

# TESE DE MESTRADO

Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP  
Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação - FEEC  
Departamento de Engenharia de Sistemas - DENSIS

## Despacho Econômico em Usinas Hidrelétricas

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da  
Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos exigidos para a  
obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Felipe Provençano  
Bacharel em Engenharia de Computação – FEEC / UNICAMP

Takaaki Ohishi  
Orientador

### Banca Examinadora

Anésio dos Santos Jr.

Geraldo Roberto Martins da Costa

Secundino Soares Filho

Takaaki Ohishi

Campinas, março de 2003

Este exemplar corresponde a redação final da tese	
datada por	<u>Felipe Provençano</u>
	e aprovada pela Comissão
Julgada em	<u>12/03/2003</u>
	<u>Takaaki Ohishi</u>
	Orientador

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL  
SEÇÃO CIRCULANTE

UNIDADE/	BC
Nº CHAMADA	
	T/UNICAMP
	P948d
V	EX
TOMBO BC/	56723
PROC.	16/11/2004
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	11,100
DATA	19/01/2004
Nº CPD	

CM00194019-6

Bib id 309330

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

P948d Provençano, Felipe  
Despacho econômico em usinas hidrelétricas / Felipe Provençano.--Campinas, SP: [s.n.], 2003.

Orientador: Takaaki Ohishi  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Otimização matemática. 2. Lagrange, Funções de. 3. Pesquisa operacional. 4. Energia hidrelétrica. 5. Recursos hídricos – Desenvolvimento. I. Ohishi, Takaaki. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

## RESUMO

A finalidade desta tese de mestrado é enriquecer o conhecimento sobre modelos de otimização em sistemas hidrelétricos. Sua proposta é estudar os problemas de Despacho Ótimo e Pré-Despacho, abordando-os a partir de representações individualizadas de cada par *turbina/gerador* presente no conjunto de usinas em consideração. A primeira etapa deste estudo constituiu-se no levantamento das relações entre as variáveis operacionais dos pares *turbina/gerador* para que, a partir destas, pudessem ser formulados os modelos matemáticos de otimização necessários à resolução dos dois problemas propostos. O trabalho posterior foi modelar propriamente os dois problemas através de duas perspectivas: A primeira enxergou o sistema nas vazões turbinadas, cabendo ao modelo programar a minimização do montante de água consumido. A segunda foi direcionada para a minimização de perdas de potência, intrínsecas a cada ponto de operação. Nesta etapa incorporou-se uma série de considerações analíticas e metodológicas surgidas ao longo da elaboração dos modelos. A hipótese fundamental deste estudo é a equivalência entre as duas perspectivas, o que permitiria a adoção preferencial da segunda pois embora não seja a mais intuitiva, possibilita um arranjo matemático mais simples, tornando-a incomparavelmente mais ágil na obtenção de resultados.

## ABSTRACT

This work's main proposal is to increase the knowledge about mathematical models on hydro-plants optimizations. It is based on the economic dispatch and pre-dispatch models, according to a new approach that includes a representation of each turbine/generator set.

The first part treats the relationship between the turbine / generators' operation variables, in order to provide a mathematical model. Based on this first result, two pre-dispatch approaches are proposed, in which the first one is formulated in terms of hydraulic variables, and the second one is formulated in terms of active power. The first model minimizes the total water consumption, and the second one minimizes the total losses.

The fundamental hypothesis of this study is the equivalency between the two approaches.

## **Capítulo 1- Modelos de otimização energética**

1.1 Introdução	1
1.2 Considerações sobre o Sistema Hidráulico	3
1.2.1 Cadeia de Planejamento	3
1.2.2 Planejamento da Operação de Curto Prazo (Pré-Despacho)	4
1.2.3 Restrições sobre o plano de operação horário	5

## **Capítulo 2- Representação de usinas Hidroelétricas**

2.1 Introdução	8
2.2 Descrição do sistema	9
2.2.1 Rendimento no Gerador	13
2.3 Obtenção das curvas de geração	13
2.3.1 Obtenção das curvas de geração	14
2.3.2 Obtenção das curvas de perda em rendimento	16
2.3.2.1 Perda hidráulica	17
2.3.2.2 Perda pelo aumento do nível do canal de fuga	17
2.3.2.3 Perda pela variação do rendimento da turbina	18
2.3.2.4 Perda total no sistema de geração	20

## **Capítulo 3- Despacho econômico de usinas hidrelétricas**

3.1 Introdução	24
3.2 Modelo Matemático	24
3.3 Convexidade	25
3.4 Formulação Dual	26
3.4.1 Minimização da função Lagrangeana	27
3.4.2 Inicialização dos multiplicadores de Lagrange	28
3.4.3 Busca unidimensional	30
3.5 Exemplo numérico	32
3.6 Inclusão da restrição de reserva girante	34
3.6.1 Exemplo numérico (reserva girante)	35
3.7 Inclusão da restrição de fluxo energético	38
3.7.1 Convexidade	38
3.7.2 Formulação dual	40

## **Capítulo 4 – Modelos de Pré-Despacho**

4.1 Introdução	42
4.2 Operação Diária	42
4.2.1 Curva de demanda diária	42
4.2.2 Rede de transmissão	44
4.3 Modelo Matemático	44
4.4 Exemplos Numéricos	48

## **Capítulo 5 – Pré Despacho / Despacho Ótimo com variáveis de potência**

5.1 Introdução à nova metodologia	58
5.2 Modelo Matemático	59
5.2.1 Nova Formulação Dual	60
5.3 Pré-Despacho com variáveis de potência	61

## **Capítulo 6- Comparação entre as curvas de geração e perdas para os dois modelos apresentados**

## **Capítulo 7- Conclusão**

<b>Figura 2.1</b> Usina Hidrelétrica	8
<b>Figura 2.2</b> Corte transversal de uma usina hidrelétrica	11
<b>Figura 2.3</b> Curva Colina de uma turbina hidráulica	12
<b>Figura 2.4</b> Rendimento do gerador de Itaipú	13
<b>Figura 2.5</b> pares potência x vazão para a usina de Água Vermelha	15
<b>Figura 2.6</b> curva interpolada para os pares potência x vazão da usina de Água Vermelha	15
<b>Figura 2.7</b> Canal de fuga de <i>Itaipu</i>	18
<b>Figura 2.8</b> Curva colina	19
<b>Figura 2.9</b> Curva de perdas para a usina de Itaipú (1 máquina)	21
<b>Figura 2.10</b> Curva de perdas para a usina de Itaipú (4 máquinas)	22
<b>Figura 2.11</b> Curva de perdas para a usina de Itaipú (10 máquinas)	22
<b>Figura 2.12</b> Curva de perdas para a usina de Itaipú (17 máquinas)	23
<b>Figura 3.1</b> oscilações dos erros de atendimento das restrições impostas	37
<b>Figura 4.1</b> Variação horária dos fatores de carga	43
<b>Figura 4.2</b> Modelo DC para o intervalo t	44
<b>Figura 4.3</b> Estrutura de resolução do problema PDB	47
<b>Figura 4.4</b> Evolução horária das vazões para as usinas do Parapanema	50
<b>Figura 4.5</b> Vazões médias horária das usinas do rio Parapanema	50
<b>Figura 4.6</b> Evolução horária das vazões para as usinas do Paraná	51
<b>Figura 4.7</b> Vazões médias horária das usinas do rio Paraná	51
<b>Figura 4.8</b> Evolução horária das vazões para as usinas do rio Tietê	52
<b>Figura 4.9</b> Vazões médias horária das usinas do rio Tietê	52
<b>Figura 4.10</b> Evolução horária das vazões para as usinas do Parapanema (c/ metas)	54
<b>Figura 4.11</b> Vazões médias horária das usinas do rio Parapanema (c/ metas)	54
<b>Figura 4.12</b> Evolução horária das vazões para as usinas do rio Paraná (c/ metas)	55
<b>Figura 4.13</b> Vazões médias horária das usinas do rio Paraná (c/ metas)	55
<b>Figura 4.14</b> Evolução horária das vazões para as usinas do rio Tietê (c/ metas)	56
<b>Figura 4.15</b> Vazões médias horária das usinas do rio Tietê (c/ metas)	56
<b>Figura 5.1</b> - pré-despacho para as usinas do rio Parapanema	64
<b>Figura 5.2</b> - pré-despacho para as usinas do rio Tietê	65
<b>Figura 5.3</b> pré-despacho para as usinas do rio Paraná	65

<b>Figura 6.1</b> comparação entre os resultados dos modelos para a usina Jurumirim	67
<b>Figura 6.2</b> comparação entre os resultados dos modelos para a usina Salto Grande	67
<b>Figura 6.3</b> comparação entre os resultados dos modelos para a usina Chavantes	68
<b>Figura 6.4</b> comparação entre os resultados dos modelos para a usina Canoas 2	68
<b>Figura 6.5</b> comparação entre os resultados dos modelos para a usina Capivara	69
<b>Figura 6.6</b> comparação entre os resultados dos modelos para a usina Taquaruçu	69
<b>Figura 6.7</b> comparação entre os resultados dos modelos para a usina Rosana	70
<b>Figura 6.8</b> comparação entre os resultados dos modelos para a usina Água Vermelha	70
<b>Figura 6.9</b> comparação entre os resultados dos modelos para a usina Jupia	71
<b>Figura 6.10</b> comparação entre os resultados dos modelos para a usina Ilha Solteira	71
<b>Figura 6.11</b> comparação entre os resultados dos modelos para a usina Barra Bonita	72
<b>Figura 6.12</b> comparação entre os resultados dos modelos para a usina Bariri	72
<b>Figura 6.13</b> comparação entre os resultados dos modelos para a usina Ibitinga	73
<b>Figura 6.14</b> comparação entre os resultados dos modelos para a usina Promissão	73
<b>Figura 6.15</b> comparação entre os resultados dos modelos para a usina Promissão	74
<b>Figura 7.1</b> Relação percentual entre perda e demanda para cada despacho horário	77



<b>Tabela 3.1</b>	conjunto de dados para o exemplo numérico	32
<b>Tabela 3.2-</b>	vazões e produções desconsiderando-se as restrição de limites	32
<b>Tabela 3.3</b>	evolução da otimização	33
<b>Tabela 3.4</b>	resultado ótimo	33
<b>Tabela 3.5</b>	configuração do problema	36
<b>Tabela 3.6</b>	resolução inicial não factível	36
<b>Tabela 3.7</b>	resolução intermediária não factível	36
<b>Tabela 3.8</b>	resolução ótima	37
<b>Tabela 4.1</b>	Fatores de variação da carga diária	43
<b>Tabela 4.2</b>	Dados sobre o complexo das usinas do rio Paranapanema	48
<b>Tabela 4.3</b>	Dados sobre o complexo das usinas do rio Paraná	49
<b>Tabela 4.4</b>	Dados sobre o complexo das usinas do rio Tietê	49
<b>Tabela 4.5</b>	Vazões e limites das usinas em que o as metas não foram cumpridas	53
<b>Tabela 5.1</b>	configuração do problema para o complexo de usinas do Paranapanema	63
<b>Tabela 5.2</b>	configuração do problema para o complexo de usinas do rio Paraná	64
<b>Tabela 5.3</b>	configuração do problema para o complexo de usinas do rio Tietê	64

# Capítulo 1- Modelos de otimização energética

**1.1 Introdução-** Os sistemas de geração de energia, como a maioria dos sistemas produtivos de pequeno ou grande porte, possuem características de operação que geralmente são delegadas a decisões definidas empiricamente, baseadas na experiência adquirida de quem os opera. Esta política de operação pode ter algumas implicações nocivas ao sistema, ocasionando desperdícios consideráveis de recursos.

Ao longo das últimas décadas, com o nascimento e o estabelecimento da Pesquisa Operacional, perspectivas de modelos matemáticos foram incorporadas à engenharia de sistemas, permitindo a aplicação prática de conceitos de otimização, sobretudo em sistemas de grande porte onde seus ganhos são muito mais perceptíveis.

Os sistemas de geração de energia elétrica, com o contínuo aumento da demanda por potência, têm requerido cada vez mais estudos sobre otimização de seus processos, sempre visando ganhos econômicos. Ao mesmo tempo, devido a este considerável aumento de demanda, estes sistemas foram capazes de aprimorar seus níveis de segurança adicionando facilidades de geração e transmissão. Entretanto, outras restrições vêm sendo acrescidas, relacionadas principalmente a uma crescente preocupação na área ambiental.

Tradicionalmente, os sistemas térmicos de geração têm sido prioritariamente tratados pela comunidade científica internacional, propiciando uma diversidade de abordagens, o que é fundamental para obter-se resultados o quanto melhores em acordo com uma adequada performance computacional

Esta dissertação tem a finalidade de aprofundar o detalhamento referente ao sistema hidrelétrico. Os modelos até aqui propostos têm considerado as usinas hidrelétricas como unidades geradoras cujos rendimentos são constantes. A proposta básica deste trabalho é a de estudar individualmente cada unidade geradora componente de uma usina. Para estas unidades serão propostas maneiras de incorporar as informações sobre os rendimentos associados às características de cada turbina enquadradas dentro do contexto atual de cada usina.

Para sistemas compostos majoritariamente por unidades geradoras termelétricas, um problema de grande relevância é o *Unit Commitment Problem (UCP)*. Este problema pode ser simplificado como a determinação de quais unidades geradoras estarão ativas e em quais intervalos de tempo, respeitando para

isso, um tempo mínimo de atividade (*start up time*) a partir do momento em que foram ativadas e um tempo mínimo de repouso (*shut down time*) a partir do momento em que foram desativadas. Esta determinação é necessária pois existe um custo significativo para a ativação e desativação de cada uma destas unidades.

Definidas, para cada intervalo de tempo, quais máquinas estarão ou não em operação, surge a necessidade de determinar o ponto de operação de cada uma dessas unidades geradoras. Este problema remete ao planejamento de operação de curto prazo, que tradicionalmente é definido como problema de Pré-Despacho .

O tratamento usualmente utilizado para este assunto considera modelos cujo principal objetivo é determinar a produção de cada usina em função de *metas energéticas* estabelecidas pelos planejamentos de médio e longo prazo. O problema de Pré Despacho consiste basicamente em uma sucessão de problemas de despacho econômico, um para cada intervalo de tempo.

O problema de despacho econômico deve considerar o sistema de transmissão, pois a potência gerada em cada usina, em conjunto com as cargas (demandas de potência) distribuídas ao longo da rede, determinam os fluxos de potência através das linhas de transmissão. Podem ser previstos, portanto, casos em que uma determinada distribuição de geração entre as usinas (geralmente nos horários de pico de demanda) resulte em sobrecargas de linhas de transmissão, podendo ocasionar uma pane em todo o sistema. Evitar esta sobrecarga requer a incorporação ao modelo de restrições de segurança.

É preciso deixar clara a proposta desta dissertação como a introdução de visões mais detalhadas sobre o processo de geração de cada unidade componente do sistema hidrelétrico. Esta introdução baseou-se em estudos sobre dois modelos matemáticos. No primeiro, minimiza-se o consumo global d'água (ponderado por custos que refletem a vantagem de tal economia para o sistema como um todo) através da associação entre a vazão turbinada e a correspondente potência gerada, para um dado conjunto de unidades turbina – gerador em operação. O segundo modelo trabalha a minimização de perdas na operação de uma unidade hidrelétrica, associadas à variação do nível do canal de fuga, das perdas nos condutos forçados e no rendimento do conjunto turbina/gerador. A conclusão desta dissertação conterà um estudo comparativo entre estas duas abordagens.

## **1.2 Considerações sobre o Sistema Hidrelétrico**

**1.2.1 Cadeia de Planejamento** – A natureza dos sistemas com forte predominância hidráulica torna necessário um planejamento de operação sobre um horizonte de longo prazo, tendo em vista as variações anuais dos recursos hídricos e das demandas de cargas. Em função deste longo período de planejamento, e da própria complexidade do problema, uma cadeia de planejamento é estabelecida a partir do alcance de suas decisões no tempo, em planejamentos de curto, médio e longo prazos.

Esta cadeia deve levar em conta o fato de que a disponibilidade de recursos hidroenergéticos é variável ao longo do tempo, o que demanda um acúmulo de recursos em períodos chuvosos para que posteriormente possam ser utilizados em períodos de estiagem. Este gerenciamento determina a operação energética.

Um segundo aspecto está relacionado à operação do sistema; a sua representação deve ser mais detalhada à medida que o horizonte de planejamento fica menor. Em particular, para o horizonte de curto prazo, a operação do sistema deve ser bem detalhada, pois a sua solução será uma referência operativa para a operação em tempo real do sistema. A integração do planejamento energético com os requisitos operativos é realizada no planejamento de curto prazo, onde estabelece-se uma programação de operação que torne compatível os aspectos operacionais e o gerenciamento dos recursos energéticos. A cadeia de planejamento subdivide-se em três etapas:

**Planejamento de Longo Prazo** - No planejamento de longo prazo (5 anos) , tem-se em vista um horizonte de vários anos à frente no caso brasileiro. Para este horizonte, os sistemas hidráulicos e térmicos são representados de modo agregado e o principal objetivo é estabelecer a proporção entre as gerações hidrelétricas e termelétricas, de modo a atender os requisitos de mercado com um nível mínimo de confiabilidade.

**Planejamento de Médio Prazo** – Neste nível de planejamento (um ano até alguns meses à frente), os sistemas térmicos e hidráulicos são considerados individualmente e de acordo com a etapa anterior, com o fim de produzir políticas de operação para cada unidade geradora, atendendo suas restrições operativas e a demanda global de cada intervalo, de acordo com os custos previamente definidos. Nesta etapa são definidas as metas energéticas para o planejamento de curto prazo.

**Planejamento de Curto Prazo (Pré-Despacho)** – Nesta fase, determina-se um programa de produção de energia elétrica, discretizado em intervalos horários para o próximo dia. É nesta fase que ocorre o enlace entre o planejamento energético e a operação elétrica em tempo real do sistema, fornecendo para esta uma referência cujo objetivo é assegurar que o plano de produção alinhe-se ao planejamento de longo prazo, para que os objetivos econômicos e de segurança sejam alcançados.

O planejamento de curto prazo deve ater-se às condições operacionais do sistema para que sua programação seja factível e coerente com as metas energéticas semanais.

### **1.2.2 Planejamento da Operação de Curto Prazo (Pré-Despacho).**

Este tipo de operação é bastante complexo devido aos acoplamentos hidráulicos entre as unidades; às restrições de transmissão e de segurança; à utilização de recursos hídricos para outros fins como navegação, irrigação, condições ambientais (controle de cheias). Do ponto de vista operacional, existe o problema de faixas descontínuas de operação de conjuntos turbina/gerador.

Devido à própria natureza dos recursos de geração, os sistemas hidráulicos localizam-se regularmente distantes dos centros de consumo, ocasionando a demanda por sistemas de transmissão de grande porte. Tais sistemas, devido aos seus altíssimos custos de implantação, requerem uma grande monta de investimentos. A partir deste ponto, as restrições sobre o sistema de transmissão assumem grande importância dentro do planejamento de curto prazo.

O estudo do problema de planejamento da operação de curto prazo tomou um grande impulso nas décadas de 1960 [1], [2], com modelos baseados em equações de coordenação. Na década de 1970, surgiram modelos mais sofisticados, como o apresentado por Bonaert [3], o qual considera inclusive restrições de transmissão AC. Na década de 1980, foram muito explorados as técnicas baseadas em fluxos de rede [4]-[5]. A partir da década de 1990, a grande maioria dos trabalhos publicados nesta área tratava do problema de “Unit Commitment” de unidades térmicas [6]-[9].

Em praticamente todos os trabalhos desenvolvidos até a década de 1990, o enfoque maior era sobre a geração termelétrica, e a operação do sistema de usinas hidrelétricas era tratada de forma mais simplificada, já que na maioria dos países a geração de origem hidráulica é pequena. No entanto, quando trata-se de sistemas predominantemente hidrelétricos, como é o caso brasileiro, a questão da partida parada de unidades termelétricas torna-se menos importante, pois as variações da carga diária são atendidas por unidades hidrelétricas. Mas, por outro lado, a decisão sobre o número de unidades hidrelétricas em operação ao longo

do dia e os seus respectivos pontos de operação tem fortes influências sobre a eficiência do sistema. Nos últimos anos, alguns trabalhos enfocando uma representação mais detalhada da operação das usinas hidrelétricas foram publicados. Um trabalho interessante foi apresentado por Nilsson [10] (entre outros), o qual discute a questão dos custos de partidas de unidades hidrelétricas e mostra valores estimados sobre o custo de partida/parada para o sistema da Suécia. Neste mesmo período, Nilsson apresentou outros trabalhos [11]-[12], no qual modelos de planejamento da operação de curto prazo são formulados levando-se em conta custos de partida/parada de unidades hidráulicas, custos de importação/exportação e valorização do estado final dos reservatórios. Nestes trabalhos procura-se despachar as unidades no ponto de maior eficiência. Guan apresentou em [13] um modelo de planejamento da operação de curto prazo para um sistema exclusivamente hidrelétrico, no qual trata do problema de faixas de operação proibida, considera também os custos de partida, mas não leva em conta a variação nos rendimentos. Dois outros trabalhos [14]-[15] merecem destaques, embora não tratem do problema de planejamento, pois são modelos de despacho. Em [14], Rux mostra um estudo sobre despacho de usinas hidrelétricas, no qual considera os rendimentos variáveis e propõe uma política de operação baseado em custos incrementais iguais. Finalmente, Fan [15] apresenta um modelo de despacho de unidades com faixas de operação proibida e propõe uma solução baseada em funções de penalidade.

A partir de meados da década de 1990, começou no DENSIS/FEEC/UNICAMP uma linha de pesquisa dando ênfase a uma representação mais detalhada da operação das usinas hidrelétricas. Nesta área, o primeiro trabalho foi desenvolvido por Soares [16], o qual estudou as perdas verificadas na operação de uma usina hidrelétrica e a partir daí propôs uma metodologia para o cálculo de uma função de perdas. Dois trabalhos foram desenvolvidos posteriormente utilizando estas funções de perdas [17]-[18]. Em [17], Arce desenvolveu um modelo de pré-despacho para a usina de Itaipu, levando em conta o despacho das unidades geradoras e os seus custos de partida/parada. Em [18], Faria tratou de um problema similar ao tratado em [17], mas para um conjunto de usinas e utilizando técnica de algoritmos genéticos.

### **1.2.3 Restrições sobre o plano de operação horário**

Neste trabalho, o problema de despacho ótimo será considerado a partir das restrições enumeradas abaixo:

**Atendimento da demanda global**— Esta restrição é a que associa a geração do conjunto de usinas hidroelétricas com a demanda de carga prevista para o conjunto de pontos de consumo associados à rede de transmissão, acoplada ao sistema hidráulico em questão. Esta demanda, obviamente, corresponde a uma estimativa e sofre variações ao longo do ano e dos meses, sujeita a fatores sazonais, econômicos e regionais. O trabalho aqui exposto aborda o horizonte de 24 horas.

**Reservas Girantes** - Como dito no item anterior, a demanda de energia de um sistema de geração é calculada por base em estimativas que, é certo, não correspondem aos valores exatos demandados realmente. Portanto pode-se dizer que a restrição de *reserva girante* corresponde a uma restrição de segurança e pode ser entendida como a capacidade complementar mínima de produção de um conjunto determinado de usinas, ou seja, a produção que ainda poderia ser obtida caso houvesse um aumento na demanda ou alguma falha em algum outro ponto do sistema.

A inclusão deste tipo de restrição impõe uma limitação na produção de um subconjunto das usinas presentes no sistema. Percebe-se a partir daí que esta restrição não corresponde a uma simples limitação estática sobre a produção de uma determinada usina, o que torna mais flexível o planejamento em vista da possibilidade de garantir esta reserva sobre os pontos da geração onde a produtividade é relativamente menor. Como será detalhado posteriormente, esta restrição traz algumas dificuldades matemáticas ao modelamento, violando condições de convexidade necessárias à convergência do algoritmo implementado.

**Transmissão** - Este tipo de restrição de segurança diz respeito aos limites nos fluxos de energia das linhas de transmissão encarregadas de transportar a energia gerada nas usinas aos pontos de consumo. Existe para isso uma rede de transmissão e cada linha de transmissão desta rede possui um limite máximo de fluxo energético que garanta seu funcionamento adequado. Uma sobrecarga em alguma dessas linhas pode acarretar uma pane no sistema de transmissão como um todo comprometendo o fornecimento do serviço.

