplicada à haste do cilindro, o que provocará o seu retorno,

diminuindo a pressão do gás que atuará então como uma mola.

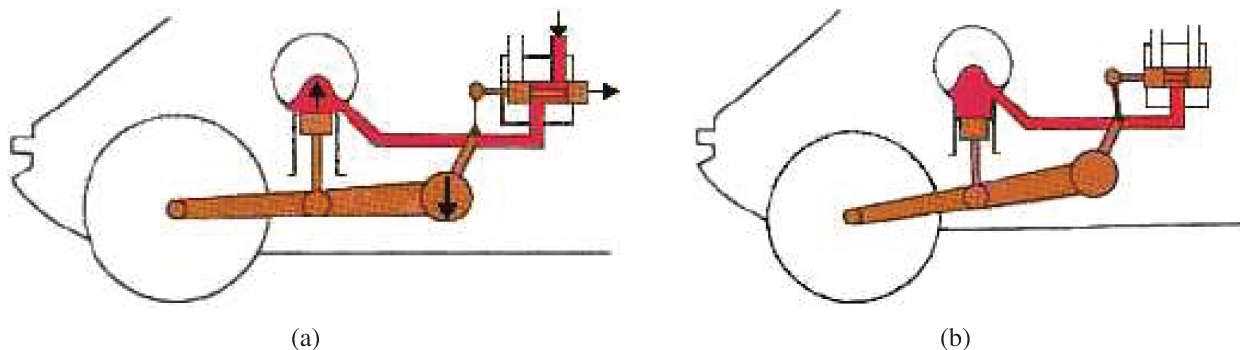


Figura 3.7 - (a) Adição de fluido ao cilindro em função do aumento de carga e (b) Fechamento da válvula e retorno do veículo a altura original (COSTA, 2002)

No caso do aumento de carga transportada pelo veículo, a carroceria desce em relação à suspensão (COSTA, 2002). Este movimento aciona uma articulação ligada ao braço da suspensão, e esta abre uma válvula conectada a um reservatório que faz com que o fluido entre no cilindro (figura 3.7(a)). Desta forma, a carroceria eleva-se e volta a altura original, e assim a válvula retorna a sua posição neutra (figura 3.7(b)). Se a carga diminuir, o processo é invertido.

Após a abertura da válvula, o fluxo do fluido para o cilindro só é possível graças a uma bomba que alimenta o sistema. Geralmente este controle de nivelamento é usado em veículos com suspensão de curso limitado, mantendo-o sempre à mesma altura em relação ao solo. Portanto, mesmo que o carro transporte a carga máxima, o curso da suspensão é capaz de anular as irregularidades do pavimento. Uma das desvantagens dos sistemas convencionais de suspensão consiste no fato do automóvel se inclinar para trás quando transporta excesso de carga, o que não ocorre com o sistema hidropneumático.

3.5.2 Características da mola

Segundo Bauer (2011), o coeficiente de rigidez da mola (K) do sistema de suspensão hidropneumático pode ser determinado pela curva força-deslocamento da mola medida para o cilindro da suspensão quando a válvula que restringe o fluxo for retirada. Aumentando a força sobre o cilindro aumentará a pressão hidráulica provocando o deslocamento da haste. Isto ocorre devido as

seguintes razões:

- compressão do gás no acumulador (k_G);
- aumento do volume das linhas do fluido e acessórios devido a sua elasticidade (k_L);
- compressão do fluido hidráulico (k_F).

Cada um destes efeitos gera uma rigidez individual. Porém, a medida resultante no cilindro da suspensão é uma combinação dos efeitos. Portanto, pode-se interpretar a rigidez resultante no cilindro como:

$$\frac{1}{k_{total}} = \frac{1}{k_G} + \frac{1}{k_L} + \frac{1}{k_F} = \frac{k_L k_F + k_G k_F + k_G k_L}{k_G k_L k_F} \quad (3.25)$$

invertendo a equação acima, têm-se:

$$k_{total} = \frac{k_G k_L k_F}{k_L k_F + k_G k_F + k_G k_L} \quad (3.26)$$

A rigidez das linhas e acessórios e o módulo de compressão do fluido hidráulico geralmente possuem valores muito altos, causando baixa influência sobre o coeficiente de rigidez total da mola (k_{total}). Isto significa que as características da mola hidropneumática são influenciadas principalmente pelas propriedades do gás que está no acumulador.

3.5.3 Características termodinâmicas dos gases

O gás confinado no acumulador é o meio responsável pela elasticidade do sistema todo, como explicado anteriormente (BALDI, 2004); (SÁ, 2006); Bauer (2011).

Quando o sistema está sem pressão hidráulica (estado inicial) existe um certo número de moléculas de gás dentro do acumulador e, conseqüentemente, uma certa massa de gás (m_g). Desta forma, pode-se definir também o volume inicial de gás (V_0) e a pressão inicial de pré-carga (P_0) para o acumulador. A pressão P_0 é atribuída à temperatura ambiente de 20°C e é definida durante o processo de fabricação do acumulador. Para descrever o comportamento do gás ideal usa-se a equação 3.27.

$$P_0 V_0 = n_m R T \quad (3.27)$$

onde, n_m indica o número de moles.

Se o gás mudar de temperatura durante o processo de produção ou mesmo durante a operação da suspensão, a pressão do gás mudará para uma nova pressão de pré-carga de acordo com a equação de estado para mudança isocórica (volume constante). Como a pressão de pré-carga é dependente da temperatura, ela deve ser considerada ao projetar sistemas que serão operados em diferentes temperaturas. A equação 3.28 representa a transformação isocórica de um gás levado de um estado 0 para um estado 1.

$$\frac{P_0}{T_0} = \frac{P_1}{T_1} \quad \text{Temperaturas em Kelvin} \quad (3.28)$$

onde, P_0 , T_0 e P_1 , T_1 são a pressão e temperatura do estado 0 e 1, respectivamente.

Assim que o acumulador é integrado ao sistema hidráulico, e este sofre a ação de uma carga, por exemplo, da massa suspensa do carro, o volume de gás se mantém o mesmo enquanto a pressão hidráulica é menor ou igual à pressão de pré-carga. Logo que a pressão hidráulica excede a pressão de pré-carga, o volume de gás é comprimido até alcançar o equilíbrio das forças. Quando esta compressão ocorre lentamente e a nova pressão é mantida por um longo período, pode-se assumir a mudança de estado como isotérmica e representá-la através da Lei de Boyle-Mariotte (BAUER, 2011). Esta mudança é denominada isotérmica porque o calor gerado pela compressão do gás é dissipado para o ambiente e a temperatura se mantém constante durante o processo. A equação 3.29 mostra as relações para esta mudança de estado.

$$P_0 V_0 = P_1 V_1 \quad (3.29)$$

Porém, os movimentos que ocorrem durante a operação normal do sistema de suspensão são muito rápidos. Normalmente, a suspensão é capaz de absorver frequências de excitação abaixo de 1Hz até alguns valores acima de 10Hz. Devido à alta velocidade dos movimentos não há tempo suficiente para absorção ou dissipação de calor como ocorre na mudança isotérmica. Portanto, o gás mudará de temperatura. Assumindo que não há troca de calor, a mudança de estado agora é adiabática, e é descrita pela equação 3.30. Nesta equação a é o expoente adiabático e representa a razão entre a capacidade de calor específico para pressão constante e para volume constante. Na literatura, as propriedades do expoente a são referenciadas para baixas pressões e temperatura ambiente. Como exemplo, pode-se citar o valor do expoente a igual a 1,4 para gases biatômicos,

como o N_2 e o O_2 e a igual 1,66 para gases monatômicos, como o He .

$$P_0 V_0^a = P_1 V_1^a \quad (3.30)$$

Embora raramente mencionado, é importante considerar que o expoente a é dependente da temperatura e da pressão do gás nos sistemas de suspensão hidropneumático. A figura 3.8 mostra o comportamento do gás nitrogênio para diferentes temperaturas e pressões.

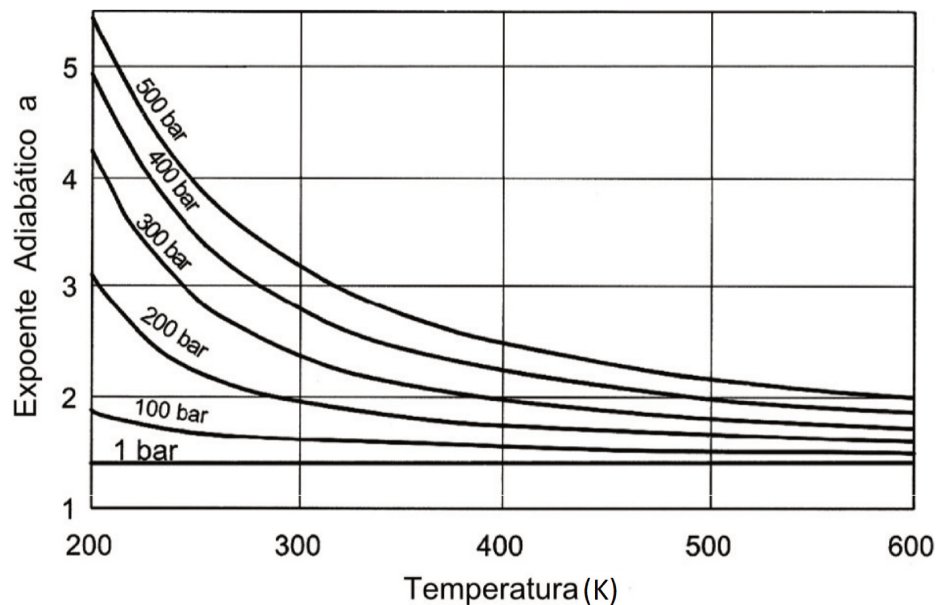


Figura 3.8 - Expoente adiabático do gás N_2 em função da temperatura e pressão (adaptado de Bauer (2011))

Em suspensões hidropneumáticas reais sempre existe a possibilidade de troca de calor do gás com os componentes e o meio, e por isso, nunca ocorrerá mudança de estado adiabático ideal. Isto significa que o processo da suspensão hidropneumática é definido para mudança de estado politrópico caracterizado por $1 < n < a$, e pode ser descrita pela equação 3.31. O coeficiente politrópico é representado por n .

$$P V^n = constante \quad (3.31)$$

Quanto mais calor for trocado durante a mudança de estado, mais o coeficiente politrópico n deste processo passará de a para 1 (BAUER, 2011).

Normalmente, por não conhecer as condições exatas para a troca de calor e ser muito difícil identificá-las, se torna complicado definir o valor do coeficiente politrópico entre 1 e o expoente a .

Além disso, também é difícil definir o valor do expoente a , pois as pressões e temperaturas mudam constantemente durante a operação do sistema, como explicado acima.

Somente é indicado o uso de valores do coeficiente n igual ou maior que 1,4 quando houver operações com altas pressões combinadas com baixas temperaturas.

Valores médios mais realistas para o coeficiente n podem ser deduzidos a partir de medições das curvas de força-deslocamento em experimentos. Os cálculos do coeficiente politrópico devem ser comparados com os resultados dos experimentos, e depois reajustado para um nível que fornece a melhor correspondência teórica e experimental para as curvas força-deslocamento.

3.5.4 Determinação do volume inicial de gás

O volume inicial de gás à pressão atmosférica (V_0) contido no acumulador depende basicamente da distribuição da massa suspensa do veículo (dm_s) para os quatro conjuntos da suspensão, do diâmetro interno do cilindro (d_c) e do curso da suspensão (z_m), como mencionado na página 51 da seção 3.5.1. Ao fixar esses 3 valores, o V_0 do gás irá determinar a rigidez da mola hidropneumática (BALDI, 2004). Este fato é uma grande vantagem, pois somente alterando a massa do gás pode-se alterar as características da suspensão. A pressão inicial para este projeto é definida como a pressão atmosférica. Porém, o volume necessário na câmara para armazenar a massa de gás na pressão atmosférica é muito grande. Para se trabalhar com câmaras menores sem prejuízo para o funcionamento, é injetado gás até uma pressão tal que a massa de gás naquele volume corresponde à mesma massa que ocuparia o volume V_0 na pressão atmosférica, sendo então o volume V_0 apenas um valor teórico de referência utilizado para o projeto da suspensão.

Os cálculos que serão desenvolvidos levam em conta as seguintes considerações:

- mudança de estado politrópico, ou seja, o coeficiente n está entre 1 e a ;
- o gás é ideal;
- o gás utilizado como mola será inerte, para não haver variação em suas características e para não contaminar o fluido hidráulico;
- o fluido hidráulico empregado é incompressível;
- o nível estático da suspensão está exatamente no centro do curso;

- o deslocamento positivo do pistão do cilindro indica compressão do gás.

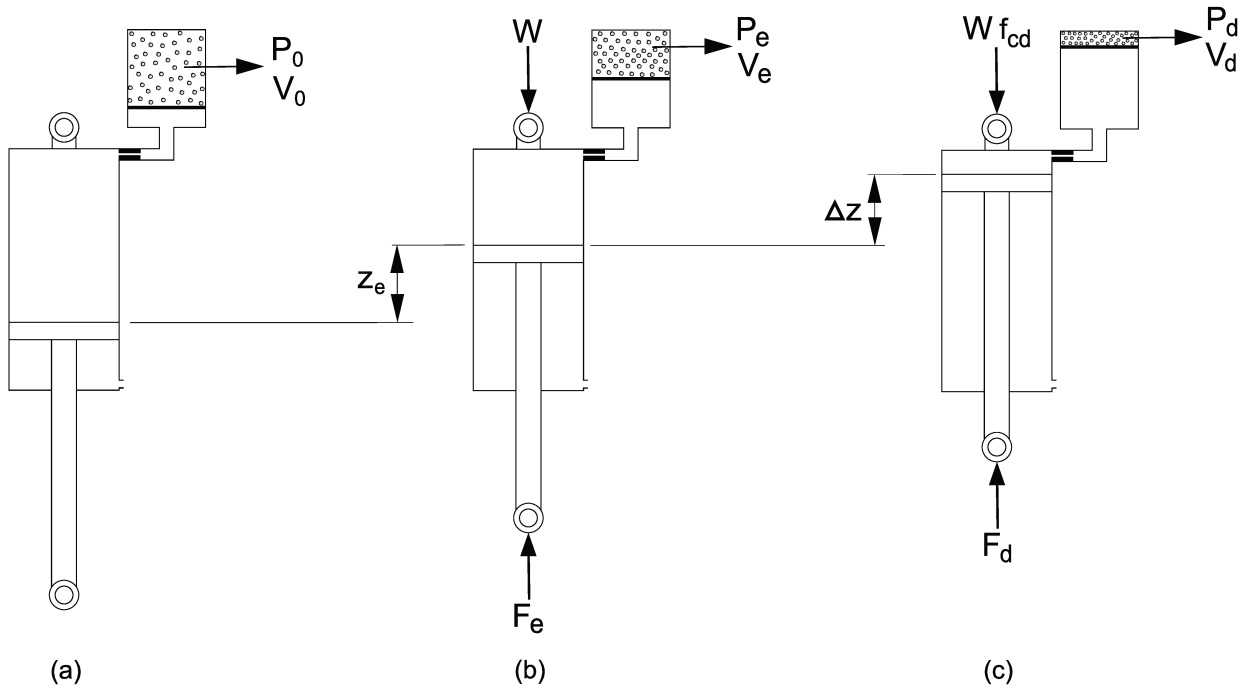


Figura 3.9 - (a) Sem aplicação de forças, (b) com aplicação de força estática e (c) com aplicação de força dinâmica

Assim como adotado na dissertação de Baldi (2004), neste trabalho também será admitido um deslocamento máximo (z_m) para o eixo do veículo em relação ao chassi na condição de carga máxima, levando em conta as limitações de uso e de projeto. A condição de carga máxima é dada pelo maior valor da força dinâmica (F_d) que resulta do produto da maior força estática (F_e) pelo fator de carga dinâmica (f_{cd}). Segundo Baldi (2004), o fator f_{cd} é obtido através de medições feitas por sensores instalados em locais estratégicos no veículo quando este é submetido a condições reais de uso. Isto é feito com o intuito de definir as condições de conforto e segurança para o veículo.

A figura 3.9(a) mostra que não há força atuando no cilindro, e consequentemente não ocorre mudança da posição vertical (z) do pistão. Nesta condição a pressão do gás (P_0) no acumulador é igual a pressão atmosférica, pelos fatores descritos acima. Ao adicionar qualquer carga ao sistema as forças, pressões e deslocamentos serão alterados. Na figura 3.9(b) nota-se o acréscimo da força peso (W) que fará o pistão deslocar até a posição estática (z_e). Isto ocorre porque o fluido hidráulico flui da câmara do pistão para o acumulador onde comprime o gás, e assim surgem a pressão estática (P_e) e o volume estático (V_e) do gás confinado. O volume do gás será comprimido, já que o

acumulador possui capacidade volumétrica fixa, e irá estabilizar no instante que surgir o equilíbrio das forças. A posição, o volume e a pressão estática poderão ser diferentes para cada conjunto de suspensão, pois dependendo da carga transportada haverá uma distribuição diferente das massas. O volume estático é descrito pela equação 3.32 e a pressão estática pela equação 3.33.

$$V_e = V_0 - A_c z_e \quad (3.32)$$

$$P_e = \frac{dm_s g}{A_c} + P_0 \quad (3.33)$$

Na figura 3.9(c), a força dinâmica (F_d) resulta da variação do deslocamento da haste do cilindro (Δz) em função do movimento aplicado pela roda do veículo. Este movimento cria a pressão dinâmica (P_d) e o volume dinâmico (V_d) que também irão variar em torno da posição estática. Por causa da variação do deslocamento Δz um volume de óleo ($V_{desl} = A_c \Delta z$) será deslocado do ou para o acumulador, e desta forma deverá ser subtraído ou somado do volume V_e . A partir disto é possível definir o volume V_d , conforme segue:

$$V_d = V_e - A_c \Delta z = V_0 - A_c (z_e + \Delta z) \quad (3.34)$$

A pressão dinâmica é definida como:

$$P_d = \frac{dm_s g f_{cd}}{A_c} + P_0 \quad (3.35)$$

A variação do deslocamento da haste do cilindro (Δz) ocorre pelo movimento da suspensão do carro, então esta variação é caracterizada como dinâmica. As equações 3.36 a 3.39 descrevem os deslocamentos das suspensões para os 4 GDL, ou seja, a variação somente entre a massa suspensa e as massas dos conjuntos das rodas.

$$\Delta z_1 = (z_v - Y_d \phi - X_f \theta) - z_{c1} \quad (3.36)$$

$$\Delta z_2 = (z_v + Y_e \phi - X_f \theta) - z_{c2} \quad (3.37)$$

$$\Delta z_3 = (z_v - Y_d \phi + X_t \theta) - z_{c3} \quad (3.38)$$

$$\Delta z_4 = (z_v + Y_e \phi + X_t \theta) - z_{c4} \quad (3.39)$$

Adotando a mudança de estado como politrópico, conhecendo a expressão do volume V_e e analisando as figuras 3.9(a) e (b), têm-se:

$$P_0 V_0^n = P_e V_e^n = P_e (V_0 - A_c z_e)^n \quad (3.40)$$

A partir da equação 3.40 pode-se determinar o deslocamento estático da seguinte forma:

$$z_e = \frac{V_0}{A_c} \left(1 - \frac{P_0^{1/n}}{P_e^{1/n}} \right) \quad (3.41)$$

Agora, analisando as figuras 3.9(b) e (c) com as mesmas definições, obtém:

$$P_e V_e^n = P_d V_d^n = P_d (V_0 - A_c (z_e + \Delta z))^n \quad (3.42)$$

Substituindo a equação 3.41 na 3.42 consegue-se determinar o volume inicial de gás da seguinte forma:

$$V_0 = \frac{A_c \Delta z P_e^{1/n} P_d^{1/n}}{P_0^{1/n} (P_d^{1/n} - P_e^{1/n})} \quad (3.43)$$

Para o instante em que a força aplicada é máxima, a variação de deslocamento (Δz) será considerada como o curso inteiro da suspensão (z_m). Assim, a equação final do volume V_0 será:

$$V_0 = \frac{A_c z_m P_e^{1/n} P_d^{1/n}}{P_0^{1/n} (P_d^{1/n} - P_e^{1/n})} \quad (3.44)$$

Para instantes diferentes do deslocamento total do curso da suspensão z_m (igual a 50mm) a força F_d irá variar de acordo com a variação do deslocamento da suspensão.

Como dito no início desta subseção, o volume de gás V_0 é calculado com relação à pressão atmosférica, porém este volume pode ser relativamente grande, o que obrigaria construir um acumulador de grandes dimensões. Por este fato, na prática são adicionados aos acumuladores a massa de gás (m_g) correspondente ao volume V_0 .

Para determinar esta massa m_g pode-se escrever a seguinte equação:

$$P_0 V_0 = m_g \alpha \rightarrow m_g = \frac{P_0 V_0}{\alpha} \quad (3.45)$$

onde, α é um valor constante.

Analisando a equação 3.45 pode-se associar o volume V_0 , previamente determinado (eq. 3.44), com a massa m_g , já que a pressão P_0 é constante em um mesmo local e α é considerado um valor constante.

