



**Universidade Estadual de Campinas**  
**Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação**  
**Departamento de Engenharia de Sistemas**

**CÁLCULO DE FLUXO DE POTÊNCIA EM  
ALIMENTADORES DE DISTRIBUIÇÃO BASEADO EM  
TENSÕES NODAIS E DE RAMOS**

**Autor: Floriano Torres Neto**

**Orientador: Prof. Dr. Anésio dos Santos Júnior**

Trabalho apresentado à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

**Comissão Examinadora:**

(Orientador)	Prof. Dr. Anésio dos Santos Júnior	FEEC - Unicamp
(Titular)	Prof. Dr. Akebo Yamakami	FEEC - Unicamp
(Titular)	Prof. Dr. Nelson Kagan	Escola Politécnica-USP

Campinas, julho de 2010.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE -  
UNICAMP

T636c                      Torres Neto, Floriano  
                                Cálculo de fluxo de potência em alimentadores de  
                                distribuição baseado em tensões nodais e de ramos /  
                                Floriano Torres Neto. --Campinas, SP: [s.n.], 2010.

                                Orientador: Anésio dos Santos Junior.  
                                Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de  
                                Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de  
                                Computação.

                                1. Energia elétrica - Distribuição - Controle de  
                                qualidade. 2. Análise matricial. 3. Circuitos elétricos.  
                                4. Energia elétrica - Distribuição. 5. Sistemas de  
                                potência. I. Santos Junior, Anésio dos. II. Universidade  
                                Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica  
                                e de Computação. III. Título.

Título em Inglês: Distribution power flow based on nodal and branch  
voltages

Palavras-chave em Inglês: Electricity - Distribution - Quality control,  
Matrix analysis, Electrical circuits, Electricity -  
Distribution, Power systems

Área de concentração: Energia Elétrica

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Akebo Yamakami, Nelson Kagan

Data da defesa: 02/07/2010

Programa de Pós Graduação: Engenharia Elétrica

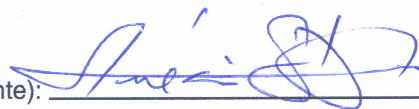
## COMISSÃO JULGADORA - TESE DE MESTRADO

**Candidato:** Floriano Torres Neto

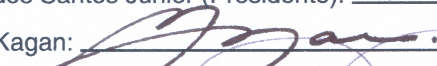
**Data da Defesa:** 2 de julho de 2010

**Título da Tese:** "Cálculo de Fluxo de Potência em Alimentadores de Distribuição Baseado em Tensões Nodais e de Ramos"

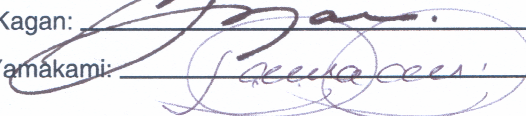
Prof. Dr. Anésio dos Santos Júnior (Presidente):



Prof. Dr. Nelson Kagan:



Prof. Dr. Akebo Yamakami:



# Agradecimentos

Agradeço a Deus pela graça de viver nessa época. Agradeço ao meu pai Decio Torres por ter me ensinado tudo aquilo que um filho precisa saber: honrar suas atitudes, humildade perante todos e dignidade diante do que está por vir. Trabalhar com destreza, amar sua família e aqueles que gosta. Agradeço ainda mais minha mãe, Maria Ligia. Por ter me ensinado com ser uma boa pessoa, estudar e rezar. Agradeço a meu irmão por brincar e crescer comigo.

Agradeço a minha mulher Carolyne, por estar comigo, me amar, me aconselhar e apoiar.

Agradeço aos amigos que fiz aqui em Campinas e aos que deixei em Campo Grande pelo carinho, amizade e companheirismo.

Agradeço ao meu orientador Anésio, não somente por me orientar, mas por me aconselhar e ser mais que colega, ser amigo. Agradeço aos prezados professores e professoras da FEEC, pelas conversas e disciplinas ministradas. Agradeço a UNICAMP como um todo, por tudo o que me ofereceu e ajudou.

Dedico este trabalho  
à minha família;  
à minha  
amada  
Carolynne e;  
aos amigos.

# Resumo

Propõe-se nesta dissertação uma formulação e um método iterativo de cálculo para o fluxo de potência em alimentadores primários de Distribuição de Energia Elétrica. Este é formulado com base em equações lineares de circuitos elétricos, para alimentadores primários radiais e fracamente malhados. Para tanto, um modelo linear de circuito é inicialmente introduzido para alimentadores radiais e a partir desse modelo é proposto um método para o cálculo das magnitudes de tensão dos nós por meio das correntes de carga. As magnitudes das tensões nodais são iterativamente atualizadas até que as especificações de potência das cargas sejam atendidas. Essa formulação é estendida para os casos de redes fracamente malhadas, isto é, alimentadores que contém um moderado número de percursos fechados em sua configuração. Desta forma unifica-se o modelo de representação e o algoritmo de cálculo para redes radiais e fracamente malhadas. A metodologia proposta foi testada e o comportamento do método é comparado com o apresentado por método similar. Os resultados obtidos com vários sistemas são apresentados.

# **Abstract**

It is proposed in this work a formulation and an iterative method for calculating the power flow on feeders of a Primary Electric Power Distribution. This is formulated based on linear equations of electrical circuits, for radial and weakly meshed primary feeders. Thus, a linear model of the circuit is initially introduced for radial feeders and from that model it is proposed a method for calculating the voltage magnitudes of the nodes through the load currents. The magnitudes of nodal voltages are updated iteratively until the power specifications of the loads are met. This formulation is extended to the cases of weakly meshed networks, that is, networks that contain a moderate number of closed paths in your configuration. Thus the model unifies the representation and algorithm for calculating radial networks and weakly meshed. The proposed methodology was tested and compared with a similar method. The results obtained with various systems are presented.

# Sumário

Índice .....	ix
Lista de Figuras .....	x
Lista de tabelas .....	xi
Lista de Equações .....	xi

## Índice

Cap. 1 – Introdução .....	1
Cap. 2 – Cálculo do Fluxo de Potência em Alimentadores Primários de Distribuição .....	5
2.1 – Características dos Alimentadores e Formulação do Problema .....	5
2.2 – Alguns Métodos Aplicados .....	8
2.2.1 – Métodos de Varredura (Ou Acumulação) .....	9
2.2.1.1 – Métodos de Varredura Baseado em Corrente .....	9
2.2.1.2 – Métodos de Varredura Baseados em Potência .....	12
2.2.1.3 – Método Baseado em Impedância .....	15
2.2.2 – Métodos Tipo Newton .....	15
2.3 – Método Matricial – Método Teng .....	18
2.4 – Conclusão .....	20
Cap. 3 – Abordagem Proposta para o Cálculo do Fluxo de Potência na Distribuição .....	23
3.1 – Introdução .....	23
3.1.1 – Formulação da Modelagem Linear para Sistemas Radiais .....	24
3.1.2 – Equação para Obter o Estado da Rede Radial .....	27
3.1.3 – Algoritmo baseado nas equações (3.1-b), (3.3), (3.4) e (3.5) .....	30
3.2 – Formulação da Modelagem Linear para Sistemas Fracamente Malhados .....	31
3.3 – Equação para Obter o Estado da Rede Fracamente Malhada .....	36
3.4 – Metodologia para Construir a Matriz de Efeito das Malhas .....	38
Cap. 4 – Testes e Resultados .....	41
4.1 – Definições de Critérios de Desempenho .....	42
4.2 – Reconfiguração de Alimentadores .....	43
4.3 – Sistema com 33 nós .....	45
4.4 – Sistema com 69 nós .....	53
4.5 – Sistema com 84 nós .....	63
4.6 – Sistema com 135 nós .....	68
4.7 – Avaliação do Esforço Computacional .....	74
Cap. 5 – Conclusões .....	77
Referências Bibliográficas .....	79
Bibliografias .....	81



Apêndice A .....	87
A 1 – Fluxo de Potência na Rede de Distribuição Radial .....	88
A 2 – Fluxo de Potência na Rede de Distribuição Fracamente Malhada .....	89
A 3 – Comparação com o método proposto em [1] .....	94

## Lista de Figuras

Figura 2.1 – Concepção de um Sistema de Distribuição Radial .....	6
Figura 2.2 – Modelo de linha Curta de Carga .....	7
Figura 2.3 - Fluxograma do método proposto em [9] para redes radiais .....	10
Figura 2.4 - Fluxograma do método proposto em [9] para redes fracamente malhadas .....	11
Figura 2.5 - Fluxograma do método proposto em [10] para redes fracamente malhadas .....	13
Figura 2.6 - Alimentador radial .....	14
Figura 3.1 - Sistema de distribuição radial hipotético .....	25
Figura 3.2 - Fluxograma para montar a matriz $[Z][C]^{-1}$ .....	29
Figura 3.3 - Sistema de distribuição fracamente malhado qualquer .....	31
Figura 3.4 - Queda de tensão no fim de um alimentador para uma carga no modelo ZIP .....	32
Figura 3.5 - Fluxograma para montar a matriz $[C^{fecho}][Z^{fecho}]^{-1}[M_a^{árv}]$ .....	39
Figura 4.1 – Sistema de Distribuição Radial Reconfigurado .....	44
Figura 4.2 - SIS33 em sua forma radial (linha contínua) e fracamente malhada (ramos tracejados) .....	45
Figura 4.3 - Perfil de tensão do sistema 33 nós, radial e fracamente malhado .....	46
Figura 4.4 - SIS33 reconfigurada .....	50
Figura 4.5 - Perfil de tensão do SIS33 na condição de rede radial, com uma malha e reconfigurada .....	51
Figura 4.6 - SIS69 em sua forma radial (linha contínua) e fracamente malhada (ramos tracejados) .....	54
Figura 4.7 - Perfil de tensão do sistema 69 nós, radial e fracamente malhado .....	55
Figura 4.8 - SIS69 reconfigurado .....	59
Figura 4.9 - Perfil de tensão do SIS69 na condição de rede radial, com uma malha e reconfigurada .....	60
Figura 4.10 - Topologia do Sis84, com 11 alimentadores .....	63
Figura 4.11 - Estrutura da matriz $[C]-1[Z]$ de Sis84 .....	64
Figura 4.12 - Perfil de tensão do Sis84 .....	67
Figura 4.13 - Estrutura da matriz $[C]-1[Z]$ do Sis135 .....	68
Figura 4.14 - Topologia do Sis135, com 8 alimentadores .....	69
Figura 4.15 - Perfil de tensão do Sis135 .....	73

## Lista de Tabelas

Tabela 1 – Dados e Soluções do Sistema de 33 Nós .....	47
Tabela 2 – Dados de Ramos que Fecham Malha no Sistema de 33 Nós .....	48
Tabela 3 – Desempenho das Versões do SIS33 .....	49
Tabela 4 – Dados e Soluções do Sistema de 33 Nós Reconfigurado .....	52
Tabela 5 – Desempenho das Versões do SIS33 Fracamente Malhado e Reconfigurado .....	53
Tabela 6 – Dados de Ramos que Fecham Malha no Sistema de 69 Nós .....	55
Tabela 7 – Dados e Soluções do Sistema de 69 Nós .....	56
Tabela 8 – Desempenho das Versões do SIS69 .....	58
Tabela 9 – Dados e Soluções do Sistema de 69 Nós Reconfigurado .....	61
Tabela 10 – Desempenho das Versões do SIS69 Fracamente Malhado e Reconfigurado .....	62
Tabela 11 – Dados e Soluções do Sistema de 84 Nós .....	65
Tabela 12 – Desempenho das Versões do SIS84 .....	67
Tabela 13 – Dados e Soluções do Sistema de 135 Nós .....	70
Tabela 14 – Desempenho do SIS135 .....	73
Tabela 15 – Eficiência Computacional da Metodologia Proposta .....	75
Tabela 16 – Comparação da Metodologia Proposta com o Método em [1] .....	75

## Lista de Equações

Equação (2.1) – Modelo de Potência Complexa da Carga .....	7
Equação (2.2) – Impedância Complexa dos Ramos de Distribuição .....	8
Equação (2.3) – Equação de Sensibilidade .....	12
Equação (2.4) – Equação para Determinar o <i>Operation Point</i> .....	14
Equação (2.5) – Equação de Fluxo de Potência do Método Newton .....	16
Equação (2.6) – balanço de Potência de Cada Nó .....	16
Equação (2.7) – Equação Linear de Cada Iteração do Método de Newton .....	16
Equação (2.8) – Equação de Montagem da Matriz Admitância .....	17
Equação (2.9) – Equação de Montagem da Matriz jacobiana .....	18
Equação (2.10) – Equação do Método Teng para Redes Radiais .....	19
Equação (2.11) – Equação de Atualização de Tensão do Método Teng .....	19
Equação (2.12) – Equação do Método Teng para Redes Frac. Malhadas .....	20
Equação (3.1) – Leis de Kirchhoff .....	24
Equação (3.2) – Leis de Bipolos .....	24
Equação (3.3) – Modelo Linear de Rede de Distribuição Radial .....	25
Equação (3.4) – Equação para Obter o Estado da Rede Radial .....	27
Equação (3.5) – Equação para Obter a Tensão Nodal da Rede Radial .....	27
Equação (3.6) – Equação de Montagem da Matriz Incidência .....	32

Equação (3.7) – Matriz Incidência .....	33
Equação (3.8) – Equação Matricial da Lei das Correntes de Kirchhoff .....	33
Equação (3.9) – Equação Matricial de Bipolos .....	33
Equação (3.10) – Modelo Linear da Rede Radial .....	33
Equação (3.11) – Equação Matricial da Lei das Tensões de Kirchhoff .....	33
Equação (3.12) – Equação Matricial da Lei de Kirchhoff para Redes Fracamente Malhadas .....	34
Equação (3.13) – Equação de Montagem da Matriz de Malhas .....	35
Equação (3.14) – Partição da Matriz Incidência Reduzida .....	36
Equação (3.15) – Partição da Matriz Impedância Diagonal .....	36
Equação (3.16) – Equação Matricial do Modelo Linear da Rede Fracamente Malhada .....	37
Equação (3.17) – Equação Matricial das Tensões de Ramo de Fecho .....	37
Equação (3.18) – Equação Matricial do Fluxo de Potência na Rede Malhada .	37
Equação (3.19) – Equação Matricial da LTK para Redes Frac. Malhadas .....	37
Equação (4.1) – Equação de Cálculo de Perdas Ativas Totais .....	42
Equação (4.2) – Equação de Cálculo do Índice de Redução de Perdas .....	42
Equação (4.3) – Equação de Cálculo de Desvio de Tensão .....	43
Equação (A – 1) – Equação Matricial da Lei das Correntes de Kirchhoff .....	87
Equação (A – 2) – Equação Matricial da Lei das Tensões de Kirchhoff .....	87
Equação (A – 3) – Equação Matricial de Bipolos .....	87
Equação (A – 4) – Equação Matricial da Corrente em Função da Tensão .....	87
Equação (A – 5) – Equação Matricial de Tensão Nodal em Função da Corrente .....	88
Equação (A – 6) – Equação Matricial do Fluxo de Potência na Distribuição ....	88
Equação (A – 7) – Equação Matricial da Queda de Tensão em Função da Corrente de Carga .....	88
Equação (A – 8) – Equação Matricial da Lei das Correntes de Kirchhoff para Redes Fracamente Malhadas .....	90
Equação (A – 9) – Equação Matricial da Lei das Tensões de Kirchhoff para Redes Fracamente Malhadas .....	91
Equação (A – 10) – Equação Matricial de Bipolos para Redes Fracamente Malhadas .....	91
Equação (A – 11) – Equação Matricial da Corrente em Função da Queda de tensão .....	91
Equação (A – 11a) – Uma Linha da Equação (B – 9) .....	91
Equação (A – 11b) – Queda de Tensão do ramo ij .....	91
Equação (A – 11c) – Uma Linha da Equação (B – 9) .....	92
Equação (A – 11d) – Queda de Tensão Nula na Malha .....	92
Equação (A - 12) – Equação Matricial da Lei das Tensões de Kirchhoff Rearranjada .....	92
Equação (A – 13) – Equação Matricial da Corrente em Função da Queda de tensão .....	92
Equação (A – 14) – Equação Matricial da Queda de Tensão em Função da Corrente .....	92

Equação (A – 15) – Equação Matricial do Fluxo de Potência na Rede	
Distribuição Fracamente Malhada .....	92
Equação (A – 16) – Equação Matricial do Fluxo de Potência na Rede Radial .	93
Equação (A – 17) – Equação Matricial do Fluxo de Potência na Rede	
Distribuição Fracamente Malhada .....	95

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

O sistema elétrico de distribuição é o último estágio entre os consumidores destinatários dos serviços de suprimento e os sistemas de geração e transmissão de energia elétrica. A partir dos alimentadores de distribuição a maioria dos consumidores, residenciais, comerciais e de serviços conectam-se ao sistema de transmissão e geração. Com a recente tendência de modernização tecnológica dos equipamentos eletro-eletrônicos dos consumidores e dos serviços de suprimento de eletricidade, a expectativa de garantia de qualidade do serviço de distribuição tem aumentado significativamente.

Do ponto de vista operativo o sistema de distribuição é todo aparato de rede elétrica no qual a tensão nominal adotada está abaixo de 34,5 kV [6]. As configurações possíveis para as redes de distribuição apresentam-se na forma radial e fracamente malhada [5]. A rede radial consiste no encadeamento dos nós,

por meio de um conjunto de ramos no qual haverá somente um caminho que conecta a subestação alimentadora ao nó de atendimento (um consumidor ou um conjunto deles). A rede fracamente malhada é concebida a partir de uma rede radial (árvore) na qual são conectados alguns ramos que agregam percursos fechados ou malhas ao circuito original.

O fato de uma rede ser radial facilita sua análise [4]. Historicamente os sistemas de distribuição foram concebidos em forma de redes radiais e isto os tornava operativamente mais simples e econômicos, principalmente em relação à sua manutenção. Entretanto a possibilidade de interrupções aos consumidores é maior quando comparado a sistemas malhados. Por outro lado, ter um sistema fracamente malhado na distribuição é muito atrativo, pois o fechamento de um conjunto de malhas melhora o perfil de tensão [2] e torna mais confiável o atendimento dos consumidores.

As ferramentas de cálculo do fluxo de potência em redes de distribuição, diante dessas possibilidades de configuração, têm dado ênfase aos sistemas radiais. De um modo geral os métodos desenvolvidos para redes fracamente malhadas são concebidos a partir de adaptações sobre os existentes para redes radiais. Devemos considerar ainda que os métodos baseados em acumulação das cargas em nós [2,8,9,10], a partir do nó alimentador, exigem procedimentos adaptativos por meio dos quais os ramos de fechamento de laços são iterativamente incorporados em redes radiais equivalentes.

A robustez do método de solução do problema do fluxo de potência em redes de distribuição depende fundamentalmente de sua adequação às características (topológicas e parâmetros de circuito) do sistema. Essa é a razão pela qual o método de Newton [7], que é bastante eficiente para sistemas de transmissão, não apresenta bom desempenho em redes de distribuição [9]. O método de Newton pode tornar-se bastante ineficiente e até perder a capacidade de obter uma solução em determinadas situações [11]. Dessa forma, o método de Newton, que é formulado por meio de equações com especificações em potência,

pode ser descartado como opção para a busca da solução em sistemas de distribuição. Esse fato abre uma oportunidade para se investigar e experimentar alternativas de cálculo do fluxo de potência, em redes de distribuição, com base em modelos lineares relacionando tensões e correntes. O desenvolvimento de técnicas mais robustas para o cálculo de fluxo de potência, com topologias mais complexas que as trivialmente radiais pode levar a novas concepções que agreguem segurança e qualidade operativas. Soluções mais eficientes, com vantagens para os destinatários finais da energia, poderão ser analisadas e planejadas na medida em que se desenvolvam métodos de cálculo de fluxo de potência mais robustos. É nessa direção que pretendemos contribuir com a proposta apresentada neste trabalho.

Existem na literatura [1, 2, 8, 9, 10] muitos métodos propostos para o cálculo do fluxo de potência em sistemas de distribuição. Basicamente os métodos propostos em [2, 8, 9, 10] constituem-se por uma varredura na rede (*Backward/Foward Sweep*) através de uma estratégia de re-alocação de potência ou corrente nos nós. Já o método proposto em [1] explora a característica topológica da rede de modo a representá-la por meio de equações matriciais que resolvidas fornecem a solução do fluxo de potência.

O que se propõe neste trabalho é uma abordagem, do problema de cálculo do fluxo de potência em sistemas distribuição, sistematizada com base nos métodos de análise de circuitos elétricos [12], obtendo assim uma abordagem unificada para o problema tanto em configurações radiais como fracamente malhados.

No capítulo 2 é apresentado o problema, as variáveis envolvidas e uma revisão dos métodos existentes. No capítulo 3 tem-se a abordagem proposta demonstrando-se o método para redes radiais e fracamente malhadas. No capítulo 4, apresentam-se os testes feitos, usando sistemas conhecidos e reais, cujos dados e resultados estão evidenciando a capacidade da metodologia proposta. E por fim no capítulo 5, apresentam-se as conclusões observadas.

# Capítulo 2

## CÁLCULO DO FLUXO DE POTÊNCIA EM ALIMENTADORES PRIMÁRIOS DE DISTRIBUIÇÃO

### 2.1 – CARACTERÍSTICAS DOS ALIMENTADORES E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Circuitos de distribuição são bastante variados em comprimento e forma, pois é o elo do consumidor com a transmissora e com geradora de energia elétrica. Um circuito de distribuição simploriamente é composto com alimentadores, ramos,



elos fusíveis, chaves seccionadoras e transformadores abaixadores, além de toda estrutura de suporte e fixação desses equipamentos [23].

Um alimentador principal, ou tronco, é a continuação da linha de transmissão. Ele origina-se no barramento ligado ao secundário do transformador abaixador da subestação cuja tensão já está no nível de distribuição. A partir desses troncos derivam-se outros alimentadores, chamados de ramais, cuja função é fornecer um ponto de acesso aos consumidores. Neste estágio, se o consumidor for residencial este se conectará ao alimentador por meio de um transformador de distribuição. Caso contrário poderá conectar-se diretamente ao alimentador.

Esses ramais são normalmente condutores de alumínio com alma de aço de grande capacidade de condução de corrente. Pode ser monofásico, bifásico ou trifásico e têm elos fusíveis ou chaves seccionadoras para separá-los do tronco, se eles estiverem defeituosos [24] ou se assim desejar a equipe de operação dessa rede de distribuição. A figura 2.1 exemplifica um esquema monofilar de uma rede de distribuição radial.

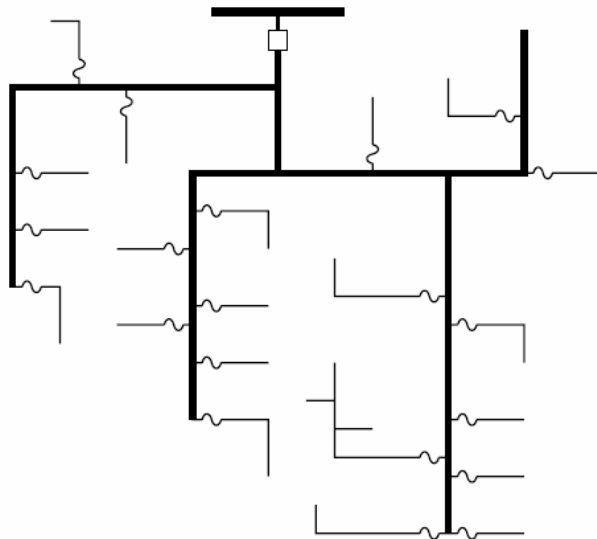


Figura 2.1: Concepção de um sistema de distribuição radial.

