



RICHARD ARIAS ARIAS

**AVALIAÇÃO MULTIDIMENSIONAL BASEADA EM LÓGICA DIFUSA PARA
EDUCAÇÃO MEDIADA POR COMPUTADOR**

**CAMPINAS
2012**



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO**

RICHARD ARIAS ARIAS

**AVALIAÇÃO MULTIDIMENSIONAL BASEADA EM LÓGICA DIFUSA PARA
EDUCAÇÃO MEDIADA POR COMPUTADOR**

Orientador: Prof. Dr. Leonardo de Souza Mendes

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, na área de Telecomunicações e Telemática.

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO
DEFENDIDA PELO ALUNO RICHARD ARIAS ARIAS
E ORIENTADO PELO PROF. DR. LEONARDO DE SOUZA MENDES

Assinatura do Orientador

**CAMPINAS
2012**

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Ar41a Arias Arias, Richard, 1977-
Avaliação multidimensional baseada em lógica difusa
para educação mediada por computador / Richard Arias
Arias. --Campinas, SP: [s.n.], 2012.

Orientador: Leonardo de Souza Mendes.
Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação.

1. Avaliação educacional. 2. Sistemas difusos. 3.
Lógica fuzzy. 4. Rendimento escolar. I. Souza Mendes,
Leonardo de, 1961-. II. Universidade Estadual de
Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação. III. Título.

Título em Inglês: Multidimensional assessment based on fuzzy logic for
computer mediated education

Palavras-chave em Inglês: Educational evaluation, Fuzzy systems, Fuzzy logic,
School achievement

Área de concentração: Telecomunicações e Telemática

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Ana Carolina Gondim Inocencio, Gean Davis Breda

Data da defesa: 29-06-2012

Programa de Pós Graduação: Engenharia Elétrica

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE MESTRADO

Candidato: Richard Arias Arias

Data da Defesa: 29 de junho de 2012

Título da Tese: "Avaliação Multidimensional Baseada em Lógica Difusa para Educação Mediada por Computador "

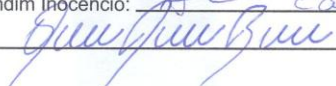
Prof. Dr. Leonardo de Souza Mendes (Presidente):



Profa. Dra. Ana Carolina Gondim Inocencio:



Prof. Dr. Gean Davis Breda:



A Deus.

A minha esposa Gladys Edith.

As minhas filhas Nicole, Andrea e Luciana.

A meu pai e minha mãe, Pedro e Celestina.

Aos meus irmãos e irmã.

AGRADECIMENTOS

A meu Deus, pela saúde, força, sabedoria, e perseverança que tem me dado para conseguir um objetivo mais da minha vida.

A meu orientador Leonardo de Souza Mendes, minha total gratidão pela amizade e pela oportunidade de trabalhar juntos, a excelente orientação recebida e todas as experiências partilhadas nestes anos.

A meus pais e irmãos, porque sem eles não estaria aqui.

A minha família, pela paciência, amor e compreensão.

À Professora Dra. Adriana do Nascimento Araujo Mendes, pelos conselhos e apoio sempre oferecido.

Ao professor Ademar diretor Pedagógico da Escola Aletheia, por toda ajuda brindada incondicionalmente para o desenvolvimento desta pesquisa.

Ao professor Ricardo especialista na disciplina de matemática, pelo tempo, dedicação e colaboração no desenvolvimento desta pesquisa.

Aos meus colegas do Laboratório de Redes de Comunicações (LaRCom, FEEC-UNICAMP), pela amizade e companheirismo.

E por fim, a todos meus amigos peruanos residentes no Brasil, pela amizade nestes anos partilhando momentos inesquecíveis.

“À medida que a complexidade aumenta, as declarações precisas perdem relevância e as declarações relevantes perdem precisão”.

(Lotfi Zadeh)

RESUMO

Esta dissertação propõe um modelo de avaliação de aprendizado de alunos baseado em lógica difusa para ambientes de educação mediada por computador. O modelo proposto contempla as três dimensões relevantes citadas pelo método de Weon e Kim (2001): dificuldade, complexidade e importância das atividades. A avaliação multidimensional é feita por meio dos processos de fuzzificação, defuzzificação e de inferência difusa de Mandani (1974). O modelo tem como entrada os acertos e o tempo gasto pelos alunos nas atividades realizadas nos módulos educacionais. As regras difusas e os pesos da complexidade e importância são definidos pelo professor especialista na disciplina. A saída do modelo é um vetor de notas correspondente ao desempenho dos alunos que foram avaliados multidimensionalmente. O modelo foi aplicado em uma escola que utiliza o sistema Conexão do Saber, desenvolvido pelo Laboratório de Redes de Comunicações da Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação da UNICAMP. Os resultados obtidos mostram que o modelo pode ser usado para avaliar o desempenho de alunos em várias dimensões e de uma forma mais precisa e interpretativa.

Palavras-chave: Avaliação educacional. Sistemas difusos. Lógica difusa. Rendimento escolar.

ABSTRACT

This dissertation proposes a model to evaluate a student's learning development based on fuzzy logic for educational environments mediated by computer. The proposed model considers the three main dimensions quoted by Weon and Kim method (2001): difficulty, complexity and importance of activities. Multidimensional evaluation is carried out through the fuzzification, fuzzy inference and defuzzification processes of Mandani (1974). The inputs for the model are the accuracy rates of student's answerscripts and the time spent by them on educational activities in the modules. The fuzzy rules, and weight for complexity and importance are defined by the specialist in the discipline. The output is an array of scores corresponding to the performance of students who were assessed multidimensionally. The model was applied to a school that uses the Conexão do Saber system, developed by the Laboratory of Communication Networks at the School of Electrical and Computer Engineering of the University of Campinas. The results show that the model can be used to evaluate the performance of students in various dimensions and an easily interpreted way.

Keywords: *Educational Evaluation. Fuzzy systems. Fuzzy Logic. Educational Performance.*

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 2.1 – Elementos do módulo educacional (Inocêncio 2011)..... | 7 |
| Figura 2.2 – Representação da função característica para o conjunto do conceito | 9 |
| Figura 2.3 – Representação da função de pertinência para o conjunto da variável linguística B | 10 |
| Figura 3.1 – Modelo de Bai e Chen (2008)..... | 23 |
| Figura 3.2 – Funções de pertinência difusas dos cinco níveis (Bai e Chen 2008)..... | 27 |
| Figura 3.3 – Diagrama do sistema de avaliação difuso do Saleh e Kim (2009). | 35 |
| Figura 3.4 – Representação de um FLC no método do Saleh e Kim (2009) | 37 |
| Figura 4.1 – Diagrama do sistema de avaliação difuso multidimensional..... | 42 |
| Figura 4.2 – Diagrama de classes da proposta | 44 |
| Figura 4.3 – FIS Editor para construção de FLC no MatLab..... | 45 |
| Figura 4.4 – Editor de Funções de Pertinência | 45 |
| Figura 4.5 – Editor de regras difusas..... | 46 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|----|
| Tabela 2.1 – Desempenho de alunos para o conceito B em uma avaliação clássica..... | 9 |
| Tabela 2.2 – Desempenho de alunos para o conceito B na lógica difusa..... | 10 |
| Tabela 3.1 – Matriz de regras difusas para inferir a dificuldade em Bai e Chen (2008)... | 28 |
| Tabela 3.2 – Matriz de regras difusas para inferir o esforço e o ajuste das questões em Bai e Chen..... | 28 |
| Tabela 3.3 – Matriz de regras difusas para inferir o ajuste dos pesos das questões em Bai e Chen..... | 29 |
| Tabela 3.4 – Quadro comparativo dos métodos | 40 |
| Tabela 5.1 – Matriz de acerto do módulo “números naturais” da quinta série. | 50 |
| Tabela 5.2 – Matriz de tempo do módulo “números naturais” da quinta série. | 50 |
| Tabela 5.3 – Matriz de complexidade do módulo "Números Naturais" da quinta série | 51 |
| Tabela 5.4 – Matriz de importância do módulo "Números Naturais" da quinta série..... | 51 |
| Tabela 5.5 – Matriz de pesos do módulo "Números Naturais" da quinta série..... | 51 |
| Tabela 5.6 – Matriz de acerto do módulo “Ângulos” da quinta série | 51 |
| Tabela 5.7 – Matriz de tempo do módulo “Ângulos” da quinta série. | 52 |
| Tabela 5.8 – Matriz de complexidade do módulo "Ângulos" da quinta série. | 52 |
| Tabela 5.9 – Matriz de importância do módulo " Ângulos" da quinta série | 52 |
| Tabela 5.10 – Matriz de pesos do módulo " Ângulos" da quinta série. | 52 |
| Tabela 5.11 – Regras difusas para determinar a dificuldade..... | 53 |
| Tabela 5.12 – Regras difusas para determinar o esforço..... | 54 |
| Tabela 5.13 – Regras difusas para determinar o ajuste dos pesos da nota. | 55 |
| Tabela 5.14 – Avaliação multidimensional para o módulo “Números Naturais da quinta série” | 57 |
| Tabela 5.15 – Avaliação tradicional para o módulo “Números Naturais da quinta série.”..... | 57 |
| Tabela 5.16 – Avaliação multidimensional para o módulo “Ângulos” da quinta série. | 57 |
| Tabela 5.17 – Avaliação tradicional para o módulo “Ângulos” da quinta série. | 58 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|---------|--|
| FLC | Fuzzy Logic Control |
| EMC | Ensino Mediado por Computador |
| PGL | Partnership in Global Learning |
| COG | Center of Gravity |
| LarCom | Laboratório de Redes e Comunicações |
| FGV | Fundação Getúlio Vargas |
| etc. | et cetera |
| et al. | et alii, et aliae, et alia |
| FUZSET | Fuzzy Set |
| MAX | Maximum |
| NORM | Normalization |
| FA | Matriz Difusa de Acertos |
| FT | Matriz Difusa de Tempos |
| MIN | Minimum |
| SOD | The Sum of Differences |
| Feec | Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação |
| Unicamp | Universidade Estadual de Campinas |

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|----------|-----------------------|
| σ | Desvio padrão |
| ℓ | Nível |
| i | Importância |
| d | Dificuldade |
| e | Esforço |
| v | Ajuste |
| w | Peso |
| \Re | Regra difusa |
| f | Função de pertinência |
| a | Acerto |
| t | Tempo |
| c | Complexidade |
| μ | Grau de pertinência |

SUMÁRIO

| | |
|--|--------------|
| AGRADECIMENTOS | IX |
| RESUMO..... | XIII |
| ABSTRACT..... | XV |
| LISTA DE FIGURAS | XVII |
| LISTA DE TABELAS..... | XIX |
| LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS | XXI |
| LISTA DE SÍMBOLOS | XXIII |
| SUMÁRIO | XXV |
| 1 INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1 ESTADO DA ARTE | 1 |
| 1.2 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO | 4 |
| 2 PRINCIPAIS CONCEITOS | 5 |
| 2.1 ENSINO MEDIADO POR COMPUTADOR | 5 |
| 2.1.1 Conexão do Saber..... | 6 |
| 2.2 LÓGICA DIFUSA | 8 |
| 2.2.1 Operação com conjuntos difusos | 11 |
| 2.2.2 Variáveis linguísticas | 11 |
| 2.2.3 Regras difusas | 13 |
| 2.2.4 Mecanismos de inferência | 14 |
| 2.2.5 Defuzzificação | 14 |
| 3 MÉTODO DE AVALIAÇÃO | 15 |
| 3.1 MÉTODO DE WEON E KIM (2001)..... | 15 |
| 3.1.1 Cálculo do acerto da resposta de acordo com o tempo | 16 |
| 3.1.2 Cálculo do acerto da resposta de acordo com a importância | 17 |
| 3.1.3 Cálculo do acerto da resposta de acordo com a complexidade | 18 |
| 3.1.4 Cálculo do acerto da resposta de acordo com a dificuldade | 19 |
| 3.1.5 Funções de Avaliação e Avaliação Difusa | 20 |

| | |
|--|-----------|
| 3.2 MÉTODO DE BAI E CHEN (2008) | 23 |
| 3.2.1 Definições iniciais | 24 |
| 3.2.2 Cálculo da matriz de dificuldade | 29 |
| 3.2.3 Cálculo da matriz de esforço | 32 |
| 3.2.4 Cálculo da matriz de ajuste | 32 |
| 3.3 MÉTODO DE SALEH E KIM (2009) | 34 |
| 3.3.1 Sistema de avaliação difuso | 35 |
| 3.3.2 Dados de entrada | 36 |
| 3.3.3 Processo de avaliação | 37 |
| 3.3.4 Processo de avaliação | 39 |
| 3.4 QUADRO COMPARATIVO DOS MÉTODOS | 40 |
| 4 PROPOSTA: AVALIAÇÃO MULTIDIMENSIONAL | 41 |
| 4.1 DESCRIÇÃO DA PROPOSTA..... | 41 |
| 4.1.1 Modelo de avaliação multidimensional | 41 |
| 4.1.2 Implementação no MatLab | 44 |
| 5 ESTUDO DE CASO | 47 |
| 5.1 OBTENÇÃO DE DADOS DE ENTRADA | 47 |
| 5.2 MÓDULOS EDUCACIONAIS AVALIADOS | 48 |
| 5.2.1 Dados de entrada da quinta série | 49 |
| 5.2.1.1 Módulo educacional “Números naturais” | 50 |
| 5.2.1.2 Módulo educacional “Ângulos” | 51 |
| 5.3 OBTENÇÃO DE REGRAS DIFUSAS | 52 |
| 5.3.1 Regras difusas para determinar a dificuldade | 53 |
| 5.3.2 Regras difusas para determinar o esforço | 54 |
| 5.3.3 Regras difusas para determinar o ajuste | 54 |
| 5.4 AVALIADOR MULTIDIMENSIONAL DIFUSO | 55 |
| 5.4.1 Controlador lógico difuso | 55 |
| 5.4.2 Avaliação | 56 |
| 5.4.2.1 Módulo educacional “Números naturais” quinta série | 57 |
| 5.4.2.2 Módulo educacional “Ângulos” quinta série | 57 |
| 6 CONCLUSÕES | 59 |

7 BIBLIOGRAFIA.....61

APÊNDICE A – RESULTADOS DAS AVALIAÇÕES DOS MÓDULOS EDUCACIONAIS65

A.1. Dados de entrada e saída da oitava série65

A.1.1. Módulo educacional “Segmentos/Ângulos/Triângulos”65

A.1.2. Módulo educacional “Ângulos (2)”68

A.1.3 Módulo educacional “Quadriláteros”71

A.1.4 Módulo educacional “Maior/Menor/Igual”74

A.1.5 Módulo educacional “Porcentagem”77

A.1.6 Módulo educacional “Ângulos”80

A.2. Dados de entrada da nona série.....83

A.2.1 Módulo educacional “Semelhança”83

A.2.2 Módulo educacional “Congruência de triângulos”85

A.2.3 Módulo educacional “Radicais”87

A.2.4 Módulo educacional “Números Naturais”89

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo preliminar apresenta informações sobre o estado da arte da lógica difusa na avaliação de desempenho de alunos.

1.1 ESTADO DA ARTE

Avaliação de aprendizado deve gerar subsídios ao professor de forma que este tenha condições de determinar quais são os pontos que devem ser reforçados em relação ao aprendizado do aluno. Além disso, é importante que os alunos recebam notas de acordo ao esforço de cada um a fim de não prejudicá-los em seleções futuras que sejam baseadas no aproveitamento acadêmico (SALEH e KIM, 2009).

A avaliação tradicional baseia-se apenas na taxa de acertos dos alunos nas provas, ignorando informações que podem ser relevantes, tais como, o tempo que o aluno levou em responder as questões e quais foram os níveis de complexidade e importância destas questões.

Uma forma de proporcionar uma avaliação mais completa possível para o aluno, além do método tradicional, é calcular a nota final combinando várias dimensões como a taxa de acerto, tempo necessário para responder as questões, a complexidade e a importância das questões. A combinação entre estas diferentes dimensões pode ser alcançada com a aplicação da teoria de conjuntos difusos.

Nos últimos dez anos, pesquisadores como (WEON e KIM, 2001), (BAI e CHEN, 2008) e (SALEH e KIM, 2009) tem utilizado a teoria dos conjuntos difusos na resolução de problemas em sistemas de avaliação de desempenho de alunos. Os conjuntos difusos foram introduzidos por (ZADEH, 1965). Eles se baseiam na ideia de que existem situações nas quais não está claro se um elemento pertence ou não a um determinado conjunto. Nos conjuntos clássicos, a relação de pertinência entre o elemento e o conjunto é definida como falsa (0) ou verdadeira (1). Nos conjuntos difusos, a relação de pertinência entre o elemento e o conjunto está definida entre os valores de 0 e 1.

Weon e Kim (WEON e KIM, 2001) desenvolveram um método de avaliação baseada em graus de pertinência aos conjuntos, pesos dos fatores os quais são determinados por um especia-

lista no domínio e funções matemáticas para avaliação. Neste método são considerados três fatores relevantes para realizar uma avaliação: a dificuldade, a importância e a complexidade das questões. Os autores avaliaram os acertos das respostas considerando individualmente os três fatores anteriormente mencionados, considerando os limites de tempo estabelecidos para cada questão.

Xu, Wang e Su (XU, WANG e SU, 2002), construíram um subsistema de perfis que armazena as atividades e os históricos de interação de cada aluno, assim como o progresso de aprendizagem, o tempo gasto em cada capítulo, seção, e conceito, o tempo gasto e as respostas das provas, etc. Com base em dados de perfis e outras informações relevantes, tais como a estrutura de conteúdos de aprendizagem e o modelo de aprendizagem, o subsistema é capaz de inferir e fazer um plano de aprendizagem dinâmica para um aluno em particular.

Masun, Rania e Ghias (MASUN, RANIA e GHIAS, 2006), propuseram uma nova abordagem para sistemas educacionais adaptativos baseados na web. Nesta abordagem os autores diminuem a complexidade da navegação, ao mesmo tempo permitem ao aluno tirar vantagem do material hipermídia, sem muito texto, com ligações e imagens. Aplicam os conceitos de aprendizado supervisionado de uma rede neural e a técnica da lógica difusa na construção de sistemas de ensino baseados na web.

Bai e Chen (BAI e CHEN, 2008) propuseram um método que usa funções de pertinência e regras difusas para determinar o desempenho de alunos. O grau de dificuldade foi calculado em função do acerto das respostas dos alunos e do tempo gasto para responder às questões, dessa forma os autores tentaram resolver a subjetividade do fator de dificuldade no método de Weon e Kim (WEON e KIM, 2001). A complexidade e a importância são fatores de ponderação determinados pelo especialista no domínio. No entanto, o método de Bai e Chen (BAI e CHEN, 2008) ainda tem o problema da subjetividade, já que os resultados ainda são dependentes dos diversos pesos atribuídos para cada fator de ponderação, os quais são determinados também pelo especialista no domínio.

Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009) propuseram um sistema de avaliação difusa que melhora o método de Bai e Chen. Os autores consideraram também os três fatores mencionados por Weon e Kim (WEON e KIM, 2001): a dificuldade, a complexidade e importância das questões. Para determinar o desempenho de alunos, os autores utilizaram um sistema composto por três nós ou controladores difusos (FLC, Fuzzy Logic Controller), que utilizam internamente os métodos

de fuzzificação, inferência e defuzzificação. Os nós do sistema estão interligados sequencialmente, onde a saída do último nó são os valores requeridos para calcular a pontuação final dos alunos de uma forma mais precisa, mediante o uso do acerto das respostas.

Zhang, Huang e Gao (ZHANG, HUANG e GAO, 2012) assinalaram que o objetivo da avaliação é permitir aos instrutores, descobrir quais as mudanças que podem ser feitas nos métodos de ensino ou estilo da organização do curso, ou conteúdo, procedimentos de avaliação e classificação, etc. a fim de melhorar a aprendizagem dos alunos. Com o fato da problemática na avaliação do ensino tradicional e do sistema de indicadores de avaliação, a pesquisa dos autores projetou e testemunhou a validade de um modelo de desenvolvimento do ensino de avaliação baseado na avaliação compreensiva e difusa (Fuzzy and Comprehensive Evaluation).

O projeto Conexão do Saber surgiu em 2003 como extensão das atividades desenvolvidas pelo LARCOM (Laboratório de Redes e Comunicações), junto ao projeto PGL (Partnership in Global Learning). Este projeto está presente em nove cidades do estado de São Paulo, e atende a mais de sessenta mil alunos. O núcleo do projeto Conexão do Saber é composto por módulos educacionais, que são definidos como o conjunto de atividades interativas e lúdicas que tem como objetivo complementar e/ou avaliar um conteúdo já desenvolvido com os alunos em sala de aula. Um módulo é composto de diversas atividades relacionadas a um subtópico de uma disciplina (INOCÊNCIO, 2011).