A fim de possuir a mesma massa m_g para um volume menor, ou seja, o volume escolhido para o acumulador (V_{ac}), é necessário encontrar a pressão de gás correspondente que o acumulador deverá possuir devido à necessidade de realizar a calibração deste gás. A pressão do acumulador é encontrada pela expressão:

$$P_{ac} = \frac{P_0 V_0}{V_{ac}} \quad (3.46)$$

3.5.5 Determinação da rigidez da mola hidropneumática

A rigidez de uma mola é dada pela relação entre a força e o deslocamento.

O estado inicial para determinar a expressão da rigidez é aquele no qual a força atuante é nula para um deslocamento do pistão igual a zero (figura 3.9(a)). Isto só ocorre quando a pressão dentro do acumulador de gás é a pressão atmosférica, pois ela está sendo aplicada também na face inferior do pistão. Para esta condição inicial têm-se a pressão P_0 e o volume V_0 . Ao se colocar o peso do veículo sobre a suspensão, o gás é comprimido até que a força no cilindro equilibra o peso.

Quando o veículo está em movimento, a roda transmite um deslocamento para a suspensão, e consequentemente surge uma força dinâmica (F_d) correspondente. Desta maneira, o fluido hidráulico irá comprimir ou expandir o gás confinado no acumulador. Este fato é descrito pela equação 3.34.

Ao observar a igualdade das equações 3.40 e 3.42, e conhecendo a equação 3.34, pode-se escrever:

$$P_0 V_0^n = P_d V_d^n = P_d (V_0 - A_c (z_e + \Delta z))^n \quad (3.47)$$

Da equação 3.47 pode-se obter a pressão dinâmica dentro do acumulador após aplicação da força F_d :

$$P_d = \frac{P_0 V_0^n}{(V_0 - A_c (z_e + \Delta z))^n} \quad (3.48)$$

Esta pressão P_d pode ser dividida em 2 parcelas. A primeira correspondente a P_0 (pressão atmosférica) e a segunda referente a ação de uma força externa aplicada ao cilindro. Então, a pressão P_d é escrita da seguinte forma:

$$P_d = P_0 + \frac{F_d}{A_c} \quad (3.49)$$

Igualando as equações 3.48 e 3.49, têm-se:

$$\frac{P_0 V_0^n}{(V_0 - A_c (z_e + \Delta z))^n} = P_0 + \frac{F_d}{A_c} \quad (3.50)$$

Rearranjando-a pode-se obter a expressão que descreve a força F_d :

$$F_d = A_c P_0 \left(\frac{V_0^n}{(V_0 - A_c (z_e + \Delta z))^n} - 1 \right) \quad (3.51)$$

Deve-se atentar para o fato que o deslocamento correspondente para o cálculo da força F_d resulta da soma do deslocamento z_e e do Δz .

Nota-se através da equação 3.51 que a força F_d em função do deslocamento do pistão corresponde a uma função não linear. Logo, o coeficiente de rigidez da suspensão (K_s) não terá um valor constante, como ocorre nas suspensões convencionais com molas mecânicas. Pois, para cada deslocamento da roda, e conseqüentemente do pistão do cilindro, haverá um valor diferente para o coeficiente de rigidez K_{hidro} .

Como explicado na subseção 3.4, existem diferentes definições para descrever a equação do coeficiente de rigidez. As expressões resultantes das diferentes definições podem ser analisadas através das equações 3.52 a 3.54. Neste trabalho será usada a definição da rigidez local pela secante para as simulações. Pois, segundo Baldi (2004) o cálculo do coeficiente de rigidez pela tangente é válida para pequenos deslocamentos, o que não é o caso da suspensão hidropneumática. Pela definição adotada, sempre será obtida a força real feita pela mola para qualquer deslocamento da roda.

$$K_{Sec_local} = \frac{F_{local}}{\Delta z} = \frac{F_d - W}{\Delta z} = \frac{\left(A_c P_0 \left(\frac{V_0^n}{(V_0 - A_c (z_e + \Delta z))^n} - 1 \right) \right) - (dm_s g)}{\Delta z} \quad (3.52)$$

$$K_{Sec_global} = \frac{F_d}{z_{total}} = \frac{F_d}{z_e + \Delta z} = \frac{\left(A_c P_0 \left(\frac{V_0^n}{(V_0 - A_c (z_e + \Delta z))^n} - 1 \right) \right)}{z_e + \Delta z} \quad (3.53)$$

$$K_{Tan} = \frac{\partial F_{local}}{\partial \Delta z} = \frac{\partial (F_d - W)}{\partial \Delta z} = \frac{A_c^2 P_0 V_0^n n}{(V_0 - A_c (z_e + \Delta z))^{n+1}} \quad (3.54)$$

Através da análise da equação 3.52, percebe-se que a rigidez hidropneumática independe da forma do acumulador, e que depende somente do volume inicial e da pressão do gás. Isto é de grande valia para minimizar os gastos de projeto, pois pode-se escolher um acumulador com forma simples e de fácil produção.

A forma mais simples de alterar a rigidez deste sistema é através do volume V_0 do gás, pois a pressão do gás numa condição de equilíbrio depende da distribuição da massa suspensa (dm_s) e do diâmetro interno do cilindro (d_c), e a alteração deste d_c pode adicionar custos à fabricação. Um item importante a ser observado num projeto de suspensão como este é a dependência da pressão e do volume de gás em relação à variação da distribuição de massa, sendo que a alteração destes afeta diretamente a rigidez hidropneumática.

3.6 Análise de Sensibilidade da Rigidez Hidropneumática

Normalmente, prever quais serão as influências da modificação de alguns parâmetros na resposta de um modelo é muito difícil. Através da análise de sensibilidade pode-se identificar quais parâmetros causam maior perturbação no desempenho do modelo em estudo. Por isso, esta análise é realizada com o objetivo de definir a influência de alguns parâmetros de entrada nos resultados do modelo. Ela pode ser usada para definir quais variáveis aleatórias causam pouca influência, podendo assim eliminá-las dos cálculos probabilísticos (HAFTKA; ZAFER, 1992); (MÜLLER, 2003); (BECK, 2009); (MATA-LIMA, 2012).

Segundo Haftka e Zafer (1992), o cálculo da sensibilidade é equivalente ao problema matemático de obter as derivadas de equações algébricas das respostas do modelo em relação aos seus

parâmetros.

Um aspecto relevante é o próprio sinal do valor resultante da análise da sensibilidade. Possuir um valor resultante positivo significa que se um parâmetro aumentar o outro que está relacionado a ele também aumentará. A equação 3.55 mostra que se o valor resultante da análise da sensibilidade for positivo, a cada variação positiva da variável x acarretará um aumento proporcional ao valor da derivada em f .

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} \cong \frac{\partial f}{\partial x} \rightarrow \Delta f \uparrow = + \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) \Delta x \uparrow \quad (3.55)$$

Além disso, o valor absoluto da sensibilidade de cada parâmetro indica a importância relativa deste no modelo estudado (ANDRADE et al., 2006).

Os valores determinísticos usados no cálculo da sensibilidade do coeficiente da rigidez hidropneumática (K_{hidro}) em função do volume V_0 , do coeficiente politrópico n , da força peso W e da pressão P_0 estão detalhados na tabela 3.3.

Tabela 3.3 - Dados usados no cálculo da sensibilidade dos parâmetros da suspensão hidropneumática frontal e traseira

Parâmetros	Valor para Suspensão		Unidade	Descrição
	Frontal	Traseira		
W	3642	2979,8	N	Força peso
P_e	1956161,3	1618918,3	N/m ²	Pressão estática
P_d	3810997,5	3136511,6	N/m ²	Pressão dinâmica
V_0	0,0027	0,0023	m ³	Volume inicial de gás
d_c	0,05		m	Diâmetro interno do cilindro
P_0	101325		N/m ²	Pressão inicial
z_m	$\pm 0,05$		m	Curso da suspensão
Δz	10^{-5}		m	Variação do deslocamento da haste
f_{cd}	2			Fator de carga dinâmica
n	1,2			Coeficiente politrópico

Pelo fato dos cálculos diferenciais analíticos serem complexos, estes foram desenvolvidos no *software* Mathematica®. O cálculo da sensibilidade em função de cada um dos quatro parâmetros gera quatro equações. De posse destas quatro equações substituiu-se os valores determinísticos, e desta forma restam somente as incógnitas com relação às quais está sendo feita a derivada em cada uma delas. Para estas incógnitas foram criados vetores com seus valores: mínimo, médio (determinístico) e máximo. Os valores extremos destes vetores são calculados com relação à variação

definida para cada parâmetro. Após substituição destes vetores nas equações desenvolvidas é possível verificar, através de gráficos, a variação da rigidez K_{hidro} em função da variação dos parâmetros para o curso total da suspensão. Estes gráficos foram gerados no *software* Matlab®.

Como descrito na subseção 3.5.5, a equação da rigidez K_{hidro} usada será a definida através da rigidez local pela secante.

A seta utilizada nos gráficos desta seção indica a direção do aumento do parâmetro em análise.

A sensibilidade da rigidez K_{hidro} em função do volume V_0 é realizada da seguinte forma:

$$\frac{\partial K_{hidro}}{\partial V_0} = -A_c^2 n P_0 V_0^{-1+n} \left(-A_c \Delta z + \left(\frac{P_0}{P_e} \right)^{1/n} V_0 \right)^{-1-n} \quad (3.56)$$

Para a criação dos gráficos 3.10(a) e 3.10(b) considerou-se o valor determinístico do volume V_0 igual a $2,7 \cdot 10^{-3} \text{m}^3$ para a suspensão frontal, e $2,3 \cdot 10^{-3} \text{m}^3$ para a traseira. A variação definida para estes volumes é de $\pm 10\%$.

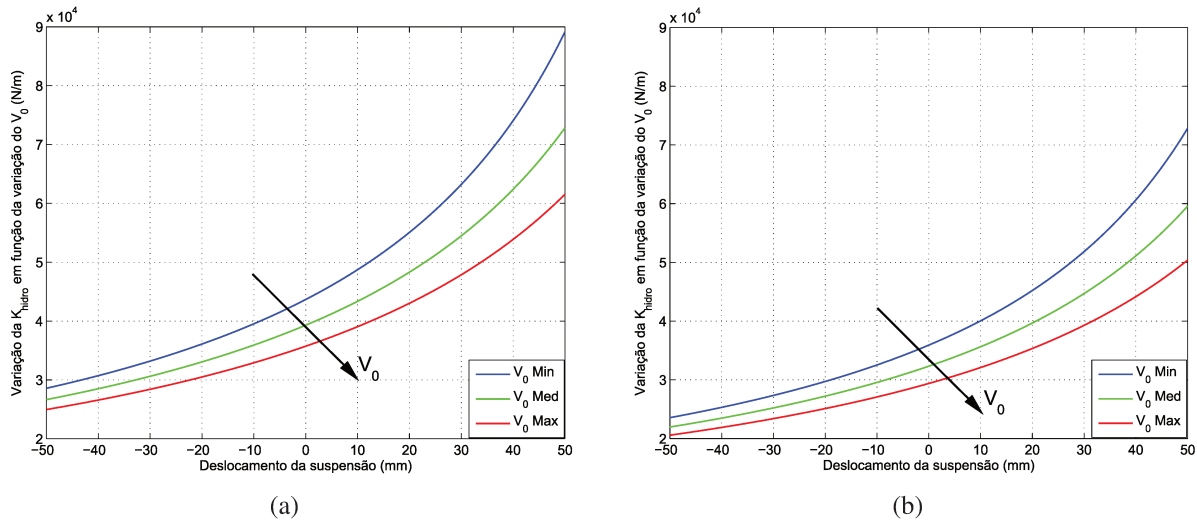


Figura 3.10 - Variação da rigidez K_{hidro} em função da variação do volume V_0 para o curso total da suspensão (a) frontal e (b) traseira

As figuras 3.10(a) e 3.10(b) mostram que quanto maior o valor do volume V_0 menor será o valor da rigidez da suspensão ao longo de todo seu curso, ou seja, estes parâmetros são inversamente proporcionais.

Ao substituir os valores determinísticos e o valor de V_0 igual a $2,7 \cdot 10^{-3} \text{m}^3$ na equação 3.56 obtém-se um valor aproximadamente igual a $-1,52 \cdot 10^7$ para a derivada de K_{hidro} em função do V_0 . Isto indica que a cada aumento unitário de V_0 ocorrerá uma diminuição no valor da K_{hidro} no valor indicado acima, resultante da derivada, já que:

$$\Delta K_{hidro} = \left(\frac{\partial K_{hidro}}{\partial V_0} \right) \Delta V_0 \rightarrow \Delta K_{hidro} \downarrow = (-1,52 \cdot 10^7) \cdot 1 \uparrow \quad (3.57)$$

O cálculo da sensibilidade da K_{hidro} em função do coeficiente n é:

$$\frac{\partial K_{hidro}}{\partial n} = \frac{1}{\Delta z n (A_A B_B - C_C D_D)} (A_c P_0 (A_c E_E)^n (A_c (-\Delta z + C_C E_E))^{-n} (H_H + I_I)) \quad (3.58)$$

onde,

$$A_A = P_d^{1/n} - P_e^{1/n}$$

$$B_B = \Delta z P_0^{1/n}$$

$$C_C = \left(\frac{P_0}{P_e} \right)^{1/n}$$

$$D_D = P_d^{1/n} P_e^{1/n} z_m$$

$$E_E = \frac{P_0^{-1/n} D_D}{A_A}$$

$$F_F = P_d^{1/n} C_C z_m$$

$$G_G = \log(A_c E_E) - \log(A_c (-\Delta z + C_C E_E))$$

$$H_H = B_B P_d^{1/n} (\log(P_0) - \log(P_e) + n G_G)$$

$$I_I = P_e^{1/n} \left(-B_B \log(P_0) + B_B \log(P_d) - F_F \log\left(\frac{P_0}{P_e}\right) - n (B_B + F_F) G_G \right)$$

Os gráficos 3.11(a) e 3.11(b) mostram a variação da rigidez K_{hidro} em função da variação do coeficiente n entre 1 e 1,4. Substituindo os valores determinísticos e o valor de n igual a 1,2 na equação 3.58 obtém-se o valor da derivada igual a 8416. Pela análise dos gráficos e pelo valor resultante da derivação percebe-se que os parâmetros são diretamente proporcionais, ou seja, a rigidez K_{hidro} aumenta quando o coeficiente n aumenta e vice-versa.

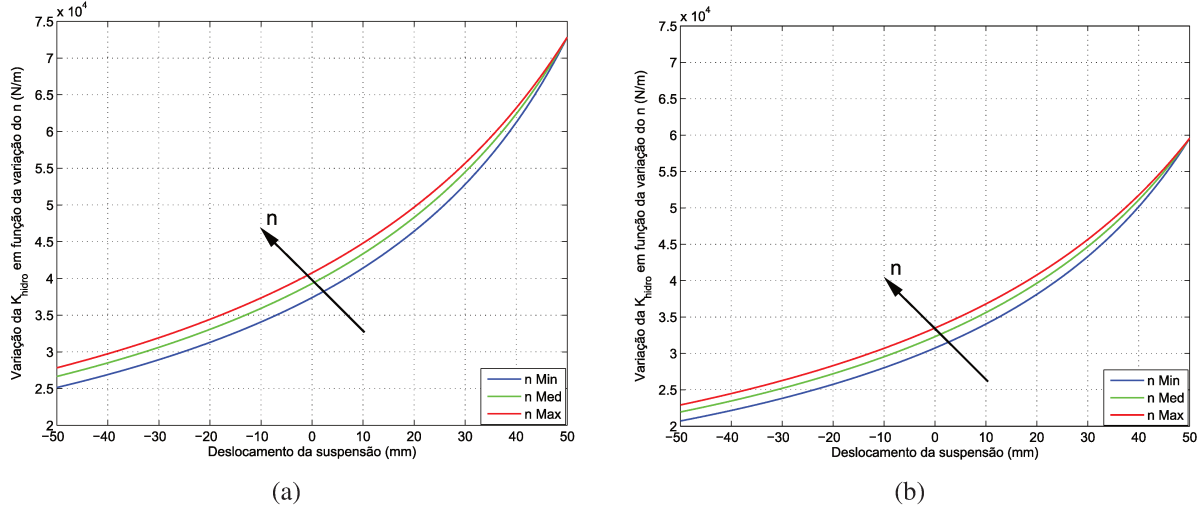


Figura 3.11 - Variação da rigidez K_{hidro} em função da variação do coeficiente n para o curso total da suspensão (a) frontal e (b) traseira

A diferencial da rigidez K_{hidro} em função da força peso W é dada pela equação 3.59. Deve-se ressaltar que o volume V_0 é independente da variação da força peso pelo fato dele ser calculado para a força peso máxima.

$$\frac{\partial K_{hidro}}{\partial W} = \frac{-1 + V_0^{1+n} J_J^{1+1/n} \left(-A_c \Delta z + V_0 J_J^{1/n} \right)^{-1-n}}{\Delta z} \quad (3.59)$$

onde,

$$J_J = \frac{A_c P_0}{A_c P_0 + W}$$

A variação definida para o valor da força peso W usado para criação dos gráficos 3.12(a) e 3.12(b) foi de $\pm 10\%$. Substituindo os valores determinísticos e o valor de W igual a 3642N na equação 3.59 obtém-se que o valor da derivada é 18,93.

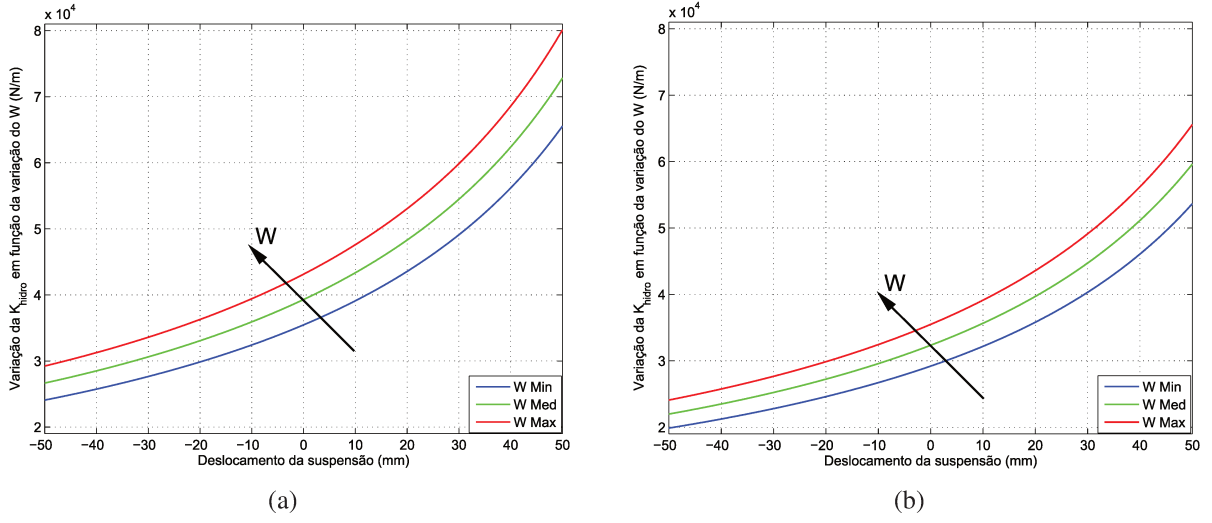


Figura 3.12 - Variação da rigidez K_{hidro} em função da variação da força peso W para o curso total da suspensão (a) frontal e (b) traseira

A equação da rigidez K_{hidro} em função da pressão P_0 é:

$$\frac{\partial K_{hidro}}{\partial P_0} = \frac{A_c \left(-1 + \frac{A_c P_0 L_L^n N_N^{-n} \left(B_B P_P P_e^{1/n} - Q_Q M_M \right)}{P_P Q_Q \left(B_B P_e^{1/n} - M_M \right)} \right)}{\Delta z} \quad (3.60)$$

onde,

$$L_L = \frac{A_c P_0^{-1/n} z_m}{P_e^{-1/n} - P_d^{-1/n}}$$

$$M_M = P_d^{1/n} \left(B_B - J_J^{1/n} P_e^{1/n} z_m \right)$$

$$N_N = \frac{P_0^{-1/n} \left(-A_c B_B P_e^{1/n} + A_c M_M \right)}{-A_A}$$

$$P_P = A_c P_0 + W$$

$$Q_Q = A_c P_0 + f_{cd} W$$

No gráfico 3.13(a) e 3.13(b) foi utilizada uma variação de $\pm 25\%$ para o valor da pressão P_0 . O valor resultante da substituição dos valores determinísticos e do valor de P_0 igual a 101325 N/m^2 na equação 3.60 foi de aproximadamente $8,6 \cdot 10^{-3}$. Pela análise dos gráficos e do valor resultante da derivação pode-se perceber que a variação da pressão P_0 pouco influencia a rigidez K_{hidro} .

