

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE COMUNICAÇÕES

## **Algoritmos de Processamento Espacial para Enlaces de Comunicação sem Fio**

### **Autor**

Danilo Zanatta Filho

### **Orientador**

Prof. Dr. João Marcos Travassos Romano

### **Co-Orientador**

Prof. Dr. Luc Féty

Banca Examinadora:

Prof. Dr. João Marcos Travassos Romano (FEEC/UNICAMP)

Prof. Dr. Marcello Luiz Rodrigues de Campos (COPPE/UFRJ)

Prof. Dr. Dalton Soares Arantes (FEEC/UNICAMP)

Prof. Dr. Renato Baldini Filho (FEEC/UNICAMP)

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Campinas, 05 de dezembro de 2002

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Z16a	<p>Zanatta Filho, Danilo</p> <p>Algoritmos de processamento espacial para enlaces de comunicação sem fio / Danilo Zanatta Filho.--Campinas, SP: [s.n.], 2002.</p> <p>Orientadores: João Marcos Travassos Romano; Luc Féty</p> <p>Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.</p> <p>1. Antenas ajustáveis. 2. Processamento de sinal adaptativo. 3. Sistemas de comunicação móvel. I. Romano, João Marcos Travassos. II. Féty, Luc. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. IV. Título.</p>
------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

# Resumo

Esse trabalho considera o uso de processamento espacial aplicado aos enlaces de comunicação sem fio, com o objetivo da redução da interferência co-canal. No enlace reverso, foram abordadas as soluções baseadas em filtragem com restrição (LCMV) e suas versões adaptativas. Introduzimos as restrições autovetoriais, de forma a lidar com o espalhamento angular e propusemos uma nova formulação que evita a estimação das direções de chegada dos sinais, considerada um dos principais obstáculos para utilização prática das técnicas LCMV. No enlace direto, tratamos o problema da minimização da potência de transmissão de forma conjunta, tanto em relação aos filtros espaciais quanto às potências de transmissão. Propusemos então um algoritmo exato para obter a solução ótima dessa minimização, do qual derivamos uma versão rápida, sendo sua principal vantagem o ganho de complexidade computacional quando a matriz de autocorrelação espacial é atualizada continuamente.



# Abstract

This work considers the use of space processing applied to wireless links for co-channel interference reduction. In the uplink, solutions based on constrained filtering (LCMV) and their adaptive versions were considered. The eigenvectorial constraints were introduced, in order to deal with angular spread. Moreover, we proposed a new formulation that avoids the estimation of the direction of arrival, which is considered to be one of the main drawbacks for the practical implementation of the LCMV techniques. In the downlink, we dealt with the transmit power minimization criterion by means of a joint optimization of the spatial filters and the transmit powers. Thus, we proposed an exact algorithm to find the optimal solution of such a minimization, from which we have derived a fast version. The main advantage of this solution is the computational complexity gain when the autocorrelation matrix is continuously updated.



*“Nunca ande pelo caminho traçado, pois  
ele conduz somente até onde os ou-  
tros foram.”*

Alexandre Graham Bell

*“Bons julgamentos são frutos da expe-  
riência, e a experiência é fruto de  
maus julgamentos.”*

Barry LePatner

*“A ciência, coitadinha, tão certinha,  
tão cheia de pesquisas e de verda-  
des, sabe como levar o homem à lua,  
mas não sabe como fazer o homem  
amar. A advertência do Ministé-  
rio da Saúde, pelo que sei, até hoje  
não levou ninguém a amar a pró-  
pria vida. Não há verdade científica  
que faça o homem sonhar com o Pa-  
raíso.”*

Rubem Alves





# Agradecimentos

Após a conclusão de uma etapa como essa, tenho o sentimento de que mais importante que o documento final ou o título adquirido, foi o carinho que recebi durante esses 2 anos e 3 meses, tanto da minha namorada, minha família, meus amigos, assim como do meu orientador, co-orientador, professores e funcionários. Os meus agradecimentos são para todos vocês que, em alguns segundos ou alguns anos de convivência, me mostraram que viver é uma experiência maravilhosa.

Agradeço de maneira especial à minha amada Carla por todo o carinho, amor e companheirismo durante toda essa jornada e também pela compreensão nos momentos mais críticos deste trabalho. Gostaria também de agradecer muito aos meus pais, Danilo e Regina, cuja orientação e presença durante toda minha vida, além do imenso amor, foram determinantes para que esse trabalho se tornasse realidade. Agradeço ainda ao meu querido “irmão” Fred, pela amizade, companheirismo e pelas infindáveis conversas.

Gostaria de agradecer profundamente ao meu orientador João Marcos, por esses já 5 anos de orientação e convivência. Orientação sempre muito dedicada, de uma qualidade técnica inquestionável, mas sem nunca se esquecer de deixar espaço para idéias novas e iniciativas minhas. E a convivência extremamente agradável, marcada pela colocação do lado humano acima do técnico em todas as ocasiões.

Ao meu co-orientador Luc Féty, pelo convívio e pela ajuda inestimável, tanto técnica quanto pessoal, seja em solo francês ou à distância. Aproveito para agradecer também ao Prof. Dr. M. Bellanger, responsável pelo Laboratoire d'Électronique et Communication, CNAM, pela acolhida e pela ajuda em todos os momentos.

Ao Prof. Dr. Marcello Campos, pelas sugestões técnicas bastante pertinentes e pelas discussões sobre este trabalho.

Ao Prof. Dr. Dalton Arantes, pelas discussões técnicas sempre muito interessantes e proveitosas ao longo de toda a preparação deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Renato Baldini, pelas sugestões técnicas e pela revisão criteriosa deste trabalho.

A Sören Anderson e Mikael Höök, da Ericsson da Suécia, pelas discussões técnicas e também à Ericsson do Brasil, na pessoa do Eng. Marcelo Fontes Neves, pela contribuição neste trabalho.

Aos amigos do DSPCom: Aline, Cristiano Cruz, Cynthia, Destro, Luciano, Maurício Sol, Moisés, Murilo, Rafael e Ricardo Suyama; pela amizade, carinho e compa-

nheirismo em todos os momentos. Aos amigos que, junto comigo, participaram da fundação deste laboratório, companheiros de uma longa jornada: Romis e Cristiano Panazio. Em especial ao Charles, que além de um grande colega de trabalho, muito compreensivo e dedicado, se mostrou um amigo muito especial em todas as horas e para todas as ocasiões. Não poderia deixar de agradecer as secretárias Eloísa (Elô), Celi e Lúcia, pela imensa ajuda com as burocracias e pela simpatia tão contagiante.

Aos meus amigos franceses, nem todos de origem francesa, mas com os quais eu pude compartilhar momentos muito felizes durante minha estadia na França. Os quais, também, tornaram minha estadia em Paris uma experiência única e inesquecível: Sylvain, Edwige, Swen, Mariana e Javier. Ainda aos amigos do CNAM: Maxime Baudin, Joël Bertrand e Stéphane; pelo companheirismo e pela ajuda em todos os sentidos.

Aos amigos que sempre estiveram por perto e que, com suas palavras, um simples aceno de mão ou apenas sua companhia no café, sempre me incentivaram muito e me deram forças nos momentos mais difíceis: Alysson, Gabril (Gabriel), Tatai e Romaric.

A todos os professores e colegas do DECOM, com os quais tive a oportunidade de conversar sobre minha pesquisa e, principalmente, sobre os assuntos mais variados durante esses 2 anos.

A todos os colegas da turma de graduação EE95, pelo companheirismo desde os tempos de faculdade até os dias de hoje.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e, em última instância, ao contribuinte brasileiro, que financiou este mestrado e garantiu minha sobrevivência, além de alguns pequenos (e baratos) luxos de estudante.

# Índice

<b>Resumo</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract</b>	<b>v</b>
<b>Agradecimentos</b>	<b>ix</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>xvi</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xvii</b>
<b>Notação Matemática</b>	<b>xix</b>
<b>Abreviaturas e Acrônimos</b>	<b>xxi</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Organização e Contribuições . . . . .	3
<b>2 Modelagem do Sistema</b>	<b>5</b>
2.1 Introdução . . . . .	5
2.1.1 Pequena História do Sistema Celular . . . . .	6
2.1.2 Reuso de Recursos e Esquemas de Múltiplo Acesso . . . . .	9
2.1.3 O Enlace Rádio-Móvel . . . . .	10
2.2 Desvanecimento de Larga Escala . . . . .	11
2.2.1 Perda de Propagação . . . . .	12
2.2.2 Sombreamento . . . . .	13
2.3 Desvanecimento de Pequena Escala . . . . .	13
2.3.1 Resposta ao Impulso . . . . .	14
2.3.2 Classificação dos Canais . . . . .	18
2.3.3 Multipropagação em Macro-Células . . . . .	20
2.3.4 Multipropagação em Micro- e Pico-Células . . . . .	21
2.4 Modelo do Canal Espaço-Temporal (Macro-Célula) . . . . .	21
2.4.1 Sinal recebido pela ERB . . . . .	26
2.5 Modelo discreto . . . . .	29

2.5.1	Enlace Reverso . . . . .	30
2.5.2	Enlace Direto . . . . .	34
2.5.3	Canal . . . . .	36
2.5.4	Matriz de Autocorrelação do Canal . . . . .	38
2.5.5	Modelo Multi-Usuários . . . . .	40
2.5.6	Modelo para Simulação de um Canal Espaço-Temporal . . . . .	42
2.6	Canais Direto e Reverso em TDD e FDD . . . . .	44
2.6.1	Estimação do Canal Direto . . . . .	45
2.6.2	Processamento Espacial em Transmissão para sistemas FDD . . . . .	49
2.7	Síntese . . . . .	52
2.A	Cálculo da Transformação Linear $\mathbf{T}$ . . . . .	53
2.B	Artigo: “On Downlink Beamforming Techniques for TDMA/FDD Systems” . . . . .	54
<b>3</b>	<b>Processamento em Recepção - Enlace Reverso</b>	<b>61</b>
3.1	Processamento Espaço-Temporal Desacoplado . . . . .	61
3.2	Formalização do problema . . . . .	63
3.3	Solução Analítica . . . . .	64
3.4	Filtragem com Restrições (LCMV) . . . . .	67
3.4.1	Interpretação Geométrica . . . . .	69
3.4.2	O Problema do Espalhamento Angular e os Graus de Liberdade . . . . .	71
3.4.3	Restrições Autovetoriais . . . . .	72
3.4.4	Restrições Pontuais $\times$ Restrições Autovetoriais . . . . .	74
3.5	LCMV sem Estimação de DOA . . . . .	80
3.5.1	A Matriz de Restrições Autovetoriais $\tilde{\mathbf{C}}_u$ e a MACE . . . . .	81
3.5.2	Solução Proposta . . . . .	82
3.5.3	Componente Quiescente . . . . .	83
3.6	Versões Adaptativas . . . . .	83
3.6.1	CLMS ( <i>Constrained Least Mean Square</i> ) . . . . .	84
3.6.2	CFLS ( <i>Constrained Fast Least Squares</i> ) . . . . .	86
3.6.3	Estimação da MACE . . . . .	88
3.7	Simulações e Resultados . . . . .	90
3.7.1	Algoritmos Adaptativos . . . . .	96
3.8	Síntese e Conclusões . . . . .	99
3.A	Distribuição da SNIR . . . . .	100
3.B	Artigos Publicados . . . . .	112
<b>4</b>	<b>Processamento em Transmissão - Enlace Direto</b>	<b>123</b>
4.1	Introdução . . . . .	123
4.2	Formalização do Problema . . . . .	124
4.3	Desenvolvimento Matemático do Problema . . . . .	127

4.3.1	Relação entre os Multiplicadores de Lagrange $\alpha_i$ e as Potências de Transmissão $p_i$ . . . . .	129
4.3.2	Determinação dos Multiplicadores de Lagrange . . . . .	131
4.3.3	Determinação das Potências de Transmissão . . . . .	133
4.3.4	Existência da solução . . . . .	133
4.4	Solução Iterativa - Algoritmo DBPC . . . . .	135
4.4.1	Convergência do Algoritmo DBPC . . . . .	138
4.4.2	Versão Rápida . . . . .	142
4.5	Simulações e Resultados . . . . .	148
4.5.1	Comparação da Complexidade Computacional . . . . .	153
4.6	Síntese e Conclusões . . . . .	154
4.A	Artigo Publicado . . . . .	155
<b>5</b>	<b>Conclusões e Perspectivas</b>	<b>163</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>165</b>
	<b>Lista de Artigos Publicados</b>	<b>171</b>



# Lista de Figuras

2.1	Cadeia de transmissão digital . . . . .	10
2.2	Exemplo da evolução da resposta ao impulso $h(\tau, t)$ com o tempo . .	15
2.3	Exemplo de perfil de multipercursos . . . . .	16
2.4	Relação entre as transformadas de Fourier de $\phi(\tau, \Delta t)$ . . . . .	17
2.5	Classificação dos canais quanto ao tipo de desvanecimento e domínios de análise . . . . .	19
2.6	Arranjo linear de elementos . . . . .	24
2.7	Modelo físico de um <i>cluster</i> do canal . . . . .	25
2.8	Processamento puramente espacial . . . . .	31
2.9	Processamento espaço-temporal . . . . .	34
2.10	Pré-processamento espacial e espaço-temporal . . . . .	35
2.11	Sistema SIMO . . . . .	37
3.1	Estrutural Espaço-Temporal Desacoplada . . . . .	62
3.2	Interpretação geométrica das componentes restrita e não restrita . . .	69
3.3	Padrão de radiação da solução LCMV na ausência e na presença de interferente . . . . .	75
3.4	Solução LCMV com restrições pontuais para diferentes números de multipercursos . . . . .	76
3.5	Solução LCMV com restrições autovetoriais para 7 multipercursos . .	77
3.6	Solução LCMV com diferentes restrições para espalhamento angular não nulo . . . . .	78
3.7	Solução LCMV com uma restrição autovetorial para espalhamento angular não nulo do usuário desejado e do interferente . . . . .	79
3.8	Composição do conjunto $\Theta$ . . . . .	82
3.9	Cenário de simulação . . . . .	91
3.10	Comparação da distribuição da SNIR média das soluções CO, LCMV <sub>CM</sub> , LCMV <sub>EV</sub> e LCMV para um espalhamento angular de 15° e separação angular de 30° (1.000 tiragens) . . . . .	94
3.11	SNIR a 10% em função do espalhamento angular para uma separação angular de 30° . . . . .	95

3.12	SNIR a 10% em função da separação angular entre os usuários para um espalhamento angular de $2,5^\circ$ . . . . .	96
3.13	Evolução da SNIR em função do número de símbolos para os algoritmos CLMS <sub>CM</sub> e CFLS <sub>CM</sub> (média de 10 tiragens) . . . . .	98
3.14	Comparação da distribuição da SNIR das soluções CO, LCMV <sub>CM</sub> , LCMV <sub>EV</sub> e LCMV para separação angular de $30^\circ$ e diferentes valores de espalhamento angular . . . . .	100
3.15	Comparação da distribuição da SNIR das soluções CO, LCMV <sub>CM</sub> , LCMV <sub>EV</sub> e LCMV para espalhamento angular de $2,5^\circ$ e diferentes valores de separação angular . . . . .	107
4.1	Curva de convergência do algoritmo DBPC para um caso típico . . .	138
4.2	Curva de convergência do algoritmo F-DBPC para um caso típico . .	145
4.3	Taxa de falha do FCE e do SICR em relação ao DBPC . . . . .	150
4.4	Número máximo de usuários para os diferentes serviços do UMTS . .	151
4.5	Número máximo de usuários em função da relação $\frac{E_b}{N_0}$ para diferentes valores de fator de espalhamento $SF$ . . . . .	152
4.6	Comparação da complexidade computacional dos algoritmos DBPC e F-DBPC em função do número de usuários para 8 antenas e $N_j = 5$ .	154



# Lista de Tabelas

2.1	Parâmetros do canal espaço-temporal . . . . .	42
3.1	CLMS ( <i>Constrained Least Mean Square</i> ) . . . . .	85
3.2	CFLS ( <i>Constrained Fast Least Squares</i> ) . . . . .	89
3.3	Parâmetros do canal espaço-temporal utilizado nas simulações . . . .	93
4.1	Algoritmo DBPC . . . . .	137
4.2	Algoritmo F-DBPC . . . . .	146
4.3	Parâmetros do canal espaço-temporal utilizado nas simulações . . . .	148
4.4	Serviços simulados do sistema UMTS . . . . .	149
4.5	Ganho de capacidade do algoritmo DBPC em relação aos algoritmos FCE e SICR . . . . .	152
4.6	Comparação do custo computacional total dos algoritmos DBPC e F- DBPC . . . . .	154



# Notação Matemática

$a$ ou $A$	Escalar
$\mathbf{a}$	Vetor (letra minúscula em negrito)
$\mathbf{A}$	Matrix (letra maiúscula em negrito)
$\mathbf{I}_N$	Matriz Identidade $N \times N$
$\mathbf{1}_N$	Vetor coluna com todos os $N$ elementos iguais à unidade
$\mathbf{0}_N$	Vetor coluna com todos os $N$ elementos iguais a zero
$\mathbf{0}_{N \times M}$	Matriz $N \times M$ , com todos os elementos iguais a zero
$\text{diag}(a_1, a_2, \dots, a_N)$	Matriz diagonal formada pelos elementos $a_1$ até $a_N$
$[\mathbf{A}]_{l,c}$	Elemento da $l$ -ésima linha e $c$ -ésima coluna da matriz $\mathbf{A}$
$*$	Produto de convolução
$(\cdot)^*$	Complexo conjugado de um escalar, vetor ou matriz
$(\cdot)^T$	Transposto de um vetor ou matrix
$(\cdot)^H$	Complexo conjugado e transposto de um vetor ou matrix
$\mathbf{E}\{\cdot\}$	Operador esperança
$\mathcal{F}\{\cdot\}$	Transformada de Fourier
$\mathcal{T}\{\mathbf{A}\}$	Matriz de Toeplitz por blocos formada a partir da matriz $\mathbf{A}$
$\delta(\cdot)$	Função impulso de Dirac
$\mathbb{C}$	Conjunto dos números complexos
$\mathbf{A}^+$	Pseudo-inversa da matriz $\mathbf{A}$
$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$	Produto de Kronecker, dado por

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{1,1}\mathbf{B} & \cdots & a_{1,n}\mathbf{B} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1}\mathbf{B} & \cdots & a_{m,n}\mathbf{B} \end{bmatrix}$$



# Abreviaturas e Acrônimos

<b>8-PSK</b>	<i>8-Phase Shift Keying</i>
<b>AMPS</b>	<i>Advanced Mobile Phone Service</i>
<b>APS</b>	<i>Azimuthal Power Spectrum</i>
<b>BPSK</b>	<i>Binary Phase Shift Keying</i>
<b>CDMA</b>	<i>Code Division Multiple Access</i>
<b>CFLS</b>	<i>Constrained Fast Least Squares</i>
<b>CFLS<sub>CM</sub></b>	<i>CFLS version of the LCMV<sub>CM</sub></i>
<b>CICR</b>	<i>Carrier to Interference+Carrier Ratio</i>
<b>CIR</b>	<i>Carrier to Interference Ratio</i>
<b>CLMS</b>	<i>Constrained Least Mean Square</i>
<b>CLMS<sub>CM</sub></b>	<i>CLMS version of the LCMV<sub>CM</sub></i>
<b>CO</b>	<i>Combinador Ótimo</i>
<b>D-AMPS</b>	<i>Digital AMPS</i>
<b>DBPC</b>	<i>Downlink Beamforming and Power Control</i>
<b>DOA</b>	<i>Direction Of Arrival</i>
<b>EDGE</b>	<i>Enhanced Data rates for GSM Evolution</i>
<b>ERB</b>	<i>Estação Rádio Base</i>
<b>ETSI</b>	<i>European Telecommunication Standardization Institute</i>
<b>F-DBPC</b>	<i>Fast Downlink Beamforming and Power Control</i>
<b>FC</b>	<i>Frequency Calibrated</i>
<b>FCE</b>	<i>Filtro Casado Espacial</i>
<b>FM</b>	<i>Frequência Modulada</i>
<b>FDD</b>	<i>Frequency Division Duplex</i>
<b>FDMA</b>	<i>Frequency Division Multiple Access</i>
<b>FH</b>	<i>Frequency Hopping</i>
<b>FIR</b>	<i>Finite Impulse Response</i>
<b>FLS</b>	<i>Fast Least Squares</i>
<b>FTP</b>	<i>File Transfer Protocol</i>
<b>GMSK</b>	<i>Gaussian Minimum Shift Keying</i>
<b>GPRS</b>	<i>General Packet Radio Service</i>
<b>GSM</b>	<i>Global System for Mobile communications</i>
<b>i.i.d.</b>	<i>independentes e identicamente distribuídos</i>
<b>IIS</b>	<i>Interferência Inter-Simbólica</i>

<b>IIU</b>	Interferência Inter-Usuário
<b>IS-95</b>	<i>Interim Standard 95</i>
<b>ITU</b>	<i>International Telecommunications Union</i>
<b>LCMV</b>	<i>Linearly Constrained Minimum Variance</i>
<b>LCMV<sub>CM</sub></b>	<i>LCMV using the Covariance Matrix</i>
<b>LCMV<sub>EV</sub></b>	<i>LCMV with EigenVectorial Constrains</i>
<b>LMS</b>	<i>Least Mean Square</i>
<b>LS</b>	<i>Least Squares</i>
<b>MACE</b>	Matriz de AutoCorrelação Espacial
<b>MACET</b>	Matriz de AutoCorrelação Espaço-Temporal
<b>MLSE</b>	<i>Maximum Likelihood Sequence Estimation</i>
<b>MV</b>	Máxima Verossimilhança
<b>NC</b>	<i>Null Constrained</i>
<b>PC</b>	<i>Peak Constrained</i>
<b>PCC</b>	<i>Pacific Digital Cellular</i>
<b>RCS</b>	<i>Reduced Cluster Size</i>
<b>RLS</b>	<i>Recursive Least Squares</i>
<b>SCR</b>	<i>Same Cell Reuse</i>
<b>SDMA</b>	<i>Space Division Multiple Access</i>
<b>SFIR</b>	<i>Spatial Filter for Interference Reduction</i>
<b>SIMO</b>	<i>Single-Input Multiple-Output</i>
<b>SICR</b>	<i>Summed Inverse Carrier-to-interference Ratio</i>
<b>SIR</b>	<i>Signal to Interference Ratio</i>
<b>SNIR</b>	<i>Signal to Noise+Interference Ratio</i>
<b>SNR</b>	<i>Signal to Noise Ratio</i>
<b>SMS</b>	<i>Short Message Service</i>
<b>SVD</b>	<i>Singular Value Decomposition</i>
<b>TACS</b>	<i>Total Access Communication System</i>
<b>BER</b>	<i>Bit Error Rate</i>
<b>TDD</b>	<i>Time Division Duplex</i>
<b>TDMA</b>	<i>Time Division Multiple Access</i>
<b>UMTS</b>	<i>Universal Mobile Telecommunications Systems</i>
<b>WAP</b>	<i>Wireless Application Protocol</i>
<b>WCDMA</b>	<i>Wideband CDMA</i>

# 1

## Introdução

A primeira transmissão sem fio foi realizada por Guglielmo Marconi em 1895 a uma distância de aproximadamente 1,6 km. O mesmo Marconi, em 1897, inaugurava a era das comunicações móveis sem fio com a transmissão entre uma estação em terra e um barco a 18 km de distância da costa. Essa transmissão era digital e de espectro espalhado em frequência pois ele utilizou um centelhador para gerar micro-ondas que se propagaram até o receptor, comprovando os recentes estudos de Heinrich R. Hertz sobre as ondas eletromagnéticas.

Quase um século foi necessário até que o primeiro sistema de telefonia móvel celular entrasse em funcionamento no início da década de 80. Entretanto, desde então, as comunicações sem fio têm apresentado um desenvolvimento acelerado. Esse desenvolvimento se deve aos estudos de Claude Shannon, que no fim da década de 40 construiu as bases da teoria da informação, e à evolução da micro-eletrônica nas últimas décadas. Esses dois fatores permitiram o desenvolvimento da teoria de processamento de sinais e sua aplicação prática em larga escala, principalmente no domínio das comunicações.

Os sistemas celulares, por sua vez, evoluíram dos sistemas analógicos da primeira geração aos sistemas digitais da segunda geração, a fim de satisfazer um número crescente de usuários e de melhorar a qualidade da comunicação. Começa então a revolução digital das comunicações sem fio, introduzindo alguns novos serviços como a troca de mensagens entre os usuários móveis e uma forma rudimentar de acesso à

Internet.

Com o objetivo de aumentar a capacidade da rede celular, de promover uma maior integração e convergência das diferentes tecnologias existentes e de introduzir ainda mais serviços - e valor agregado - a estas redes, os recentes sistemas de terceira geração propõem, além da transmissão de voz, uma grande gama de aplicações de banda larga, dentre as quais o acesso à Internet, a transmissão de sons, imagens e dados em geral. Pode-se então ter acesso a todos esses serviços pela mesma conexão à rede e com taxas variáveis.

Sendo o espectro alocado a cada sistema um recurso compartilhado pelos usuários, o aumento de capacidade dos sistemas celulares se deu inicialmente pelo aumento do espectro alocado. Posteriormente, porém, com o rápido aumento do número de usuários e a crescente demanda por serviços, o aumento do espectro alocado se mostrou insuficiente para absorver a demanda de capacidade exigida. Diversos esquemas de codificação, tanto de fonte como de canal, foram então desenvolvidos, assim como numerosos esquemas de modulação digital, com o objetivo de se aproximar dos limites anunciados pela teoria da informação, em termos de eficiência espectral.

Nesse contexto, as técnicas de processamento de sinais foram e continuam sendo de grande valia para se obter uma eficiência espectral ainda mais alta, possibilitando com isso um aumento de capacidade suplementar. Dentre essas técnicas, o uso de uma antena multi-elementos permite a realização de processamento espacial ou ainda espaço-temporal, que pode ser implementado tanto na estação rádio-base quanto no rádio-móvel. O uso desse tipo de estrutura na estação rádio-base é, contudo, muito mais comum devido a sua maior capacidade de processamento, às menores restrições de tamanho, custo e durabilidade da bateria, e ao maior espaço físico disponível para instalação da antena multi-elementos.

A antena multi-elementos na estação rádio-base pode ser utilizada de forma similar à setorização através de feixes pré-determinados, chaveados com o objetivo de se obter uma boa relação sinal ruído. Recentemente, porém, mais “inteligência” foi adicionada ao processamento espacial com as chamadas antenas inteligentes, capazes de adaptar seus feixes às condições de propagação e ao padrão de interferência presente na célula. Esse processamento espacial pode levar a um aumento de capacidade do sistema através das seguintes técnicas:

- *Spatial Filter for Interference Reduction* (SFIR) - a redução da interferência intra-celular devido à filtragem espacial pode levar a um maior número de usuários na célula



- *Reduced Cluster Size* (RCS) - a diminuição da interferência inter-celular possibilita a redução do tamanho do *cluster*, aumentando o reuso de recursos e, consequentemente, a capacidade do sistema
- *Same Cell Reuse* (SCR) - o direcionamento do sinal para o usuário desejado através dos feixes formados pela antena possibilita o reuso de recursos na mesma célula, aumentando assim a capacidade do sistema

A estação rádio-base é responsável pela recepção dos sinais provenientes dos móveis situados na sua célula e pela transmissão dos sinais destinados a estes móveis. Nesta tese, tratamos tanto da aplicação do processamento espacial no enlace de recepção quanto no de transmissão, com o objetivo de obter uma melhor qualidade de enlace e também uma maior capacidade do sistema.

## 1.1 Organização e Contribuições

O capítulo 2 se inicia com um breve histórico e alguns conceitos básicos do sistema celular. Em seguida, o enlace rádio-móvel é introduzido e o desvanecimento de pequena escala é discutido, assim como as formas de seletividade e diversidade presentes neste tipo de enlace em função do tipo de ambiente: macro-, micro- ou pico-celular. Maior ênfase é dada ao ambiente macro-celular, para o qual é apresentado um modelo de propagação. A caracterização estatística deste modelo é desenvolvida e os principais parâmetros são discutidos. A relação entre os enlaces direto e reverso nos sistemas TDD (*Time Division Duplex*) e FDD (*Frequency Division Duplex*) também é discutida, assim como formas de se estimar o canal direto e a aplicação do processamento espacial em transmissão. Introduz-se ainda o modelo discreto do canal espaço-temporal e sua caracterização estatística através dos momentos de segunda ordem.

No capítulo 3, o problema da aplicação do processamento espacial para a recepção dos sinais provenientes dos móveis é estudado. São investigados algoritmos baseados em filtragem com restrições, mais especificamente na técnica LCMV (*Linearly Constrained Minimum Variance*), aplicados ao caso de espalhamento angular não nulo. É proposta uma nova versão para um contexto multi-usuário, em que se evita a estimação prévia da direção de chegada (DOA) do sinal desejado. Também são apresentadas as versões adaptativas dos algoritmos apresentados e proposto. O desempenho desses algoritmos num ambiente macro-celular é comparado com o Combinador Ótimo (CO),

que é a solução analítica que maximiza a SNIR do sinal desejado, através de simulações computacionais. Mostra-se ainda através de simulações o interesse das versões adaptativas em ambientes não estacionários.

O problema do processamento espacial em transmissão é analisado no capítulo 4, no qual obtém-se uma solução ótima para a determinação conjunta dos filtros espaciais e das potências de transmissão através de um algoritmo iterativo. Propõe-se ainda um algoritmo rápido para encontrar essa solução ótima. Esses algoritmos são comparados com outras soluções que tratam do problema de forma desacoplada através de simulações computacionais baseadas no sistema celular de terceira geração UMTS. Mostra-se que o algoritmo rápido proposto é capaz de fornecer maiores ganhos de capacidade que as demais técnicas, possuindo uma complexidade computacional baixa o suficiente para ser implementado em situações em que a taxa de atualização da estimativa dos parâmetros do sistema é alta.

Finalmente, o capítulo 5 sumariza as principais contribuições e conclui o presente trabalho, apresentando algumas perspectivas para estudos futuros.

# 2

## Modelagem do Sistema

Processamento espacial é uma aplicação bastante antiga em processamento de sinais, ela data do início do desenvolvimento dos algoritmos adaptativos com o trabalho de Widrow [40]. Embora “clássico”, poucos temas podem ser tão atuais quanto a aplicação de técnicas de processamento espacial no contexto de comunicações sem fio.

O fenômeno de multi-propagação, o modelamento geométrico do canal espaço-temporal e o funcionamento dos sistemas celulares são conceitos chaves para o posterior estudo do processamento espacial e espaço-temporal. Este capítulo trata pois dos parâmetros fundamentais para a caracterização de um enlace de comunicação móvel sem fio. Também apresenta o modelamento espaço-temporal do canal de comunicação sem fio num ambiente macro-celular.

Além disso, este capítulo situa o problema da reciprocidade entre os enlaces direto e reverso por meio de um trabalho de revisão bibliográfica, que deu origem a uma primeira contribuição da tese: a comparação de técnicas de mapeamento do enlace reverso para o direto. O problema do processamento espacial em recepção e transmissão também é discutido neste capítulo.

### 2.1 Introdução

Antes de tratar da caracterização e modelamento do enlace rádio-móvel, vamos dedicar algumas páginas às origens e evolução dos sistemas celulares, e a uma breve introdução do funcionamento desses sistemas.

### 2.1.1 Pequena História do Sistema Celular

Os sistemas de telefonia móvel celular, ou apenas sistemas celulares, tiveram seu primeiro teste de campo realizado em 1978, depois do enorme sucesso que os sistemas Rádio Móvel alcançaram junto aos serviços de segurança pública e alguns serviços privados. Foi, porém, na década de 90 que os sistemas celulares registraram um crescimento da ordem de 60% em termos globais e de 150% no Brasil [39].

No ano de 1999, o sistema de telefonia celular no Brasil contava com 15 milhões de usuários, enquanto o sistema de telefonia fixa contabilizava mais de 27 milhões de usuários. Entretanto, prevê-se que, já em 2005, o número de usuários dos sistemas celulares se igualará ao do número de usuários do sistema de telefonia fixa, atingindo os 58 milhões de usuários [2].

Os primeiros sistemas celulares, chamados de sistemas celulares de primeira geração, entraram em funcionamento no início dos anos 80 e eram baseados na transmissão analógica da voz (FM) e na tecnologia de acesso FDMA/FDD. Entre os sistemas de primeira geração, podemos citar o AMPS (*Advanced Mobile Phone Service*) e o TACS (*Total Access Communication System*), sendo o primeiro utilizado nas Américas e o segundo na Europa.

Com o crescimento da demanda pelo uso dos telefones celulares, um aumento de capacidade se fazia necessário e a solução veio com a segunda geração de sistemas celulares (sistemas 2G) que passaram a oferecer uma melhor qualidade de voz e uma nova capacidade de transmissão de dados.

Os sistemas 2G são baseados na tecnologia digital de transmissão tanto de voz quanto de dados e nas tecnologias de acesso TDMA e CDMA. Outra tecnologia importante incorporada pelos sistemas 2G é o *Frequency Hopping* (FH) que, juntamente com a codificação de canal, permite reduzir o impacto do desvanecimento no móvel [38]. Além disso, o FH também permite diminuir o nível de interferência proveniente de outras células, aumentando o reuso de frequências e, portanto, a capacidade.

A “digitalização” dos sistemas celulares possibilitou a oferta de novos serviços além do tradicional serviço de voz, agregando valor ao sistema. Entre esses novos serviços podemos citar o identificador de chamadas, o *Short Message Service* (SMS) e a criação de um protocolo próprio de acesso à Internet a partir da rede celular, o *Wireless Application Protocol* (WAP).

Dentre os sistemas 2G, os mais importantes são:

- GSM (*Global System for Mobile communications*), surgiu na Europa, utiliza tecnologia de acesso do tipo TDMA/FDMA/FDD e é utilizado em mais de 170 países, sendo responsável por mais de 80% de toda a rede de sistemas 2G [16].
- D-AMPS (*Digital AMPS*), surgiu nos Estados Unidos como uma evolução do *Advanced Mobile Phone Service* (AMPS) e utiliza tecnologia de acesso do tipo TDMA/FDMA/FDD.
- PCC (*Pacific Digital Cellular*), surgiu no Japão e também utiliza como tecnologia de acesso o TDMA/FDMA/FDD.
- IS-95 (*Interim Standard 95*), surgiu nos Estados Unidos e é baseado na tecnologia de acesso CDMA/FDMA/FDD.

A partir de meados dos anos 90, um esforço internacional de normatização foi colocado em marcha com o objetivo de se desenvolver os sistemas celulares de terceira geração (sistemas 3G), baseados nas novas tecnologias de transmissão em banda larga (e.g. WCDMA). A principal característica dos sistemas 3G é a alta taxa de transmissão de dados. A taxa máxima prevista inicialmente seria de 2 Mbps para cobertura local e usuários com baixa mobilidade e de 384 kbps para cobertura em áreas extensas e usuários com alta mobilidade.

A norma dos sistemas 3G ainda propõe soluções a nível de enlace e também de rede para o uso tanto de chaveamento de circuitos como de chaveamento de pacotes, necessários para prover, respectivamente, os serviços de voz e os serviços de dados para aplicações Internet. Desta maneira, os sistemas 3G, além da aproximação natural com os serviços de telefonia fixa, se aproximam também da Internet, abrindo uma miríade de possibilidades de novos serviços e novas formas de acesso à informação, criando um sistema de comunicação sem fio multimídia de alta qualidade.

O carro chefe dos sistemas 3G é o UMTS (*Universal Mobile Telecommunications Systems*), um projeto desenvolvido tanto pelo órgão normatizador europeu ETSI (*European Telecommunication Standardization Institute*) quanto pela ITU (*International Telecommunications Union*). A previsão inicial desses órgãos e do mercado era de que, já em 2001, haveria sistemas UMTS em funcionamento em muitos países e terminais disponíveis ao público. Entretanto, devido a problemas técnicos na implantação da norma UMTS e a problemas econômicos que atingiram as operadoras de sistemas celulares, a grande maioria delas planeja o lançamento das redes UMTS para o ano de 2003, ou até início de 2004. Uma exceção é a operadora japonesa NTT DoCoMo

que, já em outubro de 2001, anunciou o início das operações do primeira sistema 3G comercial, baseado na tecnologia WCDMA.

Com as incertezas em relação à aceitação e à viabilidade econômica dos sistemas 3G e, em última instância, como forma de garantir um último respiro aos sistemas 2G já instalados, algumas empresas efetuaram a migração para os chamados sistemas 2,5G ou 2G+. Os sistemas 2,5G são uma evolução dos sistemas 2G, com aumento das taxas de transmissão de dados, a inclusão de chaveamento de pacotes na rede celular e a possibilidade de conexão com a Internet, possibilitando o acesso à FTP, *Web Browsing*, e-mail e outros.

Como principal sistema 2,5G, o EDGE (*Enhanced Data rates for GSM Evolution*) surgiu como um avanço do sistema GSM, após a inclusão do GPRS (*General Packet Radio Service*) como um protocolo de rede orientado a pacotes. O GPRS provê a estrutura necessária para a transmissão de dados utilizando-se uma rede de pacotes com interface aérea e interconexão com a Internet, atingindo, teoricamente, uma taxa de transmissão de dados máxima de 160 kbps. Contudo, existem algumas limitações ao uso prático do GPRS, tais como uma redução expressiva de capacidade quando os usuários utilizam serviços de dados, além de taxas de transmissão muito baixas na prática, pois a taxa máxima teórica só é atingida quando se utilizam todos os 8 *slots* para transmissão de dados, o que, na prática, é quase impossível devido à carga do sistema.

Foi então que a tecnologia EDGE foi introduzida, como extensão do GPRS, elevando-se a máxima taxa teórica de transmissão de dados para 473,6 kbps. Tal feito se deve à inclusão da modulação 8-PSK, em adição à modulação GMSK utilizada no GSM, e ao uso de técnicas de adaptação de enlace e redundância incremental. O sistema EDGE prevê 9 esquemas de modulação e codificação, com taxas de transmissão de dados variando de 8,4 kbps a 59,2 kbps por *slot*, o que permite a transmissão de informação a altas taxas quando a qualidade do enlace é boa e a transmissão a taxas menores, porém com uma probabilidade de erro aceitável, quando o enlace é ruim. Maiores detalhes sobre o sistema EDGE podem ser encontrados nas referências [8,16].

Uma questão de crucial importância nos dias de hoje é a interconexão dos sistemas 2G, 2,5G e 3G. E esse cenário se tornará um pouco mais complexo com o surgimento dos sistemas 4G, previstos para 2010, mas já em processo de discussão e normatização. Esses sistemas serão totalmente baseados em chaveamento de pacotes e prevê-se taxas de transmissão de informação de até 100 Mbps, permitindo o uso de serviços multimídia interativos, como por exemplo, videoconferências.

Para maiores detalhes sobre o desenvolvimento do sistema celular e para um maior detalhamento sobre os sistemas, consultar [13, 23, 35, 37–39, 41].

### 2.1.2 Reuso de Recursos e Esquemas de Múltiplo Acesso

Os sistemas celulares se baseiam no reuso dos recursos de rádio pelas células, aumentando-se assim a capacidade do sistema. Classicamente, os recursos de rádio disponíveis se distribuem em três domínios: frequência, tempo e código. Logo, dois ou mais usuários numa mesma célula podem acessar simultaneamente o recurso compartilhado, no caso uma faixa de frequências destinada ao sistema celular em questão, desde que utilizem partes diferentes de, pelo menos, um dos três domínios supracitados. Esse tipo de acesso simultâneo ao recurso compartilhado é chamado de múltiplo acesso e possibilita a obtenção de uma alta eficiência espectral.

Os esquemas de múltiplo acesso classicamente utilizados nos sistemas celulares são:

- múltiplo acesso por divisão no tempo (TDMA)
- múltiplo acesso por divisão na frequência (FDMA)
- múltiplo acesso por divisão no código (CDMA)

Na prática, o acesso múltiplo pode se dar em apenas um dos três domínios citados ou numa combinação deles, levando a esquemas híbridos como o TDMA/FDMA ou o CDMA/FDMA, por exemplo.

Com o uso de uma antena multi-elementos na Estação Rádio Base (ERB), os usuários também podem ser separados no domínio espacial, dando origem ao esquema de múltiplo acesso por divisão no espaço (SDMA). Quando utilizado sozinho, o esquema SDMA não leva a uma eficiência espectral satisfatória, ficando bem abaixo dos esquemas clássicos. Porém, ele pode ser combinado com os esquemas clássicos elevando ainda mais a eficiência espectral e, conseqüentemente, a capacidade dos sistemas celulares.

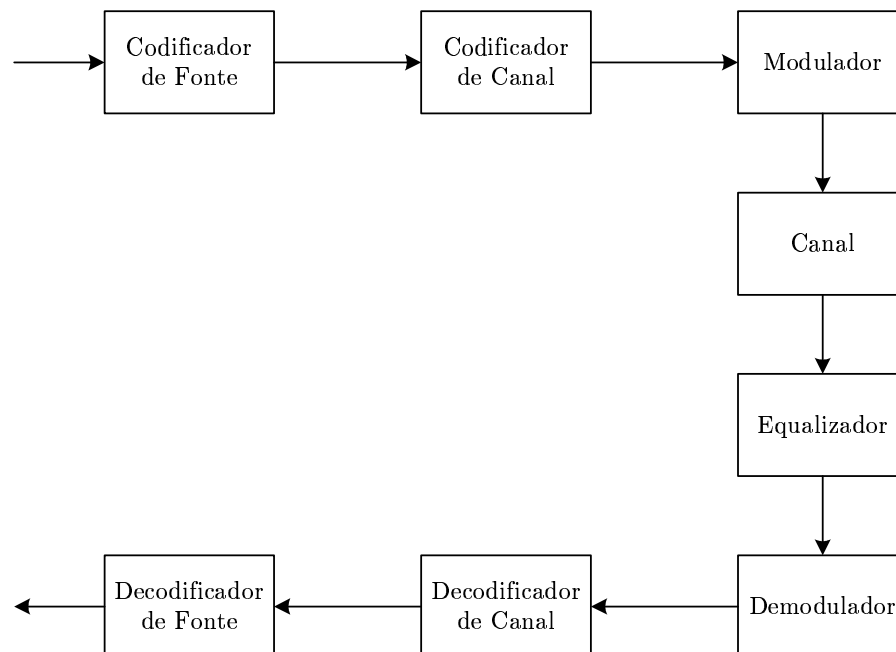
A utilização do SDMA em conjunto com outros esquemas de múltiplo acesso permite o reuso de *todos* os recursos disponíveis por mais de um usuário, ou seja, dois ou mais usuários podem utilizar a mesma frequência, o mesmo tempo e o mesmo código, estando, entretanto, separados no espaço. Essa idéia do reuso de recursos em uma mesma célula recebe o nome de *Same Cell Reuse* (SCR).

### 2.1.3 O Enlace Rádio-Móvel

Neste trabalho, consideraremos os sistemas celulares 2G em diante, ou seja, aqueles que utilizam transmissão digital. A figura 2.1 mostra a cadeia de transmissão digital, tal qual ela se apresenta nos sistemas celulares digitais, com a inclusão do equalizador que pode ou não ser utilizado, dependendo do receptor. Cada sistema possui suas particularidades, porém todos se encaixam de forma genérica ao esquema da figura 2.1. Nesses sistemas, a medida de desempenho do enlace é a taxa de bits errados (BER) que, por sua vez, está ligada à relação sinal ruído (SNR), à quantidade de Interferência Inter-Simbólica (IIS) e de Interferência Inter-Usuário (IIU) presente no sinal recebido. A IIS pode ser combatida com o uso de equalizadores ou receptores de MV (Máxima Verossimilhança) e, neste caso, a BER depende da potência de ruído e de interferência presentes no sinal na entrada do equalizador/receptor, dada pela relação sinal ruído+interferência (SNIR).

A comunicação entre o usuário móvel e a ERB se dá, em última análise, por meio da transmissão de sinais de rádio, cuja propagação é afetada pelo canal físico de várias formas distintas.

Ao longo do percurso desses sinais, eles sofrem reflexões, refrações e difrações,



**Figura 2.1:** Cadeia de transmissão digital



além da perda de propagação inerente a qualquer onda num meio dispersivo. Devido a esses fenômenos, o sinal no receptor é o resultado da propagação do sinal transmitido através de diversos caminhos diferentes. Cada um desses caminhos é denominado *multipercurso* e o fenômeno que os origina é chamado de *multipropagação*.

A perda de propagação dá origem ao desvanecimento de larga escala ou desvanecimento lento, que é a variação lenta do sinal com a distância entre transmissor e receptor. Já a multipropagação dá origem ao desvanecimento de pequena escala ou desvanecimento rápido, que é a variação rápida da potência do sinal com deslocamentos da ordem do comprimento de onda da portadora, sendo prejudicial ao desempenho do enlace radio-móvel, pois ocasiona uma variação rápida na relação sinal ruído (SNR), podendo provocar rajadas de erro quando a SNR cai abaixo de um determinado limiar.

Além disso, a multipropagação ainda provoca o espalhamento do sinal recebido em três diferentes domínios: o domínio do tempo, o domínio da frequência e o domínio angular (ou espacial). Esses espalhamentos ocasionam IIS no sinal, degradando ainda mais o desempenho do enlace rádio-móvel.

Para mitigar os efeitos da multipropagação são utilizadas, classicamente, técnicas de diversidade e equalização. As técnicas de diversidade têm por objetivo diminuir o efeito do desvanecimento rápido, garantindo níveis de SNR adequados para a recepção do sinal. As técnicas de equalização, por outro lado, são utilizadas para reduzir a quantidade de IIS presente no sinal, garantindo uma condição de *olho aberto* e, consequentemente, a correta detecção dos símbolos transmitidos.

Com o advento do uso de antenas multi-elementos na ERB, além da diversidade temporal e da equalização temporal, a diversidade espacial e técnicas de equalização espaço-temporal passaram a ser exploradas a fim de reduzir os efeitos nocivos da multipropagação sobre o sinal. A seguir é apresentado um modelo de canal espaço-temporal considerando-se o uso de um arranjo de antenas na ERB. Para um aprofundamento maior na caracterização e modelagem desses canais ver [9, 11, 12, 23, 28, 35, 36, 41]

## 2.2 Desvanecimento de Larga Escala

O desvanecimento de larga escala é responsável pela atenuação do canal rádio-móvel, não provocando nenhum outro tipo de distorção. Considera-se que essa atenu-

ação afeta de forma igual todos os multipercursos e possui uma componente determinística, a perda de propagação, e uma componente aleatória, resultante do fenômeno de sombreamento.

### 2.2.1 Perda de Propagação

A perda de propagação é definida como a relação entre a potência do sinal transmitido e a do sinal recebido e é uma função da distância entre transmissor e receptor.

Quando da propagação de uma onda eletromagnética no espaço livre, ou seja, considerando a região entre o transmissor e o receptor desprovida de qualquer objeto que possa absorver ou refletir energia eletromagnética, a perda de propagação no espaço livre  $\alpha_{el}$  é dada por:

$$\alpha_{el}(D) = G_T G_R \left( \frac{\lambda}{4\pi D} \right)^2 \quad (2.1)$$

onde  $\lambda$  é o comprimento de onda,  $D$  é a distância entre transmissor e receptor e  $G_R$  e  $G_T$  são os ganhos de antena do receptor e transmissor, respectivamente.

No caso dos sistemas celulares, a configuração do ambiente em que estão inseridos o transmissor e o receptor faz com que a perda de propagação seja proporcional à distância relativa entre transmissor e receptor elevada à  $n$ -ésima potência. Esse fenômeno foi observado experimentalmente por Okumura (veja [41] e suas referências). Em seguida, Hata obteve, baseado em dados experimentais, uma formulação para a perda de propagação  $\alpha_P$ :

$$\alpha_P(D) = A \left( \frac{D}{D_0} \right)^n, \quad (2.2)$$

onde  $A$  é uma constante que inclui o comprimento de onda e os ganhos de antena do receptor e transmissor,  $D_0$  é a distância de referência e  $n$  é uma constante empírica. A distância de referência  $D_0$  corresponde a um ponto localizado no campo distante da antena e seu valor é, tipicamente, de 1 km para macro-células, 100 m para micro-células e 1 m para células *indoor* [36]. O valor de  $n$  depende do ambiente particular no qual ocorre a propagação, podendo variar desde valores abaixo de 2, por exemplo nos ambientes urbanos em que as ruas funcionam como um guia de onda, até valores tão altos como 5, quando existem obstruções [36].

A perda de propagação é usualmente expressa em decibels:

$$\alpha_{P(dB)}(D) = \alpha_{el(dB)}(D_0) + 10 n \log_{10} \left( \frac{D}{D_0} \right) \quad (2.3)$$

### 2.2.2 Sombreamento

O modelo da equação 2.2 não considera o fato de que dois locais diferentes que tenham a mesma distância entre transmissor e receptor podem apresentar características diferentes e, portanto, possuir perdas de propagação diferentes. A equação 2.2 fornece apenas o valor *médio* da perda de propagação, sendo que as variações em torno desse valor são resultado do chamado sombreamento ou desvanecimento de larga escala.

Medidas experimentais mostram que, a uma distância fixa  $D$ , a perda de propagação em um determinado local é uma variável aleatória de distribuição log-normal, ou seja, uma variável que apresenta uma distribuição normal em dB [41]. Logo, a perda de propagação em dB da equação 2.3 pode ser reescrita como:

$$\alpha_{P(dB)}(D) = \alpha_{el(dB)}(D_0) + 10 n \log_{10} \left( \frac{D}{D_0} \right) + \alpha_s \quad (2.4)$$

onde  $\alpha_s$  é uma processo estocástico gaussiano de média nula e desvio padrão  $\sigma_{s(dB)}$ . Valores típicos de  $\sigma_{s(dB)}$  variam entre 4 e 10 dB [35].

A evolução temporal do desvanecimento de larga escala é caracterizada pela correlação temporal do processo  $\alpha_s$ , o qual pode ser modelado como um processo de Markov de primeira ordem, com autocorrelação [26] dada por:

$$R_{\alpha_s}(\tau) = \sigma_s^2 \exp \left( -\frac{v|\tau|}{D_c} \right) \quad (2.5)$$

onde  $v$  é a velocidade do móvel e  $D_c$  é a distância de decorrelação, que depende da configuração espacial na vizinhança do móvel (para maiores detalhes, veja [26] e suas referências). Note que o valor de  $\sigma_s$  não é expresso em dB.

## 2.3 Desvanecimento de Pequena Escala

Contrariamente ao desvanecimento de larga escala que apresenta um decaimento suave com o aumento da distância, o desvanecimento de pequena escala é caracterizado pela rápida variação de potência do sinal com deslocamentos da escala de alguns comprimentos de onda, sendo resultado da multipropagação. Devido ao desvanecimento de pequena escala, o canal rádio-móvel varia com o tempo, sendo modelado como um sistema linear estocástico variante com o tempo. A variação com o tempo

depende tanto do movimento do móvel quanto do movimento dos refletores nas cercanias do móvel.

A descrição estatística do desvanecimento de pequena escala permite a caracterização do fenômeno de desvanecimento nos domínios do tempo, da frequência e do espaço. Dessa caracterização, pode-se estimar a seletividade temporal, frequencial e espacial do canal rádio-móvel.

### 2.3.1 Resposta ao Impulso

Sendo o canal rádio-móvel entre o móvel e a ERB modelado como um sistema linear variante com o tempo, sua resposta ao impulso em banda-base é dada por:

$$h(\tau, t) = \int_{\Theta} h_{\theta}(\tau, \theta, t) * a(\theta, \tau) d\theta \quad (2.6)$$

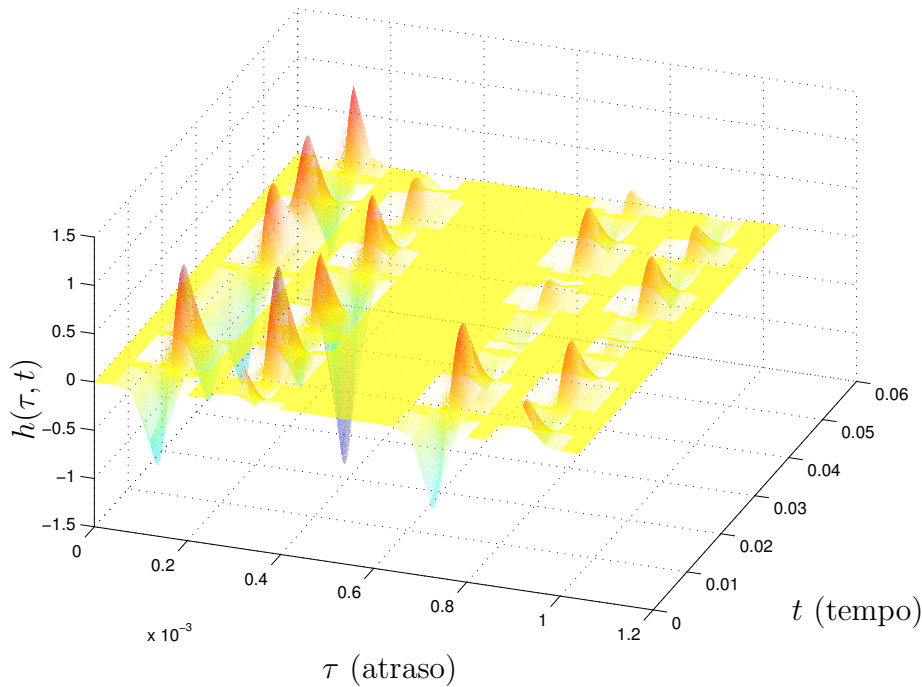
onde  $a(\theta, \tau)$  é a resposta espaço-temporal da antena na ERB,  $h_{\theta}(\tau, \theta, t)$  representa o canal físico visto pela ERB, incluindo a resposta espaço-temporal da antena do móvel e a propagação física do sinal, e  $\Theta$  é o *campo de visão* da antena na ERB. Devido à largura de banda usualmente utilizada nos sistemas celulares, a resposta em frequência da antena pode ser considerada plana nas frequências de interesse, condição sobre a qual retornaremos mais adiante. A figura 2.2 mostra um exemplo da evolução da resposta ao impulso  $h(\tau, t)$  com o tempo.

Para simplificar a caracterização e o modelamento do canal rádio-móvel, vamos supor reflexões descorrelacionadas (*uncorrelated scattering*), ou seja, os multipercursos relativos a diferentes atrasos são descorrelacionados. Essa suposição é amplamente utilizada na literatura e leva a resultados coerentes com observações práticas.

Logo, como mostrado em [26],  $h(\tau, t)$  é um processo estocástico na variável  $t$  e pode ser considerado estacionário no sentido amplo, sendo a sua função de autocorrelação dada por:

$$\begin{aligned} R_h(\tau, \tau + \Delta\tau, t, t + \Delta t) &= E \{h^*(\tau, t)h(\tau + \Delta\tau, t + \Delta t)\} \\ &= \phi(\tau, \Delta t)\delta(\Delta\tau) \end{aligned} \quad (2.7)$$

A equação acima mostra que as estatísticas de segunda ordem do canal são completamente caracterizadas pelo termo  $\phi(\tau, \Delta t) = E \{h^*(\tau, t)h(\tau, t + \Delta t)\}$ . Na sequência, as principais propriedades do canal rádio-móvel são destacadas a partir da análise desse termo.



**Figura 2.2:** Exemplo da evolução da resposta ao impulso  $h(\tau, t)$  com o tempo

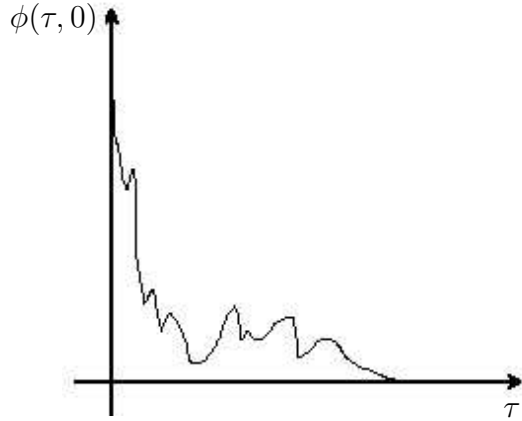
### Desvanecimento Seletivo na Frequência

Em particular,  $\phi(\tau, 0)$  representa a evolução da potência média do canal em função do atraso  $\tau$ . Essa evolução é chamada de perfil de potência do canal ou de *perfil de multipercursos*, ou seja, a potência da resposta ao impulso do canal em função do atraso. Medições práticas revelaram que essa potência só é significativa dentro de um intervalo de tempo finito, chamado de *espalhamento do atraso* do canal, denotado por  $\tau_{ds}$ . O espalhamento do atraso do canal é relacionado com a máxima diferença de tempo entre ecos significativos. A figura 2.3 mostra um exemplo de perfil de multipercursos.

A fim de analisar a influência do espalhamento do atraso na resposta em frequência do canal, introduz-se a resposta em frequência instantânea do canal  $H(f, t)$ , obtido através da transformada de Fourier de  $h(\tau, t)$  em relação a  $\tau$ , e sua função de autocorrelação, dada por:

$$R_H(f, f + \Delta f, t, t + \Delta t) = \Phi(\Delta f, \Delta t) \quad (2.8)$$

onde  $\Phi(\Delta f, \Delta t)$  é chamada função de autocorrelação espaçada na frequência e espa-



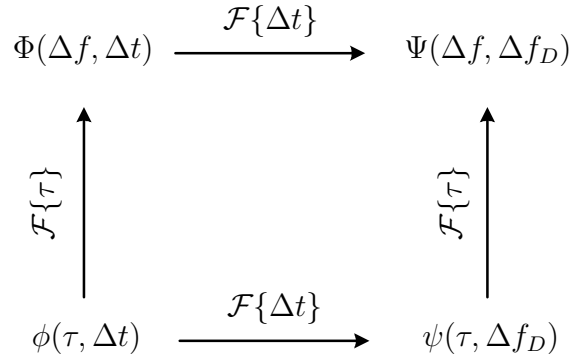
**Figura 2.3:** Exemplo de perfil de multipercursos

çada no tempo e é transformada de Fourier de  $\phi(\tau, \Delta t)$  em relação a  $\tau$ . Essa função de autocorrelação pode ser medida transmitindo-se dois tons separados por  $\Delta f$  pelo canal e correlacionando-se, na recepção, esses dois tons atrasados de  $\Delta t$ . A análise dessa função para  $\Delta t = 0$ , ou seja  $\Phi(\Delta f, 0)$ , fornece uma indicação da coerência do canal no domínio da frequência. Uma vez que  $\phi(\tau, 0)$  e  $\Phi(\Delta f, 0)$  formam um par de transformadas de Fourier e  $\phi(\tau, 0)$  é “limitada” no tempo em  $\tau_{ds}$ , a sua contrapartida no domínio da frequência  $\Phi(\Delta f, 0)$  é “limitada” em frequência em  $B_c \sim 1/\tau_{ds}$ , sendo  $B_c$  chamado de *banda de coerência*.

### Desvanecimento Seletivo no Tempo

Após analisar o efeito de  $\tau$  em  $\phi(\tau, \Delta t)$ , pode-se analisar o efeito de  $\Delta t$ , ou seja, quão invariante (ou de forma complementar, quão variante) no tempo é a resposta ao impulso do canal. Intuitivamente, uma vez definida uma banda de coerência para o canal, espera-se também poder definir um *tempo de coerência*  $T_c$  durante o qual as estatísticas da resposta ao impulso do canal não se modificam. Em outras palavras, para  $\Delta t < T_c$ , espera-se que  $\phi(\tau, \Delta t) \approx \phi(\tau, 0)$ , isto é, o canal não varia significativamente no intervalo  $\Delta t$ .

Note que as variações na resposta do canal devido ao movimento do móvel e ao movimento nas cercanias do móvel resultam num espalhamento e num deslocamento na frequência do espectro do sinal transmitido, devido ao efeito Doppler. Considere a transformada de Fourier de  $\Phi(\Delta f, \Delta t)$  em relação a  $\Delta t$ ,  $\Psi(\Delta f, \Delta f_D)$ . A função  $\Psi(0, \Delta f_D)$  é chamada de *espectro Doppler* do canal. Um canal invariante no tempo possui um espectro Doppler concentrado em  $f_D$ . O valor de  $f_D$  é zero se o receptor e



**Figura 2.4:** Relação entre as transformadas de Fourier de  $\phi(\tau, \Delta t)$

o transmissor estiverem estáticos. Por outro lado, caso haja uma velocidade relativa constante  $v$  entre receptor e transmissor, o espectro Doppler estará concentrado na frequência correspondente ao desvio Doppler  $f_D = f_c (v/c)$ , onde  $f_c$  é a frequência da portadora e  $c$  é a velocidade da luz.

Nos canais rádio-móvel, devido à presença da multipropagação, observa-se um espalhamento no espectro Doppler do canal. Usualmente,  $\Psi(0, \Delta f_D)$  só é significativa em  $\Delta f_D$  num pequeno intervalo chamado de *espalhamento Doppler*  $B_D$ , dado por  $f_c (v/c)$ . De forma análoga ao desvanecimento seletivo na frequência, é válida a seguinte relação entre o espalhamento Doppler e o tempo de coerência do canal:  $B_D \sim 1/T_c$ .

Pode-se ainda definir a transformada de Fourier  $\psi(\tau, \Delta f_D)$ , que é ao mesmo tempo transformada de  $\phi(\tau, \Delta t)$  em  $\Delta t$  e transformada inversa de  $\Psi(f, \Delta f_D)$  em  $f$ . A relação entre todas as transformadas de Fourier de  $\phi(\tau, \Delta t)$  é mostrada na Figura 2.4.

### Desvanecimento Seletivo no Espaço

A seletividade espacial do canal é um conceito um pouco diferente do que seletividade temporal e seletividade na frequência. A fim de se definir um *espalhamento angular* do canal faz-se necessário considerar o espalhamento dos ângulos de chegada/partida dos multipercursos na antena da ERB. Para tanto, agora o foco da análise deve ser o canal físico visto pela antena da ERB  $h_\theta(\tau, \theta, t)$  no lugar de  $h(\tau, t)$ . Logo, introduz-se a seguinte função de autocorrelação:

$$R_{h_\theta}(\tau, \tau + \Delta\tau, \theta, \theta + \Delta\theta, t, t + \Delta t) = \phi_{h_\theta}(\tau, \theta, \Delta t) \delta(\Delta\theta) \delta(\Delta\tau) \quad (2.9)$$

onde a função  $\phi_{h_\theta}(\tau, \theta, \Delta t)$  representa a distribuição de densidade de potência conjunta ângulo-atraso do canal.

Na prática, o espalhamento angular do canal  $\sigma_\theta$  pode ser definido de maneira análoga ao espalhamento do atraso  $\tau_{ds}$ , uma vez que  $\phi_{h_\theta}(\tau, \theta, 0)$  só é significativa num intervalo finito de valores em  $\theta$ . O espalhamento angular provoca, como esperado, um desvanecimento seletivo no espaço. Logo, pode-se definir uma *distância de coerência* relativa a um certo espalhamento angular. Para isso, considere a correlação cruzada da envoltória do sinal entre duas antenas espaçadas de  $\Delta r$ , dada por [26]:

$$\Phi(\tau, \Delta r, \Delta t) = \int_{\Theta} \phi(\tau, \theta, \Delta t) e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r \sin \theta} d\theta \quad (2.10)$$

onde  $\lambda$  é o comprimento de onda e  $\Phi(\tau, \Delta r, \Delta t)$  representa a transformada de Fourier-Bessel de  $\phi(\tau, \theta, \Delta t)$ . Pode-se notar que  $\Phi(\tau, \Delta r, 0)$  fornece uma indicação da coerência espacial do canal para um dado valor de atraso  $\tau$ . Logo, a distância de coerência do canal  $L_c$  é definida como a distância na qual  $\Phi(\tau, \Delta r, 0) \approx \Phi(\tau, 0, 0) \quad \forall \tau$ .

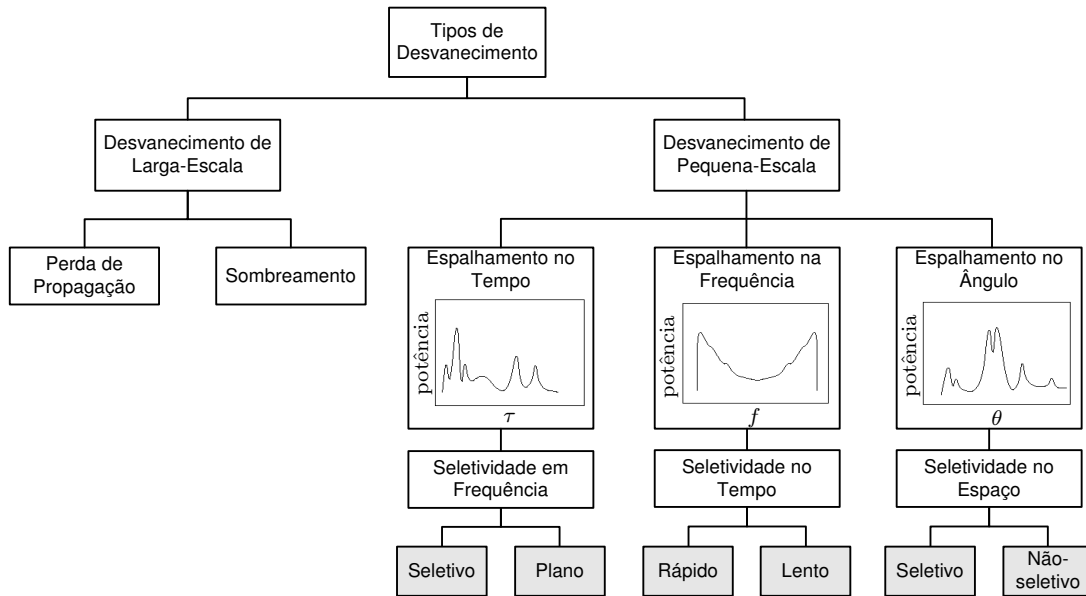
Mais uma vez, como o espalhamento angular e a distância de coerência são dados por funções que formam um par de transformadas de Fourier-Bessel, tem-se que quanto maior o espalhamento angular, menor a distância de coerência,  $L_c \sim 1/\sigma_\theta$ .