A rede de distribuição é radial ou fracamente malhada, seja de forma aérea ou subterrânea. Nesta dissertação as cargas foram modeladas por meio de potência

constante no qual em cada nó do sistema assume-se a existência de carga consumindo potencia complexa:

$$S_k = P_k + jQ_k \quad (2.1)$$

Onde que  $S_k$  representa a potência complexa aparente,  $P_k$  a potência ativa e  $Q_k$  a potência reativa drenada no nó  $k$ . Normalmente as empresas concessionárias do serviço de distribuição de energia elétrica detêm os dados de carregamento de cada nó do seu respectivo sistema.

Além do mais, a cada nó é associado uma tensão nodal  $V_k = E_k e^{j\theta_k}$ , que é determinada sistemicamente, onde  $E_k$  é a magnitude de tensão e  $\theta_k$  é o ângulo desse fasor. A corrente de ramo  $I_{ij}$  é a soma das correntes que trafegam por um determinado ramo delimitado pelos nós  $i$ - $j$  e a corrente de carga  $I_k$  é determinada pela potência aparente.

O alimentador, bem como os trechos que advém dele, são modelados como linha de transmissão curta, conforme figura 2.2.

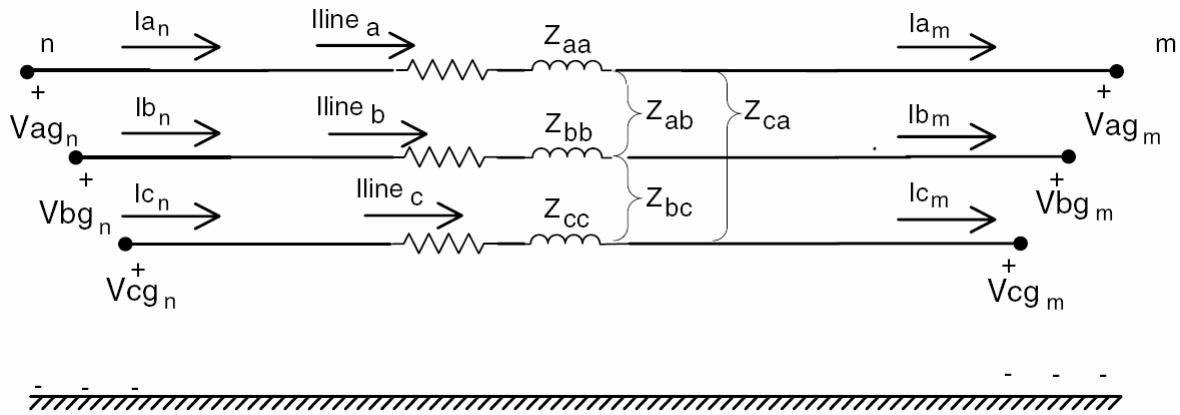


Figura 2.2: Modelo genérico de linha curta trifásica.

O modelo de linha curta somente necessita a impedância série da linha de transmissão. Na figura 2.2, essa impedância é representada por:

$$Z_{aa} = R_{aa} + jX_{aa} \quad (2.2)$$

De posse de todos esses dados, uma das questões a ser analisada é como suprir de potência elétrica um consumidor de tal forma que a tensão entregue seja aceitável e/ou confiável. Esse assunto foi e é digno de muita discussão e pesquisa, fazendo surgir vários métodos de análise de rede de distribuição. Nesta dissertação o foco é demonstrar um método para determinar a tensão nodal de uma rede de distribuição seja radial seja fracamente malhada. Para isso, foram analisados os métodos mais conhecidos de terminação do estado da rede de distribuição.

Esses métodos baseiam-se na essência topológica que a rede de distribuição tem. O fato de ela ser radial ou malhada norteia todos os métodos de cálculo de fluxo de potência voltados para a rede de distribuição. E como a grande maioria das redes de distribuição são radiais, a maioria dos métodos é para essas redes. Quando surge uma rede fracamente malhada, muitos métodos radiais são adaptados para analisar essas redes malhadas.

A seguir, é exposta uma síntese desses vários métodos, nos quais são destacadas suas premissas e formas de atuação.

## **2.2 – ALGUNS MÉTODOS APLICADOS**

A maioria dos métodos podem ser classificados como de varredura ou acumulação. Além desses existe o método de Newton e seus derivados e, mais recentemente, um método matricial chamado de método Teng.

### 2.2.1 – MÉTODOS DE VARREDURA (OU ACUMULAÇÃO)

Os métodos de varredura ou acumulação foram inspirados pela topologia das redes de distribuição radiais. Como essas redes são encadeamentos de nós por ramos de tal forma a não formar laços, é possível formar trilhas e por elas saber qual nó o antecede. Desta maneira, saindo do nó de referência percorrem-se essas trilhas até os nós finais – varredura *forward sweep* – fazendo a atualização da tensão e partindo dos nós finais até o nó de referência temos a varredura *backward sweep* fazendo o acúmulo de corrente ou potência.

#### 2.2.1.1 - MÉTODOS DE VARREDURA BASEADO EM CORRENTE

Em [9] é proposto um método, chamado de *método de compensação*, para tratar de redes de distribuição fracamente malhadas. Essencialmente o método de compensação consiste em obter uma rede radial equivalente a rede fracamente malhada. Para fazer isso, cada malha é aberta e neste ponto de abertura surgem dois *nós de breakpoint* por onde são injetadas correntes determinadas por esse método de compensação.

O método de compensação multi-portas, utilizado para determinar a corrente de compensação, pode ser interpretado como o equivalente de Thévenin obtido no ponto de abertura do laço. Como as cargas são não-lineares, esse equivalente de Thévenin deve ser obtido iterativamente a cada solução da rede radial equivalente. Quando é rede radial [9] propõe-se o algoritmo na Figura 2.3.

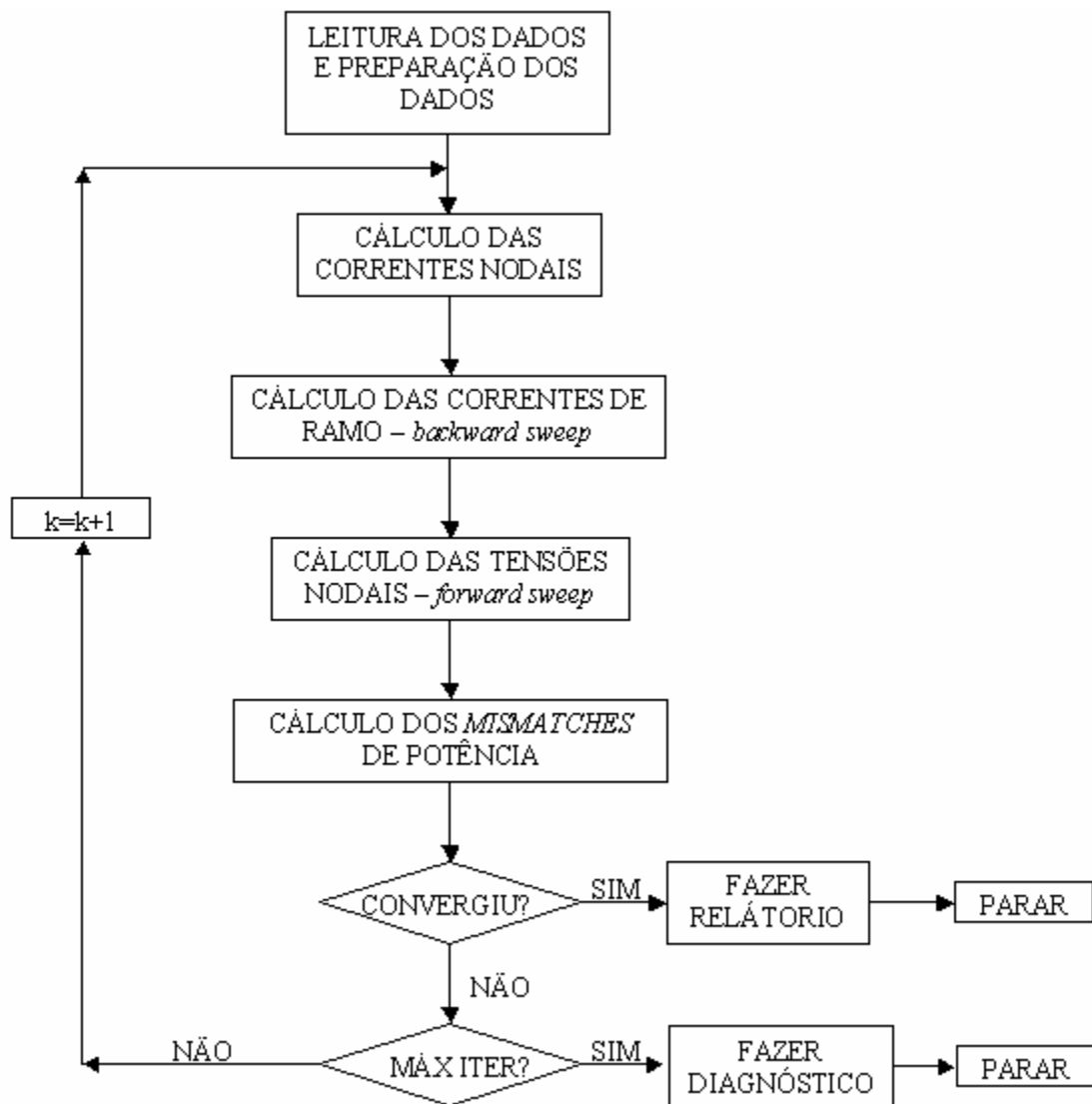


Figura 2.3 - Fluxograma do método proposto em [9] para redes radiais.

Na condição de fracamente malhado [9] usa-se o algoritmo na Figura 2.4.

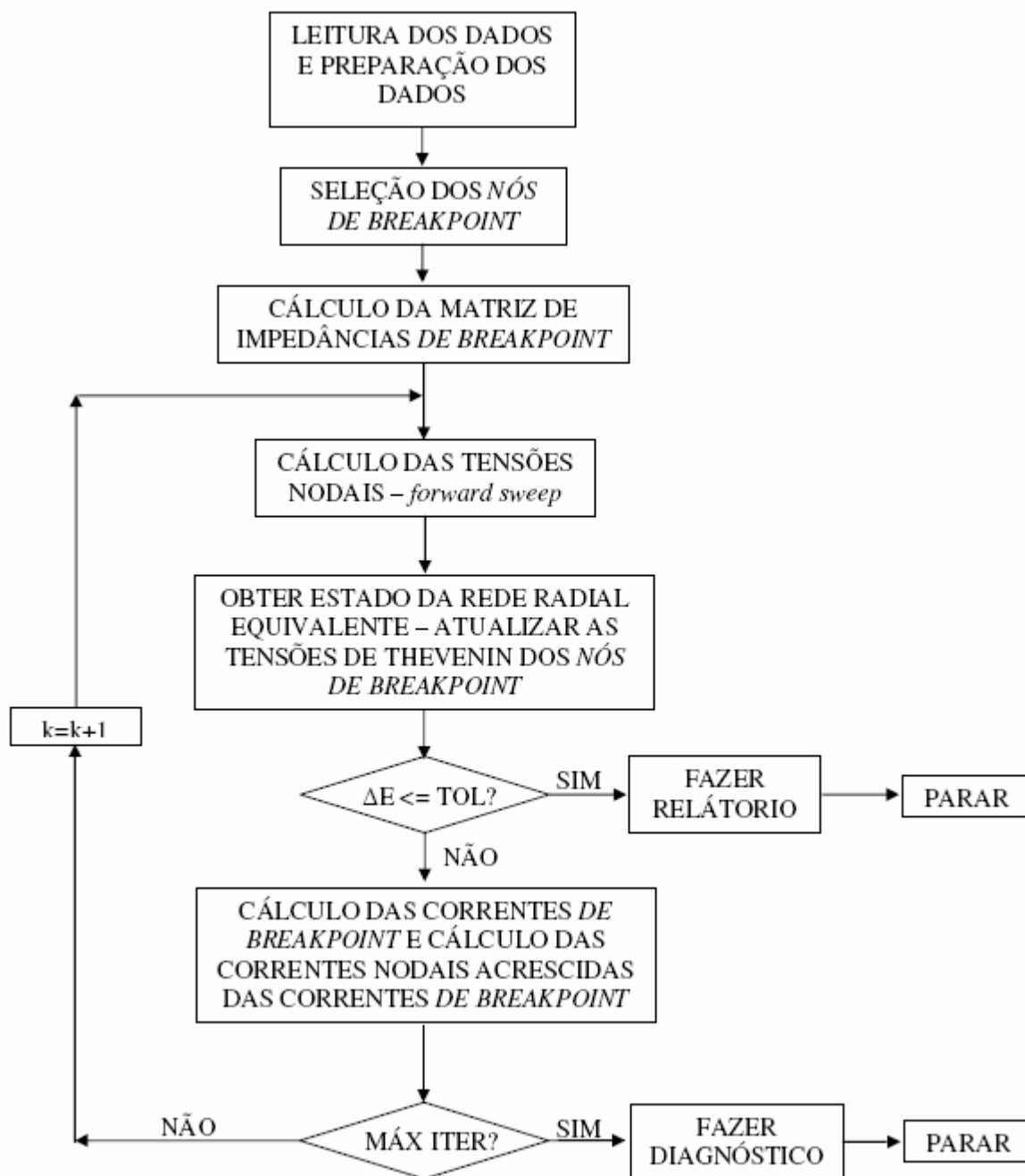


Figura 2.4 - Fluxograma do método proposto em [9] para redes fracamente malhadas.

Esse método é eficiente e mais robusto que o proposto em [3] pelo simples fato de poder analisar redes radiais e redes fracamente malhadas. Entretanto, a

necessidade de se determinar uma rede equivalente a cada iteração torna esse método computacionalmente complexo.

#### 2.2.1.2 – MÉTODOS DE VARREDURA BASEADO EM POTÊNCIA

Seguindo pela mesma linha de raciocínio de [9], o método proposto em [10] também propõe um método capaz de determinar o estado de redes radiais e fracamente malhadas, sendo que para redes radiais o método é o mesmo de [9], porém para redes fracamente malhadas há diferenças.

Essencialmente o que se propõe em [10] é obter uma rede radial equivalente, em que o laço é aberto em dois *nós de breakpoint* por onde é injetada potência ativa e reativa com o propósito de representar o efeito da circulação de potência aparente no laço.

Por meio da equação (2.3) consegue-se determinar o efeito da malha na rede de distribuição.

$$[M]\Delta S = \Delta E \quad (2.3)$$

Em que  $[M]$  é uma matriz sensibilidade,  $\Delta S$  é a injeção de potência nos nós de breakpoint e  $\Delta E$  é a diferença (mismatch) de tensão nodal nos nós de breakpoint. Essa matriz  $[M]$  oferece uma medida de quanto a variação de  $\Delta E$  depende de  $\Delta S$ , assumindo que todas as não-linearidades são negligenciadas. Diante dessas e de outras imposições, essa matriz  $[M]$  reduz-se a matriz de impedâncias descrita em [3]. O algoritmo proposto em [10] está na Figura 2.5.

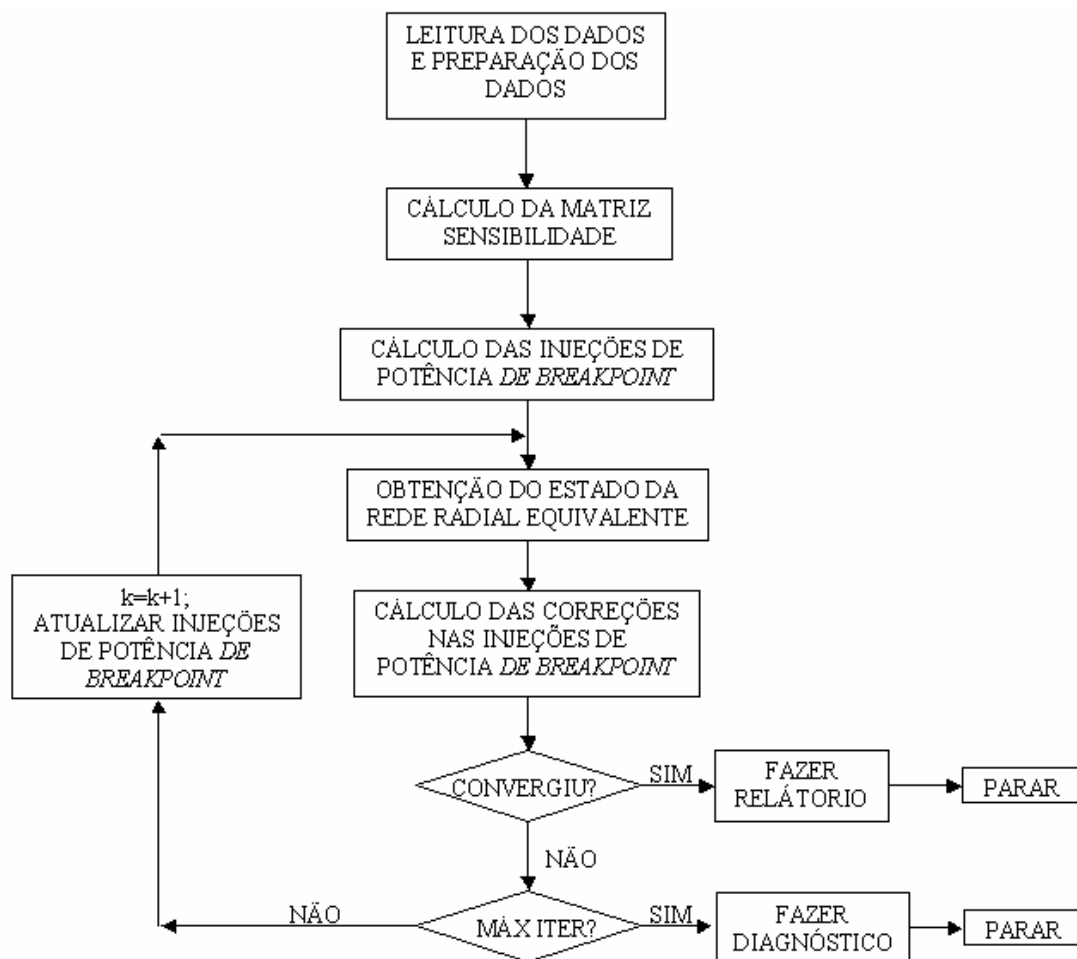


Figura 2.5 - Fluxograma do método proposto em [10] para redes fracamente malhadas.

Em [3] existe outro equacionamento com o propósito de alocar bancos de capacitores em uma rede de distribuição radial, que para tanto necessita de um método de obtenção do estado da rede, que é chamado de “*operation point*”.

A idéia do método proposto em [3] é obter a magnitude de tensão do nó à frente por meio da lei de bipolos, se assumir como conhecida a magnitude de tensão nodal do nó imediatamente anterior ao nó em questão. Uma vez que como o sistema de distribuição radial é topologicamente simples de ser analisado pelo fato



de que todo nó é precedido por um único nó e que a conexão entre ambos é feita por uma linha de transmissão curta, conforme a figura 2.6.

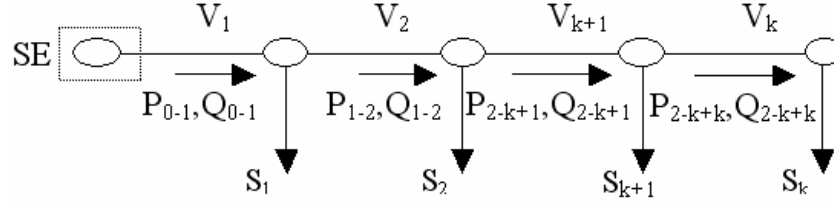


Figura 2.6 - Alimentador radial.

Esse método exibido em [3] consiste em obter para cada nó a tensão nodal e o fluxo de potência aparente que chega ao mesmo, por meio das equações (2.4):

$$\begin{cases} P_{k+1} = P_k - r_{k+1} \left( \frac{P_k^2 + Q_k^2}{V_k^2} \right) - P_{k+1}^{\text{LOAD}}; \\ Q_{k+1} = Q_k - x_{k+1} \left( \frac{P_k^2 + Q_k^2}{V_k^2} \right) - Q_{k+1}^{\text{LOAD}} + Q_{k+1}^{\text{CAP}}; \\ V_{k+1}^2 = V_k^2 - 2(r_{k+1}P_k + x_{k+1}Q_k) + (r_{k+1}^2 + x_{k+1}^2) \left( \frac{P_k^2 + Q_k^2}{V_k^2} \right); \end{cases} \quad (2.4)$$

Onde  $P_k$  e  $Q_k$  é o fluxo de potência ativa e reativa chegando ao nó  $k+1$  por meio do ramo  $k - k+1$ , e  $V_k$  é a magnitude de tensão nodal do nó  $k$ .

Para se obter o estado da rede, primeiro acumula-se toda a potência drenada no nó raiz. Como se sabe qual a magnitude de tensão do nó raiz e utilizando-se da equação (2.4) consegue-se determinar o estado do nó imediatamente à frente do nó raiz. Fazendo o mesmo para todos os nós até o nó final, tem-se o estado da rede. Para checar se é de fato o estado da rede, basta calcular a potência aparente drenada pela carga e comparar com os dados de carga.

Essa técnica é eficiente, porém não leva em consideração o fato da rede estar fracamente malhada, limitando dessa forma a robustez desse método.

### 2.2.1.3 – MÉTODO BASEADO EM IMPEDÂNCIA

O método proposto em [8] trata tanto redes radiais quanto fracamente malhadas. O diferencial dessa metodologia frente [3,9] é a visão da rede de distribuição como um todo, focando sua essência de circuito elétrico e dessa forma o estado da rede é obtido pela solução de um circuito simples.

Especificamente para redes fracamente malhadas, este método faz uso da abertura da malha transformando-a em uma rede radial equivalente como em [3,9]. Porém nos *nós de breakpoint* são conectadas impedâncias iguais a impedância equivalente a potência drenada no nó que sofreu a ruptura do laço.

Nesse método presume-se que as cargas são impedâncias constantes, obtidas das informações de carga do banco de dados. Além disso, faz o uso de um complexo sistema de numeração dos nós e ramos que o torna difícil de implementar.