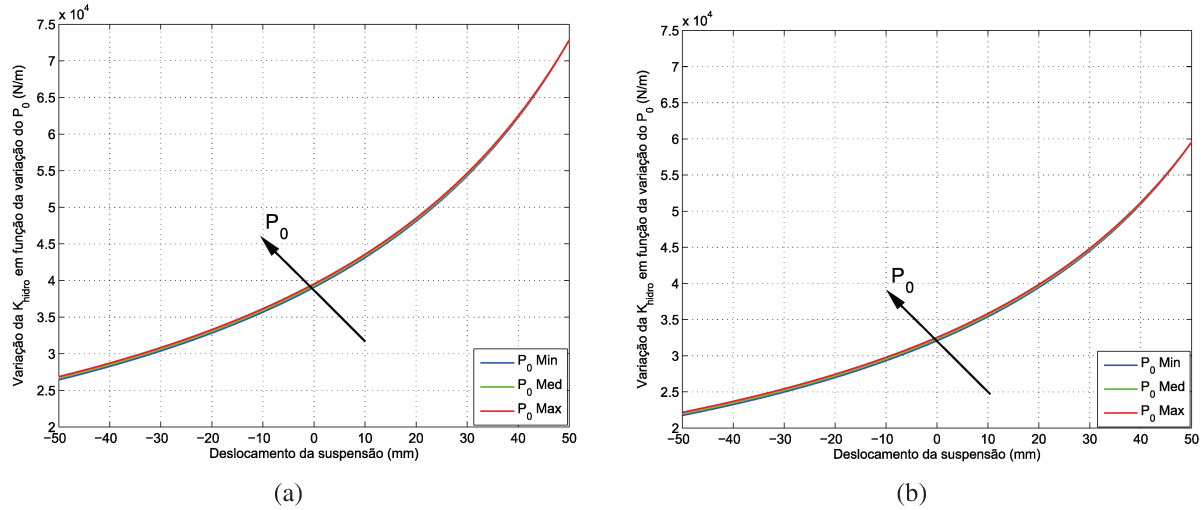


Figura 3.13 - Variação da rigidez K_{hidro} em função da variação da pressão P_0 para o curso total da suspensão (a) frontal e (b) traseira

Dá análise dos gráficos em função dos dados determinísticos usados como referência (valores da tabela 3.3) pode-se concluir que a rigidez K_{hidro} é mais sensível à variação dos parâmetros V_0 , n e W . Estes são os parâmetros considerados variáveis para a suspensão hidropneumática, e serão usados nas simulações utilizando o Método de Monte Carlo, como *solver* estocástico, e modelados pela função densidade de probabilidade gama.

3.7 Excitações do Sistema

Nesta trabalho serão utilizadas duas funções transientes para representar as excitações impostas ao sistema. A primeira função descreve uma lombada e a segunda um degrau.

Nas simulações foram considerados os atrasos temporais devido à distância entre as rodas

frontais e traseiras.

As figuras que mostrarão a passagem das rodas sobre os obstáculos serão representadas nos instantes próximos a esta passagem. Este fato melhora a visualização das diferentes fases e amplitudes de cada função de excitação para as diferentes rodas.

Em ambas excitações o veículo trafega com velocidade constante de 10m/s (MOTTA, 2005).

3.7.1 Excitação tipo lombada

A função que descreve a lombada possui 0,08m de altura e 3,7m de comprimento, estando em acordo com a resolução nº 39 do CONTRAN (1998), conforme figura 3.14. As rodas frontais (1 e 2) passam pela lombada ao mesmo tempo, bem como as rodas traseiras (3 e 4), pelo fato deste obstáculo ser perpendicular ao deslocamento do veículo. Assume-se uma via reta horizontal para as simulações.

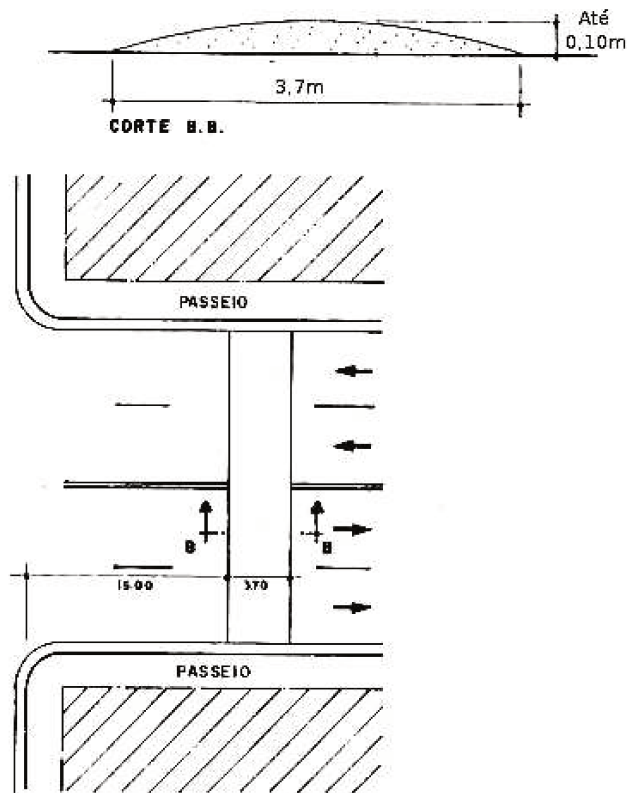


Figura 3.14 - Vistas superior e em perfil de uma lombada (CONTRAN, 1998)

A equação 3.61 é usada para representar uma lombada (JAZAR, 2008).

$$z_s = \begin{cases} h_l \left[\sin \left(\frac{\pi v_v t}{c_l} \right) \right]^2, & 0 \leq t < \frac{c_l}{v_v} \\ 0, & \text{outro intervalo} \end{cases} \quad (3.61)$$

onde, z_s é o perfil do solo de rodagem, ou seja, o deslocamento vertical imposto às rodas, h_l é a altura da lombada, c_l é o comprimento da lombada, v_v é a velocidade do veículo e t é o vetor de tempo.

A figuras 3.15(a) e 3.15(b) mostram a passagem das rodas frontais e das rodas traseiras, respectivamente, sobre uma lombada.

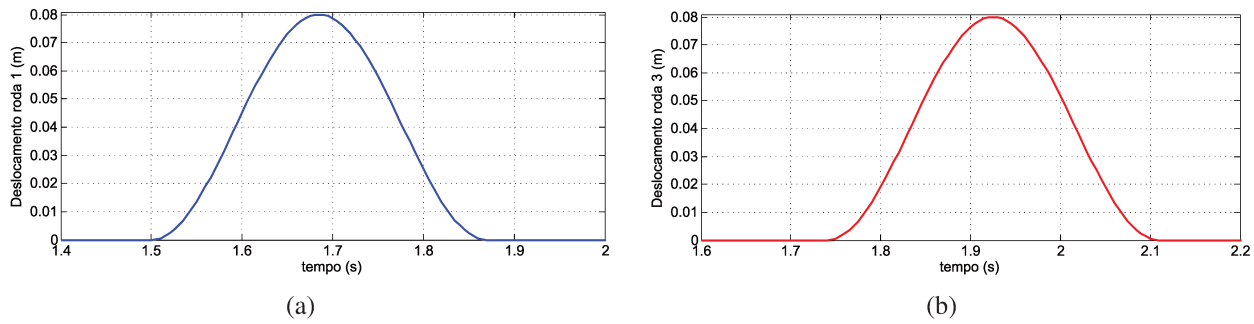


Figura 3.15 - Excitação representando uma lombada ($v_v = 10\text{m/s}$) para as rodas (a) frontais e (b) traseiras

3.7.2 Excitação tipo degrau

As figuras 3.16(a) e 3.16(b) ilustram os degraus utilizados nas simulações. A figura 3.16(a) mostra a vista superior dos degraus com as trilhas percorridas pelos pneus, o sentido de passagem do veículo e o comprimento das trilhas. Na figura 3.16(b) pode-se notar a diferença entre a altura dos degraus. O comprimento (c_d) utilizado é o mesmo para ambas trilhas e tem valor igual a 10m, a altura direita (h_d) do degrau corresponde a 0,06m e a esquerda (h_e) é igual a 0,03m.

Como pode facilmente ser notado através da análise das figuras acima mencionadas, as rodas passarão pelos obstáculos em instantes distintos, sendo que eles estão delimitados nos intervalos das equações 3.62 a 3.65, que descrevem a função para cada roda.

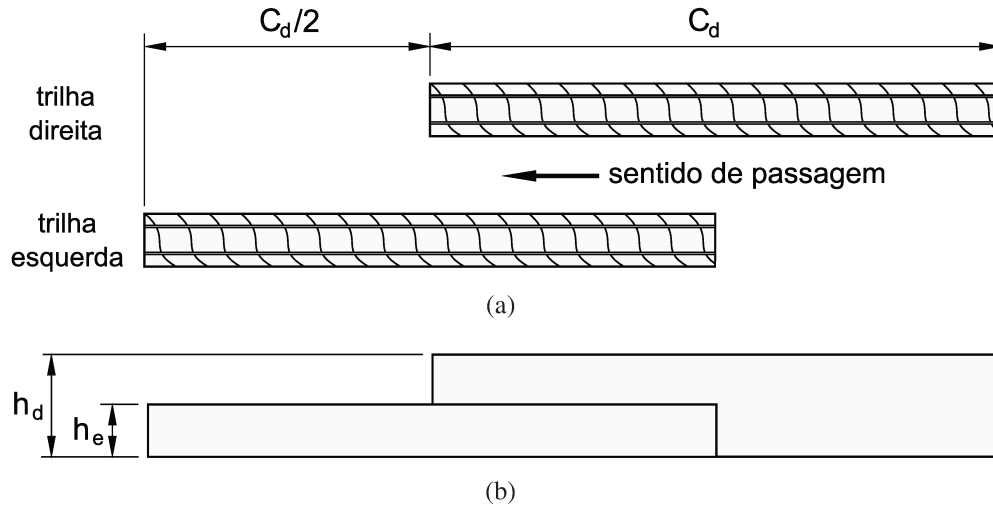


Figura 3.16 - (a) Vista superior do degrau e (b) vista frontal do degrau

$$z_{s1} = \begin{cases} h_d, & 1 \leq t \leq 2 \\ 0, & \text{outro intervalo} \end{cases} \quad (3.62)$$

$$z_{s2} = \begin{cases} h_e, & 1,5 \leq t \leq 2,5 \\ 0, & \text{outro intervalo} \end{cases} \quad (3.63)$$

$$z_{s3} = \begin{cases} h_d, & 1,24 \leq t \leq 2,24 \\ 0, & \text{outro intervalo} \end{cases} \quad (3.64)$$

$$z_{s4} = \begin{cases} h_e, & 1,74 \leq t \leq 2,74 \\ 0, & \text{outro intervalo} \end{cases} \quad (3.65)$$

As figuras 3.17(a) a 3.17(d) ilustram a passagem das rodas sobre os degraus à cada instante.

3.8 Cálculo da Razão de Amortecimento

O primeiro passo do cálculo da razão de amortecimento é resolver o problema de autovalor e autovetor, sendo que os dados de entrada deste cálculo são as matrizes de massa e rigidez do sistema. Após resolver este problema, terá como uma das saídas uma matriz com os autovetores, onde cada coluna está relacionada com um modo de vibrar do sistema, e cada linha destas colunas corresponde a um GDL. Desta forma, como deseja-se encontrar a ξ para o centro de gravidade,

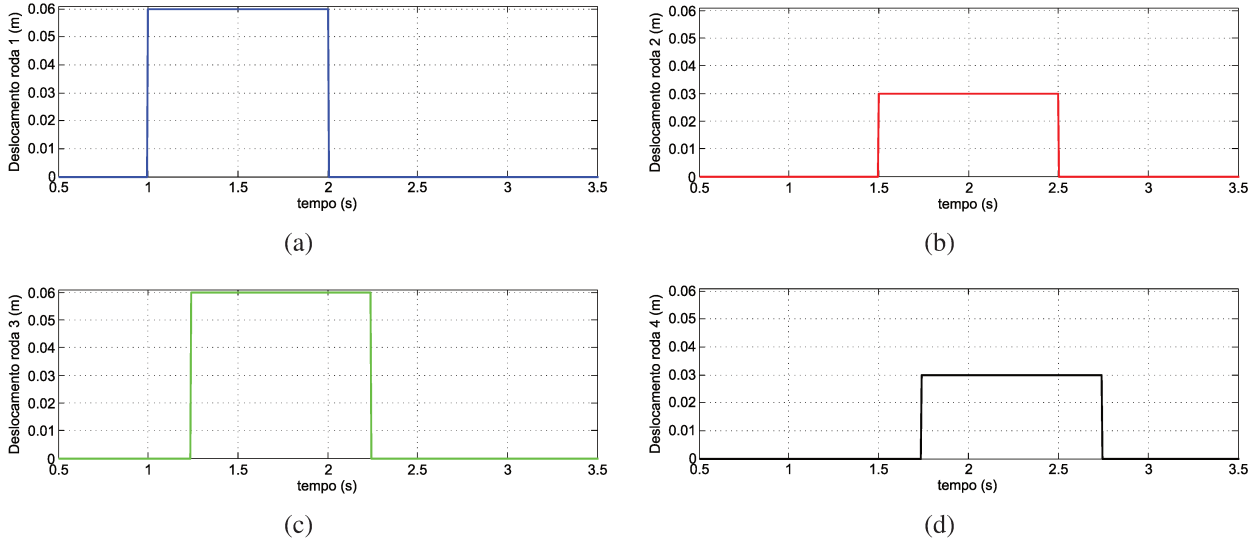


Figura 3.17 - Excitação representando um degrau ($v_v = 10\text{m/s}$) para as rodas (a) frontal direita, (b) frontal esquerda, (c) traseira direita e (d) traseira esquerda

roll e *pitch*, são selecionados os modos que são preponderantes para os deslocamentos destes GDL. Esses modos serão utilizados para selecionar os valores diagonais correspondentes a estas posições na resposta do cálculo das matrizes de massa, rigidez e amortecimento modal, que são descritas pelas seguintes equações:

$$[m_i] = [\Psi]^T [M] [\Psi] \quad (3.66)$$

$$[k_i] = [\Psi]^T [K] [\Psi] \quad (3.67)$$

$$[c_i] = [\Psi]^T [C] [\Psi] \quad (3.68)$$

Se as matrizes de rigidez e amortecimento do sistema fossem proporcionais, as matrizes modais calculadas acima teriam valores somente na diagonal principal. Porém, as matrizes não são proporcionais, pois ao efetuar a divisão entre rigidez e amortecimento da suspensão, e entre a rigidez e o amortecimento dos pneus, não se obtém o mesmo valor. Portanto as matrizes modais da massa e rigidez serão diagonais, porém a do amortecimento não. Neste estudo os termos fora da diagonal principal da matriz de amortecimento serão ignorados.

Após obter os valores da diagonal correspondente aos três GDL de interesse, estes são usados para calcular a razão de amortecimento pela seguinte equação:

$$\xi_i = \frac{c_i}{2\sqrt{k_i m_i}} \quad (3.69)$$

3.9 Cálculo da Força de Contato entre Pneu e Via

A força de contato (F_c) entre o pneu e a via pode ser considerado um critério de segurança, pois refere-se à aderência do veículo à pista. Conforme Motta (2005), se o resultado da F_c for negativo ou nulo, ocorrerá perda de contato do pneu com o solo, e consequentemente a segurança do veículo está afetada. Neste trabalho as F_c negativas serão consideradas nulas, pois desta forma o ponto de contato não está sempre conectado ao solo, o que ocorre na realidade.

Pode-se também analisar a amplitude da F_c , sendo esta útil para estudo da estabilidade, pois ela descreve a variação em torno do equilíbrio quando o veículo passa por um obstáculo. Quanto menor esta amplitude melhor a estabilidade.

De acordo com Barbosa (2011), a força F_c entre o pneu e o pavimento é obtido pela deflexão e velocidade impostos aos pneus.

A equação 3.70 representa esta força F_c para os 4 pneus.

$$F_{cj} = K_{pj} (z_{sj} - z_{cj}) + C_{pj} (\dot{z}_{sj} - \dot{z}_{cj}) + W_j + (m_{cj} g) \quad j = 1, 2, 3, 4 \quad (3.70)$$

onde, K_p é a rigidez do pneu, C_p é o amortecimento do pneu, W é a força peso, m_c é a massa do conjunto da roda, z_s é o perfil do solo de rodagem e z_c é o deslocamento vertical do conjunto da roda.

Segundo Crivellaro (2008), apresentar boa aderência à pista significa que o veículo possui boa característica de dirigibilidade, ou seja, ele responde bem aos comandos do motorista.

3.10 Definições para o Modelo Estocástico

Os parâmetros considerados como variáveis aleatórias independentes para o sistema de suspensão convencional são: os coeficientes de amortecimento da suspensão C_s , os coeficientes de

rigidez das molas K_{conv} e a massa total do veículo M_{tv} . No caso do sistema de suspensão hidropneumático as variáveis aleatórias independentes definidas são: os coeficientes de amortecimento da suspensão C_s , o volume inicial de gás V_0 , a massa total do veículo M_{tv} e o coeficiente politrópico n , sendo estes três últimos escolhidos pela análise de sensibilidade (ver seção 3.6). A variação da M_{tv} está diretamente ligada a força peso W , como definido pelas equações 3.16 a 3.20, e por ela se tratar do parâmetro base para o cálculo de W esta será a que irá variar. Lembrando que esta massa total do veículo é referente a massa suspensa do sistema e não a massa dos conjuntos das rodas da suspensão.

Para escolher a função densidade de probabilidade (FDP) mais adequada às variáveis é preciso reunir a maior quantidade de informações sobre elas. Sabe-se que a rigidez das molas (K) não assumem valores negativos ou nulos, não tendem ao infinito e seus valores médios são conhecidos (SAMPAIO; RITTO, 2008); (FABRO, 2010); (SANTOS, 2010). Com estas informações e segundo o Princípio da Máxima Entropia (KAPUR; KESAVAN, 1992), a FDP estabelecida para esta variável aleatória é a função Gama dada por:

$$f(y) = \mathbb{1}_{]0,+\infty[}(y) y^{a_0-1} \frac{\exp(y/b_0)}{b_0^{a_0} \Gamma(a_0)} \quad (3.71)$$

onde, $\mathbb{1}_{]0,+\infty[}(y)$ é uma função indicadora que vale 1 se $y \in B$ e 0 caso contrário, $\Gamma(z) = \int_{-}^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} dt$ é a função Gama definida para $z > 0$, $a_0 = 1/\delta^2$ e $b_0 = \underline{x} \delta^2$, onde \underline{x} é o valor médio e δ é o parâmetro de dispersão. A variável B indica o intervalo de tempo de estudo.

Para este trabalho foi assumido que todos os parâmetros podem ser modelados pela FDP Gama, pois, assim como acontece com a rigidez, nenhum dos outros parâmetros pode ter valor negativo ou nulo, não tendem ao infinito e seus valores médios são conhecidos.

Seja $X(p, t)$ a resposta temporal do sistema estocástico calculado para uma realização p gerada pelo Método de Monte Carlo (RUBINSTEIN; KROESE, 2008). A análise da convergência média quadrática com respeito a realizações independentes da variável aleatória X , denotada por $X_j(p, t)$, é realizada com o estudo da função $n_S \mapsto conv(n_S)$ (SAMPAIO; RITTO, 2008); (FABRO, 2010); (SANTOS, 2010). Esta função é definida por:

$$conv(n_S) = \frac{1}{n_S} \sum_{j=1}^{n_S} \int_{t_1}^{t_2} \|X_j(p, t)\|^2 dt \quad (3.72)$$

onde, n_S é o número de simulações de Monte Carlo.

A equação 3.72 é útil para saber o número de simulações necessárias, pois a medida em que n_s aumenta, a curva resultante desta equação estabiliza em um valor (SAMPAIO; RITTO, 2008).

A quantidade de simulações necessária para a convergência é encontrada avaliando as respostas temporais. Neste trabalho esta análise foi realizada somente para as seguintes respostas: aceleração vertical do CG do sistema e força de contato entre pneu e via (F_c).

Na geração das variáveis aleatórias, a semelhança do que acontece na produção dos componentes automotivos, serão desconsiderados nas simulações os valores gerados que estejam fora de um certo intervalo de tolerância.

3.11 Parâmetros Utilizados nas Simulações

Para o cálculo do CG na direção longitudinal adotou-se uma distribuição de massa de 55% para o eixo frontal e de 45% para o eixo traseiro. Esta definição foi baseada na tabela 3.2 que considera um veículo com tração frontal e que transporta 4 passageiros, que neste projeto totaliza 1350kg. A distribuição de massa para o cálculo do CG na direção transversal foi de 50% para cada lado.

Tabela 3.4 - Valores determinísticos dos parâmetros do modelo usado nas simulações

Parâmetros	Valor		Unidade	Aplicável à
C_{s1}, C_{s2}	10000		Ns/m	Susp. Convencional
C_{s3}, C_{s4}	11000		N s/m	
K_{s1}, K_{s2}	72840		N/m	
K_{s3}, K_{s4}	59600		N/m	
C_{s1}, C_{s2}	6000		N s/m	Susp. Hidropneumática
C_{s3}, C_{s4}	7000		N s/m	
m_{c1}, m_{c2}	50		kg	Ambas Suspensões
m_{c3}, m_{c4}	40		kg	
M_v	1100		kg	
Δm	250		kg	
C_{pj}	2000		N s/m	
K_{pj}	180000		N/m	
K_{bf}, K_{bt}	6812,1		N/m	
X_f, X_t	1,08	1,32	m	
Y_d, Y_e	0,8	0,8	m	
L_x, L_y	2,4	1,6	m	
J_x, J_y	288	667,44	kg m ²	

As informações usadas para os cálculos estão listadas na tabela 3.4. Vale lembrar que os valores das rigidez da suspensão hidropneumática estão em função dos deslocamentos, e por esta razão são variáveis. O índice “j” indica valores de 1 a 4.

