

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Faculdade de Engenharia Mecânica

EMANUEL SOARES TAVARES

*Influência da presença da fundação na
otimização topológica de estruturas estaqueadas*

CAMPINAS
2019

EMANUEL SOARES TAVARES

*Influência da presença da fundação na
otimização topológica de estruturas estaqueadas*

*Influence of the Foundation on
the Topology Optimization of Piled Structures*

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica na área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Orientador: Prof. Dr. Josué Labaki Silva

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL
DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO ALUNO EMANUEL SOARES TAVARES, E ORIENTADA PELO PROF. DR. JOSUÉ LABAKI SILVA.

ASSINATURA DO ORIENTADOR

CAMPINAS
2019

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Elizangela Aparecida dos Santos Souza - CRB 8/8098

T197i Tavares, Emanuel Soares, 1987-
Influência da presença da fundação na otimização topológica de estruturas estaqueadas / Emanuel Soares Tavares. – Campinas, SP : [s.n.], 2020.

Orientador: Josué Labaki.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Otimização topológica. 2. Interação solo-estrutura. I. Labaki, Josué, 1982-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Influence of the foundation on the topology optimization of piled structures

Palavras-chave em inglês:

Topology optimization

Soil-structure interaction

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Josué Labaki [Orientador]

Pérsio Leister de Almeida Barros

Renato Picelli Sanchez

Data de defesa: 17-02-2020

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)

- ORCID do autor: <https://orcid.org/0000-0002-9518-2905>

- Currículo Lattes do autor: <http://lattes.cnpq.br/4049355409989881>

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA DISSERTAÇÃO DE

MESTRADO ACADÊMICO

**Influência da presença da fundação na
otimização topológica de estruturas
estaqueadas**

Autor: Emanuel Soares Tavares
Orientador: Prof. Dr. Josué Labaki Silva

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:

Prof. Dr. Josué Labaki Silva, Presidente
DSI/FEM/UNICAMP

Prof. Dr. Pérsio Leister de Almeida Barros
DGT/FEC/UNICAMP

Prof. Dr. Renato Picelli Sanches
EP/USP

A Ata de defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no processo de vida acadêmica do aluno.

Campinas, 17 de Fevereiro de 2020.

Dedicatória

À minha esposa Camila e aos meus filhos Murilo e Helena.

Agradecimentos

Agradeço à minha esposa Camila por seu apoio incondicional e indispensável para a conclusão desse trabalho. Agradeço também aos meus filhos Murilo e Helena pela dose certa de caos e leveza em minha vida.

Agradeço aos meus pais João Fernando e Terezinha que me ensinaram desde cedo o valor da educação. Agradeço também às minhas irmãs Janaína e Tainá e todos outros familiares e amigos pelo incentivo para a conclusão dessa etapa.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Josué Labaki, por permitir meu retorno aos estudos, por toda paciência e ensinamentos durante a caminhada nesse projeto.

Agradeço também a todos os professores, funcionários e colegas da faculdade de Engenharia Mecânica. Em especial agradeço aos meus amigos e colegas de laboratório Ana Carolina, Iago e Amanda, por toda ajuda, conversas e cafézinhos.

Por fim, agradeço ao CNPQ - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - pelo financiamento através do projeto número 131983/2018 – 0, indispensável para realização deste trabalho.

É difícilimo. Mas o mérito de todas as coisas está na dificuldade.

Alexandre Dumas, Os Três Mosqueteiros

Resumo

Essa dissertação apresenta o estudo de estratégias de otimização topológica para os problemas de interação dinâmica entre solo e estrutura. O objetivo é entender a influência da presença de um grupo de estacas na forma final otimizada de uma estrutura estaqueada. A estrutura estaqueada é modelada usando o método clássico de elementos finitos para o caso tridimensional. O grupo de estacas que suportam a estrutura é modelado através do método da matriz de impedância. O solo é definido como um meio isotrópico, viscoelástico e dividido em camadas, enquanto que as estacas são definidas como corpos isotrópicos elásticos. O acoplamento entre a estrutura e a fundação é obtido através da compatibilidade cinemática e equilíbrio nos nós discretizados da estrutura que conectam a mesma à extremidade superior das estacas. O sistema é então submetido a cargas estáticas externas. O método de otimização topológica utilizado é o de otimização estrutural evolucionária bidirecional (BESO), no qual elementos da malha discretizada da estrutura são incluídos ou removidos com o objetivo de encontrar uma topologia ótima. A função objetivo que se deseja maximizar nesse trabalho é a rigidez da estrutura. Os resultados obtidos comparam as topologias encontradas utilizando suportes rígidos e considerando a flexibilidade do solo e das estacas. Foi investigado também a influência da variação das propriedades do solo na rigidez final da estrutura.

Palavras-chave: Otimização Topológica, BESO, Interação Solo-Estrutura

Abstract

This dissertation studies the behavior of a structural optimization scheme when applied in soil-structure interaction problems. The main objective is to grasp the influence that a piled type foundation may have on an optimal structure topology. The structure to be studied is discretized using classical three-dimensional finite elements. The pile group response is obtained using the impedance matrix method. The soil medium is layered, isotropic and viscoelastic, while the piles are represented as elastic isotropic bodies with fully bonded contact with the soil in all their interfaces. A coupling method involving direct kinematic compatibility and equilibrium in the common nodes between the structure and the pile foundation is used. The system is considered to be under arbitrary static external loads. The topology optimization procedure used in this investigation is the bidirectional evolutionary structural optimization method (BESO), in which elements of the mesh of the structure are included or removed in order to achieve a certain optimal topology. The aim of the optimization is to maximize the stiffness of the structure. The results compare the difference between the optimized layouts in the case in which the structure has rigid supports as boundary condition, and the case in which the load of the structure is transmitted to the soil through the piles. The influence of the variation of soil parameters on the final stiffness of the structure is also investigated.

Keywords: Topology Optimization, BESO, Soil-Structure Interaction

Lista de Figuras

Figura 1.1	Exemplos de Otimização Topológica - Huang e Xie (2010)	16
Figura 1.2	Exemplo de uma estrutura suportada por um grupo de estacas. (Fonte:imagem disponível em http://cnpem.br/portfolio-item/video-sirius/)	17
Figura 1.3	Exemplo do problema estudado	18
Figura 2.1	Exemplo de otimização paramétrica	20
Figura 2.2	Exemplo de otimização de contorno Ding (1986)	21
Figura 2.3	Exemplo de otimização topológica discreta Achtziger (1997)	21
Figura 2.4	Exemplo de otimização utilizando método SIMP (Bendsøe, 1989)	23
Figura 2.5	Exemplo de otimização utilizando método level-set (Wang <i>et al.</i> , 2003)	23
Figura 2.6	Exemplo de otimização utilizando método ESO (Huang e Xie, 2010)	23
Figura 3.1	Exemplo de um grupo de estacas em um solo estratificado e forças externas.	26
Figura 3.2	Domínio físico e natural da estrutura modelada em elementos finitos	28
Figura 3.3	Exemplo de acoplamento	29
Figura 3.4	Domínio A envolvendo elementos a partir dos quais o filtro numérico é aplicado.	34
Figura 4.1	Estrutura modelada	38
Figura 4.2	Aplicação da carga	38
Figura 4.3	Estrutura discretizada	39
Figura 4.4	Compliance Média x Volume, Estrutura com engastes	40
Figura 4.5	Topologia final, estrutura com engastes	41
Figura 4.6	Compliance Média x Volume, Estrutura com estacas	41
Figura 4.7	Topologia final, estrutura com estacas	42
Figura 4.8	Compliance Média x Volume, Estrutura com engastes	43
Figura 4.9	Topologia final, estrutura com engastes	43
Figura 4.10	Compliance Média x Volume, Estrutura com estacas	44
Figura 4.11	Topologia final, estrutura com estacas	44
Figura 4.12	Estrutura com espaço vazio interno	45
Figura 4.13	Compliance Média x Volume, Estrutura com engastes	46
Figura 4.14	Topologia final, estrutura com engastes	46
Figura 4.15	Compliance Média x Volume, Estrutura com engastes	47
Figura 4.16	Topologia final, estrutura com estacas	47
Figura 4.17	Estrutura discretizada	48

Lista de Tabelas

Tabela 1.1	Propriedades materiais e dimensões das estacas	17
Tabela 1.2	Propriedades materiais e dimensões do solo	18
Tabela 4.1	Variáveis para a rotina BESO.	39

Lista de Abreviaturas e Siglas

Abreviaturas

- AR_{max}** - Razão de Adição máxima
- BESO** - Otimização de Estruturas Evolucionária Bidirecional
- ER** - Razão de Volume Evolucionária
- ESO** - Evolutionary Structural Optimization
- IR** - Razão de Inclusão
- MATLAB** - *MATrix LABoratory*
- RR** - Razão de Rejeição
- SIMP** - Solid Isotropic Material with Penalization
-

Matrizes e Vetores

- B** - derivada da matriz de forma do elemento da estrutura
- D** - matriz constitutiva do elemento da estrutura
- f** - vetor de forças nodais da estrutura com estacas
- F_p** - matriz de flexibilidade da estaca
- F_s** - matriz de flexibilidade do solo
- J** - matriz Jacobiano
- K** - matriz de rigidez da estrutura com estacas
- k_e** - matriz de rigidez do elemento da estrutura
- K_e** - matriz de rigidez resultante do grupo de estacas
- K_G** - matriz de rigidez global da estrutura

- \mathbf{K}_i - matriz de rigidez elemental da estrutura com estacas
 \mathbf{K}_p - matriz de rigidez dinâmica da estaca
 \mathbf{K}_{st} - matriz de rigidez inercial da estrutura, para uma dada frequência
 \mathbf{m}_e - matriz de massa do elemento da estrutura
 \mathbf{M}_G - matriz de massa global da estrutura
 \mathbf{N} - matriz de forma do elemento da estrutura
 \mathbf{P}_e - vetor de forças e momentos do grupo de estacas
 \mathbf{P}_{st} - vetor de forças nodais da estrutura
 \mathbf{T} - matriz de transformação de coordenadas
 \mathbf{u} - vetor de deslocamentos nodais da estrutura com estacas
 \mathbf{u}_e - vetor de deslocamentos e rotações do grupo de estacas
 \mathbf{u}_i - vetor de deslocamentos nodais de um elemento da estrutura com estacas
 \mathbf{u}_{st} - vetor de deslocamentos nodais da estrutura
 Ψ - matriz de forma
-

Letras Latinas

- A - Domínio do filtro determinado por r_{min}
 C - Compliance média
 d - Diâmetro da estaca
 E_p - Módulo de Elasticidade da estaca
 E_s - Módulo de Elasticidade do solo
 g - aceleração da gravidade
 H - Profundidade do solo
 l - Número de segmentos da estaca
 L - Comprimento da estaca
 M - Número de elementos da estrutura

- N - Número de estacas do grupo de estacas
 - r_{ij} - Distância entre o centroide do i -ésimo elemento e o j -ésimo nó da malha da estrutura
 - r_{min} - Raio do filtro numérico
 - s - Distância entre os centros de estacas adjacentes
 - V_e - Volume de um elemento da estrutura
 - V^* - Volume desejado
 - w_i - Fator de peso para o i -ésimo elemento
 - $w(r_{ij})$ - Fator de peso linear
 - x_i - Variável de projeto (0 ou 1)
-

Letras Gregas

- α_i^e - Número de sensibilidade do elemento
- α_j^n - Número de sensibilidade nodal
- α^{th} - Número de sensibilidade de referência para adição e retirada de elementos
- β_s - Razão de amortecimento
- ν_p - Coeficiente de Poisson da estaca
- ν_s - Coeficiente de Poisson do solo
- ρ_s - Massa específica do solo
- ρ_p - Massa específica da estaca
- ρ_i - Massa específica de um elemento da estrutura com estacas

Sumário

1	Introdução	16
1.1	Motivação	16
1.2	Objetivos e descrição do problema	17
2	Revisão Bibliográfica	19
2.1	Interação solo estrutura	19
2.2	Otimização Topológica	20
3	Formulação Matemática	25
3.1	Modelagem das estacas	25
3.2	Modelagem da estrutura	27
3.3	Esquema de acoplamento estaca-estrutura	28
3.4	Método BESO	30
3.4.1	Descrição	30
3.4.2	Definição do problema	31
3.4.3	Número de sensibilidade	31
3.4.4	Filtro numérico	33
3.4.5	Estabilidade do processo evolucionário	34
3.4.6	Critério de adição e retirada de elementos	35
3.4.7	Critério de convergência	35
3.4.8	Estrutura sujeita ao próprio peso como carregamento	36
3.4.9	Algoritmo do método BESO	36
4	Resultados Numéricos	38
4.1	Definição da estrutura	38
4.2	Variáveis utilizadas na simulação	39
4.3	Comparação engastado-estaca	40
4.3.1	Caso horizontal	40
4.3.2	Caso vertical	42
4.3.3	Otimização utilizando o peso próprio	45
4.4	Variação das características do solo	48
4.5	Discussão dos resultados	49
5	Conclusões	50
	Referências	51

1 Introdução

1.1 Motivação

Uma das atividades mais fundamentais em engenharia é a busca da melhor performance para um projeto, seja ele um novo componente, estrutura ou produto, respeitando condições impostas quanto à durabilidade, processos de fabricação, economia de material e redução de custos. Isso é ainda mais importante nos dias de hoje, onde a forte concorrência e a importância da sustentabilidade levam à busca da diminuição de desperdícios em diversas fases do projeto.