Quando a energia elétrica é gerada nas usinas, o abastecimento energético é realizado através de um sistema de transmissão que é basicamente um sistema de transporte no qual busca-se a cada instante um equilíbrio entre a produção e a demanda de energia. Através deste sistema, transporta-se potência ativa e reativa cujas relações entre gerações, demanda de carga e fluxos são determinados por um sistema de equações e inequações não lineares chamadas de equações de *fluxo de carga* ou *fluxo de potência*.

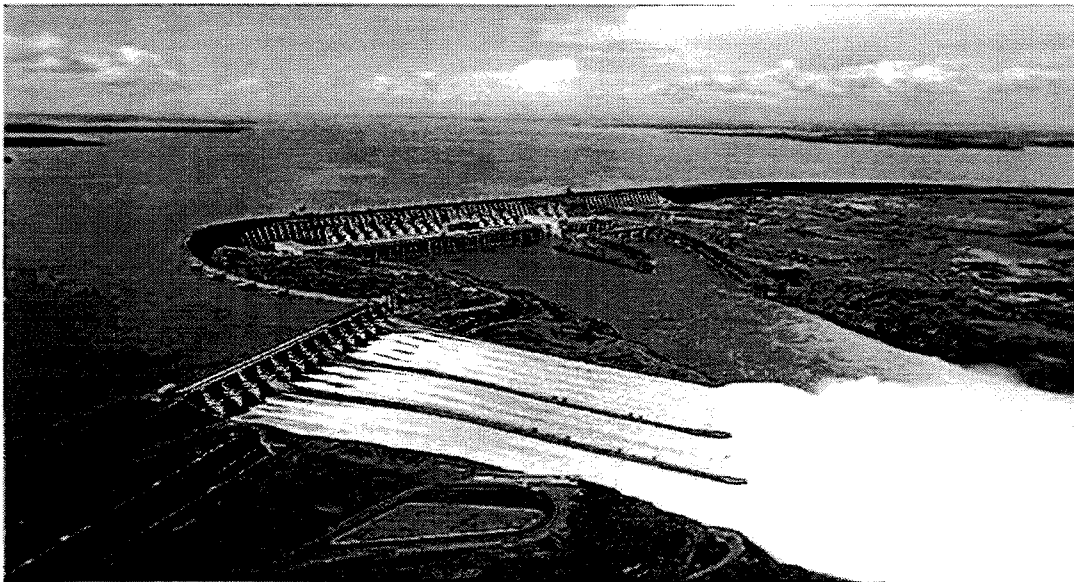
Para a resolução deste sistema, foram desenvolvidos vários métodos numéricos que computacionalmente são custosos. Existe entretanto, um modelo aproximado que possibilita estimar a distribuição dos fluxos de potência ativa com precisão aceitável. Este modelo associa linearmente os fluxos de cada *linha de transmissão* às cargas e gerações nas *barras*. Num sistema de transmissão, os fluxos referentes a cada linha não devem ultrapassar limites pré estabelecidos , dessa forma, obtemos as restrições operacionais do sistema.



## Capítulo 2- Representação de usinas Hidroelétricas

**2.1 Introdução-** Em uma representação simplificada, um sistema de energia elétrica pode ser dividido em meios de produção, meios de transporte e centros de consumo. Numa usina hidrelétrica os meios de produção são responsáveis pela transformação da energia potencial dos cursos d'água em energia elétrica. Este capítulo tem a finalidade de estudar os modelos de geração de usinas hidroelétricas e fornecer uma representação matemática que relacione as variáveis presentes neste processo de geração para o seu uso em estudos de planejamento energético.

Um sistema hidráulico para geração de energia elétrica é composto basicamente por: uma barragem formadora de um reservatório que represa um curso d'água, uma tomada de água e condutos forçados que levam a água do reservatório até a casa de força situada num nível mais baixo, na casa de força estão instalados os conjuntos *turbina-gerador* e há um canal de restituição através do qual a água é reconduzida ao rio ou a um outro curso d'água. Estes elementos podem ser visualizados na fotografia abaixo:



**Figura 2.1** – Usina Hidrelétrica. [20]

No processo de geração de energia hidrelétrica, a energia potencial da água é transformada em energia cinética e energia de pressão dinâmica pela passagem da água nos condutos forçados. Ao passar pela turbina, essa energia é convertida em energia mecânica que por sua vez é transmitida pelo eixo ao gerador. No gerador essa energia é convertida em energia elétrica sendo então injetada no sistema de transmissão que a tornará disponível nos centros consumidores.

Numa usina hidroelétrica, a barragem tem como objetivo criar uma diferença entre os níveis do reservatório (montante) e do canal de fuga (jusante), formando um reservatório onde a água é captada para a produção de energia elétrica. O volume de água armazenada em um reservatório também depende de outros fatores como o controle de cheias, limites de navegação, saneamento e controle ambiental.

**2.2 Descrição do sistema [20]** — A operação de uma turbina hidráulica é função da queda d'água a que esteja submetida. Esta queda é obtida através da diferença entre os níveis de montante e jusante, num dado instante. O nível de montante é obtido através de uma função não linear do volume armazenado no reservatório. O nível de jusante, por sua vez, é uma função não linear da vazão turbinada e vertida.

A influência da vazão vertida na determinação do nível de canal de fuga depende das características de projeto da usina, sobretudo em relação à localização do vertedouro: Quanto mais distante ocorre o vertimento, menor a elevação do nível do canal de fuga. Dessa forma, a altura de queda bruta de operação da usina num dado instante pode ser obtida por:

$$hb = FHB(x,u) = FCM(x) - FCJ(u) \quad (eq2.1)$$

onde:

$hb$  — altura de queda bruta da usina num dado instante.

$FHB$  — função de altura de queda bruta na usina num dado instante.

$x$  - volume armazenado no reservatório.

$u$  - vazão defluente da usina, composta da vazão turbinada e vertida

$FCM$  – função cota de montante, que relaciona a cota de montante com o volume armazenado no reservatório

$FCJ$  – função de cota de jusante, que relaciona a cota de jusante no canal de fuga com a vazão defluente

• nosso estudo considerou as funções  $FCM$  e  $FCJ$  como funções de *quarto grau* em relação respectivamente ao volume do reservatório e as vazões defluentes na turbina:

$$FCM = a_m x^4 + b_m x^3 + c_m x^2 + d_m x + e_m \quad (eq.2.2)$$

$$FCJ = a_j u^4 + b_j u^3 + c_j u^2 + d_j u + e_j \quad (eq.2.3)$$

As usinas compostas por grandes reservatórios possuem uma elevada relação entre seu volume útil e a vazão média afluente e são responsáveis pela acúmulo de água nos períodos úmidos para utilização nos períodos secos. Nos estudos do planejamento da operação de curto prazo, os níveis dos grandes reservatórios podem ser considerados constantes.

As usinas com reservatório de pouca capacidade fazem regularização semanalmente, acumulando água nos fins de semana e feriados para utilizá-lo nos dias úteis, ou regulação diária, acumulando água nos períodos de baixa carga para utilizá-la nos períodos de plena carga.

As usinas com reservatório de pequena capacidade de regularização, são denominadas usinas a fio d'água. Como foi mencionado anteriormente, o processo de geração de energia elétrica consiste na transformação da energia potencial através do conjunto *turbina-gerador*. Podemos então escrever:

$$eh = ep.r.t.rg \quad (eq.2.4)$$

onde:

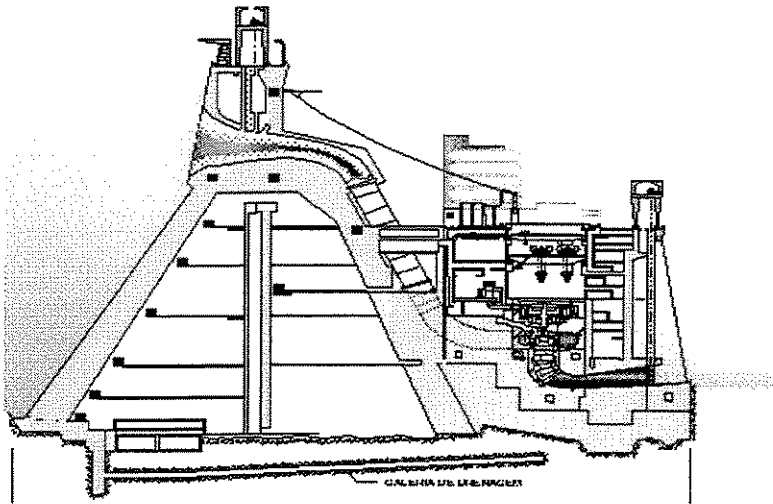
$eh$ - energia produzida na usina num determinado período de tempo.

$ep$ - energia potencial da massa de água usada no acionamento das turbinas da usina ao longo do período de tempo.

*rt*- rendimento da turbina na usina.

*rg*- rendimento no gerador da usina.

Considerando que a energia potencial é dada pelo produto da massa pela aceleração da gravidade pela altura de queda, a equação (2.4) pode ser reescrita como:



**Figura 2.2** – Corte transversal de uma usina hidrelétrica. [20]

$$eh = g \cdot 10^{-3} (qt) . hl . rt . rg \quad (eq2.5)$$

onde:

- *t* - período de tempo considerado
- *(q.t)* - volume d'água turbinado no período considerado.
- *hl* - altura de queda líquida.
- *g* - aceleração da gravidade.
- $10^{-3}$  - peso específico da água.

Como *potência* pode ser definida como *energia* por unidade de tempo, podemos expressar a potência gerada a partir da expressão acima como:

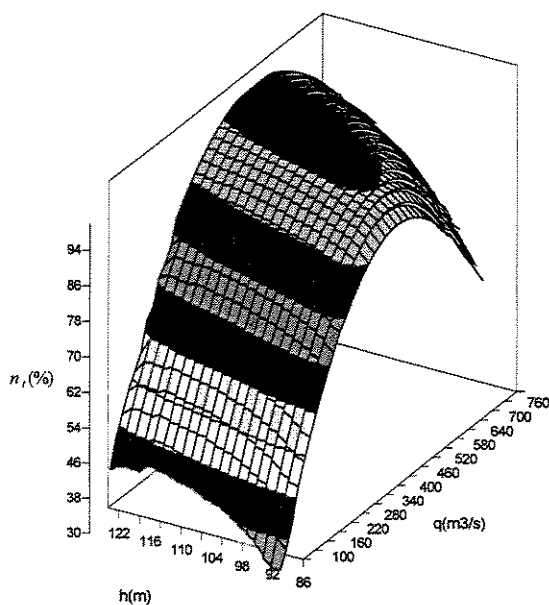
$$ph = g \cdot 10^{-3} \cdot q \cdot hl \cdot rt \cdot rg \quad (eq.2.6)$$

Fazendo-se finalmente  $\rho = g \cdot 10^{-3} \cdot hl \cdot rt \cdot rg$ , obtemos:

$$ph = \rho \cdot q \quad (eq.2.7)$$

O fator  $\rho$  é normalmente chamado de produtividade da usina considerada.. Uma abordagem realista da operação de uma usina hidráulica deve levar em consideração a operação de cada conjunto *turbina-gerador* e o inter-relacionamento das seguintes variáveis: altura de queda, vazão turbinada e rendimento da turbina.

A figura abaixo apresenta a curva de desempenho de uma turbina do tipo *Francis* (que foi adotada



**Figura 2.3** – Curva Colina da turbina hidráulica de Itaipu [20]

neste estudo). Nesta figura estão relacionados a altura de queda líquida, o rendimento da turbina, a potência da turbina e a abertura das palhetas que determinará o valor da vazão escoada pela turbina.

Para uma mesma *altura de queda*, percebe-se através da figura acima que os rendimentos são crescentes a partir de uma abertura mínima, atingem um máximo para enfim decrescerem. Devido a este comportamento, a figura acima também é conhecida como *curva colina*.

**2.2.1 Rendimento no Gerador-** No gerador ocorre a transformação da energia mecânica da rotação das turbinas em energia elétrica. Esta transformação não ocorre sem perdas, ou seja, existe um rendimento associado a esta transformação cujo valor varia menos do que as turbinas. No caso da usina de Itaipu a curva de rendimento do gerador está mostrado na figura 2.4.

As perdas são em geral decorrentes de perdas nos enrolamentos, perdas mecânicas ocasionadas pelo atrito nas escovas do sistema de excitação, perdas nos sistemas de ventilação entre outras.

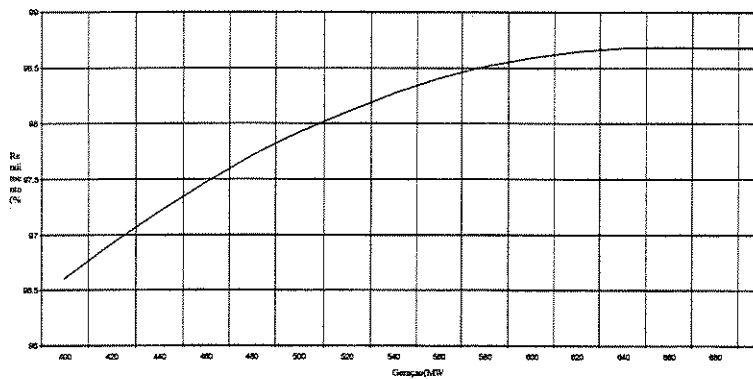


Figura 2.4 – Rendimento do gerador de Itaipu .[20]

Na figura acima está representado o rendimento aproximado dos geradores da usina de Itaipú. É frequente o uso do rendimento do conjunto turbina-gerador ( $\rho_{tg}$ ), que define-se como o produto do rendimento da turbina pelo rendimento do gerador.

**2.3 Obtenção das curvas de geração-** Como será visto posteriormente, nosso estudo será dividido entre duas abordagens (que no fundo correspondem a modelos diferentes para o mesmo problema). A primeira abordagem considera a relação entre as vazões turbinadas e as respectivas gerações em potência dos conjuntos *turbina-gerador*. A segunda abordagem elabora um mapeamento entre as perdas e as gerações em potência de cada conjunto *turbina-gerador*.

Na primeira abordagem, o nosso objeto de otimização será a minimização de quantidade de água turbinada pelo sistema de usinas a serem tratadas. Na segunda abordagem o objeto de otimização será a minimização das perdas em potência. Consideraremos para isso uma usina não como unidade geradora, mas como um agrupamento de conjuntos *turbina-gerador* onde a cada um desses conjuntos associa-se uma função de geração energética ou uma função de perda.

**2.3.1 Obtenção das curvas de geração** - O método de aquisição das curvas nesta primeira abordagem é o descrito a seguir:

- Em primeiro plano escolhe-se uma abertura para as palhetas da turbina, essa abertura determinará uma vazão defluente que por sua vez determinará uma altura de jusante, a altura de montante é calculada a partir do volume do reservatório.
- A diferença entre estas duas alturas, será uma entrada na *curva colina* em conjunto com a porcentagem de abertura das palhetas. Com estes dois dados, o rendimento é obtido e para cada ponto de abertura é estabelecido um ponto associado, que corresponde a produção energética associada à vazão, à altura de queda líquida e ao rendimento obtido através da *curva colina*.
- Estes pontos serão aproximados por uma curva quadrática, côncava, a ser trabalhada no modelo de otimização não linear do problema. Como poderá ser visualizado a seguir, esta curva quadrática será limitada pelas vazões mínimas e máximas de cada conjunto *turbina-gerador*.

É relevante mostrar que uma maior vazão defluente acarreta uma maior cota de jusante e consequentemente uma menor altura líquida de queda, o que acarreta uma menor energia potencial a ser convertida em energia elétrica. Um estudo mais detalhado a este respeito será feito em relação às perdas em rendimento.

Esta função será utilizada posteriormente no processo de otimização pois associa a variável de otimização ( $q$ ), com a grandeza de energia que é o objeto do nosso estudo. A seguir será mostrado um exemplo de como esta curva comporta-se para um exemplo real.

A figura abaixo representa os pares obtidos pelas turbinas da usina *Água Vermelha* onde as vazões variam de  $100\text{m}^3/\text{s}$  a  $500\text{m}^3/\text{s}$ , as potências são expressas em *MW*.

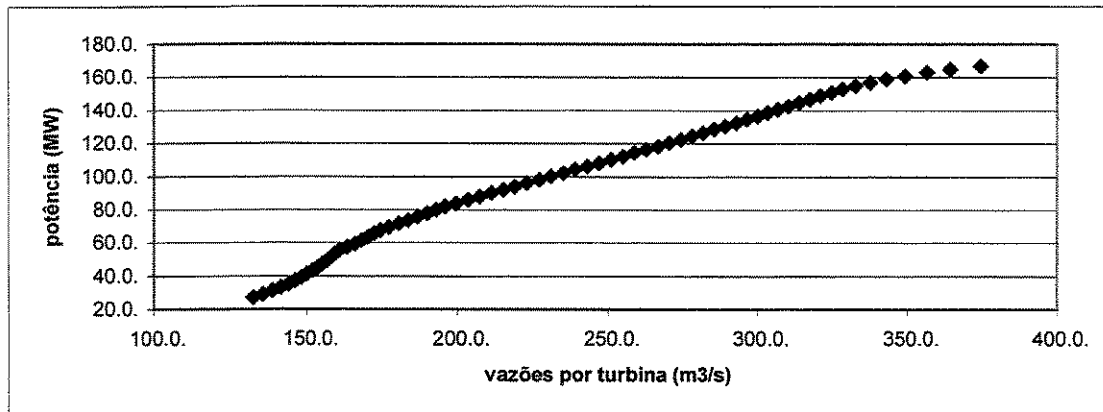


Figura 2.5 – pares potência x vazão para a usina de Água Vermelha.

A figura abaixo representa o resultado interpolado dos pontos acima em uma função quadrática côncava:

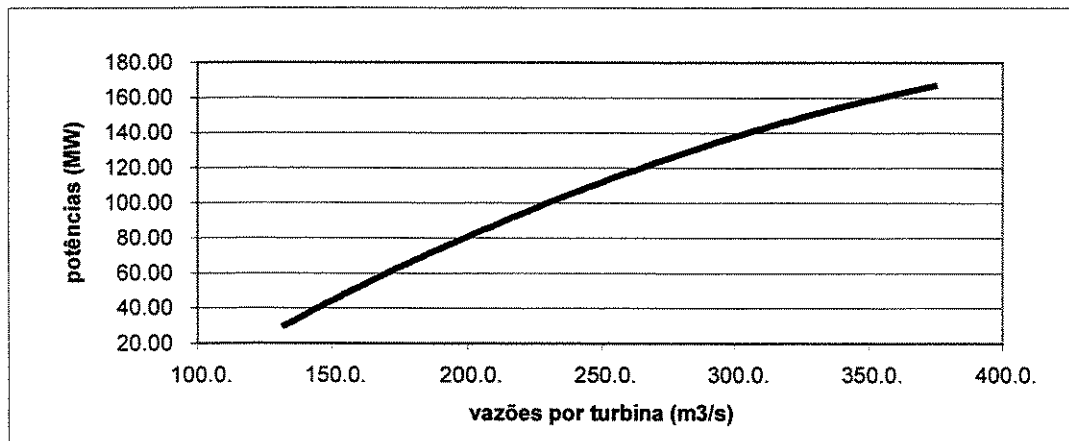


Figura 2.6 – curva interpolada para os pares potência x vazão da usina de Água Vermelha.



### 2.3.2 Obtenção das curvas de perdas em potência.

Na segunda abordagem apresentada neste trabalho, o esforço será o de tornar mínimo o conjunto das perdas em todos os conjuntos *turbina-gerador*. Portanto torna-se necessário proceder ao levantamento do somatório das perdas totais associadas a cada conjunto. Estas perdas podem ser divididas em:

- Perdas hidráulicas.
- Perdas pela elevação do canal de fuga.
- Perdas pela variação do rendimento da turbina.

**2.3.2.1 – Perda hidráulica**-A perda hidráulica é ocasionada pela redução da energia potencial referente ao atrito da água ao escoar no interior do conduto forçado. Esta perda é calculada levando-se em conta características do conduto forçado. Sua representação mais usual é através de uma função quadrática:

$$h_p = k \times q^2 (m) \quad (eq2.9)$$

onde:

$k$  – constante característica do conduto forçado em ( $s^2/m^5$ );

$q$  – vazão turbinada em ( $m^3/s$ ).

A expressão acima associa uma determinada vazão a uma altura a ser descontada da altura de queda bruta no cálculo da energia potencial convertida pelo equipamento, ocasionando uma redução na potência gerada descrita pela expressão abaixo:

$$p_{hm} = (k \times q^2) \times g \times rt \times rg \times q \times 10^{-3} \quad (eq.2.10)$$

onde:

$p_{hm}$  – é a perda hidráulica em MW, ocasionada pela operação de “n” máquinas.

$k$  – é a constante que exprime as características do conduto forçado.

**2.3.2.2 – Perda pelo aumento do nível do canal de fuga-** Existem turbinas, como as do tipo Pelton, que devido as condições operacionais não perdem rendimento quando do aumento do nível do canal de fuga. Este tipo de usina possui injetores d’água que, sob forma de jatos d’água transmitem energia cinética às conchas do rotor. O rotor gira por sua vez, sob condições atmosféricas, fora da corrente d’água. Este tipo de turbina é denominado *turbina de reação*.

As turbinas do tipo Francis e Kaplan, ao contrário das turbinas tipo Pelton, possuem o rotor que gira dentro da corrente d’água, sofrendo a influência da elevação do nível do canal de fuga.

O comportamento do nível do canal de fuga varia conforme cada aproveitamento. Assim, para as usinas localizadas à montante de outra, o nível do seu canal de fuga varia em função à sua descarga e do nível do reservatório da usina à jusante pelo efeito da elevação do nível do canal de fuga devido ao retardo do escoamento d’água (*remanso*). O efeito do remanso é mais significativo conforme os aproveitamentos estão próximos uns dos outros e devido à declividade do trecho entre eles.

Rios que desembocam à jusante de uma determinada usina têm influência sobre o nível do canal de fuga. A influência é similar ao de um reservatório, de modo que quanto maior for a vazão por estes rios, maior será a diminuição da velocidade do escoamento da descarga da usina, ocasionando uma elevação do nível do canal de fuga.

A figura a seguir ilustra a influência acerca das vazões do rio Iguaçu sobre o canal de fuga da usina de Itaipu.

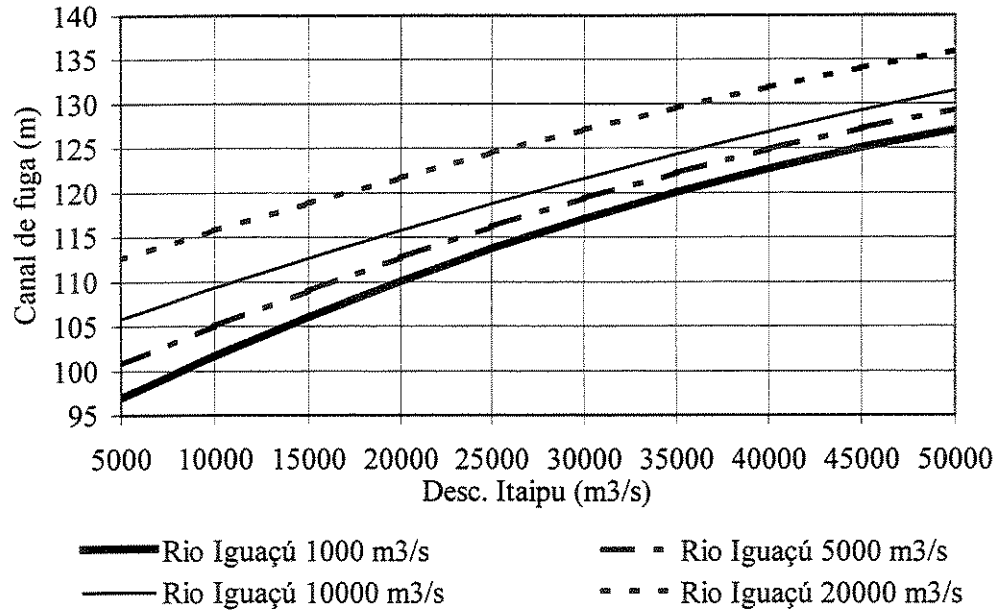


Figura 2.7 – Canal de fuga de Itaipu [20].