### 2.3.2 Classificação dos Canais

Primeiramente, deseja-se que um canal com desvanecimento possa ser medido ou estimado a fim de que essa informação sobre o canal possa ser usada em transmissores e/ou receptores (adaptativos ou não) para a diminuição da influência de interferências e ruído. Para que isso seja possível, é necessário que o espalhamento do atraso do canal  $\tau_{ds}$  seja muito menor que o seu tempo de coerência  $T_c$ . A maioria dos canais práticos possuem essa propriedade, sendo uma das exceções os canais em sistemas de comunicação à longa distância com aeronaves ou satélites.

A influência de um determinado canal em um sistema de comunicação digital depende do tipo de sinalização utilizada para transmissão das informações digitais. Basicamente, sua influência depende da relação dos parâmetros  $\tau_{ds}$  e  $T_c$  em relação à duração de um símbolo  $T_s$  ou, de forma dual, dos parâmetros  $B_c$  e  $B_D$  em relação à largura de banda  $B_s$ . Além disso, quando do uso de uma antena multi-elementos, a influência do canal depende da relação entre a distância entre os elementos da antena e o parâmetro  $L_c$ . A figura 2.5 sumariza a classificação dos canais quanto ao tipo de desvanecimento e quanto aos domínios de análise.





**Figura 2.5:** Classificação dos canais quanto ao tipo de desvanecimento e domínios de análise

### Seletividade em Frequência

A seletividade em frequência do canal se relaciona com a sua resposta em frequência. Se  $T_s < \tau_{ds}$  ou, de forma análoga,  $B_s > B_c$ , então o canal é seletivo em frequência e os símbolos recebidos estarão sujeitos à IIS. Entretanto, o desvanecimento seletivo em frequência gera *diversidade temporal*, a qual pode ser utilizada para diminuir os efeitos de enfraquecimento do sinal.

Por outro lado, se  $T_s > \tau_{ds}$  ou ainda,  $B_s < B_c$ , então a influência da IIS será desprezível e o desvanecimento é plano, assim como a resposta em frequência do canal na faixa de interesse. Ainda que não haja IIS neste caso, o desvanecimento plano pode levar a um desempenho insatisfatório nos momentos em que a potência do sinal é muito enfraquecida, levando a uma SNR muito baixa.

### Seletividade no Tempo

A seletividade temporal do canal está ligada com quão variante é o canal. Se  $T_s \ll T_c$ , ou,  $B_s \gg B_D$ , então o desvanecimento é lento, não ocorrendo variações significativas no canal durante uma longa sequência de símbolos.

Caso contrário, no desvanecimento rápido, quanto maior for o espalhamento Doppler  $B_D$  ou, de forma dual, quanto menor for o tempo de coerência  $T_c$ , mais rapida-

mente serão as variações do canal com o tempo.

### Seletividade no Espaço

De maneira análoga às seletividades espacial e temporal, um maior espalhamento angular resulta numa maior seletividade no espaço que, por sua vez, resulta numa menor distância de coerência  $L_c$  e vice-versa.

### 2.3.3 Multipropagação em Macro-Células

Em ambientes macro-celulares, a antena da ERB está usualmente localizada bem acima do móvel e dos objetos que o circundam. Logo, a multipropagação se origina de três fontes principais: refletores próximos ao móvel, refletores longínquos e refletores próximos à ERB.

**Refletores próximos ao móvel** - consistem basicamente de prédios e objetos na vizinhança do móvel (dentro de um raio de algumas centenas de comprimento de onda). Devido ao movimento do móvel, os refletores próximos ao móvel ocasionam o espalhamento Doppler que causa a seletividade no tempo. Já o espalhamento do atraso introduzido por estes refletores é usualmente desprezível. Como o móvel se encontra normalmente a uma grande distância (em comprimentos de onda) da ERB, o espalhamento angular gerado não é grande.

**Refletores longínquos** - as ondas refletidas na proximidade do móvel propagam diretamente para a ERB ou podem ser refletidas para a ERB pelos refletores longínquos, constituídos de grandes objetos, ocasionando espalhamento angular e de atraso significativos, causando respectivamente seletividade no espaço e na frequência. Contudo, normalmente, esses refletores não introduzem nenhum espalhamento Doppler adicional.

**Refletores próximos à ERB** - na vizinhança da ERB, os multipercursos podem ser novamente refletidos, o que causa um espalhamento angular significativo, sem introduzir nenhum espalhamento Doppler ou de atraso relevantes. Esse tipo de reflexão é desprezível quando a antena da ERB está localizada muito acima dos objetos em sua vizinhança, como é usual em ambientes macro-celulares.

Num típico ambiente macro-celular a resposta ao impulso espaço-temporal do canal apresenta uma estrutura *clusterizada* no domínio do atraso  $\tau$  e no domínio

espacial  $\theta$ , ou seja, a função espaço-temporal de distribuição de potência  $\phi_{h_\theta}(\tau, \theta, 0)$  está quase que totalmente concentrada na vizinhança de um número finito de valores de  $(\tau, \theta)$ . Esse tipo de estrutura provém da divisão bem definida dos efeitos de cada tipo de refletores, descritas anteriormente. Tipicamente, o espalhamento angular nesse ambiente se situa entre  $1^\circ$  e  $30^\circ$ , enquanto o espalhamento do atraso varia entre  $0.5\mu s$  e  $20\mu s$  [28].

### 2.3.4 Multipropagação em Micro- e Pico-Células

Em micro-células, a antena da ERB se localiza usualmente na mesma altura dos objetos que a circundam. O canal é, portanto, caracterizado por um maior espalhamento angular e um menor espalhamento do atraso que no caso da propagação em macro-células. Isso pode levar a uma perda da estrutura *clusterizada* do canal em  $\tau$  e  $\theta$ .

Em ambientes pico-celulares, tipicamente ambientes *indoor*, o canal é caracterizado por um espalhamento angular ainda maior e um espalhamento do atraso e espalhamento Doppler muito pequenos. Neste caso, o canal perde totalmente sua estrutura *clusterizada* e a distância de coerência se torna muito pequena, ou seja, mesmo para uma separação espacial relativamente pequena tem-se sinais descorrelacionados, favorecendo o uso de técnicas que exploram a diversidade espacial.

## 2.4 Modelo do Canal Espaço-Temporal (Macro-Célula)

Este trabalho trata de técnicas de processamento espacial num ambiente macro-celular em que a ERB utiliza uma antena multi-elementos e o móvel uma antena omnidirecional simples. Para tanto, é necessário obter expressões analíticas que descrevam o canal espaço-temporal neste ambiente. Como descrito acima, pode-se considerar um número finito de *clusters* espaço-temporais, onde cada um deles é composto por um número finito de *refletores locais*. Sendo  $P$  o número de *clusters*, o padrão de radiação do  $p$ -ésimo *cluster* devido aos seus refletores locais é dado por:

$$\beta_p(\theta) = \sum_{n=1}^{N_p} C_n(\theta, f) \exp(j2\pi\Phi_n) \exp(-j2\pi f\tau_n) \quad (2.11)$$

onde  $N_p$  é o número de refletores locais associados ao  $p$ -ésimo *cluster*,  $C_n(\theta, f)$  e  $\tau_n$  representam o padrão de radiação e o atraso de propagação do  $n$ -ésimo refletor local, respectivamente, e  $f \approx f_c$  pois o sinal transmitido é um sinal de banda estreita, i.e.  $f_c \gg B_s$ . A defasagem introduzida pela reflexão no  $n$ -ésimo refletor local é  $\Phi_n$ .

O movimento do móvel provoca o surgimento de um desvio Doppler em cada um dos refletores locais, sendo que o máximo desvio Doppler é numericamente idêntico ao espalhamento Doppler  $B_D = f_c (v/c)$ , onde  $v$  é a velocidade do móvel. O desvio Doppler resulta em coeficientes  $\beta_p(\theta)$  complexos variantes com o tempo, para uma dada direção  $\theta$ , dados por:

$$\beta_p(\theta, t) = \sum_{n=1}^{N_p(t)} C_n(\theta, f_c, t) \exp(j2\pi [B_D t \cos \Omega_n(t) + \Phi_n]) \exp(-j2\pi f_c \tau_n(t)) \quad (2.12)$$

onde  $\Omega_n(t)$  é o ângulo do vetor velocidade relativa entre o refletor local  $n$  e o móvel.

A equação acima descreve um padrão de radiação variante com o tempo. Note que  $N_p(t)$ ,  $C_n(\theta, f, t)$ ,  $\Omega_n(t)$  e  $\tau_n(t)$  também variam com o tempo, assim como o número de *clusters*  $P(t)$ , numa taxa que depende da velocidade do móvel. Porém, no ambiente considerado, pode-se assumir que o número de *clusters* significativos  $P$  e o número de refletores locais de cada *cluster*  $N_p(t)$  é aproximadamente constante durante um tempo de observação correspondente a um número relativamente grande de símbolos transmitidos (tipicamente alguns *slots*). Além disso, refletores locais associados ao mesmo *cluster* normalmente possuem atrasos similares  $\tau_n(t) = \tau_p + \Delta\tau_n(t)$ , onde  $\Delta\tau_n(t)$  é pequeno comparado com  $\tau_p$ , e  $\tau_p$  pode ser considerado constante durante o intervalo de observação. De forma análoga, o ângulo  $\Omega_n(t)$  pode ser considerado aproximadamente constante durante o tempo de observação. Nessas condições, a equação 2.12 se reduz a:

$$\beta_p(\theta, t) \approx \exp(-j2\pi f_c \tau_p) \sum_{n=1}^{N_p} C_n(\theta, f_c, t) \exp(j2\pi [B_D t \cos \Omega_n + \Phi_n]) \quad (2.13)$$

Quando uma antena de  $M$  elementos é utilizada na ERB, pode-se identificar uma resposta ao impulso variante no tempo ligando o móvel ao elemento  $m$  da antena,  $h_m(\tau, t)$ . O vetor resposta ao impulso do canal espaço-temporal é dado, então, por  $\mathbf{h}(\tau, t) = [h_1(\tau, t) \ h_2(\tau, t) \ \cdots \ h_M(\tau, t)]^T$ . Note que este canal é o resultado da superposição da contribuição de  $P$  *clusters*. Assim, incluindo-se na resposta do canal o

filtro conformador de pulso  $g(t)$ , que compreende os filtros de transmissão e recepção, o modelo representado pela equação 2.6 pode ser descrito por:

$$h_\theta(\tau, \theta, t) = \sum_{p=1}^P \alpha_{P_p}(t) \beta_p(\theta, t) g(\tau - \tau_p) \quad (2.14a)$$

$$\mathbf{h}(\tau, t) = \sum_{p=1}^P \int_{\Theta} \alpha_{P_p}(t) \beta_p(\theta, t) \mathbf{a}(\theta, \tau) * g(\tau - \tau_p) d\theta \quad (2.14b)$$

onde os coeficientes  $\alpha_{P_p}(t)$  e  $\beta_p(\theta, t)$  correspondem, respectivamente, ao desvanecimento de larga e de pequena escala e  $\mathbf{a}(\theta, \tau) = [a_1(\theta)\delta(\tau) \cdots a_M(\theta)\delta(\tau - \tau_M(\theta))]^T$  é a resposta espaço-temporal da antena, sendo  $a_m(\theta)$  a resposta do elemento  $m$  na direção  $\theta$  e  $\tau_m(\theta)$  o atraso de propagação entre o primeiro e o  $m$ -ésimo elemento.

Para o arranjo linear uniformemente espaçado mostrado na figura 2.6, os atrasos  $\tau_m(\theta)$  são dados por:

$$\tau_m(\theta) = (m - 1) \frac{d}{c} \sin \theta \quad (2.15)$$

onde  $d$  é o espaçamento entre os elementos da antena. Logo, mesmo que a largura de banda de cada elemento limite a largura de banda da antena, uma limitação mais severa é imposta pelo atraso de propagação entre os diferentes elementos. Entretanto, nos sistemas considerados, a largura de banda  $B_g$  do filtro  $g(t)$  é tal que:

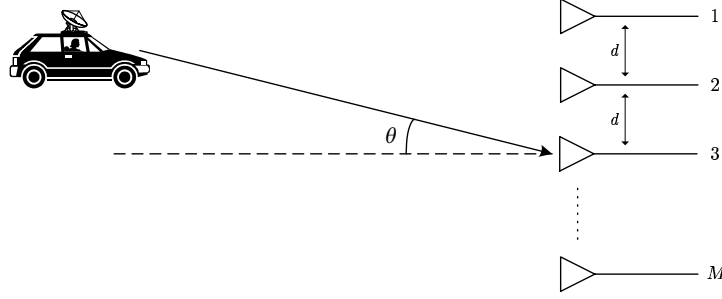
$$B_g \ll \frac{1}{\max \tau_m(\theta)} \quad \forall \theta \in \Theta \quad (2.16)$$

Em outras palavras, o atraso adicional introduzido pela propagação entre os elementos da antena é desprezível em relação à duração de um símbolo  $T_s$ , inverso da largura de banda do sinal  $B_s$  que, por sua vez, é menor ou igual a  $B_g$ . Essa premissa é normalmente denominada na literatura de *hipótese de banda estreita* ou *processamento espacial de banda estreita* e equivale a dizer que a antena possui uma resposta plana nas frequências do sinal transmitido. Pode-se então assumir que:

$$a_m(\theta)\delta(\tau - \tau_m(\theta)) * g(\tau - \tau_p) \approx a_m(\theta)g(\tau - \tau_p)e^{-j2\pi f_c \tau_m(\theta)} \quad (2.17)$$

onde o termo  $e^{-j2\pi f_c \tau_m(\theta)}$  representa o atraso de fase da portadora entre o primeiro e o  $m$ -ésimo elemento da antena. Nessas condições, tem-se:

$$\mathbf{a}(\theta) = [a_1(\theta) \ a_2(\theta)e^{-j2\pi f_c \tau_2(\theta)} \ \dots \ a_M(\theta)e^{-j2\pi f_c \tau_M(\theta)}]^T \quad (2.18)$$



**Figura 2.6:** Arranjo linear de elementos

onde a variável  $\tau$  foi suprimida devido à hipótese de banda estreita.

Considere ainda que todos os elementos da antena possuem o mesmo padrão de radiação  $a(\theta)$ . Pode-se então definir o *vetor direcional* da antena  $\mathbf{d}(\theta)$  como:

$$\mathbf{d}(\theta) = [1 \quad e^{-j2\pi f_c \frac{d}{c} \sin(\theta)} \quad \dots \quad e^{-j2\pi f_c (M-1) \frac{d}{c} \sin(\theta)}]^T \quad (2.19)$$

E a resposta espaço-temporal da antena fica sendo uma combinação do padrão de radiação de cada elemento com o vetor direcional:

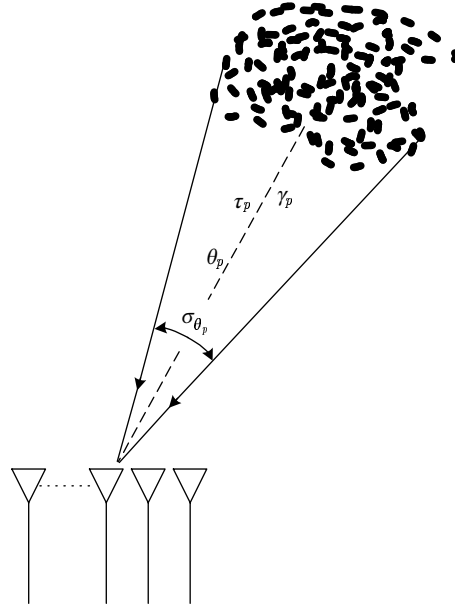
$$\mathbf{a}(\theta) = a(\theta)\mathbf{d}(\theta) \quad (2.20)$$

Revisitando a equação 2.14b, pode-se assumir, de acordo com [42], que num ambiente macro-celular os *clusters* estão suficientemente espaçados no domínio do ângulo, de tal modo que a integral sobre  $\Theta$  pode ser dividida em  $P$  integrais nos sub-intervalos  $\Theta_p$ , com  $p = 1, \dots, P$ , onde  $\Theta_p$  representa a *largura de banda angular* do *cluster*  $p$ . Sob essa hipótese, cada *cluster* é caracterizado pela fração da potência total associada a ele  $\gamma_p$ , seu DOA nominal (médio)  $\theta_p$ , seu espalhamento angular  $\sigma_{\theta_p}$  e seu atraso  $\tau_p$ , como mostrado na figura 2.7.

Levando-se em conta as hipóteses acima e considerando que a resposta de cada elemento da antena na faixa de ângulos de interesse é unitária,  $a(\theta) = 1$ , o modelo do canal espaço-temporal das equações 2.14a e 2.14b se reduz à:

$$h_{\theta}(\tau, \theta, t) = \sum_{p=1}^P \alpha_p(\theta, t) g(\tau - \tau_p) \quad (2.21a)$$

$$\mathbf{h}(\tau, t) = \sum_{p=1}^P \int_{\Theta_p} \alpha_p(\theta, t) \mathbf{d}(\theta) g(\tau - \tau_p) d\theta \quad (2.21b)$$



**Figura 2.7:** Modelo físico de um *cluster* do canal

onde  $\Theta_p = [\theta_p - \frac{\sigma_{\theta_p}}{2}, \theta_p + \frac{\sigma_{\theta_p}}{2}]$  e  $\alpha_p(\theta, t) = \alpha_{P_p}(t)\beta_p(\theta, t)$  inclui o desvanecimento de larga escala e o de pequena escala. Vale ainda a pena ressaltar que o termo  $\alpha_p(\theta, t)$  é caracterizado pela sua autocorrelação:

$$E \{ \alpha_p(\theta, t) \alpha_p^*(\theta + \Delta\theta, t + \Delta t) \} = R_{\alpha_p}(\theta, \Delta t) \delta(\Delta\theta) \quad (2.22)$$

onde  $R_{\alpha_p}(\theta, 0)$  representa o perfil angular de potência do *cluster*  $p$ . A potência média associada ao multipercursos gerado por esse *cluster* é dada por  $\int_{\Theta_p} R_{\alpha_p}(\theta, 0) d\theta = \gamma_p$ .

Note que os desvanecimentos  $\alpha_p(\theta_1, t)$  e  $\alpha_p(\theta_2, t)$ , correspondentes a ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_2$  diferentes, são descorrelacionados entre si.

Devido à hipótese de reflexões descorrelacionadas entre os *clusters*, tem-se:

$$E \{ \alpha_j(\theta, t) \alpha_k^*(\theta + \Delta\theta, t + \Delta t) \} = \begin{cases} R_{\alpha_j}(\theta, \Delta t) \delta(\Delta\theta) & j = k \\ 0 & j \neq k \end{cases} \quad (2.23)$$

### Relação com desvanecimento Rayleigh

Considere o processo estocástico  $\beta_p(\theta, t)$  estacionário no sentido amplo em  $t$  para qualquer direção  $\theta$ , dado pela equação 2.13. Modelando-se a contribuição dos refletores locais associados ao *cluster*  $p$  como variáveis aleatórias independentes e idencia-

mente distribuídas (i.i.d.), de média finita e variância finita não-nula, e assumindo-se que o número de refletores locais  $N_p$  é grande o suficiente, o teorema central do limite pode ser invocado e  $\beta_p(\theta, t)$  pode ser modelado como um processo estocástico gaussiano complexo, sendo suas partes real e imaginária independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.). Logo, a fase de  $\beta_p(\theta, t)$  é uniformemente distribuída entre  $[0, 2\pi]$  e seu módulo possui distribuição de Rayleigh, ou seja:

$$f_{|\beta_p|}(r) = \begin{cases} \frac{r}{\sigma_r^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}} & r \geq 0 \\ 0 & r < 0 \end{cases} \quad (2.24)$$

onde  $2\sigma_r^2$  é sua variância. O mesmo vale, a menos de um fator de escala, para  $\alpha_p(\theta, t)$  nas equações 2.21a e 2.21b.

### 2.4.1 Sinal recebido pela ERB

Considerando que o móvel transmite o sinal  $s(t)$  através do canal vetorial descrito pela equação 2.21b, o sinal recebido pela ERB é dado pelo vetor:

$$\mathbf{x}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{h}(\tau, t) s(t - \tau) d\tau \quad (2.25)$$

onde  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \cdots \ x_M(t)]^T$  e  $x_m(t)$  é o sinal recebido pelo elemento  $m$ .

Substituindo-se o canal espaço-temporal  $\mathbf{h}(\tau, t)$  da equação 2.21b na equação acima, tem-se:

$$\mathbf{x}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left( \sum_{p=1}^P \int_{\Theta_p} \alpha_p(\theta, t) \mathbf{d}(\theta) g(\tau - \tau_p) d\theta \right) s(t - \tau) d\tau \quad (2.26)$$

Note que  $\mathbf{x}(t)$  é um processo estocástico estacionário no sentido amplo em  $t$ , caracterizado pela sua *matriz de autocorrelação espaço-temporal* (MACET), definida por:



$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_{\mathbf{x}}(t_1, t_2) &= \mathbb{E} \{ \mathbf{x}(t_1) \mathbf{x}^H(t_2) \} \\
&= \mathbb{E} \left\{ \int_{\tau=-\infty}^{\infty} \left[ \sum_{p=1}^P \left( \int_{\theta \in \Theta_p} \alpha_p(\theta, t_1) \mathbf{d}(\theta) d\theta \right) g(\tau - \tau_p) \right] s(t_1 - \tau) d\tau \cdot \right. \\
&\quad \left. \int_{v=-\infty}^{\infty} \left[ \sum_{q=1}^P \left( \int_{\varphi \in \Theta_q} \alpha_q^*(\varphi, t_2) \mathbf{d}^H(\varphi) d\varphi \right) g^*(v - \tau_q) \right] s^*(t_2 - v) dv \right\}
\end{aligned} \tag{2.27}$$

Rearranjando os termos da equação acima, tem-se:

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_{\mathbf{x}}(t_1, t_2) &= \\
&\mathbb{E} \left\{ \int_{\tau=-\infty}^{\infty} \int_{v=-\infty}^{\infty} \left[ \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^P \left( \int_{\theta \in \Theta_p} \int_{\varphi \in \Theta_q} \alpha_p(\theta, t_1) \alpha_q^*(\varphi, t_2) \mathbf{d}(\theta) \mathbf{d}^H(\varphi) d\varphi d\theta \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. g(\tau - \tau_p) g^*(v - \tau_q) \right] s(t_1 - \tau) s^*(t_2 - v) dv d\tau \right\}
\end{aligned} \tag{2.28}$$

Os únicos termos estocásticos da expressão acima são os desvanecimentos  $\alpha_j(\theta, t)$  e o sinal transmitido  $s(t)$ , sendo que ambos são estocásticos em  $t$  e independentes entre si. Logo, o operador esperança só atuará sobre os termos:

$$\begin{aligned}
\text{I} &= \mathbb{E} \{ \alpha_p(\theta, t_1) \alpha_q^*(\varphi, t_2) \} \\
\text{II} &= \mathbb{E} \{ s(t_1 - \tau) s^*(t_2 - v) \}
\end{aligned}$$

A análise do termo I, relembando a decorrelação entre os fatores  $\alpha_p(\theta, t_1)$  e  $\alpha_q(\varphi, t_2)$  para  $p \neq q$  (equação 2.23), mostra que todos os termos cruzados do somatório duplo se anulam, levando à:

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_{\mathbf{x}}(t_1, t_2) &= \\
&\int_{\tau=-\infty}^{\infty} \int_{v=-\infty}^{\infty} \left[ \sum_{p=1}^P \left( \int_{\theta \in \Theta_p} R_{\alpha_p}(\theta, t_2 - t_1) \mathbf{d}(\theta) \mathbf{d}^H(\theta) d\theta \right) g(\tau - \tau_p) g^*(v - \tau_p) \right] \cdot \\
&\quad \mathbb{E} \{ s(t_1 - \tau) s^*(t_2 - v) \} dv d\tau
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Considerando que o sinal transmitido  $s(t)$  é branco e sua potência é  $\sigma_s^2$ , o termo II se reduz à  $\sigma_s^2 \delta(t_2 - v - (t_1 - \tau))$  e:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\mathbf{x}}(t_1, t_2) &= \\ &= \sigma_s^2 \int_{\tau=-\infty}^{\infty} \sum_{p=1}^P \left( \int_{\theta \in \Theta_p} R_{\alpha_p}(\theta, t_2 - t_1) \mathbf{d}(\theta) \mathbf{d}^H(\theta) d\theta \right) g(\tau - \tau_p) g^*(t_2 - t_1 - \tau - \tau_p) d\tau \\ &= \sigma_s^2 \sum_{p=1}^P \left( \int_{\theta \in \Theta_p} R_{\alpha_p}(\theta, t_2 - t_1) \mathbf{d}(\theta) \mathbf{d}^H(\theta) d\theta \int_{\tau=-\infty}^{\infty} g(\tau - \tau_p) g^*(t_2 - t_1 - \tau - \tau_p) d\tau \right) \end{aligned} \quad (2.30)$$

Note que o termo  $\int_{\tau=-\infty}^{\infty} g(\tau - \tau_p) g^*(t_2 - t_1 - \tau - \tau_p) d\tau$  corresponde à correlação temporal do filtro  $g(t)$  para um intervalo  $t_2 - t_1$ . Observando que  $g(t)$  é uma função par<sup>1</sup> e efetuando-se a troca de variáveis  $v = \tau - \tau_p$ , tem-se:

$$\int_{\tau=-\infty}^{\infty} g(v) g^*(t_2 - t_1 + v) dv = R_g(t_2 - t_1) \quad (2.31)$$

Observando que a função de autocorrelação espaço-temporal é função apenas da diferença  $\Delta t = t_2 - t_1$  e não dos instantes em si, conclui-se que, como mencionado acima, o processo  $\mathbf{x}(t)$  é estacionário no sentido amplo. Logo, a matriz de autocorrelação espaço-temporal do sinal recebido  $\mathbf{x}(t)$  é dada por:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}}(\Delta t) = \sigma_s^2 R_g(\Delta t) \sum_{p=1}^P \left( \int_{\theta \in \Theta_p} R_{\alpha_p}(\theta, \Delta t) \mathbf{d}(\theta) \mathbf{d}^H(\theta) d\theta \right) \quad (2.32)$$

Pode-se então identificar a *matriz de autocorrelação espaço-temporal do canal*:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{h}^{\sigma_\theta}}(\Delta t) = R_g(\Delta t) \sum_{p=1}^P \left( \int_{\theta \in \Theta_p} R_{\alpha_p}(\theta, \Delta t) \mathbf{d}(\theta) \mathbf{d}^H(\theta) d\theta \right) \quad (2.33)$$

onde o elemento  $[\mathbf{R}_{\mathbf{h}^{\sigma_\theta}}(\Delta t)]_{k,l}$  corresponde à correlação entre os elementos  $k$  e  $l$  da

---

<sup>1</sup>Essa propriedade vem do uso de um filtro casado na recepção  $f_{\text{Rx}}(t)$ , cuja relação com o filtro de transmissão  $f_{\text{Tx}}(t)$  é dada por  $f_{\text{Tx}}(t) = f_{\text{Rx}}^*(-t)$ . Logo, o filtro  $g(t)$  dado pela convolução  $f_{\text{Tx}}(t) * f_{\text{Rx}}(t)$  é par.

antena para um intervalo  $\Delta t$  e a notação  $\mathbf{R}_{\mathbf{h}^{\sigma_\theta}}(\cdot)$  indica um espalhamento angular não nulo em pelo menos um dos *clusters*.

Fazendo-se  $\Delta t = 0$ , chega-se à *matriz de autocorrelação espacial* (MACE) do canal, dada por:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{h}^{\sigma_\theta}} = \mathbf{R}_{\mathbf{h}^{\sigma_\theta}}(0) = \sum_{p=1}^P \left( \int_{\theta \in \Theta_p} R_{\alpha_p}(\theta, 0) \mathbf{d}(\theta) \mathbf{d}^H(\theta) d\theta \right) \quad (2.34)$$

onde, sem perda de generalidade, considerou-se  $R_g(0) \triangleq 1$  e a informação  $\Delta t = 0$  será omitida sempre que se tratar da MACE.

Vale ressaltar que essa matriz contém informação apenas sobre a correlação espacial dos elementos do canal vetorial e, portanto, nenhuma informação sobre as propriedades no domínio temporal.

### Espalhamento angular nulo

Uma simplificação adicional pode ser obtida considerando o espalhamento angular pequeno o suficiente de modo que a energia associada ao *cluster*  $p$  esteja principalmente concentrada no DOA nominal  $\theta_p$ .

Na ausência de espalhamento angular tem-se que  $\alpha_p(\theta, t) = \alpha_p(\theta_p, t) \delta(\theta - \theta_p)$ , o que implica na seguinte matriz de autocorrelação espaço-temporal:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{h}}(\Delta t) = R_g(\Delta t) \sum_{p=1}^P R_{\alpha_p}(\Delta t) \mathbf{d}(\theta_p) \mathbf{d}^H(\theta_p) \quad (2.35)$$

onde a notação  $\mathbf{R}_{\mathbf{h}}(\cdot)$  indica espalhamento angular nulo.

Ainda, a matriz de autocorrelação espacial se reduz à:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{h}} = \mathbf{R}_{\mathbf{h}}(0) = \sum_{p=1}^P \gamma_p \mathbf{d}(\theta_p) \mathbf{d}^H(\theta_p) \quad (2.36)$$

## 2.5 Modelo discreto

Nesta seção é apresentado o modelo banda-base discreto para a transmissão de símbolos entre o móvel e a ERB para os canais direto e reverso. A análise a seguir se restringe ao caso de modulações lineares em canais lineares na presença de ruído

aditivo. Além disso, consideram-se *sinais de banda estreita*, ou seja, aqueles cuja largura de banda  $B_s$  é muito pequena quando comparada à frequência da portadora. Neste caso, o critério de Nyquist pode ser respeitado amostrando-se o sinal na taxa de símbolo  $1/T_s$ .

Como o canal é suposto limitado em frequência, ele possui resposta ao impulso ilimitada no tempo. Após a amostragem, o canal é então representado por um filtro de comprimento finito (FIR). Porém, nos casos práticos, pode-se considerar que o canal só é significativo num intervalo finito de tempo  $LT$ , levando a uma representação do canal como um filtro FIR variante no tempo de comprimento  $L$ .

### 2.5.1 Enlace Reverso

Considere que o móvel transmite os símbolos  $s(n)$  através de um canal linear variante no tempo com ruído aditivo. O sinal recebido pelo elemento  $m$  da antena na ERB é dado por:

$$x_m(n) = \sum_k h_{m,k}(n)s(n-k) + v_m(n) \quad (2.37)$$

onde  $h_{m,k}(n)$  é um filtro FIR na variável  $k$  variante com o tempo  $n$ , ligando o móvel ao elemento  $m$  da antena, e  $v_m(n)$  é a amostra do ruído presente no elemento  $m$  da antena no instante  $n$ . Observe que a equação acima é a versão discreta da equação 2.25.

Devido ao comprimento finito do canal, o somatório da equação acima pode ser escrito como um produto escalar e o sinal  $x_m(n)$  pode ser reescrito como:

$$x_m(n) = \mathbf{h}_m(n)\mathbf{s}_L(n) + v_m(n) \quad (2.38)$$

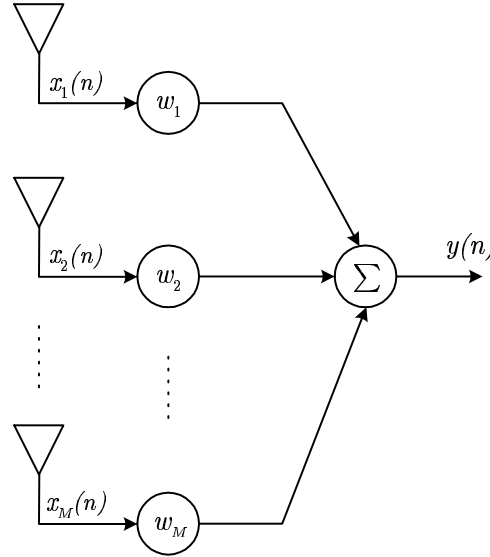
onde  $\mathbf{h}_m(n) = [h_{m,0}(n) \ h_{m,1}(n) \ \cdots \ h_{m,L-1}(n)]$  e  $\mathbf{s}_L(n) = [s(n) \ s(n-1) \ \cdots \ s(n-L+1)]^T$ .

O vetor de sinal recebido na ERB  $\mathbf{x}(n)$  é dado, então, por:

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{H}(n)\mathbf{s}_L(n) + \mathbf{v}(n) \quad (2.39)$$

$$\mathbf{x}(n) = \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \\ \vdots \\ x_M(n) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1(n) \\ \mathbf{h}_2(n) \\ \vdots \\ \mathbf{h}_M(n) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}(n) = \begin{bmatrix} v_1(n) \\ v_2(n) \\ \vdots \\ v_M(n) \end{bmatrix}$$

onde cada linha  $m$  da matriz  $\mathbf{H}(n)$  corresponde à resposta ao impulso do canal entre o móvel e o elemento  $m$  da antena da ERB e  $\mathbf{v}(n)$  é o vetor de amostras de ruído na antena.



**Figura 2.8:** Processamento puramente espacial

### Processamento espacial

Considere, inicialmente, que o processamento realizado na ERB é puramente espacial, ou seja, a cada elemento da antena é atribuído um coeficiente complexo que multiplica o sinal por ele recebido. O sinal resultante é a soma do sinal de todos os elementos, após ponderação, como mostra a figura 2.8 e a equação seguinte:

$$y(n) = \sum_{m=1}^M w_m x_m(n) \quad (2.40)$$

Agrupando os coeficientes da antena no vetor  $\mathbf{w} = [w_1 \ w_2 \ \cdots \ w_M]^T$ , o sinal resultante, após processamento, é dado por:

$$y(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{H}(n) \mathbf{s}_L(n) + \mathbf{w}^H \mathbf{v}(n) \quad (2.41)$$

### Processamento Espaço-Temporal

No processamento espaço-temporal, também são consideradas as amostras atrasadas de  $\mathbf{x}(n)$ . Uma sequência de  $N$  amostras de  $\mathbf{x}(n)$  pode ser representada por:

$$\boldsymbol{\chi}_N(n) = \mathcal{T}_N\{\mathbf{H}(n)\}\mathbf{s}_{N+L-1}(n) + \boldsymbol{\nu}_N(n) \quad (2.42)$$

$$\boldsymbol{\chi}_N(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(n) \\ \mathbf{x}(n-1) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(n-N+1) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\nu}_N(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{v}(n) \\ \mathbf{v}(n-1) \\ \vdots \\ \mathbf{v}(n-N+1) \end{bmatrix}$$

onde a matriz de convolução do canal de comprimento  $N$ ,  $\mathcal{T}_N\{\mathbf{H}(n)\}$ , é uma matriz Toeplitz por blocos com  $MN$  linhas por  $N+L-1$  colunas, formada da seguinte maneira:

$$\mathcal{T}_N\{\mathbf{H}(n)\} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(n) & \mathbf{0}_{M \times (N-1)} \\ \mathbf{0}_{M \times 1} & \mathbf{H}(n-1) & \mathbf{0}_{M \times (N-2)} \\ \mathbf{0}_{M \times 1} & \mathbf{0}_{M \times 1} & \mathbf{H}(n-2) & \mathbf{0}_{M \times (N-3)} \\ \vdots & & \ddots & \\ \mathbf{0}_{M \times (N-1)} & & & \mathbf{H}(n-N) \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

onde  $\mathbf{0}_{k \times l}$  representa uma matriz de zeros com  $k$  linhas e  $l$  colunas.

---

#### EXEMPLO 2.1:

---

Considere uma situação em que a antena da ERB é formada por  $M = 4$  elementos, o canal tem comprimento  $L = 3$  períodos de símbolo e o processamento espaço-temporal é feito sobre  $N = 3$  amostras. A resposta ao impulso espaço-temporal do canal  $\mathbf{H}(n)$  é dada por:

$$\mathbf{H}(n) = \begin{bmatrix} h_{1,0}(n) & h_{1,1}(n) & h_{1,2}(n) \\ h_{2,0}(n) & h_{2,1}(n) & h_{2,2}(n) \\ h_{3,0}(n) & h_{3,1}(n) & h_{3,2}(n) \\ h_{4,0}(n) & h_{4,1}(n) & h_{4,2}(n) \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Finalmente, de acordo com a equação 2.43, a matriz de convolução do canal é

dada por:

$$\mathcal{T}_3\{\mathbf{H}(n)\} = \begin{bmatrix} \begin{array}{ccc|cc} h_{1,0}(n) & h_{1,1}(n) & h_{1,2}(n) & 0 & 0 \\ h_{2,0}(n) & h_{2,1}(n) & h_{2,2}(n) & 0 & 0 \\ h_{3,0}(n) & h_{3,1}(n) & h_{3,2}(n) & 0 & 0 \\ h_{4,0}(n) & h_{4,1}(n) & h_{4,2}(n) & 0 & 0 \end{array} \\ \begin{array}{c|ccc|c} 0 & h_{1,0}(n-1) & h_{1,1}(n-1) & h_{1,2}(n-1) & 0 \\ 0 & h_{2,0}(n-1) & h_{2,1}(n-1) & h_{2,2}(n-1) & 0 \\ 0 & h_{3,0}(n-1) & h_{3,1}(n-1) & h_{3,2}(n-1) & 0 \\ 0 & h_{4,0}(n-1) & h_{4,1}(n-1) & h_{4,2}(n-1) & 0 \end{array} \\ \begin{array}{cc|ccc|c} 0 & 0 & h_{1,0}(n-2) & h_{1,1}(n-2) & h_{1,2}(n-2) & \\ 0 & 0 & h_{2,0}(n-2) & h_{2,1}(n-2) & h_{2,2}(n-2) & \\ 0 & 0 & h_{3,0}(n-2) & h_{3,1}(n-2) & h_{3,2}(n-2) & \\ 0 & 0 & h_{4,0}(n-2) & h_{4,1}(n-2) & h_{4,2}(n-2) & \end{array} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$


---

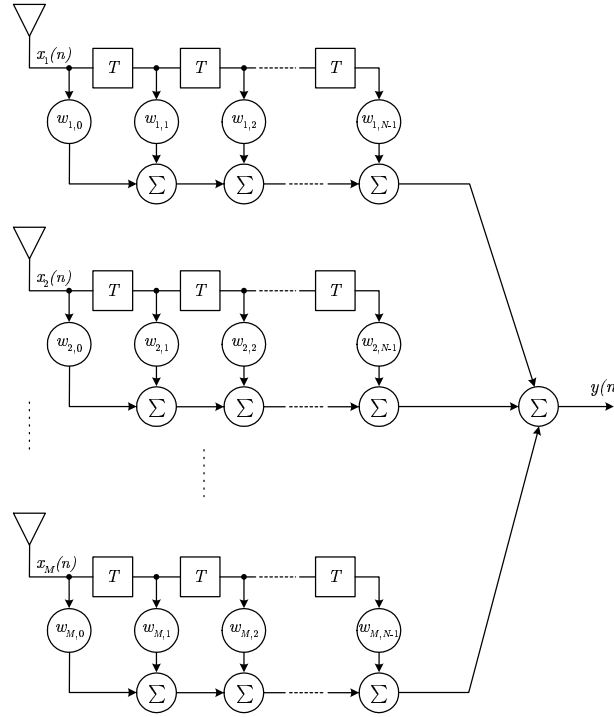
A figura 2.9 da página seguinte mostra o esquema do processamento espaço-temporal, em que os sinais de cada elemento e suas amostras atrasadas são somados, após ponderação, para obtenção do sinal resultante. Essa operação é descrita por:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{m=1}^M w_{m,k} x_m(n-k) \quad (2.46)$$

onde o coeficiente  $w_{m,k}$  se refere ao  $m$ -ésimo elemento da antena, com um atraso  $k$ . Agrupando-se os coeficientes de mesmo atraso, pode-se escrever:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{w}_k^H \mathbf{x}(n-k) \quad (2.47)$$

$$\mathbf{w}_k = [w_{1,k} \quad w_{2,k} \quad \cdots \quad w_{M,k}]^T$$



**Figura 2.9:** Processamento espaço-temporal

Agrupando-se ainda os vetores  $\mathbf{w}_k$  no vetor  $\boldsymbol{\omega}$  dado por:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_0 \\ \mathbf{w}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{w}_{N-1} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

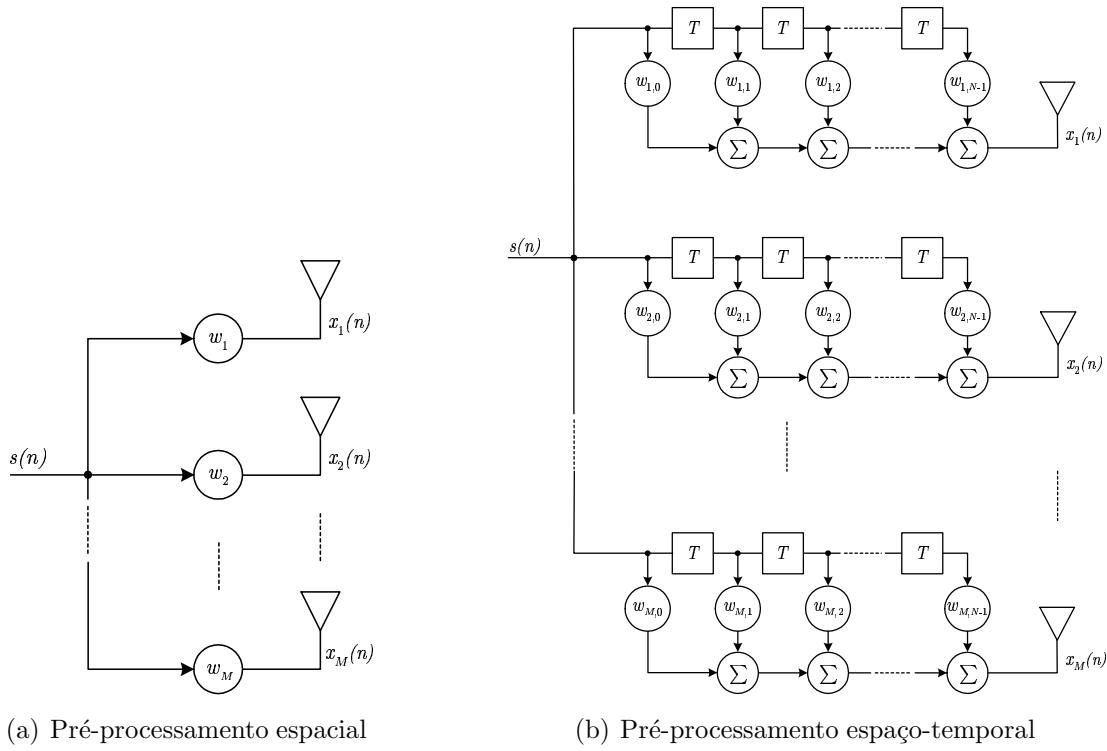
e relembando a equação 2.42, pode-se escrever, de forma matricial:

$$y(n) = \boldsymbol{\omega}^H \boldsymbol{\chi}_N(n) = \boldsymbol{\omega}^H \mathcal{T}_N\{\mathbf{H}(n)\} \mathbf{s}_{N+L-1}(n) + \boldsymbol{\omega}^H \boldsymbol{\nu}_N(n) \quad (2.49)$$

### 2.5.2 Enlace Direto

Considere, agora, que a ERB transmite o sinal  $s(n)$  através do mesmo canal discutido acima. De forma análoga ao enlace reverso, pode ser realizado um pré-processamento espacial puro ou espaço-temporal antes de se obter o sinal  $\mathbf{x}(n)$  a ser transmitido pela antena, como mostra a figura 2.10.



**Figura 2.10:** Pré-processamento espacial e espaço-temporal

### Pré-processamento espacial

Sendo  $x_m(n)$  o sinal transmitido pelo  $m$ -ésimo elemento da antena, o sinal recebido pelo móvel se escreve:

$$y(n) = \sum_{m=1}^M \mathbf{h}_m(n) \mathbf{x}_{m_L}(n) + v(n) \quad (2.50)$$

onde  $v(n)$  é a amostra do ruído branco gaussiano no instante  $n$  e  $\mathbf{x}_{m_L}(n) = [x_m(n) \ x_m(n-1) \ \cdots \ x_m(n-L+1)]^T$ .

Como o sinal  $\mathbf{x}_{m_L}(n)$  é dado por  $w_m \mathbf{s}_L(n)$ , a equação anterior se reduz à:

$$y(n) = \left[ \sum_{m=1}^M w_m \mathbf{h}_m(n) \right] \mathbf{s}_L(n) + v(n) \quad (2.51)$$

Finalmente, o somatório da equação acima pode ser escrito de forma matricial,

levando a:

$$y(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{H}(n) \mathbf{s}_L(n) + v(n) \quad (2.52)$$

Observe que, como o processamento e a convolução com o canal são ambas operações lineares. A equação acima, a menos do termo devido ao ruído, é idêntica à equação 2.41 relativa ao processamento espacial no enlace reverso.

### Pré-processamento espaço-temporal

Invocando a linearidade do processamento espaço-temporal e da convolução com o canal, a equação que descreve o sinal recebido pelo móvel quando é efetuado um pré-processamento na ERB é idêntica, a menos do termo relativo ao ruído, à equação 2.49. Logo, o sinal recebido pelo móvel é descrito por:

$$y(n) = \boldsymbol{\omega}^H \mathcal{T}_N \{ \mathbf{H}(n) \} \mathbf{s}_{N+L-1}(n) + v(n) \quad (2.53)$$

### 2.5.3 Canal

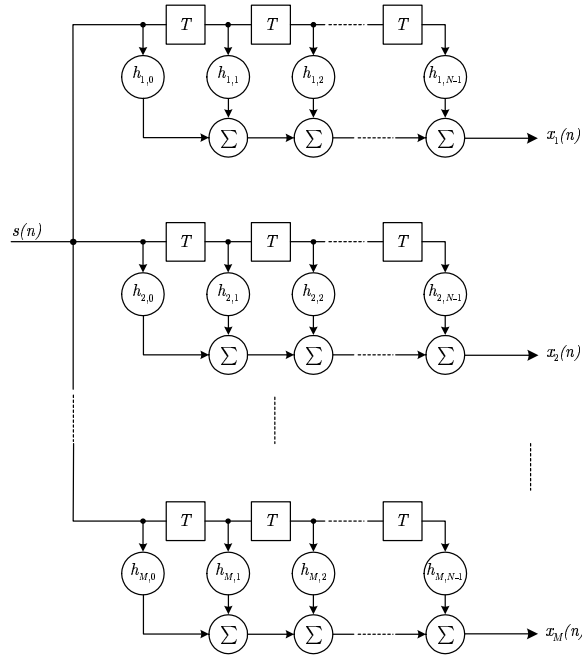
Durante o desenvolvimento anterior foi introduzida a matriz que representa o canal discreto  $\mathbf{H}(n)$ . Essa matriz corresponde a um sistema SIMO (*Single-Input Multiple-Output*) variante no tempo, representada na figura 2.11. A matriz é formada por  $M$  linhas, correspondentes aos  $M$  elementos da antena, e por  $L$  colunas, relativas aos atrasos:

$$\mathbf{H}(n) = \begin{bmatrix} h_{1,0}(n) & h_{1,1}(n) & \cdots & h_{1,L-1}(n) \\ h_{2,0}(n) & h_{2,1}(n) & \cdots & h_{2,L-1}(n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M,0}(n) & h_{M,1}(n) & \cdots & h_{M,L-1}(n) \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

A equação 2.21b modela esse sistema SIMO num ambiente macro-celular. Sua representação discreta é dada por:

$$\mathbf{H}^{\sigma_\theta}(n) = \sum_{p=1}^P \tilde{\mathbf{d}}(\Theta_p, n) \mathbf{g}_p \quad (2.55)$$

$$\tilde{\mathbf{d}}(\Theta_p, n) = \begin{bmatrix} \tilde{d}_1(\Theta_p, n) \\ \tilde{d}_2(\Theta_p, n) \\ \vdots \\ \tilde{d}_M(\Theta_p, n) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g}_p = \begin{bmatrix} g_{p,0} & g_{p,1} & \cdots & g_{p,L-1} \end{bmatrix}$$

**Figura 2.11:** Sistema SIMO

onde o termo  $\tilde{\mathbf{d}}(\Theta_p, n) = \sum_{\theta \in \Theta_p} \alpha_p(\theta, n) \mathbf{d}(\theta)$  inclui o efeito do desvanecimento e do espalhamento angular e o vetor linha  $\mathbf{g}_p$  corresponde ao filtro  $g(t)$  amostrado, sendo o elemento  $g_{p,l}$  dado por  $g(lT - \tau_p)$ ,  $l = 0 \dots L - 1$ . A notação  $\mathbf{H}^{\sigma_\theta}(\cdot)$  indica espalhamento angular não nulo.

Observe que, no termo  $\tilde{\mathbf{d}}(\Theta_p, n)$ , a integral em  $\theta$  foi substituída por um somatório, pois considera-se a versão discretizada da integral, na qual o somatório cobre um número suficientemente grande de ângulos no intervalo  $\Theta_p$ . Desta forma, pode-se enxergar o espalhamento angular como a distribuição de um número muito grande de direções de chegada discretas em torno do DOA nominal. Assim, a equação 2.55 se reescreve como:

$$\mathbf{H}^{\sigma_\theta}(n) = \sum_{p=1}^P \sum_{\theta \in \Theta_p} \alpha_p(\theta, n) \mathbf{d}(\theta) \mathbf{g}_p \quad (2.56)$$

Quando o espalhamento angular é nulo, o intervalo  $\Theta_p$  compreende um único ângulo  $\theta_p$  e a equação acima se reduz à:

$$\mathbf{H}(n) = \sum_{p=1}^P \alpha_p(n) \mathbf{d}(\theta_p) \mathbf{g}_p \quad (2.57)$$

onde a notação  $\mathbf{H}(\cdot)$ , com contraposição à  $\mathbf{H}^{\sigma_\theta}(\cdot)$ , indica espalhamento angular nulo e o desvanecimento  $\alpha_p(\theta_p, n)$  pode ser denotado simplesmente  $\alpha_p(n)$  uma vez que, para cada *cluster*  $p$ , ele depende apenas do instante  $n$ , sendo a direção  $\theta_p$  fixa.

### 2.5.4 Matriz de Autocorrelação do Canal

Até o presente momento, apresentou-se o modelo discreto do canal e dos sinais, assim como as expressões que os relacionam. Resta, agora, a caracterização do canal em termos de sua função de autocorrelação espacial e espaço-temporal.

No caso puramente espacial, a autocorrelação do sinal na antena  $\mathbf{x}(n)$  se escreve, partindo-se da equação 2.39 e considerando-se apenas o termo relativo ao sinal, como:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}} = \mathbb{E} \{ \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n) \} = \mathbb{E} \{ \mathbf{H}^{\sigma_\theta}(n) \mathbf{s}_L(n) \mathbf{s}_L^H(n) \mathbf{H}^{\sigma_\theta H}(n) \} = \sigma_s^2 \mathbb{E} \{ \mathbf{H}(n) \mathbf{H}^{\sigma_\theta H}(n) \} \quad (2.58)$$

Observando-se a equação acima, pode-se identificar a matriz de autocorrelação espacial do canal:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{h}^{\sigma_\theta}} = \mathbb{E} \{ \mathbf{H}^{\sigma_\theta}(n) \mathbf{H}^{\sigma_\theta H}(n) \} \quad (2.59)$$

Substituindo-se o modelo da equação 2.56 na expressão 2.59 tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\mathbf{h}^{\sigma_\theta}} &= \mathbb{E} \{ \mathbf{H}^{\sigma_\theta}(n) \mathbf{H}^{\sigma_\theta H}(n) \} \\ &= \mathbb{E} \left\{ \sum_{p=1}^P \sum_{\theta \in \Theta_p} \alpha_p(\theta, n) \mathbf{d}(\theta) \mathbf{g}_p \sum_{q=1}^P \sum_{\varphi \in \Theta_q} \alpha_q^*(\varphi, n) \mathbf{d}^H(\varphi) \mathbf{g}_q^H \right\} \\ &= \sum_{p=1}^P \sum_{\theta \in \Theta_p} R_{\alpha_p}(\theta, 0) \mathbf{d}(\theta) \mathbf{d}^H(\theta) \end{aligned} \quad (2.60)$$

onde os termos  $\alpha_p(\cdot)$  e  $\alpha_q(\cdot)$  são considerados decorrelacionados, para  $p \neq q$ , e a potência do filtro conformador  $\mathbf{g}_p$ , dada por  $\mathbf{g}_p \mathbf{g}_p^H$ , unitária.

Na condição de espalhamento angular nulo, utilizando-se a equação 2.57, a matriz

de autocorrelação espacial do canal se reduz à:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_h &= E \{ \mathbf{H}(n) \mathbf{H}^H(n) \} \\
 &= \sum_{p=1}^P E \{ \alpha_p(n) \alpha_p^*(n) \} \mathbf{d}(\theta_p) \mathbf{d}^H(\theta_p) \\
 &= \sum_{p=1}^P \gamma_p \mathbf{d}(\theta_p) \mathbf{d}^H(\theta_p)
 \end{aligned} \tag{2.61}$$

De forma análoga, partindo-se da equação 2.42 e considerando-se apenas o termo relativo ao sinal, a autocorrelação de  $N$  amostras do sinal na antena  $\chi_N(n)$  é dada por:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_x &= E \{ \chi_N(n) \chi_N^H(n) \} \\
 &= E \left\{ \mathcal{T}_N \{ \mathbf{H}^{\sigma_\theta}(n) \} \mathbf{s}_{N+L-1}(n) \mathbf{s}_{N+L-1}^H(n) \mathcal{T}_N^H \{ \mathbf{H}^{\sigma_\theta}(n) \} \right\} \\
 &= \sigma_s^2 E \left\{ \mathcal{T}_N \{ \mathbf{H}^{\sigma_\theta}(n) \} \mathcal{T}_N^H \{ \mathbf{H}^{\sigma_\theta}(n) \} \right\}
 \end{aligned} \tag{2.62}$$

Novamente, pode-se identificar a matriz de autocorrelação espaço-temporal do canal:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{H}^{\sigma_\theta}} = E \left\{ \mathcal{T}_N \{ \mathbf{H}^{\sigma_\theta}(n) \} \mathcal{T}_N^H \{ \mathbf{H}^{\sigma_\theta}(n) \} \right\} \tag{2.63}$$

A matriz  $\mathbf{R}_{\mathbf{H}^{\sigma_\theta}}$  dada pela equação acima é hermitiana por blocos, sendo que cada bloco  $i, j$  tem tamanho  $M \times M$  e é dado por:

$$[\mathbf{R}_{\mathbf{H}^{\sigma_\theta}}]_{i,j} = E \{ \mathbf{H}^{\sigma_\theta}(n-i+1) \mathbf{H}^{\sigma_\theta H}(n-j+1) \} \quad \forall i = 1 \dots N, j = 1 \dots N \tag{2.64}$$

Considere, agora, o bloco genérico  $[\mathbf{R}_{\mathbf{H}^{\sigma_\theta}}]_v$ , com  $v = i - j$ ,  $v = 0 \dots N - 1$ . De acordo com a equação 2.60, pode-se escrever:

$$[\mathbf{R}_{\mathbf{H}^{\sigma_\theta}}]_v = E \{ \mathbf{H}^{\sigma_\theta}(n) \mathbf{H}^{\sigma_\theta H}(n-v) \} = R_g(vT) \sum_{p=1}^P \sum_{\theta \in \Theta_p} R_{\alpha_p}(\theta, vT) \mathbf{d}(\theta) \mathbf{d}^H(\theta) \tag{2.65}$$

onde  $R_g(vT)$  é a correlação temporal do filtro conformador  $\mathbf{g}$  para um intervalo  $vT$ .

Na condição de espalhamento angular nulo o termo genérico da equação acima se

reduz ao termo  $[\mathbf{R}_\mathbf{H}]_v$ , dado por:

$$[\mathbf{R}_\mathbf{H}]_v = R_g(vT) \sum_{p=1}^P R_{\alpha_p}(vT) \mathbf{d}(\theta_p) \mathbf{d}^H(\theta_p) \quad \forall v = 0 \dots N-1 \quad (2.66)$$

No caso em que  $(N-1)T$  é muito menor que o tempo de coerência do canal  $T_c$ , ou seja, quando todas as amostras de  $\mathbf{x}(n)$  consideradas no processamento espaço-temporal atravessaram o mesmo canal espaço-temporal, pode-se considerar que  $R_{\alpha_p}(vT) \approx R_{\alpha_p}(0) = \gamma_p$ . Assim, o termo  $[\mathbf{R}_\mathbf{H}]_v$  se escreve:

$$[\mathbf{R}_\mathbf{H}]_v = R_g(vT) \sum_{p=1}^P \gamma_p \mathbf{d}(\theta_p) \mathbf{d}^H(\theta_p) = R_g(vT) \mathbf{R}_\mathbf{h} \quad \forall v = 0 \dots N-1 \quad (2.67)$$

Portanto, para espalhamento angular nulo, tem-se:

$$\mathbf{R}_\mathbf{H} = \mathbf{R}_{g_N} \otimes \mathbf{R}_\mathbf{h} \quad (2.68)$$

onde  $\otimes$  denota o produto de Kronecker e a matriz hermitiana  $\mathbf{R}_{g_N}$  é formada a partir da função de correlação temporal do filtro  $g(t)$ , sendo seu elemento  $i, j$  dado por:

$$[\mathbf{R}_{g_N}]_{i,j} = R_g((i-j)T) \quad \forall i = 1 \dots N, j = 1 \dots N \quad (2.69)$$

A análise da equação acima mostra que, na condição de espalhamento angular nulo e quando o número de atrasadores  $N-1$  é tal que  $(N-1)T$  é muito menor que o tempo de coerência do canal  $T_c$ , a matriz de autocorrelação espaço-temporal pode ser decomposta numa componente temporal  $\mathbf{R}_{g_N}$  e numa componente espacial  $\mathbf{R}_\mathbf{h}$ . A primeira é relativa ao atraso no domínio temporal provocado pelos atrasadores e a segunda relativa à distância entre os elementos da antena no domínio espacial, traduzido numa diferença de propagação da portadora.

### 2.5.5 Modelo Multi-Usuários

O modelo discreto descrito até o presente momento considera a presença de apenas uma fonte de sinal, ou seja, um único usuário móvel. Nessa seção, estenderemos esse modelo para um contexto multi-usuários, apresentando o sinal recebido pela antena da ERB e aquele resultante do processamento espacial e do espaço-temporal. Dada

a linearidade desse modelo, a sua extensão para o enlace direto é direta.

Utilizaremos aqui as notações definidas na seção 2.5.1. A diferenciação dos sinais e canais de cada usuário será feita por meio do índice correspondente ao usuário, variando de 1 a  $U$ . Da mesma forma, o filtro utilizado para se receber ou transmitir o sinal do usuário  $u$  receberá o mesmo índice.

### Processamento Espacial

O vetor de sinal recebido pela ERB é dado pela soma dos sinais recebidos para cada um dos usuários, expresso por:

$$\mathbf{x}(n) = \sum_{i=1}^U \mathbf{H}_i(n) \mathbf{s}_{i_L}(n) + \mathbf{v}(n) \quad (2.70)$$

Após o processamento espacial, utilizando o filtro  $\mathbf{w}_u$  relativo ao usuário  $u$ , o sinal resultante  $y_u(n)$  se escreve:

$$y_u(n) = \mathbf{w}_u^H \mathbf{x}(n) = \mathbf{w}_u^H \mathbf{H}_u(n) \mathbf{s}_{u_L}(n) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \mathbf{w}_u^H \mathbf{H}_i(n) \mathbf{s}_{i_L}(n) + \mathbf{w}_u^H \mathbf{v}(n) \quad (2.71)$$

onde o termo relativo ao usuário  $u$  foi retirado do somatório pois é o termo de interesse.

### Processamento Espaço-Temporal

Num contexto multi-usuário, o vetor de sinal recebido pela ERB e suas  $N$  amostras atrasadas são dados pela seguinte expressão:

$$\boldsymbol{\chi}_N(n) = \sum_{i=1}^U \mathcal{T}_N\{\mathbf{H}_i(n)\} \mathbf{s}_{i_{N+L-1}}(n) + \boldsymbol{\nu}_N(n) \quad (2.72)$$

Após o processamento espaço-temporal, utilizando o filtro  $\boldsymbol{\omega}_u$  relativo ao usuário  $u$ , o sinal resultante é dado por:

$$\begin{aligned}
y_u(n) &= \boldsymbol{\omega}_u^H \boldsymbol{\chi}_N(n) \\
&= \boldsymbol{\omega}_u^H \mathcal{T}_N\{\mathbf{H}_u(n)\} \mathbf{s}_{u_{N+L-1}}(n) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \boldsymbol{\omega}_u^H \mathcal{T}_N\{\mathbf{H}_i(n)\} \mathbf{s}_{i_{N+L-1}}(n) + \boldsymbol{\omega}_u^H \boldsymbol{\nu}_N(n)
\end{aligned} \tag{2.73}$$

onde, novamente, o termo de interesse foi retirado do somatório.

### 2.5.6 Modelo para Simulação de um Canal Espaço-Temporal

Tendo em vista o modelo discreto do canal apresentado até aqui, essa seção apresenta um modelo de simulação para se obter a matriz de resposta ao impulso variante no tempo  $\mathbf{H}^{\sigma_\theta}(n)$  para um canal genérico, caracterizado pelos parâmetros mostrados na tabela 2.1.

Observando-se a equação 2.56, que descreve o modelo do canal, percebe-se que a matriz  $\mathbf{H}^{\sigma_\theta}(n)$  é formada pelos termos variantes com o tempo  $\tilde{\mathbf{d}}(\theta_p, n)$  e pelos termos  $\mathbf{g}_p$ , relativos ao filtro conformador na transmissão e ao filtro casado na recepção. Esses últimos são dados por:

$$\mathbf{g}_p = [g(-\tau_p) \quad g(T - \tau_p) \quad g(2T - \tau_p) \quad \cdots \quad g((L-1)T - \tau_p)] \tag{2.74}$$

Já os termos  $\tilde{\mathbf{d}}(\theta_p, n)$  incluem a influência do desvanecimento e da antenna multi-elementos. Dependendo do valor do espalhamento angular haverá um determinado nível de correlação entre os diferentes elementos da antenna. Dessa forma, para espalhamento angular nulo, tem-se a chamada *abordagem radar* em que a correlação é plena e para um espalhamento angular de  $360^\circ$  tem-se a chamada *abordagem diversidade* em que há completa decorrelação. Em [7], Cavalcanti apresentada uma extensão do modelo de Jakes [22] que contempla toda a gama de valores de espalhamento angular entre  $0^\circ$  e  $360^\circ$ , permitindo a simulação de um nível de correlação

Parâmetro	Significado
P	número de <i>clusters</i>
$\gamma_p$	potência associada a cada <i>cluster</i>
$\theta_p$	DOA nominal
$\sigma_{\theta_p}$	espalhamento angular
$\tau_p$	atraso

**Tabela 2.1:** Parâmetros do canal espaço-temporal



qualquer entre 1 e 0 entre os elementos da antena, respectivamente. Esse modelo é chamado de *Modelo de Jakes Generalizado* e é dado pela seguinte equação:

$$\tilde{\mathbf{d}}(\theta_p, n) = \sum_{q=1}^Q \sqrt{\frac{\gamma_p}{Q}} \mathbf{d}(\theta_p + \theta_q) e^{j[2\pi B_D \cos(\Omega_q)nT + \Phi_q]} \quad (2.75)$$

onde  $\theta_q$  é uma variável aleatória uniforme em  $[-\frac{\sigma_{\theta_p}}{2}, \frac{\sigma_{\theta_p}}{2}]$  e representa o espalhamento angular,  $\Omega_q$  e  $\Phi_q$  são variáveis aleatórias uniformes em  $[0, 2\pi]$  e representam, respectivamente, o ângulo entre a direção de movimento do móvel e a direção que liga o móvel ao refletor local  $q$  e a defasagem introduzida pelo refletor local  $q$ . O número de refletores locais em todos os *clusters* é considerado o mesmo e igual a  $Q$ , número este que será discutido na sequência. Note que o modelo acima assume que os DOAs estão aleatoriamente distribuídos no intervalo  $[\theta_p - \frac{\sigma_{\theta_p}}{2}, \theta_p + \frac{\sigma_{\theta_p}}{2}]$ .

Uma outra versão do modelo de Jakes generalizado é apresentada por Asté em [3], na qual os DOAs estão uniformemente distribuídos no intervalo  $[\theta_p - \frac{\sigma_{\theta_p}}{2}, \theta_p + \frac{\sigma_{\theta_p}}{2}]$  de maneira determinística, levando a:

$$\tilde{\mathbf{d}}(\theta_p, n) = \sum_{q=1}^Q \sqrt{\frac{\gamma_p}{Q}} \mathbf{d}\left(\theta_p - \frac{\sigma_{\theta_p}}{2} + q\frac{\sigma_{\theta_p}}{Q}\right) e^{j[2\pi B_D \cos(\Omega_q)nT + \Phi_q]} \quad (2.76)$$

Ambos os modelos se aproximam muito à medida que o valor de  $Q$  aumenta. Para valores típicos de  $Q$ , entre 50 e 100, pode-se considerar que ambos os modelos equivalem. Porém, o modelo apresentado em [7], em que os DOAs são sorteados aleatoriamente, é intuitivamente mais próximo à realidade que o segundo. Por este motivo, a partir deste ponto considerar-se-á apenas o modelo da equação 2.75.