O gás confinado no acumulador definido para as simulações é o nitrogênio (N_2). Este gás possui expoente adiabático (a) igual a 1,4 (descrito na subseção 3.5.3). Pelo fato do coeficiente politrópico (n) estar numa faixa entre 1 e a , ele foi definido igual a 1,2.

O fator de carga dinâmica (f_{cd}) determinado para o cálculo das rigidez é igual a 2.

O curso da suspensão (z_m) a partir do ponto de equilíbrio e o diâmetro interno do êmbolo do cilindro (d_c) possuem valor igual a 50 milímetros.

Os dados utilizados para calcular as barras estabilizadoras, para o eixo frontal e traseiro, são os mesmos. Considerou-se que a barra possui módulo de cisalhamento de $85 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$ (RILL, 2009), diâmetro igual a 20 milímetros e distância do braço de alavanca igual a 250 milímetros.

A faixa de tempo definida para as simulações é de 0 a 4 segundos. A discretização utilizada foi de 0,005 segundos, devido à escolha de uma frequência de amostragem igual a 200Hz.

4 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

A seguir serão apresentados os resultados obtidos para o modelo determinístico e estocástico dos sistemas de suspensão convencional e hidropneumático devido às excitações do tipo lombada e degrau. Os valores determinísticos usados nas simulações estão descritos nas tabelas 3.3 e 3.4. As características das funções que representam as excitações externas aplicadas ao sistema estão definidas na seção 3.7. As respostas analisadas serão: aceleração vertical do CG (a_{CG}), razão de amortecimento (ξ), valor da força de contato entre pneu e via (F_c), a existência de regiões com F_c nulas (perdas de contato) e ângulo de rolagem da massa suspensa (*roll*).

Como ambas suspensões possuem parâmetros iguais para os conjuntos das rodas ligadas ao mesmo eixo, em alguns gráficos somente serão mostrados os valores dos conjuntos 1 e 3. Sendo que o conjunto da roda número 1 corresponde à suspensão frontal direita, a 2 representa à frontal esquerda, a número 3 corresponde à suspensão traseira direita e a 4 é relacionada à traseira esquerda.

Todas as respostas que se referem à amplitude dos parâmetros em análise foram calculadas como pico a pico.

4.1 Modelo Determinístico

O comportamento da mola hidropneumática em função do deslocamento do êmbolo do cilindro é demonstrado na figura 4.1. Nela pode-se notar que o deslocamento do êmbolo próximo ao ponto onde o volume de gás dentro do acumulador é nulo cria um aumento repentino da rigidez, sendo que além deste deslocamento a rigidez se torna negativa. Para esta simulação o ponto onde o gás se torna nulo é 1,38 metros para o conjunto frontal e 1,185 metros para o traseiro. Deve-se ter em mente que o objetivo da análise desta figura é saber em qual deslocamento do êmbolo o volume de gás será nulo, e não qual será o valor máximo da rigidez encontrada, pois ao alterar a discretização do deslocamento (eixo da abscissa) o valor da rigidez será alterado, porém o deslocamento sofrerá pequena influência.

A rigidez se torna negativa porque o volume do acumulador é fixo e conforme o gás é com-

primido a rigidez aumenta continuamente, tendendo ao infinito (SÁ, 2006). Esta parte negativa é meramente matemática. A rigidez tende assintoticamente ao infinito quando o deslocamento do êmbolo do cilindro for igual ao resultado da divisão entre o volume V_0 e a área do cilindro, ou seja, $z = V_0/A_c$. Na prática isto nunca ocorre, pois é impossível ter volumes negativos ou próximos a zero. Pelo fato da rigidez crescer drasticamente quando o pistão está próximo ao fim de curso evita-se uma possível interferência entre as partes do veículo, como por exemplo, entre o eixo da roda e o chassi (BALDI, 2004). Isto denota uma vantagem da mola hidropneumática sobre as convencionais.

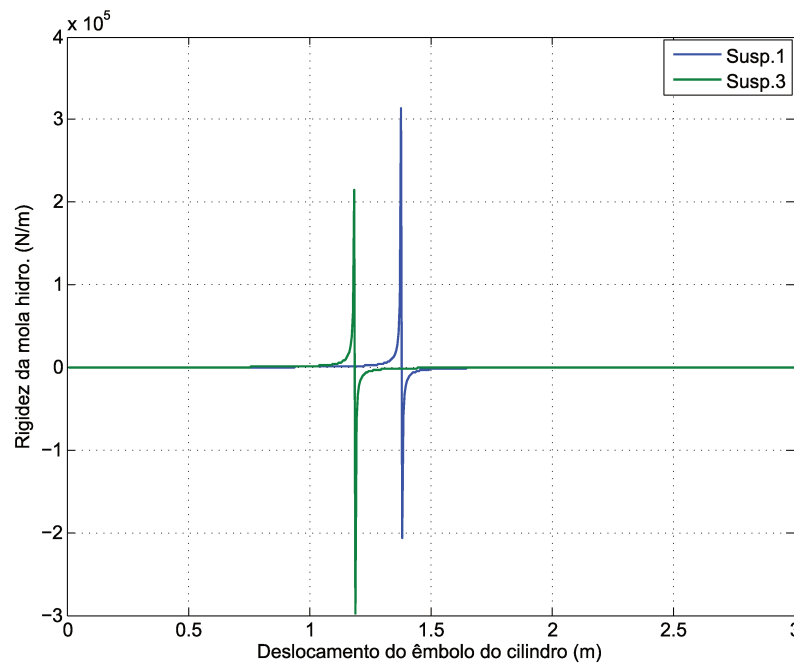


Figura 4.1 - Rigidez hidropneumática em função do deslocamento do êmbolo do cilindro

Em virtude da impossibilidade de uso prático de um cilindro hidráulico possuindo curso da haste com tais dimensões, o deslocamento do êmbolo foi dividido em duas parcelas: estático (z_e) e dinâmico (Δz). O deslocamento estático é a parcela necessária para manter constante a distância entre o chassi e o eixo, sendo ele dependente da distribuição de massa, e que na prática é possível através da adição ou remoção de óleo no sistema (SÁ, 2006). O deslocamento dinâmico se refere aos movimentos que a suspensão é submetida durante o tráfego do veículo.

Um ponto que merece destaque é que a adição de óleo no sistema não altera a rigidez hidropneumática, pois não altera o volume ou a pressão do gás dentro do acumulador.

A figura 4.2 mostra as curvas de rigidez da suspensão hidropneumática dianteira e traseira em função das diferentes definições de cálculo (ver seção 3.4). As equações 3.52 e 3.54 foram utilizadas para construir o gráfico desta figura. Pode-se perceber claramente que a escolha incorreta da definição da rigidez, pelo fato de não ter um objetivo bem definido, leva a grandes erros nos cálculos.

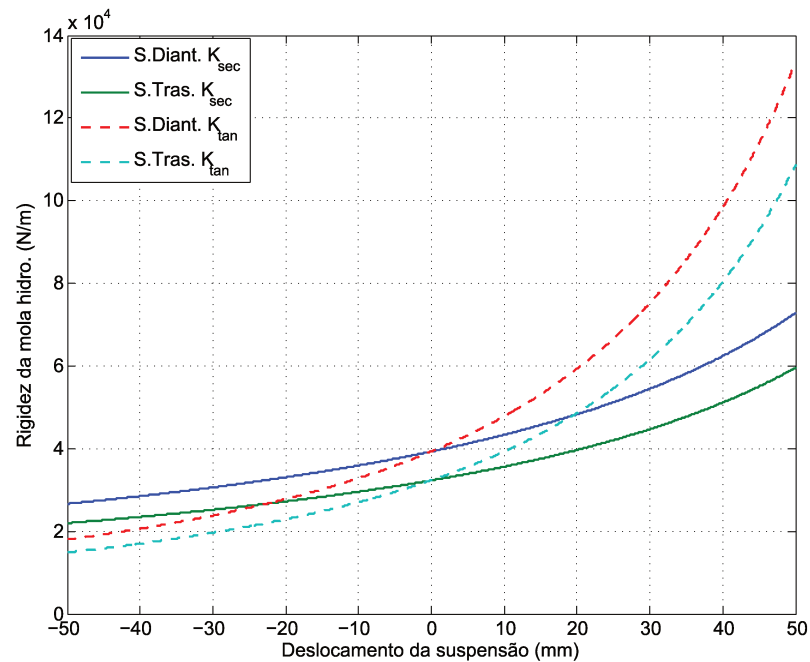
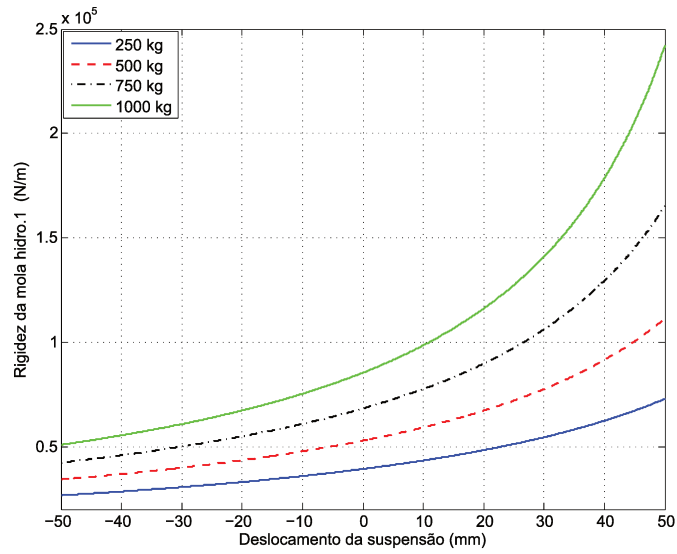


Figura 4.2 - Curvas da rigidez hidropneumática para as definições de cálculo pela secante local e pela tangente

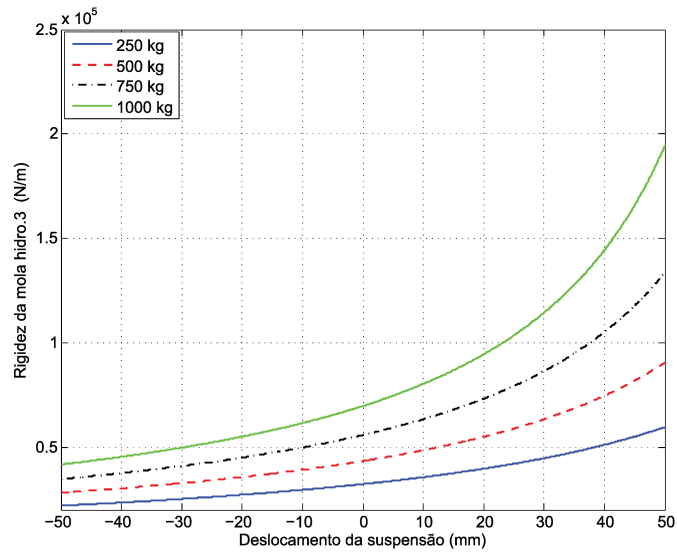
Todas as simulações realizadas neste trabalho foram determinadas através da definição da rigidez local pela secante. Pois, para atingir os objetivos deste trabalho é mais adequado encontrar a variação da força devido a um deslocamento finito a partir do ponto de equilíbrio.

As figuras 4.3(a) e 4.3(b) mostram curvas de rigidez da mola hidropneumática em função das diferentes massas para o curso total da suspensão. Pode-se notar que a rigidez aumenta ao adicionar massa ao veículo, pois a pressão aumenta e o volume de gás no acumulador diminui. O curso da suspensão é útil para definir o volume do acumulador, pois multiplicando os deslocamentos pela área do cilindro obtém-se o volume de fluido deslocado para o acumulador ou do acumulador, modificando assim o volume inicial de gás (SÁ, 2006). É preciso que o volume do acumulador seja maior que o maior volume de gás do sistema.

A figura 4.4(a) mostra a curva de rigidez dos modelos convencional e hidropneumático fron-



(a)

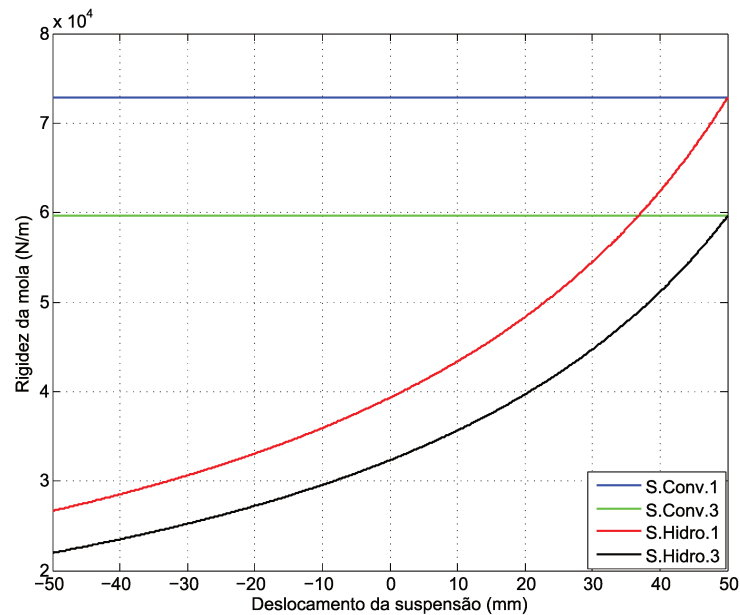


(b)

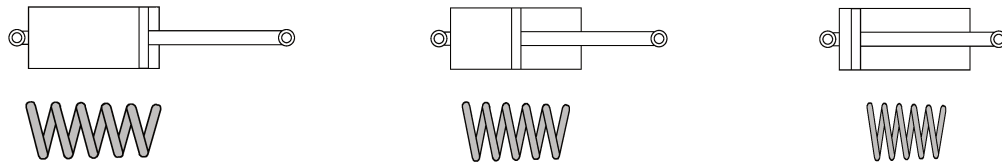
Figura 4.3 - Rigidez hidropneumática em função das diferentes massas para o curso total da suspensão (a) frontal e (b) traseira

tal e traseiro. Pode-se notar que elas têm o mesmo valor máximo e que a rigidez da suspensão convencional é linear enquanto que a hidropneumática é não linear. É preciso enfatizar que esta figura mostra a rigidez local de ambos sistemas, pois a variação do deslocamento (Δz) da suspensão ocorre em torno do ponto de equilíbrio, que é o deslocamento estático z_e (ver figura 3.3). Quando o valor do deslocamento dinâmico é igual a zero, ou seja, o sistema está na posição de equilíbrio, a rigidez da suspensão hidropneumática decorre do peso do veículo (W). No caso da suspensão convencional a rigidez será sempre a mesma, pois é definida em projeto. A deflexão considerada

de 50 milímetros, refere-se ao curso da suspensão, que é o comprimento de trabalho definido para este projeto. A figura 4.4(b) mostra o comportamento das suspensões convencional (molas) e hidropneumática (cilindros) em função do deslocamento imposto a elas. Nota-se que para valores positivos do deslocamento ocorre a compressão dos componentes, o que em casos extremos, faria com que as espiras das molas encostassem uma nas outras. No caso do cilindro, a pressão aumentaria rapidamente evitando seu fim de curso, sendo que este extremo corresponde ao seu maior coeficiente de rigidez. Já para valores negativos, ocorreria a descompressão dos componentes. O valor negativo de 50mm indica a extensão máxima da haste do cilindro e a extensão de pré-carga da mola, a qual ela sofre para ser instalada no veículo.



(a)



(b)

Figura 4.4 - (a) Rigidez local da suspensão convencional e hidropneumática com curso de trabalho de 50mm, (b) deslocamentos mínimo, nulo e máximo dos componentes das suspensões

A tabela 4.1 mostra a razão de amortecimento dos modos de vibrar do CG (ξ_{CG}), *roll* (ξ_r) e *pitch* (ξ_p) para ambos sistemas. Como a suspensão convencional tem um valor de rigidez constante, isto é, ela independe da deflexão da suspensão (ver figura 4.4(a)), cada um dos modos de vibrar

possui um único valor de razão de amortecimento. Porém, no caso do sistema hidropneumático, como a rigidez varia em razão de diferentes deslocamentos do curso da suspensão, foram definidos os valores extremos (deslocamentos mínimo e máximo) e o ponto de equilíbrio para se calcular a razão de amortecimento deste sistema, e por isso cada modo de vibrar analisado terá três valores de ξ . Por este fato, os valores que podem ser comparados são as razões de amortecimento de cada modo de vibrar da suspensão convencional com as razões de amortecimento para deslocamento nulo da suspensão hidropneumática (ver tabela 4.1). Estes valores são relativamente próximos, pois os coeficientes do amortecimento (C) são diferentes entre os modelos, sendo que eles foram ajustados com o objetivo de assegurar conforto ideal para o modo de vibrar do CG ($\xi \approx 0,7$). Analisando os valores comparáveis entre os dois sistemas, pode-se notar que somente o ξ_{CG} é subamortecido. Para os diferentes casos da suspensão hidropneumática é possível notar que no momento em que ela estiver totalmente estendida, tendo sua rigidez mínima, somente o modo de vibrar do CG é subamortecido, o que também ocorre para o instante em que a suspensão está na posição de deslocamento nulo. Quando estiver completamente comprimida, sua rigidez é máxima, e o sistema é subamortecido para os três modos de vibrar.

Observação: o cálculo das razões de amortecimento independe do tipo de excitação ao qual o sistema está submetido.

Tabela 4.1 - Razão de amortecimento para o CG, *roll* e *pitch* para o modelo determinístico

Suspensão	Convencional	Hidropneumática	Curso (mm)
ξ_{CG}	0,6891	0,9334	-50
		0,7090	0
		0,4334	+50
ξ_r	1,0699	1,4030	-50
		1,0930	0
		0,6784	+50
ξ_p	1,1850	1,6514	-50
		1,2501	0
		0,7527	+50

As razões de amortecimento calculadas levam em consideração a rigidez total do modelo, incluindo a rigidez das barras estabilizadoras.

Embora nas suspensões convencionais reais a razão de amortecimento seja diferente na compressão e na extensão, no modelo adotado neste trabalho ela será considerada igual nos dois sentidos.

4.1.1 Respostas à excitação tipo lombada

A figura 4.5(a) mostra o deslocamento da massa dos conjuntos das rodas da suspensão convencional no domínio do tempo, a figura 4.5(b) mostra os mesmos GDL para a suspensão hidropneumática, a figura 4.5(c) mostra o deslocamento do CG, *roll* e *pitch* da suspensão convencional e a figura 4.5(d) mostra o deslocamento destes três GDL para a suspensão hidropneumática. Pelo fato deste tipo de excitação considerar que as rodas pertencentes ao mesmo eixo passam pelo obstáculo no mesmo instante não ocorre mudanças no ângulo de rolagem do sistema. Os GDL ligados aos ângulos possuem unidade em radianos. Apesar de pequenas, as diferenças entre os GDL dos dois sistemas podem ser notadas. Estas diferenças podem ser melhor notadas através da figura 4.6, sendo que esta descreve o comportamento dos dois sistemas com relação a aceleração vertical do CG da massa suspensa. Para esta excitação, a amplitude de aceleração do CG da suspensão convencional é igual a $15,00\text{m/s}^2$, enquanto que para a hidropneumática é igual a $10,15\text{m/s}^2$. Desta forma, o sistema hidropneumático fornece menor amplitude de a_{CG} , e consequentemente, oferece melhor conforto.

Através da análise das figuras 4.7(a) e 4.7(b) percebe-se que a força de contato entre pneu e via (F_c) é nula durante certo período para os pneus dianteiros da suspensão convencional, indicando perda de contato com o solo. Consequentemente, o veículo não está totalmente seguro. No caso da suspensão hidropneumática, não existem pontos em que a F_c se torna nula, não comprometendo a segurança.

A amplitude da variação da força F_c fornece informações sobre a estabilidade do sistema. Analisando os dados da tabela 4.2 é possível notar que as amplitudes da variação das força F_c são maiores para a suspensão convencional, tanto para a dianteira como para a traseira, e portanto oferece menor estabilidade que o sistema hidropneumático.

