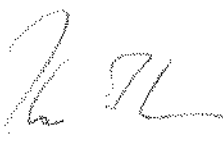


UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Este exemplar corresponde  
à versão final da Tese defendida  
por Rodmar Cardinali e aprovada  
pela Comissão Julgadora em  
03/07/87.

  
HANS I. WEBER

CONTROLE DE VIBRAÇÕES TORCIONAIS  
PELO ACOPLAMENTO DE UMA INÉRCIA ATRAVÉS DE UMA  
EMBREAGEM ELETROMAGNÉTICA

Autor : Rodmar Cardinali

Orientador : Prof.Dr. Hans I. Weber

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

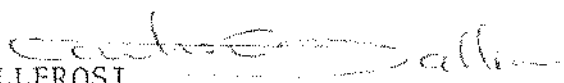
Tese de: Mestrado


Título da Tese: CONTROLE DE VIBRAÇÃO TORCIONAL PELO ACOPLAMENTO  
DE UMA INÉRCIA ATRAVÉS DE UMA EMBREAGEM ELETRO-  
MAGNÉTICA

Autor: RODMAR CARDINALI

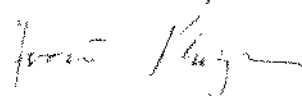
Orientador: Prof. Dr. HANS INGO WEBER

Aprovado por

CARLOS A. PALLEROSI 

MOYSES ZINDELUK 

HANS I. WEBER 

JOÃO PLAZA 

Campinas, 03 de julho de 1987

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL

## AGRADECIMENTOS

A minha querida esposa Jacqueline, pelo seu companheirismo e pela sua paciência durante a realização deste trabalho.

Ao Dr. Hans Ingo Weber, meu orientador, pela indispensável ajuda recebida na realização deste trabalho e por sua maneira amiga de me receber.

Aos amigos Robson Pederiva e Natanael Victor de Oliveira, pelas discussões e valiosas sugestões, e Loir A. Moreira pela ajuda na parte experimental.

Ao José Luiz Correa de Almeida e Julio Cesar Casangel pelas montagens experimentais, Armando Arruda pelos desenhos e a Taka Ota Perroni pelo excelente trabalho de datilografia.

Finalmente a todos que direta ou indiretamente colaboraram para a realização deste trabalho.

Para Romario (in memoriam)  
e Wanda, meus pais,  
pelo amor que sempre me  
deram.

Título: CONTROLE DE VIBRAÇÃO TORCIONAL PELO ACOPLAMENTO DE UMA INÉRCIA ATRAVÉS DE UMA EMBREAGEM ELETROMAGNÉTICA

## R E S U M O

Apresenta-se neste trabalho uma alternativa de um dispositivo de amortecimento para vibrações torcionais, o qual é acionado através de uma embreagem eletromagnética somente quando se faz necessário. Montou-se uma bancada de ensaios que possibilitou a avaliação do referido amortecedor.

O trabalho faz uma análise essencialmente experimental a partir do levantamento da curva característica da embreagem bem como da operação do sistema e mostrando a influência de parâmetros variáveis no processo de amortecimento. O amortecedor também é analisado teoricamente apresentando-se alguns exemplos simulados em computador digital.

Title: CONTROL OF TORCIONAL VIBRATIONS BY THE COUPLING OF AN INERTIA WITH AN ELETROMAGNETIC CLUTCH.

# A B S T R A C T

In this work an alternative damping mechanism for torcional vibration is shown, with is obtained by coupling an additional inertia with an eletromagnetic clutch only when necessary. An experimental evaluation of the damping mechanism was made at a test rig.

The work wakes an experimental analysis to obtain the characteristic curve of the clutch and of the operation of the system and the influence of several parameters in the damping is shown. The damper is also analised theoretically and some simulated example on the digital computer are shown.

## Í N D I C E

Página

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO .....	1.1
CAPÍTULO 2 - EMBREAGENS DE ATRITO	
2.1. INTRODUÇÃO .....	2.1
2.2. EQUAÇÕES DO TORQUE TRANSMITIDO .....	2.1
2.3. CARACTERÍSTICA DE ATRITO DINÂMICO .....	2.3
2.4. APROXIMAÇÃO SIMPLIFICADA DE UM PROBLEMA DINÂMICO ENVOLVENDO EMBREAGENS DE ATRITO .....	2.5
2.5. EMBREAGEM ELETROMAGNÉTICA DE ATRITO .....	2.10
2.6. DINÂMICA DE UM SISTEMA COM EMBREAGEM DE ATRITO ..	2.10
CAPÍTULO 3 - CARACTERÍSTICA DO SISTEMA E DE SEUS COMPONENTES	
3.1. INTRODUÇÃO .....	3.1
3.2. METODOLOGIA UTILIZADO NOS ENSAIOS .....	3.3
3.3. EQUAÇÕES DO SISTEMA MONTADO .....	3.5
3.4. CARACTERÍSTICAS DO MOTOR DE INDUÇÃO .....	3.7
3.5. LEVANTAMENTO DA INÉRCIA DA CARGA .....	3.9
3.6. CARACTERÍSTICA DAS PERDAS MECÂNICAS .....	3.11
3.7. CURVA CARACTERÍSTICA DA EMBREAGEM ELETROMAGNÉTICA	3.14
CAPÍTULO 4 - MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA	
4.1. INTRODUÇÃO .....	4.1
4.2. MODELO DE UM SISTEMA ROTATIVO E SUAS EQUAÇÕES ....	4.2
4.3. FONTE DE EXCITAÇÕES PARA UM SISTEMA TORCIONAL ....	4.7
4.3.1. Resposta do Sistema a uma excitação Periódica .....	4.9

	Página
4.3.2. Resposta do sistema à uma Excitação não Periódica .....	4.9
4.4. AMORTECIMENTO DA VIBRAÇÃO TORCIONAL .....	4.13
4.5. UMA ALTERNATIVA PARA AMORTECEDOR TORCIONAL .....	4.17
CAPÍTULO 5 - ANÁLISE EXPERIMENTAL	
5.1. INTRODUÇÃO .....	5.1
5.2. DIMENSIONAMENTO DO EIXO FLEXÍVEL .....	5.2
5.3. MEDIDA DO TORQUE .....	5.3
5.4. VERIFICAÇÃO DAS INÉRCIAS .....	5.6
5.5. FREQUÊNCIA NATURAL DO CONJUNTO VOLANTE-EIXO-MOTOR	5.10
5.6. DESCRIÇÃO DO CONJUNTO COMPLETO .....	5.10
5.7. INSTRUMENTAÇÃO UTILIZADA .....	5.16
5.8. METODOLOGIA DO ENSAIO .....	5.18
5.9. ENSAIOS REALIZADOS .....	5.19
CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES .....	6.1
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	6.5
APÊNDICE A.1 .....	A.1.1
APÊNDICE A.2 .....	A.2.1



## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

Tensões dinâmicas excessivas podem ocorrer em máquinas rotativas com eixos flexíveis. Por exemplo, turbinas a gás acionando hélices de navios, ou em compressores de múltiplos estágios acoplados elasticamente a um acionamento, geradores, etc. quando extiverem rodando com velocidades próximas às frequências naturais torcionais podem estar sujeitas a vibrações excessivas [12]. Unidades de um grande sistema utilizam-se de acoplamentos flexíveis, fazendo com que suas frequências naturais em vibração torcional situem-se na faixa da velocidade de operação do conjunto.

Em máquinas rotativas, em geral, o torque motor é normalmente uniforme exceto para máquinas alternativas, onde os efeitos dos harmônicos provocados na operação do motor podem influir de maneira danosa outros componentes do sistema [23].

Outro fator importante no projeto de máquinas rotativas é a possibilidade de ocorrerem cargas transientes no rotor. Exemplos de transientes em vibrações torcionais em unidades de turbo-geradores de grande porte são descritos por Drechsler [19]. Nonami e outros [18] descrevem dois métodos para controle de vibração torcional com o objetivo de contornar os problemas causados por transientes, tais como partidas e paradas súbitas, em sistemas com eixos rotativos.

Deve-se acrescentar no projeto de sistema envolvendo eixos rotativos, que uma operação próxima à velocidade crítica pode acarretar tensões excessivas à medida em que se considera outros fatos tais como desalinhamentos, frequências ou folgas de engrenamento, etc. [12].

Para se diminuir as amplitudes das vibrações torcionais nos eixos, empregam-se amortecedores de diversos tipos tais como os de Lanchester descrito em [16]. Porém, sempre que se emprega um amortecedor com o objetivo de se retirar a energia de vibração, acaba-se influenciando na própria rotação do conjunto, ou seja, a energia líquida disponível do sistema diminui além do necessá-

rio.

Este trabalho trata de problemas de vibrações torcionais e propõe um tipo de amortecedor, acionado através de uma embreagem eletromagnética o qual atua no sistema somente quando necessário.

Ao realizar este trabalho, ficou clara a necessidade de se conhecer melhor as características de uma embreagem de atrito. Preparou-se portanto, no segundo capítulo, uma descrição sucinta deste tipo de componente e mostrou-se para as embreagens de atrito, suas equações e as possíveis curvas características para diferentes materiais [2].

O terceiro capítulo sugere um método para se levantar a curva característica de uma embreagem. Realizou-se também o levantamento da curva característica de uma embreagem eletromagnética através do método sugerido.

No capítulo quatro, descreve-se as equações de um sistema torcional discreto, as possíveis fontes de excitações, alguns tipos amortecedores convencionais para vibrações torcionais e finalmente propõe um tipo alternativo de amortecedor discutindo-se alguns parâmetros de maneira a maximizar a retirada de energia de vibração e minimizar a influência sobre a rotação do conjunto. Foram realizadas várias simulações em computador digital as quais são apresentadas como exemplo.

Já no quinto capítulo faz-se uma análise experimental utilizando-se o tipo de amortecedor proposto no capítulo quatro. Vários exemplos foram ensaiados, entre os quais, aquele que vem a ser o objetivo principal deste trabalho onde o amortecedor somente é acoplado ao sistema no instante em que o conjunto ultrapassa uma velocidade crítica.

A partir dos resultados obtidos nos capítulos quatro e cinco, poder-se-ia construir um sistema de controle em malha fechada realimentado, por exemplo, pelo sinal proporcional ao momento transmitido pelo eixo, o qual acionaria a embreagem eletro magnética somente no instante em que se ultrapassasse um determinado valor pré-estipulado.

Porém, como descrito no capítulo 6, o objetivo deste trabalho não foi o de construir um controle de malha fechada para vibrações torcionais para sistemas com eixos rotativos, mas

sim através de análise de variação de parâmetros em um controle de malha aberta fornecer subsídios para que em trabalhos futuros possa se fazer uso da embreagem eletromagnética em um sistema deste tipo.

## CAPÍTULO 2

## EMBREAGENS DE ATRITO

## 2.1. INTRODUÇÃO

Utilizam-se embreagens de atrito na transmissão do movimento rotativo de um eixo a outro, quando não se deseja impor aos eixos um sincronismo no instante de engate ou quando se deseja impor uma limitação ao torque máximo transmitido. Ultrapassado o momento de atrito limite de acoplamento, estas embreagens permitem o escorregamento, unindo desta forma eixos com rotações distintas.

Em consequência, as embreagens de atrito podem, além de servir para acoplar e desacoplar determinada carga a um eixo rotativo, acelerar uma máquina até a velocidade desejada, controlando simultaneamente o torque máximo transmitido.

## 2.2. EQUAÇÕES DO TORQUE TRANSMITIDO

Considerando a configuração mostrada na figura 2.1, os dois discos circulares planos estão submetidos a uma força axial  $P$  constante. O torque máximo transmitido pela embreagem será igual a  $M$ , capaz de fazer deslizar um disco contra o outro.

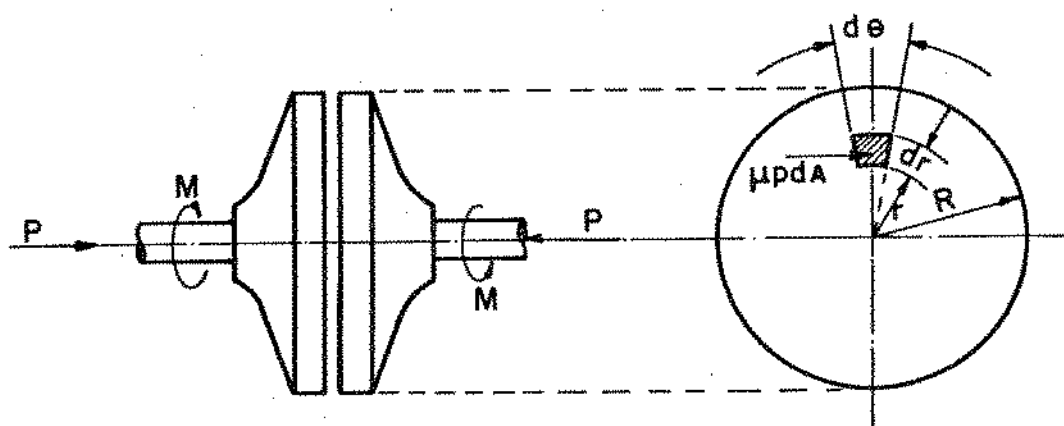


Figura 2.1

Se a pressão  $p$  e o coeficiente de atrito  $\mu$  forem considerados constantes, a força de atrito que atua sobre uma área elementar  $dA$  em um ponto qualquer do disco será dado por

$$dF_{at} = \mu \cdot p \cdot dA, \quad (2.1)$$

onde

$$dA = r \, d\theta \, dr. \quad (2.2)$$

O momento que esta força causa em torno do eixo geométrico da árvore é dado por:

$$dM = \mu \, p \, r^2 d\theta \, dr \quad (2.3)$$

e o momento total  $M$ , transmitido pela embreagem será

$$M = \int_0^{2\pi} \int_0^R \mu \, p \, r^2 d\theta \, dr \quad (2.4)$$

sendo  $p = \frac{P}{\pi R^2}$ , então

$$M = \frac{\mu P}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} \int_0^R r^2 d\theta \, dr \quad (2.4a)$$

$$e \quad M = \frac{2}{3} \mu \, P \, R \quad (2.5)$$

Se as peças atritantes forem anéis, como é o caso da maioria das embreagens de atrito encontradas no mercado, então a equação 2.4a e o momento total  $M$  serão iguais à:

$$M = \frac{\mu P}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} \int_{R_i}^R r^2 d\theta dr \quad (2.6)$$

$$M = \frac{2}{3} \mu P \left( \frac{R^3 - R_i^3}{R^2 - R_i^2} \right) \quad (2.7)$$

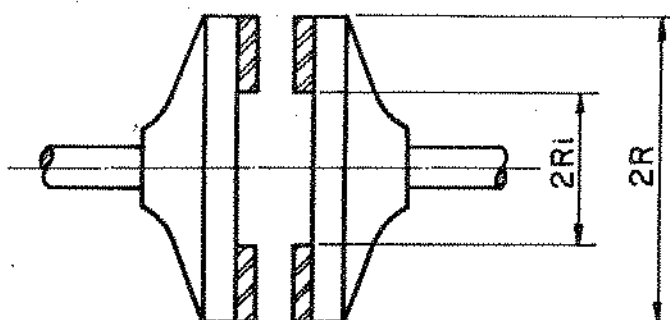


Figura 2.2 - Embreagem de atrito com superfície de contato em forma de anéis.

### 2.3. CARACTERÍSTICAS DE ATRITO DINÂMICO

No cálculo do momento total transmitido pela embreagem, equações 2.5 e 2.7, foi levado em consideração que o coeficiente de atrito, até a iminência de movimento, é constante. Porém, como já foi dito no item 2.1, a embreagem de atrito permite o acoplamento sem a necessidade de haver o sincronismo entre os dois eixos. Isto faz com que ocorra um deslizamento entre as duas superfícies, e portanto, o coeficiente de atrito estático  $\mu$  das equações de torque transmitido, não pode mais ser utilizado, sendo então substituído por um coeficiente de atrito dinâmico  $\mu_c$ .

Este coeficiente de atrito dinâmico  $\mu_c$  não pode mais ser considerado constante. Seu valor varia com a variação da velocidade relativa (velocidade de escorregamento) entre as 2 superfícies.

fícies atritantes [2,4]. As figuras 2.3 e 2.4 [2] mostram a variação deste coeficiente para diversos materiais, com a variação da velocidade de escorregamento para várias temperaturas do material.

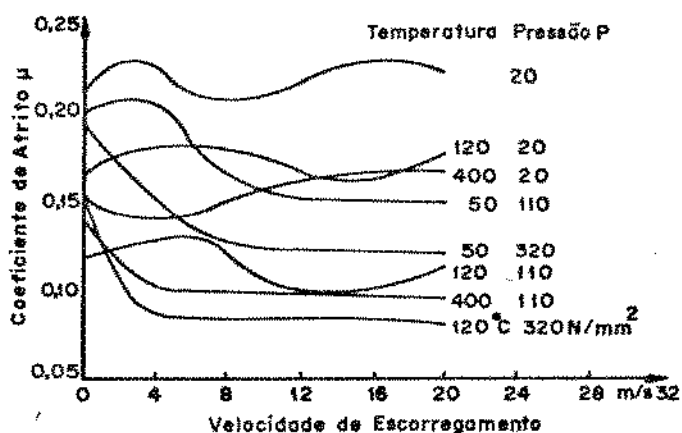


Figura 2.3 [2] - Cobre-grafite sinterizado (perlítico) - Ensaio de freio a disco com corpo-de-prova de 20 x 20mm sem lubrificante.

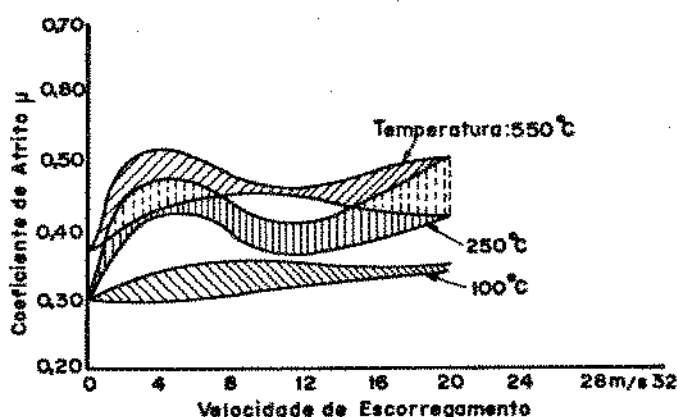


Figura 2.4 [2] - Asbesto composição orgânica - Pressão entre 60 ~ 160 N/cm<sup>2</sup>

Não é objetivo deste trabalho o estudo da dependência do coeficiente de atrito dinâmico com a temperatura e a pressão

(figura 2.5). Nos ensaios realizados, descritos no capítulo seguinte, procurou-se manter estes valores constantes.

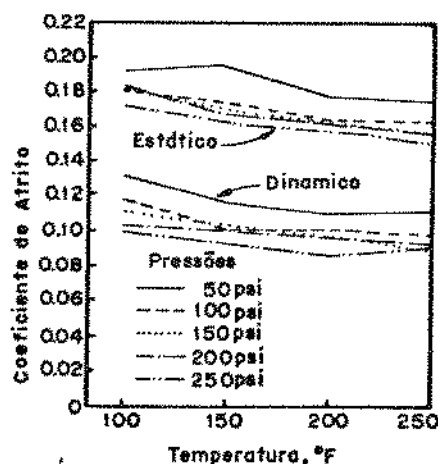


Figura 2.5 [4] - Coeficiente de atrito versus temperatura e pressão.

#### 2.4. APROXIMAÇÃO SIMPLIFICADA DE UM PROBLEMA DINÂMICO ENVOLVENDO EMBREAGENS DE ATRITO

No projeto de um sistema de transmissão de potência ou mesmo no caso particular que será visto no capítulo 4, se faz qu se sempre necessário conhecer o comportamento do sistema quando a embreagem de atrito tiver sido acionada. Uma abordagem simplificada considera a rigidez dos eixos envolvidos grandes o suficiente para que não haja oscilações superpostas ao movimento de rotação.

Considera-se o sistema mostrado na figura 2.6 com somente duas inércias relevantes: a do motor de indução e a da carga.

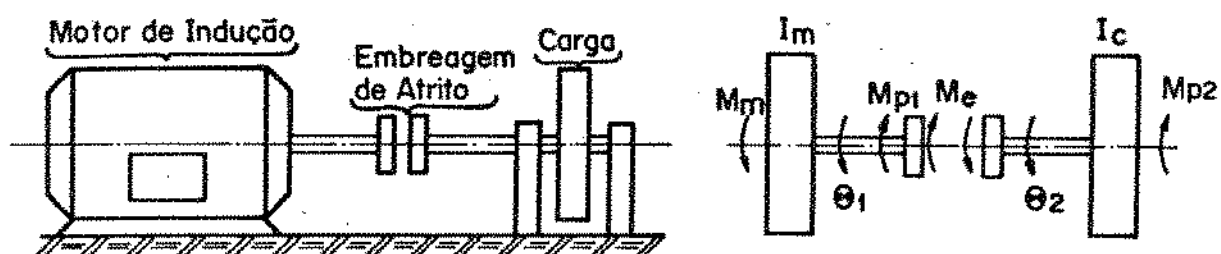


Figura 2.6



sendo:  $I_m$  = inércia do motor de indução

$M_m$  = momento fornecido pelo motor de indução

$M_e$  = momento transmitido pela embreagem de atrito

$I_c$  = inércia da carga

$M_{p1}$  } momento de perdas mecânicas  
 $M_{p2}$  }

Toma-se, para efeito de exemplo, um motor de indução de 1 cv, com uma curva característica linearizada na região de operação conforme mostrada na figura abaixo, cuja velocidade no instante do acionamento da embreagem seja praticamente a velocidade síncrona.

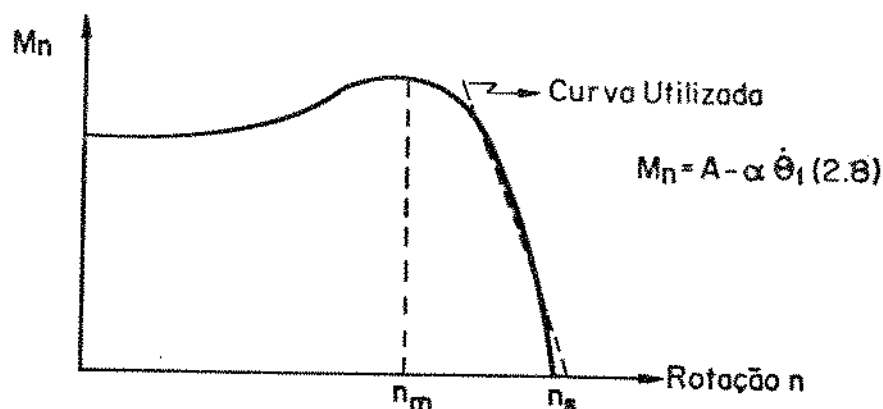


Figura 2.7

A curva de momento transmitido, também linearizada, fornecida pelo fabricante da embreagem de atrito do tipo eletromagnética [7], pode ser vista na figura 2.8.

As curvas de perdas mecânicas tanto da carga como do motor de indução são do tipo mostrado na figura 2.9.

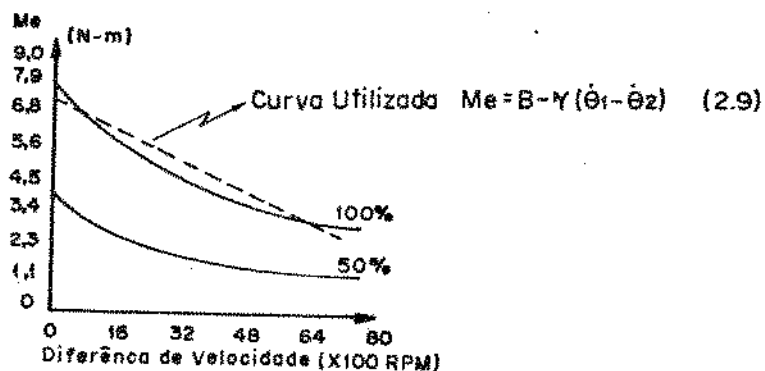


Figura 2.8

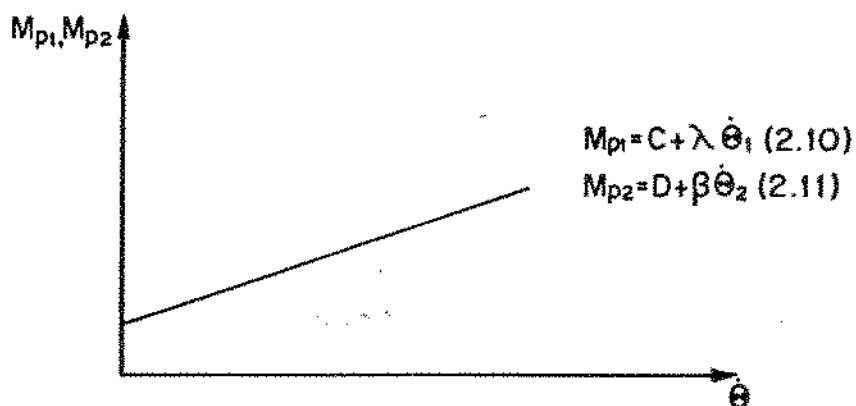


Figura 2.9

Utilizando-se as equações 2.8, 2.9, 2.10 e 2.11 pode-se agora, montar as equações do sistema mostrado na figura 2.6.

$$I_m \ddot{\theta}_1 = M_m - M_{p1} - M_e \quad (2.12)$$

$$I_c \ddot{\theta}_2 = M_e - M_{p2} \quad (2.13)$$

ou ainda:

$$\begin{bmatrix} I_m & 0 \\ 0 & I_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha + \lambda - \gamma & +\gamma \\ +\gamma & \beta - \gamma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A - C - B \\ B - D \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

Atribuindo-se os valores às constantes definidas na equação (2.14), e às condições iniciais

$$\begin{aligned} I_m &= 5,7 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2 & B &= 7,3 & \theta_1(0) &= \theta_2(0) = 0 \\ I_c &= 7,4 \times 10^{-2} \text{ kg.m}^2 & \gamma &= 6,3 \times 10^{-3} & \dot{\theta}_1(0) &= 125,6 \text{ rd/seg} \\ A &= 6,4 \times 10^1 & C &= D = 0 & \dot{\theta}_2(0) &= 0 \\ \alpha &= -5,1 \times 10^{-1} & \lambda &= 3,8 \times 10^{-2} & & \\ & & \beta &= 5,0 \times 10^{-2} & & \end{aligned}$$

Resolvendo-se a equação 2.14 através do método de integração numérica de Runge-Kutta (vide Apêndice A1) para solução de equações diferenciais, obtemos a resposta no tempo mostrado na figura 2.10.

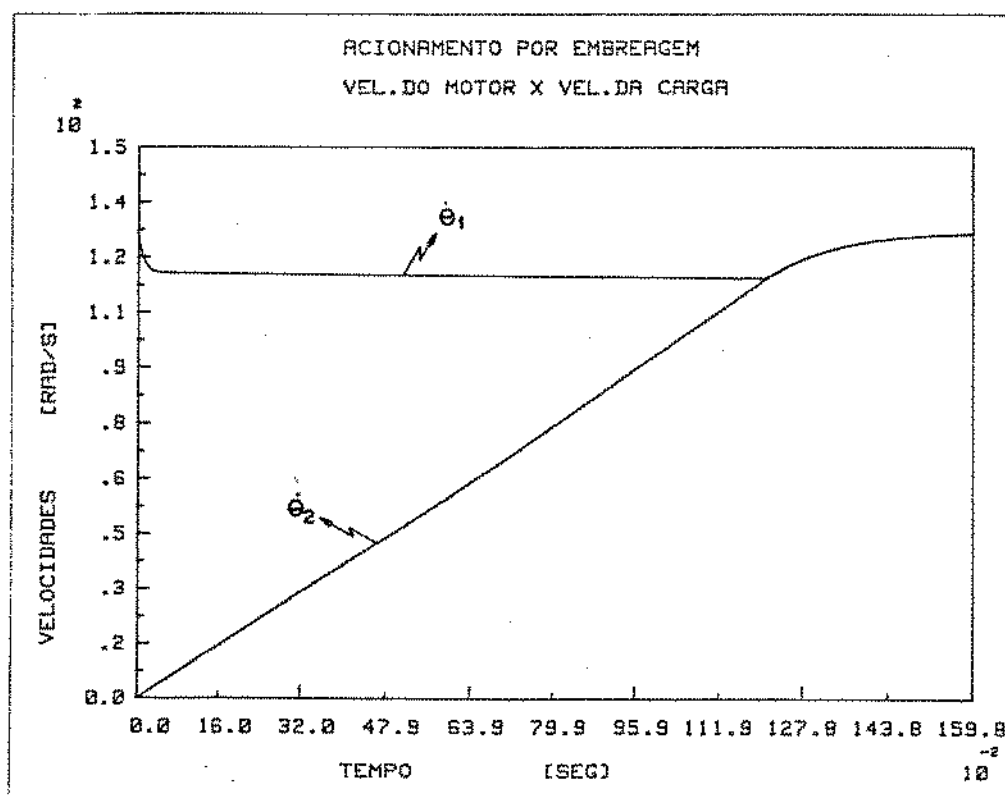


Figura 2.10

A forma da figura 2.12 pode apresentar variações dependendo das curvas características dos componentes do sistema onde se está atuando com a embreagem de atrito [2]. Variantes destas curvas podem ser observadas na figura 2.11.

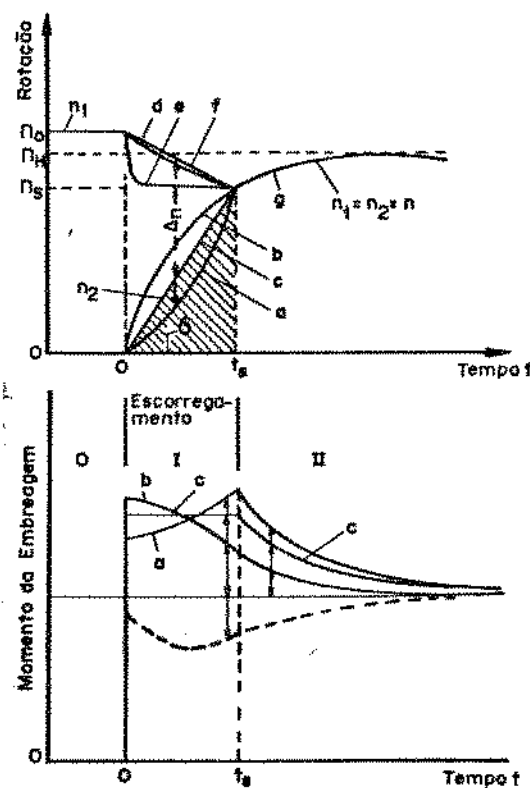


Figura 2.11. [2] - Acompanhamento da rotação e do momento de acoplamento em um acionamento através de embreagem. (a)  $T_{BI}$  aumenta progressivamente com a diminuição de  $\Delta n = n_1 - n_2$ ; (b)  $T_{BI}$  diminui continuamente com a diminuição de  $\Delta n = n_1 - n_2$ ; (c)  $T_{BI} = \text{constante}$ ; (d)  $n_1$  quando  $T_R = \text{constante}$ ,  $T_{mot} = \text{constante}$ ; (e)  $n_1$  quando  $T_R = \text{constante}$ ,  $T_{mot}$  diminui com aumento de  $n_1$  (motor gaiola de esquilo - inércia do motor desprezível; (f) idem (e) porém inércia do motor não desprezível.

$T_{BI}$  = momento do acoplamento

$T_{mot}$  = momento do motor

## 2.5. EMBREAGEM ELETROMAGNÉTICA DE ATRITO

Uma forma bastante utilizada para se obter o controle do torque transmitido através de uma embreagem de atrito é o emprego da embreagem eletromagnética de atrito. Neste tipo de embreagem o controle do momento de atrito limite é feito variando-se a força normal atuante sobre as partes atritantes através da variação da força eletromagnética de atração entre as duas partes ferro magnetizadas. A força normal atuante nos discos de atrito será então, função da corrente de excitação, a qual pode ser estabelecida de forma conveniente por um sistema de controle. O problema proposto neste trabalho, faz uso da embreagem eletromagnética como poderá ser visto no capítulo 4. A figura 2.14 mostra a embreagem SF-250-B.M da Warner Eletric do Brasil Ltda., a qual foi utilizada nas montagens experimentais deste trabalho.

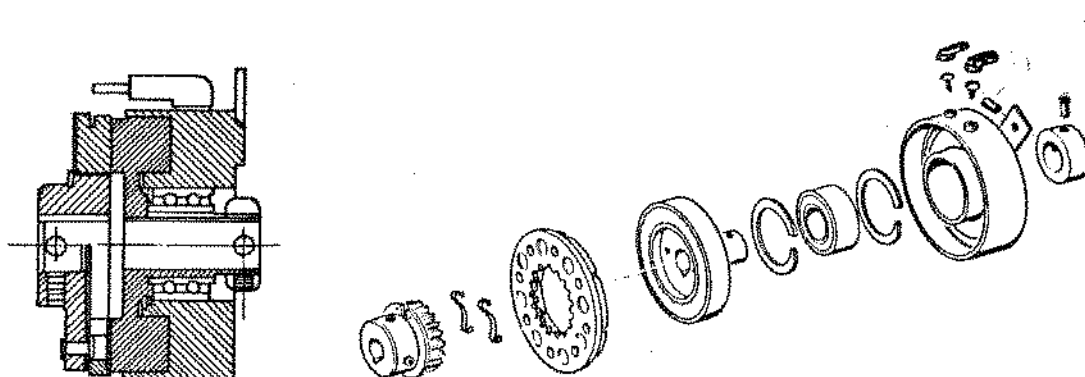


Figura 2.12

## 2.6. DINÂMICA DE UM SISTEMA COM EMBREAGEM DE ATRITO

Uma análise dinâmica rigorosa de um sistema contendo uma embreagem de atrito e sobre a rotação nominal  $s'$  superposta uma oscilação, apresenta uma dificuldade matemática grande devido as

não linearidades encontradas em suas equações diferenciais. Inicia-se o estudo dinâmico pelas curvas características reais dos componentes atuantes no sistema em vez das que foram usadas no item 2.4, todas elas linearizadas. Observa-se também que a curva característica da embreagem eletromagnética de atrito, fornecida pelo fabricante (figura 2.8) não está de acordo com o que foi descrito no item 2.3.

Além de todas as não linearidades embutidas nestas curvas é importante lembrar o fato de que o atrito estático teve apenas o seu valor máximo no início do deslizamento, devendo seu valor efetivo em outras situações, ser obtido do equilíbrio do sistema.

O valor do momento estático máximo, corresponde ao máximo momento transmitido pela embreagem antes que ocorra o escorregamento. Isto é, antes que os dois discos de atrito escorreguem um em relação ao outro, o momento transmitido pela embreagem varia entre os valores de máximo positivo e máximo negativo. Quando a diferença de velocidade for igual a zero, existe uma descontinuidade na curva característica da embreagem, como se encontra representado na figura 2.13.

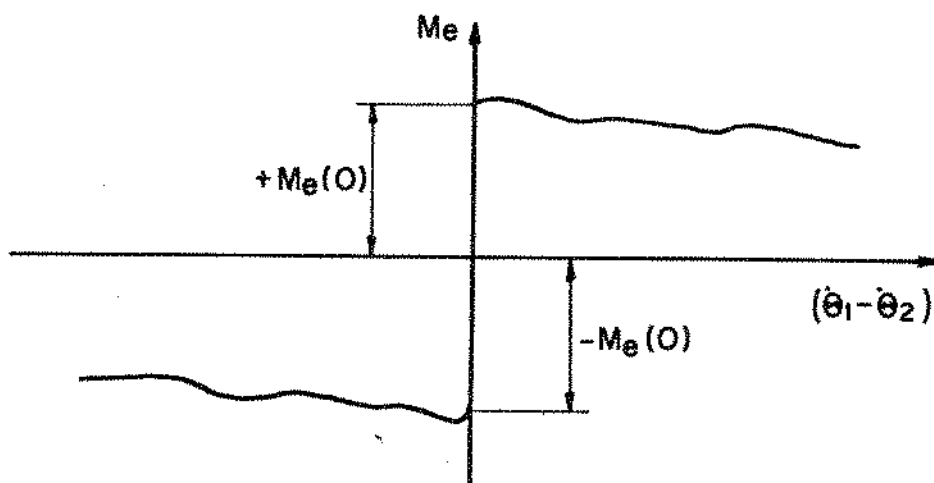


Figura 2.13 - Curva característica de uma embreagem de atrito.

Dadas todas estas incertezas, decidiu-se levantar experimentalmente a característica do momento limite transmitido pela embreagem eletromagnética de atrito, como será detalhado no capítulo 3.

## CAPÍTULO 3

## CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA E DE SEUS COMPONENTES

## 3.1. INTRODUÇÃO

Basicamente, este capítulo descreve os experimentos realizados com o objetivo de se determinar as propriedades do sistema, tais como curvas características dos motores, curvas de demanda, inércias envolvidas no sistema e principalmente, a curva de momento transmitido pela embreagem.

A Figura 3.1 mostra um esquema do sistema montado, e mais ainda, nas figuras 3.2 e 3.3 pode-se ver as fotos da montagem realizada.