Revisitando a equação 2.75, pode-se analisar o caso particular em que o espalhamento angular é nulo. Neste caso a parcela correspondente ao vetor direcional é constante, uma vez que todos os DOAs são iguais entre si. O modelo da equação 2.75 se reduz, então, a:

$$\tilde{\mathbf{d}}(\theta_p, n)_{\sigma_{\theta_p}=0} = \mathbf{d}(\theta_p) \sum_{q=1}^Q \sqrt{\frac{\gamma_p}{Q}} e^{j[2\pi B_D \cos(\Omega_q)nT + \Phi_q]} \quad (2.77)$$

Representando o somatório por um único fator  $\alpha_p(n)$  recaímos na forma da equação 2.57.

## 2.6 Canais Direto e Reverso em TDD e FDD

Todo o modelamento feito até o presente momento se absteve da frequência da portadora utilizada. Nesta seção são analisadas as similaridades e diferenças entre os canais direto e reverso em função dos modos de duplex FDD e TDD.

Os canais direto e reverso são idênticos se considerados o mesmo instante de tempo e a mesma frequência. No entanto, no modo TDD a transmissão é feita utilizando-se a mesma frequência, porém em instantes de tempo diferentes. Se o tempo de propagação de ida e volta (entre o móvel e a ERB) é pequeno quando comparado ao tempo de coerência do canal  $T_c$ , então pode-se considerar que há reciprocidade, ou seja, a resposta ao impulso do canal direto será a mesma que a do canal reverso. Por outro lado, quando se consideram sistemas TDD em que o tempo de propagação de ida e volta é superior ao tempo de coerência do canal, os desvanecimentos  $\alpha_p(\theta, t)$  de cada canal, dados pela equação 2.21b, serão descorrelacionados. Na prática, mesmo que a atenuação instantânea em ambas as direções seja a mesma, as fases serão descorrelacionadas entre os canais. O desconhecimento das fases dos desvanecimentos  $\alpha_p(\theta, t)$  do canal direto representam uma dificuldade intransponível na tentativa de se obter uma estimativa deste canal a partir das características (ou estimativas) do canal reverso. Ainda assim, é possível se obter uma estimativa da matriz de autocorrelação espacial do canal direto sob algumas condições.

Contudo, a maioria dos sistemas celulares utilizam o modo FDD. Neste modo a transmissão é feita simultaneamente no canal direto e reverso, porém utilizando-se duas frequências diferentes. Se a separação em frequência das portadoras dos canais direto e reverso for superior à banda de coerência do canal  $B_c$ , então esses canais serão descorrelacionados. Isso ocorre na grande maioria dos sistemas que utilizam o modo FDD. Entretanto, os canais direto e reverso ainda compartilham a mesma geometria de propagação e, portanto, os mesmos parâmetros físicos de propagação. Ou seja, os ângulos  $\theta_p$ , o espalhamento angular  $\sigma_{\theta_p}$ , os atrasos  $\tau_p$  e a potência média  $\gamma_p$  associada a cada *cluster*  $p$  podem ser considerados iguais para ambos os canais. Porém, a estimativa desses parâmetros a partir do canal reverso não fornece informação suficiente para se obter uma estimativa da resposta ao impulso do canal direto. Além do desconhecimento das fases dos  $\alpha_p(\theta, t)$ , nos sistemas FDD, os vetores direcionais  $\mathbf{d}(\theta)$  são dependentes da frequência. Essa dependência da frequência está relacionada com o atraso de fase da portadora entre os elementos da antena, como mostra a equação 2.19. Portanto, nesses sistemas há uma dificuldade adicional a ser superada na

tentativa de se estimar a MACE do canal reverso a partir do canal direto.

De maneira geral, os canais reverso e direto podem ser escritos como:

$$\mathbf{h}(\tau, t, f_r) = \sum_{p=1}^P \int_{\Theta_p} \alpha_p(\theta, t, f_r) \mathbf{d}(\theta, f_r) g(\tau - \tau_p) d\theta \quad (2.78a)$$

$$\mathbf{h}(\tau, t, f_d) = \sum_{p=1}^P \int_{\Theta_p} \alpha_p(\theta, t, f_d) \mathbf{d}(\theta, f_d) g(\tau - \tau_p) d\theta \quad (2.78b)$$

onde  $f_r$  e  $f_d$  representam a frequência dos canais reverso e direto, respectivamente.

Consequentemente, as matrizes de autocorrelação espacial num caso genérico são dadas por:

$$\mathbf{R}_h^{\sigma_\theta}(f_r) = \sum_{p=1}^P \left( \int_{\theta \in \Theta_p} R_{\alpha_p}(\theta, 0) \mathbf{d}(\theta, f_r) \mathbf{d}^H(\theta, f_r) d\theta \right) \quad (2.79a)$$

$$\mathbf{R}_h^{\sigma_\theta}(f_d) = \sum_{p=1}^P \left( \int_{\theta \in \Theta_p} R_{\alpha_p}(\theta, 0) \mathbf{d}(\theta, f_d) \mathbf{d}^H(\theta, f_d) d\theta \right) \quad (2.79b)$$

Já no caso de espalhamento angular nulo, as matrizes acima se reduzem a:

$$\mathbf{R}_h(f_r) = \sum_{p=1}^P \gamma_p \mathbf{d}(\theta_p, f_r) \mathbf{d}^H(\theta_p, f_r) \quad (2.80a)$$

$$\mathbf{R}_h(f_d) = \sum_{p=1}^P \gamma_p \mathbf{d}(\theta_p, f_d) \mathbf{d}^H(\theta_p, f_d) \quad (2.80b)$$

Vale a pena explicitar que, nos sistemas TDD, devido ao uso da mesma frequência, os vetores direcionais são iguais:  $\mathbf{d}(\theta, f_r) = \mathbf{d}(\theta, f_d) = \mathbf{d}(\theta)$ . Logo, as matrizes de autocorrelação espacial do canal direto e reverso são idênticas.

### 2.6.1 Estimação do Canal Direto

Devido às questões levantadas na seção anterior, a única maneira de se obter uma estimativa da resposta ao impulso do canal direto na ERB é por realimentação dessa estimativa pelo móvel. Ou seja, o móvel estima a resposta ao impulso espaço-temporal do canal direto utilizando sinais pilotos transmitidos pelos diferentes elementos da

antena da ERB e transmite essa estimativa de volta para a ERB. Esse método é dito do tipo *closed loop* ou *com realimentação*. É importante ressaltar que os sinais pilotos devem ser ortogonais entre si e podem ser compostos de sequências ortogonais ou a mesma sequência pode ser transmitida por todos os elementos. No caso de sequências ortogonais, cada uma delas é associada a um elemento da antenna e todas são transmitidas ao mesmo tempo e na mesma frequência. Outra solução consiste em transmitir a mesma sequência por todos os elementos, em tempos ou frequências diferentes. Qualquer uma dessas soluções exige que um processamento e um *hardware* adicional sejam incorporados ao receptor do móvel, além de taxas de realimentação muito elevadas, o que se traduz num número significativo de bits reservados para realimentação da resposta ao impulso do canal.

Uma alternativa para se reduzir o número de bits utilizados na realimentação é a estimação não mais da resposta ao impulso do canal, mas sim da sua matriz de autocorrelação espacial. Neste caso, o móvel utilizaria os sinais pilotos para estimar diretamente a MACE do canal direto. Isso representa uma redução no número de bits necessário, uma vez que, tipicamente, a MACE possui um número reduzido de coeficientes em relação à resposta ao impulso do canal. Todavia, a taxa de realimentação necessária para que essas estimativas instantâneas possam ser usadas pela ERB ainda é excessivamente alta. Essa taxa pode ser reduzida de um fator de 10 a 1.000 quando a MACE média, e não mais a sua estimativa instantânea, é realimentada [18]. Para isso, o móvel estima a MACE instantânea durante um certo número de ciclos de sinais pilotos e calcula a MACE média que é, só então, transmitida à ERB.

Mesmo assim, a implementação desse tipo de realimentação ainda não é possível nos sistemas práticos pois a taxa de realimentação necessária não é constante, mas depende da velocidade do móvel. Não é desejável que essa taxa seja variável por dois motivos. O primeiro deles, mais sistêmico, se refere à impossibilidade de reservar um campo contendo um número variável de bits por *slot*, o que não permite definir uma estrutura de *slot* fixa. O segundo problema surge quando, para velocidades suficientemente altas, a taxa de bits da realimentação se torna excessivamente alta, podendo inclusive exceder a taxa máxima disponível no enlace reverso. Como ilustração, para uma velocidade de 40 km/h, estima-se que uma taxa de 13 kbps seja necessária [18], taxa essa que excede em muito os 9,6 kbps disponíveis no sistema GSM, por exemplo. Além disso, o uso de realimentação aumenta o *overhead* de transmissão tanto no canal direto, ocasionado pela transmissão dos sinais pilotos, quanto no canal reverso, devido à transmissão da estimativa do canal direto, diminuindo a eficiência espectral

de ambos os enlaces.

Para superar os problemas de complexidade e factibilidade inerente aos métodos baseados em realimentação, vários outros métodos foram propostos na literatura para estimação da MACE do canal direto, diretamente na ERB. Todos esses métodos se baseiam na estimação da MACE do canal reverso e sua posterior transposição para a frequência do canal direto. Eles se diferem, porém, na forma como essa transposição é realizada. Apresentamos aqui alguns desses métodos, salientando que a lista apresentada não é exaustiva:

1. **Método direto** - consiste em tomar diretamente a estimativa da MACE do canal reverso como estimativa da MACE do canal direto. Esse método produz resultados muito ruins se a separação em frequência das portadoras dos canais direto e reverso for grande em relação à frequência da portadora do canal direto, o que ocorre nos sistemas FDD práticos.
2. **Método da Transposição em Frequência** [3,4] - a transposição em frequência é feita utilizando-se uma transformação que leve o vetor direcional na frequência do canal reverso  $\mathbf{d}(\theta, f_r)$  no equivalente do canal direto  $\mathbf{d}(\theta, f_d)$ , uma vez que as MACEs do canal direto e reverso se diferem apenas pelos vetores direcionais. Considerando uma transformação linear dada pela matriz  $\mathbf{T}$ , pode-se obter uma estimativa do vetor direcional do canal direto, dada por:

$$\hat{\mathbf{d}}(\theta, f_d) = \mathbf{T}\mathbf{d}(\theta, f_r) \quad (2.81)$$

A existência de um tal operador está relacionada com a teoria da amostragem no domínio espacial e, para arranjos lineares de elementos, a relação acima pode apenas ser aproximada devido ao número finito de elementos [4].

A estimativa da MACE do canal direto se escreve, então, em função da MACE do canal reverso da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{R}}_h(f_d) &= \sum_{p=1}^P \left( \int_{\theta \in \Theta_p} R_{\alpha_p}(\theta, 0) \hat{\mathbf{d}}(\theta, f_d) \hat{\mathbf{d}}^H(\theta, f_d) d\theta \right) \\ &= \sum_{p=1}^P \left( \int_{\theta \in \Theta_p} R_{\alpha_p}(\theta, 0) [\mathbf{T}\mathbf{d}(\theta, f_r)] [\mathbf{d}^H(\theta, f_r)\mathbf{T}^H] d\theta \right) \\ &= \mathbf{T} \mathbf{R}_h(f_r) \mathbf{T}^H \end{aligned} \quad (2.82)$$

Asté propõe, em [4] e [3], encontrar uma transformação linear  $\mathbf{T}$  que minimize o erro quadrático entre o vetor direcional do canal direto  $\mathbf{d}(\theta, f_d)$  e sua estimativa  $\hat{\mathbf{d}}(\theta, f_d) = \mathbf{T}\mathbf{d}(\theta, f_r)$ . O apêndice 2.A detalha a obtenção dessa transformação.

Apesar do erro quadrático entre a verdadeira MACE do canal direto e sua estimativa utilizando-se este método ser muito pequeno, a transposição em frequência altera a estrutura original da matriz, resultando numa matriz que não mais possui estrutura Toeplitz [18]. Essa perda de estrutura da estimativa da MACE do canal direto faz com que os nulos do diagrama de radiação sejam deslocados, afetando os processamentos espaciais que se aproveitam desses nulos para cancelamento de interferentes.

3. **Método da Estimação Seletiva de DOA** [4,42] - esse método se fundamenta na estrutura das MACEs no caso de espalhamento angular nulo. Pode-se ver na equação 2.80 que a única diferença entre essas duas matrizes reside no vetor direcional, o qual é completamente caracterizado pelos DOAs  $\theta_p$  e pela frequência. A técnica consiste, portanto, em estimar os DOAs  $\theta_p$  e as potências  $\gamma_p$  a partir da MACE do canal reverso e, utilizando-se a frequência correspondente ao canal direto para se formar os vetores direcionais  $\mathbf{d}(\theta_p, f_d)$ , reconstruir a MACE do canal direto [4]. Uma extensão desta técnica considerando espalhamento angular não nulo é proposta por Zetterberg em [42] e utiliza também uma estimativa dos espalhamentos angulares  $\sigma_{\theta_p}$  para reconstruir a MACE do canal direto.
4. **Método APS (*Azimuthal Power Spectrum*)** [19] - consiste em se obter uma estimativa do *espectro azimuthal de potência* utilizando-se a MACE do canal reverso e efetuar uma transformação inversa (na frequência do canal direto) para obter a MACE do canal direto. O espectro azimuthal de potência pode ser estimado utilizando-se o chamado *Capon's beamformer* [6] e é dado por:

$$\hat{P}_{APS}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{d}^H(\theta, f_r) \mathbf{R}_h(f_r) \mathbf{d}(\theta, f_r)} \quad (2.83)$$

De posse desse espectro de potência, uma estimativa da MACE do canal direto pode ser construída a partir da seguinte transformação inversa:

$$\hat{\mathbf{R}}_h = \int_{\theta} \hat{P}_{APS}(\theta) \mathbf{d}^H(\theta, f_d) \mathbf{d}(\theta, f_d) d\theta \quad (2.84)$$

5. **Método baseado na Transformada de Fourier** [14] - utilizando-se a idéia da expansão em série de Fourier das MACEs do canal direto e reverso, é possível calcular os coeficientes da série de Fourier relativa à MACE do canal reverso e, a partir desses coeficientes, reconstruir a MACE do canal direto. Para um maior detalhamento deste método ver [14]. Uma desvantagem inerente a este método, levantada por Hugi em [20], é que a qualidade da transposição depende da distância entre o coeficiente de correlação da MACE e sua diagonal. Ou seja, os coeficientes mais próximos à diagonal serão transpostos muito bem, enquanto aqueles mais afastados apresentarão discrepâncias significativas do valor esperado, tanto em módulo quanto em fase.

Todos os métodos descritos até aqui se referem à estimação da resposta ao impulso ou da MACE do canal direto para seu posterior uso no processamento espacial em transmissão para sistemas FDD. A seção seguinte sumariza esses métodos e apresenta outras estratégias para que esse tipo de processamento possa ser realizado.

## 2.6.2 Processamento Espacial em Transmissão para sistemas FDD

O processamento espacial em transmissão tem o objetivo de melhorar a SNIR do sinal recebido pelo móvel, possibilitando a obtenção de menores taxas de erro após a demodulação e decodificação do sinal recebido. Esse processamento pode ser feito de duas maneiras. A primeira delas consiste em se estimar a resposta ao impulso ou a MACE do canal direto utilizando, por exemplo, alguma das técnicas descritas na seção anterior. De posse dessa informação, aplica-se um método para calcular o filtro espacial. Entretanto, dado que os canais direto e reverso compartilham a mesma geometria e que o processamento espacial consiste, em última análise, na formação de feixes e nulos no diagrama de radiação, uma outra possibilidade é a utilização de técnicas de processamento espacial em recepção que permitam obter o filtro espacial desejado e a posterior transposição deste filtro para a frequência do canal direto. Esta estratégia é justificada pelo fato de que, dada a utilização de uma antena multi-elementos na ERB, o processamento espacial é explorado tanto em recepção (do canal reverso) como em transmissão (para o canal direto). Além disso, uma vez que o processamento espacial é realizado na recepção, a transposição do filtro espacial para a frequência do canal direto permite a realização de processamento

espacial em transmissão com um baixo custo computacional adicional, devido apenas à transposição do filtro. Na literatura são propostos métodos para a transposição do filtro espacial, dentre os quais alguns são apresentados na lista abaixo:

1. **Método Direto** - este método consiste em utilizar diretamente o filtro obtido pelo processamento em recepção, na frequência do canal reverso portanto, para a transmissão na frequência do canal direto. Se a separação em frequência das portadoras dos canais direto e reverso for grande em relação à frequência da portadora do canal direto, o que ocorre nos sistemas FDD práticos, esse método resultará em desvios significativos tanto dos máximos como dos nulos do diagrama de radiação obtido em relação ao esperado, tornando sua aplicação prática muito restrita.
2. **Método de Síntese do Diagrama de Radiação** [3, 4] - com base no filtro espacial obtido em recepção, pode-se obter o diagrama de radiação correspondente. Neste método, a idéia é obter um filtro espacial em transmissão que forneça um diagrama de radiação o mais próximo possível daquele obtido em recepção. Os diagramas de radiação em recepção  $P_r(\theta)$  e em transmissão  $P_d(\theta)$  se escrevem:

$$P_r(\theta) = \frac{|\mathbf{w}_r^H \mathbf{d}(\theta, f_r)|^2}{M^2} \quad \forall \theta \quad (2.85a)$$

$$P_d(\theta) = \frac{|\mathbf{w}_d^H \mathbf{d}(\theta, f_d)|^2}{M^2} \quad \forall \theta \quad (2.85b)$$

Busca-se, então, o filtro espacial em transmissão  $\mathbf{w}_d$  cujo diagrama de radiação  $P_d(\theta)$  seja o mais próximo possível de  $P_r(\theta)$ , no sentido do menor erro quadrático. Logo,  $\mathbf{w}_d$  é resultado da seguinte minimização:

$$\mathbf{w}_d = \arg \min_{\mathbf{w}} \int_{\theta} \left( \frac{|\mathbf{w}_d^H \mathbf{d}(\theta, f_d)|^2}{M^2} - P_r(\theta) \right)^2 d\theta \quad (2.86)$$

A solução da equação acima pode ser encontrada de forma iterativa utilizando, por exemplo, um procedimento do tipo Gauss-Newton, como proposto por Asté em [3].

3. **Método NC** (*Null Constrained*) [24] - a idéia deste método é manter a



mesma posição dos nulos do diagrama de radiação em recepção e em transmissão. Isso é feito determinando-se os zeros do polinômio formado pelo filtro espacial em recepção, transpondo-se a fase desses zeros para que elas correspondam à frequência do canal direto e, a partir desses zeros transpostos, reconstruindo-se o polinômio relativo ao filtro espacial na frequência do canal direto. Esse método é especialmente útil quando o processamento espacial faz o cancelamento de interferentes pelo posicionamento de nulos no diagrama de radiação e mostra um bom desempenho para sistemas que possuam tráfego simétrico [24].

4. **Método FC (*Frequency Calibrated*)** [24] - também chamado de PC (*Peak Constrained*), este método mantém os máximos do diagrama de radiação em recepção e em transmissão, ou seja, mantém a mesma posição do lóbulo principal. Computacionalmente mais custoso que o método NC, este método consiste na construção de uma matriz de covariância do filtro espacial em recepção, na transposição dessa matriz para a frequência do canal direto e no cálculo do filtro espacial em transmissão, dado pelo autovetor correspondente ao máximo autovalor da matriz de covariância transposta. Contrariamente ao método NC, este método apresenta um bom desempenho para sistemas que possuam tráfego assimétrico [24].
5. **Método Transposição em Frequência** [3] - utilizando-se a mesma matriz  $\mathbf{T}$  da transposição em frequência da MACE, pode-se passar do filtro espacial em recepção ao filtro em transmissão da seguinte maneira:

$$\mathbf{w}_d = \mathbf{T}\mathbf{w}_r \quad (2.87)$$

Este método é melhor que o método direto pois leva em conta a diferença de frequências entre os dois enlaces e tenta compensá-la através da transformação linear  $\mathbf{T}$ . Contudo, este método tende a preservar os máximos do diagrama de radiação, assim como o método FC, sendo que os nulos são deslocados e novos nulos podem surgir após a transposição.

Com base nas idéias de transposição da MACE e do filtro espacial e utilizando a estrutura desacoplada proposta em [25], efetuamos um estudo comparativo de três esquemas de processamento em transmissão:

- o uso da estrutura desacoplada para obtenção do filtro espacial em recepção e sua transposição através do método direto
- o uso da estrutura desacoplada para obtenção do filtro espacial em recepção e sua transposição através do método da transposição em frequência
- o cálculo do filtro espacial em transmissão baseado na MACE do canal direto, obtida após transposição da estimativa da MACE do canal reverso

Este trabalho não se mostrou ser o eixo da tese, porém o artigo resultante dele, chamado *On Downlink Beamforming Techniques for TDMA/FDD Systems*, se encontra anexado no apêndice 2.B. Além disso, nessa tese não trataremos do problema da estimação do canal direto, considerando que dispomos de uma estimativa da MACE do canal direto na ERB, e focaremos nossa atenção nas técnicas de processamento espacial tanto em recepção como em transmissão. Na prática, algum dos métodos citados acima pode ser utilizado para se contornar o problema da estimação da MACE do canal direto ou ainda pode-se utilizar a MACE do canal reverso para se obter o filtro espacial e este pode ser transposto.

## 2.7 Síntese

Neste capítulo discorreremos sobre os parâmetros fundamentais para a caracterização de um enlace de comunicação móvel sem fio. Também apresentamos o modelamento espaço-temporal do canal de comunicação sem fio num ambiente macro-celular. A compreensão dos mecanismos de propagação presentes no enlace de comunicação móvel sem fio foi a base para o estudo e propostas de estruturas de processamento espacial.

Antes de tratar do processamento espacial em recepção e transmissão, assunto dos próximos capítulos, a reciprocidade entre os enlaces direto e reverso é discutida. Neste contexto, além de situar o problema por meio de um trabalho de revisão bibliográfica, deu-se origem a uma primeira contribuição da tese, apresentada na forma de artigo no apêndice 2.B.

## 2.A Cálculo da Transformação Linear $\mathbf{T}$

Como dito na seção 2.6.1, os vetores direcionais na frequência do canal reverso  $\mathbf{d}(\theta, f_r)$  e do canal direto  $\mathbf{d}(\theta, f_d)$  são diferentes pois o atraso de fase entre os elementos da antena dependem da frequência da portadora. Busca-se, então obter uma estimativa do vetor direcional do canal direto a partir do vetor direcional do canal reverso através de uma transformação linear  $\mathbf{T}$ , no sentido do menor erro quadrático. Esta transformação linear pode, então, ser utilizada para se transpor a MACE do canal reverso para o canal direto, de acordo com a equação 2.82 da página 47.

A estimativa do vetor direcional do canal direto é dada por:

$$\hat{\mathbf{d}}(\theta, f_d) = \mathbf{T}\mathbf{d}(\theta, f_r) \quad (2.88)$$

Pode-se expressar a matriz  $\mathbf{T}$  a partir de suas linhas, da seguinte maneira:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_1^H \\ \mathbf{t}_2^H \\ \vdots \\ \mathbf{t}_M^H \end{bmatrix} \quad (2.89)$$

Define-se então o erro correspondente a cada antena  $m$ , em função do ângulo  $\theta$ , como:

$$\begin{aligned} e_m(\theta) &= d_m(\theta, f_d) - \hat{d}_m(\theta, f_d) \\ &= d_m(\theta, f_d) - \mathbf{t}_m^H \mathbf{d}(\theta, f_r) \end{aligned} \quad (2.90)$$

A expressão acima mostra que a estimação do elemento  $m$  do vetor direcional do canal direto  $\hat{d}_m(\theta, f_d)$  pode ser vista como a filtragem do vetor direcional do canal reverso  $\mathbf{d}(\theta, f_r)$  pelo filtro  $\mathbf{t}_m^H$ . O erro  $e_m(\theta)$  representa, então, a diferença entre o verdadeiro  $d_m(\theta, f_d)$ , que pode ser visto como o sinal desejado numa filtragem de Wiener, e a sua estimativa  $\hat{d}_m(\theta, f_d)$ . Da teoria de filtragem de Wiener [17], tem-se que o filtro  $\mathbf{t}_m^H$  que minimiza o erro quadrático médio para todos os valores de  $\theta$  é dado por:

$$\mathbf{t}_m = \left( \sum_{\theta} \mathbf{d}(\theta, f_r) \mathbf{d}^H(\theta, f_r) \right)^{-1} \sum_{\theta} d_m^*(\theta, f_d) \mathbf{d}(\theta, f_r) \quad (2.91)$$

Na prática, utiliza-se um certo número de valores discretos de  $\theta$ , denotado  $N_{\theta}$ , for-

mando o conjunto  $\Theta_{cal} = \{\theta_j\}$ ,  $\forall j = 1, 2, \dots, N_\theta$ . Constroem-se, então, as matrizes de calibração do enlace direto e reverso, que contém todos os  $N_\theta$  vetores direcionais, dadas por:

$$\mathbf{D}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{d}(\theta_1, f_r) & \mathbf{d}(\theta_2, f_r) & \cdots & \mathbf{d}(\theta_{N_\theta}, f_r) \end{bmatrix} \quad (2.92a)$$

$$\mathbf{D}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{d}(\theta_1, f_d) & \mathbf{d}(\theta_2, f_d) & \cdots & \mathbf{d}(\theta_{N_\theta}, f_d) \end{bmatrix} \quad (2.92b)$$

Os somatórios da equação 2.91 podem ser escritos em função das matrizes de calibração da seguinte maneira:

$$\mathbf{t}_m = (\mathbf{D}_r \mathbf{D}_r^H)^{-1} \mathbf{D}_r \mathbf{D}_d^H(m, :) \quad (2.93)$$

onde a notação  $\mathbf{D}_d(m, :)$  se refere à  $m$ -ésima linha da matriz  $\mathbf{D}_d$ , seguindo a notação do Matlab<sup>®</sup>.

A matriz de transposição em frequência  $\mathbf{T}$  pode ser obtida a partir dos vetores  $\mathbf{t}_m^H$ , dados por:

$$\mathbf{t}_m^H = \mathbf{D}_d(m, :)\mathbf{D}_r^H (\mathbf{D}_r \mathbf{D}_r^H)^{-1} \quad (2.94)$$

onde foi utilizado o fato de que a matriz  $(\mathbf{D}_r \mathbf{D}_r^H)$  é hermitiana, assim como sua inversa, ou seja,  $(\mathbf{D}_r \mathbf{D}_r^H)^{-H} = (\mathbf{D}_r \mathbf{D}_r^H)^{-1}$ .

Logo, a matriz  $\mathbf{T}$  é formada pelo empilhamento dos vetores  $\mathbf{t}_m^H$  e se escreve:

$$\mathbf{T} = \mathbf{D}_d \mathbf{D}_r^H (\mathbf{D}_r \mathbf{D}_r^H)^{-1} \quad (2.95)$$

## 2.B Artigo: “On Downlink Beamforming Techniques for TDMA/FDD Systems”

Esse apêndice traz em anexo o artigo intitulado *On Downlink Beamforming Techniques for TDMA/FDD Systems*, apresentado no XIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBT'2001). Este artigo faz um estudo comparativo de três esquemas de processamento em transmissão. Dois deles são baseados na transposição do filtro espacial em recepção e o terceiro utiliza a transposição da MACE do canal reverso para o cálculo do filtro espacial em transmissão.

## ON DOWNLINK BEAMFORMING TECHNIQUES FOR TDMA/FDD SYSTEMS\*

*Danilo Zanatta Filho<sup>1</sup>, Cristiano Magalhães Panazio<sup>1</sup>, Francisco Rodrigo Porto Cavalcanti<sup>2</sup>, João Marcos Travassos Romano<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> DSPCom, DECOM, School of Electrical and Computer Engineering, State University of Campinas, CP 6101, CEP 13083-970, Campinas, SP, Brazil, {daniloz, panazio, romano}@decom.fee.unicamp.br

<sup>2</sup> Electrical Engineering Department, Federal University of Ceará, CP 6001, Campus do Pici, CEP 60455-760, Fortaleza, CE, Brazil, rod@dee.ufc.br

### ABSTRACT

The performance of three downlink beamforming techniques in a TDMA/FDD context is investigated in the present work. Two techniques based on the uplink processing are studied together with a decoupled space-time structure that provides the antenna weights. The third one is a downlink beamforming technique, based on the spatial covariance matrix, which is independent of both uplink structure and algorithm. The performance of these techniques is analyzed by simulations for some parameters like angular separation between users and angular spread. The simulation results show that the three techniques are suitable for downlink beamforming but the technique based on the spatial covariance outperforms the other two.

### 1. INTRODUCTION

Evolutionary 3G mobile communication systems promise to deliver high data rate services such as video and Internet access. During the last years, space-time processing and adaptive beamformers have been widely studied as a feasible and interesting solution to enhance the performance of the wireless communications systems so that such new services could be provided.

As far as capacity is concerned, the reverse link has been considered to be the limiting one for typical 2G systems. However, in 3G systems, the major impairments to provide higher data rates are in the downlink, due to the internet traffic and its asymmetric nature (download/downlink rate  $\gg$  upload/uplink rate). The achievement of spatial processing algorithms in the base station is also more challenging in the downlink, since the transmission must be carried out without a previous knowledge of the wireless channel conditions.

In fact FDD (frequency duplex frequency) system is characterized by the difference between uplink and downlink carrier frequencies. Then when an antenna array is employed for spatial processing, the steering vectors in the uplink and in the downlink are not the same, even if the physical distance between the elements of the array is fixed. This leads to different distances between the elements in terms of wavelengths for both links so that different antenna weights must be used in order to synthesize the same radiation pattern. Furthermore, in most practical systems the duplex frequency distance is larger than the

channel coherence bandwidth, i.e. the uplink and downlink channels are decorrelated [1].

If the present parameters of the downlink channel are not available to provide the derivation of the array weights and since such weights are normally different than the uplink ones, they must be obtained by an approximate way. The methods can be based on a given mapping of the uplink weights or even by using an estimation of some parameters related to the downlink channel.

The objective of the present work is to provide a comparative analysis of possible methods to be employed in the calculation of the radiation pattern for the downlink antenna array. The evaluation is carried out by taking into account some systemic parameters like the angular separation between the users and the angular spread.

Three different approaches will be compared in this paper:

- The *direct algorithm*, which is just a direct employ of the uplink antenna weights, provided by some already existing uplink processing in the base station.
- The *uplink algorithm*, where the uplink weights vector is now mapped in order to provide the downlink one. In fact the direct algorithm is a trivial particular case of this one.
- The *downlink algorithm* based on the calculation of the downlink antenna weights using an estimation of the downlink spatial covariance matrix. The estimation can be obtained by a linear transform of the uplink matrix.

The first and second methods allow to use the set of antenna weights generated by a given uplink algorithm.

Another contribution of this paper is the proposition and the performance evaluation of the joint employ of the uplink algorithm together with a decoupled space-time structure [2], from which the uplink weights are obtained. In fact the use of such a decoupled space-time processing establish a duality between both link, since in downlink the spatial filter (in the base station) is obviously separated from the equalizer (in the mobile phone). Clearly, such approach cannot be used for the downlink algorithm since in this case the uplink weights are not used to obtain the downlink ones.

This paper is organized as follows, first we present the signal and propagation modeling where the antenna array, the space-time channel model and the mobile received signal are described. Section 3 presents the three different approaches

\* This work was supported by a grant from Ericsson of Brazil Research Branch under ERBB-UNI.33 Technical Cooperation Contract.

together with the uplink to downlink frequency transposition and the decoupled space-time structure used in the uplink. Therefore, some simulation results in an IS-136 TDMA context are presented in section 4. Finally, in section 5, we draw some conclusions and present some future perspectives.

## 2. SIGNAL AND PROPAGATION MODELING

Let us consider a base station that employs the same linear antenna array for up- and downlink. The gain and phase of the antenna elements (taking the first antenna as a reference), as a function of the azimuth direction  $\theta$ , are given by the complex-valued *steering vectors*  $\mathbf{d}^{UL}(\theta)$  and  $\mathbf{d}^{DL}(\theta)$ , in the up- and downlink, respectively. In the case of a linear array of uniformly distributed omnidirectional antenna elements, as depicted in figure 1,  $\mathbf{d}^{DL}(\theta)$  is given by

$$\mathbf{d}^{DL}(\theta) = [1 \quad \exp(-j2\pi f^{DL} d \sin(\theta)/c) \quad \cdots \quad \exp(-j(M-1)2\pi f^{DL} d \sin(\theta)/c)]^T \quad (1)$$

where  $f^{DL}$  and  $d$ , are the carrier frequency of the downlink and antenna elements spacing, respectively. The parameter  $M$  is the number of antenna elements in the array. Correspondingly, the uplink steering vector is calculated with the same antenna elements spacing but with the carrier frequency of the uplink  $f^{UL}$ .

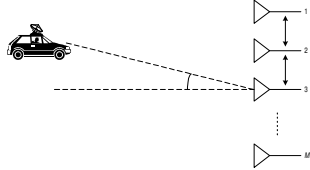


Figure 1. The Uniform Linear Array.

As far as the base-band model of the downlink is concerned, the multidimensional impulse response between the antenna array at the base and the single antenna at the mobile is denoted by  $\mathbf{h}^{DL}(t, \tau)$ , where  $t$  is time and  $\tau$  is delay. Such function is complex-valued and time-dependent. The vector of signals to be transmitted from the multiple antennas in the base station,  $\mathbf{x}^{DL}(t)$ , is given by<sup>1</sup>

$$\mathbf{x}^{DL}(t) = \mathbf{w}^{DL} s(t) \quad (2)$$

where  $\mathbf{w}^{DL}$  is a vector of complex weights (used for downlink beamforming) and  $s(t)$  is the waveform modulated by the transmitted bits. The signal received at the mobile is, therefore, given by

<sup>1</sup> In the case of transmission to multiple mobiles on the same carrier at the same time, the signals to the different mobiles are superposed, i.e.  $\mathbf{x}^{DL}(t) = \sum_i \mathbf{w}_i^{DL} s_i(t)$

$$u(t) = \mathbf{w}^{DLH} \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}^{DL}(t, \tau) s(t - \tau) d\tau \quad (3)$$

where  $^H$  denotes complex conjugate transposition. Considering the transmitted signal  $s(t)$  generated by a linear modulation, it can be written as

$$s(t) = \sum_{q=-\infty}^{+\infty} I_q^{DL} p(t - qT) \quad (4)$$

where  $I_q^{DL}$  are the downlink symbols,  $p(t)$  is the modulation pulse shape and  $T$  is the symbol period. Combining (3) and (4), the following relation between the symbols transmitted from the base,  $I_q^{DL}$ , and the signal sampled at times  $t = nT$  at the mobile, is obtained

$$u_n = \mathbf{w}^{DLH} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} I_{n-k}^{DL} \mathbf{h}_k(t) \quad (5)$$

where the discrete-time impulse response of the channel  $\mathbf{h}_k(t)$  is given by the time-dependent expression:

$$\mathbf{h}_k(t) = \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}^{DL}(t, \tau) p(kT - \tau) d\tau \quad (6)$$

Assuming that the propagation can be described as the sum of  $P$  rays, the impulse response  $\mathbf{h}^{DL}(t, \tau)$  can be written as

$$\mathbf{h}^{DL}(t, \tau) = \sum_{l=1}^P \alpha_l \exp(j2\pi d_l^{DL} t + \phi_l^{DL}) \mathbf{d}^{DL}(\theta_l) \delta(\tau - \tau_l) \quad (7)$$

where  $\alpha_l$ ,  $d_l^{DL}$ ,  $\phi_l^{DL}$ ,  $\theta_l$  and  $\tau_l$ , are respectively the path attenuation, Doppler frequency, phase-offset, azimuth direction (observed from the base) and the delay of the  $l$ th ray, while  $\delta(\tau)$  denotes the Dirac function. It should be emphasized that the path attenuation, azimuth direction and delay are frequency independent, therefore they are the same for up- and downlink.

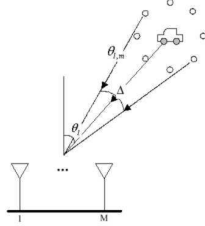
Assuming that the azimuth angle of the  $l$ th is  $\phi_l$ , when the speed vector of the mobile is used as the reference, the Doppler frequency  $d_l^{DL}$  is given by

$$d_l^{DL} = \frac{f^{DL} \cos(\phi_l) v}{c} \quad (8)$$

where  $f^{DL}$ ,  $v$  and  $c$  are the downlink carrier frequency, the mobile speed and the speed of the light, respectively. The ray parameters  $P$ ,  $\alpha_l$ ,  $d_l^{DL}$ ,  $\phi_l^{DL}$ ,  $\theta_l$  and  $\tau_l$  vary with time. However, the Doppler frequency  $d_l^{DL}$  and the phase-offset  $\phi_l^{DL}$  are assumed to be practically fixe during a time slot. The number of rays  $P$ , the path attenuation  $\alpha_l$ , the azimuth direction  $\theta_l$  and the delay  $\tau_l$  are also presumed to be fixe during a couple of time slots. Combining (6) and (7) yields

$$\mathbf{h}_k(t) = \sum_{l=1}^P g_l(t) \mathbf{d}^{DL}(\theta_l) p(kT - \tau_l) \quad (9)$$

where  $g_l(t)$  is the gain function including the attenuation and the complex exponential. This gain function is the fading associated with each path. Despite the time-invariance of all the considered parameters, there is an inherent variability due to the fading. Figure 2 shows the Jakes' model [3] that considers a circular group of scatterers around the mobile for each path.



**Figure 2.** Jakes' model with Angular Spread.

Each scatterer generates different Doppler shifts  $d_{l,m}^{DL}$ , phase-offsets  $\phi_{l,m}^{DL}$  and azimuth directions  $\theta_{l,m}$ . The sum of all the rays arriving from this group of local scatterers generates the  $l$ th path in equation (7) with azimuth direction  $\theta_l$ . It is important to notice the angular spread included by this model, i.e. the concept of a single and defined DOA (direction of arrival) is replaced by the notion of a cone that contains all the incoming rays from this group of scatterers. The width of this cone is the angular spread  $\Delta$ .

Defining the local-mean symbol energy, at time  $t_0$  as

$$\bar{E} = \frac{1}{T} \int_{t=t_0-T_e/2}^{t_0+T_e/2} E\{u_n u_n^*\} dt \quad (10)$$

where  $E\{\cdot\}$  denotes the statistical expectation operator and  $T_e$  is a time-interval short enough for the ray parameters to remain fixed and long enough for the integration to converge. Combining (5), (9) and (10) yields

$$\bar{E} = \mathbf{w}^{DLH} \left( \sum_{l=1}^p |g_l|^2 \mathbf{d}^{DL}(\theta_l) \mathbf{d}^{DLH}(\theta_l) \right) \mathbf{w}^{DL} \quad (11)$$

where  $|g_l|^2$  is the mean-power of the fading  $g_l(t)$  and, without loss of generality, the follow normalizations were made

$$E\{I_q^{DL}\} = 1 \quad (12)$$

and

$$\int_{\tau=-\infty}^{+\infty} p(\tau) d\tau = 1 \quad (13)$$

Recognizing the downlink spatial covariance matrix  $\mathbf{R}^{DL}$  as

$$\mathbf{R}^{DL} = \sum_{l=1}^p |g_l|^2 \mathbf{d}^{DL}(\theta_l) \mathbf{d}^{DLH}(\theta_l) \quad (14)$$

(11) can be written as

$$\bar{E} = \mathbf{w}^{DLH} \mathbf{R}^{DL} \mathbf{w}^{DL} \quad (15)$$

Similarly, the uplink spatial covariance matrix  $\mathbf{R}^{UL}$  can be written as

$$\mathbf{R}^{UL} = \sum_{l=1}^p |g_l|^2 \mathbf{d}^{UL}(\theta_l) \mathbf{d}^{ULH}(\theta_l) \quad (16)$$

where the mean-power of the fading  $|g_l|^2$  is the same as in the downlink.

### 3. DOWNLINK BEAMFORMING

Let us consider the situation where one base station is transmitting simultaneously and on the same frequency to  $U$  mobile users. The purpose of the downlink beamforming is to generate a set of antenna weights  $\{\mathbf{w}_1^{DL}, \mathbf{w}_2^{DL}, \dots, \mathbf{w}_U^{DL}\}$ , one for each user, so that a satisfactory SIR (signal to interference ratio) is provided for all users.

The principle is to transmit in the directions of all user multipaths and mitigate the other users. We preserve all the user multipaths so that the energy is transmitted in different directions, hence some degree of spatial diversity is provided for the mobile receiver. However, equalization needs to be done in the mobile in order to mitigate the eventual ISI (inter-symbolic interference) introduced by the multipaths. A pre-equalization at the base station is not feasible as long as the downlink channel is unknown.

In order to transmit into the correct directions for each user, the set of weights must be obtained in according with an efficient algorithm. As it was previously mentioned, these techniques need some sort of uplink to downlink transposition of the antenna weights or the covariance matrix. The three approaches under study are analyzed in the sequel.

#### 3.1 Uplink to Downlink Transposition

Due to the frequency duplex distance between up- and downlink, the steering vectors are not the same. However, a linear transformation that provides the best estimation of the downlink steering vectors from the uplink one is proposed in [4]:

$$\hat{\mathbf{d}}^{DL}(\theta) = \mathbf{T} \mathbf{d}^{UL}(\theta) \quad (17)$$

Introducing the downlink calibration table of the antenna array as the matrix that contains the downlink steering vectors for a set of azimuth directions  $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K\}$

$$\mathbf{D}^{DL} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}^{DL}(\theta_1) & \mathbf{d}^{DL}(\theta_2) & \dots & \mathbf{d}^{DL}(\theta_K) \end{bmatrix} \quad (18)$$

and likewise for the uplink calibration table

$$\mathbf{D}^{UL} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}^{UL}(\theta_1) & \mathbf{d}^{UL}(\theta_2) & \dots & \mathbf{d}^{UL}(\theta_K) \end{bmatrix} \quad (19)$$

the transformation that minimizes the mean square error between the true downlink steering vector and the estimated one is given by

$$\mathbf{T} = \mathbf{D}^{DL} \mathbf{D}^{ULH} (\mathbf{D}^{UL} \mathbf{D}^{ULH})^{-1} \quad (20)$$

Hence, this transformation can be used to transpose the antenna weights from uplink to downlink

$$\hat{\mathbf{w}}^{DL} = \mathbf{T}^{-H} \mathbf{w}^{UL} \quad (21)$$

The only parameters that are not link-dependent are the path attenuation  $\alpha_i$  or mean-power, azimuth direction  $\theta_i$  and path delay  $\tau_i$ . These parameters are all *mean* values of the mobile channel response. Besides, the up- and downlink spatial covariance matrices are composed by a sum where the same mean-power of the fading and the up- and downlink steering vectors for the same azimuth directions are involved.

Hence, in order to transpose the spatial covariance we only have to transpose the steering vectors, resulting in

$$\hat{\mathbf{R}}^{DL} = \mathbf{T} \mathbf{R}^{UL} \mathbf{T}^H \quad (22)$$

Physically, in a multipath model, the up- and downlink share the same paths, with the same average path attenuations, the same azimuth directions and the same path delays.

### 3.2 Uplink Space-Time Structure

The space-time structure to be used in the uplink is proposed in [2]. The adaptation process of the antenna weights makes use of a modified training sequence, obtained by filtering the original one by a channel estimator. In such structure, the mitigation of CCI (co-channel interference) and ISI (inter-symbolic interference) are done in different stages [5], as shown in figure 3. The mitigation of ISI is performed by a temporal equalizer, which is decoupled from the antenna array. Such procedure constrains the task of the antenna array just on the CCI cancellation. Then a greater degree of freedom is attained for the array, since it does not take care of the desired user multipaths.

As far as downlink transmission is concerned, the multipaths preservation results in a more suitable antenna pattern, after the weights transform. Moreover, there is a great similarity between this structure and the whole downlink processing, where the spatial processing is done at the base station and the equalization at the mobile.

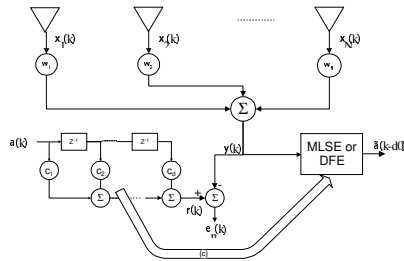


Figure 3. Decoupled Space-Time structure (D-ST).

### 3.3 Direct Algorithm and Uplink Algorithm

In these two algorithms, we make use of the uplink processing to obtain the downlink antenna weights. In both, we use the proposed decoupled structure and the RLS (recursive least squares) algorithm for adaptation. After the training period, we obtain the antenna weights to be used for SIR calculation.

The direct algorithm simply employs the uplink antenna weights for the transmission, without any kind of post-processing. On the other hand, the uplink algorithm makes use of the frequency transposition to generate the equivalent downlink antenna weights.

Consequently, the direct and the uplink algorithms are tied to the uplink structure and greatly dependent on the uplink processing performance.

### 3.4 Downlink Algorithm

The downlink algorithm is based on the maximization of the SPR (signal to pollution ratio). Where by *signal* we mean the power that the desired user receives and *pollution* is the total power received by all other users. For the desired user  $i$ , the received signal power is given by

$$S_i = p_i \mathbf{w}_i^{DLH} \mathbf{R}_i^{DL} \mathbf{w}_i^{DL} \quad (23)$$

where  $p_i$ ,  $\mathbf{w}_i^{DL}$  and  $\mathbf{R}_i^{DL}$  are respectively the transmission power, the downlink antenna weights and downlink spatial covariance matrix of user  $i$ . Furthermore, the pollution power with respect to the user  $i$  is given by

$$P_i = p_i \mathbf{w}_i^{DLH} \mathbf{R}_{p,i}^{DL} \mathbf{w}_i^{DL} \quad (24)$$

where  $\mathbf{R}_{p,i}^{DL}$  is the so-called pollution matrix of user  $i$ , given by

$$\mathbf{R}_{p,i}^{DL} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^U \mathbf{R}_j^{DL} \quad (25)$$

Hence, the downlink antenna weights for user  $i$  is obtained by the maximization of the following criterion:

$$\mathbf{w}_i^{DL} = \arg \max_{\mathbf{w}} \left\{ \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_i^{DL} \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{p,i}^{DL} \mathbf{w}} \right\} \quad (26)$$

It can be shown that  $\mathbf{w}_i^{DL}$  is the generalized eigenvector of the matrix pair  $(\mathbf{R}_i^{DL}, \mathbf{R}_{p,i}^{DL})$ , associated to the largest eigenvalue [6].

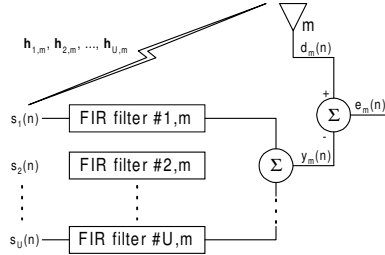
After the calculation of the set of weights, it is necessary to calculate the set of transmission powers  $\{p_1, p_2, \dots, p_U\}$  in order to equalize the SIR for all users. The SIR for user  $i$  is given by

$$SIR_i = \frac{p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_i^{DL} \mathbf{w}_i}{\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^U p_j \mathbf{w}_j^H \mathbf{R}_j^{DL} \mathbf{w}_j} \quad (27)$$

The set of transmission powers is then calculated to force all the  $SIR_i$  to have the same value.



It should be emphasized that this algorithm is transparent to the uplink structure or processing since it is based only on the spatial covariance matrices. However, it requires the knowledge of the downlink spatial covariance matrices of each user, which cannot be estimated on the base station. Hence, we employ the frequency transposition on the estimated uplink spatial covariance matrices to obtain the transposed downlink ones.



**Figure 4.** Uplink Channels Estimation Structure

Such matrices are estimated by means of a filter bank as shown in figure 4.  $\mathbf{h}_{i,m}$  stands for the uplink channel between user  $i$  and the antenna element  $m$ ;  $d_m$ ,  $y_m$  and  $e_m$  are the desired signal, the filter bank output and the error signal to be employed in the adaptive channel estimation for the element  $m$ . So, the estimation is jointly carried out in the same antenna for all users. It is performed by means of a RLS algorithm. Then, the uplink estimated space-time channel of user  $i$  is composed by

$$\hat{\mathbf{H}}_i^{UL} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{h}}_{i,1} & \hat{\mathbf{h}}_{i,2} & \dots & \hat{\mathbf{h}}_{i,M} \end{bmatrix}^T \quad (28)$$

and the uplink estimated spatial covariance matrix is given by

$$\hat{\mathbf{R}}_i^{UL} = \hat{\mathbf{H}}_i^{UL} \hat{\mathbf{H}}_i^{ULH} \quad (29)$$

## 4. RESULTS

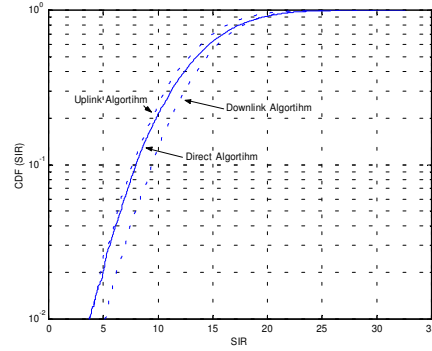
The simulations were carried in an IS-136 TDMA context [7]. It uses a  $\pi/4$ -DQPSK modulation and a raised cosine with roll-off factor  $\alpha = 0.35$ . The channel follows the two-path model in [8] with the same average power for each path. This is considered as a worst case for the IS-136. Additionally, the delay between paths was chosen to be a half symbol period. We consider a slot with 162 symbols including 14 training symbols.

The simulation context was a single cell with  $U = 2$  mobile users in a SDMA (spatial division multiple access) mode where both mobiles share the same frequency, the same time slots but are spatially separated. The base station uses a uniform linear antenna array with  $M = 3$  antenna elements and an inter-element spacing of half the downlink wavelength ( $d = \lambda_d/2$ ) to serve a  $120^\circ$  sector cell. We carried out the simulations using the Jakes' space-time channel model [3] and users speed of 100km/h. The uplink carrier frequency was set to 900MHz while the downlink one was 995MHz.

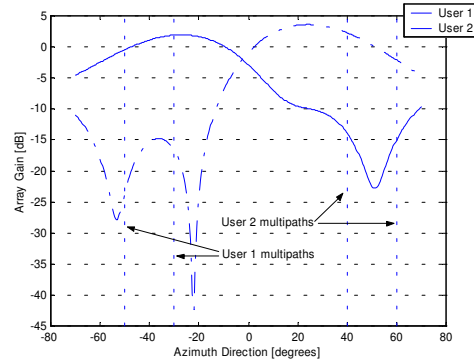
Firstly, we present the results for a typical case (see [9] and references) where  $35^\circ$  of angular separation and  $10^\circ$  of angular spread is used. Figure 5 shows the CDF (cumulative distribution

function) of the SIR for 10000 trials. In each trial we draw different user positions and calculate the SIR for one slot. It can be noted that the difference between the uplink and the direct algorithm is almost negligible. Moreover, the downlink algorithm performs better with an improvement of approximately 2dB in the region of interest (around 10dB) when compared to the others

Figure 6 shows the antenna pattern behavior of the downlink algorithm for  $0^\circ$  of angular spread in a stationary situation, i.e. without fading. User 1 has DOAs (direction of arrival) of  $-50^\circ$  and  $-30^\circ$  while user 2 has DOAs of  $+40^\circ$  and  $+60^\circ$ . The result makes clear the capability of the algorithm in preserving all multipaths from one user and rejects the other user multipaths.



**Figure 5.** Performance for 2 users,  $35^\circ$  of angular separation and  $10^\circ$  of angular spread



**Figure 6.** Downlink Algorithm Antenna Pattern

In figure 7 we plot the antenna patterns for all the algorithms together with the so-called *True Downlink*. This one is obtained by the downlink algorithm with a perfect knowledge of the downlink channel and serves as a performance reference. We consider the same situation of figure 6. The figure shows that the algorithms have very similar antenna patterns in the directions of users multipaths, even if they are slightly different elsewhere.

In figure 8, we show the effect of the angular separation between users. The result is presented in terms of outage probability, i.e. the probability of the SIR be less than a given threshold, so that the user will not be accepted in the cell. We have simulated 10000 trials for each value of angular separation with  $0^\circ$  of

angular spread. The outage threshold was chosen as 10dB, a typical value for TDMA systems. It can be observed that the downlink algorithm performs fair for angular separations below 30°, which is evidenced by [9], and outperforms the direct and uplink algorithms, in particular for higher angular separations.

Figure 9 presents the outage probability versus angular spread, with an angular separation given by 35°. Again 10000 trials for each value of angular spread was carried out. This figure shows the dependence of the three algorithms on the angular spread. Besides, it can be shown that the downlink algorithm has a better performance of about 5% to 10% in terms of outage probability, while the direct and uplink algorithm are almost equivalents.

## 5. DISCUSSION AND CONCLUSION

In this paper, we have investigated the performance of three downlink beamforming approaches for TDMA/FDD systems. All approaches have the capability to preserve the user multipaths and then are suitable for downlink beamforming. Further, the direct algorithm and the uplink algorithm performs almost equally in typical cases. It was shown that all the approaches have a greatly dependence on the angular separation of users and on the angular spread of the space-time channel. However, in a SDMA context where the angular separation of users is typically high, the downlink algorithm has a good performance. Hence, the use of the downlink algorithm is a convenient approach for downlink beamforming in TDMA systems even if the user speed is as high as 100km/h, which is a worst case for this scenario.

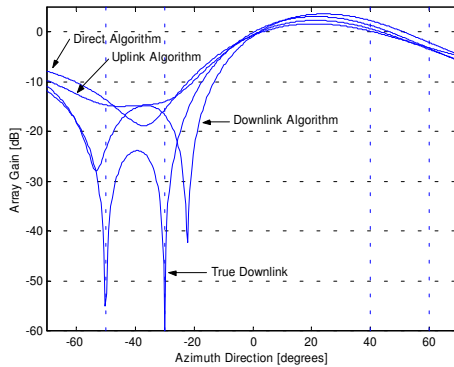


Figure 7. Antenna Pattern comparison

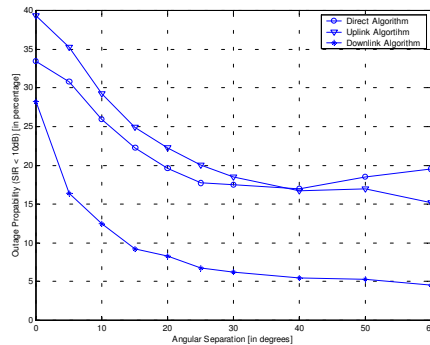


Figure 8. Performance versus Angular Separation

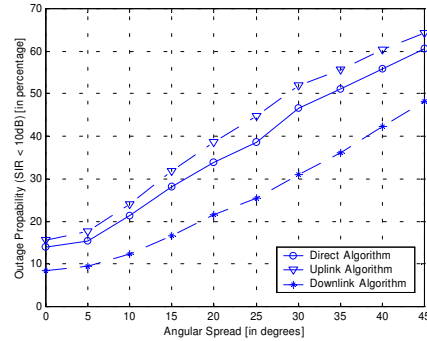


Figure 9. Performance versus Angular Spread

## ACKNOWLEDGMENTS

The authors are grateful to Dr. Féty and Prof. Bellanger, from CNAM-Paris, for precious discussions about this work.

## REFERENCES

- [1] A. J. Paulraj and C. B. Papadakis. "Space-time Processing for Wireless Communications". *IEEE Signal Processing Magazine*, pp 49-83, November 1997
- [2] C. M. Panazio and F. R. P. Cavalcanti. "Decoupled Space-Time Processing Performance Evaluation for TDMA Systems". *XIX SBrT*, Fortaleza, Brazil, 2001, submitted.
- [3] W. C. Jakes. *Microwave Mobile Communications*. Wiley-Interscience, 1974.
- [4] Thierry Asté. "Méthodes de traitement d'antenne adaptatives pour un système de communications numériques radiomobiles de type GSM". *Ph.D. thesis, Conservatoire National des Arts et Métiers – Paris, France*, December 1998.
- [5] Maw-Lin Leou, Chien-Chung Yeh and Hsueh-Jyh Li. "A Novel Hybrid of Adaptive Array and Equalizer for Mobile Communications". *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 49, no. 1, January 2000.
- [6] Thierry Asté, Philippe Forster, Luc Féty and Sylvie Mayrargue. "Downlink Beamforming for Cellular Mobile Communications (GSM system)". *Annales des Télécommunications*, 53, n° 11-12, 1998, pp 435-448.
- [7] TIA/EIA-136-131-B, TIA/EIA Standard, TDMA Third Generation Wireless Digital Traffic Channel Layer 1, March, 2000.
- [8] TIA/EIA-136-280-B, TIA/EIA Standard, TDMA Third Generation Wireless Base Stations Minimum Performance, March, 2000, pp –31.
- [9] Klaus Hugl, Juha Laurila and Ernst Bonek. "Downlink Beamforming for Frequency Division Duplex Systems". *Global Telecommunications Conference – Globecom'99*, Rio de Janeiro, Brazil, 1999.

# 3

## Processamento em Recepção - Enlace Reverso

Este capítulo trata da problemática do processamento em recepção no enlace reverso. Num sistema celular, o processamento em recepção corresponde à detecção pela ERB dos símbolos emitidos por cada usuário na presença de Interferência Inter-Simbólica (IIS) e Interferência Inter-Usuário (IIU). Dedicamo-nos ao processamento espacial, responsável pela mitigação da IIU.

Após abordarmos o Combinador Ótimo (CO), no sentido de maximizar a SNIR, introduzimos uma solução do tipo LCMV em suas versões *off-line* e adaptativas. No contexto adaptativo, aplicamos os algoritmos do tipo LMS e RLS, já existentes na literatura porém praticamente inexplorados neste tipo de aplicação. Em seguida propomos o uso desses algoritmos com as chamadas restrições autovetoriais, que possibilitam um tratamento adequado do problema quando em presença de espalhamento angular.

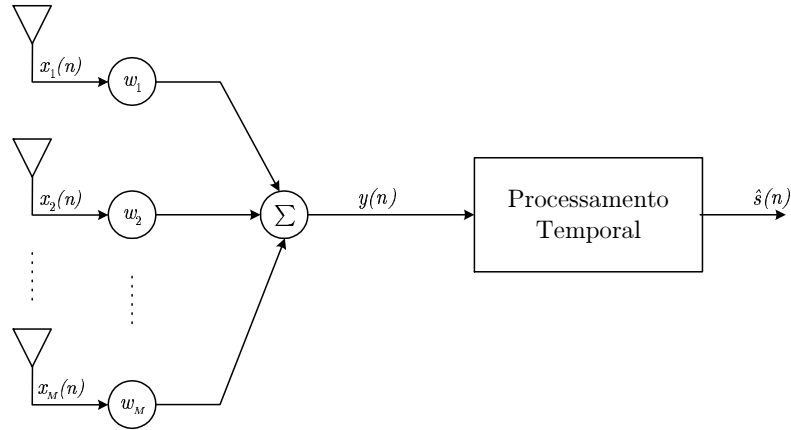
Além disso, propomos uma nova formulação que permite substituir a estimação de DOA pela estimação da Matriz de AutoCorrelação Espacial (MACE), evitando-se um dos principais obstáculos para utilização das técnicas LCMV no contexto das comunicações sem fio.

O capítulo se encerra com alguns resultados de simulação de enlace, utilizando os algoritmos propostos.

### 3.1 Processamento Espaço-Temporal Desacoplado

As referências [23,28,35] apresentam várias estruturas e técnicas de processamento espaço-temporal. Levando-se em conta os domínios de processamento, pode-se dividir essas estruturas e técnicas em quatro categorias:

- **Temporal** - apenas o domínio temporal é utilizado e, sendo a antena composta



**Figura 3.1:** Estrutural Espaço-Temporal Desacoplada

por um único elemento, o processamento faz uso apenas das amostras atrasadas do sinal recebido por este elemento

- **Espacial** - o processamento é realizado apenas no domínio espacial graças a uma antena composta por vários elementos, cujos sinais são utilizados no processamento
- **Espaço-Temporal Desacoplado** - o processamento é realizado nos dois domínios de forma desacoplada, primeiramente é efetuado um processamento espacial na antena e ao sinal resultante é aplicado um processamento temporal
- **Espaço-Temporal** - o processamento é realizado no domínio espaço-temporal, ou seja, utilizando as amostras do sinal correspondente aos diferentes elementos e suas versões atrasadas

Neste trabalho, focaremos nossa atenção ao processamento espacial requerido nas estruturas espaço-temporal desacopladas (ver figura 3.1), nas quais pode-se observar uma divisão clara de funções entre a antena multi-elementos, responsável pelo processamento espacial, e o processamento temporal subsequente. A antena atua no domínio espacial com o objetivo de reduzir os interferentes e prover ao bloco temporal um sinal *limpo* de interferências e *contaminado* apenas por IIS. A seguir, o processamento temporal se encarrega de obter uma boa estimativa do símbolo transmitido, eliminando a IIS. Essa estimativa será tanto melhor quanto mais adequado for o processamento temporal para o problema em questão.

Em resumo, o processamento espacial na estrutura desacoplada é responsável pela redução e, idealmente, eliminação de interferentes, elevando a relação sinal ruído+interferência (SNIR) do sinal  $y(n)$ . O uso desse tipo de estrutura se justifica pois, o desempenho do receptor na ERB será tanto melhor quanto maior for a SNIR do sinal na entrada do processamento temporal.

## 3.2 Formalização do problema

Considere uma célula em que  $U$  usuários compartilham os mesmos recursos num esquema SCR (ver seção 2.1.2). Um usuário  $u$  qualquer transmite, com uma potência  $p_u$ , através de um canal espaço-temporal de resposta ao impulso  $\mathbf{H}_u(n)$ , cuja MACE é  $\tilde{\mathbf{R}}_u$ , e é recebido utilizando-se um filtro espacial  $\mathbf{w}_u$  na ERB.

A potência média de sinal útil recebida do usuário  $u$ , quando da utilização do filtro a ele designado  $\mathbf{w}_u$ , é dada por:

$$\overline{E}_{bu} = p_u \mathbf{w}_u^H \tilde{\mathbf{R}}_u \mathbf{w}_u, \quad (3.1)$$

enquanto a potência média de interferência originária dos demais usuários é:

$$\overline{I}_u = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \mathbf{w}_u^H \tilde{\mathbf{R}}_i \mathbf{w}_u \quad (3.2)$$

Considere ainda o ruído espacial proveniente das células vizinhas incidindo sobre a antena e o ruído térmico presente na saída de cada um de seus elementos. Sob a hipótese de que o ruído espacial é branco no domínio espacial, pode-se agrupar essas duas componentes de ruído num único termo de potência  $\sigma^2$ . Nessas condições, a relação sinal ruído+interferência (SNIR) para cada usuário se escreve:

$$SNIR_u = \left( \frac{\overline{E}_b}{\overline{I} + N_0} \right)_u = \frac{p_u \mathbf{w}_u^H \tilde{\mathbf{R}}_u \mathbf{w}_u}{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \mathbf{w}_u^H \tilde{\mathbf{R}}_i \mathbf{w}_u + \sigma^2 \mathbf{w}_u^H \mathbf{w}_u} = \frac{p_u \mathbf{w}_u^H \tilde{\mathbf{R}}_u \mathbf{w}_u}{\mathbf{w}_u^H \left( \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \tilde{\mathbf{R}}_i + \sigma^2 \right) \mathbf{w}_u} \quad (3.3)$$

A potência de transmissão do móvel  $p_u$  é determinada pelo controle de potência realizado no nível sistêmico e, portanto, considerada conhecida. Pode-se, então, agrupar a potência de transmissão do móvel e o efeito do canal num único termo,

obtendo-se uma matriz de autocorrelação espacial equivalente  $\mathbf{R}_u$ , dada por:

$$\mathbf{R}_u = p_u \tilde{\mathbf{R}}_u \quad (3.4)$$

Logo, a SNIR dada pela equação 3.3 se reduz à:

$$SNIR_u = \frac{\mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u}{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_u + \sigma^2 \mathbf{w}_u^H \mathbf{w}_u} = \frac{\mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u}{\mathbf{w}_u^H \left( \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \mathbf{R}_i + \sigma^2 \right) \mathbf{w}_u} \quad (3.5)$$

O problema consiste em maximizar a SNIR de todos os usuários. Para isso, é necessário determinar todos os filtros espaciais  $\mathbf{w}_u$ . A próxima seção apresenta a solução analítica desse problema, baseada em métodos de otimização com restrições. A seguir, apresentaremos uma solução baseada em filtragem com restrições baseada na proposta de Frost [21], a qual pode ser implementada de forma adaptativa.

### 3.3 Solução Analítica

A equação 3.5 representa uma relação entre a potência de sinal útil e a potência de interferência mais ruído, também denominada relação portadora interferência (CIR), expressa por:

$$CIR_u = \left( \frac{C}{I} \right)_u = \frac{\mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u}{\mathbf{w}_u^H \left( \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \mathbf{R}_i + \sigma^2 \right) \mathbf{w}_u} \quad (3.6)$$

Com o objetivo de simplificar a manipulação matemática no futuro, pode-se ainda definir a relação portadora interferência+portadora (CICR) incluindo-se o termo relativo ao sinal útil no denominador da expressão 3.6, obtendo-se:

$$CICR_u = \left( \frac{C}{I + C} \right)_u = \frac{\mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u}{\mathbf{w}_u^H \left( \sum_{i=1}^U \mathbf{R}_i + \sigma^2 \right) \mathbf{w}_u} = \frac{\mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u}{\mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_u} \quad (3.7)$$

onde  $\mathbf{R}_{xx}$  representa a matriz de autocorrelação espacial do vetor sinal recebido pela antena  $\mathbf{x}(n)$ .