### 2.2.2 MÉTODOS TIPO NEWTON – RAPHSON

Cronologicamente o método de Newton [7] foi um dos primeiros métodos computacionais a serem usados para obter o estado da rede de distribuição. Por definição, este método baseia-se na representação da rede elétrica por meio de equações de potência, isto é, para obter o estado da rede (magnitudes de tensão e ângulo de fase de tensão) é feito um equacionamento dos parâmetros da rede (impedância dos elementos) de tal forma a explicitar a potência em cada nó do sistema, de acordo com a formulação abaixo:

$$S_k = E_k I_k^* = P_k + jQ_k = E_k \left( \sum_{m=1}^{NB} Y_{km} E_m \right)^* \Rightarrow \begin{cases} P_k = V_k \left( \sum_{m=1}^{NB} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \right) \\ Q_k = V_k \left( \sum_{m=1}^{NB} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \right) \end{cases} \quad (2.5)$$

Sabe-se que quando o sistema está em equilíbrio toda potência gerada é consumida, portanto pode-se afirmar que para todo nó do sistema a equação (2.6) é válida:

$$\begin{cases} \Delta P_k = P_k^{\text{gerado}} - P_k^{\text{demandado}} - P_k = 0 \\ \Delta Q_k = Q_k^{\text{gerado}} - Q_k^{\text{demandado}} - Q_k = 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

Portanto, pode-se enxergar a equação (2.6) como uma função no qual se quer achar o zero. Em outras palavras deseja-se saber qual  $V_k$  e  $\theta_k$  torna a equação (2.6) verdadeira. Seguindo neste raciocínio, pode-se usar o método de Newton nesta equação no qual a solução é obtida iterativamente por meio da equação (2.7), até que  $[\Delta P \ \Delta Q]^T$  esteja abaixo de uma tolerância aceitável.

$$\begin{bmatrix} \theta^{k+1} \\ |V|^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta^k \\ |V|^k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \theta^k \\ \Delta |V|^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta^k \\ |V|^k \end{bmatrix} + \left( \begin{bmatrix} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right] & \left[ \frac{\partial P}{\partial |V|} \right] \\ \left[ \frac{\partial Q}{\partial \theta} \right] & \left[ \frac{\partial Q}{\partial |V|} \right] \end{bmatrix}^k \right)^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P^k \\ \Delta Q^k \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

O método de Newton aplicado a redes elétricas possui grande praticidade, entretanto o fato de seu uso exigir a formação e a inversão de uma matriz baseada nas características dos trechos de linha de transmissão e no estado da rede pode ser problemático. Especificamente no sistema de distribuição, temos

que a representação dos trechos entre os nós é feita por meio do equacionamento da mesma como linha de transmissão curta. Isso implica em dizer que somente serão levadas em conta a resistência e a reatância dos elementos série dos trechos.

Esse fato afeta diretamente a Matriz Admitância da Rede, que se resume à equação (2.8):

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{km} = \frac{1}{z_{km}} = \left( \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \right) + j \left( \frac{-x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \right) = g_{km} + jb_{km}; \\ Y_{km} = G_{km} + jB_{km} = -y_{km} = -g_{km} - jb_{km}; \\ Y_{kk} = G_{kk} + jB_{kk} = -\sum_{m=1}^{NB} Y_{km} = -\sum_{m=1}^{NB} (G_{km} + jB_{km}) \Rightarrow \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} G_{kk} = -\sum_{m=1}^{NB} G_{km} \\ B_{kk} = -\sum_{m=1}^{NB} B_{km} \end{array} \right. \quad (2.8)$$

Além do mais, se levar em conta que a abertura angular entre nós adjacentes é pequena a ponto de ser desprezada, chega-se a  $\theta_{km} \cong 0^\circ$ . Levando em consideração essa premissa, temos o seguinte efeito na Matriz Jacobiana:

$$\begin{cases}
H_{km} = V_k V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \cong -V_k V_m B_{km}; \\
H_{kk} = -V_k^2 B_{kk} - V_k \sum_{m=1}^{NB} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \cong -V_k^2 B_{kk} + V_k \sum_{m=1}^{NB} V_m B_{km}; \\
N_{km} = V_k (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \cong V_k G_{km}; \\
N_{kk} = V_k G_{kk} + V_k \sum_{m=1}^{NB} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \cong V_k G_{kk} + V_k \sum_{m=1}^{NB} V_m G_{km}; \\
M_{km} = -V_k V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \cong -V_k V_m G_{km}; \\
M_{kk} = -V_k^2 B_{kk} - V_k \sum_{m=1}^{NB} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \cong -V_k^2 B_{kk} + V_k \sum_{m=1}^{NB} V_m G_{km}; \\
L_{km} = V_k (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \cong -V_k B_{km}; \\
L_{kk} = -V_k B_{kk} + \sum_{m=1}^{NB} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \cong -V_k B_{kk} - \sum_{m=1}^{NB} V_m B_{km};
\end{cases} \quad (2.9)$$

Os métodos derivados do método de Newton são versões no qual são feitas modificações na matriz Jacobiana [16, 17, 18, 20] visando afastar-se da dificuldade de invertê-la ou mesmo calculá-la. Outras modificações consistem em achar um número escalar que acelere a convergência [11, 19] ou até mesmo para ajustar as impedâncias dos ramos por meio de rotação de eixos [22] para aproximar-se das características dos sistemas de transmissão.

## 2.3 MÉTODO MATRICIAL – MÉTODO TENG

O método proposto em [1] distingue-se dos demais por utilizar uma linguagem matricial para equacionar a rede de distribuição. Neste propôs-se um algoritmo para obter o estado da rede de distribuição radial com base na obtenção de quedas de tensões nodais ( $\Delta V$ ) entre o nó em questão e o nó de referência, diretamente por meio das seguintes expressões:

$$\begin{cases} \mathbf{IB} = [\mathbf{BIBC}] \mathbf{I}; & (a) \\ \Delta \mathbf{V} = [\mathbf{BCBV}] \mathbf{IB}; & (b) \end{cases} \quad (2.10)$$

Onde a matriz  $[\mathbf{BIBC}]$ , “*Bus injection to Branch Current*”, é uma matriz que relaciona as correntes de carga com as correntes de ramo. Essa matriz é na verdade a matriz inversa da matriz incidência reduzida [13].

Já a matriz  $[\mathbf{BCBV}]$ , “*Branch Current to Bus Voltage*”, é o matriz de coeficientes, que é obtida do produto da matriz  $[\mathbf{BIBC}]$  com a matriz impedância diagonal  $[\mathbf{Z}]$ , necessária para obter a queda de tensão do nó em questão para com o nó de referencia.

Fazendo as devidas substituições de (a) e (b) tem-se que:

$$\Delta \mathbf{V} = \underbrace{[\mathbf{BCBV}][\mathbf{BIBC}]}_{[\mathbf{DLF}]} \mathbf{I} = [\mathbf{BIBC}][\mathbf{Z}][\mathbf{BIBC}] \mathbf{I} = \underbrace{[\mathbf{C}]^{-1} [\mathbf{Z}] [\mathbf{C}]^{-1}}_{[\mathbf{Z}_{BUS}]} \mathbf{I} \quad (2.11)$$

O equacionamento acima é possível, pois a matriz  $[\mathbf{BIBC}]$  é quadrada e não singular para uma rede radial. A matriz  $[\mathbf{DLF}]$  ou matriz admitância nodal inversa (APÊNDICE A) é obtida por meio do produto de duas matrizes definidas especificamente para essa finalidade.

Quando o sistema é fracamente malhado, as equações (2.10 – a e b) não são suficientes para modelar a rede e para esta nova situação as equações necessitam ser adaptadas. Isto é feito alterando-se as matrizes  $[\mathbf{BIBC}]$  e  $[\mathbf{BCBV}]$  de tal forma a representar o efeito das malhas, como em (2.12):

$$\left\{ \begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{IB} \\ \mathbf{IB}_{\text{ramo}} \end{bmatrix} &= [\mathbf{BIBC}'] \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{IB}_{\text{ramo}} \end{bmatrix}; & (a) \\ \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{V} \\ 0 \end{bmatrix} &= [\mathbf{BCBV}'] \begin{bmatrix} \mathbf{IB} \\ \mathbf{IB}_{\text{ramo}} \end{bmatrix}; & (b) \end{aligned} \right. \quad (2.12)$$

Essa matriz  $[\mathbf{DLF}']$  é obtida por meio de uma Redução de Kron, nas linhas e colunas referentes aos laços, no produto  $[\mathbf{BIBC}'][\mathbf{BCBV}']$ . Feito essas alterações é possível chegar a uma equação equivalente a (2.11) e dessa maneira é possível utilizar a modelagem feita para a rede radial.

De fato essa metodologia consegue obter o estado da rede de distribuição, seja radial ou fracamente malhada, porém o faz de uma forma tal que não usa plenamente a esparsidade das matrizes adotadas, resultando assim numa matriz cheia para obter o estado da rede, implicando em um maior esforço computacional. Além do mais, esse método não termina o equacionamento para redes fracamente malhadas, pois quando se trata da mesma, o equacionamento é iniciado como se a rede fosse radial, depois é interrompido e faz-se um ajuste das equações (2.10 – a e b) para se chegar as equações (2.12 – a e b).

## 2.4 CONCLUSÃO

Os métodos propostos em [1, 3, 8, 9, 10] representam a rede fracamente malhada como uma rede radial equivalente. Para isso é feita imposições e/ou aproximações implicando em métodos complexos ou imprecisos.

Utilizar o método de Newton é válido, pois é sabido que o mesmo e os seus congêneres conseguem convergir. Entretanto o esforço para implementá-lo não justifica o seu uso uma vez que a complexidade da rede de distribuição é inferior a da rede de transmissão.

O que se propõe neste trabalho é um método de análise e resolução da rede de distribuição por meio de um equacionamento generalista no qual se deriva um método para redes radiais e outro para redes fracamente malhadas.



# **Capítulo 3**

## **ABORDAGEM PROPOSTA PARA O CÁLCULO DO FLUXO DE POTÊNCIA NA DISTRIBUIÇÃO**

### **3.1 INTRODUÇÃO**

No capítulo 2 foi exposto que os métodos largamente usados para calcular o fluxo de potência em redes de distribuição baseiam-se em redes radiais e que no caso de uma rede malhada, este método é modificado para adequar-se a rede malhada.

Esses métodos, para redes radiais, sustentam-se no acúmulo de corrente ou potência nos nós e na característica radial da rede para determinar a tensão

nodal. Quando a rede é malhada, esses métodos “abrem” o laço e com isso transformam a rede originalmente malhada em um equivalente radial. Isso tem um preço, com explicado no capítulo anterior. Já o método proposto em [1] apresenta uma alternativa boa perante esses métodos de acumulação, mas carece de fundamentação em [1].

A seguir é explicada uma abordagem para redes radiais, abrangendo os conceitos principais, seguido da ampliação dessa abordagem para redes malhadas. Será mostrado que a abordagem proposta de cálculo de fluxo de potência para redes radiais é um caso específico de cálculo para redes fracamente malhadas.

### 3.1.1 - FORMULAÇÃO DA MODELAGEM LINEAR PARA SISTEMAS RADIAIS

Um circuito elétrico qualquer, quando linear, pode ser modelado por meio da Lei de Kirchhoff das Correntes e Tensões e pela Lei dos Bipolos. A tradução matricial dessas leis resume-se nas equações abaixo:

$$[C]_{n \times nr} IB_{nr} = -I_n \quad (3.1 - a)$$

$$[C]^T V_{nr} = U_{nr} \quad (3.1 - b)$$

$$U_{nr} = [Z]_{nr \times nr} IB_{nr} \quad (3.2)$$

Onde  $[C]$  é a matriz incidência reduzida,  $IB$  é o vetor de corrente que circula no ramo e  $I_n$  é o vetor de corrente drenada pela carga.  $U$  representa o vetor de queda de tensão no ramo e  $[Z]$  é uma matriz diagonal contendo a impedância de cada ramo.

Para uma rede radial a matriz  $[C]_{n \times nr}$ , na qual  $nr = n$ , é quadrada e não singular, uma vez que todos os nós do sistema são hipoteticamente admitidos como

conectados, o que nos permite extrair da equação (3.2) uma solução para as tensões de ramos e em seguida obter as tensões nodais por meio da equação (3.1 – b).

$$[C]_{n \times nr} [Z]_{nr \times nr}^{-1} U_{nr} = -I_n \quad (3.3)$$

Tomemos como exemplo a topologia de um sistema como o ilustrado na fig. 3.1.

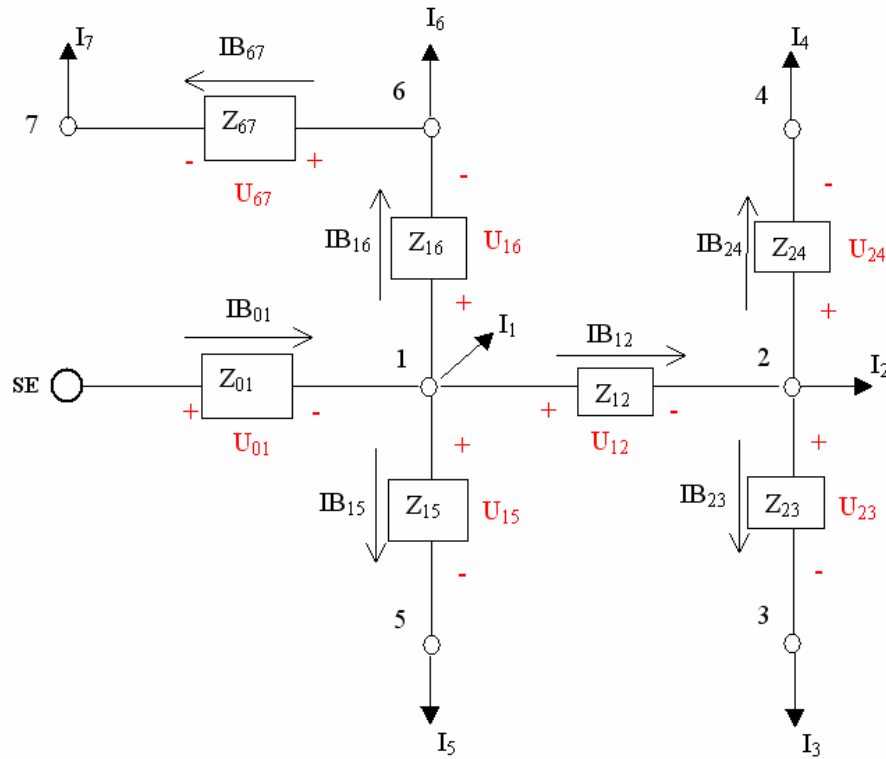


Figura 3.1 - Sistema de distribuição radial hipotético.

Para esse sistema o vetor das tensões de ramo é representado por meio da seguinte expressão:

$$U_{nr} = [U_{01} \quad U_{12} \quad U_{23} \quad U_{24} \quad U_{15} \quad U_{16} \quad U_{67}]_7^T$$

Para este exemplo de sistema radial, a matriz incidência reduzida como definida em [12] fica estabelecida como:

$$[C]_{n \times nr} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}_{7 \times 7}$$

A partir da matriz acima obtemos a matriz de coeficientes da equação (3.3) que é definida na seguinte expressão:

$$[C]_{n \times nr} [Z]_{nr \times nr}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{Z_{01}} & \frac{1}{Z_{12}} & 0 & 0 & \frac{1}{Z_{15}} & \frac{1}{Z_{16}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{Z_{12}} & \frac{1}{Z_{23}} & \frac{1}{Z_{24}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{Z_{23}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{Z_{24}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{Z_{15}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{Z_{16}} & \frac{1}{Z_{67}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{Z_{67}} \end{bmatrix}_{7 \times 7}$$

Neste caso podemos resolver direta e seqüencialmente as equações (3.3) e (3.1 – b) por meio de eliminação de Gauss extraíndo, no processo iterativo correspondente, as vantagens do grau de esparsidade presente nas matrizes.

### 3.1.2 EQUAÇÃO PARA OBTER O ESTADO DA REDE DE DISTRIBUIÇÃO RADIAL

Por outro lado também podemos obter explicitamente a solução desejada a partir das equações (3.1) e (3.2). Como para redes radiais a matriz  $[C]$  é inversível, como provado em [13], pode-se isolar o vetor de tensões nodais e defini-lo como:

$$U = [Z][C]^{-1} I \quad (3.4)$$

Na expressão acima, a matriz de coeficientes  $[Z][C]^{-1}$  é sistematicamente construída, cujo algoritmo será definido mais à frente. Para o exemplo ilustrativo, temos que essa matriz de coeficientes é expressa como:

$$[Z][C]^{-1} = (-1) \begin{bmatrix} z_{01} & z_{01} & z_{01} & z_{01} & z_{01} & z_{01} & z_{01} \\ 0 & z_{12} & z_{12} & z_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & z_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & z_{24} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & z_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & z_{16} & z_{16} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & z_{67} \end{bmatrix}_{n \times n}$$

A partir das tensões de ramos (3.1 – b) obtemos as tensões nodais expressas em:

$$V = [C]^T{}^{-1} U \quad (3.5)$$

Na expressão acima a matriz  $[C]^T{}^{-1}$  é facilmente obtida e expressa como:

$$[C]^{T^{-1}} = (-1) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}_{n \times n}$$

As equações (3.4) e (3.5) também permitem a obtenção das tensões nodais do sistema a partir de operações matriciais. As tensões de ramos são obtidas em uma operação sobre o vetor de correntes. Em seguida obtemos as tensões nodais por meio de uma operação sobre as tensões de ramos. Dessa forma, é privilegiado a eficiência computacional e reduz-se o tempo de execução

As matrizes  $[Z][C]^{-1}$  e  $[C]^{T^{-1}}$  são sistematicamente formadas a partir dos dados do sistema. A análise apresentada em [13] mostra que a matriz  $[C]^{-1}$  fica bem definida pela topologia da rede. Com base nessa propriedade conclui-se que as matrizes  $[Z][C]^{-1}$  e  $[C]^{T^{-1}}$  são analogamente obtidas a partir dos dados do sistema, como mostrado na figura 3.2.

Esse algoritmo de montagem da matriz de coeficientes  $[Z][C]^{-1}$  somente necessita de quatro dados, a saber:

- a) NI – Vetor dos nós que iniciam os ramos;
- b) NF – vetor dos nós que finalizam os ramos;
- c) ZI – Vetor de impedância complexa, em pu, dos ramos e;
- d) NB – Número de nós do sistema.

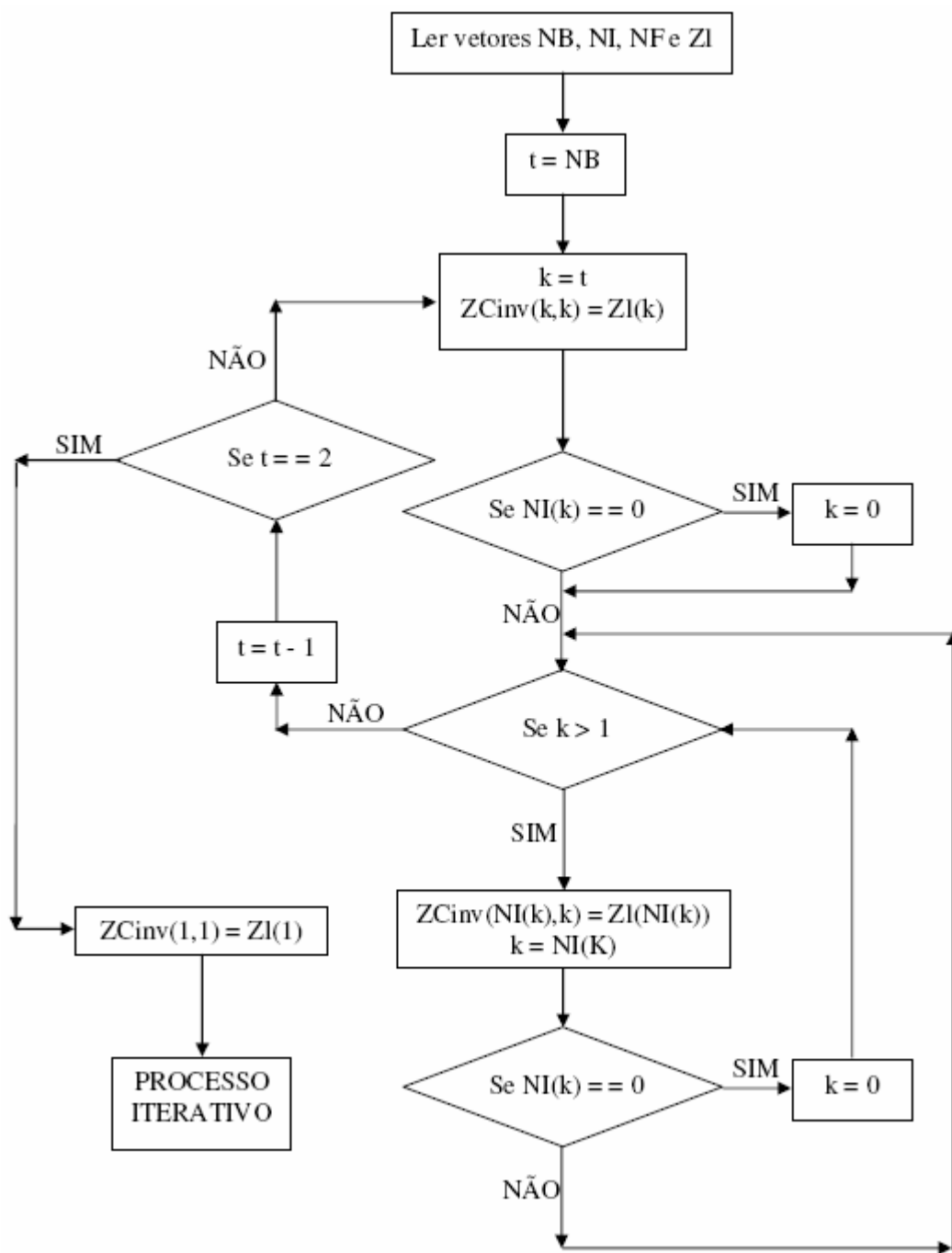


Figura 3.2 - Fluxograma para montar a matriz  $[Z][C]^{-1}$

Os procedimentos, para o cálculo das tensões nodais a partir das injeções de correntes, derivados das equações (3.3) e (3.1 – b) ou (3.4) e (3.5) são facilmente

implementáveis por meio de algoritmos que levem em conta a esparsidade das matrizes. Portanto podemos resolver iterativamente esse problema com as injeções de correntes calculadas a partir das potências e das tensões nodais atualizadas.

### 3.1.3 - Algoritmo baseado nas equações (3.1 – b), (3.3), (3.4) e (3.5)

$$u = 0;$$

$$(a) \quad I_k^v = \left( \frac{S_k^{carga}}{V_k^v} \right)^*, \quad k = 1, 2, \dots, n;$$

(b) Obter  $U^u$  mediante expressão (3.1 – b) ou eliminação de Gauss sobre a equação (3.4);

(c) Atualizar  $V^u$  mediante expressão (3.3) ou eliminação de Gauss sobre a equação (3.5);

$$(d) \quad \text{Calcular } S_k^v = V_k^v \cdot I_k^{v*};$$

(e) Testar os valores de potência para verificar convergência:

$$\text{Se } \max_k |S_k^v - S_k^{carga}| < \varepsilon \text{ então a solução foi obtida } \rightarrow \text{fim.}$$

(f) Caso contrário, fazer  $u = u + 1$ , voltar ao passo (a).



### 3.2 – FORMULAÇÃO DA MODELAGEM LINEAR PARA REDES DE DISTRIBUIÇÃO FRACAMENTE MALHADOS

Consideramos inicialmente um alimentador primário fracamente malhado formado por  $n+1$  nós, com um nó tomado como referência, e  $nr$  ramos contendo circuitos simples, como exemplifica a fig. 3.3.