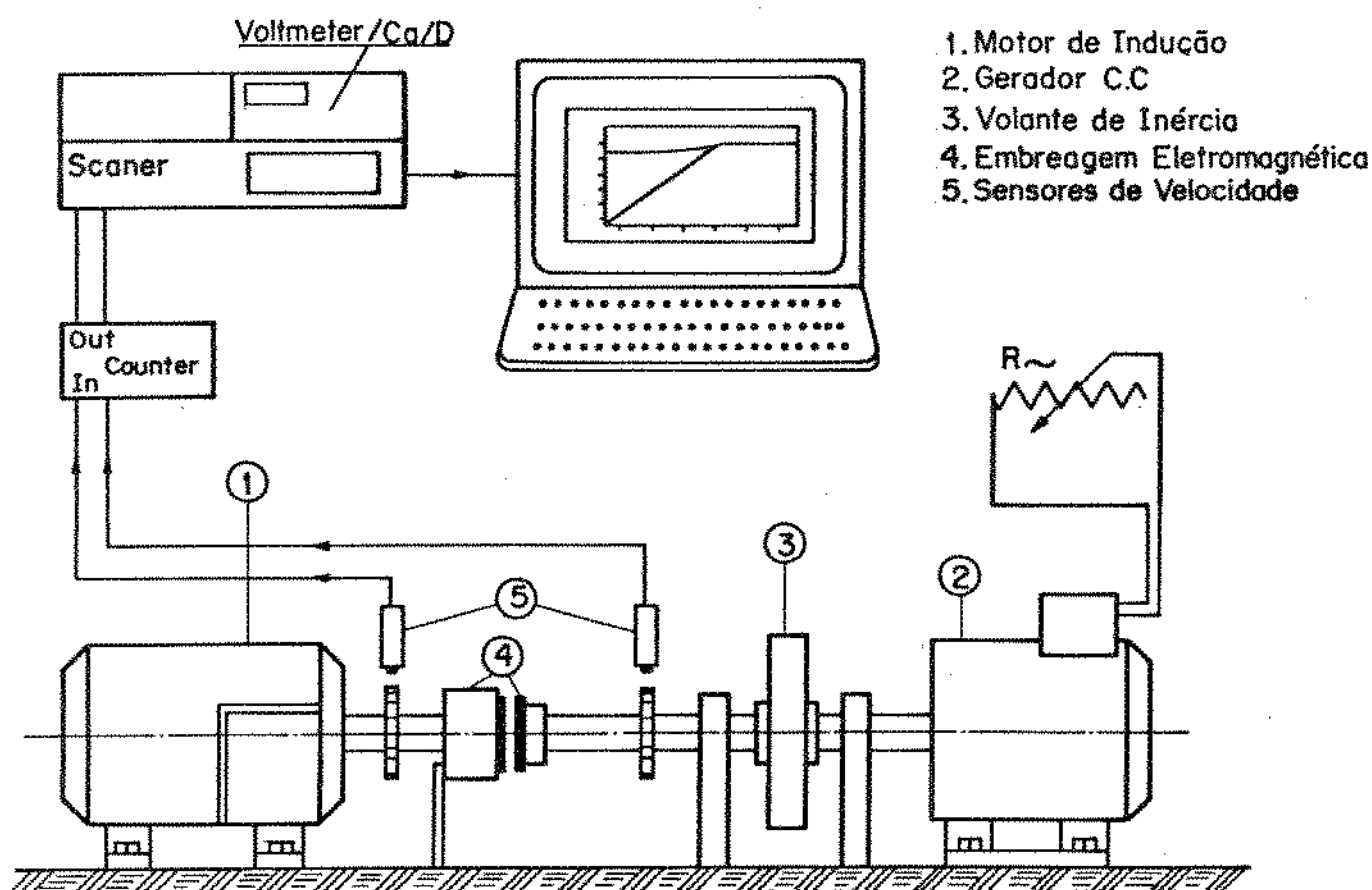


Figura 3.1



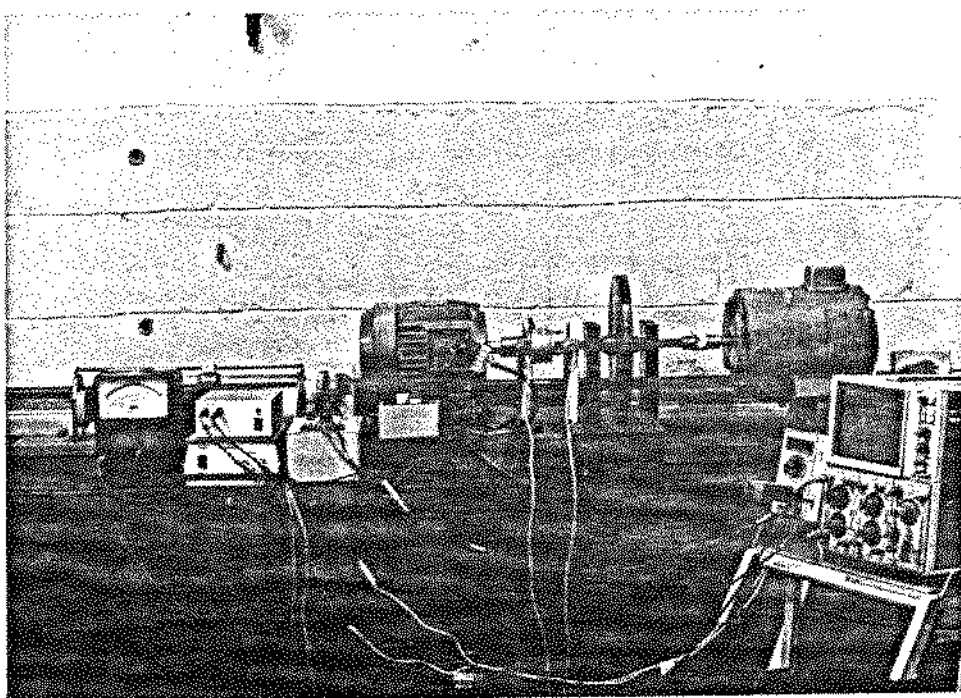


Figura 3.2 - Vista lateral da montagem experimental realizada.

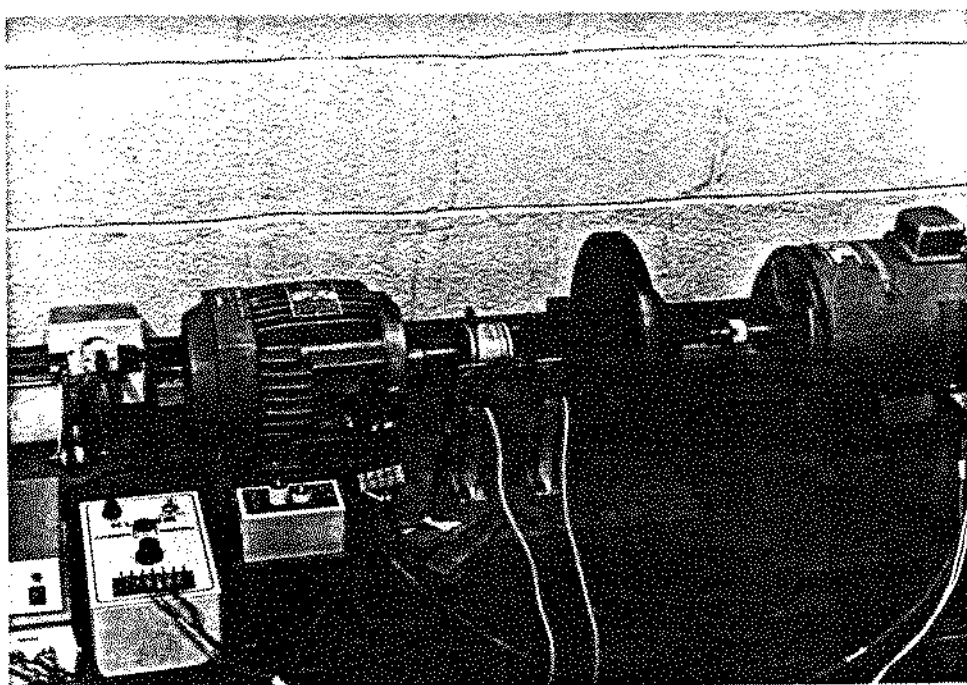


Figura 3.3 - Vista superior da montagem experimental realizada.

### 3.2. METODOLOGIA UTILIZADA NOS ENSAIOS

Em todos os ensaios realizados adotou-se sempre a mesma metodologia de se realizar apenas as medidas das velocidades angulares. Para tanto, utilizou-se dois sensores de indução magnética e dois discos dentados com 60 dentes por disco. Os sinais a partir do sensor, passavam por um contador com uma saída analógica, proporcional à frequência captada pelo sensor. Pelo fato dos discos dentados terem 60 dentes, a saída do contador é proporcional à rotação dos discos contados diretamente em rotação por minuto (R.P.M). Na figura 3.4 pode-se ver em detalhe os sensores e os discos utilizados para se efetuar as medidas das velocidades angulares ( $\dot{\theta}_1$  e  $\dot{\theta}_2$ ).

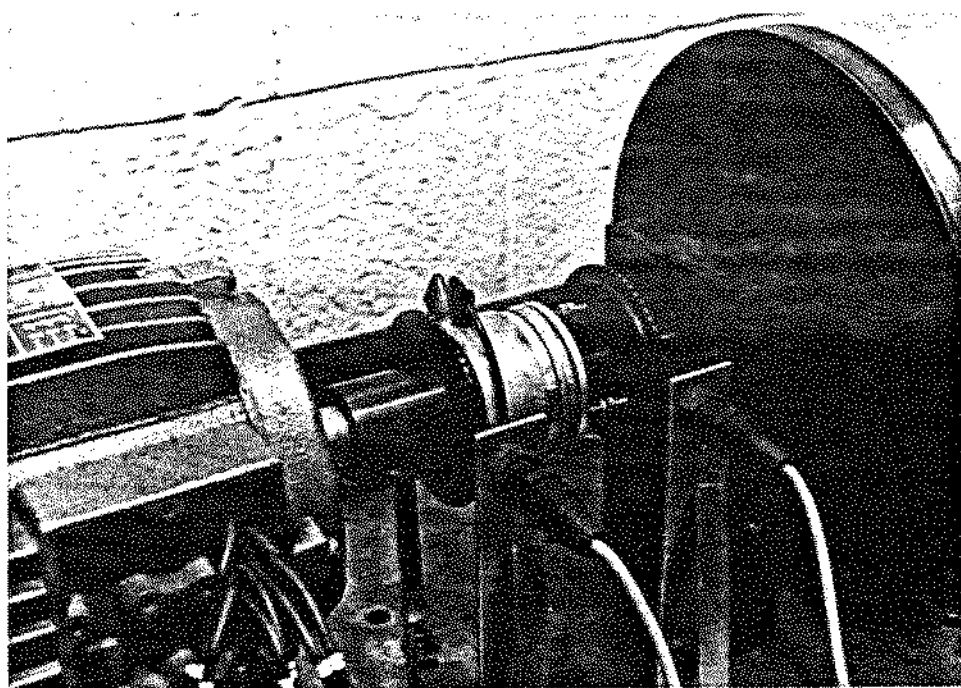


Figura 3.4 - Detalhe dos sensores de velocidade utilizados.

A partir do contador, os sinais das velocidades passaram por um "scanner" - HP-3495-A o qual seleta as velocidades  $\dot{\theta}_1$  e  $\dot{\theta}_2$  enviando-as ao Voltmeter - HP-3437-A. A função deste conjunto - Scanner/Voltmeter foi a de converter ambos os sinais das velocidades, de analógico para digital, e desta maneira, fazer com

que o computador digital utilizado (HP 9845A) pudesse ler os valores das velocidades em linha. O sistema descrito acima é parte integrante de um conjunto de aquisição de sinais - HP 3052A disponível no GEPROM - Laboratório de Projeto Mecânico, da UNICAMP.

O inconveniente da utilização do scanner é que pode-se ler apenas um canal por vez, fazendo com que os dados adquiridos pelo computador não sejam simultâneos.

A defasagem, entre os dois sinais subsequentes de velocidades, não é tão relevante, na medida que o tempo de chaveamento utilizado pelo scanner, ficou em torno de  $10^{-2}$  segundos. Este tempo, para o processo dinâmico envolvido durante o acionamento de uma embreagem, é desprezível.

O programa utilizado para a aquisição dos dados, "AQU.F", pode ser visto no Apêndice 2.

Cabe agora uma pequena discussão à respeito da metodologia utilizada: (1) Porque a utilização apenas de sensores de velocidade? (2) Porque a utilização do sistema de aquisição de dados?

Respondendo a primeira questão, ao se acompanhar a descrição dos ensaios realizados ficará claro que o caminho seguido, foi de fato, o mais complicado em termos numéricos, porém de forma alguma pode-se questionar a respeito da simplicidade na instrumentação utilizada. Este foi o objetivo aqui proposto. Desejava-se conhecer as características do sistema através de experimentos que utilizassem instrumentação a mais simples possível e mais ainda a mais econômica.

Respondendo à segunda questão, qualquer que fosse a instrumentação utilizada, necessitar-se-ia de um sistema de registro dos sinais. O conjunto computador/aquisição de sinais, se presta muito adequadamente à função de registro. Ele pode ser implementado com componentes disponíveis no mercado nacional, por exemplo, na forma de um computador Apple ou PC e uma placa de aquisição de dados. Esta é a maneira mais viável de se realizar o registro de um ensaio hoje em dia. Contudo, não se pode deixar de mencionar que também o computador, na metodologia utilizada neste trabalho, é peça de fundamental importância.

Após a aquisição dos sinais de velocidade, o progra-

ma "AQU.F" ajusta os pontos adquiridos a uma função que pode ser exponencial, geométrica ou polinomial, calculando também o coeficiente de correlação. Estas funções serão utilizadas mais tarde no equacionamento do sistema.

### 3.3. EQUAÇÕES DO SISTEMA MONTADO

Na figura 3.5 abaixo, pode-se observar o diagrama de corpo livre em relação ao movimento de rotação do sistema mostrado na figura 3.1.

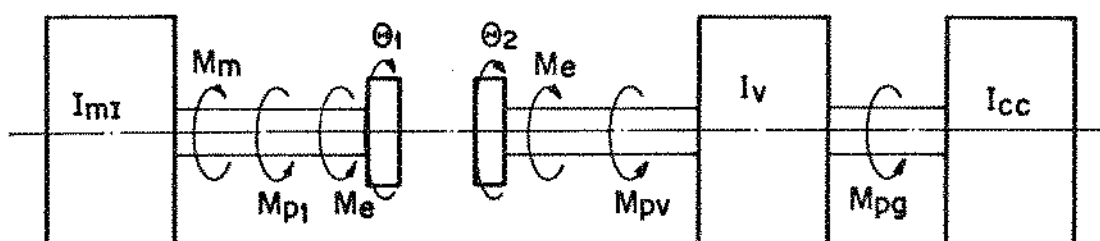


Figura 3.5 - Diagrama de corpo livre da montagem executada.

No diagrama de corpo livre, estão representados:

$M_{mI}$  = momento fornecido pelo motor de indução

$M_{pI}$  = momento de perdas mecânicas do motor de indução

$M_e$  = momento transmitido pela embreagem

$M_{pv}$  = momento de perdas mecânicas do volante

$M_{pg}$  = momento de perdas do gerador de cc.

$I_{mI}$  = inércia do motor de indução

$I_v$  = inércia do volante

$I_{cc}$  = inércia do gerador de corrente contínuo

Considerando:

- $I_c$  = inércia da carga tal que  $I_c = I_v + I_{cc}$ .
- Inércia do eixo e da embreagem desprezíveis
- $M_{p2}$  = momento de perdas da carga tal que  $M_{p2} = M_{pv} + M_{pg}$ .

Obtêm-se as seguintes equações do sistema (que descrevem tanto o movimento quanto eventuais vibrações torcionais)

$$I_{mI} \cdot \ddot{\theta}_1 + M_{p1} + M_e = M_{mI} \quad (3.1)$$

$$I_c \cdot \ddot{\theta}_2 + M_{p2} = M_e \quad (3.2)$$

Estas são as equações do sistema montado na finalidade de se conhecer a curva característica de momento transmitido pela embreagem. A curva que será aqui levantada será somente em função da velocidade de escorregamento da embreagem.

Outros parâmetros que pudessem influenciar nos resultados, tais como temperatura e força magnética, foram mantidos constantes ao longo de todos os ensaios.

Analisando-se as equações 3.1, pode-se isolar o momento transmitido pela embreagem de duas maneiras: a primeira visto pelo lado do motor de indução (eq. 3.3) e a segunda, vista pelo lado da carga (eq. 3.4).

$$M_e = M_{mI} - M_{p1} - I_{mI} \ddot{\theta}_1 \quad (3.3)$$

$$M_e = M_{p2} + I_c \ddot{\theta}_2 \quad (3.4)$$

Na realidade ambos os valores devem coincidir a menos que ocorra erros na identificação dos momentos de perda ou a cur-

va do motor fornecida pelo motor. Mostrar-se-á neste capítulo o resultado visto por ambos os lados.

### 3.4. CARACTERÍSTICAS DO MOTOR DE INDUÇÃO ( $M_{mI}$ e $I_{mI}$ )

O motor de indução utilizado na montagem realizada foi o modelo 90S-778 de fabricação WEG, com 0,75 kW e velocidade nominal de 1120 R.P.M.

As características descritas nesta seção, são as únicas que não foram levantadas experimentalmente. Isto porque o catálogo fornecido pelo fabricante é bastante completo acrescido ainda do fato de que este tipo de motor tem seu uso bastante difundido, é regido por Normas (NBR 7094 da ABNT), e em consequência, espera-se que os dados sejam bastante confiáveis.

Os valores fornecidos pelo fabricante foram:

$$\frac{C_p}{C_n} = 2,2 \qquad \frac{C_m}{C_n} = 2,3$$

$$N_o = 960 \text{ RPM} = 100,5 \text{ rd/s}$$

$$N_n = 1120 \text{ RPM} = 117,3 \text{ rd/s}$$

$$N_s = 1200 \text{ RPM} = 125,7 \text{ rd/s}$$

$$C_n = 6,3 \text{ N.m}$$

$$I_{mI} = 0,0057 \text{ kg.m}^2$$

onde

$C_p$  = conjugado de partida

$C_m$  = conjugado máximo

$C_n$  = conjugado nominal

$n_s$  = notação síncrona

A curva característica deste motor é do tipo mostrado na figura 3.6 onde pode-se ver os valores descritos no parágrafo anterior.

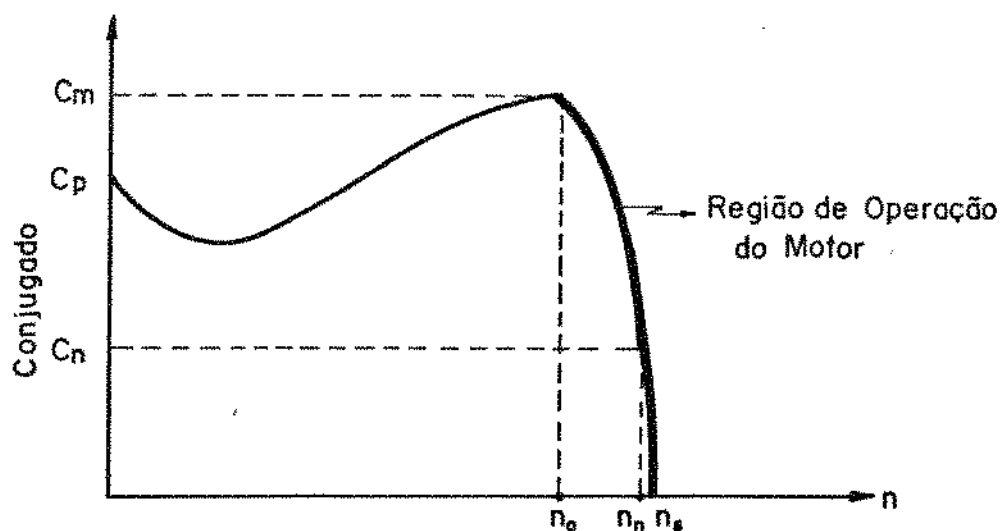


Figura 3.6 - Curva característica do motor de indução.

Para se escrever a equação da curva característica do motor de indução, se adotado um ajuste polinomial sobre toda a faixa de rotação, seria necessário um polinômio de grau elevado ou vários polinômios definidos por intervalos. Porém, para a aplicação em questão, basta se definir um polinômio para a região compreendida entre  $n_0 < n < n_s$ , pois deverá ser somente esta a região de operação do motor.

Para tanto, foram escolhidos os seguintes pontos:

$$(n_0, C_m) = (100,5, 14,4)$$

$$(n_n, C_n) = (117,3, 6,3)$$

$$(n_s, C_s) = (125,7, 0)$$

com os quais, ajustou-se um polinômio de 2º grau para a equação de  $M_m$ , cujo resultado foi o seguinte:

para  $\dot{\theta}_1$  dado em rad/s

$$M_{mI} = -140,8 + 3,256 \dot{\theta}_1 - 1,698 \cdot 10^{-2} \dot{\theta}_1^2 \text{ [N.m]} \quad (3.5)$$

O método utilizado para se efetuar o ajuste foi o dos mínimos quadrados e pode ser encontrado no apêndice 2, como um sub-programa do programa principal "AQU.F".

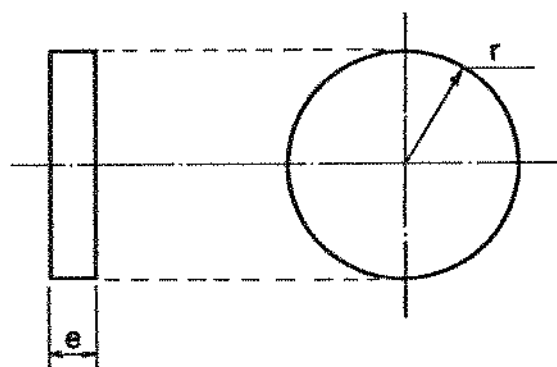
### 3.5. LEVANTAMENTO DA INÉRCIA DA CARGA ( $I_C$ )

Ao volante de inércia, cuja função foi a de simular uma carga, foi acoplado um gerador de corrente contínua como objetivo de se poder variar a demanda.

Portanto, quando se falar em carga ou demanda neste capítulo, subentende-se o volante de inércia, mais o gerador c.c., os quais podem ser vistos no esquema da figura 3.1 e nas fotos das figuras 3.2 e 3.3.

E é exatamente deste conjunto que se está interessado em conhecer a inércia.

No caso do volante, dada a sua geometria bastante simples, pode-se calcular a inércia a partir da equação.



dados:  $e = 21,5 \text{ mm}$

$r = 129,5 \text{ mm}$

$\rho_{\text{aço}} = 7,84 \text{ g/cm}^3$

Obtém-se para inércia do volante

$$I_v = \frac{1}{2} m r^2 = 7,45 \cdot 10^{-2} \text{ kg.m}^2 \quad (3.6)$$

Figura 3.7 - Volante de inércia utilizado - material de aço.



No caso do gerador, pela inexistência de valor fornecido pelo fabricante realizou-se um ensaio acoplando-se o gerador a uma mola torcional conhecida, segundo a disposição do esquema que pode ser visto na figura 3.8.

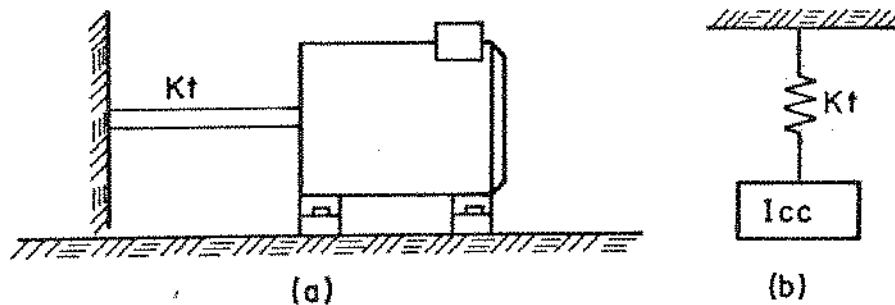


Figura 3.8 - (a) Esquema da montagem utilizada para determinar a inércia do gerador cc. (b) Sistema equivalente.

Para se levantar a característica da inércia do gerador, deu-se uma condição inicial de velocidade e mediu-se a frequência de vibração do conjunto. A instrumentação utilizada, assim como os resultados aqui apresentados serão amplamente discutidos no Capítulo 5.

Utilizando-se da equação para a frequência natural do sistema,

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_t}{I_{cc}}} \quad (3.7)$$

e conhecendo-se o valor da constante de mola  $k_t = 160,5 \text{ N.m/rad}$  e o valor da frequência natural obtida de 25,4 Hz, chega-se ao resultado da inércia do gerador cc.

$$I_{cc} = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

Portanto, o valor da inércia total da carga será igual a soma das inércias do gerador e do volante,

$$I_c = 8,08 \cdot 10^{-2} \text{ kg.m}^2$$

### 3.6. CARACTERÍSTICA DAS PERDAS MECÂNICAS ( $M_{p1}$ e $M_{p2}$ )

Para se quantificar as perdas mecânicas, é suficiente investigar o torque resistivo total para cada rotação do volante. Este torque depende de diversos fatores, tais como: a velocidade angular, o acabamento superficial da inércia girante, o grau de lubrificação dos mancais, o tipo de rolamento utilizado, etc [9].

No caso do motor de indução utilizado, todos os parâmetros citados no parágrafo anterior já estão definidos. Porém, para o caso da carga, além dos parâmetros já mencionados, deve-se somar o torque resistivo, devido ao gerador cc acoplado ao volante.

Este torque resistivo do gerador depende da tensão de alimentação do campo e da carga ligada aos terminais da armadura. Para se fixar estes parâmetros procedeu-se da seguinte maneira:

- a) O motor de indução foi acionado, atingindo sua velocidade nominal.
- b) Ainda com o gerador sem carga, foi acionado a embreagem eletromagnética, de maneira a fazer com que todo o conjunto atingisse a velocidade nominal,  $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2$ .
- c) Uma vez atingida a velocidade nominal, alimentou-se o campo do gerador e ligou-se um reostato aos terminais da armadura. Monitorando-se ambas as rotações,  $\dot{\theta}_1$  e  $\dot{\theta}_2$ , diminui-se o valor da resistência do reostato, aumentando-se com isso a carga ligada ao gerador. No instante em que os valores das rotações iniciaram a diferir um do outro, fixou-se os valores do campo e do reostato. Desta forma mantém-se constante a carga do gerador. Este valor fixado de carga, caracteriza a iminência de escorregamento.

Procedeu-se então o ensaio para se obter a expressão dos momentos de perdas tanto para o motor como para a carga. Assim, ambos foram levados à rotação mais alta de operação e a partir daí, deixou-se o sistema livre, havendo um decremento natural da rotação e registrando-se esta queda de velocidade. Estes registros podem ser vistos nas figuras 3.10 e 3.11.

Ao todo foram utilizados 230 pontos para se realizar a regressão linear, ajustando-se um polinômio de 2º grau para cada um dos gráficos de perda de velocidade.

Os polinômios obtidos foram:

$$\text{Para o motor: } \dot{\theta}_1(t) = 127,06 - 21,08.t + 0,83.t^2 \quad (3.8)$$

$$C = 0,9979$$

$$t(\dot{\theta}_1) = 8,49 - 9,04.10^{-2}.\dot{\theta}_1 + 1,89.10^{-4}.\dot{\theta}_1^2 \quad (3.9)$$

$$C = 0,9999$$

$$\text{Para a carga: } \dot{\theta}_2(t) = 127,46 - 23,70.t + 1,40.t^2 \quad (3.10)$$

$$C = 0,9966$$

$$t(\dot{\theta}_2) = 9,53 - 0,12.\dot{\theta}_2 + 3,51.10^{-4}.\dot{\theta}_2^2 \quad (3.11)$$

$$C = 0,9994$$

onde C = coeficiente de correlação

Um corpo em movimento de rotação plana em torno de um eixo fixo, tem seu movimento descrito pela expressão:

$$M = I.\alpha \quad (3.12)$$

sendo: M = torque aplicado ao corpo

I = Momento de inércia do corpo em relação ao eixo de rotação

$\alpha$  = aceleração angular do corpo.

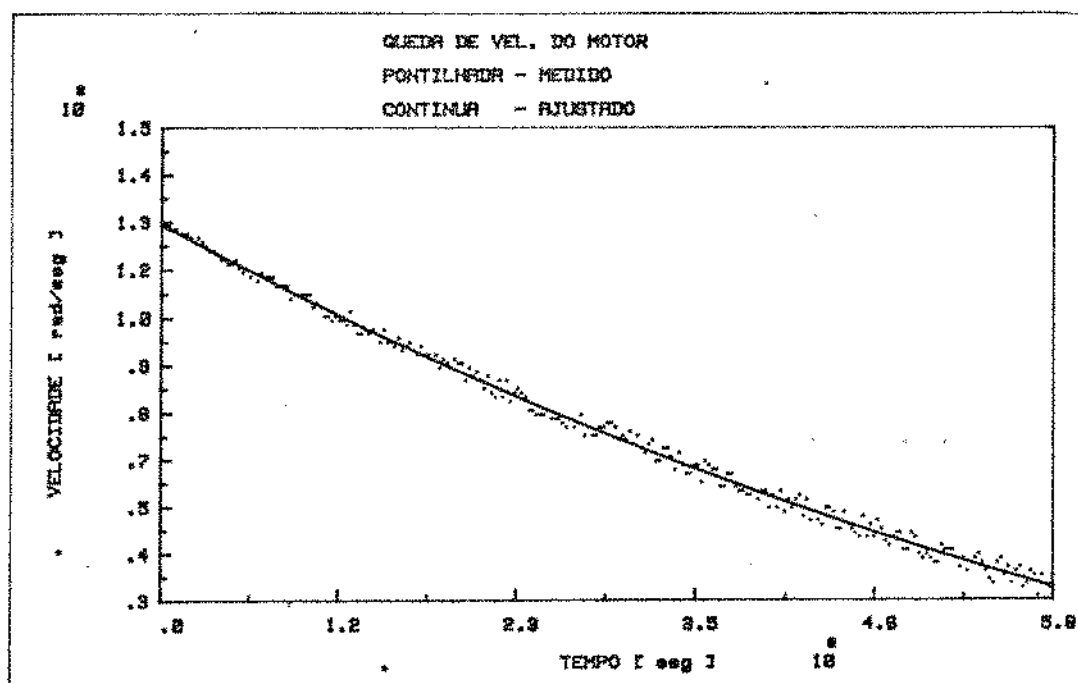


Figura 3.10 - Queda de velocidade do motor de indução utilizado.

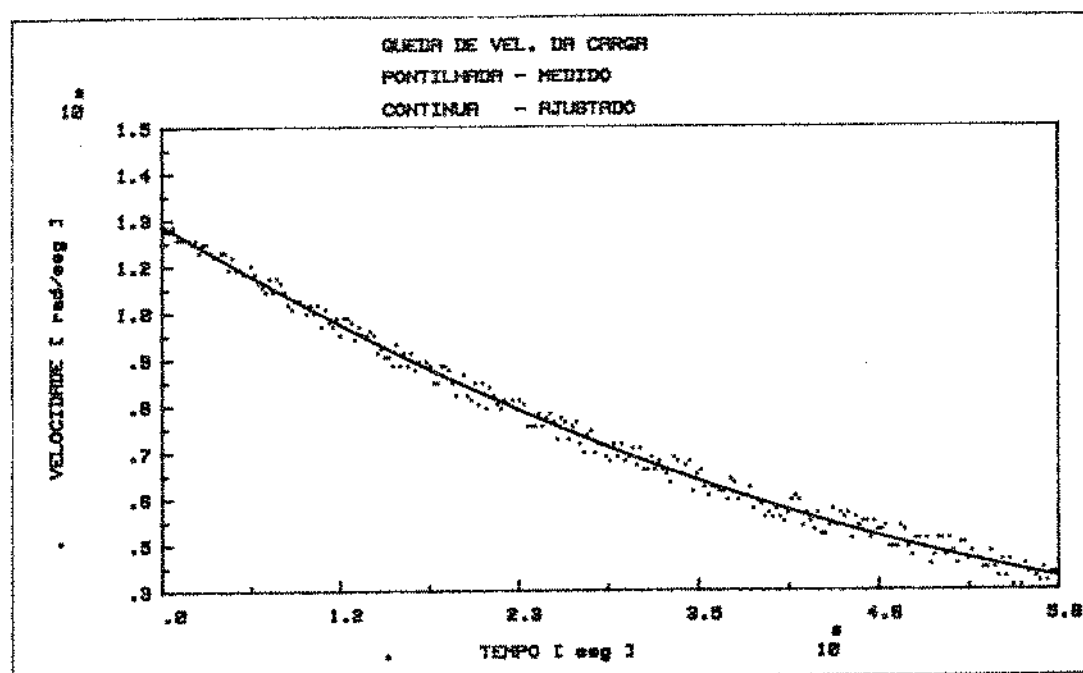


Figura 3.11 - Queda de velocidade da carga - gerador energizado com carga.

Ambas as inércias, do motor e carga, já são conhecidas (item 3.4 e 3.5). Para se obter as expressões de  $M$ , necessita-se então, conhecer as expressões de  $\alpha$ , as quais podem ser obtidas derivando-se as expressões 3.8 e 3.9.

Substituindo-se as acelerações em 3.12, obtém-se a expressão para o momento resistivo em função do tempo, o qual pode ser eliminado fazendo-se uso das expressões 3.9 e 3.10. Os resultados obtidos foram os seguintes:

$$M_{p1} = 0,04 + 8,54 \cdot 10^{-4} \cdot \dot{\theta}_1 - 1,78 \cdot 10^{-6} \cdot \dot{\theta}_1^2 \quad (3.13)$$

$$M_{p2} = 0,24 + 2,67 \cdot 10^{-2} \cdot \dot{\theta}_2 - 7,93 \cdot 10^{-5} \cdot \dot{\theta}_2^2 \quad (3.14)$$

### 3.7. CURVA CARACTERÍSTICA DA EMBREAGEM ELETROMAGNÉTICA ( $M_e$ )

Para se conhecer a curva característica da embreagem realizou-se o seguinte ensaio: elevou-se a velocidade do motor de indução até a rotação nominal. Mantendo-se a mesma carga no gerador, citada no item 3.6, acionou-se a embreagem eletromagnética registrando-se as velocidades. Na figura 3.12 pode-se ver os registros das velocidades e o polinômio ajustado para cada uma das curvas. Para a aquisição destes sinais, utilizou-se um tempo de discretização de 50 ms e um total de 300 pontos. Isto implica em uma defasagem em termos de tempo, entre os dois sinais, de 25 ms, que comparado-se com o tempo total de 15 segundos se torna desprezível.

Retomando as equações 3.3 e 3.4 do início deste capítulo, tem-se:

$$M_e = M_{mI} - M_{p1} - I_{mI} \ddot{\theta}_1 \quad (3.3)$$

$$M_e = M_{p2} + I_c \ddot{\theta}_2 \quad (3.4)$$

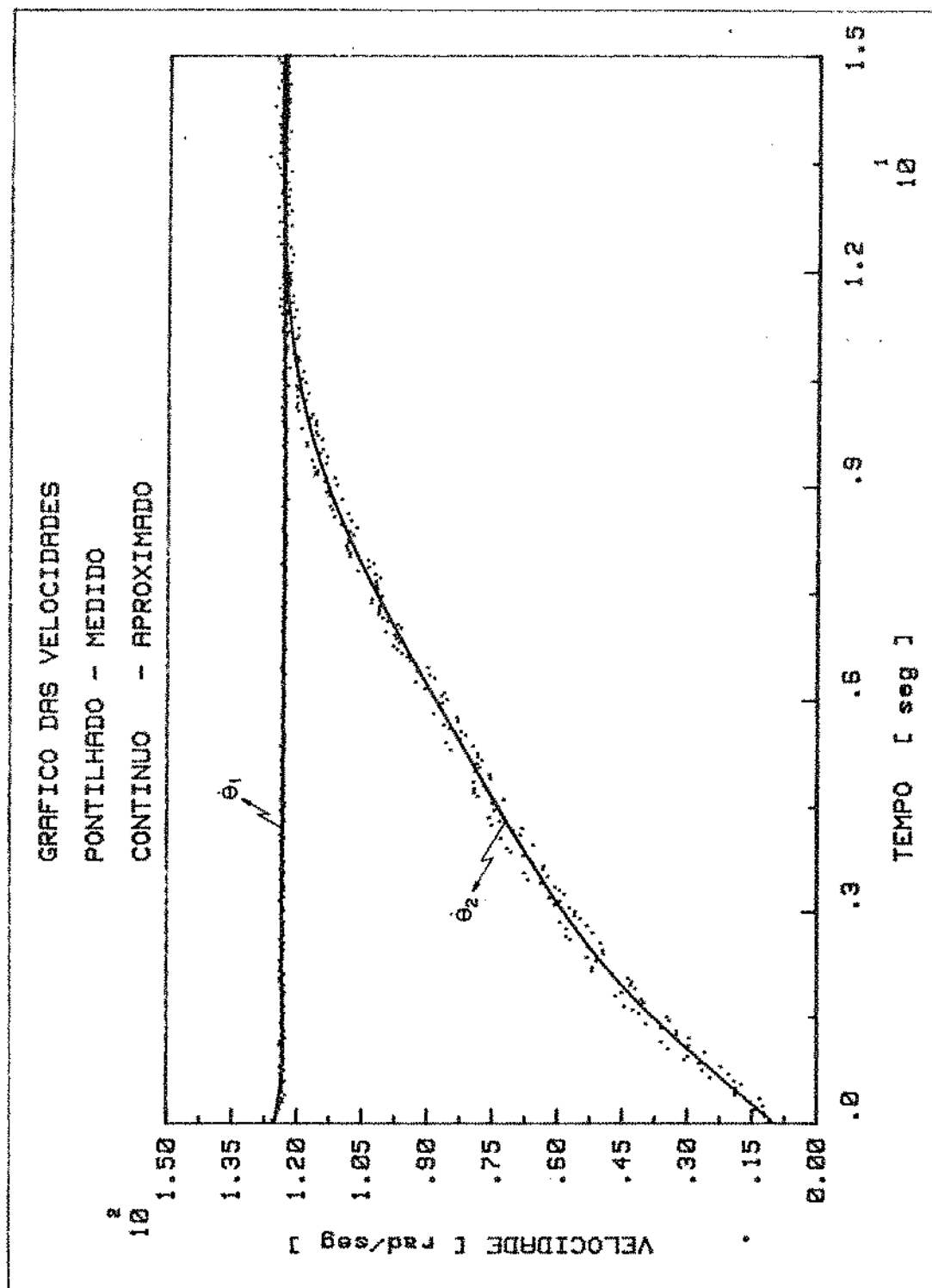


Figura 3.12 - Acionamento direto da embreagem eletromagnética. Registro das velocidades.