A avaliação da redução da potência gerada, decorrente da elevação do nível de canal de fuga pode ser representada através da seguinte expressão:

$$p_{cfn} = (h_{cf}(q_n) - h_{cf}(q_{min})) \times g \times \rho \times \eta_{ig} \times q_n \times 10^{-6} \quad (eq2.11)$$

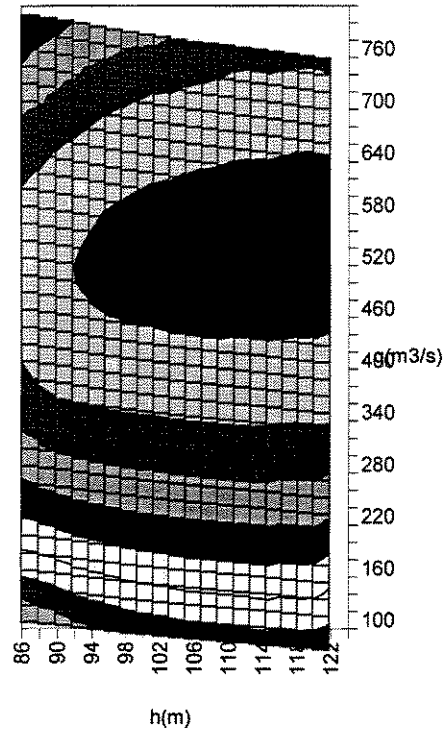
onde:

$p_{cfn}$  – perda em MW, decorrente da elevação do nível do canal de fuga com “n” máquinas em operação.

$q_{min}$  – vazão turbinada mínima com “n” máquinas.

**2.3.2.3 – Perda pela variação do rendimento da turbina-** Os níveis de rendimento de uma turbina tipo Francis podem ser visualizados na figura 2.8. Como foi exposto, rendimento, em porcentagem, é definido pela altura de queda líquida, dada em metros, e a vazão turbinada, em m³/s.

Na figura a seguir, pode ser verificado que fixando-se uma cota do reservatório e ao variar-se a vazão turbinada a partir de um valor mínimo, o rendimento terá um comportamento de crescimento até um valor máximo para depois diminuir.



**Figura 2.8** – Curva colina [20].

Esta figura representa a dependência do rendimento com a altura de queda líquida com a vazão turbinada. Logicamente, uma operação em torno do ponto de rendimento máximo acarretaria uma maior economia pois neste ponto a relação entre a potência gerada e a vazão turbinada é a maior.

Para avaliar as perdas associadas à variação do rendimento da turbina, consideraremos o ponto de máximo rendimento como valor de referência ou de perda nula. Desta forma, a perda associada a um determinado ponto de operação seria quantificada através da diferença entre o valor do rendimento neste ponto e o valor do máximo rendimento. Note que esta diferença também poderia ser calculada simplesmente em relação a um ponto fictício cujo rendimento seja 100%

Esta perda pode ser quantificada a seguir:

$$p_m = g \times (\eta_{\max} - \eta) \times q_n \times h_l \times 10^{-3} \quad (\text{eq 2.12})$$

onde:

$p_{rn}$  – é a perda, em MW, associada à variação do rendimento da turbina.

#### 2.3.2.4 – Perda total no sistema de geração

A perda em potência total no sistema de geração é composta pela resultante das três perdas consideradas anteriormente. Para calcular o valor desta perda em função das possíveis vazões defluentes, os passos seguintes são adotados.

Varia-se o valor da vazão turbinada a partir de um valor mínimo até alcançar o valor máximo. Para cada vazão turbinada efetua-se os cálculos dos passos a seguir:

1 – Calcula-se o valor do nível de canal de fuga  $h_{cf}$ .

2 – Encontra-se a perda hidráulica (em altura)  $h_p$  :

3 – Encontra-se a altura de queda líquida através da seguinte equação:

$$h_l = h_r - h_{cf} - h_p \quad (eq2.13)$$

4 – Com os valores de altura de queda líquida e vazão turbinada, encontra-se na Curva Colina o valor do rendimento ( $\eta_t$ ) da turbina.

5 – Calcula-se o total das perdas:

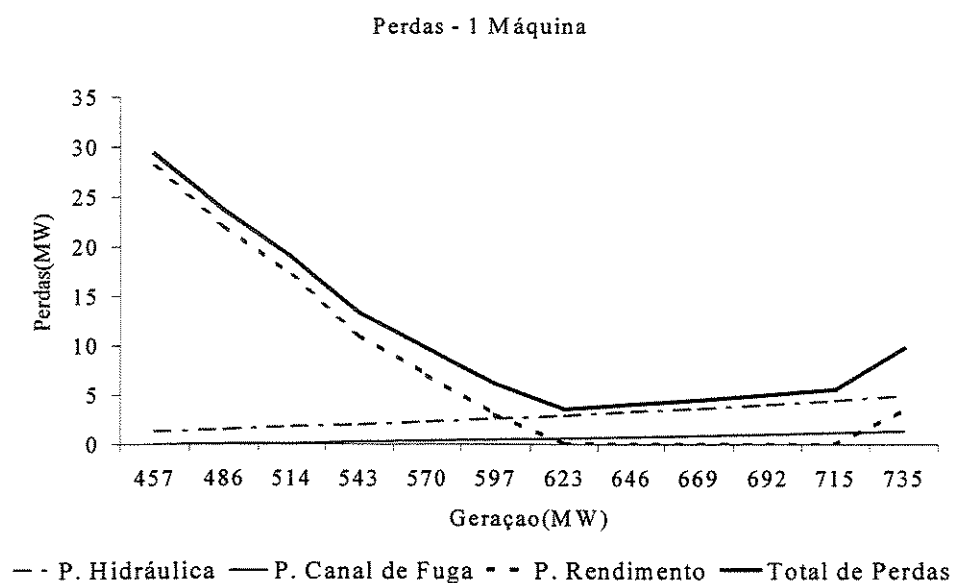
$$p_m = p_{rn} + p_{hm} + p_{cfn} \quad (eq2.13)$$

onde

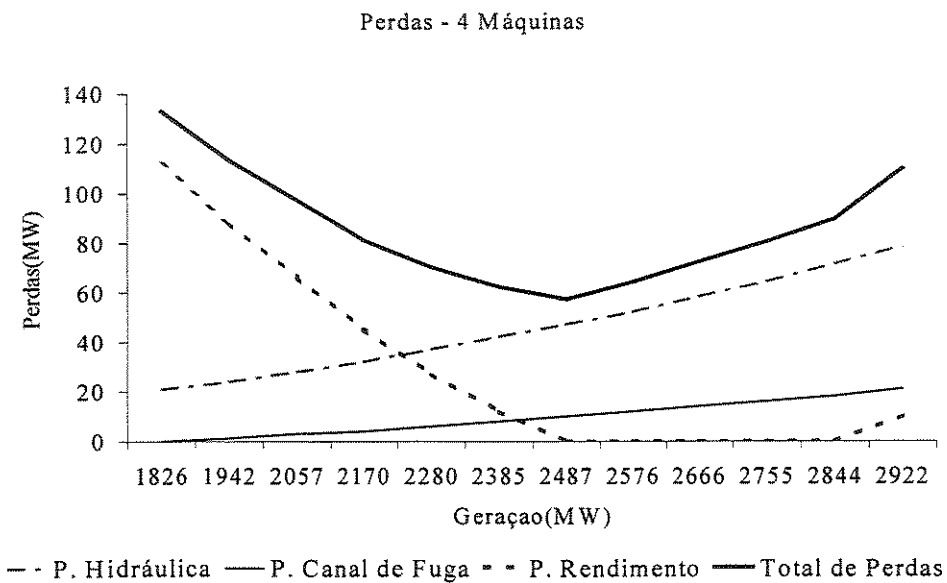
$p_m$  é o total de perdas no sistema de geração para “n” máquinas.

Após estes pontos serem obtidos, ajusta-se polinômio ao total de perdas ( $p_m$ ) calculadas em função da potência gerada.

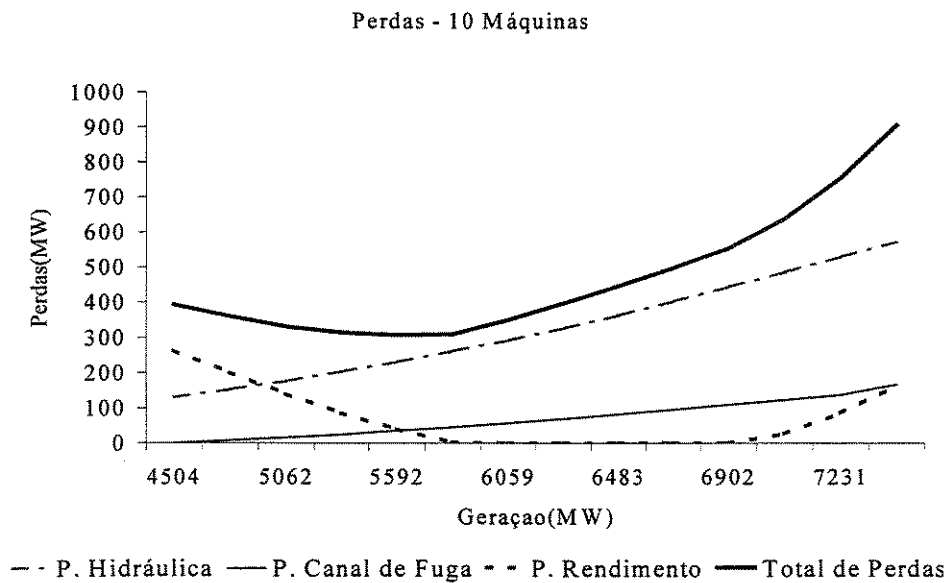
A seguir são apresentadas as curvas de perdas para a usina de Itaipu, levantadas para uma condição de vazão pelo Rio Iguaçu entre 1000 e 5000 m<sup>3</sup>/s.



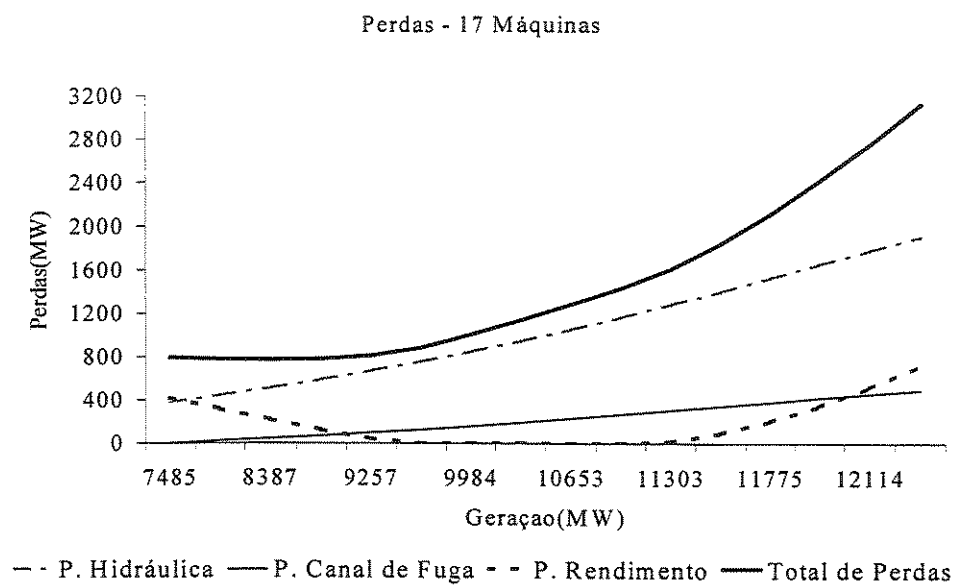
**Figura 2.9** – Curva de perdas para a usina de Itaipú (1 máquina) [20]



**Figura 2.10** – Curva de perdas para a usina de Itaipú (4 máquinas). [20]



**Figura 2.11** – Curva de perdas para a usina de Itaipú (10 máquinas). [20]



**Figura 2.12** – Curva de perdas para a usina de Itaipú (17 máquinas). [20]



## Capítulo 3- Despacho econômico de usinas hidrelétricas

**3.1 Introdução-** No capítulo anterior foi introduzido o modelo de usinas hidrelétricas através de representações das funções de geração elétrica e de perdas para cada conjunto *turbina-gerador*. Neste capítulo será utilizada a representação que relaciona a geração de potência com as vazões hidráulicas destes conjuntos.

Serão apresentados a seguir: a formulação matemática do problema de otimização de despacho, o seu desenvolvimento analítico incluindo considerações sobre convexidade e convergência, alguns detalhes importantes da implementação computacional deste modelo, e visando um melhor entendimento do problema, um exemplo ilustrativo onde será possível analisar vários resultados numéricos.

**3.2- Modelo Matemático-** O modelo matemático para problemas de otimização de despacho consiste no conjunto de equações que restringem e delimitam o espaço *n-dimensional* onde as *variáveis de decisão* assumem valores factíveis, e consiste também na função que, avaliada sobre estas *variáveis de decisão*, constitui o objeto de otimização. Em vista dos fatos de que as curvas *geração x vazão* têm comportamento não linear e de que estas incluem-se no conjunto de restrições presentes no modelo matemático, este representa um problema de programação não linear, como pode ser observado a seguir:

$$\text{Min} \sum_{i \in I, j \in J} u_i q_{ij} \quad (eq3.1)$$

*Sujeito a*

$$\sum_{i \in I, j \in J} P(q_{ij}) \geq D \quad (eq3.2)$$

$$q_{ij} \leq q_{ij}^{\max} \quad (eq3.3)$$

$$q_{ij} \geq q_{ij}^{\min} \quad (eq3.4)$$

*onde*

$I$  = conjunto das usinas consideradas

$J$  = conjunto das máquinas de cada usina

$q_{ij}$  = vazão da máquina  $j$  na usina  $i$  no período considerado

$q_{ij}^{\min}$  = vazão mínima da máquina  $j$  na usina  $i$  no período considerado

$q_{ij}^{\max}$  = vazão máxima da máquina  $j$  na usina  $i$  no período considerado

$u_i$  = custo de armazenamento da água na usina  $i$

$P(q_{ij})$  = função de geração da máquina  $j$ , da usina  $i$

$D$  = Demanda total do sistema

Neste modelo, representamos o problema através da minimização da função objetivo sujeito às restrições de atendimento da demanda global de geração e às restrições de limite de cada conjunto *turbina-gerador*. Estes limites são impostos pela abertura mínima e máxima das palhetas das turbinas durante o processo.

A função objetivo, como se vê claramente, representa o consumo global de água para aquele sistema de usinas, o qual deseja-se minimizar. A resolução do problema atribuirá a cada *variável de decisão*  $q_{ij}$ , um valor que corresponderá à vazão através da  $j$ -ésima máquina da  $i$ -ésima usina.

**3.3- Convexidade-** Os métodos numéricos de busca de **solução ótima**, em problemas de otimização, utilizam o sub-conjunto delimitado pelas **restrições de factibilidade**. Em problemas de otimização puramente *lineares*, estes métodos possuem convergência garantida pois estas restrições definem uma região convexa. A programação não linear, no entanto, requer estudos mais detalhados sobre esta convexidade pois existem configurações para as quais o problema não a apresenta e, em vista disso, sua convergência não está garantida.

Para o problema proposto, o conjunto das restrições (3.3) e (3.4) são convexas por serem lineares no conjunto das variáveis que definem o problema. A restrição (3.2) também é convexa pois as funções de geração são côncavas e como a produção deve ser maior ou igual à demanda, tem-se a correspondência de funções convexas com restrição de “*menor ou igual*”, que como se sabe, são convexas. Portanto o problema é convexo e possui convergência garantida.

Este problema seria melhor definido caso a restrição (3.2) fosse de igualdade, neste caso teríamos um problema de minimização onde o sub-espço factível não seria convexo pois esta restrição delimitaria

um conjunto não convexo. Mas pode ser demonstrado que na solução ótima, a restrição definida no modelo estará sendo atendida na igualdade pois, a função côncava é necessariamente crescente para os intervalos de vazão considerados.

**3.4- Formulação Dual-** O problema proposto será resolvido através de métodos convencionais da otimização não linear: *relaxação Lagrangeana, método do gradiente*. A dualização das restrições do problema permite que o problema resultante possa ser trabalhado a partir de métodos numéricos que levem ao resultado ótimo a partir da minimização da função Lagrangeana associada:

$$L(q, \lambda) = \sum_{i \in I, j \in J} u_{ij} q_{ij} + \lambda (D - \sum_{i \in I, j \in J} P(q_{ij})) \quad (eq3.17)$$

Ou, ainda, como  $P(q_{ij}) = a_{ij} q_{ij}^2 + b_{ij} q_{ij} + c_{ij}$

$$L(q, \lambda) = - \lambda \sum_{i \in I, j \in J} a_{ij} q_{ij}^2 + \sum_{i \in I, j \in J} (u_{ij} - \lambda b_{ij}) q_{ij} - \sum_{i \in I, j \in J} (\lambda c_{ij}) + \lambda D \quad (eq3.18)$$

A solução do problema será em dois níveis. No primeiro nível (coordenador), será atualizado o valor do multiplicador de Lagrange de forma a partirmos em busca de um valor que maximize a função dual, e no segundo nível (subproblemas) será realizada a minimização da função Lagrangeana para um dado valor deste multiplicador. Esta minimização é efetuada sobre as variáveis do problema original ( $q_{ij}$ ), para um dado valor de  $\lambda$ .

O procedimento para a resolução do problema via dualidade pode ser resumido nos passos a seguir:

- 1) Inicializa-se os multiplicadores de Lagrange.
- 2) Para todas as máquinas de todas as usinas, calcula-se a turbinagem ótima, dado o multiplicador e ignorando as restrições dadas pelas equações 3.3 e 3.4.
- 3) Se todas as restrições são atendidas, então, fim ( Solução ótima).
- 4) Se alguma turbinagem encontra-se aquém ou além de seu respectivo limite, atribui-se-lhe a correspondente turbinagem limite.
- 5) Para estas novas turbinagens, calcula-se a nova geração global e a respectiva diferença entre esta e a

demanda prevista.

6) Atualiza-se o multiplicador de Lagrange, e volta-se ao passo (2).

Os procedimentos de minimização da função Lagrangeana, da atualização dos multiplicadores serão apresentados a seguir:

**3.4.1- Minimização da função Lagrangeana-** Como a função Lagrangeana (3.18) é aditivamente separável, então a sua minimização pode ser decomposta em uma minimização para cada usina  $i$  e unidade  $j$ , individualmente, como indicado a seguir. Para uma unidade (i,j), tem-se:

$$L_{ij} = -\lambda a_{ij} q_{ij}^2 + (u_i - \lambda b_{ij}) q_{ij} - \lambda c_{ij} \quad (eq3.19)$$

Como  $L_{ij}$  é convexo, (pois o parâmetro  $a_{ij}$  é necessariamente negativo), então a solução ótima será dada por :

$$\frac{\partial L_{ij}}{\partial q_{ij}} = 0 \quad (eq3.20)$$

$$\frac{\partial L_{ij}}{\partial q_{ij}} = -2a_{ij} q_{ij} \lambda + u_i - b_{ij} \lambda = 0 \quad (eq3.21)$$

$$\frac{\partial L_{ij}}{\partial q_{ij}} = -\lambda(2a_{ij} q_{ij} + b_{ij}) + u_i = 0 \quad (eq3.22)$$

A expressão acima pode ser interpretada da seguinte maneira: Quando os custos de armazenamento  $u_i$  são iguais, na solução ótima todas as derivadas das funções de geração possuem o mesmo valor que são iguais ao único valor dado por:  $u_i / \lambda$ .

Isolando-se a variável de turbinagem obtemos:

$$q_{ij} = \frac{u_i}{2a_{ij}\lambda} - \frac{b_{ij}}{2a_{ij}} \quad (eq3.23)$$

O polinômio que representa a geração dos conjuntos *turbina-gerador*, tem seus coeficientes multiplicados pelo número de conjuntos com a mesma especificação. Dessa forma a minimização da função Lagrangeana tem uma solução analítica diferente da solução acima em função de considerarmos esta

simplificação:

Temos então que a turbinagem ótima é dada por:

$$q_{ij} = n \left( \frac{u_i}{2a_{ij}\lambda} \right) - \frac{b_{ij}}{2a_{ij}} \quad (eq3.24)$$

onde  $n$  é o numero de conjuntos *turbina-gerador* com a mesma especificação.

**3.4.2 Inicialização dos multiplicadores de Lagrange-** Dadas as condições do problema, inicializar os *multiplicadores de Lagrange* não é uma tarefa trivial. Em primeiro lugar, por tratarem-se de funções de produção quadráticas, o *multiplicador de Lagrange* associado à equação de demanda aparece no denominador da expressão que determina a turbinagem, portanto este multiplicador não pode ser inicializado como nulo.

A maneira encontrada para tratar este problema foi a seguinte: Relaxando-se as restrições de limite, o problema pode ser resolvido analiticamente, basta para isso inserirmos a expressão (3.23) na equação de demanda. Como sabemos que a solução do problema ocorre na igualdade, podemos então determinar o valor da variável de Lagrange unidimensional para que a igualdade ocorra. Este será o valor de inicialização deste multiplicador.

$$q_{ij} = \frac{-u_i + \lambda b_{ij}}{-2a_{ij}\lambda}, \quad (eq3.25)$$

substituindo-se  $q_{ij}$  na expressão de geração obtemos:

$$\sum_{i \in I, j \in J} P(q_{ij}) = \sum_{i \in I, j \in J} \left( a_{ij} \left( \frac{-u_i + \lambda b_{ij}}{-2a_{ij}\lambda} \right)^2 + b_{ij} \left( \frac{-u_i + \lambda b_{ij}}{-2a_{ij}\lambda} \right) + c_{ij} \right) = D \quad (eq3.26),$$

isolando-se os termos independentes de  $\lambda$ :

$$\sum_{i \in I, j \in J} \left( \frac{u_i^2 - \lambda^2 b_{ij}^2}{4a_{ij}\lambda^2} \right) = D - \sum_{i \in I, j \in J} c_{ij} \quad (eq3.27)$$

Este somatório pode ser representado da seguinte maneira:

$$\frac{(I) - (II)\lambda^2}{(III)\lambda^2} = (IV) \quad (eq3.28), \text{ onde:}$$

$$(I) = \sum_{i \in I, j \in J} u_i \left( \frac{\prod_{i \in I, j \in J} a_{ij}}{a_{ij}} \right) \quad (eq3.29)$$

$$(II) = \sum_{i \in I, j \in J} b_{ij}^2 \left( \frac{\prod_{i \in I, j \in J} a_{ij}}{a_{ij}} \right) \quad (eq3.30)$$

$$(III) = 4 \left( \prod_{i \in I, j \in J} a_{ij} \right) \quad (eq3.31)$$

$$(IV) = D - \sum_{i \in I, j \in J} c_{ij} \quad (eq3.32)$$

Resolvendo (3.28) em  $\lambda$ , obtemos:

$$\lambda = \pm \sqrt{\frac{(I)}{((II) + (III)(IV))}} \quad (eq3.33)$$

Como os multiplicadores de Lagrange devem ser necessariamente positivos, temos que o valor do multiplicador de Lagrange associado inicialmente à restrição de demanda é:

$$\lambda = \sqrt{\frac{(I)}{((II) + (III)(IV))}} \quad (eq3.34)$$

### 3.4.3 Busca unidimensional

A cada etapa do algoritmo, com o objetivo de maximizar a função dual e sendo assim, transitar em direção a solução ótima do problema, é fixada uma direção na qual os multiplicadores de Lagrange devem ser atualizados. Esta atualização pode ser exemplificada a seguir:

$$\lambda^{K+1} = \lambda^K + \gamma \nabla(h(\lambda)), \quad (eq3.35)$$

Podemos dizer a partir da expressão acima que  $\lambda^{K+1} = r(\gamma)$ , uma função de  $R \rightarrow R^n$ , sendo  $n$  o número de restrições consideradas. O objetivo agora é determinar o valor deste parâmetro da busca de forma a otimizar o processo de subida na função dual. Como a função dual é côncava, basta calcularmos o ponto daquela direção onde a função dual alcança seu ponto máximo. Este ponto será o que possui derivada direcional nula, calculada a partir daquela direção.

A derivada direcional para um determinado ponto e direção pode ser definida como o produto escalar entre o *vetor gradiente* neste ponto e a norma desta direção. Usualmente, a direção de atualização dos multiplicadores é dada através do próprio *vetor gradiente*, que corresponde aos erros nas restrições dualizadas. É importante estabelecer enfim que nenhuma destas componentes direcionais sejam negativas para o caso em que o respectivo multiplicador seja nulo, isto porque qualquer passo positivo nesta direção, e apenas passos positivos são considerados, levaria o referido multiplicador a um valor negativo, fugindo-se assim às condições de otimalidade definidas anteriormente.