Nesta pesquisa, propomos a aplicação de conceitos apresentados nos trabalhos de Weon e Kim, Bai e Chen e Saleh e Kim na construção de um modelo de avaliação multidimensional, contemplando os três critérios mencionados pelo Weon e Kim (WEON e KIM, 2001), a dificuldade, a importância e a complexidade das questões, a fim de avaliar o desempenho de alunos em um sistema de educação mediado por computador, o Conexão do Saber. Na nossa proposta, construímos o sistema de avaliação difusa utilizando três Fuzzy Logic Controller (FLC) de forma a representar os três critérios de avaliação mencionados por Weon e Kim (WEON e KIM, 2001). Os dados de entrada para a nossa proposta foi obtida por meio de um sistema de ensino mediado por computador (EMC) chamado Conexão do Saber. Os demais dados de entrada foram obtidos pelo professor especialista nas matérias ministradas da nona série de uma escola da rede privada em Campinas que usa o sistema de Conexão do Saber. Vemos o desempenho dos alunos como resultado de uma avaliação difusa que contempla as três dimensões citadas anteriormente e que toda escola poderia adotar para o bom direcionamento dos seus alunos.

Portanto, o objetivo da pesquisa apresentada neste trabalho é avaliar de forma multidimensional o desempenho dos alunos durante a utilização dos módulos educacionais do sistema Conexão do Saber. Para isso aplicaremos os três fatores considerados por (WEON e KIM, 2001): dificuldade, complexidade e importância das atividades na avaliação do desempenho escolar. Além disso, utilizaremos o processo de fuzzificação triangular, a inferência difusa de Mamdani's, o processo de defuzzificação COG (Center Of Gravity) e FLC (Fuzzy Logic Controller) como em (SALEH e KIM, 2009).

1.2 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho está organizado como segue. No capítulo 2, apresentamos o sistema de ensino mediado por computador, Conexão do Saber. No capítulo 3 apresentamos três métodos de avaliação difusa, o método de avaliação difusa de Weon e Kim (WEON e KIM, 2001) que contempla os três fatores para avaliação do desempenho de alunos, o método de Bai e Chen (BAI e CHEN, 2008) que integra as regras difusas além dos três fatores mencionados por Weon e Kim, e finalmente o método de Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009) cuja estrutura contempla três controladores lógicos difusos e cujo processo consiste de fuzzificação, inferência e defuzzificação. No capítulo 4, apresentamos nossa proposta adaptada do sistema de Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009) para determinar o desempenho dos alunos mediante uma avaliação multidimensional. No capítulo 5, Estudo de Caso, aplicaremos a nossa proposta em uma escola da rede privada usuária do sistema Conexão do Saber. Detalharemos o procedimento do sistema proposto, assim como os resultados obtidos. No capítulo 6 apresentamos as conclusões. Finalmente, no anexo A, apresentamos os resultados desta pesquisa.

2 PRINCIPAIS CONCEITOS

Neste capítulo iremos apresentar os conceitos envolvidos no processo de avaliação multi-dimensional difuso em sistemas de ensino mediado por computador. Abordaremos primeiramente a tecnologia de informação mediada pelo computador, logo apresentaremos o Conexão do Saber como um sistema para o processo ensino-aprendizagem. Finalmente, apresentaremos o paradigma da Lógica Difusa no contexto da avaliação.

2.1 ENSINO MEDIADO POR COMPUTADOR

Nas últimas décadas, temos presenciado profundas mudanças no campo da informação e do conhecimento devidas ao avanço tecnológico. As novas tecnologias de informação e comunicação (TICs) permitem não somente mudanças no dia a dia das pessoas e nas suas relações sociais, mas também delineiam novos espaços e fontes de aprendizagem no campo educacional.

Fora do espaço escolar, o conhecimento e a informação estão cada vez mais ao alcance dos estudantes por meio de outros recursos. A televisão a cabo e a rede internet tornaram-se fontes às quais os alunos podem ter acesso para obter conhecimento sobre diversos assuntos (GREMMO, 1998). O desenvolvimento tecnológico proporciona, assim, uma nova dimensão ao processo educacional, uma dimensão que transcende os paradigmas do ensino tradicional.

Se as tecnologias fazem parte da vida do aluno fora da escola das mais diversas formas, elas também deveriam fazer parte da sua vida dentro da escola (SAMPAIO e LEITE, 2000), a despeito de muitos profissionais, entretanto, não aceitarem as mudanças advindas delas. Resistir à utilização de novas tecnologias e continuar a sentir segurança na detenção do saber e no domínio da sala de aula é muito mais cômodo. Outros, com visão mais moderna, reconhecem que este pode ser um instrumento eficaz na educação (OLIVEIRA, 2005).

O EMC leva o aprendizado para além da sala de aula, estendendo seu alcance para casas, escritórios, oficinas, fábricas, escolas e outros locais da universidade, onde os alunos possam desempenhar suas atividades. Nesse sentido, configura-se a necessidade de um mediador, o tutor, que é basicamente uma extensão do professor situada fora da sala de aula, mas ao alcance dos alunos para orientação e consultas (OLIVEIRA, 2005) e (SAMPAIO e LEITE, 2000).

O computador e a Internet, isto é, Tecnologias da Informação a serviço da Educação, formam o corpo da estrutura que pretende quebrar com os paradigmas da educação tradicional. No entanto, tais tecnologias por si só são massas amorfas e não exercem uma condição ativa sem uma alma. Essa alma é composta por uma visão construtivista da Educação, que ao se integrar com o corpo, ou seja, com as tecnologias, começam a percorrer o processo interativo do aprender-a-aprender, em vez da abordagem puramente cognitivista que domina os processos convencionais de ensino tradicional e exclusivamente presencial (OLIVEIRA, 2005).

Segundo Loyola (LOYOLLA e PRATES, 2000), a metodologia voltada para o Ensino Mediado por Computador (EMC) deve possuir algumas premissas, buscando garantir a eficácia e o sucesso dos cursos. Essas premissas são: prevalência do projeto pedagógico; adequação do projeto tecnológico ao projeto pedagógico; maximizar o grau de virtualização do curso (presencialidade mínima); desenvolver processos de acompanhamento interativo do material didático; enfatizar a articulação entre teoria e prática por meio de práticas investigativas; enfatizar o trabalho/pesquisa em grupo (teamwork/groupwork); maximizar a interação aluno-informação, aluno-professor e aluno-alunos; e maximizar a confiabilidade das avaliações.

De acordo com essas premissas, surge a necessidade de um conjunto de ferramentas pedagógicas baseadas numa abordagem construtivista, a qual “difere da escola tradicional, porque ele estimula uma forma de pensar em que o aprendiz, no lugar de assimilar o conteúdo passivamente, reconstrói o conhecimento, dando um novo significado (o que implica novo conhecimento)” (OLIVEIRA, 2005).

O estudo e a pesquisa de arquiteturas de desenvolvimento de software, em particular de software educacional, são fundamentais na busca de processos de desenvolvimento que acelerem a produção e incrementem a qualidade das ferramentas educacionais, de forma que estas possam atender requisitos pedagógicos e tecnológicos exigidos pelos educadores (INOCÊNCIO, 2011).

2.1.1 Conexão do Saber

O projeto Conexão do Saber se originou de uma participação do LaRCom (UNICAMP – Brasil) no projeto Partnership in Global Learning (PGL). O projeto estabeleceu um programa de colaboração entre a Universidade da Flórida (UF/USA), a Universidade Estadual de Campinas

(UNICAMP/Brasil), a Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-RJ/Brasil), a Fundação Getúlio Vargas (FGV/Brasil) e o Instituto de Tecnologia de Monterrey (ITESM/México).

O Conexão do Saber visa melhorar a qualidade do processo ensino-aprendizagem, auxilia o professor na preparação de sua aula virtual e o estimula a ir além da sala de aula.

Os principais objetivos do projeto Conexão do Saber são: o desenvolvimento de conteúdos didáticos multimídia, chamados módulos; o desenvolvimento de laboratórios virtuais; o estudo e implantação do sistema para gerenciamento e distribuição dos conteúdos via Internet, a formação de professores do Ensino Fundamental e de técnicos em informática.

O núcleo do Conexão do Saber é formado por módulos educacionais. Eles são definidos como conjunto de atividades interativas e lúdicas com o intuito de complementar e/ou avaliar um conteúdo já desenvolvido com os alunos em sala de aula (INOCÊNCIO, 2011). Cada disciplina é composta por vários módulos e cada módulo é composto por várias atividades. No Conexão do Saber, os instrumentos de avaliação são apenas na taxa de acertos dos alunos.

A figura 2.1 mostra os elementos de um módulo educacional (INOCÊNCIO, 2011).

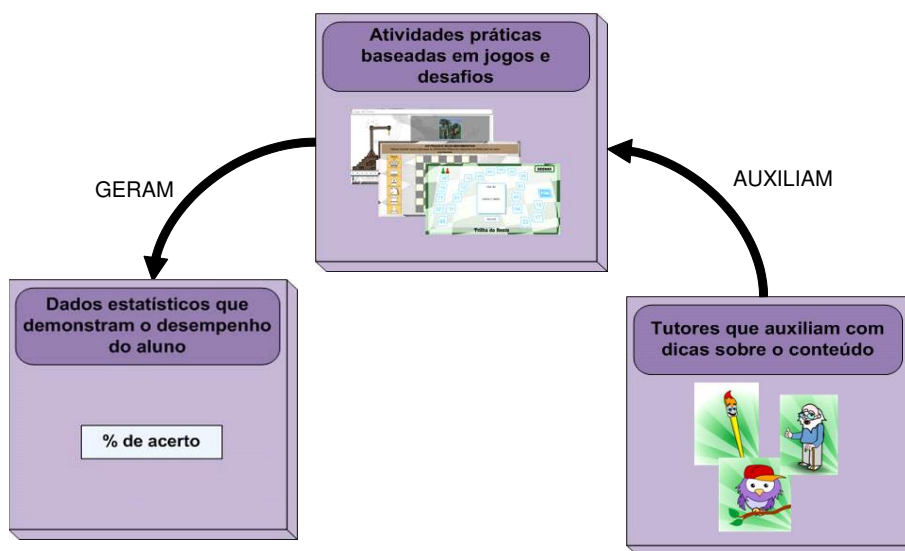


Figura 2.1 – Elementos do módulo educacional (Inocência 2011).

No projeto Conexão do Saber, destacamos os seguintes pontos importantes:

- Conteúdo didático multimídia, chamado módulo educacional digital.
- Jogos educacionais, que permitem ao aluno aprender de forma mais agradável.

➤ Formação de professores do Ensino Fundamental e Educação Infantil.

Módulo educacional pode ser definido como o conjunto de atividades interativas e lúdicas com o intuito de complementar e/ou avaliar um conteúdo já desenvolvido com os alunos em sala de aula (INOCÊNCIO, 2011).

2.2 LÓGICA DIFUSA

Na teoria de conjuntos clássica, um elemento pertence ou não a um determinado conjunto, o qual é definido por uma função chamada de função característica. Assim, dado um conjunto de elementos U , e um subconjunto A pertencente a U , a função característica associada ao subconjunto A é definida como segue:

$$\mu_A(x): U \rightarrow \{0,1\}, \quad \text{onde } x \in U \quad (2.1)$$

$$\mu_A(x) = 1 \text{ se } x \in A \text{ e } \mu_A(x) = 0 \text{ se } x \notin A \quad (2.2)$$

Dado que na teoria dos conjuntos clássicos um elemento pertence totalmente a um conjunto ou não, Zadeh (ZADEH, 1965) definiu os conjuntos difusos mais amplamente, como a existência de elementos que pertencem a um conjunto mais do que outros. A função característica deste conjunto define se um elemento pertence ou não a um conjunto difuso no intervalo dos reais entre 0 e 1, ao invés de apenas 0 ou 1 como na teoria clássica. Assim, dado um conjunto de elementos U , um subconjunto difuso A de U é associado com uma função característica conforme a fórmula a seguir:

$$\mu_A(x): U \rightarrow [0,1] \quad (2.3)$$

Na teoria dos conjuntos difusos, a função característica é normalmente chamada de função de pertinência, sendo que o valor 0 indica uma completa exclusão e o valor 1 representa uma completa pertinência de um elemento no conjunto, e os valores intermediários representam o grau de pertinência do elemento no conjunto. Por exemplo, nos conjuntos clássicos o desempenho de

um aluno pode ser calculado de acordo com conceitos já definidos pelo professor especialista em uma disciplina, cujos valores são apresentados na figura 2.2. Para expressar a ideia de que alunos conseguiram um desempenho “B”, é apresentada a tabela 2.1, onde se pode utilizar a função característica dos conjuntos clássicos (sim ou não).

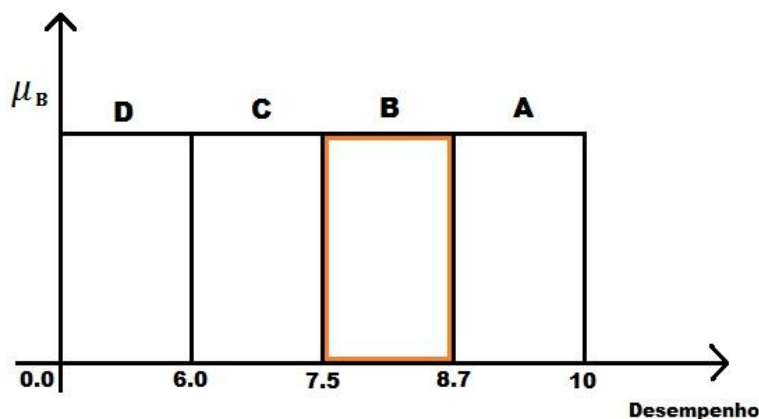


Figura 2.2 – Representação da função característica para o conjunto do conceito

Nos conjuntos difusos, por exemplo, para expressar o desempenho de um aluno por volta do conceito “B”, pode-se utilizar uma função de pertinência triangular como na figura 2.3, que quando mais perto de 8,7 mais se identifica com o conceito representado, conforme na tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Desempenho de alunos para o conceito B em uma avaliação clássica.

| ALUNO | NOTA | CONCEITO B |
|----------|------|------------|
| Luciana | 8.2 | Sim |
| Nathalia | 10 | Não |
| Rafaela | 8.8 | Não |
| Raquel | 6.9 | Não |
| Thiago | 7.8 | Sim |
| Yohan | 9.0 | Não |

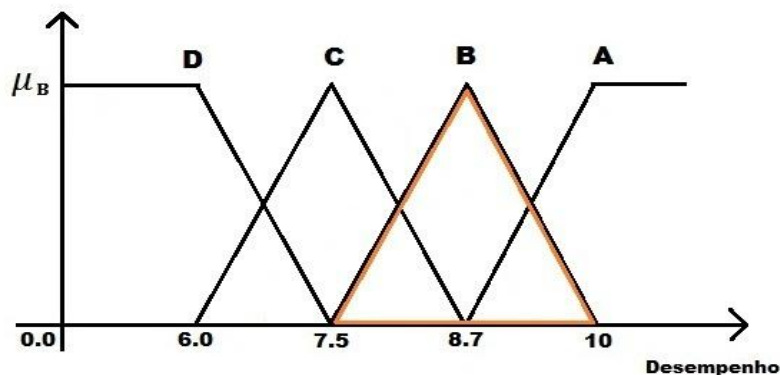


Figura 2.3 – Representação da função de pertinência para o conjunto da variável linguística B

Um conjunto A, da teoria dos conjuntos clássicos, pode ser visto como um conjunto difuso específico, denominado frequentemente de crisp, para o qual a pertinência é do tipo “tudo ou nada”, “sim ou não”, e não progressivo como para os conjuntos difusos (YAGER e FILEV, 1994).

Tabela 2.2 – Desempenho de alunos para o conceito B na lógica difusa

| ALUNO | NOTA | CONCEITO B |
|----------|------|------------|
| Luciana | 8.2 | 0.58 |
| Nathalia | 10 | 0.00 |
| Rafaela | 8.8 | 0.92 |
| Raquel | 6.9 | 0.00 |
| Thiago | 7.8 | 0.25 |
| Yohan | 9.0 | 0.77 |

Os conjuntos difusos são úteis para representar conceitos com limites imprecisos. Por exemplo, assumimos um conjunto de temperaturas X como universo de discurso. Se quisermos representar um subconjunto de temperaturas altas, o uso de conjuntos difusos nos livra da restrição de ter que categorizar cada temperatura como sendo um membro ou não deste conjunto, e nos permite caracterizar de forma mais natural usando os graus de pertinência. Esta capacidade de representar conceitos imprecisos mais naturalmente é importante para sistemas de avaliação, pois nos permite representar tipos de conceitos usados pelos humanos, como baixo, médio, alto, jovem, pequeno, gordo, etc. (YAGER e FILEV, 1994). Se nosso universo de discurso for o conjun-

to de notas de um aluno, conceitos como A, B, próximo de B, e assim por diante, também são representados de uma forma mais natural como um conjunto difuso do que como um conjunto crisp.

2.2.1 Operação com conjuntos difusos

Sejam A e B dois conjuntos difusos em U com suas funções de pertinência μ_A e μ_B , respectivamente. As operações padrão de conjuntos como união, intersecção e complementação para conjuntos difusos são definidas pelas suas funções de pertinência e a definição padrão dessas operações é baseada nos operadores de mínimo (\min) e máximo (\max), como segue:

- ❖ **União:** A união entre dois conjuntos difusos A e B de U , denotado por $A \cup B$ é um conjunto difuso da forma seguinte:

$$A \cup B = \max\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$$

- ❖ **Intersecção:** A intersecção entre dois conjuntos difusos A e B de U , denotado por $A \cap B$ é um conjunto difuso da forma seguinte:

$$A \cap B = \min\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$$

- ❖ **Complemento:** O complemento de um conjunto difuso A , denotado por $\neg A$ é um conjunto difuso da forma seguinte:

$$\neg A = 1 - \mu_A(u)$$

Estas operações funcionam exatamente como as operações correspondentes para conjuntos clássicos quando os graus de pertinência são limitados aos elementos do conjunto $\{0,1\}$, ou seja, as operações difusas são generalizações das operações correspondentes dos conjuntos clássicos.

2.2.2 Variáveis linguísticas

A teoria dos conjuntos difusos é capaz de tratar situações complexas e imprecisas. Ela também nos permite trabalhar com menos variáveis numéricas e precisas, chamadas variáveis

linguísticas. Variáveis linguísticas são variáveis cujos valores são palavras em linguagem natural representadas em conjuntos difusos. Uma variável linguística pode possuir um número infinito de elementos. Por exemplo, a variável linguística idade poderia assumir as seguintes definições: jovem, idoso, muito jovem, e assim por diante. Por outro lado, os valores numéricos poderiam assumir valores entre 1 e 120.

Com o conceito de variáveis linguísticas, problemas imprecisos e complexos passam a ser manipuláveis. Outra característica destas variáveis é que permitem estimativas numéricas de termos da linguagem natural. Isso evita a falsa precisão que as estimativas numéricas podem fornecer, permitindo determinar estimativas mais razoáveis, mesmo com a escassez de dados.

Segundo Zadeh (ZADEH, 1965), uma variável linguística é caracterizada pela quintupla (L, T, X, G, M) , onde:

L - é o nome da variável linguística.

T - são os termos linguísticos dos subconjuntos difusos do universo de discurso.

X - é o universo de discurso.

G - é uma regra sintática para a geração dos termos dos valores de L .

M - é uma regra semântica que associa cada valor de X com seu significado.

Na avaliação difusa do desempenho do aluno no capítulo 4, para cada uma das variáveis, definem-se cinco rótulos: baixo, mais ou menos baixo, médio, mais ou menos alto e alto. Por exemplo, para a caracterização da variável linguística da dificuldade, na avaliação do desempenho do aluno, tem-se:

L - Dificuldade.

$T = \{\text{baixo, mais ou menos baixo, médio, mais ou menos alto, alto}\}.$

$X = \{0, 10\}.$

$G = \text{Se acerto entre 7.5 e 9.0 então } T(\text{acerto}) = \text{mais ou menos alto}.$

$M = \{(x, \mu_1(x)); (x, \mu_2(x)); (x, \mu_3(x)); (x, \mu_4(x)); (x, \mu_5(x))\}$

Os estados de cada variável linguística são expressos por termos linguísticos interpretados como números difusos específicos, os quais são definidos em termos de uma variável base, cujos

valores são números reais dentro de um alcance específico (KLIR e YUAN, 1995). Uma variável base é uma variável no sentido clássico, como “temperatura”, “pressão”, “desempenho”, “idade”, etc. Os termos linguísticos, de uma variável linguística, representam os valores aproximados de uma variável base para uma aplicação em particular.

Os conjuntos difusos que representam as restrições associadas aos valores de uma variável linguística são as subclasses dos elementos no universo considerado. Segundo Zadeh (ZADEH, 1965), uma variável difusa é representada por uma tripla e assim, variáveis linguísticas assumem variáveis difusas como seus valores. (YAGER e FILEV, 1994) propõe a utilização de variáveis difusas oriundas de conjuntos difusos que se originam de intervalos limitados por restrições não difusas. A variável difusa será um rótulo para os conjuntos difusos.