Pela equação 3.3, com o registro da variação da velocidade, pode-se obter o valor de  $M_{m1}$  (Eq. 3.3) e  $M_{p1}$  (Eq. 3.13). O valor de  $I_{m1} \ddot{\theta}_1$  pode ser conseguido a partir da derivada do polinômio ajustado para a rotação  $\dot{\theta}_1$ .

Analogamente, o mesmo ocorre analisando-se a equação 3.4. O valor de  $M_{p2}$  (Eq. 3.14) é conhecido e o valor de  $I_c \ddot{\theta}_2$  pode vir a ser conhecido derivando-se o polinômio ajustado para a rotação  $\dot{\theta}_2$ .

Porém, dado o formato das curvas vistas na figura 3.12 ao se ajustar um polinômio que tivesse uma boa correlação, chegou-se a um polinômio de grau muito elevado. Contudo, quando a interpolação polinomial de função  $f$  atinge um grau elevado, comumente esta função tende a oscilar [10]. Esta oscilação pode se tornar mais evidente ainda, quando se deriva esta função.

Para se contornar este problema foi feito um programa [11], que pode ser visto no Apêndice 2 sob o nome de "Splines", o qual executa uma interpolação spline cúbica.

O resultado desta interpolação foi acoplado ao programa "CUR.EM" (Vide Apêndice 2), o qual contém as equações 3.5, 3.13 e 3.14. Este programa fornece a curva característica da embreagem em função da rotação de escorregamento.

As figuras 3.13 a 3.17 ilustram as variações de cada um dos termos contidos nas equações 3.3 e 3.4. Na figura 3.18 pode-se ver os resultados da curva característica da embreagem vista pelos dois lados: motor e carga.

A diferença existente entre as duas curvas é bastante razoável em face de todas as interpolações e aproximações feitas para obtê-las. Porém, para aplicações futuras, utilizar-se-á a curva obtida pelo lado da carga (3.4). Isto porque a curva característica do motor de indução não foi levantada experimentalmente e sim, obtida através de valores retirados de catálogo.

Para a curva da embreagem do lado da carga, interpolou-se um polinômio de quarto grau. A curva medida e a curva ajustada podem ser vistas na figura 3.19.

$$\begin{aligned}
 M_e(\Delta\dot{\theta}) = & 1,90 + 5,47 \cdot 10^{-2} \Delta\dot{\theta} - 2,04 \cdot 10^{-3} \Delta\dot{\theta}^2 + 2,57 \cdot 10^{-5} \Delta\dot{\theta}^3 - \\
 & - 1,08 \cdot 10^{-7} \Delta\dot{\theta}^4 \quad [Nm] \quad (3.15)
 \end{aligned}$$

$$C = 0,9938$$

onde  $\Delta\dot{\theta}$  = rotação de escorregamento  $(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)$  [rad/s]

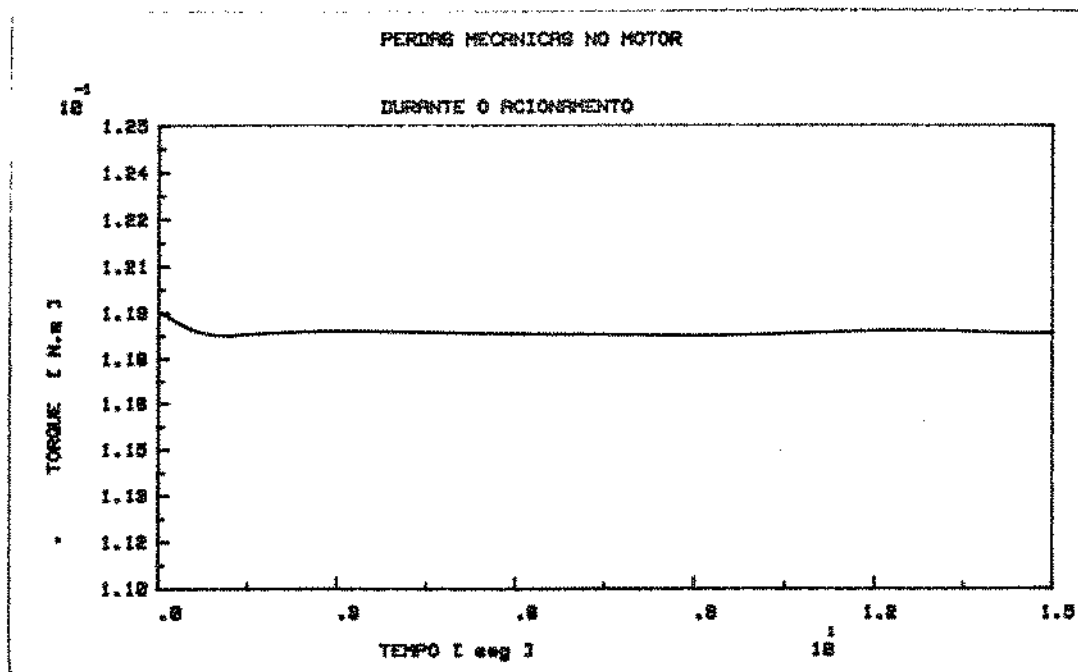


Figura 3.13



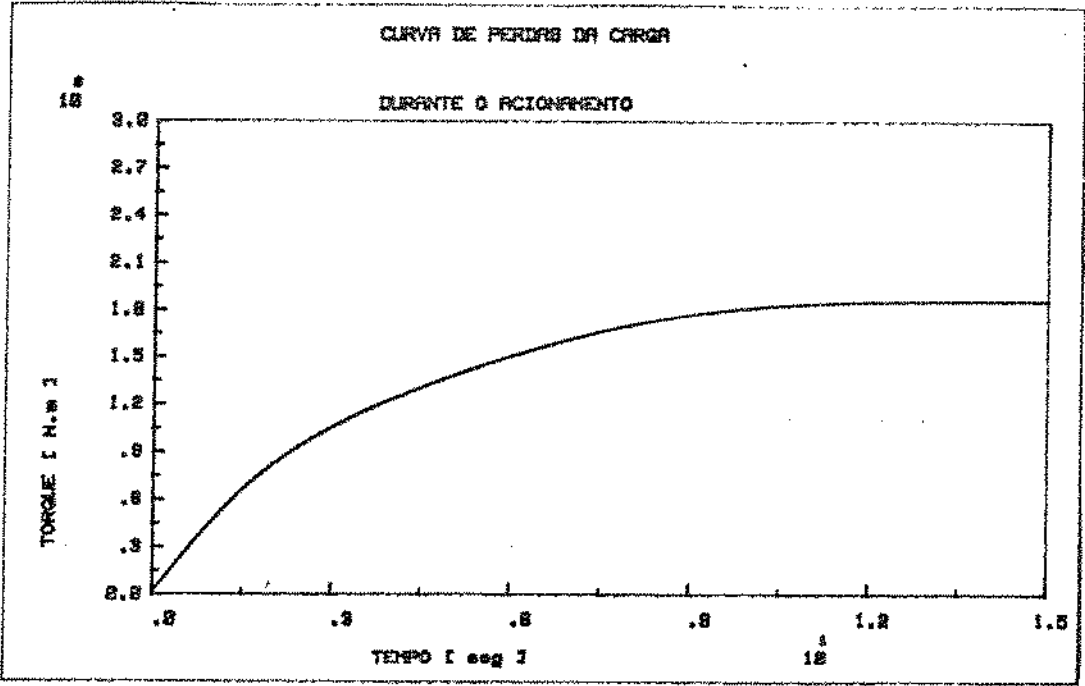


Figura 3.14

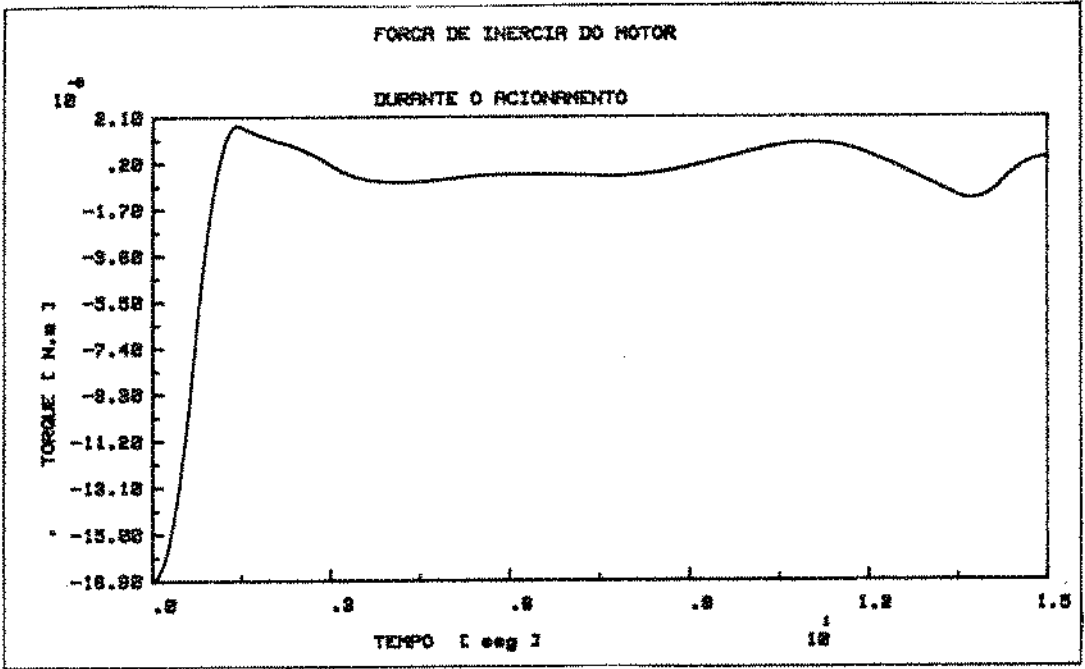


Figura 3.15

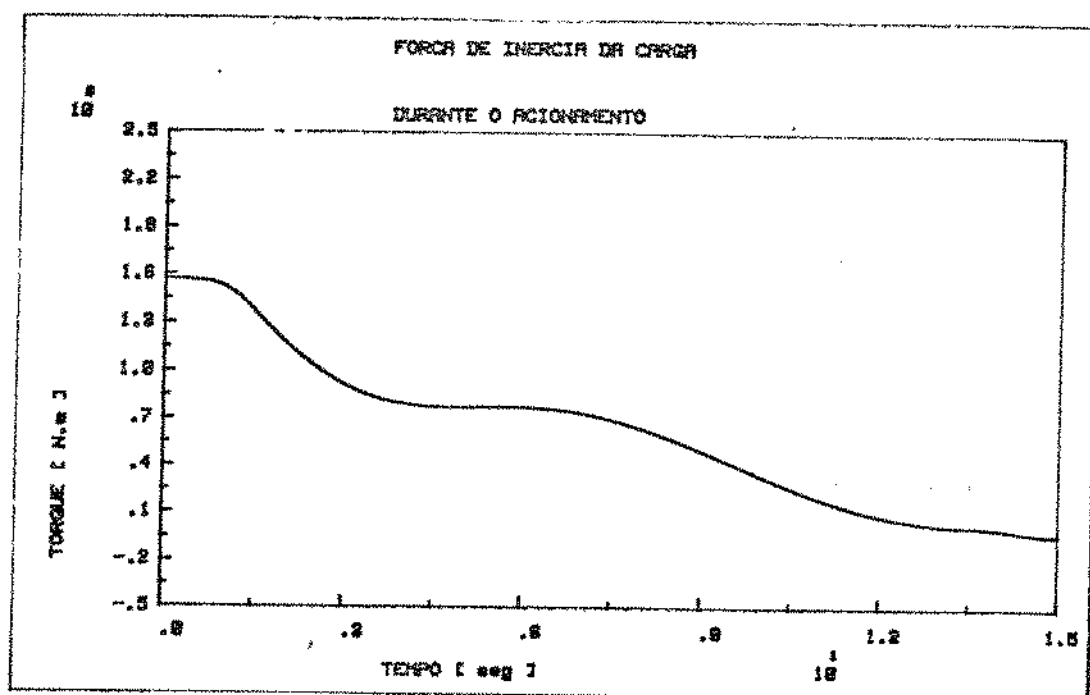


Figura 3.16

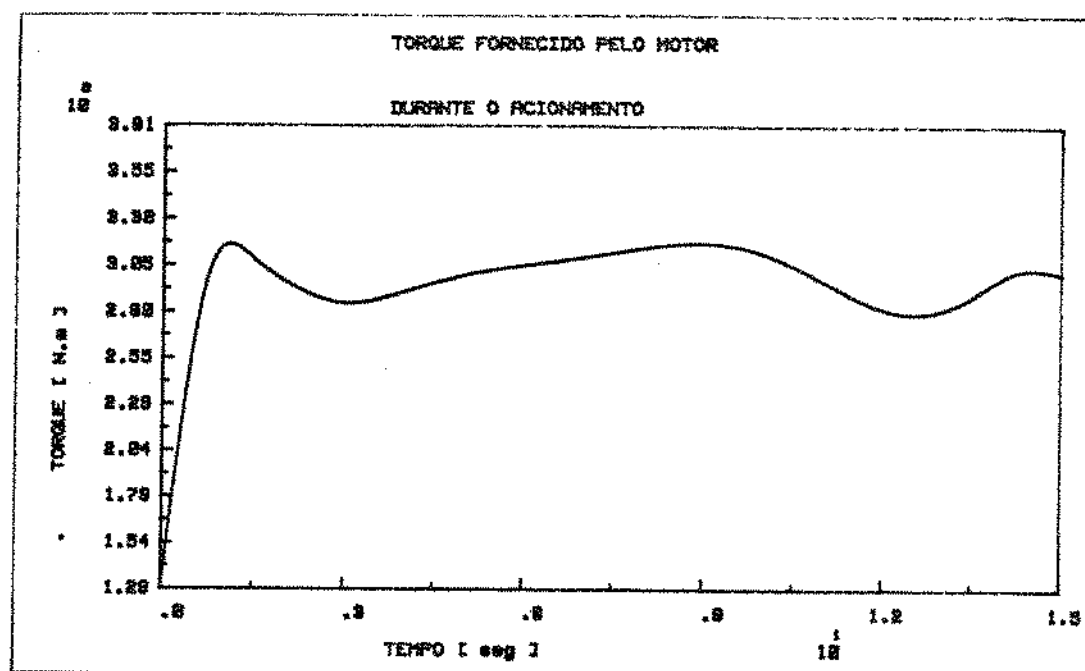


Figura 3.17

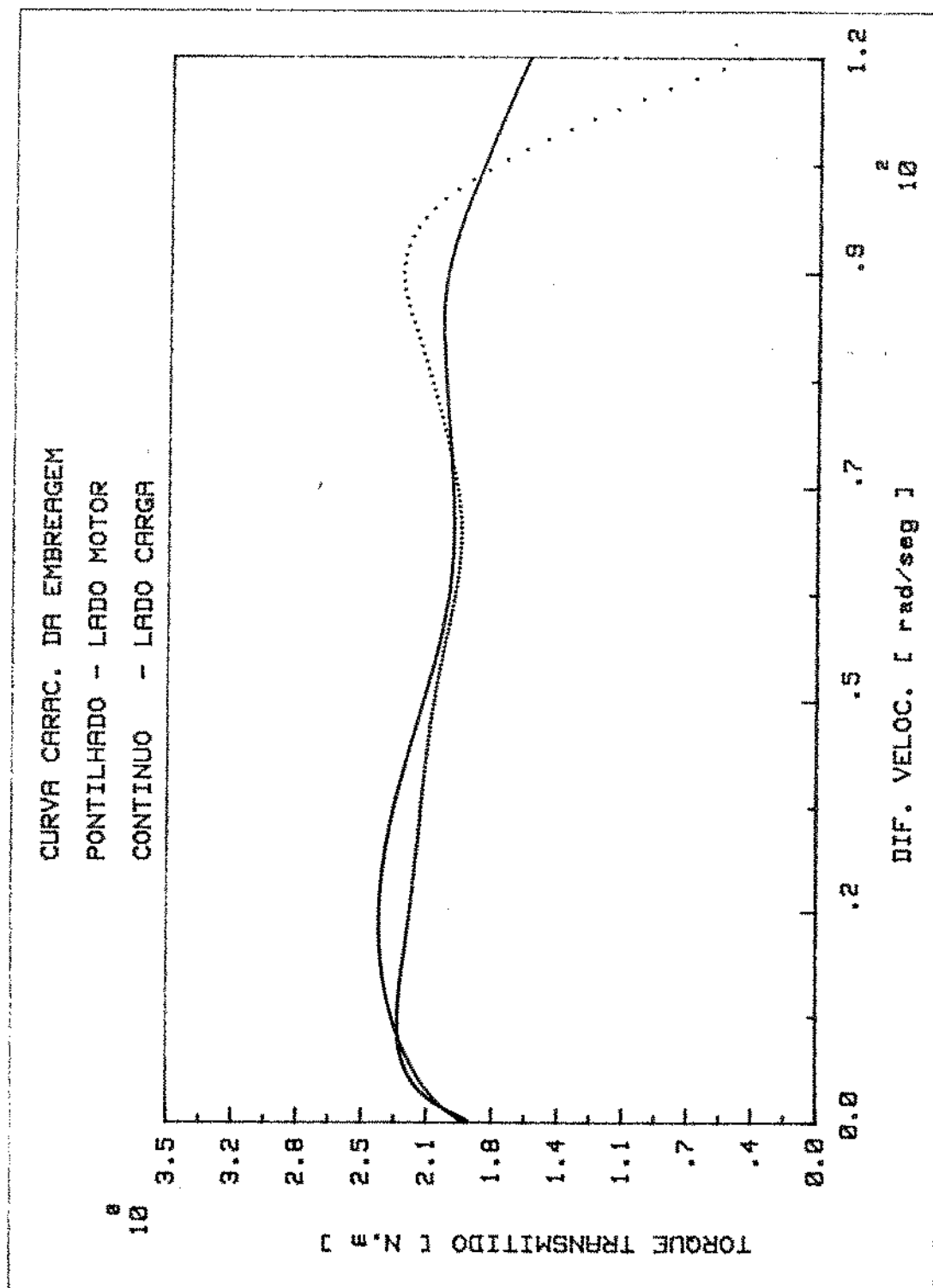


Figura 3.18 - Curva característica da embreagem eletromagnética utilizada.

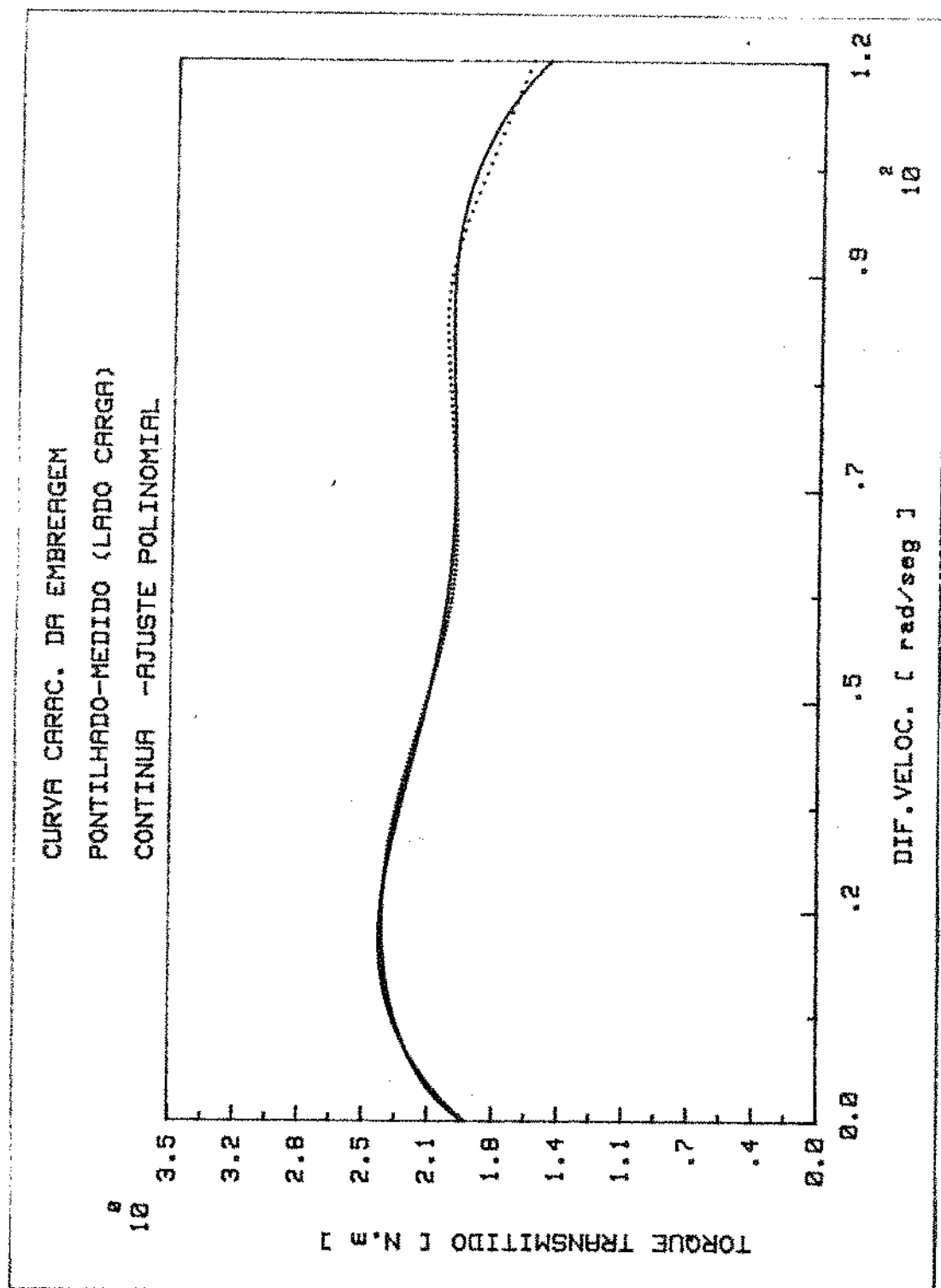


Figura 3.19 - Interpolação polinomial da curva característica medida da embreagem.

## CAPÍTULO 4

### MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA

#### 4.1. INTRODUÇÃO

Como já foi citado no Capítulo 1, este trabalho tem como um de seus objetivos a análise de sistemas torcionais e uma proposta de amortecimento às vibrações torcionais introduzidas ao sistema pelo acoplamento de um sistema complementar quando for acionada uma embreagem eletromagnética.

Um sistema torcional clássico é composto de inércia (volantes, motores, outras partes rotativas), parte elástica (eixo), pontos de dissipação de energia e eventualmente amortecedores torcionais. A vibração torcional pode ser excitada a partir de um transiente como os existentes na partida ou parada súbita do movimento de rotação, em um engrenamento, pelas harmônicas de um pistão de um motor a combustão, etc. Outros tipos de perturbação provenientes do motor (por exemplo seus efeitos magnéticos) ou mesmo oriundos da carga do sistema também podem induzir vibrações torcionais. O sistema, por sua vez, pode vibrar tanto na frequência da excitação imposta por uma fonte como um motor de combustão interna ou nas suas frequências naturais como quando é excitado por um ruído ou por um impacto.

Portanto, se o conjunto rotativo não for convenientemente projetado, a geração de tensões ocasionadas por perturbações torcionais no sistema, podem acarretar falhas de algum componente ou mesmo a ruptura do próprio eixo do sistema rotativo.

Neste capítulo, mostrar-se-ão as equações que regem um sistema torcional e uma forma de amortecer as vibrações torcionais. Deve-se, contudo, deixar claro que este trabalho não tem por objetivo estudar um sistema de controle.

#### 4.2. MODELO DE UM SISTEMA ROTATIVO E SUAS EQUAÇÕES

A figura 4.1 mostra um esquema de um sistema torcional com um grau de liberdade. O momento de inércia do motor e da carga, serão considerados por conveniência, os mesmos encontrados no Capítulo 3.

O volante de inércia foi utilizado como carga e para o acionamento utilizou-se um motor de corrente contínua.

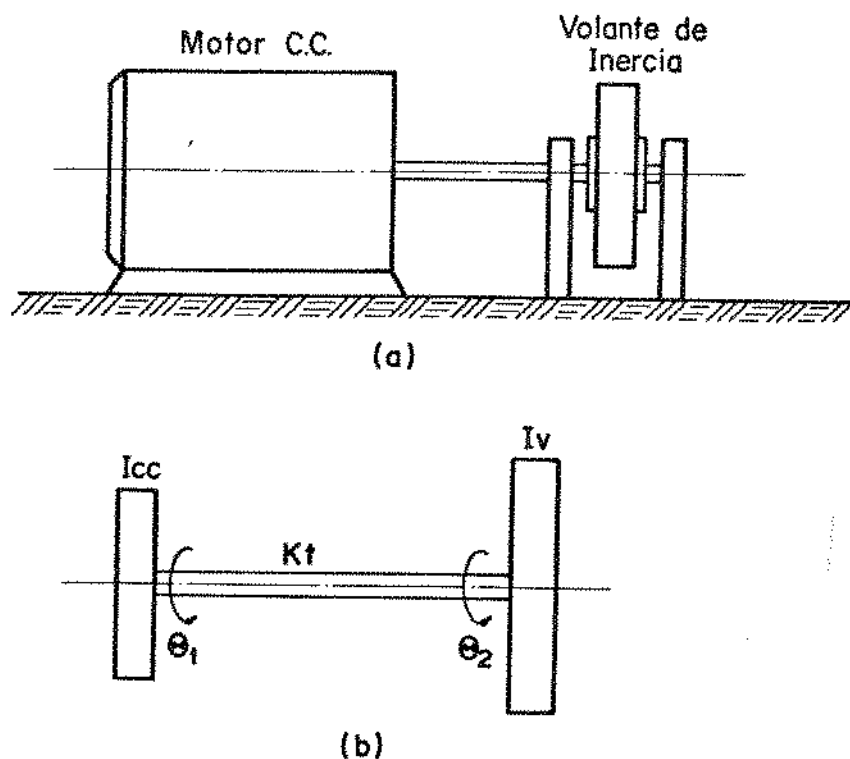


Figura 4.1 - (a) Sistema torcional composto por um motor e uma carga ligado através de um eixo elástico;  
 (b) Esquema do sistema motor-carga com suas respectivas inércias.

Considere-se então, os dois discos de momento de inércia  $I_{cc}$  e  $I_v$ , ligados por um eixo de rigidez torcional  $k_t$ , inicialmente não amortecido e sem estar sujeito a momentos de caráter periódico, isto é, tem-se um sistema que pode estar vibrando

livremente. Existem duas inércias e cada uma delas pode adquirir movimentos de vibração torcional independentes devido à elasticidade do eixo. Aparentemente pode ser considerado como um sistema de dois graus de liberdade. Entretanto, um dos movimentos corresponde à rotação do sistema como um corpo rígido e, como tal, em geral é conhecido ou imposto pela fonte de rotação; o outro movimento na análise da vibração torcional, como se tem especial interesse no ângulo de torção é tomado como a vibração relativa entre as duas inércias. Sendo  $\theta_1$  e  $\theta_2$  os deslocamentos angulares de  $I_{cc}$  e  $I_v$  respectivamente, o ângulo de torção do eixo será dado por  $(\theta_1 - \theta_2)$ . Aplicando-se a segunda lei de Newton ao disco do motor

$$I_{cc}\ddot{\theta}_1 + k_t(\theta_1 - \theta_2) = 0 \quad (4.1a)$$

e ao segundo disco

$$I_v\ddot{\theta}_2 + k_t(\theta_2 - \theta_1) = 0 \quad (4.1b)$$

Multiplicando-se a primeira equação por  $I_v$ , a segunda por  $I_{cc}$  e subtraindo-se os resultados,

$$(\ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_2) + \frac{k_t(I_v + I_{cc})}{I_{cc} \cdot I_v} (\theta_1 - \theta_2) = 0 \quad (4.2)$$

Chamando o ângulo de torção de  $\theta_1 - \theta_2 = \phi$

$$\ddot{\phi} + \frac{k_t(I_v + I_{cc})}{I_{cc} \cdot I_v} \phi = 0 \quad (4.3)$$

Naturalmente, esta equação quando resolvida, dará informações relativas apenas à torção do eixo ou acerca do movimento relativo entre as duas inércias.

Apesar do sistema poder ser equacionado com apenas um grau de liberdade, por se estar interessado no comportamento de cada uma das variáveis independente, usar-se-ã de ora em diante, as equações 4.1a e 4.1b as quais podem ser escritas matricialmente,

$$\begin{bmatrix} I_{cc} & 0 \\ 0 & I_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_t & -k_t \\ -k_t & k_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.4a)$$

$$\begin{bmatrix} I \end{bmatrix} \ddot{\theta} + \begin{bmatrix} k \end{bmatrix} \theta = 0 \quad (4.4b)$$

Substituindo-se  $\{\theta\} = \{\theta\} \sin w_n t$  na equação 4.4 e eliminando-se o termo  $\sin w_n t$  obtêm-se

$$\begin{bmatrix} k_t - I_{cc} w_n^2 & -k_t \\ -k_t & k_t - I_v w_n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

Admitindo-se agora uma solução não trivial, o determinante  $\det | [k] - w^2 [I] | = 0$ , ou seja

$$I_{cc} I_v w_n^4 - I_{cc} k_t w_n^2 - I_v k_t w_n^2 = 0 \quad (4.6)$$

As raízes da equação 4.6 são  $w_n^2 = 0$  e  $w_n^2 = \frac{k_t (I_{cc} + I_v)}{I_{cc} \cdot I_v}$ .

Substituindo-se as frequências naturais encontradas na equação 4.5, pode-se obter a relação entre as amplitudes, ou seja, os modos de vibração do sistema:

$$\text{para } w_n^2 = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{\theta_1}{\theta_2} = 1$$



$$\text{e para } \omega_n^2 = k_t \frac{(I_{cc} + I_v)}{I_{cc} I_v} \rightarrow \frac{\theta_1}{\theta_2} = - \frac{I_v}{I_{cc}}$$

Quando  $\theta_1/\theta_2 = 1$  ambas as inércias têm o mesmo deslocamento angular. Não havendo movimento relativo entre os dois discos, o eixo não se deforma e o sistema comporta-se como um corpo rígido. Quando  $\theta_1/\theta_2 = -I_v/I_{cc}$  os dois discos oscilam em oposição de direção e o modo normal está ilustrado na figura 4.2.

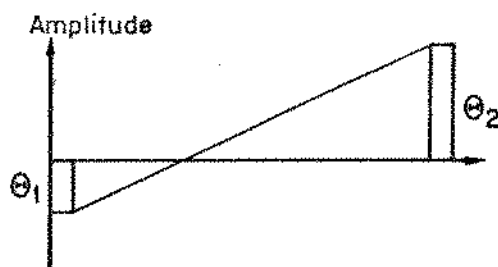


Figura 4.2 - Modo normal principal.

Este tipo de sistema, com uma frequência natural igual a zero, é tido como um sistema semidefinido. Esta característica também pode ser observada analisando-se a matriz de rigidez  $[k]$ , a qual é definida como positiva semidefinida.

A título ilustrativo, resolveu-se o sistema descrito anteriormente, utilizando-se o método Runje-Kutta (Apêndice I). Os valores atribuídos aos parâmetros da equação 4.4 foram aquelas descritas no Capítulo 3, ou seja:

$$I_{cc} = 6,30 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

$$I_v = 7,45 \cdot 10^{-2} \text{ kg.m}^2$$

$$k_t = 160,5 \text{ N.m/rad,}$$

e as condições iniciais impostas foram  $\theta_1(0) = \theta_2(0) = \dot{\theta}_2(0) = 0$  e  $\dot{\theta}_1(0) = 5 \text{ rd/s}$ .

Na figura 4.3 pode-se ver a resposta no tempo das velocidades  $\dot{\theta}_1$  e  $\dot{\theta}_2$ . Observe que a resposta no tempo é uma combinação linear dos dois modos do sistema. A figura 4.4 mostra o espectro das velocidades calculado. Observa-se na resposta em frequência a contribuição das frequências 0 e 26,4 Hz.

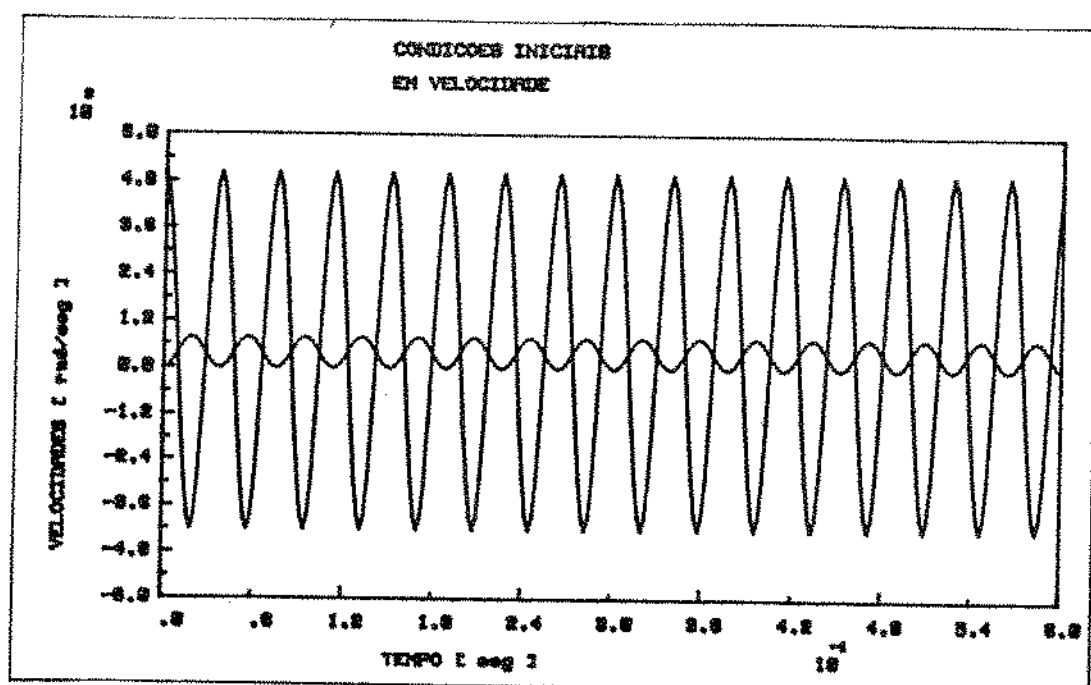


Figura 4.3 - Resposta no tempo.

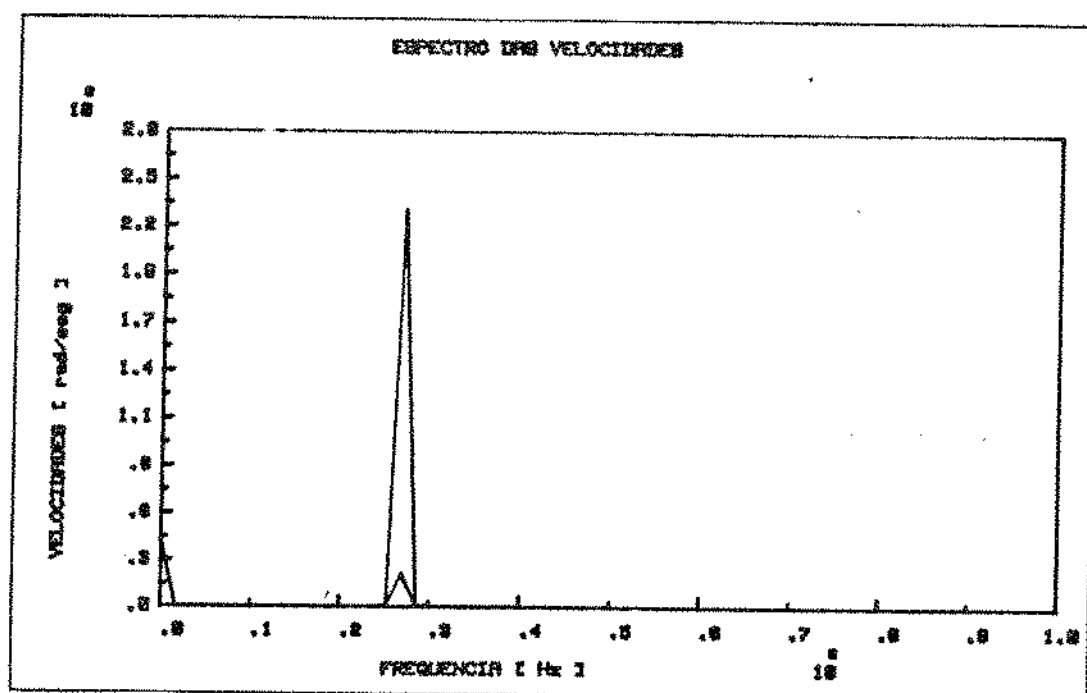


Figura 4.4 - Resposta em frequência.