O direção de busca unidimensional utilizado foi o método do *gradiente conjugado*, onde a nova direção de busca é dada através de uma composição entre a direção definida na busca anterior e o vetor gradiente calculado a partir da alocação atual dos multiplicadores.

O cálculo do passo ótimo nesta busca, como dito anteriormente, visava determinar o ponto para o qual a derivada direcional se anulasse:

- 1) Determina-se a nova direção de busca
- 2) Calcula-se a derivada direcional neste ponto

- 3) Define-se  $p_{\min} = 0$ .
- 4) Determina-se o maior passo possível ( $p_{\max}$ ), sendo este aquele no qual o primeiro multiplicador de Lagrange tornar-se-ia nulo
- 5) Atribui-se  $p^1 \leftarrow p_{\min}$  e  $p^2 \leftarrow p_{\max}$
- 6) Atribui-se:  $p = \frac{p_1 + p_2}{2}$
- 7) Atualiza-se multiplicadores
- 8) Calcula-se nova derivada direcional.
- 9) Se derivada direcional nula ( $\text{passo} \leftarrow p$ ), fim.
- 10) Se derivada direcional positiva:  $p_1 \leftarrow p$
- 11) Se derivada direcional negativa:  $p_2 \leftarrow p$

Voltar para 6), até derivada direcional nula, ou  $p_1 \cong p_2$ , onde  $\text{passo} \leftarrow p_{\max}$

Este procedimento calcula um passo que leve à derivada direcional nula, caso haja, ou determina o maior passo possível tal que nenhum multiplicador positivo torne-se negativo.



### 3.5 Exemplo numérico

Para exemplificar e discutir alguns pontos do trabalho, foi preparado um exemplo numérico. Este exemplo constitui-se de um sistema com cinco usinas que foram escolhidas por possuírem capacidades produtivas heterogêneas no que diz respeito ao número e ao porte dos conjuntos *turbina-gerador* pertencentes a cada usina. (Os custos de armazenamento foram fixados na unidade) O sistema pode ser visualizado na tabela a seguir:

usina	Água Vermelha	Ilha Solteira	Jupia	Capivara
Máquinas	6	20	14	4
Prod mínima (MW)	180	420	118	90
Prod máxima (MW)	1003	2125	1280	522
vazão mínima (m3/s)	132	117	62	130
Vazão máxima (m3/s)	374	298	515	362
<i>função de geração <math>aq^2 + bq + c</math></i>				
Função geração	a -0.0063	a -0.0228	a -0.0019	a -0.0029
( $aq^2 + bq + c$ )	b 6.58	b 18.87	b 3.66	b 3.29
	c -580.2	c -1474	c -101.95	c -288.37
demanda global	3850 MW			

Tabela 3.1 - conjunto de dados para o exemplo numérico.

O trabalho inicial, como foi exposto anteriormente, consistiu em atribuir valores à variável dual associada à restrição de atendimento de demanda segundo a metodologia descrita nos itens anteriores. Abaixo estão dispostas as vazões determinadas para cada máquina de cada usina, desconsiderando-se as restrições de limites.

Usina	Água Vermelha	Ilha Solteira	Jupia	Capivara
Vazões (m3/s)	405	305	51	396
Produções (MW)	1054	2160	79	560
produção total	3850 MW			

Tabela 3.2- vazões e produções desconsiderando-se as restrição de limites.

Nesta configuração, a demanda total está sendo atendida. Temos no entanto, três restrições sendo violadas onde as vazões calculadas para as usinas de *Água Vermelha*, *Ilha Solteira* e *Capivara* estão aquém ou além dos limites mínimos e máximos estipulados. Dessa forma, não estamos na condição de otimalidade,

pois temos três componentes positivas no vetor das restrições ( A condição:  $g(x) \leq 0$  não está sendo atendida) . Ao atribuímos os respectivos valores limites (mínimo ou máximo, de acordo com a violação) para estas vazões, obtemos a Figura 3.3:

usina	Água Vermelha	Ilha Solteira	Jupia	Capivara
vazões (m3/s)	374	298	62	362
produções (MW)	1034	2126	118	521
produção total (MW)	3792 (MW)			

Tabela 3.3 – evolução da otimização.

Como neste momento da otimização a única *variável Lagrangeana* (relacionada ao atendimento da demanda total) tem seu valor positivo, e como sua respectiva restrição não está ativa ( a produção é menor que a demanda), não estamos na otimalidade. Note que existem valores positivos para as variáveis duais associadas às restrições de limite de vazão das usinas de *Água Vermelha*, *Ilha Solteira* e *Capivara*.

Como trata-se apenas de uma única variável dual, a busca unidimensional determinará um passo que levará ao ponto de atendimento da demanda, que não necessariamente atenderá aos limites de turbinagem estabelecidos. O processo acima repete-se até encontrarmos uma solução que, além do atendimento da demanda, também atenda os limites de turbinagem, otimamente:

usina	Água Vermelha	Ilha Solteira	Jupia	Capivara
vazões (m3/s)	352	257	180	362
produções (MW)	959	1870	494	521
produção total (MW)	3846			

Tabela 3.4 – resultado ótimo.

Nesta situação, a condição de otimalidade  $g(x) \leq 0$  está sendo atendida. A condição  $\lambda^* g(x^*) = 0$ , neste caso está sendo atendida pois as duas únicas restrições cujas variáveis duais são positivas, estão ativas (as restrições de atendimento da demanda e de limite máximo em *Capivara*).

O critério de convergência adotado convencionou que a solução ótima seria alcançada quando o maior violação do conjunto de restrições não fosse maior que 1%.

## Inclusão de restrições de segurança

A otimização dos rendimentos individuais dos conjuntos *turbina-gerador* constituintes de usinas hidrelétricas desconsidera algumas restrições que dizem respeito às usinas como um todo. Dentre elas encontram-se as restrições de *reserva girante*, que determinam, para um agrupamento de usinas, uma capacidade mínima de geração potencial que deve ser reservada para controle de situações como sobrecarga de demanda, substituição de outros pontos de geração, *etc...*

Os fluxos energéticos pela rede de distribuição, como será visto a seguir, são determinados pelos arranjos de produção e demanda ao longo dos diversos pontos desta rede. Faz-se necessário, portanto, um estudo sobre estes arranjos tendo-se em vista, sempre, impedir que estes fluxos superem os limites impostos pelas linhas de transmissão. Os itens a seguir referem-se a estes dois tipos de restrição:

### 3.6-Inclusão da restrição de *reserva girante*:

O modelo matemático que engloba a restrição de reserva *girante* corresponde ao modelo já proposto, acrescido das seguintes restrições :

$$\sum_{i \in I' \ j \in J(i)} (P(q_{ij}^{\max}) - P(q_{ij})) \geq R' \quad (eq3.36)$$

$$\sum_{i \in I'' \ j \in J(i)} (P(q_{ij}^{\max}) - P(q_{ij})) \geq R''$$

...

onde:

$R =$  Reserva girante para o subconjunto de usinas especificado.

$I =$  Conjunto de usinas associadas a alguma reserva girante

$J(i) =$  Conjunto de máquinas associadas à usina  $i$ .

As restrições acima determinam que a diferença entre a produção máxima e a atual de um determinado subconjunto de usinas ( que corresponde à *reserva girante* daquele subconjunto), deve ser maior ou igual a um valor pré-estabelecido, aqui denominado  $R$ .

Esta inclusão traz algumas implicações sobre o modelo, sobretudo no que diz respeito a questões de convexidade pois é fácil verificar que a *função de reserva* é convexa e a restrição é de *maior ou igual*, o que claramente torna o problema não convexo.

O procedimento encontrado para tornar o problema convexo é simples: A restrição de *reserva* limita a produção de um determinado conjunto de usinas. Uma vez que a restrição de demanda será atendida na igualdade na solução ótima, podemos dizer que o conjunto complementar ao estudado terá sua produção limitada inferiormente. Assim a restrição:

$$\sum_{i \in I' \ j \in J(i)} (P(q_{ij}^{\max}) - P(q_{ij})) \geq R \quad (eq3.37)$$

pode ser substituída por:

$$\sum_{i \in (I-I'), j \in J(i)} P(q_{ij}) \geq D - R' \quad (eq3.38)$$

Esta nova restrição torna o problema convexo e, por ser equivalente à restrição inicial, garantindo os mesmos resultados. Além disso, possui a mesma configuração da restrição de demanda. Neste caso, um *multiplicador de Lagrange* associado a cada uma destas restrições de reserva girante é inserido na formulação dual, com a ressalva de que este apenas comporia, na minimização da *função Lagrangeana*, as expressões que definem as vazões das máquinas referentes às usinas pertencentes aos subconjuntos complementares definidos acima.

Assim, a nova expressão para cada uma dessas vazões seria dada por:

$$q_{ij} = n \left( \frac{u_i}{2a_{ij} (\lambda + \sum_{i \in (I-I')} \pi_r)} \right) - \frac{b_{ij}}{2a_{ij}} \quad (eq3.40)$$

onde  $\pi_r$  corresponde ao multiplicador Lagrangeano associado a  $r$ -ésima de *reserva girante*.

**3.6.1- Exemplo numérico-** A seguir será exemplificado o funcionamento do sistema de otimização com a inclusão das restrições de reserva, este exemplo é basicamente o do capítulo anterior com uma demanda maior. Definiu-se uma *reserva girante* para o par de usinas *Ilha Solteira e Água Vermelha* e outra *reserva girante* para a usina de *Jupiá*

usina	Água Vermelha	Ilha Solteira	Jupia	Capivara
Máquinas	6	20	14	4
Prod mínima (MW)	180	420	118	90
Prod máxima (MW)	1003	2125	1280	522
vazão mínima (m3/s)	132	117	62	130
Vazão máxima (m3/s)	374	298	515	362
função de geração $aq^2 + bq + c$				
Função geração ( $aq^2 + bq + c$ )	a -0.0063 b 6.58 c -580.2	a -0.0228 b 18.87 c -1474	a -0.0019 b 3.66 c -101.95	a -0.0029 b 3.29 c -288.37
demanda global	3850 MW			
reserva girante	(800 MW)			

Tabela 3.5 – configuração do problema.

A primeira atribuição às variáveis de decisão é dada na tabela a seguir:

Usina	Água Vermelha	Ilha Solteira	Jupia	Capivara
Vazões (m3/s)	405	305	51	396
produções (MW)	1054	2161	81	540
produção total	3850 MW			
reserva girante	(0 MW)			

Tabela 3.6 – resolução inicial não factível.

Esta primeira atribuição corresponde àquela do exemplo anterior, neste caso, tanto os limites de turbinagem como a reserva girante estabelecida não está sendo atendida, requerendo-se portanto atualizações dos multiplicadores de *Lagrange*. Precisamos maximizar a função dual na direção do gradiente acima, ou seja, precisamos encontrar o passo onde a *derivada direcional* naquela direção seja nula.

Usina	A. Vermelha	Ilha Solteira	Jupia	Capivara
vazão (m3/s)	374	298	344	362
produção (MW)	1000	2125	804	523
reservas	0			
produção total (MW)	4452 (MW)			

Tabela 3.7 – resolução intermediária não factível.

O quadro anterior exemplifica o tratamento complementar dado às restrições de reserva. Nele observa-se com clareza que o *vetor gradiente* impulsionou os multiplicadores de maneira a aumentar a produção das usinas não pertencentes aos subconjuntos definidos pelas restrições em estudo (Neste quadro, as vazões já foram atadas aos seus limites). Pode ser percebido também que o aumento da produção energética nas duas usinas (*Ilha Solteira e Capivara*) que não possuem limites de *reserva girante* foram comparativamente maiores.

A partir deste momento, entrará em atividade, além dos multiplicadores associados às restrições de *reserva girante*, o multiplicador associado à restrição de atendimento da demanda, pois também esta restrição, a partir das atribuições atuais às *variáveis de decisão*, não apresenta as condições para a otimalidade.

Usina	A. Vermelha	Ilha Solteira	Jupia	Capivara
vazão (m3/s)	302	211	366	362
produção (MW)	836	1493	984	522
reservas (MW)	800			
produção total (MW)	3835			

Tabela 3.8 – resolução ótima.

A tabela acima dispõe a solução ótima para o problema ( erro  $\cong$  1%). Esta solução foi alcançada a partir de diversas atualizações dos multiplicadores duais, o gráfico abaixo expõe a variação do erro percentual sobre os violações das restrições, em função do número de atualizações do vetor Lagrangeano:

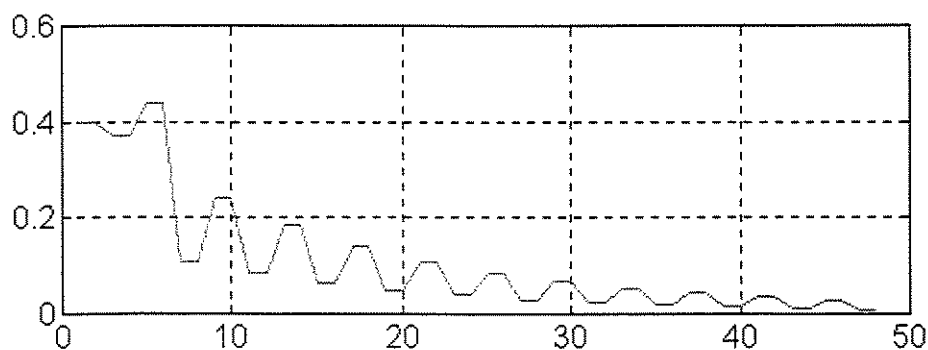


Figura 3.1 – oscilações dos erros de atendimento das restrições impostas

### 3.7-Inclusão da restrição de transmissão:

Até esta etapa do trabalho, as restrições consideradas foram introduzidas no modelo matemático sendo válidas em todos os estágios da otimização. A inclusão das restrições de *transmissão*, à princípio, torna o problema consideravelmente mais custoso do ponto de vista computacional uma vez que cada linha de transmissão acrescenta ao problema duas restrições:

$$|f| \leq \underline{f}^{\max} \quad (eq3.41)$$

Como uma rede de transmissão é composta por centenas de *linhas*, o número de restrições no problema torná-lo-ia desnecessariamente grande. Entretanto, deve-se levar em conta o fato de que o número de *linhas* nas quais ocorre a violação dos limites de fluxo é extremamente reduzido em relação ao número original e que estas violações ocorrem sobretudo nos horários onde a demanda é mais elevada.

Dessa forma, a solução adotada e que viabiliza o tratamento deste tipo de restrição foi a seguinte:

- Executar o programa sem considerar as restrições de fluxo nas linhas de transmissão.

- Terminada a execução, verificar através da expressão (3.41) os fluxos associados à cada linha.

- Se acaso algum fluxo exceder os limites para uma determinada linha, a restrição correspondente àquela linha é incorporada ao problema e o programa prossegue sua execução até aquela restrição ser atendida.

- Quando as restrições incorporadas forem atendidas, verificar novamente os fluxos em todas as linhas e se acaso alguma outra linha estiver fora de seus limites, incorporar novamente a restrição associada àquela linha e executar o programa novamente até todas as restrições serem atendidas, assim como todos os fluxos estarem entre seus limites.

**3.7.1 Convexidade-** A inclusão das restrições de fluxo torna o problema de otimização não convexo, basta analisar a seguinte expressão:

$$\underline{f}^{\min} \leq \underline{f} = M \cdot \underline{p}(q) \leq \underline{f}^{\max} \quad (eq3.42)$$

Na expressão acima, como trata-se de uma multiplicação matricial, temos que o fluxo de potência ativa na linha  $l$  da rede é composto pelo produto escalar da  $l$ -ésima linha da matriz  $M$ , com o vetor de  $\underline{p}$ , que corresponde ao vetor de *carga-geração* da rede. A relação descrita acima perfaz uma simplificação do

modelamento da rede de transmissão, pois considerando apenas o modelo DC que, neste caso, permite a sua linearidade.

Como as *cargas* da rede são dados do problema e constantes, podemos dividir o fluxos da rede em duas componentes, uma constante (correspondente às *cargas*) e outra componente que é função das *gerações* nas usinas que por sua vez são funções das turbinagens, as variáveis de otimização:

$$\underline{f} = M \cdot \underline{p} = M^g \cdot \underline{p}^g + M^c \cdot \underline{p}^c \quad (eq3.43)$$

onde  $g$  denota os índices de  $M$  e  $\underline{p}$  correspondentes aos pontos de *geração* e  $c$  denota os índices de  $M$  e  $\underline{p}$  correspondentes aos pontos de demanda.

Na expressão acima, o termo  $M^c \cdot \underline{p}^c$  é constante e as restrições podem ser descritas como:

$$\underline{f}^{\min} - M^c \cdot \underline{p}^c \leq M^g \cdot \underline{p}^g \leq \underline{f}^{\max} - M^c \cdot \underline{p}^c \quad (eq3.44)$$

para cada linha, temos:

$$f_l^{\min} - M_l^c \cdot \underline{p}^c \leq M_l^g \cdot \underline{p}^g \leq f_l^{\max} - M_l^c \cdot \underline{p}^c \quad (eq3.45)$$

onde  $M_l$  corresponde à linha da matriz  $M$  associada àquela linha de transmissão.

A expressão  $M_l^g \cdot \underline{p}^g$  corresponde a um somatório de funções quadráticas côncavas (nas vazões). Os elementos do vetor  $M_l^g$  não possuem necessariamente um sinal específico, podendo ser negativos ou positivos. Desta forma a restrição de fluxo é necessariamente não convexa e mais do que isso, não permite qualquer tipo de manipulação algébrica que a torne convexa.

A solução encontrada foi:

Executar o programa sem as restrições de fluxo

Ao término desta execução, caso os fluxos não atendam aos limites estipulados, procede-se à linearização das funções de produção em torno do ponto de operação que fora calculado no passo anterior.

Acrescenta-se as restrições de fluxo ao modelo sendo que o *vetor geração*  $\underline{p}$  será aproximado pelas novas funções de *geração* linearizadas no passo anterior.

Quando o problema convergir, ele estará atendendo às novas restrições, entretanto como tratou-se de um modelo aproximado, é provável que os fluxos reais não estejam de fato, dentro dos limites. Neste caso, procede-se uma nova linearização em torno do novo ponto de operação obtido, acrescenta-se novamente



uma restrição associada àquela linha com as novas funções linearizadas, executa-se o programa novamente e repete-se este procedimento até os “fluxos reais” situarem-se entre os limites esperados.

Assim, na composição das restrições de fluxo, cada elemento do vetor  $\underline{p}$ , que antes era avaliado como:

$$\underline{p}(i) = \sum_{j \in J(i)} a_{ij} q_{ij}^2 + b_{ij} q_{ij} + c_{ij} \quad (eq3.46)$$

passa a ser avaliado como:

$$\underline{p}(i) = \sum_{j \in J(i)} (2a_{ij} q_{ij}^{op} + b_{ij}) q_{ij} + (c_{ij} - a(q_{ij}^{op})^2) \quad (eq3.47)$$

onde  $q_{ij}^{op}$  equivale ao ponto de operação ótimo para o problema atual de otimização.

Em função da linearização, obtemos que a expressão  $M_i^g \cdot \underline{p}^g$  corresponde a um somatório de funções lineares e que portanto, convexas, garantindo assim a convergência do algoritmo.

**3.7.2 Formulação dual-** A formulação dual para o problema de *fluxo* nas linhas de transmissão acontece quando as restrições de *fluxo mínimo* e *máximo* são incorporadas ao problema e dualizadas através da definição de *multiplicadores de lagrange* ( $\sigma$ ), para cada restrição linearizada. Temos então o seguinte problema dual:

$$\max h(\lambda, \pi, \sigma) \quad (eq3.48)$$

1. s.a

$$\lambda, \pi, \sigma \geq 0 \quad (eq3.49)$$

onde a função  $h()$  é obtida pela minimização em  $q$  da seguinte função lagrangeana:

$$L(q, \lambda, \pi) = \sum_{i \in I, j \in J(i)} u_i q_{ij} + \lambda \left( M - \sum_{i \in I, j \in J(i)} P(q_{ij}) \right) +$$

$$\sum_{k \in K} \pi_k \left( (M - R_k) - \sum_{i \in I(k), j \in J(i)} P(q_{ij}) \right) + \sum_{l \in L1} \sigma_l \left( \sum_{i \in l} \left( M_l^s(i) \cdot \sum_{j \in J(i)} p'(i) \right) - (f_l^{\max} - M_l^c \underline{p}^c) \right) - \sum_{l \in L2} \sigma_l \left( \sum_{i \in l} \left( M_l^s(i) \cdot \sum_{j \in J(i)} p'(i) \right) - (f_l^{\min} - M_l^c \underline{p}^c) \right) \quad (eq3.50)$$

onde

$$p'(i) = \sum_{j \in J(i)} (2a_{ij} q_{ij}^{op} + b_{ij}) q_{ij} + (c_{ij} - a(q_{ij}^{op})^2) \quad (eq3.51)$$

*L1*- índice das *linhas* cujos fluxos são maiores que o limite máximo estabelecido

*L2*- índice das *linhas* cujos fluxos são menores que o limite mínimo estabelecido

se definirmos o vetor  $c$  tal que  $c(i) = \sum_{j \in J(i)} (2a_{ij} q_{ij}^{op} + b_{ij})$ , a minimização da função lagrangeana acima

atribuirá a cada variável de turbinagem  $q_{ij}$ , a seguinte expressão:

$$q_{ij} = n_{ij} \left( \frac{u_i + \sum_{l \in L1} \sigma_l (M_l^s c) - \sum_{l \in L2} \sigma_l (M_l^s c)}{-2a_{ij} (\lambda + \sum_{r \in R(i)} \pi_r)} \right) + \frac{b_{ij}}{-2a_{ij}} \quad (eq3.52)$$

Os *multiplicadores de lagrange*  $\sigma$  são inseridos no problema a cada avaliação dos fluxos nas linhas. Quando estes multiplicadores são inseridos, as outras variáveis possuem valores decorrentes da otimização ocorrida anteriormente. Estes valores são mantidos e as variáveis duais  $\sigma$  são inicializadas em zero. O que ocorre é que a cada inserção das restrições de fluxo, o domínio da função dual é acrescido em uma dimensão.

## Capítulo 4 – Modelos de Pré-Despacho

**4.1 Introdução-** O Pré-Despacho (PD) em sistemas de energia elétrica consiste na determinação de um programa de produção de energia considerando-se um horizonte de curto prazo, usualmente de 24 horas à frente (o próximo dia). Este programa é discretizado em intervalos que podem variar de uma hora a alguns minutos.

Em geral, o objetivo de modelos de pré-despacho é, de um lado, discretizar as metas energéticas estabelecidas pelos planejamentos de médio longo prazo, e, de outro, fornecer uma referência operativa para a operação em tempo real do sistema em cada intervalo de tempo do próximo dia. Esta estreita relação com a operação em tempo real impõe aos modelos de PD a necessidade de uma representação detalhada das condições operacionais tanto do sistema gerador como também do sistema de transmissão (o que foi discutido nos capítulos anteriores), sob pena de se determinar uma política de produção de energia elétrica operacionalmente inviável. Neste capítulo apresentaremos o problema de PD, com seus diversos modelos, funções e metodologias. O capítulo inicia-se com alguns aspectos da operação de um sistema de energia elétrica relativos à operação diária.

**4.2 – Operação Diária-** Nesta seção serão destacados alguns aspectos da operação diária importantes para os modelos de PD.

**4.2.1- Curva de demanda diária-** O PD visa determinar um programa de operação para atender a demanda diária do próximo dia. Quando trabalha-se com a rede elétrica é necessário conhecer a carga (previsão) de cada barra ao longo deste dia. Como não dispomos desta previsão por barra ao longo do dia, utilizamos uma carga básica por barra e a partir desta demanda básica calculamos as cargas por barras em um dado intervalo de tempo, multiplicando-se a carga básica pelo correspondente fator de variação de carga obtido na Figura 4.1. A Figura 4.1 mostra os fatores adotados para cada intervalo horário de um dia.

Período	Fator	Período	Fator	Período	Fator	Período	Fator
1	0.7948	7	0.9012	13	1.0557	19	1.2998
2	0.7425	8	0.9832	14	1.0823	20	1.2393
3	0.7255	9	1.0535	15	1.0814	21	1.6558
4	0.7222	10	1.0896	16	1.0846	22	1.1089
5	0.7345	11	1.0976	17	1.1134	23	1.0000
6	0.7816	12	1.0888	18	1.1714	24	0.8828

Tabela 4.1 – Fatores de variação da carga diária.