É fácil perceber que maximizar a CIR, dada pela expressão 3.6, equivale a maxi-

zar a CICR dada pela expressão 3.7, cujo valor máximo é 1. A maximização da CICR pode ser efetuada maximizando-se o numerador e minimizando-se o denominador da expressão 3.7. Pode-se, portanto, enunciar o seguinte critério conjunto:

$$\begin{cases} \underset{\mathbf{w}_u}{\text{maximizar}} & \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u \\ \underset{\mathbf{w}_u}{\text{minimizar}} & \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_u \end{cases} \quad (3.8)$$

O problema descrito acima pode ainda ser expresso sob a forma de uma minimização sob restrição, dada pelo seguinte critério:

$$\underset{\mathbf{w}_u}{\text{minimizar}} \quad \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_u \quad (3.9a)$$

$$\text{sujeito a} \quad \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u = c \quad (3.9b)$$

onde  $c$  é uma constante positiva arbitrária, sobre a qual retornaremos mais adiante.

Utilizando-se os multiplicadores de Lagrange para incorporar a restrição à função custo, esta se escreve:

$$J_{CICR}(\mathbf{w}_u, \lambda) = \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_u + \lambda (c - \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u) \quad (3.10)$$

onde  $\lambda$  é o multiplicador de Lagrange.

Derivando-se  $J_{CICR}(\mathbf{w}_u, \lambda)$  em função de  $\mathbf{w}_u^H$ , chega-se a:

$$\frac{\partial J_{CICR}(\mathbf{w}_u, \lambda)}{\partial \mathbf{w}_u^H} = 2\mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_u - 2\lambda \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u \quad (3.11)$$

Igualando-se a derivada acima a zero, obtém-se:

$$\mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_u - \lambda \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u = 0 \quad (3.12)$$

A equação acima mostra que  $\mathbf{w}_u$  é autovetor da decomposição generalizada em autovetores e autovalores de  $(\mathbf{R}_{xx}, \mathbf{R}_u)$ , sendo  $\lambda$  o autovalor correspondente. Para se obter o valor de  $\lambda$  basta substituir a equação acima na função custo dada pela equação 3.10, chegando-se a:

$$J_{CICR}(\mathbf{w}_u, \lambda) = \mathbf{w}_u^H (\lambda \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u) - \lambda \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u + \lambda c = \lambda c \quad (3.13)$$

Portanto, para minimizar a função custo  $J_{CICR}(\mathbf{w}_u, \lambda)$ , independente do valor de

$c$ , deve-se minimizar o valor de  $\lambda$ . Contudo,  $\lambda$  deve ser autovalor da decomposição em autovetores e autovalores descrita pela equação 3.12. Logo, o filtro ótimo  $\mathbf{w}_u^{opt}$  é dado pelo autovetor correspondente ao mínimo autovalor  $\lambda$  da decomposição generalizada em autovetores e autovalores de  $(\mathbf{R}_{xx}, \mathbf{R}_u)$ . É fácil perceber, portanto, que o valor da constante  $c$  não influi na determinação do filtro ótimo e esta só foi introduzida com o objetivo de colocar em evidência o sentido físico da solução.

É interessante ressaltar a relação entre o multiplicador de Lagrange  $\lambda$  e o critério a ser maximizado, ou seja, a CICR. Manipulando-se a equação 3.12, chega-se facilmente a:

$$\lambda = \frac{\mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_u}{\mathbf{R}_u \mathbf{w}_u} = \frac{\mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_u}{\mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u} = \frac{1}{CICR_u} \quad (3.14)$$

Maximizar a CICR corresponde, portanto, a minimizar o multiplicador de Lagrange  $\lambda$ .

### Solução Alternativa

Revisitando a equação 3.7, percebe-se que a CICR corresponde ao quociente de Rayleigh da matriz  $\mathbf{R}_u$  em relação à  $\mathbf{R}_{xx}$ . Logo, sua maximização é obtida pelo autovetor correspondente ao máximo autovalor  $\lambda'$  da decomposição generalizada em autovalores e autovetores de  $(\mathbf{R}_u, \mathbf{R}_{xx})$ , dada por:

$$\mathbf{R}_u \mathbf{w}_u - \lambda' \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_u = 0 \quad (3.15)$$

Essa solução está de perfeito acordo com a solução desenvolvida anteriormente, bastando, para passar de uma a outra, fazer  $\lambda' = \frac{1}{\lambda}$ . Deste modo  $\mathbf{w}_u^{opt}$  é o autovetor correspondente ao mínimo autovalor de  $(\mathbf{R}_{xx}, \mathbf{R}_u)$  e, portanto, ao máximo autovalor de  $(\mathbf{R}_u, \mathbf{R}_{xx})$ . Além disso, neste caso, o valor de  $\lambda'$  representa diretamente o valor da CICR para o usuário  $u$ .

A solução descrita pelo máximo autovetor de  $(\mathbf{R}_u, \mathbf{R}_{xx})$  pode ser expressa como uma maximização sob restrição da seguinte maneira:

$$\underset{\mathbf{w}_u}{\text{maximizar}} \quad \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u \quad (3.16a)$$

$$\text{sujeito a} \quad \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_u = c \quad (3.16b)$$

Ou seja, essa solução equivale a maximizar a potência do sinal desejado sob a restrição de que a potência total recebida seja constante. A solução desenvolvida nessa seção recebe o nome de Combinador Ótimo (CO), do inglês *Optimum Combining*, e segue o mesmo desenvolvimento da solução apresentada por Zetterberg em [42], num



contexto de processamento em transmissão no enlace direto, chamada de *Summed Inverse Carrier-to-interference Ratio* (SICR).

### 3.4 Filtragem com Restrições (LCMV)

Trataremos agora o problema de forma intuitiva considerando, inicialmente, o espalhamento angular nulo. Relembrando a descrição geométrica do canal apresentada na seção anterior, pode-se associar a cada usuário  $P_u$  direções de chegada, correspondentes aos seus  $P_u$  multipercursos. Para se maximizar a SNIR do usuário  $u$ , o filtro espacial  $\mathbf{w}_u$  deve ser tal que maximize a potência recebida nas direções correspondentes às direções de chegada (DOA) do sinal relativo ao usuário desejado  $u$  e minimize a potência recebida em todas as outras direções, minimizando assim a potência dos interferentes e do ruído. Isso pode ser expresso matematicamente como a minimização da potência total recebida sob a restrição do ganho do filtro  $\mathbf{w}_u$  nas direções correspondentes ao usuário desejado.

Utilizando-se o filtro  $\mathbf{w}_u$ , a potência total recebida é dada por:

$$E\{y^2(n)\} = E\{\mathbf{w}_u^H \mathbf{x} \mathbf{x}^H \mathbf{w}_u\} = \mathbf{w}_u^H E\{\mathbf{x} \mathbf{x}^H\} \mathbf{w}_u = \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}} \mathbf{w}_u \quad (3.17)$$

Sendo  $\theta_k^u$  as direções de chegada associadas com os multipercursos do usuário desejado, as restrições são dadas por:

$$\mathbf{d}(\theta_k^u)^H \mathbf{w}_u = f_k^u \quad , \quad k = 1, 2, \dots, K_u \quad (3.18)$$

onde  $f_k^u$  é o ganho desejado na direção  $\theta_k^u$  e  $K_u$  é o número de restrições utilizadas para o usuário  $u$ .

Reescrevendo a equação acima de forma matricial, tem-se:

$$\mathbf{C}_u^H \mathbf{w}_u = \mathbf{f}_u \quad (3.19)$$

onde a matriz de restrições  $\mathbf{C}_u$  e o vetor resposta  $\mathbf{f}_u$  são dados por:

$$\mathbf{C}_u = \begin{bmatrix} \mathbf{d}(\theta_1^u) & \mathbf{d}(\theta_2^u) & \cdots & \mathbf{d}(\theta_{K_u}^u) \end{bmatrix} \quad (3.20a)$$

$$\mathbf{f}_u = \begin{bmatrix} f_1^u & f_2^u & \cdots & f_{K_u}^u \end{bmatrix}^T \quad (3.20b)$$

Pode-se, portanto, expressar a filtragem com restrições da seguinte maneira:

$$\underset{\mathbf{w}_u}{\text{minimizar}} \quad \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_{\mathbf{xx}} \mathbf{w}_u \quad (3.21a)$$

$$\text{sujeito a} \quad \mathbf{C}_u^H \mathbf{w}_u = \mathbf{f}_u \quad (3.21b)$$

Por se tratar de uma minimização com restrições, o critério acima recebe o nome de *Linearly Constrained Minimum Variance* (LCMV). Sua solução pode ser obtida através da inclusão da restrição 3.21b à função custo 3.21a com o auxílio dos multiplicadores de Lagrange e sua posterior minimização. Incluindo um fator  $1/2$  à função custo acima para facilitar o desenvolvimento matemático futuro e utilizando-se os multiplicadores de Lagrange, chega-se a:

$$J(\mathbf{w}_u, \lambda) = \frac{1}{2} \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_{\mathbf{xx}} \mathbf{w}_u + \lambda (\mathbf{C}_u^H \mathbf{w}_u - \mathbf{f}_u) \quad (3.22)$$

Derivando-se  $J(\mathbf{w}_u, \lambda)$  em função de  $\mathbf{w}_u^H$ , tem-se:

$$\frac{\partial J(\mathbf{w}_u, \lambda)}{\partial \mathbf{w}_u^H} = \mathbf{R}_{\mathbf{xx}} \mathbf{w}_u + \lambda \mathbf{C}_u \quad (3.23)$$

Igualando-se a derivada acima a zero, obtém-se o filtro ótimo  $\mathbf{w}_u^{opt}$ :

$$\mathbf{w}_u^{opt} = -\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1} \mathbf{C}_u \lambda \quad (3.24)$$

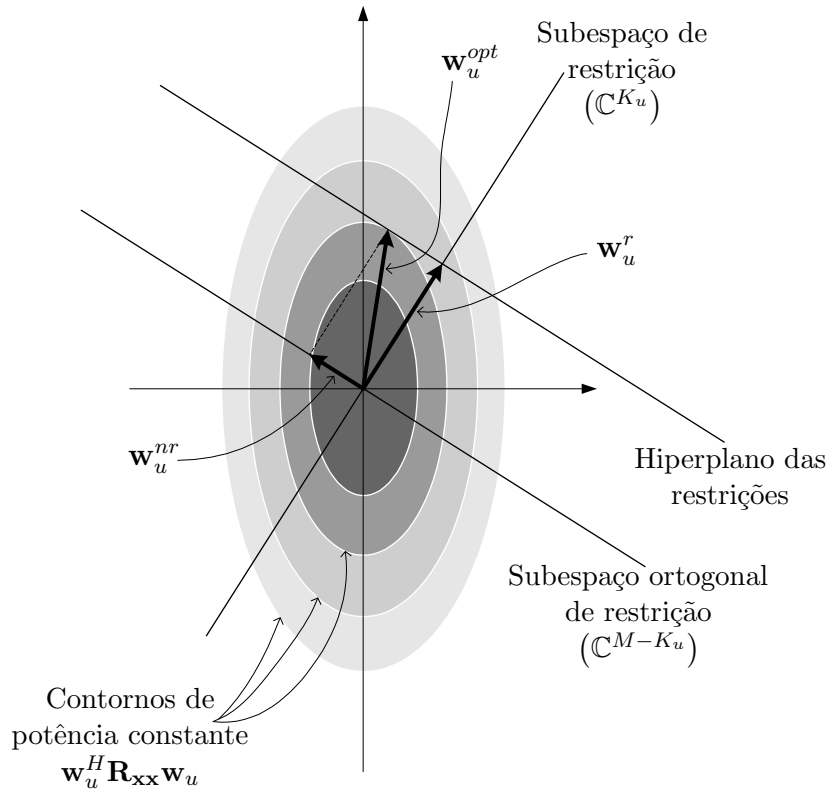
onde  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}$  existe pois  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$  é uma matriz positiva definida, uma vez que inclui o ruído. O valor do multiplicador de Lagrange  $\lambda$  pode ser obtido substituindo-se o vetor  $\mathbf{w}_u^{opt}$ , dado pela equação acima, na restrição 3.21b:

$$\lambda = -(\mathbf{C}_u^H \mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1} \mathbf{C}_u)^{-1} \mathbf{f}_u \quad (3.25)$$

onde a matriz  $(\mathbf{C}_u^H \mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1} \mathbf{C}_u)$  é inversível pois  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$  é positiva definida e  $\mathbf{C}_u$  é uma matriz de posto completo [21].

Das equações 3.24 e 3.25, obtém-se o filtro ótimo  $\mathbf{w}_u^{opt}$ , dado por:

$$\mathbf{w}_u^{opt} = \mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1} \mathbf{C}_u (\mathbf{C}_u^H \mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1} \mathbf{C}_u)^{-1} \mathbf{f}_u \quad (3.26)$$



**Figura 3.2:** Interpretação geométrica das componentes restrita e não restrita

### 3.4.1 Interpretação Geométrica

O filtro ótimo  $\mathbf{w}_u^{opt}$  pertence ao espaço vetorial  $M$  dimensional  $\mathbb{C}^M$  dos vetores de coeficientes. Pode-se representar este filtro por duas componentes ortogonais, sendo cada uma delas resultado da projeção de  $\mathbf{w}_u^{opt}$  no subespaço de restrição e no subespaço ortogonal de restrição, como mostrado na figura 3.2.

O *subespaço de restrição* é formado pelos vetores coluna da matriz de restrições  $\mathbf{C}_u$  que são linearmente independentes pois essa matriz possui posto completo. Dessa maneira, seus vetores coluna definem um espaço  $K_u$  dimensional  $\mathbb{C}^{K_u}$  contido no espaço  $\mathbb{C}^M$ , onde  $K_u < M$ .

O *subespaço ortogonal de restrição* é definido pela forma homogênea da equação de restrição, dada por:

$$\mathbf{C}_u^H \mathbf{w}_u = 0 \quad (3.27)$$

A equação acima define no espaço vetorial  $\mathbb{C}^M$  um hiperplano  $M - K_u$  dimensional

que inclui os vetores que satisfazem a forma homogênea da equação de restrição. Esses vetores não possuem componentes no subespaço de restrição, sendo, pois, ortogonais a ele. Logo, esses vetores definem um subespaço  $M - K_u$  dimensional ortogonal ao subespaço de restrição, denominado subespaço ortogonal de restrição. O subespaço de restrição e o subespaço ortogonal de restrição definem, juntos, o espaço vetorial  $\mathbb{C}^M$ .

Note ainda que a matriz de restrições  $\mathbf{C}_u^H$  é um operador linear que transforma um vetor do espaço vetorial  $\mathbb{C}^M$  no subespaço de restrição  $\mathbb{C}^{K_u}$ . Portanto, as soluções da equação 3.19 no domínio  $\mathbb{C}^M$  são tais que seu vetor correspondente da transformação linear  $\mathbf{C}_u^H$  no contradomínio  $\mathbb{C}^{K_u}$  são iguais a  $\mathbf{f}_u$ . A equação 3.19 define, pois, um hiperplano  $M - K_u$  dimensional, denominado *hiperplano das restrições*.

A figura 3.2 mostra ainda os contornos de potência constante do critério a ser minimizado, ou seja,  $\mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_{\mathbf{xx}} \mathbf{w}_u$ . Note que o filtro ótimo é dado pela intersecção entre o hiperplano de restrições e o contorno de potência constante de menor valor.

Para um maior detalhamento sobre a interpretação geométrica da solução LCMV, ver as referências [21, 30].

### Componente Quiescente

A componente do filtro  $\mathbf{w}_u^{opt}$  no subespaço de restrição é denominada de componente quiescente ou componente restrita. Essa componente, dada pela solução da equação 3.19 utilizando-se a pseudo-inversa de  $\mathbf{C}_u^H$ , é expressa por:

$$\mathbf{w}_u^r = \mathbf{C}_u (\mathbf{C}_u^H \mathbf{C}_u)^{-1} \mathbf{f}_u \quad (3.28)$$

O vetor quiescente é o vetor de menor comprimento possível no sentido euclidiano que satisfaz a equação 3.19. Por isso, ele também recebe o nome de solução de norma mínima. O vetor quiescente não depende da entrada e corresponde à componente fixa da solução ótima. Quando temos apenas ruído branco na entrada da antena, a solução ótima é o próprio vetor quiescente, o que pode ser comprovado fazendo-se  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}} = \sigma^2 \mathbf{I}_M$  na equação 3.26. Entretanto, à partir do momento em que um sinal correlacionado incide sobre a antena, uma segunda componente  $\mathbf{w}_u^{nr}$ , chamada de não restrita e situada no subespaço ortogonal de restrição, passa a existir (veja figura 3.2). Essa componente, por sua vez, depende da entrada e determina o ponto de mínimo do lugar geométrico dado pela intersecção do hiperplano de restrições com a função custo a ser minimizada.

### 3.4.2 O Problema do Espalhamento Angular e os Graus de Liberdade

Até o presente momento, tratamos das chamadas restrições pontuais, que impõem um certo ganho em determinadas direções específicas. Sinais provenientes de todas as outras direções tenderão a ser anulados no processo de minimização, caso haja graus de liberdade suficientes. O número de graus de liberdade total é determinado pelo número de elementos da antena. Para uma antena dada, quanto maior for o número de restrições, menor serão os graus de liberdade restantes para cancelar as interferências em outras direções.

As restrições pontuais se prestam bem a uma situação de espalhamento angular nulo, em que as direções de chegada do sinal de interesse podem ser determinadas com precisão. O caso em que existe incerteza quanto às direções de chegada ou o caso de espalhamento angular não nulo requerem restrições sobre uma faixa de ângulos, ao invés de uma direção única. Caso exista incerteza quanto à direção de chegada, ao se minimizar a potência de saída, se a direção de chegada real não corresponder exatamente àquela da restrição pontual, a resposta na direção do sinal poderá ser muito atenuada. Por outro lado, mesmo conhecendo-se a real direção de chegada do sinal de interesse, se o espalhamento angular for não nulo a restrição pontual não será capaz de capturar toda a potência do sinal, que está distribuída sobre uma faixa de ângulos.

Em ambos os casos citados acima, faz-se necessário controlar a resposta do filtro espacial sobre uma faixa de ângulos, e não mais sobre um único ângulo. Para tal, pode-se utilizar múltiplas restrições pontuais, dividindo-se a faixa de ângulos de interesse em pequenos intervalos iguais e utilizando o ângulo central de cada intervalo como uma restrição pontual. Quanto menor o intervalo tomado, mais pontos são considerados e melhor representada estará a banda como um todo. Porém, esse procedimento traz alguns problemas em relação aos graus de liberdade da antena e ao condicionamento da matriz  $\mathbf{C}_u$ .

Como citado anteriormente, quanto maior for o número de restrições, menor será o número de graus de liberdade restantes para cancelar as interferências em outras direções. Logo, existe um compromisso entre melhor representar a faixa de ângulos de interesse e melhor cancelar os interferentes. Além disso, ao se aumentar o número de restrições pontuais, as colunas da matriz  $\mathbf{C}_u$  tendem a perder a condição de independência linear, resultando numa matriz  $\mathbf{C}_u^H \mathbf{C}_u$  mal condicionada e impossibilitando a

sua inversão ou gerando resultados não confiáveis. Isso ocorre devido a representação em precisão finita de  $\mathbf{C}_u$ , na qual dois vetores direcionais correspondentes a ângulos suficientemente próximos podem assumir o mesmo valor.

### 3.4.3 Restrições Autovetoriais

O uso das restrições autovetoriais é uma solução para cobrir uma faixa de ângulos que possibilita um maior controle sobre o número de graus de liberdade utilizados pelas restrições, eliminando também o problema de mal condicionamento da matriz  $\mathbf{C}_u$ . As restrições autovetoriais foram propostas inicialmente em [5] e decorrem da representação da matriz de restrições usando-se como base o seu conjunto de vetores singulares. A redução do número de restrições é feita utilizando-se apenas os vetores singulares correspondentes aos valores singulares mais significativos da matriz de restrições, para a construção de uma *nova* matriz de ordem reduzida.

Pode ser demonstrado que as restrições autovetoriais são ótimas no sentido do mínimo erro quadrático entre a resposta desejada e a resposta obtida na faixa de interesse, para um dado número de restrições [30].

Introduzindo, então, a decomposição em elementos singulares (SVD) da matriz de restrições  $\mathbf{C}_u$ , tem-se:

$$\mathbf{C}_u^H = \mathbf{U}_u \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_u & \mathbf{0}_{P \times (M-P)} \\ \mathbf{0}_{(K_u-P) \times P} & \mathbf{0}_{(K_u-P) \times (M-P)} \end{bmatrix} \mathbf{V}_u^H \quad (3.29)$$

com

$$\mathbf{U}_u = [\mathbf{u}_1^u \ \mathbf{u}_2^u \ \cdots \ \mathbf{u}_{K_u}^u]_{K_u \times K_u} \quad (3.30a)$$

$$\mathbf{V}_u = [\mathbf{v}_1^u \ \mathbf{v}_2^u \ \cdots \ \mathbf{v}_M^u]_{M \times M} \quad (3.30b)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_u = \text{diag}(\sigma_1^u, \sigma_2^u, \dots, \sigma_P^u) \quad (3.30c)$$

onde as matrizes  $\mathbf{U}_u$  e  $\mathbf{V}_u$  são matrizes unitárias que contêm os vetores singulares à esquerda e à direita de  $\mathbf{C}_u^H$ , respectivamente, e  $\boldsymbol{\Sigma}_u$  é uma matriz diagonal composta pelos valores singulares de  $\mathbf{C}_u^H$  ordenados da seguinte maneira:  $\sigma_1^u \geq \sigma_2^u \geq \dots \geq \sigma_P^u > 0$ .

Considere a redução do número de restrições para  $\tilde{K}_u < K_u$ . As matrizes da

equação 3.30 se reduzem, então, a:

$$\tilde{\mathbf{U}}_u = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^u & \mathbf{u}_2^u & \cdots & \mathbf{u}_{\tilde{K}_u}^u \end{bmatrix}_{K_u \times \tilde{K}_u} \quad (3.31a)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_u = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^u & \mathbf{v}_2^u & \cdots & \mathbf{v}_{\tilde{K}_u}^u \end{bmatrix}_{M \times \tilde{K}_u} \quad (3.31b)$$

$$\tilde{\Sigma}_u = \text{diag}(\sigma_1^u, \sigma_2^u, \dots, \sigma_{\tilde{K}_u}^u) \quad (3.31c)$$

O valor de  $\tilde{K}_u$  implica diretamente na qualidade da representação da matriz de restrições reduzida e no número de graus de liberdade restantes para o cancelamento de interferentes. Pode-se escolher  $\tilde{K}_u$  de maneira a englobar os valores singulares mais significativos, obtendo-se, desta maneira, uma matriz de restrições reduzida que represente a faixa de ângulos de interesse de forma muito próxima à matriz de restrições original, porém com um número menor de restrições. Pode-se ainda controlar o valor de  $\tilde{K}_u$  de modo a se obter um número de restrições compatível com o número de elementos da antena, restando graus de liberdade suficientes para o cancelamento de interferentes.

Revisitando a equação 3.21b e utilizando a representação da matriz de restrições dada por  $\tilde{\mathbf{U}}_u \tilde{\Sigma}_u \tilde{\mathbf{V}}_u^H$ , tem-se:

$$\tilde{\mathbf{U}}_u \tilde{\Sigma}_u \tilde{\mathbf{V}}_u^H \mathbf{w}_u = \mathbf{f}_u \quad (3.32)$$

Após algumas manipulações matemáticas, chega-se a:

$$\tilde{\mathbf{V}}_u^H \mathbf{w}_u = \tilde{\Sigma}_u^{-1} \tilde{\mathbf{U}}_u^H \mathbf{f}_u \quad (3.33)$$

A equação acima possui a mesma forma da equação 3.21b que expressa as restrições. Pode-se, então, identificar a matriz  $\tilde{\mathbf{V}}_u$  como a matriz de restrições autovetoriais e o vetor  $\tilde{\Sigma}_u^{-1} \tilde{\mathbf{U}}_u^H \mathbf{f}_u$  como o vetor resposta autovetorial. Chega-se portanto à seguinte implementação das restrições autovetoriais, dada pela matriz de restrições autovetoriais e pelo vetor resposta correspondente:

$$\tilde{\mathbf{C}}_u = \tilde{\mathbf{V}}_u \quad (3.34a)$$

$$\tilde{\mathbf{f}}_u = \tilde{\Sigma}_u^{-1} \tilde{\mathbf{U}}_u^H \mathbf{f}_u \quad (3.34b)$$

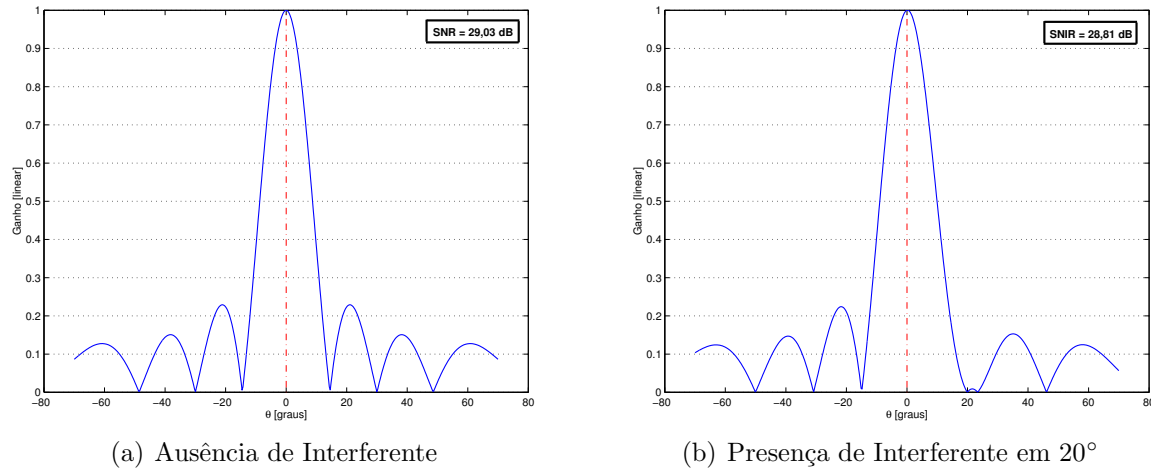
### 3.4.4 Restrições Pontuais $\times$ Restrições Autovetoriais

Com o objetivo de ganhar alguma visão sobre o comportamento da solução LCMV e de colocar em evidência as diferenças de desempenho entre o uso das restrições pontuais e autovetoriais, algumas simulações foram efetuadas. O número de elementos da antena da ERB e, conseqüentemente, de coeficientes do filtro espacial utilizado foi  $M = 8$ . Foi considerado que esta antena serve apenas um setor de  $120^\circ$  de uma célula. A distância inter-elementos utilizada foi de  $\frac{\lambda_c}{2}$ , onde  $\lambda_c$  é o comprimento de onda da portadora do enlace reverso. Considerou-se, ainda, para melhor compreensão e análise dos resultados, que o canal espaço-temporal do usuário desejado e do usuário interferente eram compostos por apenas um *cluster*, ou seja, possuía apenas um multipercurso. Uma vez definidos os parâmetros de simulação, as MACE do usuário desejado, do ruído e do interferente (quando este estava presente) eram calculadas segundo a equação 2.36 da página 29 e serviam de entrada para o cálculo do filtro espacial segundo a equação 3.26.

Inicialmente, foi considerada a situação de ausência de interferentes e uma SNR de 20 dB. O DOA do usuário desejado era de  $0^\circ$ , o espalhamento angular nulo e a potência do multipercurso unitária. A figura 3.3(a) mostra o padrão de radiação da solução obtida para uma restrição pontual em  $0^\circ$  de ganho 1 (linha tracejada), de acordo com o conjunto de equações 3.20. É mostrado ainda a SNR resultante após o filtro espacial. Note que a restrição de ganho unitário na direção  $0^\circ$  é respeitada pela solução e que o ganho em SNR (9,03 dB) na saída do filtro espacial concorda com a previsão teórica de  $10 \log_{10}(M) = 9,03$  dB. Este ganho se deve à filtragem do ruído espacial branco presente na antena de acordo com o padrão mostrado na figura 3.3(a).

A figura 3.3(b) mostra a modificação no padrão de radiação da solução LCMV com a presença de um interferente em  $20^\circ$ , cuja CIR é de 0 dB. É possível observar que este padrão de radiação foi alterado de maneira a anular a direção  $20^\circ$ , devido à presença do forte interferente. A SNIR inicial era, neste caso, de  $-0,043$  dB, representando um ganho de SNIR de 28,85 dB. Mesmo com o cancelamento total do interferente, a SNIR resultante neste caso é ligeiramente inferior àquela encontrada no caso anterior. Isto se deve a um pequeno aumento nos lóbulos secundários e, portanto, uma maior presença de ruído no sinal. Em outras palavras, como um grau de liberdade extra da antena foi utilizado para cancelar o interferente, restou um menor número de graus de liberdade para a minimização da potência recebida nas outras direções, o que implica





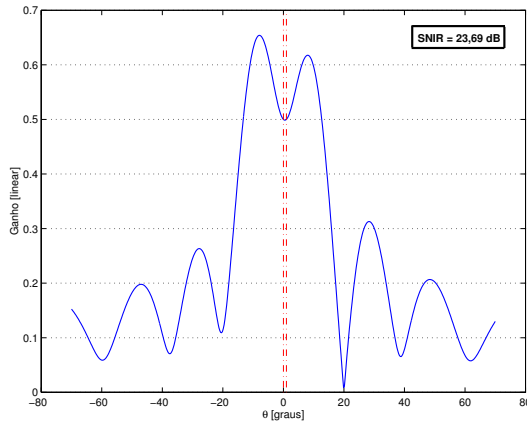
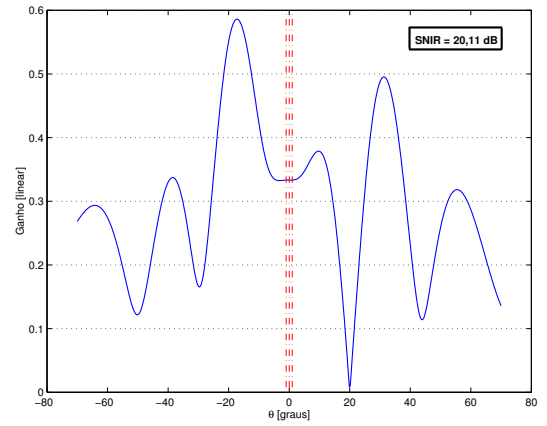
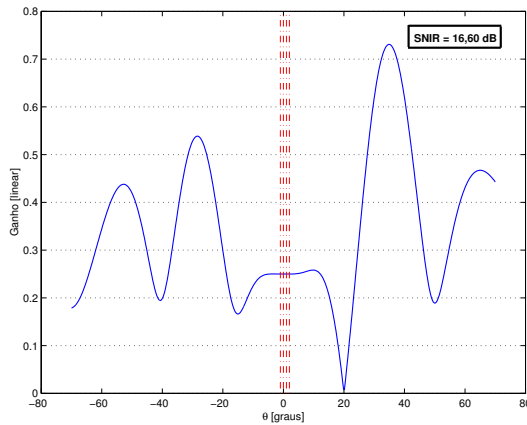
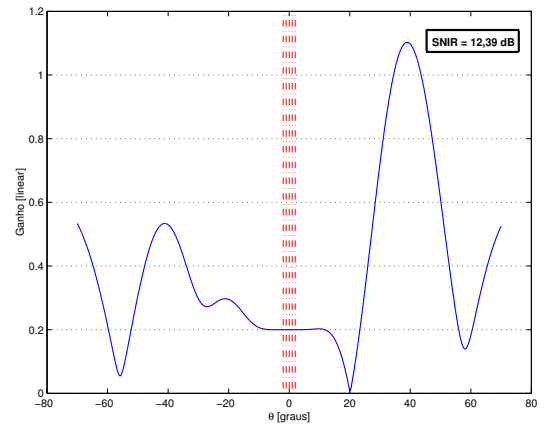
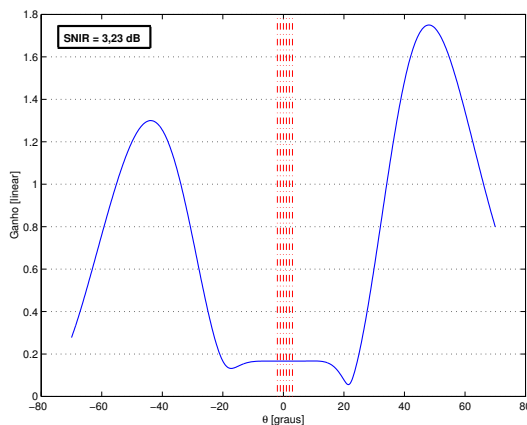
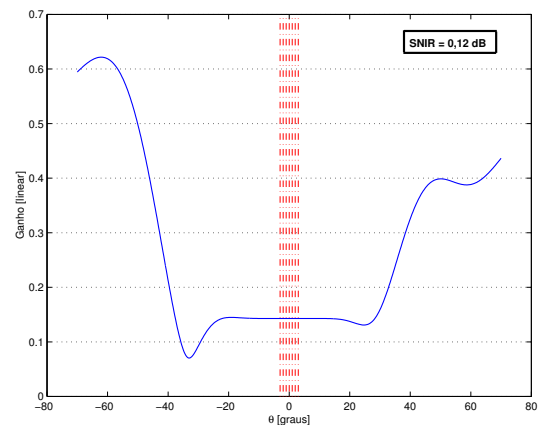
**Figura 3.3:** Padrão de radiação da solução LCMV na ausência e na presença de interferente

numa menor redução do ruído espacial.

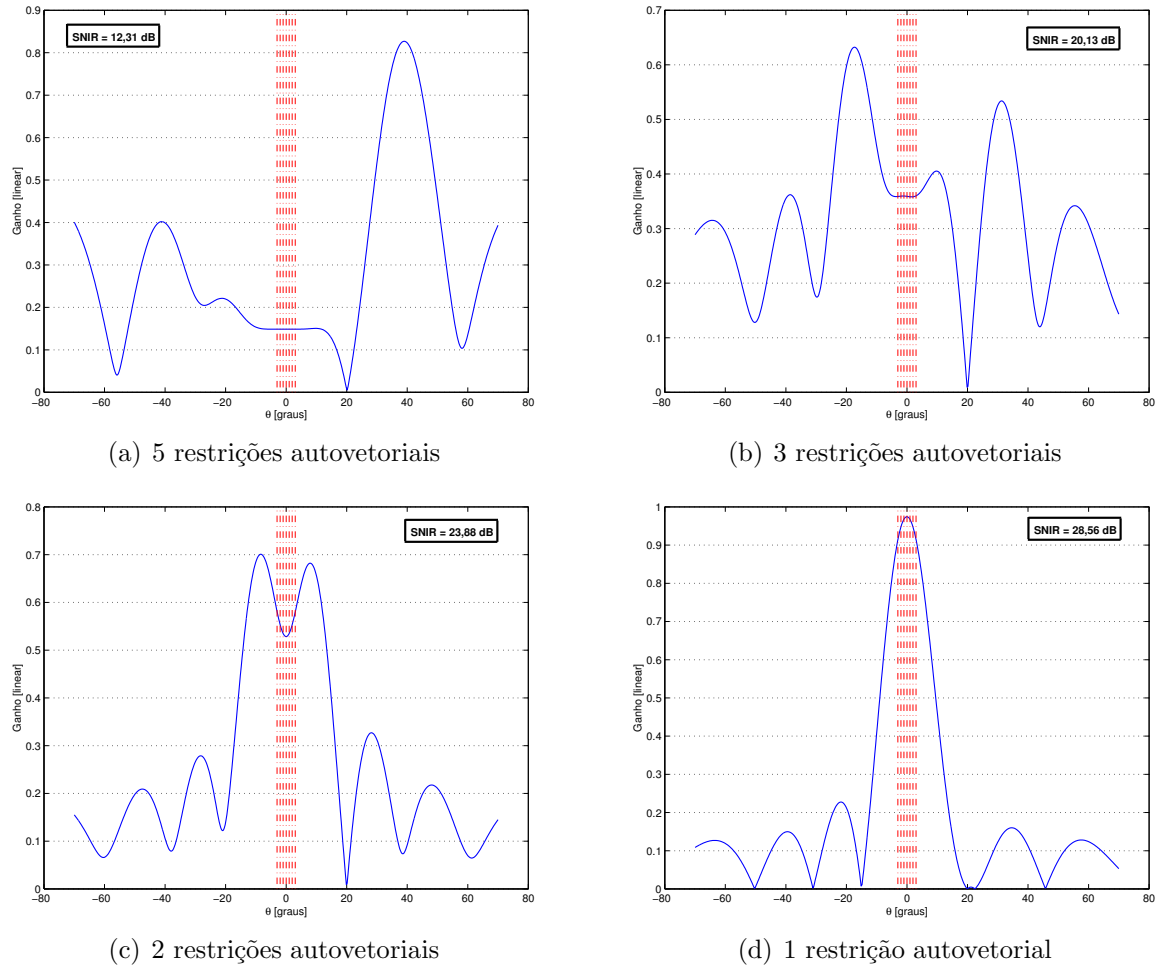
Mantendo-se o mesmo cenário de simulação, o número de multipercursos do canal do usuário desejado foi sendo aumentado gradativamente até atingir 7 DOAs espaçados de  $1^\circ$  e cobrindo a faixa de  $-3^\circ$  a  $3^\circ$ , simulando um espalhamento angular. A potência total do canal foi normalizada em 1, sendo que todos os multipercursos tinham a mesma potência. Foram utilizadas restrições pontuais em igual número ao número de multipercursos, de ganho e DOA idêntico ao ganho de cada multipercurso.

Uma análise da figura 3.4 revela que a presença de restrições pontuais muito próximas provoca o aparecimento de *overshoots* no padrão de radiação. Além disso, cada nova restrição imposta ao filtro provoca a diminuição da SNIR na saída do filtro espacial pois um grau de liberdade adicional é alocado para se atender à restrição, restando um menor número de graus de liberdade disponíveis para o processo de minimização da potência recebida fora das restrições. Note ainda que, como o interferente possui potência idêntica a do sinal útil, seu cancelamento tem *prioridade* sobre a redução de ruído, sendo possível até 5 restrições, como mostrado na figura 3.4(d). Ao se chegar a 7 multipercursos e 7 restrições, todos os graus de liberdade da antena são dedicados a respeitar as restrições e o interferente não é mais anulado, sequer atenuado satisfatoriamente, como mostra a figura 3.4(f).

Para se resolver o problema dos graus de liberdade, foram utilizadas restrições autovetoriais baseadas na matriz de restrição com 7 restrições. A figura 3.5 mostra as soluções obtidas com o uso de 1, 2, 3 e 5 restrições autovetoriais, sendo que, em cada caso, foram mantidos os vetores singulares à direita e à esquerda correspondentes aos

(a) 2 restrições ( $0^\circ$  e  $1^\circ$ )(b) 3 restrições ( $-1^\circ$ ,  $0^\circ$  e  $1^\circ$ )(c) 4 restrições ( $-1^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $1^\circ$  e  $2^\circ$ )(d) 5 restrições ( $-2^\circ$ ,  $-1^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $1^\circ$  e  $2^\circ$ )(e) 6 restrições ( $-2^\circ$ ,  $1^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $1^\circ$ ,  $2^\circ$  e  $3^\circ$ )(f) 7 restrições ( $-3^\circ$ ,  $-2^\circ$ ,  $-1^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $1^\circ$ ,  $2^\circ$  e  $3^\circ$ )

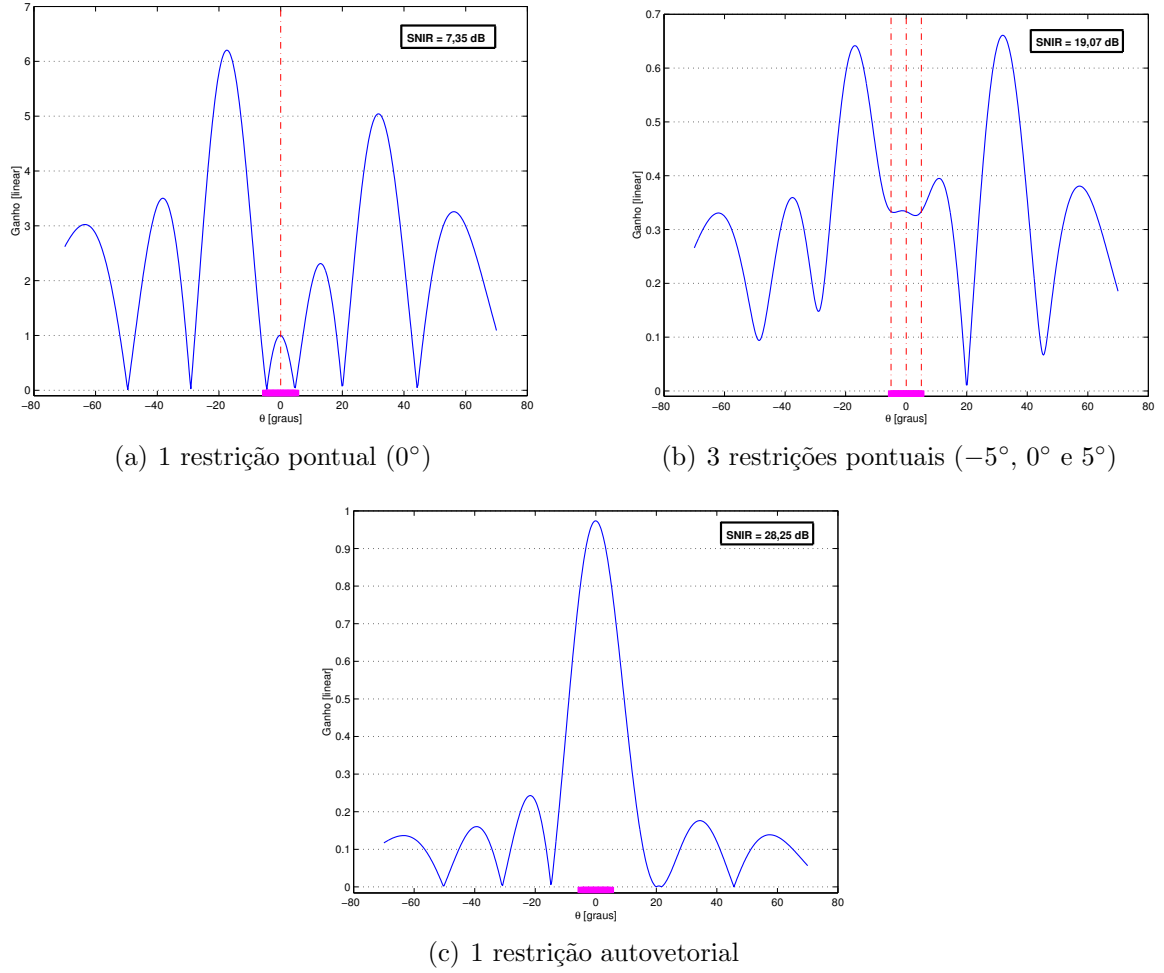
**Figura 3.4:** Solução LCMV com restrições pontuais para diferentes números de multipercursos



**Figura 3.5:** Solução LCMV com restrições autovetoriais para 7 multipercursos

máximos valores singulares para a construção dessas restrições. Como esperado, com a diminuição do número de restrições utilizadas, o aumento dos graus de liberdade restantes leva a um melhor desempenho da solução. Esta melhora pode ser observada diretamente no padrão de radiação ou na SNIR resultante em cada caso. Vale a pena ainda ressaltar que o melhor desempenho é obtido com o uso de apenas 1 restrição autovetorial, pois esta é capaz de representar de forma bastante satisfatória a faixa de ângulos que desejamos restringir. Este também é o caso em que há um maior número de graus de liberdade da antenna disponíveis para o cancelamento de interferentes e redução do ruído.

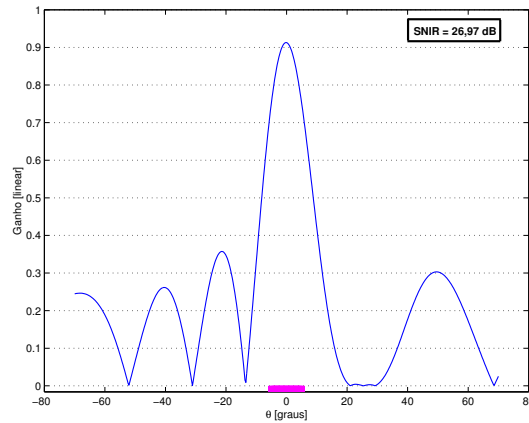
Uma outra forma de se resolver o problema dos graus de liberdade na presença de espalhamento angular é a utilização de apenas uma restrição pontual na direção do



**Figura 3.6:** Solução LCMV com diferentes restrições para espalhamento angular não nulo

DOA nominal  $\theta_p$  ou a utilização de 3 restrições pontuais, uma no DOA nominal e uma em cada extremidade da faixa de ângulos que se deseja cobrir, ou seja, em  $\theta_p + \frac{\sigma_{\theta_p}}{2}$  e  $\theta_p - \frac{\sigma_{\theta_p}}{2}$ . As soluções relativas a essas duas propostas, assim como uma terceira baseada numa única restrição autovetorial, são mostradas na figura 3.6 acima onde todas as condições de simulações foram mantidas, exceto o canal do usuário desejado, cujo espalhamento angular agora é de  $10^\circ$ , representado por DOAs espaçados de  $0, 5^\circ$  na faixa de  $-5^\circ$  a  $5^\circ$ . Essas direções foram utilizadas para construir a matriz de restrições para o método autovetorial.

Na figura 3.6, a faixa de ângulos correspondente ao espalhamento angular considerado é mostrada sob o eixo das abscissas e as restrições pontuais, quando utilizadas, são mostradas por linhas tracejadas. Note que a restrição pontual na figura 3.6(a) é



**Figura 3.7:** Solução LCMV com uma restrição autovetorial para espalhamento angular não nulo do usuário desejado e do interferente

satisfeita, com ganho unitário, porém ocorre um anulamento nas bordas da faixa de ângulos do sinal desejado. Isso ocorre pois a potência do sinal desejado se espalha sobre a faixa de ângulos de  $-5^\circ$  a  $5^\circ$  e a solução LCMV procura minimizar toda a potência fora da restrição, em  $0^\circ$ . Essa solução não recupera toda a potência do sinal desejado, o que pode ser comprovado pela baixa SNIR resultante. Por outro lado, o uso de 3 restrições pontuais, como mostrado na figura 3.6(b), garante um melhor aproveitamento da potência do sinal desejado, pois gera uma resposta praticamente plana na sua faixa de ângulos de chegada e também é eficaz no cancelamento do interferente. Contudo, devido ao uso de 3 restrições pontuais próximas e ao número relativamente pequeno de graus de liberdade restantes, pode-se notar a presença de lóbulos secundários muito elevados, característica indesejável no uso de filtros espaciais para sistemas celulares. Além disso, a SNIR resultante mostra que não há nenhum ganho em relação a SNR original.

Entretanto, é evidente que a melhor solução corresponde ao uso de 1 restrição autovetorial, mostrada na figura 3.6(c). Esta solução é capaz de capturar corretamente toda a potência do sinal desejado, cancelar o interferente e ainda reduzir a potência de ruído espacial capturada. Todas essas características podem ser observadas em seu padrão de radiação, o qual possui o lóbulo principal apontado na direção do usuários desejado e largo o suficiente para capturar toda sua energia, possui lóbulos secundários reduzidos e um nulo na direção do interferente. Novamente, há uma comprovação de que o uso de uma restrição autovetorial apresenta um desempenho superior ao uso de restrições pontuais.

O caso mais geral, em que o interferente também possui espalhamento angular não nulo, é mostrado na figura 3.7. Aqui, o canal do interferente possui DOA nominal de  $25^\circ$  e também possui espalhamento angular de  $10^\circ$ , resultando numa interferência espalhada na faixa de  $20^\circ$  a  $30^\circ$ . A CIR foi mantida em 0 dB e a SNR em 20 dB. Note a capacidade da solução LCMV de cancelar o interferente, mesmo quando ele se encontra espalhado no domínio angular, resultando numa SNIR de 26,97 dB após o filtro espacial.

### 3.5 LCMV sem Estimação de DOA

Ambas as soluções apresentadas e desenvolvidas até o presente momento, o CO e a LCMV, baseiam-se na minimização da potência do sinal recebido pela antena sob uma restrição relativa ao usuário desejado, sendo que a solução LCMV, dada pela equação 3.21, impõe uma restrição sobre o ganho nas direções de chegada do sinal desejado enquanto que a solução analítica ou solução CO (Combinador Ótimo), dada pela equação 3.16, impõe uma restrição sobre a potência recebida do sinal desejado. Entretanto, a solução CO, por impor uma restrição sobre a potência de sinal recebido e não diretamente sobre o ganho do filtro espacial, é capaz de gerar melhores soluções em alguns casos.

Apesar das semelhanças entre a solução LCMV e a solução CO, uma diferença fundamental entre os dois métodos está no fato de que o LCMV necessita da estimação dos ângulos de chegada (DOAs), enquanto que o CO utiliza uma estimativa da MACE do usuário desejado. Isso representa uma desvantagem para a solução LCMV, pois os métodos de estimação de DOA existentes na literatura são altamente custosos computacionalmente e são capazes de estimar um número de direções de chegada limitado pelo número de elementos da antena. Sua utilização em sistemas práticos depende, portanto, das características particulares de cada sistema e do ambiente, ou seja, do número de usuários e do número de multipercursos por usuário, que se reflete no número de DOAs esperado por usuário. Além disso, os métodos de estimação de DOA se baseiam na análise da MACE para obter uma estimativa das direções de chegada, as quais servirão de entrada para o cálculo da solução LCMV, enquanto a solução CO utiliza diretamente as MACEs para obter os filtros espaciais.

A solução CO é, portanto, mais adequada aos sistemas e ambientes celulares de um modo geral. Entretanto, do que nos é dado conhecer, não há nenhuma derivação

de versões adaptativas dessa solução na literatura. Já a solução LCMV permite facilmente a derivação de versões adaptativas, sendo que uma versão LMS foi apresentada por Frost em [21] e uma versão RLS é apresentada por Resende em [32]. Essas versões adaptativas se referem à adaptação da matriz de autocorrelação espacial  $\mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}$  e não dos DOAs e são capazes de se adaptar a mudanças no padrão dos interferentes e do ruído. A adaptação em relação aos DOAs pode ser facilmente implementada no seu processo de estimação.

Tendo em vista as vantagens e desvantagens dos dois métodos, buscamos aqui derivar uma solução do tipo LCMV que não utilize a informação de ângulo de chegada explicitamente e sim de forma implícita, através do uso da MACE do usuário desejado, uma vez que esta contém as informações sobre a geometria de propagação entre o usuário e a ERB.

### 3.5.1 A Matriz de Restrições Autovetoriais $\tilde{\mathbf{C}}_u$ e a MACE

A equação 3.34a mostra que a matriz de restrições autovetoriais  $\tilde{\mathbf{C}}_u$  é formada pelos vetores singulares à direita da decomposição em valores singulares de  $\mathbf{C}_u^H$ . Pela definição da decomposição em valores singulares, esses vetores são também autovetores da matriz  $\mathbf{C}_u\mathbf{C}_u^H$ . É interessante, pois, analisar a estrutura dessa matriz. Relembrando a equação 3.20a, tem-se:

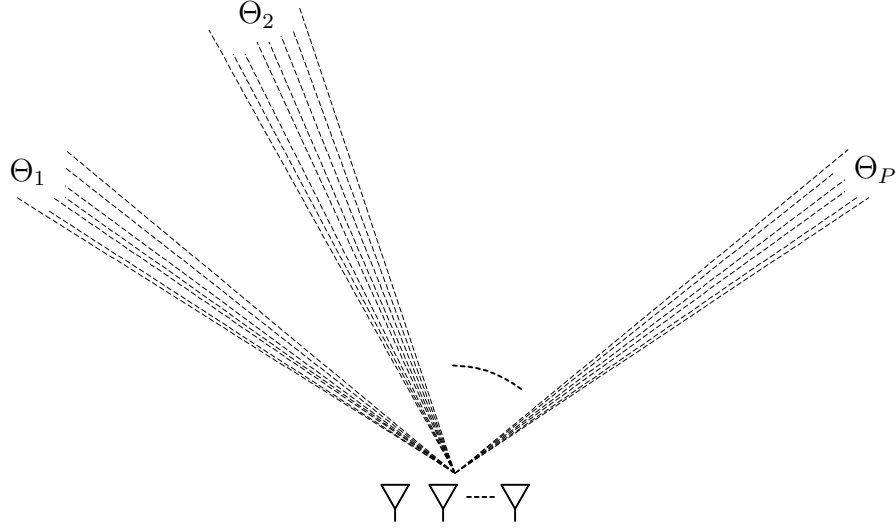
$$\mathbf{C}_u\mathbf{C}_u^H = \sum_{k=1}^{K_u} \mathbf{d}(\theta_k^u) \mathbf{d}^H(\theta_k^u) \quad (3.35)$$

Note que a matriz acima é formada de maneira similar à matriz de autocorrelação espacial do canal do usuário desejado, dada pela equação 2.60 da página 38. Para evidenciar a similaridade entre essas duas matrizes, considere a transformação de ambos os somatórios na equação 2.60 em um único. Seja  $\Theta$  o conjunto de todos os ângulos de chegada, formado pela união dos conjuntos  $\Theta_p$ , para  $p = 1 \dots P$ , como ilustrado na figura 3.8. Sendo  $P_T$  o número de elementos do conjunto  $\Theta$ , a MACE do canal se escreve:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{h}^{\sigma_\theta}}^u = \sum_{q=1}^{P_T} R_{\alpha_p}^u(\theta_q, 0) \mathbf{d}(\theta_q^u) \mathbf{d}^H(\theta_q^u) \quad (3.36)$$

onde  $\theta_q$  corresponde a cada um dos ângulos de chegada do conjunto  $\Theta$ .

Pode-se então perceber que a estrutura da matriz  $\mathbf{C}_u\mathbf{C}_u^H$  é semelhante, a menos



**Figura 3.8:** Composição do conjunto  $\Theta$

das potências  $R_{\alpha_p}^u(\theta_q^u, 0)$ , à matriz de autocorrelação espacial do canal  $\mathbf{R}_{\mathbf{h}\sigma_\theta}^u$ . Aliás, procura-se incorporar na matriz de restrições  $\mathbf{C}_u$  o maior número possível de direções de chegada do sinal desejado com o objetivo de maximizar a potência de sinal útil recebido, de maneira que, quanto maior o número de restrições utilizadas, mais bem representadas estarão as faixas de ângulos de chegada do sinal e mais próxima da matriz  $\mathbf{R}_{\mathbf{h}\sigma_\theta}^u$  estará a matriz  $\mathbf{C}_u \mathbf{C}_u^H$ .

Propomos, então, o uso da matriz de autocorrelação espacial  $\mathbf{R}_{\mathbf{h}\sigma_\theta}^u$  como a melhor representação possível de  $\mathbf{C}_u \mathbf{C}_u^H$ . Desta forma, a matriz de restrições autovetoriais  $\tilde{\mathbf{C}}_u$  é formada pelos autovetores de  $\mathbf{R}_{\mathbf{h}\sigma_\theta}^u$  correspondentes aos  $\tilde{K}_u$  maiores autovalores e, por conseguinte, substitui-se a estimação dos DOAs relativos ao usuário desejado pela estimação da sua MACE.

Propomos ainda, o uso de uma única restrição autovetorial pois, como mostrado na seção 3.4.4, na presença de espalhamento angular o uso de somente uma restrição autovetorial leva ao melhor desempenho.

### 3.5.2 Solução Proposta

Propomos, então o uso de apenas uma restrição autovetorial, sendo a matriz de restrições  $\check{\mathbf{C}}_u$  formada pelo máximo autovetor da matriz  $\mathbf{R}_{\mathbf{h}\sigma_\theta}^u$  e o vetor resposta  $\check{\mathbf{f}}_u$ , dado pela equação 3.34b, reduzido a um escalar cujo valor não afeta a solução pois corresponde apenas a um fator de escala. Logo, sem perda de generalidade, pode-se



definir:

$$\check{\mathbf{f}}_u = 1 \quad (3.37)$$

Utilizando-se, então, a equação 3.26, pode-se obter o filtro ótimo, dado por:

$$\mathbf{w}_u^{opt} = \mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1} \check{\mathbf{C}}_u (\check{\mathbf{C}}_u^H \mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1} \check{\mathbf{C}}_u)^{-1} \check{\mathbf{f}}_u \quad (3.38)$$

### 3.5.3 Componente Quiescente

Neste caso, relembrando a equação 3.28 e normalizando o autovetor  $\check{\mathbf{C}}_u$  de forma que  $\check{\mathbf{C}}_u^H \check{\mathbf{C}}_u = 1$ , a componente quiescente do filtro  $\mathbf{w}_u^{opt}$  é dada por:

$$\mathbf{w}_u^r = \check{\mathbf{C}}_u (\check{\mathbf{C}}_u^H \check{\mathbf{C}}_u)^{-1} \check{\mathbf{f}}_u = \check{\mathbf{C}}_u \quad (3.39)$$

Vale a pena ressaltar que essa componente quiescente corresponde a uma situação de entrada quieta, ou seja, ausência de interferentes e presença somente de ruído na antena e maximiza a relação sinal ruído (SNR) na sua saída. Essa componente corresponde, portanto, ao Filtro Casado Espacial (FCE) relativo ao usuário  $u$ . Porém, à medida em que interferências se fazem presentes, a solução dada pela equação 3.38 se afasta do FCE, pois ela tenderá a sintetizar nulos na direção dessas interferências, atenuando-as.

## 3.6 Versões Adaptativas

Até o presente momento, foi considerado que se dispunha de uma estimativa da MACE da entrada  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$  para se obter a solução LCMV. Entretanto, em ambientes não-estacionários, essa matriz deve ser constantemente atualizada, assim como o filtro espacial ótimo. A atualização da estimativa explícita da matriz  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$  e a consequente atualização do filtro ótimo, dado pela equação 3.26, resulta numa complexidade computacional proporcional ao cubo do número de elementos da antena, além de obrigar o processamento por blocos do sinal, forçando o processamento de cada bloco duas vezes, sendo a primeira necessária para se estimar a matriz  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$  e a segunda responsável pela filtragem e obtenção do sinal desejado. Com o objetivo de reduzir esta complexidade computacional e permitir o processamento *on-line* do sinal, versões adaptativas do tipo LMS e RLS da solução LCMV foram propostas na literatura e são apresentadas nessa seção. Maiores detalhes sobre a teoria de filtragem adaptativa podem ser encontrados em [17].

### 3.6.1 CLMS (*Constrained Least Mean Square*)

A versão adaptativa do tipo LMS, chamada de *Constrained Least Mean Square* (CLMS), foi inicialmente proposta por Frost em [21]. Essa versão se baseia numa aproximação estocástica do *método da descida mais íngreme* ou *método do gradiente*, a partir de uma inicialização que respeite a restrição.

Considere que a inicialização escolhida seja a componente quiescente, dada pela equação 3.28:

$$\mathbf{w}_u(0) = \mathbf{C}_u (\mathbf{C}_u^H \mathbf{C}_u)^{-1} \mathbf{f}_u \quad (3.40)$$

Seguindo o método do gradiente, a cada iteração o filtro é atualizado na direção negativa ao gradiente dado pela equação 3.23 escalonado por uma constante  $\mu$ , chamada de *passo de adaptação*. A  $n$ -ésima iteração do algoritmo é dada por:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_u(n+1) &= \mathbf{w}_u(n) - \mu \frac{\partial J(\mathbf{w}_u(n), \lambda)}{\partial \mathbf{w}_u^H} \\ &= \mathbf{w}_u(n) - \mu [\mathbf{R}_{\mathbf{xx}} \mathbf{w}_u(n) + \lambda(n) \mathbf{C}_u] \end{aligned} \quad (3.41)$$

onde o multiplicador de Lagrange  $\lambda(n)$  é calculado de forma que o filtro  $\mathbf{w}_u(n+1)$  satisfaça a restrição 3.21b:

$$\mathbf{C}_u^H \mathbf{w}_u(n+1) = \mathbf{C}_u^H \mathbf{w}_u(n) - \mu \mathbf{C}_u^H \mathbf{R}_{\mathbf{xx}} \mathbf{w}_u(n) - \mu \lambda(n) \mathbf{C}_u^H \mathbf{C}_u = \mathbf{f}_u \quad (3.42)$$

O valor do multiplicador de Lagrange  $\lambda(n)$  é obtido resolvendo-se a equação acima. Substituindo-se este valor na equação 3.41, obtém-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_u(n+1) &= \mathbf{w}_u(n) - \mu \left[ \mathbf{I}_M - \mathbf{C}_u (\mathbf{C}_u^H \mathbf{C}_u)^{-1} \mathbf{C}_u^H \right] \mathbf{R}_{\mathbf{xx}} \mathbf{w}_u(n) + \\ &\quad \mathbf{C}_u (\mathbf{C}_u^H \mathbf{C}_u)^{-1} [\mathbf{f}_u - \mathbf{C}_u^H \mathbf{w}_u(n)] \end{aligned} \quad (3.43)$$

É importante ressaltar que o termo  $\mathbf{f}_u - \mathbf{C}_u^H \mathbf{w}_u(n)$  não é considerado nulo e eliminado do processo de adaptação, como seria esperado se o filtro satisfizesse precisamente a restrição no instante  $n$ . Frost mostra em [21] que esse termo é responsável por corrigir qualquer desvio em relação à restrição devido a erros de precisão finita, evitando sua eventual acumulação e a perda da restrição.

Definindo-se, então, o vetor:

$$\mathbf{q}_u = \mathbf{C}_u (\mathbf{C}_u^H \mathbf{C}_u)^{-1} \mathbf{f}_u \quad (3.44)$$

e a matriz

$$\mathbf{P}_u = \mathbf{I}_M - \mathbf{C}_u (\mathbf{C}_u^H \mathbf{C}_u)^{-1} \mathbf{C}_u^H \quad (3.45)$$

o algoritmo se reescreve da seguinte maneira:

$$\mathbf{w}_u(n+1) = \mathbf{P}_u [\mathbf{w}_u(n) - \mu \mathbf{R}_{\mathbf{xx}} \mathbf{w}_u(n)] + \mathbf{q}_u \quad (3.46)$$

A equação acima fornece o algoritmo de adaptação do método do gradiente, supondo conhecimento *a priori* da matriz  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$ . A versão LMS é obtida a partir da aproximação estocástica do método do gradiente, que consiste em substituir a matriz  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$  no instante  $n$  pelo seu valor instantâneo  $\mathbf{x}(n)\mathbf{x}(n)^H$ . Lembrando que  $\mathbf{x}(n)^H \mathbf{w}_u(n) = y(n)$ , chega-se ao algoritmo CLMS, sumarizado na tabela 3.1.

Para esta versão adaptativa pode-se utilizar qualquer uma das restrições apresentadas anteriormente, bastando para isso substituir a matriz de restrições  $\mathbf{C}_u$  e o vetor resposta  $\mathbf{f}_u$ , no algoritmo apresentado na tabela 3.1, pela matriz de restrição e o vetor resposta provenientes do método utilizado para se obter as restrições. O interesse maior reside, contudo, na utilização das restrições obtidas diretamente através da MACE do usuário desejado, evitando-se a estimação de DOA. A estimação da MACE será tratada na seção 3.6.3.

**Tabela 3.1:** CLMS (*Constrained Least Mean Square*)

- Inicialização

$$\mathbf{q}_u = \mathbf{C}_u (\mathbf{C}_u^H \mathbf{C}_u)^{-1} \mathbf{f}_u \quad (3.47a)$$

$$\mathbf{P}_u = \mathbf{I}_M - \mathbf{C}_u (\mathbf{C}_u^H \mathbf{C}_u)^{-1} \mathbf{C}_u^H \quad (3.47b)$$

$$\mathbf{w}_u(0) = \mathbf{q}_u \quad (3.47c)$$

- Atualização do filtro espacial

$$\mathbf{w}_u(n+1) = \mathbf{P}_u [\mathbf{w}_u(n) - \mu y(n) \mathbf{x}(n)] + \mathbf{q}_u \quad (3.48)$$

### 3.6.2 CFLS (*Constrained Fast Least Squares*)

Nesta seção apresentamos a versão adaptativa do tipo RLS que se baseia no *algoritmo recursivo de mínimos quadrados*, a qual foi originalmente proposta por Resende em [31] e melhor analisada em [30, 32–34]. Em [34], Resende expressa o sinal de saída do filtro espacial do usuário  $u$  no instante  $n$ ,  $y(n) = \mathbf{x}^H(n)\mathbf{w}_u(n)$ , segundo o critério dos mínimos quadrados (LS), chegando ao seguinte critério com restrição:

$$\underset{\mathbf{w}_u}{\text{minimizar}} \quad \sum_{i=1}^n \omega^{n-i} y^2(i) = \sum_{i=1}^n \omega^{n-i} [\mathbf{x}^H(i)\mathbf{w}_u(n)]^2 \quad (3.49a)$$

$$\text{sujeito a} \quad \mathbf{C}_u^H \mathbf{w}_u(n) = \mathbf{f}_u \quad (3.49b)$$

onde  $\omega$  é o fator de esquecimento exponencial que permite seguir as não estacionariedades do processo,  $0 \ll \omega < 1$ .

De maneira análoga à equação 3.21, a solução ótima a cada instante  $n$  é obtida pelo método dos multiplicadores de Lagrange e é dada por [34]:

$$\mathbf{w}_u^{LS}(n) = \mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(n) \mathbf{C}_u (\mathbf{C}_u^H \mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(n) \mathbf{C}_u)^{-1} \mathbf{f}_u \quad (3.50)$$

onde  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}(n)$  é a estimativa temporal de  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$ , dada por:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}(n) = \sum_{i=1}^n \omega^{n-i} \mathbf{x}(i) \mathbf{x}^H(i) \quad (3.51)$$

Note que o filtro ótimo encontra-se agora em função do instante de tempo  $n$ . Uma particularidade do critério de mínimos quadrados é que o filtro obtido no instante  $n$  é ótimo em relação às observações passadas disponíveis. Em outras palavras, um filtro ótimo é sempre obtido à medida em que novos dados vão se tornando disponíveis.