Tabela 4.2 - Amplitude da variação da força de contato pneu/via para as duas suspensões devido à excitação tipo lombada

Suspensão	Convencional	Hidropneumática	Roda
F_c (N)	8569,7	6823,5	1
	8569,7	6823,5	2
	3917,6	3587,2	3
	3917,6	3587,2	4

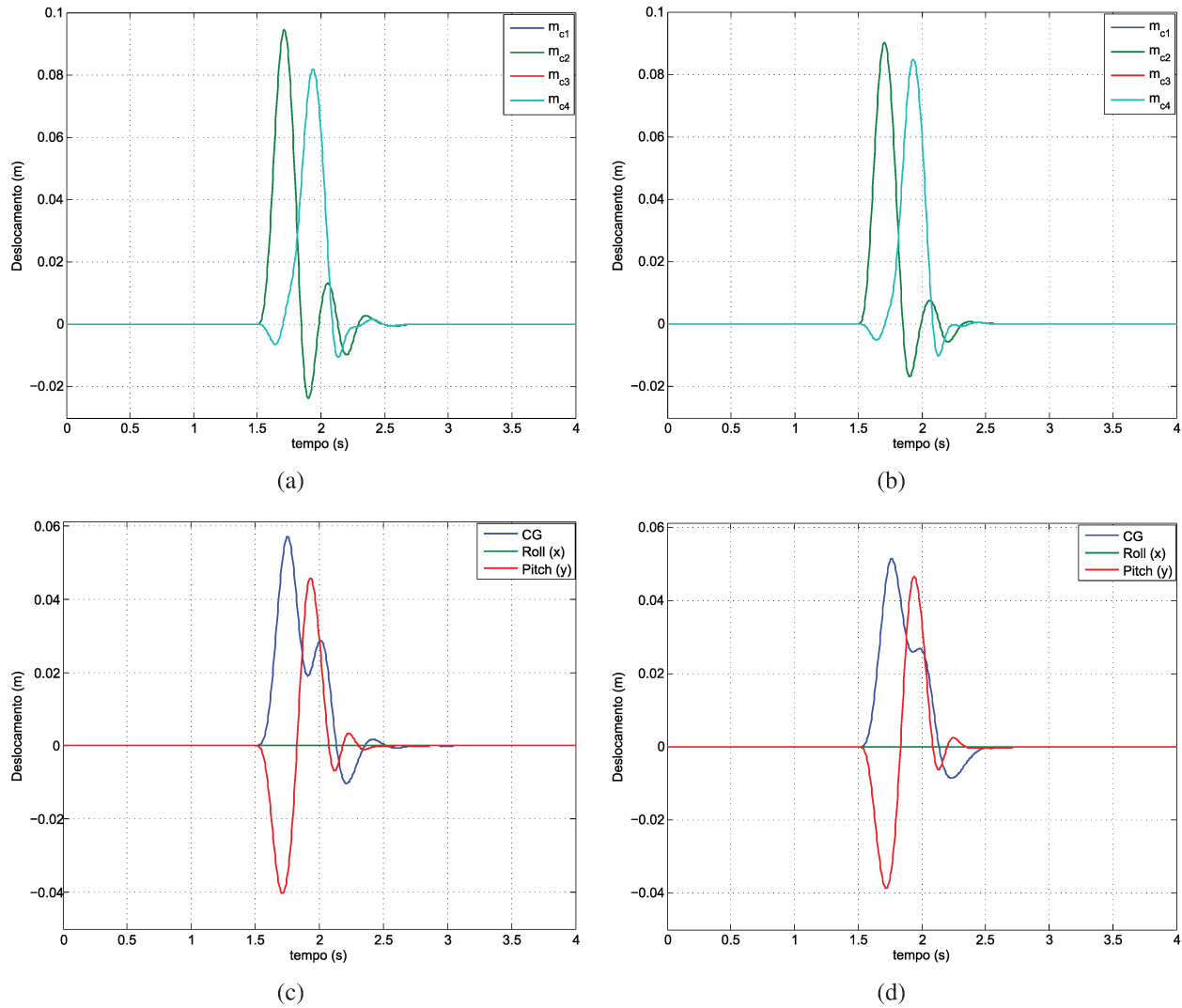


Figura 4.5 - Deslocamento temporal dos GDL referente a: (a) massa dos conjuntos da susp. convencional, (b) massa dos conjuntos da susp. hidropneumática, (c) CG, *roll* e *pitch* da susp. convencional e (d) CG, *roll* e *pitch* da susp. hidropneumática para a excitação tipo lombada

Os valores apresentados na tabela 4.2 correspondem a maior amplitude pico a pico de cada um dos sinais.

4.1.2 Respostas à excitação tipo degrau

A figura 4.8(a) mostra o deslocamento da massa dos conjuntos das rodas da suspensão convencional no domínio do tempo, a figura 4.8(b) mostra os mesmos GDL para a suspensão hidropneumática, a figura 4.8(c) mostra o deslocamento do CG, *roll* e *pitch* da suspensão convencional

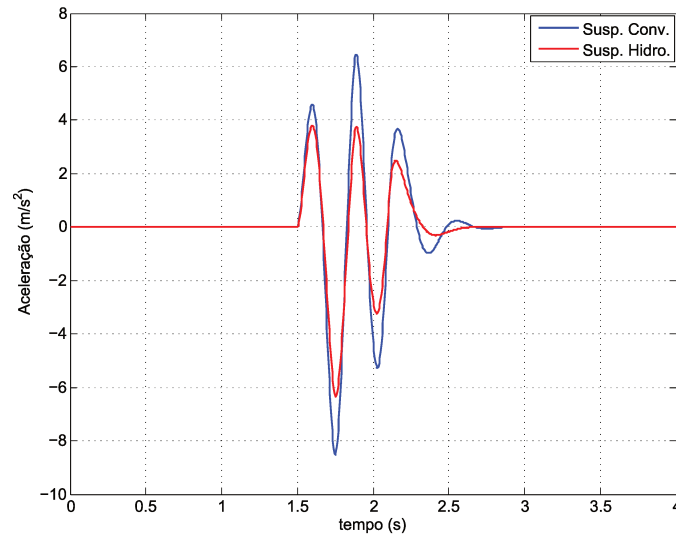


Figura 4.6 - Aceleração do CG no domínio do tempo para os dois sistemas devido excitação tipo lombada

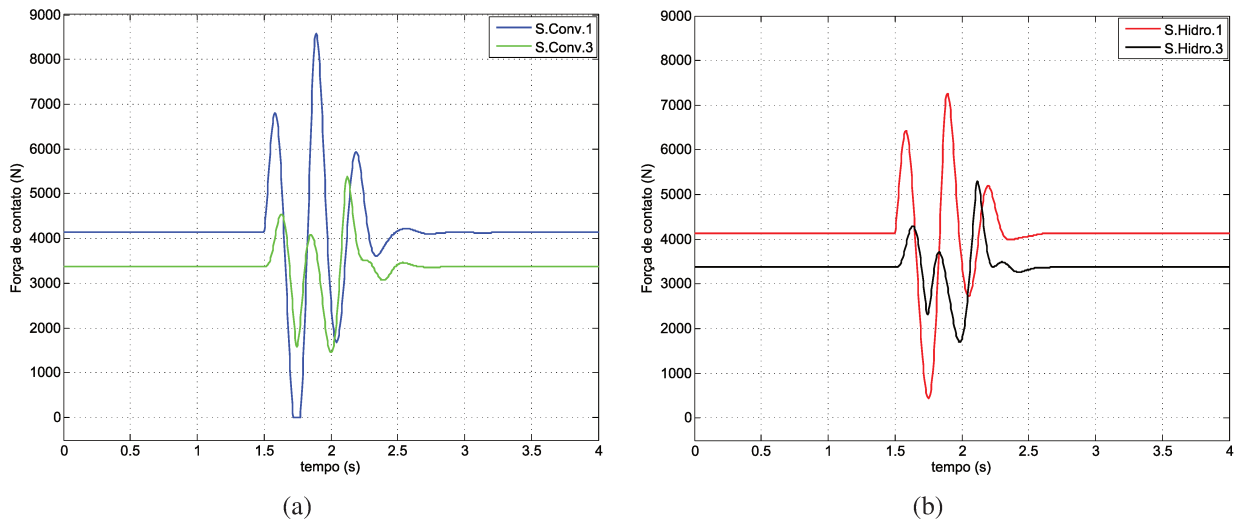


Figura 4.7 - Força de contato entre pneu e via para as suspensões (a) convencional e (b) hidropneumática, em função a excitação tipo lombada

e a figura 4.8(d) mostra o deslocamento destes três GDL para a suspensão hidropneumática. Este tipo de excitação faz com que existam mudanças no ângulo de rolagem do sistema. Estes ângulos são iguais a 0,077 radianos ($\approx 4,4^\circ$) para o sistema convencional e 0,075 radianos ($\approx 4,3^\circ$) para o hidropneumático. As diferenças de deslocamento entre os sistemas são pequenas e difíceis de notar, porém podem ser vistas pela aceleração do CG, como mostra a figura 4.9. Para este tipo de excitação, a amplitude de aceleração vertical do CG da suspensão convencional é igual a $16,5\text{m/s}^2$, ao passo que para a hidropneumática é igual a $13,5\text{m/s}^2$. Novamente a amplitude das acelerações verticais são menores para a suspensão hidropneumática, e por isso este sistema fornece melhor

conforto.

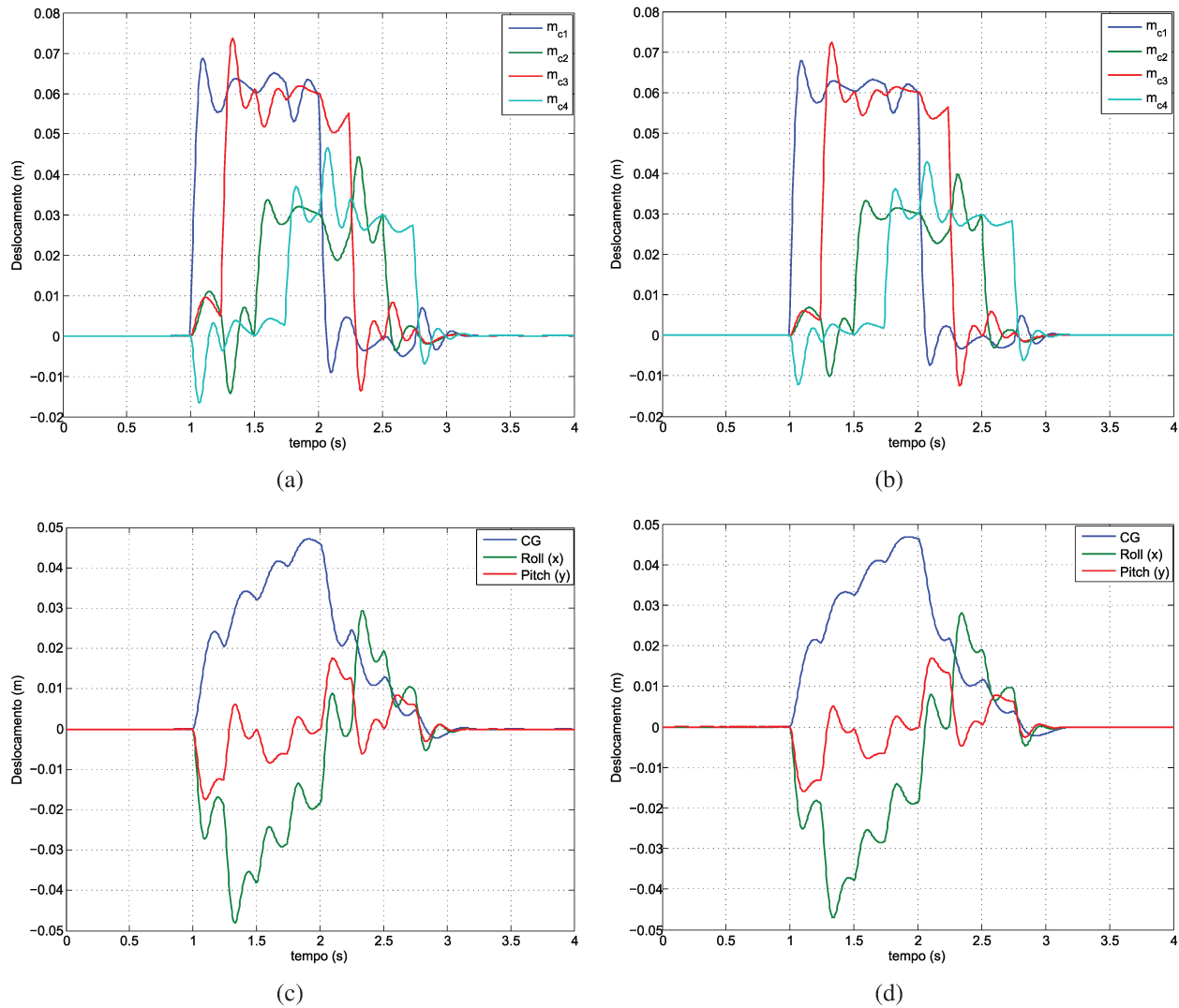


Figura 4.8 - Deslocamento temporal dos GDL referente a: (a) massa dos conjuntos da susp. convencional, (b) massa dos conjuntos da susp. hidropneumática, (c) CG, *roll* e *pitch* da susp. convencional e (d) CG, *roll* e *pitch* da susp. hidropneumática para a excitação tipo degrau

As figuras 4.10(a) e 4.10(b) mostram que ocorre perda de contato entre pneu e solo por pequenos períodos, pois existem pontos de força de contato nulos para ambos sistemas. Diante deste fato conclui-se que o veículo não está totalmente seguro para nenhuma das suspensões.

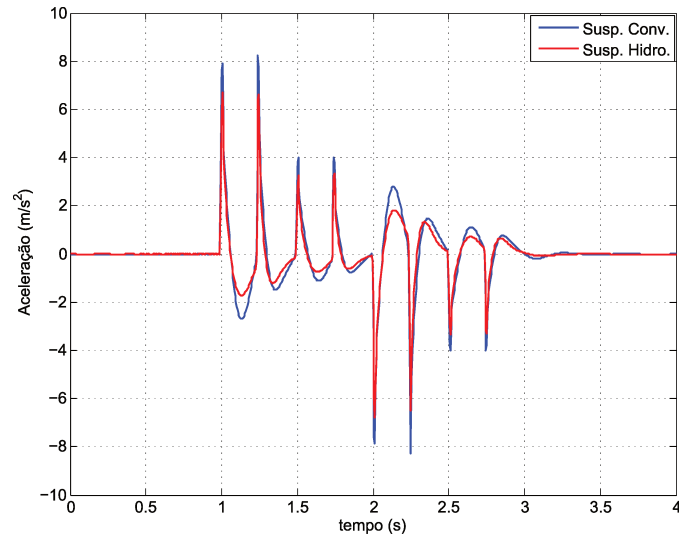


Figura 4.9 - Aceleração do CG no domínio do tempo para os dois sistemas devido excitação tipo degrau

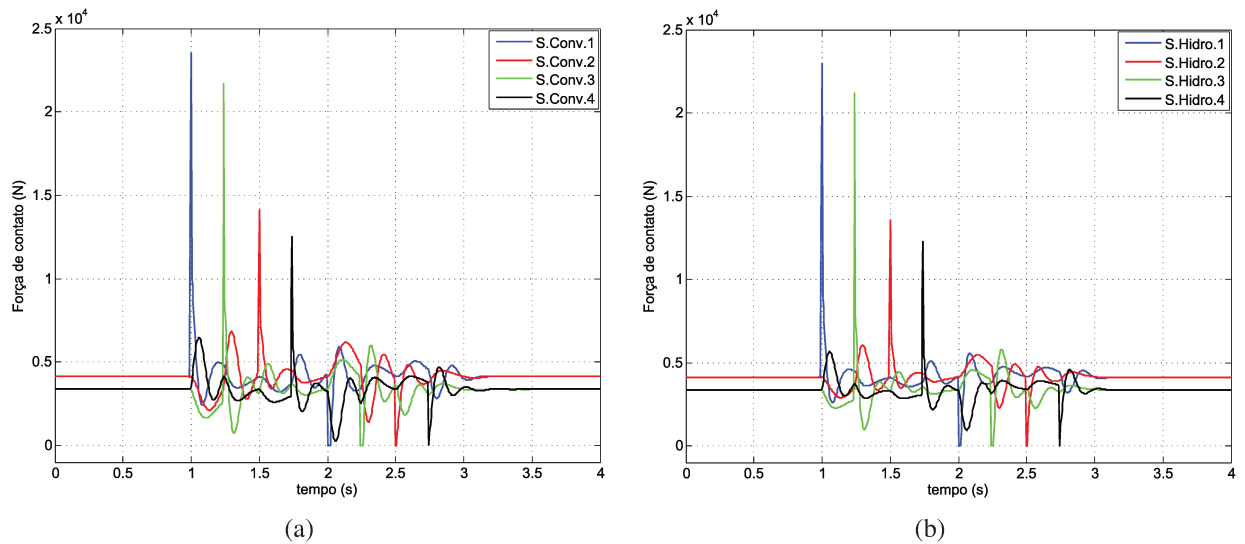


Figura 4.10 - Força de contato entre pneu e via para as suspensões (a) convencional e (b) hidropneumática, em função da excitação tipo degrau

Analisando os dados da tabela 4.3 é possível notar que apesar da diferença entre as amplitudes da variação da força F_c serem pequenas entre os sistemas, essas amplitudes são maiores para a suspensão convencional, e portanto oferece menor estabilidade que o sistema hidropneumático.

Tabela 4.3 - Amplitude da variação da força de contato pneu/via para as duas suspensões devido à excitação tipo degrau

Suspensão	Convencional	Hidropneumática	Roda
F_c (N)	23503	22957	1
	14130	13588	2
	21679	21194	3
	12496	12294	4

4.2 Modelo Estocástico

Nesta seção serão aplicadas as ferramentas da Teoria de Incertezas com o intuito de observar a influência da variabilidade dos parâmetros de entrada no desempenho do sistema.

A análise estocástica será dividida em cinco estudos de caso, conforme detalhado na tabela 4.4. Na primeira linha desta tabela estão os cinco casos, na segunda linha os parâmetros que são ditos variáveis aleatórias para cada um dos casos e na terceira estão detalhados os tipos de suspensão de cada estudo. As variáveis aleatórias consideradas para esses casos são: coeficiente de amortecimento (C), coeficiente de rigidez da mola da suspensão convencional (K_{conv}), massa total do veículo (M_{tv}), volume inicial de gás utilizado no acumulador da suspensão hidropneumática (V_0) e coeficiente politrópico (n). Estas variáveis aleatórias independentes são geradas uma única vez e lidas diretamente no programa principal, conforme combinações detalhadas na tabela mencionada.

Ao realizar as simulações, quando se diz que um ou mais parâmetros são considerados variáveis aleatórias, deixa-se implícito que os outros parâmetros utilizados nos cálculos são determinísticos. Por exemplo, ao simular o caso 1, o único parâmetro variável é o coeficiente de amortecimento C das quatro suspensões para ambos sistemas, enquanto que os outros parâmetros de cálculo possuem valores exatos (determinísticos).

Pelo fato do modelo estudado ser definido como de um veículo inteiro, os parâmetros C , K_{conv} , V_0 e n variam diferentemente para os quatro conjuntos de suspensão. Este fato se aproxima da realidade, pois, cada componente fabricado deve estar dentro de uma faixa de tolerância, e por isso cada um deles possui valores nominalmente diferentes. Por exemplo, no caso 2 o coeficiente de rigidez da mola K_{conv} será diferente para cada uma das quatro molas do sistema de suspensão a cada simulação.

Tabela 4.4 - Estudos de caso e suas respectivas variáveis aleatórias de entrada

Caso	1	2	3	4	5
Parâmetros	C	K_{conv} e M_{tv}	V_0 , M_{tv} e n	K_{conv} , M_{tv} e C	V_0 , M_{tv} , n e C
Susp.	Conv. e Hidro.	Conv.	Hidro.	Conv.	Hidro.

Muitas indústrias descartam os componentes fabricados fora de uma faixa de tolerância devido a suas não conformidades. Neste trabalho, todas as variáveis aleatórias são modeladas pela FDP Gama, sendo que cada uma destas possui determinado desvio-padrão, conforme tabela 4.5. Porém, os valores das variáveis fora da faixa especificada para cada parâmetro não serão utilizados nos cálculos. Por exemplo, valores do coeficiente de rigidez da mola K_{conv} fora da tolerância de $\pm 5\%$ são descartados.

Tabela 4.5 - Desvio-padrão das variáveis aleatórias de entrada do sistema

Parâmetro	C	K_{conv}	M_{tv}	V_0	n
Desvio-padrão (%)	20	5	10	10	16

Para cada caso foram realizadas 15000 simulações em um computador com sistema operacional Linux, equipado com processador AMD® x86 de 64bits, memória de 32GB e swap de 152GB.

Todos os desvios relacionados à média das respostas apresentadas nas tabelas referem-se a um intervalo que engloba aproximadamente 68,27% da distribuição dos dados (1σ). Porém, alguns cálculos serão realizados para um valor igual a três desvios-padrão (3σ), pois este possui uma faixa que compreende cerca de 99,73% dos dados (RUTHES et al., 2006).