2.2.3 Regras difusas

A base de regras difusas é a parte central do controlador difuso e este representa a "inteligência" em qualquer algoritmo de controle difuso. É aqui onde o conhecimento do projetista e sua experiência devem ser corretamente interpretados e organizados em um apropriado conjunto de regras (KOVACIC e BOGDAN, 2005).

A base de regras contém um conjunto de regras-proposições difusas onde as variáveis antecedentes-consequentes são variáveis linguísticas e os possíveis valores de uma variável linguística são representados por conjuntos difusos. Uma proposição difusa expressa relações entre variáveis linguísticas e conjuntos difusos. As proposições podem estar no formato SE-ENTÃO, como por exemplo:

$$\text{SE o acerto é alto E o tempo é baixo ENTÃO a dificuldade é média} \quad (2.4)$$

Sendo que em (2.4) alto, baixo e média são conjuntos difusos, e o acerto, o tempo e a dificuldade são variáveis linguísticas. O acerto e o tempo são os antecedentes (premissa) e a dificuldade é o consequente.

2.2.4 Mecanismos de inferência

O mecanismo busca como interpretar o significado de cada regra, isto é, como determinar a influência produzida pela parte antecedente da regra difusa na parte consequente da mesma regra. O procedimento para analisar esta influência é denominado implicação difusa. Existem muitas formas possíveis para definir uma implicação difusa (MIZUMOTO, 1988), mas em aplicações de controle geralmente a mais preferida é a implicação mínimo ou Mandani, como segue:

$$\alpha_{ik} = \max_{\{(\ell_1, \ell_2) | \mathcal{R}_D(\ell_1, \ell_2) = k\}} \{\min(fp_{i, \ell_1}, fq_{i, \ell_2})\} \quad (2.5)$$

Em (2.5), α_{ik} é saída do mecanismo de inferência para P_i e Q_i no conjunto difuso k . As variáveis ℓ_1 e ℓ_2 são os níveis difusos associados ao valor difuso fp e fq respectivamente.

2.2.5 Defuzzificação

Este processo transforma os resultados difusos da inferência em valores de saída numéricos. Esta saída é obtida de acordo com o mecanismo de inferência, com as funções de pertinência das variáveis linguísticas da parte consequente das regras para obter um valor de saída crisp. Nessa etapa as regiões resultantes são convertidas em valores de saída numéricos do sistema. Há vários tipos de defuzzificação. No entanto, o valor de saída crisp é frequentemente calculado de acordo com o princípio de centro de gravidade (COG - do inglês center of gravity), como segue:

$$y_i = \int x \cdot \mu(x) dx / \int \mu(x) dx \quad (2.6)$$

Em (2.6) a integral assume o limite inteiro da saída e $\mu(x)$ representa o valor obtido da inferência

3 MÉTODO DE AVALIAÇÃO

Neste capítulo abordaremos o estudo de três métodos de avaliação difusa do desempenho escolar. Primeiramente apresentaremos o método de Weon e Kim (WEON e KIM, 2001) que é baseada em graus de pertinência e pesos dos fatores predefinidos pelo especialista. Abordamos o método de Bai e Chen (BAI e CHEN, 2008) que utiliza funções de pertinência e regras difusas na avaliação do desempenho de alunos. Finalmente, apresentamos o método de Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009) que apresenta um sistema difuso para de avaliação do desempenho escolar, baseado em controladores lógicos difusos (FLC, Fuzzy Logic Controller).

3.1 MÉTODO DE WEON E KIM (2001)

Weon e Kim (WEON e KIM, 2001) argumentaram em seu trabalho que os métodos convencionais de avaliação do desempenho escolar não são satisfatórios na tarefa de determinar uma nota que seja justa na representação do desempenho do aluno. Isso se deve aos diferentes critérios de avaliação que são adotados pelos professores, como participação em sala de aula, realização de tarefas, frequência, provas, entre outras. Para tentar solucionar estes inconvenientes, os autores propuseram uma nova estratégia de avaliação baseada em expressões linguísticas e em três fatores frequentemente influentes em uma avaliação de desempenho escolar: a complexidade, a importância e a dificuldade de cada uma das questões propostas na avaliação. Os autores adicionalmente consideraram o tempo gasto para resolver uma questão, de essa forma limitar as dimensões dos três fatores citados anteriormente.

O método proposto pelos autores determina o desempenho dos alunos individualmente mediante quatro critérios de avaliação: limite de tempo, importância, complexidade e dificuldade das questões. A avaliação do desempenho dos alunos neste método se dá em duas etapas.

Na primeira etapa, os autores determinam o resultado parcial da avaliação do desempenho dos alunos mediante a avaliação individual de cada questão, empregando para isso funções de pertinência difusa as quais são definidas pelos próprios autores. Nesta etapa são calculados os acertos finais de cada questão, por meio da soma dos acertos das subquestões em que cada questão é dividida. Cada acerto final obtido é normalizado aplicando a média aritmética das subques-

tões associadas a cada questão. Para finalizar esta primeira etapa, os valores normalizados obtidos são avaliados nas funções de pertinências difusas, associadas aos conjuntos difusos definidos no domínio das questões.

Na segunda etapa, os autores determinam o resultado final da avaliação do desempenho dos alunos por meio da soma dos acertos finais de cada questão. O resultado final obtido é normalizado, aplicando a média aritmética das subquestões associadas a cada questão. O valor normalizado obtido é avaliado sobre as funções de pertinências associadas a cada conjunto difuso. O resultado da avaliação determina o desempenho do aluno de acordo com o critério de avaliação utilizado: o limite de tempo, a importância, a complexidade e a dificuldade das questões.

As etapas de avaliação do método de Weon e Kim (WEON e KIM, 2001) são apresentadas de forma resumida nas seções seguintes.

3.1.1 Cálculo do acerto da resposta de acordo com o tempo

Os autores assumem que há uma série de questões P_1, P_2, \dots, P_n no domínio de questões P , onde P_i é a i -ésima questão em P , e $1 \leq i \leq n$. Consideram também que cada P_i tem várias subquestões $P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{im}$.

Então, o acerto da resposta de P_i é definido como segue:

$$Acerto(P_i) = Acerto(P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{im}) \quad (3.1)$$

$$Acerto(P_i) = \bigcup_{i=1}^n \left\{ P_i, \sum_{j=1}^m (\mu_{P_{ij}} \times \mu_{T_{ij}}) \right\} \quad (3.2)$$

Em (3.2), P_i é a i -ésima questão no domínio de P , $\mu_{P_{ij}}$ é o grau de pertinência do acerto da resposta da j -ésima subquestão de P_i . $\mu_{P_{ij}}$ é igual a 1 quando P_{ij} for correta e $\mu_{P_{ij}}$ é igual a 0 quando P_{ij} for errada. O $\mu_{T_{ij}}$ é o grau de pertinência do tempo que é necessário para resolver a subquestão P_{ij} , calculado pela função inversa sigmoide conforme em (3.3).

$$\mu_{T_{ij}} = \begin{cases} 1, & \text{if } v \leq \alpha, \\ 1 - 2 \left(\frac{v - \alpha}{\gamma - \alpha} \right)^2, & \text{if } \alpha < v \leq \beta, \\ 2 \left(\frac{v - \gamma}{\gamma - \alpha} \right)^2, & \text{if } \beta \leq v < \gamma \\ 0, & \text{if } v \geq \gamma \end{cases} \quad (3.3)$$

Em (3.3), v representa o tempo que foi necessário para resolver a questão P_{ij} , α representa o limite menor do tempo para P_{ij} , γ representa o limite superior do tempo para P_{ij} . Tanto α como γ são determinados pelo especialista, e finalmente $\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2}$.

3.1.2 Cálculo do acerto da resposta de acordo com a importância

Weon e Kim (WEON e KIM, 2001) definem a importância como um critério que indica o quão relevante é o assunto abordado pela questão, com o propósito de guiar o aprendizado do aluno em uma avaliação. Os autores categorizam a importância em três atributos difusos: *IMPORTANT*, *MEDIUM* e *NOT IMPORTANT*, e são assignados a cada questão P_i pelo especialista no domínio. Estes atributos difusos vão influenciar no valor de k presente em (3.4). Isso significa que se um aluno resolve uma questão que tem uma importância alta (*IMPORTANT*), então o valor de k é definido como 0,5. Por outro lado, se um aluno resolve uma questão que tem uma importância baixa (*NOT IMPORTANT*), então o valor de k é definido como 2. Por fim, se um aluno resolve uma questão cuja importância é média (*MEDIUM*), então o valor de k é definido como 1.

O cálculo do acerto da resposta considerando a importância é feito conforme em (3.4):

$$Acerto_I(P_i) = (P_1, Acerto(P_1)), (P_2, Acerto(P_2)), \dots, (P_n, Acerto(P_n))$$

$$Acerto_I(P_i) = \bigcup_{i=1}^n \left\{ P_i, \sum_{j=1}^m (\mu_{P_{ij}} \times \mu_{T_{ij}}^k) \right\} \quad (3.4)$$

3.1.3 Cálculo do acerto da resposta de acordo com a complexidade

Weon e Kim (WEON e KIM, 2001) definem a complexidade como um critério que indica a habilidade do aluno em dar a resposta certa de acordo com um tempo predeterminado. Isso significa que, quanto mais tempo os alunos levam para responder uma questão, mais complexa é a questão. Da mesma forma, quanto menos tempo os alunos levam em responder uma questão, menos complexa é a questão. Os autores, portanto, consideram os tempos disponibilizados aos alunos um elemento muito importante para determinar o acerto das respostas de acordo com a complexidade das questões. Desta forma, assuntos relacionados com a complexidade são resolvidos ajustando o limite de tempo apropriadamente. Este ajuste do limite de tempo é efetuado de acordo com o desvio padrão (σ), o qual é calculado com base no tempo gasto que levaram os alunos para responder as questões.

A complexidade também é dividida pelos autores em três categorias ou atributos difusos: *COMPLEX*, *MEDIUM* e *SIMPLE*, e são associados a cada questão P_i pelo especialista no domínio. Se a complexidade da questão é alta (*COMPLEX*) então incrementam o limite do tempo tanto como o σ , se a complexidade da questão é média (*MEDIUM*) então mantêm o limite do tempo inicial, e se a complexidade da questão é baixa (*SIMPLE*) então diminuem o limite do tempo tanto como o σ .

Weon e Kim (2001) calculam o acerto da resposta de acordo com a complexidade das questões usando a fórmula (3.5):

$$Acerto_C(P_i) = (P_1, Acerto(P_1)), (P_2, Acerto(P_2)), \dots, (P_n, Acerto(P_n))$$

$$Acerto_C = \bigcup_{i=1}^n \left\{ P_i, \sum_{j=1}^m (\mu_{P_{ij}} \times \mu_{T_{ij}}^k) \right\} \quad (3.5)$$

Em (3.5), o k é o peso do fator, que é o peso do critério da complexidade, P_i é a i -ésima questão, $\mu_{P_{ij}}$ é o grau de pertinência do acerto da resposta da j -ésima subquestão da questão P_i ,

$\mu_{T_{ij}}$ é o grau de pertinência do tempo que levam os alunos para responder a questão e é definida conforme em (3.6):

$$\mu_{T_{ij}} = \begin{cases} 1, & \text{if } v \leq \alpha, \\ 1 - 2 \left(\frac{v - \alpha}{\gamma' - \alpha} \right)^2, & \text{if } \alpha < v \leq \beta', \\ 2 \left(\frac{v - \gamma'}{\gamma' - \alpha} \right)^2, & \text{if } \beta' \leq v < \gamma', \\ 0, & \text{if } v \geq \gamma' \end{cases} \quad (3.6)$$

Em (3.6), v representa o tempo da solução da questão P_{ij} , α representa o limite menor do tempo para P_{ij} , γ representa o limite superior do tempo para P_{ij} , tanto α como γ são determinados pelo especialista, $\gamma' = \gamma + \sigma$, e $\beta' = \frac{\alpha + \gamma'}{2}$.

3.1.4 Cálculo do acerto da resposta de acordo com a dificuldade

Weon e Kim (WEON e KIM, 2001) definem a dificuldade como um critério que indica o nível de conhecimento do aluno sobre o domínio da questão. Os autores categorizam a dificuldade em três conjuntos difusos: *DIFFICULT*, *MEDIUM* e *EASY*, e são associados a cada questão P_i pelo especialista no domínio. O peso do fator h presente em (3.7), que é o peso do critério da dificuldade nessa questão, aumenta se o aluno resolver uma questão que tem uma dificuldade alta (*DIFFICULT*) e o valor do fator h é definido como 0,25. Se o aluno resolver uma questão que tem uma dificuldade baixa (*EASY*), o valor do fator h é definido como 1. E por fim, se o aluno resolve uma questão cuja dificuldade é média (*MEDIUM*) então o valor do fator h é definido como 0,5. Weon e Kim (2001) calculam o acerto das respostas, considerando a dificuldade das questões, usando (3.7):

$$Acerto_D(P_i) = (P_1, Acerto(P_1)), (P_2, Acerto(P_2)), \dots, (P_n, Acerto(P_n))$$

$$Acerto_D = \bigcup_{i=1}^n \left\{ P_i, \sum_{j=1}^m (\mu_{P_{ij}} \times \mu_{T_{ij}}^h) \right\} \quad (3.7)$$

Em (3.7), $\mu_{T_{ij}}$ é o grau de pertinência do tempo que é necessário para resolver a questão P_{ij} o qual é calculado pela função inversa sigmoide conforme (3.3).

3.1.5 Funções de Avaliação e Avaliação Difusa

Weon e Kim (WEON e KIM, 2001) efetuam o processo de normalização, que consiste no cálculo da média dos acertos das subquestões, de acordo com o tempo, a importância, a complexidade e a dificuldade das questões. Para isso os autores usam as fórmulas (3.8), (3.9), (3.10) e (3.11) para normalizar os valores obtidos nas fórmulas (3.2), (3.4), (3.5) e (3.7).

$$NORM(Acerto(P_i)) = Acerto(P_i)/m \quad (3.8)$$

$$NORM(Acerto_I(P_i)) = Acerto_I(P_i)/m \quad (3.9)$$

$$NORM(Acerto_C(P_i)) = Acerto_C(P_i)/m \quad (3.10)$$

$$NORM(Acerto_D(P_i)) = Acerto_D(P_i)/m \quad (3.11)$$

Em (3.8), (3.9), (3.10) e (3.11), m é o número de subquestões para cada questão, onde $1 \leq i \leq n$. As fórmulas (3.12), (3.13), (3.14) e (3.15) são os processos para o cálculo da normalização no domínio total da questão.

$$NORM(Acerto(P)) = Acerto(P)/(m \times n) \quad (3.12)$$

$$NORM(Acerto_I(P)) = Acerto_I(P)/(m \times n) \quad (3.13)$$

$$NORM(Acerto_C(P)) = Acerto_C(P)/(m \times n) \quad (3.14)$$

$$NORM(Acerto_D(P)) = Acerto_D(P)/(m \times n) \quad (3.15)$$

Em (3.12), (3.13), (3.14) e (3.15), n é o número de questões e m é o número de subquestões.

Weon e Kim (WEON e KIM, 2001) definiram cinco funções de pertinência para avaliar o desempenho dos alunos por meio dos acertos das respostas e os valores normalizados:

$$\text{"Very Good"} = x^2, \quad \text{se } x = 1 \quad (3.16)$$

$$\text{"Good"} = x, \quad \text{se } 0 < x < 1 \quad (3.17)$$

$$\text{"Medium"} = \begin{cases} 2x, & \text{se } 0 < x < 0.5 \\ -2x + 2, & \text{se } 0.5 < x < 1 \end{cases} \quad (3.18)$$

$$\text{"Bad"} = -x, \quad \text{se } 0 < x < 1 \quad (3.19)$$

$$\text{"Very Bad"} = (-x + 1)^2, \quad \text{se } x = 0 \quad (3.20)$$

Em (3.16), (3.17), (3.18), (3.19) e (3.20), x representa o valor do acerto da resposta normalizado a ser avaliado.

Uma vez que os acertos das respostas foram calculados pelas fórmulas (3.2), (3.4), (3.5) e (3.7), cada questão é normalizada pelas fórmulas (3.12) à (3.15), e o acerto da resposta normalizada é avaliada linguisticamente por uma das funções de pertinência difusa, fórmulas (3.16) à (3.20).

Pode-se observar que, o valor normalizado do acerto da resposta poderia ser avaliado por mais de duas funções de pertinência. Nesse caso, os autores consideraram que a função de pertinência que tivesse o maior grau de pertinência seria considerada como a variável linguística difusa adequada.

Os processos da avaliação difusa dos valores normalizados são apresentados nas fórmulas (3.21) à (3.24).

Avaliação difusa considerando o tempo gasto em responder as questões.

$$EVAL(P) = \bigcup_{i=1}^n \{P_i, NORM(Acerto(P_i))\}$$

$$EVAL(P) = \bigcup_{i=1}^n \left\{ P_i, FUZZSET_j \left(MAX \left(NORM_{j=1}^k (Acerto(P_i)) \right) \right) \right\} \quad (3.21)$$

Avaliação difusa considerando a importância das questões.

$$EVAL(P) = \bigcup_{i=1}^n \{P_i, NORM(Acerto_I(P_i))\}$$

$$EVAL(P) = \bigcup_{i=1}^n \left\{ P_i, FUZSET_j \left(MAX \left(NORM_{j=1}^k (Acerto_I(P_i)) \right) \right) \right\} \quad (3.22)$$

Avaliação difusa considerando a complexidade das questões.

$$EVAL(P) = \bigcup_{i=1}^n \{P_i, NORM(Acerto_C(P_i))\}$$

$$EVAL(P) = \bigcup_{i=1}^n \left\{ P_i, FUZSET_j \left(MAX \left(NORM_{j=1}^k (Acerto_C(P_i)) \right) \right) \right\} \quad (3.23)$$

Avaliação difusa considerando a dificuldade das questões.

$$EVAL(P) = \bigcup_{i=1}^n \{P_i, NORM(Acerto_D(P_i))\}$$

$$EVAL(P) = \bigcup_{i=1}^n \left\{ P_i, FUZSET_j \left(MAX \left(NORM_{j=1}^k (Acerto_D(P_i)) \right) \right) \right\} \quad (3.24)$$

Em (3.21) à (3.24), $FUZSET_j(MAX(P_i))$ denota o conjunto difuso que tem o maior grau de pertinência quando o valor normalizado do acerto $Acerto(P_i)$ do problema P_i pertence a vários conjuntos difusos.

Resumindo, o método de Weon e Kim (WEON e KIM, 2001) calcula os acertos das respostas de cada subquestão conforme o critério de avaliação utilizado. Obtêm os acertos de cada

questão como a soma dos acertos das respostas das subquestões. Os autores normalizam esses valores para finalmente calcular o desempenho do aluno avaliando os valores normalizados nas funções de pertinências difusas associadas aos conjuntos difusos. O método dos autores produzem quatro resultados finais de acordo com o tipo de avaliação utilizado, o tempo gasto, a importância, a complexidade ou dificuldade das questões respectivamente.

3.2 MÉTODO DE BAI E CHEN (2008)

Bai e Chen (BAI e CHEN, 2008) propuseram um método para avaliar o desempenho acadêmico dos alunos usando funções de pertinência e regras difusas. O método proposto pelos autores considera os três critérios importantes mencionados por Weon e Kim (WEON e KIM, 2001) para uma avaliação mais confiável: a dificuldade, a importância e complexidade das questões.

O método proposto pelos autores se inicia com o cálculo das notas dos alunos em cada questão formando a matriz taxa de acertos. É construída também a matriz taxa de tempos, formada a partir do tempo gasto pelos alunos em resolver as questões. Outra matriz contém a pontuação máxima possível de cada questão, chamada matriz de pesos das questões. Os valores definidos pelo especialista no domínio para a importância e a complexidade de cada questão, são armazenados nas respectivas matrizes. E por fim, os autores definem as funções de pertinência difusas associadas aos cinco conjuntos difusos: “baixo”, “mais ou menos baixo”, “médio”, “mais ou menos alto” e “alto”.