Diversos métodos foram desenvolvidos ao passar dos anos de forma a encontrar a solução ótima para diversos tipos de aplicações. O advento de computadores mais poderosos permitiu também a criação de métodos computacionais que possibilitam ao engenheiro testar inúmeros casos diferentes de aplicação desde o início de um projeto.

Para o caso específico de estruturas, temos uma grande área ativa de pesquisa e desenvolvimento que se baseia em vários métodos conhecida como Otimização Topológica. Esses métodos permitem a obtenção de um layout ótimo para uma estrutura conhecendo apenas os carregamentos e restrições às quais essa estrutura está sujeita, sem a necessidade de uma forma inicial definida. Isso permite uma grande flexibilidade durante o projeto e soluções inovadoras para diversos casos. Porém, a maioria dos exemplos encontrados na literatura utiliza apoios rígidos para modelar os suportes das estruturas que devem ser otimizadas. Na figura 1.1 temos o exemplo de dois resultados de um procedimento de otimização topológica para uma viga engastada sujeita à uma carga na sua extremidade livre, tanto para o caso 3d quanto para um caso 2d.

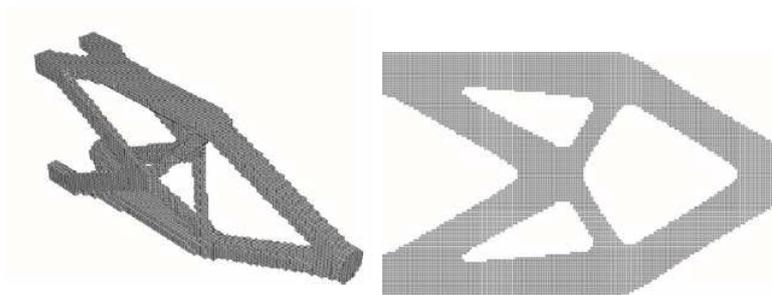


Figura 1.1: Exemplos de Otimização Topológica - Huang e Xie (2010)

Algumas estruturas são suportadas por diferentes tipos de fundação, como por exemplo estacas instaladas no solo. Essas fundações possuem diferentes características de transferência

de carga, o que influencia no comportamento da estrutura quando sujeita a diferentes tipos de carregamento. Na figura 1.2 temos o exemplo de uma estrutura suportada por estacas, o gerador de luz síncrotron Sirius, localizado em Campinas. Devido às suas características de projeto, essa estrutura é suportada por milhares de estacas.



Figura 1.2: Exemplo de uma estrutura suportada por um grupo de estacas. (Fonte:imagem disponível em <http://cnpem.br/portfolio-item/video-sirius/>)

A questão que propomos estudar é como a presença da fundação pode alterar a solução final em um problema de otimização topológica.

1.2 Objetivos e descrição do problema

Este trabalho propõe-se a estudar a influência do acoplamento de um grupo de estacas na solução do problema de otimização topológica de uma estrutura. A estrutura tem forma inicial arbitrária e é modelada através do método de elementos finitos. Esta estrutura é conectada a um grupo de estacas, independentes entre si, executadas em uma camada de solo uniforme sobre um leito de rocha rígida (figura 1.3).

As propriedades materiais e geométricas do solo são descritas nas tabelas 1 e 2.

Tabela 1.1: Propriedades materiais e dimensões das estacas

Nomenclatura	Descrição
E_p	Módulo de Elasticidade
ρ_p	Massa específica
ν_p	Coefficiente de Poisson
L	Comprimento
d	Diâmetro
s	Distância entre os centros de estacas adjacentes

Tabela 1.2: Propriedades materiais e dimensões do solo

Nomenclatura	Descrição
E_s	Módulo de Elasticidade
ρ_s	Massa específica
ν_s	Coefficiente de Poisson
H	Profundidade

A otimização foi realizada com a rotina de otimização de estruturas evolucionária bidirecional (sigla em inglês BESO) implementada no MATLAB. A rotina BESO, além da discretização da estrutura e o acoplamento estaca-estrutura, são descritos com detalhes nas seções seguintes.

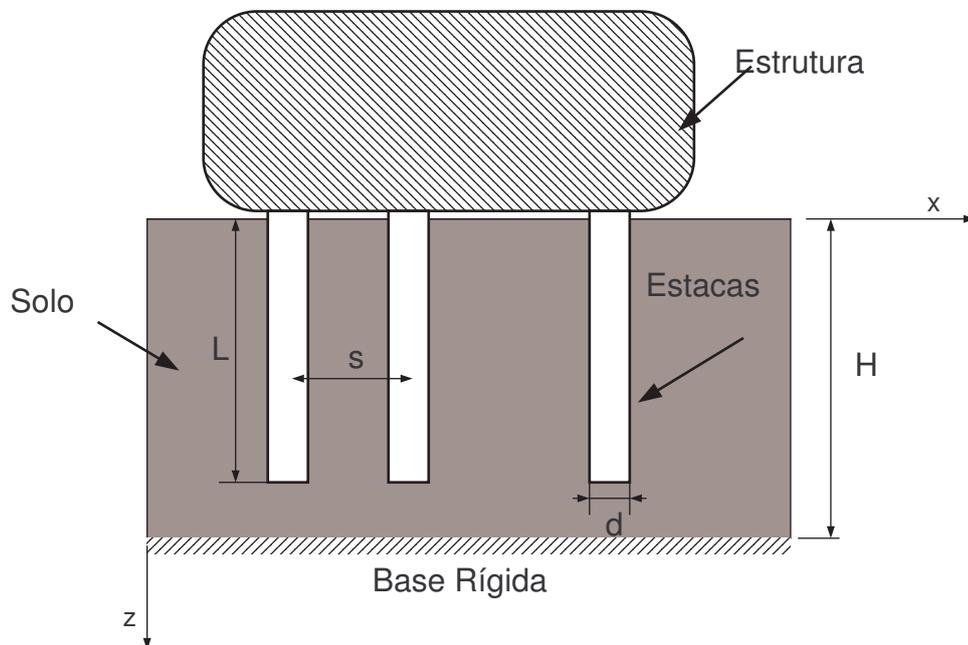


Figura 1.3: Exemplo do problema estudado

2 Revisão Bibliográfica

2.1 Interação solo estrutura

Interação solo estrutura é o nome de uma grande área de estudos, que busca compreender os fenômenos estáticos e dinâmicos que ocorrem no acoplamento entre o solo e uma estrutura. Vários assuntos são investigados, como por exemplo a interação entre camadas de solo devido a ação de uma carga externa ou onda sísmica, a resposta a cargas estáticas e dinâmicas de uma placa rígida na superfície do solo e a resposta de estacas dentro de um solo sujeitas a cargas externas ou excitação sísmica. Esse último assunto é de maior interesse para o trabalho desenvolvido nessa dissertação.

As primeiras tentativas para se modelar a resposta de grupos de estacas suportando placas na superfície do solo se baseavam na ideia de Winkler (1867) de modelar o solo como sistemas discretos de massa-mola-amortecedor. Essa modelagem falha em representar o solo como um meio carregado e deformável, tendo também a necessidade de se determinar as propriedades dinâmicas do solo para cada caso. Uma das soluções para esses problemas foi proposta por Rajapakse e Shah (1987). Seu modelo de uma estaca elástica instalada no solo se baseava na abordagem variacional utilizando-se coordenadas generalizadas e incorporava a propagação de ondas transmitidas pelas estacas para a sua vizinhança (modelada como um semi-espaço contínuo). Apesar da axissimetria das funções de Green utilizadas para modelar o solo no trabalho de Rajapakse e Shah (1987), sua formulação foi estendida com sucesso para modelar grupos de estacas tridimensionais (Labaki e Mesquita (2016)).

Outra estratégia para esse problema consiste em utilizar o método dos elementos finitos e/ou o método de elementos de contorno em um modelo de solo e estaca discretizado para modelar a resposta das fundações. Um trabalho notável nessa categoria foi o de Kaynia e Kausel (1991) que descreveram um método abrangente para modelar a interação de um grupo de estacas e o solo. Neste modelo as estacas podem ter parâmetros geométricos e de material arbitrários e também podem ser distribuídas arbitrariamente no solo onde estão instaladas. O solo nesse modelo pode ser descrito como uma camada finita suportada por um leito rígido ou como um semi-espaço infinito. Tanto o solo como o grupo de estacas pode ser discretizado em um número arbitrário de camadas elásticas, transversalmente isotrópicas e de espessura também arbitrária. O grupo de estacas pode estar sujeito à carregamentos harmônicos verticais, horizontais, fletores e de torção. Por fim, pode-se modelar o grupo com estacas independentes entre si ou conectadas por uma placa rígida, esta sem contato com o solo.

Para a solução da placa rígida em contato com o solo, os modelos inicialmente se basearam no acoplamento entre a placa, discretizada pelo método de elementos finitos, e o solo, o qual era modelado com o uso de funções de Green. O acoplamento entre os dois nesses trabalhos é descrito através da compatibilidade cinemática e o equilíbrio das forças atuantes nos pontos discretos da interface placa-solo. Modelos de placas elásticas em contato contínuo com o solo foram representados por Rajapakse (1988) e mais recentemente estendidos por Labaki *et al.* (2014). Nestes trabalhos, foi utilizada a abordagem variacional usada por Rajapakse e Shah (1987) para modelar as estacas montadas no solo, mencionada anteriormente. Devido à axissimetria das funções de Green utilizadas para o solo, esses modelos de placa estavam limitados à placas circulares sob a ação de cargas verticais.

2.2 Otimização Topológica

Otimização estrutural é definida como a estratégia para se encontrar a estrutura com a melhor performance sujeita à diversas condições de restrição e carga. Pode ser dividida em três grandes áreas:

- Otimização paramétrica: Consiste em encontrar a melhor performance alterando variáveis, como a espessura da seção transversal de uma viga, apresentada na figura 2.1. É o método mais clássico de otimização estrutural.

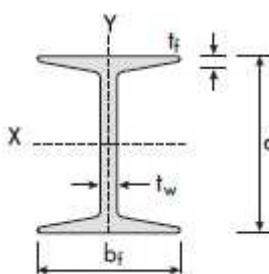


Figura 2.1: Exemplo de otimização paramétrica

- Otimização de contorno: Consiste em encontrar a forma ótima de uma estrutura pré determinada somente através da alteração do seu contorno. Um exemplo para otimização de uma biela é apresentado na figura 2.2.
- Otimização topológica: Consiste em encontrar um layout do material para uma dada estrutura através da modificação dos elementos que a constituem, respeitando algum critério de restrição e o carregamento ao qual essa estrutura está sujeita. Não há necessidade de estabelecer uma forma inicial para a estrutura para essa otimização.

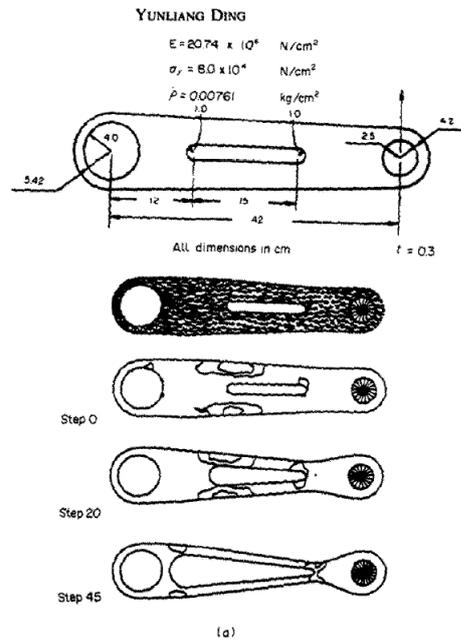


Figura 2.2: Exemplo de otimização de contorno Ding (1986)

A otimização topológica pode ainda ser dividida em dois tipos:

- Otimização topológica de estruturas discretas, onde a topologia final é encontrada alterando-se a conexão e o tamanho de elementos discretos, como treliças e barras. Temos um exemplo da otimização discreta utilizando barras na figura 2.3.

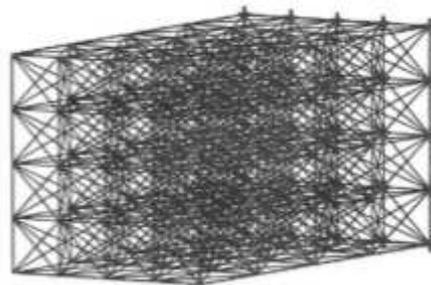


Figura 2.3: Exemplo de otimização topológica discreta Achtziger (1997)

- Otimização topológica de estruturas contínuas, onde a topologia final é encontrada definindo-se a posição e tamanho de vazios em uma estrutura contínua.

Otimização topológica de estruturas contínuas é o nome dado à diversas estratégias nas quais a forma final da estrutura (modelada como um meio contínuo) é encontrada através da

determinação das melhores posições e geometrias possíveis para as cavidades dentro do domínio do projeto.