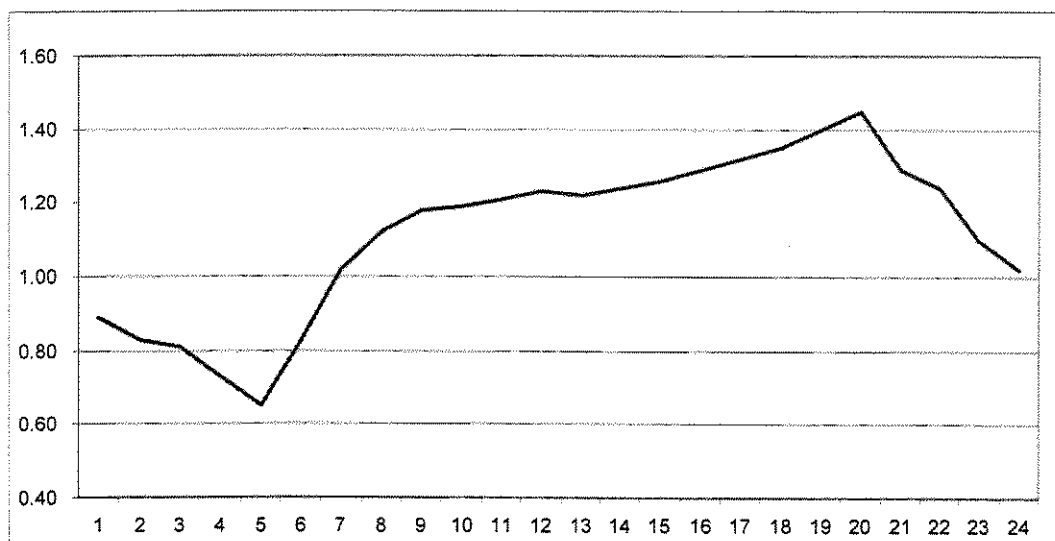


Figura 4.1- Variação horária dos fatores de carga.

A figura 4.2 ilustra a variação dos fatores de carga ao longo de um dia. Os valores apresentados acima, como era esperado, variam de acordo com o dia de planejamento em função de fatores sazonais, econômicos entre outros.

**4.2.2- Rede de transmissão-** No problema de PD tem-se uma rede de transmissão para cada intervalo de tempo, conforme esquematizado na figura 4.3:

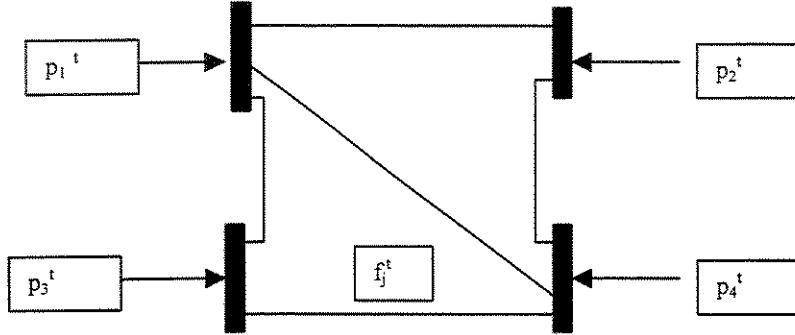


Figura 4.2 – Modelo DC para o intervalo t.

onde  $p_i^t$  são as injeções de potência ativa na rede e  $f_j^t$  são os fluxos consequentes.

**4.3- Modelo Matemático** -Este item aborda a inclusão da restrição de meta hidráulica para um horizonte de T intervalos de tempo correspondentes a cada hora do dia, configurando-se o problema PD.

$$\text{Min} \sum_{i \in T} \sum_{i \in I, j \in J} u_i q_{ij}^t \quad (\text{eq4.1})$$

s.a

$$\sum_{i \in I, j \in J} P(q_{ij}^t) \geq d^t \quad t = 1 \dots T \quad (\text{eq4.2})$$

$$q_{ij}^t \leq q_{ij}^{\max} \quad t = 1 \dots T \quad (\text{eq4.3})$$

$$q_{ij}^t \geq q_{ij}^{\min} \quad t = 1 \dots T \quad (\text{eq4.4})$$

$$\sum_{i \in I, j \in J(i)} (P(q_{ij}^{\max}) - P(q_{ij}^t)) \geq R_i^t \quad t = 1 \dots T \quad (\text{eq4.5})$$

$$|f^t| \leq \underline{f}^{\max} \quad t = 1 \dots T \quad (\text{eq4.6})$$

$$\underline{f}^t = M \underline{p}(q)^t \quad t = 1 \dots T \quad (eq4.7)$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j \in J(i)} q_{ij}^t \leq m_i, \quad i \in I \quad (eq4.8)$$

No modelo acima pode ser visto que as restrições são discretizadas em relação à variável tempo, a não ser a restrição de meta, que acopla todas as variáveis presentes. A metodologia adotada, em vista do trabalho realizado nos capítulos anteriores, foi a de relaxar a restrição (eq4.8) e decompor o problema de Pré Despacho em T sub-problemas de Despacho Ótimo, coordenados pelas variáveis de Lagrange, duais, associadas a esta restrição:

Dualizando-se o problema definido a partir das equações (4.1)-(4.8) em relação à restrição (4.8), obtém-se a seguinte função Lagrangeana :

$$L(\kappa, q) = \sum_{t \in T} \sum_{i \in I, j \in J} u_i q_{ij}^t + \sum_{i \in I} \kappa_i \left( \sum_{j \in J(i)} \sum_{t=1}^T q_{ij}^t - m_i \right) \quad (eq4.9)$$

Assim, a solução do problema (1)-(7) é dada pela solução do seguinte problema dual:

$$\text{Maximizar } h(\kappa) \quad (eq4.10)$$

onde o valor da função dual  $h(\kappa)$  é dada por :

$$h(\kappa) = \begin{array}{ll} \text{Min} & L(\kappa, q) \\ \text{s.a :} & \end{array} \quad (eq4.11)$$

$$\sum_{i \in I, j \in J} P(q_{ij}^t) \geq d^t \quad t = 1 \dots T \quad (eq4.12)$$

$$q_{ij}^t \leq q_{ij}^{\max} \quad t = 1 \dots T \quad (eq4.13)$$

$$q_{ij}^t \geq q_{ij}^{\min} \quad t = 1 \dots T \quad (eq4.14)$$

$$\sum_{i \in I' \ j \in J(i)} (P(q_{ij}^{\max}) - P(q_{ij}^t)) \geq R_t \quad t = 1 \dots T \quad (\text{eq4.15})$$

$$|f^t| \leq \underline{f}^{\max} \quad t = 1 \dots T \quad (\text{eq4.16})$$

$$\underline{f}^t = M \underline{p}(q)^t \quad t = 1 \dots T \quad (\text{eq4.17})$$

No problema acima, a minimização da função Lagrangeana é separável no tempo, ou seja, este procedimento pode ser decomposto em  $T$  minimizações para cada intervalo de tempo ( $t$ ), cada uma destas minimizações constituem problemas de despacho ótimo, a ver:

$$\text{Min} \quad \sum_{i \in I', j \in J} u_i q_{ij}^t + \sum_{i \in I'} \kappa_i \left( \sum_{j \in J(i)} q_{ij}^t \right) \quad (\text{eq4.18})$$

s.a

$$\sum_{i \in I', j \in J} P(q_{ij}^t) \geq d^t \quad (\text{eq4.19})$$

$$q_{ij}^t \leq q_{ij}^{\max} \quad (\text{eq4.20})$$

$$q_{ij}^t \geq q_{ij}^{\min} \quad (\text{eq4.21})$$

$$\sum_{i \in I' \ j \in J(i)} (P(q_{ij}^{\max}) - P(q_{ij}^t)) \geq R_t \quad (\text{eq4.22})$$

$$\underline{f}^{\min} \leq \underline{f}^t \leq \underline{f}^{\max} \quad (\text{eq4.23})$$

$$\underline{f}^t = M \underline{p}(q)^t \quad (\text{eq4.24})$$

Na função objetivo aparece um termo linear (os multiplicadores de Lagrange) para as variáveis hidráulicas. Como durante a minimização da função Lagrangeana, os multiplicadores  $\kappa_i$  comportam-se

como parâmetros, este termo linear pode ser incorporado às funções de geração para assim obtermos um problema de Despacho Ótimo para cada intervalo de tempo considerado.

Resolvendo-se cada problema de Despacho Ótimo, obtemos o valor total do consumo hidráulico para cada usina, o que conduzirá a atualização dos multiplicadores  $\kappa_i$ , no nível coordenador.

O diagrama da figura 4.4 mostra a estrutura de decomposição utilizada pela metodologia de resolução do problema de pré despacho, baseado na técnica de decomposição por dualidade. Este esquema mostra uma estrutura de decomposição em dois níveis. Num primeiro momento, o problema de pré despacho constitui-se de um acoplamento de  $T$  problemas de despacho ótimo (DO), através de uma restrição que limita a produção total, nos  $T$  intervalos de tempo.

Como este problema também foi resolvido através de dualização e minimização da decorrente função Lagrangeana, estabeleceu-se multiplicadores Lagrangeanos correspondentes às restrições de meta, cuja coordenação pode ser visualizada no diagrama abaixo:

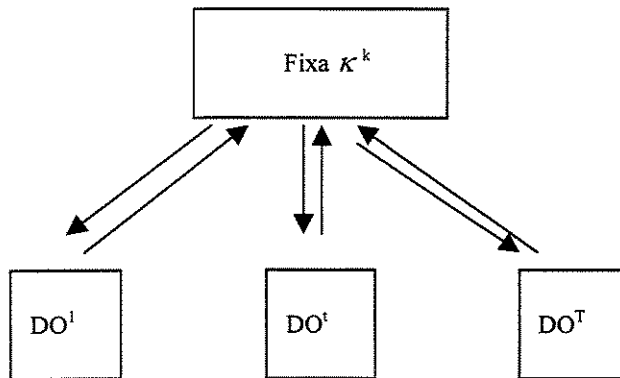


Figura 4.3 – Estrutura de resolução do problema PDB

O nível superior coordena e fixa os valores dos multiplicadores de Lagrange visando o atendimento das restrições de metas energéticas; enquanto que o nível inferior é responsável pela resolução de  $T$  subproblema de Despacho Ótimo ( $DO^t$ ), um para cada intervalo de tempo.



**4.4 Exemplos Numéricos** — Esta seção ilustrará dois exemplos de Pré-Despacho, para os dois modelos apresentados neste capítulo. As usinas aqui consideradas tiveram seus dados levantados através de curvas individualizadas e atuais sobre cada usina. Estes exemplos considerarão apenas as restrições de *atendimento da demanda, limites de turbinagem/produção* e, o objeto deste capítulo, as *metas hidráulicas/energéticas*.

#### Complexo de usinas do Rio Paranapanema

usina	função de geração ( $aq^2 + bq + c$ )	vazão mínima*	vazão máxima*	vazão média máxima*	legenda (gráfico)
Jurumi	-0.00066 0.68 -7.04	25	181	73	— — —
Canoas 1	-0.00049 0.57 -6.59	82	214	171	
Canoas 2	-0.00043 0.48 -5.27	49	226	180	=====
Capivara	-0.0029 3.29 -289	130	362	289	=====
Xavantes	-0.0028 3.30 -64.2	27	161	130	— — —
Salto	-0.0012 0.78 -5.10	17	120	96	=====
Rosana	-0.00033 0.87 -10.59	57	511	406	=====
Taquaruçu	-0.00037 1.27 -20.36	138	496	392	— — —

Tabela 4.2 - Dados sobre o complexo das usinas do rio Paranapanema

### Complexo de usinas do Rio Tietê

usina	função de geração ( $aq^2 + bq + c$ )	vazão mínima	vazão máxima	vazão média máxima	legenda (gráfico)
A . Vermelha	-0.00063 6.58 -580.2	132	374	305	=====
Jupia	-0.0019 3.66 -101.95	82	214	171	
I. Solteira	-0.0228 18.87 -1474	117	298	239	=====

Tabela 4.3 - Dados sobre o complexo das usinas do rio Paraná.

### Complexo de usinas do Rio Tietê

usina	função de geração ( $aq^2 + bq + c$ )	vazão mínima	vazão máxima	vazão média máxima	legenda (gráfico)
B. Bonita	-0.00081 0.84 -8.35	24	186	186	
Bariri	-0.00069 0.75 -9.23	28	226	180	=====
Ibitinga	-0.00077 0.75 -10.00	29	211	166	=====
Promissão	-0.00044 0.82 -17.58	50	419	333	=====

Tabela 4.4 - Dados sobre o complexo das usinas do rio Tietê

Para este exemplo, foram adotados os fatores de carga dispostos no começo deste capítulo. A demanda base ( a que será ponderada, a cada intervalo considerado, pelos fatores de carga) para o problema foi de 4800 MW. A seguir, os resultados dos 24 despachos ótimos para os três conjuntos de usinas consideradas:

## Complexo de usinas do Rio Paranapanema

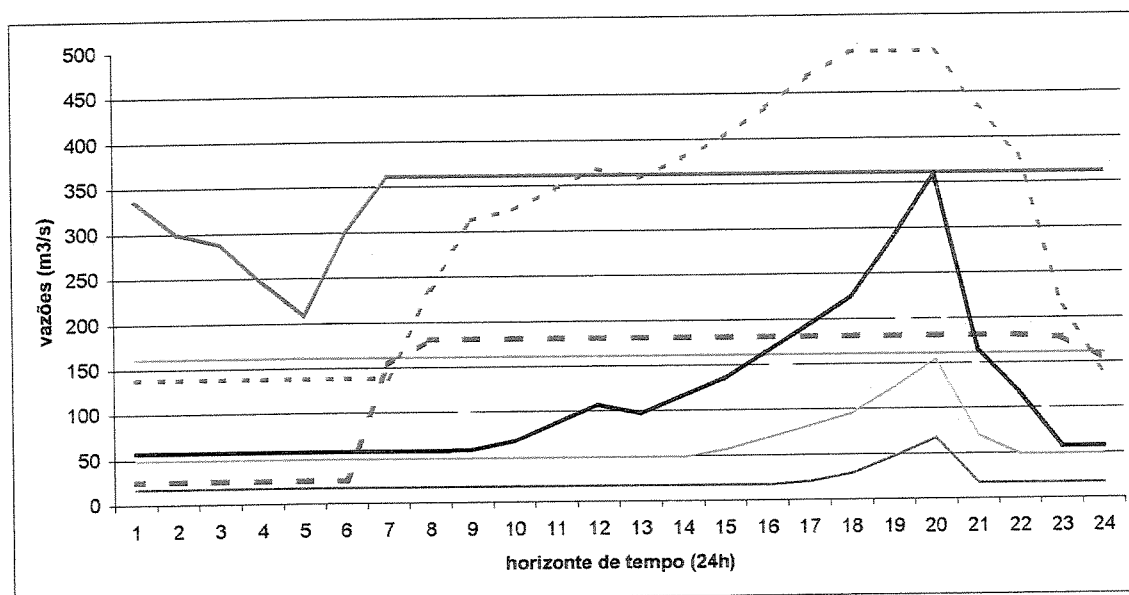


Figura 4.4 – Evolução horária das vazões para as usinas do rio Paranapanema

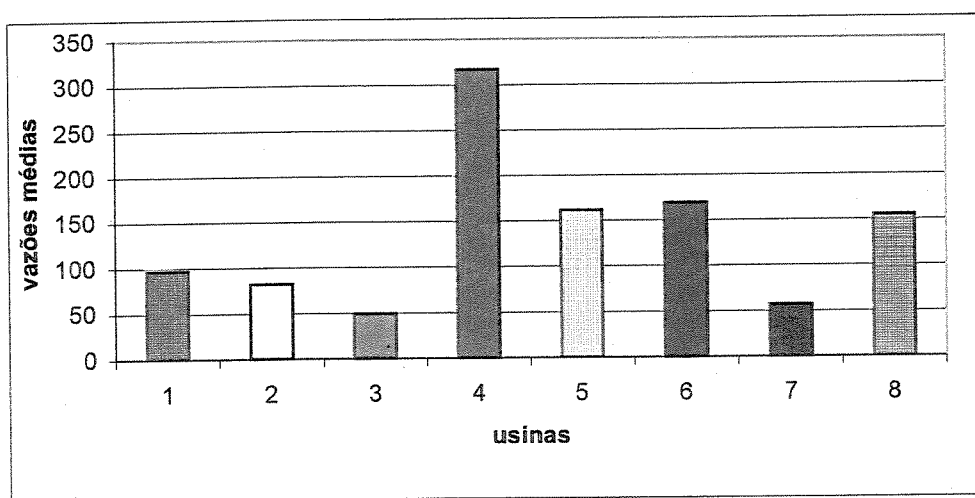


Figura 4.5 – Vazões médias para as usinas do rio Paranapanema

## Complexo de usinas do Rio Paraná

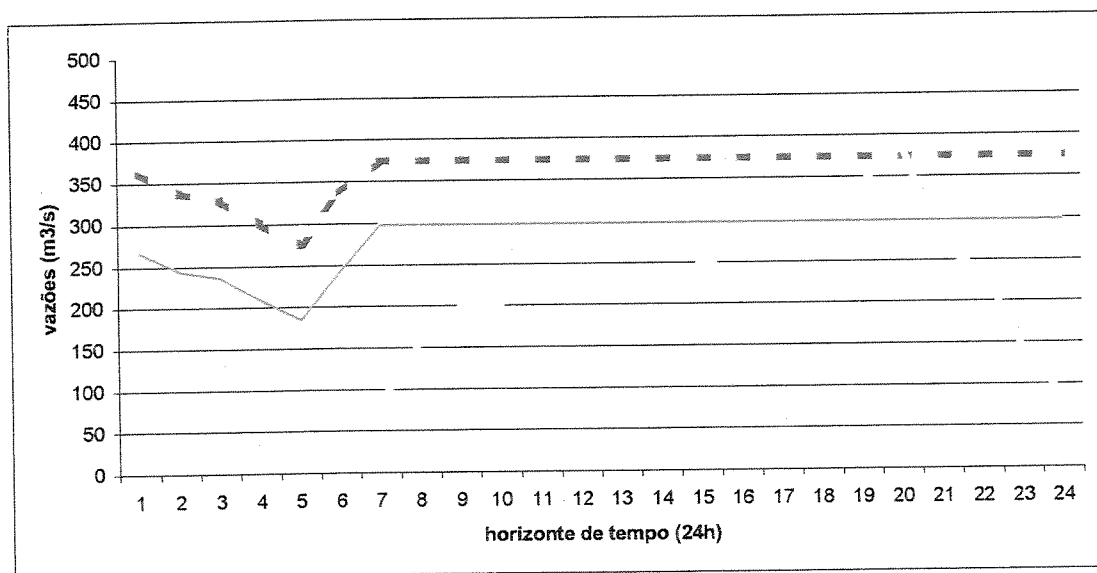


Figura 4.6 – Evolução horária das vazões para as usinas do rio Paraná

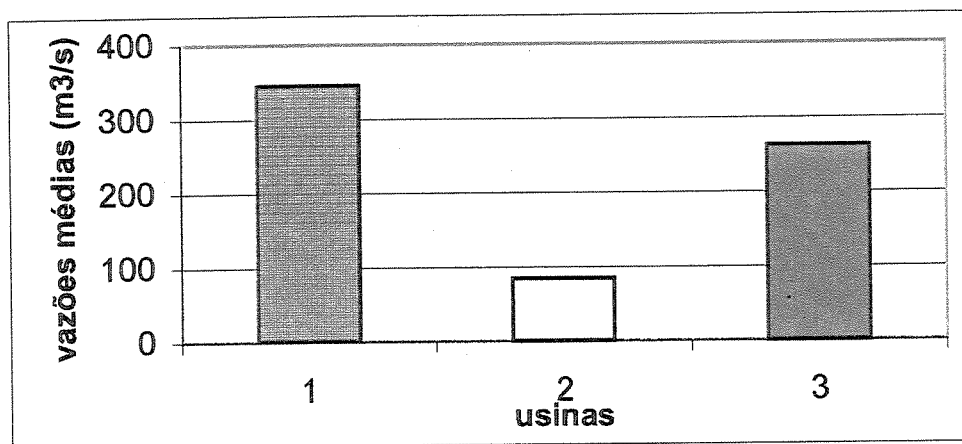


Figura 4.7 – Vazões médias horária das usinas do rio Paraná

## Complexo de usinas do Rio Tietê

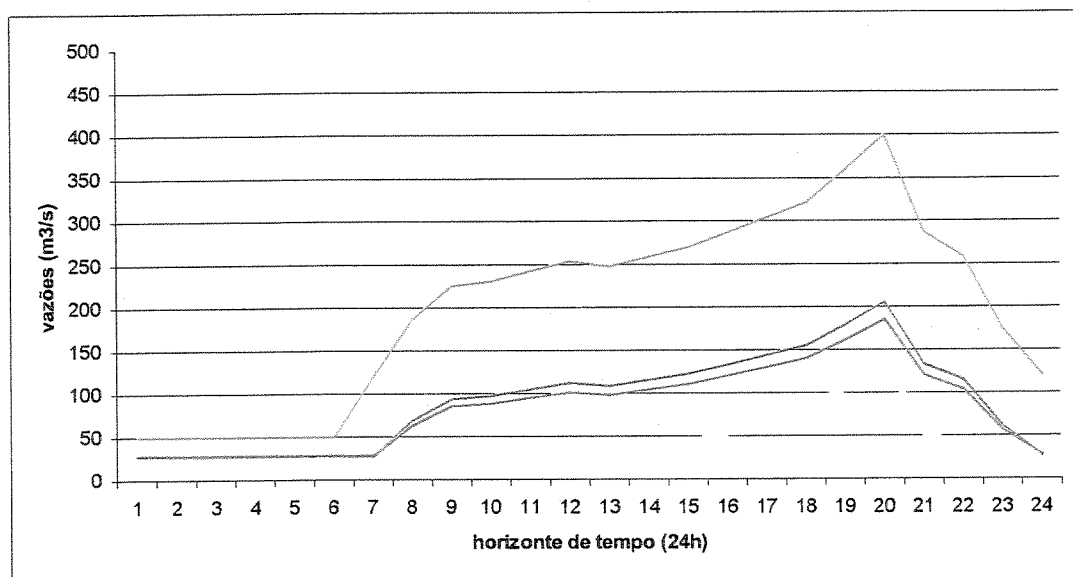


Figura 4.8 – Evolução horária das vazões para as usinas do rio Tietê.

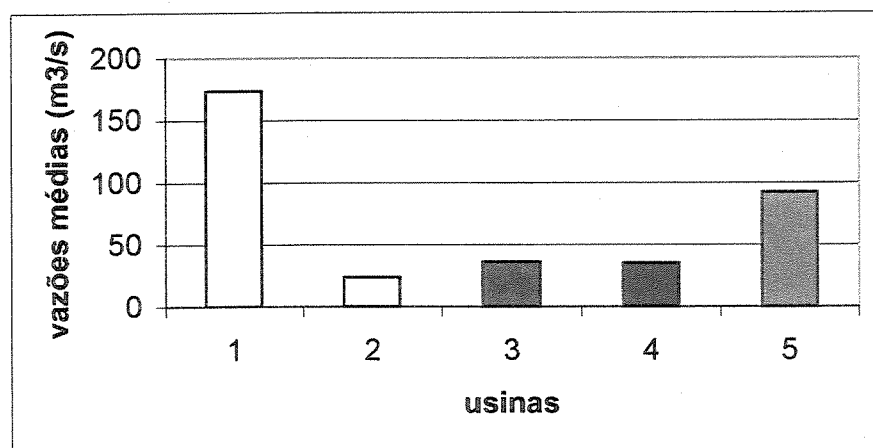


Figura 4.9 – Vazões médias horária das usinas do rio Tietê.

As figuras acima representam a solução dos 24 despachos ótimos para os três conjuntos de usinas, desconsiderando-se o problema de cumprimento das metas hidráulicas. São visualizáveis portanto alguns padrões de comportamento associados às evoluções das vazões ao longo das 24 horas de planejamento. Um padrão que determina que uma usina manterá sua atividade em nível mínimo ou máximo, outro padrão que perfaz um acompanhamento da curva de fatores de carga e um último que, em horas de pouca demanda, turbina perto do mínimo e, em horas de muita demanda, turbina perto do máximo.