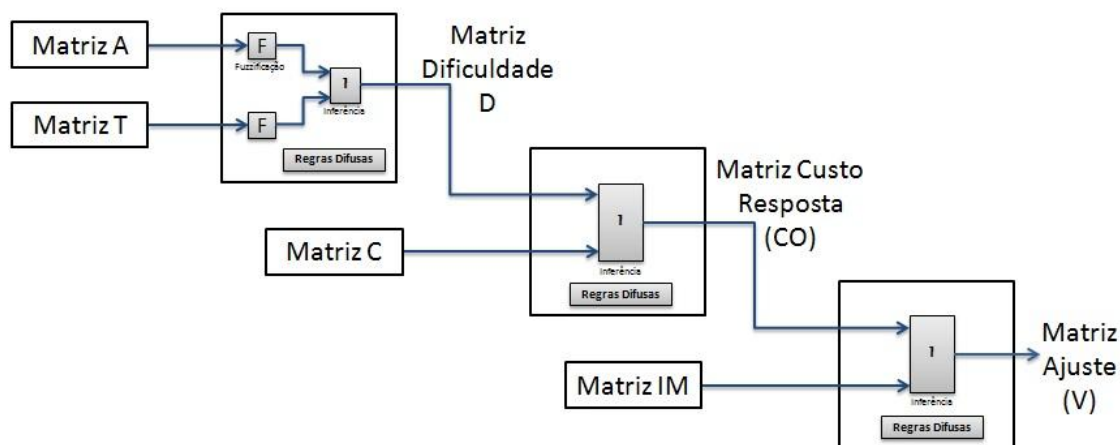


Figura 3.1 – Modelo de Bai e Chen (2008)

Inicialmente, Bai e Chen (BAI e CHEN, 2008) calculam as notas com base apenas no cruzamento da matriz de acerto das respostas e a matriz de pesos das questões. Contudo, esta solução pode gerar alunos empatados com a mesma nota final. O método proposto pelos autores, então, reclassifica os alunos empatados mediante a obtenção de valores de ajuste, utilizando funções de pertinências, regras difusas e considerando a dificuldade, a complexidade e a importância das questões.

Os autores executam a inferência difusa sobre as matrizes taxa de acertos e taxa de tempos junto com as regras difusas associadas a estas matrizes, para obter a dificuldade das questões. Tendo a matriz de dificuldade e a matriz de complexidade, executa-se a inferência difusa utilizando as regras difusas correspondentes a estas matrizes, obtendo a matriz de esforço. E por fim, executa-se a inferência difusa sobre a matriz de esforço e a matriz de importância para obter o ajuste dos pesos das questões. Vide a figura 3.1.

Tendo os valores de ajuste, os autores calculam os valores finais de ajuste requeridos de cada questão, utilizando para isso os valores de defuzzificação associados a cada conjunto difuso. Baseado nos valores finais de ajuste requeridos, os autores calculam um valor para cada aluno empatado na classificação tradicional por meio de uma fórmula definida por Bai e Chen (BAI e CHEN, 2008), chamada soma da diferença. O valor calculado serve para desempatar alunos na classificação tradicional, dessa forma os autores obtêm uma nova classificação dos alunos que tem a mesma pontuação final. O método destes autores é apresentado passo a passo nas próximas seções.

3.2.1 Definições iniciais

Bai e Chen (BAI e CHEN, 2008) definem seus dados de entrada como matrizes, as quais contem os acertos das respostas, o tempo gasto em responder cada questão, os pesos de cada questão e a importância e a complexidade que estão associadas às questões.

Os autores assumem que há n alunos que respondem m questões, formando assim a matriz de taxa de acertos A , conforme (3.25) e (3.26).

$$A = [a_{ij}], \quad m \times n \quad (3.25)$$

$$A = \begin{matrix} & S_1 & S_2 & \cdots & S_n \\ \begin{matrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3.26)$$

Em (3.25), $a_{ij} \in [0,1]$ e denota a taxa de certo da resposta do j -ésimo aluno S_j na i -ésima questão Q_i , onde $1 \leq i \leq m$ e $1 \leq j \leq n$.

O tempo que os alunos demoram em responder cada questão é dado pela matriz taxa de tempo gasto T , conforme (3.27) e (3.28).

$$T = [t_{ij}], \quad m \times n \quad (3.27)$$

$$T = \begin{matrix} & S_1 & S_2 & \cdots & S_n \\ \begin{matrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \cdots & t_{1n} \\ t_{21} & t_{22} & \cdots & t_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{m1} & t_{m2} & \cdots & t_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3.28)$$

Em (3.27), $t_{ij} \in [0,1]$ e denota o tempo gasto do j -ésimo aluno S_j em responder a i -ésima questão Q_i , onde $1 \leq i \leq m$ e $1 \leq j \leq n$.

Bai e Chen (BAI e CHEN, 2008) define a matriz de pesos G , que contem a valor máximo de cada questão, conforme (3.29) e (3.30).

$$G = [g_i], \quad m \times 1 \quad (3.29)$$

$$G = \begin{matrix} \begin{matrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_m \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3.30)$$

Em (3.29), $g_i \in [1, 100]$ e denota o valor máximo para o peso da questão Q_i . A soma de todos os pesos deve ser igual a 100, e $1 \leq i \leq m$.

Os autores apresentam a matriz de importância I , cujos valores indicam o quão relevante é o assunto abordado pelas questões. A matriz de importância I é definida conforme (3.31) e (3.32).

$$I = [i_{ik}], \quad m \times \ell \quad (3.31)$$

$$I = \begin{matrix} & \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 & \ell_4 & \ell_5 \\ \begin{matrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & c_{m3} & c_{m4} & c_{m5} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3.32)$$

Em (3.31) e (3.32), $i_{ik} \in [0,1]$ e denota o grau de pertinência da i -ésima questão Q_i do nível de importância k onde $1 \leq i \leq m$ e $1 \leq k \leq 5$. Os $\ell_1, \ell_2, \ell_3, \ell_4$ e ℓ_5 são os níveis de importância e representam os cinco conjuntos difusos definidos pelo especialista no domínio da importância das questões.

Por fim, os autores apresentam a matriz de complexidade C , cujos valores indicam a habilidade dos alunos em dar as respostas certas em um tempo predeterminado. Esta matriz é determinada por um especialista no domínio das questões e é definida conforme (3.33) e (3.34) respectivamente.

$$C = [c_{ik}], \quad m \times \ell \quad (3.33)$$

$$C = \begin{matrix} & \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 & \ell_4 & \ell_5 \\ \begin{matrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & c_{m3} & c_{m4} & c_{m5} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3.34)$$

Em (3.33) e (3.34), $c_{ik} \in [0,1]$ e denota o grau de pertinência da i -ésima questão Q_i do nível de complexidade k onde $1 \leq i \leq m$ e $1 \leq j \leq 5$. Os $\ell_1, \ell_2, \ell_3, \ell_4$ e ℓ_5 são os níveis de complexidade e representam os cinco conjuntos difusos definidos pelo especialista no domínio da

complexidade das questões. Cada nível de importância ou complexidade representa um conjunto difuso definido da seguinte forma:

- $k = 1$, representa o primeiro conjunto difuso ou nível um (ℓ_1) e está associado ao termo linguístico “baixo”.
- $k = 2$, representa o segundo conjunto difuso ou nível dois (ℓ_2) e está associado ao termo linguístico “mais ou menos baixo”.
- $k = 3$, representa o terceiro conjunto difuso ou nível três (ℓ_3) e está associado ao termo linguístico “médio”.
- $k = 4$, representa o quarto conjunto difuso ou nível quatro (ℓ_4) e está associado ao termo linguístico “mais ou menos alto”.
- $k = 5$, representa o quinto conjunto difuso ou nível cinco (ℓ_5) e está associado ao termo linguístico “alto”.

Bai e Chen (BAI e CHEN, 2008) utilizaram os mesmos conjuntos difusos para o processo de fuzzificação, inferência e defuzzificação na definição da dificuldade, o esforço e o ajuste das questões.

Na figura 3.2 são apresentadas as funções de pertinência dos cinco conjuntos difusos utilizados pelos autores.

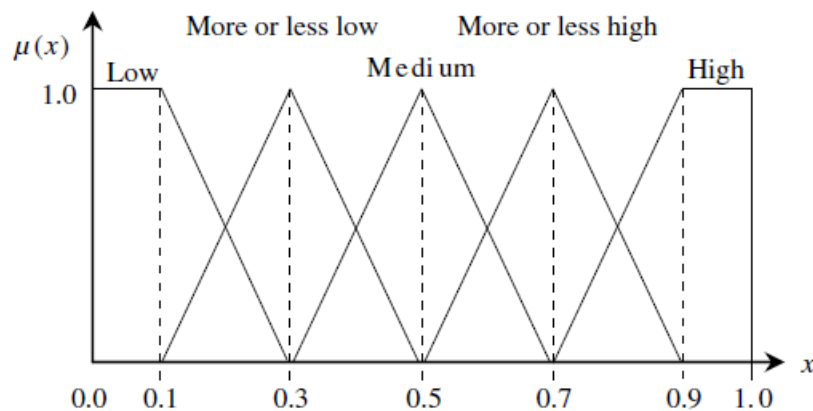


Figura 3.2 – Funções de pertinência difusas dos cinco níveis (Bai e Chen 2008).

Os autores construíram três tabelas contendo regras difusas que permitirão determinar o desempenho dos alunos. Estas tabelas foram definidas por um especialista no domínio das questões.

Na tabela 3.1 são apresentadas as regras difusas para calcular a dificuldade das questões.

Tabela 3.1 – Matriz de regras difusas para inferir a dificuldade em Bai e Chen (2008)

| Tempo gasto | Acerto | | | | |
|--------------------|---------------|----------------|--------------|---------------|-------------|
| | baixo | ± baixo | médio | ± alto | Alto |
| Baixo | médio | ± baixo | ± baixo | baixo | baixo |
| ± baixo | ± alto | médio | ± baixo | ± baixo | baixo |
| médio | ± alto | ± alto | médio | ± baixo | ± baixo |
| ± alto | alto | ± alto | ± alto | médio | ± baixo |
| Alto | alto | alto | ± alto | ± alto | médio |

Na tabela 3.2 são apresentadas as regras difusas para calcular o esforço das questões baseado na dificuldade e a na complexidade.

Tabela 3.2 – Matriz de regras difusas para inferir o esforço e o ajuste das questões em Bai e Chen.

| Complexidade | Dificuldade | | | | |
|---------------------|--------------------|----------------|--------------|---------------|-------------|
| | Baixo | ± baixo | médio | ± alto | alto |
| baixo | Baixo | baixo | ± baixo | ± baixo | médio |
| ± baixo | Baixo | ± baixo | ± baixo | médio | ± alto |
| médio | ± baixo | ± baixo | médio | ± alto | ± alto |
| ± alto | ± baixo | médio | ± alto | ± alto | alto |
| alto | médio | ± alto | ± alto | alto | alto |

Na tabela 3.3 são apresentadas as regras difusas para calcular o ajuste nos pesos das questões.

Tabela 3.3 – Matriz de regras difusas para inferir o ajuste dos pesos das questões em Bai e Chen.

| Importância | Esforço | | | | |
|--------------------|----------------|----------------|--------------|---------------|-------------|
| | baixo | ± baixo | médio | ± alto | alto |
| baixo | baixo | baixo | ± baixo | ± baixo | médio |
| ± baixo | baixo | ± baixo | ± baixo | médio | ± alto |
| médio | ± baixo | ± baixo | médio | ± alto | ± alto |
| ± alto | ± baixo | médio | ± alto | ± alto | alto |
| alto | médio | ± alto | ± alto | alto | alto |

Uma vez apresentados os dados iniciais do método de Bai e Chen (BAI e CHEN, 2008), os autores procedem ao cálculo da dificuldade, o esforço e o ajuste das questões.

3.2.2 Cálculo da matriz de dificuldade

Bai e Chen (BAI e CHEN, 2008) determinam a matriz de dificuldade com base na matriz taxa de acertos A e na matriz taxa de tempos T. Os autores calculam primeiramente as matrizes da taxa média de acertos \bar{A} e taxa média de tempo \bar{T} conforme (35) e (37) respectivamente.

$$\bar{A} = [\bar{a}_i], \quad m \times 1 \quad (3.35)$$

$$\bar{a}_i = \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij}}{n} \quad (3.36)$$

$$\bar{T} = [\bar{t}_i], \quad m \times 1 \quad (3.37)$$

$$\bar{t}_i = \frac{\sum_{j=1}^n t_{ij}}{n} \quad (3.38)$$

Em (3.35), \bar{a}_i representa a média da taxa de acertos da questão Q_i e é calculada pela fórmula (3.36). Em (3.37), \bar{t}_i representa a média da taxa do tempo gasto em responder a questão Q_i e é calculada pela fórmula (3.38). Nos dois casos $1 \leq i \leq m$.

Tendo as matrizes médias dos acertos das respostas e do tempo gasto, os autores executam o processo de fuzzificação para obter a matriz difusa de acertos FA e a matriz difusa de tempos FT conforme (3.39) e (3.42) respectivamente.

$$FA = [fa_{ik}], \quad m \times \ell \quad (3.39)$$

$$fa_{ik} = \max \left(\min \left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b} \right), 0 \right) \quad (3.40)$$

$$FA = \begin{matrix} & \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 & \ell_4 & \ell_5 \\ \begin{matrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} fa_{11} & fa_{12} & fa_{13} & fa_{14} & fa_{15} \\ fa_{21} & fa_{22} & fa_{23} & fa_{24} & fa_{25} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ fa_{m1} & fa_{m2} & fa_{m3} & fa_{m4} & fa_{m5} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3.41)$$

Em (3.39), $fa_{ik} \in [0,1]$ e denota o valor de pertinência da taxa média de acerto da questão Q_i pertencente ao conjunto difuso ou nível k . Em (3.40), x representa o valor da taxa média do acerto \bar{a}_i , entanto que a, b e c representa os valores do conjunto triangular difuso. Em (3.41), $\ell_1, \ell_2, \ell_3, \ell_4$ e ℓ_5 são os níveis que representam aos cinco conjuntos difusos definidos pelo especialista no domínio das questões.

$$FT = [ft_{ik}], \quad m \times l \quad (3.42)$$

$$ft_{ik} = \max \left(\min \left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b} \right), 0 \right) \quad (3.43)$$

$$FT = \begin{matrix} & l_1 & l_2 & l_3 & l_4 & l_5 \\ \begin{matrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} ft_{11} & ft_{12} & ft_{13} & ft_{14} & ft_{15} \\ ft_{21} & ft_{22} & ft_{23} & ft_{24} & ft_{25} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ ft_{m1} & ft_{m2} & ft_{m3} & ft_{m4} & ft_{m5} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3.44)$$

Em (3.42), $ft_{ik} \in [0,1]$ e denota o valor de pertinência da taxa média de tempo gasto da questão Q_i pertencente ao conjunto difuso ou nível k . Em (3.43), x representa o valor da taxa média do tempo \bar{t}_i , entanto que a, b e c representa os valores do conjunto triangular difuso. Em (3.44), $\ell_1, \ell_2, \ell_3, \ell_4$ e ℓ_5 são os níveis que representam aos cinco conjuntos difusos definidos pelo especialista no domínio das questões.

Uma vez que as matrizes difusas FA e FT foram construídas, os autores utilizam a matriz de regras difusas da tabela 1 para executar a inferência difusa e dessa forma obter a matriz de dificuldade das questões, conforme (3.45).

$$D = [d_{ik}], \quad m \times \ell \quad (3.45)$$

$$d_{ik} = \max_{\{(\ell_A, \ell_T) | \mathfrak{R}_D(\ell_A, \ell_T) = k\}} \{w_A \times fa_{i, \ell_A} + w_T \times ft_{i, \ell_T}\} \quad (3.46)$$

Em (3.45), $d_{ik} \in [0,1]$ e denota o grau de pertinência da dificuldade da questão Q_i pertencente ao conjunto difuso ou nível de dificuldade k . Em (3.46), ℓ_A e ℓ_T representam o nível do acerto e o nível do tempo respectivamente. O \mathfrak{R}_D representa a regra difusa que determina o nível de dificuldade quando ℓ_A e ℓ_T são informados. O w_A e w_T são os pesos da taxa de acertos e da taxa de tempo gasto, fixados em 0.6 e 0.4 respectivamente pelo especialista no domínio da dificuldade das questões.

3.2.3 Cálculo da matriz de esforço

Uma vez calculada a matriz de dificuldade D e tendo a matriz de complexidade C , construída pelos especialistas no domínio, os autores utilizam a matriz de regras difusas da tabela 2 para executar a inferência difusa e, determinar o esforço dos alunos nas questões baseado na dificuldade e a complexidade das questões. Os autores calculam a matriz de esforço conforme (3.47).

$$E = [e_{ik}], \quad m \times l \quad (3.47)$$

$$e_{ik} = \max_{\{(\ell_D, \ell_C) | \mathfrak{R}_E(\ell_D, \ell_C) = k\}} \{w_D \times d_{i, \ell_D} + w_C \times c_{i, \ell_C}\} \quad (3.48)$$

Em (3.47), $e_{ik} \in [0,1]$ e denota o grau de pertinência do esforço na questão Q_i pertencente ao conjunto difuso ou nível de esforço k . Em (3.48), ℓ_D e ℓ_C representam o nível da dificuldade e o nível da complexidade respectivamente. O \mathfrak{R}_E representa a regra difusa que determina o nível do esforço quando ℓ_D e ℓ_C são informados. O w_D e w_C são os pesos da dificuldade e da complexidade, fixados em 0.7 e 0.3 respectivamente pelo especialista no domínio do esforço nas questões.

3.2.4 Cálculo da matriz de ajuste

Uma vez calculada a matriz de esforço E e tendo a matriz de importância I , os autores utilizam a matriz de regras difusas da tabela 2 para executar a inferência difusa e, determinar o ajuste das questões baseado no esforço e a importância das questões. Os autores calculam a matriz de ajuste conforme (3.49).

$$V = [v_{ik}], \quad m \times l \quad (3.49)$$

$$v_{ik} = \max_{\{(\ell_E, \ell_I) | \mathfrak{R}_V(\ell_E, \ell_I) = k\}} \{w_E \times d_{i, \ell_E} + w_I \times c_{i, \ell_I}\} \quad (3.50)$$

Em (3.49), $v_{ik} \in [0,1]$ e denota o grau de pertinência do ajuste da questão Q_i ao conjunto difuso ou nível de ajuste k . Em (3.50), ℓ_E e ℓ_I representam o nível do esforço e o nível da importância respectivamente. O \mathfrak{R}_V representa a regra difusa que determina o nível do ajuste quando ℓ_E e ℓ_I são informados. O w_E e w_I são os pesos do esforço e da importância, fixados em 0.7 e 0.3 respectivamente pelo especialista no domínio do ajuste dos pesos das questões.

Por fim, a partir da matriz de ajuste, os autores obtêm o vetor de ajuste final \bar{V} requerido conforme (3.51).

$$\bar{V} = [\bar{v}_i], \quad m \times 1 \quad (3.51)$$

$$\bar{v}_i = \frac{0.1 \times v_{i1} + 0.3 \times v_{i2} + 0.5 \times v_{i3} + 0.7 \times v_{i4} + 0.9 \times v_{i5}}{0.1 + 0.3 + 0.5 + 0.7 + 0.9} \quad (3.52)$$

Em (3.51), \bar{v}_i é o grau de pertinência do ajuste final da questão Q_i ao nível de ajuste k , onde $1 \leq i \leq m$. Em (3.52), os valores 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 e 0.9 são os valores de defuzzificação dos conjuntos difusos “baixo”, “mais ou menos baixo”, “médio”, “mais ou menos alto” e “alto” respectivamente.

No caso de alunos empatados na avaliação tradicional, os autores constroem uma matriz de alunos que tenham obtido a mesma nota final conforme (3.53).

$$A = \begin{matrix} & ES_1 & ES_2 & \cdots & ES_k \\ \begin{matrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} ea_{11} & ea_{12} & \cdots & ea_{1k} \\ ea_{21} & ea_{22} & \cdots & ea_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ea_{m1} & ea_{m2} & \cdots & ea_{mk} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3.53)$$

Em (3.53), $ea_{ij} \in [0,1]$ e denota a taxa de acerto do j -ésimo aluno empatado ES_j associado à questão Q_i , $1 \leq i \leq m$ e $1 \leq j \leq k$.

Então, os autores calculam a soma da diferença baseada nos valores de ajuste final \bar{v}_i para cada aluno empatado. A fórmula da soma da diferença SOD é apresentada conforme (3.54).

$$SOD_j = \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^m (ea_{ij} - ea_{ik}) \times g_i \times (0.5 + \bar{v}_{ij}) \quad (3.54)$$

Em (3.54), g_i é o peso inicial da questão Q_i e $1 \leq j \leq k$.

Os valores obtidos para cada aluno empatado SOD_j são ordenados em forma decrescente e assim os autores obtêm a nova classificação dos alunos com a mesma pontuação final em um ranking tradicional.

O método do Bai e Chen (BAI e CHEN, 2008) atribui pesos para determinar a dificuldade, o esforço e o ajuste final requerido, os quais são determinados subjetivamente pelo especialista no domínio. Na variação destes pesos são obtidas diferentes classificações dos alunos, e não existe método que possa determinar valores ótimos para estes pesos. Para reduzir a subjetividade no método de Bai e Chen (BAI e CHEN, 2008) é que surgiu o método do Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009), o qual propõe um sistema de avaliação de desempenho de alunos aplicando o mecanismo de inferência difuso de Mamdani (MAMDANI, 1977) e a técnica de defuzzificação Centro de Gravidade (COG) para lidar com estes inconvenientes.