Após o trabalho fundamental de Bendsøe e Kikuchi (1988), onde foi proposta uma metodologia para se encontrar a topologia final de uma estrutura através da inserção e variação de pequenos vazios no domínio inicial de projeto, uma série de métodos para a otimização topológica de estruturas contínuas vem sendo pesquisadas extensivamente. Deaton e Grandhi (2014) atestam até mesmo que otimização topológica é a área de pesquisa mais ativa nas últimas duas décadas nas áreas de otimização multidisciplinar e estrutural. Segundo eles isso se deve à consolidação e contínuo desenvolvimento dos métodos clássicos de otimização topológica, além da criação de novos métodos.

Os algoritmos de otimização topológica podem ser classificados em dois grandes grupos. O primeiro grupo baseia-se no gradiente da função objetivo para encontrar a topologia ótima para uma dada estrutura. O segundo grupo, denominado evolucionário, utiliza-se somente de processos aleatórios para encontrar o mínimo global de uma função objetivo, como por exemplo algoritmos genéticos, colônia de formigas, entre outros (Sigmund, 2011). O método utilizado nesse trabalho faz parte do primeiro grupo.

Sigmund e Maute (2013) sugerem a divisão dos métodos baseados em gradiente em várias categorias, entre elas: densidade ou método SIMP (Bendsøe, 1989; Zhou e Rozvany, 1991), level set (Allaire *et al.*, 2002; Wang *et al.*, 2003), derivadas topológicas (Jackowska-Strumillo *et al.*, 1999), métodos evolucionários (Xie e Steven, 1993; Huang e Xie, 2007). A figura 2.4 apresenta o resultado final de uma otimização do método simp de uma viga engastada livre em um plano. A figura 2.5 apresenta o resultado da otimização do tipo level set para o problema clássico conhecido como 'two bars'. Na figura 2.6 temos o exemplo de uma otimização utilizando o método ESO em uma viga bi-apoiada com carga concentrada no meio. Somente metade do domínio é apresentado nessa última figura.

A maioria dos métodos se baseiam no resultado de uma análise pelo método de elementos finitos do domínio de projeto, discretizado em uma malha fina de elementos. A partir desse resultado, o problema de otimização topológica consiste em encontrar onde deverá haver a presença de material (elemento sólido na malha) ou não (elemento vazio na malha).

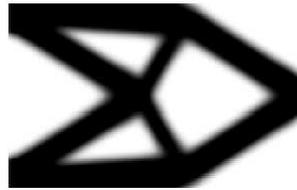


Figura 2.4: Exemplo de otimização utilizando método SIMP (Bendsøe, 1989)

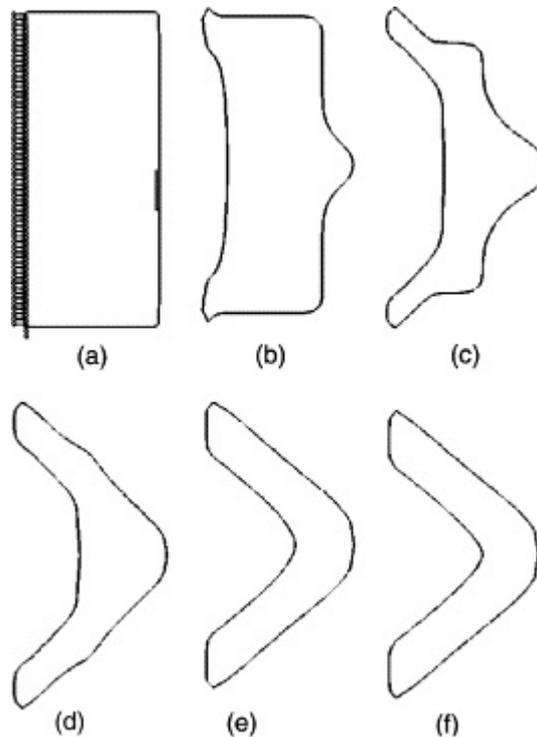


Figura 2.5: Exemplo de otimização utilizando método level-set (Wang *et al.*, 2003)



Figura 2.6: Exemplo de otimização utilizando método ESO (Huang e Xie, 2010)

Entre os primeiros métodos evolucionários está o método de Otimização Estrutural Evolucionária (em inglês *Evolutionary Structural Optimization* ou *ESO*) proposto por Xie e Steven (1993). Neste procedimento a otimização é realizada através da evolução da forma inicial da estrutura para a solução otimizada. Isso é feito através da retirada de uma certa quantidade de elementos (definido inicialmente pela razão de rejeição RR). A cada vez que uma solução estável é atingida, essa quantidade é atualizada por uma razão evolucionária ER . Esse processo se repete até que a condição de restrição desejada seja atingida.

Um método derivado do método ESO foi o método ESO bidirecional (BESO), que consiste na adição e retirada simultânea de elemento para a geração da forma otimizada de uma estrutura. Esse método foi desenvolvido inicialmente por Yang *et al.* (1999) para problemas de otimização com o objetivo de encontrar a máxima rigidez para uma dada estrutura. Nos primeiros trabalhos envolvendo este método, a adição e remoção dos elementos era realizada utilizando-se dois parâmetros de razão separados: RR, razão de retirada e IR, razão de inclusão. Os elementos eram então ranqueados duas vezes de modo a determinar quantos seriam retirados e quantos seriam adicionados. Isso comprometia a performance computacional do método e o tornava dependente de uma escolha apropriada dos parâmetros de razão para a convergência de uma solução.

Uma versão atualizada desse método é descrita no livro Huang e Xie (2010) e fornece a solução para vários problemas encontrados na otimização de estruturas contínuas, como a dependência do tamanho de malha, a formação de vazios no contínuo (padrão idêntico a um tabuleiro de xadrez ou, em inglês, 'checkerboard pattern') e estratégias para convergência da função objetivo. Esse método atualizado foi o escolhido para utilização no trabalho e será descrito com mais detalhes na próxima seção.

3 Formulação Matemática

Nesse capítulo serão descritas em detalhe as formulações matemáticas utilizadas para a modelagem das estacas, da estrutura, do acoplamento entre ambas e o método BESO de otimização topológica.

3.1 Modelagem das estacas

A formulação usada para modelagem do grupo de estacas foi desenvolvida por Kaynia e Kausel (1991). Este modelo permite o estudo da resposta dinâmica de um grupo de estacas, conectadas ou não, quando submetidas a cargas externas ou cargas sísmicas. Esse modelo foi objeto de estudos em nosso grupo de pesquisa, sendo um modelo consolidado e com alta confiabilidade para o estudo das características desse tipo de fundação. O principal motivo pela escolha dessa formulação para uso nesse trabalho foi a alta customização que nos é permitida. Características como as propriedades materiais do solo, propriedades mecânicas da estaca, número de estacas e disposição espacial são facilmente implementadas e permitem o estudo de diversos tipos de problema. Ainda que muitas potencialidades desse método não tenham sido exploradas nesse presente trabalho, o uso do mesmo permitirá a investigação de outros problemas complementares ao que propomos investigar nesse trabalho.

A figura 3.1 representa um esquema básico de uma fundação modelada por esse método. O solo é modelado como um meio viscoelástico, dividido em camadas e apoiado por um semi-espaço ou um leito de rocha rígido. A interface solo-estaca é discretizada em l segmentos arbitrários mais 1 (um) elemento circular na extremidade inferior da estaca. As forças externas atuando no grupo de estacas são harmônicas e podem ser verticais, horizontais, momentos fletores ou momentos torsores. É possível simular também a propagação de uma onda sísmica vertical de cisalhamento.

As cargas e os deslocamentos da extremidade superior das N estacas do grupo modelado estão relacionados através da equação:

$$\mathbf{P}_e = \mathbf{K}_e \cdot \mathbf{u}_e, \quad (3.1)$$

onde \mathbf{P}_e é o vetor de forças e momentos e \mathbf{u}_e é o vetor de deslocamentos e rotações na extremidade superior da estaca. A matriz de rigidez do grupo de estacas \mathbf{K}_e pode ser escrita

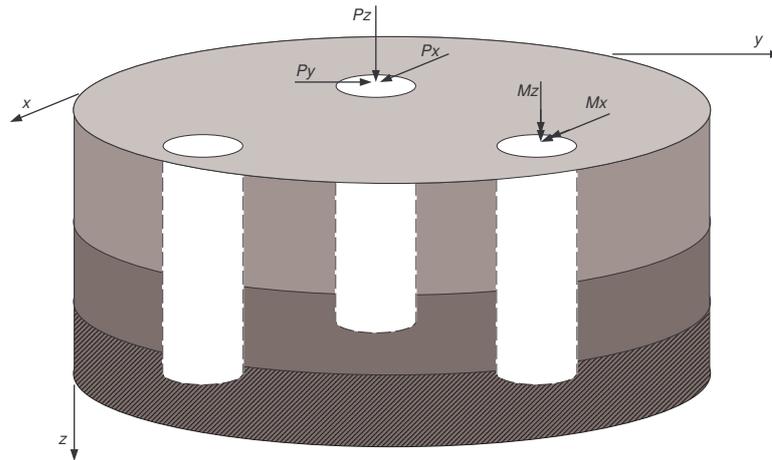


Figura 3.1: Exemplo de um grupo de estacas em um solo estratificado e forças externas.

como:

$$\mathbf{K}_e = \mathbf{K}_p + \mathbf{\Psi}^T (\mathbf{F}_s + \mathbf{F}_p) \mathbf{\Psi}. \quad (3.2)$$

Cada termo desta equação é definido por Kaynia e Kausel (1991) da seguinte forma:

- $\mathbf{\Psi}$ é uma matriz de forma, de tamanho $(3(l+1) \times 10)$, que define os deslocamentos de cada nó (situado no centro de cada segmento) para uma estaca com as extremidades fixas.
- \mathbf{F}_p é a matriz de flexibilidade da estaca associada aos nós 1 até $(l+1)$, com a condição de contorno das extremidades fixas.
- \mathbf{K}_p é a matriz de rigidez dinâmica da estaca, relacionando as cargas das extremidades com os respectivos deslocamentos nas mesmas.
- \mathbf{F}_s é a matriz de flexibilidade do solo, definida por Kaynia e Kausel (1991) como a matriz relacionando cargas divididas de forma constante com a média dos deslocamentos nos segmentos da estaca. Ela é montada usando as funções de Green desenvolvidas com o método proposto por Apsel (1979) usando a estratégia da rigidez da camada (Kausel e Roësset (1981)). Kaynia e Kausel (1991) argumentam que o método com a melhor aproximação para determinar \mathbf{F}_s é calculando a flexibilidade do solo, sem as cavidades onde as estacas estão inseridas, porém modelando esses espaços que seriam ocupados pelas estacas com módulo de elasticidade e densidades iguais aos da estaca subtraídos do valor do solo para essas grandezas. Essa matriz é a mais cara computacionalmente para se determinar devido à natureza da integração que deve ser resolvida, o que dificulta o uso de alguns métodos tradicionais de integração numérica, conforme descrito em Vasconcelos

(2019) e alvo de trabalhos recentes no nosso grupo de estudos que compararam diferentes tipos de estratégias para a integração numérica (Geraldo, 2019; Cavalcante e Labaki, 2019) com o objetivo de diminuir o custo computacional para casos com grande número de estacas.

- Por fim temos \mathbf{K}_e , definida como a matriz de rigidez resultante do grupo de estacas. Essa matriz tem dimensão $(10N \times 10N)$, onde N é o número de estacas do grupo de estacas e relaciona os esforços em cada extremidade de uma estaca com seu respectivo deslocamento. Essa matriz será utilizada neste trabalho e acoplada à matriz de rigidez de estrutura para o estudo da otimização topológica com a presença de um grupo de estacas.

Para o cálculo da matriz \mathbf{K}_e foram utilizados os resultados do deslocamento do grupo de estacas modelado no problema, utilizando-se a implementação PILES do método de Kaynia e Kausel (1991) escrito em FORTRAN. A montagem da matriz de rigidez do grupo de estacas e o acoplamento subsequente com a matriz de rigidez da estrutura foi então desenvolvido com uma rotina no MATLAB. Como este trabalho considera a otimização topológica de estruturas sob carregamentos estáticos, nesta implementação foi utilizado somente um caso particular desta solução, em que a frequência de excitação é zero.

3.2 Modelagem da estrutura

A estrutura que será acoplada ao grupo de estacas é modelada usando o método de elementos finitos clássico. A estrutura é dividida utilizando-se elementos hexaédricos de 8 nós, com densidade ρ e definidos pelos sistemas de coordenadas cartesianos (x_i, y_i, z_i) no domínio físico e (ξ_i, η_i, ζ_i) no domínio natural (figura 3.2). Nessa formulação, cada nó tem 3 graus de liberdade e sua matriz de rigidez é definida por:

$$\mathbf{k}_e = \int_{V_e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \det(J) d\xi d\eta d\zeta \quad (3.3)$$

onde V_e é o volume de cada elemento, D é a matriz constitutiva, B é a matriz de derivadas das funções de forma do elemento, e J é a matriz Jacobiano que relaciona os domínios físico e natural.

A solução nodal para a estrutura é dada por:

$$\mathbf{P}_{st} = \mathbf{K}_{st} \mathbf{u}_{st}. \quad (3.4)$$

onde \mathbf{u}_{st} é o vetor de deslocamento nodal e \mathbf{P}_{st} é o vetor de forças nodais, com o subscrito st referindo-se à estrutura. Uma dedução detalhada das grandezas utilizadas pode ser encontrada em Cook *et al.* (2002) e na maioria dos livros de elementos finitos.