O procedimento adotado para o atendimento das metas foi o descrito nos itens anteriores. Na conclusão desta dissertação, entrarão considerações sobre os custos computacionais desta abordagem. A tabela a seguir mostra as diferenças entre os valores médios turbinados e os limites estabelecidos como metas de Pré-Despacho, para as usinas em que ocorreram violações a estes limites.

<b>usinas</b>	<b>vazão média (obtida)</b>	<b>vazão média (limite)</b>
<b>Capivara</b>	316	289
<b>Chavantes</b>	161	130
<b>Água Vermelha</b>	346	305
<b>Ilha Solteira</b>	262	239

Tabela 4.5 – Vazões obtidas e limites das usinas em que o as metas não foram cumpridas

Nas tabelas seguintes, os resultados levando-se em conta o Pré-Despacho.

## Complexo de usinas do Rio Parapanema

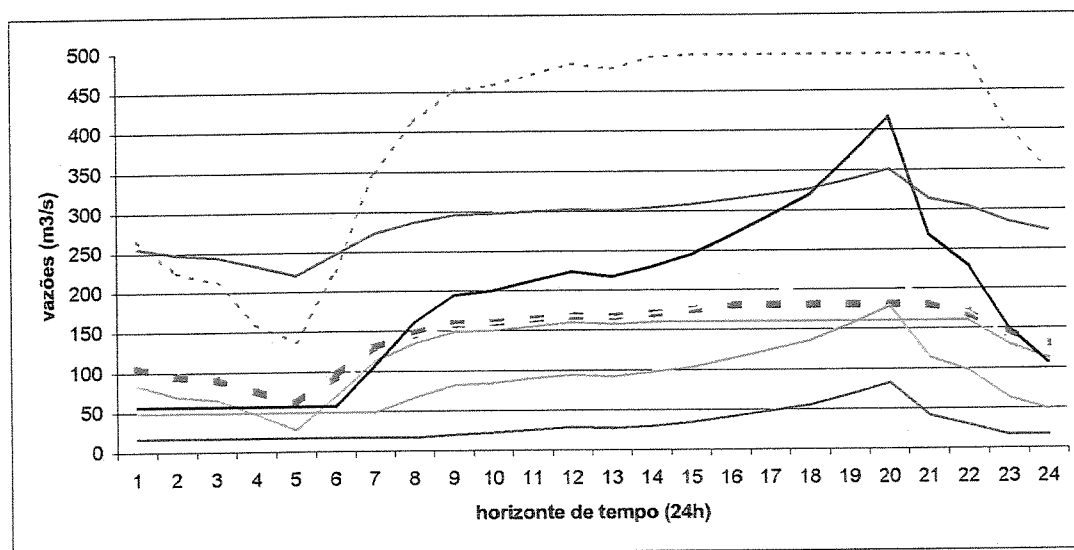


Figura 4.10 – Evolução horária das vazões para as usinas do rio Parapanema (atendendo às metas)

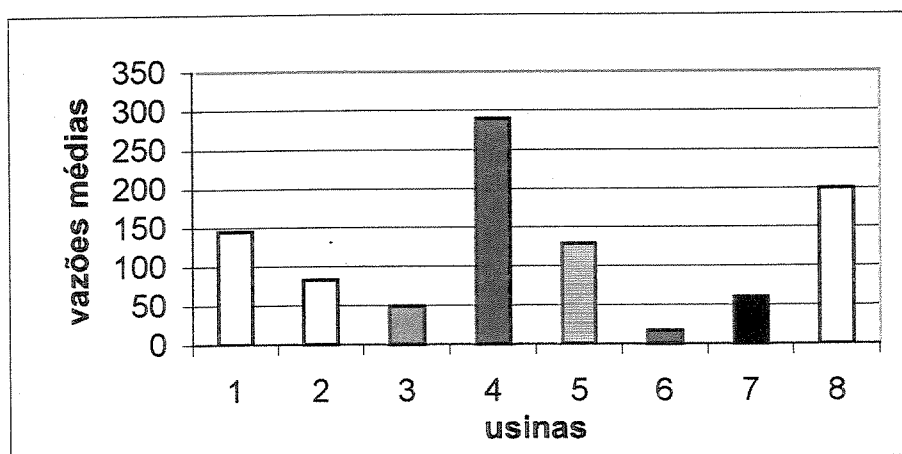


Figura 4.11 – Vazões médias horária das usinas do rio Parapanema (Cumprindo-se as metas)

## Complexo de usinas do Rio Paraná

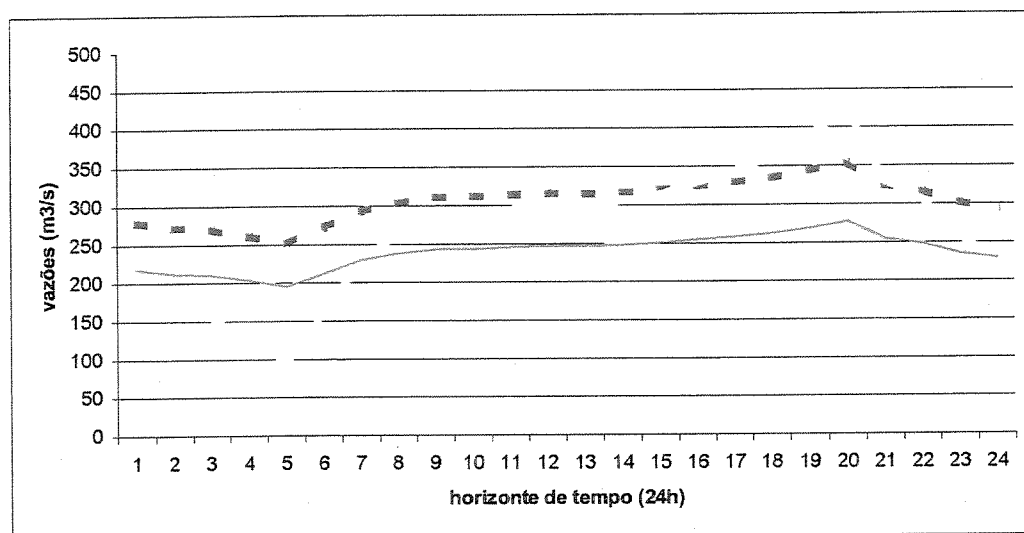


Figura 4.12 – Evolução horária das vazões para as usinas do rio Paraná (atendendo às metas)

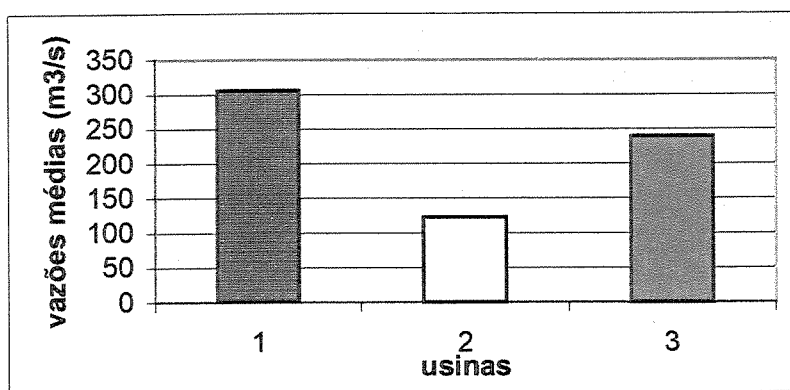


Figura 4.13 – Vazões médias horária das usinas do rio Paraná (Cumprindo-se as metas)



## Complexo de usinas do Rio Tietê

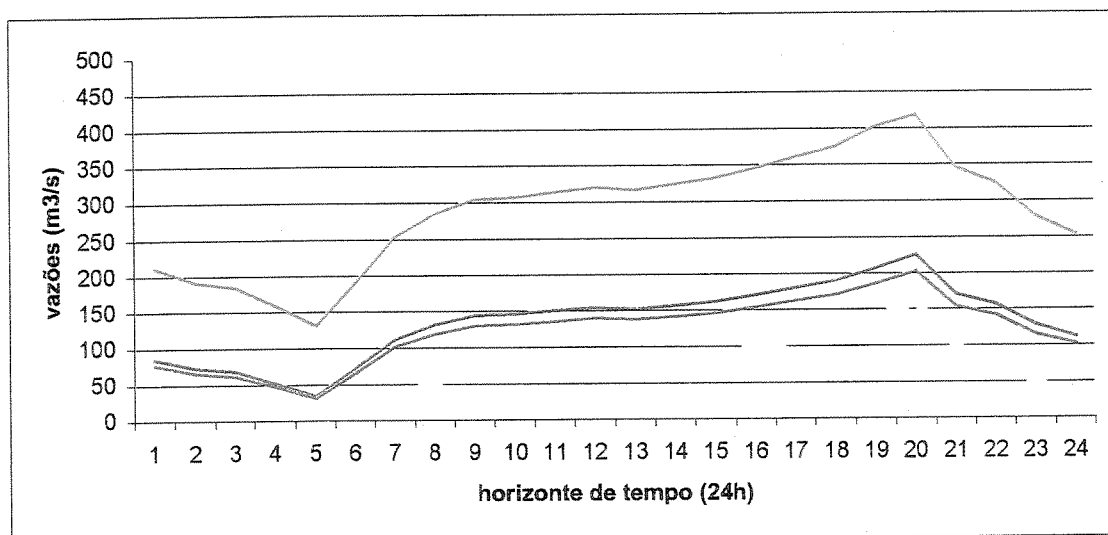


Figura 4.14 – Evolução horária das vazões para as usinas do rio Tietê (atendendo às metas)

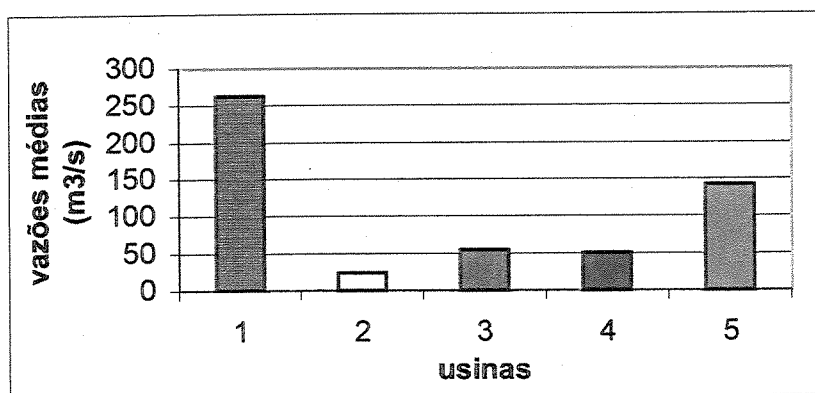


Figura 4.15 – Vazões médias horária das usinas do rio Tietê (Cumprindo-se as metas)

Os gráficos acima representam a resolução do problema de Pré-Despacho. Em uma análise superficial sobre os gráficos apresentados, notaria-se que justamente as usinas que violaram as metas hidráulicas correspondiam às usinas que pior conformavam-se às variações de demanda diária. Este fato devia-se sobretudo às vantagens relativas de produzir-se em tais usinas, quando suas produções atingiam rapidamente o valor de máxima capacidade e lá permaneciam.

As tabelas abaixo correspondem aos dados sobre as mesmas usinas, referindo-se agora ao problema de minimização das perdas em rendimento calculadas a partir das variáveis de potência.

## Capítulo 5- Pré Despacho / Despacho Ótimo com variáveis de potência

**5.1- Introdução à nova metodologia:** Até aqui, os modelos de otimização apresentados eram relativos às *variáveis hidráulicas*, com a legítima intenção de priorizar a economia de recursos hídricos ao longo do sistema energético. Entretanto, do ponto de vista estritamente matemático, esta abordagem introduz não linearidades nas restrições do modelo, que refletem-se num considerável custo computacional, sobretudo no que se refere às sucessivas maximizações da função dual em busca da solução ótima, quando resolvido através da relaxação Lagrangeana.

No problema considerado, se definirmos as restrições de *demanda, reserva girante e fluxo de potência ativa* em função da **potência** gerada em cada conjunto *turbina/gerador*, todas estas restrições tornam-se lineares, ou seja, todos os esforços de linearização, convexização, descritos anteriormente não são mais necessários. Considera-se também as potências mínimas e máximas para cada *turbina/gerador*, estas são facilmente determinadas através das vazões mínimas e máximas que são dados do problema.

Resta agora definir o objeto de otimização. Como foi visto no **capítulo 2**, uma das formas de representar as produções individualizadas por *turbina/gerador* relaciona a potência gerada com a respectiva perda que esta potência acarreta. Estas perdas em rendimento acarretam, em seu turno, uma perda em potencial de geração. A minimização desta última perda constituiu afinal, o objetivo desta nova metodologia.

Os métodos de resolução do problema de otimização, segundo as concepções de dualização, relaxação Lagrangeana e método do gradiente, são razoavelmente equivalentes. Motivo que responde à apresentação menos detalhada desta nova abordagem.

## 5.2- Modelo Matemático (Despacho Ótimo) – A seguir encontra-se

representado o modelo matemático para o problema de despacho ótimo que engloba todas as restrições anteriormente consideradas. Como será detalhado, as *variáveis hidráulicas* foram substituídas pelas *variáveis de geração*. É importante notar que estas duas variáveis estão diretamente correlacionadas através da função de geração utilizada anteriormente.

$$\text{Min} \quad \sum_{i \in I} \sum_{j \in J(i)} g_{ij}(p_{ij}) \quad (\text{eq5.1})$$

s.a

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J(i)} p_{ij} = d \quad (\text{eq 5.2})$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J(i)} (p_{ij}^{\max} - p_{ij}) \geq \text{Reserva} \quad (\text{eq5.3})$$

$$p_{ij}^{\min} \leq p_{ij} \leq p_{ij}^{\max}; \quad i \in I; j \in J(i) \quad (\text{eq5.4})$$

onde:

- $d$  – demanda global do sistema.
- $R$  – reserva girante associada àquele subconjunto de usinas.
- $g_{ij}(p_{ij})$  - função de perda associada à geração  $p_{ij}$ .

A função objetivo é a função de perda; a equação (eq5.2) é a equação de demanda global; a equação (eq5.3) representa as restrições de reserva girante; a equação (eq5.4) representa os limites de geração de potência ativa.

O modelo acima representa o mesmo problema proposto anteriormente com a ressalva de que todas as restrições são lineares o que garante, como veremos adiante, um tratamento computacional mais eficiente.

**5.2.1 – Nova Formulação Dual-** Consideremos, por hora, o problema (1)-(4). Dualizando-se as restrições (eq5.2) e (eq5.3), e relaxando-se a restrição (eq5.4), obtêm-se a seguinte função Lagrangeana:

$$L = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J(i)} g_{ij}(p_{ij}) + \lambda \left( \sum_{i \in I} \sum_{j \in J(i)} p_{ij} - d \right) + \sum_{r \in R} \mu_r \left( \sum_{i \in I(r)} \sum_{j \in J(i)} (p_{ij}^{\max} - p_{ij}) - R \right) \quad (eq5.5)$$

Assim, a solução do problema nas condições anteriores é dada pela solução do seguinte problema dual:

$$\max h(\lambda, \mu)$$

onde o valor da função dual  $h(\lambda, \mu)$  é dada por :

$$h(\lambda, \mu) = \begin{aligned} & \text{Min } L(\lambda, \mu, p) \\ & \text{s.a: } p_{ij}^{\min} \leq p_{ij} \leq p_{ij}^{\max}; \quad i \in I; \quad j \in J(i) \end{aligned} \quad (eq5.6).$$

No problema acima,  $\lambda, \mu$  constituem parâmetros e a minimização dá-se em função de  $p_{ij}$ .

A minimização da função Lagrangeana aqui proposta atribui às variáveis de geração os valores que podem ser visualizados a seguir:

$$p_{ij} = \begin{cases} p_{ij}^{\min}, & p_{ij} < p_{ij}^{\min} \\ p_{ij}, & p_{ij}^{\min} \leq p_{ij} \leq p_{ij}^{\max} \\ p_{ij}^{\max}, & p_{ij} > p_{ij}^{\max} \end{cases} \quad (eq5.7)$$

onde:

$$p_{ij} = \left[ \frac{-(b_{ij} + \lambda + \sum_{r \in R(i)} \mu_r)}{(2.a_{ij})} \right] \quad (eq5.8)$$

Assim como anteriormente, as atribuições acima estabelecerão, através das restrições estipuladas, a direção de atualização do conjunto das variáveis de Lagrange. As sucessivas minimizações da função Lagrangeana, para os novos multiplicadores, determinarão o ponto de otimalidade de acordo com as condições definidas no início do capítulo.

Dois pontos devem ser ressaltados: O primeiro e não tão fundamental é o de que para esta abordagem, a restrição de atendimento da demanda, devido à sua linearidade, pode ser definida como uma restrição de igualdade. O segundo ponto, este sim relevante, diz respeito à estrutura da atribuição às variáveis de decisão quando da minimização da função Lagrangeana. Percebe-se pela equação (eq5.10) que não ocorre qualquer multiplicador de Lagrange no denominador da expressão associada a estas variáveis. Este fato garante uma busca unidimensional mais eficiente, garante também, durante o processo de maximização da função dual, uma convergência muito mais rápida.

**5.3 – Pré-Despacho com variáveis de potência** – O modelo matemático abaixo representa a abordagem onde as variáveis de otimização constituem as potências geradas em cada *turbina/gerador* de cada usina. A metodologia utilizada é a mesma que a descrita no item anterior e, em vista disso, fica fácil identificá-lo como um agrupamento de *Despachos Ótimos* acoplados pela restrição de meta. Observa-se no entanto que, como trata-se de variáveis de geração, as metas energéticas são dadas por um determinado valor global de geração estipulado:

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T \sum_{i \in I} \sum_{j \in J(i)} g_{ij}(p'_{ij}) \quad (\text{eq5.9})$$

s.a:

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J(i)} p'_{ij} = d^t ; t = 1..T \quad (\text{eq 5.10})$$

$$\sum_{i \in I'} \sum_{j \in J(i)} (p_{ij}^{\max} - p'_{ij}) \geq R^t ; t = 1..T \quad (\text{eq5.11})$$

$$p_{ij}^{\min} \leq p'_{ij} \leq p_{ij}^{\max} , \quad t = 1,...,T; i \in I; j \in J(i) \quad (\text{eq5.12})$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j \in J(i)} p_{ij}^t = m_i, \quad i \in I \quad (eq5.13)$$

Dualizando-se o problema (5.9)-(5.13) em relação à restrição (5.13), obtém-se a seguinte função Lagrangeana :

$$L(\kappa, p) = \sum_{t=1}^T \sum_{i \in I} \sum_{j \in J(i)} g_{ij}(p_{ij}^t) + \sum_{i \in I} \kappa_i \left( \sum_{j \in J(i)} \sum_{t=1}^T p_{ij}^t - m_i \right) \quad (eq5.14)$$

Assim, a solução do problema (5.9)-(5.13) é dada pela solução do seguinte problema dual:

*Maximizar*  $h(\kappa)$

onde o valor da função dual  $h(\kappa)$  é dada por :

$$h(\kappa) = \begin{array}{ll} \text{Min} & L(\kappa, p) \\ \text{s.a :} & \end{array} \quad (eq5.15)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J(i)} p_{ij}^t = d^t; t = 1..T \quad (eq 5.16)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J(i)} (p_{ij}^{\max} - p_{ij}^t) \geq R^t; t = 1..T \quad (eq5.17)$$

$$p_{ij}^{\min} \leq p_{ij}^t \leq p_{ij}^{\max}, \quad t = 1, \dots, T; i \in I; j \in J(i) \quad (eq5.18)$$

Assim como no problema de Pré-Despacho introduzido no item anterior, a minimização da função Lagrangeana é separável no tempo, ou seja, também pode ser decomposto em  $T$  minimizações para cada intervalo de tempo, onde cada uma destas minimizações constituem problemas de despacho ótimo, definido a seguir para um intervalo genérico  $t$ :

$$\text{Min} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J(i)} g_{ij}(p_{ij}) + \sum_{i \in J} \sum_{j \in J(i)} \kappa_i \cdot p_{ij}^t \quad (\text{eq5.19})$$

s.a :

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J(i)} p_{ij}^t = d^t \quad (\text{eq 5.20})$$

$$\sum_{i \in I'} \sum_{j \in J(i)} (p_{ij}^{\max} - p_{ij}^t) \geq R^t \quad (30) \quad (\text{eq5.21})$$

$$p_{ik}^{\min} \leq p_{ik}^t \leq p_{ik}^{\max}, i \in I; j \in J(i) \quad (\text{eq5.22})$$

Na função objetivo aparece um termo linear para as gerações energéticas. Como durante a minimização da função Lagrangeana, os multiplicadores  $\kappa_i$  comportam-se como parâmetros, este termo linear também pode ser incorporado à função de perda para assim obtermos um problema de Despacho Ótimo para cada intervalo de tempo considerado

Resolvendo-se cada problema de Despacho Ótimo, obtemos o valor total da geração energética para cada usina, o que conduzirá a atualização dos multiplicadores  $\kappa_i$ , no nível coordenador.

As tabelas abaixo correspondem aos dados sobre as mesmas usinas, referindo-se agora ao problema de minimização das perdas em rendimento calculadas a partir das variáveis de potência.

#### Complexo de usinas do Rio Paranapanema

usina	perda em rendimento (ap <sup>2</sup> + bp + c)	geração mínima	geração máxima	meta de geração	legenda (gráfico)
Jurumirim	0.00005 1.069 0.4535	10.0	84.3	77.4	— — —
Canoas 1	0.0006 -0.008 0.1317	37.1	93.0	66.6	
Canoas 2	0.0027 -0.0598 0.7447	18.0	82.5	33.4	=====
Capivara	0.00005 0.0325 -0.1748	80.0	521.0	418.4	=====
Chavantes	0.0006 0.0135 0.0616	8.0	388.2	310.1	— — —
Salto	0.00005 0.0125 -0.0309	4.0	120.0	17.2	=====
Rosana	0.0002 -0.0065 1.1871	40.0	349.5	138.0	=====
Taquaruçu	0.00006 0.1563 0.0098	150.0	522.0	421.4	— — —

Tabela 5.1 - configuração do problema para o complexo de usinas do rio Paranapanema



### Complexo de usinas do Rio Paraná

usina	perda em rendimento ( $ap^2 + bp + c$ )	geração mínima	geração máxima	meta de geração	legenda (gráfico)
A . Vermelha	0.0004 -0.16691 333.21	162.0	1002.0	840.9	---
Jupiá	0.0003 -0.2746 106.87	126.0	1276.5	727.6	---
I. Solteira	0.0002 -0.6950 781	380.0	2153.2	1728.7	---

Tabela 5.2 - configuração do problema para o complexo de usinas do rio Paraná.

### Complexo de usinas do Rio Tietê

usina	perda em rendimento ( $ap^2 + bp + c$ )	geração mínima	geração máxima	meta de geração	legenda (gráfico)
B. Bonita	0.0019 -0.1788 8.0626	12.1	120.0	44.4	---
Bariri	0.0021 -0.2104 8.9068	12.0	124.4	78.4	---
Ibitinga	0.0024 -0.2423 9.2828	12.0	114.0	69.3	---
Promissão	0.0012 -0.2175 17.412	24.0	247.5	180.8	---

Tabela 5.3 - configuração do problema para o complexo de usinas do rio Tietê

Os gráficos abaixo demonstram os resultados do modelo de pré-despacho para os conjuntos de usinas descritos acima:

### Complexo de usinas do Rio Paranapanema

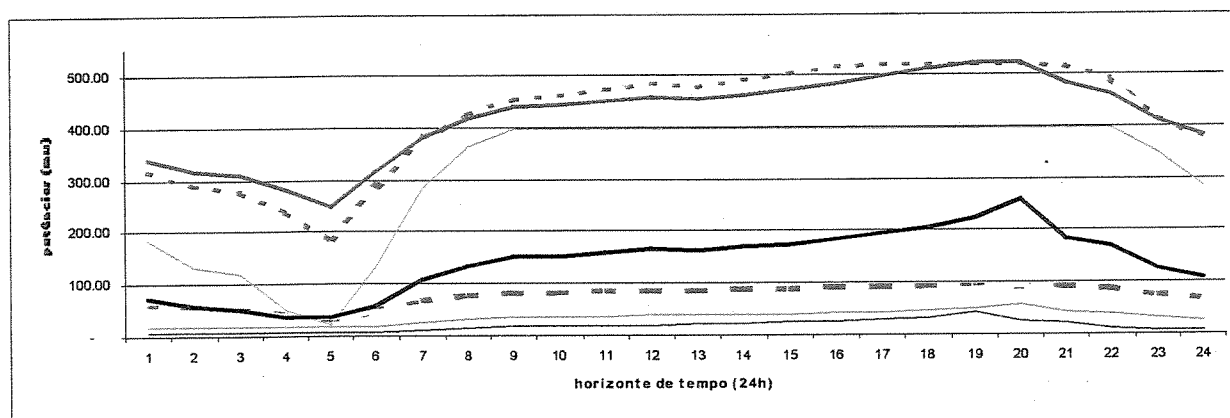


Figura 5.1 - pré-despacho para as usinas do rio Paranapanema.