#### 4.3. FONTE DE EXCITAÇÕES PARA UM SISTEMA TORCIONAL

Na seção 4.2, descreveu-se um sistema torcional livre. Nesta seção introduz-se as possíveis formas de excitação que podem ser encontradas em sistemas desta natureza.

Em motores alternativos, oscilações torcionais são transmitidas ao eixo de manivelas e também para outras partes da máquina acionada.

Nos longos eixos dos turbo-geradores, os quais devem transmitir grandes cargas torcionais entre a turbina e o gerador, pode-se encontrar oscilações torcionais devido aos transientes que ocorrem em condições de operações típicas. Estes transientes podem ser introduzidos ao sistema tanto pela turbina como pelo gerador.

De uma forma geral, partida ou parada súbita em qualquer tipo de máquina rotativa, também induzem à vibrações torcio-

nais nos eixos motores.

Pelo que foi descrito sucintamente, pode-se identificar três tipos de excitação torcional possíveis que normalmente são adotadas nas análises para sistemas discretos:

1º) No caso de motores alternativos [15],

$$M = \frac{1}{2} m_{AIT} w^2 r^2 \left( \frac{r}{2\ell} \sin wt - \sin 2wt - \frac{3r}{2\ell} \sin 3wt \right)$$

onde  $w$  = rotação do motor

$r$  = raio da manivela

$\ell$  = comprimento da conectora

$m_{AIT}$  = massa do pistão e parte da massa conectora

2º) No caso de um transiente impulsivo - função delta de Dirac,

$$M(t) = \begin{cases} M(t)\delta(t-a) = 0 & t \neq a \\ \int_0^\infty M(t)\delta(t-a)dt = M(a) \end{cases}$$

3º) No caso de partida ou parada súbita - função degrau

$$M(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t < \tau \\ M & \text{para } t > \tau \end{cases}$$

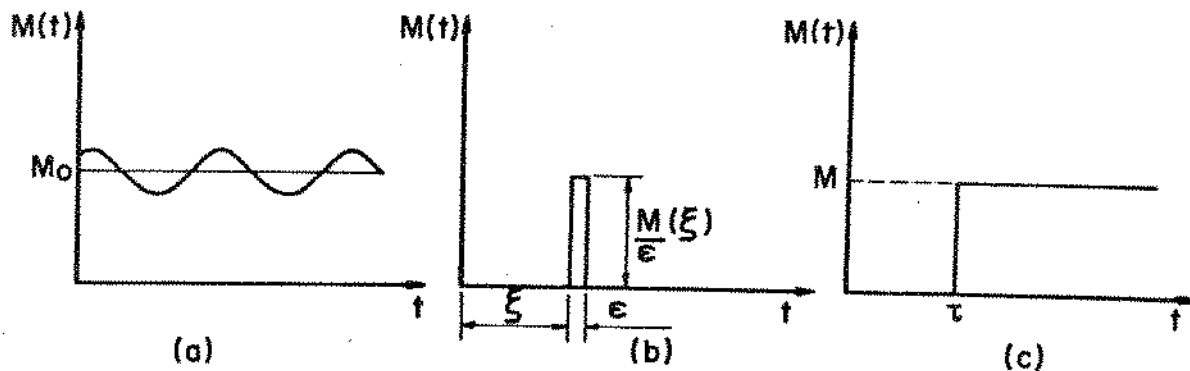


Figura 4.5 - Exemplo de excitação (a) - Periódico; (b) impulso; (c) degrau.

#### 4.3.1. Resposta do sistema a uma excitação periódica

Aplicando-se um torque alternado que varia em função da rotação da fonte de excitação, a equação 4.4 torna-se

$$\begin{bmatrix} I_{cc} & 0 \\ 0 & I_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_t & -k_t \\ -k_t & k_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M \\ 0 \end{Bmatrix} \sin \Omega t \quad (4.7)$$

cuja solução, supondo-se que todas as condições iniciais sejam iguais a zero, será:

$$\begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \sin \Omega t \quad (4.8)$$

sendo 
$$\theta_1 = \frac{(k_t - I_v \Omega^2) \cdot M}{I_{cc} \cdot I_v \cdot \Omega^2 (w_n^2 - \Omega^2)}$$

e 
$$\theta_2 = \frac{k_t M}{I_{cc} \cdot I_v \cdot \Omega^2 (w_n^2 - \Omega^2)}$$

onde 
$$w_n^2 = \frac{k_t (I_{cc} + I_v)}{I_{cc} \cdot I_v}$$

Deve-se, portanto, durante o acionamento de uma carga, ter especial atenção quando a frequência da excitação coincidir com a frequência natural, pois as amplitudes de oscilação tendem ao infinito para um sistema não amortecido.

#### 4.3.2. Resposta do sistema a uma excitação não periódica

Para o tratamento de excitação não periódica utilizou-

se o conceito do impulso unitário ou a função delta de Dirac, para então obter-se a resposta de um momento aplicado em forma de impulso.

A definição matemática para o impulso é

$$\delta(t-a) = 0 \quad \text{para} \quad t \neq a$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-a) dt = 1$$

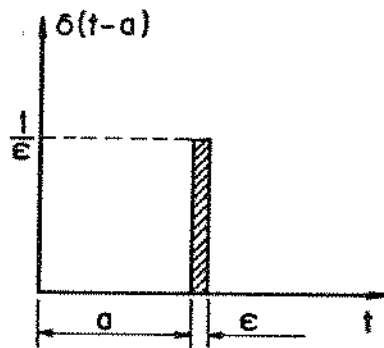


Figura 4.6

Se um momento de intensidade arbitrária  $\hat{M}$  for aplicado no instante  $t=a$ , então o mesmo pode ser escrito como segue:

$$M(t) = \hat{M}\delta(t-a) \quad (4.10)$$

Sendo  $a=0$ , considere-se agora o sistema descrito pela equação 4.4. Com um momento impulsivo atuando no lado do motor, por exemplo:

$$\begin{bmatrix} I_{cc} & 0 \\ 0 & I_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_t & -k_t \\ -k_t & k_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \hat{M} \delta(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.11)$$

Devido à duração de  $M(t) = \hat{M} \cdot \delta(t)$  ser muito pequena, o que implica em  $E \rightarrow 0$  (Fig. 4.6), e ainda considerando o caso onde as condições iniciais do sistema são todas iguais a zero, ao se integrar as equações 4.11, conclui-se que a aplicação de um momento impulsivo produz uma mudança instantânea na velocidade  $\dot{\theta}_1$ , com a seguinte intensidade,

$$\dot{\theta}_1(0) = \frac{\hat{M}}{I_{cc}} \quad (4.12)$$

Resolvendo-se a equação 4.11 com as condições iniciais descritas acima, obtêm-se como resultado para as velocidades, as seguintes expressões:

$$\dot{\theta}_1(t) = \frac{\hat{M}}{(I_{cc} + I_v)} + \frac{I_v}{I_{cc}} \frac{\hat{M}}{(I_{cc} + I_v)} \sin w_n t \quad (4.13)$$

$$\dot{\theta}_2(t) = \frac{\hat{M}}{(I_{cc} + I_v)} - \frac{\hat{M}}{(I_{cc} + I_v)} \sin w_n t$$

onde 
$$w_n = \sqrt{\frac{k_t(I_{cc} + I_v)}{I_{cc} \cdot I_v}}$$

Supõe-se agora, que o sistema seja submetido a uma partida ou parada súbita do motor de corrente contínua. Isso implica em aplicar uma excitação do tipo degrau conforme mostra a figura 4.7.

Ambos os casos vistos na figura podem ser resolvidos à partir do tratamento matemático utilizado na solução de um transiente. Em caráter ilustrativo, a função degrau (figura 4.7a) foi simulada em computador digital e sua resposta no tempo pode ser vista na figura 4.8.

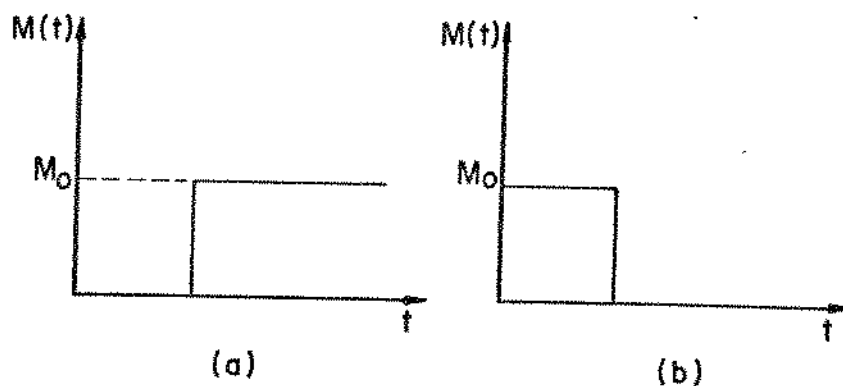


Figura 4.7 - Função degrau (a) partida, (b) parada.

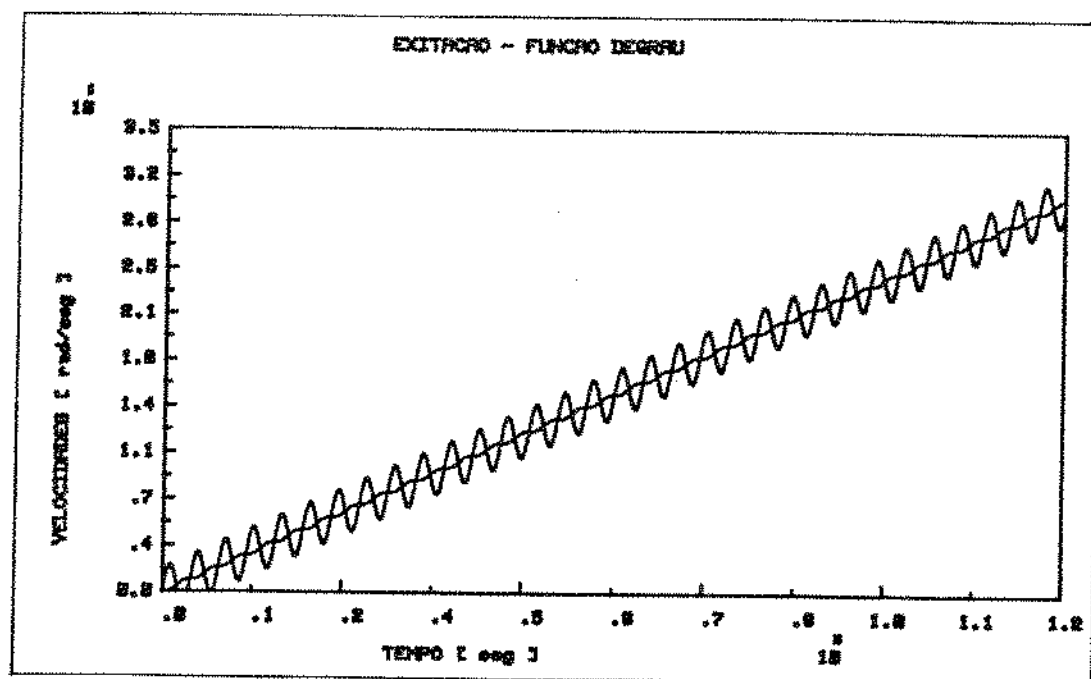


Figura 4.8 - Resposta no tempo a uma excitação degrau.

Embora as soluções analíticas das equações citadas até agora sejam simples, optou-se por uma integração Range-Kutta já que o mesmo tipo de simulação será usado na análise não linear.



#### 4.4. AMORTECIMENTO DA VIBRAÇÃO TORCIONAL

Até o presente, nada foi dito sobre uma possível matriz de amortecimento que poderia ser introduzida nas equações 4.4 com o objetivo de obter-se uma limitação da vibração torcional.

Um dos primeiros amortecedores utilizados para se aliviar a vibração torcional foi o de Lanchester (figura 4.9) que consiste de dois discos a, que podem girar livremente apoiados sobre mancais. Entre eles tem um disco solidamente enchavetado ao eixo. Este disco possui lonas de freio b em suas faces de encontro, às quais os discos a podem ser pressionados pelo aperto das molas c. Este tipo de amortecedor de Lanchester depende do atrito de Coulomb, ou seco, entre o aço e a lona de freio.

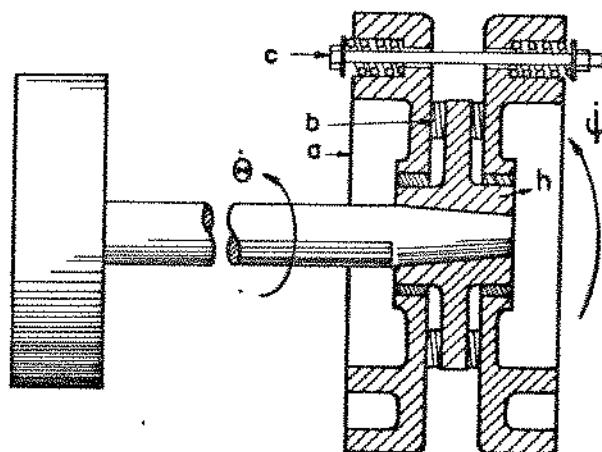


Figura 4.9 - Amortecedor de Lanchester.

Se o motor, isto é, o cubo h, tem rotação uniforme, o atrito arrasta os discos a com o eixo, tal que os discos aumentam a inércia do motor. Se, entretanto, o bosso executa uma vibração torcional, o movimento dos discos depende do atrito entre eles e o bosso. A dissipação de energia limita assim a amplitude de oscilação e evita desta forma altos esforços de torção no eixo.

Os discos podem deslizar continuamente, durante parte do ciclo ou absolutamente nada, isto na dependência da pressão

exercida pelas molas das cavilhas. Se a pressão no anel de atrito é excessiva para deslizamento, não haverá dissipação de energia e o amortecedor torna-se inútil. Evidentemente, a dissipação de energia ocorre sob alguma pressão intermediária, resultando em eficiência ótima do amortecedor [16, 20].

Para se ter uma idéia do problema, considera-se resumidamente o caso em que os discos deslizam continuamente. Admitindo-se que o cubo do eixo esteja oscilando nas proximidades de sua velocidade angular média (curva 1), conforme indicado na figura 4.10, os discos estarão sob uma ação constante do torque de atrito  $M_L$ , enquanto deslizam. A aceleração do disco, representado pela inclinação da curva de velocidade (curva 2), será em consequência constante e igual a  $M_L/I_a$ , onde  $I_a$  é o momento de inércia dos discos, e sua velocidade será representada por uma série de linhas retas.

O trabalho efetuado pelo amortecedor [20]

$$W = \int T \, d\theta = T \int w' \, dt$$

onde  $w'$  é a velocidade relativa, é igual ao produto do torque  $T$  e a área hachurada da figura 4.10. Considerando que esta área é pequena para  $M_L$  grande e grande para  $M_L$  pequeno, o máximo de energia é dissipada para algum valor intermediário de  $M_L$ .

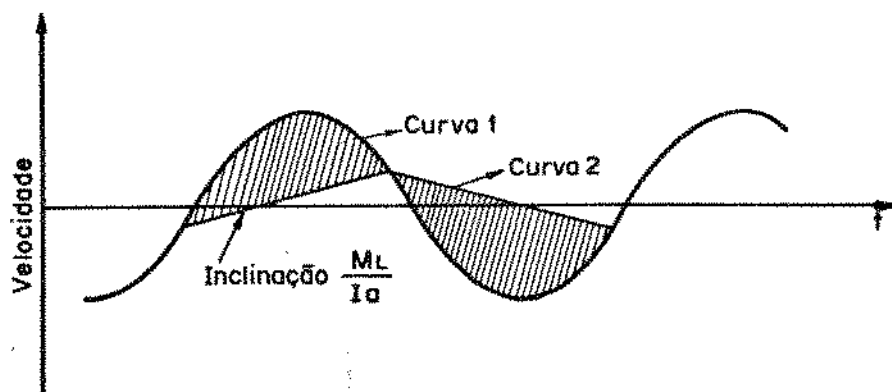


Figura 4.10 - Amortecedor torcional sob deslizamento contínuo.

Outros tipos de amortecedores dedicados a diminuir a amplitude das vibrações torcionais podem ser vistos na figura 4.11. Note que os amortecedores vistos nesta figura, ao contrário do amortecedor de Lanchester que depende do atrito de Coulomb, trabalham com atrito viscoso.

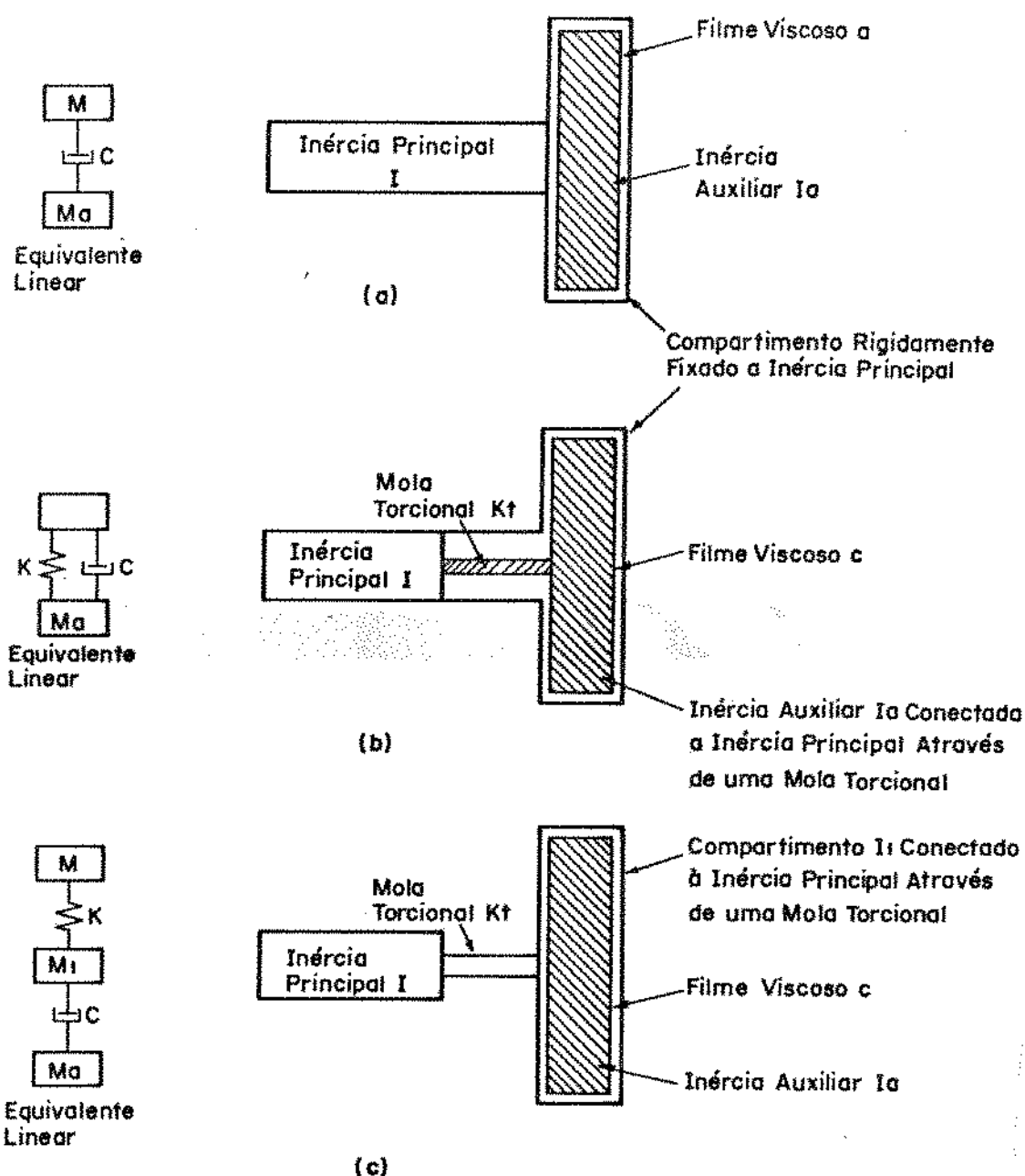


Figura 4.11 - Tipos de amortecedores torcionais com seus respectivos equivalentes lineares.

Em todos os tipos de amortecedores torcionais, sempre vai existir o fato de que para se absorver as oscilações indesejáveis aos componentes do sistema, acaba-se também interferindo na rotação do próprio eixo, na qual é desejável o mínimo de perdas possível. Como no amortecedor de Lanchester descrito aqui, ou em qualquer dos outros mostrado na figura 4.11, haverá sempre uma carga a mais devido às próprias inércias dos amortecedores e devido às perdas por atrito, aerodinâmicas, etc.

Para se ilustrar o que foi dito acima, simulou-se um exemplo (figura 4.12) acrescentando-se uma matriz diagonal com amortecimento viscoso à equação 4.4. Para este exemplo, foi dada uma condição inicial em velocidade. Nota-se que as oscilações tendem a zero, porém em contrapartida a velocidade de rotação também cai a zero.

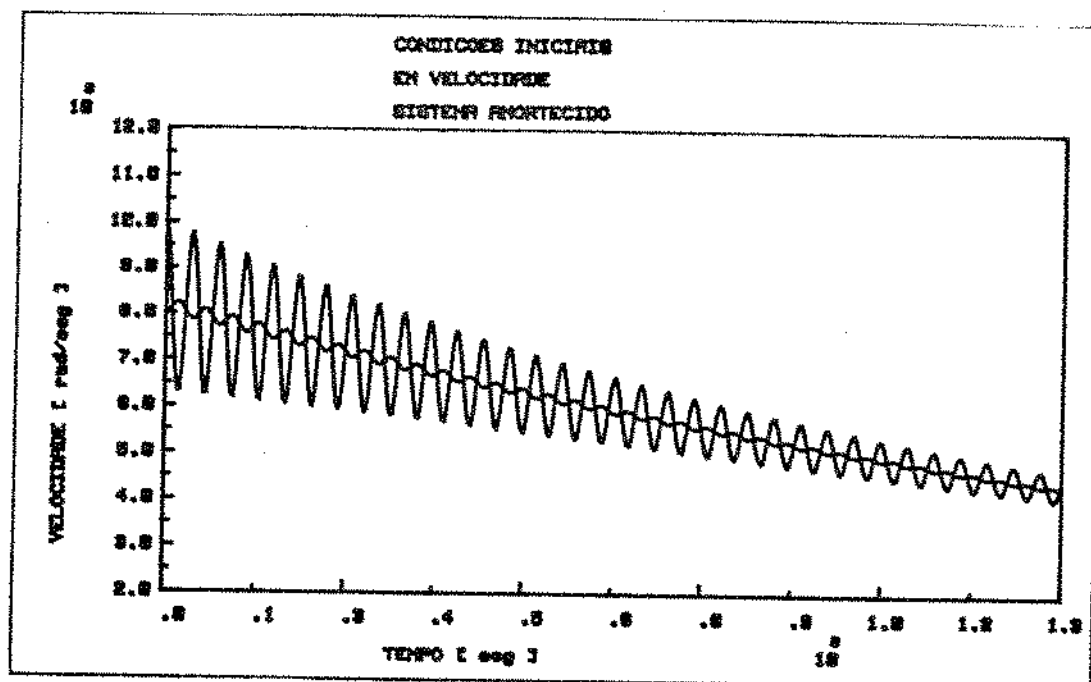


Figura 4.12 - Sistema torcional amortecido.

## 4.5. UMA ALTERNATIVA PARA AMORTECEDOR TORCIONAL

Propõe-se, neste trabalho, um tipo de amortecedor para vibrações torcionais, o qual, ao contrário dos amortecedores convencionais, atua no sistema apenas quando necessário. Isto implica que as perdas introduzidas no sistema, quando em operação regular, com a utilização deste tipo de amortecedor, podem ser reduzidas consideravelmente.

Tomando-se, como exemplo, o sistema visto na figura 4.13, composto por dois discos ligados através de um eixo com rigidez torcional  $k_t$ , e um terceiro disco, no qual atua uma força de atrito devido a ação de um freio, o qual pode ser acoplado ao sistema através de uma embreagem eletromagnética.

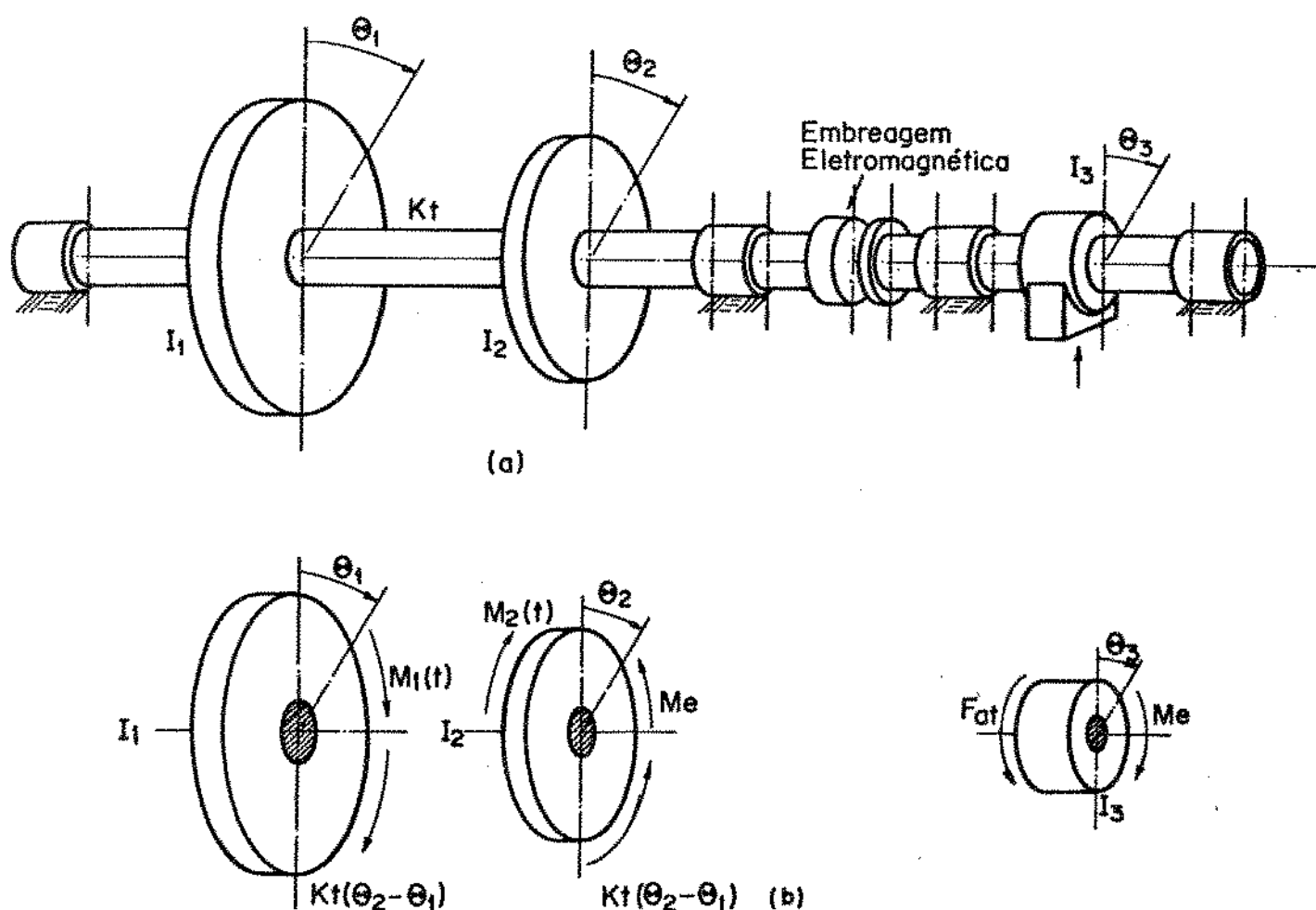


Figura 4.13.

As equações diferenciais do sistema são:

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_t & -k_t & 0 \\ -k_t & k_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_1(t) \\ -M_e + M_2(t) \\ M_e - F_{at} \end{Bmatrix} \quad (4.14)$$

onde:  $M_1(t)$  e  $M_2(t)$  são excitações impostas às inércias  $I_1$  e  $I_2$  respectivamente.

$M_e = f(\Delta\dot{\theta})$  é o momento transmitido pela embreagem eletromagnética dada pela equação 3.15.

$F_{at}$  é a força de atrito entre a inércia  $I_3$  e a base.  $F_{at}$  terá sempre o mesmo sentido, desde que não se inverta o sentido de rotação  $\dot{\theta}_3$ , e seu módulo pode ser considerado constante para uma pequena variação de  $\dot{\theta}_3$ .

Supõe-se, agora, as seguintes condições para a equação 4.14:

- 1º)  $M_1(t)=0$  e  $M_2(t)=0$  → neste caso, supondo que inicialmente o sistema não esteja oscilando, não se faz necessário a atuação de um amortecedor. Portanto, para este caso, a embreagem não deve ser acionada, implicando em  $M_e = 0$ ,  $\theta_3 = \dot{\theta}_3 = 0$  e  $\theta_1 = \theta_2$ .
- 2º)  $M_1(t) \neq 0$  ou  $M_2(t) \neq 0$  → para esta condição, independente se  $M_1(t) \neq 0$  ou  $M_2(t) \neq 0$ , o sistema é excitado e portanto, deve responder com uma oscilação. Se a excitação for um transiente, deve-se ter a ação do amortecedor no instante de ocorrência do mesmo. Caso a excitação seja periódica de frequência variada, o amortecedor deve atuar, por exemplo, no instante em que se deseja ultrapassar uma velocidade crítica torcional.

Em ambas as condições, a embreagem eletromagnética deve atuar no sistema com a finalidade de se anular ou atenuar as amplitudes de oscilação do sistema.

Analisa-se agora o efeito que a ação da embreagem pode causar ao sistema. Considera-se que, uma vez acionada a embreagem, a inércia  $I_3$  não consiga atingir a mesma velocidade de rota

ção da inércia  $I_2$ . Isto ocorrendo, haverá sempre uma velocidade relativa entre  $I_2$  e  $I_3$ , ou seja, haverá sempre um escorregamento. Supõe-se também, por conveniência, que a velocidade de escorregamento ficará compreendida no intervalo de 0 a 20 rad/s aproximadamente, condição esta que será justificada mais a frente.

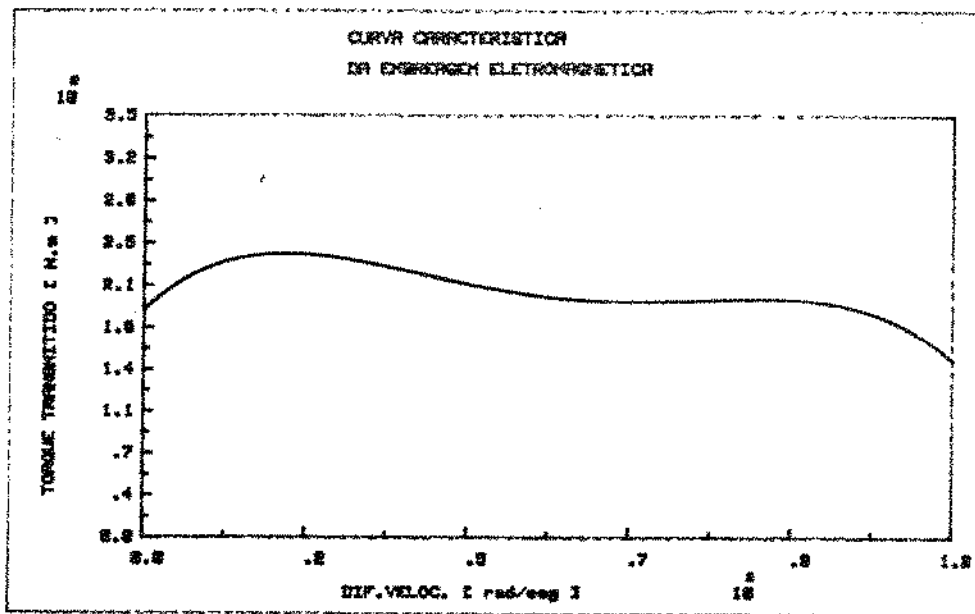


Figura 4.14 - Curva característica da embreagem eletromagnética.

Uma tentativa de interpretação do fenômeno físico inerente ao processo de deslizamento na embreagem pode ser feita linearizando-se a curva característica na região a ser analisada,  $0 < \Delta\dot{\theta} < 20$  rad/s (figura 4.15), obtendo-se a seguinte equação para o torque transmitido:

$$M_e(\Delta\dot{\theta}) = A + B \cdot \Delta\dot{\theta} \quad [\text{N.m}] \quad (4.15)$$

onde:  $A = 1,94 \quad [\text{N.m}]$

$B = 2,5 \cdot 10^{-2} \quad [\text{kg.m}^2/\text{s}]$

$\Delta \dot{\theta} = \dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3 \quad [\text{rad/s}]$

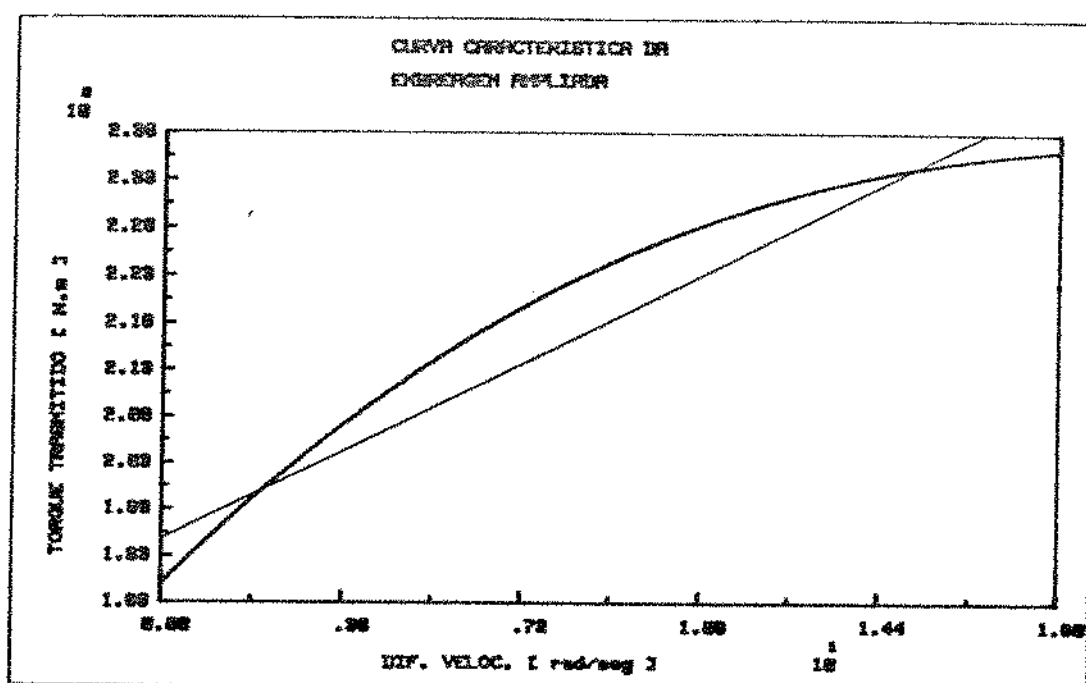


Figura 4.15 - Curva característica linearizada para a região desejada.

Pode-se, então substituir o valor de  $M_e$  da equação 4.14 pela equação 4.15, obtendo-se:

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & B & -B \\ 0 & -B & B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_t & -k_t & 0 \\ -k_t & k_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_1(t) \\ -A + M_2(t) \\ A - F_{at} \end{Bmatrix} \quad (4.16)$$



Esta equação é válida para  $0 < \dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3 < 18$  rad/s e para  $\dot{\theta}_3 > 0$

Analisando-se a equação 4.16, pode-se notar o motivo pelo qual foi escolhida a região de  $0 < \Delta\dot{\theta} < 18$  rad/s. Para esta região, quando linearizado  $M_e$ , obtém-se um valor para  $B > 0$ , fazendo com que o conjunto passe a ser amortecido. Outras regiões de equilíbrio levariam a um coeficiente  $B < 0$  para a equação 4.15 implicando em uma instabilidade no sistema descrito pelas equações 4.16. Para atingir o equilíbrio nesta região basta se escolher convenientemente  $F_{at}$ .

Sejam  $M_1(t)$  ou  $M_2(t)$  funções transientes e que após a sua ocorrência, acopla-se a embreagem ao sistema. No instante do acoplamento, vale a equação 3.15 para  $M_e$ .