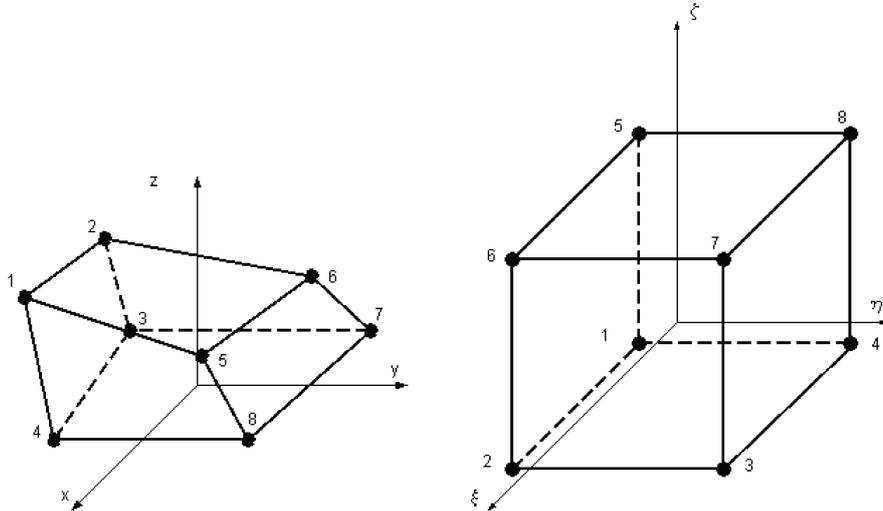


Figura 3.2: Domínio físico e natural da estrutura modelada em elementos finitos

3.3 Esquema de acoplamento estaca-estrutura

O acoplamento entre a estrutura e a estaca descritas nos itens anteriores é obtida estabelecendo compatibilidade cinemática e equilíbrio entre os nós onde a malha da estrutura se conecta com as extremidades superiores do grupo de estacas. Para garantir esse acoplamento, a malha gerada para discretizar a estrutura deve ser gerada de forma que exista um nó que corresponda à posição de cada extremidade superior das estacas do grupo modelado. Um exemplo desse acoplamento é dado na figura 3.3 onde os nós i , j e k da estrutura correspondem à localização das extremidades 1, 2 e 3.

A relação entre os deslocamentos nodais e forças em uma estrutura com estacas pode ser estabelecida combinando a condição que o deslocamento da extremidade superior da estaca é igual ao deslocamento do nó correspondente da estrutura ($u_{st}^n = u_e^j$) e que as forças na interface estão em equilíbrio ($P_{st} = P_e$). Satisfeitas essas condições temos:

$$\mathbf{f} = \mathbf{K}\mathbf{u}, \quad (3.5)$$

em que

$$\mathbf{f} = \left[f_x^1 \quad f_y^1 \quad f_z^1 \quad f_x^2 \quad f_y^2 \quad f_z^2 \quad \cdots \quad f_x^N \quad f_y^N \quad f_z^N \right]^T \mathbf{e} \quad (3.6)$$

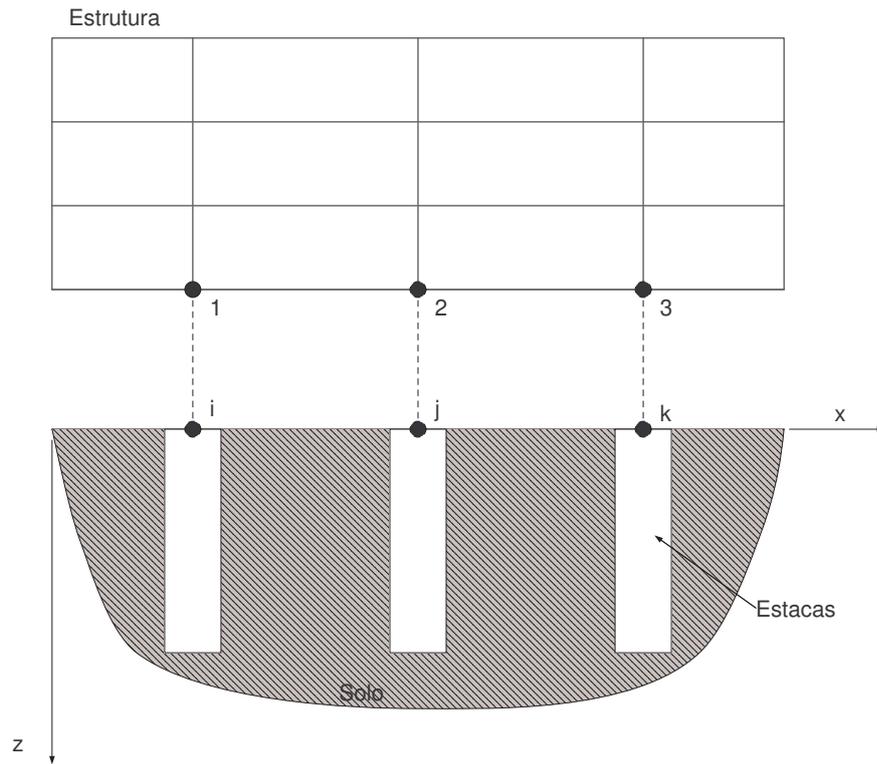


Figura 3.3: Exemplo de acoplamento

$$\mathbf{u} = \left[u_x^1 \quad u_y^1 \quad u_z^1 \quad u_x^2 \quad u_y^2 \quad u_z^2 \quad \cdots \quad u_x^N \quad u_y^N \quad u_z^N \right]^T, \quad (3.7)$$

onde f_n^i e u_n^i são respectivamente as forças e os deslocamentos do nó n da estrutura com estacas na direção i e a matriz K é definida por:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{st}^{1,1} & \cdots & k_{st}^{1,n} & \cdots & k_{st}^{1,m} & \cdots & k_{st}^{1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ k_{st}^{n,1} & \cdots & k_{st}^{n,n} + k_e^{i,i} & \cdots & k_{st}^{n,m} + k_e^{i,j} & \cdots & k_{st}^{n,N} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ k_{st}^{m,1} & \cdots & k_{st}^{m,n} + k_e^{j,i} & \cdots & k_{st}^{m,m} + k_e^{j,j} & \cdots & k_{st}^{m,N} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{st}^{N,1} & \cdots & k_{st}^{N,n} & \cdots & k_{st}^{N,m} & \cdots & k_{st}^{N,N} \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

na qual k são matrizes de 3x3 elementos contendo os termos de rigidez nas direções x , y e z e os super índices n e m se referem aos nós da estrutura conectados às extremidades superiores das estacas i e j , respectivamente. Por exemplo, $k_e^{i,j}$ é uma matriz de rigidez 3x3 que relaciona o deslocamento da extremidade superior da estaca j (u_{ex}^j , u_{ey}^j e u_{ez}^j) devido a forças aplicadas na extremidade da estaca i (P_{px}^i , P_{py}^i e P_{pz}^i). Essa relação é dada pela equação (3.1). De forma

semelhante, a matriz $k_{st}^{n,m}$ é uma matriz de rigidez 3x3 que relaciona o deslocamento do nó m da estrutura (u_{stx}^m , u_{sty}^m e u_{stz}^m) devido a forças aplicadas no nó n da estrutura (P_{stx}^n , P_{sty}^n e P_{stz}^n). Essa relação é dada pela equação (3.4). Nesse exemplo, o nó da estaca i está conectado ao nó n da estrutura e o nó da estaca j está conectado ao nó m da estrutura.

É importante destacar que a matriz de rigidez das estacas tem orientação do eixo de coordenadas z em sentido oposto ao eixo z da estrutura. Para realizar o acoplamento foi necessária a inversão desse eixo de coordenadas utilizando-se uma matriz de transformação de coordenadas \mathbf{T} , definida como:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

e a transformação é realizada através da seguinte equação:

$$\mathbf{k}_e = \mathbf{T}^T \mathbf{k}_e \mathbf{T}. \quad (3.10)$$

3.4 Método BESO

3.4.1 Descrição

Entre os métodos atuais de otimização topológica, o método BESO pode ser destacado como um dos mais abrangentes, tendo diversos exemplos na literatura para diferentes casos de restrição e objetivos de otimização. Dois pontos fortes principais ajudam a explicar a grande utilização desse método: a facilidade da implementação da rotina BESO no pós-processamento de resultados obtidos por um software de análise de elementos finitos, seja esse software comercial ou não; a ausência de zonas "cinzas", com propriedades mecânicas e materiais diferentes do material base, as quais dificultam a fabricação das topologias obtidas em outros métodos e a aplicação de cargas dependentes do domínio (como vento ou peso próprio de uma estrutura). Essas vantagens são ideais para o presente estudo, visto que a estrutura suportada por estacas é representada por uma matriz de elementos finitos e as cargas que essas estruturas estão sujeitas são normalmente dependentes da sua forma.

Foi escolhido uma versão do procedimento BESO atualizado apresentado por Huang e Xie (2010). O método consiste em permitir que o material seja removido e adicionado simultaneamente durante o processo de otimização e possui características que mitigam os problemas

geralmente encontrados nos processos de otimização topológica evolucionária, citadas na revisão bibliográfica e explicadas com mais detalhes nessa seção. Também serão apresentadas todas as grandezas necessárias para a otimização da estrutura.

3.4.2 Definição do problema

Um dos objetivos possíveis dos métodos de otimização topológica é buscar a mais rígida configuração de uma dada estrutura para um volume prescrito anteriormente. Esse problema é solucionado pelo método BESO através da retirada e adição de elementos da estrutura, não alterando no processo seus parâmetros físicos ou de material. O problema de otimização com uma restrição de volume pode ser escrito então como:

$$\text{Minimizar } C = \frac{1}{2} \mathbf{f}^T \mathbf{u} \quad (3.11)$$

$$\text{Sujeito a: } V^* = \sum_{i=1}^M V_e x_i, \quad (3.12)$$

$$x_i = 0 \text{ ou } 1, \quad (3.13)$$

onde \mathbf{f} e \mathbf{u} são respectivamente os vetores de força e de deslocamento nodais da malha de elementos finitos da estrutura e C é a compliance média. V_e é o volume de um elemento individual e V^* é o volume total desejado para a estrutura. M é o número total de elementos discretizados da estrutura. A variável de projeto x_i pode assumir o valor de 0 ou 1, indicando respectivamente ausência ou presença de um dado elemento.

3.4.3 Número de sensibilidade

O parâmetro que determina a adição ou remoção dos elementos é chamado de sensibilidade do elemento. Para o problema proposto de maximizar a rigidez total da estrutura, Huang e Xie (2010) definem que devemos minimizar a Compliance média da estrutura para obter a máxima rigidez para uma dada restrição de volume. A Compliance média é definida como a quantidade total de energia de deformação da estrutura, ou o trabalho total realizado devido às cargas aplicadas. Podemos encontrar o valor da Compliance através da seguinte equação:

$$C = \frac{1}{2} \mathbf{f}^T \mathbf{u}, \quad (3.14)$$

O equilíbrio estático de uma estrutura analisada utilizando elementos finitos é definido pela seguinte equação:

$$\mathbf{f} = \mathbf{K}\mathbf{u}, \quad (3.15)$$

onde \mathbf{K} é a matriz de rigidez global da estrutura.

Quando um elemento i da estrutura é retirado, a variação da rigidez $\Delta\mathbf{K}$ pode ser expressa pela seguinte equação:

$$\Delta\mathbf{K} = \mathbf{K}^* - \mathbf{K} = -\mathbf{K}_i, \quad (3.16)$$

onde \mathbf{K}^* é a matriz de rigidez da estrutura resultante da retirada do elemento i e \mathbf{K}_i é a matriz de rigidez deste elemento.

A variação do vetor deslocamento $\Delta\mathbf{u}$ pode ser definida através da variação dos dois lados da equação (3.15), ignorando-se os termos de alta ordem e assumindo-se que a variação do elemento i não altera o vetor de cargas aplicadas na estrutura. Temos então que:

$$\Delta\mathbf{K}\mathbf{u} + \mathbf{K}\Delta\mathbf{u} = 0 \quad (3.17)$$

$$\Delta\mathbf{u} = -\mathbf{K}^{-1}\Delta\mathbf{K}\mathbf{u} \quad (3.18)$$

A variação da compliance ΔC é definida através da variação da equação (3.14):

$$\Delta C = \frac{1}{2}\mathbf{f}^T\Delta\mathbf{u} \quad (3.19)$$

Substituindo as equações (3.16) e (3.18) na equação (3.19), temos que a variação da compliance pode ser escrita como:

$$\Delta C = \frac{1}{2}\mathbf{f}^T\Delta\mathbf{u} = -\frac{1}{2}\mathbf{f}^T\mathbf{K}^{-1}\Delta\mathbf{K}\mathbf{u} = \frac{1}{2}\mathbf{u}_i^T\mathbf{K}_i\mathbf{u}_i, \quad (3.20)$$

onde \mathbf{u}_i é o vetor de deslocamentos do elemento.