As tabelas 4.6 e 4.7 mostram as razões de amortecimento em relação aos modos de vibrar do CG, *roll* e *pitch* devido à variabilidade dos parâmetros para os cinco estudos de caso. Através da análise destas tabelas foram realizados alguns cálculos para encontrar a variação das respostas estocásticas em relação as determinísticas, sendo que para estes cálculos considerou-se a dispersão igual a três desvios-padrão. Para o caso 1, a variação da média da razão de amortecimento em relação aos três modos de vibrar, para ambos sistemas de suspensão, é aproximadamente igual a 16% comparado com o sistema determinístico. Os casos 3 e 5 foram os que apresentaram maiores variações da média do ξ para os três modos de vibrar, resultando em valores próximos a 40%. O caso 4 apresentou respostas próximas a 18%, enquanto que o caso 2 resultou em respostas próximas

a 8%.

Tabela 4.6 - Razões de amortecimento em relação ao CG, *roll* e *pitch* devido à variabilidade dos parâmetros para os casos 1, 2 e 3

Caso	1		2	3	Curso (mm)
Susp.	Conv.	Hidro.	Conv.	Hidro.	
ξ_{CG}	$0,6826 \pm 0,0366$	$0,9242 \pm 0,0505$	$0,6915 \pm 0,0197$	$0,9291 \pm 0,0872$	-50
		$0,7021 \pm 0,0381$		$0,6999 \pm 0,0930$	0
		$0,4293 \pm 0,0226$		$0,4167 \pm 0,1136$	+50
ξ_r	$1,0598 \pm 0,0568$	$1,3893 \pm 0,0759$	$1,0709 \pm 0,0270$	$1,3949 \pm 0,1191$	-50
		$1,0825 \pm 0,0587$		$1,0735 \pm 0,1360$	0
		$0,6722 \pm 0,0351$		$0,6350 \pm 0,1793$	+50
ξ_p	$1,1734 \pm 0,0664$	$1,6355 \pm 0,0934$	$1,1895 \pm 0,0312$	$1,6444 \pm 0,1559$	-50
		$1,2383 \pm 0,0705$		$1,2345 \pm 0,1674$	0
		$0,7458 \pm 0,0415$		$0,7260 \pm 0,2047$	+50

Tabela 4.7 - Razões de amortecimento em relação ao CG, *roll* e *pitch* devido à variabilidade dos parâmetros para os casos 4 e 5

Caso	4	5	Curso (mm)
Susp.	Conv.	Hidro.	
ξ_{CG}	$0,6850 \pm 0,0416$	$0,9199 \pm 0,0997$	-50
		$0,6930 \pm 0,0993$	0
		$0,4127 \pm 0,1145$	+50
ξ_r	$1,0608 \pm 0,0636$	$1,3812 \pm 0,1399$	-50
		$1,0631 \pm 0,1469$	0
		$0,6292 \pm 0,1812$	+50
ξ_p	$1,1778 \pm 0,0741$	$1,6286 \pm 0,1804$	-50
		$1,2227 \pm 0,1804$	0
		$0,7193 \pm 0,2076$	+50

4.2.1 Respostas à excitação tipo lombada

O tempo de duração das 15000 simulações para cada um dos cinco casos foi em média de 22 horas para a excitação tipo lombada. Os casos analisados convergiram com aproximadamente 10000 simulações, como mostra a figura 4.11.

As tabelas 4.8 e 4.9 mostram as médias das amplitudes das acelerações verticais do CG, ângulo de rolagem e força de contato pneu/via em função da variabilidade dos parâmetros para os cinco casos. Para analisar as respostas obtidas a partir destas tabelas, foram efetuados cálculos para

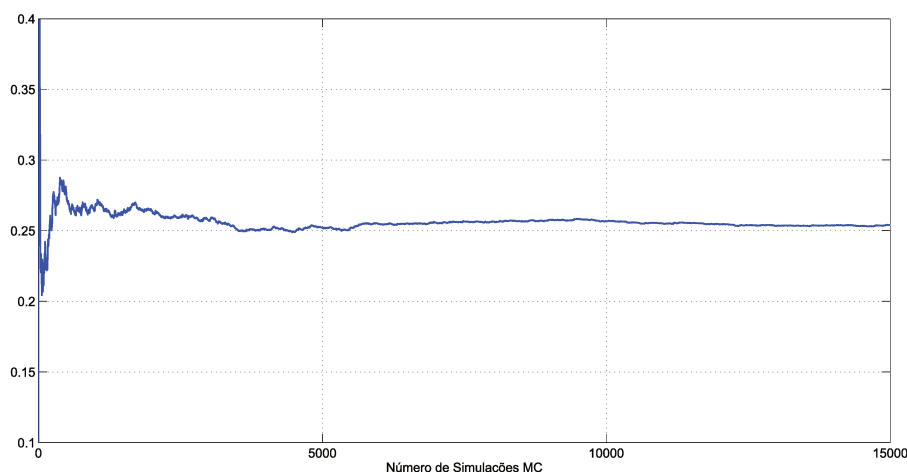


Figura 4.11 - Convergência da aceleração do CG da suspensão hidropneumática do caso 5

encontrar a variação das respostas estocásticas em relação às determinísticas, sendo que para estes cálculos considerou-se a dispersão igual a três desvios-padrão.

No caso 1, a variação da média da amplitude da a_{CG} , para ambos sistemas de suspensão, é aproximadamente igual a 10% comparado com o sistema determinístico. O caso 5 é o que demonstra maior variação da média da amplitude da a_{CG} , resultando num valor aproximado de 19%. Quando são comparados os limites dos valores das amplitudes da a_{CG} , para todos casos, nota-se que o sistema hidropneumático continua oferecendo melhor conforto.

Quando são analisados os valores da média da amplitude das variações das forças F_c em relação aos valores determinísticos, percebe-se que, em geral, a suspensão hidropneumática é mais afetada pela variabilidade dos parâmetros que a suspensão convencional. Ao analisar os valores das tabelas mencionadas, e comparando os valores limites obtidos da média da amplitude das variações das forças F_c entre os dois sistemas para o caso 1, entre os casos 2 e 3, e entre os casos 4 e 5, pode-se dizer que a suspensão hidropneumática continua sendo mais estável que o sistema convencional. O sistema hidropneumático será menos estável apenas quando seus parâmetros estiverem próximos do limite superior da faixa possível e os parâmetros do convencional estiverem no menor valor da faixa de variação possível. Ao comparar os casos 2 e 4, com relação a amplitude das variações das forças F_c , é possível notar que todas as respostas possuem faixa de variação maior para o caso 4, indicando assim que a variação simultânea dos parâmetros da rigidez e amortecimento são significativas, sendo que este fato é o que ocorre na realidade. O mesmo ocorre ao comparar os casos 3 e 5.

Tabela 4.8 - Média das amplitudes das acelerações verticais do CG, ângulo de rolagem e amplitude da variação das forças de contato pneu/via em função da variabilidade dos parâmetros para os casos 1, 2 e 3 devido excitação tipo lombada

Caso	1		2	3	Rodas
Susp.	Conv.	Hidro.	Conv.	Hidro.	
$a_{CG}(m/s^2)$	$14,86 \pm 0,44$	$10,14 \pm 0,34$	$15 \pm 0,77$	$10,36 \pm 0,48$	
$roll(rad)$	$0,002 \pm 0,0012$	$0,0025 \pm 0,0014$	$0,00021 \pm 0,00012$	$0,00064 \pm 0,00039$	
$F_c (N)$	$8535,7 \pm 161,45$	$6772,8 \pm 276,55$	$8554,4 \pm 180,06$	$6893,2 \pm 242,41$	1
	$8534,8 \pm 163,51$	$6775,0 \pm 277,30$	$8555,4 \pm 180,10$	$6893,3 \pm 242,48$	2
	$3891,8 \pm 141,60$	$3583,3 \pm 159,02$	$3934,2 \pm 87,64$	$3571,5 \pm 92,78$	3
	$3890,3 \pm 141,50$	$3582,3 \pm 158,96$	$3934,4 \pm 87,64$	$3571,6 \pm 92,52$	4

Tabela 4.9 - Média das amplitudes das acelerações verticais do CG, ângulo de rolagem e amplitude da variação das forças de contato pneu/via em função da variabilidade dos parâmetros para os casos 4 e 5 devido excitação tipo lombada

Caso	4	5	Rodas
Susp.	Conv.	Hidro.	
$a_{CG}(m/s^2)$	$14,9 \pm 0,89$	$10,3 \pm 0,58$	
$roll(rad)$	$0,002 \pm 0,0012$	$0,0027 \pm 0,0013$	
$F_c (N)$	$8521,5 \pm 240,46$	$6844,7 \pm 367,37$	1
	$8520,7 \pm 242,68$	$6847,0 \pm 366,08$	2
	$3908,1 \pm 164$	$3568,0 \pm 184,08$	3
	$3907,1 \pm 162,62$	$3566,7 \pm 183,74$	4

4.2.2 Respostas à excitação tipo degrau

O tempo de duração das 15000 simulações para cada um dos cinco casos para a excitação tipo degrau foi em média 33 horas. Os casos analisados convergiram com aproximadamente 10000 simulações, como pode-se ver na figura 4.12.

As tabelas 4.10 e 4.11 mostram as médias das amplitudes das acelerações verticais do CG, ângulo de rolagem e força de contato pneu/via em função da variabilidade dos parâmetros para os cinco estudos de caso. Para analisar as respostas obtidas a partir destas tabelas, foram efetuados cálculos para encontrar a variação das respostas estocásticas em relação as determinísticas, sendo que para estes cálculos considerou-se a dispersão igual a três desvios-padrão.

A variação da média da amplitude da a_{CG} foi superior em 20% para os casos 2 e 4, e próximos a 16% para os casos 3 e 5. Esta variação foi próxima a 10% para ambas suspensões do caso 1. Ao

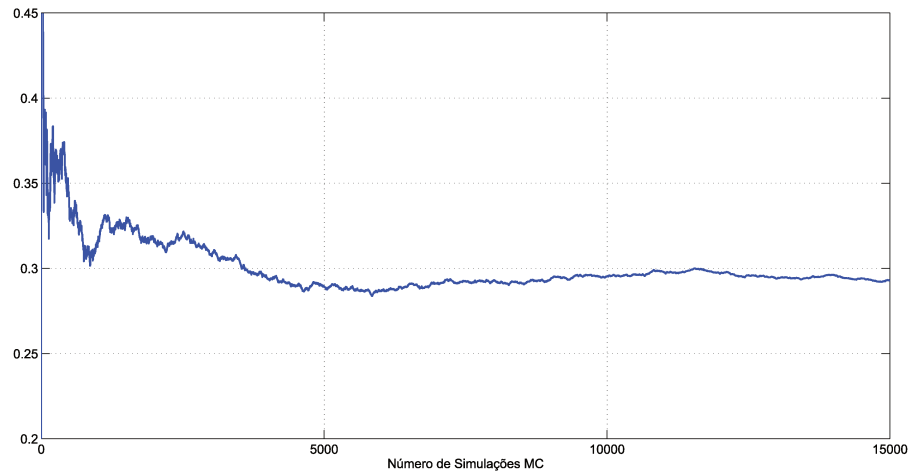


Figura 4.12 - Convergência da aceleração do CG da suspensão hidropneumática do caso 3

analisar os valores das tabelas mencionadas, e comparando os valores obtidos da amplitude das acelerações a_{CG} entre os dois sistemas para o caso 1, entre os casos 2 e 3, e entre os casos 4 e 5, pode-se dizer que a suspensão hidropneumática continua sendo mais confortável. O sistema hidropneumático será menos confortável quando seus parâmetros estiverem próximos do limite superior da faixa possível e os parâmetros do convencional estiverem no menor valor da faixa de variação possível.

A variação média dos ângulos de rolagem para os casos 1, 4 e 5 foi de aproximadamente 5%.

Analisando os valores das variações da média da amplitude das variações das forças F_c em relação aos valores determinísticos, percebe-se que, os dois sistemas de suspensão são afetados de forma aproximadamente igual pela variabilidade dos parâmetros, sendo os casos 4 e 5 os que apresentaram maior variação nas respostas, e estas não ultrapassaram 4%. Ao analisar os limites da amplitude das variações das forças F_c , percebe-se, em geral, que estas são menores para o sistema hidropneumático, denotando maior estabilidade. As amplitudes das forças de contato somente serão maiores para a suspensão hidropneumática quando os parâmetros desta estiverem próximos ao limite superior da faixa possível e os parâmetros da suspensão convencional estiverem próximos ao menor valor da faixa possível.

Tabela 4.10 - Média das amplitudes das acelerações verticais do CG, ângulo de rolagem e amplitude da variação das forças de contato pneu/via em função da variabilidade dos parâmetros para os casos 1, 2 e 3 devido excitação tipo degrau

Caso	1		2	3	Rodas
Susp.	Conv.	Hidro.	Conv.	Hidro.	
$a_{CG}(m/s^2)$	$16,42 \pm 0,6$	$13,52 \pm 0,43$	$16,61 \pm 1,18$	$13,59 \pm 0,65$	
$roll(rad)$	$0,077 \pm 0,0011$	$0,075 \pm 0,0013$	$0,077 \pm 0,00027$	$0,075 \pm 0,00063$	
$F_c (N)$	$23489 \pm 120,64$	$22943 \pm 102,43$	$23495 \pm 202,77$	$22950 \pm 200,52$	1
	$14110 \pm 105,75$	$13574 \pm 77,13$	$14123 \pm 121,96$	$13574 \pm 136,23$	2
	$21647 \pm 162,74$	$21173 \pm 150,25$	$21675 \pm 125,35$	$21171 \pm 117,53$	3
	$12481 \pm 78,48$	$12282 \pm 73,32$	$12492 \pm 148,96$	$12280 \pm 137,88$	4

Tabela 4.11 - Média das amplitudes das acelerações verticais do CG, ângulo de rolagem e amplitude da variação das forças de contato pneu/via em função da variabilidade dos parâmetros para os casos 4 e 5 devido excitação tipo degrau

Caso	4	5	Rodas
Susp.	Conv.	Hidro.	
$a_{CG}(m/s^2)$	$16,55 \pm 1,24$	$13,62 \pm 0,81$	
$roll(rad)$	$0,077 \pm 0,0011$	$0,075 \pm 0,0014$	
$F_c (N)$	$23481 \pm 234,93$	$22936 \pm 226,72$	1
	$14103 \pm 161,89$	$13561 \pm 157,09$	2
	$21643 \pm 205,50$	$21149 \pm 190,84$	3
	$12476 \pm 169,85$	12268 ± 156	4

4.3 Análise dos Resultados

Com o intuito de sintetizar e facilitar a análise dos resultados foram criadas duas tabelas. A tabela 4.12 mostra as variáveis aleatórias (parâmetros) e o tipo de suspensão de cada caso, bem como suas respectivas respostas. Essa tabela foi criada a partir do cálculo da diferença dos limites das respostas estocásticas em relação as respostas determinísticas. Ela indica qual dos sistemas é mais afetado pela variação dos parâmetros. As respostas analisadas são as razões de amortecimento para os três modos de vibrar, a aceleração do CG e a amplitude da variação da força de contato entre o pneu e a via. Estas duas últimas saídas são analisadas para as excitações lombada e degrau. Como o cálculo da variação das razões de amortecimento ξ para os modos de vibrar do modelo estocástico em relação ao determinístico resultaram em valores próximos, será utilizada somente uma linha da tabela para representá-los. Na tabela 4.13 está descrita a suspensão que obteve melhor resposta

para a aceleração a_{CG} e para a amplitude da variação da força F_c , independentemente do sistema ser mais ou menos afetado pela variação dos parâmetros. Esta tabela foi desenvolvida através da análise das respostas dos modelos estocásticos para os dois tipos de excitação. O símbolo “=” usado nas tabelas denotam que ambos os sistemas forneceram respostas aproximadamente iguais, e a marcação “X” refere-se ao sistema que mais foi afetado devido a variação dos parâmetros para a tabela 4.12, e refere-se ao sistema que fornece melhor desempenho para a tabela 4.13.

Tabela 4.12 - Influência da variabilidade dos parâmetros no comportamento dos sistemas de suspensão

Caso	1		2	3	4	5
Parâmetros	C		K_{conv} e M_{tv}	V_0 , M_{tv} e n	K_{conv} , M_{tv} e C	V_0 , M_{tv} , n e C
Suspensão	Conv.	Hidro.	Conv.	Hidro.	Conv.	Hidro.
ξ	=	=		X		X
a_{CG}	Lombada	=	X			X
	Degrau	X	X		X	
F_c	Lombada	X		X		X
	Degrau	=	=	=	=	=

Observando a tabela 4.12, nota-se que a suspensão hidropneumática se mostrou mais sensível do que a convencional ao analisar as respostas referentes às razões de amortecimento para os três modos de vibrar.

A variabilidade dos parâmetros afetam mais a suspensão convencional quando analisados os casos 2 e 3 com relação à aceleração vertical do CG (a_{CG}), devido à excitação tipo lombada. Porém, entre os casos 4 e 5 o sistema hidropneumático foi o mais afetado. Ao excitar os sistemas com uma função tipo degrau, a suspensão convencional se mostrou mais sensível quando se analisa estas respostas entre os dois sistemas do caso 1, entre os casos 2 e 3, e entre os casos 4 e 5, como notado na tabela 4.12. Apesar da suspensão hidropneumática ser mais afetada pela variabilidade dos parâmetros em alguns casos, pode ser observado que ela permanece a mais confortável para ambas excitações estudadas.

Tabela 4.13 - Análise do desempenho das suspensões em função da variabilidade dos parâmetros

Suspensão		Convencional	Hidropneumática
a_{CG} (conforto)	Lombada		X
	Degrau		X
F_c (segurança)	Lombada		X
	Degrau		X

Quando analisados os valores médios da amplitude das variações das forças de contato pneu/via (F_c), para a excitação tipo lombada, nota-se que, em geral, a suspensão hidropneumática é mais afetada pela variabilidade dos parâmetros. Já no caso da excitação tipo degrau, os dois sistemas de suspensão são afetados de forma aproximadamente igual. Mesmo sendo mais afetada pela variabilidade dos parâmetros, a suspensão hidropneumática se mostrou mais segura que a convencional.

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS

As simulações efetuadas mostraram influência significativa no comportamento dos parâmetros analisados devido à variação dos parâmetros de entrada, chegando a alterações próximas de 40% (quarenta por cento) em alguns casos, quando comparadas com a abordagem determinística. Por este fato é aconselhável se levar em consideração a variabilidade dos parâmetros na realização de projetos mais exigentes em relação à confiabilidade.

O estudo probabilístico utilizando ferramentas de análise estocástica se faz necessário para levar em consideração a influência da dispersão de valores de vários parâmetros simultaneamente, já que a análise da variação de valores de cada parâmetro individualmente pode levar a resultados equivocados e o estudo determinístico da alteração de vários parâmetros simultaneamente é muito difícil e freqüentemente inviável.

Além de mostrar a necessidade de se considerar a variabilidade de certos parâmetros, o estudo probabilístico pode servir como base para a definição de coeficientes de segurança adequados para o projeto dos veículos.

Neste trabalho observou-se a diferença entre as respostas dos sistemas de suspensão com parâmetros estocásticos em relação aos com parâmetros determinísticos. Desta análise percebeu-se que em geral a suspensão hidropneumática foi mais sensível as variações dos parâmetros. Apesar deste fato, este sistema forneceu melhores respostas em relação ao conforto e a segurança.

Como sugestão para trabalhos futuros pode-se mencionar:

- deduzir uma formulação, para a suspensão hidropneumática, que represente o processo isotérmico para o estado estático e o processo politrópico para o estado dinâmico, o que seria mais próximo a realidade;
- considerar as não linearidades das molas convencionais e amortecedores;
- introduzir teorias de controle no sistema;
- usar interligação de câmaras para o sistema de suspensão hidropneumática passiva;
- utilizar excitações aleatórias no modelo desenvolvido.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, M. de et al. Análise de sensibilidade aplicada à sinterização de titanato zirconato de chumbo. In: **Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais - CBECIMat**. [S.l.: s.n.], 2006.
- AYYUB, B. M.; KLIR, G. J. **Uncertainty Modeling and Analysis in Engineering and the Sciences**. [S.l.]: Taylor & Francis Group, LLC, 2006.
- BALDI, M. **Desenvolvimento de um Sistema de Suspensão Hidropneumática para uso em Máquinas Agrícolas**. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Mecânica, Unicamp, 2004.
- BARBIERI, N. **Análise do Comportamento Dinâmico de um Veículo Automotivo**. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Mecânica, Unicamp, 1989.
- BARBOSA, R. S. Vehicle dynamic safety in measured rough pavement. **Journal of Transportation Engineering (ASCE)**, v. 137, p. 305 – 310, 2011.
- BATTERBEE, D.; SIMS, N. Hardware-in-the-loop simulation of magnetorheological dampers for vehicle suspension systems. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering**, 2007.
- BAUER, W. **Hydropneumatic Suspension Systems**. London: Springer, 2011.
- BECK, A. T. **Curso de Confiabilidade Estrutural**. [S.l.]: Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 2009. 220 p.
- BIASIZZO, M. B. **Estudo da Influência da Barra Estabilizadora Dianteira no Conforto Vibracional de um Automóvel**. Dissertação (Mestrado) — PUC Minas, 2001.
- CAO, D.; RAKHEJA, S.; SU, C.-Y. Roll- and pitch-plane coupled hydro-pneumatic suspension, part 1: Feasibility analysis and suspension properties. **Vehicle System Dynamics**, v. 48, 2010.