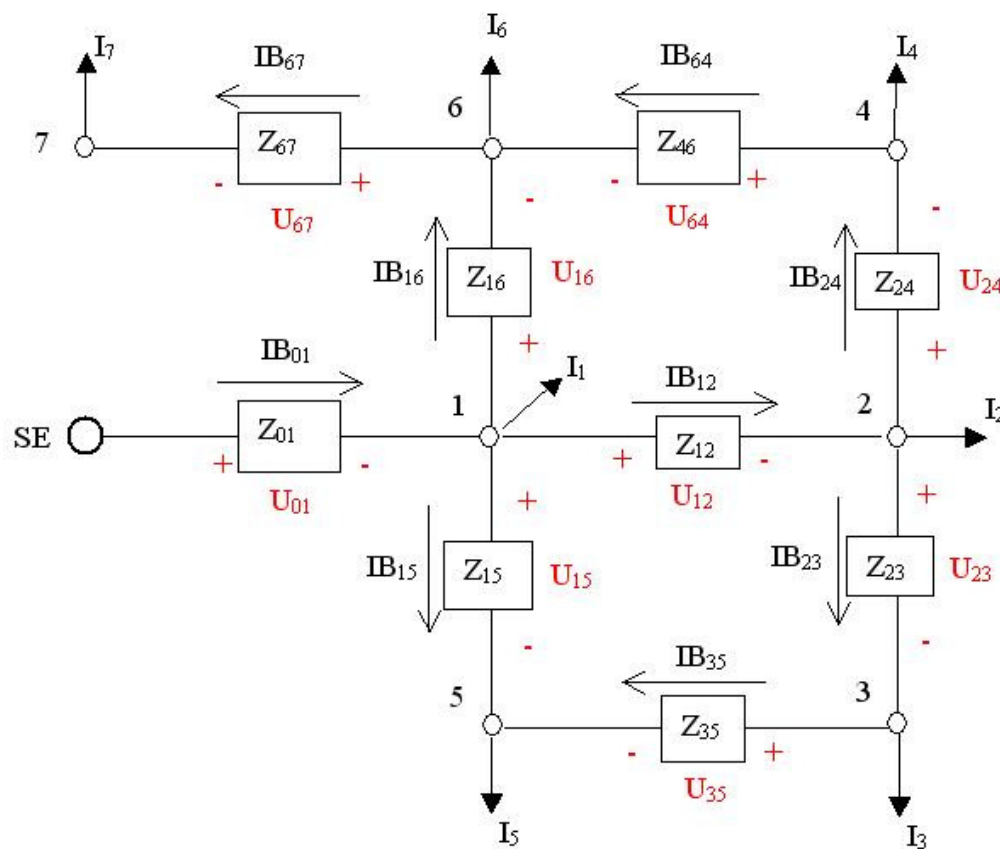


Figura 3.3 - Sistema de distribuição fracamente malhado qualquer.

No sistema de distribuição é comumente utilizada a representação da carga como sendo de potência constante. Esse modelo é considerado rígido, pois representa a situação mais importante na operação da rede elétrica, que é o atendimento de uma carga. Em [5] mostra-se que este modelo não tem comportamento diferenciado dos outros modelos quando o alimentador que atende a carga tem comprimento inferior a 60 km. Desse pressuposto obtêm-se

uma corrente de carga, que fica em função da tensão nodal, que é usada para o equacionamento sistemático da rede elétrica de distribuição.

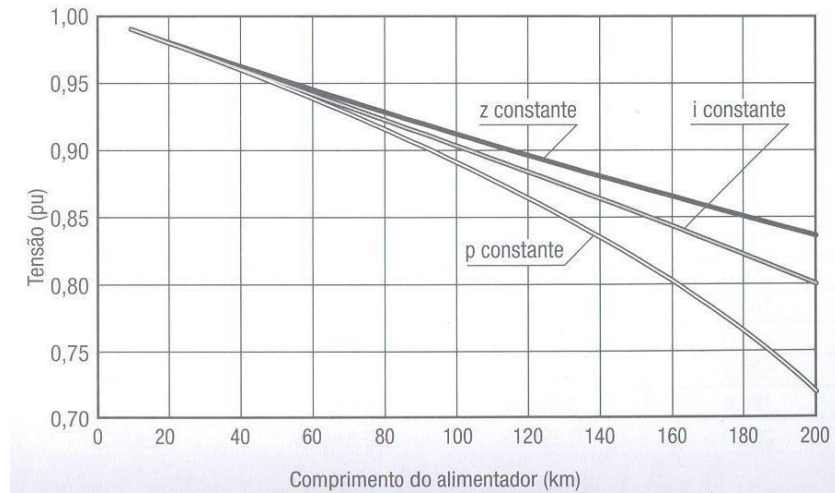


Figura 3.4 - Queda de tensão no fim de um alimentador para uma carga no modelo ZIP.

A matriz incidência reduzida  $[C]$ [12] associada à topologia da rede é obtida a partir de seus elementos que, por sua vez, são definidos mediante a seguinte expressão:

$$c_{ij} = \begin{cases} +1, & \text{se a corrente de ramo } ij \text{ inicia em } i; \\ -1, & \text{se a corrente de ramo } ij \text{ termina em } j; \\ 0, & \text{se não existe corrente de ramo do nó } i \text{ para o nó } j. \end{cases} \quad (3.6)$$

Para o exemplo de configuração mostrada na fig. 3.3 a matriz incidência nó-ramo reduzida é expressa do seguinte modo:

$$[C]_{n \times nr} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{n \times nr} \quad (3.7)$$

As equações que relacionam as variáveis nodais com as variáveis de ramos, escritas com base na lei de correntes de Kirchhoff (LCK), são expressas como:

$$[C]_{n \times nr} IB_{nr} = -I_n \quad (\text{LCK}) \quad (3.8)$$

As equações de bipolos para os ramos são representadas, com o auxílio da matriz impedância diagonal, pela seguinte relação:

$$U_{nr} = [Z]_{nr \times nr} IB_{nr} \quad (3.9)$$

Por meio de inspeção e substituição, sobre as expressões (3.8) e (3.9), obtemos a seguinte equação:

$$[C]_{n \times nr} [Z]_{nr \times nr}^{-1} U_{nr} = -I_n \quad (3.10)$$

Em um sistema radial a equação acima é facilmente resolvida em  $U_{nr}$  dadas estimativas de  $I_n$ . Neste caso, as matrizes  $[C]_{n \times nr}$  e  $[Z]_{nr \times nr}^{-1}$ , bem como, os vetores  $I_n$  e  $U_{nr}$  apresentam respectivamente as mesmas dimensões. Portanto a lei de tensões de Kirchhoff (LTK) fica implícita e representada pela seguinte equação:

$$[C]_{n \times nr}^T V_n = U_{nr} \quad (\text{LTK}) \quad (3.11)$$

Desse modo a solução para um sistema radial é facilmente obtida resolvendo-se a equação (3.10) em  $U_{nr}$  e em seguida resolvendo-se a equação (3.11) obtendo-se  $V_n$ .

No caso geral, diante da presença de malhas no sistema, a equação (3.11) não exaure a aplicação da LTK para o equacionamento do circuito que representa o alimentador, ou seja, a equação (3.11) representa parcialmente a LTK. Neste caso devemos completar a representação da LTK por meio das equações independentes de tensão ao longo dos percursos fechados correspondentes às malhas presentes. O equacionamento necessário é apresentado a seguir.

Suponha genericamente um sistema com  $n+1$  nós no qual são fechadas malhas por meio de ramos adicionais. Nestas situações o número de malhas criadas é igual à diferença entre o número de ramos do sistema ( $nr$ ) e seu número de nós ( $n$ ). Tome como exemplo a rede da fig. 3.3 cuja matriz  $[C]_{n \times nr}$  está definida em (3.7). Para este caso o vetor de tensões de ramos tem dimensão maior que o número de nós do sistema e é definido como:

$$U = [U_{01} \ U_{12} \ U_{23} \ U_{24} \ U_{15} \ U_{16} \ U_{67} \ U_{46} \ U_{35}]_{1 \times nr}^T$$

As equações lineares para o circuito de um sistema contendo malhas são expressas, por meio das magnitudes de tensões de ramos, como:

$$\begin{aligned} [C]_{n \times nr} [Z]_{nr \times nr}^{-1} U_{nr \times 1} &= -I_n \quad (\text{LCK}) \quad (a) \\ [M_a]_{(nr-n) \times nr} U_{nr \times 1} &= [0]_{nr-n} \quad (\text{LTK}) \quad (b) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Na equação (3.12-b) a matriz  $[M_a]$ , denominada matriz de malhas [12], é usada para descrever a lei de tensões de Kirchhoff (LTK) aplicada nos percursos fechados que contém os ramos componentes das malhas do sistema. Para a obtenção da matriz de malhas adotaremos sentidos de percurso das malhas de modo a obtermos sinal positivo nas tensões dos ramos de fechamento das

malhas. Desta forma as colunas referentes aos ramos que fecham malhas formarão uma matriz identidade, que se mostrará muito útil na modelagem empregada. A lei de formação da matriz  $[M_a]$  é:

$$m_{a_{ij}} = \begin{cases} +1, & \text{se o ramo } ij \text{ está no laço e seu sentido é de } i \text{ para } j; \\ -1, & \text{se o ramo } ij \text{ está no laço e seu sentido é de } j \text{ para } i; \\ 0, & \text{se o ramo } ij \text{ não está no laço.} \end{cases} \quad (3.13)$$

Para o exemplo da fig. 3.3, essa matriz  $[M_a]$  é:

$$[M_a] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para o sistema fracamente malhado da fig. 3.3, tomado para exemplo, a matriz de coeficientes  $[C]_{n \times nr} [Z]_{nr \times nr}^{-1}$  fica expressa como:

$$[C] [Z]^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{Z_{01}} & \frac{1}{Z_{12}} & 0 & 0 & \frac{1}{Z_{15}} & \frac{1}{Z_{16}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{Z_{12}} & \frac{1}{Z_{23}} & \frac{1}{Z_{24}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{Z_{23}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{Z_{35}} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{Z_{24}} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{Z_{46}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{Z_{15}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{Z_{35}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{Z_{16}} & \frac{1}{Z_{67}} & -\frac{1}{Z_{46}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{Z_{67}} & 0 & 0 \end{bmatrix}_{n \times nr}$$

Para sistemas com essas características podemos também resolver direta e seqüencialmente as equações (3.12) e (3.11) por meio de eliminação de Gauss

extraindo analogamente ao caso radial as vantagens do grau de esparsidade presente nas matrizes de coeficientes.

### 3.3 – EQUAÇÃO PARA OBTER O ESTADO DE UMA REDE DE DISTRIBUIÇÃO FRACAMENTE MALHADA.

Por outro lado também podemos obter explicitamente, a partir das equações (3.12) e (3.11), a solução desejada, a partir de partições das matrizes e manipulação matricial. A matriz incidência nó-ramo é particionada em sub-matrizes que representam a árvore principal, correspondente a uma topologia radial, e os ramos de fecho, cuja presença definem percursos fechados ou malhas da rede. Essa matriz será então representada e expressa como:

$$[C] = \begin{bmatrix} [C^{árv}] & [C^{fecho}] \end{bmatrix}_{n \times nr} \quad (3.14)$$

Repartimos também a matriz impedância de ramos em sub-matrizes que representam os ramos de um sistema radial (árvore principal) e dos ramos que fecham, a partir dessa árvore, percursos fechados ou malhas. Desse modo reescrevemos a matriz impedância de ramos do sistema fracamente malhado como:

$$[Z] = \begin{bmatrix} [Z^{árv}] & [0] \\ [0] & [Z^{fecho}] \end{bmatrix}_{nr \times nr} \quad (3.15)$$

E,  $[M_a]$  fica particionada da mesma forma que a matriz incidência como:

$$[M_a^{árv}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_a^{\text{fecho}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Portanto, a equação (3.12) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C}^{\text{árv}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Z}^{\text{árv}} \end{bmatrix}^{-1} & \begin{bmatrix} \mathbf{C}^{\text{fecho}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Z}^{\text{fecho}} \end{bmatrix}^{-1} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{M}_a^{\text{árv}} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \mathbf{M}_a^{\text{fecho}} \end{bmatrix} \end{bmatrix}_{\text{nr} \times \text{nr}} \begin{bmatrix} \mathbf{U}^{\text{árv}} \\ \mathbf{U}^{\text{fecho}} \end{bmatrix}_{\text{nr} \times 1} = \begin{bmatrix} -\mathbf{I} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Como  $\begin{bmatrix} \mathbf{M}_a^{\text{fecho}} \end{bmatrix}$  é na verdade uma matriz identidade, temos que:

$$\mathbf{U}^{\text{fecho}} = -\begin{bmatrix} \mathbf{M}_a^{\text{árv}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}^{\text{árv}} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Dessa forma, temos que:

$$\left[ \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C}^{\text{árv}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Z}^{\text{árv}} \end{bmatrix}^{-1}}_{\text{árvore}} - \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C}^{\text{fecho}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Z}^{\text{fecho}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_a^{\text{árv}} \end{bmatrix}}_{\text{efeito da(s) malha(s)}} \right] \mathbf{U}^{\text{árv}} = [-\mathbf{I}] \quad (3.18)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}^{\text{árv}} \end{bmatrix}^T \mathbf{V}_n = \mathbf{U}^{\text{árv}} \quad (3.19)$$

### 3.4 – METODOLOGIA PARA CONSTRUIR A MATRIZ DE EFEITO DAS MALHAS.

Para o exemplo ilustrativo da fig. 3.3 a matriz  $[C^{árv}][Z^{árv}]^{-1}$ , na equação (3.18), é a definida para o sistema radial na expressão (3.4), enquanto a matriz  $[C^{fecho}][Z^{fecho}]^{-1}[M_a^{árv}]$ , envolvendo topologia (nós e ramos) e parâmetros dos ramos de fechamento de malhas, é:

$$[C^{fecho}][Z^{fecho}]^{-1}[M_a^{árv}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_{35}} & -\frac{1}{Z_{35}} & 0 & -\frac{1}{Z_{35}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_{46}} & 0 & \frac{1}{Z_{46}} & 0 & -\frac{1}{Z_{46}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{Z_{35}} & \frac{1}{Z_{35}} & 0 & \frac{1}{Z_{35}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{Z_{46}} & 0 & -\frac{1}{Z_{46}} & 0 & \frac{1}{Z_{46}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{7 \times 7}$$

Observe que a matriz  $[C^{fecho}][Z^{fecho}]^{-1}[M_a^{árv}]$  é uma matriz cujos elementos são as admitâncias dos ramos que fecham laços, dispostos de tal forma a associar cada nó da rede de distribuição (linha da matriz) com os ramos da árvore contida no laço (coluna da matriz). Ou seja, essa matriz informa qual a perturbação que a malha impõe à árvore. Apesar dessa matriz ser obtida por meio da multiplicação de três partições de matrizes definidas anteriormente, é possível montá-la por meio da inspeção da matriz  $[M_a^{árv}]$ .

O produto  $[C^{fecho}][Z^{fecho}]^{-1}$  resulta em uma matriz cuja estrutura é igual a  $[C^{fecho}]$  mas os elementos de cada coluna são iguais, em módulo, aos elementos de cada coluna de  $[Z^{fecho}]^{-1}$ . Isso significa que cada linha dessa matriz informa qual o ramo que fecha a malha e quem são os nós que iniciam e finalizam cada ramo que



forma um laço, isto é, informa quem são os ramos de fecho em cada linha da matriz resultante de  $[C^{fecho}][Z^{fecho}]^{-1}[M_a^{árv}]$ .

Portanto, sabendo em qual linha da matriz resultante existe um ramo de fecho conhecido, basta varrer as linhas da matriz  $[M_a^{árv}]$  em busca de elementos não nulos. Esses elementos não nulos informam qual ramo da árvore pertence ao laço, ou seja, informa qual coluna da matriz resultante receberá a admitância de fecho. Desta forma é possível obter a matriz resultante de  $[C^{fecho}][Z^{fecho}]^{-1}[M_a^{árv}]$  por inspeção, como no fluxograma da figura 3.5.

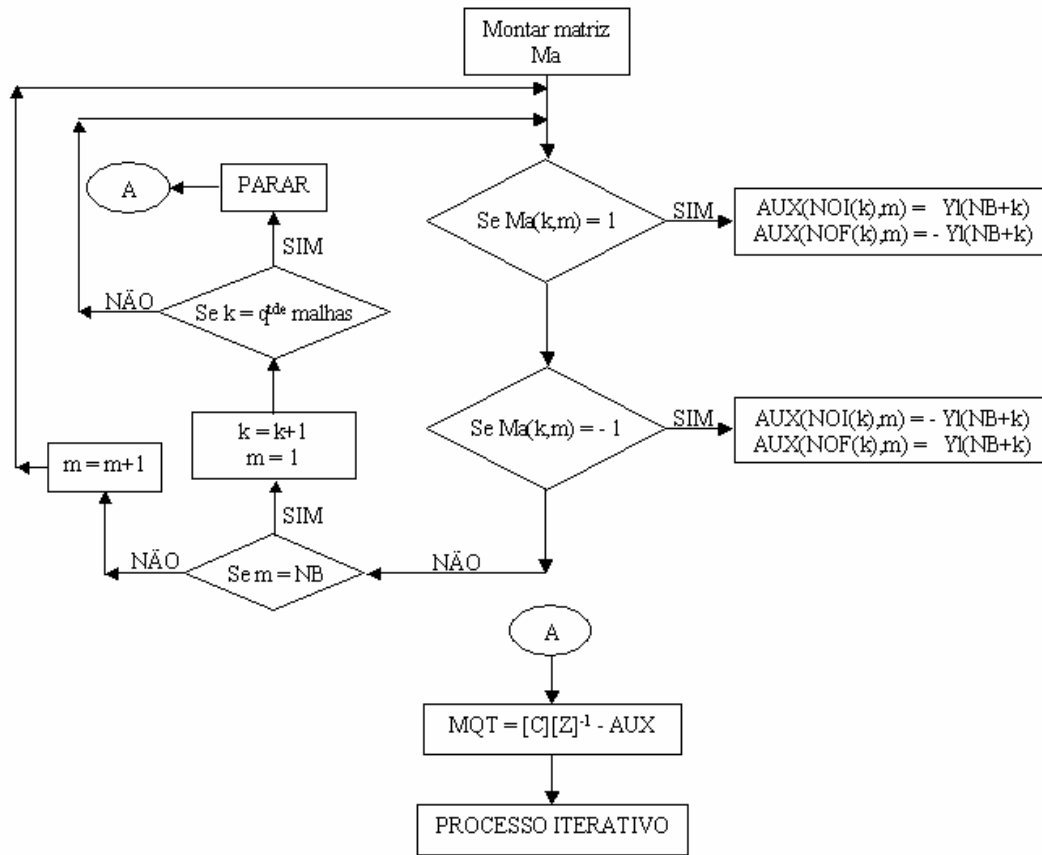


Figura 3.5 - Fluxograma para montar a matriz  $[C^{fecho}][Z^{fecho}]^{-1}[M_a^{árv}]$ .

Neste fluxograma, o termo  $(k,m)$  representa as linhas e colunas da matriz  $Ma$ ,  $AUX$  é a matriz  $[C^{fecho}][Z^{fecho}]^{-1}[M_a^{árv}]$ , e os termos NOI e NOF são os nós de início e

fim dos ramos que fecham laços. O vetor  $[Y]$  contém as admitâncias de todos os ramos, no qual as primeiras NB posições correspondem aos ramos da árvore e as posições restantes são os ramos que fecham laços.

Desta maneira, a matriz  $[C^{fecho}][Z^{fecho}]^{-1}[M_a^{árv}]$  pode ser construída e não calculada, permitindo obter a matriz de coeficientes da equação (3.18) de modo mais eficiente. Isso é muito importante, pois evita o uso da equação (3.16) e consequentemente cálculos desnecessários na Eliminação de Gauss para obter as tensões de ramo da árvore. Assim a matriz de coeficientes da equação (3.18), para o exemplo ilustrativo, fica estabelecida como:

$$[[C^{árv}][Z^{árv}]^{-1} - [C^{fecho}][Z^{fecho}]^{-1}[M_a^{árv}]]_{n \times n} =$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{1}{Z_{01}} & \frac{1}{Z_{12}} & 0 & 0 & \frac{1}{Z_{15}} & \frac{1}{Z_{16}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{Z_{12}} & \frac{1}{Z_{23}} & \frac{1}{Z_{24}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{Z_{35}} & -\frac{1}{Z_{23}} + \frac{1}{Z_{35}} & 0 & \frac{1}{Z_{35}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{Z_{46}} & 0 & -\frac{1}{Z_{24}} - \frac{1}{Z_{46}} & 0 & \frac{1}{Z_{46}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_{35}} & -\frac{1}{Z_{35}} & 0 & -\frac{1}{Z_{52}} - \frac{1}{Z_{35}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_{46}} & 0 & \frac{1}{Z_{46}} & 0 & -\frac{1}{Z_{16}} - \frac{1}{Z_{46}} & \frac{1}{Z_{67}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{Z_{67}} \end{bmatrix}_{7 \times 7}$$

As equações (3.18 – 3.19) são facilmente resolvidas pelas mesmas técnicas usadas nos algoritmos utilizados para a solução de redes radiais por meio das equações (3.3 e 3.5). Ou seja, as equações (3.18 e 3.19), relativas a sistemas malhados, são análogas às equações (3.3 e 3.1 – b) correspondentes a sistemas radiais. Assim elas podem ser resolvidas pelas mesmas técnicas apresentando diferenças *nas formas de obtenção da matriz de coeficientes da equação (3.18)*. Entretanto o algoritmo derivado da equação (3.3), para redes radiais, não se aplica às redes malhadas.

# **Capítulo 4**

## **TESTES E RESULTADOS**

No capítulo três definiu-se um método para calcular o fluxo de potência, em uma rede de distribuição qualquer, por meio de equacionamento sistemático das Leis de Kirchhoff. Apresentamos neste capítulo os testes feitos e os resultados obtidos em redes com um ou mais alimentadores conectados a mesma subestação, abrangendo tanto a reconfiguração da rede radial quanto a possibilidade de torná-la fracamente malhada.

#### 4.1 – DEFINIÇÕES DE CRITÉRIOS DE DESEMPENHO

Para validar a metodologia proposta, foram testados quatro sistemas de distribuição. Os sistemas, cujos dados são apresentados em [14], [3] e [15], contém 33 (Sis33), 69 (Sis69), 84 (Sis84) e 135 (Sis135) nós. As redes de 84 e de 135 nós possuem mais de um alimentador, representando desta forma uma rede de distribuição mais realista.

Analisaremos essas redes em versões radiais e fracamente malhadas. As versões malhadas foram obtidas a partir das radiais nas quais consideramos alguns ramos adicionais que fecham percursos na topologia original. O propósito de se fazer isso é mostrar a versatilidade do método e também para mostrar as diversas possibilidades de configuração de rede. Seja qual for a configuração de rede adotada, obtemos o perfil de tensão, nível de perdas sistêmicas por ramo e a quantidade de iterações necessárias para se chegar à solução.

A metodologia foi implementada em linguagem MATLAB e testada com um processador INTEL® Core 2 Duo® de 2,4Ghz e memória RAM de 3GB. Os testes foram feitos para uma tolerância de  $10^{-5}$ .