O valor da sensibilidade do i -ésimo elemento α_i^e é determinado então através da seguinte equação:

$$\alpha_i^e = \Delta C = \frac{1}{2}\mathbf{u}_i^T\mathbf{K}_i\mathbf{u}_i, \quad (3.21)$$

Essa equação é válida para o caso estudado nesse trabalho, onde todos os elementos possuem o mesmo volume. Podemos verificar então através dessa dedução que, para aumentar a rigidez através da retirada de elementos, devemos retirar os elementos de menor valor de α_i^e , para que o aumento de C seja mínimo.

3.4.4 Filtro numérico

As sensibilidades encontradas em cada processo iterativo serão submetidas a uma rotina de filtro numérico. Essa rotina foi implementada por Huang e Xie (2007) de forma a minimizar a dependência do refinamento da malha e a diminuir o efeito de descontinuidade na topologia final (efeito "Checkerboard"). O filtro proposto por Huang e Xie (2007) se baseia em encontrar a sensibilidade nodal. Essa grandeza não tem significado físico e seu valor para o j -ésimo nó é determinado através da seguinte expressão:

$$\alpha_j^n = \sum_{i=1}^M w_i \alpha_i^e, \quad (3.22)$$

onde M é igual ao número de elementos conectados ao j -ésimo nó, w_i é o fator de peso para o i -ésimo elemento e a somatória $\sum_{i=1}^M w_i = 1$. O valor do fator w_i é dado por:

$$w_i = \frac{1}{M-1} \left(1 - \frac{r_{ij}}{\sum_{i=1}^M r_{ij}} \right) \quad (3.23)$$

onde r_{ij} é a distância entre o centroide do i -ésimo elemento e o j -ésimo nó da malha da estrutura. Desta relação é possível observar que, quanto mais próximo o nó está de um elemento, maior a influência da sensibilidade deste elemento na sensibilidade nodal.

A sensibilidade nodal encontrada é então projetada novamente para os elementos, através do parâmetro r_{min} . Esse parâmetro determina os nós que influenciam a nova sensibilidade de um determinado elemento. O esquema básico é mostrado na figura 3.4, onde o parâmetro r_{min} determina um domínio A e todos os nós contidos nesse domínio influenciam a sensibilidade do elemento i . A nova sensibilidade do i -ésimo elemento é dada por:

$$\alpha_i = \frac{\sum_{j=1}^K w(r_{ij}) \alpha_j^n}{\sum_{j=1}^K w(r_{ij})} \quad (3.24)$$

onde K é o número total de nós no domínio A e $w(r_{ij})$ é o fator de peso linear, definido pela expressão:

$$w(r_{ij}) = r_{min} - r_{ij} \quad (j = 1, 2, \dots, K). \quad (3.25)$$

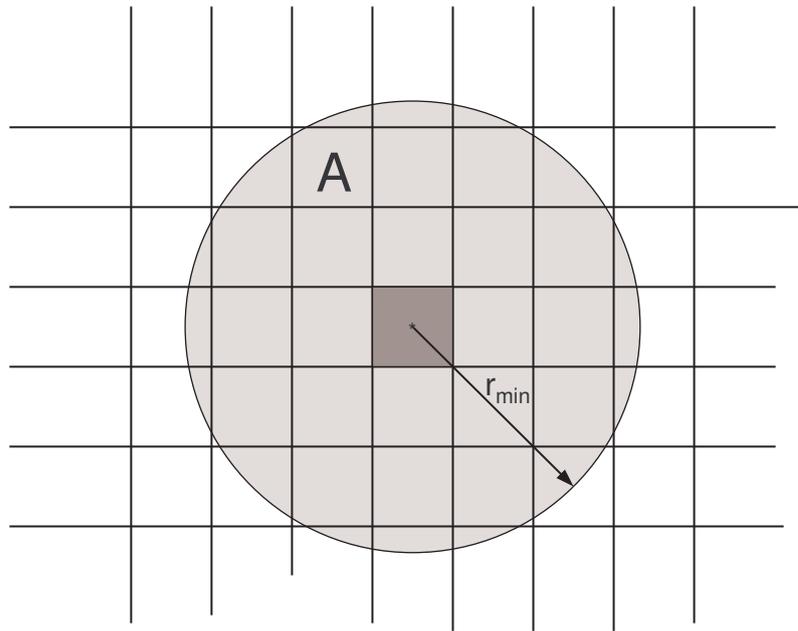


Figura 3.4: Domínio A envolvendo elementos a partir dos quais o filtro numérico é aplicado.

3.4.5 Estabilidade do processo evolucionário

Uma técnica clássica na literatura de otimização topológica para garantir a estabilidade do processo evolucionário é através de uma rotina de média histórica dos valores de sensibilidade encontrados durante as iterações do algoritmo. Essa rotina foi proposta por Huang e Xie (2007) de forma a diminuir as oscilações no valor da compliance durante a otimização. A seguinte expressão é utilizada para realizar a média do valor da sensibilidade na iteração k :

$$\alpha_i = \frac{\alpha_i^k + \alpha_i^{k-1}}{2} \quad (3.26)$$

onde α_i^k é o vetor de sensibilidades de todos os elementos da iteração k e α_i^{k-1} é o vetor das sensibilidades da iteração imediatamente anterior. Ao se fazer a média entre os dois valores obtemos o novo vetor α_i , que será usado no esquema de adição e remoção de elementos. Esse novo vetor passa a conter a informação de todas as iterações anteriores, o que auxilia no controle de oscilações no processo de otimização.

3.4.6 Critério de adição e retirada de elementos

O primeiro passo para realizar o processo BESO é a determinação do volume a ser alcançado na próxima iteração V_{k+1} , que é determinado pela expressão:

$$V_{k+1} = V_k(1 \pm ER) \quad (k = 1, 2, 3, \dots), \quad (3.27)$$

onde ER é a razão de volume evolucionária. Quando o volume V_{k+1} for igual à restrição do volume prescrito V^* , seu valor será constante e igual a este.

Nessa etapa, a definição de quais elementos serão retirados ou adicionados é determinada pelo parâmetro α^{th} . Esse parâmetro é determinado de acordo com o volume desejado V_{k+1} . Por exemplo, com um volume inicial de 100 elementos e um volume desejado de 75 elementos, $\alpha_{th} = \alpha_{75}$.

O elemento será retirado se sua sensibilidade for menor ou igual a α^{th} e adicionado se sua sensibilidade for maior que α^{th} .

Nessa etapa é realizado um controle da quantidade de elementos adicionados. Isso é feito de forma a garantir que a estrutura não perca sua integridade, especialmente em problemas onde uma topologia inicial é escolhida. O parâmetro AR_{max} é responsável pelo controle e ele ocorre da seguinte forma:

- Calcula-se uma razão de adição da iteração atual AR , dividindo-se o número de elementos a serem adicionados de acordo com α^{th} pelo número de elementos totais. Se esse $AR \leq AR_{max}$, o número elementos a serem adicionados e retirados não se altera.
- Caso $AR > AR_{max}$, o número de elementos a serem adicionados será o resultado da multiplicação de AR_{max} pelo número total de elementos. O número de elementos removidos será então igual à seguinte expressão ($V_k - V_{k+1} + \text{elementos adicionados}$).

3.4.7 Critério de convergência

O critério de parada sugerido por Huang e Xie (2010) foi utilizado nesse trabalho. A convergência é definida quando o valor do erro entre a compliance encontrada nas 5 últimas

iterações é menor ou igual a um erro mínimo τ . O erro é definido pela seguinte equação:

$$erro = \frac{|\sum_{i=1}^5 C_{k-i+1} - \sum_{i=1}^5 C_{k-4-i}|}{\sum_{i=1}^5 C_{k-i+1}}. \quad (3.28)$$

3.4.8 Estrutura sujeita ao próprio peso como carregamento

O estudo de estruturas sujeitas ao próprio peso é de extrema importância para diversos campos de engenharia, em especial para o projeto de edifícios. Contudo, a implementação de um carregamento dependente da malha gera dificuldades para um problema utilizando o método BESO, como a ação não monotônica que o carregamento tem no cálculo da sensibilidade, conforme descrito em Huang e Xie (2011).

Para evitar esta dificuldade no caso de estruturas sujeitas ao peso próprio, usa-se como critério para remoção ou adição de elementos somente o valor de sensibilidade descrito na equação (3.14). O vetor de carregamento f para esse tipo de problema é calculado com a somatória dos pesos de cada elemento da malha, distribuídos nos respectivos nós.

A expressão do vetor de carregamento para o i -ésimo elemento hexaédrico, utilizado neste trabalho, é dada pela seguinte equação:

$$f_i = V_i \rho_i g \left\{ 0 \ 0 \ \frac{1}{8} \ 0 \ 0 \ \frac{1}{8} \right\}^T \quad (3.29)$$

onde g é a aceleração da gravidade e ρ_i é a densidade do elemento i . Essa densidade é igual à densidade da estrutura se o elemento for cheio ou é zero se o elemento for vazio.

3.4.9 Algoritmo do método BESO

O algoritmo de otimização topológica usado neste trabalho, incluindo as estratégias de filtro numérico, sensibilidade, estabilidade e convergência descritas nesta seção, pode ser organizado da seguinte forma:

1. Discretização do domínio de projeto e atribuição de propriedades iniciais 0 ou 1 dos elementos para montagem da forma inicial da estrutura, conforme a equação (3.11).

2. Realizar análise de elementos finitos conforme a equação (3.13) e calcular o número de sensibilidade elemental usando as equações (3.19) e (3.22).
3. Realizar a média do número da sensibilidade com seu histórico, conforme equação (3.24) e salvar a sensibilidade resultante para a próxima iteração.
4. Determinar o volume desejado para a próxima iteração, conforme a equação(3.25).
5. Adicionar e retirar elementos de acordo com o novo volume e o valor da sensibilidade de cada elemento em relação ao valor de α^{th} .
6. Repetir os passos 2 a 5 até que o volume desejado seja alcançado e o critério de convergência, dado pela equação (3.26), seja atingido.

4 Resultados Numéricos

Esse capítulo está dividido em 5 seções. Nas primeiras duas seções a estrutura, carregamento e variáveis utilizadas no problema são descritas em detalhes. A terceira seção mostra a variação da compliance e topologia final entre uma estrutura engastada e uma acoplada a um grupo de estacas. A quarta seção mostra a variação das curvas de otimização da compliance com a mudança de parâmetros do solo. A quinta seção é uma discussão dos resultados obtidos.

4.1 Definição da estrutura

O método apresentado nas seções anteriores foi utilizado para estudar a otimização topológica de em uma estrutura prismática apoiada em um grupo de quatro estacas 2x2 (figura 4.1). A carga a qual a estrutura está sujeita está uniformemente distribuída em uma pequena área na superfície superior da estrutura (figura 4.2). A carga é estática e foi aplicada na direção horizontal (em y) e na direção vertical (em z).

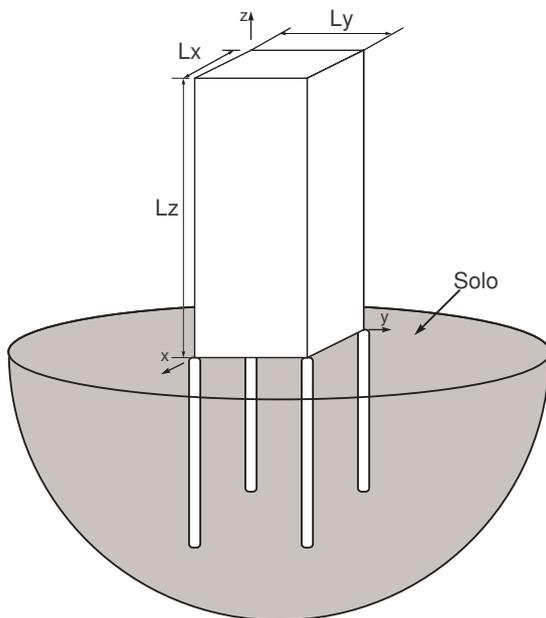


Figura 4.1: Estrutura modelada

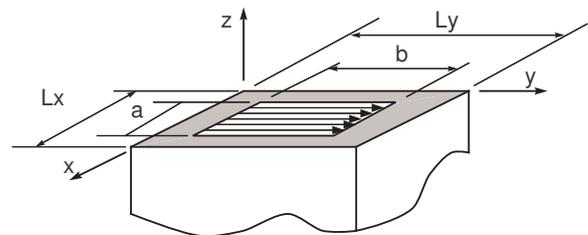


Figura 4.2: Aplicação da carga

4.2 Variáveis utilizadas na simulação

O solo é modelado como uma camada homogênea de profundidade $H/d = 75$, e amortecimento $\beta_s = 0.05$ (figura 1.3). As estacas tem as seguintes propriedades materiais e geométricas: $E_p/E_s = 1$, $\rho_p/\rho_s = 1$, $\nu_p/\nu_s = 1$, $L/d = 37.5$, $s/d = 5$ e $d/a = 1$. A estrutura é modelada com $b/a = 1$, $Lx/a = Ly/a = 5$, $Lz/a = 20$, $E_{st}/E_s = 1$, $\rho_{st}/\rho_s = 1$ e $\nu_{st}/\nu_s = 1$.

Os parâmetros usados no algoritmo de otimização BESO são listados na tabela abaixo:

Tabela 4.1: Variáveis para a rotina BESO.