3.3 MÉTODO DE SALEH E KIM (2009)

Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009) propuseram uma alternativa ao método de Bai e Chen (2008). A proposta dos autores é um sistema de avaliação do desempenho de alunos baseada na lógica difusa considerando os três fatores ou critérios importantes em uma avaliação: a dificuldade, a complexidade e a importância das questões, como em (WEON e KIM, 2001). Porém, o trabalho de Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009) se baseia no método de inferência difusa de Mamdani (MAMDANI, 1977) e no método de defuzzificação denominado Centro de gravidade (Center of Gravity - COG).

O sistema proposto por Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009) está composto por dados de entrada, processo de avaliação e dados de saída. Como dados de entrada os autores utilizaram as mesmas definições iniciais do Bai e Chen (BAI e CHEN, 2008), sendo estas as matrizes de acerto, tempo gasto, pesos, complexidade e importância das questões.

O processo de avaliação utiliza três controladores difusos (FLC, Fuzzy Logic Controller) para determinar a dificuldade, o esforço e o ajuste das questões respectivamente. Estes controladores estão interligados sequencialmente, onde a saída do primeiro controlador FLC, chamado nó de dificuldade, é então a entrada do segundo controlador FLC chamado nó de esforço. A saída do nó esforço é então a entrada do ultimo controlador FLC chamado nó de ajuste.

Como dados de saída do método de Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009) temos a saída do nó de ajuste que é o vetor de ajuste final requerido, o qual contém os novos pesos das questões que servirão para obter a nova classificação dos alunos.

Na seção seguinte apresentamos o sistema de avaliação difuso do Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009) descrevendo todo o processo de avaliação desde a entrada de dados até a obtenção da nova classificação dos alunos.

3.3.1 Sistema de avaliação difuso

A fim de oferecer uma visão geral do sistema de avaliação proposto por Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009) é apresentado o diagrama de blocos do sistema na figura 3.3.

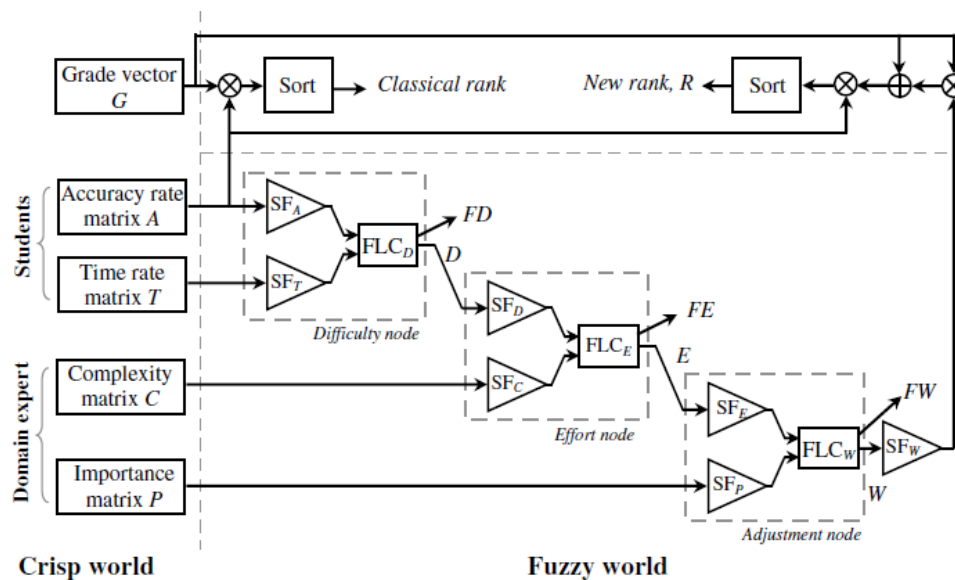


Figura 3.3 – Diagrama do sistema de avaliação difuso do Saleh e Kim (2009).

O diagrama de blocos apresentado pelo Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009) é composto por:

- Dados de entrada.

Dos alunos, a matriz taxa de acertos A , matriz taxa de tempo gasto T . Do esperto no domínio das questões, a matriz de complexidade C , a matriz de importância I e o vetor de pesos máximos das questões G .

- Processo de avaliação.

Composto pelo nó de dificuldade (FLC_D), o nó de esforço (FLC_E) e o nó de ajuste (FLC_W), onde cada nó comporta-se como um controlador lógico difuso (FLC).

- Dados de saída.

É o vetor que contém os valores de ajuste final requerido (W).

No diagrama de blocos, observam-se os fatores de escalas SF_s nas entradas de cada nó, cujos valores podem ser alterados a critério do avaliador de forma a influenciar os valores de saída de cada nó. Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009) estabeleceram como valor para todos os fatores de escala a unidade, tendo assim igual influencia de cada entrada sobre a sua saída.

O diagrama do sistema de avaliação difuso destes autores é descrito de forma detalhada nas próximas seções.

3.3.2 Dados de entrada

O sistema de avaliação de Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009) utiliza os mesmos dados de entrada que Bai e Chen (BAI e CHEN, 2008), as quais estão definidas nas fórmulas (3.25) à (3.34). Os conjuntos difusos definidos por Bai e Chen (BAI e CHEN, 2008) são utilizados por Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009), como apresentado na figura 3.1. Da mesma forma, o processo de inferência do Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009) reaproveita as mesmas regras difusas apresentadas nas tabelas 3.1, 3.2 e 3.2 do método do Bai e Chen (BAI e CHEN, 2008).

Uma vez definido os dados de entrada para o sistema do Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009), os autores executam o processo de avaliação em três etapas: fuzzificação, inferência e defuzzificação. Estas etapas são descritas na seção seguinte.

3.3.3 Processo de avaliação

O sistema do Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009) é composto por três nós, o nó de dificuldade D, o nó de esforço E e o nó de ajuste W. Cada nó comporta-se como um controlador lógico difuso (FLC, Fuzzy Logic Controller), e executa internamente três processos, a fuzzificação, a inferência e a defuzzificação, ver figura 3.4.

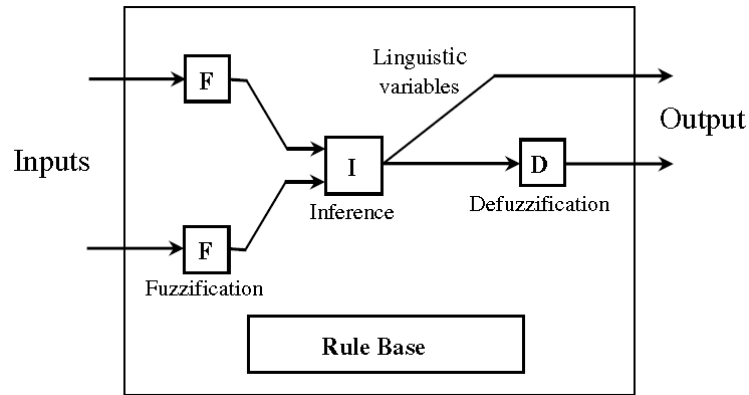


Figura 3.4 – Representação de um FLC no método do Saleh e Kim (2009)

A ordem de execução dos processos dentro de cada nó é como segue:

- Processo de fuzzificação: as entradas são convertidas em valores de pertinência dos conjuntos difusos, que é calculado pelo método triangular, conforme em (3.55):

$$\mu_{triangulo}(x; a, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c \\ 0, & c \leq x \end{cases} \quad (3.55)$$

Em (3.55), x representa o valor da média da taxa de acerto de uma questão. $\mu_{triangulo}$ é o valor de pertinência do x ao conjunto difuso triangular formado por a , b e c .

- Processo de inferência: os dados fuzzificados são inferidos baseando-se nas regras difusas na forma de IF-THEN e o mecanismo de inferência max-min de Mandani's, fórmula (3.56). Os autores adotam este mecanismo de inferência por ser o mais utilizado para produzir conjuntos difusos para defuzzificação.

$$\alpha_{ik} = \max_{\{(\ell_1, \ell_2) | \mathcal{R}_D(\ell_1, \ell_2) = k\}} \{\min(fa_{i, \ell_1}, ft_{i, \ell_2})\} \quad (3.56)$$

Em (3.56), α_{ik} é saída do processo de inferência da questão Q_i no conjunto difuso k . ℓ_1 e ℓ_2 são os níveis difusos associados ao valor difuso fa e ft respectivamente.

- Processo de defuzzificação: os dados inferidos no processo anterior são transformados em valores crisp. Os autores aplicaram como método de defuzzificação o Centro de Gravidade (COG) para calcular os valores dos pesos finais das questões, fórmula (3.57).

$$y_i = \int x \cdot \mu(x) dx / \int \mu(x) dx \quad (3.57)$$

Em (3.57), a integral assume o limite inteiro da saída e $\mu(x)$ representa o valor obtido da inferência.

No sistema de avaliação do desempenho de Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009), os nós estão interligados sequencialmente, como mostrado na figura 3.2.

O nó dificuldade recebe duas entradas, a matriz de taxa de acertos e a matriz de taxa de tempos. Estas entradas passam pelos três processos do primeiro FLC, tendo como saída a matriz de dificuldade D . O nó de esforço recebe duas entradas, a matriz de dificuldade D , saída do processo anterior, e a matriz de complexidade C definida previamente pelo especialista no domínio. A saída do nó esforço é a matriz de esforço E . O nó ajuste recebe duas entradas, a matriz de esforço E , calculada no processo anterior, e a matriz de importância I , definida previamente também pelo especialista no domínio. E por fim, a saída do nó ajuste é o vetor de pesos W requerido para as questões.

3.3.4 Processo de avaliação

O vetor de pesos W , obtido no passo anterior, é então usado para calcular o vetor de pesos ajustados \tilde{G} , conforme as fórmulas (3.58) à (3.60).

$$\tilde{G} = [\tilde{g}_i] \quad (3.58)$$

$$\tilde{g}_i = g_i \times (1 + w_{i\bullet}) \quad (3.59)$$

Onde o \tilde{g}_i é o peso ajustado da questão Q_i , e $w_{i\bullet}$ é o ajuste médio da questão Q_i . E logo o valor é normalizado para seu peso total (i.e. 100) empregando (3.60):

$$\tilde{g}_{is} = \tilde{g}_i \times \sum_{j=1}^m g_j / \sum_{j=1}^m \tilde{g}_j \quad (3.60)$$

Por ultimo, a pontuação total ajustada dos alunos é obtida aplicando (61):

$$\tilde{S} = A^T \times \tilde{G} \quad (3.61)$$

No fim, Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009) obtêm a nova classificação usando a fórmula (3.61), para finalmente fazer um comparativo entre os resultados do método tradicional e o método de avaliação difusa. O sistema proposto pelos autores foi implementado usando o toolbox de MatLab denominada Fuzzy Logic Toolbox.

Em resumo, conforme apresentado na figura 3.3, o processo de avaliação está representado por três nós: nó de dificuldade, nó de esforço e nó de ajuste. Cada nó tem duas entradas e uma saída, e executam internamente três processos, a fuzzificação, a inferência e a defuzzificação. A saída do ultimo nó é escalado para obter a nova classificação final dos alunos pela ordenação dos valores de \tilde{S} em ordem decendente.

3.4 QUADRO COMPARATIVO DOS MÉTODOS

Seguidamente apresentamos um quadro comparativo dos três métodos de avaliação apresentados neste capítulo. Na tabela 3.4 no método de Weon e Kim (WEON e KIM, 2001) vemos que não utiliza os processos de fuzzificação e defuzzificação. Já nos métodos de Bai e Chen (BAI e CHEN, 2008) e Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009) utilizam diferentes processos de inferência e de defuzzificação.

Tabela 3.4 – Quadro comparativo dos métodos

| | Fuzzificação | Inferência | Defuzzificação |
|---------------------------|---------------------|----------------------|---------------------------|
| Weon e Kim (2001) | - | Funções de Avaliação | - |
| Bai e Chen (2008) | Método Triangular | Máximos e Pesos | Valores de Defuzzificação |
| Saleh e Kim (2009) | Método Triangular | Mamdani's | Centro de Gravidade (CoG) |

4 PROPOSTA: AVALIAÇÃO MULTIDIMENSIONAL

Neste capítulo iremos apresentar a nosso sistema de avaliação multidimensional, tendo em conta os critérios de avaliação como a dificuldade, a complexidade e a importância de cada uma das atividades dos módulos educacionais dos sistemas EMC. A nossa proposta foi implementado no MatLab utilizando o toolbox Fuzzy Logic (MATWORKS), e mostraremos a forma como são implementadas o motor de inferência e os processos de fuzzificação e defuzzificação.

4.1 DESCRIÇÃO DA PROPOSTA

Nesta pesquisa aplicamos os conceitos de Weon e Kim (WEON e KIM, 2001), Bai e Chen (BAI e CHEN, 2008) e nós baseamos no modelo de Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009) para a avaliação de desempenho de alunos que sejam usuários de módulos educacionais de sistemas EMC (Ensino Mediado por Computador). O modelo proposto tem como entrada de dados o vetor de peso notas, a matriz taxa de acertos, a matriz taxa de tempos, a matriz de complexidade e a matriz de importância. O processo de avaliação difusa sobre os dados de entrada é realizado por três controladores difusos (FLC, Fuzzy Logic Controller), que internamente executam a fuzzificação, a inferência e defuzzificação dos valores de entrada junto com as regras difusas que são definidas pelo especialista no domínio das atividades dos módulos educacionais. Os dados de saída da proposta é o vetor de pesos ajustados, que permitirá avaliar o desempenho dos alunos de forma multidimensional.

4.1.1 Modelo de avaliação multidimensional

O modelo proposto está baseado nos três critérios de avaliação citados pelo Weon e Kim (WEON e KIM, 2001), a dificuldade, a importância e a complexidade das atividades dos módulos educacionais. O modelo é composto por três blocos: bloco de dificuldade, bloco de esforço e bloco de ajuste. O bloco de dificuldade recebe duas entradas, a matriz taxa de acertos dos alunos e a matriz de tempos gastos pelos alunos para resolver as atividades do módulo. A saída deste bloco

vai indicar a dificuldade que o aluno teve em resolver as atividades do módulo de acordo com o tempo gasto.

O bloco de esforço recebe duas entradas: a matriz de dificuldade e a matriz de complexidade. Esta última é determinada pelo professor especialista na disciplina. A saída deste bloco vai indicar o esforço despendido pelo aluno em resolver as atividades, levando em consideração a dificuldade e complexidade das mesmas.

O bloco de ajuste recebe duas entradas, a matriz de esforço e a matriz de importância, sendo esta última determinada pelo professor especialista na disciplina. A saída do terceiro bloco é a matriz de ajuste, a qual contém os novos valores *crisp* dos pesos das notas das atividades de um determinado módulo, esta saída engloba os três critérios em uma avaliação, a dificuldade, a complexidade e importância das atividades.

Estes blocos permitirão obter os novos pesos das atividades que compõem um módulo educacional, cada bloco tem duas entradas e uma saída, conforme apresentado na figura 4.1.

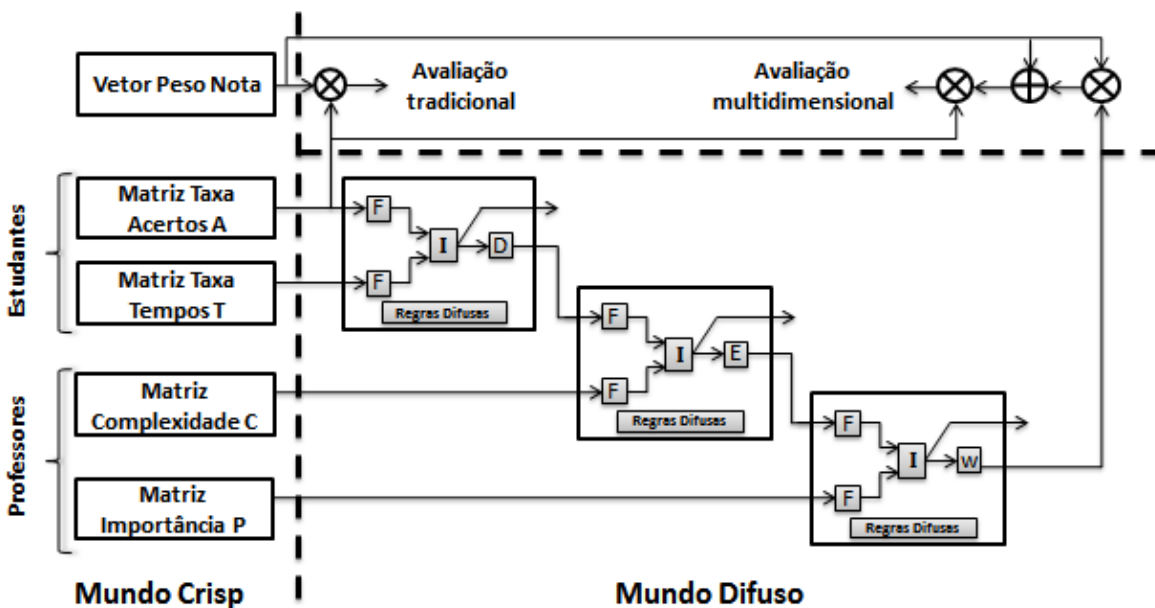


Figura 4.1 – Diagrama do sistema de avaliação difuso multidimensional

Na figura 4.1, se diferencia duas partes, os valores crisp que são números precisos e representam o estado exato dos elementos associados no processo da avaliação. Os valores difusos, que caracterizam os elementos imprecisos no processo da avaliação. Os valores crisp no diagrama são as matrizes de acertos, tempos, complexidade e importância das atividades. Os

valores difusos no diagrama são as saídas de cada bloco, a dificuldade, o esforço e o ajuste dos pesos das atividades. No modelo proposto descrevemos cada uma das entradas como segue:

- Vetor de peso nota: é um vetor que contém os valores de pontuação máximos para cada atividade. Estes valores devem ser definidos pelo professor especialista em matemática. A soma de todos eles deve ser igual a cem.
- Matriz de taxa de acertos: é a matriz que contém a taxa de acertos dos alunos em cada atividade do módulo avaliado. Esta matriz deve ser obtida do sistema EMC mediante consulta para o banco de dados.
- Matriz de tempos: é a matriz que contém os tempos gastos pelos alunos em resolver cada atividade do módulo avaliado. Esta matriz deve ser obtida
- Matriz de complexidade: é a matriz que contém os pesos de complexidade das atividades do módulo educacional avaliado, definida pelo professor especialista na disciplina.
- Matriz de importância: é a matriz que contém os pesos de importância das atividades do módulo educacional avaliado, também definida pelo professor especialista na disciplina.

A partir do modelo apresentado, o processo de avaliação do desempenho dos alunos dentro de um módulo é realizado em três passos. Primeiramente, o professor responsável pela disciplina à qual o módulo pertence deve cadastrar os graus de complexidade e importância de cada uma das atividades do módulo.

No segundo passo, os alunos solucionam as atividades propostas pelo módulo. O sistema armazena a taxa de acertos dos alunos para cada atividade e o tempo gasto por cada um deles. O terceiro passo consiste na inserção destes dados no modelo difuso de avaliação multidimensional, que é composto pelos três blocos descritos anteriormente onde cada bloco é chamado de controlador lógico difuso (FLC).

Uma disciplina é composta por módulos, e um módulo é composto por atividades. Os alunos realizam as atividades dos módulos do sistema. O sistema educacional gera informações como o acerto da resposta e tempo gasto em resolver cada atividade.

O diagrama da nossa proposta é apresentado na figura 4.2.

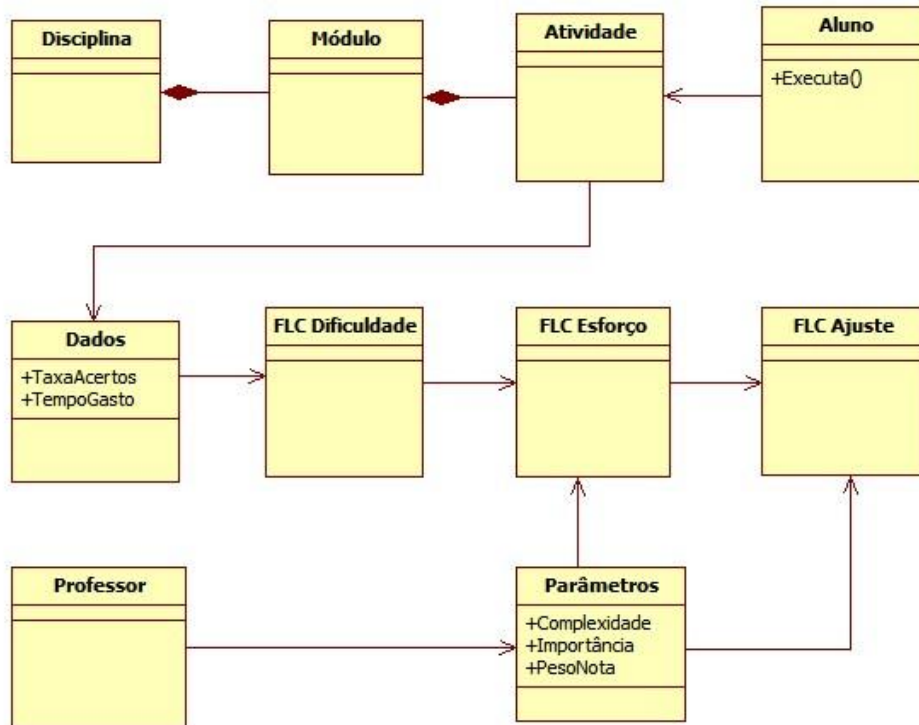


Figura 4.2 – Diagrama de classes da proposta

Estas informações ou dados gerados pelo EMC, vão alimentar a entrada do bloco dificuldade. O professor especialista na disciplina define as matrizes de complexidade e importância para cada uma das atividades do módulo educacional. Estas matrizes são as entradas dos blocos de esforço e de ajuste respectivamente.