CHEN, S. H.; GUO, K. J.; CHEN, Y. D. A method for estimating upper and lower bounds of eigen-values of closed-loop systems with uncertain parameters. **Journal of Sound and Vibration**, v. 276, 2004.

CITROËN. **Citroën hydraulic system**. Janeiro 2012. CITROËNËT. Disponível em: <<http://www.citroenet.org.uk/miscellaneous/hydraulics/hydraulics-1.html>>.

CONTRAN. **Resolução Nº 39**. Brasília, Maio 1998.

COSTA, P. G. **A Bíblia do Carro**. [S.l.: s.n.], 2002. 244 p.

CRIVELLARO, C. **Controle Robusto de Suspensão Semi-ativa para Caminhonetes utilizando Amortecedores Magneto-reológicos**. Tese (Doutorado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2008.

CRONJÉ, P. H. **Improving Off-road Vehicle Handling Using an Active Anti-roll Bar**. Dissertação (Mestrado) — Faculty of Engineering, Built Environment and Information Technology, University of Pretoria, 2008.

DEVORE, J. L. **Probability and Statistics for Engineering and the Sciences**. [S.l.]: Brooks/Cole, 2012.

DIXON, J. C. **The Shock Absorber Handbook**. Chichester, England: Professional Engineering Publishing Ltd and John Wiley and Sons, Ltd, 2007.

_____. **Suspension Geometry and Computation**. Great Britain: John Wiley & Sons Ltd, 2009.

DONG, X. et al. Half car magnetorheological suspension system accounting for nonlinearity and time delay. **International Journal of Modern Physics B**, v. 19, 2005.

DUARTE, M. D. R. **Simulação de ride primário e secundário através do uso de carregamento de pista**. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos, USP, 2010.

ELS, P.; GROBBELAAR, B. Heat transfer effects on hydropneumatic suspension systems.

Journal of Terramechanics, v. 36, 1999.

FABRO, A. T. **Análise Estocástica do Comportamento Dinâmico de Estruturas via Métodos Probabilísticos**. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Mecânica, Unicamp, 2010.

FÉLEZ, J.; VERA, C. Bond graph assisted for hidro-pneumatic suspension in crane vehicles. **Vehicle System Dynamics**, v. 16, 1987.

GAO, W.; ZHANG, N.; DU, H. P. A half-car model for dynamic analysis of vehicles with random parameters. In: 5TH AUSTRALASIAN CONGRESS ON APPLIED MECHANICS - ACAM. Brisbane, Australia, 2007.

GAO, W. et al. Dynamic analysis of vehicles with uncertainty. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering**, v. 222, 2008.

GENTLE, J. E. **Random Number Generation and Monte Carlo Methods**. Segunda edição. New York: Springer, 2003.

GHANEM, R. G.; SPANOS, P. D. **Stochastic Finite Elements A Spectral Approach**. [S.l.]: Dover Publications, 2003.

GILLESPIE, T. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers, Inc., 1992.

GOBBI, M.; LEVI, F.; MASTINU, G. Multi-objective stochastic optimisation of the suspension system of road vehicles. **Journal of Sound and Vibration**, v. 298, 2006.

GOH, Y.; BOOKER, J.; MCMAHON, C. Uncertainty modelling of a suspension unit. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering**, v. 219, 2005.

GUO, D.; HU, H. Nonlinear stiffness of a magneto-rheological damper. **Nonlinear Dynamics - Springer**, v. 40, 2005.

HAFTKA, R. T.; ZAFER, G. **Elements of Structural Optimization**. [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, 1992.

HALDAR, A.; MAHADEVAN, S. **Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design**. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2000.

HIBBELER, R. **Estática: Mecânica para Engenharia**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2005.

HORTON, D.; CROLLA, D. Theoretical analysis of a semi-active suspension fitted to an off-road vehicle. **Vehicle System Dynamics**, v. 15, 1986.

HROVAT, D. Influence of unsprung weight on vehicle ride quality. **Journal of Sound and Vibration**, v. 124, 1988.

JAZAR, R. **Vehicle Dynamics: Theory and Application**. New York: Springer, 2008.

KAPUR, J.; KESAVAN, H. **Entropy Optimization Principles with Applications**. [S.l.]: Academic Press, Inc., USA, 1992.

LEAL, L. d. C. M.; ROSA, E. da; NICOLAZZI, L. C. Uma introdução à modelagem quase-estática de veículos automotores de rodas. Publicação interna do GRANTE, Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC. 2008.

LITCHFIELD, P. W. Pneumatic tires. **SAE Transactions**, v. 8, 1913.

LONG, M.; NARCISO, J. **Probabilistic Design Methodology for Composite Aircraft Structures**. [S.l.], 1999.

MACEDO, R. G. **Análise de Propagação de Incertezas em Método de Estimação de Rigidez Estática por Dados Dinâmicos**. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Mecânica, Unicamp, 2010.

MATA-LIMA, H. **Análise de sensibilidade**. Janeiro 2012. Universidade da Madeira. Disponível em: <cee.uma.pt/hlima/Doc%20ImpactesAmbientais/031Analise_

[sensibilidade.pdf](#)>.

MÁXIMO, L. F. B. **Estudo do Comportamento Dinâmico de um Veículo de Passageiros em Manobras de Handling**. Dissertação (Mestrado) — PUC Minas, 2002.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Applied statistics and probability for engineers**. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2003.

MOTTA, D. **Modelagem de uma Suspensão Veicular com Elementos Não Lineares e Comparação de seu Desempenho com um Modelo Semi-ativo**. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Mecânica, Unicamp, 2005.

MÜLLER, A. L. **Otimização de estruturas reticuladas considerando incertezas**. Dissertação (Mestrado) — PUC Rio, 2003.

NAMERIKAWA, T.; FUJITA, M. Modeling and robustness analysis of a magnetic suspension system considering structured uncertainties. In: 36TH CONFERENCE ON DECISION & CONTROL. San Diego, California, USA, 1997.

NUNES, R. F. **Análise dinâmica de problemas não determinísticos usando métodos baseados em conjuntos nebulosos**. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Mecânica, Unicamp, 2005.

OKABE, E. P. **Metodologia de Projeto para o Desenvolvimento de Suspensão Veicular**. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Mecânica, Unicamp, 2003.

PATRÍCIO, L. F. S. **Desenvolvimento Matemático e Implementação Numérica de um Modelo Tridimensional para a Determinação das Respostas Dinâmicas de um Veículo Automotor**. Dissertação (Mestrado) — PUC Minas, 2005.

PICADO, R. M. **Controle Semi-Ativo em Suspensões Automotivas**. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Mecânica, Unicamp, 1998.

POPP, K. et al. **Ground Vehicle Dynamics**. [S.l.]: Springer, 2010.

RAO, S. **Vibrações Mecânicas**. Quarta. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.

RAZENBERG, J. A. **Modelling of the Hydro-pneumatic Suspension System of a Rally Truck**. Dissertação (Mestrado) — Eindhoven University of Technology, 2009.

REIMPELL, J.; STOLL, H.; BETZLER, J. **The Automotive Chassis: Engineering Principles**. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001.

RILL, G. **Vehicle Dynamics**. [S.l.]: Lectures Notes for University of Applied Sciences, 2009.

RIZZI, R. L. **Elementos de um sistema mecânico**. Novembro 2011. Disponível em:
<<http://www.inf.unioeste.br/~rogerio/EDOL-molas21.pdf>>.

ROBERT, C. P.; CASELLA, G. **Monte Carlo Statistical Methods**. [S.l.]: Springer, 2004.

RUBINSTEIN, R. Y.; KROESE, D. P. **Simulation and the Monte Carlo Method**. 2ª edição. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2008.

RUTHES, S.; CERETTA, P. S.; SONZA, I. B. Seis sigma: Melhoria da qualidade através da redução da variabilidade. **Revista Gestão Industrial**, v. 2, 2006.

SÁ, R. L. de. **Controle Skyhook Aplicado a um Modelo de Suspensão Hidropneumática para Carretas Agrícolas**. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Mecânica, Unicamp, 2006.

SAMPAIO, R.; RITTO, T. **Dinâmica de estruturas flexíveis: Análise determinística e estocástica**. [S.l.]: Mini-curso, PUC Rio, 2008.

SANTOS, T. B. d. **Influência da desuniformidade do pneumático no conforto vibracional de um veículo**. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Mecânica, Unicamp, 2010.

SARAMI, S. **Development and Evaluation of a Semi-active Suspension System for Full**

Suspension Tractors. Tese (Doutorado) — Technical University of Berlin, 2009.

SCOLTOCK, J. **Paul Magès.** Maio 2009. Europe's Automotive Engineer Magazine. P.7.

SHARP, R.; CROLLA, D. Road vehicle suspension system design - a review. **Vehicle System Dynamics**, v. 16, 1987.

SHONKWILER, R. W.; MENDIVIL, F. **Explorations in Monte Carlo Methods.** [S.l.]: Springer, 2009.

SILVA, C. W. de (Ed.). **Vibration and Shock Handbook.** [S.l.]: Taylor & Francis Group, 2005.

SILVA, L. C. d. A. e. **Identificação e Simulações do Comportamento do Pneu Visando a Implementação de Controle em Cadeiras de Rodas Motorizadas.** Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia Mecânica, Unicamp, 2011.

SMITH, W.; ZHANG, N. Recent developments in passive interconnected vehicle suspension. **Frontiers of Mechanical Engineering China**, v. 5, 2010.

SOBOL, I. **A Primer for the Monte Carlo Method.** [S.l.]: CRC Press, Inc., 1994.

UHLMANN, C. E. **Análise da Influência da Barra Estabilizadora no Ângulo de Rolagem da Suspensão Dianteira de Ônibus.** Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009.

WERELEY, N.; PANG, L. Nondimensional analysis of semi-active electrorheological and magnetorheological dampers using approximate parallel plate models. **Smart Materials and Structures**, v. 7, 1998.

WILSON, Q. **O livro dos carros clássicos.** Rio de Janeiro: Ediouro Publicações, 2000. 224 p.

ANEXO A - MODELAGEM COMPUTACIONAL EM MATLAB®

Inicialmente são geradas as variáveis aleatórias independentes referentes aos parâmetros de entrada dos sistemas utilizando a função densidade de probabilidade gama, que leva em consideração o valor médio e o intervalo de valores atribuído aos parâmetros.

Foram desenvolvidos cinco programas para gerar variáveis aleatórias dos seguintes dados:

- coeficientes de amortecimento (C) para os sistemas convencional e hidropneumático;
- rigidez das molas da suspensão convencional (K_{conv});
- massa total do veículo (M_{tv});
- expoente do processo politrópico (n);
- volume inicial de gás (V_0) da suspensão hidropneumática.

Os programas que descrevem a geração dos dados são semelhantes para todos os parâmetros, e por este fato na seção A.1 será demonstrado a variação referente aos C .

Em seguida, têm-se o programa principal que calcula as distâncias laterais e longitudinais até o CG do modelo, os momentos de inércia de massa, a distribuição de peso sobre cada conjunto de suspensão, as forças de excitação externa aplicadas ao sistema, lê os dados de entrada gerados, calcula a média e o desvio-padrão após todas as simulações e salva as respostas de interesse. Para este, também são gerados cinco programas em que irão variar:

- somente os C para os dois sistemas;
- a K_{conv} e a M_{tv} ;
- a rigidez da suspensão hidropneumática em função da M_{tv} , do n e do V_0 ;
- os C , a K_{conv} e a M_{tv} ;
- os C , a rigidez da suspensão hidropneumática em função das M_{tv} , dos n e dos V_0 .

Estes programas são criados com o intuito de analisar a influência dos parâmetros sobre as respostas do sistema. Na seção A.2 está demonstrado o programa que irá simular a variação dos C para os sistemas convencional e hidropneumático.

O programa que calcula a matriz de amortecimento, as respostas dinâmicas dos sistemas, o vetor de aceleração vertical do CG, as razões de amortecimento dos sistemas e as forças de contato entre pneu e via, está descrito na seção A.3.


```

        6000    %Coef. Amort. Susp.Hidropneumática frontal  direita
        6000    %                                frontal  esquerda
        7000    %                                traseira  direita
        7000]; %                                traseira  esquerda

intervalo1 = (20)/100; % Intervalo de valores definido para o valor nominal [%]

V40 = ceil(N_Sim*.4);
%Vetor com 40% do comprimento de Mtv (usado no vetor de valores gerados)

C_gerados = zeros(1,V40);
C = zeros(length(nominal1),N_Sim);

for i = 1:length(nominal1); %i é o vetor da linha de dados salvos

    e = 1; %Vetor da coluna de dados salvos

    while e <= N_Sim;

        media = nominal1(i); %Média da variável aleatória
        desvio = media*intervalo1; %Desvio-padrão da variável aleatória

        aK = media^2/desvio^2;
        bK = desvio^2/media;
        C_gerados = (gamrnd(aK,bK,V40,1)).';

        a = 1; %Vetor da coluna de dados gerados

        while e <= N_Sim && a <= V40;

            if C_gerados(a) >= (media-desvio) && C_gerados(a) <= (media+desvio);

                C(i,e) = C_gerados(a);

                e = e+1;

```

```

end

a = a+1;

end

end

end

save('ENTRADA_C.mat','N_Sim','C');
%OBS: Para abrir os dados salvos deve-se 1º digitar "load('ENTRADA_C.mat')"
%      no Command Window do MatLab, e em seguida digitar "C"

```

A.2 Programa “MAIN_MC_C”

```

%=====
%
%          DMC      -      FEM      -      UNICAMP
%
%
%      ANÁLISE DE DESEMPENHO DE VEÍCULO COM SUSPENSÃO HIDROPNEUMÁTICA
%      CONSIDERANDO A VARIABILIDADE DOS PARÂMETROS
%
%  VARIAÇÃO DO COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO PARA OS 2 TIPOS DE SUSPENSÕES
%
%  AUTOR: ALESSANDRO PIVETA                                Jan/2012
%=====

close all; clear all; clc;

global Kp1 Kp2 Kp3 Kp4 Cp1 Cp2 Cp3 Cp4 Kbf Kbt Yd Ye Xf Xt g W n ti tf ...
      dt tspan M invM Fexcit Lx Ly Zv Ze I z0 zm dc zso zso_dot wc...
      Ks1_c Ks2_c Ks3_c Ks4_c cond_susp Kc_50 Kh_50 ze P0 Pe Pd Ac V0

tic; %Início da contagem de tempo para processamento do programa [s]

```

```

bab1 = waitbar(0,[num2str(1) ' de ' num2str(1)], 'DelayPeriod', 0, ...
    'LingerPeriod', 0, 'MinUpdateTime', 0, 'Name', 'Calculo', ...
    'BarColor', [rand rand rand]);

%-----
%=====
% PARÂMETROS CONHECIDOS E QUE NÃO IRÃO VARIAR:
%=====

Lx = 2.4; %Comprimento entre eixos [m]
Ly = 1.6; %Comprimento do eixo

Cp1 = 2000; %Amortecimento do pneu frontal direito    [N*s/m]
Cp2 = 2000; %Amortecimento do pneu frontal esquerdo
Cp3 = 2000; %Amortecimento do pneu traseiro direito
Cp4 = 2000; %Amortecimento do pneu traseiro esquerdo

Kp1 = 180000; %Rigidez vertical do pneu frontal direito    [N/m]
Kp2 = 180000; %Rigidez vertical do pneu frontal esquerdo
Kp3 = 180000; %Rigidez vertical do pneu traseiro direito
Kp4 = 180000; %Rigidez vertical do pneu traseiro esquerdo

mc1 = 50; %Massa do conjunto da suspensão frontal direita    [kg]
mc2 = 50; %Massa do conjunto da suspensão frontal esquerda
mc3 = 40; %Massa do conjunto da suspensão traseira direita
mc4 = 40; %Massa do conjunto da suspensão traseira esquerda

Mv = 1100; %Massa do veículo [kg]

deltaM = 250; %Adição máxima de carga estática [kg]

Mtv = Mv+deltaM; %Massa total do veículo (Carga estática máxima) [kg]

%Alterar distribuição da massa do veículo trocando valores entre () em [%]:

```

```

mf = (.55)*Mtv; %Massa frontal do veículo [kg]
mt = (.45)*Mtv; %Massa traseira do veículo

md = (.5)*Mtv; %Massa direita do veículo [kg]
me = (.5)*Mtv; %Massa esquerda do veículo

%=====
% DEFINIÇÕES E CÁLCULOS INICIAIS:
%=====

bar_f = 1; %Usar Barra Estabilizadora Frontal: Sim (1) ou Não (2)
bar_t = 1; %Usar Barra Estabilizadora Traseira: Sim (1) ou Não (2)

Xf = mt/Mtv*Lx; %Distância longitudinal do CG até a frente do veículo [m]
Xt = mf/Mtv*Lx; %Distância longitudinal do CG até a traseira do veículo

Yd = me/Mtv*Ly; %Distância lateral do CG até a direita do veículo [m]
Ye = md/Mtv*Ly; %Distância lateral do CG até a esquerda do veículo

Jx = (Mtv*((Yd^3)+(Ye^3)))/(3*Ly);
%Momento de inércia da massa suspensa em torno do eixo x [kg*m^2]
Jy = (Mtv*((Xf^3)+(Xt^3)))/(3*Lx);
%Momento de inércia da massa suspensa em torno do eixo y

fa = 200; %Frequência de amostragem (fa >= 2*freq.máx.analisada) [Hz]

fmax = fa/2; %Frequência máxima [Hz]

dt = 1/fa; %Discretização no tempo [s]

ti = 0; %Tempo inicial em segundos (definido) [s]

tf = 4; %Tempo final em segundos (definido) [s]

tspan = ti:dt:tf; %Vetor de tempo com amostragem constante [s]

```

```

dc = (50)/1000; %Diâmetro interno do êmbolo do cilindro [m]

zm = (50)/1000; %Deslocamento máximo do êmbolo do cilindro [m]

n = 1.2; %Expoente do processo politrópico

fcd = 2; %Fator de carga dinâmica

g = 9.81; %Aceleração da gravidade [m/s^2]

vlv = (36)/3.6; %Velocidade linear do veículo [m/s]{VALOR ENTRE () EM km/h}

W = forca_Peso(Mtv);
%Função para cálculo das forças estáticas inercias ou força peso
%distribuída em cada suspensão [N]

[Kbf,Kbt] = K_barra_estab(Ly,bar_f,bar_t);
%Função para cálculo da rigidez da barra estabilizadora

z0 = [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0
      0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];
%vetor condç iniciais (metade dos valores p/ desl. e outra metade p/vel.)
%NUNCA ESQUECER DE VERIFICAR NGL, POIS "z0" DEVE TER 2*DIMENSÃO

%=====
% CONSTRUÇÃO DA MATRIZ DE MASSA:
%=====

M = [mc1      0      0      0      0      0      0
      0      mc2      0      0      0      0      0
      0      0      mc3      0      0      0      0
      0      0      0      mc4      0      0      0
      0      0      0      0      Mtv      0      0
      0      0      0      0      0      Jx      0
      0      0      0      0      0      0      Jy];

```



```

invM = inv(M);

wc = ((diag(M(1:4,1:4))).*g); %Peso dos conjuntos [N]

NGL = length(M); %Número de Graus de Liberdade

%=====
% FORÇAS DE EXCITAÇÃO DO SISTEMA:
%=====

[zso,zso_dot] = exc_lomb_sen(tspan,vlv,Lx);

% VETORES DE EXCITAÇÃO E DE FORÇA DO SISTEMA:

Fexcit = zeros(NGL,length(tspan)); %Pré alocar a memória

for ii = 1:(length(tspan));

    excit = [(Kp1*zso(1,ii))+(Cp1*zso_dot(1,ii))    %pneu frontal direito
              (Kp2*zso(2,ii))+(Cp2*zso_dot(2,ii))    %pneu frontal esquerdo
              (Kp3*zso(3,ii))+(Cp3*zso_dot(3,ii))    %pneu traseiro direito
              (Kp4*zso(4,ii))+(Cp4*zso_dot(4,ii))] ; %pneu traseiro esquerdo

    Fexcit(1:4,ii) = (invM(1:4,1:4))*excit;
    %Vetor de Força de excitação com dimensão NGL x 1    [N]

end

%=====
% VETOR E MATRIZES AUXILIARES:
%=====

Zv = zeros(NGL,1); %Vetor de Zeros NGL x 1

Ze = zeros(NGL); %Matriz de Zeros NGL x NGL