Variável	Valor
ER	0.01
AR	0.5
r_{min}	$1.5*a$
τ	0.0001
V^*	0.3

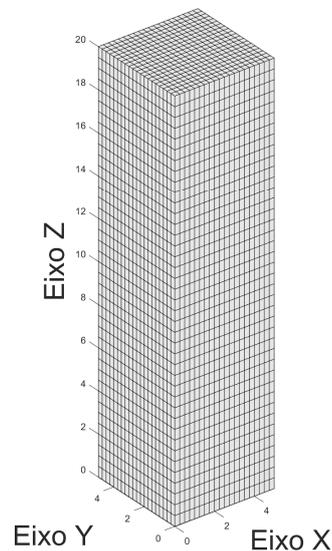


Figura 4.3: Estrutura discretizada

A malha de elementos finitos da estrutura foi dividida em 31250 elementos iguais, sendo 25 divisões nas direções x e y e 50 divisões na direção z.

4.3 Comparação engastado-estaca

4.3.1 Caso horizontal

A figura 4.4 mostra a variação da compliance e do volume da estrutura durante as iterações da rotina BESO para o caso no qual a estrutura está suportada por engastes e a carga é aplicada na direção y . Ou seja, todo deslocamento é restrito nos 4 cantos inferiores da estrutura, para todas as direções. A topologia otimizada encontrada para esse caso é mostrada na figura 4.5.

Os resultados encontrados para o caso análogo, onde os suportes são substituídos pelas estacas estão nas figuras 4.6 e 4.7. A compliance normalizada C^* nesses resultados é dada pela expressão $C^* = C_i/C_1$, onde C_i é a compliance da estrutura na i -ésima iteração e C_1 a compliance da estrutura na primeira iteração.

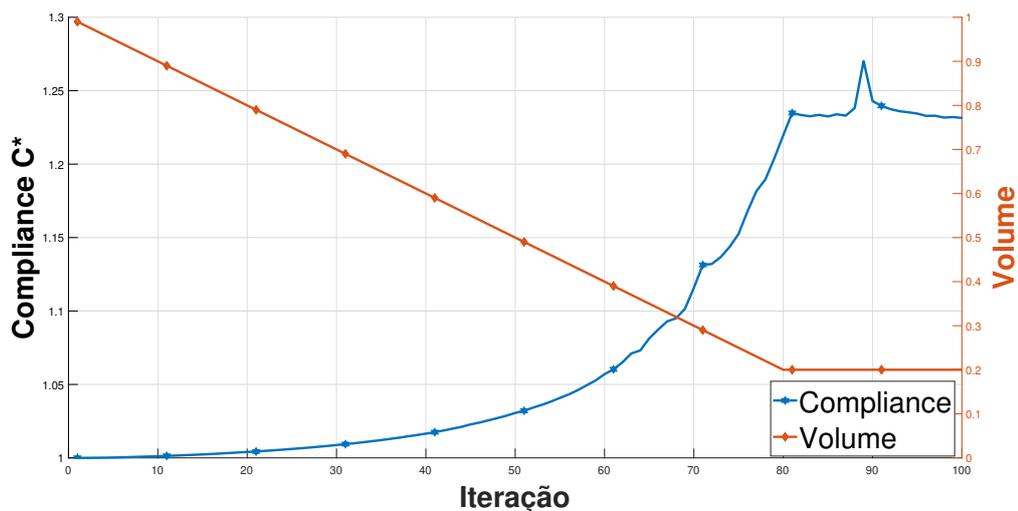


Figura 4.4: Compliance Média x Volume, Estrutura com engastes

Nas figuras 4.4 e 4.6 é possível observar que o volume da estrutura é reduzido linearmente durante as iterações do processo de otimização, até o limite prescrito V^* . Ao atingir esse limite, o volume permanece constante até a última iteração. O valor da compliance aumenta de forma gradual nos dois gráficos, com a presença de poucos picos e oscilações até atingir um patamar de valor onde irá satisfazer o critério de convergência. Nesse patamar são observados alguns picos e oscilações pequenas no valor da compliance, que ocorrem até o final do processo de otimização.

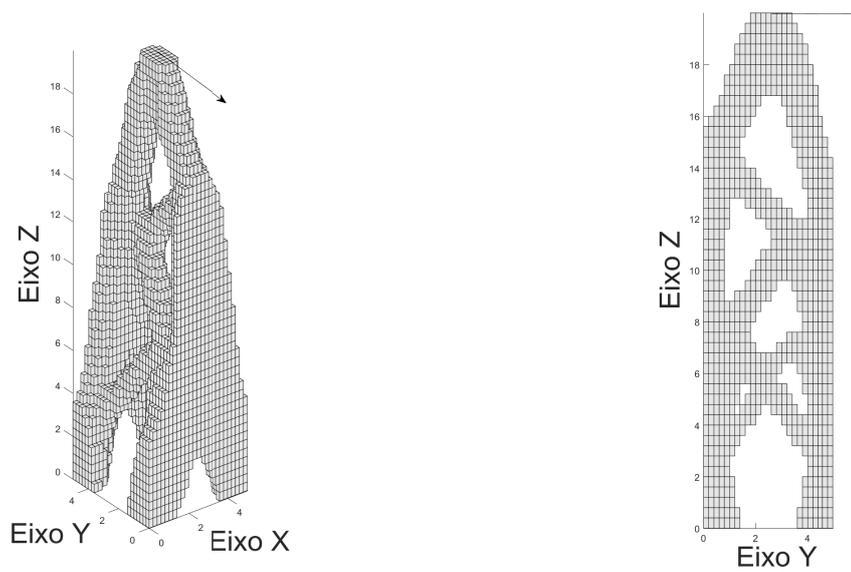


Figura 4.5: Topologia final, estrutura com engastes

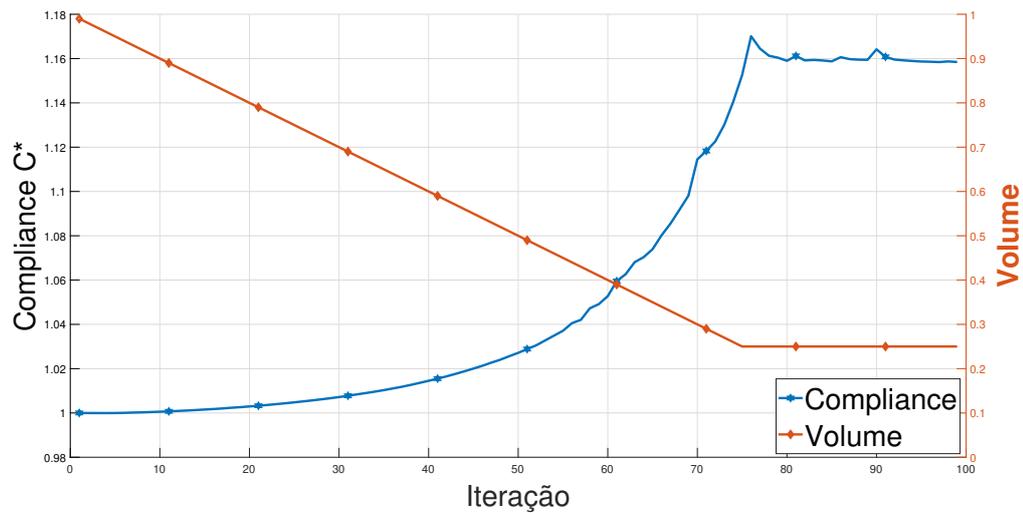


Figura 4.6: Compliance Média x Volume, Estrutura com estacas

Na figura 4.5 é possível observar que a solução resultou em uma estrutura com a presença de quatro colunas acima dos apoios rígidos nos cantos inferiores, conectadas a duas placas finas nas direções transversais ao carregamento (nas faces $y=0$ e $y=5$ respectivamente). Essas placas são conectadas entre si por colunas diagonais. Essas colunas podem explicar as oscilações encontradas durante a convergência da compliance, visto que a quebra ou retirada de uma dessas colunas provoca um aumento na compliance média da estrutura. Na parte superior da estrutura restaram somente os elementos onde o carregamento é aplicado.

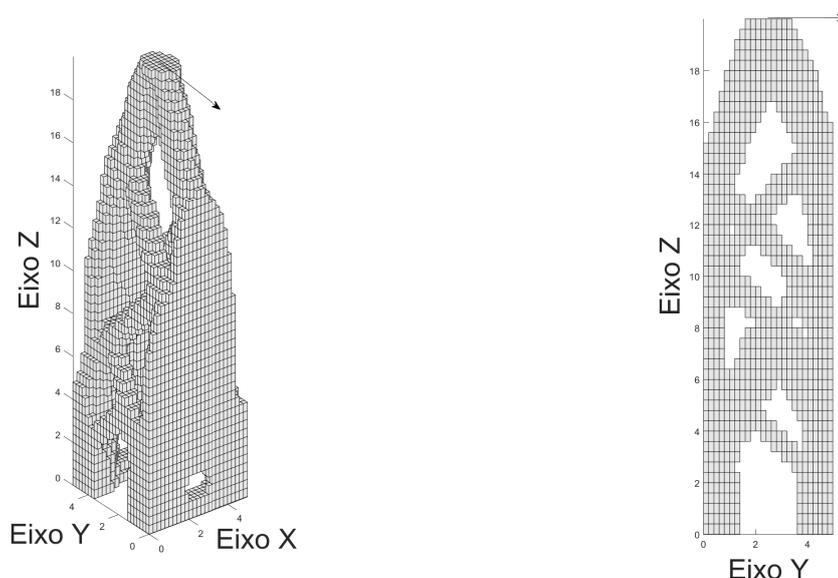


Figura 4.7: Topologia final, estrutura com estacas

Já a figura 4.7 apresenta uma solução muito semelhante à da figura 4.5, com a principal diferença entre as duas sendo a criação de duas barras conectando os cantos inferiores onde há o acoplamento com o grupo de estacas.

4.3.2 Caso vertical

A figura 4.8 mostra a variação da compliance e do volume da estrutura durante as iterações da rotina BESO, para o caso no qual a estrutura está suportada por engastes. Nesse caso a carga está aplicada na direção z . A topologia otimizada encontrada é mostrada na figura 4.9. Os resultados correspondentes para o caso no qual os suportes são substituídos pelo grupo de estacas estão nas figuras 4.10 e 4.11.

Nas figuras 4.8 e 4.10 é possível observar que o volume da estrutura é reduzido linearmente durante as iterações do processo de otimização, até o limite prescrito V^* . Ao atingir esse limite, o volume permanece constante até a última iteração. O valor da compliance aumenta de forma gradual nos dois gráficos, sem a presença de oscilações ou picos observados no caso horizontal, até atingir o patamar de valor onde é satisfeito o critério de convergência.

Na figura 4.9 é possível observar que a solução resultou em uma estrutura com a presença de quatro colunas acima dos apoios rígidos nos cantos inferiores, conectadas por estruturas

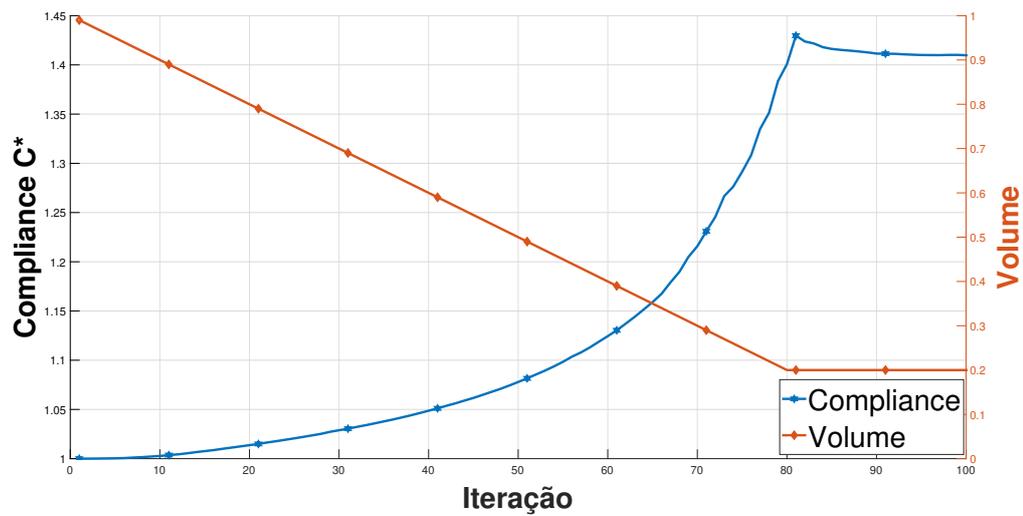


Figura 4.8: Compliance Média x Volume, Estrutura com engastes

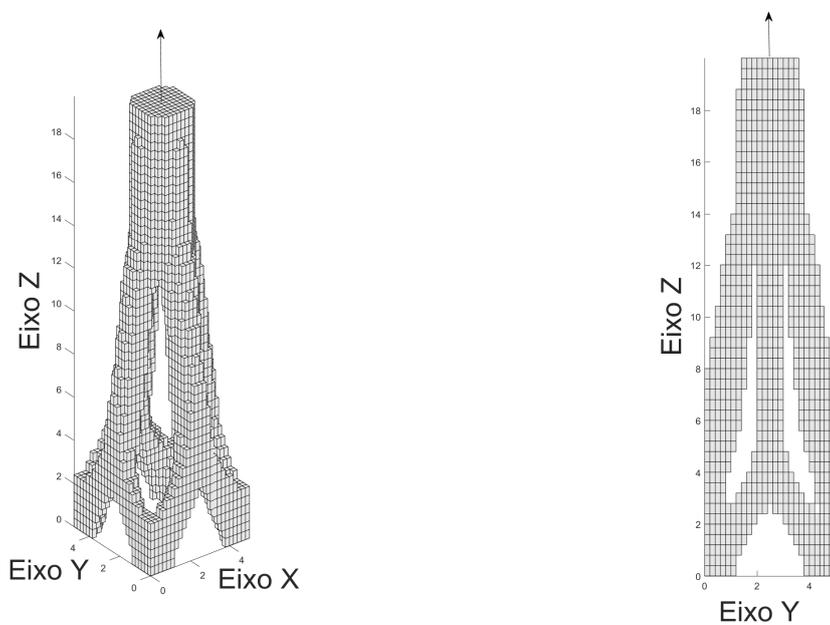


Figura 4.9: Topologia final, estrutura com engastes

semelhantes a arcos. No meio desses arcos se apoiam colunas que se unem em um bloco na parte superior. Esse bloco tem seção transversal igual ao número de elementos onde é distribuída a carga.