A equação 3.50 é a contrapartida determinística da equação 3.26, que trata do problema estocástico. A derivação de um algoritmo recursivo LS para a solução  $\mathbf{w}_u^{LS}(n)$  é baseada na recursão do próprio vetor  $\mathbf{w}_u^{LS}(n)$ . Seguindo o desenvolvimento apresentado em [34], pode-se reescrever a equação 3.50 como:

$$\mathbf{w}_u^{LS}(n) = \mathbf{Q}_u(n) \mathbf{f}_u \quad (3.52a)$$

$$\mathbf{Q}_u(n) = \mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(n) \mathbf{C}_u (\mathbf{C}_u^H \mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(n) \mathbf{C}_u)^{-1} \quad (3.52b)$$

Obter a recursão do filtro  $\mathbf{w}_u^{LS}(n)$  recai em se obter uma recursão sobre a matriz  $\mathbf{Q}_u(n)$ , a qual passa pela recursão da inversa da matriz de autocorrelação total  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$ . Como apenas a inversa da matriz  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$  intervém na obtenção de  $\mathbf{Q}_u(n)$ , é interessante obter uma recursão sobre  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}$ , evitando assim a inversão dessa matriz a cada iteração do algoritmo e reduzindo drasticamente o custo computacional dessa recursão. Tal recursão sobre  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}$  pode ser obtida invocando-se o lema de inversão de matrizes<sup>1</sup> [17]:

$$\mathbf{g}(n+1) = \frac{\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(n)\mathbf{x}(n+1)}{\omega + \mathbf{x}^H(n+1)\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(n)\mathbf{x}(n+1)} \quad (3.53a)$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(n+1) = \frac{1}{\omega} [\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(n) - \mathbf{g}(n+1)\mathbf{x}^H(n+1)\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(n)] \quad (3.53b)$$

onde  $\mathbf{g}(n)$  é o chamado ganho de adaptação.

Utilizando-se o ganho de adaptação, a seguinte recursão é obtida para a matriz  $\mathbf{Q}_u(n)$  [34]:

$$\mathbf{u}_u(n+1) = \mathbf{C}_u^H \mathbf{g}(n+1) \quad (3.54a)$$

$$\mathbf{v}_u^H(n+1) = \mathbf{x}^H(n+1)\mathbf{Q}_u(n) \quad (3.54b)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_u(n+1) = & [\mathbf{Q}_u(n) - \mathbf{g}(n+1)\mathbf{v}_u^H(n+1)] \cdot \\ & \cdot \left[ \mathbf{I}_{K_u} + \frac{\mathbf{u}_u(n+1)\mathbf{v}_u^H(n+1)}{1 - \mathbf{v}_u^H(n+1)\mathbf{u}_u(n+1)} \right] \end{aligned} \quad (3.54c)$$

onde  $K_u$  é o número de restrições da matriz  $\mathbf{C}_u$ .

Porém, como mostrado em [34], a recursão da matriz  $\mathbf{Q}_u(n)$  sofre de problemas de acumulação de erros de arredondamento devido à utilização de aritmética de precisão finita, ocasionando a perda gradativa das restrições durante o processo de recursão de  $\mathbf{Q}_u(n)$ . Resende denota, então, a matriz com erros de arredondamento por  $\mathbf{Q}'_u(n)$  e obtém a seguinte fórmula para correção dessa matriz, de forma a que as restrições sejam respeitadas a cada instante  $n$ :

$$\mathbf{Q}_u(n+1) = \mathbf{Q}'_u(n+1) + \mathbf{C}_u [\mathbf{C}_u^H \mathbf{C}_u]^{-1} [\mathbf{I}_{K_u} - \mathbf{C}_u^H \mathbf{Q}'_u(n+1)] \quad (3.55)$$

Finalmente, chega-se a um algoritmo robusto a erros de precisão finita, resumizado na tabela 3.2 da página 89. De maneira análoga ao algoritmo CLMS, pode-se utilizar qualquer um dos métodos discutidos anteriormente para se obter as restri-

---

<sup>1</sup>também conhecido como *identidade de Woodbury* (p. 566 de [17])

ções, bastando para isso substituir a matriz de restrições  $\mathbf{C}_u$  e o vetor resposta  $\mathbf{f}_u$  no algoritmo apresentado na tabela 3.2. Novamente, o maior interesse reside em se utilizar as restrições obtidas sem estimação de DOA. Porém, neste caso, é necessária a estimação da MACE do usuário desejado, assunto este tratado na seção seguinte.

### 3.6.3 Estimação da MACE

Os dois algoritmos adaptativos apresentados tratam da estimação da matriz de autocorrelação total  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$  de forma adaptativa. Resta, entretanto, o problema da estimação da MACE  $\mathbf{R}_u$  de cada usuário presente no sistema, necessárias para obtenção da matriz de restrições  $\check{\mathbf{C}}_u$  para cada usuário  $u = 1 \dots U$ . A estimação dessas matrizes pode ser feita com o auxílio das sequências de treinamento presentes no sinal transmitido por cada usuário à ERB. Dado o conhecimento da sequência de treinamento do usuário  $u$ , denominada  $d_u(n)$ , uma análise da equação 2.70 mostra que a resposta ao impulso do canal espaço-temporal do usuário  $u$  pode ser obtida, no caso estacionário, por:

$$\mathbf{H}_u = \mathbf{E} \{ \mathbf{x}(n) \mathbf{d}_{u_L}^H(n) \} \quad (3.60)$$

No caso prático, em que as sequências de treinamento têm comprimento  $N_d$  e a resposta ao impulso do canal espaço-temporal é não estacionária, pode-se obter uma estimativa da resposta ao impulso  $\mathbf{H}_u$  numa janela de  $N_d$  amostras utilizando-se o critério LS, desde que  $N_d > L$ , onde  $L$  é o comprimento do canal espaço-temporal. Considerando a matriz de vetores recebidos  $\mathbf{X}$  e a matriz de símbolos de treinamento transmitidos  $\mathbf{D}_u$ , dadas por:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(n - N_d + 1) & \cdots & \mathbf{x}(n - 1) & \mathbf{x}(n) \end{bmatrix}_{M \times N_d} \quad (3.61a)$$

$$\mathbf{D}_u = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_{u_L}(n - N_d + 1) & \cdots & \mathbf{d}_{u_L}(n - 1) & \mathbf{d}_{u_L}(n) \end{bmatrix}_{L \times N_d} \quad (3.61b)$$

A estimativa da resposta ao impulso do canal espaço-temporal  $\mathbf{H}_u$  segundo o critério dos mínimos quadrados é dada por [18]:

$$\hat{\mathbf{H}}_u = \mathbf{X} \mathbf{D}_u^H (\mathbf{D}_u \mathbf{D}_u^H)^{-1} = \mathbf{X} \mathbf{D}_u^+ \quad (3.62)$$

onde  $\mathbf{D}_u^+$  denota a pseudo-inversa da matriz  $\mathbf{D}_u$ .

A partir dessa estimativa pode-se calcular diretamente a estimativa da MACE do

**Tabela 3.2:** CFLS (*Constrained Fast Least Squares*)

- Inicialização

$$\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(0) = \delta \mathbf{I}_M \quad (3.56a)$$

$$\mathbf{Q}_u(0) = \mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(0) \mathbf{C}_u (\mathbf{C}_u^H \mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(0) \mathbf{C}_u)^{-1} \quad (3.56b)$$

$$\mathbf{w}_u(0) = \mathbf{Q}_u(0) \mathbf{f}_u \quad (3.56c)$$

- Atualização do ganho de adaptação e da inversa da matriz de autocorrelação total

$$\mathbf{g}(n+1) = \frac{\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(n) \mathbf{x}(n+1)}{\omega + \mathbf{x}^H(n+1) \mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(n) \mathbf{x}(n+1)} \quad (3.57a)$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(n+1) = \frac{1}{\omega} [\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(n) - \mathbf{g}(n+1) \mathbf{x}^H(n+1) \mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1}(n)] \quad (3.57b)$$

- Atualização da matriz  $\mathbf{Q}_u(n+1)$

$$\mathbf{u}_u(n+1) = \mathbf{C}_u^H \mathbf{g}(n+1) \quad (3.58a)$$

$$\mathbf{v}_u^H(n+1) = \mathbf{x}^H(n+1) \mathbf{Q}_u(n) \quad (3.58b)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_u(n+1) &= [\mathbf{Q}_u(n) - \mathbf{g}(n+1) \mathbf{v}_u^H(n+1)] \cdot \\ &\quad \cdot \left[ \mathbf{I}_{K_u} + \frac{\mathbf{u}_u(n+1) \mathbf{v}_u^H(n+1)}{1 - \mathbf{v}_u^H(n+1) \mathbf{u}_u(n+1)} \right] \end{aligned} \quad (3.58c)$$

$$\mathbf{Q}_u(n+1) = \mathbf{Q}'_u(n+1) + \mathbf{C}_u [\mathbf{C}_u^H \mathbf{C}_u]^{-1} [\mathbf{I}_{K_u} - \mathbf{C}_u^H \mathbf{Q}'_u(n+1)] \quad (3.58d)$$

- Atualização do filtro espacial

$$\mathbf{w}_u(n+1) = \mathbf{Q}_u(n+1) \mathbf{f}_u \quad (3.59)$$

usuário  $u$ :

$$\hat{\mathbf{R}}_u = \hat{\mathbf{H}}_u \hat{\mathbf{H}}_u^H \quad (3.63)$$

Note que, como a sequência de treinamento é conhecida *a priori*, a pseudo-inversa  $\mathbf{D}_u^+$  pode ser pré-calculada apenas uma vez e armazenada numa memória. Logo, o processo de estimação se reduz a apenas uma multiplicação matricial, representando portanto, um baixíssimo custo computacional.

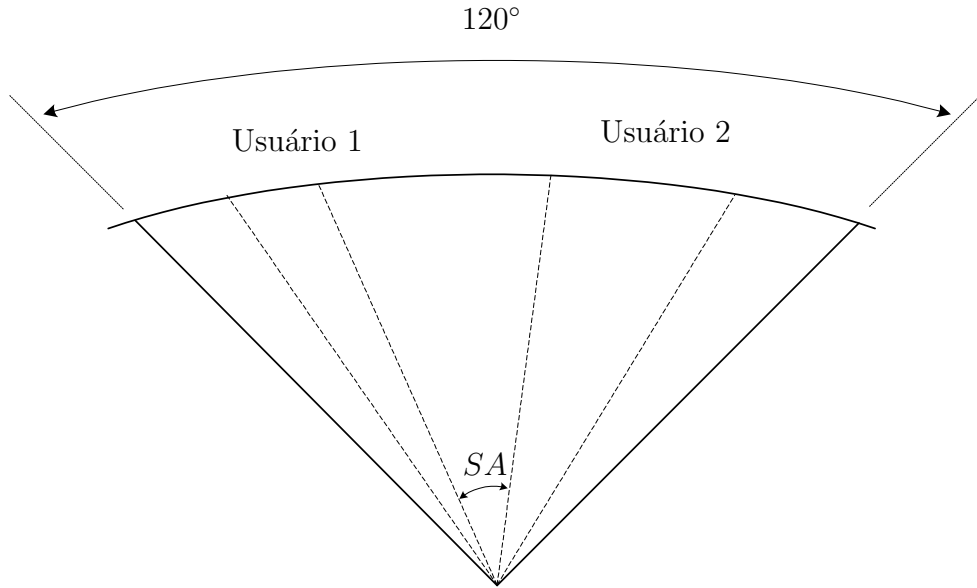
É possível, ainda, melhorar a qualidade da estimativa obtida uma vez que, após o processamento temporal e a decisão, tem-se acesso a uma estimativa dos símbolos transmitidos. Considerando que essa estimativa corresponde realmente aos símbolos transmitidos, ou seja, que não há erros, pode-se aumentar o número de símbolos utilizados para se calcular a estimativa da resposta do canal  $\hat{\mathbf{H}}_u$ . Quanto maior o número de símbolos utilizados, mais precisa será a estimativa da resposta do canal e, por conseguinte, a estimativa da MACE. Entretanto, a pseudo-inversa não poderá mais ser pré-calculada pois contém agora, além da sequência de treinamento, também os símbolos que carregam informação, não conhecidos *a priori*. Isso, em contrapartida da melhor qualidade de estimação, traz um maior custo computacional, proporcional ao número de símbolos utilizados no processo de estimação.

Pode-se evitar o cálculo da pseudo-inversa e reduzir a complexidade computacional empregando-se métodos adaptativos, por exemplo baseados no LMS ou RLS, para citar algoritmos clássicos, para realizar o processo de estimação. Não entraremos em detalhes da implementação desses algoritmos para realizar tal tarefa, porém um estudo mais aprofundado sobre esse tema pode ser encontrado em [17].

### 3.7 Simulações e Resultados

Com o objetivo de comparar o desempenho do algoritmo LCMV proposto, que não requer a estimação de DOA, com o da solução CO e o das soluções do tipo LCMV existentes na literatura, foram realizadas simulações de enlace num ambiente macrocelular. Nas simulações, considerou-se o uso de uma antena composta de 4 elementos na ERB para recepção de sinais num setor de 120°. A separação entre os elementos da antena é de  $\frac{\lambda_c}{2}$ , onde  $\lambda_c$  é o comprimento de onda da portadora do enlace reverso, cuja frequência é  $F_c = 1800$  MHz. Os móveis transmitem símbolos binários (BPSK) a uma taxa de  $R_s = 270,833$  kbauds e um cosseno levantado de *roll-off* 0,35 é utilizado como conformador de pulso.



**Figura 3.9:** Cenário de simulação

Nas simulações que se seguem, considera-se a transmissão ininterrupta de 10.000 símbolos por 2 usuários móveis compartilhando os mesmos recursos (frequência, tempo e código) num contexto SCR e a posterior recepção desses sinais na presença de ruído gaussiano espacialmente branco, a uma SNR de 20 dB. Considerou-se que o sinal de cada usuário  $u$  ( $u = 1, 2$ ) era recebido na ERB por dois multipercursos distintos, cada um deles com DOA nominal  $\theta_1^u$  e  $\theta_2^u$  e o mesmo espalhamento angular  $\sigma_\theta$ . Como a separação dos usuários é feita no domínio espacial, garante-se uma separação angular mínima  $SA$  entre seus multipercursos, como ilustrado na figura 3.9 acima. A potência de cada multipercurso foi considerada como sendo de 0.6 e 0.4, tendo ambos os usuários a mesma potência total e, conseqüentemente, uma CIR de 0 dB. Considerou-se um atraso entre os dois multipercursos do mesmo usuário e uma defasagem entre os usuários. Os atrasos de cada multipercurso para cada usuário em função do período de símbolo  $T$ , assim como os demais parâmetros que caracterizam o canal espaço-temporal de cada usuário, são mostrados na tabela 3.3 da página 93.

Comparou-se as soluções *off-line* dos seguintes métodos para obtenção dos filtros espaciais de cada usuário:

- Combinador Ótimo, denominado CO
- LCMV utilizando uma restrição pontual para cada DOA nominal, denominado

## LCMV

- LCMV utilizando uma única restrição autovetorial por usuário, obtida através de uma matriz de restrições cobrindo a faixa de ângulos do usuário com passo de  $1^\circ$ , denominado  $\text{LCMV}_{\text{EV}}$
- LCMV utilizando a MACE para se obter a restrição, denominado  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$

Todas as soluções acima necessitam do conhecimento da MACE de cada usuário,  $\mathbf{R}_1$  e  $\mathbf{R}_2$ , e da matriz de autocorrelação total  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$ , além dos DOAs. A matriz de autocorrelação total  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$  foi estimada fazendo-se uma média do seu valor instantâneo  $\mathbf{x}^H(n)\mathbf{x}(n)$  utilizando-se os 10.000 símbolos recebidos. Já a MACE de cada usuário foi estimada supondo-se conhecimento do canal espaço-temporal em todo instante  $n$  e efetuando-se a média de seu valor instantâneo  $\mathbf{H}_u(n)\mathbf{H}_u^H(n)$  para os 10.000 símbolos. Foi considerado, ainda, o conhecimento perfeito dos DOAs de cada multipercorso dos dois usuários.

A comparação das diferentes soluções foi realizada sorteando-se aleatoriamente os DOAs para ambos os usuários respeitando a separação angular mínima, gerando-se o canal espaço-temporal de cada um segundo os parâmetros da tabela 3.3, obtendo-se a estimativa das matrizes  $\mathbf{R}_1$ ,  $\mathbf{R}_2$  e  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$ , calculando-se os filtros dados pelas diferentes soluções e avaliando-se a SNIR média de cada usuário. A SNIR média calculada supõe o conhecimento perfeito das MACEs e, portanto, reflete a qualidade da solução obtida.

Para a geração do canal espaço-temporal foi utilizado o modelo de Jakes generalizado, dado pela equação 2.75 da página 43. Não foi levada em conta a mobilidade do móvel durante os 10.000 símbolos simulados. Isso se justifica pois no ambiente macro-celular simulado, para um móvel movendo-se a uma velocidade de 120 km/h e o intervalo de símbolo utilizado, a variação do DOA é de  $1,4^\circ$ , caso o móvel se encontre a 50 m da ERB e realize um movimento circular uniforme em torno desta.

Os resultados foram avaliados segundo a distribuição estatística da SNIR média obtida com os diferentes métodos em 1.000 realizações do cenário de simulação. Cada realização consiste no sorteio dos DOAs de cada usuário e na simulação do enlace para 10.000 símbolos. Para cada método simulado, considerando os 2 usuários, obtém-se então 2.000 valores de SNIR média, os quais são utilizados para se calcular a função distribuição acumulada da SNIR média, denotada por  $F(\text{SNIR})$ .

A figura 3.10 mostra essa distribuição para um caso típico de espalhamento angular

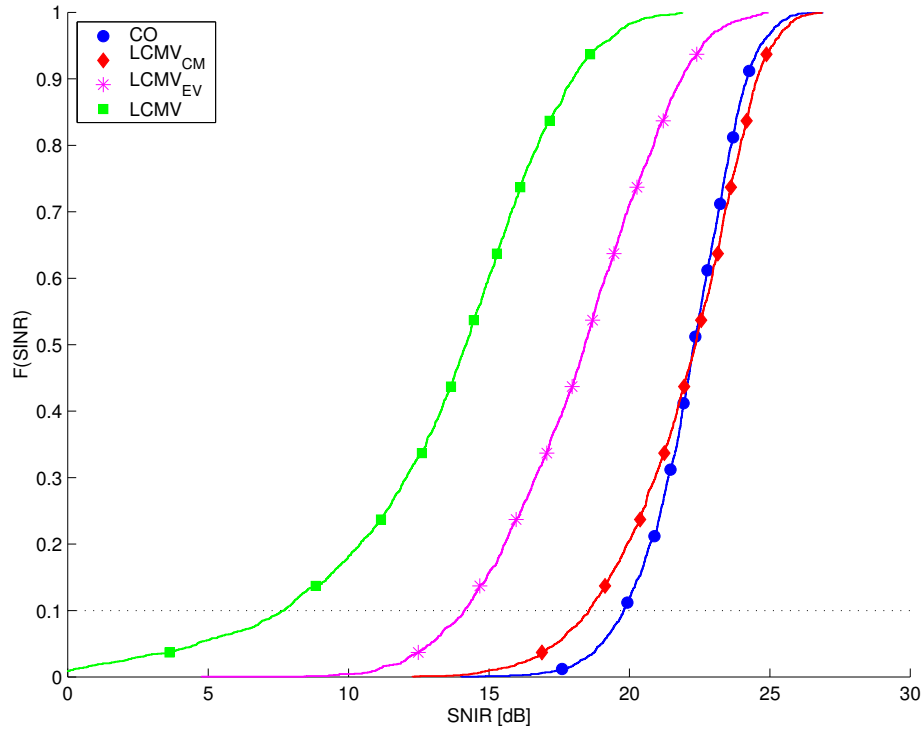
Usuário	Multipercurso	DOA	Espalhamento Angular	Atraso	Potência
#1	#1	$\theta_1^1$	$\sigma_\theta$	0	0.6
	#2	$\theta_2^1$	$\sigma_\theta$	$T$	0.4
#2	#1	$\theta_1^2$	$\sigma_\theta$	$0.5T$	0.6
	#2	$\theta_2^2$	$\sigma_\theta$	$1.2T$	0.4

**Tabela 3.3:** Parâmetros do canal espaço-temporal utilizado nas simulações

de  $15^\circ$  e separação angular de  $30^\circ$ . Note que, quanto mais abrupta for a subida da curva, melhor será o desempenho pois maior será a probabilidade de se obter uma SNIR mais elevada. Além disso, quanto mais à direita se encontrar a curva melhor será o desempenho. Nota-se, portanto, que os métodos CO e LCMV<sub>CM</sub> apresentam desempenhos próximos e superior ao dos outros métodos. O pior desempenho é obtido com o uso do LCMV, enquanto que o LCMV<sub>EV</sub> apresenta um desempenho médio. Note que os métodos CO e LCMV<sub>CM</sub> obtêm SNIRs superiores a 20 dB, indicando que esses métodos são capazes de anular completamente o interferente nesses casos e ainda reduzir o ruído espacial.

Pode-se definir, ainda, uma medida de desempenho como a SNIR a 10%, pois o papel do filtro espacial é garantir uma SNIR mínima para que mais de um usuário possam compartilhar os mesmos recursos. Na maioria dos casos, vários métodos são capazes de garantir essa SNIR, porém pode-se dizer que a vantagem de um método em relação a outro reside no seu comportamento nos 10% piores casos. Na figura 3.10, a linha pontilhada corresponde ao ponto em que a função distribuição acumulada vale 10%. Essa medida de desempenho será utilizada na sequência para se realizar a comparação dos métodos.

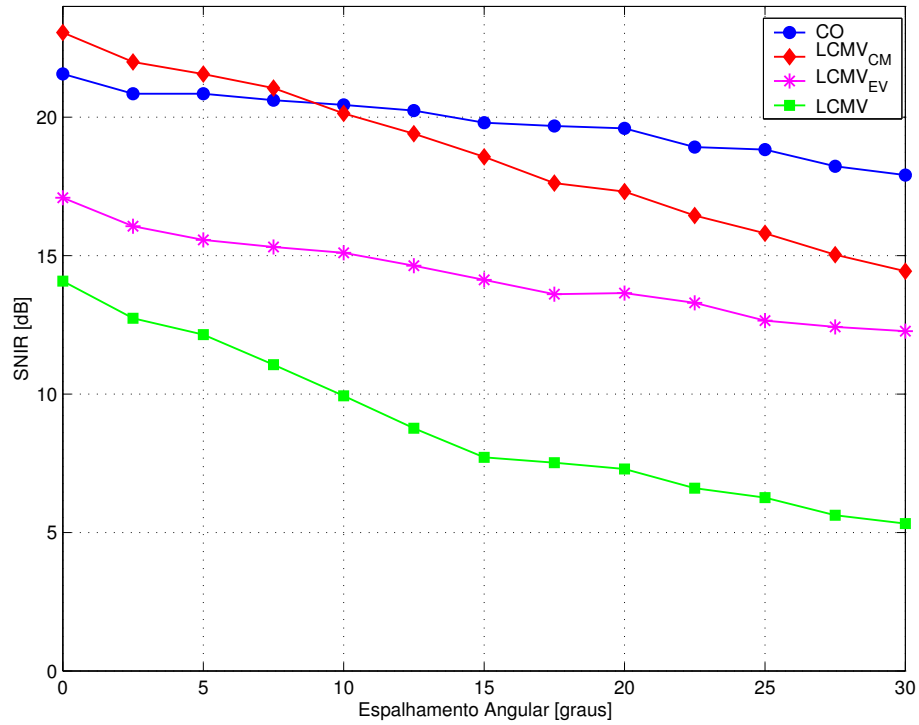
Observa-se que o desempenho depende fortemente dos parâmetros espalhamento angular e separação angular entre usuários. Buscou-se, pois, avaliar o desempenhos dos métodos em função de cada um desses parâmetros de forma independente. Inicialmente, para se avaliar o desempenho em função do espalhamento angular, foram efetuadas simulações em que a separação angular entre os usuários foi mantida fixa em  $30^\circ$  e o espalhamento angular variou de  $0^\circ$  a  $30^\circ$ , com passo de  $2,5^\circ$ . A figura 3.11 mostra a variação da SNIR a 10% para cada um dos métodos com o espalhamento angular. As curvas de distribuição acumulada de SNIR para cada valor de espalhamento angular são mostradas no apêndice 3.A, figura 3.14.



**Figura 3.10:** Comparação da distribuição da SNIR média das soluções CO, LCMV<sub>CM</sub>, LCMV<sub>EV</sub> e LCMV para um espalhamento angular de 15° e separação angular de 30° (1.000 tiragens)

Como esperado, o desempenho de todos os métodos se degrada com o aumento do espalhamento angular, sendo que o LCMV se degrada de forma mais acentuada pois é um método baseado em restrições pontuais, o que pressupõe espalhamento angular nulo. O método LCMV<sub>EV</sub> baseado em restrições autovetoriais consegue tratar um pouco melhor do espalhamento angular, porém ainda sofre do problema da determinação da faixa de ângulos que se deseja receber, o que pode ser comprovado pelo seu desempenho superior ao do LCMV, mas inferior ao CO e LCMV<sub>CM</sub>. Em relação a esses dois métodos, pode-se notar uma equivalência no desempenho para espalhamentos angulares de até 15°, valor acima do qual o LCMV<sub>CM</sub> se degrada de forma mais intensa. Porém, ambos permitem atingir uma SNIR elevada o suficiente para se justificar o seu uso em toda a faixa de espalhamento angular analisada.

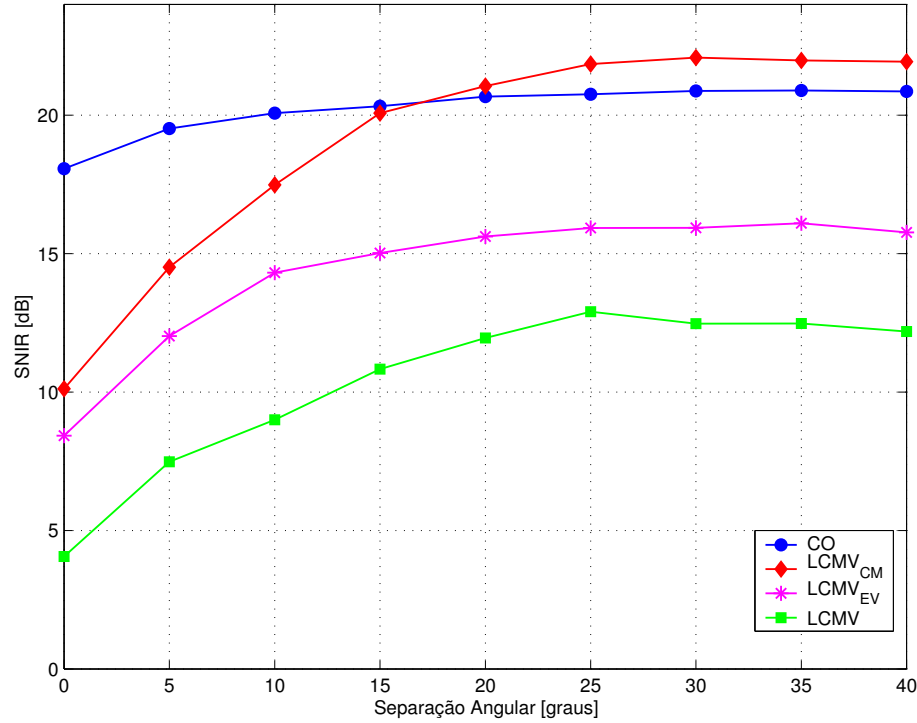
De maneira complementar, para se avaliar o desempenho em função da separação angular, foram efetuadas simulações em que o espalhamento angular foi mantido fixo em 2, 5° e a separação angular entre os usuários variou de 0° a 40°, com passo de 5°. A figura 3.12 mostra a variação da SNIR a 10% para cada um dos métodos com a



**Figura 3.11:** SNIR a 10% em função do espalhamento angular para uma separação angular de  $30^\circ$

variação da separação angular. As curvas de distribuição acumulada de SNIR para cada valor de separação angular são mostradas no apêndice 3.A, figura 3.15.

Analisando-se a figura 3.12, verifica-se que o desempenho de todos os métodos é ruim para separação angular nula, ou seja, o caso em que se permite que os multipercursos dos usuários se sobreponham. À medida que a separação angular aumenta, todos os métodos apresentam uma melhora de desempenho. Porém, a partir de  $25^\circ$ , aproximadamente, os desempenhos se estacionam, sendo que um aumento adicional na separação angular entre os usuários não traz benefício algum em termos de SNIR. Novamente os resultados colocam em evidência as deficiências do método LCMV em relação aos demais e situam o LCMV<sub>EV</sub> com um desempenho intermediário entre o LCMV e o LCMV<sub>CM</sub>. Nota-se também a degradação excessiva sofrida pelo LCMV<sub>CM</sub> para baixos valores de separação angular, tipicamente abaixo de  $10^\circ$ , em relação ao CO. Isso ocorre pois o LCMV<sub>CM</sub> trata da recuperação do sinal desejado e do cancelamento dos interferentes em duas etapas, sendo a primeira correspondente à obtenção das restrições e a segunda à obtenção da solução, minimizando-se a potência recebida.



**Figura 3.12:** SNIR a 10% em função da separação angular entre os usuários para um espalhamento angular de  $2,5^\circ$

Já o CO trata da recuperação do sinal desejado e do cancelamento dos interferentes numa única etapa, minimizando a componente de interferência ortogonal ao sinal desejado.

### 3.7.1 Algoritmos Adaptativos

Com o objetivo de se verificar o funcionamento e o desempenho das versões adaptativas da solução  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$ , um cenário não estacionário foi utilizado. A não estacionariedade se caracteriza por uma mudança brusca dos DOAs do interferente, o que na prática poderia corresponder ao desligamento da chamada de um certo usuário e a aceitação da chamada de um outro usuário no sistema. Ou ainda, num sistema que utilizasse o chaveamento por pacote, a finalização da transmissão de um pacote por um usuário e o começo da transmissão de um pacote por outro usuário.

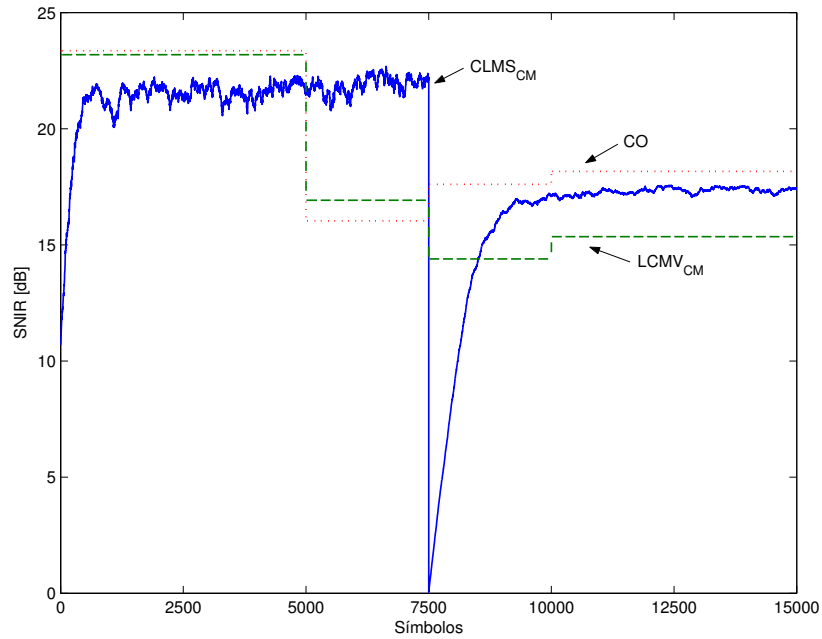
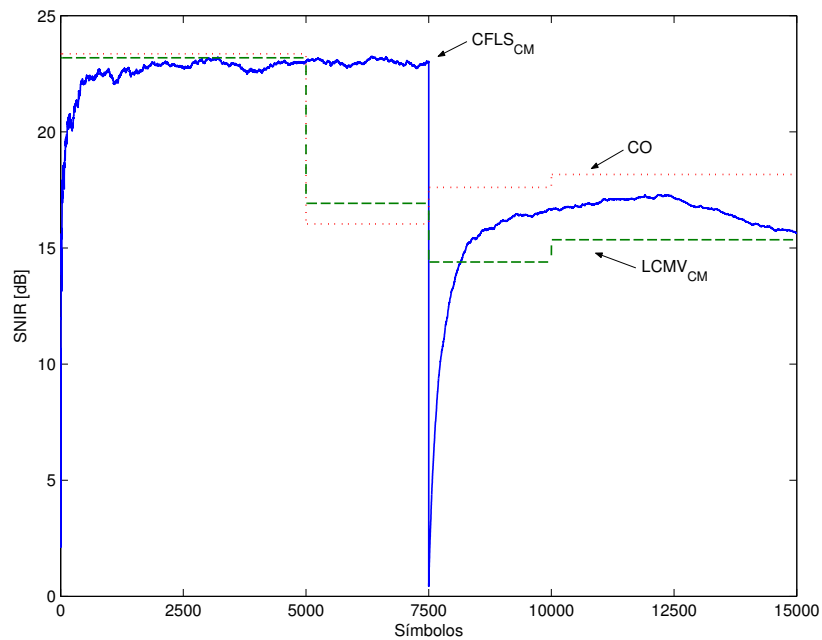
Neste caso, considera-se uma antena composta por 3 elementos na ERB e espalhamento angular nulo, permanecendo os demais parâmetros de simulação inalterados. Analisaremos apenas 1 usuário desejado e o outro usuário será considerado interfe-

rente. O mesmo processamento aplicado ao usuário desejado pode, entretanto, ser aplicado ao interferente. Considerou-se, ainda, que os DOAs do usuário desejado eram  $20^\circ$  e  $30^\circ$ , enquanto que os DOAs do interferente eram, inicialmente,  $-40^\circ$  e  $-60^\circ$  e mudavam para  $40^\circ$  e  $50^\circ$  em  $n = 7.500$  símbolos.

Foram simulados 15.000 símbolos e a SNIR instantânea foi calculada para os dois algoritmos adaptativos e para as versões *off-line* do  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$  e do CO. Para os métodos *off-line*, a estimação da MACE do usuário desejado foi realizada da mesma maneira que anteriormente, utilizando todos os 15.000 símbolos. Já a estimação da matriz de autocorrelação total  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$  foi realizada em janelas de 5.000 símbolos, de forma a garantir aos métodos *off-line* alguma forma de rastreamento da não estacionariedade presente no sistema.

A figura 3.13 mostra a evolução da SNIR para os algoritmos  $\text{CLMS}_{\text{CM}}$  e  $\text{CFLS}_{\text{CM}}$ , em comparação com os métodos  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$  e CO, para uma média de 10 realizações. Para o algoritmo  $\text{CLMS}_{\text{CM}}$ , o fator de passo utilizado foi  $\mu = 0.001$ . Para o  $\text{CFLS}_{\text{CM}}$  utilizaram-se os seguintes parâmetros:  $\delta = 100$  e  $\lambda = 0.999$ . As descontinuidades nas curvas relativas à solução  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$  e CO, em 5.000 e 10.000, se devem à atualização da estimativa de  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$  em cada uma das três janelas. Já a descontinuidade em 7.500 se deve à mudança do interferente. Como essa mudança ocorre no meio da janela de estimação da matriz  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$ , os métodos *off-line* tentam se adequar a ambas as situações, como se 2 interferentes estivessem presentes no sistema, fazendo com que seu desempenho seja degradado pelo esforço adicional em se anular um interferente que não existe. É importante observar, ainda, que o melhor desempenho das soluções *off-line* entre os instantes 0 e 5.000 se deve ao fato de que a separação angular é maior que aquela após a mudança do interferente, ou seja, entre os instantes 10.000 e 15.000.

Nota-se na figura 3.13 que ambos os algoritmos adaptativos são capazes de se aproximar da solução  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$ , tanto antes quanto após a mudança do interferente. Entretanto, por serem adaptativos, esses algoritmos são capazes de manter uma boa solução até o momento da mudança do interferente, instante no qual a SNIR vai a 0 dB pois os algoritmos levam um certo tempo até se adaptar ao novo interferente. Como esperado, o algoritmo  $\text{CFLS}_{\text{CM}}$  possui uma capacidade de rastreo maior que o  $\text{CLMS}_{\text{CM}}$ , atingindo mais rápido um nível aceitável de SNIR após a mudança brusca do interferente. Além disso, o  $\text{CFLS}_{\text{CM}}$  possui um erro em regime inferior ao  $\text{CLMS}_{\text{CM}}$ . Erro este que é dado pela diferença entre a solução adaptativa e a solução  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$  *off-line*. Entretanto, nota-se que o algoritmo  $\text{CLMS}_{\text{CM}}$  atinge um nível mais alto

(a) Algoritmo CLMS<sub>CM</sub>(b) Algoritmo CFLS<sub>CM</sub>

**Figura 3.13:** Evolução da SNIR em função do número de símbolos para os algoritmos CLMS<sub>CM</sub> e CFLS<sub>CM</sub> (média de 10 tiragens)



de SNIR pois, provavelmente, convergiu para uma solução polarizada e levará mais tempo que o  $\text{CFLS}_{\text{CM}}$  para voltar aos níveis da solução  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$ . É interessante ainda observar que, apesar dessas pequenas diferenças, ambos os algoritmos apresentam comportamentos muito próximos, sendo então o  $\text{CLMS}_{\text{CM}}$  mais indicado para aplicações práticas devido ao seu menor custo computacional.

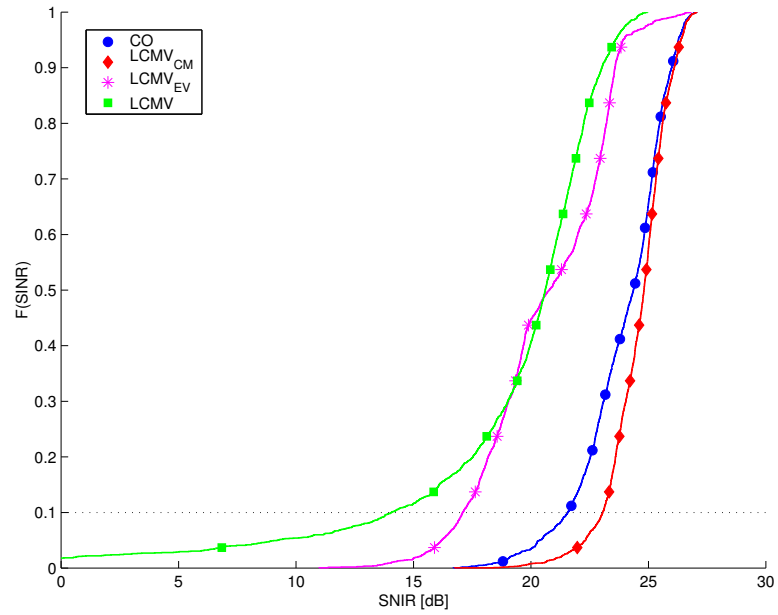
## 3.8 Síntese e Conclusões

Este capítulo dedicou-se ao enlace reverso, cujo problema é o cancelamento da Interferência Inter-Usuário (IIU), ou interferência co-canal, no receptor da ERB. Foram abordadas as soluções do tipo LCMV aplicadas ao contexto de comunicação sem fio, relativamente pouco exploradas pela literatura científica. Tanto a versão *off-line* quanto as versões adaptativas LMS e RLS foram tratadas.

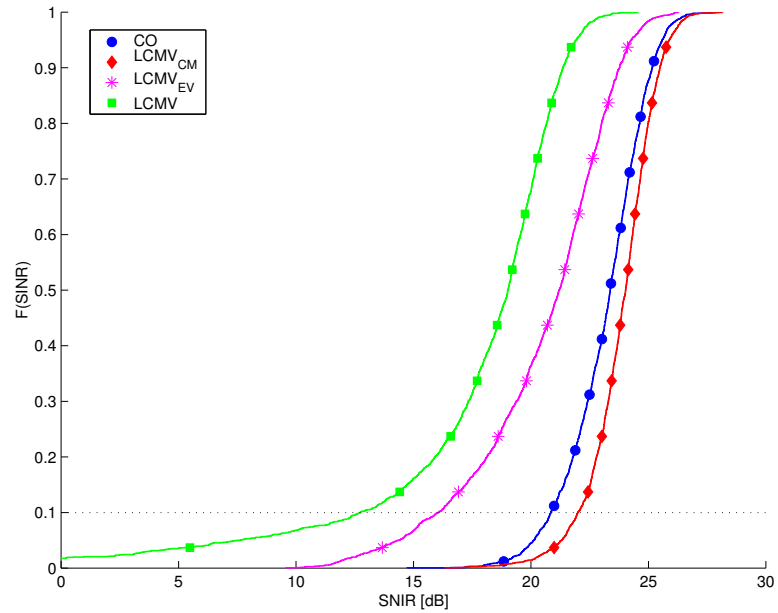
Uma das características particulares dos enlaces de comunicação sem fio é o espalhamento angular não nulo. Para se tratar com sucesso tal característica, introduzimos as restrições autovetoriais. Além disso, propusemos uma nova formulação que permitiu substituir a matriz  $\mathbf{C}_u \mathbf{C}_u^H$  pela matriz de autocorrelação espacial  $\mathbf{R}_{\mathbf{h}\sigma_\theta}^u$ . Deste modo, evita-se a estimação de DOA, considerada um dos principais obstáculos para utilização das técnicas LCMV.

Finalmente, mostramos, através de simulações, a conveniência dos algoritmos estudados e propostos para a aplicação em comunicações sem fio.

### 3.A Distribuição da SNIR

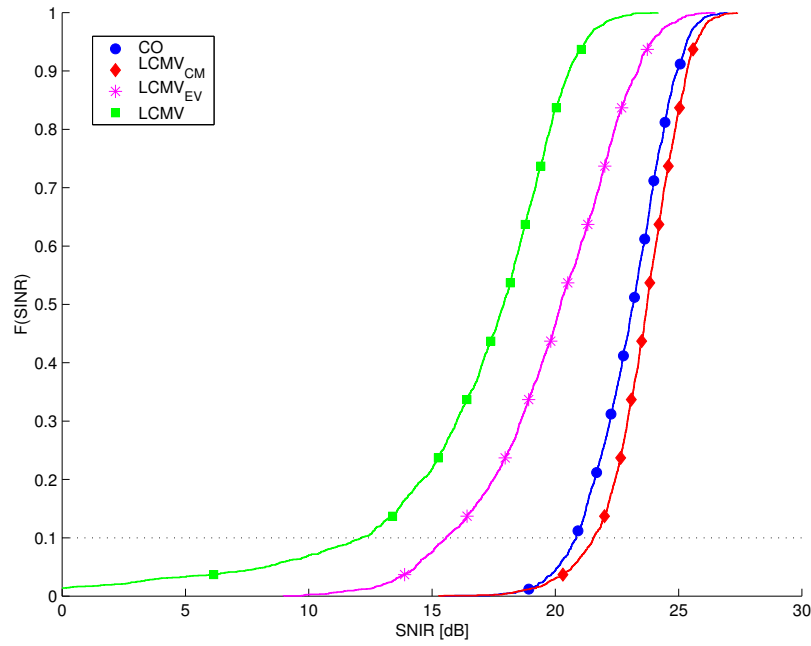
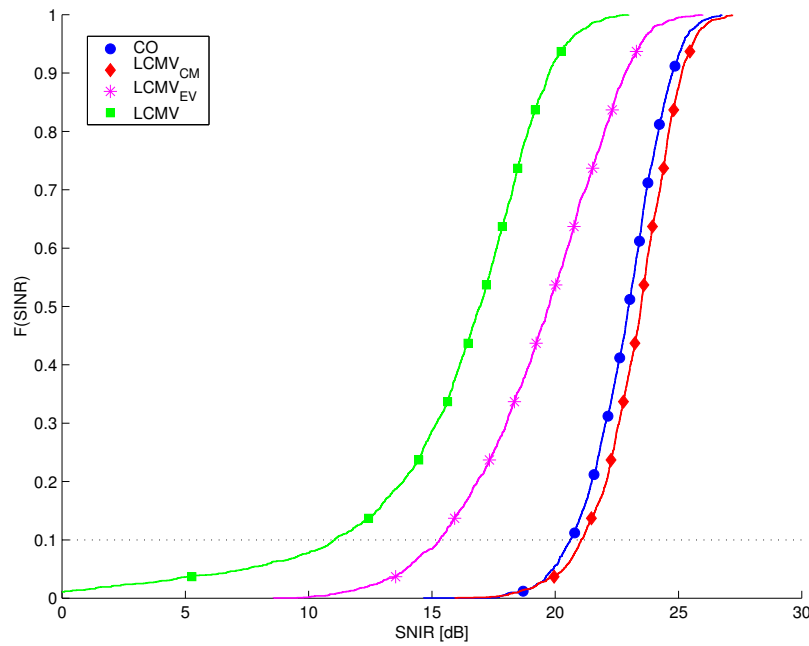


(a) Espalhamento angular nulo

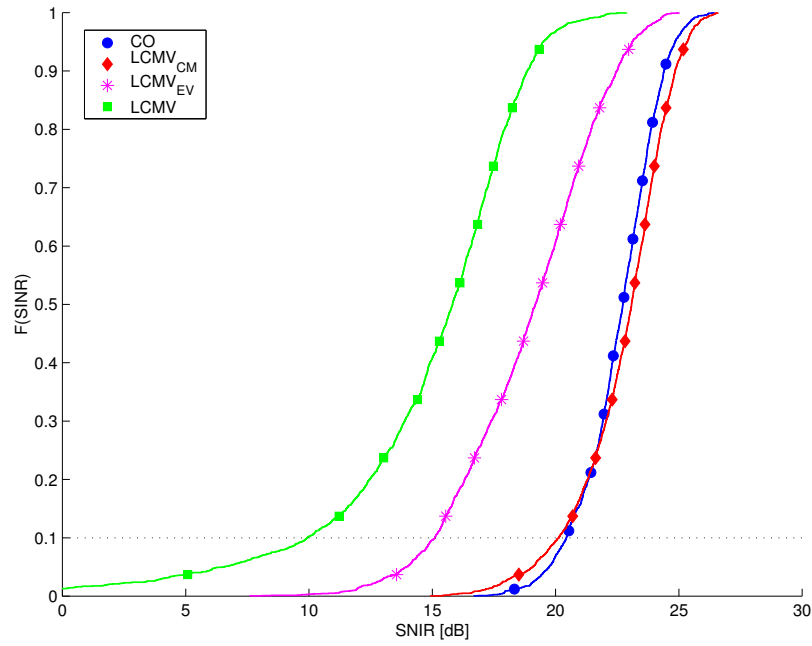
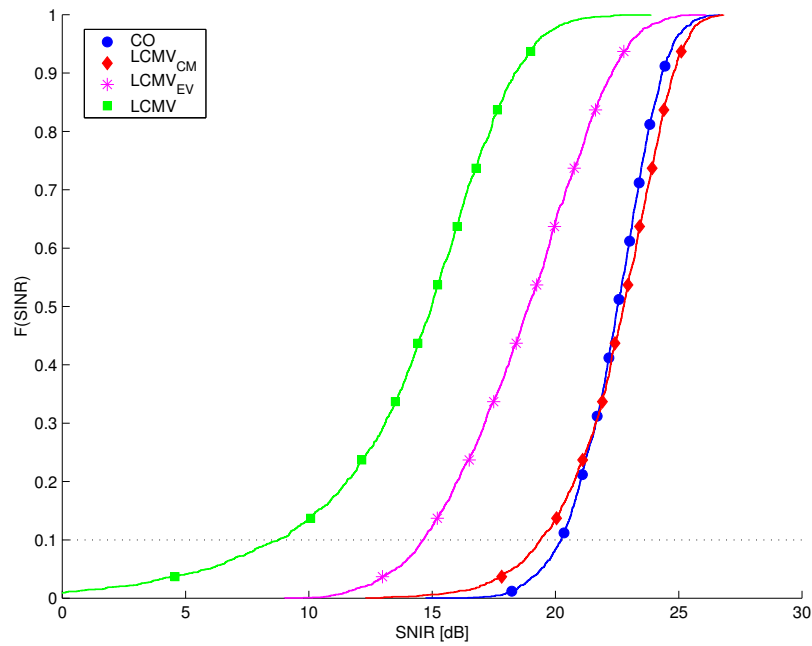


(b) Espalhamento angular de  $2,5^\circ$

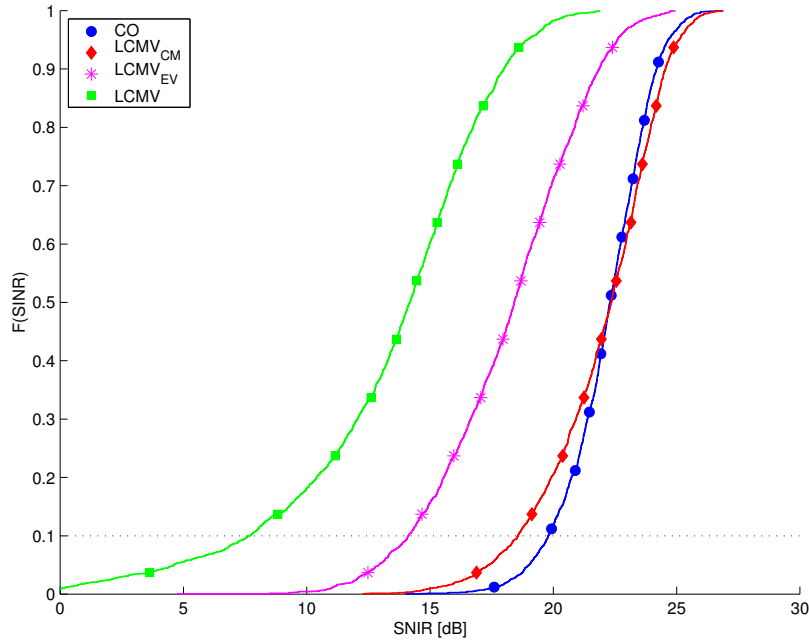
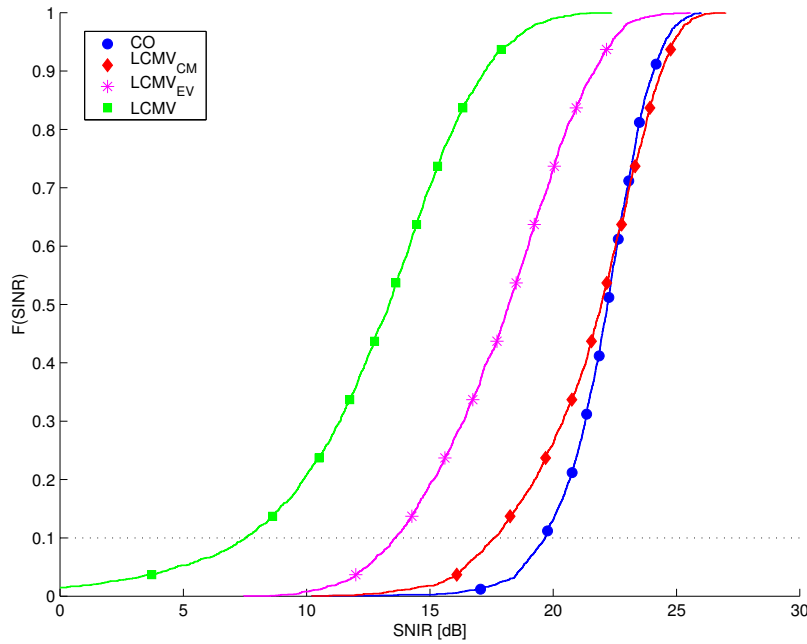
**Figura 3.14:** Comparação da distribuição da SNIR das soluções CO,  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$ ,  $\text{LCMV}_{\text{EV}}$  e LCMV para separação angular de  $30^\circ$  e diferentes valores de espalhamento angular

(c) Espalhamento angular de  $5^\circ$ (d) Espalhamento angular de  $7,5^\circ$ 

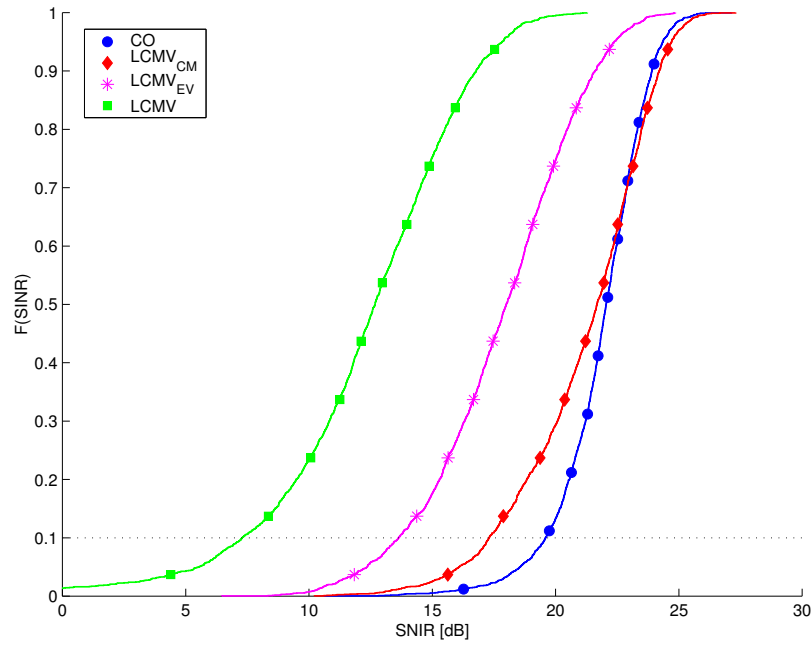
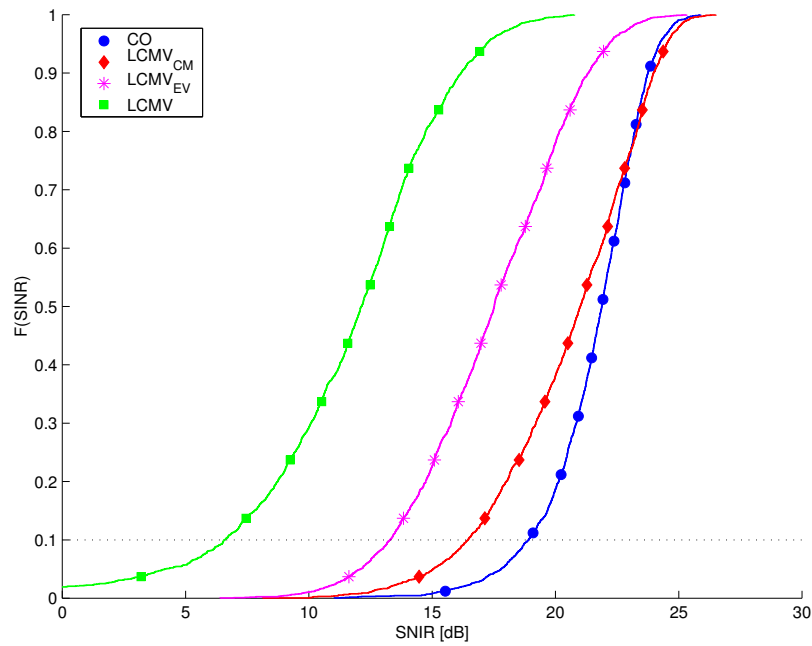
**Figura 3.14:** Comparação da distribuição da SNIR das soluções CO,  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$ ,  $\text{LCMV}_{\text{EV}}$  e LCMV para separação angular de  $30^\circ$  e diferentes valores de espalhamento angular (cont.)

(e) Espalhamento angular de  $10^\circ$ (f) Espalhamento angular de  $12,5^\circ$ 

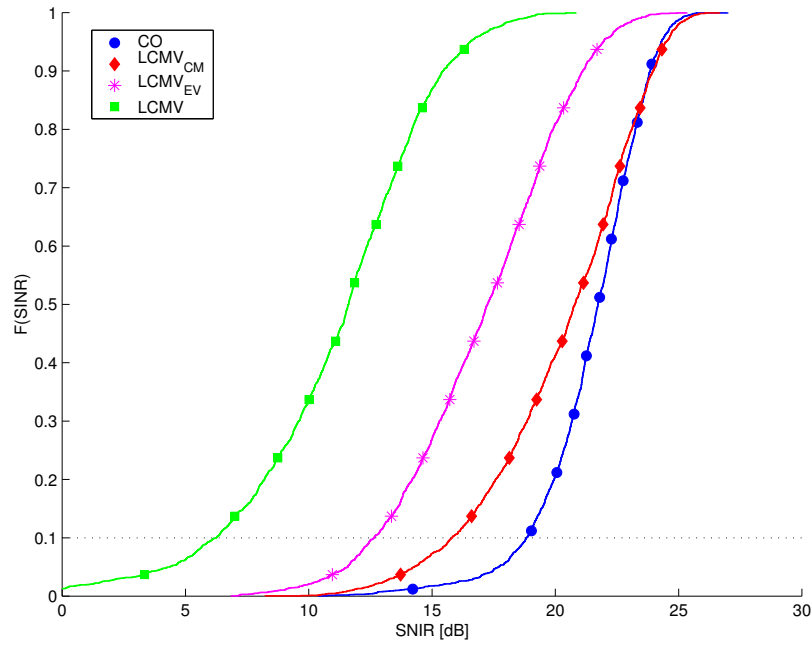
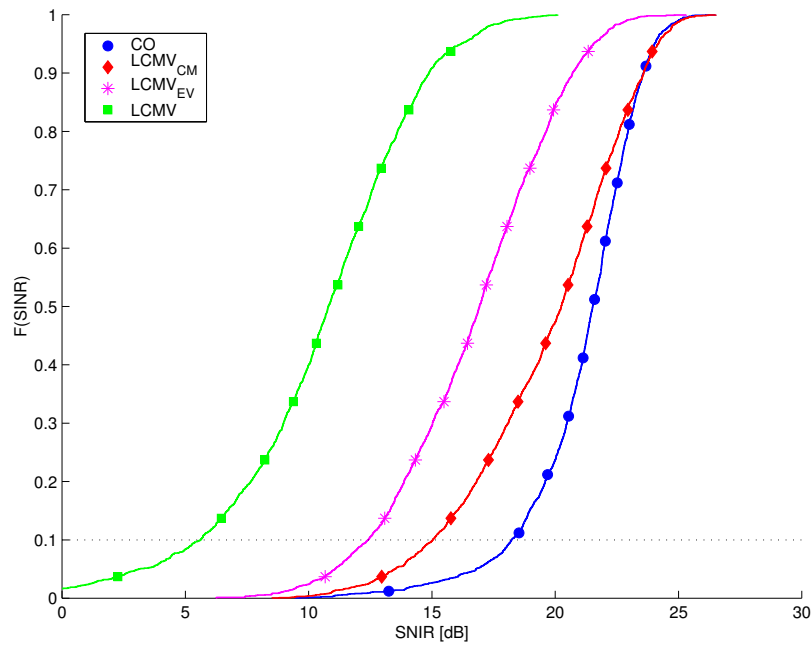
**Figura 3.14:** Comparação da distribuição da SINR das soluções CO,  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$ ,  $\text{LCMV}_{\text{EV}}$  e LCMV para separação angular de  $30^\circ$  e diferentes valores de espalhamento angular (cont.)

(g) Espalhamento angular de  $15^\circ$ (h) Espalhamento angular de  $17,5^\circ$ 

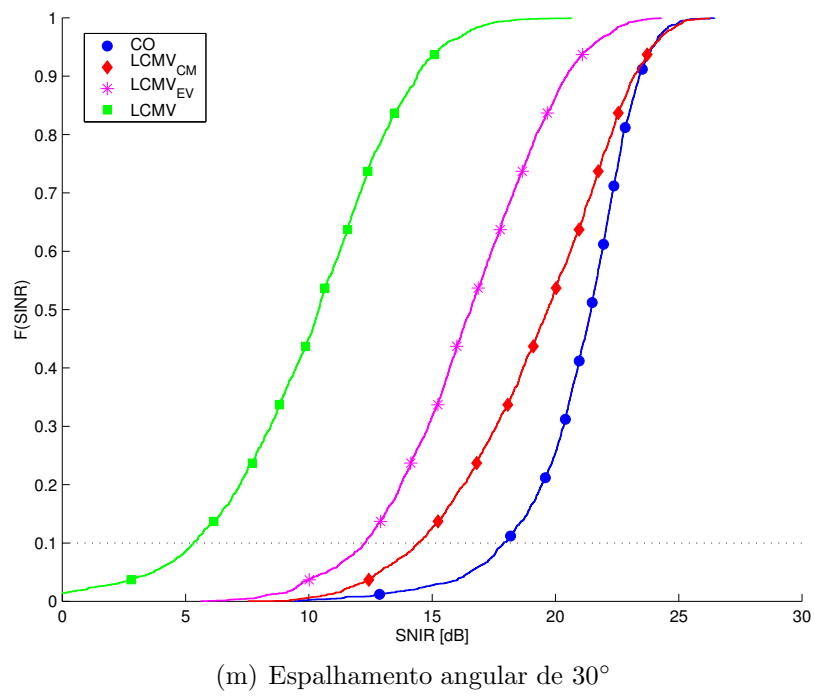
**Figura 3.14:** Comparação da distribuição da SNIR das soluções CO,  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$ ,  $\text{LCMV}_{\text{EV}}$  e LCMV para separação angular de  $30^\circ$  e diferentes valores de espalhamento angular (cont.)

(i) Espalhamento angular de  $20^\circ$ (j) Espalhamento angular de  $22,5^\circ$ 

**Figura 3.14:** Comparação da distribuição da SINR das soluções CO,  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$ ,  $\text{LCMV}_{\text{EV}}$  e LCMV para separação angular de  $30^\circ$  e diferentes valores de espalhamento angular (cont.)

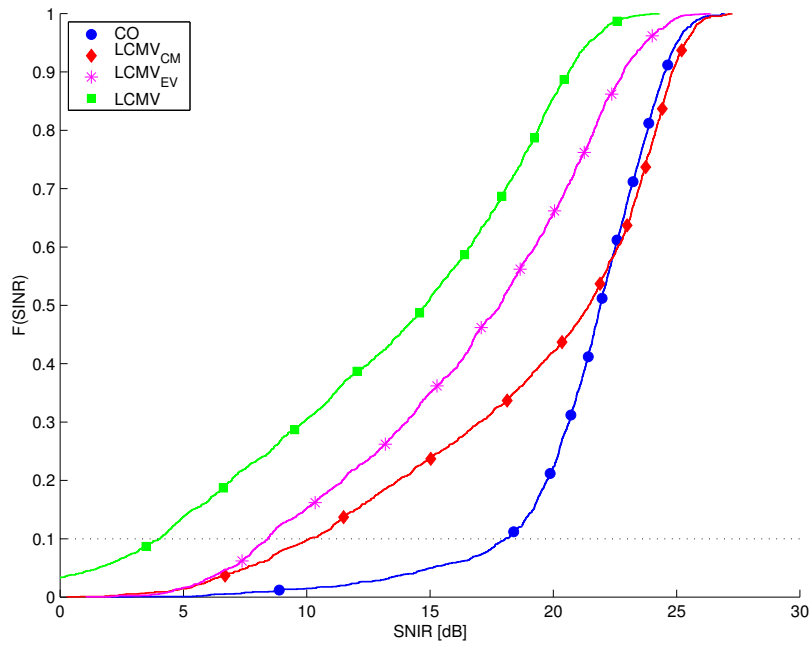
(k) Espalhamento angular de  $25^\circ$ (l) Espalhamento angular de  $27,5^\circ$ 

**Figura 3.14:** Comparação da distribuição da SNIR das soluções CO,  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$ ,  $\text{LCMV}_{\text{EV}}$  e LCMV para separação angular de  $30^\circ$  e diferentes valores de espalhamento angular (cont.)

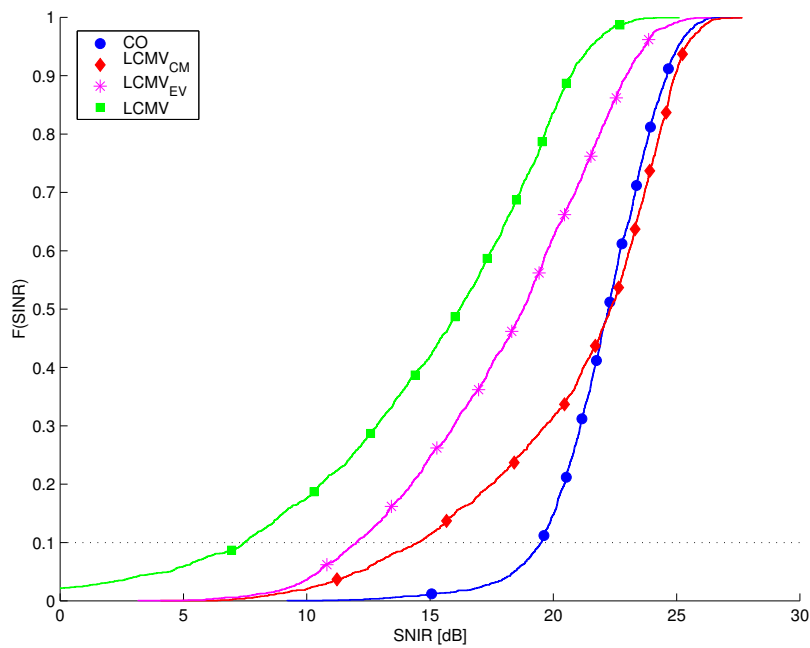


**Figura 3.14:** Comparação da distribuição da SNIR das soluções CO,  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$ ,  $\text{LCMV}_{\text{EV}}$  e LCMV para separação angular de  $30^\circ$  e diferentes valores de espalhamento angular (cont.)