```

```

I = eye(NGL);          %Matriz Identidade NGL x NGL

%=====

% RIGIDEZ PARA SUSPENSÃO CONVENCIONAL:
%=====

[Ks1_c,Ks2_c,Ks3_c,Ks4_c] = K_conv(zm,fcd,W);
%Função com valores da rigidez conv.  (só depende das variáveis de entrada)

%=====

% VOLUME INICIAL DE GÁS NO ACUMULADOR:
%=====

[P0,Pe,Pd,Ac,ze,V0] = vol_inicial(zm,dc,W,n,fcd);
%Função para calcular o Volume Inicial de Gás necessário no Acumulador

%-----
%=====

% UTILIZANDO MONTE CARLO COM FDP GAMA:
%=====

%PARÂMETROS QUE IRÃO VARIAR:

load('ENTRADA_C.mat'); %Carrega o vetor do C gerado pela FDP Gama

Cs1_c = C(1,:); Cs2_c = C(2,:); Cs3_c = C(3,:); Cs4_c = C(4,:); %Convenc.
Cs1_h = C(5,:); Cs2_h = C(6,:); Cs3_h = C(7,:); Cs4_h = C(8,:); %Hidropn.

%PRÉ-ALOCÇÃO DE MEMÓRIA:

c_t = length(tspan);

Cvr_ac_c = zeros(1,N_Sim);          Cvr_Fc_conv1 = zeros(1,N_Sim);
qsi_c = zeros(3,N_Sim);              ampl_Fc_conv = zeros(4,N_Sim);
ac_CG_conv = zeros(c_t,N_Sim);      roll_conv = zeros(c_t,N_Sim);

```

```

Cvr_ac_h = zeros(1,N_Sim);          Cvr_Fc_hidrol = zeros(1,N_Sim);
qsi_hMin = zeros(3,N_Sim);          qsi_hMed = zeros(3,N_Sim);
qsi_hMax = zeros(3,N_Sim);          ampl_Fc_hidro = zeros(4,N_Sim);
ac_CG_hidro = zeros(c_t,N_Sim);    roll_hidro = zeros(c_t,N_Sim);

aux1 = zeros(1,N_Sim);              aux2 = zeros(1,N_Sim);
aux3 = zeros(1,N_Sim);              aux4 = zeros(1,N_Sim);
Fc_N_conv = zeros(1,N_Sim);         Fc_N_hidro = zeros(1,N_Sim);

%Roda programa da suspensão:

for o = 1:N_Sim;

    %A variável "saidas" é um vetor coluna formado na seguinte sequência:
    %1ª qsi_c = Razão de Amortecimento da susp.convencional
    %2ª qsi_hMin = Razão de Amortecimento da susp.hidropneumática Mínima
    %3ª qsi_hMed = Média
    %4ª qsi_hMax = Máxima
    %5ª ac_CG_conv = Aceleração do CG da susp.convencional
    %6ª ac_CG_hidro = Aceleração do CG da susp.hidropneumática
    %7ª roll_conv = Ângulo de rolagem da susp.convencional
    %8ª roll_hidro = hidropneumática
    %9ª Fc_conv = Força de Contato entre Pneu e Via p/ susp.convencional
    %10ª Fc_hidro = hidropneumática
    %11ª Fc_N_conv = Numero de valores negativos ou nulos da Fc_conv
    %12ª Fc_N_hidro = Fc_hidro

    [saidas] = sist_7GL_eqc_estado_Ft(Cs1_c(o),Cs2_c(o),Cs3_c(o),Cs4_c(o),...
                                       Cs1_h(o),Cs2_h(o),Cs3_h(o),Cs4_h(o));

    %Variável p/ salvar a Rigidez Local das Molas Hidropneumáticas em
    %função do Desl.Máximo(+/-50mm) a partir do deslocamento estático (ze):

    Kh_50mm{o} = Kh_50;

    %Variáveis para salvar as convergências de alguns dados de saída

```

```

%A CADA SIMULAÇÃO:

%%OBS: Colunas = SIMULAÇÕES e Linhas = VETOR DE TEMPO

%Aceração do CG da Susp. Convencional (ac_CG_conv):
aux1(o) = trapz(saidas{5}); %Integração numérica trapezoidal
Cvr_ac_c(o) = mean(aux1(1:o)); %Convergência

%Aceração do CG da Susp. Hidropneumática (ac_CG_hidro):
aux2(o) = trapz(saidas{6}); %Integração numérica trapezoidal
Cvr_ac_h(o) = mean(aux2(1:o)); %Convergência

%F. Contato Pneu/Via da S. Convencional Frontal Direita (Fc_conv1):
aux3(o) = trapz(saidas{9}(1,:));
Cvr_Fc_conv1(o) = mean(aux3(1:o));

%F. Contato Pneu/Via da S. Hidropneumática Frontal Direita (Fc_hidro1):
aux4(o) = trapz(saidas{10}(1,:));
Cvr_Fc_hidro1(o) = mean(aux4(1:o));

%Alocando as saídas de interesse:

qsi_c(:,o) = saidas{1};
qsi_hMin(:,o) = saidas{2};
qsi_hMed(:,o) = saidas{3};
qsi_hMax(:,o) = saidas{4};
ac_CG_conv(:,o) = saidas{5};
ac_CG_hidro(:,o) = saidas{6};
roll_conv(:,o) = saidas{7};
roll_hidro(:,o) = saidas{8};
Fc_conv{o} = saidas{9};
ampl_Fc_conv(:,o) = max(saidas{9},[],2)- min(saidas{9},[],2);
Fc_hidro{o} = saidas{10};
ampl_Fc_hidro(:,o) = max(saidas{10},[],2)- min(saidas{10},[],2);
Fc_N_conv(o) = saidas{11};
Fc_N_hidro(o) = saidas{12};

```

```

waitbar(o/N_Sim); %Função para atualizar o valor da waitbar

end

Cvr = {Cvr_ac_c  Cvr_ac_h  Cvr_Fc_conv1  Cvr_Fc_hidrol};
%Alocando todos vetores de Convergência

%Cálculo da média e desvio-padrão devido as N_Sim:

med_qsi_c = mean(qsi_c,2);  dp_qsi_c = std(qsi_c,0,2);
resp_qsi_c = [med_qsi_c  dp_qsi_c  {qsi_c}];

med_qsi_hMin = mean(qsi_hMin,2);  dp_qsi_hMin = std(qsi_hMin,0,2);
resp_qsi_hMin = [med_qsi_hMin  dp_qsi_hMin  {qsi_hMin}];

med_qsi_hMed = mean(qsi_hMed,2);  dp_qsi_hMed = std(qsi_hMed,0,2);
resp_qsi_hMed = [med_qsi_hMed  dp_qsi_hMed  {qsi_hMed}];

med_qsi_hMax = mean(qsi_hMax,2);  dp_qsi_hMax = std(qsi_hMax,0,2);
resp_qsi_hMax = [med_qsi_hMax  dp_qsi_hMax  {qsi_hMax}];

med_ac_CG_conv = mean(ac_CG_conv,2); dp_ac_CG_conv = std(ac_CG_conv,0,2);
resp_ac_CG_conv = [med_ac_CG_conv  dp_ac_CG_conv  {ac_CG_conv}];

med_ac_CG_hidro = mean(ac_CG_hidro,2); dp_ac_CG_hidro = std(ac_CG_hidro,0,2);
resp_ac_CG_hidro = [med_ac_CG_hidro  dp_ac_CG_hidro  {ac_CG_hidro}];

med_roll_conv = mean(roll_conv,2); dp_roll_conv = std(roll_conv,0,2);
resp_roll_conv = [med_roll_conv  dp_roll_conv  {roll_conv}];

med_roll_hidro = mean(roll_hidro,2); dp_roll_hidro = std(roll_hidro,0,2);
resp_roll_hidro = [med_roll_hidro  dp_roll_hidro  {roll_hidro}];

med_ampl_Fc_conv = mean(ampl_Fc_conv,2);

```

```

dp_ampl_Fc_conv = std(ampl_Fc_conv,0,2);
resp_ampl_Fc_conv = [med_ampl_Fc_conv dp_ampl_Fc_conv {ampl_Fc_conv}];

med_ampl_Fc_hidro = mean(ampl_Fc_hidro,2);
dp_ampl_Fc_hidro = std(ampl_Fc_hidro,0,2);
resp_ampl_Fc_hidro = [med_ampl_Fc_hidro dp_ampl_Fc_hidro {ampl_Fc_hidro}];

med_Fc_N_conv = mean(Fc_N_conv); dp_Fc_N_conv = std(Fc_N_conv);
resp_Fc_N_conv = [med_Fc_N_conv dp_Fc_N_conv {Fc_N_conv}];

med_Fc_N_hidro = mean(Fc_N_hidro); dp_Fc_N_hidro = std(Fc_N_hidro);
resp_Fc_N_hidro = [med_Fc_N_hidro dp_Fc_N_hidro {Fc_N_hidro}];

resp = {resp_qsi_c          resp_qsi_hMin      resp_qsi_hMed      ...
        resp_qsi_hMax      resp_ac_CG_conv   resp_ac_CG_hidro ...
        resp_roll_conv     resp_roll_hidro    resp_ampl_Fc_conv...
        resp_ampl_Fc_hidro  Fc_conv           Fc_hidro           ...
        resp_Fc_N_conv      resp_Fc_N_hidro                                };

plot_Cvr_C(Cvr_ac_c,Cvr_ac_h,Cvr_Fc_conv1,Cvr_Fc_hidro1);
%Função para plotar as Convergências

close(bab1);

tgasto = toc %Tempo para processamento do programa [s]

save('dados_Var_C.mat','Kh_50mm','resp','Cvr','tgasto');
%OBS: Para abrir os dados salvos deve-se 1º digitar "load('dados_Var_C.mat')"
%      no Command Window do MatLab, e em seguida digitar "Cvr" ou outro dado

```

A.3 Programa “sist_7GL_eqc_estado_Ft”

```

function [saidas] = sist_7GL_eqc_estado_Ft(Cs1_c,Cs2_c,Cs3_c,Cs4_c,...

```

Cs1_h,Cs2_h,Cs3_h,Cs4_h)

```
global Cp1 Cp2 Cp3 Cp4 Yd Ye Xf Xt z0 zm cond_susp ti tf tspan
```

```
for cond_susp = 1:2; %Suspensão Convencional(1) e Hidropneumática(2)
```

```
%=====
```

```
% CONSTRUÇÃO DA MATRIZ DE AMORTECIMENTO:
```

```
%=====
```

```
if cond_susp == 1;
```

```
    Cs1 = Cs1_c; Cs2 = Cs2_c; Cs3 = Cs3_c; Cs4 = Cs4_c;
```

```
else cond_susp == 2;
```

```
    Cs1 = Cs1_h; Cs2 = Cs2_h; Cs3 = Cs3_h; Cs4 = Cs4_h;
```

```
end
```

```
C = [Cp1+Cs1      0      0      0      -Cs1      Cs1*Yd      Cs1*Xf
      0      Cp2+Cs2      0      0      -Cs2      -Cs2*Ye      Cs2*Xf
      0      0      Cp3+Cs3      0      -Cs3      Cs3*Yd      -Cs3*Xt
      0      0      0      Cp4+Cs4      -Cs4      -Cs4*Ye      -Cs4*Xt
      -Cs1      -Cs2      -Cs3      -Cs4      Cs1+Cs2+Cs3+Cs4...
      -Cs1*Yd+Cs2*Ye-Cs3*Yd+Cs4*Ye      -Cs1*Xf-Cs2*Xf+Cs3*Xt+Cs4*Xt
      Cs1*Yd      -Cs2*Ye      Cs3*Yd      -Cs4*Ye      -Cs1*Yd+Cs2*Ye-Cs3*Yd+Cs4*Ye...
      Cs1*Yd^2+Cs2*Ye^2+Cs3*Yd^2+Cs4*Ye^2      ...
      Cs1*Xf*Yd-Cs2*Xf*Ye-Cs3*Xt*Yd+Cs4*Xt*Ye
      Cs1*Xf      Cs2*Xf      -Cs3*Xt      -Cs4*Xt      -Cs1*Xf-Cs2*Xf+Cs3*Xt+Cs4*Xt...
      Cs1*Xf*Yd-Cs2*Xf*Ye-Cs3*Xt*Yd+Cs4*Xt*Ye...
      Cs1*Xf^2+Cs2*Xf^2+Cs3*Xt^2+Cs4*Xt^2  ];
```

```
%Amortecimento Genérico
```

```
%=====
```

```
% RESOLUÇÃO DO SISTEMA POR INTEGRAÇÃO NUMÉRICA PELO MÉTODO RUNGE-KUTTA:
```

```

%=====

[T,Z] = ode45(@ode_7GL_eqc_estado_Ft,[ti tf],z0,[],C);
%Integração Numérica

z = interp1(T,Z,tspan,'spline');
%Função interp1 usada para obter o vetor de deslocamento real
%correspondente ao intervalo de tempo com discretização definida [m]

z = z.'; %Vetor com dimensões: 2*NGL x length(tspan)

z_2dot_CG = acel_Derivada(z,tspan);
%Função que calcula a aceleração do CG pela derivada da veloc. [m/s^2]

K_desl_50mm(zm,cond_susp);
%Função para calcular a Rigidez Local das Molas Convencional e
%Hidropneumática em função do Deslocamento Máximo de +/- 50mm a partir
%do deslocamento estático

if cond_susp == 1;

    ac_CG_conv = z_2dot_CG; %Vetor da aceleração do CG da S.Conv.

    roll_conv = z(6,:); %Vetor do ângulo de rolagem da S.Conv.

    [qsi_c] = razao_amort_conv(C);
    %Função para calcular a Razão de Amortecimento da suspensão
    %convencional p/ os modos de vibrar referentes ao CG, Roll e Pitch

    [Fcont,Fc_N] = fcontato(z);
    %Função que calcula a Força de Contato entre Pneu e Via

    Fc_conv = Fcont;
    Fc_N_conv = Fc_N;

else

```



```

ac_CG_hidro = z_2dot_CG; %Vetor da aceleração do CG da S.Hidr.

roll_hidro = z(6,:); %Vetor do ângulo de rolagem da S.Hidr.

[qsi_hMin,qsi_hMed,qsi_hMax] = razao_amort_hidro(C);
%Função para calcular a Razão de Amortecimento Mínimo, Médio
%e Máximo da suspensão Hidropneumática p/ os modos de vibrar
%referentes ao CG, Roll e Pitch

[Fcont,Fc_N] = fcontato(z);
%Função que calcula a Força de Contato entre Pneu e Via

Fc_hidro = Fcont;
Fc_N_hidro = Fc_N;

end

end

saidas = {qsi_c; qsi_hMin; qsi_hMed; qsi_hMax; ac_CG_conv; ac_CG_hidro; ...
          roll_conv; roll_hidro; Fc_conv; Fc_hidro; Fc_N_conv; Fc_N_hidro};

end

```

A.4 Programa “ode_7GL_eqc_estado_Ft”

```

function zdot = ode_7GL_eqc_estado_Ft(t,z,C)

global Kp1 Kp2 Kp3 Kp4 Kbf Kbt Yd Ye Xf Xt cond_susp tspan invM Ly Zv Ze...
       I Fexcit Ks1_c Ks2_c Ks3_c Ks4_c

% VALORES DINÂMICOS DESLOCADOS SOMENTE NA SUSPENSÃO:

```

```

zds1 = (z(5)-Yd*z(6)-Xf*z(7))-z(1); %Desl. suspensão do 1° GL
zds2 = (z(5)+Ye*z(6)-Xf*z(7))-z(2); %Desl. suspensão do 2° GL
zds3 = (z(5)-Yd*z(6)+Xt*z(7))-z(3); %Desl. suspensão do 3° GL
zds4 = (z(5)+Ye*z(6)+Xt*z(7))-z(4); %Desl. suspensão do 4° GL

zds = [zds1; zds2; zds3; zds4];

%Vetor com deslocamentos verticais dos 4 GL's referentes as suspensões [m]

% VALORES DE RIGIDEZ E A MATRIZ DE RIGIDEZ DO SISTEMA DE 7GL:

if cond_susp == 1;

    Ks1 = Ks1_c; Ks2 = Ks2_c; Ks3 = Ks3_c; Ks4 = Ks4_c;

else

    [Ks1_h,Ks2_h,Ks3_h,Ks4_h] = K_hidro(zds);
    %Função com valores da rigidez hidropneumática

    Ks1 = Ks1_h; Ks2 = Ks2_h; Ks3 = Ks3_h; Ks4 = Ks4_h;

end

K = [Kp1+Ks1+Kbf/Ly^2   -Kbf/Ly^2   0   0   -Ks1   Ks1*Yd+Kbf/Ly   Ks1*Xf
     -Kbf/Ly^2   Kp2+Ks2+Kbf/Ly^2   0   0   -Ks2   -Ks2*Ye-Kbf/Ly   Ks2*Xf
           0   0   Kp3+Ks3+Kbt/Ly^2   -Kbt/Ly^2   -Ks3   Ks3*Yd+Kbt/Ly   -Ks3*Xt
           0   0   -Kbt/Ly^2   Kp4+Ks4+Kbt/Ly^2   -Ks4   -Ks4*Ye-Kbt/Ly   -Ks4*Xt
     -Ks1   -Ks2   -Ks3   -Ks4   Ks1+Ks2+Ks3+Ks4   -Ks1*Yd+Ks2*Ye-Ks3*Yd+Ks4*Ye...
     -Ks1*Xf-Ks2*Xf+Ks3*Xt+Ks4*Xt
     Ks1*Yd+Kbf/Ly   -Ks2*Ye-Kbf/Ly   Ks3*Yd+Kbt/Ly   -Ks4*Ye-Kbt/Ly...
     -Ks1*Yd+Ks2*Ye-Ks3*Yd+Ks4*Ye...
     Ks1*Yd^2+Ks2*Ye^2+Ks3*Yd^2+Ks4*Ye^2+Kbf+Kbt...
     Ks1*Xf*Yd-Ks2*Xf*Ye-Ks3*Xt*Yd+Ks4*Xt*Ye
     Ks1*Xf   Ks2*Xf   -Ks3*Xt   -Ks4*Xt   -Ks1*Xf-Ks2*Xf+Ks3*Xt+Ks4*Xt...
     Ks1*Xf*Yd-Ks2*Xf*Ye-Ks3*Xt*Yd+Ks4*Xt*Ye...
     Ks1*Xf^2+Ks2*Xf^2+Ks3*Xt^2+Ks4*Xt^2   ];

```

```

Finterp = interp1(tspan,Fexcit.',t,'spline');
% Função interp1 usada para encontrar valores de Forças correspondentes ao
% tempo numérico de integração

F = [    Zv
      Finterp.']; %Vetor de Força com dimensão 2NGL x 1    [N]

% EQUAÇÕES NA FORMA DE ESTADOS:

A = [    Ze          I
      -invM*K  -invM*C];

zdot = A*z+F;

end

```

A.5 Programa “vol_inicial”

```

function [P0,Pe,Pd,Ac,ze,V0] = vol_inicial(zm,dc,W,n,fcd)

P0 = 101325; %Pressão atmosférica [N/m^2]

Ac = pi*(dc^2)/4; %Área do cilindro [m^2]

Pe = P0+(W./Ac); %Pressão da carga estática máxima [N/m^2]

Pd = P0+(fcd.*(W./Ac)); %Pressão da carga dinâmica máxima [N/m^2]

V0 = ((Ac*zm).*(Pe.^(1/n)).*(Pd.^(1/n)))./((P0.^(1/n)).*((Pd.^(1/n))-(Pe.^(1/n))));
%Volume inicial na P.atm.[m^3] - Vetor 1x4

V0_f = max(V0(1:2)); %Volume inicial para acumulador das susp. frontais
V0_t = max(V0(3:4)); %Volume inicial para acumulador das susp. traseiras

```

```

V0 = [V0_f; V0_f; V0_t; V0_t]; %Definição do volume inicial [m^3]

ze = (V0./Ac).*(1-((P0./Pe).^(1/n))); %Deslocamento estático [m]

end

```

A.6 Programa “K_conv”

```

function [Ks1_c,Ks2_c,Ks3_c,Ks4_c] = K_conv(zm,fcd,W)

Ks1_c = ((W(1)*fcd)-W(1))/zm; %Rigidez vertical da suspensão frontal direita [N/m]

Ks2_c = ((W(2)*fcd)-W(2))/zm; %Rigidez vertical da suspensão frontal esquerda

Ks3_c = ((W(3)*fcd)-W(3))/zm; %Rigidez vertical da suspensão traseira direita

Ks4_c = ((W(4)*fcd)-W(4))/zm; %Rigidez vertical da suspensão traseira esquerda

end

```

A.7 Programa “K_hidro”

```

function [Ks1_h,Ks2_h,Ks3_h,Ks4_h] = K_hidro(zds)

global P0 Ac V0 W ze n

Fd = (Ac.*P0).*((V0.^n)./(((V0-(Ac.*(ze+zds))).^n))-1);
%Força dinâmica aplicada a haste da suspensão hidrop. [N] - Vetor 1x4

K_sec = zeros(length(zds),1);

for ii = 1:length(zds);

```

```

if zds(1) == 0 && ii == 1;

    K_sec(ii) = (Fd(ii)-W(ii))./10^-4;
    %Rigidez vertical da suspensão pela definição da Secante [N/m]

elseif zds(ii) == 0;

    K_sec(ii) = K_sec(ii-1);

else zds(ii) ~= 0;

    K_sec(ii) = (Fd(ii)-W(ii))./(zds(ii));

end

end

% ALOCAR OS VALORES DAS RIGIDEZ QUE ESTÃO EM UM SÓ VETOR PARA ESCALARES DAS
% SUSPENSÕES DIANTEIRAS (1 e 2) E TRASEIRA (3 e 4):

Ks1_h = K_sec(1);
Ks2_h = K_sec(2);
Ks3_h = K_sec(3);
Ks4_h = K_sec(4);

end

```