A saída do bloco de ajuste do modelo proposto vai ser um vetor contendo os valores dos novos pesos das atividades. Aplicando as fórmulas (3.58), (3.59) e (3.60) conseguimos obter o vetor de pesos ajustados das atividades. Aplicando a fórmula (3.61) obtemos a pontuação final dos alunos considerando os três critérios da avaliação do desempenho dos alunos mencionados por Weon e Kim (WEON e KIM, 2001).

4.1.2 Implementação no MatLab

Foi utilizado o MatLab para a implementação do modelo apresentado na figura 4,1. Foram construídos três controladores lógicos difusos (FLC) com as respectivas regras. O editor para os FLC é apresentado na figura 4.3.

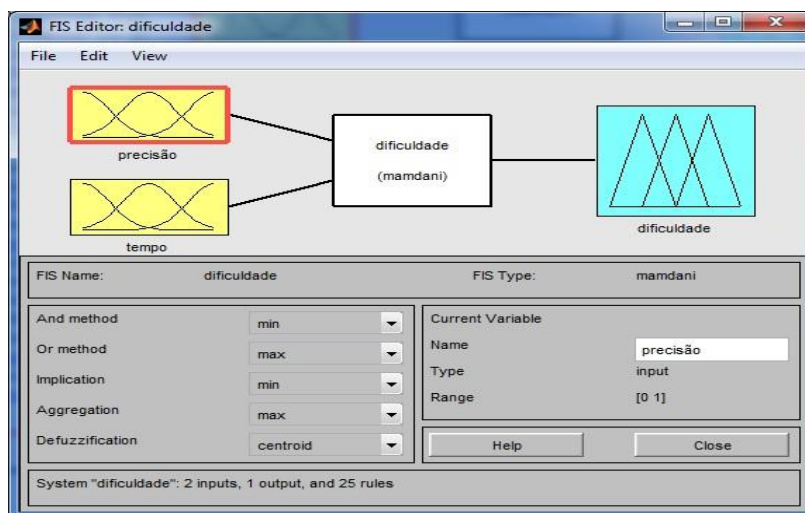


Figura 4.3 – FIS Editor para construção de FLC no MatLab.

A figura 4.4 apresenta o editor de funções de pertinência imerso dentro de cada FLC. Neste Editor podemos criar os conjuntos difusos que irão representar as variáveis de entrada.

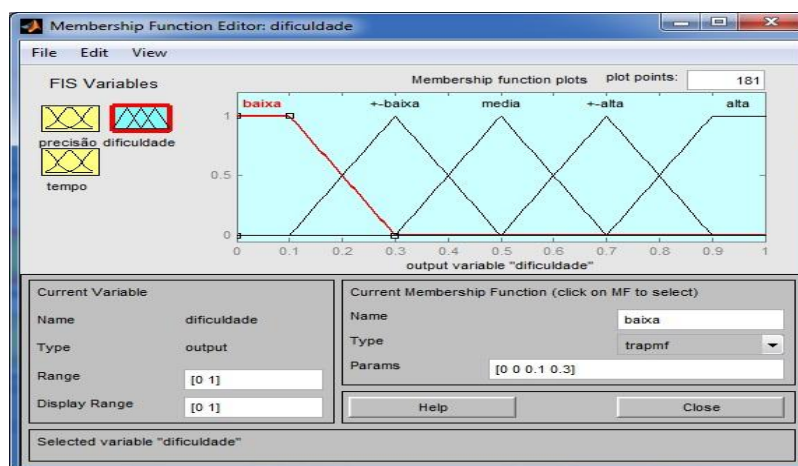


Figura 4.4 – Editor de Funções de Pertinência

A figura 4.5 apresenta o editor de regras difusas. Neste Editor podemos inserir as regras difusas que irão representar o conhecimento do especialista, e serve para inferir a saída do FLC.

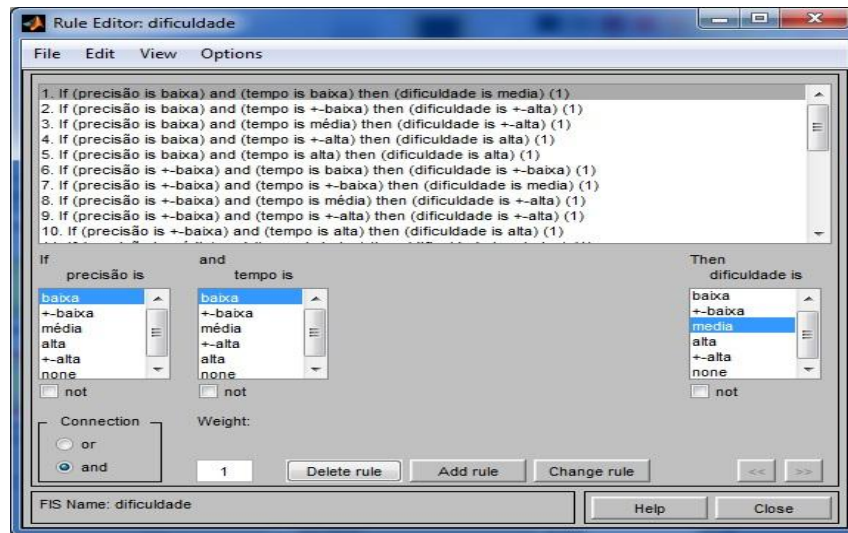


Figura 4.5 – Editor de regras difusas.

5 ESTUDO DE CASO

Este capítulo tem por objetivo apresentar o processo realizado para a obtenção de dados dos módulos educacionais do sistema Conexão do Saber. Os dados obtidos refletem as respostas dos alunos nas diferentes atividades dos módulos educacionais, e serão avaliados pelo sistema de avaliação multidimensional proposto. Os resultados da avaliação refletem desempenhos mais reais dos alunos de acordo com os critérios de avaliação propostos.

Neste capítulo, seção 5.1, apresentamos o processo de obtenção de dados que são requeridos pelo sistema de avaliação difuso. Na seção 5.2 apresentamos os módulos educacionais utilizados para a quinta, oitava e nona série do ensino fundamental juntamente com os dados obtidos pelos alunos. Na seção 5.3 apresentamos as tabelas de definição das regras difusas, definidas pelo professor especialista do módulo educacional. E por fim, na seção 5.4 apresentamos os resultados da avaliação multidimensional para o módulo educacional da quinta série, os resultados dos módulos educacionais da oitava e nona série são apresentados no anexo A.

5.1 OBTENÇÃO DE DADOS DE ENTRADA

O estudo de caso foi realizado na escola Aletheia da rede privada do município de Campinas, que é usuária do projeto Conexão do Saber. Os dados utilizados no estudo de caso foram coletados durante a avaliação de alunos do quinto, oitavo e nono ano. No total foram 39 alunos avaliados na disciplina de matemática. Foram utilizados 12 módulos educacionais durante a execução das atividades propostas, as quais são exercícios relacionados aos módulos correspondentes.

Os acertos dos alunos foram armazenados no sistema Conexão do Saber, já os tempos gastos por eles foram coletados de forma manual, já que, o sistema não contempla o registro dos tempos em que os alunos permaneceram nas atividades. Tanto os acertos quanto os tempos, foram organizados nas matrizes taxa de acertos e de tempos, respectivamente.

Portanto, a matriz taxa de acertos A é composta por valores entre 0 e 1, e representa a taxa de acertos das atividades concluídas (100%), parcialmente concluídas (50%) e não realizadas

(0%). Portanto, se o aluno acertou completamente em uma atividade (100%), o valor associado à matriz de acertos será “1,0”, se o aluno acertou parcialmente a atividade (50%), o valor associado à matriz de acertos será “0,5”, e se o aluno não realizou a atividade (0%), o valor associado à matriz de acertos será de “0,0”.

A matriz de tempos *T* representa o tempo em que os alunos permaneceram na atividade até finalizar a questão ou passar para a próxima atividade. O valor do tempo consumido pelos alunos com a questão foi obtido em segundos e dividido pelo maior tempo gasto dos alunos nessa atividade.

A matriz de pesos *G*, a matriz de complexidade *C* e a matriz de importância *P*, foram definidas de acordo com o critério do professor especialista, na disciplina de matemática, para cada módulo educacional. A matriz *G* foi composta pelos pesos máximos de cada atividade do módulo educacional, a soma desses pesos deve totalizar cem.

A matriz de complexidade *C* e a matriz de importância *P* foram construídas mediante pesos relativos, valores compreendidos entre 0 e 1, para cada atividade do módulo educacional avaliado.

5.2 MÓDULOS EDUCACIONAIS AVALIADOS

Para o presente estudo de caso foram avaliadas três séries do ensino fundamental da escola Aletheia, uma escola da rede privada do município de Campinas. Para a quinta série foi utilizada dois módulos educacionais, para a oitava série seis módulos educacionais e para a nona série quatro módulos educacionais. Todos estes módulos pertencentes à disciplina de matemática:

Apresentamos os módulos utilizados para cada série descrita:

➤ Quinta série

| Disciplina | Módulo | Atividades |
|-------------------|------------------|-------------------|
| Matemática | Números Naturais | 7 |
| Matemática | Ângulos | 6 |

➤ Oitava série

| Disciplina | Módulo | Atividades |
|-------------------|----------------------------------|-------------------|
| Matemática | Segmentos / Ângulos / Triângulos | 6 |
| Matemática | Ângulos (2) | 5 |
| Matemática | Quadriláteros | 5 |
| Matemática | Maior / Menor / Igual | 9 |
| Matemática | Porcentagem | 5 |
| Matemática | Ângulos | 6 |

➤ Nona série

| Disciplina | Módulo | Atividades |
|-------------------|---------------------------|-------------------|
| Matemática | Semelhança | 6 |
| Matemática | Congruência de Triângulos | 5 |
| Matemática | Radicais | 6 |
| Matemática | Números Naturais | 5 |

Na seguinte seção apresentamos os dados de entrada coletados dos módulos de matemática da quinta, oitava e nona série da escola usuária do sistema Conexão do Saber. Estes dados serão avaliados pelo sistema proposto de avaliação difusa.

5.2.1 Dados de entrada da quinta série

Estes dados foram coletados mediante a interação dos alunos com o sistema Conexão do Saber.

5.2.1.1 Módulo educacional “Números naturais”

As matrizes de acertos, a matriz de tempos, a matriz de complexidade, a matriz de importância e matriz de pesos máximos obtidos para o módulo “Números Naturais” da disciplina de matemática da quinta série, são apresentadas nas tabelas 5.1, 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5.

Tabela 5.1 – Matriz de acerto do módulo “números naturais” da quinta série.

| | ACERTOS | | | | | | | | | |
|-------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 |
| ATIV1 | 1,0 | 1,0 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV2 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV3 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV4 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,5 | 0,0 |
| ATIV5 | 0,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV6 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV7 | 0,0 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,5 | 0,0 |

Tabela 5.2 – Matriz de tempo do módulo “números naturais” da quinta série.

| | TEMPOS | | | | | | | | | |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 |
| ATIV1 | 0,3259 | 0,2567 | 0,3304 | 0,3616 | 0,1942 | 0,0536 | 0,4554 | 1,0000 | 0,2411 | 0,2835 |
| ATIV2 | 0,2209 | 0,4186 | 0,3488 | 0,3140 | 0,1047 | 0,3837 | 0,3488 | 1,0000 | 0,2674 | 0,3023 |
| ATIV3 | 0,6400 | 0,4500 | 1,0000 | 0,5000 | 0,5200 | 0,4500 | 0,7000 | 0,8700 | 0,5700 | 0,7700 |
| ATIV4 | 0,3406 | 0,2089 | 0,6498 | 0,7029 | 0,0809 | 0,1498 | 1,0000 | 0,8176 | 0,2935 | 0,1763 |
| ATIV5 | 0,7088 | 0,3123 | 0,0977 | 0,1590 | 0,0479 | 0,3851 | 0,4406 | 0,0594 | 0,3448 | 1,0000 |
| ATIV6 | 0,2662 | 0,2922 | 0,5519 | 1,0000 | 0,2727 | 0,1753 | 0,0000 | 0,0000 | 0,3442 | 0,7273 |
| ATIV7 | 0,4082 | 0,7461 | 0,3763 | 0,2995 | 1,0000 | 0,1909 | 0,0000 | 0,0000 | 0,6374 | 0,3068 |

Tabela 5.7 – Matriz de tempo do módulo “Ângulos” da quinta série.

| TEMPOS | | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 |
| ATIV1 | 0,6452 | 0,6774 | 0,5376 | 0,7097 | 0,3978 | 0,8817 | 1,0000 | 0,9892 | 0,3763 | 0,7204 |
| ATIV2 | 0,3991 | 0,2061 | 0,6053 | 0,7544 | 0,0526 | 0,4868 | 0,3289 | 1,0000 | 0,1491 | 0,1535 |
| ATIV3 | 0,6829 | 0,2341 | 0,1854 | 0,9073 | 0,3024 | 0,5073 | 1,0000 | 0,5707 | 0,1220 | 0,1024 |
| ATIV4 | 0,6541 | 0,0376 | 0,0451 | 0,6541 | 0,5639 | 0,6617 | 1,0000 | 0,7895 | 0,2105 | 0,7143 |
| ATIV5 | 0,3208 | 0,3208 | 0,7547 | 0,4340 | 0,4340 | 0,9811 | 0,3208 | 0,0000 | 0,5849 | 1,0000 |
| ATIV6 | 0,4542 | 0,9938 | 0,7979 | 0,2708 | 1,0000 | 0,3875 | 0,0479 | 0,0000 | 0,7083 | 0,4958 |

Tabela 5.8 – Matriz de complexidade do módulo "Ângulos" da quinta série.

| COMPLEXIDADE | | | | | |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 | ATIV6 |
| 0,3 | 0,5 | 0,3 | 0,4 | 0,7 | 0,6 |

Tabela 5.9 – Matriz de importância do módulo " Ângulos" da quinta série

| IMPORTANCIA | | | | | |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 | ATIV6 |
| 0,2 | 0,2 | 0,6 | 0,4 | 0,6 | 0,6 |

Tabela 5.10 – Matriz de pesos do módulo " Ângulos" da quinta série.

| PESOS DAS ATIVIDADES | | | | | |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 | ATIV6 |
| 5 | 15 | 10 | 20 | 15 | 35 |

5.3 OBTENÇÃO DE REGRAS DIFUSAS

As regras difusas fazem parte do motor de inferência difuso e também são determinados pelo professor responsável pela disciplina de matemática para os três fatores de avaliação

mencionados por Weon e Kim (WEON e KIM, 2001), a dificuldade, a complexidade e a importância das questões.

Para tal fim, foram definidos cinco conjuntos difusos para cada fator de avaliação:

- Baixo (1)
- Mais ou Menos Baixo (2)
- Médio (3)
- Mais ou Menos Alto (4)
- Alto (5)

Nas seções seguintes apresentamos as tabelas construídas com as regras difusas definidas pelo especialista no domínio.

5.3.1 Regras difusas para determinar a dificuldade

Neste caso foram construídas as regras difusas para determinar a dificuldade dos alunos em resolver as atividades de acordo com o tempo gasto. A tabela 5.11 representa as regras difusas, que são a representação do conhecimento do professor especialista na disciplina, que servirão para determinar os pesos das questões de acordo com a dificuldade que os alunos tiveram em responder as atividades.

Tabela 5.11 – Regras difusas para determinar a dificuldade

| Tempo | Acerto | | | | |
|-------|--------|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 4 | 4 | 2 | 1 | 1 |
| 2 | 4 | 4 | 2 | 1 | 1 |
| 3 | 4 | 4 | 3 | 2 | 2 |
| 4 | 5 | 5 | 3 | 2 | 3 |
| 5 | 5 | 5 | 3 | 2 | 3 |

5.3.2 Regras difusas para determinar o esforço

O esforço será determinado pela dificuldade que os alunos tiveram em resolver as atividades e a complexidade das mesmas. A tabela 5.12 representa as regras difusas para determinar os pesos das atividades considerando o esforço. Estas regras são construídas pelo professor especialista na disciplina.

Tabela 5.12 – Regras difusas para determinar o esforço

| Complexidade | Dificuldade | | | | |
|--------------|-------------|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 4 | 3 | 3 | 3 | 4 | 5 |
| 5 | 4 | 3 | 4 | 5 | 5 |

5.3.3 Regras difusas para determinar o ajuste

Finalmente, o ajuste de pesos atribuídos para cada atividade do módulo vai ser determinado pelo esforço e a importância das atividades no aprendizado do aluno.

Este vetor de ajuste obtido será usado para obter o vetor de pesos ajustados de cada atividade para, finalmente, mediante um processo retroativo determinar o desempenho dos alunos com o novo vetor de pesos ajustados. A tabela 5.13 representa as regras difusas para determinar o vetor de ajuste dos pesos das notas.

O processo de avaliação multidimensional será exemplificado com os dados obtidos da pesquisa para o quinto, oitavo e nono ano do ensino fundamental. A determinação do desempenho dos alunos mediante uma avaliação multidimensional será apresentado na seção seguinte.

Tabela 5.13 – Regras difusas para determinar o ajuste dos pesos da nota.

| Importância | Esforço | | | | |
|-------------|---------|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 4 | 3 | 3 | 3 | 4 | 5 |
| 5 | 4 | 5 | 4 | 5 | 5 |

5.4 AVALIADOR MULTIDIMENSIONAL DIFUSO

Para modelar nossa proposta utilizamos o esquema do Saleh e Kim (SALEH e KIM, 2009) e o adaptamos à pesquisa, a qual foi implementado usando Fuzzy Logic Toolbox na versão V2.2.11 (R2010a) pela MathWorks (MATHWORKS).

5.4.1 Controlador lógico difuso

A Inferência difusa é definida como um processo de formulação do mapeamento de uma dada entrada a uma saída usando a lógica difusa. O processo de inferência difusa envolve a utilização de Funções de Pertinência, operações lógicas AND e OR, e regras IF-THEN. O toolbox de Matlab oferece dois tipos de sistemas de inferência difusos: Mamdani e Sugeno. Estes sistemas de inferência se diferenciam um pouco na forma como são determinadas as saídas.

Em nossa proposta temos três controladores difusos que calculam a dificuldade mediante os acertos e o tempo gasto pelos alunos. O esforço é determinado pela dificuldade e a complexidades das perguntas. Por último, o ajuste final dos pesos das atividades é determinado pelo esforço do aluno e a importância das atividades do módulo.

Finalmente, as novas pontuações são determinadas pelo processo retroativo, em outras palavras, a pontuação final de cada aluno é obtida mediante os acertos iniciais e os novos pesos obtidos por meio do processo difuso.

Cada controlador difuso é composto de cinco partes:

- Fuzzificação das variáveis de entrada (método triangular).
- Aplicação do operador difuso (AND ou OR) no antecedente (Inferência Mamdani's).
- Implicação do antecedente para o consequente (Inferência Mamdani's).
- Agregação dos consequentes por meio das regras (Inferência Mamdani's).
- Defuzzificação (Centro de Gravidade).

Cada controlador difuso recebe duas entradas as quais são fuzzificadas utilizando o método triangular, depois se infere o resultado utilizando as regras difusas definidas pelo especialista no sistema, para finalmente defuzzificar os resultados aplicando o centro de gravidade (COG). A criação dos demais blocos de inferência difusa (esforço e desempenho) segue o mesmo procedimento.

5.4.2 Avaliação

Alimentando as entradas do nosso sistema difuso e tendo o motor de inferência configurado conforme as regras difusas obtidas, são inferidos os resultados da avaliação multidimensional. O sistema difuso também apresenta os resultados de uma avaliação tradicional, sendo possível obter com maior exatidão o desempenho de cada aluno levando em consideração a dificuldade, complexidade e importância das questões.

As tabelas apresentadas nas próximas seções, são os resultados finais do processo de avaliação difusa de cada uma das atividades realizadas em cada módulo educacional, avaliado de forma multidimensional e de forma tradicional.