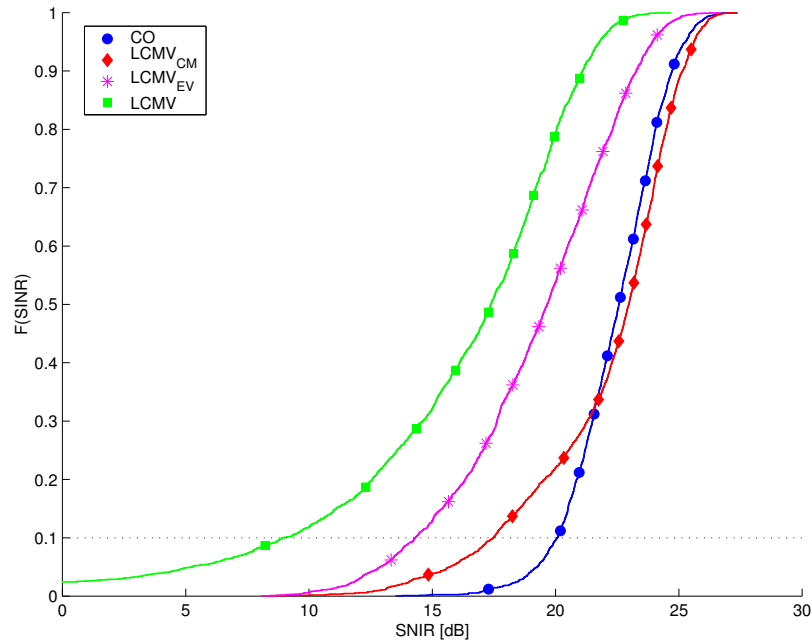
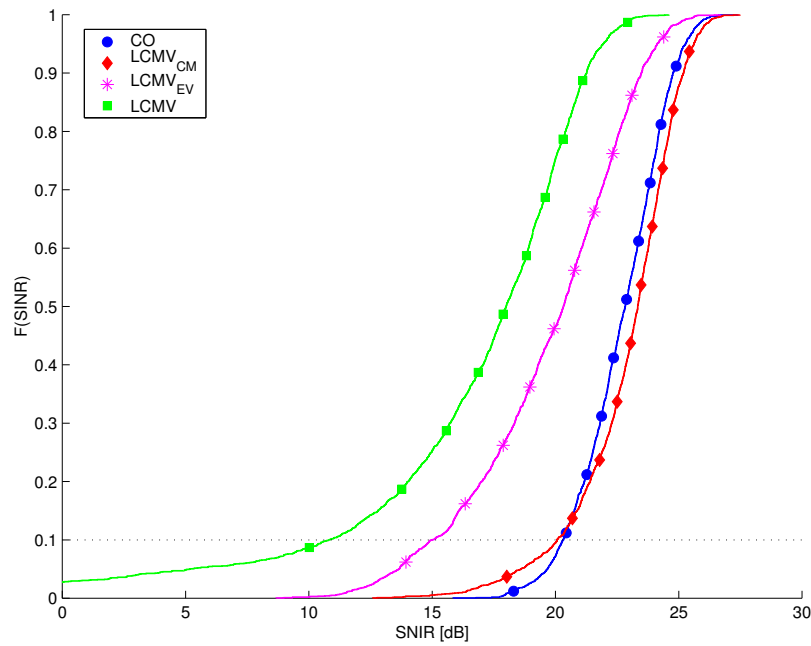




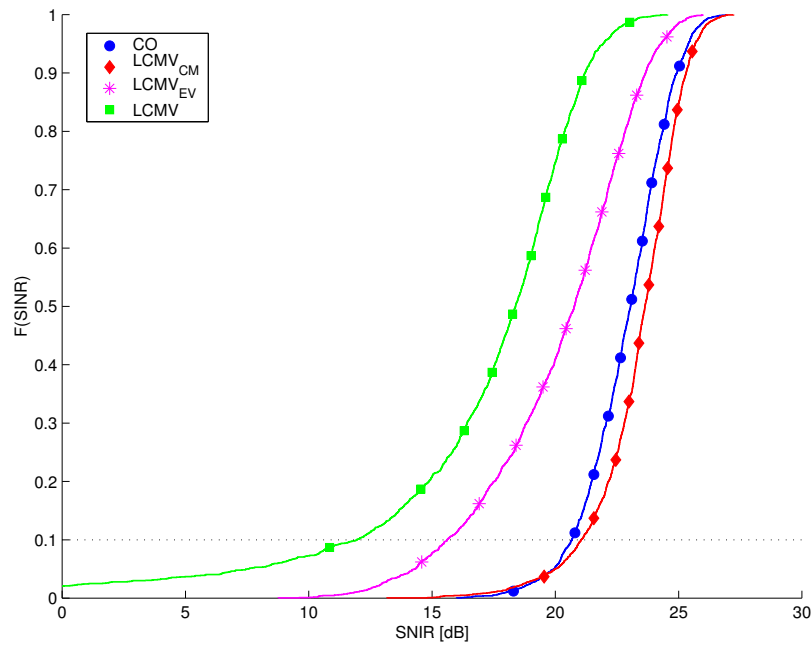
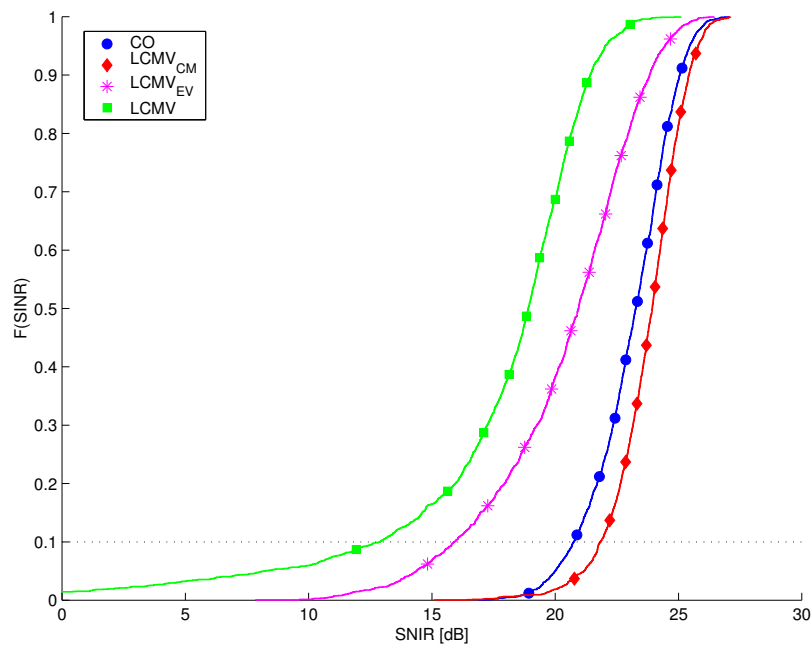
(a) Separação angular nula

(b) Separação angular de  $5^\circ$ 

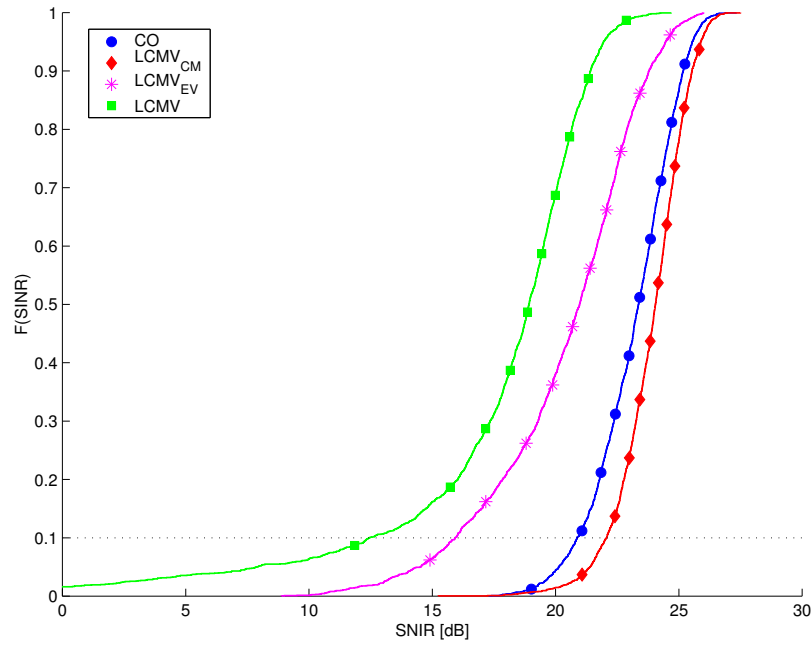
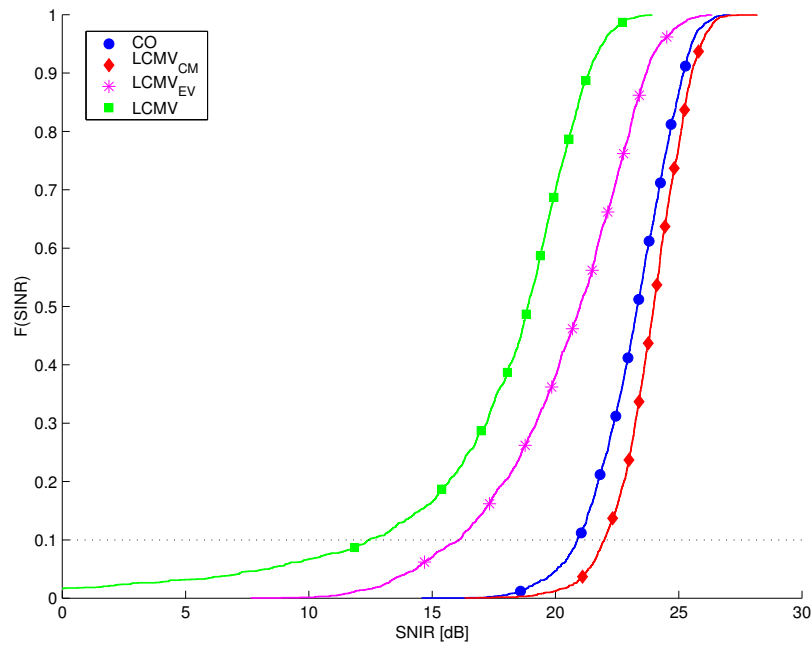
**Figura 3.15:** Comparação da distribuição da SNIR das soluções CO,  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$ ,  $\text{LCMV}_{\text{EV}}$  e LCMV para espalhamento angular de  $2^\circ$ ,  $5^\circ$  e diferentes valores de separação angular

(c) Separação angular de  $10^\circ$ (d) Separação angular de  $15^\circ$ 

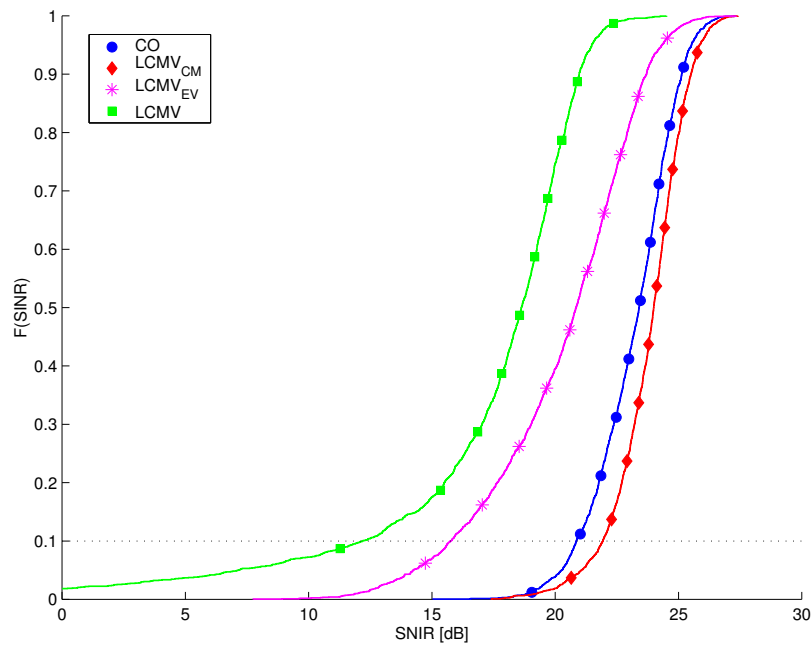
**Figura 3.15:** Comparação da distribuição da SINR das soluções CO,  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$ ,  $\text{LCMV}_{\text{EV}}$  e LCMV para espalhamento angular de  $2^\circ$ ,  $5^\circ$  e diferentes valores de separação angular (cont.)

(e) Separação angular de  $20^\circ$ (f) Separação angular de  $25^\circ$ 

**Figura 3.15:** Comparação da distribuição da SNIR das soluções CO,  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$ ,  $\text{LCMV}_{\text{EV}}$  e LCMV para espalhamento angular de  $2, 5^\circ$  e diferentes valores de separação angular (cont.)

(g) Separação angular de  $30^\circ$ (h) Separação angular de  $35^\circ$ 

**Figura 3.15:** Comparação da distribuição da SINR das soluções CO,  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$ ,  $\text{LCMV}_{\text{EV}}$  e LCMV para espalhamento angular de  $2^\circ$ ,  $5^\circ$  e diferentes valores de separação angular (cont.)

(i) Separação angular de  $40^\circ$ 

**Figura 3.15:** Comparação da distribuição da SNIR das soluções CO,  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$ ,  $\text{LCMV}_{\text{EV}}$  e LCMV para espalhamento angular de  $2, 5^\circ$  e diferentes valores de separação angular (cont.)

## 3.B Artigos Publicados

Nesse apêndice se encontram cópias dos seguintes artigos publicados, que possuem relação direta com o conteúdo deste capítulo:

- D. Zanatta Filho, C.C. Cavalcante, J.M.T. Romano e L.S. Resende. An LCMV-Based Approach for Downlink Beamforming in FDD Systems in Presence of Angular Spread. *XI European Signal Processing Conference (EUSIPCO'2002)*, Toulouse, França, Setembro de 2002.
- D. Zanatta Filho, C.C. Cavalcante e J.M.T. Romano. Adaptive LCMV Beamforming Avoiding DOA Estimation for Packet-like Wireless Systems. *IEEE International Telecommunications Symposium (ITS'2002)*, Natal-RN, Brasil, Setembro de 2002.

# AN LCMV-BASED APPROACH FOR DOWNLINK BEAMFORMING IN FDD SYSTEMS IN PRESENCE OF ANGULAR SPREAD\*

*D. Zanatta Filho<sup>1</sup>, C. C. Cavalcante<sup>1</sup>, J. M. T. Romano<sup>1</sup> and L. S. Resende<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*DSPCom, FEEC, UNICAMP, Brazil  
P.O. 6101, CEP: 13083-970, Campinas-SP, Brazil  
{danilo, charles, romano}@decom.fee.unicamp.br*

<sup>2</sup>*Federal University of Santa Catarina  
P.O. 476, CEP: 88040-900, Florianópolis-SC Brazil  
leonardo@eel.ufsc.br*

## ABSTRACT

An approach based on constrained filtering for downlink beamforming for FDD systems is presented. The impact of the angular spread in the calculation of the beamforming weights is evaluated for such approach, as well as for that based on the maximization of the signal to interference ratio. It is shown that the LCMV-based method leads to an efficient solution with the introduction of eigenvector constraints in the optimization procedure. The simulation results illustrate the good performance of the proposed technique, which presents an acceptable computational complexity and is suitable for adaptive implementation.

## 1 INTRODUCTION

In mobile communications the downlink beamforming plays an important role in the increasing of link quality and/or system capacity. Beamforming may be performed with or without cancellation of interferers. Further, the use of joint beamforming and cancellation provides better results [1].

In this context, the main drawback concerns the downlink channel parameters (reverse link) which are not available prior to transmission and must be estimated in order to provide a correct beamforming. Such parameters can be the spatial covariance matrix or the DOAs (directions of arrival) together with the angular spread (AS) and the powers of each multipath. For TDD systems both parameters (spatial covariance matrix and DOA) are the same in up- and downlink, provided that time duplex distance is small enough, i.e., smaller than the coherence time of fading. However, for FDD systems where frequency duplex distance is greater than coherence bandwidth, an useful approach is to use uplink parameters, obtained from received signal, to estimate the downlink ones [1, 2].

\* This work was supported by a grant from Ericsson of Brazil Research Branch under ERBB-UNI.33 Technical Cooperation Contract.

After the up- to downlink mapping, the beamforming weights may be obtained from the estimated covariance matrix by means of the Summed Inverse Carrier to interference Ratio (SICR) criterion, as posed in [2, 3]. An alternative strategy is the Linearly Constrained Minimum Variance (LCMV) criterion. Such method consists on the minimization of the transmitted power with point constraints in the array response, so that the directions of the desired signals be enhanced [4, 5]. In the original method of LCMV the angular spread (AS) was not considered in order to find the weights for beamforming. In this paper we investigate the inclusion of the AS on the LCMV-based solution by means of some additional considerations over the constraints to obtain satisfactory interference cancellation in presence of AS. The most suitable solution is the use of the so-called eigenvector constraints instead of the point one. AS can also be included in the previous method, based on the SCIR criterion. This allows us to evaluate the performance for both methods, providing comparative results. Such results indicate some performance equivalency between both LCMV-based and SICR methods in presence of angular spread (AS).

The paper is organized as follows. Section 2 presents the LCMV solution with the introduction of eigenvector constraints. Section 3 recalls the SICR criterion, so that the simulations and performance comparison for both methods are presented in Section 4. Finally, our conclusions are stated in Section 5.

## 2 LCMV-BASED SOLUTION

### 2.1 No Angular Spread

The LCMV is a criterion that minimizes both pollution<sup>1</sup> and interference. In addition, the array response is constrained to some values at defined directions in order to force the array to transmit for the desired user. This approach requires the knowledge of the DOA and the

<sup>1</sup>By pollution we mean the transmitted power in all directions.

power of each user multipath, in order to compute the corresponding constraints.

For each user, the beamforming weights are obtained by

$$\mathbf{w}_k = \arg \min_{\mathbf{w}_k} \{ \mathbf{w}_k^H \mathbf{R} \mathbf{w}_k \} \mid \mathbf{C}_k^H \mathbf{w}_k = \mathbf{f}_k \quad (1)$$

where  $\mathbf{R}$  is the total (for all users) downlink covariance matrix,  $\mathbf{C}_k$  is the constraint matrix for the  $k$ -th user and  $\mathbf{f}_k$  is the response vector for the  $k$ -th user.

Such method just takes into account the corresponding DOAs for each user, by introducing point constraints for each direction. That is, the signal (angular) spread around its DOA is not considered. The matrix  $\mathbf{C}_k$  is formed as follows:

$$\mathbf{C}_k = [ \mathbf{d}(\theta_1) \quad \mathbf{d}(\theta_2) \quad \cdots \quad \mathbf{d}(\theta_L) ] \quad (2)$$

where  $\mathbf{d}(\theta_l)$  is the steering vector corresponding to the  $l$ -th considered DOA and  $L$  is the number of constraints. The response vector is given by:

$$\mathbf{f}_k = [ 1 \quad \sqrt{\gamma_2} \quad \cdots \quad \sqrt{\gamma_L} ]^T \quad (3)$$

where  $\gamma_l$  is the relative power of the  $l$ -th path with respect to the first one.

## 2.2 Angular Spread - Point Constraints

To deal with AS, a number of point constraints must be applied over the angle bandwidth. However, the number of antenna in the array limits the number of constraints, since each constraint requires two antennas and a certain degree of freedom is necessary to minimize the transmitted power in other directions. So, there are two possibilities: the use of the mean DOA or considering a number of discrete DOAs in the angle bandwidth. Figure 1 depicts an example of 3 point constraints for a given AS.

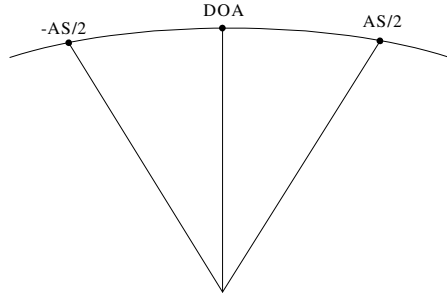


Figure 1: Point constraints for angular spread consideration.

A different strategy consists in avoiding point constraints, as presented in the sequel.

## 2.3 AS - Eigenvector Constraints

As mentioned in the previous section, the use of point constraints is limited to the number of degree of freedom. In order to increase the degree of freedom, the

so-called eigenvector (EV) constraints have been introduced by [6, 5].

EV constraints proceed from a lower rank orthonormal representation of the signal space, based on the Karhunen-Loève discrete expansion [5]. This is the most efficient representation of the signal space, in the statistical second order sense.

Furthermore, it can be also shown that EV constraints are based in a minimum square approximation of the desired array response over the desired user angle bandwidth. The EV constraints are optima in the sense that the mean square error between the obtained array response and the desired one is minimized for a given number of constraints [7]. Hence the EV constraints provide a more direct control over the array response than the point constraints.

In practice, the singular value decomposition (SVD) is directly applied to the point constraints matrix and a more simple representation of  $\mathbf{C}_k^H$  is given as follows:

$$\mathbf{C}_k^H = \mathbf{U}_k \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_k & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{V}_k^H \quad (4)$$

and

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= [ \mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{u}_L ] \\ \mathbf{V} &= [ \mathbf{v}_1 \quad \mathbf{v}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{v}_M ] \\ \boldsymbol{\Sigma} &= \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_P) \end{aligned} \quad (5)$$

where  $\mathbf{U}$  and  $\mathbf{V}$  are unitary matrices, containing the left and right singular vectors, respectively; and  $\boldsymbol{\Sigma}$  is the diagonal matrix composed by the singular values of  $\mathbf{C}_k^H$  sorted as  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_P > 0$ .

For a given number  $p \leq P$  of constraints, the matrices  $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{V}$  and  $\boldsymbol{\Sigma}$  are reduced to:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{U}} &= [ \mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{u}_p ] \\ \tilde{\mathbf{V}} &= [ \mathbf{v}_1 \quad \mathbf{v}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{v}_p ] \\ \tilde{\boldsymbol{\Sigma}} &= \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_p) \end{aligned} \quad (6)$$

Thus the EV constraints matrix  $\tilde{\mathbf{C}}_k$  and EV response vector  $\tilde{\mathbf{f}}_k$  are given by:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{C}}_k^H &= \tilde{\mathbf{V}}^H \\ \tilde{\mathbf{f}}_k &= \tilde{\boldsymbol{\Sigma}}^{-1} \tilde{\mathbf{U}}^H \mathbf{f}_k \end{aligned} \quad (7)$$

The LCMV<sub>EV</sub> is then described by equations (6) and (7) applied to (1).

## 3 SICR SOLUTION

In [2, 3], a criterion for maximization of the carrier-to-interference ratio (CIR) for all co-channel users is proposed. The aim of this method is to maximize the transmitted power for the desired user and to cancel the



others by placing spatial nulls in their direction. This criterion can be described as

$$\gamma_k = (\text{CIR})_k = \max_{\mathbf{w}_1 \dots \mathbf{w}_K} \frac{\mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_k \mathbf{w}_k}{\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \mathbf{w}_j^H \mathbf{R}_k \mathbf{w}_j} \quad (8)$$

A sub-optimum solution for this problem can be found by means of a new criterion, defined as

$$\min_{\mathbf{w}_1 \dots \mathbf{w}_K} \left[ \sum_{k=1}^K \gamma_k^{-1} \right] \quad (9)$$

With this new criterion, the sub-optimum beamforming weights can be independently performed as follows:

$$\mathbf{w}_k = \arg \max_{\mathbf{w}_k} \frac{\mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_k \mathbf{w}_k}{\mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_{k,\text{int}} \mathbf{w}_k} \quad (10)$$

where  $\mathbf{R}_k$  and  $\mathbf{R}_{k,\text{int}} = \mathbf{R} - \mathbf{R}_k = \sum_{i,i \neq k} \mathbf{R}_i + \sigma_n^2 \mathbf{I}$  are respectively the downlink covariance matrix of the  $k$ -th user and  $k$ -th's interferers plus noise, while  $\mathbf{w}_k$  is the beamformer weight vector for the  $k$ -th user.

This minimization procedure can be solved by using Lagrange multipliers. The solution is the unit norm generalized eigenvector of  $[\mathbf{R}_k, \mathbf{R}_{k,\text{int}}]$  corresponding to the largest eigenvalue. Such criterion also corresponds to

$$\mathbf{w}_k = \arg \min_{\mathbf{w}_k} \{ \mathbf{w}_k^H \mathbf{R} \mathbf{w}_k \} \mid \mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_k \mathbf{w}_k = c \quad (11)$$

where  $c$  is an arbitrary constant.

One can easily note that equations (1) and (11) are quite similar. Both criteria perform a minimization of  $\mathbf{w}_k^H \mathbf{R} \mathbf{w}_k$ , however LCMV imposes gain constraints while SICR imposes a flexible power constraint. The set of constraints in (1) supposes the knowledge of the  $k$ -th user DOAs, while its covariance matrix  $\mathbf{R}_k$  is required in (11). These features make interesting a performance comparison between both criteria.

#### 4 SIMULATION RESULTS

In order to evaluate the performance of the LCMV-based solution and compare it with the SICR solution, we have used the following wireless communication scenario, as depicted in Figure 2: one user and one interferer in a  $120^\circ$  sector, with two considered paths for each one and random DOAs for each path. The angular separation was set to  $30^\circ$ . A linear array with  $M = 8$  antennas, spaced by half downlink carrier wavelength is considered. The other parameters are  $\text{AS} = 10^\circ$ ,  $\text{CIR} = 0\text{dB}$ ,  $\text{SNR} = 20\text{dB}$ . We have simulated over  $10^4$  trials and computed the cumulative function distribution (CDF) of the beamforming quality (BQ) which is defined as:

$$\text{BQ} = \frac{\mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_k \mathbf{w}_k}{\mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_{k,\text{int}} \mathbf{w}_k} \quad (12)$$

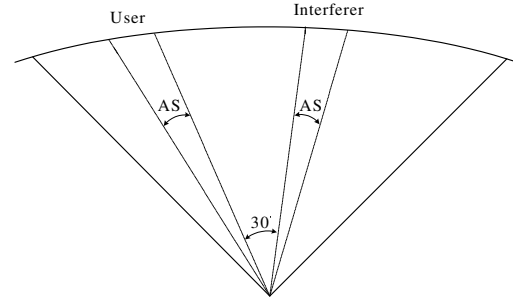


Figure 2: Simulation scenario.

It worths to mention that BQ is a sort of signal to pollution ratio.

The required parameters for finding the optimum beamforming weight vectors for both methods, i.e. DOA,  $\mathbf{R}$  and  $\mathbf{R}_k$  on downlink, are assumed to be perfectly known.

Figure 3 shows the comparison between the LCMV-based solutions for different AS values. As constraints we have considered: the mean DOAs (LCMV); 3 point constraints as depicted in Figure 1 (LCMV<sub>3</sub>); and one EV constraint (LCMV<sub>EV1</sub>), obtained from a constraints matrix formed by a  $1^\circ$  sampling over the angle bandwidth. It can be noted that the increasing of AS causes LCMV and LCMV<sub>3</sub> performance to decrease, while LCMV<sub>EV1</sub> performance remains practically unchanged.

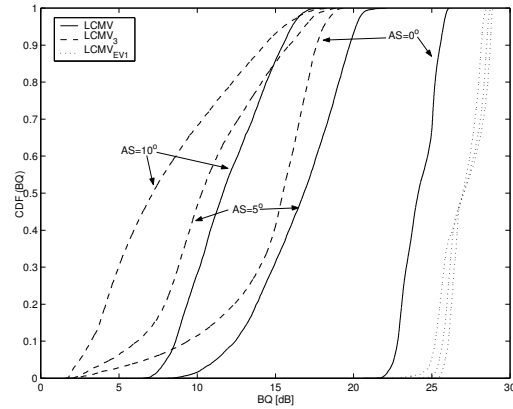


Figure 3: LCMV-based solutions performance comparison for  $\text{AS} = 1^\circ, 5^\circ$  and  $10^\circ$ .

The behavior of the LCMV<sub>EV</sub> faced with different number of EV constraints compared with SICR is shown in Figure 4. One can easily see that the best performance is achieved with only one EV constraint, leading to a performance quite similar to the SICR. In fact, the performance of LCMV-based methods is related to the number of degrees of freedom, which depends on the number of constraints.

Finally, the SICR outperforms the  $\text{LCMV}_{\text{EV1}}$  for all AS with a performance gap that increases with the AS, as shown in Figure 5.

## 5 CONCLUSIONS

An LCMV-based method for downlink beamforming was presented and compared with the SICR method. The method allows to consider the angular spread in the beamforming calculation, which is efficiently achieved by introducing eigenvector constraints in the optimization procedure. Moreover, a study into the number of constraints for the LCMV-based methods was provided. In fact, the performance of the point constrained beamforming has shown to be strongly dependent on the number of constraints, while the eigenvectorial method is much more robust. Besides, the best solution is achieved by the LCMV with only one eigenvector constraint.

When compared with the SICR, the  $\text{LCMV}_{\text{EV1}}$  has shown a lower but satisfactory performance. Both methods have approximately the same computational complexity due to the eigenanalysis for the SICR and the singular value decomposition for the  $\text{LCMV}_{\text{EV1}}$ . However, the  $\text{LCMV}_{\text{EV1}}$  solution is suitable for an adaptive version while the SICR does not have one yet.

Then, a natural extension of this work is the investigation of the adaptive solution for  $\text{LCMV}_{\text{EV1}}$  in order to reduce the computational burden, specially when the interferers position change.

Finally, an interesting aspect to proceed with the investigation concerns the mathematical relations between both LCMC and SICR criteria. Clearly there is not a mathematical equivalence, but a number of situations where they present similar performance was verified. An interesting task seems to be the analytical derivation of the conditions for which such similarities hold.

## References

- [1] K. Hugl. Downlink beamforming using adaptive antennas. Diploma Thesis, Institut für Nachrichtentechnik und Hochfrequenztechnik der Technischen Universität Wien, Austria, May 1998.
- [2] P. Zetterberg. *Mobile Cellular Communications with Base Station Antenna Arrays: Spectrum Efficiency, Algorithms and Propagation Models*. PhD thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 1997.
- [3] T. Asté. *Méthodes de traitement d'antenne adaptatives pour un système de communications numériques radiomobiles de type GSM*. PhD thesis, Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris, France, December 1998.
- [4] L.S. Resende, J.M.T. Romano, and M.G. Bellanger. The Robust FLS Linearly-Constrained Algorithm: An Improved Approach to Adaptive Spatial Filtering. In *Proceedings of ITS'94*, pages 15–19, Rio de Janeiro - Brazil, August 1994.
- [5] B.D. van Veen and K.M. Buckley. Beamforming: A versatile approach to spatial filtering. *IEEE ASSP Magazine*, pages 4–24, April 1988.
- [6] K.M. Buckley. Spatial/Spectral Filtering with Linearly Constrained Minimum Variance Beamformers. *IEEE Trans. on ASSP*, 35(3):249–275, March 1987.
- [7] S. Haykin and A. Steinhardt, editors. *Adaptive Radar Detection and Estimation*. John Wiley & Sons, New York, 1992.

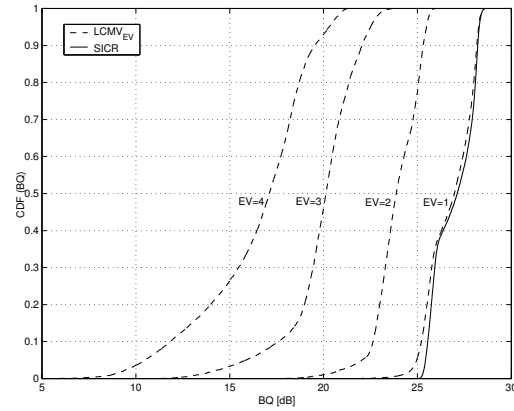


Figure 4:  $\text{LCMV}_{\text{EV}}$  performance for  $\text{AS} = 10^\circ$  and different number of EV constraints.

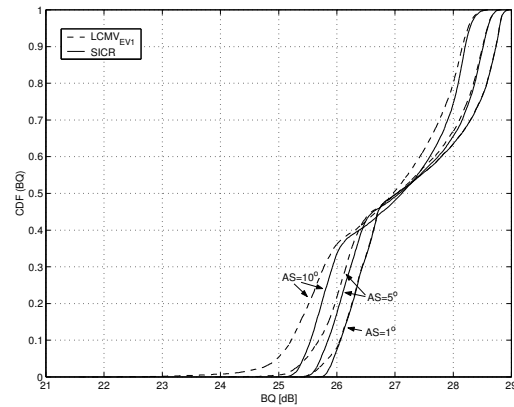


Figure 5: Comparison between the SICR and  $\text{LCMV}_{\text{EV1}}$  for  $\text{AS} = 1^\circ, 5^\circ$  and  $10^\circ$ .

# Adaptive LCMV Beamforming Avoiding DOA Estimation for Packet-like Wireless Systems

Danilo Zanatta Filho, Charles Casimiro Cavalcante and João Marcos Travassos Romano  
DSPCOM, UNICAMP, Campinas SP, Brazil

**Abstract** — A new adaptive LCMV solution that avoids DOA estimation for uplink beamforming is proposed. The use of the uplink channel covariance matrix (UCCM) instead of DOA estimation is shown to be a suitable alternative for constraints selection. The resulting LCMV adaptive solutions are then based on the LMS and RLS versions with the UCCM estimation. The new method is then evaluated for packet-like wireless systems through computational simulations.

## I. INTRODUCTION

Signal detection is a very interesting field in mobile communications due to the importance of correctly recovering the desired signal. This detection can be performed both in the uplink and downlink. However, due to some system features, the detection in uplink profits by the use of smart antennas.

In the uplink context of a mobile communication system, where several users share the same resources, an important strategy to separate the signals of interest is the use of beamforming techniques. Some works have proposed the use of such a strategy with decoupled space-time processing [1]. The approach consists in providing interference cancelling by means of spatial processing, so that the recovered signal be feed into a temporal equalizer, since this signal is still subject to intersymbol interference (ISI).

In a previous work [2], two different optimization criteria for beamforming have been investigated: the so-called *Linearly Constrained Minimum Variance* (LCMV) and the *Summed Inverse Carrier to interference Ratio* (SICR). SICR demands an a priori knowledge about the uplink channel covariance matrix (UCCM), while LCMV needs a previous estimation of the angle or direction of arrival (DOA) of the desired users. One interesting result of [2] states that when one single eigenvectorial constraint (EV) is used in the LCMV solution, the performance of both criteria (LCMV and SICR) are practically the same. However, LCMV provides adaptive solutions for performing beamforming.

The use of an adaptive approach is particularly interesting, since in a mobile system the users' characteristics can vary in according to the employed strategy. For instance, frequency hopping (FH) is a strategy for interference reduction largely applied in practical wireless systems. From one slot to another the spatial interference pattern of the desired user changes, since the mobile user that shares the same frequency of the desired user changes every slot. Slotted-packet networks causes the same change in the spatial interference pattern since users transmit

over time slots sorted randomly (S-Aloha networks) [3].

Both previously mentioned situations can be seen as *packet-like* wireless systems since the spatial interference pattern can suddenly change. In such systems, the tracking capability is a highly important issue in the design of good signal detection strategies.

In the present work, the application of the LCMV adaptive solutions (namely LMS and RLS) is investigated and compared with the LCMV batch solution. Also, an alternative strategy concerning the implementation of the adaptive LCMV algorithm with EV constraint is proposed. It consists in using the UCCM, instead of DOA estimation, for constructing the matrix of constraints to be applied in the adaptation process. Simulations are performed for different scenarios of user speed in a packet-like environment, in order to evaluate the performance of the proposed method.

The rest of the paper is organized as follows. Section II is devoted to a recall on the batch solutions of the LCMV and SICR optimization criteria. Section III presents the novel LCMV method, which avoids DOA estimation by using UCCM to construct the matrix of constraints. Section IV shows the formulation of the corresponding adaptive versions of the proposed method. Section V presents simulations results to illustrate our analyze. Finally, conclusions are stated in Section VI.

## II. RECALLS ON SICR X LCMV BATCH SOLUTIONS

Here we present some recalls about the most important characteristics of the constrained criteria shown in [2], in order to provide some background about them.

### A. SICR Solution

The SICR was initially proposed by Zetterberg in [4] and discussed by Asté in [5] as a downlink criterion for the maximization of the carrier-to-interference ratio (CIR), for all co-channel mobile users. However, the resolution of the downlink problem also leads to the determination of the uplink beamforming weights, as shown in [6].

In this work, we will use the SICR solution in uplink, where the beamforming weights can be independently performed as follows:

$$\mathbf{w}_k = \arg \max_{\mathbf{w}_k} \frac{\mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_k \mathbf{w}_k}{\mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_{k,\text{int}} \mathbf{w}_k} \quad (1)$$

where  $\mathbf{R}_k$  is the uplink channel covariance matrix (UCCM) of the  $k$ th user and  $\mathbf{R}_{k,\text{int}} = \mathbf{R} - \mathbf{R}_k = \sum_{i,i \neq k} \mathbf{R}_i + \sigma_n^2 \mathbf{I}$  is the  $k$ th's interferers plus noise uplink covariance matrix.  $\mathbf{R}$  is the total (for all users) UCCM,  $\mathbf{w}_k$  is the uplink beamformer weight

The authors are with the Digital Signal Processing for Communications (DSPCOM) laboratory, UNICAMP, Campinas - SP, Brazil. Phone: +55 19 3788 3702 Fax: +55 19 3289 1395. E-mails: {danilo.z, charles, romano}@decom.fee.unicamp.br

This work was supported by the Ericsson Research Brazilian Branch under the ERBB/UNI.33 technical cooperation contract.

vector for the  $k$ th user and  $\sigma_n^2$  is the thermal noise power per antenna element at the base station.

This minimization procedure can be solved by using Lagrange multipliers. The solution is the unit norm generalized eigenvector of  $(\mathbf{R}_k, \mathbf{R}_{k,\text{int}})$  corresponding to the largest eigenvalue. Such criterion also corresponds to

$$\mathbf{w}_k = \arg \min_{\mathbf{w}_k} \{ \mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_k \mathbf{w}_k \} \mid \mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_k \mathbf{w}_k = c \quad (2)$$

where  $c$  is an arbitrary constant.

### B. LCMV Solution

The LCMV criterion minimizes the output power of the beamformer under the constraint of fixed gains in some given values of DOA. So the array is set to receive from the desired user while minimizing interferers arriving from other directions. This criterion is expressed by:

$$\mathbf{w}_k = \arg \min_{\mathbf{w}_k} \{ \mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_k \mathbf{w}_k \} \mid \mathbf{C}_k^H \mathbf{w}_k = \mathbf{f}_k \quad (3)$$

where  $\mathbf{C}_k$  is the matrix of constraints for the  $k$ th user and  $\mathbf{f}_k$  is the response vector for the  $k$ th user.

Such method just takes into account the corresponding DOAs for each user by introducing point constraints for each direction. The matrix  $\mathbf{C}_k$  is then formed as follows:

$$\mathbf{C}_k = [ \mathbf{d}(\theta_{k,1}) \quad \mathbf{d}(\theta_{k,2}) \quad \cdots \quad \mathbf{d}(\theta_{k,L}) ] \quad (4)$$

where  $\mathbf{d}(\theta_{k,l})$ , which has dimension  $M \times 1$ , is the steering vector corresponding to the  $l$ th considered DOA of user  $k$ ,  $L$  is the number of constraints and  $M$  is the number of antenna elements. The response vector is given by:

$$\mathbf{f}_k = [ 1 \quad \sqrt{\gamma_{k,2}} \quad \cdots \quad \sqrt{\gamma_{k,L}} ]^T \quad (5)$$

where  $\gamma_{k,l}$  is the relative power of the  $l$ th path with respect to the first one, for user  $k$ .

Thus, this approach requires the knowledge of both DOA and power for each user multipath, in order to construct the constraints. Besides, in order to deal with non-null angular spread, two types of constraints may be posed:

- Point constraints: a number of point constraints is inserted in the angle bandwidth. This approach is limited due to the number of degrees of freedom, which depends on the number of antennas in the array [2].
- Eigenvectorial constraints (EV): cope with the number of degrees of freedom by using the most significative singular vectors (associated with the most significative singular values) of the matrix of constraints.

The resultant criterion for the LCMV with EV, denoted by  $\text{LCMV}_{\text{EV}}$ , is given by the singular value decomposition of the matrix of constraints used in (3).

Previous simulation results [2] have shown that the use of only one EV (called EV1) provides better results. Figure 1 shows the performance in terms of SNIR (Signal to Noise plus Interference Ratio). The CDF (SNIR) states for the cumulative function distribution of SNIR. It means the probability of the SNIR be lower than or equal to a given value (in the horizontal axis). So, better performance results are represented by curves located more to the right side.

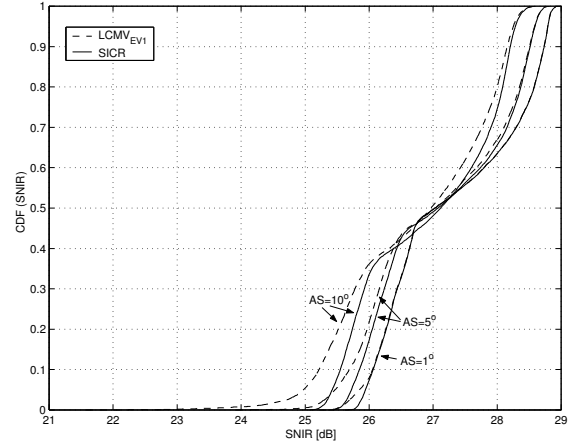


Fig. 1. Comparison between the SICR and  $\text{LCMV}_{\text{EV1}}$  for  $\text{AS} = 1^\circ, 5^\circ$  and  $10^\circ$ .

### III. LCMV AVOIDING DOA ESTIMATION

In order to compute the eigenvectorial constraint, the matrix of constraints is formed by the directional vectors corresponding to the estimated DOA of the desired signals, as stated in equation (4). Then, the singular value decomposition (SVD) may be directly applied to the matrix of constraints so that a more simple representation of  $\mathbf{C}_k^H$  be given by:

$$\mathbf{C}_k^H = \mathbf{U}_k \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_k & \mathbf{0}_{P \times (M-P)} \\ \mathbf{0}_{(L-P) \times P} & \mathbf{0}_{(L-P) \times (M-P)} \end{bmatrix} \mathbf{V}_k^H \quad (6)$$

with

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= [ \mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{u}_L ]_{L \times L} \\ \mathbf{V} &= [ \mathbf{v}_1 \quad \mathbf{v}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{v}_M ]_{M \times M} \\ \mathbf{\Sigma} &= \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_P) \end{aligned} \quad (7)$$

where  $\mathbf{U}$  and  $\mathbf{V}$  are unitary matrices, which contain respectively the left and right singular vectors; and  $\mathbf{\Sigma}$  is a diagonal matrix composed by the singular values of  $\mathbf{C}_k^H$  sorted as  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_P > 0$ .

As mentioned before, the best performance is obtained with the use of only one eigenvectorial constraint [2]. That is, with the use of the singular vector associated with the maximum singular value. Thus, the EV constraint and the corresponding response element are:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{C}}_k &= \mathbf{v}_1 \\ \tilde{\mathbf{f}}_k &= \frac{1}{\sigma_1} \mathbf{u}_1^H \mathbf{f}_k \end{aligned} \quad (8)$$

It is important to highlight that  $\mathbf{v}_1$  is the eigenvector associated with the maximum eigenvalue of  $\mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H$ . This matrix can be written as follows:

$$\mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H = \sum_{l=1}^L \mathbf{d}^H(\theta_{k,l}) \mathbf{d}(\theta_{k,l}) \quad (9)$$

TABLE I  
LCMV-LMS

---

• Initialization	$\mathbf{w}_k(0) = \mathbf{q}_k$	(11)
• Update the antenna weights	$\mathbf{w}_k(n+1) = \mathbf{P}_k [\mathbf{w}_k(n) - \mu y(n) \mathbf{x}(n)] + \mathbf{q}_k$	(12)

---

It is worth to notice the similarity between this matrix and the UCCM matrix of the  $k$ th user:

$$\mathbf{R}_k = \sum_{l=1}^{L_T} g(\theta_{k,l}) \mathbf{d}^H(\theta_{k,l}) \mathbf{d}(\theta_{k,l}) \quad (10)$$

where  $g(\theta_{k,l})$  is the mean power of the received signal in direction  $\theta_{k,l}$  and  $L_T$  is the total number of multipaths linking the mobile  $k$  and the base station.

Moreover, as far as the number of considered DOAs  $L$  in (4) and (9) becomes greater and close to  $L_T$ , the constraints will better express the spatial channel between the base station and the mobile. This leads to a better performance for the LCMV solution.

Therefore, we propose to take the UCCM matrix in (10) as the best representation of  $\mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H$ . So, the EV constraint  $\tilde{\mathbf{C}}_k$  in (8) becomes the eigenvector associated with the maximum eigenvalue of the matrix  $\mathbf{R}_k$  and the response element  $\tilde{\mathbf{f}}_k$  can be set to an arbitrary value.

Hence, the LCMV without DOA estimation solution, so-called LCMV<sub>CM</sub> (LCMV Covariance Matrix), consists of the following steps for each user  $k$ :

1. Estimation of  $\mathbf{R}_k$
2. Computation of  $\tilde{\mathbf{C}}_k$ , the eigenvector associated with the maximum eigenvalue of  $\mathbf{R}_k$ .
3. Computation of the beamforming weight:  
 $\mathbf{w}_k = \mathbf{R}^{-1} \tilde{\mathbf{C}}_k \left( \tilde{\mathbf{C}}_k^H \mathbf{R}^{-1} \tilde{\mathbf{C}}_k \right)^{-1}$ , where  $\tilde{\mathbf{f}}_k$  was set to 1.

#### IV. ADAPTIVE LCMV

The results of our previous work [2] motivated the investigation of the performance of adaptive versions of the LCMV criterion, since they may be more suitable for tracking changes in the channel parameters. Furthermore, the LCMV<sub>CM</sub> solution was used in order to derive the adaptive solutions since such a solution avoids DOA estimation, which has high computational complexity.

##### A. LCMV-LMS

The LMS adaptive version of the LCMV criterion was firstly proposed by Frost in [7] and uses an instantaneous estimation of the total covariance matrix  $\mathbf{R}$ .

This algorithm is shown in Table I for user  $k$ , where  $\mathbf{x}(n)$  is the sampled signal at the antenna at instant  $n$ ,  $y(n)$  is the array output defined by  $y(n) = \mathbf{x}^H(n) \mathbf{w}_k(n)$ , while the vector  $\mathbf{q}_k$

and the matrix  $\mathbf{P}_k$  are defined by:

$$\mathbf{q}_k \triangleq \tilde{\mathbf{C}}_k \left( \tilde{\mathbf{C}}_k^H \tilde{\mathbf{C}}_k \right)^{-1} \tilde{\mathbf{f}}_k \quad (13)$$

$$\mathbf{P}_k \triangleq \mathbf{I} - \tilde{\mathbf{C}}_k \left( \tilde{\mathbf{C}}_k^H \tilde{\mathbf{C}}_k \right)^{-1} \tilde{\mathbf{C}}_k^H \quad (14)$$

##### B. LCMV-RLS

The RLS version of the LCMV criterion was proposed by Resende *et al.* in [8]. The algorithm is initialized by posing the covariance matrix as a diagonal one and then obtaining the initial values for the antenna weights, in according to the LCMV criterion. Afterwards, the weights are computed as indicated in Table II for user  $k$ . More considerations on the role of each intermediary variable in such summarized table can be found in [8].

TABLE II  
LCMV-RLS

---

• Initialization	$\tilde{\mathbf{R}}(0) = \delta \mathbf{I}_M$	(15)
	$\mathbf{Q}_k(0) = \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(0) \tilde{\mathbf{C}}_k \left( \tilde{\mathbf{C}}_k^H \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(0) \tilde{\mathbf{C}}_k \right)^{-1}$	(16)
	$\mathbf{w}_k(0) = \mathbf{Q}_k(0) \tilde{\mathbf{f}}_k$	(17)
• Compute the adaptation gain	$\mathbf{g}(n+1) = \frac{\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(n) \mathbf{x}(n+1)}{\lambda + \mathbf{x}^H(n+1) \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(n) \mathbf{x}(n+1)}$	(18)
	$\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(n+1) = \frac{1}{\lambda} \left[ \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(n) - \mathbf{g}(n+1) \mathbf{x}^H(n+1) \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(n) \right]$	(19)
• Update the matrix $\mathbf{Q}(n+1)$	$\mathbf{u}_k(n+1) = \tilde{\mathbf{C}}_k^H \mathbf{g}(n+1)$	(20)
	$\mathbf{v}_k^H(n+1) = \mathbf{x}^H(n+1) \mathbf{Q}_k(n)$	(21)
	$\mathbf{Q}'_k(n+1) = \left[ \mathbf{Q}_k(n) - \mathbf{g}(n+1) \mathbf{v}_k^H(n+1) \right] \cdot \left[ \mathbf{I}_K + \frac{\mathbf{u}_k(n+1) \mathbf{v}_k^H(n+1)}{1 - \mathbf{v}_k^H(n+1) \mathbf{u}_k(n+1)} \right]$	(22)
	$\mathbf{Q}_k(n+1) = \mathbf{Q}'_k(n+1) + \tilde{\mathbf{C}}_k \left[ \tilde{\mathbf{C}}_k^H \tilde{\mathbf{C}}_k \right]^{-1} \cdot \left[ \mathbf{I}_K - \tilde{\mathbf{C}}_k^H \mathbf{Q}'_k(n+1) \right]$	(23)
• Update the antenna weights	$\mathbf{w}_k(n+1) = \mathbf{Q}_k(n+1) \tilde{\mathbf{f}}_k$	(24)

---

#### V. SIMULATIONS

In order to assess the performance of the LCMV-based algorithms, a scenario of two users sharing the same resources (frequency, time and code) in a mobile system was simulated. Such a model could represent a SCR (Same Cell Reuse) system where the users are separated by their spatial positions.

Moreover, the simulations are carried in a GSM context with an uplink carrier frequency  $f_c=2$  GHz, a symbol rate  $R_s=\frac{1}{T_s}=270.833$  Mbauds and a raised cosine filter, with roll-off 0.35, for both transmitter and receiver filters.

The base station has a 3 element antenna array, with  $\frac{\lambda_c}{2}$  inter-element distance, used to perform purely spatial processing as mentioned before. This leads to a higher SNIR in the temporal equalizer input.

The space-time channel between each user and the array is modelled as composed by 4 multipaths as described in Table III, where the DOAs are given in degrees. The SNR (Signal to Noise Ratio) for each antenna element was set to 20 dB.

Firstly, we have tested the LCMV<sub>CM</sub> to verify its performance when compared to the LCMV<sub>EV</sub> solution. These simulations were carried out in a static environment (without fading) and 0° of angular spread. The total covariance matrix  $\mathbf{R}$  was estimated over 7000 symbols and the users' UCCM was supposed to be known. As expected, the results have shown that the use of the UCCM matrix instead of the matrix of constraints leads to an equivalent performance. Figure 2 shows the reception radiation pattern for the previously mentioned channel.

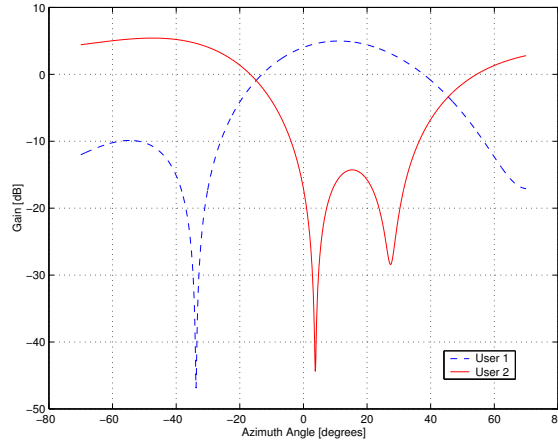


Fig. 2. Reception radiation pattern for LCMV<sub>CM</sub> method.

Two distinct cases were chosen to evaluate the adaptive versions of LCMV<sub>CM</sub> in presence of fading or in a packet-like transmission.

#### A. Fading

The Jakes' model [9] is used in the non-static environment, so that fading is independently inserted in each multipath, for which the respective values of delay, DOA and mean power are

TABLE III  
SPACE-TIME CHANNEL PARAMETERS.

Parameter	User 1				User 2			
Delay ( $\times T_s$ )	0	0.5	1	2	0	0.5	1	2
DOA	0	10	20	30	-40	-30	-20	-10
Mean power	0.45	0.4	0.1	0.05	0.45	0.4	0.1	0.05

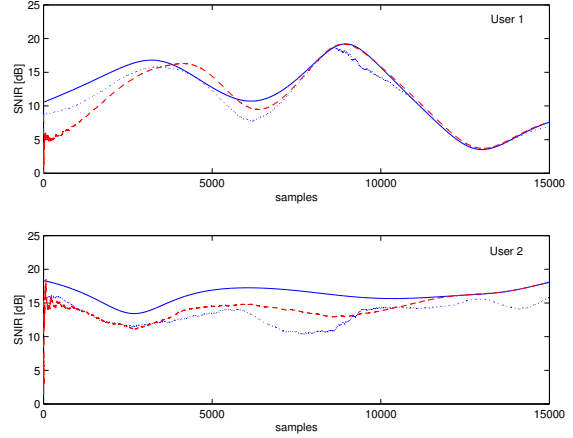


Fig. 3. Comparison between LCMV<sub>CM</sub> Batch Solution (solid lines), LCMV<sub>CM</sub>-LMS (dotted lines) and LCMV<sub>CM</sub>-RLS (dashed lines) for 15 km/h.

assumed to be as stated in table III. The total covariance matrix  $\mathbf{R}$  was estimated over 15000 symbols for the batch solution and the users' UCCM was supposed to be known for all solutions.

Figure 3 shows the SNIR evolution for the two users, each one with a speed of 15 km/h and 3° of angular spread. The LCMV<sub>CM</sub>-LMS convergence factor was  $\mu = 5 \cdot 10^{-4}$ . The LCMV<sub>CM</sub>-RLS convergence parameters were  $\delta=10$  and  $\lambda=0.999999$ . As it can be seen, the RLS version slightly outperforms the LMS one. Both tracks the channel variations due to fading, but the LMS version has a poorer tracking capability and a higher misadjustment.

Figure 4 shows the SNIR evolution for both users, now with a speed of 100 km/h. The other parameters were the same as in the previous case. Once again, the RLS version slightly outperforms the LMS one, with a better tracking capability. Due to the instantaneous estimation of the adaptive algorithms, they have a better performance than the batch solution in some intervals of time.

It is worth to mention that the convergence parameters were chosen in order to provide good performance in both situations, i.e. 15 km/h and 100 km/h. Although, these parameters could be adjusted in each case to improve the performance.

#### B. Packet-like simulations

In this case, a sudden change in the interferer characteristics is forced in a given time instant. This change concerns the interferer's DOAs. As previously mentioned in Section I we call in this paper *packet-like system* both FH or slotted-packet systems.

Simulations were carried out in a static environment but with 3° of angular spread. At 7000 samples the interferer's multipath DOAs changed from  $[-40, -30, -20, -10]$  to  $[-10, -3, 40, 60]$ , while all other channel parameters remains the same.

Figure 5 shows the SNIR evolution of the LCMV<sub>CM</sub> batch solution for the desired user, LCMV<sub>CM</sub>-LMS and LCMV<sub>CM</sub>-RLS adaptive solutions. The estimation of the total covariance

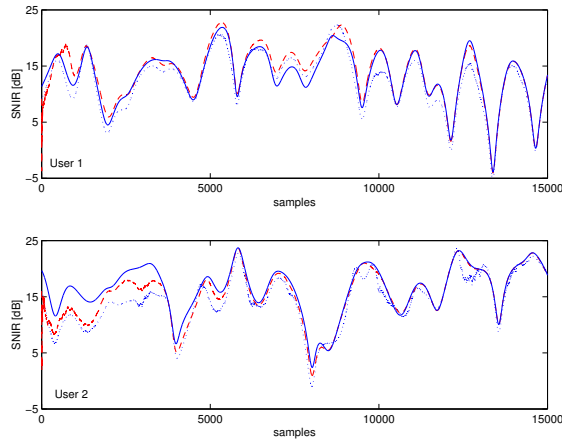


Fig. 4. Comparison between  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$  Batch Solution (solid lines),  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$ -LMS (dotted lines) and  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$ -RLS (dashed lines) for 100 km/h.

matrix  $\mathbf{R}$  for the batch solution was done each 15000 samples. The desired user's UCCM was again assumed to be known. Parameters  $\mu=10^{-3}$  for the LMS version and  $\delta=10$  and  $\lambda=0.999$  for the RLS one were used.

The batch solution has two sudden changes in the SNIR level, the first one (at 7000) is due to the interferer channel change and the second (at 15000) corresponds to the second window used for estimating total covariance matrix.

As it can be seen in figure 5, the adaptive solutions are able to track variations in the interference pattern, becoming more suitable than the batch solution.

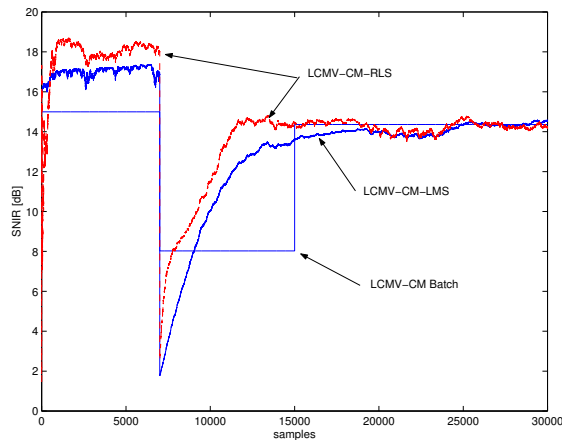


Fig. 5. Comparison between  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$  Batch Solution,  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$ -LMS and  $\text{LCMV}_{\text{CM}}$ -RLS in a packet-like context.

## VI. CONCLUSIONS

In this paper a novel approach based on the LCMV criterion that avoids DOA estimation was proposed. Eigenvectorial constraints have allowed the use of an alternative matrix of constraints formed by the maximum eigenvector of the estimated uplink channel covariance matrix. The proposed approach provides a better criterion since the use of the uplink covariance matrix brings to the method more information about the spatial channel than DOA estimation. Besides, high computational complexity algorithms for DOA estimation are replaced by low complexity covariance matrix estimation.

Moreover, both LMS and RLS adaptive versions of this novel approach were studied and investigation about the performance evaluation of the proposition was done in a packet-like wireless system. Simulations have shown that adaptive versions could outperform batch solutions in the situations where the interferers' characteristics change suddenly, as in FH systems or slotted-packet systems.

## REFERENCES

- [1] C. M. Panazio and F. R. P. Cavalcanti, "Decoupled Space-Time Processing: Performance Evaluation for TDMA Cellular," in *Proceedings of SBrT'01*, Fortaleza, CE - Brazil, September 2001.
- [2] D. Zanatta Filho, C. C. Cavalcante, J. M. T. Romano, and L. S. Resende, "An LCMV-Based Approach for Downlink Beamforming in FDD Systems in Presence of Angular Spread," in *Proceedings of EUSIPCO 2002*, Toulouse, France, September 2002.
- [3] Matthew D. Orange, *Packetised Wireless Communication Systems in Interference Limited Environments*, Ph.D. thesis, University of Auckland, New Zealand, 1998.
- [4] P. Zetterberg, *Mobile Cellular Communications with Base Station Antenna Arrays: Spectrum Efficiency, Algorithms and Propagation Models*, Ph.D. thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 1997.
- [5] T. Asté, *Méthodes de traitement d'antenne adaptatives pour un système de communications numériques radiomobiles de type GSM*, Ph.D. Thesis (in French), Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris, France, December 1998.
- [6] D. Zanatta Filho and L. Féty, "A Fast Algorithm for Joint Downlink Beamforming and Power Control in UMTS Systems," in *Proceedings ITS 2002*, Natal, Brazil, September 2002.
- [7] O. L. Frost III, "An Algorithm for Linearly Constrained Adaptive Array Processing," *Proceedings of the IEEE*, vol. 60, no. 8, pp. 926–935, August 1972.
- [8] L. S. Resende, J. M. T. Romano, and M. G. Bellanger, "A Fast Least-Squares Algorithm for Linearly Constrained Adaptive Filtering," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 44, no. 5, pp. 1168–1174, May 1996.
- [9] W. C. Jakes, *Microwave Mobile Communications*, Wiley-Interscience, 1974.





# 4

## Processamento em Transmissão - Enlace Direto

Neste capítulo, tratamos o problema do cancelamento da Interferência Inter-Usuário (IIU), ou interferência co-canal, no receptor do móvel. A abordagem de processamento espacial utilizada difere radicalmente daquela do capítulo anterior, pois no enlace direto é necessária uma otimização conjunta dos filtros espaciais de todos os usuários.

Durante a descrição e formalização matemática do problema, apresentamos a primeira contribuição deste capítulo, que consiste na introdução de uma constante de proporcionalidade no critério de minimização da potência de transmissão, possibilitando a manutenção de um dado número de usuários na célula, mesmo quando não é possível atingir suas  $\frac{E_b}{N_0}$  alvos.

Em seguida, destacamos a analogia entre o problema da maximização da SNIR no enlace reverso e direto e propomos um algoritmo exato (DBPC) para a otimização conjunta dos filtros espaciais e das potências de transmissão. Partindo-se dessa solução, derivamos uma versão rápida (F-DBPC) do algoritmo proposto, sendo sua principal vantagem o ganho de complexidade computacional quando a MACE é atualizada continuamente.

Os resultados de simulação indicam o melhor desempenho dos algoritmos desenvolvidos em relação aos existentes na literatura. Constatamos ainda que, conforme previsto, a versão rápida do algoritmo proposto atinge a mesma solução com ganhos significativos de complexidade.

### 4.1 Introdução

Este capítulo trata do processamento espacial em transmissão no enlace direto. Há uma simetria entre o problema do processamento espacial em recepção utilizando-se uma estrutura desacoplada e o processamento espacial em transmissão, sendo que,

neste caso, o canal está presente entre o processamento espacial na ERB e o processamento temporal no móvel. Analogamente ao processamento em recepção, o desempenho do receptor presente no móvel depende basicamente da SNIR do sinal na sua entrada. Logo, no processamento em transmissão, não nos preocuparemos com a equalização do canal mas sim com a mitigação da interferência recebida pelo usuário, proveniente tanto de sinais destinados a outros usuários na mesma célula, quanto de interferências inter-celulares. Além disso, de acordo com a seção 2.6.1, sendo a estimação da resposta ao impulso do canal direto de difícil obtenção e muitas vezes impraticável, é mais realista deixar a função de equalização do canal para o receptor do móvel e concentrar-nos na diminuição da interferência recebida pelo móvel.

Além disso, num sistema limitado por interferência, como é o caso dos sistemas CDMA ou SDMA, a potência de ruído relevante recebida por cada usuário é determinada pela interferência intra-celular e inter-celular, e não pelo ruído térmico inerente ao receptor do móvel. Não faz sentido, portanto, forçar a interferência intra-celular de uma dada célula a zero ao custo de uma maior potência de transmissão e um consequente aumento da interferência inter-celular, pois esse aumento se propagará pelo sistema, provocando uma reação das células vizinhas no sentido de aumentar a potência de transmissão e, conseqüentemente, a interferência inter-celular na célula em questão. Adotaremos, por conseguinte, a estratégia de minimizar a potência transmitida pela ERB, garantindo, entretanto, uma SNIR que leve o receptor do móvel a uma taxa de bits errados (BER) aceitável pelo serviço utilizado.

Neste capítulo daremos maior ênfase aos sistemas CDMA, em especial ao esquema de acesso WCDMA do sistema UMTS. Procuraremos explorar suas características multi-usuário e multi-taxa na derivação de um processamento espacial em transmissão que leve a um aumento de capacidade. Contudo, o desenvolvimento aqui presente pode ser facilmente estendido aos sistemas TDMA ou FDMA.

## 4.2 Formalização do Problema

Considere uma célula cuja ERB é equipada com uma antena multi-elementos, na qual  $U$  usuários compartilham os mesmos recursos num esquema CDMA. A transmissão para um usuário  $u$  qualquer se dá através de um canal espaço-temporal de resposta ao impulso  $\mathbf{H}_u(n)$ , cuja MACE é  $\mathbf{R}_u$ , utilizando-se um filtro espacial  $\mathbf{w}_u$ . Considere ainda que  $\mathbf{w}_u^H \mathbf{w}_u = 1$  e que a potência transmitida ao usuário  $u$  é dada por

$p_u$ . A potência média de sinal útil recebida por este usuário, após desespalhamento, é dada por:

$$\overline{E}_{bu} = SF_u p_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u \quad (4.1)$$

onde  $SF_u$  é o ganho de espalhamento, considerado numericamente igual ao fator de espalhamento (*spreading factor*) do sinal destinado ao usuário  $u$ .

A potência média de interferência, recebida pelo usuário  $u$  devido ao sinal transmitido para o usuário  $k$ , é:

$$\overline{I}_{u|k} = p_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_k \quad (4.2)$$

onde  $\mathbf{w}_k$  é o filtro espacial utilizado para transmissão do sinal destinado ao usuário  $k$  e  $p_k$  é a sua potência. Note que, no caso da interferência, o ganho de espalhamento não está presente pois os códigos utilizados para cada usuário são diferentes.

A potência média total de interferência recebida pelo usuário  $u$ , devido aos sinais transmitidos a todos os outros  $U - 1$  usuários, é dada por:

$$\overline{I}_u = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq u}}^U \overline{I}_{u|k} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq u}}^U p_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_k \quad (4.3)$$

A relação  $\frac{E_b}{N_0}$  após o desespalhamento para cada usuário se escreve:

$$\left( \frac{E_b}{N_0} \right)_u = \left( \frac{\overline{E}_b}{\overline{I} + N_0} \right)_u = \frac{SF_u p_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u}{\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq u}}^U p_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_k + \sigma^2} \quad (4.4)$$

onde  $\sigma^2$  corresponde à potência de ruído térmico e de interferência inter-celular presente no receptor do móvel, suposta constante e igual para todos os usuários.