Quando se atingir a região desejada a equação 4.16 torna-se

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & B & -B \\ 0 & -B & B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_t & -k_t & 0 \\ -k_t & k_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -A \\ A - F_{at} \end{Bmatrix} \quad (4.17)$$

Na finalidade de se interpretar melhor o efeito da torção no sistema  $I_1$  e  $I_2$ , a equação 4.17 foi reescrita utilizando-se como coordenadas  $\alpha = \theta_1 - \theta_2$  e  $\phi = \theta_2 - \theta_3$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -M \\ 0 & N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} P & 0 \\ -Q & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} S \\ T \end{Bmatrix} \quad (4.18)$$

sendo:  $\alpha = \theta_1 - \theta_2$

$$P = \frac{k_t (I_1 + I_2)}{I_1 I_2}$$

$\phi = \theta_2 - \theta_3$

$$Q = \frac{k_t I_3}{I_2 I_3}$$

$$M = \frac{B I_1}{I_1 I_2}$$

$$S = \frac{A I_1}{I_1 I_2}$$

$$N = \frac{B(I_2 + I_3)}{I_2 I_3}$$

$$T = -\frac{A(I_2 + I_3)}{I_2 I_3} + \frac{F_{at}}{I_3}$$

A solução para a equação 4.18 será a soma da solução da homogênea mais a particular, a qual apesar de relativamente simples, será resolvida numericamente.

Também, calculou-se os auto-valores da equação 4.18 com o objetivo de se verificar a influência de cada um dos parâmetros sobre o sistema.

Os parâmetros analisados foram  $I_3$  e  $B$ , já que as demais grandezas envolvidas na equação 4.18 fazem parte de um sistema com posto pelas inércias  $I_1$  e  $I_2$  que a princípio não podem ser variadas.

Tomando-se então os seguintes valores para a equação 4.18:

$$I_1 = I_v = 7.45 \cdot 10^{-2} \text{ kg.m}^2$$

$$I_2 = I_{cc} = 6.30 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

$$k_t = 160,5 \text{ N.m/rad.}$$

e resolvendo-se o seguinte determinante,

$$\det \begin{vmatrix} P + \lambda^2 & -M\lambda \\ -Q & N\lambda + \lambda^2 \end{vmatrix} = 0$$

chega-se às quatro soluções para os auto-valores  $\lambda$ . No cálculo dos auto-valores, obteve-se um auto-valor igual a zero, outro auto-valor real menor do que zero e outros dois complexos conjugados.

Como se está interessado em saber as características de amortecimento para as vibrações torcionais, somente os auto-valores complexos foram analisados e seus valores em função de  $I_3$  e B se encontram na tabela seguinte:

TABELA 4.1

Condição	$I_3$ [kg.m <sup>2</sup> ]	B	$\lambda$
1º	$10^{-4}$	0,025	$-0,552 \pm 165 i$
2º	$10^{-4}$	0,050	$-0,355 \pm 165 i$
3º	$10^{-4}$	0,250	$-0,078 \pm 165 i$
4º	$10^{-3}$	0,025	$-1,790 \pm 166 i$
5º	$10^{-3}$	0,250	$-4,760 \pm 158 i$

Da análise da tabela acima, conclui-se que existe uma grande influência da inércia  $I_3$  no amortecimento do sistema  $I_1$  e  $I_2$ , o qual é o responsável pelo modo complexo. Conclui-se também, que o aumento da variável B quando associado a um aumento da inércia  $I_3$  também auxilia bastante no amortecimento do sistema. Porém, para se variar o parâmetro B deve-se alterar a curva característica da embreagem. Isto pode ser possível variando-se a pressão entre os discos (figuras 2.3 e 2.4), ou seja variando-se a corrente de alimentação da embreagem eletromagnética.

Simulou-se alguns exemplos utilizando-se as condições descritas na tabela 4.1 e atribuindo-se para todos os casos as seguintes condições iniciais  $\theta_1(0) = \theta_2(0) = \theta_3(0) = 0$ ,  $\dot{\theta}_1(0) = 85$  rad/s,  $\dot{\theta}_2(0) = 83$  rad/s e  $\dot{\theta}_3(0) = 0$

Exemplo 1:  $F_{at} = 2,1$  N  
 $I_3 = 10^{-4}$  kg.m<sup>2</sup>  
 Tensão de alimentação da embreagem nominal  
 $B = 0,025$

Condição 1 da tabela 4.1.

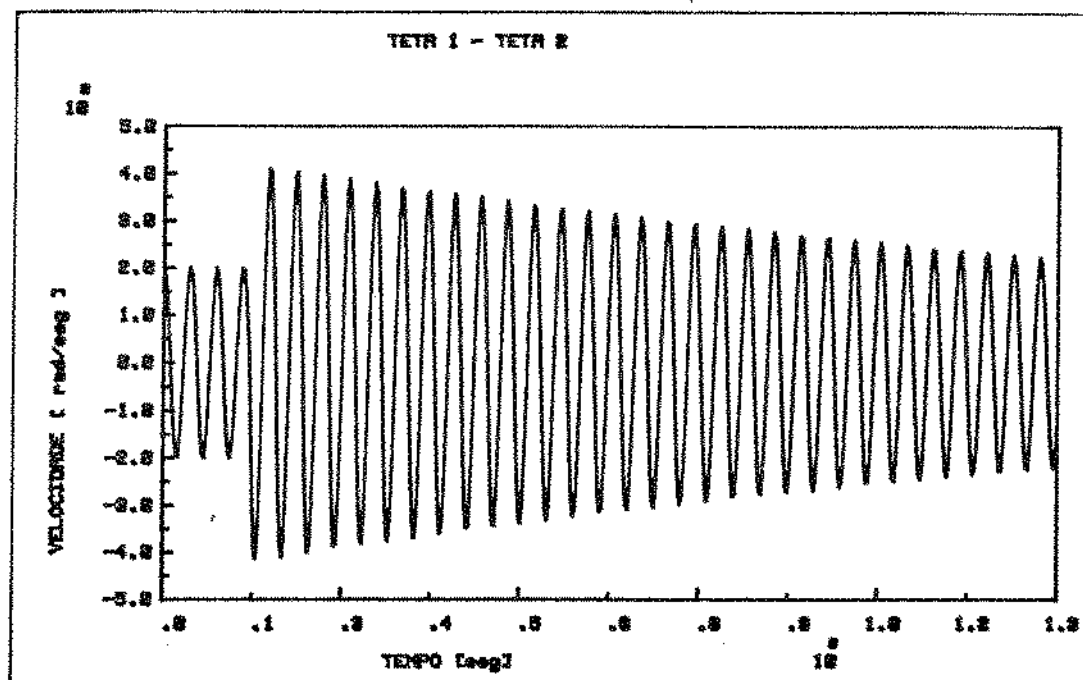


Figura 4.16 - Resposta do tempo de  $\dot{\alpha} = \dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2$  - exemplo 1 - condição 1 - Tabela 4.1.

Nota-se que no instante em que se acopla a embreagem, ocorre um novo transiente resultando em um aumento das oscilações. Isto significa que deseja-se, para uma maior eficiência, que o torque transmitido pela embreagem no instante do acoplamento deva ser o menor possível.

Exemplo 2: Neste exemplo, manteve-se os mesmos valores para os parâmetros  $B$  e  $I_3$  alterando-se a  $F_{at}$  para 1,1N e alterando-se o fator independente de  $\Delta\theta$  da equação 3.15 para  $M_e$ . Isto faz com que a curva característica da embreagem se desloque para uma posição inferior àquela vista na figura 4.14.

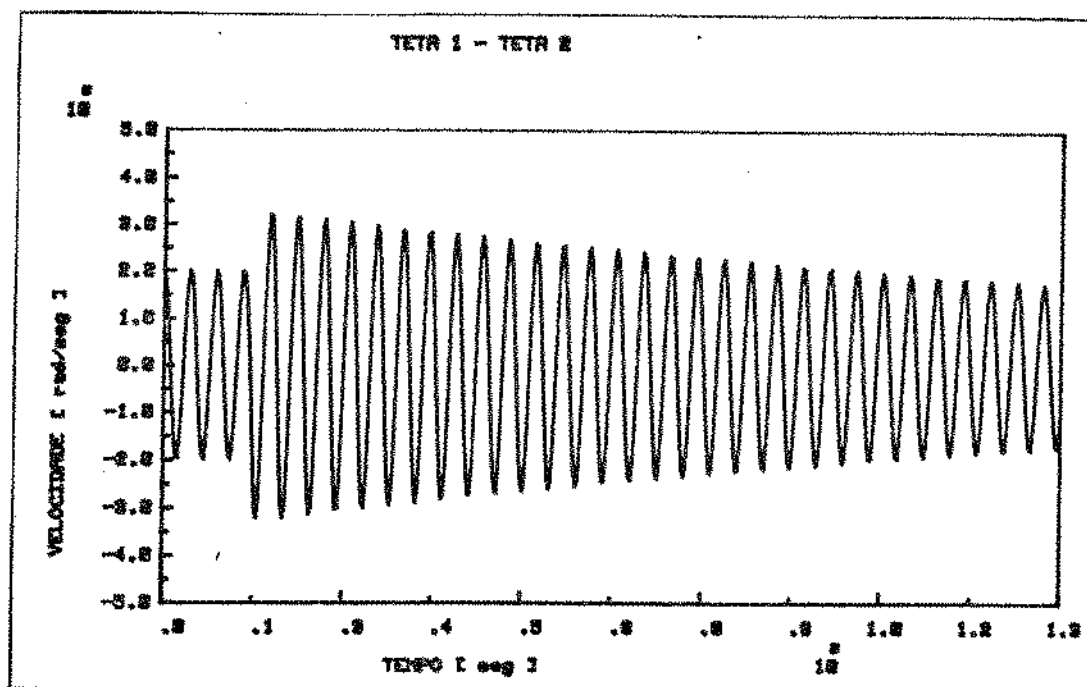


Figura 4.17 - Resposta no tempo de  $\dot{\alpha} = \dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2$  - Exemplo 2.

Comparando-se com o exemplo 1, nota-se que para um mesmo tempo de operação, consegue-se um valor de amplitude menor para o Exemplo 2. Isto pode ser conseguido variando-se a tensão de alimentação da embreagem e mantendo-se todos os outros parâmetros constantes.

Exemplo 3: Mesmas condições do Exemplo 1, exceto para  $B = 0,05$  (Condição 2 da tabela 4.1). Observa-se uma coerência com o resultado da tabela 4.1, onde a parte real da condição 1 é maior em valor absoluto do que da condição 2, implicando em uma amplitude final de vibração maior para este exemplo.

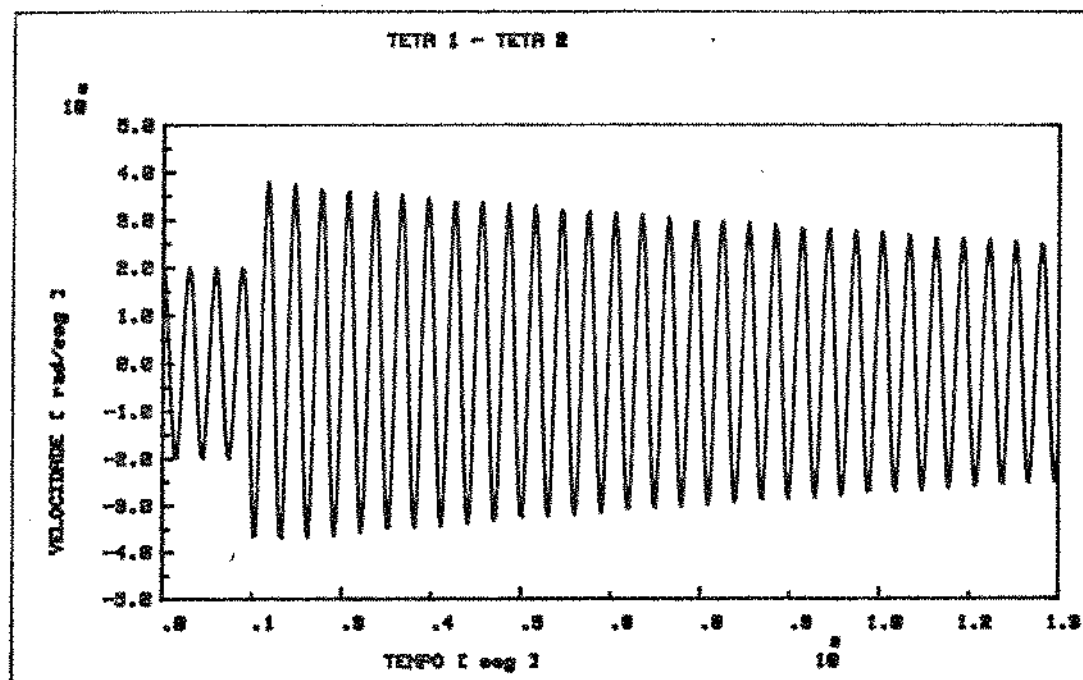


Figura 4.18 - Resposta no tempo de  $\dot{\alpha} = \dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2$  - Exemplo 3.

Exemplo 4: Neste exemplo pode-se ver um grande aumento no amortecimento devido apenas o aumento da inércia  $I_3$

$$F_{at} = 2,1N$$

$$I_3 = 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

Tensão de alimentação da Embreagem - Nominal

$$B = 0,025$$

Condição 4 da tabela 4.1.

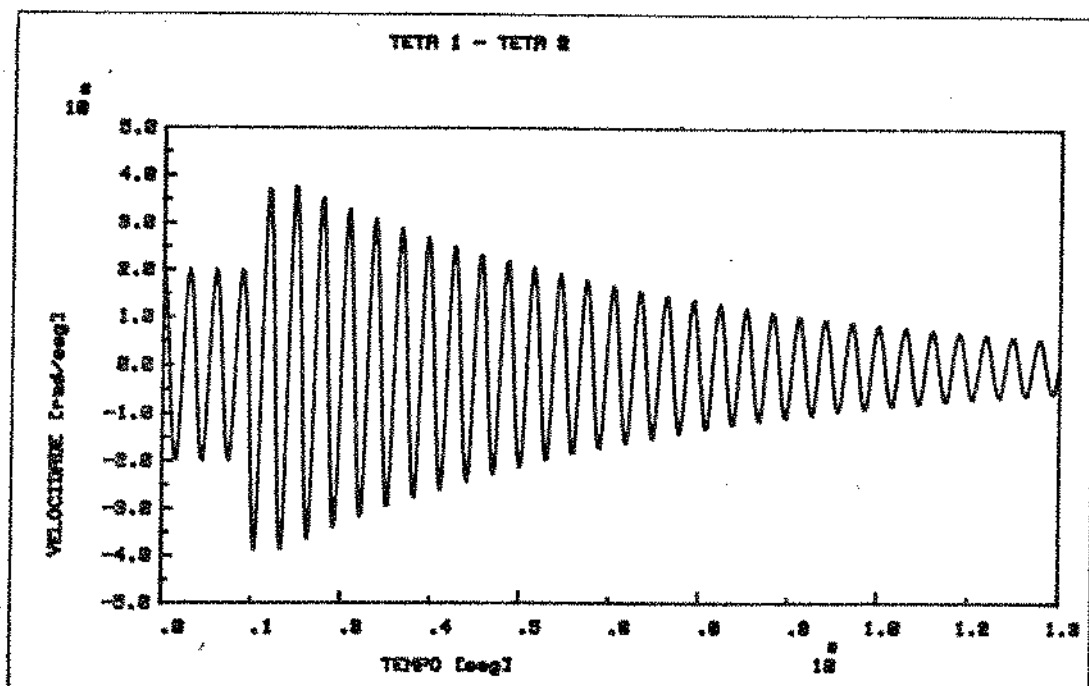


Figura 4.19 - Resposta no tempo de  $\dot{\alpha} = \dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2$  - Exemplo 4.

Exemplo 5: Semelhante ao exemplo 4, diminuindo-se  $F_{at}$  para 1,1N e simulando-se uma redução na tensão de alimentação da embreagem.

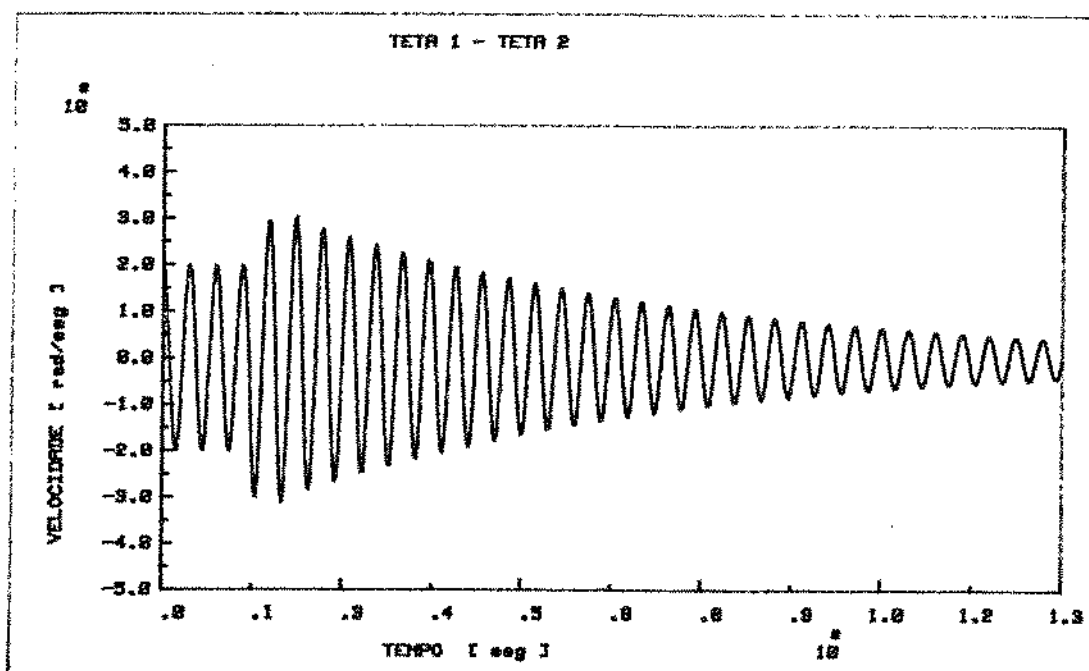


Figura 4.20 - Resposta no tempo de  $\dot{\alpha} = \dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2$  - Exemplo 5.

Exemplo 6:  $F_{at} = 1,1N$

$$I_3 = 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

Tensão de alimentação da embreagem - reduzida

$$B = 0,25$$

Condição 5 da tabela 4.1

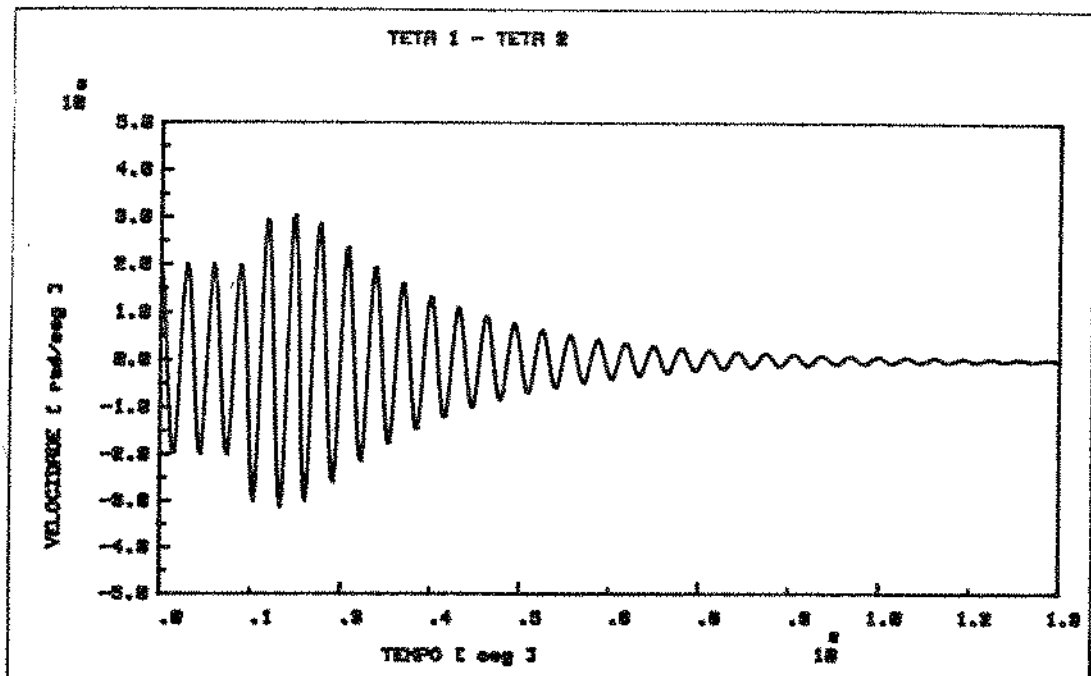


Figura 4.21 - Resposta no tempo de  $\dot{\alpha} = \dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2$  - Exemplo 6.

A título ilustrativo, pode-se ver ainda nas figuras 4.22 e 4.23 a resposta no tempo para  $\dot{\theta}_1$  e  $\dot{\theta}_2$  respectivamente para os exemplos 1 e 2. Nota-se que a velocidade de rotação final da figura 4.23 é maior do que na figura 4.22. Isto implica dizer que ao se reduzir a tensão de alimentação da embreagem, consegue-se um resultado melhor em termos de amortecimento das vibrações torcionais e uma influência menor sobre a velocidade de rotação do sistema.



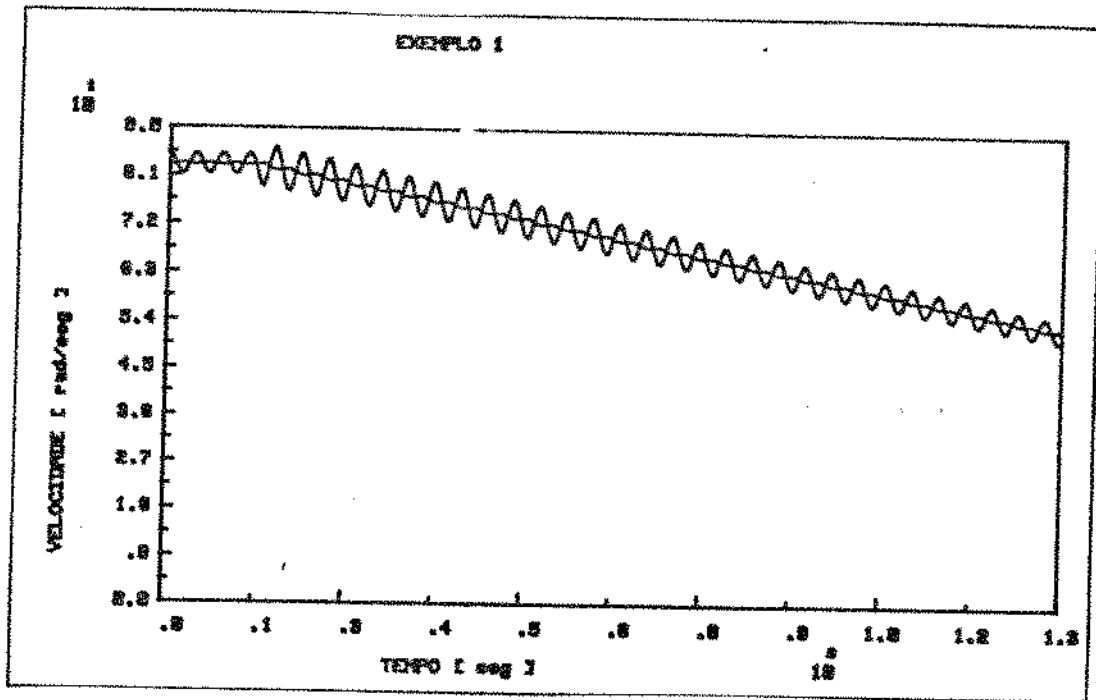


Figura 4.22.

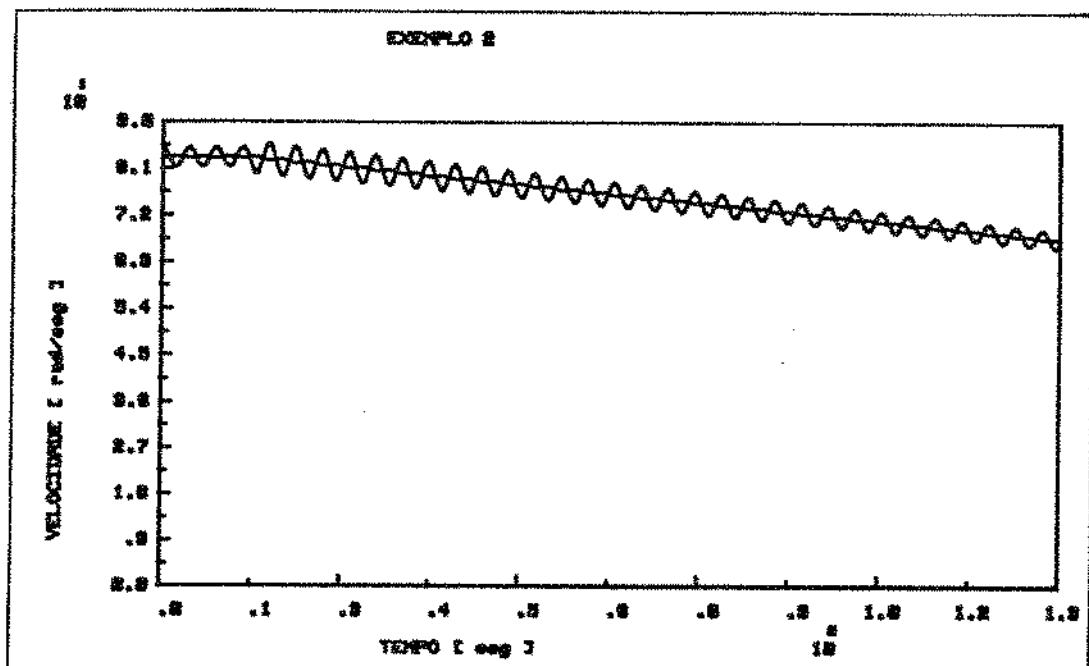


Figura 4.23.

## CAPITULO 5

## ANALISE EXPERIMENTAL

## 5.1. INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta, através de simulações, os efeitos descritos teoricamente no capítulo 4, da interação de uma embreagem eletromagnética em um sistema torcional submetido a um movimento oscilatório.

O método utilizado para se verificar o efeito de amortecimento causado pela ação da embreagem eletromagnética baseia-se na medida do torque em um eixo flexível colocado entre dois discos de inércia.

A figura 5.1 apresenta uma vista geral da bancada utilizada na simulação citada, onde pode-se notar os principais elementos.

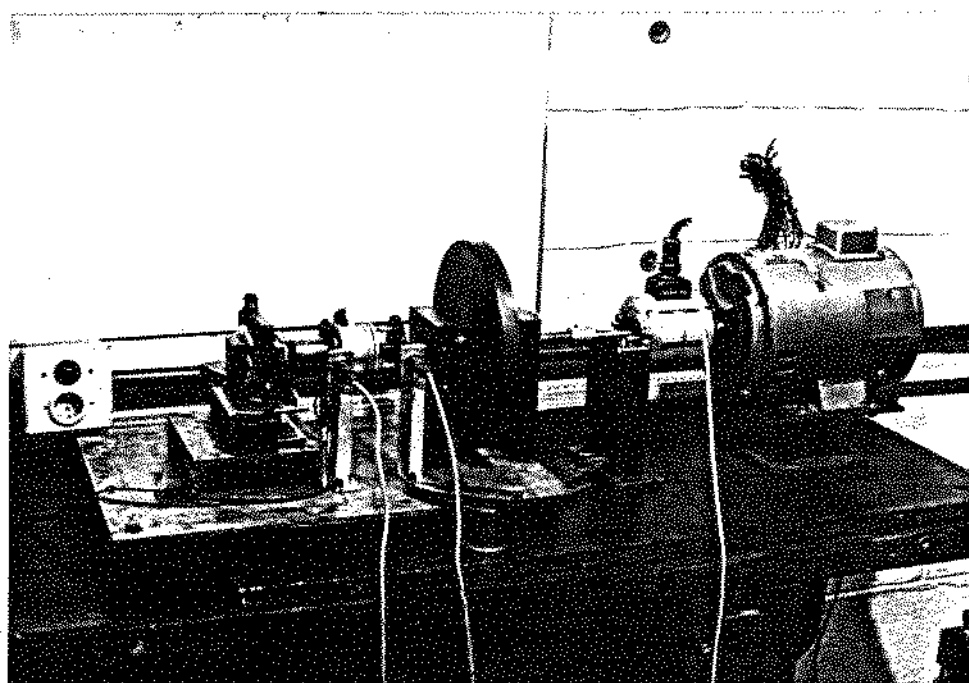


Figura 5.1 - Bancada utilizada para o ensaio.

## 5.2. DIMENSIONAMENTO DO EIXO FLEXÍVEL

Como pode ser visto na figura 5.1, o eixo flexível é o elemento de ligação entre as inércias do motor de corrente contínua e o volante. Além de ser responsável pela rigidez do sistema, o eixo flexível também será utilizado como transdutor para a medição do torque.

Portanto, deseja-se que o eixo seja o mais flexível possível pois quanto menor for a rigidez maior será a sensibilidade do eixo como transdutor.

Supõe-se para o motor de corrente contínua utilizado, marca Leroy-Somer de 0,75 cv e 2000 rpm, que torque máximo fornecido ao sistema seja de 5 N.m. Da resistência dos materiais sabe-se que:

$$\bar{\tau} = \frac{M_t}{W_t} \quad (5.1)$$

onde:  $M_t$  = momento de torção do eixo

$W_t = \frac{\pi d^3}{16}$  - módulo de resistência à torção

$\bar{\tau}$  = tensão de cisalhamento admissível

Adotando-se para o aço utilizado (1010 ABNT) a tensão de cisalhamento admissível  $\bar{\tau} = 100$  MPa, chega-se ao diâmetro mínimo de 6,3 mm, válido para cargas estáticas.

Também, da resistência dos materiais, pode-se tirar o valor do ângulo de torção para o eixo.

$$\phi = \frac{M_t \cdot \ell}{I_p \cdot G} \quad (5.2)$$

sendo:  $\ell$  = comprimento total do eixo

$I_p = \frac{\pi d^4}{32}$  - momento polar de inércia

$G$  = módulo de elasticidade transversal.

Da equação 5.2 pode-se tirar o valor da rigidez para o eixo pois, a equação

$$M_t = \frac{G \cdot I_p}{\ell} \cdot \phi \quad (5.3)$$

é análoga a  $M_t = k_t \cdot \phi$ , onde  $k_t$  é a rigidez torcional do eixo. Portanto

$$k_t = \frac{G \cdot I_p}{\ell} \quad (5.4)$$

Adotando-se os seguintes valores:

$$\ell = 130 \text{ mm}$$

$$d = 7,2 \text{ mm} \text{ (} d > 6,3 \text{ mm com uma margem de segurança de 40\% da tensão admissível para cargas dinâmicas.)}$$

$$G = 7,91 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2 \text{ para o aço 1010}$$

Obtêm-se o valor de 160,5 N.m/rad para a rigidez torcional do eixo. Note que este valor foi o mesmo utilizado nas simulações em computador feitas no Capítulo 4.

### 5.3. MEDIDA DO TORQUE

A deformação do eixo dimensionado no item 5.2, foi monitorada através de extensômetros elétricos convenientemente colados ao eixo e ligados em circuito de ponte de Wheatstone. O condi

cionamento dos sinais do circuito foi feito por uma ponte amplificadora Philips modelo PR.9330. Devido a rotação do eixo, a transmissão dos sinais da ponte amplificadora para o eixo e vice-versa, foi feita através de um coletor Himmelstein modelo MCRT 6-02 o qual opera com transformadores rotativos.

A figura 5.2 mostra o eixo utilizado com os extensôme tros colados. Na figura 5.3 pode-se ver o detalhe do eixo ligando o volante de inércia ao motor c.c com o coletor de transformador rotativo instalado.

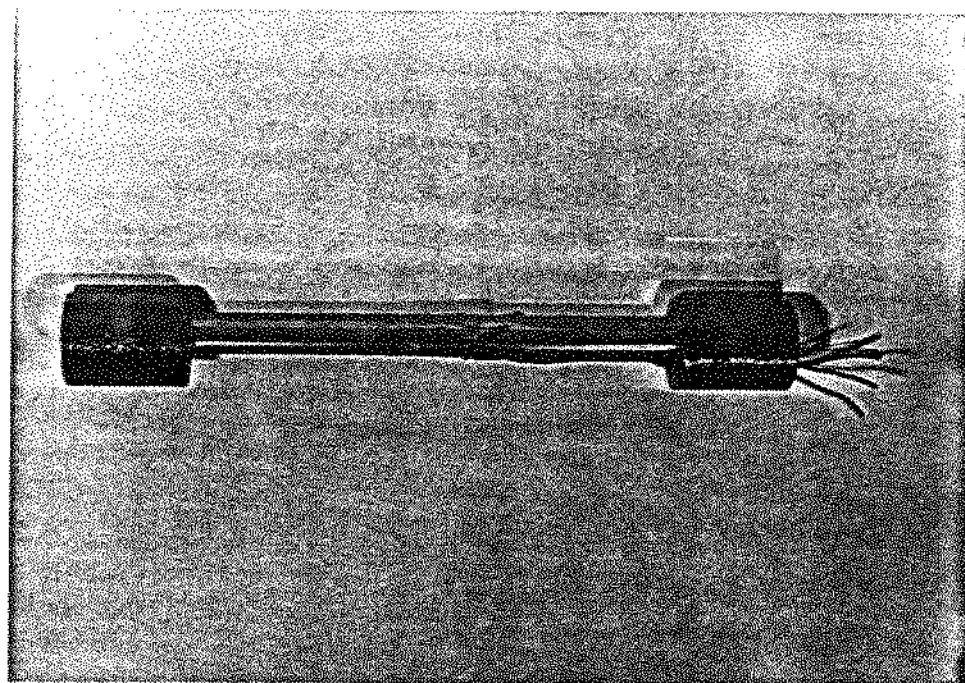


Figura 5.2 - Eixo utilizado na montagem experimental com extensôme tros colados.

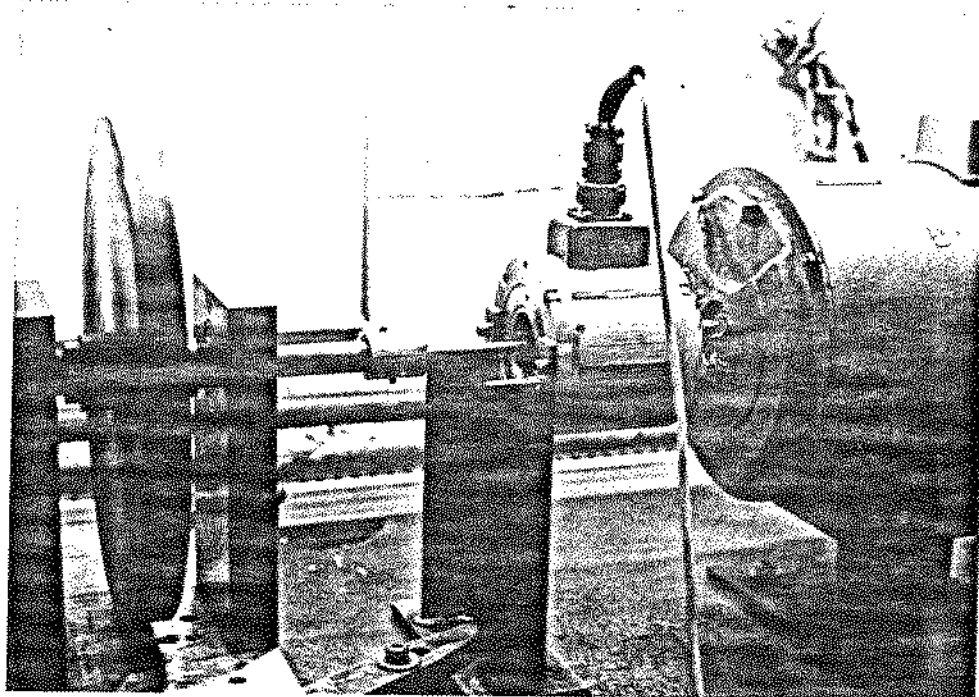


Figura 5.3 - Detalhe do coletor de transformador rotativo utilizado na montagem experimental.

Os extensômetros foram colocados em dois pontos  $O_1$  e  $O_2$  diametralmente opostos. Em cada um dos pontos foram colados dois extensômetros, cada um deles formando um ângulo de  $45^\circ$  com a direção do eixo.