Já a figura 4.11 apresenta uma solução muito semelhante a figura 4.9, com a principal diferença entre as duas sendo a criação de quatro barras conectando os cantos inferiores onde há o acoplamento com o grupo de estacas. Há também uma diminuição na altura do bloco onde as

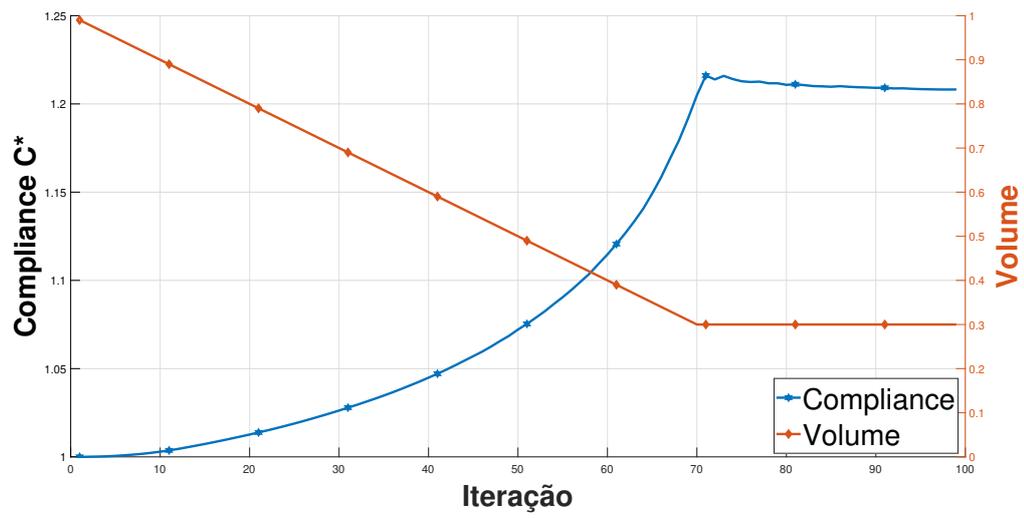


Figura 4.10: Compliance Média x Volume, Estrutura com estacas

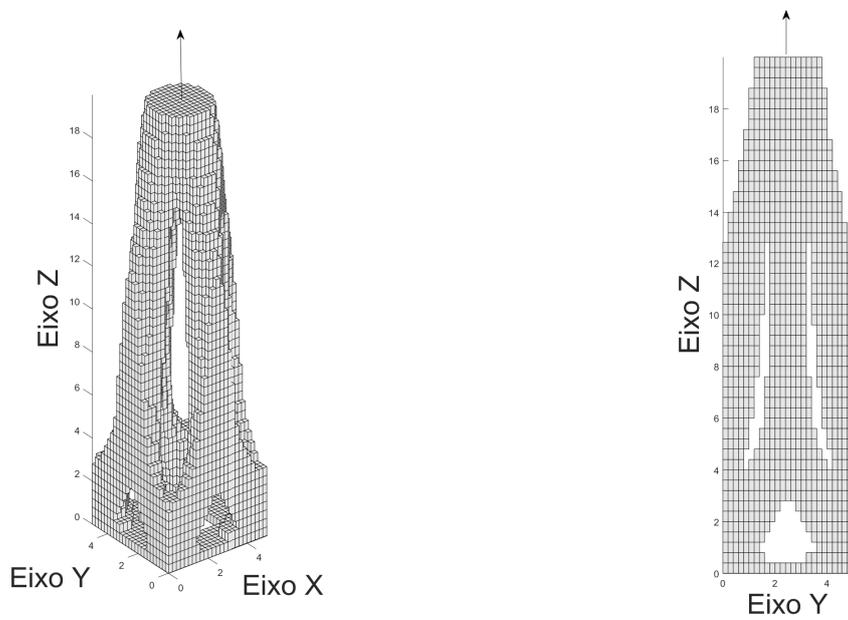


Figura 4.11: Topologia final, estrutura com estacas

colunas se encontram na parte superior.

4.3.3 Otimização utilizando o peso próprio

Os resultados dessa seção foram obtidos alterando-se a condição de carga, com a remoção da carga estática aplicada na parte superior e a implementação do carregamento devido ao peso próprio da estrutura. Dessa forma, aproximamos esta análise à estruturas geralmente suportadas por estacas, como edifícios, onde o peso próprio é um dos principais carregamentos.

Outra modificação realizada na estrutura foi a criação de um espaço vazio no interior, com o objetivo de representar os espaços utilizáveis em um edifício real. As dimensões para esse espaço são $3a \times 3a \times 18a$. Esse espaço foi retirado do processo de otimização, assim como dois planos, nas partes superior e inferior de espessura a . Esses planos tem o objetivo de representar os pisos e lajes de um edifício.

Dessa forma buscou-se imitar uma estrutura mais próxima de um edifício real. A estrutura permanece suportada pelo mesmo número de estacas das simulações anteriores e estas permanecem com as mesmas características.

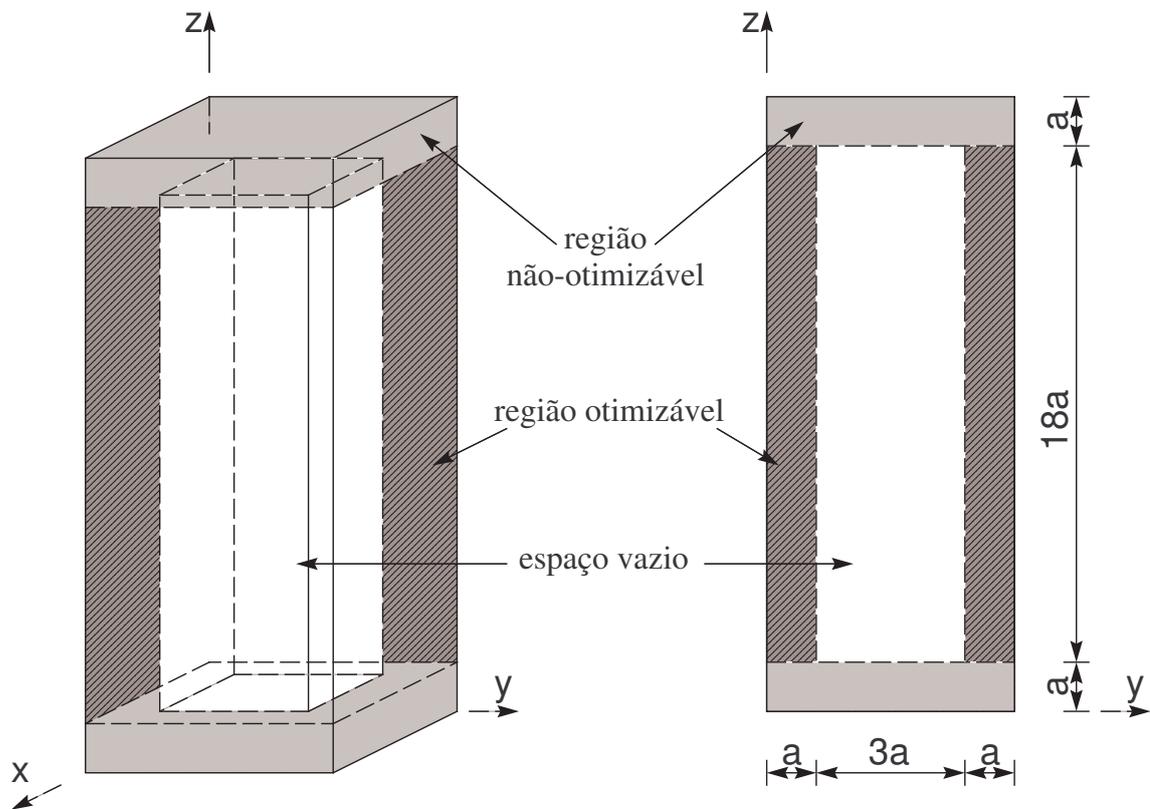


Figura 4.12: Estrutura com espaço vazio interno

A figura 4.13 mostra a variação da compliance e do volume da estrutura durante as iterações

da rotina BESO, para o caso no qual a estrutura está suportada por engastes. A topologia otimizada encontrada é mostrada na figura 4.14. Os resultados correspondentes para o caso no qual os suportes são substituídos pelo grupo de estacas estão nas figuras 4.15 e 4.16.

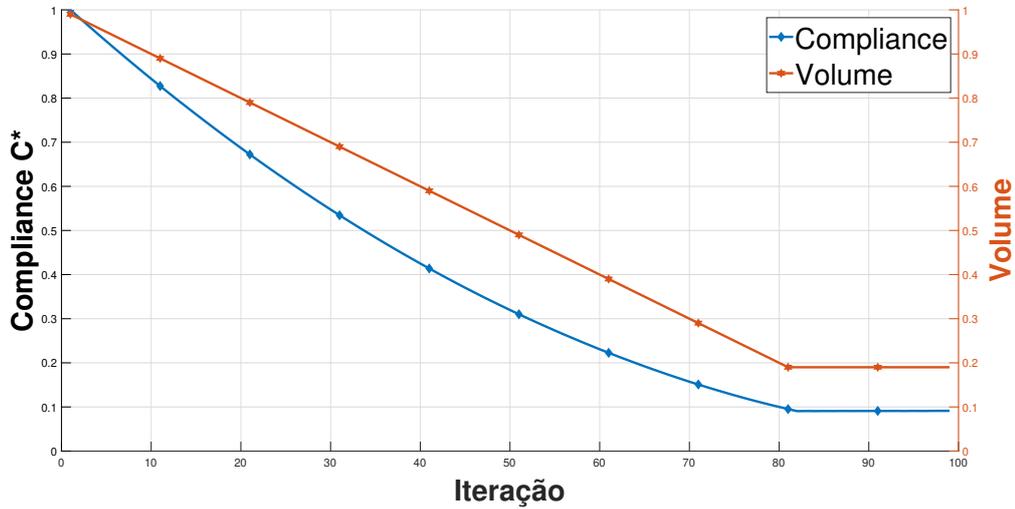


Figura 4.13: Compliance Média x Volume, Estrutura com engastes

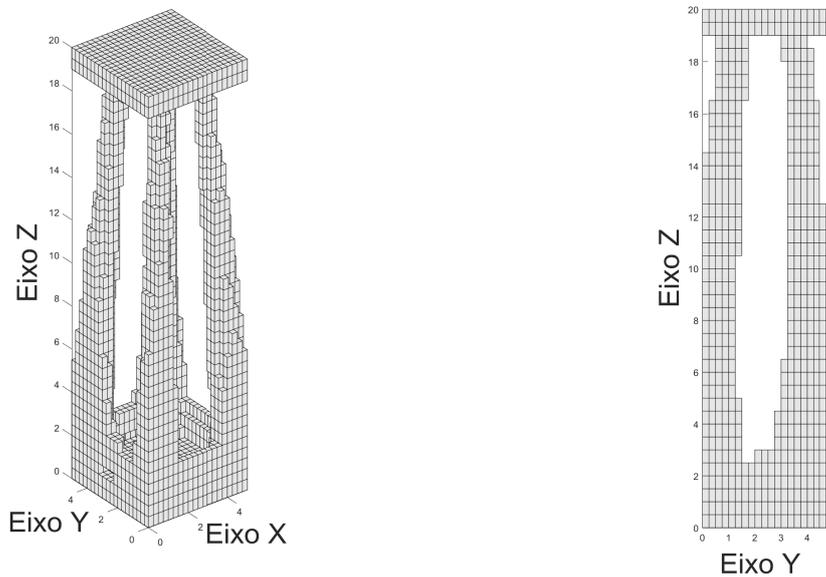


Figura 4.14: Topologia final, estrutura com engastes

Nas figuras 4.13 e 4.15 é possível observar que o volume da estrutura é reduzido linearmente durante as iterações do processo de otimização, até o limite prescrito V^* . Ao atingir esse limite, o volume permanece constante até a última iteração. Uma diferença importante para o caso da