## Complexo de usinas do Rio Tietê

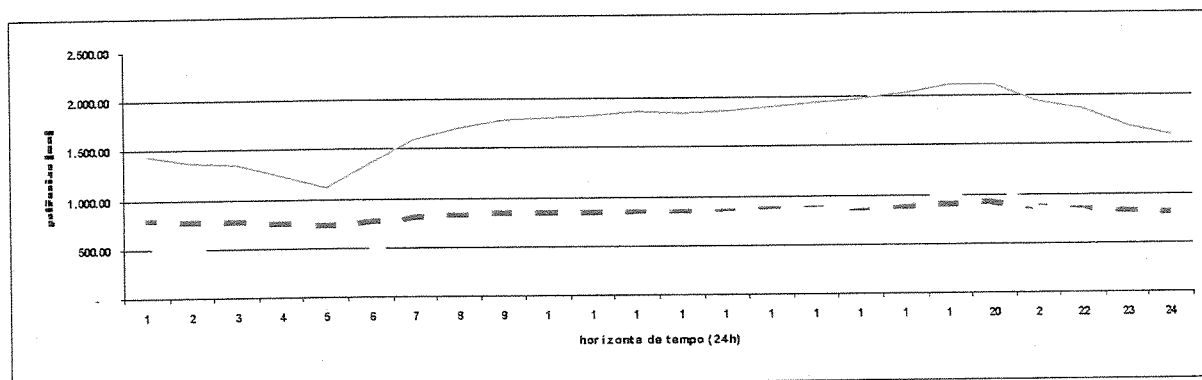


Figura 5.3 - pré-despacho para as usinas do rio Tiete

## Complexo de usinas do Rio Paraná

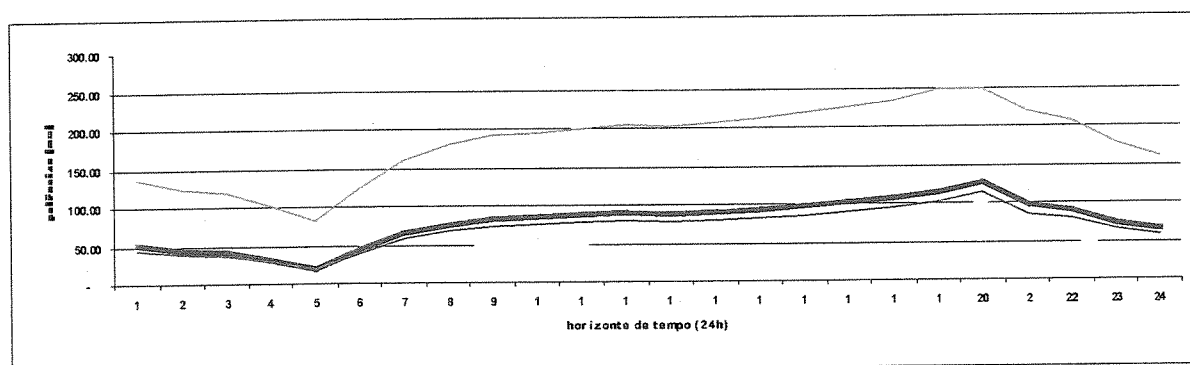
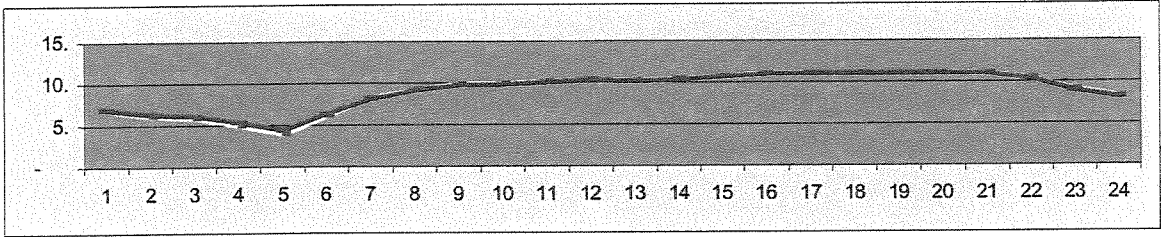
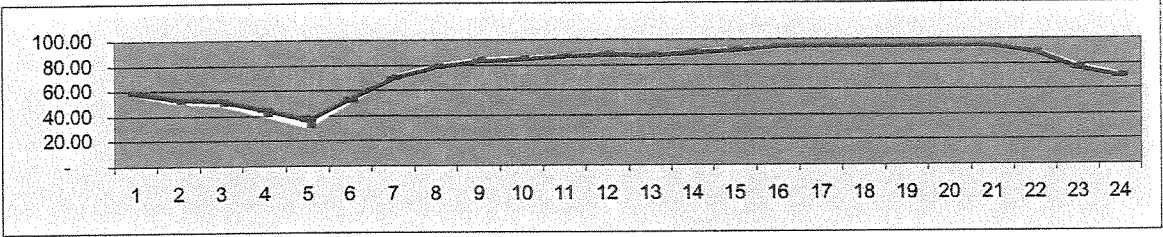


Figura 5.3 - pré-despacho para as uninas do rio Parapanema.

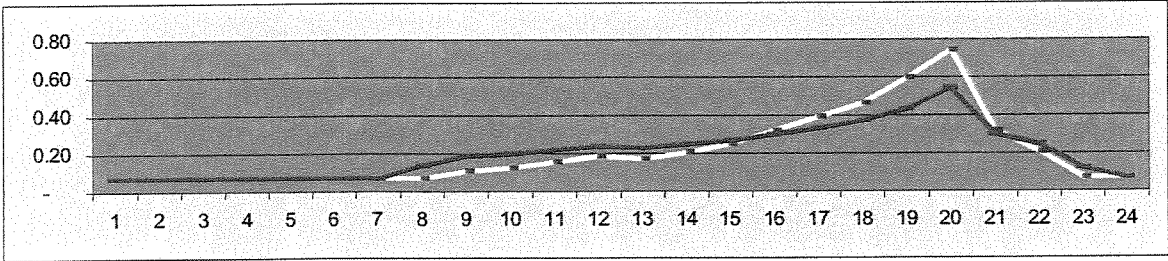
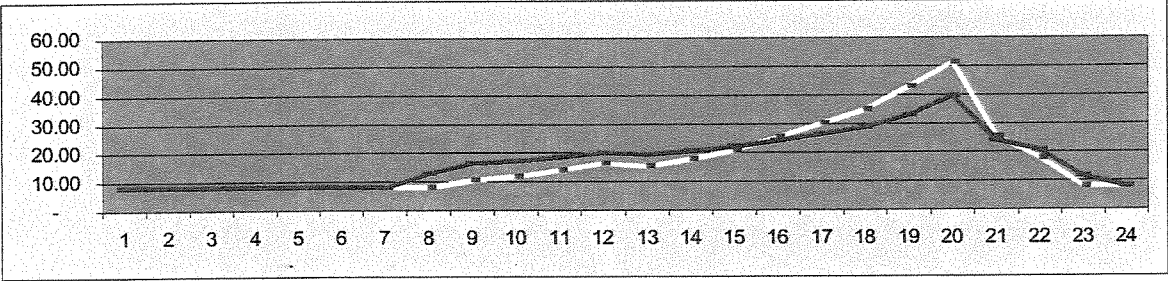
## **Capítulo 6- Comparação entre as curvas de geração e demanda para os dois modelos apresentados.**

A seguir são dispostos gráficos que correspondem às comparações realizadas entre as duas abordagens para cada usina considerada pelos exemplos numéricos. Para cada usina, o primeiro gráfico corresponde à comparação entre as potências obtidas pelos dois modelos, nas 24 horas consideradas. O segundo gráfico corresponde à comparação entre as perdas obtidas em cada resolução. A cor amarela representa o modelo hidráulico e a cor violeta representa o modelo de potência. A partir deles é possível confirmar visualmente, a equivalência entre as duas abordagens. (O eixo vertical é medido em  $MW$ , e o horizontal em *horas*).

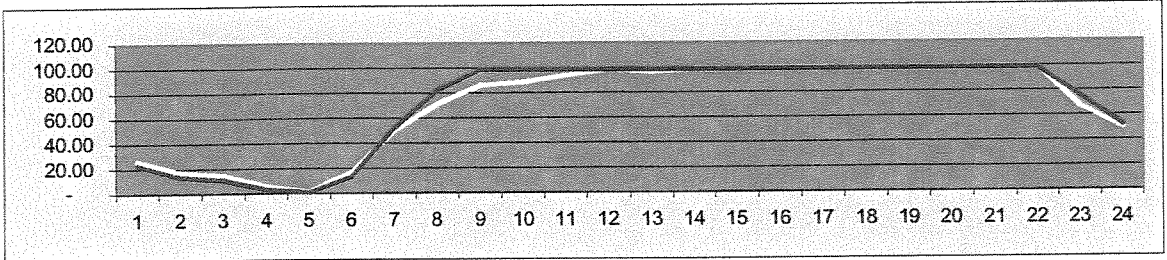
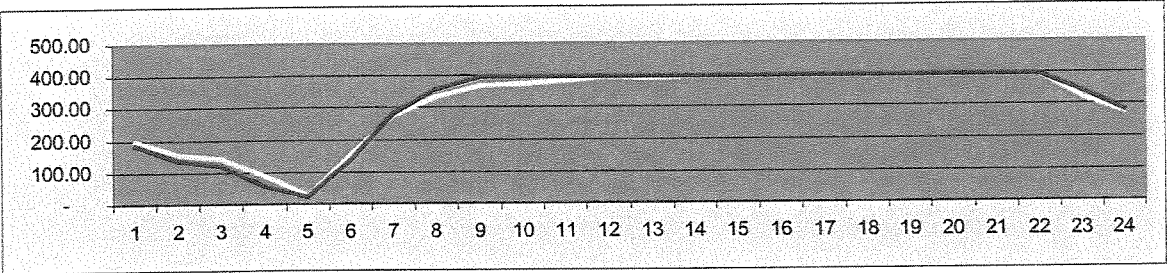
**Jurumirim** (Fig 6.1)



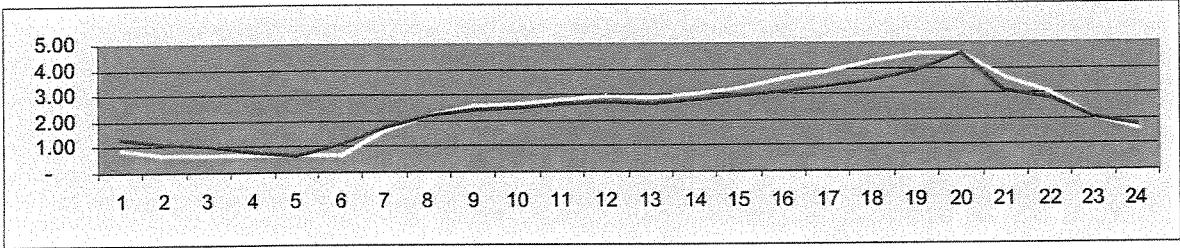
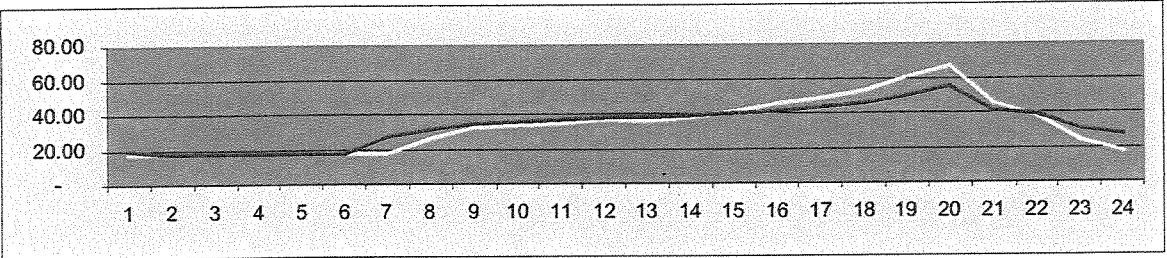
**Salto Grande** (Fig 6.2)



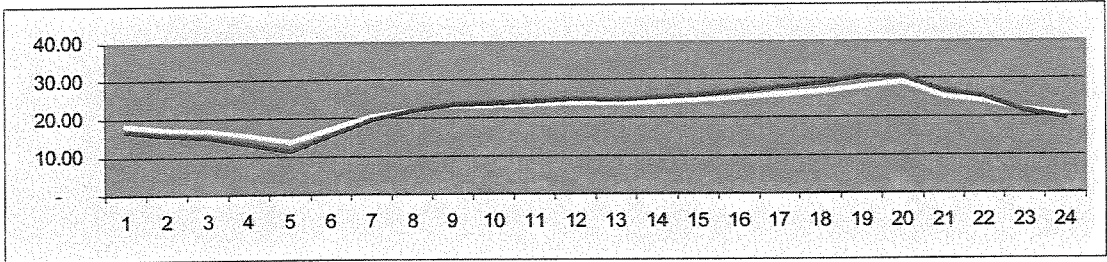
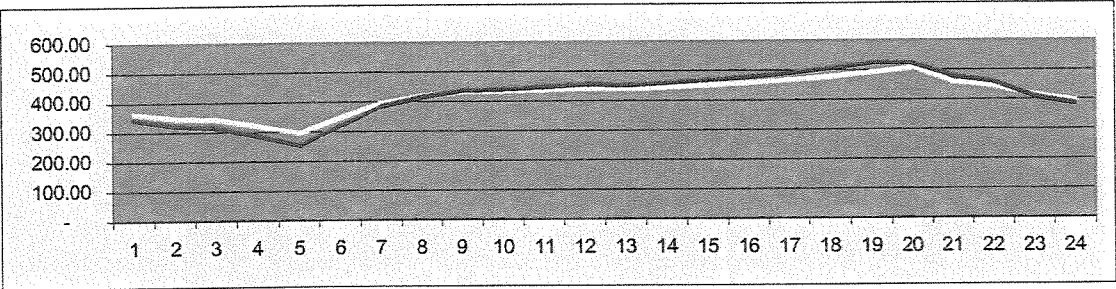
**Chavantes** (Fig 6.3)



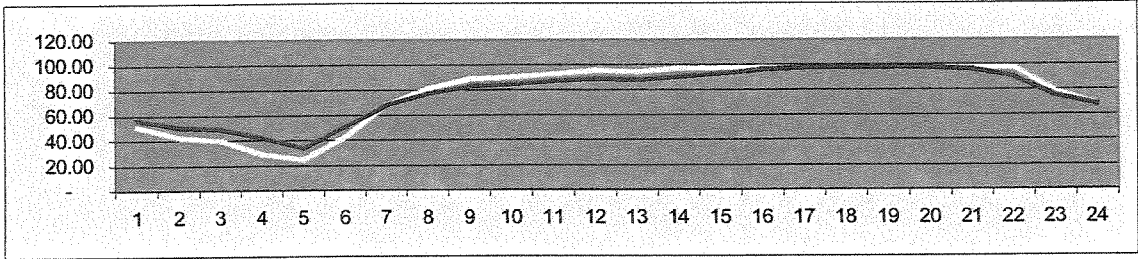
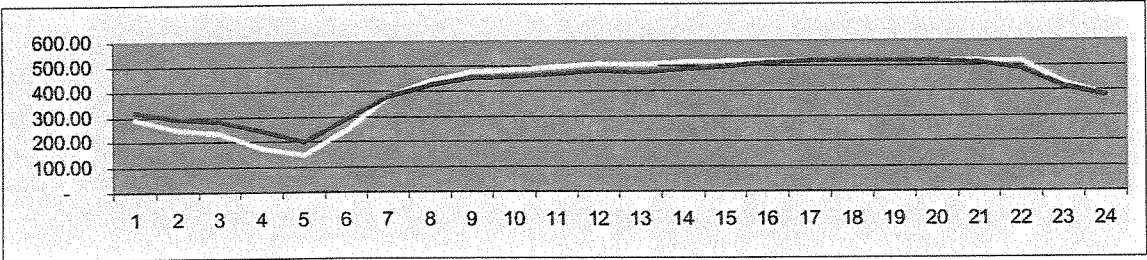
**Canoas 2** (Fig 6.4)



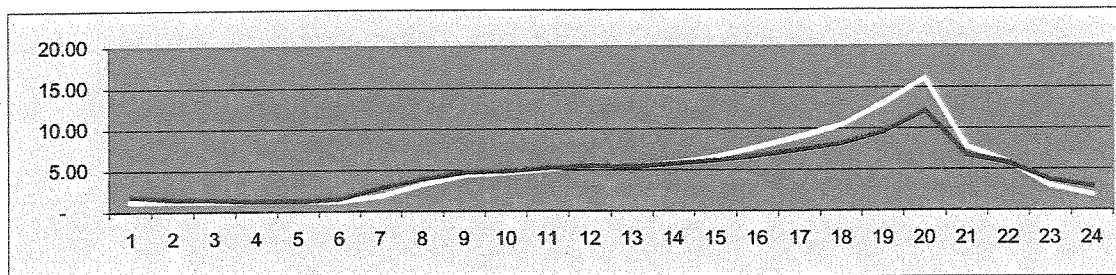
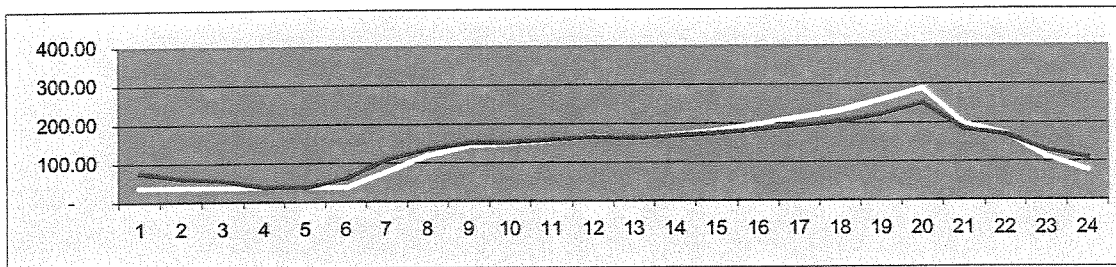
**Capivara** (Figura 6.5)



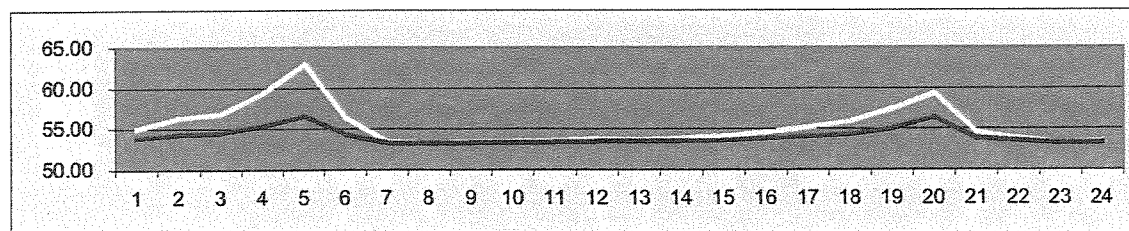
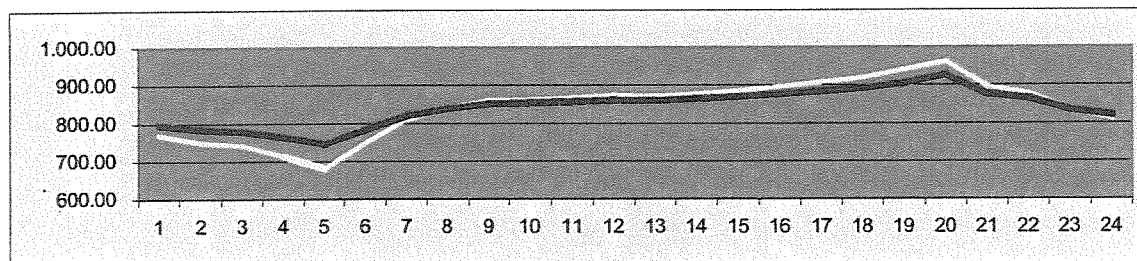
**Taquaruçu** (Figura 6.6)



**Rosana** (Figura 6.7)

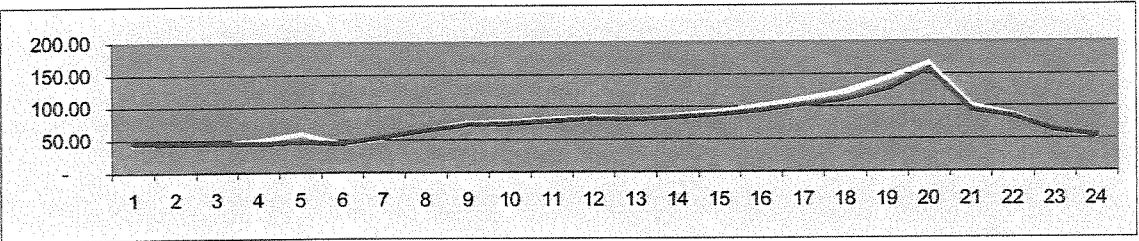
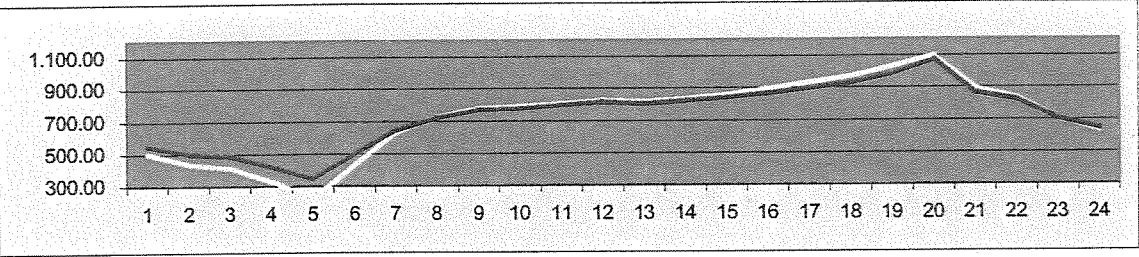


**Água Vermelha** (Figura 6.8)

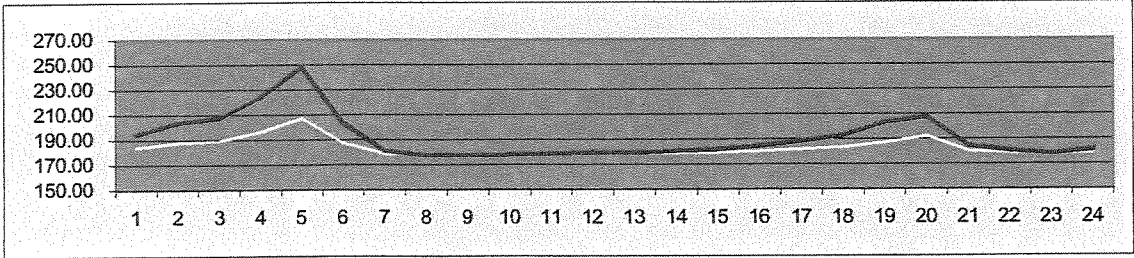
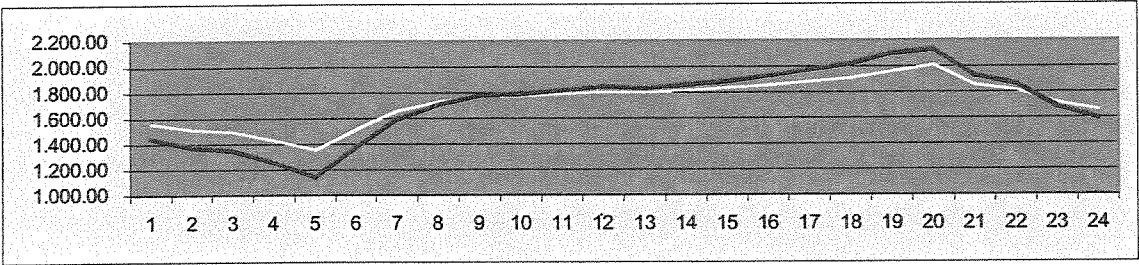