Para avaliar o comportamento do método diante de uma rede de distribuição, radial ou fracamente malhada, utilizamos dois índices. O primeiro índice é chamado de Redução de Perdas (RP), determinado pela equação (4.2), é a diferença do valor das perdas ativas totais da rede original e proposta, como definido em [14].

$$\text{Perda Ativa Total} = \text{Re} \left\{ \left( \sum_{k=1}^{nr} \left( \frac{(U_k)^2}{Z_k^*} \right) \right) S_{\text{base}} \right\} \quad (4.1)$$

$$\text{RP} = \text{Re} \left\{ \text{Perda Ativa Total}_{\text{rede original}} - \text{Perda Ativa Total}_{\text{rede original alterada}} \right\} \quad (4.2)$$

Onde  $U_k$  é a magnitude de tensão de ramo k da árvore e  $Z_k$  é a impedância do respectivo ramo k da árvore, ambos em pu. Esse índice permite saber se a configuração de rede proposta é eficiente. Entretanto, esse índice não é capaz de informar a qualidade do nível de tensão entregue ao consumidor. Para preencher essa lacuna, temos o segundo índice chamado de Desvio Médio de Tensão (DT), definido na equação (4.3) e baseado em [25], cujo propósito é determinar a média de quanto as tensões nodais estão afastadas da tensão nodal de base, isto é, da tensão nominal da subestação.

$$\text{Desvio de Tensão} = \left( \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{nb} (V_{\text{base}} - V_i)^2}{nb}} \right) * 100\% \quad (4.3)$$

Onde  $V_i$  é a magnitude de tensão nodal da árvore em pu e nb é a quantidade de nós da árvore. Com esses dois índices é possível avaliar tecnicamente a viabilidade de atendimento de carga da rede estudada.

## 4.2 – RECONFIGURAÇÃO DE ALIMENTADORES

Uma rede de distribuição radial é composta por nós e ramos em sua essência. Esses nós caracterizam as chaves seccionadoras ou transformadores, por exemplo. O ramo também pode ser caracterizado por uma chave seccionadora, além de ser a representação dos condutores que ligam dois nós.

Durante a evolução da carga demandada pelos consumidores ao longo do dia, pode acontecer de a topologia da rede radial, do jeito que se encontra em um determinado momento, não seja a melhor opção. Com a ajuda dessas chaves seccionadoras, pode-se desconectar um ou mais ramos e conectar outros mais e

com isso alterar a rede radial, reconfigurando-a, porém mantendo sua característica radial. Além do mais, a reconfiguração de rede pode ser usada para isolar uma falta e com isso ajudar a restabelecer o atendimento dos consumidores [15, 21, 22, 25].

Não é intenção desse trabalho determinar a viabilidade de reconfigurar a rede, mas sim de verificar o comportamento do método proposto para tratar esse tipo de rede. Como é um método baseado na sistematização das leis de Kirchhoff numa representação matricial, o fato de alterar a árvore tem efeitos nessas matrizes.

Seja a rede radial da figura 3.3, mas retira-se o ramo 1-2 e insere-se o ramo 4-6, como está na figura 3.6.

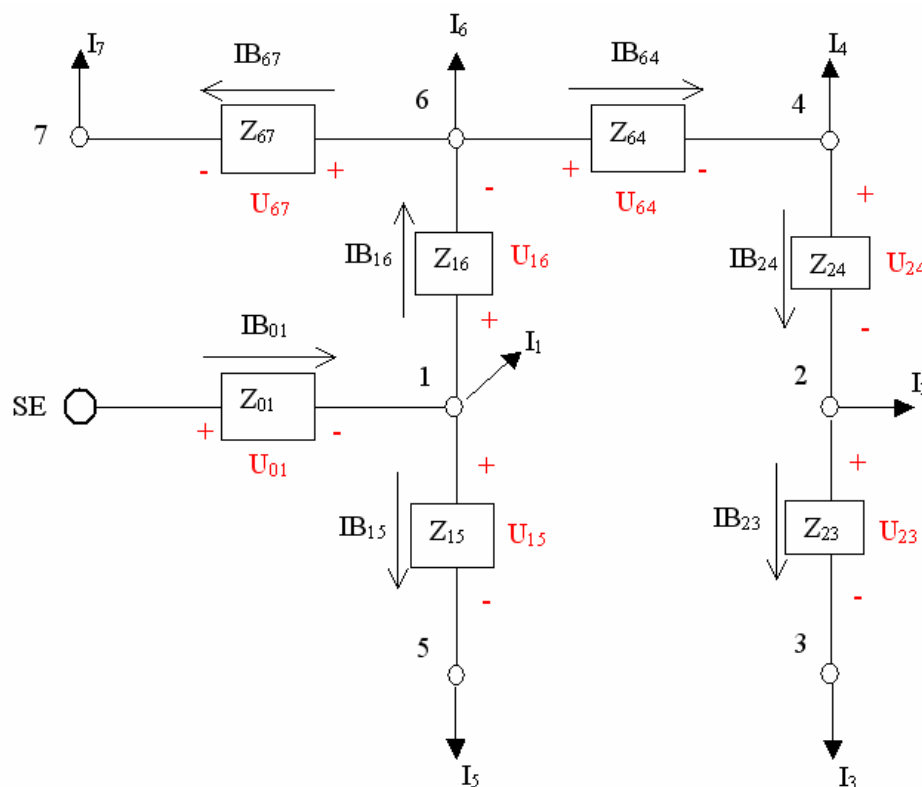


Figura 4.1 - Sistema de distribuição radial da figura 3.1 reconfigurado.

Se comparar a fig. 4.1 com a fig. 3.1, vê-se claramente que no ramo 2-4 há uma inversão de fluxo de corrente, portanto de potência. Essa é uma das características de sistema elétrico que se deve checar antes de realizar a

reconfiguração de rede. Evidenciando dessa forma a utilidade de um fluxo de carga robusto, capaz de avaliar esse tipo de situação.

### 4.3 – SISTEMA COM 33 NÓS

Para o Sis33 as bases de tensão e de potência são respectivamente 12,66kV e 100 MVA. Os dados e as soluções para suas versões radial e fracamente malhadas com n malhas (n-M) estão nas tabelas 1 e 2.

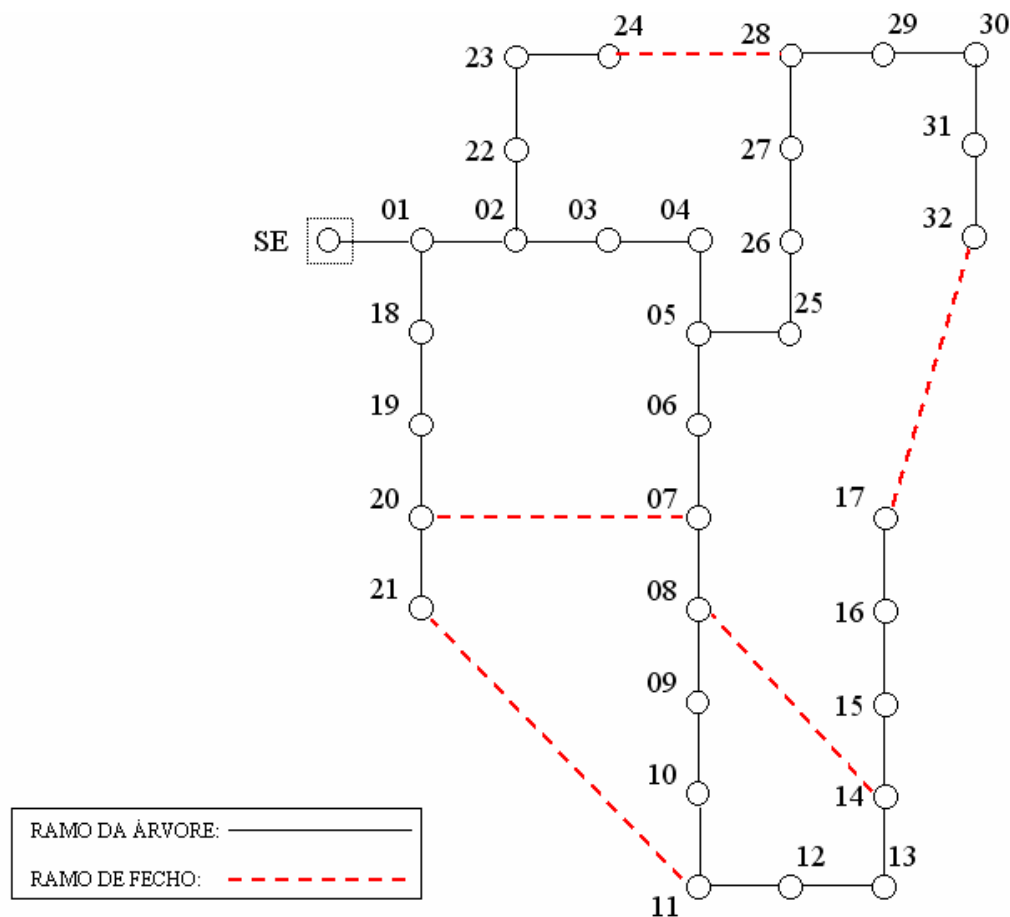


Figura 4.2 - SIS33 em sua forma radial (linha contínua) e fracamente malhada (ramos tracejados).

Para o Sis33, como se observa na Figura 4.2, temos que as linhas cheias indicam os ramos da árvore enquanto que os ramos de linha tracejada indicam os ramos que fecham malhas. Além do mais, temos que este sistema apresenta dois blocos de nós seqüenciais, entre os nós 1 e 17 e entre os nós 25 e 32. Portanto, o que se espera é um perfil decrescente de tensão em cada bloco como pode ser verificado o gráfico apresentado na fig. 4.3.

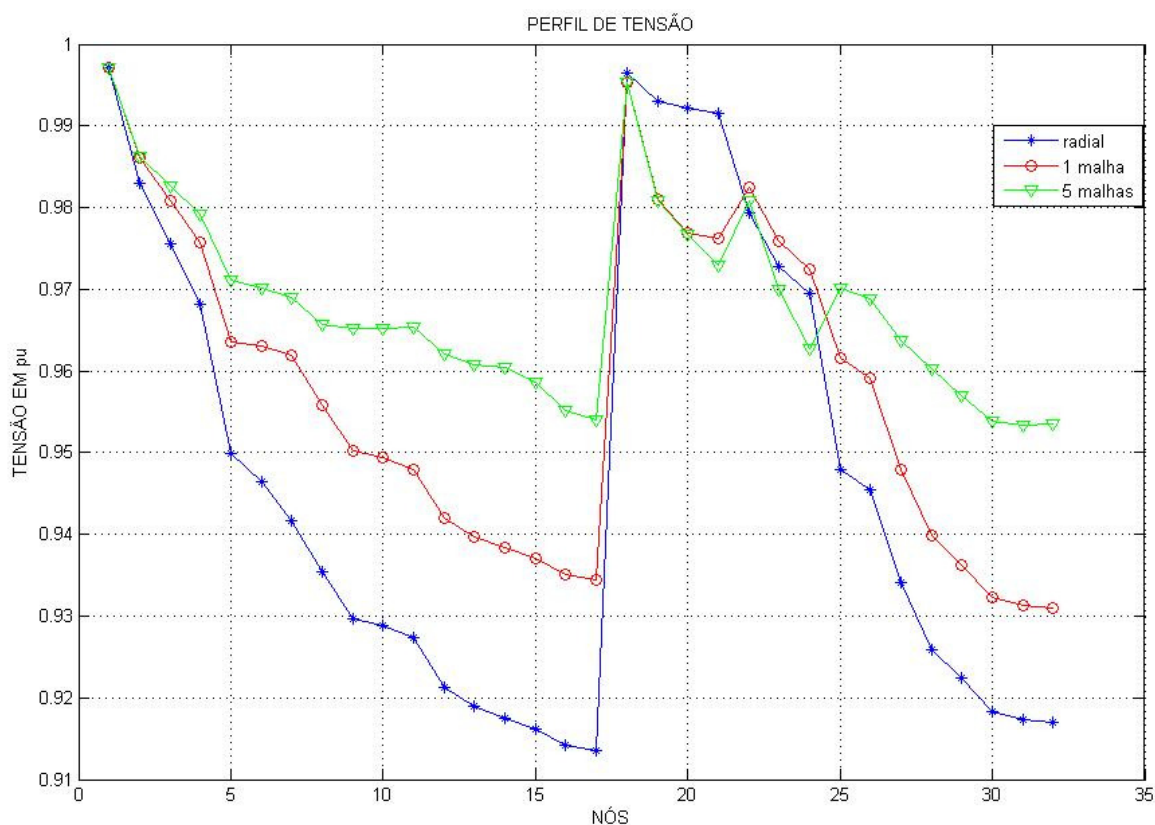


Figura 4.3 - Perfil de tensão do sistema 33 nós, radial e fracamente malhado.

O gráfico da fig. 4.3 foi construído com base na tabela 1 onde temos os dados da rede bem como as magnitudes de tensão nodal. Na tabela 2 temos os dados dos ramos que fecham laços.



Tabela 1 – Dados e Soluções do Sistema de 33 Nós

NI	NF	R (ohm)	X (ohm)	P (MVA)	Q (MVA)	Magnitude de Tensão do nó NF (pu)		
						RADIAL	1- M	5-M
0	1	0,0922	0,047	0,1	0,06	0,99703	0,99706	0,99709
1	2	0,493	0,2511	0,09	0,04	0,98294	0,986	0,98624
2	3	0,366	0,1864	0,12	0,08	0,97546	0,98076	0,98255
3	4	0,3811	0,1941	0,06	0,03	0,96806	0,97569	0,9791
4	5	0,819	0,707	0,06	0,02	0,94966	0,96338	0,97105
5	6	0,1872	0,6188	0,2	0,1	0,94617	0,96291	0,97008
6	7	0,7114	0,2351	0,2	0,1	0,94133	0,96183	0,96896
7	8	1,03	0,74	0,06	0,02	0,93506	0,9557	0,96566
8	9	1,044	0,74	0,06	0,02	0,92924	0,95002	0,96523
9	10	0,1966	0,065	0,045	0,03	0,92838	0,94918	0,96523
10	11	0,3744	0,1238	0,06	0,035	0,92688	0,94771	0,96537
11	12	1,468	1,155	0,06	0,035	0,92077	0,94174	0,96197
12	13	0,5416	0,7129	0,12	0,08	0,91851	0,93952	0,96076
13	14	0,591	0,526	0,06	0,01	0,91709	0,93814	0,96041
14	15	0,7463	0,545	0,06	0,02	0,91572	0,9368	0,9586
15	16	1,289	1,721	0,06	0,02	0,9137	0,93482	0,95507
16	17	0,732	0,574	0,09	0,04	<b>0,91309</b>	0,93423	0,95396
1	18	0,164	0,1565	0,09	0,04	0,9965	0,99532	0,99533
18	19	1,5042	1,3554	0,09	0,04	0,99293	0,98091	0,98074
19	20	0,4095	0,4784	0,09	0,04	0,99222	0,97687	0,97666
20	21	0,7089	0,9373	0,09	0,04	0,99158	0,97622	0,97293
2	22	0,4512	0,3083	0,09	0,05	0,97935	0,98243	0,98074
22	23	0,898	0,7091	0,42	0,2	0,97268	0,97578	0,9700
23	24	0,896	0,7011	0,42	0,2	0,96936	0,97246	0,96265
5	25	0,203	0,1034	0,06	0,025	0,94773	0,96148	0,97005
25	26	0,2842	0,1447	0,06	0,025	0,94517	0,95896	0,96879
26	27	1,059	0,9337	0,06	0,02	0,93373	0,94769	0,96363
27	28	0,8042	0,7006	0,12	0,07	0,92551	0,9396	0,96014
28	29	0,5075	0,2585	0,2	0,6	0,92195	0,9361	0,95695
29	30	0,9744	0,963	0,15	0,07	0,91779	0,932	0,95383
30	31	0,3105	0,3619	0,21	0,1	0,91687	0,9311	<b>0,95328</b>
31	32	0,341	0,5302	0,06	0,04	0,91659	<b>0,93082</b>	0,9535

Na tabela 1, 1-M significa uma malha e 5-M significa cinco malhas e as células destacadas em negrito indicam as mínimas tensões nodais obtidas. Na respectiva solução, os índices RP e DT para as versões do Sis33 estão na Tabela 3.

Tabela 2 – Dados de Ramos que Fecham malha no Sistema de 33 Nós

NI	NF	R (ohm)	X (ohm)
7	20	2,0	2,0
8	14	2,0	2,0
11	21	2,0	2,0
17	32	0,5	0,5
24	28	0,5	0,5

Agora compararemos o perfil da tensão desse sistema nas suas versões radial e 1-M. Caracterizamos o perfil de tensão pelo valor mínimo de suas magnitudes. Assim, para a versão radial esse perfil está associado a um valor de 0,913 pu (nó 17) enquanto para a versão 1-M está associado a 0,930 pu (nó 32). O custo para o ganho no perfil de tensão pela versão 1-M foram leves quedas nas tensões dos nós 19, 20 e 21. Isso se deve a contribuição de corrente presente no ramo que fecha a malha na versão 1-M. Apesar das tensões dos nós 19, 20 e 21 estarem abaixo na versão 1-M a relação custo-benefício pela presença da malha se mostrou positiva.

Observando o perfil de tensão da versão 5-M temos que todas as tensões nodais estão acima de 0,95 pu, permitindo assim uma elevação de carga. Comparando com o perfil de tensão na versão radial, temos que os nós 20, 21, 23 e 24 apresentaram quedas das tensões. Como explicado para o caso 1-M, isso é consequência das correntes dos ramos que fecham as malhas. Entretanto, nos demais nós há efeito benéfico, mostrando que a relação custo-benefício do fechamento das malhas é mais acentuada na versão 5-M que na versão 1-M.

A tabela 3 contém o desempenho do método proposto para o Sis33. observe que quando o sistema de distribuição é radial, a corrente para atender as cargas é obrigada a percorrer um caminho específico. Esse fato implica em um nível de perdas ativas e em um dado perfil de tensão. Entretanto, quando temos uma rede de distribuição fracamente malhada, a corrente tem mais de um caminho a percorrer para atender determinada carga. Isso implica em dizer que as quedas de

tensões serão menores e conseqüentemente as perdas também serão, como se pode ver na tabela 3.

Tabela 3 – Desempenho das Versões do SIS33

SIS33	ITER	TEMPO (seg)	PERDA ATIVA (kW)	RP (kW)	DT (%)
RADIAL	4	0,4810	202,5	0	6,0466
1-M	4	0,4910	167,2	35,3	4,6593
5-M	3	0,4410	129,8	72,7	3,3627

Em [14] temos um estudo de como reconfigurar a rede radial com o propósito de diminuir as perdas sistêmicas e balancear a carga entre os alimentadores. Dessa maneira obtemos duas árvores, no qual a escolhida é a rede que tem a menor perda ativa total.

Em [14] o caso de melhor solução (*Search Level 1*) consiste em retirar o ramo 5-6 e inserir o ramo 7-20. Essa nova árvore é chamada de Sis33BW e os dados e solução estão na Tabela 5.

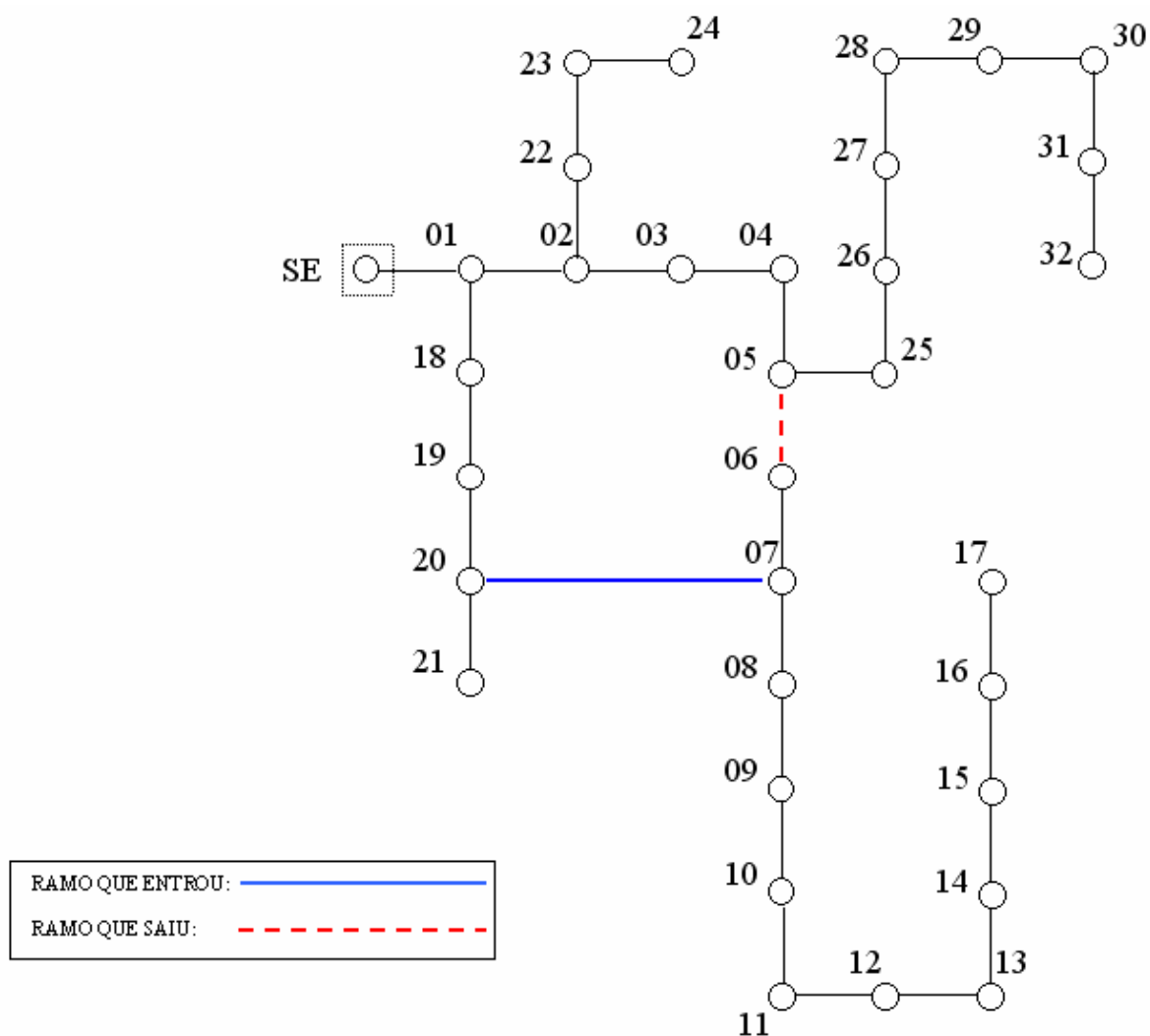


Figura 4.4 - SIS33 reconfigurada.

Observe que esta árvore diferencia-se da árvore original por apresentar duas seqüências de nós diretamente conectadas ao nó 1. Devido a isso é natural esperar que esta configuração apresente um perfil de tensão melhor que o da árvore original.

Olhando para a fig. 4.4, temos a suspeita de que há inversão do fluxo de potência ativa em algum ramo. De fato, o ramo 6-7, nesta nova configuração de árvore, tem seu fluxo de potência invertido. Isso implica em afirmar que o sistema de proteção dos nós 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 18, 19 e 20 devem ser mais sofisticados

para permitir essa alteração na árvore, de modo a evitar danos à rede elétrica e ao consumidor.