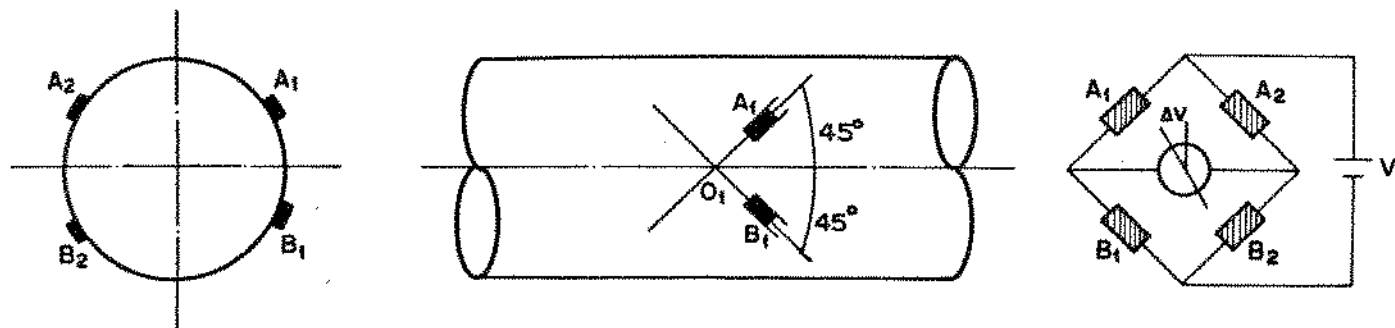


Figura 5.4 - Medida do torque através de extensômetros.

A figura mostra a disposição dos extensômetros  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$  e  $B_2$ , colados ao eixo e sua posição na ponte de Wheatstone. Os extensômetros utilizados foram os de número SA-06-125TH-120 de fabricação da Micro Measurements.

A equação que fornece o torque, em função da tensão de saída da ponte amplificadora é dada por [21]:

$$M_t = \frac{E \pi d^3}{16.V.k (1+\mu)} \cdot \Delta v \quad (5.5a)$$

onde:  $E = 20,6.10^{10} \text{ N/m}^2$  - módulo de elasticidade

$\mu = 0,3$  - coeficiente de Poisson

$V = 4000\text{mV}$  - tensão de alimentação da ponte de Wheatstone

$k = 2,005$  - fator do extensômetro utilizado.

Portanto, 5.5 torna-se para o eixo utilizado.

$$M_t = 1,45 \Delta v \quad [\text{N.m}] \quad (5.5b)$$

para  $\Delta v$  dado em mV

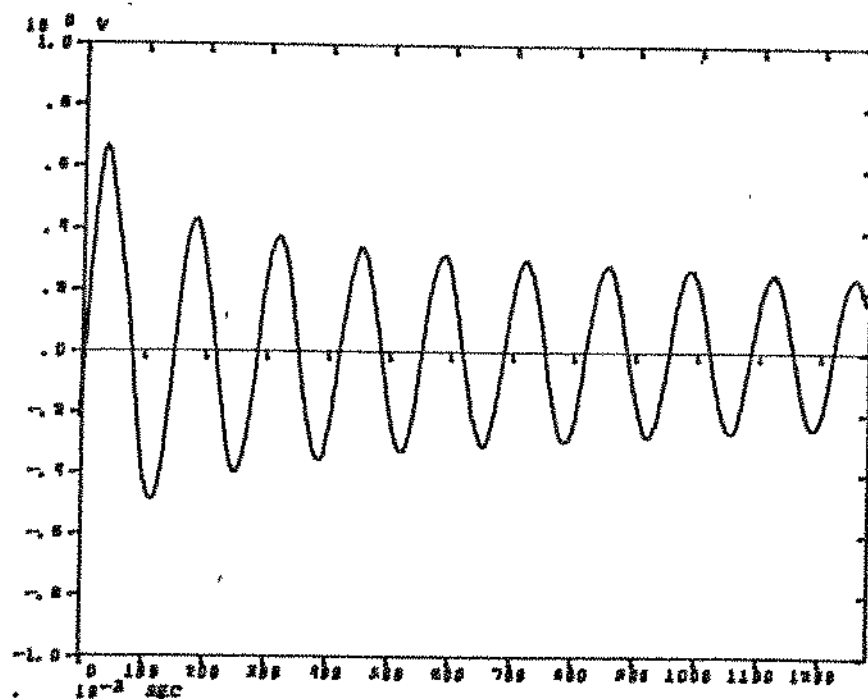
#### 5.4. VERIFICAÇÃO DAS INÉRCIAS

Com o objetivo de se levantar a inércia do motor de corrente contínua utilizado, realizou-se o ensaio descrito no capítulo 3, item 3.5. Basicamente o ensaio consiste em deixar o sistema vibrar livremente dando-lhe uma condição inicial, e registrando o sinal de saída da ponte amplificadora. O sinal da ponte amplificado foi enviado ao sistema HP-5451C-Fourier Analyser com o objetivo de se registrar o sinal no tempo e seu respectivo espectro.

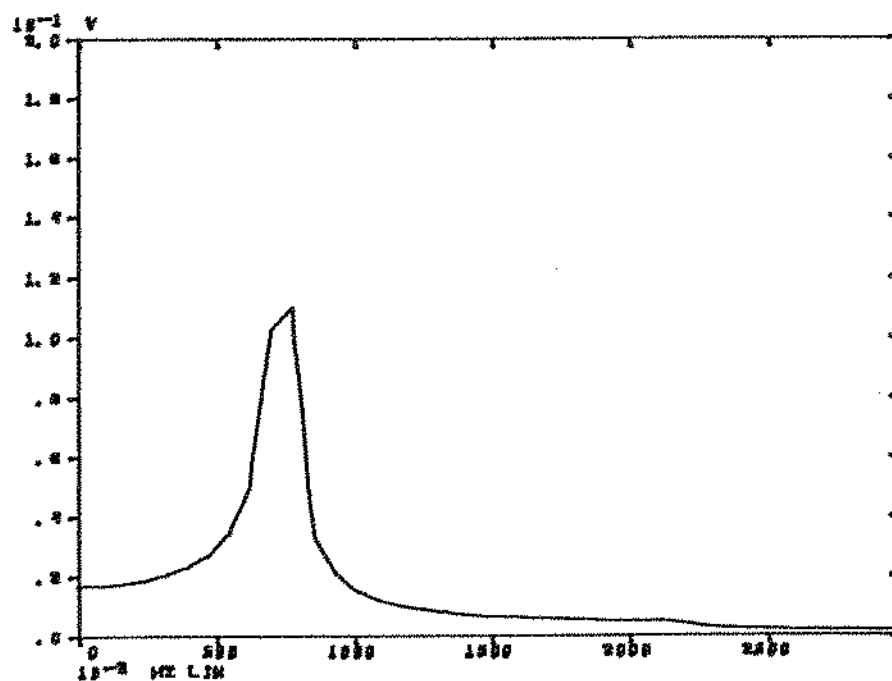
O ensaio se divide em duas partes. A primeira é quando a inércia do motor é travada e é dado um impulso ao volante. Desta forma pode-se verificar o valor da constante  $k_t$  calculada no item 5.2.

O gráfico no tempo e seu respectivo espectro podem ser

vistos na figura 5.5.



(a)



(b)

Figura 5.5 - Sinal do torque medido para o sistema eixo-volante.  
(a) no tempo; (b) respectivo espectro.



A frequência natural medida para o sistema eixo-volante foi de 7,34 Hz. Esta frequência também pode ser calculada utilizando-se o valor da inércia do volante (equação 3.6)  $I_v = 7,45 \cdot 10^{-2} \text{ kg.m}^2$  e da rigidez do eixo (equação 5.4)  $k_t = 160,5 \text{ N.m/rad}$ .

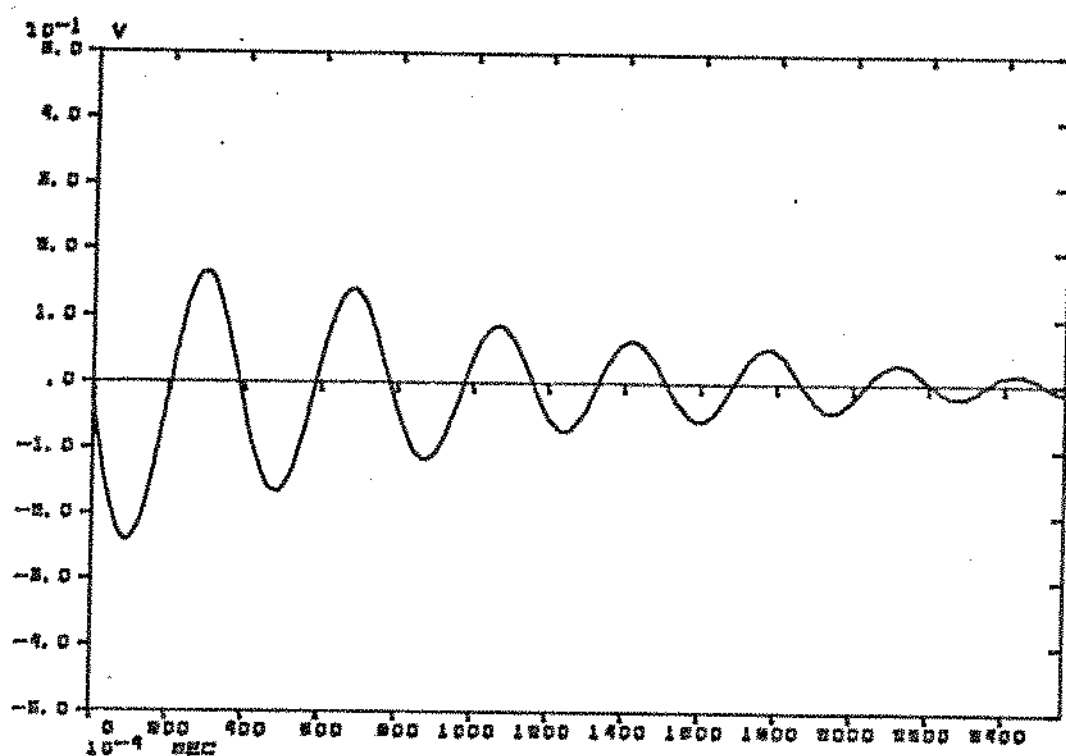
$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_t}{I_v}} = 7,39 \text{ Hz} \quad (5.6)$$

O erro entre o teórico e o experimental foi de 0,68% que é bastante satisfatório.

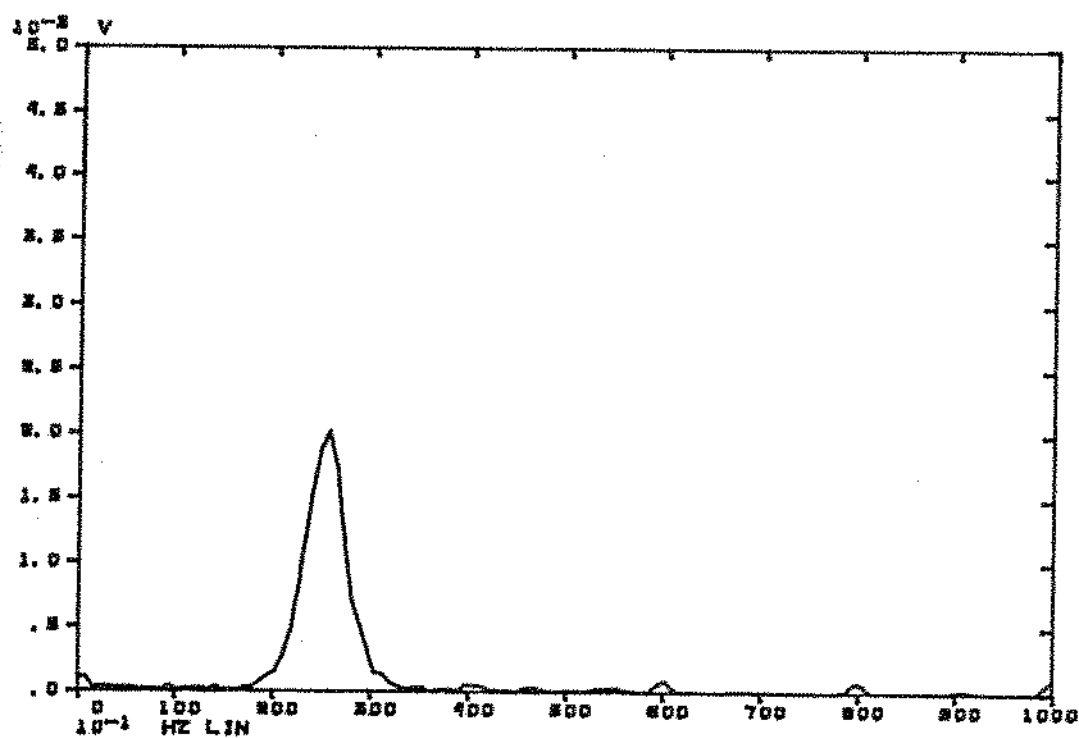
Conhecida a rigidez do eixo e seu valor comprovado experimentalmente, pode-se passar a segunda etapa do ensaio, onde desta vez o volante foi travado e dado uma condição inicial em velocidade à inércia do motor. Os gráficos no tempo e o respectivo espectro do torque medido pode ser visto na figura 5.6.

A frequência natural medida foi de 25,4 Hz. De posse deste valor e fazendo-se uso da equação 5.6, chega-se ao valor da inércia do motor de corrente contínua utilizado.

$$I_{cc} = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$



(a)



(b)

Figura 5.6 - Sinal do torque medido para o sistema eixo-motor. (a) no tempo; (b) respectivo espectro.

### 5.5. FREQUÊNCIA NATURAL DO CONJUNTO VOLANTE-EIXO-MOTOR

A frequência natural do conjunto volante-eixo-motor pode ser calculada através da equação 4.6 cujo valor utilizando-se as inércias e rigidez do eixo, será

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_t (I_{cc} + I_v)}{I_v \cdot I_{cc}}} = 26,4 \text{ Hz}$$

Para se verificar este valor experimentalmente, adquiriu-se o sinal do torque quando o conjunto todo estava em operação. Como se está interessado somente na parte alternada do torque, o sinal foi adquirido eliminando-se o seu nível constante (c.c). Na figura 5.7 pode-se ver o sinal no tempo e seu respectivo espectro pode ser visto na figura 5.8.

O valor da frequência medida foi igual a 24,9 Hz diferindo do valor calculado em 5.7%.

O motivo de se ter um erro um pouco dilatado deve-se a alguns fatores, tais como, o valor da rigidez do eixo não ser exatamente o valor calculado, erro de precisão nos valores das frequências (figura 5.5b e 5.6b), etc.

### 5.6. DESCRIÇÃO DO CONJUNTO COMPLETO

No capítulo 4, deu-se uma configuração ao sistema composto pelo eixo flexível, pelas inércias do motor e do volante e pela embreagem eletromagnética acoplando uma terceira inércia  $I_3$ , a qual pode ser vista na figura 4.13 e que foram descritas pelas equações 4.14, 4.15 e 4.16.

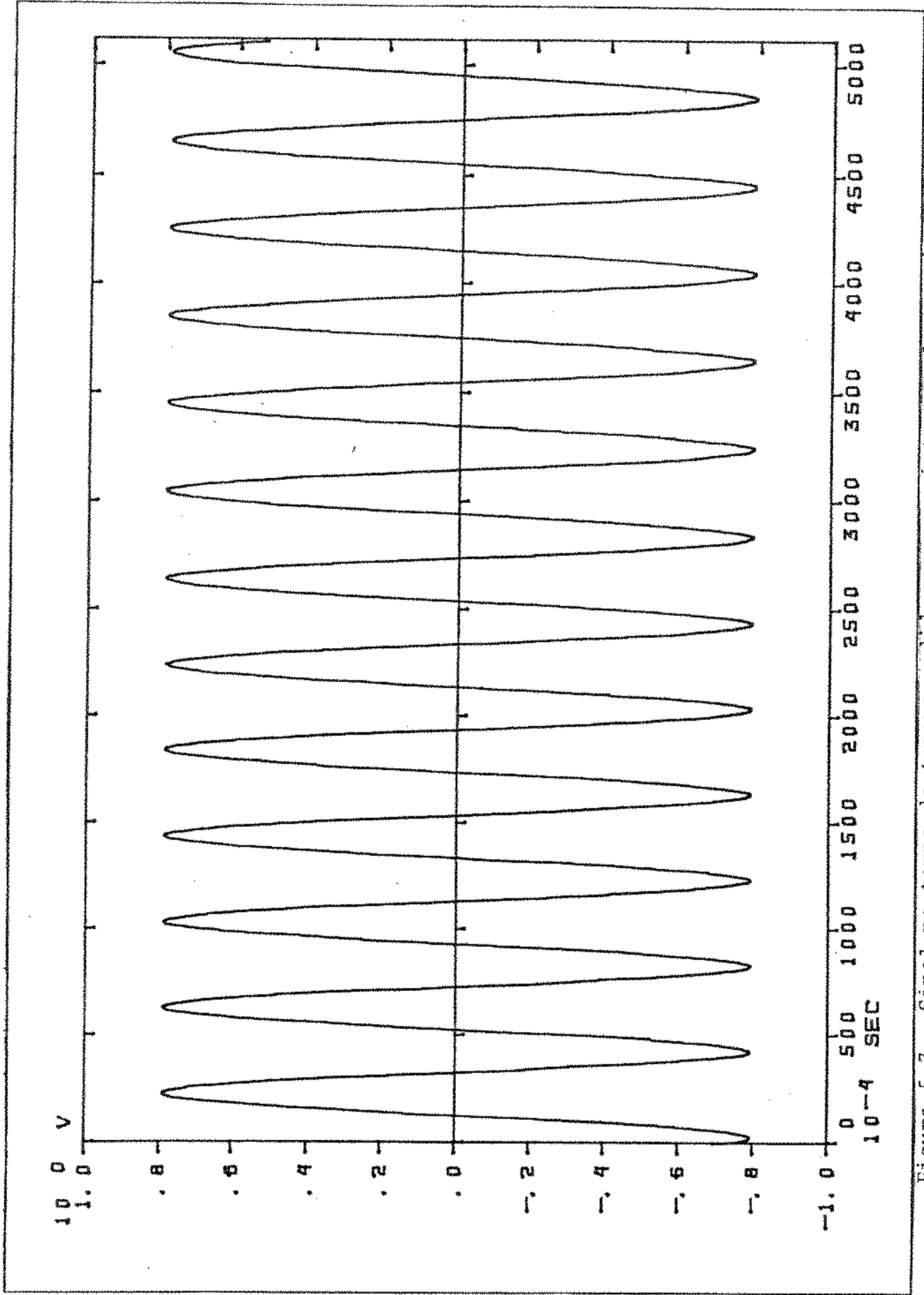


Figura 5.7 - Sinal no tempo do torque medido para o sistema volante-eixo-motor.

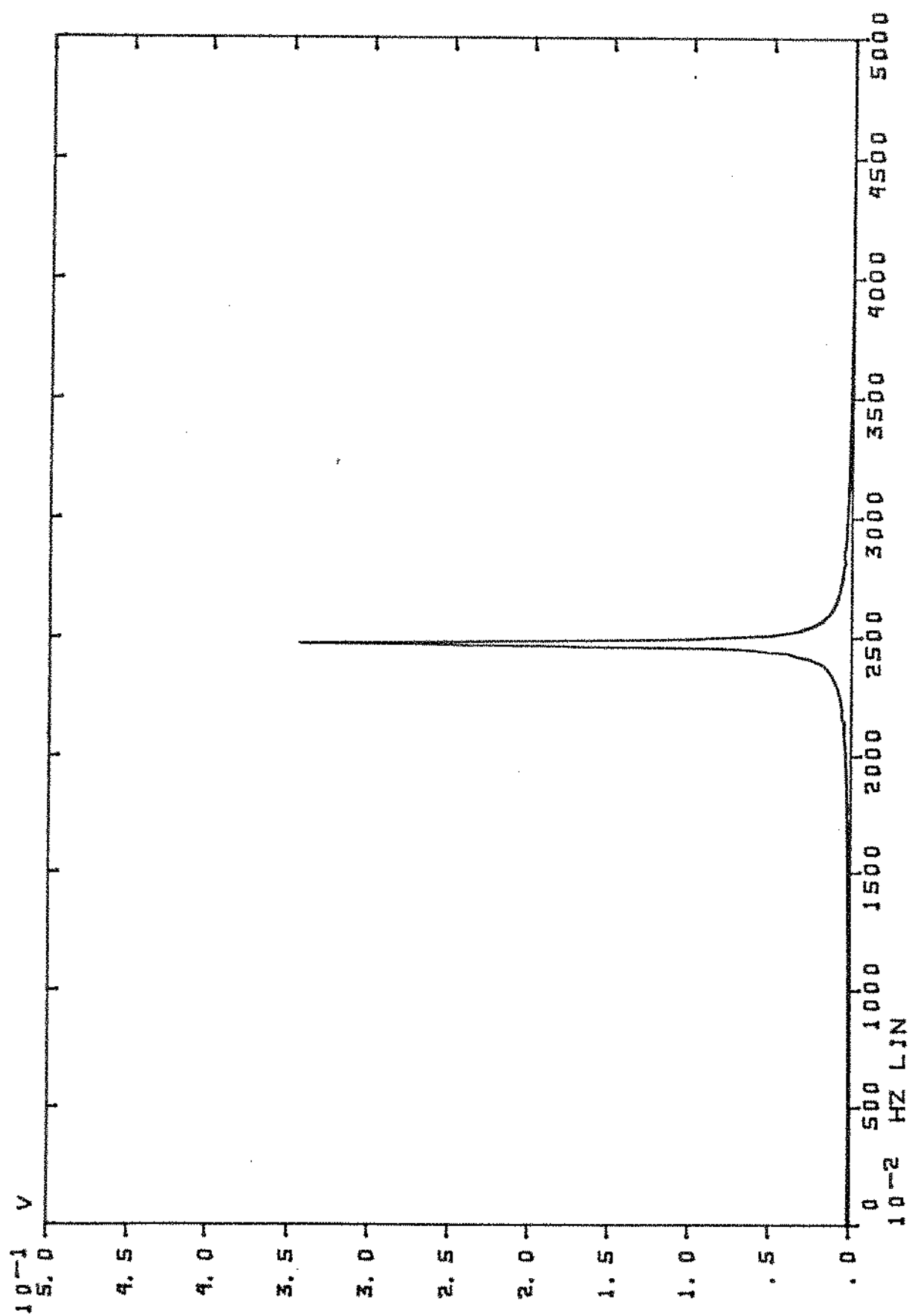


Figura 5.8 - Espectro do torque medido para o sistema volante-eixo-motor.

A montagem experimental do conjunto completo, sofreu algumas variantes por motivo de ordem prática e construtiva.

As figuras 5.9 e 5.10 mostram um esquema da montagem realizada e uma vista do conjunto respectivamente.

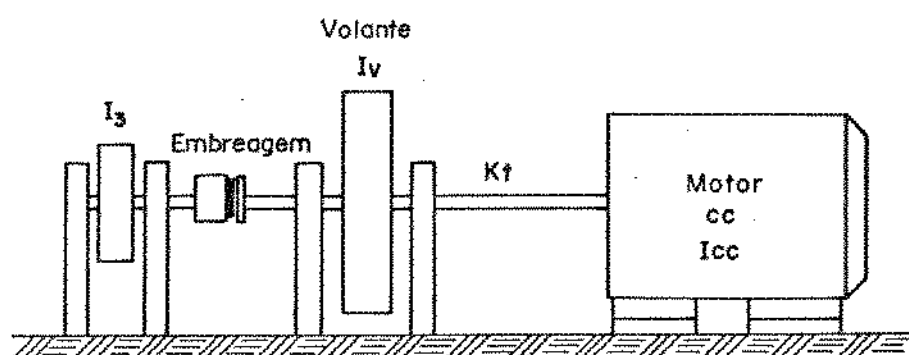


Figura 5.9 - Esquema da montagem realizada.

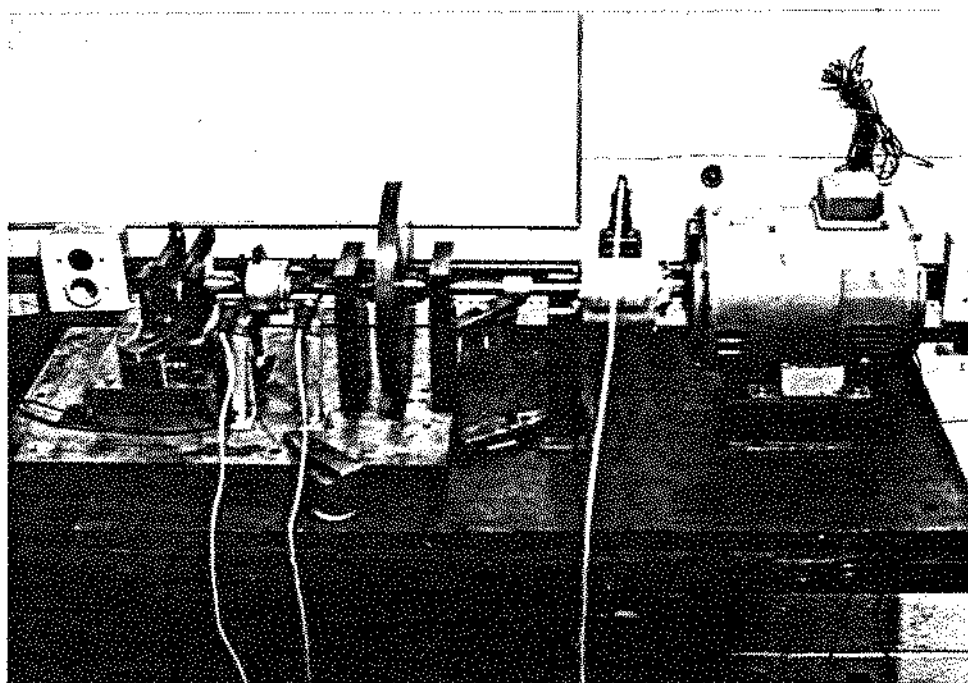


Figura 5.10 - Vista da montagem realizada.

A principal diferença existente entre o modelo teórico e o experimental é que a embreagem é acoplada à inércia do motor no caso teórico. Por motivo do motor utilizado ter somente uma saída, não foi possível de se realizar a mesma configuração vista na figura 4.13. Existe uma grande vantagem em se acoplar a embreagem no lado do motor. Esta vantagem deve-se ao fato da inércia  $I_{cc}$  do motor ser cerca de 12 vezes menor que a inércia do volante. Isto faz com que a ação do amortecedor se torne mais eficiente. Porém, como já foi dito, não foi possível de se realizar.

As figuras 5.11 e 5.12 mostram a inércia  $I_3$  com um freio acoplado a ela. Este freio foi o responsável pelo valor de  $F_{at}$  da equação 4.14 e 4.15. Através do ajuste da pressão exercida pela mola, vista na figura 5.11, pode-se variar a intensidade de  $F_{at}$ .

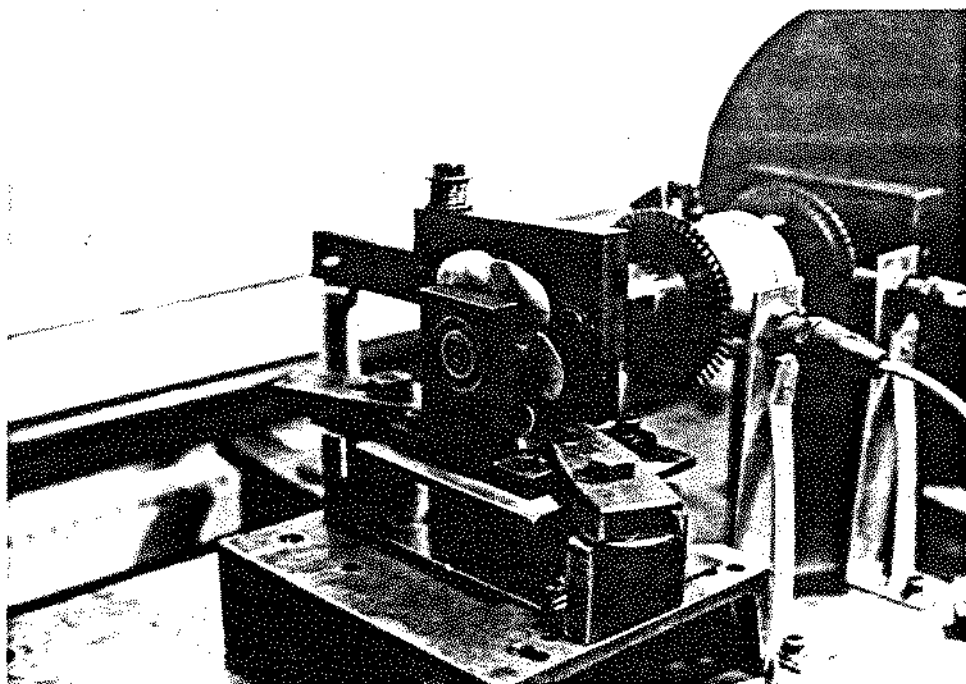


Figura 5.11 - Detalhe da inércia  $I_3$  e do freio.

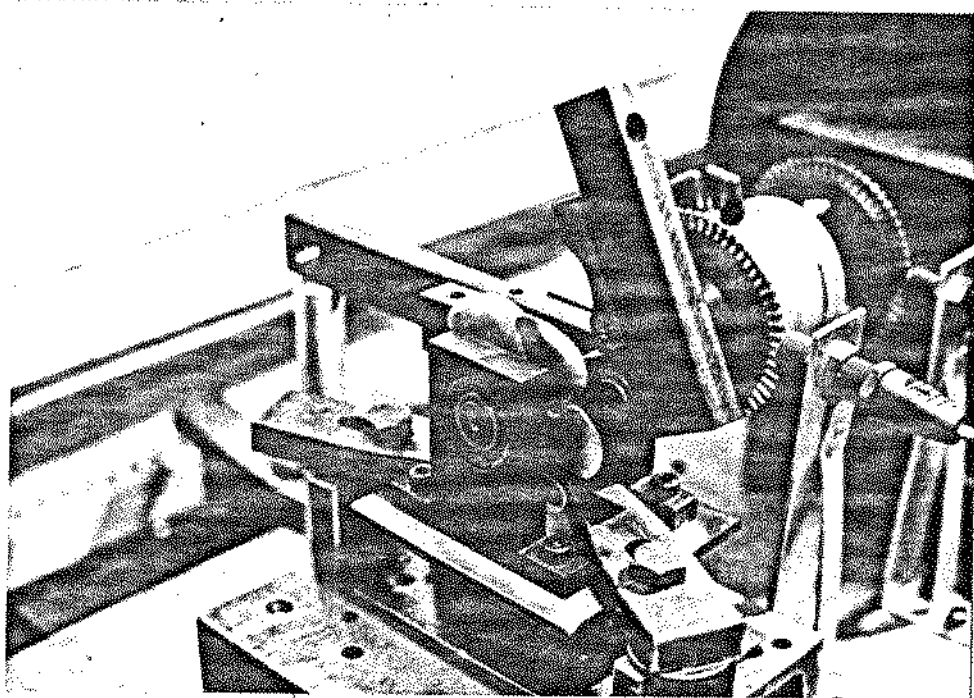


Figura 5.12 - Detalhe do freio de atrito.

Uma vista da embreagem eletromagnética ligando a inércia do volante a inércia  $I_3$  pode ser vista na figura 5.13.

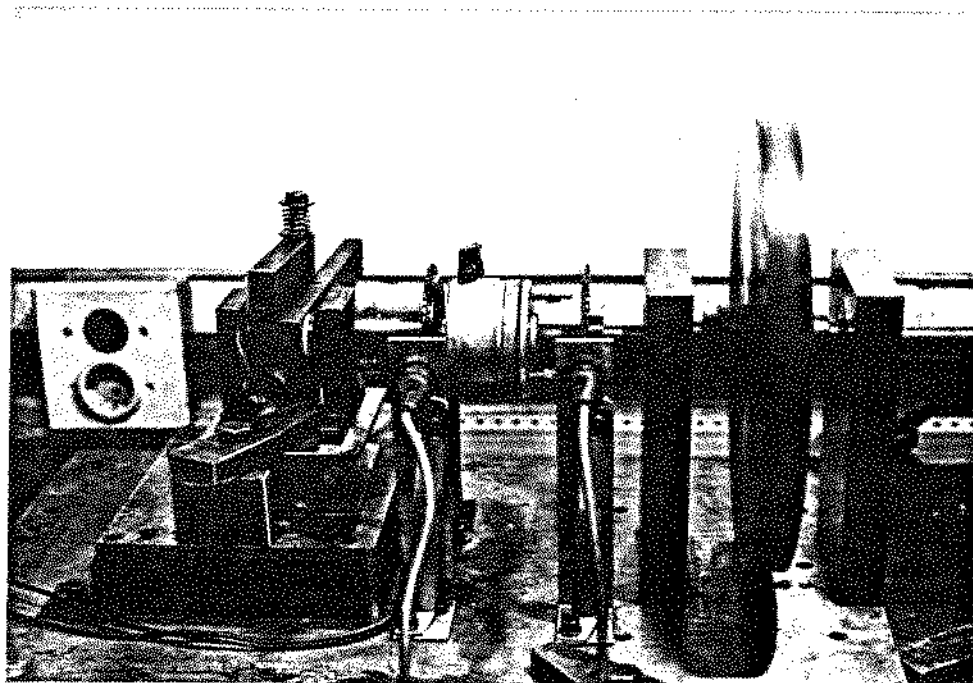


Figura 5.13 - Vista da embreagem eletromagnética.



## 5.7. INSTRUMENTAÇÃO UTILIZADA

Para se registrar os dados obtidos dos experimentos, fez-se uso de um sistema cujo esquema pode ser visto na figura 5.14. A figura 5.15 mostra uma foto da instrumentação utilizada.

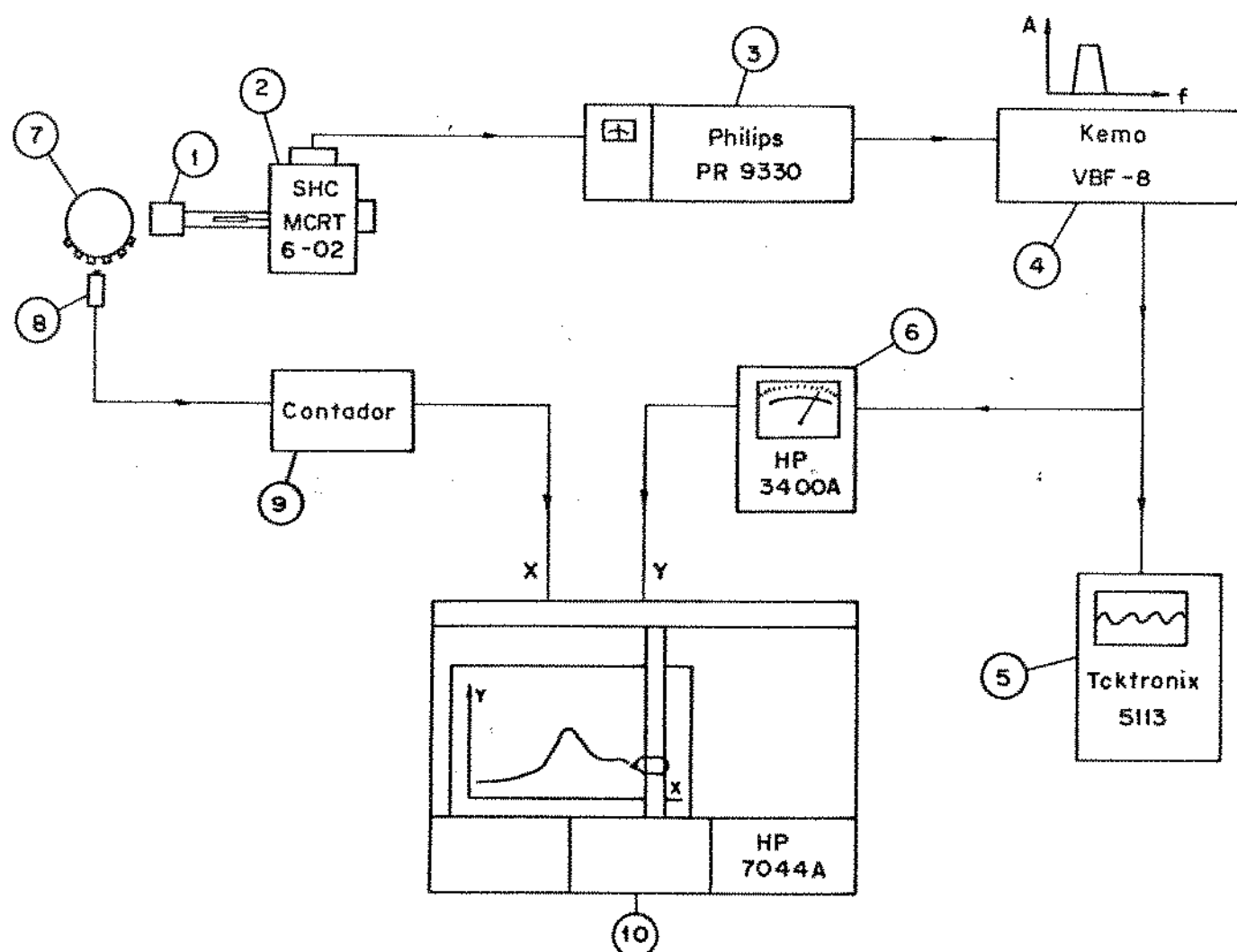


Figura 5.14 - Esquema do conjunto de instrumentação utilizada.