Jupia (Figura 6.9)

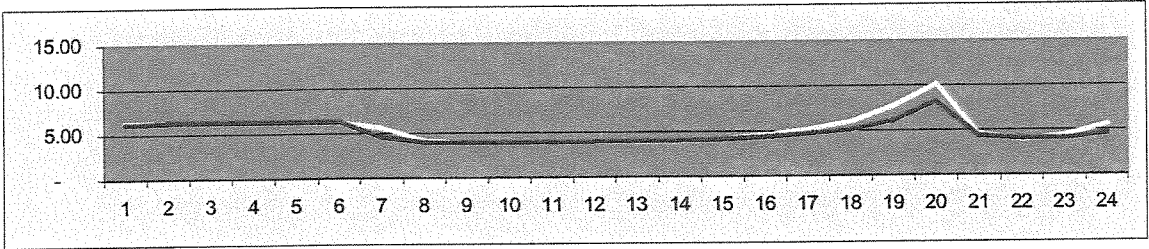
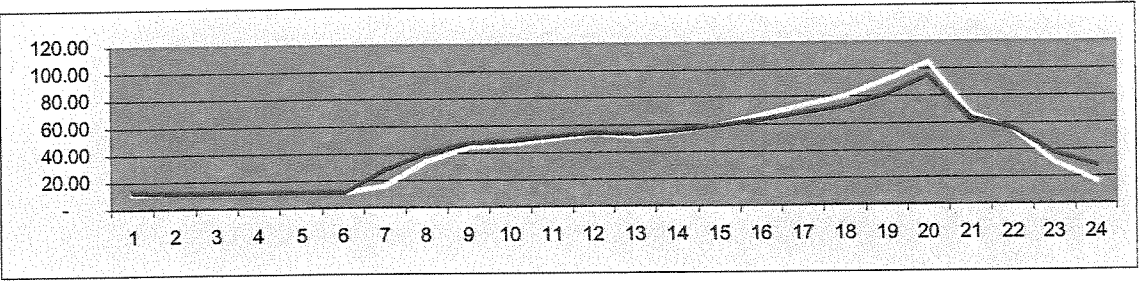


Ilha Solteira (Figura 6.10)

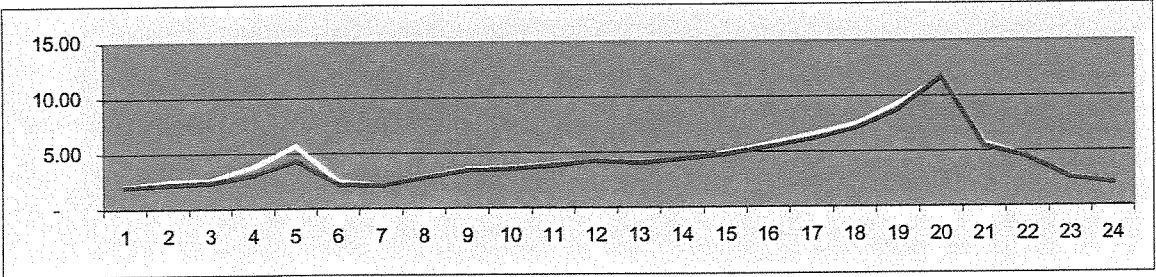
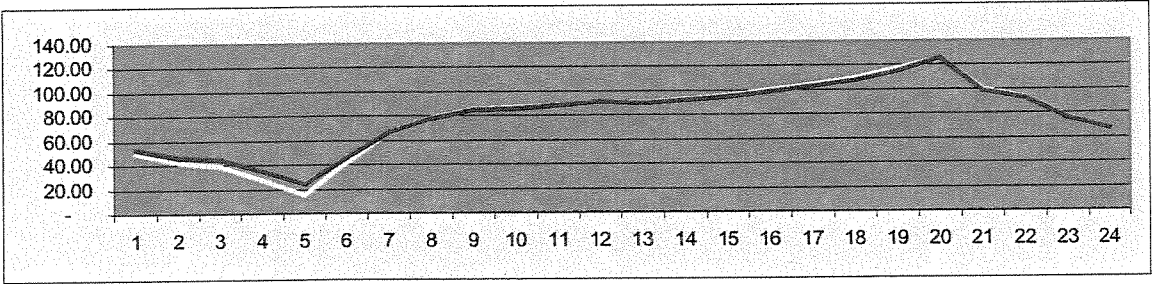




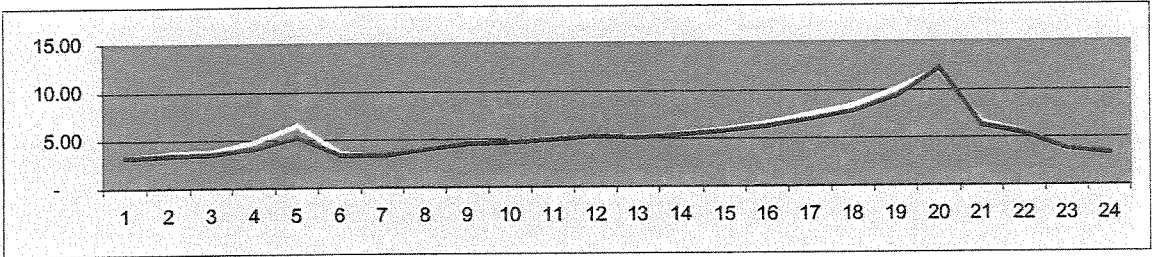
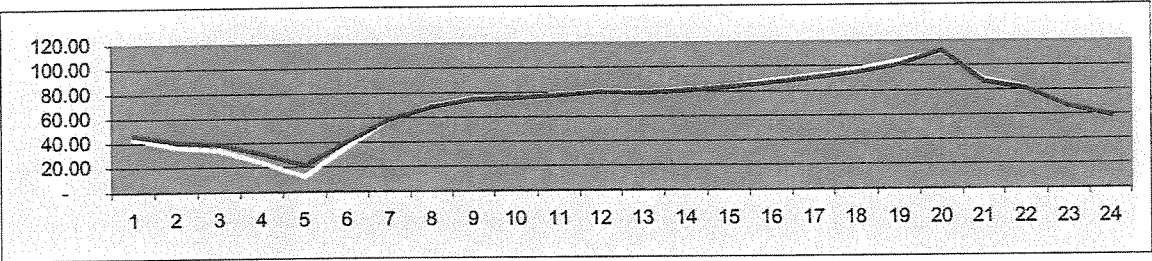
**Barra Bonita** (Figura 6.11)



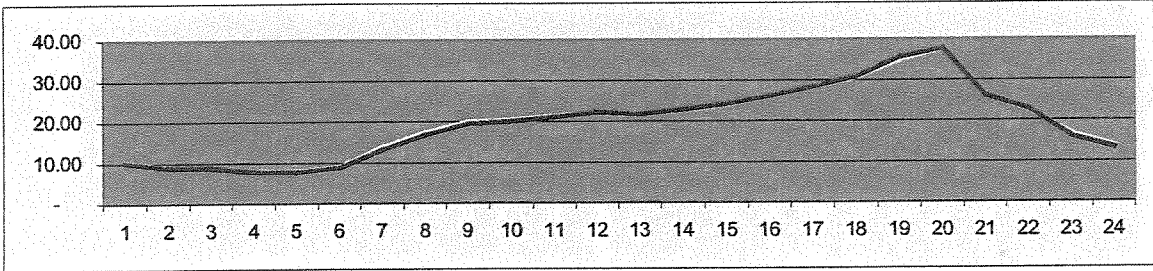
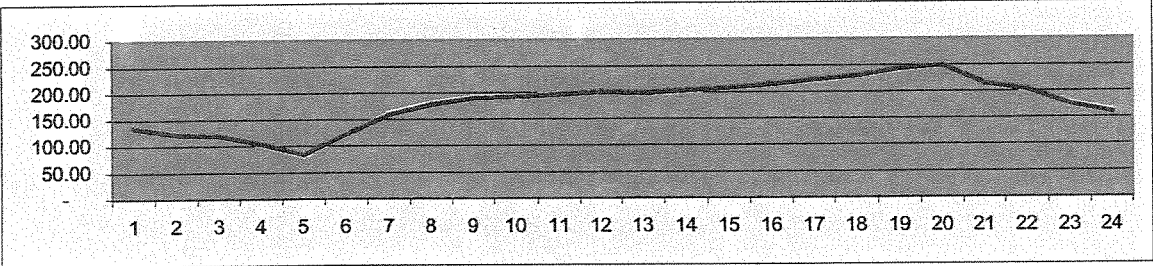
**Bariri** (Figura 6.12)



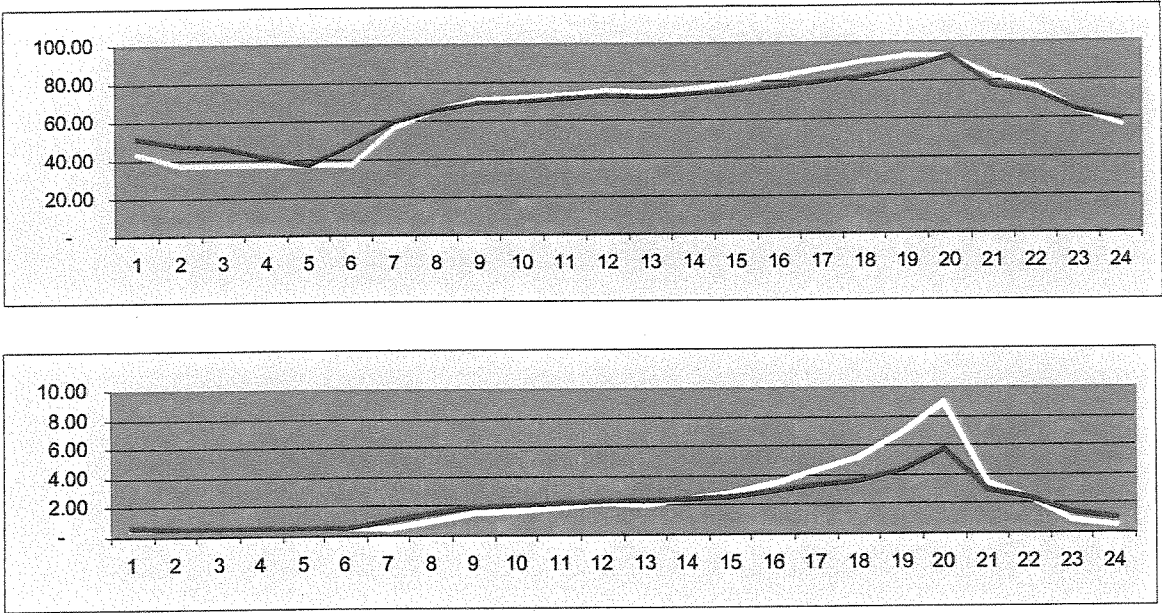
**Ibitinga** (Figura 6.13)



**Promissão** (Figura 6.14)



Canoas 1 (Figura 6.15)



O gráfico a seguir ilustra a relação entre a perda total em cada intervalo de tempo e a correspondente demanda horária total, a curva em rosa é para a solução obtida pelo modelo em potência, e a curva amarela é relativa à solução do modelo hidráulico.

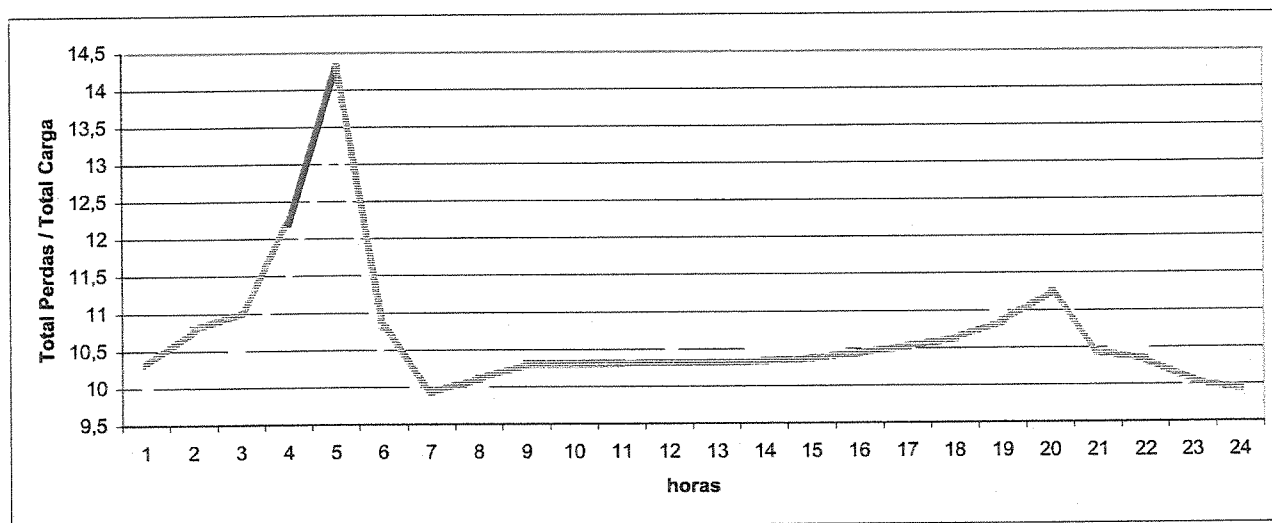


Figura 6.16 - Relação percentual entre perda e demanda para cada despacho horário.

Como pode ser observado, o modelo de potência apresentou percentuais de perdas superiores aos apresentados pelo modelo hidráulico no período inicial (até as 9:00h), e no período posterior o comportamento foi o inverso. Há um aspecto a destacar nesta comparação que é o fato de que as curvas tanto de potências geradas como também de perdas foram interpolados em uma curva quadrática. No entanto, pode-se perceber que algumas destas interpolações não eram a que melhor enquadravam-se no comportamento da curva (nestes casos a função cúbica seria mais adequada). É possível que essa aproximação tenha influído nestas diferenças. De qualquer forma, a diferença em termos de perdas totais entre as duas abordagens resultou foi muito pequena, menor do que 0.1%.

Outro importante fator a ser considerado é o comportamento suave das curvas de resultados, condição básica de operação de sistemas energéticos onde mudanças bruscas na programação da produção são, via de regra, onerosas ao sistema.

## Capítulo 7- Conclusão

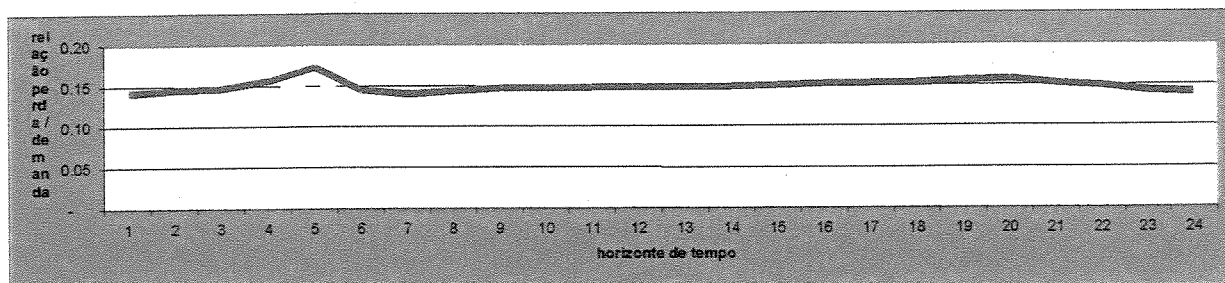
Antes de enunciar as conclusões acerca deste trabalho, é preciso esclarecer suas principais motivações e suas áreas de abrangência dentro do ambiente acadêmico, para que melhor se compreenda as condutas de pesquisa e análise de resultados adotadas.

Esta tese foi desenvolvida no ambiente da *Engenharia de Sistemas* que, de maneira pouco formal, pode ser entendida como uma conjugação de áreas da *Matemática Aplicada*, *Computação Científica* e *Engenharia* propriamente, com a finalidade de analisar qualitativamente processos de tomadas de decisões, instituir modelos matemáticos que os auxiliem e resolvê-los através de ferramentas computacionais.

Sob o ponto de vista exclusivo da performance computacional, pôde-se constatar que o modelo implementado para a resolução do problema nas variáveis hidráulicas demonstrou-se um tanto quanto ineficiente. Esta ineficiência pode ser atribuída ao fato de que as curvas que modelam a produção energética em função da vazão turbinada possuem comportamento que beiram a linearidade e que, durante o processo de resolução do problema dual, acarretam oscilações exaustivas entre valores extremos até a obtenção do valor ótimo. A resolução do problema configurado desta maneira exigiu uma quantidade de processamento que, pode-se concluir, inviabiliza sua prática em ambientes reais de operação. A resolução do modelo em termos primais (que não foi estudada neste trabalho) seria a alternativa.

Entretanto, sob a luz dos estudos análogos realizados para variáveis de potência, fica clara a equivalência entre as duas abordagens e sendo esta resolvida em tempo praticamente instantâneo, sua aplicação torna-se portanto viável em sistemas reais de planejamento de curto prazo.

O gráfico a seguir ilustra a relação entre a perda em rendimento e a demanda horária obtidas sobre o conjunto de usinas nas duas resoluções. (Para os gráficos apresentados, a cor amarela representa os resultados para o modelo hidráulico e a cor violeta representa os resultados para o modelo de potência).



### Relação percentual entre perda e demanda para cada despacho horário.

Figura 7.1 - Relação percentual entre perda e demanda para cada despacho horário.

Como pode ser observado, o modelo de potência apresentou percentuais de perdas superiores aos apresentados pelo modelo hidráulico ( $\cong 1\%$ ). Antes de concluir que este fato constitui uma regra entre as performances das duas abordagens, pode-se levantar a hipótese de que tais diferenças possam ter suas origens nos levantamentos realizados para estabelecerem-se as curvas entre as potências geradas por cada conjunto *turbina-gerador* e suas respectivas perdas. Neste trabalho, os pares (potência / perda) levantados foram interpolados em uma curva quadrática. No entanto, pode-se perceber que algumas destas interpolações não eram a que melhor enquadravam-se no comportamento da curva (nestes casos a função cúbica seria mais adequada).

Outro importante fator a ser considerado é o comportamento gradual das curvas de resultados, condição básica de operação de sistemas energéticos onde mudanças bruscas na programação da produção são, via de regra, onerosas ao sistema.

Ao longo destes últimos cinco anos, um conjunto de fatores associados à gerência do sistema energético ocasionou uma redução drástica dos níveis de reservatórios das usinas, determinando uma situação crítica para toda a nação pois o mesmo conjunto de fatores impediu que a implantação de novas matrizes energéticas (sobretudo as de fonte térmicas) fosse efetivada de maneira adequada. O risco cambial associado aos preços de matérias-primas necessárias para a geração térmica (basicamente diesel e gás) tem sido um dos fatores que contribuíram para o não firmamento de contratos por parte de investidores (a maioria estrangeiros) para a implantação de novas unidades geradoras dentro do contexto nacional.

A implantação de matrizes térmicas no entanto, tende a levar o sistema a um arranjo onde a mercadoria mais cara (energia termelétrica) substitua a mais barata (energia hidrelétrica). Este fato, sob uma ótica de planejamento centralizado e baseado em lógicas convencionais de mercado, levaria a uma

natural revalorização da produção hidráulica em períodos de abundância de chuvas, o que também enfraqueceu os investimentos privados na implantação de matrizes térmicas.

Um colapso na produção de energia afetaria de maneira dramática toda a economia nacional e dadas as circunstâncias descritas anteriormente, não restou ao governo outras alternativas de curto prazo a não ser assumir os riscos financeiros para garantir ao capital privado o retorno em investimentos em novas plantas de geração e apelar para que a empresa estatal de petróleo empreendesse a construção das usinas térmicas,

## REFERÊNCIAS

- [1] P.L. Dandeno; “ Hydrothermal Economic Scheduling – Computational Experience with Coordination Equations”; AIEE Trans.. V. 80, pp. 1219 – 1228, fevereiro, 1961.
- [2] H. H. Drake; L. K. Kirchmayer; R. B. Mayall; e H. Wood; “ Optimal Operation of Hydrothermal Systems”; Transaction on Power Apparatus and Systems, AIEE Trans.; V. 81, pp. 242 – 250, fevereiro, 1962.
- [3] A. P. Bonaert; A. H. El-Abiad; A.J. Koivo; “ Optimal Scheduling of Hydro-Thermal Power Systems by Decomposition Technique Using Pertubations”; IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, PAS V. 91, n.1, pp. 263 – 270, 1972.
- [4] H. Brannlund; A. J. Bubenko; D. Sjelvgren; N. Anderson; “ Optimal Short Term Operation Planning of a Large Hydrothermal Power Systems Based on a Nonlinear Network Flow Concept”; 1986 IEEE/PES Winter Meeting; A86 050-9, 1986.
- [5] H. Habibollahzadeh; J. A. Bubenko; “ Application of Decompostion Techniques to Short\_term Operation Planning of Hydrothermal Power Systems”; IEEE Transaction on Power Systems, V. 1, n. 1, pp. 41 – 47, fevereiro, 1986.
- [6] C. Li; R. B. Jonhson; A.J. Svoboda; “ A New Commitment Method”; IEEE Transaction on Power Systems, V. 12, n. 1, pp. 113 – 119, fevereiro, 1997.
- [7] H. Mali; S. M. Shahidehpour; “ Transmission- Constrained Unit Commitment Based on Benders Decomposition”; Electric Power& Energy Systems, V. 20, n. 4, pp. 287 – 294, 1998.
- [8] S. Al-Agstash; R. Su “ Augmented Lagrangian Approach to Hydro-Thermal Scheduling”; IEEE Transaction on Power Systems, V. 13, n. 4, pp. 1392 – 1400, novembro, 1998.
- [9] N. J. Redondo; A. J. Conejo; “ Short-Term Hydro-Thermal Coordination by Lagrangian Relaxation: Solution of the Dual Problem”; IEEE Transaction on Power Systems, V. 14, n. 1, pp. 89 – 95, fevereiro, 1999.
- [10] O. Nilsson; D. Sjelvgren; “ Hydro Unit Start-Up Costs and Their Impact on the Short Term Scheduling Strategies of Swedish Power Producers ”; IEEE Transaction on Power Systems, V. 12, n. 1, pp. 38 – 44, 1997.
- [11] O. Nilsson; D. Sjelvgren; “ Variable Splitting to Modelling of Start-Up Costs in Short Term Hydro Generation Scheduling”; 1996 IEEE/PES Summer Meeting, Denver, USA, 96 SM 498-6.



- [12] O. Nilsson; L. Soder, D. Sjelvgren; “ Interger Modeling of Spinning Reserve in Short Term Scheduling of Hydro Systems”; IEEE Transaction on Power Systems, V. 13, n. 3, pp. 959 – 964, agosto, 1998.
- [13] X. Guan; A. Svoboda; C. Li; “Scheduling Hydro Power Systems with Restricted Operating Zones and Discharge Ramping Constraints”; IEEE Transaction on Power Systems, V. 14, n. 1, pp. 126 – 131, fevereiro, 1997.
- [14] L.M. Rux; “ An Incremental Economic Dispatch Method for Cascade Hydroelectric Powerplants”, 1992 IEEE/PES Summer Meeting, 96 SM 414-0.
- [15] J. Y. Fan; J. D. McDonald; “ A Practical Approach to Real Time Economic Dispatch Considering Unit’s Prohibited Operating Zones”; IEEE Transaction on Power Systems, V. 9, n. 4, pp. 1737 – 1743, novembro, 1994.
- [16] S. SOARES and C.T. SALMAZO, “Minimum loss predispach model for hydroelectric power systems”, IEEE Trans. on Power Systems, vol.12, no. 3, August 1997, pp. 1220-1227.
- [17] ARCE, A.; OHISHI, T; SOARES, S. “Optimal dispatch of generating units of the Itaipú hydroelectric plant. IEEE TRANSACTION ON POWER SYSTEMS, V. 17, pp. 154 – 158, fevereiro de 2002.
- [18] A.S.E. ARCE, Um Modelo de Otimização do Despacho de Máquinas em Usinas Hidrelétricas. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.
- [19] PROVENÇANO, F., OHISHI, T. “Despacho Econômico de Sistemas de Usinas Hidrelétricas”, XXXI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 1999, Juiz de Fora, MG, 1999.
- [20] Relatório técnico, Reavaliação da Metodologia utilizada para o Despacho Operacional do Sistema Hidrotérmico Brasileiro; Contrato ANEEL – UNICAMP, agosto de 2002.