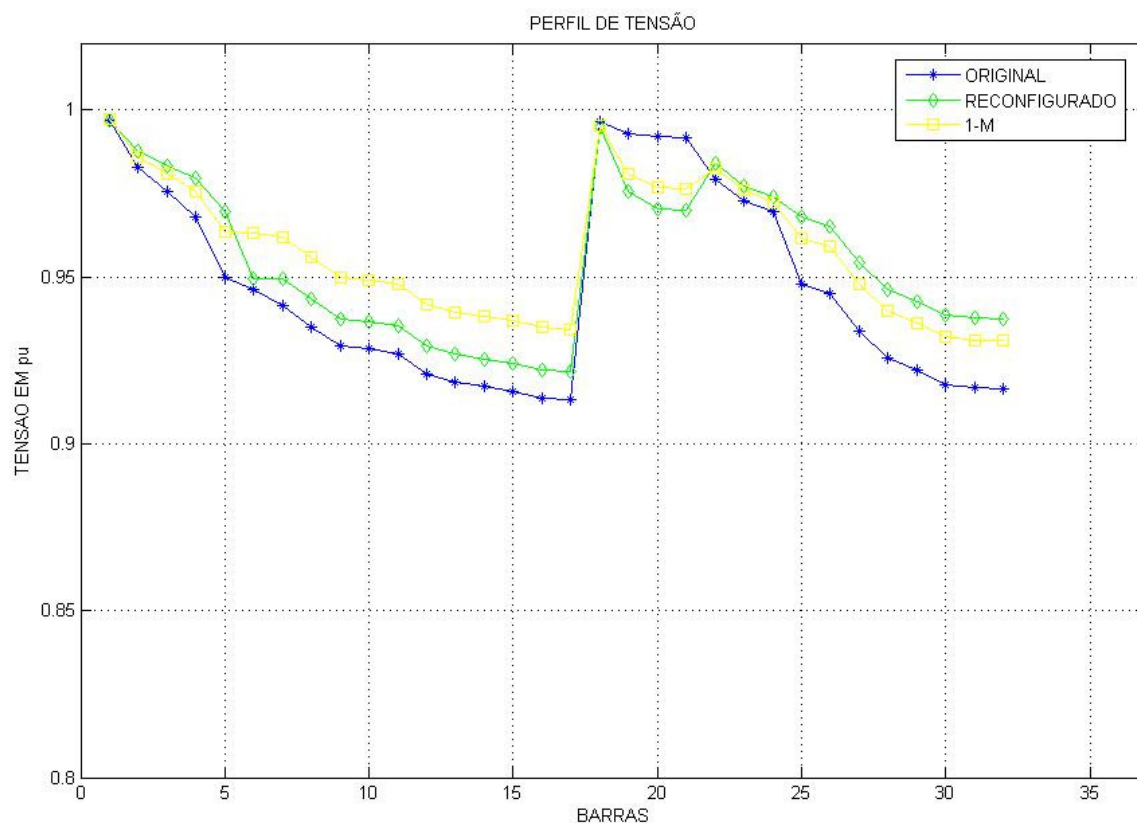


Figura 4.5 - Perfil de tensão do SIS33 na condição de rede radial, com uma malha e reconfigurada.

Pela Figura 4.5, temos que a reconfiguração apresenta um perfil de tensão melhor que a versão original como um todo, mesmo tendo as magnitudes de tensão dos nós 19, 20 e 21 abaixo do valor que tinham na versão original. E como se pode ver na tabela 4 temos a inversão do fluxo de potência ativa no ramo 6-7. quando comparada a versão 1-M, temos praticamente o mesmo efeito na regulação de tensão e na redução das perdas sistêmicas. A vantagem que a malha oferece é a confiabilidade de atendimento de carga.

Tabela 4 – Dados e Soluções do Sistema de 33 Nós Reconfigurado

NI	NF	R (ohm)	X (ohm)	P (MW)	Q (MVar)	Magnitude de Tensão do nó NF (pu)	Fluxo de Potência Ativa no ramo NI – NF (MW)
0	1	0,0922	0,047	0,1	0,06	0,99706	3,8765
1	2	0,493	0,2511	0,09	0,04	0,98751	2,2658
2	3	0,366	0,1864	0,12	0,08	0,98339	1,2122
3	4	0,3811	0,1941	0,06	0,03	0,97949	1,0858
4	5	0,819	0,707	0,06	0,02	0,96966	1,0203
7	6	0,7114	0,2351	0,2	0,1	0,94924	0,03189
20	7	2,0	2,0	0,2	0,1	0,94946	1,0997
7	8	1,03	0,74	0,06	0,02	0,94326	0,6876
8	9	1,044	0,74	0,06	0,02	0,9375	0,62356
9	10	0,1966	0,065	0,045	0,03	0,93665	0,56012
10	11	0,3744	0,1238	0,06	0,035	0,93517	0,51462
11	12	1,468	1,155	0,06	0,035	0,92911	0,45382
12	13	0,5416	0,7129	0,12	0,08	0,92687	0,39126
13	14	0,591	0,526	0,06	0,01	0,92547	0,27066
14	15	0,7463	0,545	0,06	0,02	0,92412	0,21037
15	16	1,289	1,721	0,06	0,02	0,92211	0,15015
16	17	0,732	0,574	0,09	0,04	0,92151	0,089964
1	18	0,164	0,1565	0,09	0,04	0,99481	1,4987
18	19	1,5042	1,3554	0,09	0,04	0,97572	1,4058
19	20	0,4095	0,4784	0,09	0,04	0,97043	1,2926
20	21	0,7089	0,9373	0,09	0,04	0,96978	0,09003
2	22	0,4512	0,3083	0,09	0,05	0,98394	0,93951
22	23	0,898	0,7091	0,42	0,2	0,97731	0,84636
23	24	0,896	0,7011	0,42	0,2	0,974	0,42127
5	25	0,203	0,1034	0,06	0,025	0,96777	0,94943
25	26	0,2842	0,1447	0,06	0,025	0,96527	0,88694
26	27	1,059	0,9337	0,06	0,02	0,95408	0,82375
27	28	0,8042	0,7006	0,12	0,07	0,94604	0,75294
28	29	0,5075	0,2585	0,2	0,6	0,94256	0,62545
29	30	0,9744	0,963	0,15	0,07	0,93849	0,42173
30	31	0,3105	0,3619	0,21	0,1	0,9376	0,27021
31	32	0,341	0,5302	0,06	0,04	0,93732	0,060011

De fato, esta configuração melhora o perfil de tensão quando comparada a árvore original. Porém quando comparada com a versão fracamente malhada, temos que o desempenho da reconfiguração não é tão melhor que torná-la fracamente malhada, como podemos verificar na Tabela 4. A versão 1-M é a

árvore original onde o laço é formado ao manter o ramo escolhido para reconfiguração, e inserir o ramo reserva escolhido para a reconfiguração.

Tabela 5 – Desempenho das Versões de SIS33 Frac. Malhado e Reconfigurado

SIS33	ITER	TEMPO (seg)	PERDA ATIVA (kW)	RP (kW)	DT (%)
RADIAL	4	0,4510	202,5	0	6,0466
SIS33BW	5	0,4910	163,1	39,4	5,0681
1-M	4	0,6110	167,2	35,3	4,6593

#### 4.4 - SISTEMA COM 69 NÓS

A Figura 4.6 exibe o Sis69 em sua versão radial e fracamente malhada. Este sistema é interessante por apresentar longas seqüências de nós encadeado, permitindo assim checar algumas possibilidades de operação.

Os testes feitos no Sis69, no qual as bases de tensão e de potência são respectivamente 12,66kV e 0.01 MVA, apresentam resultados análogos aos testes feitos no Sis33. O Sis69 apresenta-se nas versões radial, 1-M (uma malha) e 3-M (três malhas). Os dados e a solução desse sistema estão na tabela 7, na qual destacamos as mínimas tensões encontradas em cada versão. Os dados dos ramos que fecham malhas estão na tabela 6.

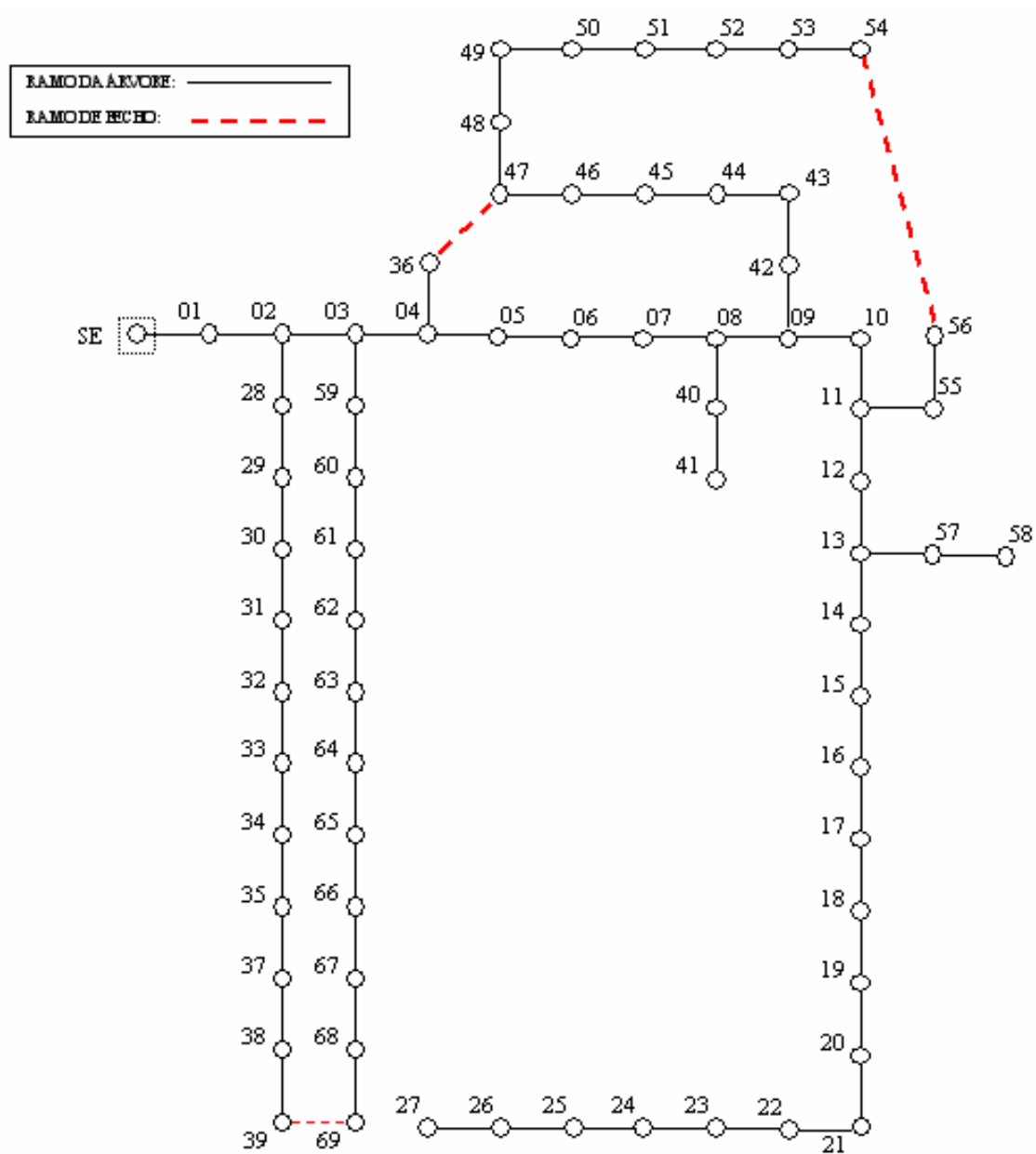


Figura 4.6 - SIS69 em sua forma radial (linha contínua) e fracamente malhada (ramos tracejados).

Na tabela 6 temos os dados dos ramos que fecham laços no Sis69.



Tabela 6 – Dados de Ramos que Fecham Malha no Sistema de 69 Nós

NI	NF	R (ohm)	X (ohm)
36	47	0,0005	0,012
54	56	0,0005	0,012
39	69	0,0005	0,012

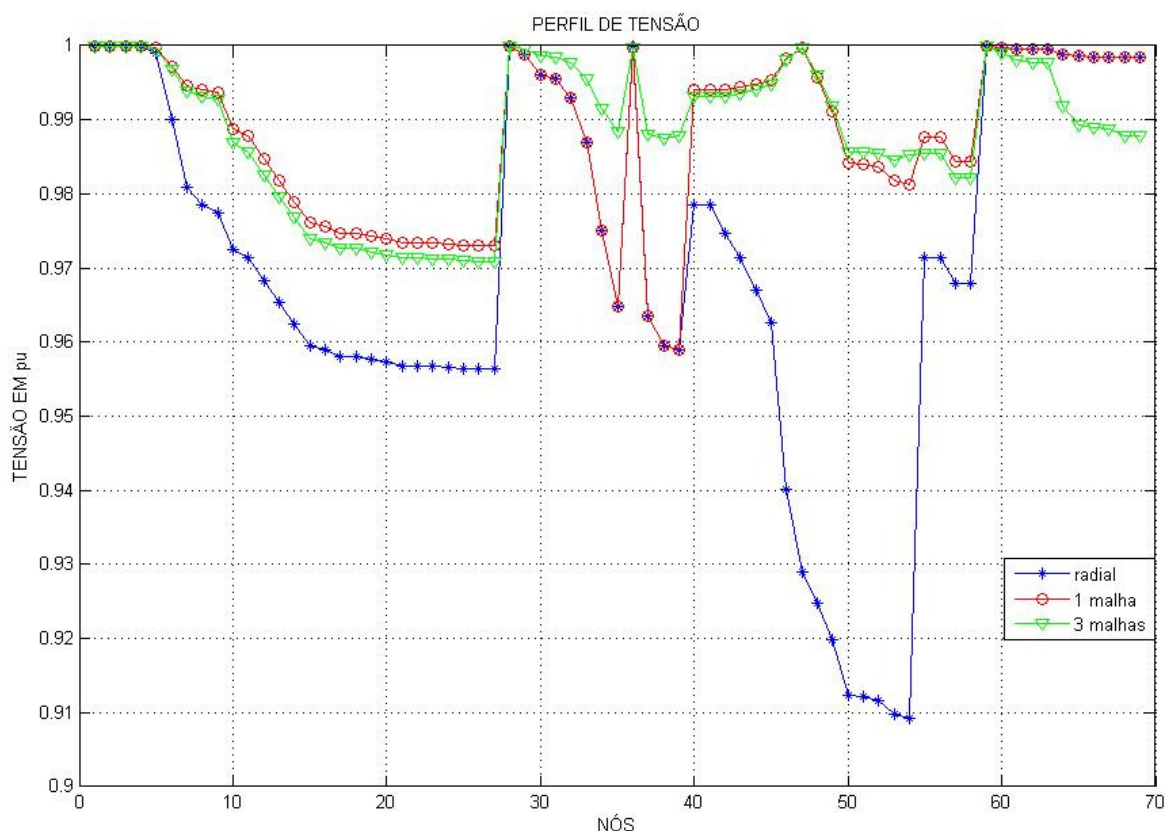


Figura 4.7 - Perfil de tensão do sistema 69 nós, radial e fracamente malhado.

No Sis69 em sua versão radial, temos uma seqüência de nós com um perfil de tensão baixo, indo de 0,94014 pu (nó 46) a 0,90925 pu (nó 54). O nó 36 tem uma tensão próxima da nominal e o nó 47 tem uma tensão abaixo de 0,93 pu. Interligando esses dois nós obtemos uma versão 1-M, cujo perfil de tensão é muito mais adequado ao atendimento da carga. O benefício que esta malha proporciona à operação da rede nessa condição de carga é altamente positivo. Nessa versão 1-M não há queda de tensão nodal em relação à versão radial. Além do mais

todos os nós ficam com tensão acima de 0,95 pu, possibilitando com que o sistema suporte uma maior elevação da carga.

Na versão 3-M, obtemos um perfil de tensão no qual todas as tensões nodais ficam acima de 0,97 pu, sendo que as tensões dos nós 30 ao 40 encontram-se agora acima de 0,98 pu. E, apesar da versão 3-M apresentar alguns nós com tensões abaixo dos níveis encontrados na versão 1-M, a relação custo-benefício da versão 3-M é positiva se comparada com a versão 1-M e excelente se comparada com a versão radial.

Isso mostra que expandir um alimentador radial para uma versão fracamente malhada é uma boa opção que deve ser levada em conta em uma análise técnica-econômica para o planejamento da expansão e mesmo para a sua operação.

Tabela 7 – Dados e Soluções do Sistema de 69 Nós

NI	NF	R (ohm)	X (ohm)	P (MW)	Q (MVar)	Magnitude de Tensão do nó NF (pu)		
						RADIAL	1- M	3-M
0	1	0,0005	0,0012	0,0	0,0	0,99997	0,99997	0,99997
1	2	0,0005	0,0012	0,0	0,0	0,99993	0,99993	0,99994
2	3	0	0	0,0	0,0	0,99984	0,99993	0,99994
3	4	0,0015	0,0036	0,0	0,0	0,99902	0,99987	0,99987
4	5	0,0251	0,0294	0,0	0,0	0,99009	0,99964	0,9996
5	6	0,366	0,1864	0,0026	0,0022	0,9808	0,99717	0,99677
6	7	0,3811	0,1941	0,0404	0,03	0,97859	0,99461	0,99383
7	8	0,0922	0,047	0,075	0,054	0,97745	0,99402	0,99315
8	9	0,0493	0,0251	0,03	0,022	0,97245	0,99376	0,99284
9	10	0,819	0,2707	0,028	0,019	0,97135	0,98884	0,98697
10	11	0,1872	0,0619	0,145	0,104	0,96819	0,98776	0,98567
11	12	0,7114	0,2351	0,145	0,104	0,96527	0,98465	0,98255
12	13	1,03	0,34	0,008	0,0055	0,96237	0,98178	0,97967
13	14	1,044	0,345	0,008	0,0055	0,9595	0,97893	0,97681
14	15	1,058	0,3496	0,0	0,0	0,95897	0,97611	0,97399
15	16	0,1966	0,065	0,0455	0,03	0,95809	0,97558	0,97346
16	17	0,3744	0,1238	0,06	0,035	0,95808	0,97472	0,97259
17	18	0,0047	0,0016	0,06	0,035	0,95761	0,97471	0,97259
18	19	0,3276	0,1083	0,0	0,0	0,95731	0,97425	0,97213
19	20	0,2106	0,0696	0,001	0,0006	0,95683	0,97396	0,97183
20	21	0,3416	0,1129	0,114	0,081	0,95682	0,97348	0,97136
21	22	0,014	0,0046	0,0053	0,0035	0,95675	0,97348	0,97135
22	23	0,1591	0,0526	0,0	0,0	0,9566	0,97341	0,97128

23	24	0,3463	0,1145	0,028	0,02	0,95643	0,97325	0,97113
24	25	0,7488	0,2475	0,0	0,0	0,95636	0,97309	0,97096
25	26	0,3089	0,1021	0,014	0,01	0,95634	0,97302	0,97089
26	27	0,1732	0,0572	0,014	0,01	0,99993	0,973	<b>0,97087</b>
27	28	0,0044	0,0108	0,026	0,0186	0,99985	0,99986	0,99991
28	29	0,064	0,1565	0,026	0,0186	0,99973	0,99882	0,99963
29	30	0,3978	0,1315	0,0	0,0	0,99971	0,99598	0,99866
30	31	0,0702	0,0232	0,0	0,0	0,99961	0,99548	0,99849
31	32	0,351	0,116	0,0	0,0	0,99935	0,99298	0,99763
32	33	0,839	0,2816	0,014	0,01	0,99901	0,98697	0,99557
33	34	1,708	0,5646	0,0195	0,014	0,99895	0,97498	0,99158
34	35	1,474	0,4873	0,006	0,004	0,99979	0,96487	0,98836
34	36	0,0034	0,0084	0,0	0,0	0,99854	0,99975	0,99976
35	37	0,0851	0,2083	0,079	0,0564	0,9947	0,96357	0,98808
37	38	0,2898	0,7091	0,3847	0,2745	0,99415	0,95959	0,98752
38	39	0,0822	0,2011	0,3847	0,2745	0,99993	0,95902	0,98791
8	40	0,0928	0,0473	0,0405	0,0283	0,97855	0,99399	0,99312
40	41	0,3319	0,1114	0,0036	0,0027	0,97854	0,99398	0,99311
9	42	0,174	0,0886	0,00435	0,0035	0,97467	0,99402	0,99315
42	43	0,203	0,1034	0,0264	0,019	0,97143	0,99434	0,99353
43	44	0,2842	0,1447	0,024	0,0172	0,96696	0,99484	0,99412
44	45	0,2813	0,1433	0,0	0,0	0,96259	0,9954	0,99476
45	46	1,59	0,5337	0,0	0,0	0,94014	0,99831	0,9981
46	47	0,7837	0,263	0,0	0,0	0,92909	0,99974	0,99975
47	48	0,3042	0,1006	0,1	0,072	0,92481	0,99577	0,99614
48	49	0,3861	0,1172	0,0	0,0	0,91979	0,99112	0,99193
49	50	0,5075	0,2585	1,244	0,888	0,9124	0,98426	0,98574
50	51	0,0974	0,0496	0,032	0,023	0,91211	0,98399	0,98559
51	52	0,145	0,0738	0,0	0,0	0,91172	0,98363	0,98542
52	53	0,7105	0,3619	0,227	0,162	0,90982	0,98187	0,98457
53	54	1,041	0,5302	0,059	0,042	<b>0,90925</b>	0,98134	0,98537
11	55	0,2012	0,0611	0,018	0,013	0,9713	0,98771	0,98538
55	56	0,0047	0,0014	0,018	0,013	0,9713	0,9877	0,98538
12	57	0,7394	0,2444	0,028	0,02	0,96786	0,98433	0,98223
57	58	0,0047	0,0016	0,028	0,02	0,96786	0,98433	0,98223
3	59	0,0044	0,0108	0,026	0,01855	0,99992	0,99992	0,99987
59	60	0,064	0,1565	0,026	0,01855	0,99975	0,99975	0,99897
60	61	0,1053	0,123	0,0	0,0	0,99959	0,99959	0,99805
61	62	0,0304	0,0355	0,024	0,017	0,99954	0,99954	0,99778
62	63	0,0018	0,0021	0,024	0,017	0,99954	0,99954	0,99777
63	64	0,7283	0,8509	0,0012	0,001	0,99884	0,99884	0,99179
64	65	0,31	0,3623	0,0	0,0	0,99855	0,99855	0,98926
65	66	0,041	0,0478	0,006	0,0043	0,99851	0,99851	0,98892
66	67	0,0092	0,0116	0,0	0,0	0,9985	0,99851	0,98884
67	68	0,1089	0,1373	0,03922	0,0263	0,99841	0,99841	0,98793
68	69	0,0009	0,0012	0,03922	0,0263	0,9984	0,99841	0,98792

O desempenho do método para as versões do Sis69 estão na Tabela 8. Percebe-se claramente que o fato de ter essa rede fracamente malhada reduz consideravelmente as perdas e apresenta um nível de tensão satisfatório ao cliente.

Tabela 8 – Desempenho das Versões do SIS69

SIS69	ITER	TEMPO (seg)	PERDA ATIVA (kW)	RP (kW)	DT (%)
RADIAL	4	0,41	263,0	0	3,9163
1-M	3	0,801	90,3	172,7	1,6795
3-M	3	0,791	59,1	203,9	1,5198

Realizando os mesmos testes de reconfiguração agora para o Sis69, temos que a rede reconfigurada seria a rede original aonde o ramo 4 – 5 será retirado e o ramo 36 – 47 será inserido. O ramo retirado foi determinado aleatoriamente enquanto que o ramo inserido é o ramo que fecha malha na versão 1-M. Os resultados obtidos para esta configuração estão na tabela 9 e 10.