A cada usuário  $u$  está associada uma  $\frac{E_b}{N_0}$  alvo, denominada  $A_u$ , que garante uma BER máxima aceitável para o tipo de serviço por ele utilizado, como voz ou dados por exemplo. Tomemos como restrição, inicialmente, que a  $\frac{E_b}{N_0}$  de cada usuário seja igual ao seu alvo. Quando o número de usuários é pequeno, existem várias soluções para os filtros espaciais  $\mathbf{w}_u$  que garantem a  $\frac{E_b}{N_0}$  alvo para todos os usuários. Suponha que os filtros espaciais são pré-calculados, por exemplo utilizando-se o FCE (Filtro Casado Espacial). É possível determinar um conjunto de potências de transmissão para atingir os alvos  $A_u$  utilizando-se um procedimento de controle de potência. A diferença entre essa solução e uma solução ótima é que a potência total irradiada,

neste caso, é superior àquela da solução ótima, aumentando assim a interferência inter-celular e diminuindo a capacidade do sistema. Vamos, então, procurar a solução que leve à menor potência de transmissão total possível. Mesmo assim, essa potência de transmissão total pode exceder a potência disponível na ERB, o que nos leva à seguinte restrição adicional:

$$\sum_{u=1}^U p_u \leq P_{max} \quad (4.5)$$

Por outro lado, quando o número de usuários é muito grande, pode não haver uma solução capaz de atingir os alvos de  $\frac{E_b}{N_0}$ , mesmo com uma potência infinita. Tal fato indica que existem mais usuários na célula em comunicação com a ERB do que o permitido pela capacidade instantânea do sistema. Classicamente, algum ou alguns usuários teriam seus enlaces desligados, possibilitando que os demais tivessem seus alvos respeitados e pudessem ser aceitos na célula. Entretanto, propomos um esquema no qual se tolera uma pequena degradação em termos de  $\frac{E_b}{N_0}$ , proporcionalmente ao alvo  $A_u$  de cada usuário, com o objetivo de tentar aceitar todos os usuários na célula, aumentando-se assim a capacidade. Para tal, introduz-se um coeficiente de proporcionalidade  $c$ , inferior ou igual a 1 e comum a todos os usuários, e busca-se a solução que maximize, de forma proporcional ao alvo, as  $\frac{E_b}{N_0}$  de todos os usuários. Nesta condição, pode-se escrever:

$$\left( \frac{E_b}{N_0} \right)_u = c A_u \quad (4.6)$$

Chega-se pois ao seguinte critério com restrições:

$$\underset{\substack{\mathbf{w}_1 \dots \mathbf{w}_U \\ p_1 \dots p_U}}{\text{minimizar}} \quad \sum_{u=1}^U p_u \quad (4.7a)$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_{u=1}^U p_u \leq P_{max} \quad (4.7b)$$

$$\text{e a} \quad \frac{S F_u p_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u}{\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq u}}^U p_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_k + \sigma^2} = c A_u \quad \forall u \quad (4.7c)$$

O critério apresentado na equação acima deve ser tratado de forma conjunta em relação a todos os parâmetros de otimização, uma vez que a  $\frac{E_b}{N_0}$  de cada usuário

depende das potências de transmissão  $p_u$  e dos filtros espaciais  $\mathbf{w}_u$  relativos a todos os usuários. Vale a pena ressaltar que a constante de proporcionalidade  $c$  pode assumir valores entre 0 e 1 e deve ser maximizada durante o processo de otimização.

Em [18,42,43] esse problema é tratado de forma desacoplada, ou seja, inicialmente é realizada a obtenção dos filtros espaciais e, numa etapa posterior, o controle de potência com o objetivo de respeitar as  $\frac{E_b}{N_0}$  alvo para todos os usuários. Soluções que levem em conta a otimização conjunta dos filtros espaciais e das potências de transmissão com algumas simplificações foram propostas em [10,29]. Tentaremos, aqui, resolver esse problema de forma conjunta e exata.

### 4.3 Desenvolvimento Matemático do Problema

Tratemos, inicialmente, das  $U$  restrições dadas pela equação 4.7c, as quais representam uma igualdade e podem ser facilmente incorporadas à função custo 4.7a com o auxílio dos multiplicadores de Lagrange. Para tal, essas restrições podem ser reescritas da seguinte forma:

$$\frac{p_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u}{\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq u}}^U p_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_k + \sigma^2} = c \quad \forall u \quad (4.8)$$

onde  $\zeta_u = \frac{A_u}{SF_u}$  representa a  $\frac{E_b}{N_0}$  alvo ao nível dos *chips* e não mais dos bits.

Após algumas manipulações matemáticas, essas restrições podem ainda ser expressas da seguinte maneira:

$$p_u \mathbf{w}_u^H \frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u} \mathbf{w}_u - c \left( \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq u}}^U p_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_k + \sigma^2 \right) = 0 \quad \forall u \quad (4.9)$$

Aplicando-se os multiplicadores de Lagrange às restrições dadas pela equação 4.9

e à função custo 4.7a, chega-se à seguinte função custo de Lagrange:

$$J(\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_U, p_1, \dots, p_U, \chi_1, \dots, \chi_U) = \sum_{u=1}^U p_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{w}_u - \sum_{u=1}^U \chi_u \left[ p_u \mathbf{w}_u^H \frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u} \mathbf{w}_u - c \left( \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq u}}^U p_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_k + \sigma^2 \right) \right] \quad (4.10)$$

onde  $\chi_u$  são os multiplicadores de Lagrange e o termo unitário  $\mathbf{w}_u^H \mathbf{w}_u$  foi introduzido no somatório para facilitar o desenvolvimento matemático futuro.

Note que a função custo de Lagrange 4.10 é uma função quadrática dos filtros espaciais  $\mathbf{w}_u$  e sua otimização pode ser feita, portanto, encontrando-se os filtros  $\mathbf{w}_u$ , as potências  $p_u$  e os multiplicadores de Lagrange  $\chi_u$  que anulem a derivada da função custo  $J(\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_U, p_1, \dots, p_U, \chi_1, \dots, \chi_U)$ . Tomando-se, primeiramente, a derivada parcial da função custo em relação aos filtros espaciais  $\mathbf{w}_i^H$ , tem-se:

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{w}_i^H} = 2p_i \mathbf{w}_i - 2\chi_i p_i \frac{\mathbf{R}_i}{\zeta_i} \mathbf{w}_i + c \sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^U 2p_u \chi_u \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i \quad \forall i = 1 \dots U \quad (4.11)$$

Igualando-se as  $U$  derivadas parciais dadas pela equação acima a zero, chega-se a:

$$\mathbf{w}_i - \chi_i \frac{\mathbf{R}_i}{\zeta_i} \mathbf{w}_i + c \sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^U \chi_u \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i = 0 \quad \forall i \quad (4.12)$$

Com o objetivo de se evidenciar o significado físico dos multiplicadores de Lagrange na sequência, considere a mudança de variáveis  $\alpha_i = c\sigma^2\chi_i$  aplicada à equação acima, resultando em:

$$\frac{\mathbf{R}_i}{\zeta_i} \mathbf{w}_i - \frac{c}{\alpha_i} \left( \sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^U \alpha_u \mathbf{R}_u + \sigma^2 \mathbf{I}_M \right) \mathbf{w}_i = 0 \quad \forall i \quad (4.13)$$

onde  $\alpha_i$  são os *novos* multiplicadores de Lagrange.

Note que a determinação dos filtros espaciais é dada pela decomposição generalizada em autovalores e autovetores da equação 4.13. Em outras palavras, o filtro espacial  $\mathbf{w}_i$ , para  $i = 1 \dots U$ , é autovetor da decomposição generalizada em autova-

lores e autovetores do par  $\left( \frac{\mathbf{R}_i}{\zeta_i}, \sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^U \alpha_u \mathbf{R}_u + \sigma^2 \mathbf{I}_M \right)$ , sendo  $\lambda_i = \frac{c}{\alpha_i}$  o autovalor correspondente. Além disso, o problema da determinação dos filtros espaciais pôde ser decomposto em  $U$  problemas separados, os quais, aparentemente, não dependem das potências de transmissão  $p_i$ . Contudo, a determinação dos filtros espaciais depende dos multiplicadores de Lagrange  $\alpha_i$  que se relacionam, como mostraremos na sequência, com as potências de transmissão. Um problema ainda não resolvido, contudo, é a escolha do autovetor da decomposição generalizada 4.13, uma vez que existem  $M$  autovetores possíveis. Veremos mais adiante que a solução está em escolher o autovetor associado ao máximo autovalor.

#### 4.3.1 Relação entre os Multiplicadores de Lagrange $\alpha_i$ e as Potências de Transmissão $p_i$

Antes de tratarmos da escolha do autovetor ideal, das restrições e da determinação das potências de transmissão  $p_i$ , vamos analisar a relação existente entre estas e os multiplicadores de Lagrange. Multiplicando-se a equação 4.13 à esquerda por  $\mathbf{w}_i^H$  e rearranjando-se os termos, pode-se escrever:

$$\frac{\alpha_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i}{\mathbf{w}_i^H \left( \sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^U \alpha_u \mathbf{R}_u \right) \mathbf{w}_i + \sigma^2} = c \zeta_i \quad \forall i \quad (4.14)$$

Verifica-se uma clara analogia entre a equação 3.3, que descreve a SNIR no receptor da ERB, e a equação 4.14 acima, que corresponde à recepção no móvel. Os multiplicadores de Lagrange fazem o papel das potências de transmissão do móvel no enlace reverso. Observa-se, ainda, a dualidade entre os filtros espaciais em recepção e em transmissão.

O problema da determinação dos filtros espaciais em transmissão se reduz, pois, a um problema de determinação dos filtros espaciais em recepção, cuja solução ótima, dada pelo CO (Combinador Ótimo) apresentado na seção 3.3, é equivalente à solução desenvolvida acima para determinação dos filtros espaciais em transmissão. Tal equivalência pode ser facilmente comprovada, comparando-se as equações 3.15 e 4.13.

É interessante, ainda, notar que a equação 4.14 expressa a  $\frac{E_b}{N_0}$  em recepção de uma forma alternativa à equação 4.4. Isso pode ser facilmente mostrado, expandindo-se o

termo  $\zeta_i = \frac{A_i}{SF_i}$  na equação 4.14, obtendo-se:

$$\frac{SF_i \alpha_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i}{\mathbf{w}_i^H \left( \sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^U \alpha_u \mathbf{R}_u \right) \mathbf{w}_i + \sigma^2} = c A_i = \left( \frac{E_b}{N_0} \right)_i \quad \forall i \quad (4.15)$$

Uma análise mais detalhada da equação 4.4 e da equação acima, mostra uma analogia entre os multiplicadores de Lagrange e as potências de transmissão  $p_i$  procuradas. Tal analogia pode ser ainda mais explorada igualando-se a equação 4.15 e a equação 4.7c, que representa as restrições:

$$\frac{SF_i \alpha_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i}{\mathbf{w}_i^H \left( \sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^U \alpha_u \mathbf{R}_u \right) \mathbf{w}_i + \sigma^2} = \frac{SF_i p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i}{\sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^U p_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_u + \sigma^2} \quad \forall i \quad (4.16)$$

onde os índices da equação 4.7c foram adequados à notação acima fazendo-se as seguintes trocas de variáveis:  $u = i$  e  $k = u$ .

Cancelando-se o termo  $SF_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i$ , comum aos dois termos da igualdade, e multiplicando-se em cruz a equação acima, obtém-se:

$$\alpha_i \sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^U p_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_u + \alpha_i \sigma^2 = p_i \mathbf{w}_i^H \left( \sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^U \alpha_u \mathbf{R}_u \right) \mathbf{w}_i + p_i \sigma^2 \quad \forall i \quad (4.17)$$

Introduzindo-se os termos  $\mathbf{w}_i^H$  e  $\mathbf{w}_i$  no somatório à direita da igualdade, pode-se escrever:

$$\alpha_i \sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^U p_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_u + \alpha_i \sigma^2 = p_i \sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^U \alpha_u \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i + p_i \sigma^2 \quad \forall i \quad (4.18)$$

Somando-se os termos relativos a todos os usuários  $i$  em ambos os lados da igualdade, chega-se a:

$$\sum_{i=1}^U \alpha_i \sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^U p_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_u + \sigma^2 \sum_{i=1}^U \alpha_i = \sum_{i=1}^U p_i \sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^U \alpha_u \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i + \sigma^2 \sum_{i=1}^U p_i \quad (4.19)$$



Adicionando-se o termo  $\sum_{u=1}^U \alpha_u p_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u$  em ambos os lados da igualdade 4.19, pode-se escrever:

$$\sum_{i=1}^U \sum_{u=1}^U \alpha_i p_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_u + \sigma^2 \sum_{i=1}^U \alpha_i = \sum_{i=1}^U \sum_{u=1}^U \alpha_u p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i + \sigma^2 \sum_{i=1}^U p_i \quad (4.20)$$

É fácil perceber que os dois somatórios duplos são idênticos e podem ser cancelados, assim como, posteriormente, o termo  $\sigma^2$ , chegando-se finalmente a:

$$\sum_{i=1}^U \alpha_i = \sum_{i=1}^U p_i \quad (4.21)$$

Chega-se portanto a uma igualdade entre a potência total transmitida, dada por  $\sum_{i=1}^U p_i$ , e a soma dos multiplicadores de Lagrange. Logo, minimizar a potência total transmitida equivale a minimizar a soma dos multiplicadores de Lagrange. A derivação deste resultado é de crucial importância para a obtenção de uma solução para o problema do processamento em transmissão pois ele permite determinar de forma definitiva o filtro espacial, o qual deve ser o autovetor da decomposição generalizada 4.13 associado ao máximo autovalor  $\lambda_i = \frac{c}{\alpha_i}$  minimizando, desta forma, o valor de  $\alpha_i$ . Repetindo-se esse raciocínio para todos os valores de  $i$ , é fácil perceber que esta solução minimiza a soma  $\sum_{i=1}^U \alpha_i$  e, de forma equivalente, a potência total transmitida.

### 4.3.2 Determinação dos Multiplicadores de Lagrange

Os multiplicadores de Lagrange devem ser determinados para que as restrições 4.7c sejam satisfeitas ou, de forma análoga, para que a forma alternativa das restrições, dada pela equação 4.14, seja respeitada. A resolução da equação 4.14 fornece diretamente a solução para os multiplicadores de Lagrange, uma vez conhecidos os filtros espaciais. Par tanto, pode-se reescrever a equação 4.14 da seguinte maneira:

$$\alpha_i \left( \mathbf{w}_i^H \frac{\mathbf{R}_i}{\zeta_i} \mathbf{w}_i \right) - c \sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^U \alpha_u (\mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i) = c\sigma^2 \quad \forall i \quad (4.22)$$

Como os filtros espaciais são conhecidos, tem-se um sistema linear de equações em  $\alpha_i$ . Com o objetivo de se expressar esse sistema sob forma matricial, define-se o

vetor de multiplicadores de Lagrange  $\boldsymbol{\alpha}$ :

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_U \end{bmatrix}^T, \quad (4.23)$$

a matriz diagonal  $\mathbf{D}$  cujos elementos são dados por:

$$d_{i,i} = \mathbf{w}_i^H \frac{\mathbf{R}_i}{\zeta_i} \mathbf{w}_i \quad \forall i = 1 \dots U, \quad (4.24)$$

e a matriz  $\mathbf{M}$  cujo elemento  $i, u$  é dado por:

$$m_{i,u} = \begin{cases} \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i & i \neq u \\ 0 & i = u \end{cases} \quad \forall i, u = 1 \dots U \quad (4.25)$$

Desta maneira, o sistema de equações descrito na equação 4.22 pode ser reescrito como:

$$\mathbf{D}\boldsymbol{\alpha} - c\mathbf{M}\boldsymbol{\alpha} = c\sigma^2 \mathbf{1}_U \quad (4.26)$$

Logo, os multiplicadores de Lagrange  $\boldsymbol{\alpha}$  são dados pela solução da equação acima, que é:

$$\boldsymbol{\alpha} = c\sigma^2 (\mathbf{D} - c\mathbf{M})^{-1} \mathbf{1}_U \quad (4.27)$$

onde, por ora, suporemos que a matriz  $(\mathbf{D} - c\mathbf{M})$  é inversível, suposição sobre a qual retornaremos mais adiante.

### Necessidade de um Procedimento Iterativo

Vê-se que a determinação dos filtros de transmissão  $\mathbf{w}_i$ , de acordo com a equação 4.13, necessita do conhecimento dos multiplicadores de Lagrange  $\alpha_i$  e, de forma inversa, a determinação dos multiplicadores de Lagrange pressupõe que os filtros de transmissão são conhecidos, como mostra a equação 4.27. Faz-se então necessária a utilização de um procedimento iterativo que seja capaz de obter tanto os multiplicadores de Lagrange quanto os filtros em transmissão.

Porém, antes de introduzir o procedimento iterativo em questão, vamos voltar ao problema da determinação das potências de transmissão do enlace direto, para que as restrições dadas pela equação 4.7c sejam respeitadas.

### 4.3.3 Determinação das Potências de Transmissão

Após a obtenção dos filtros espaciais em transmissão, resta determinar as potências de transmissão  $p_i$  para que as restrições 4.7c sejam satisfeitas. Considere, para isso, as restrições representadas de acordo com a equação 4.9. Essas restrições podem ser reescritas da seguinte maneira:

$$p_i \left( \mathbf{w}_i^H \frac{\mathbf{R}_i}{\zeta_i} \mathbf{w}_i \right) - c \sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^U p_u (\mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_u) = c\sigma^2 \quad \forall i \quad (4.28)$$

Note que, analogamente aos multiplicadores de Lagrange, obtém-se um sistema linear de equações em  $p_i$ . Utilizando-se as mesmas definições das matrizes  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{M}$ , dadas, respectivamente, pelas equações 4.24 e 4.25, pode-se expressar o sistema linear de equações acima sob forma matricial da seguinte maneira:

$$\mathbf{D}\mathbf{p} - c\mathbf{M}^T\mathbf{p} = c\sigma^2\mathbf{1}_U \quad (4.29)$$

onde  $\mathbf{p}$  é o vetor de potências de transmissão, dado por:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & \cdots & p_U \end{bmatrix}^T \quad (4.30)$$

A solução desse sistema linear é dada por:

$$\mathbf{p} = c\sigma^2 (\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T)^{-1} \mathbf{1}_U \quad (4.31)$$

quando a matriz  $(\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T)$  for inversível.

Note que a equação acima é similar à equação 4.27, que fornece a solução para o vetor  $\boldsymbol{\alpha}$  a menos da transposição da matriz  $\mathbf{M}$ . Pode-se ainda chegar à seguinte expressão que relaciona os multiplicadores de Lagrange e as potência de transmissão:

$$\mathbf{p} = (\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T)^{-1} (\mathbf{D} - c\mathbf{M}) \boldsymbol{\alpha} \quad (4.32)$$

### 4.3.4 Existência da solução

A existência de uma solução para o problema descrito está ligada à inversibilidade da matriz  $(\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T)$  e da matriz  $(\mathbf{D} - c\mathbf{M})$ . Contudo, para garantir que tal solução é válida, é necessário que tanto os multiplicadores de Lagrange  $\alpha_i$  quanto as

potências de transmissão do enlace direto  $p_i$  sejam todos não negativos. As potências de transmissão do enlace direto devem ser não negativas pois potências negativas não tem sentido físico. Já os multiplicadores de Lagrange, que aparentemente poderiam assumir qualquer valor, devem também ser não negativos devido à sua analogia com as potências de transmissão do enlace reverso. Veremos na sequência que ambas as condições, a de inversibilidade de ambas as matrizes e a de produzir resultados coerentes, estão interligadas pelo teorema que se segue e se relacionam com a determinação do valor da constante de proporcionalidade  $c$ .

**Teorema 4.3.1** *Para  $c < c_{max}$ , sendo  $c_{max}$  o inverso do máximo autovalor  $\psi_{max}$  da decomposição generalizada em autovalores e autovetores de  $(\mathbf{M}^T, \mathbf{D})$ , as matrizes  $(\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T)$  e  $(\mathbf{D} - c\mathbf{M})$  são inversíveis e todos os elementos das suas inversas são não negativos.*

**Prova** *Considere, inicialmente, a matriz  $(\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T)^{-1}$ . Essa matriz pode ser reescrita como:*

$$\mathbf{D}^{-1} (\mathbf{I}_M - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T)^{-1} \quad (4.33)$$

*Dado que a matriz  $\mathbf{D}$  é diagonal e possui todos os elementos diagonais não negativos (ver equação 4.24), sua inversa sempre existe e possui todos os elementos não negativos. Resta provar que a matriz  $(\mathbf{I}_M - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T)$  é inversível e todos os elementos da sua inversa são não negativos.*

*Quando o máximo autovalor da matriz  $c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T$  é inferior a 1, pode-se expandir a matriz  $(\mathbf{I}_M - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T)^{-1}$  em série de Taylor como:*

$$(\mathbf{I}_M - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T)^{-1} = \mathbf{I}_M + \sum_{k=1}^{\infty} (c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T)^k \quad (4.34)$$

*Portanto, a inversa da matriz  $(\mathbf{I}_M - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T)$  existe. Além disso, como a matriz  $\mathbf{M}$  também possui todos os seus elementos não negativos (ver equação 4.25), assim como a constante de proporcionalidade  $c$  é não negativa, o somatório acima resulta numa matriz cujos elementos são todos não negativos e a matriz inversa  $(\mathbf{I}_M - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T)^{-1}$  possui todos os seus elementos não negativos.*

*Logo, quando o máximo autovalor da matriz  $c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T$  é inferior a 1, a matriz  $(\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T)$  é inversível e todos os elementos da sua inversa são não negativos. Ora, para que o máximo autovalor da matriz  $c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T$  seja inferior a 1, basta tomar  $c$*

inferior ao inverso do máximo autovalor da matriz  $\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T$ , dado por:

$$\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T\mathbf{v}_{max} - \psi_{max}\mathbf{v}_{max} = 0 \quad (4.35)$$

onde  $\mathbf{v}_{max}$  é o autovetor correspondente ao máximo autovalor  $\psi_{max}$ .

De forma equivalente,  $\psi_{max}$  também é o máximo autovalor da decomposição generalizada de  $(\mathbf{M}^T, \mathbf{D})$ , dada por:

$$\mathbf{M}^T\mathbf{v}_{max} - \psi_{max}\mathbf{D}\mathbf{v}_{max} = 0 \quad (4.36)$$

Logo,  $c$  deve ser inferior ao inverso do máximo autovalor  $\psi_{max}$  da decomposição generalizada de  $(\mathbf{M}^T, \mathbf{D})$ .

O mesmo raciocínio pode ser aplicado à matriz  $(\mathbf{D} - c\mathbf{M})$ , chegando-se à conclusão que  $c$  deve ser inferior ao inverso do máximo autovalor da decomposição generalizada de  $(\mathbf{M}, \mathbf{D})$ , cujos autovalores são os mesmos que da decomposição de  $(\mathbf{M}^T, \mathbf{D})$ .

Dada a existência das inversas  $(\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T)^{-1}$  e  $(\mathbf{D} - c\mathbf{M})^{-1}$  pelo teorema 4.3.1 e a demonstração que todos os seus elementos são não negativos, uma análise das equações 4.27 e 4.31 mostra que todas as componentes dos vetores  $\boldsymbol{\alpha}$  e  $\mathbf{p}$ , respectivamente, são positivas fornecendo uma solução factível para o problema enunciado na seção 4.2, a menos da restrição de potência máxima. Tal restrição não pode ser facilmente incorporada ao desenvolvimento aqui apresentado e será deixada de lado por ora.

## 4.4 Solução Iterativa - Algoritmo DBPC

Como discutido anteriormente, a determinação dos filtros de transmissão  $\mathbf{w}_i$ , de acordo com a equação 4.13, necessita do conhecimento dos multiplicadores de Lagrange  $\alpha_i$  e, de forma inversa, a determinação dos multiplicadores de Lagrange pressupõe que os filtros de transmissão são conhecidos, como mostra a equação 4.27. Propomos aqui, então, um procedimento iterativo que é capaz de obter tanto os multiplicadores de Lagrange quanto os filtros de transmissão. Após a determinação de ambos segundo um procedimento iterativo e um critério de parada, basta determinar as potências de transmissão utilizando-se a equação 4.31 para se obter a solução ótima para o problema enunciado na seção 4.2.

A idéia central da solução iterativa mostrada nesta seção é a iteração das equações 4.13 e 4.27, utilizando-se em cada uma dessas equações os parâmetros calculados na outra. A tabela 4.1 mostra essa solução, chamada de algoritmo DBPC (*Downlink Beamforming and Power Control*), enfatizando o fato de que a obtenção dos filtros espaciais e das potências de transmissão é realizado de forma conjunta.

O algoritmo DBPC não permite incorporar a restrição de potência máxima, dada pela equação 4.7b. No caso em que esta restrição não é respeitada, é necessário diminuir o valor de  $c$  gradativamente, aumentando o valor de  $\varepsilon$  no algoritmo, e executar o algoritmo, repetindo esse procedimento até que a restrição seja respeitada. Outra solução consiste em rejeitar um por um os usuários e reiniciar o procedimento adaptativo até que a potência máxima seja respeitada. Tais soluções são, contudo, muito custosas computacionalmente pois requerem a determinação dos filtros e das potências de transmissão ótimos para cada caso.

A filosofia do algoritmo DBPC é similar àquela proposta em [29]. Porém o cálculo dos multiplicadores de Lagrange é tratado de forma exata aqui e de forma aproximada por Rashid-Farrokhi *et al.* em [29].

### Complexidade Computacional

A figura 4.1 mostra a evolução da potência total transmitida com o número de iterações para um caso típico, assim como a iteração na qual considera-se que o algoritmo convergiu (linha tracejada). Considera-se que o algoritmo convergiu quando a potência total transmitida chega a 99% da potência total transmitida de regime (linha pontilhada).

O algoritmo DBPC, apesar de apresentar uma rápida convergência em número de iterações, apresenta uma alta complexidade computacional por iteração. Esta complexidade se deve, principalmente, ao cálculo dos filtros espaciais, provenientes de  $U$  decomposições em autovalores e autovetores, e à resolução do sistema linear em  $\alpha$ . As decomposições apresentam uma complexidade computacional de  $2U^2 + \mathcal{O}(U^3)$  e a resolução do sistema linear tem complexidade proporcional a  $M^3$ . Resta ainda o cálculo da matriz  $\sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^U \alpha_u(k) \mathbf{R}_u + \sigma^2 \mathbf{I}_M$ , cuja complexidade é  $(U+2)\mathcal{O}(M^2)$ , das matrizes  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{M}$ , cuja complexidade é  $U^2\mathcal{O}(M^2)$  e o cálculo de  $c_{max}$ , resultado de uma decomposição generalizada, cuja complexidade é  $\mathcal{O}(U^3)$ . A complexidade computacional total por iteração é, portanto, dada por  $U\mathcal{O}(M^3) + (U^2 + U + 2)\mathcal{O}(M^2) +$

**Tabela 4.1:** Algoritmo DBPC

---

1. Inicialização:

$$\boldsymbol{\alpha}(0) = \mathbf{0}_U \quad (4.37a)$$

$$k = 1 \quad (4.37b)$$

2. Cálculo dos filtros espaciais:  $\mathbf{w}_i(k)$  é o autovetor associado ao máximo autovalor da decomposição generalizada de  $\left( \frac{\mathbf{R}_i}{\zeta_i}, \sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^U \alpha_u(k) \mathbf{R}_u + \sigma^2 \mathbf{I}_M \right)$ ,  $\forall i = 1 \dots U$

3. Cálculo das matrizes  $\mathbf{D}(k)$  e  $\mathbf{M}(k)$ :

$$d_{i,i}(k) = \mathbf{w}_i(k)^H \frac{\mathbf{R}_i}{\zeta_i} \mathbf{w}_i(k) \quad \forall i = 1 \dots U \quad (4.38a)$$

$$m_{i,u}(k) = \begin{cases} \mathbf{w}_i(k)^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i(k) & i \neq u \\ 0 & i = u \end{cases} \quad \forall i, u = 1 \dots U \quad (4.38b)$$

4. Cálculo de  $c_{max} = \frac{1}{\lambda_{max}}$ , onde  $\lambda_{max}$  é o máximo autovalor da decomposição generalizada de  $(\mathbf{M}(k), \mathbf{D}(k))$

(a) Se  $c_{max} \geq 1$ , então  $c(k) = 1$

(b) Senão,  $c(k) = c_{max} - \varepsilon$  (onde  $\varepsilon \ll c_{max}$ )

5. Cálculo dos multiplicadores de Lagrange:

$$\boldsymbol{\alpha}(k) = c(k) \sigma^2 (\mathbf{D}(k) - c(k) \mathbf{M}(k))^{-1} \mathbf{1}_U \quad (4.39)$$

6. Teste de parada sobre a variação da potência total transmitida:

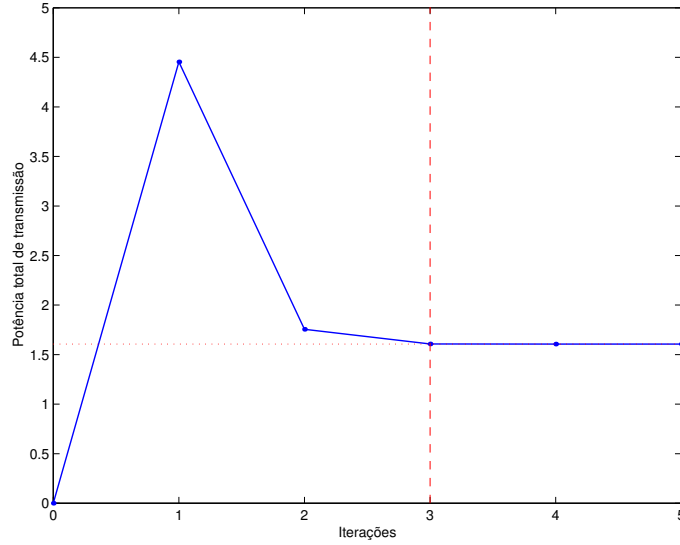
(a) Se  $\left| \sum_{i=1}^U \alpha_i(k) - \sum_{i=1}^U \alpha_i(k-1) \right| > \Delta P$ , incremente  $k$  e volte ao passo 2

(b) Senão, vá para o passo 7

7. Cálculo das potências de transmissão:

$$\mathbf{p} = c(k) \sigma^2 (\mathbf{D}(k) - c(k) \mathbf{M}(k)^T)^{-1} \mathbf{1}_U \quad (4.40)$$


---



**Figura 4.1:** Curva de convergência do algoritmo DBPC para um caso típico

$2\mathcal{O}(U^3) + 2U^2$ . Esta complexidade é proporcional ao cubo do número de usuários  $U$ , tornando o algoritmo lento quando o número de usuários cresce, ou seja, quando a capacidade do sistema aumenta. Ora, como estamos interessados em aumentar a capacidade do sistema, isso acarretará também um custo computacional cada vez mais alto.

Por outro lado, na prática, as MACEs são estimadas de forma recursiva e, portanto, a cada atualização dessas matrizes, elas são apenas levemente perturbadas e a solução ótima difere pouco da solução obtida anteriormente. Entretanto, para se determinar os novos filtros espaciais e as potências de transmissão com o algoritmo DBPC, é necessária uma iteração completa do algoritmo, cujo custo computacional é muito alto. É desejável, portanto, a obtenção de um algoritmo computacionalmente menos custoso para aplicações práticas.

Porém, antes de tratarmos da obtenção de um algoritmo cuja complexidade computacional seja inferior vamos nos ater à convergência do algoritmo DBPC.

#### 4.4.1 Convergência do Algoritmo DBPC

Para analisarmos a convergência do algoritmo DBPC, podemos dividi-lo em duas partes. A primeira em que os filtros espaciais  $\mathbf{w}_i$  são atualizados e a segunda em que os multiplicadores de Lagrange  $\alpha$  são atualizados. Uma condição suficiente para que o algoritmo convirja é que, ao final de cada iteração, a solução obtida tenda para a



solução ótima.

Numa data iteração, utilizam-se os sobrescritos  $-$  e  $+$  para representar, respectivamente, as grandezas obtidas ao final da iteração precedente ou atual. Desta forma, ao final de uma iteração qualquer, a equação 4.14 pode ser reescrita como:

$$\frac{\alpha_i^- \mathbf{w}_i^{-H} \frac{\mathbf{R}_i}{\zeta_i} \mathbf{w}_i^-}{\mathbf{w}_i^{-H} \left( \sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^U \alpha_u^- \mathbf{R}_u \right) \mathbf{w}_i^- + \sigma^2} = c^- \quad \forall i \quad (4.41)$$

Nestas condições, a solução ótima não foi atingida ainda ou porque os alvos não foram atingidos e, portanto,  $c^- < 1$ , ou porque a potência total de transmissão ainda não foi minimizada. Na sequência vamos mostrar que cada iteração do algoritmo leva cada um desses parâmetros mais próximos ao ótimo.

### Atualização dos Filtros Espaciais

Como os multiplicadores de Lagrange foram atualizados após o cálculo dos filtros  $\mathbf{w}_i^-$ , estes não são mais autovetores da equação 4.13. Logo, na primeira parte da iteração seguinte, os filtros espaciais são atualizados utilizando o vetor  $\boldsymbol{\alpha}^-$  na equação 4.13. Pode-se, então, escrever, após o cálculo dos novos filtros espaciais  $\mathbf{w}_i^+$ :

$$\frac{\alpha_i^- \mathbf{w}_i^{+H} \frac{\mathbf{R}_i}{\zeta_i} \mathbf{w}_i^+}{\mathbf{w}_i^{+H} \left( \sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^U \alpha_u^- \mathbf{R}_u + \sigma^2 \right) \mathbf{w}_i^+} = \lambda_{i,max} > c^- \quad \forall i \quad (4.42)$$

onde  $\lambda_{i,max}$  são os máximos autovalores associados aos autovetores  $\mathbf{w}_i^+$  e são todos superiores a  $c^-$  uma vez que esses autovetores maximizam o quociente de Rayleigh descrito pela equação acima.

Portanto, como  $\lambda_{i,max} > c^-$ , a etapa de atualização dos filtros espaciais permite obter um ganho em relação à iteração precedente. Ganho este que será explorado na parte seguinte do algoritmo onde os multiplicadores de Lagrange serão atualizados, de forma a se aumentar o valor da constante de proporcionalidade  $c^-$  ou para minimizar a potência total de transmissão quando  $c^- = 1$ .

### Atualização dos Multiplicadores de Lagrange

Após a atualização dos filtros espaciais, a igualdade 4.42 pode ser expressa sob forma matricial da seguinte maneira:

$$\mathbf{D}^+ \boldsymbol{\alpha}^- - \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{M}^+ \boldsymbol{\alpha}^- = \sigma^2 \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{1}_U \quad (4.43)$$

onde  $\boldsymbol{\Lambda}$  é uma matriz diagonal composta pelos autovalores  $\lambda_{i,max}$  e as matrizes  $\mathbf{D}^+$  e  $\mathbf{M}^+$  são calculadas segundo as equações 4.24 e 4.25, utilizando os filtros  $\mathbf{w}_i^+$ .

Em seguida, os multiplicadores de Lagrange e a constante de proporcionalidade são atualizados de forma a respeitar a forma alternativa das restrições, dada pela equação 4.26. Utilizando os multiplicadores de Lagrange atualizados  $\boldsymbol{\alpha}^+$  e a nova constante de proporcionalidade  $c^+$ , obtém-se:

$$\mathbf{D}^+ \boldsymbol{\alpha}^+ - c^+ \mathbf{M}^+ \boldsymbol{\alpha}^+ = c^+ \sigma^2 \mathbf{1}_U \quad (4.44)$$

Analisemos, agora, a relação entre  $c^+$  e  $c^-$  e entre os multiplicadores de Lagrange  $\boldsymbol{\alpha}^+$  e  $\boldsymbol{\alpha}^-$ , tendo em vista a convergência do algoritmo. Dois casos se apresentam, conforme o alvo tenha ou não sido atingido.

No primeiro caso ( $c^- < 1$ ), a condição suficiente para que haja convergência é que a constante de proporcionalidade após atualização seja superior a  $c^-$ , o que pode ser expresso por:

$$c^+ > c^- \quad (4.45)$$

Se os alvos já foram atingidos ( $c^- = 1$ ), a condição suficiente para que haja convergência é que a potência total de transmissão diminua após a atualização dos  $\boldsymbol{\alpha}$ , o que, lembrando a equação 4.21, pode ser expresso como:

$$\sum_{i=1}^U \alpha_i^+ < \sum_{i=1}^U \alpha_i^- \quad (4.46)$$

Vamos nos ater, inicialmente, ao caso em que os alvos ainda não foram atingidos. Neste caso, a nova constante de proporcionalidade  $c^+$  é escolhida como sendo ligeiramente inferior a  $c_{max}$ , inverso do máximo autovalor da decomposição generalizada de  $(\mathbf{M}^T, \mathbf{D})$ .

Definindo  $\beta = \min \lambda_{i,max}$ , pode-se reescrever a equação 4.43 como:

$$\mathbf{D}^+ \boldsymbol{\alpha}^- - \beta \mathbf{M}^+ \boldsymbol{\alpha}^- = \sigma^2 \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{1}_U + (\boldsymbol{\Lambda} - \beta \mathbf{I}_U) \mathbf{M}^+ \boldsymbol{\alpha}^- \quad (4.47)$$

Como todos os elementos da diagonal de  $\boldsymbol{\Lambda}$  são positivos, a matriz diagonal  $(\boldsymbol{\Lambda} - \beta \mathbf{I}_U)$  possui apenas um elemento nulo e todos os outros positivos. Além disso, todos os elementos da matriz  $\mathbf{M}^+$  e do vetor  $\boldsymbol{\alpha}^-$  são não negativos. Logo, o termo à direita da igualdade acima é um vetor de elementos positivos e pode-se escrever a seguinte desigualdade:

$$\mathbf{D}^+ \boldsymbol{\alpha}^- - \beta \mathbf{M}^+ \boldsymbol{\alpha}^- > \mathbf{0}_U \quad (4.48)$$

Multiplicando-se a equação acima à esquerda por  $\boldsymbol{\alpha}^{-T}$  e rearranjando os termos, obtém-se:

$$\frac{\boldsymbol{\alpha}^{-T} \mathbf{D}^+ \boldsymbol{\alpha}^-}{\boldsymbol{\alpha}^{-T} \mathbf{M}^+ \boldsymbol{\alpha}^-} > \beta \quad (4.49)$$

O quociente de Rayleigh dado pela equação acima é maximizado pelo autovetor  $\mathbf{v}_{max}$ , correspondente ao máximo autovalor  $c_{max}$  da decomposição generalizada de  $(\mathbf{D}^+, \mathbf{M}^+)$ . Utilizando este vetor, pode-se escrever:

$$\frac{\mathbf{v}_{max}^T \mathbf{D}^+ \mathbf{v}_{max}}{\mathbf{v}_{max}^T \mathbf{M}^+ \mathbf{v}_{max}} = c_{max} > \beta \quad (4.50)$$

Logo, conclui-se que  $c^+ > c^-$ , pois:

$$c^+ = c_{max} > \beta > c^- \quad (4.51)$$

onde a desigualdade  $\beta > c^-$  vem da equação 4.42.

Portanto, a primeira condição para que haja convergência é satisfeita pelo algoritmo DBPC. Tratemos agora, do caso em que os alvos já foram atingidos. Neste caso  $c^- = c^+ = 1$  e os novos multiplicadores de Lagrange  $\boldsymbol{\alpha}^+$  são calculados segundo a equação 4.44, que se reduz a:

$$\mathbf{D}^+ \boldsymbol{\alpha}^+ - \mathbf{M}^+ \boldsymbol{\alpha}^+ = \sigma^2 \mathbf{1}_U \quad (4.52)$$

Para provar que a potência total decresce ao final da iteração corrente, considere a multiplicação da equação 4.43 à esquerda por  $\boldsymbol{\Lambda}^{-1}$ :

$$\boldsymbol{\Lambda}^{-1} \mathbf{D}^+ \boldsymbol{\alpha}^- - \mathbf{M}^+ \boldsymbol{\alpha}^- = \sigma^2 \mathbf{1}_U \quad (4.53)$$

onde a inversa  $\mathbf{\Lambda}^{-1}$  existe pois  $\mathbf{\Lambda}$  é uma matriz diagonal.

Igualando-se as equações 4.52 e 4.53 e definindo  $\boldsymbol{\alpha}^+ = \boldsymbol{\alpha}^- + \Delta\boldsymbol{\alpha}$ , pode-se escrever:

$$\mathbf{D}^+\boldsymbol{\alpha}^- + \mathbf{D}^+\Delta\boldsymbol{\alpha} - \mathbf{M}^+\boldsymbol{\alpha}^- - \mathbf{M}^+\Delta\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{D}^+\boldsymbol{\alpha}^- - \mathbf{M}^+\boldsymbol{\alpha}^- \quad (4.54)$$

Resolvendo a equação 4.53 para  $\Delta\boldsymbol{\alpha}$ , chega-se a:

$$\Delta\boldsymbol{\alpha} = - \underbrace{(\mathbf{D}^+ - \mathbf{M}^+)^{-1}}_I \underbrace{(\mathbf{I}_U - \mathbf{\Lambda}^{-1})}_{II} \underbrace{\mathbf{D}^+\boldsymbol{\alpha}^-}_{III} \quad (4.55)$$

Logo, para que a potência total de transmissão seja reduzida em relação à iteração anterior basta que todas as componentes do vetor  $\Delta\boldsymbol{\alpha}$  sejam não positivas e que pelo menos uma delas seja negativa. Essa condição pode ser verificada pela análise dos termos  $I$ ,  $II$  e  $III$  da equação acima. Como todos os elementos da matriz  $\mathbf{D}^+$  e do vetor  $\boldsymbol{\alpha}^-$  são positivos, o vetor  $III$  possui todos os seus elementos positivos. Já a matriz  $II$  possui todos os seus elementos positivos pois  $\lambda_{i,max} < c^- = 1, \forall i$ . Finalmente, a matriz  $I$  também possui todos os seus elementos não negativos, como demonstrado no teorema 4.3.1. Conclui-se, pois, que:

$$\sum_{i=1}^U p_i^+ = \sum_{i=1}^U \alpha_i^+ < \sum_{i=1}^U \alpha_i^- = \sum_{i=1}^U p_i^- \quad (4.56)$$

Portanto, a segunda condição para que haja convergência também é satisfeita pelo algoritmo DBPC.

#### 4.4.2 Versão Rápida

A alta complexidade computacional apresentada pelo algoritmo DBPC se deve principalmente à decomposição em autovalores e autovetores generalizada, dada pela equação 4.13, necessária para o cálculo dos filtros espaciais e pela resolução do sistema linear da equação 4.26, a fim de se obter os multiplicadores de Lagrange. Além disso, a complexidade computacional do algoritmo DBPC é proporcional ao cubo do número de usuários  $U$  e ao cubo do número de elementos da antena  $M$ .

Com o objetivo de se diminuir essa complexidade computacional, propõe-se, primeiramente, a utilização do *Método da Potência* para se calcular apenas o máximo autovetor da decomposição generalizada 4.13. Para isso, entretanto, é necessário expressar o problema como uma decomposição em autovalores e autovetores simples.

Pode-se, então definir a matriz  $\mathbf{R}_T$ :

$$\mathbf{R}_T = \sum_{i=1}^U \alpha_i \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I}_M \quad (4.57)$$

Assim, pode-se enunciar a seguinte decomposição em autovetores e autovalores, cujos autovetores são os mesmos da decomposição generalizada 4.13:

$$\mathbf{R}_T^{-1} \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i - \lambda_{i_T} \mathbf{w}_i = 0 \quad \forall i \quad (4.58)$$

onde a existência da inversa  $\mathbf{R}_T^{-1}$  é garantida pelo termo de ruído.

O máximo autovalor  $\lambda_{i_T}$  e o autovetor correspondente são então calculados, para cada usuário  $i$ , segundo o método da potência para  $j = 1, 2, \dots, N_j$  iterações, sendo que cada iteração é composta do seguintes passos [15], dada a inicialização  $\mathbf{q}_i(0) = \mathbf{1}_M$ :

$$\mathbf{v}(j) = \mathbf{R}_T^{-1} \mathbf{R}_i \mathbf{q}_i(j-1) \quad (4.59)$$

$$\lambda_{i_T}(j) = \sqrt{\mathbf{v}^H(j) \mathbf{v}(j)} \quad (4.60)$$

$$\mathbf{q}_i(j) = \frac{1}{\lambda_{i_T}(j)} \mathbf{v}(j) \quad (4.61)$$

Ao final das  $N_j$  iterações, tem-se uma aproximação do máximo autovetor dada por  $\tilde{\mathbf{w}}_i = \mathbf{q}_i(N_j)$  e do máximo autovalor, dada por  $\tilde{\lambda}_{i_T} = \lambda_{i_T}(N_j)$ . Estas aproximações serão tão melhores quanto maior for o valor de  $N_j$  e, para um valor de  $N_j$  dado, quanto maior for a razão entre o máximo autovalor e o autovalor de valor imediatamente inferior [15].

No limite, o autovetor encontrado é idêntico ao máximo autovetor da decomposição dada pela equação 4.13. Resta, agora, encontrar uma relação entre o autovalor encontrado e o máximo autovalor da decomposição 4.13. Essa relação pode ser encontrada escrevendo-se o inverso dos quocientes de Rayleigh para cada uma das decomposições. Denotando o autovalor da decomposição 4.13 por  $\lambda_i$ , tem-se:

$$\frac{\mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_{T_i} \mathbf{w}_i}{\mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i} = \frac{1}{\zeta_i \lambda_i} \quad \forall i \quad (4.62)$$

onde  $\mathbf{R}_{T_i} = \sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^U \alpha_u \mathbf{R}_u + \sigma^2 \mathbf{I}_M$ .

Por outro lado, o inverso do quociente de Rayleigh da decomposição 4.58 se es-

creve:

$$\frac{\mathbf{w}_i^H (\mathbf{R}_{T_i} + \alpha_i \mathbf{R}_i) \mathbf{w}_i}{\mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i} = \frac{1}{\lambda_{i_T}} \quad \forall i \quad (4.63)$$

Pode-se perceber então que as expressões 4.62 e 4.63 estão relacionadas por:

$$\frac{1}{\lambda_{i_T}} = \frac{1}{\zeta_i \lambda_i} + \alpha_i \quad \forall i \quad (4.64)$$

Resolvendo para  $\lambda_i$ , obtém-se:

$$\lambda_i = \frac{\lambda_{i_T}}{\zeta_i (1 - \alpha_i \lambda_{i_T})} \quad \forall i \quad (4.65)$$

Dessa maneira é possível se obter o máximo autovalor  $\lambda_i$  e o autovetor correspondente  $\mathbf{w}_i$  com um menor custo computacional, reduzindo a complexidade computacional do algoritmo original.

Resta ainda a alta complexidade computacional associada à resolução do sistema linear em  $\alpha$ , responsável por atualizar o valor dos multiplicadores de Lagrange a cada iteração, após o cálculo dos filtros espaciais. Propomos, então, realizar a atualização dos  $\alpha_i$  através da seguinte relação:

$$\alpha_i = \frac{c}{\lambda_i} \quad (4.66)$$

Tal relação se justifica pois o autovalor  $\lambda_i$  é proporcional a  $\frac{c}{\alpha_i}$ , como mostra a equação 4.13. Além disso, o valor de  $c$  pode ser calculado a cada iteração de forma a respeitar a restrição de máxima potência de transmissão. Relembrando que a potência total de transmissão é dada por  $\sum_{i=1}^U \alpha_i$  e utilizando a relação proposta em 4.66, chega-se em:

$$\sum_{i=1}^U \alpha_i = c \sum_{i=1}^U \frac{1}{\lambda_i} \leq P_{max} \quad (4.67)$$

Logo, para que a restrição de potência máxima seja satisfeita, basta que  $c \leq \frac{P_{max}}{\sum_{i=1}^U \frac{1}{\lambda_i}}$ .

Chega-se, portanto, à seguinte expressão para se obter o valor de  $c$ :

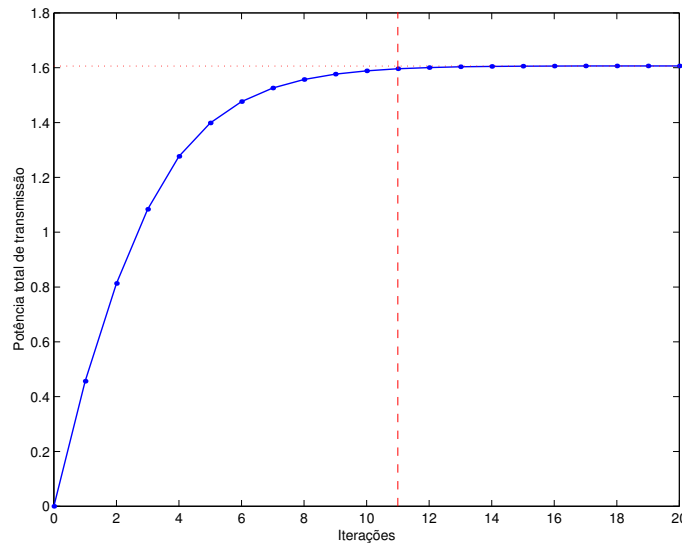
$$c = \min \left( 1, \frac{P_{max}}{\sum_{i=1}^U \frac{1}{\lambda_i}} \right) \quad (4.68)$$

Com isso, não é mais necessário calcular as matrizes  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{M}$  e fazer mais uma decomposição em autovalores e autovetores generalizada para encontrar o valor de  $c$  a cada iteração, o que representa uma redução significativa na complexidade computacional.

### Algoritmo F-DBPC

Substituindo, então, o cálculo dos autovalores e autovetores pelo método da potência e a resolução do sistema linear em  $\alpha$  pela atualização proposta na equação 4.66, chega-se ao algoritmo apresentado na tabela 4.2, chamado de *Fast Downlink Beamforming and Power Control* (F-DBPC). Note que, devido à inclusão da restrição de potência máxima no algoritmo, além do teste sobre a variação da potência total de transmissão, um teste de parada sobre a variação da constante de proporcionalidade  $c$  se faz necessário quando a potência máxima é atingida.

O termo *fast* se refere ao menor tempo de cálculo necessário nesse algoritmo em relação ao DBPC e não ao número de iterações, pois o algoritmo F-DBPC apresenta uma complexidade computacional por iteração muito inferior ao DBPC. A figura 4.2 mostra a evolução da potência total de transmissão com o número de iterações para um caso típico. A linha tracejada indica a iteração na qual o algoritmo convergiu a 99% do valor em regime (linha pontilhada). Mesmo sendo o número de iterações necessárias para que o F-DBPC convirja (tipicamente entre 10 e 20 iterações) superior



**Figura 4.2:** Curva de convergência do algoritmo F-DBPC para um caso típico

ao DBPC, o custo computacional total do F-DBPC é inferior ao DBPC.

A complexidade computacional do algoritmo F-DBPC se deve, principalmente, ao cálculo da matriz  $\mathbf{R}_T = \sum_{i=1}^U \alpha_i \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I}_M$ , sua inversa  $\mathbf{R}_T^{-1}$  e à iteração do método da potência. O cálculo da matriz  $\mathbf{R}_T$  e sua inversa apresentam uma complexidade computacional de  $UM^2 + \mathcal{O}(M^3)$ , sendo que o termo  $\mathcal{O}(M^3)$ , relativo à inversão da matriz  $\mathbf{R}_T$  pode ser reduzido utilizando-se técnicas que aproveitem a estrutura dessa matriz, reduzindo a complexidade computacional dessa etapa. Já o método da potência apresenta uma complexidade computacional de  $UM^2 + N_j U(M^2 + 2M)$  por iteração do algoritmo. Finalmente, a complexidade computacional total do algoritmo F-DBPC é dada por  $\mathcal{O}(M^3) + 2UM^2 + N_j U(M^2 + 2M) + 5U + 1$ , sendo que o termo  $5U + 1$  se deve ao cálculo dos autovalores  $\lambda_i$ , da constante  $c$  e dos multiplicadores de Lagrange  $\alpha_i$ .

**Tabela 4.2:** Algoritmo F-DBPC

---

1. Inicialização:

$$\boldsymbol{\alpha}(0) = \mathbf{0}_U \quad (4.69a)$$

$$\mathbf{w}_i(0) = \mathbf{1}_U \quad \forall i = 1 \dots U \quad (4.69b)$$

$$k = 1 \quad (4.69c)$$

2. Cálculo da matriz  $\mathbf{R}_T = \sum_{i=1}^U \alpha_i \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I}_M$  e sua inversa  $\mathbf{R}_T^{-1}$

3. Atualização dos filtros espaciais pelo método da potência:

$$\mathbf{q}_i(0) = \mathbf{w}_i(k-1) \quad \forall i = 1 \dots U \quad (4.70)$$

Para  $j = 1, 2, \dots, N_j$

$$\mathbf{v}(j) = \mathbf{R}_T^{-1} \mathbf{R}_i \mathbf{q}_i(j-1) \quad (4.71a)$$

$$\lambda_{i_T}(j) = \sqrt{\mathbf{v}^H(j) \mathbf{v}(j)} \quad (4.71b)$$

$$\mathbf{q}_i(j) = \frac{1}{\lambda_{i_T}(j)} \mathbf{v}(j) \quad (4.71c)$$

Fim



$$\mathbf{w}_i(k) = \mathbf{q}_i(N_j) \quad \forall i = 1 \dots U \quad (4.72)$$

4. Cálculo dos autovalores:

$$\lambda_i(k) = \frac{\lambda_{i_T}(N_j)}{\zeta_i (1 - \alpha_i(k) \lambda_{i_T}(N_j))} \quad \forall i = 1 \dots U \quad (4.73)$$

5. Cálculo da constante de proporcionalidade:  $c(k) = \min \left( 1, \frac{P_{max}}{\sum_{i=1}^U \frac{1}{\lambda_i(k)}} \right)$

6. Cálculo dos multiplicadores de Lagrange:

$$\alpha_i(k) = \frac{c(k)}{\lambda_i(k)} \quad \forall i = 1 \dots U \quad (4.74)$$

7. Teste de parada sobre a variação da potência total transmitida ou sobre o valor de  $c$  se a potência máxima foi atingida:

(a) Se  $\left| \sum_{i=1}^U \alpha_i(k) - \sum_{i=1}^U \alpha_i(k-1) \right| > \Delta P$ , incremente  $k$  e volte ao passo 2

(b) Senão, se  $|c(k) - c(k-1)| > \Delta c$ , incremente  $k$  e volte ao passo 2

(c) Senão, vá para o passo 8

8. Cálculo das matrizes  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{M}$ :

$$d_{i,i} = \mathbf{w}_i(k)^H \frac{\mathbf{R}_i}{\zeta_i} \mathbf{w}_i(k) \quad \forall i = 1 \dots U \quad (4.75a)$$

$$m_{i,u} = \begin{cases} \mathbf{w}_i(k)^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i(k) & i \neq u \\ 0 & i = u \end{cases} \quad \forall i, u = 1 \dots U \quad (4.75b)$$

9. Cálculo das potências de transmissão:

$$\mathbf{p} = c(k) \sigma^2 (\mathbf{D} - c(k) \mathbf{M}^T)^{-1} \mathbf{1}_U \quad (4.76)$$


---

Atraso [ms]	Amplitude [dB]	DOA [graus]
0	-7	$\theta - \Delta\theta/2$
	-2	$\theta$
	-7	$\theta + \Delta\theta/2$
310	-4	$\theta + \Delta\theta/2 - 1$
	-4	$\theta - \Delta\theta/2 + 1$
710	-9	$\theta + 2\Delta\theta$
1090	-10	$\theta - 2\Delta\theta$
1730	-15	$\theta + 3\Delta\theta$
2510	-20	$\theta + 4\Delta\theta$

**Tabela 4.3:** Parâmetros do canal espaço-temporal utilizado nas simulações

## 4.5 Simulações e Resultados

Para se comparar o desempenho dos algoritmos propostos e compará-los com algumas soluções da literatura, que não tratam do problema da determinação dos filtros espaciais e das potências de transmissão de forma conjunta, foram realizadas simulações num setor de um ambiente macro-celular. Considerou-se o uso de uma antena composta de 8 elementos na ERB para cobertura de um setor de  $120^\circ$ , cujo raio é de 1 km, de um sistema UMTS/WCDMA. A distância inter-elementos é de  $\frac{\lambda_c}{2}$ , onde  $\lambda_c$  é o comprimento de onda da portadora do enlace direto. A perda de propagação foi considerada como sendo proporcional a  $r^{-3,6}$ , onde  $r$  é a distância entre o usuário móvel e a ERB. A potência do ruído no móvel é de  $-100,2$  dBW, sendo proveniente apenas do ruído térmico, uma vez que apenas um setor de uma única célula foi levado em consideração nas simulações. A potência máxima disponível na ERB foi considerada de 40 W.

O modelo de canal espaço-temporal utilizado foi aquele apresentado por Pajusco em [27], mostrado na tabela 4.3, sendo que a direção de chegada  $\theta$  é uma variável aleatória uniforme no intervalo  $[-60^\circ, +60^\circ]$  e o parâmetro  $\Delta\theta$  é modelado como uma variável aleatória gaussiana com média  $30^\circ$  e desvio padrão  $2,64^\circ$ , de modo que a maior probabilidade de ocorrência dessa variável se situa entre  $20^\circ$  e  $40^\circ$ . A distância entre o usuário e a ERB é modelada como uma variável aleatória uniforme no intervalo  $[50, 1000]$  m. A partir desse modelo de canal, para cada realização, as MACEs de todos usuários eram calculadas segundo a equação 2.36 da página 29.

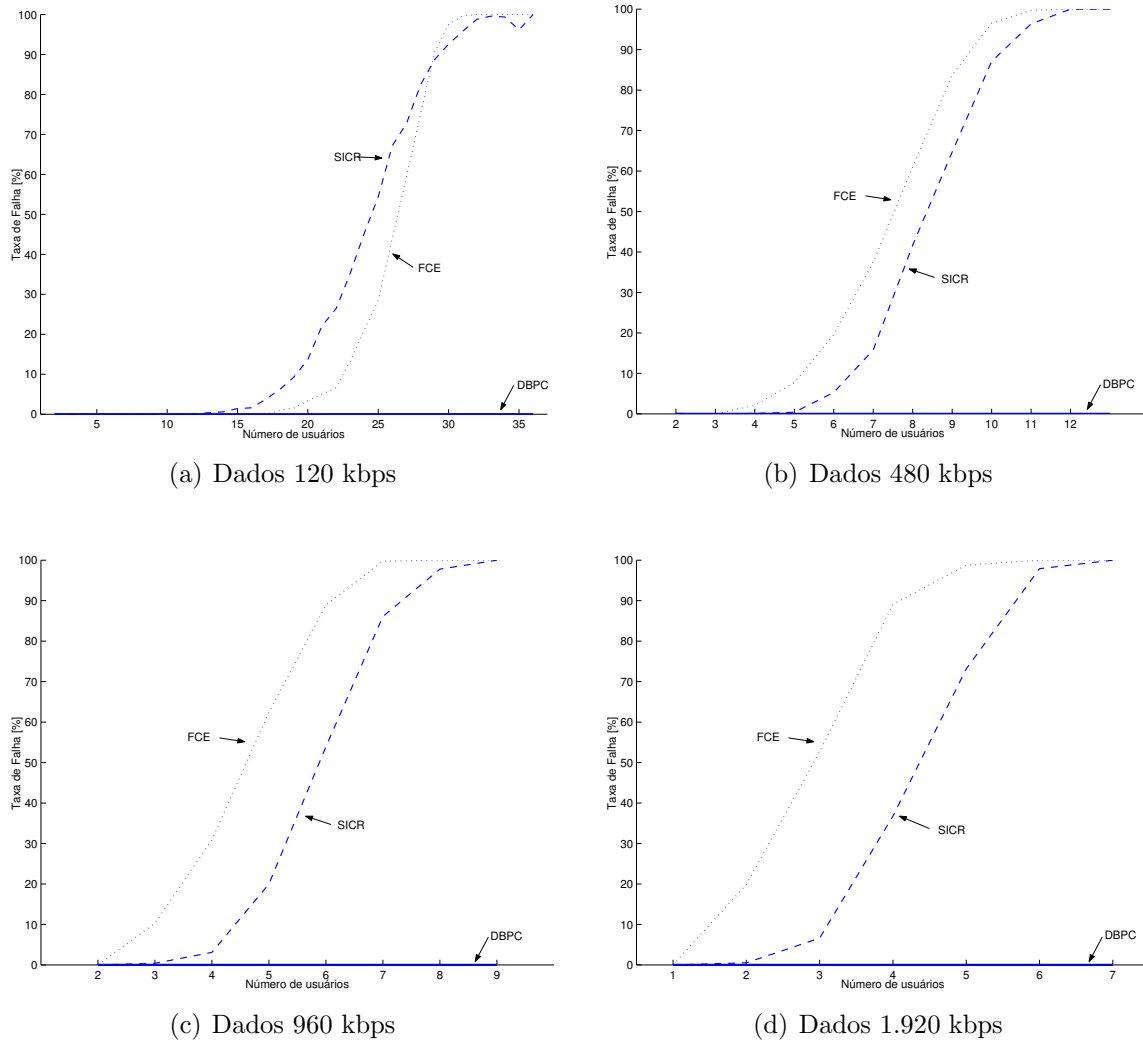
Os algoritmos DBPC e F-DBPC foram comparados com duas soluções desaco-

Serviço	$SF$	$A$ [dB]
Dados 120 kbps	64	7
Dados 480 kbps	16	6, 5
Dados 960 kbps	8	6
Dados 1.920 kbps	4	5

**Tabela 4.4:** Serviços simulados do sistema UMTS

pladas, uma que utiliza o Filtro Casado Espacial (FCE) para calcular os filtros de transmissão e a outra que utiliza o algoritmo *Summed Inverse Carrier-to-interference Ratio* (SICR), proposto por Zetterberg em [42]. A solução FCE para o usuário  $u$  é dada pelo máximo autovetor da decomposição em autovetores e autovalores da matriz  $\mathbf{R}_u$  e consiste em se maximizar a potência enviada ao usuário desejado. Já a solução SICR provê o cancelamento de interferentes, sendo sua solução dada pelo máximo autovetor da decomposição generalizada em autovetores e autovalores de  $\left( \frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u}, \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i(k) \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I}_M \right)$ . Após a determinação dos filtros espaciais, as potências de transmissão são calculadas de forma a respeitar a  $\frac{E_b}{N_0}$  alvo para cada um dos usuários. Para isso, o controle de potência é feito utilizando-se a equação 4.29, com o valor de  $c$  igual a 1 sempre que possível. Quando não é possível atingir os alvos ( $c < 1$ ), considera-se que o algoritmo falhou.

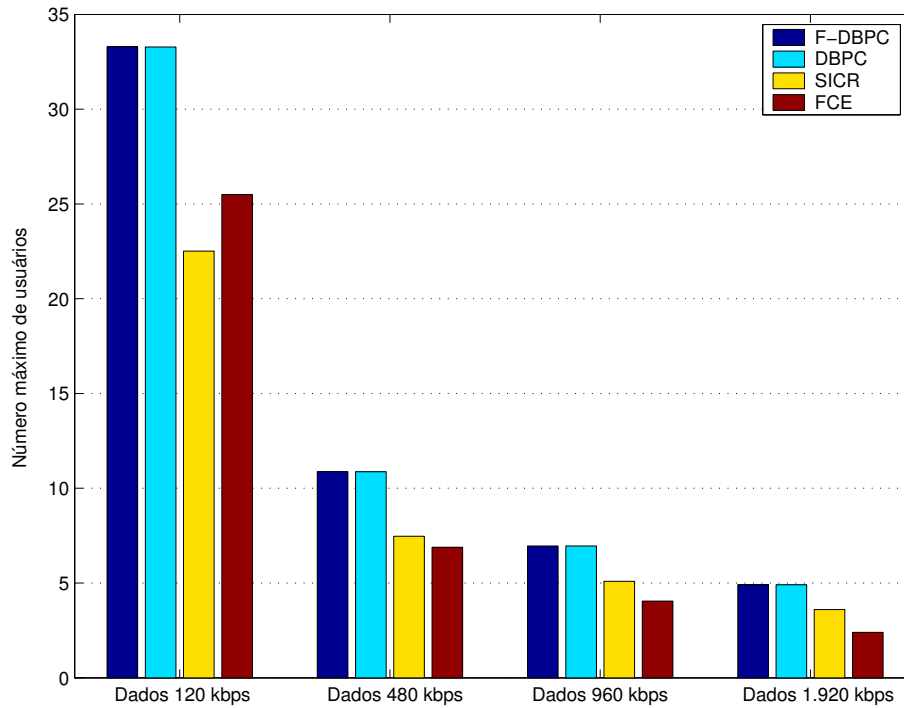
Inicialmente, comparou-se a taxa de falhas dos algoritmos FCE e SICR em relação ao DBPC para alguns dos serviços de dados previstos no UMTS [1], mostrados na tabela 4.4. Para cada serviço foram realizadas 2.000 simulações com o número de usuários variando e, para cada número de usuários e cada simulação, todos os parâmetros aleatórios eram sorteados novamente. Calculou-se, então, a porcentagem do número de vezes que cada algoritmo falhou nas situações em que o DBPC era capaz de obter uma solução válida, ou seja, com potência máxima abaixo de  $P_{max}$  e respeitando os alvos ( $c = 1$ ). A figura 4.3 mostra essa taxa de falha para cada um dos algoritmos e cada um dos serviços, em função do número de usuários presentes no setor. Pode-se perceber nesta figura que o algoritmo SICR possui um desempenho superior ao FCE para os serviços de taxas mais altas e, de maneira contrastante, um desempenho inferior quando da utilização do serviço de dados a 120 kbps. Isso se deve ao fato de que o número de usuários presentes no sistema utilizando esse serviço é grande o suficiente para que o ruído espacial por eles gerado se aproxime de um



**Figura 4.3:** Taxa de falha do FCE e do SICR em relação ao DBPC

ruído espacialmente branco, condição na qual o FCE é ótimo. Porém, como esperado, o desempenho desses dois algoritmos fica muito aquém do obtido pelo DBPC, sendo que tanto o SICR quanto o FCE apresentam taxas de falha muito elevadas com o aumento do número de usuários. Ressalta-se então a vantagem do algoritmo DBPC devido à otimização conjunta dos filtros espaciais e das potências de transmissão.