5.4.2.1 Módulo educacional “Números naturais” quinta série

Tabela 5.14 – Avaliação multidimensional para o módulo “Números Naturais da quinta série”

| AVALIAÇÃO MULTIDIMENSIONAL | | | | | | | | | |
|----------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 |
| 42,5363 | 68,6562 | 50,9259 | 35,2540 | 22,0220 | 24,8061 | 26,8644 | 26,8644 | 63,4322 | 42,5363 |

Tabela 5.15 – Avaliação tradicional para o módulo “Números Naturais da quinta série.”

| AVALIAÇÃO TRADICIONAL | | | | | | | | | |
|-----------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 |
| 45,0000 | 70,0000 | 52,5000 | 37,5000 | 22,5000 | 27,5000 | 30,0000 | 30,0000 | 65,0000 | 45,0000 |

No módulo educacional "Números Naturais" da quinta série, observa-se que os alunos 7 e 8 não realizaram as atividades 6 e 7, tendo como acertos (vide tabela 5.1) e o tempo gasto igual a zero (vide tabela 5.2). Na avaliação tradicional os alunos 7 e 8 (vide tabela 5.15) conseguem obter uma pontuação 30 de 100 pontos. Na avaliação multidimensional (vide tabela 5.14) os alunos 7 e 8 obtiveram uma pontuação de 26,8644 pontos diminuindo em 3,1356 pontos em comparação com a avaliação tradicional. No entanto, o aluno 5 que realizou a atividade 6 e 7 obteve 22,5 pontos na avaliação tradicional e somente diminuiu a pontuação em 0,4780 na avaliação multidimensional obtendo 22,0220 pontos. Finalmente os alunos 2 e 9 obtiveram as maiores pontuações já que foram os únicos que acertaram as atividades 5 e 4 respectivamente, sendo estas as atividades de maior peso.

5.4.2.2 Módulo educacional “Ângulos” quinta série

Tabela 5.16 – Avaliação multidimensional para o módulo “Ângulos” da quinta série.

| AVALIAÇÃO MULTIDIMENSIONAL | | | | | | | | | |
|----------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 |
| 52,3307 | 33,2503 | 33,2503 | 48,3861 | 19,8344 | 19,8344 | 52,3307 | 17,3606 | 47,8437 | 38,9148 |

Tabela 5.17 – Avaliação tradicional para o módulo “Ângulos” da quinta série.

| AVALIAÇÃO TRADICIONAL | | | | | | | | | |
|-----------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 |
| 55,0000 | 35,0000 | 35,0000 | 50,0000 | 20,0000 | 20,0000 | 55,0000 | 20,0000 | 47,5000 | 40,0000 |

No módulo educacional "Ângulos" da quinta série, observa-se que o aluno 8 não realizou as atividades 5 e 6, tendo como acerto e tempo gasto igual a zero (vide tabela 5.6 e 5.7). Na avaliação tradicional os alunos 5, 6 e 8 conseguem obter a mesma pontuação, 20 de 100 pontos (vide tabela 5.16). Na avaliação multidimensional o aluno 8 diminui em 2,6394 em comparação com os alunos 5 e 6 que diminuíram a pontuação em 0,1656 e obtiveram uma pontuação de 19,8344 maior do que o aluno 8. Finalmente, o aluno 9 acrescentou em 0,3437 a pontuação dele, isto devido a que realizou a maioria das atividades em um tempo menor e ser o único aluno em realizar a atividade 6 que tem o maior peso (vide tabela 5.6 e 5.7).

6 CONCLUSÕES

Este trabalho considerou o modelo de Saleh e Kim contemplando os três critérios importantes dentro de uma avaliação, a importância, a dificuldade e a complexidade das questões, como mencionado em Weon e Kim. O método foi aplicado com sucesso na escola Aletheia, usuária do sistema de ensino Conexão do Saber, e assim poder avaliar os alunos dessa escola sob vários aspectos ou critérios do professor.

A metodologia de coleta dados deu resultado positivo, obtendo dados precisos para os tempos gastos pelos alunos em cada atividade dos módulos utilizados no processo de obtenção de dados na escola Aletheia. Também foram obtidos da coleta de dados, os acertos das respostas dos alunos para cada uma das atividades dos módulos educacionais da disciplina de matemática do quinto, oitavo e nono ano. Outros dados como regras difusas, complexidade e importâncias das atividades foram atribuídos pelo professor.

O uso da lógica difusa nos permite dar uma maior flexibilidade na hora de determinar o desempenho dos alunos, já que é possível medir o desempenho dos alunos utilizando os diversos critérios de um professor, e assim avaliar de uma maneira mais fácil e interpretativa. O método foi desenvolvido no Matlab usando o Fuzzy Logic Toolbox.

Outros métodos buscavam ferramentas para avaliar melhor somente alunos com a mesma pontuação final, avaliar o desempenho de forma isolada ou tentar obter uma classificação mais justa. O método proposto ao ser utilizado pelo sistema Conexão do Saber gera uma grande vantagem sobre os sistemas tradicionais de ensino mediado por computador, já que os critérios de avaliação estão imersos no sistema e estes podem ser alterados de acordo com a conveniência do avaliador.

7 BIBLIOGRAFIA

BAI, S.-M.; CHEN, S.-M. Automatically constructing grade membership functions of fuzzy rules for students' evaluation. **Expert Systems with Applications: An International Journal**, v. 35, n. 3, p. 1408–1414, Outubro 2008.

BAI, S.-M.; CHEN, S.-M. Evaluating students' learning achievement using fuzzy membership functions and fuzzy rules. **Expert Systems with Applications: An International Journal**, v. 34, n. 1, p. 399-410, Janeiro 2008.

CHEN, S.-M.; LEE, C.-H. New methods for students' evaluation using fuzzy sets. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 104, n. 2, p. 209-218, Junho 1999.

CORRÊA, J. M. Novas tecnologias da informação e comunicação no contexto da formação continuada à distância. **Perspectivas em Ciência da Informação**, Belo Horizonte, v. 5, n. 2, p. 267-273, 2004.

CUSTÓDIO, L. M. M.; SENTIEIRO, J. J.; BISPO, C. F. G. Production Planning and Scheduling Using a Fuzzy Decision System. **IEEE Transactions on Robotics and Automation**, v. 10, n. 2, p. 160-168, 1994.

ECHAUZ, J. R.; VACHTSEVANOS, G. J. Fuzzy Grading System. **IEEE Transactions on Education**, v. 38, n. 2, p. 158-165, Maio 1995.

GOMIDE, F. A. C.; GUDWIN, R. R. Modelagem, Controle, Sistemas e Lógica Fuzzy. **Controle & Automação, Revista da Sociedade Brasileira de Automática**, v. 4, n. 3, p. 97-115, 1993.

GREMMO, M.-J. Learner Autonomy: Defining a New Pedagogical Relationship. **Forum for Modern Language Studies**, v. 34, n. 2, p. 144-157, 1998.

HELLENDORF, H. Closure properties of the compositional rule of inference. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 35, n. 2, p. 163-183, Abril 1990.

INOCÊNCIO, A. C. G. **Processo otimizado para a produção de módulos Educacionais - Um estudo de caso do projeto Conexão do Saber**. Unicamp. Campinas. 2011.

JUNIOR, H. A. E. O. **Logica Difusa: Aspectos Práticos e Aplicações**. 1. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1999.

KLIR, G. J.; YUAN, B. **Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications**. 1. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 1995.

KOVACIC, Z.; BOGDAN, S. **Fuzzy Controller Design: Theory and Applications**. [S.l.]: CRC Press, 2005. 416 p.

KOVACIC, Z.; BOGDAN, S. **Fuzzy Controllers Design Theory and Applications**. [S.l.]: CRC Taylor and Francis Group, 2006. 397 p.

LOYOLLA, W.; PRATES, M. Metodologia de Educação a Distância Mediada por Computador (EDMC): Resultados de sua Aplicação em Diversos Níveis Educacionais no Biênio 1998-2000. **Revista Brasileira de Aprendizagem Aberta e a Distância**, Campinas, 2000. Disponível em: <http://www2.abed.org.br/visualizaDocumento.asp?Documento_ID=60>. Acesso em: 09 fev. 2012.

MAMDANI, E. H. Application of Fuzzy Logic to Approximate Reasoning Using Linguistic Synthesis. **IEEE Transactions on Computers**, v. C-26, n. 12, 1977.

MASUN, H.; RANIA, L.; GHIAS, B. Adaptive Web-Based Educational System using Neural Networks in EFL Course. **Information and Communication Technologies, 2006. ICTTA '06. 2nd**, v. 1, p. 622-625, Abril 2006.

MATHWORKS. Fuzzy Logic Toolbox. Disponível em: <<http://www.mathworks.com/products/fuzzylogic>>. Acesso em: 1 Janeiro 2012.

MIZUMOTO, M. Fuzzy controls under various fuzzy reasoning methods. **Information Sciences: an International Journal - Application of Fuzzy Set**, New York, v. 45, n. 2, p. 129-151, 1988.

OLIVEIRA, E. C. D. Ensino mediado pelo computador: novos papéis, novos desafios para professores de línguas estrangeiras. **Revista Solta a Voz**, v. 16, n. 1, p. 31-48, 2005.

PEDRYCZ, W.; GOMIDE, F. **An Introduction to Fuzzy Sets Analysis and Design**. [S.l.]: Cambridge, Mass. : MIT Press, 1998. 465 p.

SALEH, I.; KIM, S.-I. A fuzzy system for evaluating students' learning achievement. **Expert Systems with Applications: An International Journal**, Tarrytown, v. 36, n. 3, p. 6236-6243, Abril 2009.

SAMPAIO, M. N.; LEITE, L. S. **Alfabetizacao Tecnologica do Professor**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2000. 111 p.

SUGENO, M.; G.T., K. Fuzzy modelling and control of multilayer incinerator. **Fuzzy Sets and Systems**, Amsterdam, v. 18, n. 3, p. 329-345, 1986.

WEON, S.; KIM, J. Learning achievement evaluation strategy using fuzzy membership function. **FIE '01 Proceedings of the Frontiers in Education Conference, 2001. on 31st**, Washington, v. 1, p. 19-24, 2001.

XU, D.; WANG, H.; SU, K. Intelligent Student Profiling with Fuzzy Models. **Proceedings of the 35th Annual Hawaii International Conference on System Sciences, 2002. HICSS.**, Washington, p. 81.2, Janeiro 2002.

YAGER, R. R.; FILEV, D. P. **Essentials of Fuzzy Modeling and Control**. [S.l.]: J. Wiley, 1994. 388 p.

ZADEH, L. A. Fuzzy sets. **Information and Control**, v. 8, n. 3, p. 338–353, 1965.

ZHANG, Z.; HUANG, Y.; GAO, E. A Fuzzy and comprehensive evaluation model for developing teaching evaluation. **Communications and Networks (CECNet), 2012 2nd International Conference on Consumer Electronics**, p. 774-777, Abril 2012.

APÊNDICE A – Resultados das avaliações dos módulos educacionais

A.1. Dados de entrada e saída da oitava série

Para cada módulo educacional da oitava série é apresentada a matriz de complexidade, a matriz de importância e matriz de pesos máximos, obtidos e definidos pelo professor especialista no módulo educacional respectivo. Seguidamente, é apresentada a matriz de acertos e a matriz de tempos, obtidas na interação dos alunos com o módulo educacional. E por fim é apresentada a tabela de resultados da avaliação multidimensional e a tabela da avaliação tradicional.

A.1.1. Módulo educacional “Segmentos/Ângulos/Triângulos”

| COMPLEXIDADE | | | | | |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 | ATIV6 |
| 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,5 | 0,6 | 0,6 |

Tabela A.1.1.1: Matriz de complexidade do módulo “Segmentos/Ângulos/Triângulos” da oitava série.

| IMPORTÂNCIA | | | | | |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 | ATIV6 |
| 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,5 | 0,6 | 0,6 |

Tabela A.1.1.2: Matriz de importância do módulo “Segmentos/Ângulos/Triângulos” da oitava série.

| PESOS DAS ATIVIDADES | | | | | |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 | ATIV6 |
| 5 | 5 | 15 | 15 | 30 | 30 |

Tabela A.1.1.3: Matriz de pesos do módulo “Segmentos/Ângulos/Triângulos” da oitava série.

| ACERTOS | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| ATIV1 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV2 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV3 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV4 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 0,5 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 | 0,5 | 0,5 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV5 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV6 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,5 | 1,0 | 0,5 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |

Tabela A.1.1.4: Matriz de acerto do módulo “Segmentos/Ângulos/Triângulos” da oitava série.

| TEMPOS | | | | | | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| ATIV1 | 0,1176 | 0,1176 | 0,0706 | 0,3529 | 0,0235 | 0,0941 | 1,0000 | 0,0353 | 0,1765 | 0,1882 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| ATIV2 | 0,4649 | 0,4386 | 0,5965 | 0,3509 | 0,3772 | 0,3509 | 1,0000 | 0,1842 | 0,6491 | 0,3158 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| ATIV3 | 0,3786 | 0,4571 | 1,0000 | 0,3214 | 0,2214 | 0,3214 | 0,3214 | 0,4143 | 0,6857 | 0,5500 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| ATIV4 | 0,2244 | 0,3483 | 0,2436 | 0,5128 | 0,0150 | 0,0556 | 1,0000 | 0,0427 | 0,2051 | 0,1496 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| ATIV5 | 0,3762 | 0,2525 | 0,1980 | 0,6733 | 0,2673 | 0,1931 | 1,0000 | 0,1139 | 0,3663 | 0,3515 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| ATIV6 | 0,2735 | 0,3363 | 0,5830 | 0,4933 | 0,5022 | 0,3901 | 0,4170 | 0,5112 | 1,0000 | 0,4439 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |

Tabela A.1.1.5: Matriz de tempo do módulo “Segmentos/Ângulos/Triângulos” da oitava série.

| AVALIAÇÃO MULTIDIMENSIONAL | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|---------|----------|---------|---------|---------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| 85,1395 | 85,1395 | 100,0000 | 92,5697 | 85,1395 | 85,1395 | 100,0000 | 69,6094 | 92,5697 | 77,0397 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Tabela A.1.1.6: Matriz de tempo do módulo “Segmentos/Ângulos/Triângulos” da oitava série.

| AVALIAÇÃO TRADICIONAL | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------|---------|----------|---------|---------|---------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| 85,0000 | 85,0000 | 100,0000 | 92,5000 | 85,0000 | 85,0000 | 100,0000 | 70,0000 | 92,5000 | 77,5000 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Tabela A.1.1.7: Matriz de tempo do módulo “Segmentos/Ângulos/Triângulos” da oitava série.

A.1.2. Módulo educacional “Ângulos (2)”

| COMPLEXIDADE | | | | |
|--------------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 |
| 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 |

Tabela A.1.2.1: Matriz de complexidade do módulo "Ângulos (2)" da oitava série.

| IMPORTÂNCIA | | | | |
|-------------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 |
| 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 |

Tabela A.1.2.2: Matriz de importância do módulo "Ângulos (2)" da oitava série.

| PESOS | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 |
| 20 | 20 | 20 | 20 | 20 |

Tabela A1.2.3: Matriz de pesos do módulo "Ângulos (2)" da oitava série.

| ACERTOS | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| ATIV1 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV2 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV3 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV4 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV5 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |

Tabela A.1.2.4: Matriz de acerto do módulo “Ângulos (2)” da oitava série.

| TEMPOS | | | | | | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| ATIV1 | 1,0000 | 0,6429 | 0,0000 | 0,6190 | 0,5952 | 0,5952 | 0,4762 | 0,2143 | 0,0000 | 0,6667 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| ATIV2 | 0,2914 | 0,3286 | 0,0000 | 0,2771 | 0,1057 | 0,0771 | 1,0000 | 0,1000 | 0,2571 | 0,1657 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| ATIV3 | 0,1306 | 0,3599 | 0,0000 | 0,9299 | 0,0318 | 0,0541 | 1,0000 | 0,2452 | 0,0000 | 0,5191 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| ATIV4 | 0,1025 | 0,3225 | 0,0000 | 0,4225 | 0,0525 | 0,0625 | 1,0000 | 0,0900 | 0,0000 | 0,0500 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| ATIV5 | 0,4024 | 0,1860 | 0,0000 | 1,0000 | 0,2195 | 0,3598 | 0,4451 | 0,2073 | 0,0000 | 0,5640 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |

Tabela A.1.2.5: Matriz de tempo do módulo “Ângulos (2)” da oitava série.

| AVALIAÇÃO MULTIDIMENSIONAL | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|---------|--------|---------|---------|---------|---------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| 39,9121 | 20,0293 | 0,0000 | 20,0293 | 39,9121 | 39,9121 | 39,9121 | 0,0000 | 0,0000 | 39,9121 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Tabela A.1.2.6: Matriz de tempo do módulo “Ângulos (2)” da oitava série.

| AVALIAÇÃO TRADICIONAL | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------|---------|--------|---------|---------|---------|---------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| 40,0000 | 20,0000 | 0,0000 | 20,0000 | 40,0000 | 40,0000 | 40,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 40,0000 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Tabela A.1.2.7: Matriz de tempo do módulo “Ângulos (2)” da oitava série.

A.1.3 Módulo educacional “Quadriláteros”

| COMPLEXIDADE | | | | | | | | |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 | ATIV6 | ATIV7 | ATIV8 | ATIV9 |
| 0,2 | 0,3 | 0,3 | 0,5 | 0,6 | 0,5 | 0,5 | 0,6 | 0,5 |

Tabela A.1.3.1: Matriz de complexidade do módulo "Quadriláteros" da oitava série.

| IMPORTÂNCIA | | | | | | | | |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 | ATIV6 | ATIV7 | ATIV8 | ATIV9 |
| 0,2 | 0,3 | 0,3 | 0,5 | 0,6 | 0,5 | 0,6 | 0,6 | 0,6 |

Tabela A.1.3.2: Matriz de importância do módulo "Quadriláteros" da oitava série.

| PESOS | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 | ATIV6 | ATIV7 | ATIV8 | ATIV9 |
| 5 | 10 | 10 | 15 | 20 | 10 | 10 | 10 | 10 |

Tabela A.1.3.3: Matriz de pesos do módulo "Quadriláteros" da oitava série.

| ACERTOS | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| ATIV1 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV2 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV3 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV4 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV5 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 |
| ATIV6 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV7 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV8 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV9 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 |

Tabela A.1.3.4: Matriz de acerto do módulo “Quadriláteros” da oitava série.

| TEMPOS | | | | | | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| ATIV1 | 0,9892 | 1,0000 | 0,1828 | 0,0000 | 0,5484 | 0,3441 | 0,0000 | 0,3978 | 0,6452 | 0,3441 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| ATIV2 | 0,4706 | 1,0000 | 0,4235 | 0,0000 | 0,7647 | 0,6588 | 0,0000 | 0,3765 | 0,7176 | 0,3176 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| ATIV3 | 0,6452 | 0,4677 | 0,3387 | 0,0000 | 0,2903 | 0,4677 | 0,0000 | 1,0000 | 0,7258 | 0,5968 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| ATIV4 | 0,9333 | 0,4500 | 1,0000 | 0,0000 | 0,2333 | 0,2667 | 0,0000 | 0,2167 | 0,1167 | 0,8667 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| ATIV5 | 0,4388 | 0,4286 | 0,5000 | 0,0000 | 0,3367 | 0,5102 | 0,0000 | 0,5612 | 1,0000 | 0,0102 | 0,4592 | 0,0000 | 0,2041 | 0,0000 |
| ATIV6 | 0,6531 | 0,7959 | 0,3878 | 0,0000 | 0,4286 | 0,7347 | 0,0000 | 0,7143 | 1,0000 | 0,0204 | 0,6735 | 0,4082 | 0,5102 | 0,0000 |
| ATIV7 | 0,5250 | 0,8500 | 0,5750 | 0,0000 | 0,4500 | 1,0000 | 0,0000 | 0,7750 | 0,7500 | 0,0250 | 0,7000 | 0,7250 | 0,7750 | 0,0000 |
| ATIV8 | 0,4898 | 0,5918 | 1,0000 | 0,0000 | 0,5510 | 0,6939 | 0,0000 | 0,6122 | 0,0000 | 0,0204 | 0,7347 | 0,6122 | 0,0000 | 0,0000 |
| ATIV9 | 0,5862 | 0,8621 | 0,7931 | 0,0000 | 0,4483 | 0,6897 | 0,0000 | 0,3448 | 0,0000 | 0,0000 | 1,0000 | 0,3793 | 0,2759 | 0,9310 |

Tabela A.1.3.5: Matriz de tempo do módulo “Quadriláteros” da oitava série.

| AVALIAÇÃO MULTIDIMENSIONAL | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|----------|----------|--------|----------|----------|--------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| 100,0000 | 100,0000 | 100,0000 | 0,0000 | 100,0000 | 100,0000 | 0,0000 | 100,0000 | 65,3867 | 35,4375 | 64,5625 | 42,8859 | 21,6766 | 10,8383 |

Tabela A.1.3.6: Matriz de tempo do módulo “Quadriláteros” da oitava série.

| AVALIAÇÃO TRADICIONAL | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------|----------|----------|--------|----------|----------|--------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| 100,0000 | 100,0000 | 100,0000 | 0,0000 | 100,0000 | 100,0000 | 0,0000 | 100,0000 | 65,0000 | 40,0000 | 60,0000 | 40,0000 | 20,0000 | 10,0000 |

Tabela A.1.3.7: Matriz de tempo do módulo “Quadriláteros” da oitava série.