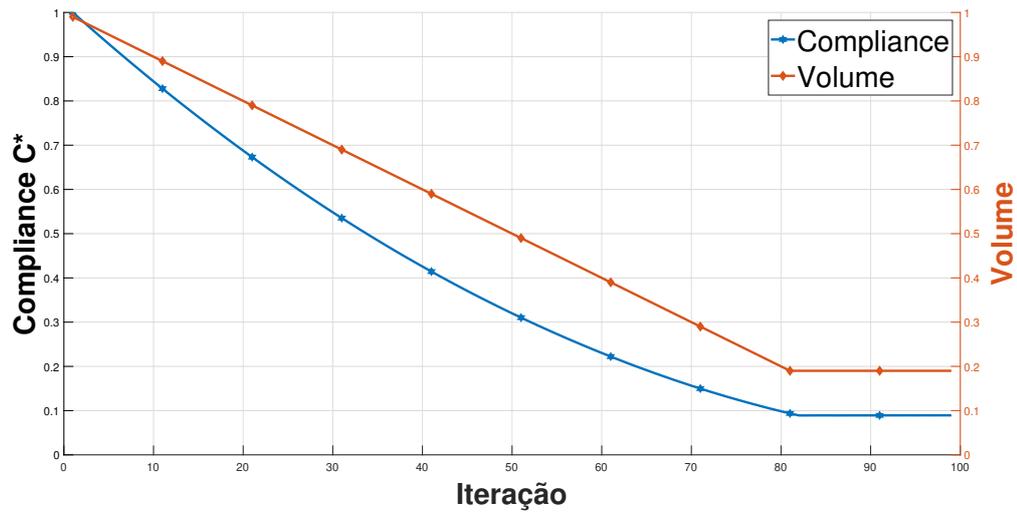


Figura 4.15: Compliance Média x Volume, Estrutura com engastes

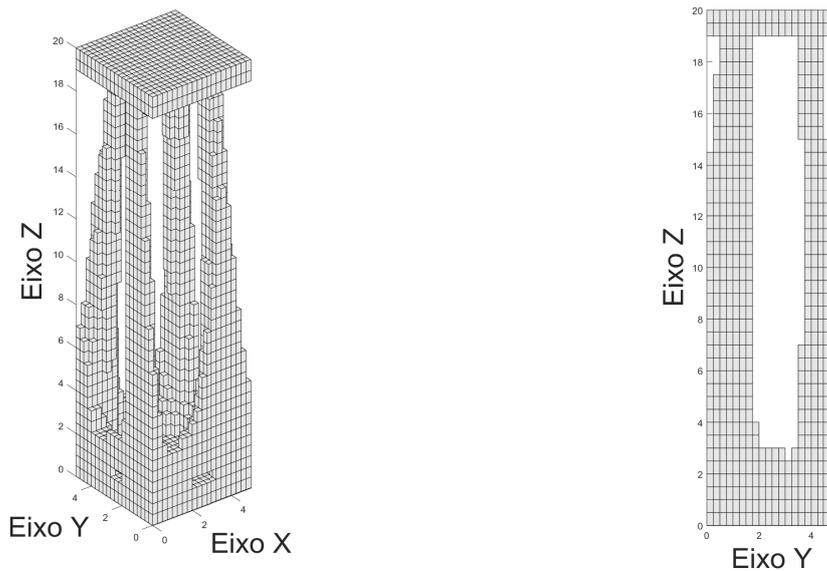


Figura 4.16: Topologia final, estrutura com estacas

simulação utilizando o peso próprio é que a compliance também diminui de valor com a retirada de elementos, pois essa retirada também implica em um menor carregamento da estrutura.

Na figura 4.14 é possível observar que a solução resultou em uma estrutura com a presença de quatro colunas nos vértices da estrutura, conectando os planos superior e inferior que foram retirados da otimização. As colunas possuem seção transversal maior na parte inferior e estão ligeiramente inclinadas, com a parte inferior posicionada nos cantos acima dos apoios rígidos e a

extremidade superior posicionada mais ao centro.

Já a figura 4.16 apresenta uma solução muito semelhante à figura 4.14, com a principal diferença entre as duas sendo uma menor inclinação das colunas, com a parte superior das mesmas mais próxima das laterais da estrutura.

4.4 Variação das características do solo

Nessa seção será avaliada a influência das propriedades do solo na compliance que pode ser obtida com o processo de otimização topológica da estrutura. A estrutura utilizada é a mesma descrita anteriormente (figura 4.1), com carregamento no topo. O solo é modelado com as mesmas características da seção anterior, com exceção da razão entre o módulo de elasticidade do solo e o módulo de elasticidade da estrutura. Para o estudo de caso desse projeto, os resultados foram obtidos para $E_{st}/E_s = 10^6, 10^4, 100, 1$.

No gráfico dos resultados podemos comparar a convergência da compliance tendo como referência essa mesma convergência para o caso da estrutura suportada por apoios fixos nas posições das estacas. A carga à qual a estrutura está submetida é estática e horizontal.

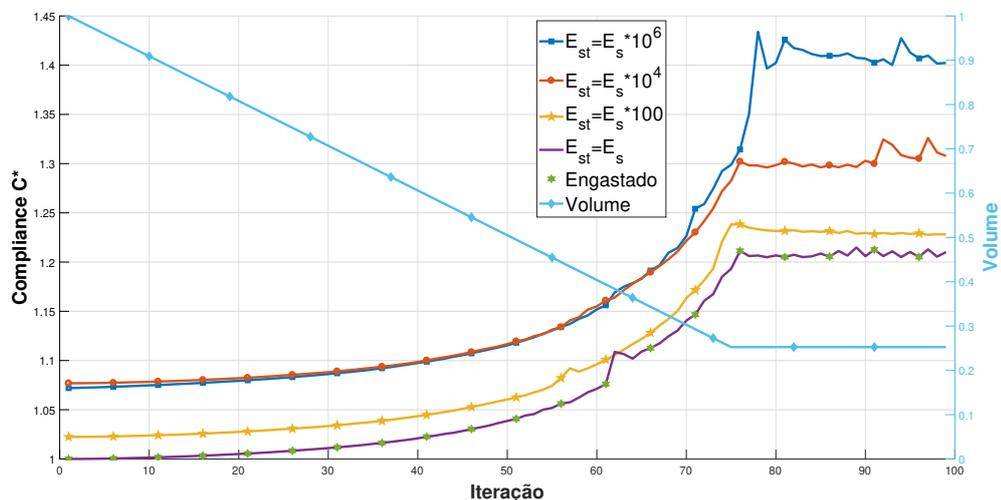


Figura 4.17: Estrutura discretizada

Na figura 4.17 é possível observar que as curvas de convergência dos 4 valores distintos de módulo de elasticidade do solo e a curva da estrutura com apoios rígidos apresentaram comportamento semelhante, com poucas oscilações e picos até atingirem os valores onde o critério de convergência foi atingido. É possível observar também que todas estruturas atingiram

o valor de convergência praticamente na mesma iteração, quando o volume total da estrutura ainda estava diminuindo antes de se tornar constante. Quanto mais rígido o solo, mais a curva da compliance se aproxima da curva obtida com apoios rígidos.

4.5 Discussão dos resultados

Os resultados obtidos mostram que a presença de um grupo de estacas acoplado a uma estrutura afeta de forma significativa a forma otimizada final da mesma. Isso pode ser visto quantitativamente no valor da compliance média final e qualitativamente na mudança da forma final da estrutura. A adição de um grupo de estacas levou a uma estrutura menos rígida, especialmente no caso da carga vertical, onde também houve uma grande mudança na forma final obtida. A adição do grupo de estacas também teve influência no caso estudado para o carregamento com o peso próprio, porém essa influência foi menor que a observada nos casos anteriores. Foi verificado também que a rigidez do solo tem influência na rigidez que se pode obter através da otimização de uma estrutura apoiada por estacas.

5 Conclusões

Neste trabalho foi apresentado um estudo da influência da presença de um grupo de estacas na otimização topológica de uma estrutura sofrendo carregamento estático. As estacas foram modeladas de acordo com o método de matriz de impedância. O solo foi modelado como uma camada homogênea, isotrópica e suportada por uma base rígida. A estrutura foi modelada usando o método de elementos finitos. O acoplamento entre as estacas e a estrutura foi obtido através da compatibilidade cinemática e do equilíbrio de forças nos nós da interface entre a estrutura e as estacas. O método de otimização topológica utilizado foi o BESO, tendo como função objetivo a compliance média e restrição de volume final.

Os resultados mostram que a compliance final e a forma otimizada da estrutura são dependentes da escolha entre apoios rígidos ou estacas. A análise indica que a presença da fundação não pode ser desconsiderada durante a otimização topológica de problemas de interação solo-estrutura.

Referências

ACHTZIGER, W. **Topology Optimization of Discrete Structures**, pp. 57–100. Springer Vienna, Vienna, 1997. ISBN 978-3-7091-2566-3.

ALLAIRE, G.; JOUVE, F. e TOADER, A.M. A level-set method for shape optimization. **Comptes Rendus Mathématique**, v. 334, n. 12, 1125 – 1130, 2002.

APSEL, R.J. Dynamic green's functions for layered media and applications to boundary-value problems. **Phd. Thesis**, 1979.

BENDSØE, M.P. Optimal shape design as a material distribution problem. **Structural optimization**, v. 1, n. 4, 193–202, Dec 1989.

BENDSØE, M.P. e KIKUCHI, N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 71, n. 2, 197 – 224, 1988.

CAVALCANTE, I. e LABAKI, J. Numerical integration of green's functions for layered media: a case study. In **Proceedings of the XL Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering**. ABMEC Brazilian Association of Computational Methods in Engineering, 2019.

COOK, R.D.; MALKUS, D.S.; PLESHA, M.E. e WITT, R.J. **Concepts and applications of finite element analysis; 4th ed.** John Wiley & Sons, New York, NY, 2002.

DEATON, J.D. e GRANDHI, R.V. A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 49, n. 1, 1–38, Jan 2014.

DING, Y. Shape optimization of structures: a literature survey. **Computers & Structures**, v. 24,

n. 6, 985 – 1004, 1986.

GERALDO, I.C. Integração numérica de funções de green para meios estratificados. **Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica**, 2019.

HUANG, X. e XIE, Y.M. Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 43, n. 14, 1039 – 1049, 2007.

HUANG, X. e XIE, Y.M. **Evolutionary topology optimization of continuum structures: methods and applications**. John Wiley & Sons, 2010.

HUANG, X. e XIE, Y.M. Evolutionary topology optimization of continuum structures including design-dependent self-weight loads. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 47, n. 8, 942 – 948, 2011. Computational Mechanics and Design.

JACKOWSKA-STRUMILLO, L.; SOKOLOWSKI, J. e ZOCHOWSKI, A. The topological derivative method in shape optimization. In **Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No.99CH36304)**, v. 1, pp. 674–679 vol.1. Dec 1999.

KAUSEL, E. e ROËSSET, J.M. Stiffness matrices for layered soils. **Bulletin of the Seismological Society of America**, v. 71, n. 6, 1743–1761, 12 1981.

KAYNIA, A.M. e KAUSEL, E. Dynamics of piles and pile groups in layered soil media. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 10, n. 8, 386 – 401, 1991.

LABAKI, J. e MESQUITA, E. Dynamic pile-soil-pile interaction based on a lagrangian functional approach. In **Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, CONEM, Fortaleza, Brazil**. 01 2016.

LABAKI, J.; MESQUITA, E.; RAJAPAKSE, R. *et al.* Vertical vibrations of an elastic foundation with arbitrary embedment within a transversely isotropic, layered soil. **Computer Modeling in Engineering & Sciences**, v. 103, n. 5, 281–313, 2014.

RAJAPAKSE, R. e SHAH, A. On the longitudinal harmonic motion of an elastic bar embedded in an elastic half-space. **International Journal of Solids and Structures**, v. 23, n. 2, 267 – 285, 1987.

RAJAPAKSE, R.K.N.D. The interaction between a circular elastic plate and a transversely isotropic elastic half-space. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 12, n. 4, 419–436, 1988.

SIGMUND, O. On the usefulness of non-gradient approaches in topology optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 43, n. 5, 589–596, May 2011.

SIGMUND, O. e MAUTE, K. Topology optimization approaches. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 48, n. 6, 1031–1055, Dec 2013.

VASCONCELOS, A.C.A. An impedance-matrix coupling scheme for arbitrarily-shaped structures supported by pile groups: Método de acoplamento de matrizes de impedância para estruturas estaqueadas. **Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica**, 2019.

WANG, M.Y.; WANG, X. e GUO, D. A level set method for structural topology optimization. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 192, n. 1, 227 – 246, 2003.

WINKLER, E. **Die Lehre von der Elasticität und Festigkeit**. Dominicus, Prague., 1867.

XIE, Y.M. e STEVEN, G.P. A simple evolutionary procedure for structural optimization. **Computers & Structures**, v. 49, n. 5, 885 – 896, 1993.

YANG, X.Y.; XIE, Y.M.; STEVEN, G.P. e QUERIN, O.M. Bidirectional evolutionary method for stiffness optimization. **AIAA Journal**, v. 37, n. 11, 1483–1488, nov 1999.

ZHOU, M. e ROZVANY, G. The coc algorithm, part ii: Topological, geometrical and generalized shape optimization. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 89, n. 1, 309 – 336, 1991. Second World Congress on Computational Mechanics.