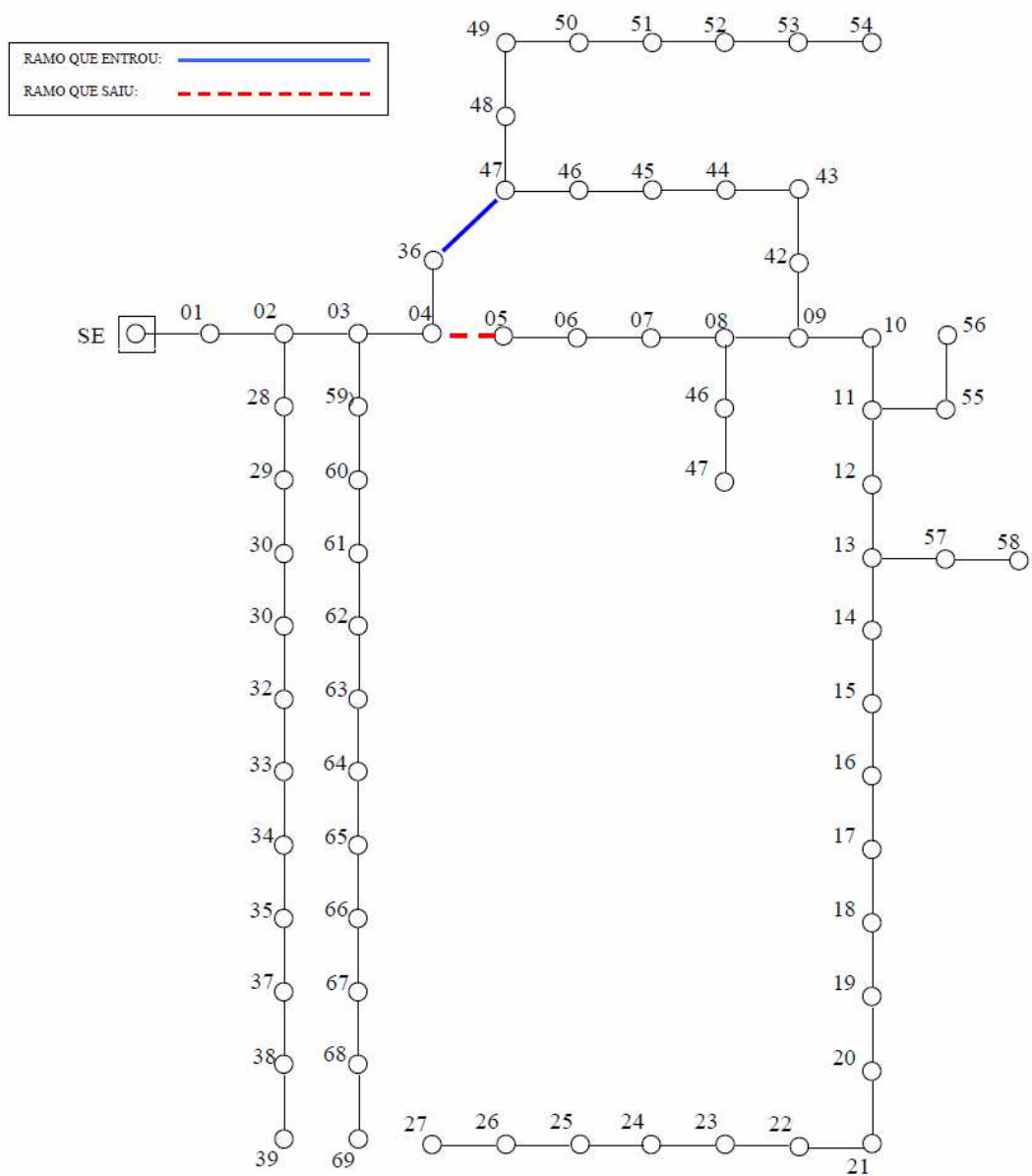


Figura 4.8 - SIS69 reconfigurado.

Ao olhar a versão radial original do Sis69 temos que era uma rede composta por quatro seqüências de nós, cada uma com uma considerável quantidade de nós. Porém, ao observar a fig. 4.8 temos cinco seqüências de nós no qual uma dessas seqüências (do nó 47 ao nó 54) está eletricamente mais próxima da fonte. Esse fato é muito bom pois nesta seqüência temos uma grande quantidade de potência

drenada, como podemos checar nos dados de cada nó dessa seqüência na tabela 10. portanto, a queda de tensão provocada por essa seqüência tem pouco impacto nos demais nós, apesar da grande quantidade de potência demandada.

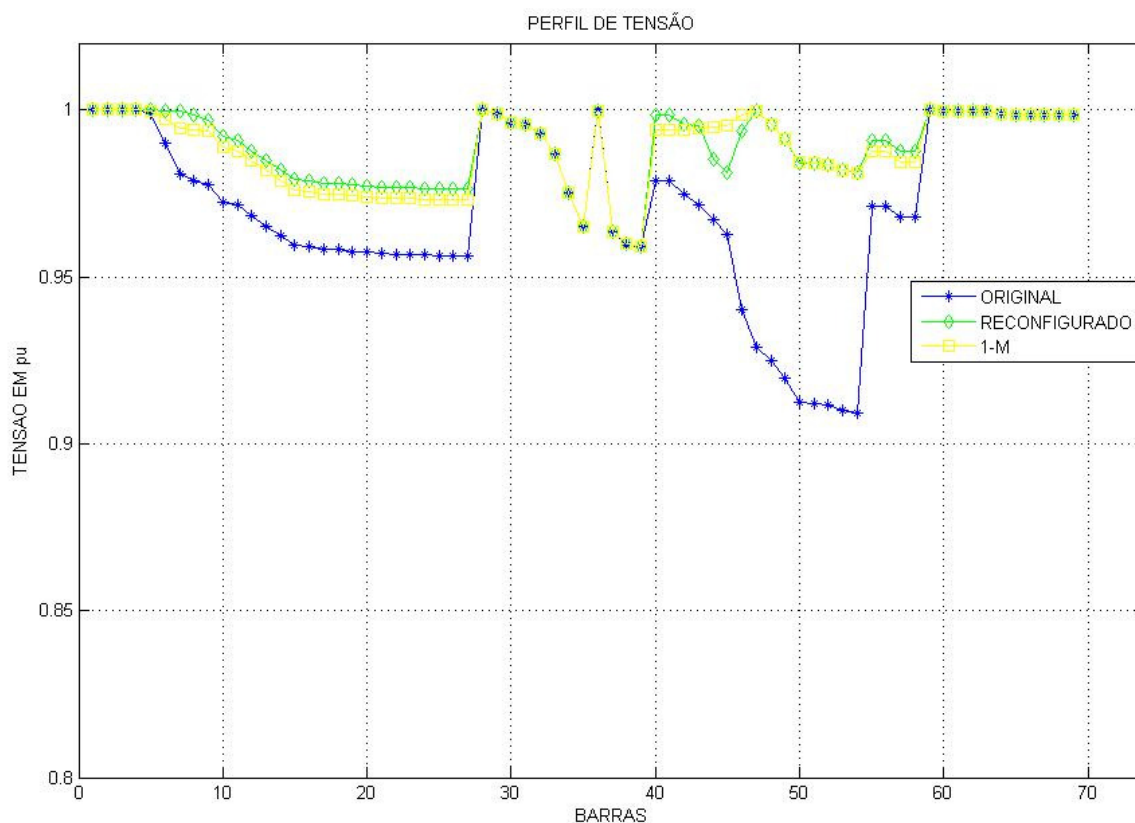


Figura 4.9 - Perfil de tensão do SIS69 na condição de rede radial, com uma malha e reconfigurada.

Vemos, por meio da Figura 4.9, que o perfil de tensão da rede reconfigurada é muito semelhante ao perfil de tensão da versão 1-M. sem duvida, essa similitude é percebida no RP e DT. Entretanto a segurança oferecida pela rede fracamente malhada pode favorecer essa alternativa.

Tabela 9 – Dados e Soluções do Sistema de 69 Nós Reconfigurado

NI	NF	R (ohm)	X (ohm)	P (MW)	Q (MVar)	Magnitude de Tensão do nó NF (pu)	Fluxo de Potência Ativa no ramo NI – NF (kW)
0	1	0,0005	0,0012	0,0	0,0	0,99997	3,8848
1	2	0,0005	0,0012	0,0	0,0	0,99993	3,8847
2	3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,99993	2,90576
3	4	0,0015	0,0036	0,0	0,0	0,99987	2,7198
4	5	0,0034	0,0084	0,0	0,0	0,99971	-0,027139
5	6	0,0005	0,0012	0,0	0,0	0,99968	0,018154
6	7	0,7837	0,263	0,0	0,0	0,99331	-1,6979
7	8	1,59	0,5337	0,0	0,0	0,9804	-3,9207
8	9	0,2813	0,1433	0,0	0,0	0,97789	-0,69201
9	10	0,2842	0,1447	0,024	0,0172	0,97536	0,7782
10	11	0,203	0,1034	0,0264	0,019	0,9736	0,74569
11	12	0,174	0,0886	0,00435	0,0035	0,97212	0,56407
12	13	0,819	0,2707	0,028	0,019	0,9671	0,36137
13	14	0,1872	0,0619	0,145	0,104	0,966	0,35215
14	15	0,7114	0,2351	0,145	0,104	0,96283	0,34298
15	16	1,03	0,34	0,008	0,0055	0,95989	0,34183
16	17	1,044	0,345	0,008	0,0055	0,95698	0,29622
17	18	1,058	0,3496	0	0	0,9541	0,23605
18	19	0,1966	0,065	0,0455	0,03	0,95356	0,17618
19	20	0,3744	0,1238	0,06	0,035	0,95268	0,17608
20	21	0,0047	0,0016	0,06	0,035	0,95267	0,17502
21	22	0,3276	0,1083	0	0	0,9522	0,061181
22	23	0,2106	0,0696	0,001	0,0006	0,9519	0,055893
23	24	0,3416	0,1129	0,114	0,081	0,95142	0,055888
24	25	0,014	0,0046	0,0053	0,0035	0,95141	0,027943
25	26	0,1591	0,0526	0	0	0,95134	0,027937
26	27	0,3463	0,1145	0,028	0,02	0,95118	0,013967
27	28	0,7488	0,2475	0	0	0,95101	0,97908
28	29	0,3089	0,1021	0,014	0,01	0,95094	0,95304
29	30	0,1732	0,0572	0,014	0,01	0,95093	0,9265
12	31	0,0493	0,0251	0,03	0,022	0,97204	0,92331
31	32	0,0922	0,047	0,075	0,054	0,97194	0,92274
32	33	0,3811	0,1941	0,0404	0,03	0,9718	0,91993
33	34	0,366	0,1864	0,0026	0,0022	0,97179	0,89921
31	35	0,0928	0,0473	0,0405	0,0283	0,972	0,86645
35	36	0,3319	0,1114	0,0036	0,0027	0,972	2,7197
14	37	0,2012	0,0611	0,018	0,013	0,96594	0,8495
37	38	0,0047	0,0014	0,018	0,013	0,96594	0,77
15	39	0,7394	0,2444	0,028	0,02	0,96249	0,38419
39	40	0,0047	0,0016	0,028	0,02	0,96249	0,044033
6	41	0,3042	0,1006	0,1	0,072	0,99572	0,0035944

41	42	0,3861	0,1172	0	0	0,99106	-0,41855
42	43	0,5075	0,2585	1,244	0,888	0,98421	-3,6477
43	44	0,0974	0,0496	0,032	0,023	0,98394	-1,3594
44	45	0,145	0,0738	0	0	0,98358	0,97969
45	46	0,7105	0,3619	0,227	0,162	0,98182	1,0267
46	47	1,041	0,5302	0,059	0,042	0,98129	2,7195
2	48	0,0044	0,0108	0,026	0,0186	0,99986	1,6917
48	49	0,064	0,1565	0,026	0,0186	0,99883	1,5836
49	50	0,3978	0,1315	0	0	0,99599	1,5744
50	51	0,0702	0,0232	0	0	0,99549	0,31872
51	52	0,351	0,116	0	0	0,99299	0,28663
52	53	0,839	0,2816	0,014	0,01	0,98699	0,28651
53	54	1,708	0,5646	0,0195	0,014	0,97502	0,059016
54	55	1,474	0,4873	0,006	0,004	0,96492	0,035931
55	56	0,0851	0,2083	0,079	0,0564	0,96363	0,017964
56	57	0,2898	0,7091	0,3847	0,2745	0,95965	0,055907
57	58	0,0822	0,2011	0,3847	0,2745	0,95909	0,027942
3	59	0,0044	0,0108	0,026	0,01855	0,99992	0,18576
59	60	0,064	0,1565	0,026	0,01855	0,99975	0,15976
60	61	0,1053	0,123	0	0	0,99959	0,13374
61	62	0,0304	0,0355	0,024	0,017	0,99954	0,13372
62	63	0,0018	0,0021	0,024	0,017	0,99954	0,10972
63	64	0,7283	0,8509	0,0012	0,001	0,99884	0,085718
64	65	0,31	0,3623	0	0	0,99855	0,084469
65	66	0,041	0,0478	0,006	0,0043	0,99851	0,084449
66	67	0,0092	0,0116	0	0	0,99851	0,078446
67	68	0,1089	0,1373	0,03922	0,0263	0,99841	0,078446
68	69	0,0009	0,0012	0,03922	0,0263	0,99841	0,03922

O fato de existir alguns fluxos de potência ativa com valor negativo significa que na verdade o fluxo deveria estar fluindo no sentido contrário, porém como a rede foi reconfigurada ocorreu que alguns ramos tiveram o sentido do fluxo invertido. Isso é um efeito colateral quando se reconfigura uma rede radial, pois nessa condição podem ocorrer situações no qual o ramo tem seu fluxo invertido.

**Tabela 10 – Desempenho das Versões do SIS69 Fracamente Malhado e Reconfigurado**

SIS69	ITER	TEMPO (seg)	PERDA ATIVA (kW)	RP (kW)	DT (%)
RADIAL	4	0,4810	263,0	0	3,9163
SIS69RECON	3	0,4810	115,6	147,4	1,5723
1-M	3	0,8610	90,3	172,7	1,6795



#### 4.5 – SISTEMA COM 84 NÓS

Quando uma sub-estação é projetada, tem-se em mente que ela conterá mais de um alimentador conectado aos seus barramentos de alta tensão, afinal existe uma grande quantidade de consumidores a serem atendidos de imediato e a perspectiva no futuro é de que essa quantidade de consumidores cresça.

Para avaliar o comportamento do método diante dessa realidade, temos os sistemas radiais Sis84 e Sis135. Ambos são sistemas reais [15] sendo que possuem respectivamente 11 e 8 alimentadores conectados diretamente a SE.

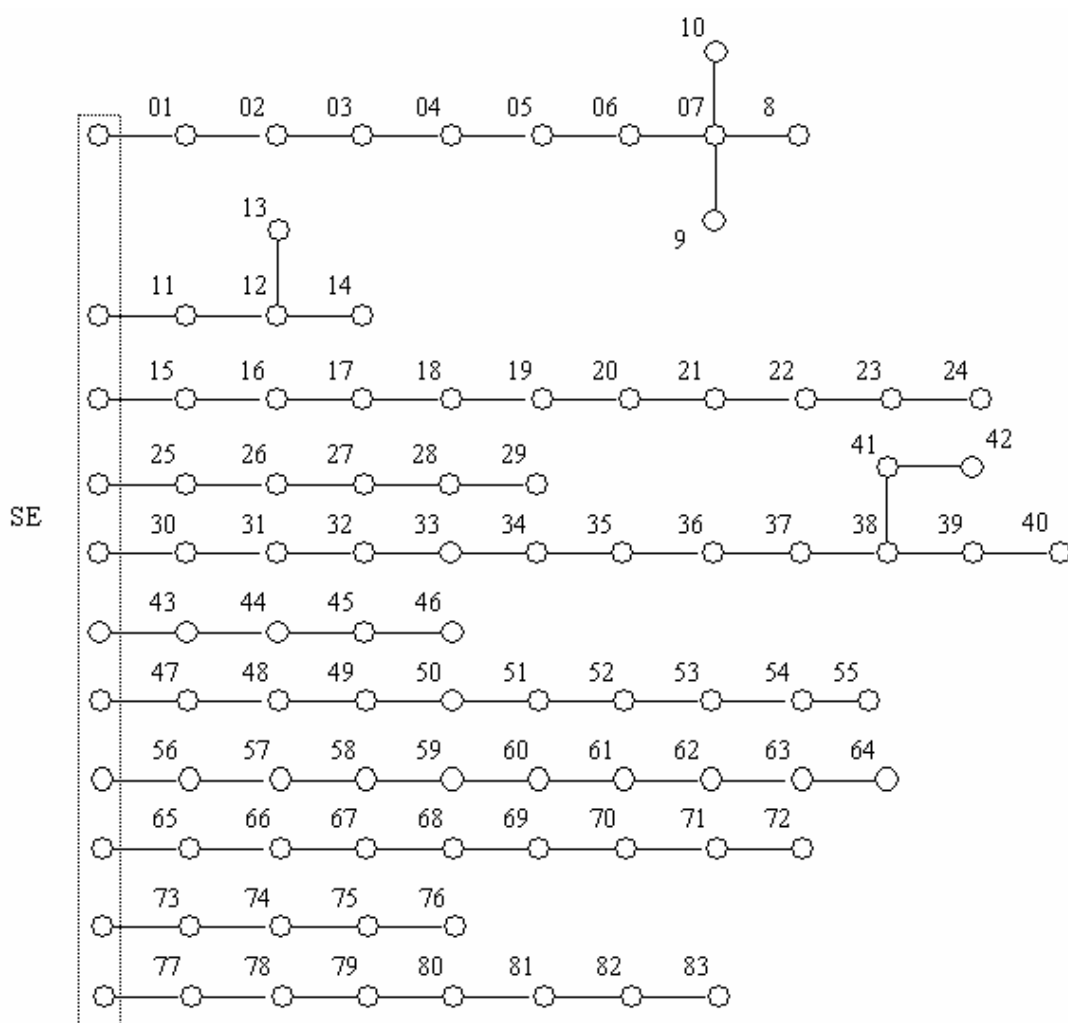


Figura 4.10 - Topologia do Sis84, com 11 alimentadores.

Esse sistema de 84 nós está dividido em 11 alimentadores, sendo que o maior deles contém apenas 13 nós. Essa divisão de carga ajuda a melhorar o perfil de tensão de tal forma que as tensões nodais estão acima de 0,95 pu, para o carregamento expresso na tabela 11.

O fato de haver mais de um alimentador não afeta de modo algum o método. Somente fica evidente, pela Figura 4.11, a necessidade de se usar técnicas de armazenamento compacto de matrizes.

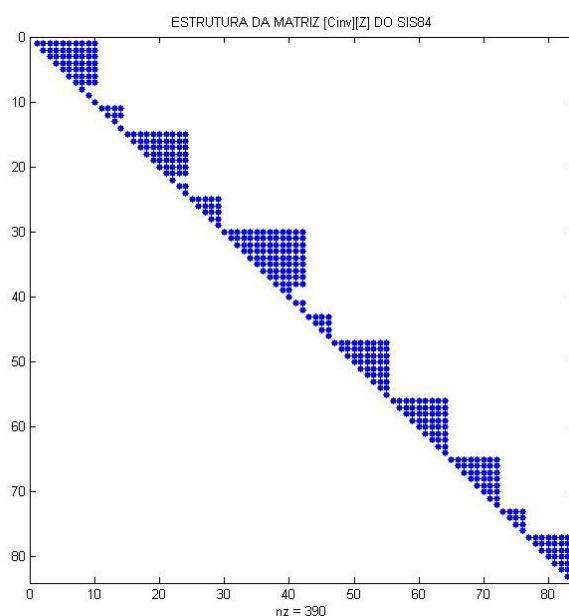


Figura 4.11 - Estrutura da matriz  $[C]^{-1}[Z]$  de Sis84.

Como se pode observar, cada ponto representa um elemento não nulo. Além disso temos que cada alimentador é representado por uma sub-matriz triangular superior. Portanto, a matriz  $[C]^{-1}[Z]$  é extremamente esparsa.

Tabela 11 – Dados e Soluções do Sistema de 84 Nós Radial

NI	NF	R (ohm)	X (ohm)	P (MW)	Q (MVar)	Magnitude de Tensão do nó NF (pu)
0	1	0,1944	0,6624	0	0	0,98873
1	2	0,2096	0,4304	0	0	0,98006
2	3	0,2358	0,4842	0,1	0,05	0,97033
3	4	0,0917	0,1883	0,3	0,2	0,96666
4	5	0,2096	0,4304	0,35	0,25	0,95908
5	6	0,0393	0,0807	0,22	0,1	0,95785
6	7	0,0405	0,138	1,1	0,8	0,95621
7	8	0,1048	0,2152	0,4	0,32	0,9556
7	9	0,2358	0,4842	0,3	0,2	<b>0,95529</b>
7	10	0,1048	0,2152	0,3	0,23	0,95576
0	11	0,0786	0,1614	0,3	0,26	0,99761
11	12	0,3406	0,6944	0	0	0,98881
12	13	0,0262	0,0538	1,2	0,8	0,98842
12	14	0,0786	0,1614	0,8	0,6	0,98797
0	15	0,1134	0,3864	0,7	0,5	0,99095
15	16	0,0524	0,1076	0	0	0,98845
16	17	0,0524	0,1076	0,3	0,15	0,98596
17	18	0,1572	0,3228	0,5	0,35	0,97898
18	19	0,0393	0,0807	0,7	0,4	0,9775
19	20	0,1703	0,3497	1,2	1	0,97245
20	21	0,2358	0,4842	0,3	0,3	0,96962
21	22	0,1572	0,3228	0,4	0,35	0,96867
21	23	0,1965	0,4035	0,05	0,02	0,96943
23	24	0,131	0,269	0,05	0,02	0,96936
0	25	0,0567	0,1932	0,05	0,01	0,99784
25	26	0,1048	0,2152	0,05	0,03	0,995
26	27	0,2489	0,5111	0,1	0,06	0,98843
27	28	0,0486	0,1656	0,1	0,07	0,98672
28	29	0,131	0,269	1,8	1,3	0,9836
0	30	0,1965	0,396	0,2	0,12	0,9899
30	31	0,131	0,269	0	0	0,98341
31	32	0,131	0,269	1,8	1,6	0,97693
32	33	0,0262	0,0538	0,2	0,15	0,97635
33	34	0,1703	0,3497	0,2	0,1	0,97305
34	35	0,0524	0,1076	0,8	0,6	0,97216
35	36	0,4978	1,0222	0,1	0,06	0,96908
36	37	0,0393	0,0807	0,1	0,06	0,96889
37	38	0,0393	0,0807	0,02	0,01	0,96874
38	39	0,0786	0,1614	0,02	0,01	0,96871
39	40	0,2096	0,4304	0,02	0,01	0,96866
38	41	0,1965	0,4035	0,02	0,01	0,96813
41	42	0,2096	0,4304	0,2	0,16	0,96753
0	43	0,0486	0,1656	0,05	0,03	0,99912

43	44	0,0393	0,0807	0	0	0,99864
44	45	0,131	0,269	0,03	0,02	0,99704
45	46	0,2358	0,4842	0,8	0,7	0,99425
0	47	0,243	0,828	0,2	0,15	0,98812
47	48	0,0655	0,1345	0	0	0,986
48	49	0,0655	0,1345	0	0	0,98388
49	50	0,0393	0,0807	0	0	0,9826
50	51	0,0786	0,1614	0,2	0,16	0,98006
51	52	0,0393	0,0807	0,8	0,6	0,97891
52	53	0,0786	0,1614	0,5	0,3	0,97745
53	54	0,0524	0,1076	0,5	0,35	0,97679
54	55	0,131	0,269	0,5	0,3	0,976
0	56	0,2268	0,7728	0,2	0,08	0,99456
56	57	0,5371	1,1029	0	0	0,9863
57	58	0,0524	0,1076	0,03	0,02	0,98549
58	59	0,0405	0,138	0,6	0,42	0,98465
59	60	0,0393	0,0807	0	0	0,98437
60	61	0,0262	0,0538	0,02	0,01	0,98418
61	62	0,1048	0,2152	0,02	0,01	0,98345
62	63	0,2358	0,4842	0,2	0,13	0,98186
63	64	0,0243	0,0828	0,3	0,24	0,98171
0	65	0,0486	0,1656	0,3	0,2	0,99737
65	66	0,1703	0,3497	0	0	0,99147
66	67	0,1215	0,414	0,05	0,03	0,98556
67	68	0,2187	0,7452	0	0	0,97513
68	69	0,0486	0,1656	0,4	0,36	0,97282
69	70	0,0729	0,2484	0	0	0,96999
70	71	0,0567	0,1932	0	0	0,9678
71	72	0,0262	0,0528	2	1,5	0,96709
0	73	0,324	1,104	0,2	0,15	0,99111
73	74	0,0324	0,1104	0	0	0,99034
74	75	0,0567	0,1932	0	0	0,989
75	76	0,0486	0,1656	1,2	0,95	0,98785
0	77	0,2511	0,8556	0,3	0,18	0,98406
77	78	0,1296	0,4416	0	0	0,97652
78	79	0,0486	0,1656	0,4	0,36	0,97371
79	80	0,131	0,264	2	1,3	0,9691
80	81	0,131	0,264	0,2	0,14	0,96777
81	82	0,0917	0,1883	0,5	0,36	0,96707
82	83	0,3144	0,6456	0,1	0,03	0,96679

Pelos dados do Sis84, temos que é um sistema cuja carga drenada é de 27,95MW e 20,34 MVar, resultando numa densidade de potência drenada em cada nó de 336,747 kW/nó. Apesar de apresentar esse valor elevado, o fato de

haver mais de um alimentador atendendo a demanda, nessa rede radial, dilui toda essa potência entre os alimentadores. Essa socialização da potência demandada faz com que o perfil de tensão seja pouco afetado, como pode ser visto na Figura 4.13, as tensões nodais estão acima de 0,95 pu.