A.1.4 Módulo educacional “Maior/Menor/Igual”

| COMPLEXIDADE | | | | |
|--------------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 |
| 0,6 | 0,6 | 0,5 | 0,5 | 0,7 |

Tabela A.1.4.1: Matriz de complexidade do módulo “Maior/Menor/Igual” da oitava série.

| IMPORTÂNCIA | | | | |
|-------------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 |
| 0,6 | 0,6 | 0,5 | 0,5 | 0,7 |

Tabela A.1.4.2: Matriz de importância do módulo “Maior/Menor/Igual” da oitava série.

| PESOS | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 |
| 15 | 20 | 20 | 20 | 25 |

Tabela A.1.4.3: Matriz de pesos do módulo “Maior/Menor/Igual” da oitava série.

| ACERTOS | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| ATIV1 | 0,5 | 0,5 | 1,0 | 0,0 | 0,5 | 0,5 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV2 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV3 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV4 | 0,0 | 0,0 | 0,5 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV5 | 0,5 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |

Tabela A.1.4.4: Matriz de acerto do módulo “Maior/Menor/Igual” da oitava série.

| TEMPOS | | | | | | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| ATIV1 | 0,1951 | 0,4106 | 1,0000 | 0,8740 | 0,2846 | 0,3333 | 0,0000 | 0,5447 | 0,0000 | 0,1504 | 0,1789 | 0,1504 | 0,0285 | 0,0366 |
| ATIV2 | 1,0000 | 0,6389 | 0,9167 | 0,7222 | 0,7778 | 0,8333 | 0,0000 | 0,4167 | 0,0000 | 0,8056 | 0,9167 | 0,3056 | 0,0000 | 0,0000 |
| ATIV3 | 0,5939 | 1,0000 | 0,6288 | 0,0000 | 0,1747 | 0,5066 | 0,0000 | 0,4934 | 0,0000 | 0,1703 | 0,2576 | 0,5590 | 0,6376 | 0,2445 |
| ATIV4 | 0,1267 | 0,0471 | 1,0000 | 0,0000 | 0,0324 | 0,0530 | 0,0000 | 0,1340 | 0,0000 | 0,0221 | 0,0692 | 0,0250 | 0,0044 | 0,0088 |
| ATIV5 | 0,6190 | 0,5714 | 0,0000 | 0,0000 | 0,7446 | 0,8961 | 0,0000 | 1,0000 | 0,0000 | 0,9134 | 0,8268 | 0,1082 | 0,0736 | 0,0000 |

Tabela A.1.4.5: Matriz de tempo do módulo “Maior/Menor/Igual” da oitava série.

| AVALIAÇÃO MULTIDIMENSIONAL | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|---------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| 60,0067 | 46,6690 | 44,5987 | 20,0134 | 54,1939 | 54,1939 | 0,0000 | 20,0134 | 0,0000 | 39,1639 | 65,8394 | 20,0134 | 19,1506 | 19,1506 |

Tabela A.1.4.6: Matriz de tempo do módulo “Maior/Menor/Igual” da oitava série.

| AVALIAÇÃO TRADICIONAL | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|---------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| 60,0000 | 47,5000 | 45,0000 | 20,0000 | 52,5000 | 52,5000 | 0,0000 | 20,0000 | 0,0000 | 40,0000 | 65,0000 | 20,0000 | 20,0000 | 20,0000 |

Tabela A.1.4.7: Matriz de tempo do módulo “Maior/Menor/Igual” da oitava série.

A.1.5 Módulo educacional “Porcentagem”

| COMPLEXIDADE | | | | |
|--------------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 |
| 0,40 | 0,60 | 0,60 | 0,60 | 0,60 |

Tabela A.1.5.1: Matriz de complexidade do módulo “Porcentagem” da oitava série.

| IMPORTÂNCIA | | | | |
|-------------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 |
| 0,40 | 0,60 | 0,60 | 0,60 | 0,60 |

Tabela A.1.5.2: Matriz de importância do módulo “Porcentagem” da oitava série.

| PESOS | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 |
| 10 | 25 | 20 | 20 | 25 |

Tabela A.1.5.3: Matriz de pesos do módulo “Porcentagem” da oitava série.

| ACERTOS | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| ATIV1 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV2 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV3 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV4 | 0,5 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 0,5 | 0,0 | 0,5 | 0,0 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 |
| ATIV5 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 |

Tabela A.1.5.4: Matriz de acerto do módulo “Porcentagem” da oitava série.

| TEMPOS | | | | | | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| ATIV1 | 0,6735 | 1,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,5918 | 0,0204 | 0,0000 | 0,3673 | 0,0000 | 0,4490 | 0,4082 | 0,2449 | 0,7143 | 0,7347 |
| ATIV2 | 1,0000 | 0,3684 | 0,0000 | 0,0000 | 0,6316 | 0,3421 | 0,0000 | 0,1842 | 0,0000 | 0,5000 | 0,1842 | 0,1842 | 0,3421 | 0,8158 |
| ATIV3 | 0,3500 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,1250 | 0,4750 | 0,0000 | 1,0000 | 0,0000 | 0,3000 | 0,5000 | 0,7000 | 0,3000 | 0,3500 |
| ATIV4 | 1,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,6667 | 0,7619 | 0,0000 | 0,4762 | 0,0000 | 0,2667 | 0,2286 | 0,0857 | 0,4762 | 0,8571 |
| ATIV5 | 0,7413 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,8811 | 0,7063 | 0,0000 | 0,6364 | 0,0000 | 0,6434 | 0,5944 | 1,0000 | 0,4545 | 0,6294 |

Tabela A.1.5.5: Matriz de tempo do módulo “Porcentagem” da oitava série.

| AVALIAÇÃO MULTIDIMENSIONAL | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|--------|--------|--------|---------|---------|--------|---------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| 69,6988 | 9,0964 | 0,0000 | 0,0000 | 45,4518 | 35,3514 | 0,0000 | 35,3514 | 0,0000 | 69,6988 | 35,3514 | 35,3514 | 44,4478 | 44,4478 |

Tabela A.1.5.6: Matriz de tempo do módulo “Porcentagem” da oitava série.

| AVALIAÇÃO TRADICIONAL | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------|---------|--------|--------|---------|---------|--------|---------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| 70,0000 | 10,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 45,0000 | 35,0000 | 0,0000 | 35,0000 | 0,0000 | 70,0000 | 35,0000 | 35,0000 | 45,0000 | 45,0000 |

Tabela A.1.5.7: Matriz de tempo do módulo “Porcentagem” da oitava série.

A.1.6 Módulo educacional “Ângulos”

| COMPLEXIDADE | | | | | |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 | ATIV6 |
| 0,3 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,5 |

Tabela A.1.6.1: Matriz de complexidade do módulo “Ângulos” da oitava série.

| IMPORTÂNCIA | | | | | |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 | ATIV6 |
| 0,3 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,5 |

Tabela A.1.6.2: Matriz de importância do módulo “Ângulos” da oitava série.

| PESOS DAS ATIVIDADES | | | | | |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 | ATIV6 |
| 10 | 10 | 10 | 20 | 30 | 20 |

Tabela A.1.6.3: Matriz de pesos do módulo “Ângulos” da oitava série.

| ACERTOS | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| ATIV1 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 |
| ATIV2 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,5 | 1,0 | 1,0 | 0,5 | 0,5 | 0,0 | 1,0 | 0,5 | 0,0 | 0,5 |
| ATIV3 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV4 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 |
| ATIV5 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,5 | 0,0 | 0,0 |
| ATIV6 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |

Tabela A.1.6.4: Matriz de acerto do módulo “Ângulos” da oitava série.

| TEMPOS | | | | | | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| ATIV1 | 0,5862 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 1,0000 | 0,2414 | 0,3793 | 0,1034 | 0,4828 | 0,0345 | 0,2759 | 0,0000 | 0,0000 | 0,3793 |
| ATIV2 | 0,1075 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,5140 | 0,3738 | 1,0000 | 0,1121 | 0,4019 | 0,3178 | 0,3551 | 0,0280 | 0,0748 | 0,4439 |
| ATIV3 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 1,0000 | 0,7412 | 0,4118 | 0,5412 | 0,7176 | 0,1294 | 0,3059 | 0,2000 | 0,3059 | 0,9647 |
| ATIV4 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0684 | 0,0513 | 0,1453 | 0,0684 | 0,1111 | 0,0983 | 0,1239 | 0,1624 | 1,0000 | 0,1154 |
| ATIV5 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,3457 | 0,3704 | 0,8148 | 0,4444 | 0,0617 | 0,4938 | 0,3457 | 1,0000 | 0,4321 | 0,0370 |
| ATIV6 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,3059 | 0,4706 | 0,7059 | 0,9059 | 0,7412 | 0,4235 | 0,7765 | 1,0000 | 0,3765 | 0,2353 |

Tabela A.1.6.5: Matriz de tempo do módulo “Ângulos” da oitava série.

| AVALIAÇÃO MULTIDIMENSIONAL | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|--------|--------|--------|---------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| 8,7154 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 86,7595 | 100,0000 | 67,8431 | 54,6026 | 42,8043 | 50,0775 | 67,8431 | 70,6811 | 29,5638 | 63,3180 |

Tabela A.1.6.6: Matriz de tempo do módulo “Ângulos” da oitava série.

| AVALIAÇÃO TRADICIONAL | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------|--------|--------|--------|---------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 | ALUNO9 | ALUNO10 | ALUNO11 | ALUNO12 | ALUNO13 | ALUNO14 |
| 10,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 85,0000 | 100,0000 | 70,0000 | 55,0000 | 45,0000 | 50,0000 | 70,0000 | 70,0000 | 30,0000 | 65,0000 |

Tabela A.1.6.7: Matriz de tempo do módulo “Ângulos” da oitava série.

A.2. Dados de entrada da nona série

Para cada módulo educacional da nona série é apresentada a matriz de complexidade, a matriz de importância e matriz de pesos máximos, obtidos e definidos pelo professor especialista no módulo educacional respectivo. Seguidamente, é apresentada a matriz de acertos e a matriz de tempos, obtidas na interação dos alunos com o módulo educacional. E por fim é apresentada a tabela de resultados da avaliação multidimensional e a tabela da avaliação tradicional.

A.2.1 Módulo educacional “Semelhança”

| | ACERTOS | | | | | | | |
|-------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 |
| ATIV1 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV2 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV3 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV4 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV5 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |

Tabela A.2.1.1: Matriz de acerto do módulo “Semelhança” da nona série.

| | TEMPOS | | | | | | | |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 |
| ATIV1 | 0,6696 | 0,6580 | 1,0000 | 0,5217 | 0,6580 | 0,0000 | 0,5884 | 0,6058 |
| ATIV2 | 0,6244 | 1,0000 | 0,6650 | 0,5635 | 0,5228 | 0,0000 | 0,5533 | 0,6041 |
| ATIV3 | 1,0000 | 0,4821 | 0,7500 | 0,4464 | 0,7679 | 0,0000 | 0,5179 | 0,2679 |
| ATIV4 | 1,0000 | 0,4516 | 0,5323 | 0,6129 | 0,4516 | 0,0000 | 0,5806 | 0,6935 |
| ATIV5 | 1,0000 | 0,2987 | 0,3766 | 0,4026 | 0,1818 | 0,0000 | 0,1688 | 0,3117 |

Tabela A.2.1.2: Matriz de tempo do módulo “Semelhança” da nona série.

| COMPLEXIDADE | | | | |
|--------------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 |
| 0,6 | 1,0 | 0,8 | 1,0 | 0,8 |

Tabela A.2.1.3: Matriz de complexidade do módulo “Semelhança” da nona série.

| IMPORTÂNCIA | | | | |
|-------------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 |
| 0,4 | 0,7 | 0,6 | 0,7 | 0,6 |

Tabela A.2.1.4: Matriz de importância do módulo “Semelhança” da nona série.

| PESOS DAS ATIVIDADES | | | | |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 |
| 15 | 20 | 20 | 30 | 15 |

Tabela A.2.1.5: Matriz de pesos do módulo “Semelhança” da nona série.

| AVALIAÇÃO MULTIDIMENSIONAL | | | | | | | |
|----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 |
| 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 0 | 100 | 100 |

Tabela A.2.1.6: Matriz de pesos do módulo “Semelhança” da nona série.

| AVALIAÇÃO TRADICIONAL | | | | | | | |
|-----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 |
| 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 0 | 100 | 100 |

Tabela A.2.1.7: Matriz de pesos do módulo “Semelhança” da nona série.

A.2.2 Módulo educacional “Congruência de triângulos”

| ACERTOS | | | | | | | | |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 |
| ATIV1 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV2 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV3 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV4 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV5 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV6 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |

Tabela A.2.2.1: Matriz de acerto do módulo “Congruência de triângulos” da nona série.

| TEMPOS | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 |
| ATIV1 | 0,8182 | 0,7273 | 0,0000 | 0,2727 | 0,7273 | 0,0000 | 1,0000 | 0,1818 |
| ATIV2 | 1,0000 | 0,2857 | 0,0000 | 0,4286 | 0,4286 | 0,0000 | 0,5238 | 0,2857 |
| ATIV3 | 0,9737 | 0,8158 | 0,0000 | 0,7632 | 0,3158 | 0,0000 | 0,3158 | 1,0000 |
| ATIV4 | 0,8605 | 1,0000 | 0,0000 | 0,6279 | 0,3721 | 0,0000 | 0,4186 | 0,6395 |
| ATIV5 | 0,7241 | 0,5517 | 0,0000 | 1,0000 | 0,5172 | 0,0000 | 0,4483 | 0,4483 |
| ATIV6 | 1,0000 | 0,6154 | 0,0000 | 0,6154 | 1,0000 | 0,0000 | 0,7692 | 0,4615 |

Tabela A.2.2.2: Matriz de tempo do módulo “Congruência de triângulos” da nona série.

| COMPLEXIDADE | | | | | |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 | ATIV6 |
| 0,4 | 0,4 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,6 |

Tabela A.2.2.3: Matriz de complexidade do módulo “Congruência de triângulos” da nona série.

| IMPORTÂNCIA | | | | | |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 | ATIV6 |
| 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,7 |

Tabela A.2.2.4: Matriz de importância do módulo “Congruência de triângulos” da nona série.

| PESOS DAS ATIVIDADES | | | | | |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 | ATIV6 |
| 10 | 15 | 15 | 20 | 20 | 20 |

Tabela A.2.2.5: Matriz de pesos do módulo “Congruência de triângulos” da nona série.

| AVALIAÇÃO MULTIDIMENSIONAL | | | | | | | |
|----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 |
| 100 | 100 | 0 | 100 | 100 | 0 | 100 | 100 |

Tabela A.2.2.6: Matriz de pesos do módulo “Congruência de triângulos” da nona série.

| AVALIAÇÃO TRADICIONAL | | | | | | | |
|-----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 |
| 100 | 100 | 0 | 100 | 100 | 0 | 100 | 100 |

Tabela A.2.2.7: Matriz de pesos do módulo “Congruência de triângulos” da nona série.

A.2.3 Módulo educacional “Radicais”

| ACERTOS | | | | | | | | |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 |
| ATIV1 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 |
| ATIV2 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV3 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV4 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV5 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |

Tabela A.2.3.1: Matriz de acerto do módulo “Radicais” da nona série.

| TEMPOS | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 |
| ATIV1 | 0,4324 | 0,2432 | 1,0000 | 0,6486 | 0,5135 | 0,0000 | 0,2973 | 0,1081 |
| ATIV2 | 1,0000 | 0,5000 | 0,9167 | 0,9167 | 0,3333 | 0,0000 | 0,2500 | 0,2500 |
| ATIV3 | 0,3208 | 0,2264 | 1,0000 | 0,3208 | 0,3962 | 0,0000 | 0,2264 | 0,5660 |
| ATIV4 | 0,3878 | 0,7551 | 1,0000 | 0,4082 | 0,5510 | 0,0000 | 0,1224 | 0,3878 |
| ATIV5 | 0,6438 | 0,7397 | 1,0000 | 0,6849 | 0,6849 | 0,0000 | 0,6849 | 0,6849 |

Tabela A.2.3.2: Matriz de tempo do módulo “Radicais” da nona série.

| COMPLEXIDADE | | | | |
|--------------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 |
| 0,3 | 0,3 | 0,3 | 0,5 | 0,6 |

Tabela A.2.3.3: Matriz de complexidade do módulo “Radicais” da nona série.

| IMPORTÂNCIA | | | | |
|-------------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 |
| 0,3 | 0,3 | 0,3 | 0,5 | 0,6 |

Tabela A.2.3.4: Matriz de importância do módulo “Radicais” da nona série.

| PESOS DAS ATIVIDADES | | | | |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 |
| 17,5 | 17,5 | 17,5 | 17,5 | 30,0 |

Tabela A.2.3.5: Matriz de pesos do módulo “Radicais” da nona série.

| AVALIAÇÃO MULTIDIMENSIONAL | | | | | | | |
|----------------------------|----------|----------|----------|----------|--------|----------|---------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 |
| 100,0000 | 100,0000 | 100,0000 | 100,0000 | 100,0000 | 0,0000 | 100,0000 | 85,0388 |

Tabela A.2.3.6: Matriz de pesos do módulo “Radicais” da nona série.

| AVALIAÇÃO TRADICIONAL | | | | | | | |
|-----------------------|----------|----------|----------|----------|--------|----------|---------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 |
| 100,0000 | 100,0000 | 100,0000 | 100,0000 | 100,0000 | 0,0000 | 100,0000 | 82,5000 |

Tabela A.2.3.7: Matriz de pesos do módulo “Radicais” da nona série.

A.2.4 Módulo educacional “Números Naturais”

| ACERTOS | | | | | | | | |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 |
| ATIV1 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV2 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV3 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV4 | 0,0 | 0,0 | 0,5 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 |
| ATIV5 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |
| ATIV6 | 0,0 | 1,0 | 0,5 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |

Tabela A.2.4.1: Matriz de acerto do módulo “Números Naturais” da nona série.

| TEMPOS | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 |
| ATIV1 | 0,1818 | 1,0000 | 0,7273 | 0,2727 | 0,7273 | 0,0000 | 0,8182 | 0,1818 |
| ATIV2 | 0,2881 | 0,4153 | 0,6102 | 0,4153 | 0,6017 | 0,0000 | 0,9492 | 1,0000 |
| ATIV3 | 0,5581 | 0,5116 | 1,0000 | 0,4419 | 0,3721 | 0,0000 | 0,5000 | 0,4419 |
| ATIV4 | 0,2215 | 0,0336 | 0,8523 | 0,6913 | 0,9866 | 0,0000 | 1,0000 | 0,8255 |
| ATIV5 | 0,4539 | 0,1263 | 0,0614 | 0,4130 | 1,0000 | 0,0000 | 0,7747 | 0,9181 |
| ATIV6 | 0,4427 | 0,9008 | 0,3664 | 0,5115 | 0,8473 | 0,0000 | 1,0000 | 0,9695 |

Tabela A.2.4.2: Matriz de tempo do módulo “Números Naturais” da nona série.

| COMPLEXIDADE | | | | | |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 | ATIV6 |
| 0,4 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,7 |

Tabela A.2.4.3: Matriz de complexidade do módulo “Números Naturais” da nona série.

| IMPORTÂNCIA | | | | | |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 | ATIV6 |
| 0,4 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,7 |

Tabela A.2.4.4: Matriz de importância do módulo “Números Naturais” da nona série.

| PESOS DAS ATIVIDADES | | | | | |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ATIV1 | ATIV2 | ATIV3 | ATIV4 | ATIV5 | ATIV6 |
| 5 | 5 | 15 | 15 | 30 | 30 |

Tabela A.2.4.5: Matriz de pesos do módulo “Números Naturais” da nona série.

| AVALIAÇÃO MULTIDIMENSIONAL | | | | | | | |
|----------------------------|---------|---------|---------|---------|--------|----------|---------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 |
| 22,4517 | 53,9570 | 41,4332 | 85,8638 | 53,9570 | 0,0000 | 100,0000 | 85,2269 |

Tabela A.2.4.6: Matriz de pesos do módulo “Números Naturais” da nona série.

| AVALIAÇÃO TRADICIONAL | | | | | | | |
|-----------------------|---------|---------|---------|---------|--------|----------|---------|
| ALUNO1 | ALUNO2 | ALUNO3 | ALUNO4 | ALUNO5 | ALUNO6 | ALUNO7 | ALUNO8 |
| 25,0000 | 55,0000 | 42,5000 | 85,0000 | 55,0000 | 0,0000 | 100,0000 | 85,0000 |

Tabela A.2.4.7: Matriz de pesos do módulo “Números Naturais” da nona série.