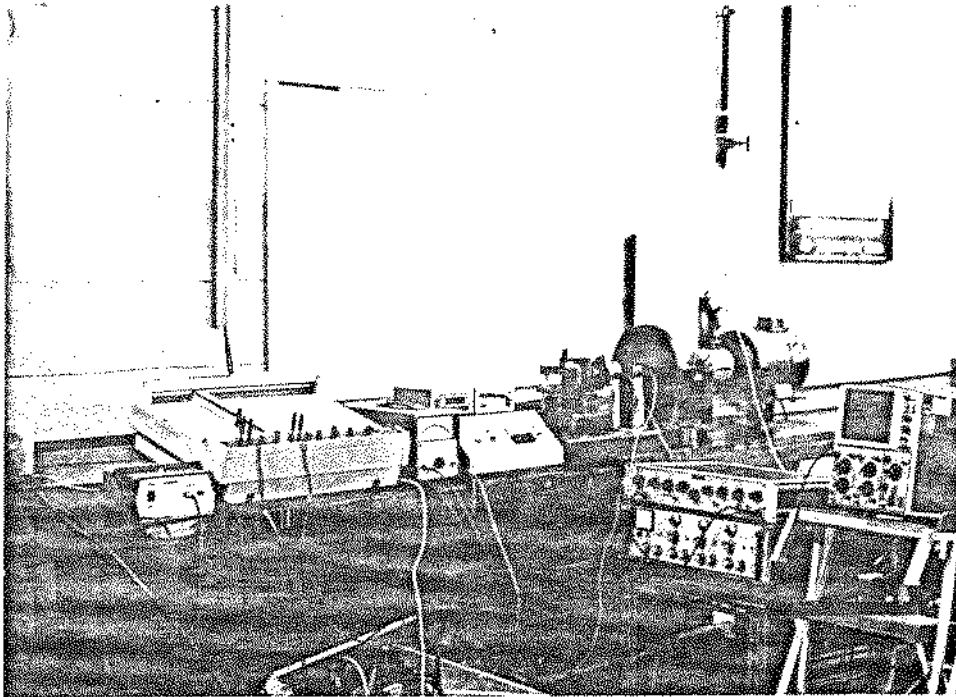


Figura 5.15 - Vista da bancada instrumentada.

No esquema visto na figura 5.14, tem-se:

- (1) - eixo flexível com extensômetros colados.
- (2) - Coletor de transformador rotativo, Himmelstein - MCRT 6-02
- (3) - Ponte amplificadora Philips PR 9330
- (4) - Filtro com um ajuste de passa-banda Kemo - VBF 8
- (5) - Osciloscópio Tektronix 5113
- (6) - Voltímetro RMS (valor eficaz) com saída analógico HP 3400A
- (7) - Roda dentada com 60 dentes solidária a inércia do volante
- (8) - Sensor de proximidade
- (9) - Contador com saída analógica
- (10)- Registrador X-Y HP-7044A

## 5.8. METODOLOGIA DO ENSAIO

Basicamente os ensaios resumem-se no registro do torque medido em função da velocidade de rotação do conjunto.

A metodologia seguida foi a seguinte:

O sinal dos extensômetros colados ao eixo (1), foram colhidos através do transformador rotativo (2). Este sinal foi condicionado em ponte amplificadora (3) conforme já foi descrito no item 5.3.

Este sinal, proporcional ao torque, tem a característica de ter um nível constante somado a um nível alternado. Como se está interessado somente no nível alternado, ou seja, na vibração imposta ao eixo, utilizou-se um filtro passa-banda (4) com frequências de corte ajustadas em 2 Hz passa alto e 35 Hz passa-baixo. Assim eliminou-se o nível constante do torque e eventuais ruídos que poderiam atrapalhar nos registros.

Da saída do filtro, o sinal do torque alternado foi enviado a um osciloscópio (5) para monitoramento e para um voltímetro RMS (6) com saída analógica.

Desta maneira, registrou-se no eixo y do registrador x-y (10) o valor médio quadrático do torque alternado que passa pelo eixo elástico.

No eixo x do registrador x-y registrou-se a saída analógica do contador (9) a qual tem seu valor proporcional à rotação do volante dado em rotações por minuto (rpm).

Ainda que se tenha registrado o torque em função da velocidade de rotação, deve-se esclarecer que a frequência de oscilação do eixo foi praticamente constante ao longo de todo o ensaio e igual a 24,9 Hz que é a frequência natural do conjunto. A amplitude de oscilação do eixo é que variou em função da velocidade.

## 5.9. ENSAIOS REALIZADOS

Inicialmente, colocou-se o sistema composto pelo volante, eixo flexível e motor c.c para girar na velocidade máxima. Depois, excitou-se o sistema desligando o motor subitamente, deixando-se cair a velocidade livremente e registrando-se o valor RMS do torque contra a velocidade de rotação.

Procedendo-se desta maneira, realizou-se os seguintes ensaios:

- 1º - Figura 5.16a - Deixou-se cair a velocidade do sistema livremente.
- 2º - Figura 5.16b - Uma vez atingida a velocidade máxima, acoplou-se a embreagem com uma determinada força de atrito ( $F_{at}$ ) e em seguida desligou-se o motor.
- 3º - Figura 5.16c - Análogo ao segundo caso, aumentando-se a força  $F_{at}$

Observando-se a figura 5.16 nota-se que a amplitude máxima do 3º caso é menor que a do 2º e que por sua vez, é menor que a do primeiro. Porém, em todos os 3 casos, a tensão de alimentação da embreagem foi sempre igual a 24 V, que é a tensão nominal e mesmo com o valor máximo de  $F_{at}$  não foi possível de se simular o escorregamento.

Logicamente o atrito da inércia  $I_3$  faz com que o sistema fique amortecido. Porém, deve-se acrescentar o fato que o tempo de queda da velocidade no 1º caso foi de 61 segundos, no segundo caso foi de 20 segundos e finalmente no terceiro caso foi de 10 segundos.

O que se fez nestas 3 primeiras simulações, foi simplesmente colocar uma carga no sistema, fazendo com que se ultrapassasse um ponto crítico mais rapidamente. Este fato também contribui para que a amplitude no 3º caso por exemplo seja menor do que no 2º caso.

Desta maneira, deu-se continuidade aos seguintes ensaios:

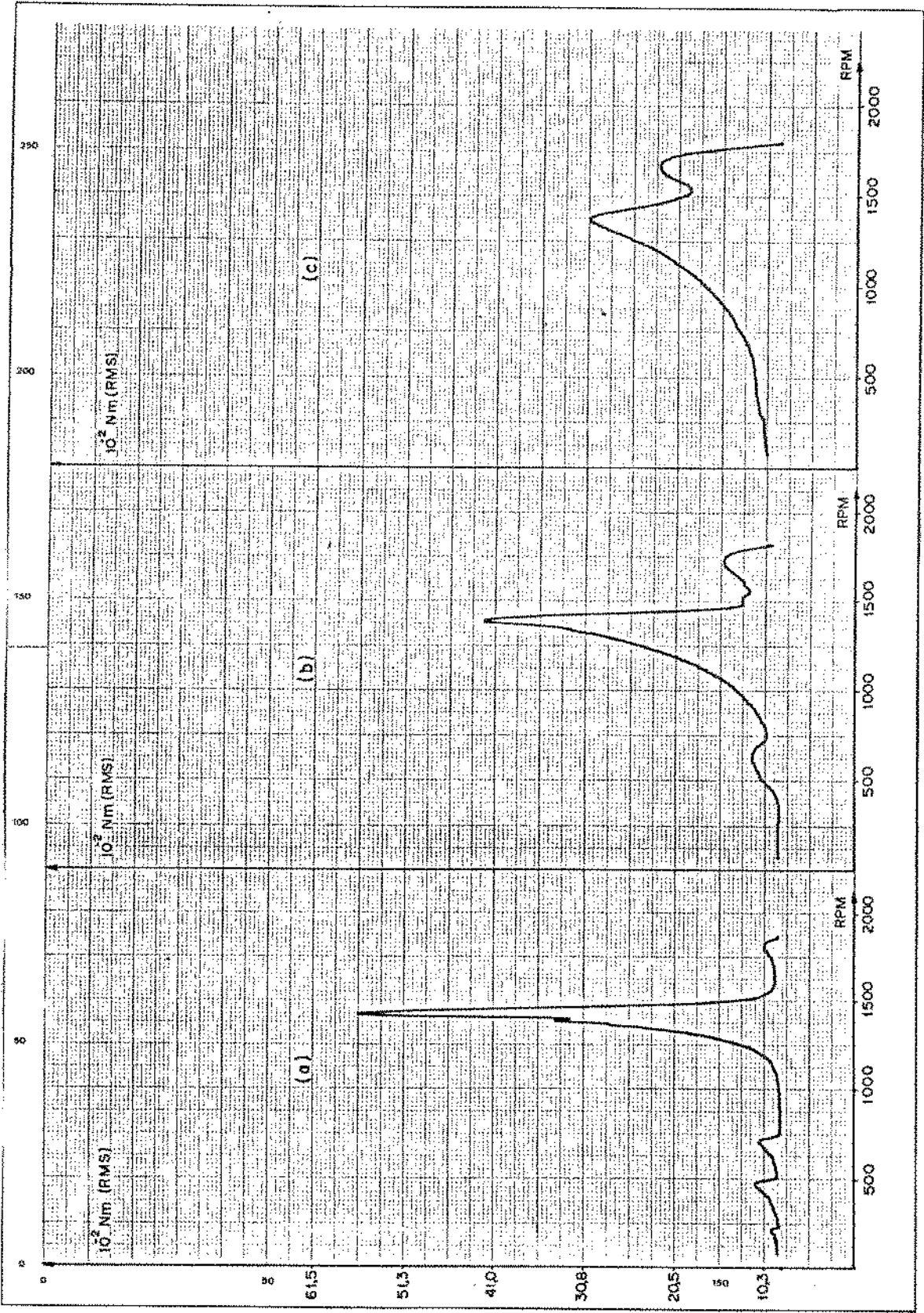


Figura 5.16 - Torque x rotação: (a) sem acoplamento da embreagem - 1  caso; (b) com embreagem e  $F_{at}$  - 2  caso; (c) com embreagem aumentando-se  $F_{at}$  - 3  caso.

- 4º - Figura 5.17a - Análogo ao 2º caso com uma determinada força de atrito ( $F_{at}$ )
- 5º - Figura 5.17b - Mantendo-se a força de atrito ( $F_{at}$ ) constante, reduziu-se a tensão de alimentação da embreagem para 14 V.
- 6º - Figura 5.17c - Semelhante ao 5º caso, reduzindo-se mais ainda a tensão de alimentação da embreagem para 9 V.

Observa-se agora na figura 5.17 uma acentuada atenuação da amplitude no 6º caso.

Para estes ensaios, o tempo de queda da velocidade foi igual a 11 segundos para o 4º caso, 13 segundos para o 5º caso e 14 segundos para o 6º caso. Ora, isto é exatamente o que já havia sido observado ao capítulo 4. Apesar de se ter um amortecimento maior, tem-se uma influência menor na velocidade de rotação do sistema.

Este fato pode ser constatado comparando-se o quarto caso com o sexto. O tempo de queda no sexto caso foi maior com um amortecimento também maior. Um fato bastante relevante quando se compara os dois casos é que no quarto caso não ocorreu deslizamento. Já no 6º caso o deslizamento foi evidente.

Nesta mesma sequência de ensaios, realizou-se mais duas simulações, cuja diferença com os demais casos anteriores reside no fato da embreagem eletromagnética somente ser acionada no instante em que se passa por um ponto crítico.

- 7º - Figura 5.18 - Queda de velocidade sem a embreagem e com a embreagem acionada na rotação de 1550 rpm e desligada em 1000 rpm, com tensão de alimentação nominal igual a 24 V.
- 8º - Figura 5.19 - Da mesma forma que no 7º caso acrescentando-se da curva onde a tensão de alimentação foi igual a 9 V.

Pode-se reparar comparando-se as figuras 5.18 e 5.19 que a repetibilidade dos ensaios realizados foram realmente satisfatória.

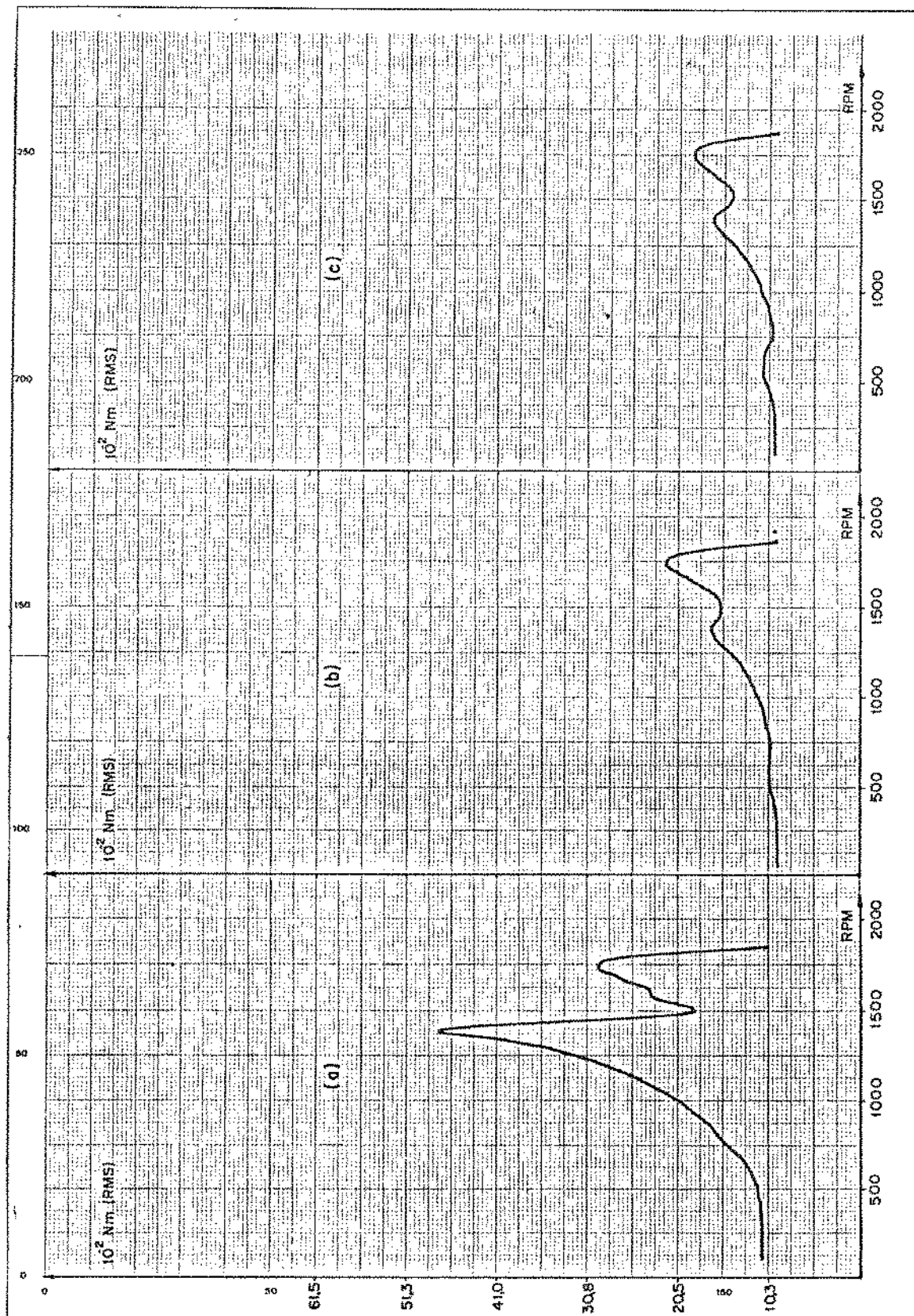


Figura 5.17 - Mantendo-se a força de atrito constante, acoplou-se a embreagem ao sistema com a tensão de alimentação igual a: (a) 24 V - 4º caso; (b) 14 V - 5º caso; (c) 9 V 6º caso.

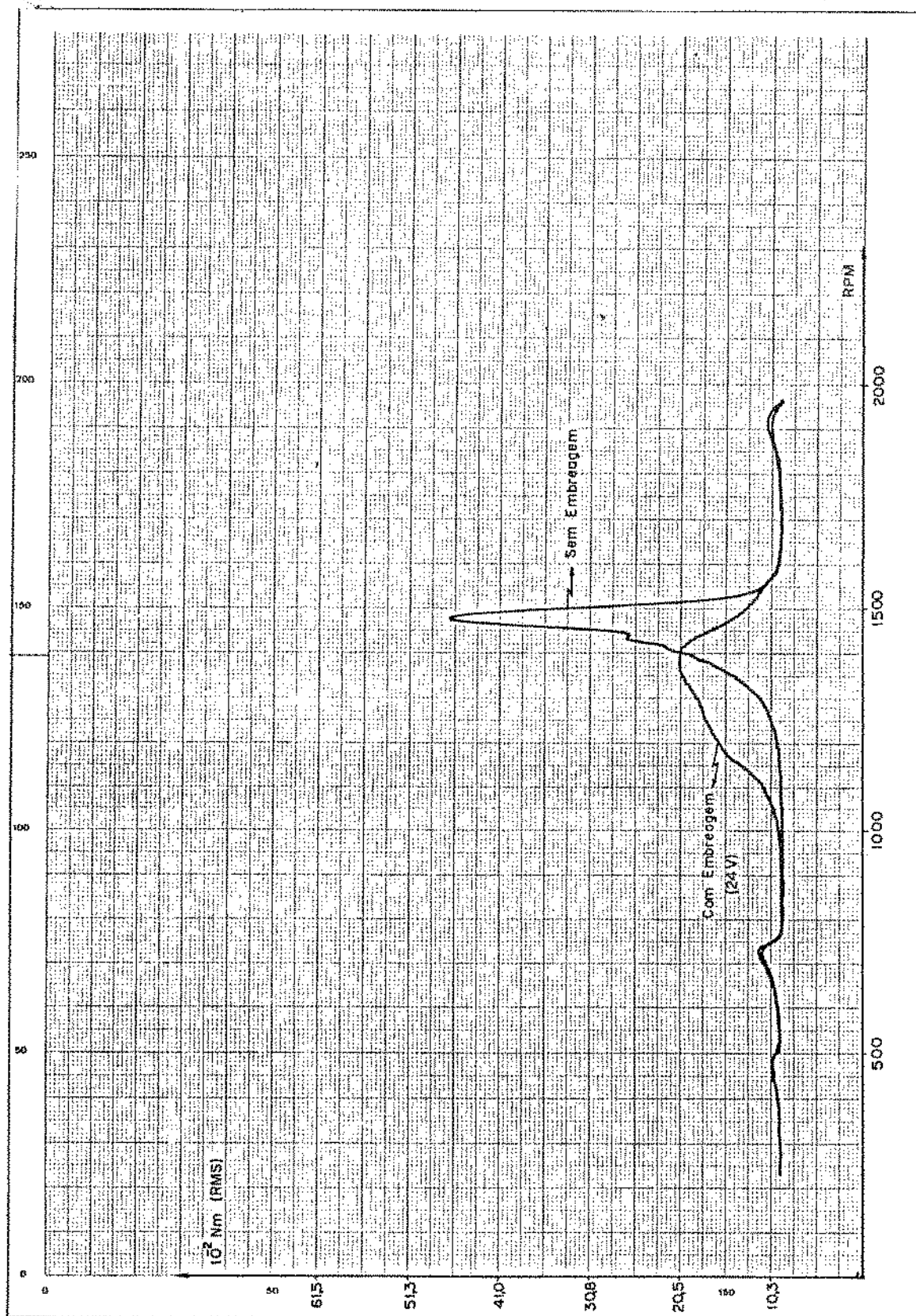


Figura 5.18 - Queda de velocidade com acionamento da embreagem somente entre 1000 e 1500 rpm - 7º caso.



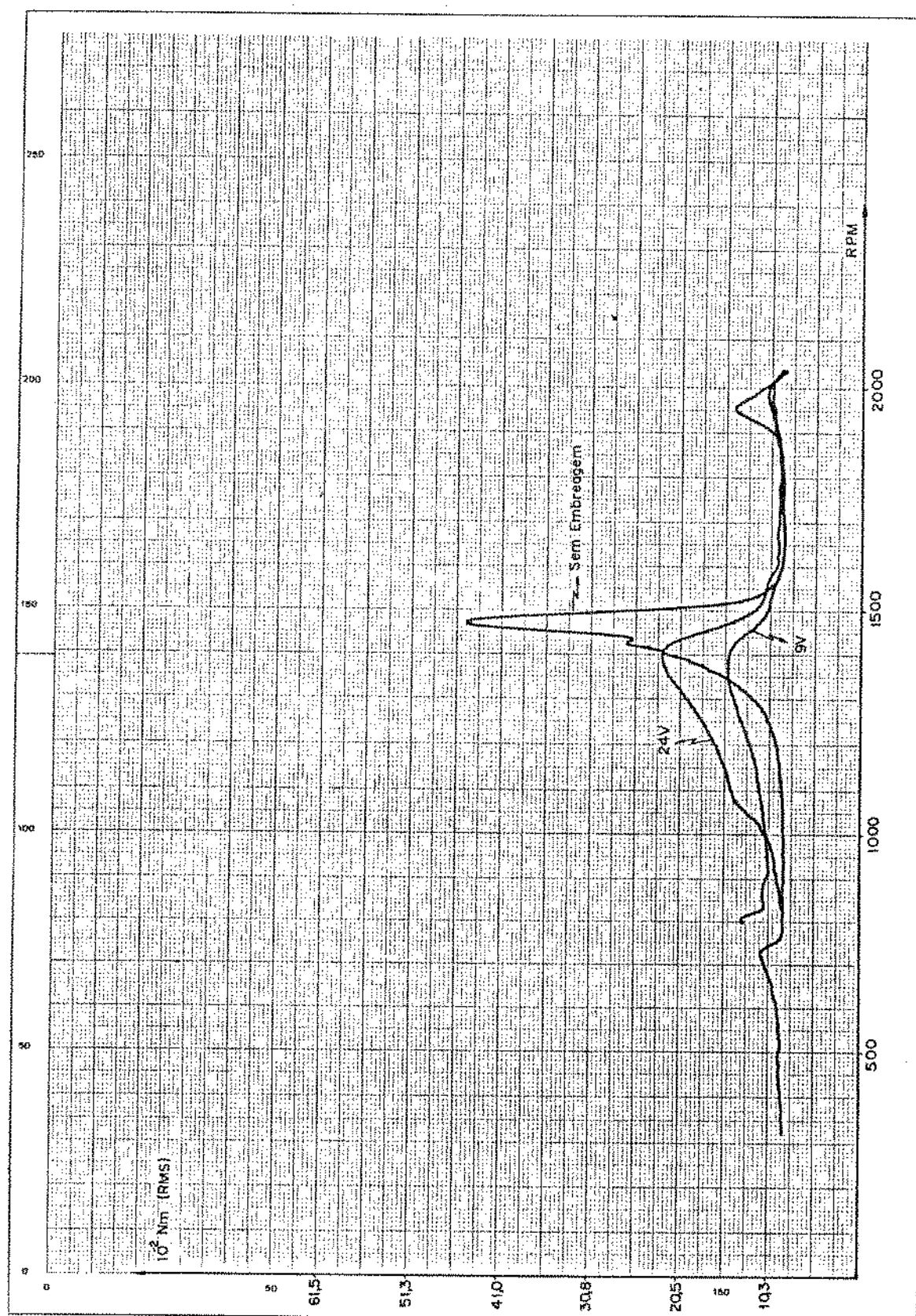


Figura 5.19 - Queda da velocidade com acionamento da embreagem entre 1000 e 1500 rpm com tensão de alimentação iguais a 24 e 9 V.

Todos os ensaios realizados até então, registraram a queda da velocidade. Uma tentativa de se registrar a subida de velocidade, pode ser vista na figura 5.20. Nota-se que o resultado difere em muito da queda de velocidade. Isto porque o acionamento do motor de corrente contínua interfere no resultado. Este acionamento é controlado por um potenciômetro acionado manualmente. Ainda que este acionamento tenha sido o mais lento possível, não se conseguiu deixar de excitar o sistema.

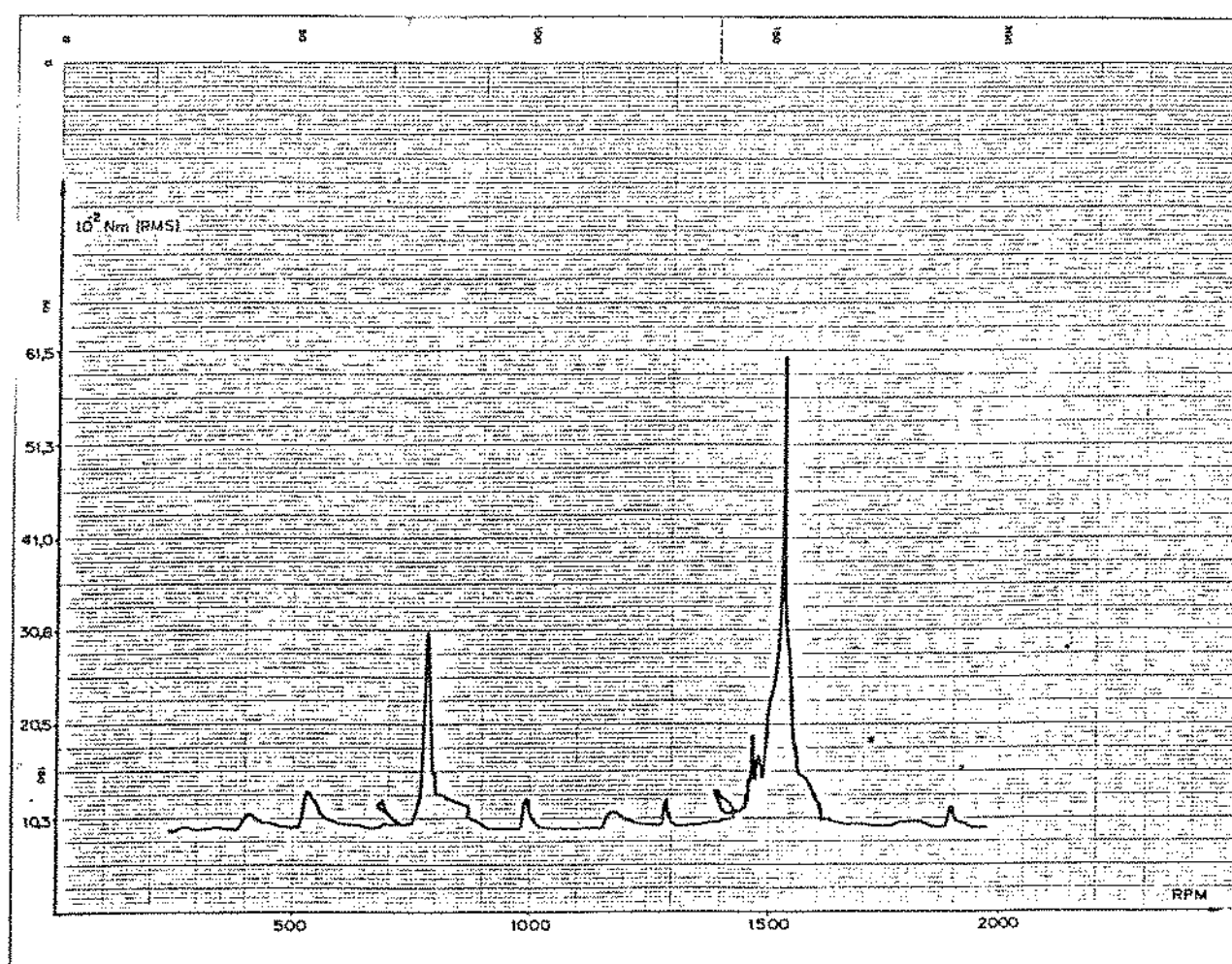


Figura 5.20 - Tentativa de acionamento do sistema.

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi proposta uma forma alternativa para amortecimento das vibrações torcionais baseado no acoplamento de um sistema adicional ao sistema vibratório através de uma embreagem eletromagnética. Entende-se que os resultados apresentados neste estudo preliminar foram satisfatórios.

Como resultados satisfatórios, deve-se entender que o tipo de amortecedor acionado por uma embreagem eletromagnética é viável e apresenta uma eficiência de atuação pelo menos comparável aos métodos tradicionais. Contudo deve-se deixar claro que os ensaios realizados são preliminares e tiveram um caráter qualitativo.

Pode-se e deve-se otimizar a curva característica da embreagem se se pretende utilizar este tipo de amortecedor. Ainda que a variação da curva característica da embreagem em função de parâmetros como pressão e temperatura não fosse objetivo, deste trabalho, como já foi dito nos capítulos dois e três, realizou-se outro experimento análogo ao descrito pelo capítulo três, com o objetivo de se conhecer a curva característica da embreagem eletromagnética utilizada quando a tensão de alimentação fosse igual a 12V. Nas figuras 6.1 e 6.2 pode-se perceber a viabilidade desta alternativa, mostrando o caminho a ser seguido no processo de otimização do amortecedor.

Comparando-se as figuras 6.1 e 6.2 com 4.14 e 4.15 onde a tensão de alimentação foi a nominal, ou seja 24 V nota-se a vantagem de se reduzir a pressão entre os anéis atritantes. Para o caso da figura 4.15, o coeficiente B estimado foi de  $2,5 \cdot 10^{-2} \text{ kgm/s}$ . No caso da figura 6.2 um valor aproximado para B é de  $8,0 \cdot 10^{-2} \text{ kgm/s}$ . A redução da tensão para este exemplo resultou em um coeficiente de amortecimento aproximadamente 3,4 vezes maior.

Este resultado já havia sido constatado no capítulo 5 quando realizou-se o caso 8, figura 5.19. Pode-se observar que à medida em que a tensão foi diminuindo, no caso 24, 14 e 9V, aumentava o amortecimento.

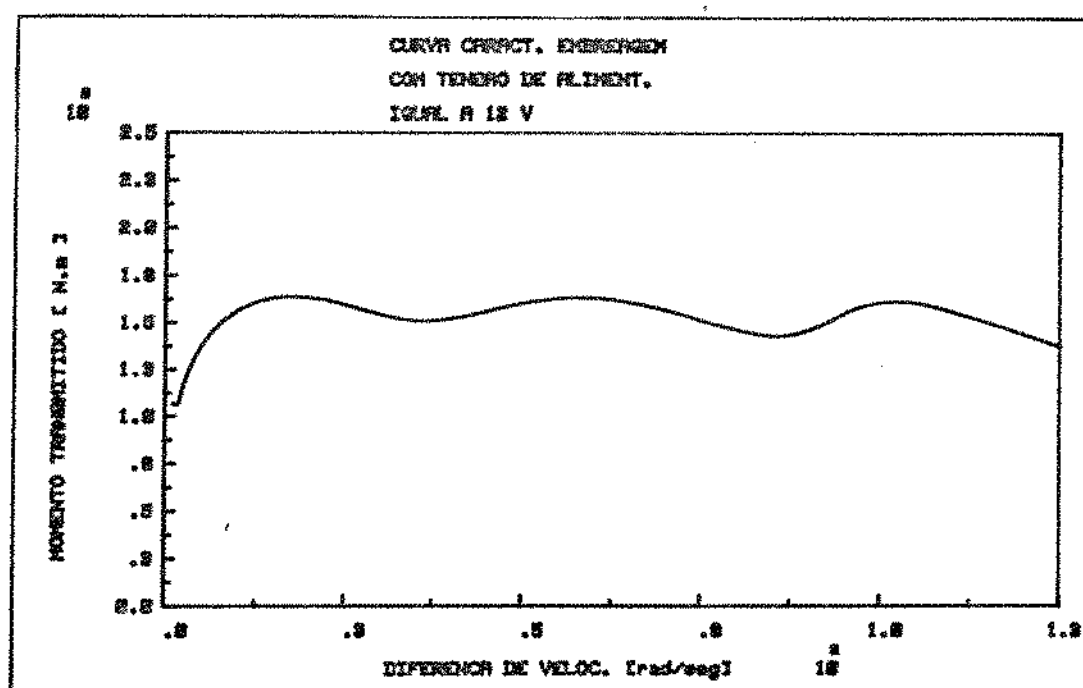


Figura 6.1 - Curva Característica da Embreagem com tensão de Alimentação igual a 12V.

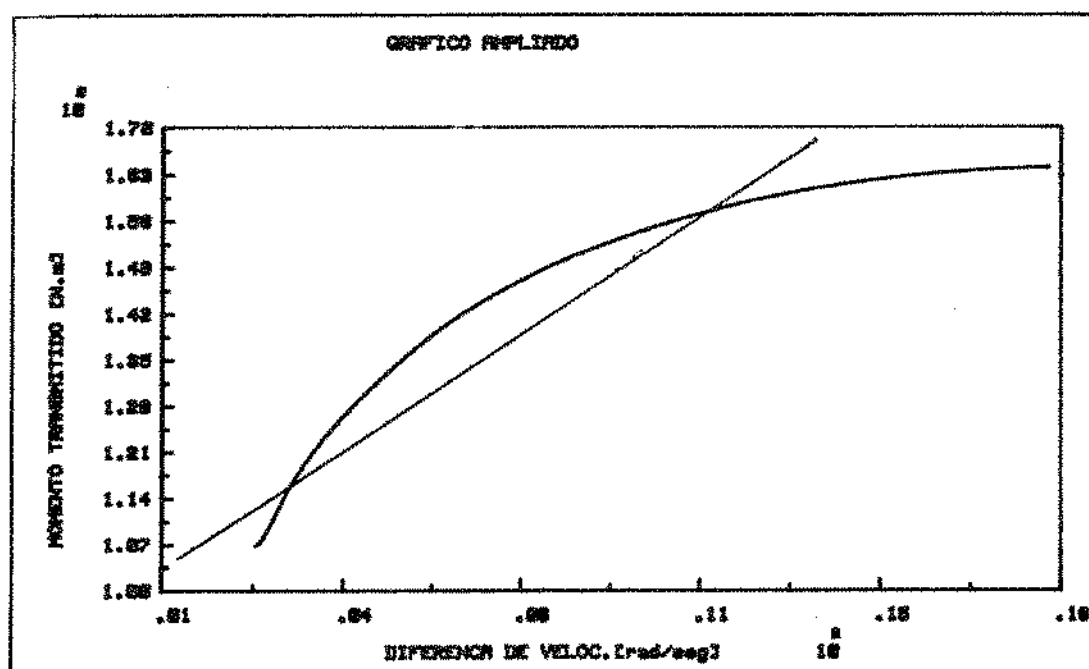


Figura 6.2 - Curva característica da Embreagem Linearizada na Região de interesse.

Porém, comparando-se ainda as curvas 6.1 e 4.14, nota-se que o torque transmitido na figura 4.14 é maior do que da figura 6.1 ao longo de toda sua extensão. Isto implica que o tempo gasto para se atingir a região de interesse ( $0 < \Delta\theta < 18$  rad/s) é menor à medida em que se aumenta a tensão de alimentação. Portanto, deve existir um ponto ótimo para a tensão de alimentação da embreagem o qual deixa-se como sugestão para um futuro trabalho.

Outro problema a ser considerado é a intensidade do momento transmitido no instante do acoplamento. Lembrando o que foi discutido no item 4.5, quanto maior for o momento transmitido no instante em que se acopla o amortecedor, maior será o transiente, e em consequência aumentando ainda mais a amplitude de vibração. Este fato fica evidente quando se compara os exemplos 1 (figura 4.16) e 5 (figura 4.20) no capítulo 4. Comparando-se novamente as figuras 4.14 e 6.1 observa-se que a diminuição da tensão de alimentação de 24 para 12V diminui o valor do transiente no instante do acoplamento, porém não elimina este problema.

Finalmente, com o objetivo de se interferir o mínimo possível na rotação do sistema principal, uma vez que se tenha amortecido as vibrações torcionais, deve-se desacoplar a embreagem. Isto implica em um outro transiente análogo ao que ocorre no instante de acoplamento. Este é um outro problema cuja solução deve caminhar novamente para uma variação na tensão de alimentação da embreagem.

O presente trabalho deverá ser continuado sugerindo-se que após a otimização da curva característica da embreagem em termos da tensão de alimentação e mesmo de outros materiais para as superfícies atritantes, construa-se um sistema de controle realimentado pelo nível de vibração torcional medido em algum ponto crítico do sistema, e pelas velocidades angulares em ambos os lados da embreagem.

Desta maneira, poder-se-ia ter a tensão de alimentação como resposta deste sistema de controle. Este poderia ser a solução dos problemas até então citados. Por exemplo:

- 1) Acoplamento da embreagem somente quando se atingir uma amplitude de vibração torcional indesejada.
- 2) No instante do acoplamento a tensão de alimentação

deverá ser a menor possível, aumentando gradativamente, evitando-se o transiente que ocorre no instante do acoplamento.

- 3) A tensão de alimentação deverá ser a maior possível para que se atinja rapidamente a região de operação desejada.
- 4) Uma vez atingida esta região, deverá se diminuir a tensão de alimentação para seu valor previamente otmizado.
- 5) Finalmente, após retornar aos níveis de amplitude desejados, deve-se desacoplar a embreagem reduzindo-se gradativamente a tensão de alimentação da embreagem, evitando-se um novo transiente.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] NIEMANN, G. - "Elementos de Máquinas" - Ed. Edard Blücher Ltda, 1971.
- [2] NIEMANN, G. e WINTER, H. - "Maschinenelemente" - Springer-Verlag Berlin - 3te Auflage, 1983.
- [3] PLAT, A. - Structural Elements - "Handbook of Precision Engineering" - Davidson, A. - MacMillan - 1969.
- [4] JANIA, Z.J. - Friction Clutches and Brakes - "Mechanical Design and Systems Handbook" - Rothbart, H.A. (ed.) Mc Graw-Hill - 1964.
- [5] CREAMER, R.H. - "Machine Design" - Addison-Wesley - 1976.
- [6] MERIAN, J.L. - Estática - LTC - 1985.
- [7] Service Manual - SFC-250 - Warner Eletric Brake & Clutch Company.
- [8] HOLMES, R. - "The Characteristics of Mechanical Engineering Systems" - Pergamon Press - 1977.
- [9] STAVROPOULOU, K. - "Simulação em Computador de um Veículo Híbrido com Armazenamento de Energia em Volante" - Tese de Mestrado - UNICAMP, 1981.
- [10] KREYSZIG, E. - "Advanced Engineering Mathematics" - 5<sup>a</sup> Edição - John Wiley & Sons - 1983.
- [11] TÖRNIG, W. - "Mumerische Mathematik für Ingenieure und Physiker" - Springer-Verlag - 1979.