A taxa de falha de um dado algoritmo se reflete diretamente no número máximo de usuários que podem ser aceitos no sistema. A figura 4.4 mostra a média do número máximo de usuários para cada um dos algoritmos simulados e para cada um dos serviços do UMTS, para 2.000 realizações. Em cada realização, para cada ser-



**Figura 4.4:** Número máximo de usuários para os diferentes serviços do UMTS

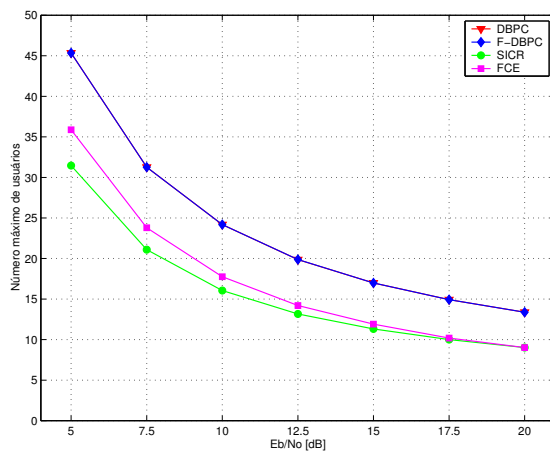
viço, os parâmetros de cada usuário eram sorteados, o número de usuários presentes no setor era incrementado e cada um dos algoritmos era testado, sendo que o número máximo de usuários possível com cada um deles era determinado quando este algoritmo não era mais capaz de fornecer uma solução válida. Pode-se perceber na figura 4.4 que o algoritmo DBPC é superior ao FCE e ao SICR, como já indicado pela taxa de falha desses algoritmos. Além disso, o algoritmo F-DBPC foi simulado (com  $N_j = 5$ ), comprovando-se sua capacidade de obter a mesma solução que o DBPC. Portanto, sempre que nos referirmos ao algoritmo DBPC, todas as conclusões podem ser estendidas ao F-DBPC.

O ganho de capacidade obtido pelo DBPC em relação ao FCE e ao SICR é mostrado na tabela 4.5, para cada serviço. Este ganho é igual à razão entre o número máximo de usuários obtido com o algoritmo DBPC, denominado  $U_{\text{DBPC}}$ , e o número máximo de usuários obtido com os algoritmos FCE ( $U_{\text{FCE}}$ ) e SICR ( $U_{\text{SICR}}$ ). Note que os ganhos obtidos são expressivos, principalmente em relação ao FCE, o método usualmente empregado para determinação dos filtros espaciais.

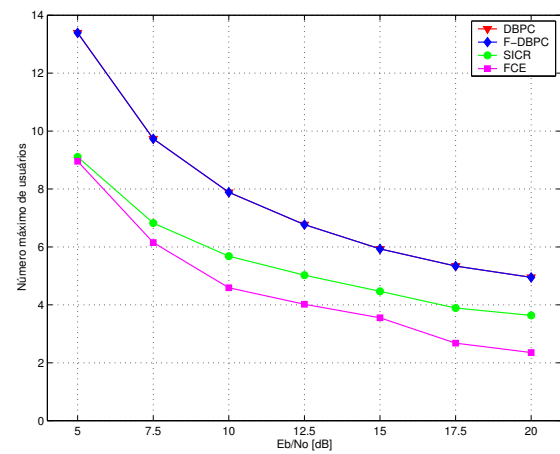
Uma comparação mais detalhada desses algoritmos foi feita variando-se a relação  $\frac{E_b}{N_0}$  para diferentes valores de fator de espalhamento. O parâmetro de desempenho,

Serviço	$\frac{U_{DBPC}}{U_{FCE}}$	$\frac{U_{DBPC}}{U_{SICR}}$
Dados 120 kbps	1,31	1,48
Dados 480 kbps	1,58	1,46
Dados 960 kbps	1,72	1,37
Dados 1.920 kbps	2,05	1,36

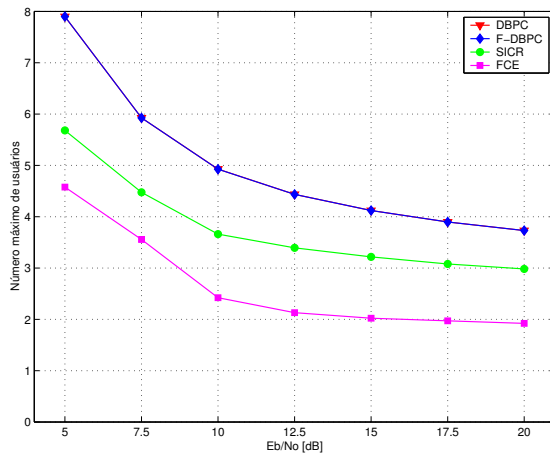
**Tabela 4.5:** Ganho de capacidade do algoritmo DBPC em relação aos algoritmos FCE e SICR



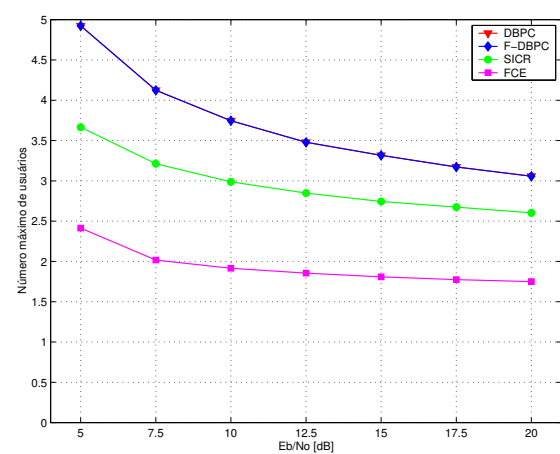
(a)  $SF = 64$



(b)  $SF = 16$



(c)  $SF = 8$



(d)  $SF = 4$

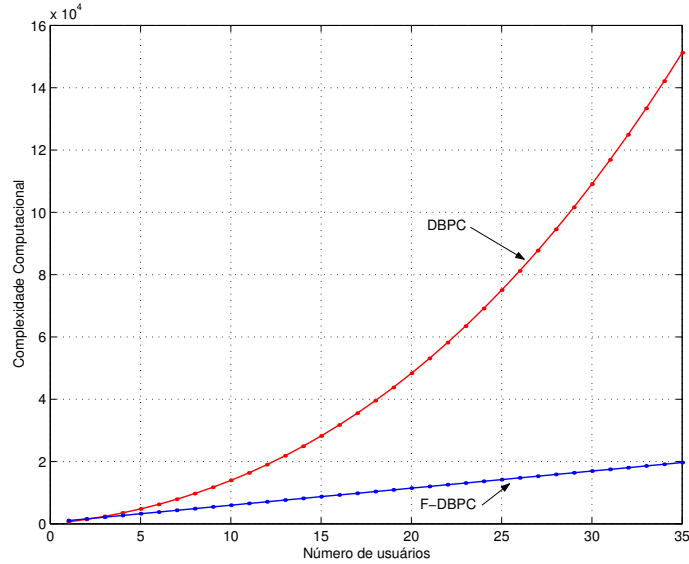
**Figura 4.5:** Número máximo de usuários em função da relação  $\frac{E_b}{N_0}$  para diferentes valores de fator de espalhamento  $SF$

novamente, foi o número máximo de usuários e os fatores de espalhamento escolhidos foram aqueles relativos aos diferentes serviços do UMTS. Foi mantido  $N_j = 5$  para o algoritmo F-DBPC. A figura 4.5 mostra a média do número máximo de usuários para 2.000 realizações. Uma análise das curvas comprova que os algoritmos DBPC e F-DBPC convergem para a mesma solução, sendo que esta solução apresenta um desempenho superior aos demais algoritmos, pois trata a otimização de forma conjunta. Já a diferença entre o FCE e o SICR se acentua quando o número de usuários é pequeno pois, neste caso, o SICR é capaz de cancelar os poucos interferentes existentes e obter uma solução superior ao FCE.

#### 4.5.1 Comparação da Complexidade Computacional

Como mostrado anteriormente, os algoritmos DBPC e F-DBPC atingem a mesma solução, porém com uma complexidade computacional diferente. Para um maior esclarecimento sobre essa diferença de complexidade entre os dois algoritmos, foi realizada uma comparação entre o DBPC e o F-DBPC. Para este último, utilizou-se  $N_j = 5$ , sendo este um valor conservador que garante a sua convergência. A figura 4.6 mostra o crescimento exponencial da complexidade computacional do algoritmo DBPC em contraste com o crescimento linear do F-DBPC. Nota-se que, a partir de 3 usuários, a complexidade computacional do algoritmo DBPC supera em muito a do F-DBPC. Isso reforça a afirmação de que o algoritmo F-DBPC se mostra muito mais adequado para casos práticos em que as MACEs são estimadas de forma recursiva e, a cada atualização, apenas uma iteração do algoritmo é suficiente para atualizar os filtros espaciais e as potências de transmissão às novas condições do ambiente.

Entretanto, uma outra comparação pode ser feita, entre o custo computacional total necessário para atingir a convergência do algoritmo DBPC e F-DBPC em função do número de usuários, partindo-se da inicialização proposta nas tabelas 4.1 e 4.2 e não de uma inicialização próxima à solução ótima. A tabela 4.6 mostra o número médio de iterações necessárias para que os algoritmos DBPC e F-DBPC convirjam a 99% do valor em regime,  $N_{\text{DBPC}}$  e  $N_{\text{F-DBPC}}$  respectivamente, em função do número de usuários  $U$ . Também é mostrada a complexidade computacional por iteração de cada um dos algoritmos dada pelo número de multiplicações complexas, denotadas por  $\mathcal{C}_{\text{DBPC}}$  e  $\mathcal{C}_{\text{F-DBPC}}$ . A partir desses valores, pode-se calcular o custo computacional total necessário para convergência dos algoritmos,  $(N \cdot \mathcal{C})_{\text{DBPC}}$  e  $(N \cdot \mathcal{C})_{\text{F-DBPC}}$ .



**Figura 4.6:** Comparação da complexidade computacional dos algoritmos DBPC e F-DBPC em função do número de usuários para 8 antenas e  $N_j = 5$

$U$	2	5	10	15	20	25
$N_{\text{DBPC}}$	1,066	1,425	1,951	2,052	2,358	3,048
$\mathcal{C}_{\text{DBPC}}$	1.560	4.908	14.488	30.368	54.048	87.028
$(N \cdot \mathcal{C})_{\text{DBPC}}$	1.663	6.994	28.266	62.300	127.418	265.261
$N_{\text{F-DBPC}}$	3,779	4,322	5,024	6,177	8,665	14,627
$\mathcal{C}_{\text{F-DBPC}}$	1.579	3.178	5.843	8.508	11.173	13.838
$(N \cdot \mathcal{C})_{\text{F-DBPC}}$	5.967	13.733	29.355	52.550	96.814	202.408

**Tabela 4.6:** Comparação do custo computacional total dos algoritmos DBPC e F-DBPC

Comparando-se os algoritmos DBPC e F-DBPC, percebe-se que a partir de 10 usuários o custo computacional total do algoritmo F-DBPC se torna inferior ao do DBPC, sendo aquele então adequado tanto para o caso em que as MACEs são atualizadas como para o caso em que se parte de uma inicialização qualquer.

## 4.6 Síntese e Conclusões

Este capítulo dedicou-se ao enlace direto, cujo problema é o cancelamento da Interferência Inter-Usuário (IIU), ou interferência co-canal, no receptor do móvel.

A primeira contribuição apresentada neste capítulo diz respeito a uma modifica-



ção no critério de minimização da potência de transmissão, pela introdução de uma constante de proporcionalidade que possibilita a manutenção de um dado número de usuários na célula, mesmo quando não é possível atingir suas  $\frac{E_b}{N_0}$  alvos.

Em seguida, foi proposto um algoritmo exato (DBPC) para a otimização conjunta dos filtros espaciais e das potências de transmissão, havendo apenas na literatura soluções semelhantes mas sempre de forma aproximada. Finalmente, foi derivada uma versão rápida (F-DBPC) do algoritmo proposto, sendo sua principal vantagem o ganho de complexidade computacional quando a MACE é atualizada continuamente.

Os resultados de simulação indicam ganhos significativos de capacidade, abrindo perspectivas de uso dos algoritmos propostos nos futuros sistemas 3G.

## 4.A Artigo Publicado

Nesse apêndice se encontra uma cópia do seguinte artigo publicado, que possui relação direta com o conteúdo deste capítulo:

- D. Zanatta Filho e L. Féty. A Fast Algorithm for Joint Downlink Beamforming and Power Control in UMTS Systems. *IEEE International Telecommunications Symposium (ITS'2002)*, Natal-RN, Brasil, Setembro de 2002.

International Telecommunications Symposium – ITS2002, Natal, Brazil

# A Fast Algorithm for Joint Downlink Beamforming and Power Control in UMTS Systems

Danilo Zanatta Filho<sup>1</sup> and Luc Féty<sup>2</sup><sup>1</sup>DSPCOM, UNICAMP, Campinas SP, Brazil<sup>2</sup>Laboratoire d'Électronique et Communication, CNAM, Paris, France

**Abstract**—Downlink Beamforming and Power Control are techniques used to improve the capacity or the quality of service in wireless systems. In this paper we propose a fast iterative algorithm for joint downlink beamforming and power control. The performance of this algorithm is compared with decoupled strategies through simulations. Results show that the fast algorithm outperforms the decoupled strategies and has a low computational complexity.

## I. INTRODUCTION

THE 3G mobile systems based on CDMA (Code Division Multiple Access) such as the UMTS (Universal Mobile Telecommunications System) are very sensitive to the quality of power control. Indeed, all mobiles transmit and receive at the same time interfering each other. Thus, obtaining an acceptable SNR (Signal to Noise Ratio) for each one of them requires a fine tuning of their allocated power.

These systems also envisage the use of adaptive antennas on the base station to improve either their capacity and quality of service. Therefore, the crucial problem of the power control becomes more complex since it must be treated jointly with that related to the receive or transmit beamforming for each user.

In uplink, the receive beamforming is automatically adapted to the received powers. However, even in uplink, the power control instructions sent to the mobiles must be jointly set with the beamforming solution. In downlink, the need for jointly determining the powers and the beamforming for all users seems more intuitive. In this paper, we initially propose to study the downlink problem. However, as it will be seen in the sequel, the resolution of this problem is related to the resolution of the uplink one.

The rest of the paper is organized as follows. Section II introduces some background on downlink beamforming. The problem of joint downlink beamforming and power control is stated in Section III and developed in Section IV. Section V presents an algorithm that solves this problem and some discussions are stated in Section VI. In Section VII we propose a novel and faster algorithm. Section VIII presents some simulations that illustrate and compare the performance of the algorithms and, finally, some conclusions are drawn in Section IX.

## II. DOWNLINK

Let us consider the transmission towards each mobile by means of a purely spatial antenna array. The useful energy per

bit received by each mobile  $i$  is expressed as:

$$E_{b_i} = SF_i p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i \quad (1)$$

where  $SF_i$  is the  $i$ th user spreading factor,  $p_i$  is the  $i$ th user transmit power and  $\mathbf{w}_i$  is the normalized transmit antenna weight vector for the  $i$ th user ( $\mathbf{w}_i^H \mathbf{w}_i = 1$ ).  $\mathbf{R}_i$  is the Downlink Channel Covariance Matrix (DCCM) of the  $i$ th user, which can be expressed in function of the downlink channel as:

$$\mathbf{R}_i = \int_0^\infty \mathbf{h}_i(t) \mathbf{h}_i^H(t) dt \quad (2)$$

where  $\mathbf{h}_i(t)$  is the overall (transmit and receive filters included) impulse response of the multi-sensor channel.

The interference power received by mobile  $i$  due to transmission towards the other mobiles is given by

$$PI_i = \sum_{k \neq i} p_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_k \quad (3)$$

Finally, the ratios  $\frac{E_b}{N_0}$  before decoding are given by

$$\left( \frac{E_b}{N_0} \right)_i = \frac{SF_i p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i}{\sum_{k \neq i} p_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_k + \sigma^2} \quad \forall i \quad (4)$$

where  $\sigma^2$  accounts for thermal noise and extra-cellular interference at each mobile receiver and is assumed to be constant and identical for all mobiles.

This expression attests that the ratios  $\frac{E_b}{N_0}$  at each mobile depend on all of transmit powers and beamforming weights assigned for each user. The optimization of these ratios must be done for all mobiles and implies on the jointly determination of the transmit power and the transmit weight vector for each one of them.

As this optimization is done at the base station, it supposes the knowledge of the DCCM for all users. These matrices can only be truly estimated at the mobile, so feedback from mobile is necessary [1]–[3]. However, in TDD (Time Division Duplex) systems, uplink and downlink share the same frequency, so the uplink and downlink channels are the same. Thus, the DCCM can be directly obtained estimating the Uplink Channel Covariance Matrix (UCCM). This approach can be extended to FDD (Frequency Division Duplex), where the DCCMs can be obtained by frequency transposition of the UCCMs [3]–[5]. In this article, the DCCM are assumed to be known.

Danilo Zanatta Filho is with the Digital Signal Processing for Communications (DSPCOM) laboratory, UNICAMP, Campinas - SP, Brazil. Luc Féty is with the Laboratoire d'Électronique et Communication, CNAM, Paris, France. Phone: +55 19 3788 3702 Fax: +55 19 3289 1395. E-mails: daniloz@decom.fee.unicamp.br and fety@cnam.fr

This work was partially supported by CAPES-Brazil.

## III. PROBLEM STATEMENT

When the number of mobiles is small, there are several solutions that reach the  $\frac{E_b}{N_0}$  required by the QoS (Quality of Service) assigned for each user. Let us suppose that the beamforming weights are precalculated, e.g. using a matched spatial filter [6]. It can be possible to determine a set of transmit powers in order to reach the  $\frac{E_b}{N_0}$  targets. The difference between such a solution and the optimal one is that the total radiated power is greater, increasing the extra-cellular interference and decreasing system capacity. It is thus convenient to add a supplementary statement:

$$\sum_i p_i = \min \quad (5)$$

On the other hand, when the number of mobiles is large, there may not be a solution that reaches the targets. Therefore, it is interesting to search a solution that maximizes and equals the ratios  $\frac{E_b}{N_0}$ :

$$\left( \frac{E_b}{N_0} \right)_i = cC_i \quad (6)$$

where  $C_i$  is the target value necessary to ensure the QoS for user  $i$  and  $c$  is a proportionality coefficient lower than 1, common for all users.

Moreover, the solution that reaches the target values may lead to excessive transmit powers, exceeding the maximum power available at the base station. Thus, it is advisable to search a solution in the sense of (6) and respects the maximum power available:

$$\sum_i p_i \leq P_{\max} \quad (7)$$

Finally, the problem can be stated as:

$$\begin{cases} \sum_i p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{w}_i = \min \leq P_{\max} \\ \forall i \quad \frac{SF_i p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i}{\sum_{k,k \neq i} p_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_k + \sigma^2} = cC_i \end{cases} \quad (8)$$

## IV. DEVELOPMENT

This optimization under constraints can be solved using the Lagrange multipliers. For clarity reasons, the constraints can be rewritten as:

$$\forall i \quad \frac{p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i}{\sum_{k,k \neq i} p_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_k + \sigma^2} = c \quad (9)$$

where  $\gamma_i = \frac{C_i}{SF_i}$  is the chip level target for the  $i$ th user. This constraints can also be written as:

$$p_i \mathbf{w}_i^H \frac{\mathbf{R}_i}{\gamma_i} \mathbf{w}_i - c \left( \sum_{k,k \neq i} p_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_k + \sigma^2 \right) = 0 \quad (10)$$

Replacing the original form of the constraints in equation (8) with the one of equation (10) and using the Lagrange multipliers, lead us to the Lagrange cost function:

$$J = \sum_i p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{w}_i - \sum_i \chi_i \left( p_i \mathbf{w}_i^H \frac{\mathbf{R}_i}{\gamma_i} \mathbf{w}_i - c \left( \sum_{k,k \neq i} p_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_k + \sigma^2 \right) \right) \quad (11)$$

where  $\chi_i$  are the Lagrange multipliers.

## A. Optimal transmit weights

The Lagrange cost function is a quadratic function of the transmit weights  $\mathbf{w}_i$ . Thus, its optimum can be found zeroing the gradient with respect to all  $\mathbf{w}_i$ 's.

Considering the user  $u$ , the partial derivative of the Lagrange cost function with respect to  $\mathbf{w}_u^H$  is:

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{w}_u^H} = 2p_u \mathbf{w}_u - \chi_u 2p_u \frac{\mathbf{R}_u}{\gamma_u} \mathbf{w}_u + c \sum_{i,i \neq u} \chi_i 2p_i \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i = 0 \quad (12)$$

Remarking that the above equation does not depend on  $p_u$ , the optimum condition is:

$$\forall u \quad \mathbf{w}_u - \chi_u \frac{\mathbf{R}_u}{\gamma_u} \mathbf{w}_u + c \sum_{i,i \neq u} \chi_i \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i = 0 \quad (13)$$

To emphasize the physical meaning of the Lagrange multipliers in the sequel, it is useful to pose  $\alpha_i = c\sigma^2 \chi_i$ . It follows that:

$$\forall u \quad \frac{\mathbf{R}_u}{\gamma_u} \mathbf{w}_u - \frac{c}{\alpha_u} \left( \sum_{i,i \neq u} \alpha_i \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I} \right) \mathbf{w}_u = 0 \quad (14)$$

where  $\mathbf{I}$  is the identity matrix of order  $M$  and  $M$  is the number of antenna elements in the array.

The above equation is essential since it shows that  $\mathbf{w}_u$  is eigenvector of the generalized eigen-decomposition of  $\left( \frac{\mathbf{R}_u}{\gamma_u}, \mathbf{R}_{uT} \right)$ , where  $\mathbf{R}_{uT} = \sum_{i,i \neq u} \alpha_i \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I}$ .

Equation (14) seems to show that the determination of the transmit weight vectors does not depend on the transmit powers. However, as it will be shown in the sequel, the transmit weight vectors depend on the Lagrange multipliers which, by their turn, depend on the transmit powers.

## B. Uplink-Downlink Equivalence

Left-multiplying equation (14) for user  $i$  by  $\mathbf{w}_i^H$ , it follows that:

$$\frac{\alpha_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i}{\mathbf{w}_i^H \left( \sum_{k,k \neq i} \alpha_k \mathbf{R}_k \right) \mathbf{w}_i + \sigma^2} = c\gamma_i \quad (15)$$

The above equation is the uplink  $\frac{E_b}{N_0}$  calculated with the DC-CMs. The  $\alpha_i$ 's are then equivalent to the mobile transmit powers. And the  $\mathbf{w}_i$ 's are equivalent to the receive weight vectors used in the base station. Equations (9) and (15) highlight the equivalence between the uplink and the downlink problems:

$$\frac{\alpha_i \mathbf{w}_i^H \frac{\mathbf{R}_i}{\gamma_i} \mathbf{w}_i}{\mathbf{w}_i^H \left( \sum_{k,k \neq i} \alpha_k \mathbf{R}_k \right) \mathbf{w}_i + \sigma^2} = \frac{p_i \mathbf{w}_i^H \frac{\mathbf{R}_i}{\gamma_i} \mathbf{w}_i}{\sum_{k,k \neq i} p_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_k + \sigma^2} \quad (16)$$

The above equation can be rewritten as:

$$\alpha_i \sum_{k,k \neq i} p_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_k + \sigma^2 \alpha_i = p_i \sum_{k,k \neq i} \alpha_k \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_k \mathbf{w}_i + \sigma^2 p_i \quad (17)$$

Summing the equations of all users, it follows that:

$$\sum_i \alpha_i \sum_{k, k \neq i} p_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_k + \sigma^2 \sum_i \alpha_i = \sum_i p_i \sum_{k, k \neq i} \alpha_k \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_k \mathbf{w}_i + \sigma^2 \sum_i p_i \quad (18)$$

Adding the term  $\sum_{k=1}^U \alpha_k p_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_k \mathbf{w}_k$  to both sides, it can be easily shown the relation between the uplink and downlink powers:

$$\sum_i p_i = \sum_i \alpha_i \quad (19)$$

Equation (15) also shows that in order to maximize the  $\frac{E_b}{N_0}$  of each mobile or, equivalently, to reach the targets with a minimum total transmit power, the transmit weight vectors  $\mathbf{w}_i$  must be the eigenvectors associated with the maximum eigenvalues of equation (14).

#### C. Uplink Power Control

It is worth to notice that the determination of the transmit powers is based on the knowledge of the uplink powers  $\alpha_i$ . At given  $\mathbf{w}_i$ 's, these values can be find respecting the constraints of equation (15):

$$\forall i \quad \alpha_i \left( \mathbf{w}_i^H \frac{\mathbf{R}_i}{\gamma_i} \mathbf{w}_i \right) - c \sum_{k, k \neq i} \alpha_k (\mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_k \mathbf{w}_i) = c\sigma^2 \quad (20)$$

Defining the matrix  $\mathbf{D}$ , whose diagonal elements are:

$$d_{i,i} = \mathbf{w}_i^H \frac{\mathbf{R}_i}{\gamma_i} \mathbf{w}_i, \quad (21)$$

the matrix  $\mathbf{M}$ , whose generic elements  $i, k$  are:

$$m_{i,k} = \begin{cases} \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_k \mathbf{w}_i & i \neq k \\ 0 & i = k \end{cases} \quad (22)$$

and the vector :

$$\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \cdots \quad \alpha_U]^T, \quad (23)$$

the linear system described by equation (20) can be rewritten as:

$$\mathbf{D}\boldsymbol{\alpha} - c\mathbf{M}\boldsymbol{\alpha} = c\sigma^2 \mathbf{1} \quad (24)$$

where  $\mathbf{1}$  is a column vector whose elements are ones and  $U$  is the number of mobile users.

#### D. Downlink Power Control

As for the case of uplink power control, the downlink powers  $p_i$  can be find respecting the constraints of equation (9):

$$\forall i \quad p_i \left( \mathbf{w}_i^H \frac{\mathbf{R}_i}{\gamma_i} \mathbf{w}_i \right) - c \sum_{k, k \neq i} p_k (\mathbf{w}_k^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_k) = c\sigma^2 \quad (25)$$

Using the same definition for matrices  $\mathbf{D}$  and  $\mathbf{M}$ , it follows that:

$$\mathbf{D}\mathbf{p} - c\mathbf{M}^T \mathbf{p} = c\sigma^2 \mathbf{1} \quad (26)$$

where  $\mathbf{p} = [p_1 \quad p_2 \quad \cdots \quad p_U]^T$ .

#### E. Existence of a solution

To ensure that the solution is valid, both uplink powers (24) and downlink powers (26) must be positive.

We will show that  $c$  must be lower than the inverse of the maximum eigenvalue of  $(\mathbf{M}^T, \mathbf{D})$  in order that equations (24) and (26) provide a valid solution. Considering the solution provided by equation (26) :

$$\mathbf{p} = c\sigma^2 (\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T)^{-1} \mathbf{1}, \quad (27)$$

a sufficient condition for the vector  $\mathbf{p}$  to have positive elements is that the matrix  $(\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T)^{-1}$  is formed, by its turn, by positive elements. This matrix can be written as:

$$\mathbf{D}^{-1} (\mathbf{I} - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T)^{-1} \quad (28)$$

Provided that the matrices  $\mathbf{D}$  and  $\mathbf{M}$  have positive elements, it suffices that all the elements of the matrix  $(\mathbf{I} - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T)^{-1}$  are positive for the above condition to be respected. If the maximum eigenvalue of  $c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T$  is lower than 1, this matrix can be expanded as:

$$(\mathbf{I} - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T)^{-1} = \mathbf{I} + \sum_{m=1}^{\infty} (c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T)^m \quad (29)$$

The above expression shows on the one hand that the matrix  $(\mathbf{I} - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T)$  is invertible and on the other hand that all the elements of its inverse are positive because those of  $\mathbf{D}$  and  $\mathbf{M}$  are positive.

Ultimately, it suffices to choose  $c$  lower than the inverse of the maximum eigenvalue of  $\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T$  or, equivalently, lower than the inverse of the maximum eigenvalue of  $(\mathbf{M}^T, \mathbf{D})$ . Provided the similarity between equations (24) and (26), the value adopted to obtain the downlink powers also guarantees positive values for the uplink powers.

#### V. DBPC ALGORITHM

Provided that it is necessary to know all the  $\alpha_i$ 's in order to obtain the downlink weights  $\mathbf{w}_i$ 's and, in a reciprocal way, it is necessary to know the  $\mathbf{w}_i$ 's to compute the uplink powers, we propose an iterative algorithm which finds the optimum solution:

1. Initialization:  $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0}$
2. Update the downlink weights:  $\mathbf{w}_i$  is the eigenvector associated with the maximum eigenvalue of  $\left( \frac{\mathbf{R}_i}{\gamma_i}, \sum_{k \neq i} \alpha_k \mathbf{R}_k + \sigma^2 \mathbf{I} \right)$
3. Compute the matrices  $\mathbf{D}$  and  $\mathbf{M}$ , as given by equations (21) and (22)
4. Compute  $c_{\max}$ , inverse of the maximum eigenvalue of  $(\mathbf{M}, \mathbf{D})$ 
  - (a) If  $c_{\max} \geq 1$ , then  $c = 1$
  - (b) If  $c_{\max} < 1$ , then  $c = c_{\max} - \varepsilon$  (where  $\varepsilon \ll c_{\max}$ )
5. Update the uplink power vector:  $\boldsymbol{\alpha} = c\sigma^2 (\mathbf{D} - c\mathbf{M})^{-1} \mathbf{1}$
6. Stop test on the variation of the total transmit power. Back to step 2.

After convergence, the downlink powers are computed using equation (27). This algorithm is called DBPC (Downlink Beamforming and Power Control) algorithm in the following. The algorithm convergence is shown in Appendix A.

## VI. DISCUSSIONS

The algorithm previously obtained is roughly similar to that proposed in [7] and used in [8] to carry out the optimal allocation of user terminals to base stations. It converges in a few number of iterations but the computational complexity associated with each iteration is very high, being proportional to the cube of the number of users. Besides, to our best knowledge, it is not possible to easily modify this algorithm in order to respect the maximum power.

On the other hand, in FDD systems, where the DCCMs are obtained from the UCCMs by frequency transposition [5], it is imperative to estimate the matrices of covariance over a great number of frames in order to obtain reliable information on the physical paths, since the channel phases are different from uplink to downlink.

At each new frame, the uplink channels are estimated and used to update the estimated DCCMs:

$$\mathbf{R}_i(n) = \lambda \mathbf{R}_i(n-1) + \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{T} \mathbf{h}_i^{UL}(l) \mathbf{h}_i^{ULH}(l) \mathbf{T}^H \quad (30)$$

where  $\lambda$  is the forgetting factor,  $\mathbf{T}$  is the frequency transposition matrix,  $L$  is the channel impulse response length and  $\mathbf{h}_i^{UL}(l)$  is the overall uplink impulse response of the multi-sensor channel at instant  $l$ .

After updating the estimated DCCMs, these matrices are only slightly disturbed and the optimal downlink weights and transmit powers differ little from the previous ones. However, to determine the new downlink weights and transmit powers, it is necessary to achieve a whole iteration of the DBPC algorithm and this iteration has a very high computational complexity.

Thus, a fast algorithm, which has a slower convergence (in number of iterations) but a much lower computational complexity, is proposed in the following.

## VII. FAST-DBPC ALGORITHM

The computational complexity of the previous algorithm is mainly due to the resolution of the linear system (24), which is necessary in order to determine the uplink powers.

Observing that the maximum eigenvalue  $\lambda_u$  of the eigen-decomposition of  $\begin{pmatrix} \mathbf{R}_u \\ \mathbf{R}_{uT} \end{pmatrix}$  is proportional to  $\frac{c}{\alpha_u}$ , we propose to take  $\frac{c}{\lambda_u}$  as the new value of  $\alpha_u$ . Thus, the  $\alpha_i$ 's can be directly and quickly obtained from equation (14).

Hence, the computational complexity to update the downlink power vector  $\alpha$  becomes negligible. From now on, the eigen-decompositions necessary to compute the downlink weights are responsible for the computational complexity. They can however be computed using the power method in order to achieve a lower computational complexity.

The proposed Fast-DBPC algorithm steps are as follows:

1. Initialization:  $\alpha = \mathbf{0}$  and  $\mathbf{w}_i = \mathbf{1} \quad \forall i$
  2. Compute  $\mathbf{R}_T = \sum_k \alpha_k \mathbf{R}_k + \sigma^2 \mathbf{I}$  and its inverse  $\mathbf{R}_T^{-1}$
  3. Update the downlink weights using the power method:  $\mathbf{v}_i = \mathbf{R}_T^{-1} \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i$ ;  $\lambda_{iT} = \sqrt{\mathbf{v}_i^H \mathbf{v}_i}$ ;  $\mathbf{w}_i = \frac{1}{\lambda_{iT}} \mathbf{v}_i$
  4. Compute the eigenvalues:  $\lambda_i = \frac{\lambda_{iT}}{(1 - \alpha_i \lambda_{iT}) \gamma_i}$
  5. Update the uplink powers:  $\alpha_i = \frac{c}{\lambda_i}$  with  $c = \max \left( 1, \frac{P_{\max}}{\sum \frac{1}{\lambda_i}} \right)$
- in order to respect the maximum power constraint

TABLE I  
UMTS SERVICES

Service	SF	C [dB]
Voice	64	7
Data 64kbps	16	6.5
Data 144kbps	8	6
Data 384kbps	4	5

6. Stop test on the variation of the total transmit power or on the variation of the target  $c$  if the maximum power is reached. Back to step 2.

This algorithm has computational complexity of  $O(M^3) + 3UM^2$  per iteration, where  $M$  is the number of antenna elements and  $U$  is the number of mobile users. This computational complexity, which is proportional to the number of users, is to be compared with that of the DBPC algorithm which is of  $UO(M^3) + U^2M^2 + O(U^3)$ . One can easily see that, if from one frame to another the matrices of covariance are only slightly disturbed so that only one iteration is enough to converge, the fast algorithm has a much lower computational complexity, being more suitable for practical implementations. However, even in situations where the optimal downlink weights are obtained without preliminary initialization, simulations show that the total computational complexity of the fast algorithm is at least twice lower when the number of mobiles is greater than about 10 (see Table II).

Finally, contrary to the DBPC algorithm, the proposed fast algorithm respects the maximum power constraint present in any practical system.

## VIII. SIMULATIONS RESULTS

In order to evaluate the performance of the algorithms, an 8-element linear antenna array is used at the base station to serve a  $120^\circ$  sector of a single cell in a UMTS/WCDMA system. The inter-element distance is  $\frac{\lambda_c}{2}$ , where  $\lambda_c$  is the carrier wavelength. The cell radius is 1 km and the path loss is proportional to  $r^{-3.6}$ , where  $r$  is the distance between the mobile and the base station. The noise power at the mobile ( $\sigma^2$ ) is -100.2 dBW. The maximum transmit power of the base station is 40 W. The multi-sensor channel model of [9] is used. The angle of arrival for each user is a uniform random variable in  $[-60^\circ, +60^\circ]$  and the distance between the mobile and the base station is also a uniform random variable in [50, 1000]m. The angular spread  $\Delta\theta$  is modelled as a gaussian random variable with mean equals  $30^\circ$  and standard deviation equals  $2.64^\circ$ .

Firstly, the DBPC algorithm is compared with decoupled beamforming and power control for different services provided by UMTS. The characteristics of these services are show in Table I. Two algorithms for downlink beamforming are used, namely the SICR (Summed Inverse Carrier-to-interference Ratio) and the MSF (Matched Spatial Filter), proposed in [4] and [6] respectively. Figure 1 shows a Monte Carlo simulation for 100 trials, where SICR+PC denotes the SICR beamforming and power control; and MSF+PC denotes the MSF beamforming and power control. The DBPC algorithm outperforms the other two in all cases. Besides, as the number of users becomes large, spatial noise becomes *spatial-white-noise* like and the MSF+PC algorithm leads to a capacity greater than the SICR+PC one.

## International Telecommunications Symposium – ITS2002, Natal, Brazil

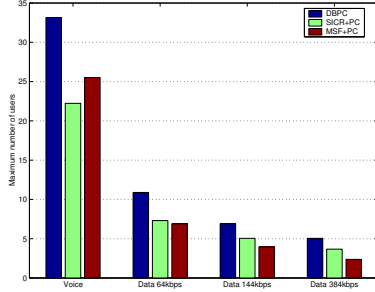


Fig. 1. Maximum number of users for different services of the UMTS system.

The capacity increase is also related to the number of users (which is related to the provided services), as shown in Figure 2.

Figure 3 shows the evolution of the maximum number of users according to the required  $\frac{E_b}{N_o}$ , for  $SF=4$ . As expected for a few number of users, the MSF+PC has the worst performance since the spatial noise is concentrated in some particular directions and the algorithm does not include nulling. On the other hand, since the SICR+PC is a beamforming algorithm with nulling, it outperforms the MSF+PC one. However, the SICR+PC is not yet optimal, the optimal solution being achieved by the DBPC algorithm.

Figures 4 and 5 show the convergence of the DBPC and the Fast-DBPC algorithms. The dotted line corresponds to the steady-state transmit power and the dashed line stands for the iteration number where convergence is reached. By convergence, in the following, we mean that the total transmit power is reached at 99% of the steady-state value and  $c_{\max}$  is also reached at 99%. At this point, the solution is close enough to the optimal one.

A comparison of these two algorithms is made regarding this convergence condition. The mean number of iterations to converge taking into account a Monte Carlo simulation for 1000 trials is shown in Table II, where  $U$  is the number of users,  $N_{\text{DBPC}}$  is the mean number of iterations for the DBPC algorithm and  $N_{\text{F-DBPC}}$  is the mean number of iterations for the Fast-DBPC algorithm. The theoretical  $N_{\text{F-DBPC}}$  to  $N_{\text{DBPC}}$  ratio at the same computational complexity is denoted by  $\mathcal{T} \left\{ \frac{N_{\text{F-DBPC}}}{N_{\text{DBPC}}} \right\}$ .

For  $U > 8$ , the Table II shows that the Fast-DBPC algorithm has a lower computational complexity than the DBPC one, while

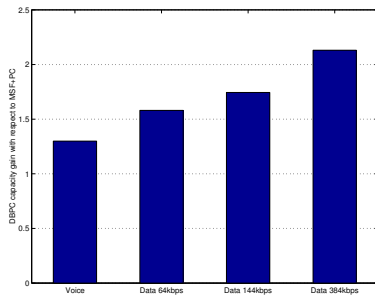


Fig. 2. DBPC capacity gain with respect to MSF+PC

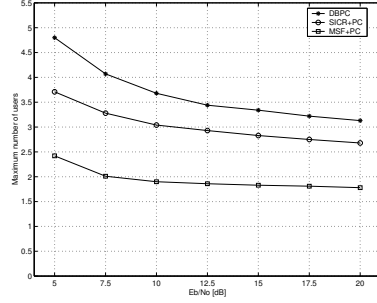


Fig. 3. Maximum number of users in function of the required  $\frac{E_b}{N_o}$ , for  $SF=4$ . both reach the optimal solution. The Fast-DBPC computational complexity in this case is half the DBPC one.

TABLE II  
CONVERGE SPEED COMPARISON

$U$	$N_{\text{DBPC}}$	$N_{\text{F-DBPC}}$	$\frac{N_{\text{F-DBPC}}}{N_{\text{DBPC}}}$	$\mathcal{T} \left\{ \frac{N_{\text{F-DBPC}}}{N_{\text{DBPC}}} \right\}$
4	1.077	5.475	5.0836	2.6036
8	1.558	6.907	4.4332	4.4380
16	2.045	8.493	4.1531	8.1983
20	2.220	11.967	5.3905	10.2547

## IX. CONCLUSION

In this paper the joint downlink beamforming and power control problem is stated and an iterative algorithm which leads to the optimum solution is derived. A fast algorithm with a lower computational complexity is proposed. Moreover, the fast algorithm respects the maximum power constraint and is more suitable for situations where the covariance matrices are recursively estimated.

Simulations have shown that the proposed algorithm outperforms other decoupled downlink beamforming and power control strategies and enables capacity increase in UMTS systems. However, the same methodology can be applied to any wireless network, such as FDMA and TDMA, also increasing the capacity of these systems.

## APPENDIX A - ALGORITHM CONVERGENCE

Each iteration of the DBPC algorithm is composed of 2 stages. Firstly, the weights  $\mathbf{w}_i$  are updated. Secondly, the uplink power vector  $\alpha$  is updated. A sufficient condition for the algorithm to converge is that on each step the solution tends towards the optimal solution.

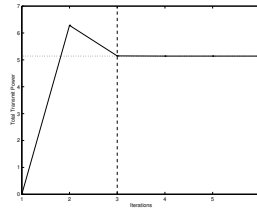


Fig. 4. Converge of the DBPC Al-

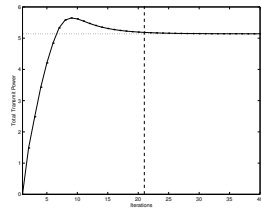


Fig. 5. Converge of the Fast-DBPC

Let us consider one iteration of the algorithm. The entities  $\mathbf{w}_i^-$  and  $\alpha^-$  obtained in the previous iteration are such that the constraints (9) are verified:

$$\frac{\alpha_i^- \mathbf{w}_i^{-H} \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i^-}{\mathbf{w}_i^{-H} \left( \sum_{k \neq i} \alpha_k^- \mathbf{R}_k \right) \mathbf{w}_i^- + \sigma^2} = c^- \quad \forall i \quad (31)$$

The optimal solution however is not reached yet because either the targets are not reached ( $c^- < 1$ ), or the total transmit power is not minimal.

#### A. Downlink weights update

As the  $\alpha_i^-$ 's were been computed using the  $\mathbf{w}_i^-$ 's in order to respect the constraints, the downlink weights are not any more eigenvectors of equation (14). Thus, the downlink weights are updated using equation (14) and the vector  $\alpha^-$ . It follows that:

$$\frac{\alpha_i^- \mathbf{w}_i^{+H} \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i^+}{\mathbf{w}_i^{+H} \left( \sum_{k \neq i} \alpha_k^- \mathbf{R}_k + \sigma^2 \right) \mathbf{w}_i^+} = \lambda_{i,\max} > c^- \quad \forall i \quad (32)$$

The  $\lambda_{i,\max}$  are the maximum eigenvalues associated with the eigenvectors  $\mathbf{w}_i^+$  and are all higher than  $c^-$ . Thus, the new downlink weights approaches the optimal solution.

#### B. Uplink powers update

The gain obtained at the preceding step ( $\lambda_{i,\max} > c^-$ ) is exploited at this stage either to make grow the value  $c^-$  in order to approach the target 1, or to minimize the total transmit power when the targets are already reached.

At the end of the computation of the downlink weights  $\mathbf{w}_i^+$ , the equality (32) can be expressed in matricial form as:

$$\mathbf{D}^+ \alpha^- - \Lambda \mathbf{M}^+ \alpha^- = \Lambda \mathbf{1} \quad (33)$$

where  $\Lambda$  is a diagonal matrix composed of the  $\lambda_{i,\max}$ 's and the matrices  $\mathbf{D}^+$  and  $\mathbf{M}^+$  are computed using  $\mathbf{w}_i^+$ .

The  $\alpha_i^-$ 's are then updated in order to respect the constraints:

$$\mathbf{D}^+ \alpha^+ - c^+ \mathbf{M}^+ \alpha^+ = c^+ \mathbf{1} \quad (34)$$

Let us initially treat the case where the targets are not reached yet.  $c^+$  is then chosen slightly lower than  $c_{\max}$ , maximum eigenvalue of  $(\mathbf{D}^+, \mathbf{M}^+)$ . Let us demonstrate that  $c^+$  is greater than  $c^-$ . The Equation (33) can be rewritten as:

$$\mathbf{D}^+ \alpha^- - \beta \mathbf{M}^+ \alpha^- = \Lambda \mathbf{1} + (\Lambda - \beta \mathbf{I}) \mathbf{M}^+ \alpha^- \quad (35)$$

where  $\beta = \min \lambda_{i,\max}$ .

Using the fact that the diagonal elements of  $\Lambda$  are strictly positive, the following inequality holds:

$$\mathbf{D}^+ \alpha^- - \beta \mathbf{M}^+ \alpha^- > \mathbf{0} \quad (36)$$

Left-multiplying the above equation by  $\alpha^{-T}$ , it follows that:

$$\frac{\alpha^{-T} \mathbf{D}^+ \alpha^-}{\alpha^{-T} \mathbf{M}^+ \alpha^-} > \beta \quad (37)$$

The eigenvector  $\mathbf{v}$  of  $(\mathbf{D}^+, \mathbf{M}^+)$ , associated with the maximum eigenvalue  $c_{\max}$ , makes this ratio maximum:

$$\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{D}^+ \mathbf{v}}{\mathbf{v}^T \mathbf{M}^+ \mathbf{v}} = c_{\max} > \beta \quad (38)$$

Ultimately:

$$c^+ = c_{\max} > \beta > c^- \quad (39)$$

Let us treat now the case where the targets are reached. In this case, the value of  $c^+$  is fixed at 1. And the vector  $\alpha^+$  must satisfy the following equation:

$$\mathbf{D}^+ \alpha^+ - \mathbf{M}^+ \alpha^+ = \mathbf{1} \quad (40)$$

Let us demonstrate that the total transmit power decreases; in other words, that:

$$\sum_i \alpha_i^+ < \sum_i \alpha_i^- \quad (41)$$

In order to do so, one should left-multiply equation (33) by  $\Lambda^{-1}$ :

$$\Lambda^{-1} \mathbf{D}^+ \alpha^- - \mathbf{M}^+ \alpha^- = \mathbf{1} \quad (42)$$

Defining  $\alpha^+ = \alpha^- + \Delta \alpha$ , the equality of (40) and (42) is expressed as:

$$\mathbf{D}^+ \alpha^- + \mathbf{D}^+ \Delta \alpha - \mathbf{M}^+ \alpha^- - \mathbf{M}^+ \Delta \alpha = \Lambda^{-1} \mathbf{D}^+ \alpha^- - \mathbf{M}^+ \alpha^- \quad (43)$$

and shows that all the elements of  $\Delta \alpha$  are negative:

$$\Delta \alpha = - \underbrace{(\mathbf{D}^+ - \mathbf{M}^+)^{-1}}_I \underbrace{(\mathbf{I} - \Lambda^{-1})}_{II} \underbrace{\mathbf{D}^+ \alpha^-}_{III} \quad (44)$$

Indeed, vector  $III$  has all its elements strictly positive because all the elements of  $\alpha^-$  and  $\mathbf{D}^+$  are, by their turn, strictly positive. The matrix  $II$  also has all its elements positive because  $\lambda_{i,\max} \geq 1, \forall i$ . Lastly, matrix  $I$  has the same property, shown by equation (29).

Ultimately:

$$\sum_i p_i^+ = \sum_i \alpha_i^+ < \sum_i \alpha_i^- = \sum_i p_i^- \quad (45)$$

#### REFERENCES

- [1] D. Gerlach and A. Paulraj, "Spectrum Reuse using Transmitting Antenna Arrays with Feedback," in *Proc. Int. Conf. Acoust. Speech and Signal Processing (ICASSP'94)*, Adelaide, Australia, April 1994, vol. IV, pp. 97–100.
- [2] D. Gerlach and A. Paulraj, "Adaptive Transmitting Antenna Methods for Multipath Environments," in *Proc. Global Telecommunications Conference (GLOBECOM'94)*, San Francisco, USA, November 1994, vol. 1, pp. 425–429.
- [3] K. Hugl, "Downlink beamforming using adaptive antennas," Diploma Thesis, Institut für Nachrichtentechnik und Hochfrequenztechnik der Technischen Universität Wien, Austria, May 1998.
- [4] P. Zetterberg, *Mobile Cellular Communications with Base Station Antenna Arrays: Spectrum Efficiency, Algorithms and Propagation Models*, Ph.D. thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 1997.
- [5] T. Asté, P. Forster, L. Féty, and S. Mayrargue, "Downlink Beamforming for Cellular Mobile Communications," *Annales des Télécommunications*, vol. 53, no. 11-12, pp. 435–448, December 1998.
- [6] L. C. Godara, "Applications of Antenna Arrays to Mobile Communications, Part II: Beam-Forming and Direction-Of-Arrival Considerations," *Proceedings of the IEEE*, vol. 85, no. 8, pp. 1195–1245, August 1997.
- [7] F. Rashid-Farrokhi, K. J. Ray Liu, and L. Tassiulas, "Transmit Beamforming and Power Control for Cellular Wireless Systems," *IEEE Journal on Sel. Areas in Communications*, vol. 16, no. 8, pp. 1437–1450, October 1998.
- [8] M. Bengtsson, "Optimal Transmission using Smart Antennas," in *Proc. IST Mobile Communications Summit*, Ireland, October 2000, pp. 359–364.
- [9] P. Pajusco, "Experimental Characterization of D.O.A. at the Base Station in Rural and Urban Area," in *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC'98)*, Ottawa, Canada, May 1998, vol. 2, pp. 993–997.





# 5

## Conclusões e Perspectivas

O desenvolvimento de técnicas de processamento espacial, em conjunto com modernas ferramentas de filtragem temporal, tem fornecido uma extensa lista de contribuições à recuperação da informação nas comunicações sem fio. Na literatura pode-se encontrar vasto material sobre o uso destas técnicas no enlace reverso. Pouco foi investigado, porém, sobre o problema do pré-processamento no enlace direto. Neste contexto, procuramos, neste trabalho, discorrer sobre o uso das técnicas de processamento espacial na ERB, tanto em recepção quanto em transmissão.

Surge então a necessidade de se conhecer o canal do enlace direto antes da transmissão, de forma a adequar os filtros espaciais de pré-processamento às condições deste canal. Essa necessidade nos levou a dedicar algumas páginas deste trabalho à discussão da reciprocidade entre os enlaces direto e reverso, por meio de um trabalho de revisão bibliográfica. Essa discussão deu origem a uma contribuição preliminar da tese, que foi o estudo comparativo de três esquemas de processamento em transmissão. Dois deles são baseados na transposição do filtro espacial em recepção e o terceiro na transposição da MACE do canal reverso para o cálculo do filtro espacial em transmissão.

Para o problema do cancelamento da interferência co-canal no receptor da ERB, foram investigadas as soluções do tipo LCMV, cuja aplicação ao contexto de comunicação sem fio é pouco explorada na literatura. Tanto a versão *off-line* quanto as versões adaptativas LMS e RLS foram tratadas. Introduzimos ainda as restrições au-

tovetoriais ao critério LCMV, como uma forma de lidar com o espalhamento angular presente nos enlaces de comunicação sem fio.

Além disso, uma contribuição de maior relevância nessa parte foi a proposição de uma nova formulação que permitiu substituir a estimação de DOA pela estimação das MACEs. Desta forma, pôde-se superar um dos principais obstáculos para o uso prático das soluções estudadas nos sistemas de comunicação sem fio. A conveniência dos algoritmos propostos para a aplicação no enlace reverso foi comprovada através de simulações.

Foi ainda realizado o estudo do enlace direto, cujo problema é o cancelamento da interferência co-canal no receptor do móvel. A abordagem para a determinação dos filtros espaciais, neste caso, é radicalmente diferente daquela apresentada no enlace reverso, uma vez que no enlace direto é necessária uma otimização conjunta dos filtros espaciais de todos os usuários. Essa necessidade surge da forma como o pré-processamento é realizado, com o objetivo de reduzir a interferência ao transmitir os sinais, conjuntamente, a todos os usuários.

Na apresentação do critério utilizado para realizar o pré-processamento, introduziu-se uma constante de proporcionalidade que possibilita a manutenção de um dado número de usuários na célula, mesmo quando não é possível atingir suas  $\frac{E_b}{N_0}$  alvos. Em seguida, foi proposto um algoritmo exato (DBPC) para a otimização conjunta dos filtros espaciais e das potências de transmissão, havendo apenas na literatura soluções semelhantes mas sempre de forma aproximada. Finalmente, foi derivada uma versão rápida (F-DBPC) do algoritmo proposto, sendo sua principal vantagem o ganho de complexidade computacional quando a MACE é atualizada continuamente.

Os resultados de simulação indicam ganhos significativos de capacidade no enlace direto, abrindo perspectivas de uso dos algoritmos propostos, principalmente nos futuros sistemas 3G.

A aplicação prática de tais algoritmos, passa, entretanto, por uma avaliação sistêmica. Nesse sentido, seria interessante a investigação do uso das técnicas propostas em ambos os enlaces e os possíveis efeitos de sinergia que possam daí decorrer. Outra perspectiva bastante promissora é a derivação de soluções de processamento espaço-temporal baseadas nos algoritmos propostos, onde o cancelamento das interferências co-canal e intersimbólica seja tratado conjuntamente.

# Bibliografia

- [1] 3GPP. “Universal Mobile Telecommunications System (UMTS); Physical Channels and Mapping of Transport Channels onto Physical Channels (FDD)”. Rel. téc., 3GPP TS 25.211 version 4.2.0 Release 4, Setembro 2002. Disponível *on-line* em <http://www.3gpp.org>. citado na(s) página(s): 149
- [2] Anatel. “Perspectivas para Ampliação e Modernização do Setor de Telecomunicações (PASTE 2000)”, visitado em: 27 de Junho de 2002. <http://www.anatel.gov.br>. citado na(s) página(s): 6
- [3] T. Asté. *Méthodes de traitement d’antenne adaptatives pour un système de communications numériques radiomobiles de type GSM*. Tese de Doutorado, Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris, França, 1998. citado na(s) página(s): 43, 47, 48, 50, 51
- [4] T. Asté, P. Forster, L. Féty e S. Mayrargue. “Downlink Beamforming for Cellular Mobile Communications (GSM system)”. *Annales des Télécommunications*, volume 53, nº 11-12, págs. 435–448, Novembro-Dezembro 1998. citado na(s) página(s): 47, 48, 50
- [5] K. M. Buckley. “Spatial/Spectral Filtering with Linearly Constrained Minimum Variance Beamformers”. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, volume ASSP-35, nº 3, págs. 249–266, Março 1987. citado na(s) página(s): 72
- [6] J. Capon. “High-Resolution Frequency-Wavenumber Spectrum Analysis”. *Proceeding of the IEEE*, volume 57, nº 8, págs. 1408–1418, Agosto 1969. citado na(s) página(s): 48
- [7] F. R. P. Cavalcanti. *Antenas Inteligentes e Processamento Espaço-Temporal para Sistemas de Comunicação sem Fio*. Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil, 1999. citado na(s) página(s): 42, 43
- [8] Ericsson. “EDGE - Introduction of high-speed data in GSM/GPRS networks”, visitado em: 18 de Setembro de 2002. <http://www.ericsson.se>. citado na(s) página(s): 8

- [9] R. B. Erteal, P. Cardieri, K. W. Sowerby, T. S. Rappaport e J. H. Reed. “Overview of Spatial Channel Models for Antenna Array Communication Systems”. *IEEE Personal Communications*, volume 5, nº 1, págs. 10–22, Fevereiro 1998. citado na(s) página(s): 11
- [10] C. Farsakh e J. A. Nossek. “Spatial Covariance Based Downlink Beamforming in an SDMA Mobile Radio System”. *IEEE Transactions on Communications*, volume 46, nº 11, págs. 1497–1506, Novembro 1998. citado na(s) página(s): 127
- [11] B. H. Fleury. “First- and Second-Order Characterization of Direction Dispersion and Space Selectivity in the Radio Channel”. *IEEE Transactions on Information Theory*, volume 46, nº 6, págs. 2027–2044, Setembro 2000. citado na(s) página(s): 11
- [12] B. H. Fleury e P. E. Leuthold. “Radiowave Propagation in Mobile Communications: An Overview of European Research”. *IEEE Communications Magazine*, volume 34, nº 2, págs. 70–81, Fevereiro 1996. citado na(s) página(s): 11
- [13] L. C. Godara. “Applications of Antenna Arrays to Mobile Communications, Part I: Performance Improvement, Feasibility, and System Considerations”. *Proceedings of the IEEE*, volume 85, nº 7, págs. 1031–1060, Julho 1997. citado na(s) página(s): 9
- [14] J. Goldberg e J. R. Fonollosa. “Downlink Beamforming for Cellular Mobile Communications”. *Anais do IEEE Vehicular Technology Conference (VTC’97)*, volume 2, págs. 623–636. Phoenix, EUA, Maio 1997. citado na(s) página(s): 49
- [15] G. H. Golub e C. F. Van Loan. *Matrix Computations*. The Johns Hopkins University Press, 3ª ed., 1996. citado na(s) página(s): 143
- [16] GSM World, visitado em: 26 de Junho de 2002. <http://www.gsmworld.com>. citado na(s) página(s): 7, 8
- [17] S. Haykin. *Adaptive Filter Theory*. Prentice Hall, 3ª ed., 1996. citado na(s) página(s): 53, 83, 87, 90
- [18] K. Hugl. “Downlink Beamforming Using Adaptive Antennas”. Diplomarbeit, Technische Universität Wien, 1998. citado na(s) página(s): 46, 48, 88, 127
- [19] K. Hugl, J. Laurila e E. Bonek. “Downlink Beamforming for Frequency Division Duplex Systems”. *Anais do IEEE Global Telecommunications Conference (GlobeCom’99)*, volume 4, págs. 2097–2101. Rio de Janeiro, Brasil, Dezembro 1999. citado na(s) página(s): 48

- [20] K. Hugl, J. Laurila e E. Bonek. “Transformation Based Downlink Beamforming Techniques for Frequency Division Duplex Systems”. *Anais do IEICE International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP'2000)*, págs. 1529–1532. Fukuoka, Japão, Agosto 2000. citado na(s) página(s): 49
- [21] O. L. Frost III. “An Algorithm for Linearly Constrained Adaptive Array Processing”. *Proceedings of the IEEE*, volume 60, nº 8, págs. 926–935, Agosto 1972. citado na(s) página(s): 64, 68, 70, 81, 84
- [22] W. C. Jakes. *Microwave Mobile Communications*. Wiley-Interscience, 1974. citado na(s) página(s): 42
- [23] J. C. Liberti Jr. e T. S. Rappaport. *Smart Antennas for Wireless Communications: IS-95 and Third Generation CDMA Applications*. Prentice Hall, 1999. citado na(s) página(s): 9, 11, 61
- [24] Y.-C. Liang e F. Chin. “Two Suboptimal Algorithms for Downlink Beamforming in FDD DS-CDMA Mobile Radio”. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, volume 19, nº 7, págs. 1264–1275, Julho 2001. citado na(s) página(s): 50, 51
- [25] C.-C. Yeh M.-L. Leou e H.-J. Li. “A Novel Hybrid of Adaptive Array and Equalizer for Mobile Communications”. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, volume 49, nº 1, págs. 1–10, Janeiro 2000. citado na(s) página(s): 51
- [26] G. Montalbano. *Array Processing for Wireless Communications*. Tese de Doutorado, Facoltà di Ingegneria - Politecnico di Torino, Turim, Itália, 1998. citado na(s) página(s): 13, 14, 18
- [27] P. Pajusco. “Experimental Characterization of D.O.A. at the Base Station in Rural and Urban Area”. *Anais do IEEE Vehicular Technology Conference (VTC'98)*, volume 2, págs. 993–997. Ottawa, Canadá, Maio 1998. citado na(s) página(s): 148
- [28] A. J. Paulraj e C. B. Papadias. “Space-Time Processing for Wireless Communications”. *IEEE Signal Processing Magazine*, volume 14, nº 6, págs. 49–83, Novembro 1997. citado na(s) página(s): 11, 21, 61
- [29] F. Rashid-Farrokhi, K. J. Ray Liu e L. Tassiulas. “Transmit Beamforming and Power Control for Cellular Wireless Systems”. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, volume 16, nº 8, págs. 1437–1450, Outubro 1998. citado na(s) página(s): 127, 136

- [30] L. S. Resende. *Algoritmos Recursivos de Mínimos Quadrados para Processamento Espacial/Temporal com Restrições Lineares: Aplicação em Antenas Adaptativas*. Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil, 1996. citado na(s) página(s): 70, 72, 86
- [31] L. S. Resende, J. M. T. Romano e M. G. Bellanger. “A Fast Least-Squares Algorithm for Constrained Adaptive Filtering”. *Anais do 1992 International Conference on Acoustics, Speech & Signal Processing (ICASSP'92)*, volume IV, págs. 21–24. São Francisco - EUA, Março 1992. citado na(s) página(s): 86
- [32] L. S. Resende, J. M. T. Romano e M. G. Bellanger. “A Fast Least-Squares Algorithm for Linearly Constrained Adaptive Filtering”. *Anais do 1994 International Telecommunications Symposium (ITS'94)*, págs. 15–19. Rio de Janeiro - Brasil, Agosto 1994. citado na(s) página(s): 81, 86
- [33] L. S. Resende, J. M. T. Romano e M. G. Bellanger. “A Robust FLS Algorithm for Linearly-Constrained Adaptive Filtering”. *Anais do 1994 International Conference on Acoustics, Speech & Signal Processing (ICASSP'94)*, volume III, págs. 381–384. Adelaide - Austrália, Abril 1994. citado na(s) página(s): 86
- [34] L. S. Resende, J. M. T. Romano e M. G. Bellanger. “A Fast Least-Squares Algorithm for Linearly Constrained Adaptive Filtering”. *IEEE Transactions on Signal Processing*, volume 44, nº 5, págs. 1168–1174, Maio 1996. citado na(s) página(s): 86, 87
- [35] P. van Rooyen, M. Lötter e D. van Wyk. *Space-Time Processing for CDMA Mobile Communications*. Kluwer Academic Publishers, 2000. citado na(s) página(s): 9, 11, 13, 61
- [36] B. Sklar. “Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communications Systems, Part I: Characterization”. *IEEE Communications Magazine*, volume 35, nº 9, págs. 136–146, Setembro 1997. citado na(s) página(s): 11, 12
- [37] G. Tsoulos, M. Beach e J. McGeehan. “Wireless Personal Communications for the 21st Century: European Technological Advances in Adaptive Antennas”. *IEEE Communications Magazine*, volume 35, nº 9, págs. 102–109, Setembro 1997. citado na(s) página(s): 9
- [38] J. Uddenfeldt. “Digital Cellular - Its Roots and Its Future”. *Proceedings of the IEEE*, volume 86, nº 7, págs. 1319–1324, Julho 1998. citado na(s) página(s): 6, 9
- [39] H. Waldman e M. D. Yacoub. *Telecomunicações: Princípios e Tendências*. Editora Érica Ltda., 1ª ed., 1997. citado na(s) página(s): 6, 9

- [40] B. Widrow e M. E. Hoff, Jr. “Adaptive Switching Circuits”. *IRE Western Electric Show and Convention Record*, págs. 96–104, Agosto de 1960. citado na(s) página(s): 5
- [41] M. D. Yacoub. *Foundations of Mobile Engineering*. CRC Press, 1<sup>a</sup> ed., 1993. citado na(s) página(s): 9, 11, 12, 13
- [42] P. Zetterberg. *Mobile Cellular Communications with Base Station Antenna Arrays: Spectrum Efficiency, Algorithms and Propagation Models*. Tese de Doutorado, Department of Signals, Sensors and Systems, Royal Institute of Technology, Estocolmo, Suécia, 1997. citado na(s) página(s): 24, 48, 66, 127, 149
- [43] P. Zetterberg. “A Comparison of Two Systems for Downlink Communication with Base Station Antenna Arrays”. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, volume 48, nº 5, págs. 1356–1370, Setembro 1999. citado na(s) página(s): 127





# Lista de Artigos Publicados

Partes do conteúdo desta tese foram publicados na forma de artigo. São eles:

- D. Zanatta Filho e L. Féty. A Fast Algorithm for Joint Downlink Beamforming and Power Control in UMTS Systems. *IEEE International Telecommunications Symposium (ITS'2002)*, Natal-RN, Brasil, Setembro de 2002.
- D. Zanatta Filho, C.C. Cavalcante e J.M.T. Romano. Adaptive LCMV Beamforming Avoiding DOA Estimation for Packet-like Wireless Systems. *IEEE International Telecommunications Symposium (ITS'2002)*, Natal-RN, Brasil, Setembro de 2002.
- D. Zanatta Filho, C.C. Cavalcante, J.M.T. Romano e L.S. Resende. An LCMV-Based Approach for Downlink Beamforming in FDD Systems in Presence of Angular Spread. *XI European Signal Processing Conference (EUSIPCO'2002)*, Toulouse, França, Setembro de 2002.
- D. Zanatta Filho, C.M. Panazio, F.R.P. Cavalcanti e J.M.T. Romano. On Downlink Beamforming Techniques for TDMDA/FDD Systems. *XIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBT'2001)*, Fortaleza-CE, Brasil, Setembro de 2001.

Além desses, também foram publicados, no decorrer da preparação desta tese, os seguintes artigos:

- W.C. Freitas Jr., F.R.P. Cavalcanti, C.C. Cavalcante, D. Zanatta Filho e A.L.F. de Almeida. Link Performance Evaluation for EDGE with Multiples Antennas Techniques. *IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC'2002)*, Lisboa, Portugal, Setembro de 2002.

- C. Junqueira, D. Zanatta Filho, J.D. Filho, M.Loiola e J.M.T. Romano. A GPS simulator for analysis of channel impairments in practical scenarios. *IEEE International Telecommunications Symposium (ITS'2002)*, Natal-RN, Brazil, Setembro de 2002.
- D. Zanatta Filho e L. Féty. Algorithme Rapide de Conformation de Diagrammes d'Antenne Multi-Capteurs et de Contrôle de Puissance pour les Systèmes UMTS. *Techniques et Technologies Fondamentales de la Nouvelle Économie (TTFNE'2002)*, Sozopol, Bulgária, Setembro de 2002.