- [12] RAO, J.S. - "Rotor Dynamics" - Wiley Eastern - 1983.
- [13] VIERCK, R.K. - "Vibration Analysis" - International Textbook Co - 1969.
- [14] TIMOSHENKO, S.; YOUNG, D.H. and WEAUER, W. - "Vibration Problems in Engineering" - John Wiley & Sons - 1974.
- [15] DEN HARTOG, J.P. - "Vibrações nos sistemas mecânicos" - Ed. Edgard Blucher, 1972.
- [16] CREDE, C.E. and HARRIS, C.M. - "Shock & Vibration Handbook" McGraw Hill, 1976.
- [17] TSE, F.S.; MORSE, I.E. and HINKLE, R.T. - "Mechanical Vibrations - Theory and Applications" - Allyn and Bacon, Inc. 1978.
- [18] NONAMI, K.; HIGASHI, M. and TOTANI, T. - "Torsional Vibration Control of Rotating Shaft Systems" - Bulletin JSME, Vol. 28 - Nº 245 - Nov/1985.
- [19] DRECHSLER, J. - "Torsional Vibrations in large Turbine - Generator Units" - "Rotordynamics Colloquium" - Oct/1980 - International Center for Mechanical Sciences - Udine Italy.
- [20] THOMSON, W.T. - "Teoria da Vibração" - Interciência, 1978.
- [21] MOREIRA, L.A. - "Uma contribuição ao dimensionamento de máquinas extrusoras para produtos cerâmicos" - Tese de Mestrado, UNICAMP, 1977.
- [22] DOEBELIN, E.O. - "Measurement Systems - Application and Design" - McGraw-Hill Kogakusha, Ltd., 1976.
- [23] WILSON, W.K. - "Practical solution of torsional vibration problems" - John Wiley and Sons, 1956.



APÊNDICE A.1 - MÉTODO RUNGE-KUTTA

## A.1 - MÉTODO RUNGE-KUTTA

As equações diferenciais apresentadas nos capítulos 2 e 4 foram integradas numericamente pelo método de Runge-Kutta.

O programa utilizado faz parte de uma biblioteca de programas do Geprom Laboratório de Projeto Mecânico da Unicamp.

Trata-se de um sub-programa Runge-Kutta para solução de um sistema de equações diferenciais de primeira ordem:

$$\frac{dy_1}{dx} = f_1(x, y_1, y_2, \dots, y_n)$$

$$\frac{dy_2}{dx} = f_2(x, y_1, y_2, \dots, y_n)$$

$$\vdots$$

$$\frac{dy_n}{dx} = f_n(x, y_1, y_2, \dots, y_n)$$

com as condições iniciais  $x_0, y_1(x_0), y_2(x_0), \dots, y_n(x_0)$  especificadas no início do programa.

```

10 SUB Kutta(Idm,A,H,B,Maxstp,Ynt(*),Y(*),Fun)
20 Baddta=(A)=B) OR (H<=0) OR (Maxstp<=0)
30 IF Baddta=0 THEN 90
40 PRINT LIN(2),"ERROR IN SUBPROGRAM Kutta."
50 PRINT "A=";A;" B=";B
60 PRINT "H=";H;" Maxstp=";Maxstp,LIN(2)
70 PAUSE
80 GOTO 20
90 OPTION BASE 1
100 DIM Ysv(Idm),F(Idm),K(4,Idm)
110 Eps=1E-6
120 X=A
130 Hh=H/2
140 N=1
150 FOR I=1 TO Idm
160   Ysv(I)=Ynt(I)
170   Y(I,1)=Ynt(I)
180 NEXT I
190 Xsv=X
200 FOR L=1 TO 4
210   IF L=3 THEN Kt=Kt-1
220   IF Fun=1 THEN CALL Func1(Ysv(*),X,Idm,F(*),N)
230   IF Fun=2 THEN CALL Func2(Ysv(*),X,Idm,F(*),N)
240   IF Fun=3 THEN CALL Func3(Ysv(*),X,Idm,F(*),N)
245   FOR I=1 TO Idm
250     K(L,I)=H*F(I)
260   NEXT I
270   ON L GOTO 280,280,330,370
280   X=Xsv+Hh
290   FOR I=1 TO Idm
300     Ysv(I)=Y(I,N)+K(L,I)*.5
310   NEXT I
320   GOTO 370
330   X=Xsv+H
340   FOR I=1 TO Idm
350     Ysv(I)=Y(I,N)+K(L,I)
360   NEXT I
370 NEXT L
380 Kt=Kt-1
390 Np=N+1
400 FOR I=1 TO Idm
410   Y(I,Np)=Y(I,N)+(K(1,I)+2*(K(2,I)+K(3,I))+K(4,I))/6
420 NEXT I
430 N=Np
440 IF (N>=Maxstp) OR (X>B-Eps) THEN SUBEXIT
450 FOR I=1 TO Idm
460   Ysv(I)=Y(I,Np)
470 NEXT I
480 GOTO 190
490 SUBEND
500 SUB Func1(Ysv(*),X,Idm,F(*),N)
510 ! ++++++
520 ! +---- Func1 = FUNC00 REGIME - SEM EMBREAGEM ++++++
530 ! ++++++
540 F(1)=(160.5*Ysv(4)-160.5*Ysv(3)+1)/6.3E-3
550 F(2)=(160.5*Ysv(3)-160.5*Ysv(4)-2.5E-2*Ysv(2))/7.45E-2
560 F(3)=Ysv(1)
570 F(4)=Ysv(2)

```

```

580 SUBEND
590 SUB Func2(Ysv(*),X,Idm,F(*),N)
600 ! ++++++
610 ! +++++ Func2 - FUNCAO DE ACIONAMENTO DA EMBREAGEM ++++++
620 ! +++++ ACOPLAMENTO - LADO CARGA ++++++
630 ! ++++++
640 IF N<50 THEN 770
650 F(1)=(160.5*Ysv(5)-160.5*Ysv(4)+1.5)/6.3E-3
660 R1=ABS(Ysv(2)-Ysv(3))/(Ysv(2)-Ysv(3))
670 Me=(1.9+5.47E-2*(Ysv(2)-Ysv(3))-2.04E-3*(Ysv(2)-Ysv(3))^2+2.57E-5*(Ysv(2)-Ysv(3))^3-1.08E-7*(Ysv(2)-Ysv(3))^4)*R1
680 PRINT Ysv(2)-Ysv(3),Me
690 IF Ysv(2)-Ysv(3)>.1 THEN 730
700 F(2)=(160.5*Ysv(4)-160.5*Ysv(5)-3E-2*Ysv(2))/(7.45E-2+1E-4)
710 F(3)=F(2)
720 GOTO 830
730 IF Ysv(2)-Ysv(3)<=18 THEN 810
740 F(2)=(160.5*Ysv(4)-160.5*Ysv(5)-Me)/7.45E-2
750 F(3)=(Me-3E-2*Ysv(3))/1E-4
760 GOTO 830
770 F(1)=(160.5*Ysv(5)-160.5*Ysv(4))/6.3E-3
780 F(2)=(160.5*Ysv(4)-160.5*Ysv(5))/7.45E-2
790 F(3)=0
800 GOTO 830
810 F(2)=(160.5*Ysv(4)-160.5*Ysv(5)-1.93-.025*(Ysv(2)-Ysv(3)))/7.45E-2
820 F(3)=(1.93+.025*(Ysv(2)-Ysv(3))-3E-2*Ysv(3))/1E-4
830 F(4)=Ysv(1)
840 F(5)=Ysv(2)
850 F(6)=Ysv(3)
860 SUBEND
870 SUB Func3(Ysv(*),X,Idm,F(*),N)
880 ! ++++++
890 ! +++++ Func3 - FUNCAO DE ACIONAMENTO DA EMBREAGEM ++++++
900 ! +++++ ACOPLAMENTO - LADO MOTOR ++++++
910 ! ++++++
920 IF N<50 THEN 1050
930 F(2)=(160.5*Ysv(4)-160.5*Ysv(5))/7.45E-2
940 R1=ABS(Ysv(1)-Ysv(3))/(Ysv(1)-Ysv(3))
950 Me=(1.9+5.47E-2*(Ysv(1)-Ysv(3))-2.04E-3*(Ysv(1)-Ysv(3))^2+2.57E-5*(Ysv(1)-Ysv(3))^3-1.08E-7*(Ysv(1)-Ysv(3))^4)*R1
960 PRINT Ysv(1)-Ysv(3),Me
970 IF Ysv(1)-Ysv(3)>.1 THEN 1010
980 F(1)=(160.5*Ysv(5)-160.5*Ysv(4)-3E-2*Ysv(1))/(6.3E-3+1E-4)
990 F(3)=F(1)
1000 GOTO 1110
1010 IF Ysv(1)-Ysv(3)<=18 THEN 1090
1020 F(1)=(160.5*Ysv(5)-160.5*Ysv(4)-Me)/6.3E-3
1030 F(3)=(Me-3E-2*Ysv(3))/1E-4
1040 GOTO 1110
1050 F(1)=(160.5*Ysv(5)-160.5*Ysv(4))/6.3E-3
1060 F(2)=(160.5*Ysv(4)-160.5*Ysv(5))/7.45E-2
1070 F(3)=0
1080 GOTO 1110
1090 F(1)=(160.5*Ysv(5)-160.5*Ysv(4)-1.93-.025*(Ysv(1)-Ysv(3)))/6.3E-3
1100 F(3)=(1.93+.025*(Ysv(1)-Ysv(3))-3E-2*Ysv(3))/1E-4
1110 F(4)=Ysv(1)
1120 F(5)=Ysv(2)
1130 F(6)=Ysv(3)
1140 SUBEND

```

APÊNDICE A.2 - PROGRAMAS COMPUTACIONAIS

## A.2.1 - AQU.F - Aquisição dos dados e ajuste de curvas

```

10      OPTION BASE 1
20      OVERLAP
30      Number=0
40      D11=0
50      INPUT "DESEJA LINKAR O PROG. GRAFICO ?? (NAO=CONT) (SIM=1)",D11
60      IF D11=0 THEN Cnt3
70      LINK "GRAFF:T14",3000
80 Cnt3: !
90      INPUT "NUMERO DE PONTOS ??",Number
100     INPUT "TEMPO DE AMOSTRAGEM (DT) ??",Dt
110     CALL Aquisicao(Dt,Number,Cod)
120     IF Cod=2 THEN Cnt3
130     END
140     SUB Aquisicao(D,Number,Daq)
150     ! *****
160     ! *****AQUISICAO*****
170     ! *****
180     ! Tempo Total de aquisicao : Tt=Number*D
190     OPTION BASE 1
200     DIM Vet(Number,1),Mb(1),Vetor(Number,2),Veto(Number,2)
210     DATA 7,724,709
220     READ Bus,Svm,Scn
230     PRINT "SEQUENCIA NO SCANNER: VELOC.MOTOR-INPUT 0/VELOC.CARGA-INPUT 1"
240     Tg=0
250     INPUT "QUAL O RANGE DESEJADO ? (0,1V = 1),(1,0V = 2) e (10V = 3)",Ra
260     INPUT "DESEJA TRIGGER INTERNO(1) OU EXTERNO(2)?",Tg
270 Cnt2: PRINT "PRESS CONT PARA FAZER AQUISICAO"
280     PAUSE
290     PRINT PAGE
300     RESET Bus
310     OUTPUT Svm USING Fmt;1,Tg,Ra,2*Number,2,D
320 Fmt:  IMAGE "F",D,"T",D,"R",D,"N",4D,"SE",D,"SD",.7D,"S"
330     OUTPUT Scn USING "K";"L01F00I1"
340     ENTER Svm BFHS 14*Number+1 USING "F";Vetor(*)
350     STATUS Svm;Sta
360     WRITE IO Bus,6;95
370 Hand: IF NOT IOFLAG(Bus) THEN Hand1
380     OUTPUT Svm USING "2A";"T3"
390     INPUT "ENTRE CO O FATO DE ESCALA DO TACOMETRO  Scal [rd/s/V]",Scal
400     FOR I=1 TO Number
410     Vetor(I,1)=Vetor(I,1)*Scal
420     Vetor(I,2)=Vetor(I,2)*Scal
430     Vet(I,1)=I*D*2
440     NEXT I
450     Inb=Number
460     Daq=0
470     INPUT "DESEJA GRAFICAR OS DADOS?(SIM=CONT), (NAO=1)",Daq
480     IF Daq=1 THEN 560
490     PRINT "CANAL 1 MOTOR; CANAL 2 CARGA*****PRESS CONT"
500     PAUSE
510     PRINT PAGE
520     CALL Graf(Inb,Vetor(*),P,Y,Mb(*),Vet(*),2,2)
530     INPUT "DESEJA OUTRA AQUISICAO ?? (NAO=CONT) (MESMO DADOS=1) (OUTROS DADOS
=2)",Daq
540     IF Daq=1 THEN Cnt2
550     IF Daq=2 THEN Cnt4
560     Daq=0
570     FOR I=1 TO Number
580     Veto(I,1)=Vetor(I,1)-Vetor(I,2)
590     IF Veto(I,1)<=0 THEN Cnt7
600     NEXT I
610 Cnt7: PRINT "PONTO ONDE AS VELOCIDADES SE IGUALARAM=";I
620     PRINT "REGRESSAO DO SINAL DE VELOC. DO MOTOR"
630     FOR I=1 TO Number
640     Veto(I,1)=Vetor(I,1)
650     NEXT I

```



```

660 Der=0
670 Cnt5: INPUT "DESEJA REGRESSAO ?? (EXP=1) (POL=2) (GEOMETRICA=3) ", Der
680 PRINT PAGE
690 IF Der=1 THEN CALL Regr_exp(Veto(*), Vet(*), Mb(*), Dt)
700 IF Der=2 THEN CALL Regr_pol(Veto(*), Vet(*), Mb(*), Dt)
710 IF Der=3 THEN CALL Regr_geo(Veto(*), Vet(*), Mb(*), Dt)
720 Dir=0
730 INPUT "DESEJA OUTRO TIPO DE AJUSTE? (SIM=1 NAO=CONT) ", Dir
740 IF Dir=1 THEN Cnt5
750 PRINT "REGRESSAO DO SINAL DE VELOC. DA CARGA"
760 FOR I=1 TO Number
770 Veto(I,1)=Vetor(I,2)
780 NEXT I
790 Cnt8: INPUT "DESEJA REGRESSAO ?? (EXP=1) (POL=2) (GEOMETRICA=3) ", Der
800 PRINT PAGE
810 IF Der=1 THEN CALL Regr_exp(Veto(*), Vet(*), Mb(*), Dt)
820 IF Der=2 THEN CALL Regr_pol(Veto(*), Vet(*), Mb(*), Dt)
830 IF Der=3 THEN CALL Regr_geo(Veto(*), Vet(*), Mb(*), Dt)
840 Dir=0
850 INPUT "DESEJA OUTRO TIPO DE AJUSTE? (SIM=1 NAO=CONT) ", Dir
860 IF Dir=1 THEN Cnt8
870 ASSIGN #1 TO "DADEM"
880 MAT PRINT #1; Vetor
890 Cnt4: !
900 SUBEND
910 ! *****
920 ! *****REGRESSAO EXPONENCIAL*****
930 ! *****
940 SUB Regr_exp(Veto(*), M(*), Mb(*), Dt)
950 OPTION BASE 1
960 INPUT "NUMERO DE PONTOS DESEJADOS?", N
970 A=B=C=D=E=F=G=0
980 FOR I=1 TO N
990 F=F+LOG(Veto(I,1))
1000 C=C+M(I,1)
1010 E=E+M(I,1)^2
1020 A=A+M(I,1)*LOG(Veto(I,1))
1030 G=G+LOG(Veto(I,1))^2
1040 NEXT I
1050 B=(N*A-C*F)/(N*E-C^2)
1060 D=(F-B*C)/N
1070 PRINT "Y=A*EXP(B*X),
      Onde A="; EXP(D); ", e B="; B
1080 Sxy=A-F/N*C
1090 Sxx=E-C^2/N
1100 Syy=G-F^2/N
1110 R=Sxy^2/(Sxx*Syy)
1120 PRINT " CORRELACAO ="; R^.5
1130 Nt=0
1140 INPUT "DESEJA ALTERAR O NUMERO DE PONTOS? (SIM=1) (NAO=CONT)", Nt
1150 IF Nt=1 THEN GOTO 960
1160 FOR I=1 TO N
1170 Veto(I,2)=EXP(D)*EXP(B*M(I,1))
1180 NEXT I
1190 CALL Graf(N, Veto(*), P, Y, Mb(*), M(*), 1, 2)
1200 SUBEND
1210 SUB Regr_geo(Veto(*), M(*), Mb(*), Dt)
1220 ! *****
1230 ! *****GEOMETRIC REGRESSION*****
1240 ! *****
1250 OPTION BASE 1
1260 INPUT "NUMERO DE PONTOS DESEJADOS??", N
1270 J=K=L=M=R2=0
1280 PRINT "VOCE ESTA APROXIMANDO SEUS PONTOS A UMA FUNCAO DO TIPO
      "
1290 PRINT "
      Y=A(X+C)^B. ESTE PROGRAMA FORNECERA O VALOR DE A E B ."
1300 PRINT

```

```

1310 PRINT "PORTANTO ATRIBUA UM VALOR A C, A FIM DE MAXIMIZAR A CORRELECAO"
1320 Cnt1:X1=0
1330 INPUT "CONSTANTE C=",C
1340 Y=X=J=K=L=M=R2=B=A=0
1350 FOR I=1 TO N
1360 Y=LOG(Veto(I,1))
1370 X=LOG(M(I,1)+C)
1380 J=J+X
1390 K=K+Y
1400 L=L+X^2
1410 M=M+Y^2
1420 R2=R2+X*Y
1430 NEXT I
1440 B=(N*R2-K*J)/(N*L-J^2)
1450 A=(K-B*J)/N
1460 PRINT "F(X)=";EXP(A);"(X+";C;")^";B
1470 J=B*(R2-J*K/N)
1480 M=M-K^2/N
1490 K=M-J
1500 R2=J/M
1510 PRINT "COEFICIENTE DE CORRELACAO=";SQR(R2)
1520 INPUT "DESEJA MUDAR A CONSTANTE C ?? (SIM=1; NAO=CONT)",X1
1530 IF X1=1 THEN Cnt1
1540 FOR I=1 TO N
1550 Veto(I,2)=EXP(A)*(M(I,1)+C)^B
1560 NEXT I
1570 CALL Graf(N,Veto(*),P,Y,Mb(*),M(*),1,2)
1580 SUBEND
1590 ! *****
1600 ! *****REGRESSAO POLINOMIAL*****
1610 ! *****
1620 SUB Regr_pol(Veto(*),M(*),Mb(*),Dt)
1630 PRINT "POLINOMIO DE ORDEN N"
1640 DIM A(20),R(10,10),T(10)
1650 Cnt9:INPUT "ENTRE COM O GRAU DO POLIMONIO",D
1660 INPUT "ENTRE COM O NUMERO DE PONTOS CONHECIDOS",N
1670 REDIM A(1:2*D+1),R(1:D+1,1:D+2),T(1:D+2)
1680 MAT A=ZER
1690 MAT R=ZER
1700 MAT T=ZER
1710 A(1)=N
1720 FOR I=1 TO N
1730 FOR J=2 TO 2*D+1
1740 A(J)=A(J)+M(I,1)^(J-1)
1750 NEXT J
1760 FOR K=1 TO D+1
1770 R(K,D+2)=T(K)+Veto(I,1)*M(I,1)^(K-1)
1780 T(K)=T(K)+Veto(I,1)*M(I,1)^(K-1)
1790 NEXT K
1800 T(D+2)=T(D+2)+Veto(I,1)^2
1810 NEXT I
1820 FOR J=1 TO D+1
1830 FOR K=1 TO D+1
1840 R(J,K)=A(J+K-1)

```



```

1850 NEXT K
1860 NEXT J
1870 FOR J=1 TO D+1
1880 K=J
1890 IF R(K,J)<>0 THEN 1940
1900 K=K+1
1910 IF K<=D+1 THEN 1890
1920 PRINT "SOLUCAO NAO UNICA"
1930 GOTO 2360
1940 FOR I=1 TO D+2
1950 S=R(J,I)
1960 R(J,I)=R(K,I)
1970 R(K,I)=S
1980 NEXT I
1990 Z=1/R(J,J)
2000 FOR I=1 TO D+2
2010 R(J,I)=Z*R(J,I)
2020 NEXT I
2030 FOR K=1 TO D+1
2040 IF J=K THEN 2090
2050 Z=-R(K,J)
2060 FOR I=1 TO D+2
2070 R(K,I)=R(K,I)+Z*R(J,I)
2080 NEXT I
2090 NEXT K
2100 NEXT J
2110 PRINT "Y=C+A1*X+A2*X^2+A3*X^3+.....+AN*X^N, ONDE:"
2120 PRINT "          C=";R(1,D+2)
2130 FOR J=1 TO D
2140 PRINT "          A";J;"=";R(J+1,D+2)
2150 NEXT J
2160 P=0
2170 FOR J=2 TO D+1
2180 P=P+R(J,D+2)*(T(J)-A(J)*T(1)/N)
2190 NEXT J
2200 Q=T(D+2)-T(1)^2/N
2210 Z=Q-P
2220 I=N-D-1
2230 J=P/Q
2240 PRINT "COEFICIENTE DE CORRELACAO =" ;SQR(J)
2250 Ord=0
2260 INPUT " DESEJA MUDAR A ORDEM DO POLINOMIO?? (SIM=1) (NAO=CONT)",Ord
2270 IF Ord=1 THEN Cnt9
2280 FOR I=1 TO N
2290 Vpol=0
2300 FOR J=1 TO D
2310 Vpol=Vpol+R(J+1,D+2)*M(I,1)^J
2320 NEXT J
2330 Veto(I,2)=Vpol+R(1,D+2)
2340 NEXT I
2350 CALL Graf(N,Veto(*),P,Y,Mb(*),M(*),1,2)
2360 SUBEND

```

## A.2.2 - CUR.EM - Ajuste da curva da embreagem

```

10  OPTION BASE 1
20  DIM V1t(25,2),V2t(25,2),A1(25),A2(25),B1(25),B2(25),C1(25),C2(25),D1(25)
30  DIM T(300,1),Vteta(300,4),Dteta(300,1),Mpc(300,1),Mpm(300,1),Mm(300,1),Fn(1
)
40  DIM Ateta1(300,1),Ateta2(300,1),Me(300,2),D2(25),Aqu(300,2)
50  D11=0
60  INPUT "DESEJA LINKAR OS PROGS.SPLINE E GRAFICO ?? (NAO=CONT) (SIM=1)",D11
70  IF D11=0 THEN GOTO 110
80  LINK "SPLINE",1500
90  PAUSE
100 LINK "GRAFF:T14",2500
110 ASSIGN #1 TO "DADEM"
120 MAT READ #1;Aqu
130 INPUT "ENTRE COM O NUMERO DE PONTOS CONHECIDOS",N
140 INPUT " ENTRE COM O TEMPO DE DISCRETIZACAO",Dt
150 FOR I=1 TO N
160 Vteta(I,3)=Aqu(I,1)
170 Vteta(I,4)=Aqu(I,2)
180 T(I,1)=I*Dt
190 NEXT I
200 PRINT "INTERPOLACAO SPLINE PARA A FUNCAO DO MOTOR
      PRESS CONT"
210 PAUSE
220 Test=0
230 INPUT "DESEJA ENTRAR COM OS DADOS MANUAL=1 FITA=0",Test
240 PRINT PAGE
250 PRINT "N=NUMERO TOTAL DE PONTOS, QUE DEVE SER IGUAL AO NUMERO DE SUBINTERVA
LOS+1"
260 INPUT "ENTRE COM O NUMERO DE PONTOS PARA INTERPOLACAO",Ns
270 REDIM V1t(1:Ns,2)
280 IF Test=0 THEN 480
290 FOR I=1 TO Ns
300 INPUT "ENTRE COM AS COORDENADAS DOS PONTOS",V1t(I,1),V1t(I,2)
310 PRINT "PONTO";I;"=";V1t(I,1);",",V1t(I,2)
320 NEXT I
330 FOR I=1 TO Ns
340 PRINT "PONTO";I;"=";V1t(I,1);",",V1t(I,2)
350 NEXT I
360 Test=0
370 INPUT "DESEJA MUDAR ALGUM PONTO DE ENTRADA? (NAO=CONT) (SIM=1)",Test
380 IF Test=0 THEN 450
390 I=0
400 INPUT "QUAL PONTO DESEJA ALTERAR?",I
410 PRINT "ENTRE COM AS COORDENADAS DO PONTO";I
420 INPUT V1t(I,1),V1t(I,2)
430 PRINT "PONTO";I;"=";V1t(I,1);",",V1t(I,2)
440 GOTO 360
450 ASSIGN #2 TO "V1t"
460 MAT PRINT #2;V1t
470 GOTO 500
480 ASSIGN #3 TO "V1t"
490 MAT READ #3;V1t
500 CALL Spline(V1t(*),A1(*),B1(*),C1(*),D1(*),Ns)
510 PRINT "INTERPOLACAO SPLINE PARA A FUNCAO DO CARGA
      PRESS CONT"
520 PAUSE
530 Test=0
540 INPUT "DESEJA ENTRAR COM OS DADOS MANUAL=1 FITA=0",Test
550 PRINT PAGE
560 PRINT "N=NUMERO TOTAL DE PONTOS, QUE DEVE SER IGUAL AO NUMERO DE SUBINTERVA
LOS+1"

```

```

570 INPUT "ENTRE COM O NUMERO DE PONTOS PARA INTERPOLACAO",Ns
580 REDIM V2t(1:Ns,2)
590 IF Test=0 THEN 790
600 FOR I=1 TO Ns
610 INPUT "ENTRE COM AS COORDENADAS DOS PONTOS",V2t(I,1),V2t(I,2)
620 PRINT "PONTO";I;"=";V2t(I,1);",",V2t(I,2)
630 NEXT I
640 FOR I=1 TO Ns
650 PRINT "PONTO";I;"=";V2t(I,1);",",V2t(I,2)
660 NEXT I
670 Test=0
680 INPUT "DESEJA MUDAR ALGUM PONTO DE ENTRADA? (NAO=CONT) (SIM=1)",Test
690 IF Test=0 THEN 760
700 I=0
710 INPUT "QUAL PONTO DESEJA ALTERAR?",I
720 PRINT "ENTRE COM AS COORDENADAS DO PONTO";I
730 INPUT V2t(I,1),V2t(I,2)
740 PRINT "PONTO";I;"=";V2t(I,1);",",V2t(I,2)
750 GOTO 670
760 ASSIGN #4 TO "V2t"
770 MAT PRINT #4;V2t
780 GOTO 810
790 ASSIGN #5 TO "V2t"
800 MAT READ #5;V2t
810 CALL Spline(V2t(*),A2(*),B2(*),C2(*),D2(*),Ns)
820 K=0
830 INPUT "EM QUANTOS INTERVALOS FORAM DIVIDIDAS AS FUNCOES DE VELOCIDADE?",K
840 J=1
850 FOR I=1 TO K
860 Vteta(J,1)=A1(I)+B1(I)*(T(J,1)-V1t(I,1))+C1(I)*(T(J,1)-V1t(I,1))^2+D1(I)*(T(J,1)-V1t(I,1))^3
870 Vteta(J,2)=A2(I)+B2(I)*(T(J,1)-V2t(I,1))+C2(I)*(T(J,1)-V2t(I,1))^2+D2(I)*(T(J,1)-V2t(I,1))^3
880 Dteta(J,1)=Vteta(J,1)-Vteta(J,2)
890 ! ***** Mpc= MOMENTO DE PERDAS DA CARGA *****
900 Mpc(J,1)=-.240+.0267*Vteta(J,2)-7.93E-5*Vteta(J,2)^2
910 ! ***** Mpm= MOMENTO DE PERDAS DO MOTOR - MECANICO *****
920 Mpm(J,1)=.04+8.538E-4*Vteta(J,1)-1.78E-6*Vteta(J,1)^2
930 ! ***** Mm = MOMENTO FORNECIDO PELO MOTOR *****
940 Mm(J,1)=-140.8+3.256038*Vteta(J,1)-.01698377*Vteta(J,1)^2
950 ! ***** Ateta= MOMENTO DE INERCIA*ACEL2 *****
960 Ateta1(J,1)=(B1(I)+2*C1(I)*(T(J,1)-V1t(I,1))+3*D1(I)*(T(J,1)-V1t(I,1))^2)*.
0057
970 Ateta2(J,1)=(B2(I)+2*C2(I)*(T(J,1)-V2t(I,1))+3*D2(I)*(T(J,1)-V2t(I,1))^2)*.
0008
980 IF V1t(I+1,1)-T(J,1)<=0 THEN 1010
990 J=J+1
1000 GOTO 860
1010 NEXT I
1020 FOR I=1 TO N
1030 Me(I,2)=Ateta2(I,1)+Mpc(I,1)
1040 Me(I,1)=Mm(I,1)-Mpm(I,1)-Ateta1(I,1)
1050 NEXT I
1060 PRINT "CURVA DE PERDAS DO MOTOR"
1070 PAUSE
1080 CALL Graf(N,Mpm(*),P,Y,Fn(*),T(*),1,1)
1090 PRINT "CURVA DE PERAS DA CARGA"
1100 PAUSE
1110 CALL Graf(N,Mpc(*),P,Y,Fn(*),T(*),1,1)
1120 PRINT "CURVA DA FORCA DE INERCIA DO MOTOR"
1130 PAUSE
1140 CALL Graf(N,Ateta1(*),P,Y,Fn(*),T(*),1,1)

```

```

1150 PRINT "CURVA DA FORÇA DE INERCIA DA CARGA"
1160 PAUSE
1170 CALL Graf(N,Ateta2(*),P,Y,Fn(*),T(*),1,1)
1180 PRINT "MOMENTO FORNECIDO PELO MOTOR"
1190 PAUSE
1200 CALL Graf(N,Mm(*),P,Y,Fn(*),T(*),1,1)
1210 PRINT "VELOCIDADES"
1220 PAUSE
1230 CALL Graf(N,Vteta(*),P,Y,Fn(*),T(*),1,4)
1240 PAUSE
1250 CALL Graf(N,Me(*),P,Y,Fn(*),Dteta(*),1,2)
1260 ASSIGN #6 TO "CURVA"
1270 MAT PRINT #6;Me
1280 END
1290 ! *****
1300 ! *****
1310 ! *****
1320 ! *****
1330 ! *****
1500 SUB Spline(Xy(*),A(*),B(*),C(*),D(*),N)
1510 ! INTERPOLACAO SPLINE
1520 OPTION BASE 1
1530 REDIM A(1:N-1),B(1:N-1),C(1:N),D(1:N-1)
1540 M2=N-1
1550 S=0
1560 FOR I=1 TO M2
1570 D(I)=Xy(I+1,1)-Xy(I,1)
1580 R=(Xy(I+1,2)-Xy(I,2))/D(I)
1590 C(I)=R-S
1600 S=R
1610 NEXT I
1620 S=0
1630 R=0
1640 C(1)=0
1650 C(N)=0
1660 FOR I=2 TO M2
1670 C(I)=C(I)+R*C(I-1)
1680 B(I)=(Xy(I-1,1)-Xy(I+1,1))*2-R*S
1690 S=D(I)
1700 R=S/B(I)
1710 NEXT I
1720 FOR Ii=2 TO M2
1730 I=M2+2-Ii
1740 C(I)=(B(I)*C(I+1)-C(I))/B(I)
1750 NEXT Ii
1760 FOR I=1 TO M2
1770 S=D(I)
1780 R=C(I+1)-C(I)
1790 D(I)=R/S
1800 C(I)=C(I)*3
1810 B(I)=(Xy(I+1,2)-Xy(I,2))/S-(C(I)+R)*S
1820 A(I)=Xy(I,2)
1830 NEXT I
1840 PRINT "Y=Ai+Bi*X+Ci*X^2+Di*X^3 , PARA i=1,2,3,... N
      ONDE: "
1850 FOR I=1 TO M2
1860 PRINT "P";I;"(X)=";A(I);" ";B(I);" ";C(I);" ";D(I)
1870 NEXT I
1880 SUBEND

```

## A.2.3 - ROD.5 - Programa principal de integração

```

10 ! ***** ROD-5 *****
20 OPTION BASE 1
30 Tst=0
40 INPUT "DESEJA LINKAR O PROGRAMA FFT? (SIM = 1)",Tst
50 IF Tst=1 THEN LINK "FFTNEW:T14",800
60 DIM Y0(6),Y(6,512),Mb(1),Vtempo(512,1),W(512,3),Vi(512)
70 INPUT "NUMERO DE PONTOS ",Np
80 INPUT "POTENCIA DE 2 DO NUMERO DE PONTOS A GERAR Np=2^Ne=",Ne
90 INPUT "ENTRE COM A ORDEM DO SISTEMA",Idm
100 REDIM Y0(1:Idm),Y(1:Idm,1:Np),Vtempo(1:Np,1),W(1:Np,3),Vi(1:Np)
110 IF Idm=4 THEN 140
120 INPUT "T0=",T0,"DELTA t=",Dt,"ENTRE COM W1(0),W2(0),W3(0),DESL1(0),DESL2(0),DESL3(0)",Y0(*)
130 GOTO 150
140 INPUT "T0=",T0,"DELTA t=",Dt,"ENTRE COM W1(0),W2(0),DESL1(0),DESL2(0)",Y0(*)
150 Tf=Np*Dt
160 LINK "KUT ",1500
170 PRINT "SE NAO DESEJAR FAZER CORRECAO NO KUTTA ENTAO PRESS CONT "
180 PAUSE
190 PRINT PAGE
200 PRINT "QUAL A FUNCAO DESEJADA ? FUNCAO REGIME= 1 , FUNCAO IMPULSO= 2
      FUNCAO ACIONAMENTO DA EMBREAG.= 3 "
210 INPUT " ENTRE COM O CODIGO DA FUNCAO ",Fun
220 PRINT PAGE
230 PRINT "AGUARDE - PROGRAMA KUTTA EM PROCESSAMENTO"
240 CALL Kutta(Idm,T0,Dt,Tf,Np,Y0(*),Y(*),Fun)
250 FOR I=1 TO Np
260 Vtempo(I,1)=T0+I*Dt
270 W(I,1)=Y(1,1)
280 W(I,2)=Y(2,1)
290 W(I,3)=Y(3,1)
300 NEXT I
310 PRINTER IS 0
320 FOR I=1 TO Idm
330 PRINT "Y0(";I;")=";Y(I,Np)
340 NEXT I
350 PRINTER IS 16
360 LINK "GRAFF:T14",1500
370 CALL Graf(Np,W(*),P,Dt,Mb(*),Vtempo(*),3,3) !****GRAFICOS****
380 PRINT PAGE
390 MAT Vi=ZER
400 PRINT "AGUARDE - PROGRAMA FFT EM PROCESSAMENTO"
410 CALL Fftnew(W(*),Vi(*),Ne,Np,1)
420 FOR I=1 TO Np/2
430 W(I,1)=SQR(W(I,1)^2+Vi(I)^2)
440 Vtempo(I,1)=1/(Np*Dt)*I
450 NEXT I
460 Ngraf=Np/2
470 MAT Vi=ZER
480 CALL Fftnew(W(*),Vi(*),Ne,Np,2)
490 FOR I=1 TO Np/2
500 W(I,2)=SQR(W(I,2)^2+Vi(I)^2)
510 NEXT I
520 FOR I=Np/2+1 TO Np
530 W(I,1)=0
540 W(I,2)=0
550 NEXT I
560 CALL Graf(Ngraf,W(*),P,Dt,Mb(*),Vtempo(*),2,2) !****GRAFICOS****
570 INPUT "ENTRE COM A POTENCIA DE 10 DA COORDENADA X",Ex
580 INPUT "ENTRE COM A POTENCIA DE 10 DA COORDENADA Y",Ey
590 Loop: !

```



```
600 GRAPHICS
610 DIGITIZE X,Y,A$
620 IF Cursor_type<>Old_cursor_type THEN 640
630 PRINT X,Y,A$
640 Old_cursor_type=Cursor_type
650 Test=0
660 EXIT GRAPHICS
670 Fi=X*Ex
680 Ai=Y*Ey
690 PRINT "FREQUENCIA =";Fi;"HZ","AMPLITUDE =";Ai;"rad/seg"
700 INPUT "DESEJA OUTRO PONTO ? NAO=1",Test
710 PRINT PAGE
720 IF Test=1 THEN 740
730 GOTO Loop
740 PAUSE
750 END
```