Tabela 12 – Desempenho das Versões do SIS84 Radial

SIS84	ITER	TEMPO (seg)	PERDA ATIVA (kW)	RP (kW)	DT (%)
RADIAL	4	0,47	358,9	0	2,3776

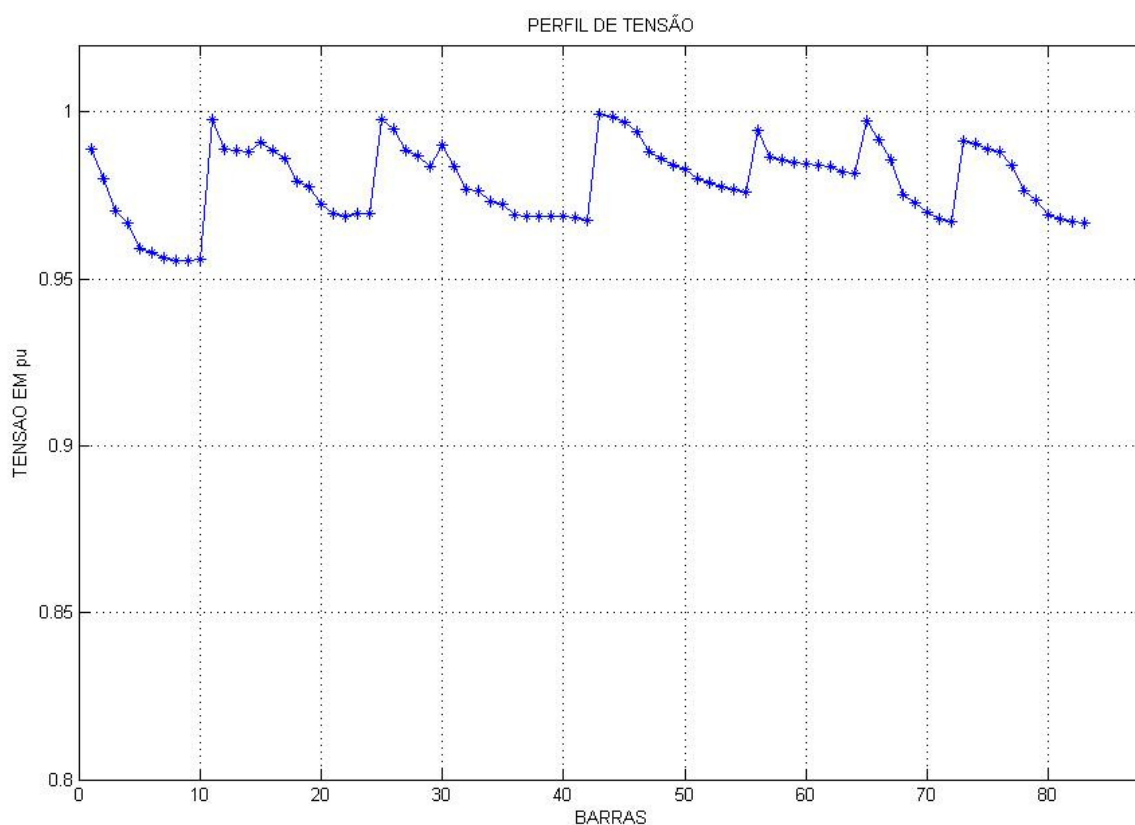


Figura 4.12 - Perfil de tensão do Sis84.

A Figura 4.12 é muito ilustrativa ao mostrar que uma possibilidade para melhorar o perfil de tensão é ter vários alimentadores atendendo uma região. Essa configuração também permite um alto grau de reconfiguração [15] permitindo

assim aumentar a confiabilidade de atendimento da demanda, sendo uma alternativa à possibilidade de malhar a rede de distribuição.

A menor tensão nodal obtida é 0,95529 (nó 9), no final da primeira seqüência de nós da Figura 4.12. este valor está acima do limite operativo de mínima tensão, demonstrando a robustez dessa rede.

#### 4.6 – SISTEMA COM 135 NÓS

A rede representada por Sis135 tem uma carga total de 18,3128 MW e 7,9303 MVar, que nos 134 nós dessa rede resulta numa densidade de 136,6627 kW/nó. Este valor é relativamente baixo, se comparado com o Sis84, e mesmo tendo uma quantidade de nós em seqüência elevada por cada alimentador, o perfil de tensão na Figura 4.14 mostra que somente em um alimentador temos tensões nodais abaixo de 0,95 pu. Isso se deve ao alto carregamento nesse alimentador. E como observado no Sis84 o método necessita de técnicas de armazenamento compacto de vetores e matrizes, como se pode ver na figura 4.13.

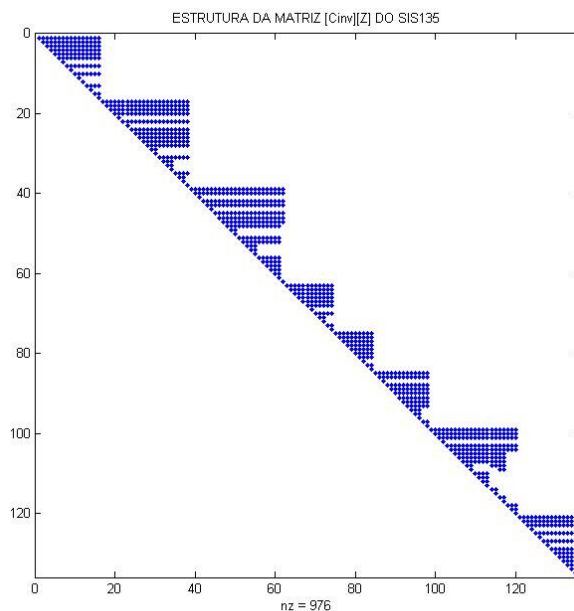


Figura 4.13 - Estrutura da matriz  $[C]^{-1}[Z]$  do Sis135.

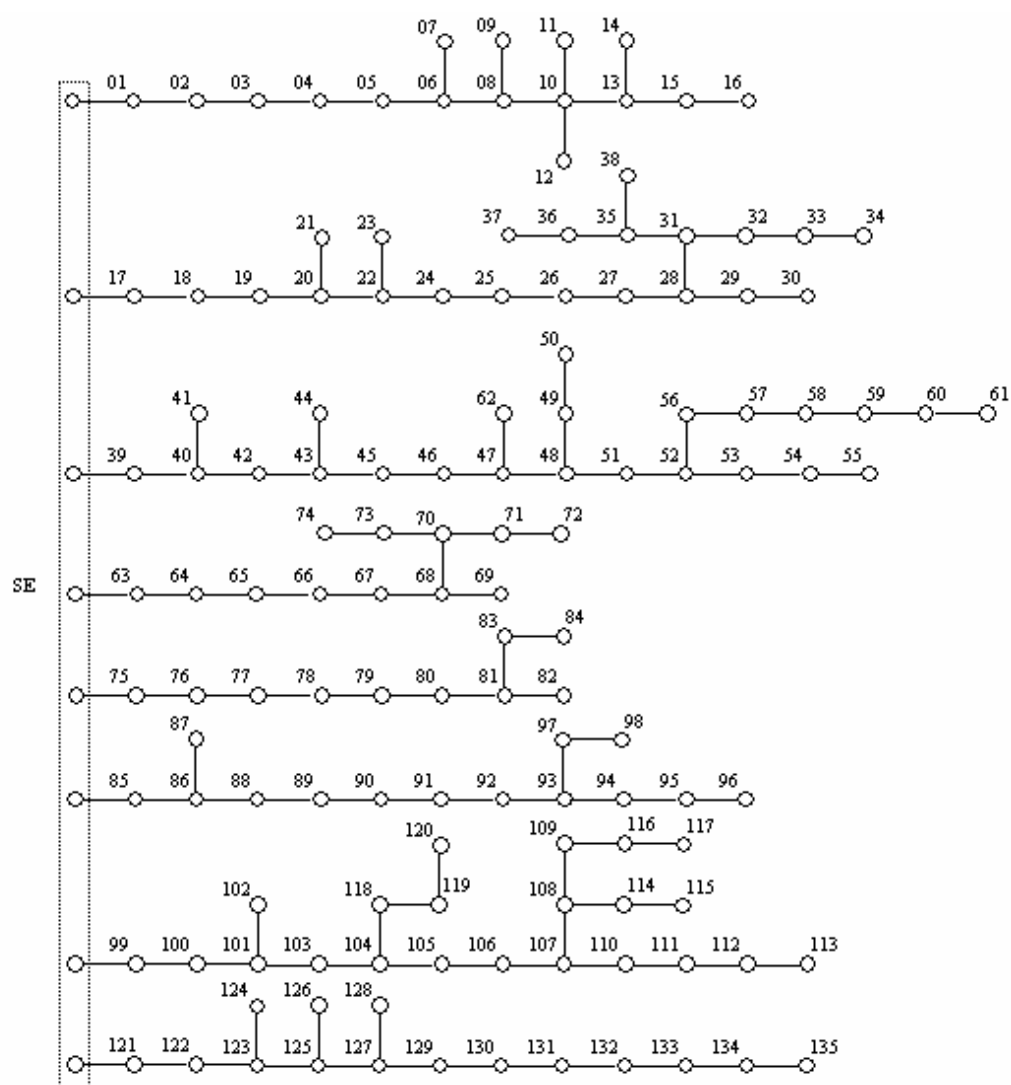


Figura 4.14 - Topologia do Sis135, com 8 alimentadores.

Tabela 13 – Dados e Soluções do Sistema de 135 Nós Radial

NI	NF	R (ohm)	X (ohm)	P (MW)	Q (MVar)	Magnitude de Tensão do nó NF (pu)	
						RADIAL	1 – M
0	1	0,33205	0,76653	0	0	0,99098	0,99098
1	2	0,00188	0,00433	0,04778	0,019009	0,99092	0,99092
2	3	0,2234	0,51535	0,042551	0,016929	0,98501	0,98501
3	4	0,09943	0,22953	0,087022	0,034622	0,98242	0,98242
4	5	0,15571	0,35945	0,31131	0,12386	0,97853	0,97853
5	6	0,16321	0,37677	0,14887	0,059228	0,97499	0,97499
6	7	0,11444	0,26417	0,23867	0,094956	0,97471	0,97471
6	8	0,05675	0,05666	0,062299	0,024786	0,97426	0,97426
8	9	0,52124	0,27418	0,1246	0,049571	0,97384	0,97384
8	10	0,10877	0,1086	0,14018	0,055768	0,97302	0,97302
10	11	0,39803	0,20937	0,11681	0,046474	0,97271	0,97271
10	12	0,91744	0,31469	0,2492	0,099145	0,97161	0,97161
10	13	0,11823	0,11805	0,29145	0,11559	0,97212	0,97212
13	14	0,50228	0,26421	0,30372	0,12084	0,97112	0,97112
13	15	0,05675	0,05666	0,2154	0,085695	0,97194	0,97194
15	16	0,29379	0,15454	0,19859	0,079007	0,97156	0,97156
0	17	0,33205	0,76653	0	0	0,9913	0,9913
17	18	0,00188	0,00433	0	0	0,99125	0,99125
18	19	0,22324	0,51535	0	0	0,98543	0,98543
19	20	0,10881	0,25118	0,030127	0,014729	0,9826	0,9826
20	21	0,71078	0,37388	0,23097	0,11292	0,9815	0,9815
20	22	0,18197	0,42008	0,060256	0,029459	0,97843	0,97843
22	23	0,30326	0,15952	0,23097	0,11292	0,97796	0,97796
22	24	0,02439	0,0563	0,12051	0,058915	0,97795	0,97795
24	25	0,04502	0,10394	0	0	0,97713	0,97713
25	26	0,01876	0,04331	0,056981	0,027857	0,97679	0,97679
26	27	0,11823	0,1123	0,36467	0,17828	0,97536	0,97536
27	28	0,02365	0,02361	0	0	0,97514	0,97514
28	29	0,18954	0,0997	0,12465	0,060939	0,97491	0,97491
29	30	0,39803	0,20937	0,056981	0,027857	0,97476	0,97476
28	31	0,05675	0,05666	0	0	0,9747	0,9747
31	32	0,09477	0,04985	0,085473	0,041787	0,97439	0,97439
32	33	0,41699	0,21934	0	0	0,97326	0,97326
33	34	0,11372	0,05982	0,39674	0,19396	0,97296	0,97296
31	35	0,07566	0,07555	0	0	0,97439	0,97439
35	36	0,3696	0,19442	0,18115	0,088563	0,97333	0,97333
36	37	0,26536	0,13958	0,24217	0,1184	0,9729	0,9729
35	38	0,05675	0,0566	0,075316	0,036821	0,97436	0,97436
0	39	0,33205	0,76653	0	0	0,99086	0,99086
39	40	0,11819	0,27283	0,001254	0,000531	0,98762	0,98762
40	41	2,9629	1,0163	0,006274	0,00266	0,9875	0,9875
40	42	0,00188	0,00433	0	0	0,98757	0,98757
42	43	0,06941	0,16024	0,11788	0,049971	0,98568	0,98568



43	44	0,81502	0,42872	0,062668	0,025566	0,98534	0,98534
43	45	0,06378	0,14724	0,17228	0,073034	0,98406	0,98406
45	46	0,13132	0,30315	0,45856	0,19439	0,98098	0,98098
46	47	0,06191	0,14291	0,26296	0,11147	0,97983	0,97983
47	48	0,11444	0,26417	0,23576	0,099942	0,97831	0,97831
48	49	0,28374	0,28331	0	0	0,97807	0,97807
49	50	0,28374	0,28321	0,10922	0,046298	0,97783	0,97783
48	51	0,04502	0,10394	0	0	0,97787	0,97787
51	52	0,02626	0,06063	0,072809	0,030865	0,97762	0,97762
52	53	0,06003	0,13858	0,25847	0,10957	0,9774	0,9774
53	54	0,03002	0,06929	0,069169	0,029322	0,97737	0,97737
54	55	0,02064	0,04764	0,021843	0,00926	0,97736	0,97736
52	56	0,10881	0,25118	0	0	0,97706	0,97706
56	57	0,25588	0,1346	0,020527	0,008702	0,97624	0,97624
57	58	0,41699	0,21934	0,15055	0,063819	0,97497	0,97497
58	59	0,50228	0,26421	0,22069	0,093552	0,97393	0,97393
59	60	0,3317	0,17448	0,092384	0,039163	0,97373	0,97373
60	61	0,20849	0,10967	0	0	0,97373	0,97373
47	62	0,13882	0,32047	0,22669	0,096098	0,9795	0,9795
0	63	0,0075	0,01732	0	0	0,99988	0,99988
63	64	0,27014	0,62362	0,29402	0,11697	0,99554	0,99554
64	65	0,3827	0,88346	0,083015	0,033028	0,99056	0,99056
65	66	0,33018	0,7622	0,083015	0,033028	0,98655	0,98655
66	67	0,3283	0,75787	0,10377	0,041285	0,98287	0,98287
67	68	0,17072	0,39409	0,17641	0,070184	0,98114	0,98114
68	69	0,55914	0,29412	0,083015	0,033028	0,98084	0,98084
68	70	0,05816	0,13425	0,21792	0,086698	0,9807	0,9807
70	71	0,7013	0,3689	0,023294	0,009267	0,98057	0,98057
71	72	1,0235	0,53839	0,005075	0,002019	0,98054	0,98054
70	73	0,06754	0,15591	0,072638	0,028899	0,98037	0,98037
73	74	1,3235	0,45397	0,40599	0,16152	0,97709	0,97709
0	75	0,01126	0,02598	0	0	0,9998	0,9998
75	76	0,72976	1,6846	0,10018	0,042468	0,98689	0,98689
76	77	0,22512	0,51968	0,14252	0,060417	0,98318	0,98318
77	78	0,20824	0,48071	0,096042	0,040713	0,98007	0,98007
78	79	0,0469	0,10827	0,30045	0,12737	0,97941	0,97941
79	80	0,6195	0,61857	0,14124	0,059873	0,97465	0,97465
80	81	0,34049	0,33998	0,27985	0,11863	0,9724	0,9724
81	82	0,56862	0,29911	0,087312	0,037013	0,97207	0,97207
81	83	0,10877	0,1086	0,24385	0,10337	0,97199	0,97199
83	84	0,56862	0,29911	0,24775	0,10503	0,97106	0,97106
0	85	0,01126	0,02598	0	0	0,99967	0,99958
85	86	0,41835	0,96575	0,089878	0,038101	0,98731	0,9839
86	87	0,10499	0,13641	1,1373	0,48211	0,98632	0,98291
86	88	0,43898	1,0134	0,45834	0,1943	0,98011	0,97333
88	89	0,0752	0,02579	0,3852	0,16329	0,97961	0,97247

89	90	0,07692	0,17756	0	0	0,97904	0,97132
90	91	0,33205	0,76653	0,079608	0,033747	0,97659	0,96638
91	92	0,08442	0,19488	0,087312	0,037013	0,97604	0,9652
92	93	0,1332	0,30748	0	0	0,97529	0,96346
93	94	0,2932	0,29276	0,074001	0,03137	0,97428	0,96244
94	95	0,21753	0,21721	0,23205	0,098369	0,97366	0,96181
95	96	0,26482	0,26443	0,14182	0,060119	0,97337	0,96152
93	97	0,10318	0,23819	0	0	0,97521	0,96338
97	98	0,13507	0,31181	0,076449	0,032408	0,9751	0,96327
0	99	0,00938	0,02165	0	0	0,99968	0,99976
99	100	0,16884	0,38976	0,051322	0,021756	0,99388	0,99543
100	101	0,11819	0,27283	0,059874	0,025381	0,98989	0,99247
101	102	2,2861	0,78414	0,009065	0,003843	0,98977	0,99234
101	103	0,45587	1,0524	0,002092	0,000887	0,97497	0,98144
103	104	0,696	1,6067	0,016735	0,007094	0,95256	0,96478
104	105	0,45774	1,0567	1,5065	0,63863	0,93893	0,95481
105	106	0,20298	0,26373	0,31302	0,13269	0,93688	0,95402
106	107	0,21348	0,27737	0,079831	0,033842	0,9353	0,95376
107	108	0,54967	0,28914	0,051322	0,021756	0,93357	0,95481
108	109	0,54019	0,28415	0	0	0,93263	0,9566
107	110	0,0455	0,05911	0,20244	0,085815	0,93518	0,95364
110	111	0,47385	0,24926	0,060823	0,025874	0,93483	0,9533
111	112	0,86241	0,45364	0,045618	0,019338	0,93456	0,95303
112	113	0,56862	0,29911	0	0	0,93456	<b>0,95303</b>
108	114	0,77711	0,40878	0,15707	0,066584	0,93273	0,95399
114	115	1,0804	0,5683	0	0	0,93273	0,95399
109	116	1,0663	0,57827	0,25015	0,10604	0,93078	0,96014
116	117	0,47385	0,24926	0	0	<b>0,93078</b>	0,9625
104	118	0,32267	0,74488	0,068809	0,028593	0,95199	0,96422
118	119	0,14633	0,33779	0,032072	0,013596	0,95184	0,96407
119	120	0,12382	0,28583	0,061084	0,025894	0,95176	0,96399
0	121	0,01126	0,02598	0	0	0,99974	0,99974
121	122	0,6491	1,4984	0,094622	0,04626	0,98475	0,98475
122	123	0,04502	0,10394	0,049858	0,024375	0,98377	0,98377
123	124	0,5264	0,18056	0,12316	0,060214	0,98337	0,98337
123	125	0,02064	0,04764	0,07835	0,038304	0,98336	0,98336
125	126	0,53071	0,27917	0,14547	0,071121	0,98284	0,98284
125	127	0,09755	0,2252	0,021369	0,010447	0,98167	0,98167
127	128	0,11819	0,27283	0,074789	0,036564	0,98157	0,98157
127	129	0,13882	0,32047	0,22793	0,11143	0,97941	0,97941
129	130	0,04315	0,09961	0,035614	0,017411	0,97883	0,97883
130	131	0,09192	0,2122	0,24929	0,12188	0,97761	0,97761
131	132	0,16134	0,37244	0,31672	0,15484	0,97595	0,97595
132	133	0,37832	0,37775	0,33382	0,1632	0,97418	0,97418
133	134	0,39724	0,39664	0,24929	0,12188	0,97338	0,97338
134	135	0,2932	0,29276	0	0	0,97338	0,97338

Tabela 14 – Desempenho do SIS135 Radial

SIS135	ITER	TEMPO (seg)	PERDA ATIVA (kW)	RP (kW)	DT (%)
RADIAL	4	0,4810	320,1	0	2,9640
1 – M	4	4,1060	300,7	19,4	2,5926

Pela tabela 14, temos que a inserção de uma malha, ao conectar os nós 93 ao 117, provocou melhoria no nível de perdas e na qualidade da tensão entregue ao consumidor. Do ponto de vista de eficiência computacional, esta única malha praticamente aumentou em dez vezes o tempo de execução. Isto se deve a necessidade de fazer uma Eliminação de Gauss em uma matriz extremamente esparsa em cada iteração. Sem duvida, se for usado técnicas de armazenamento compacto de matrizes, aliado a uma técnica de Eliminação de Gauss voltada para este tipo de matriz esparsa, esse tempo de execução reduziria consideravelmente.

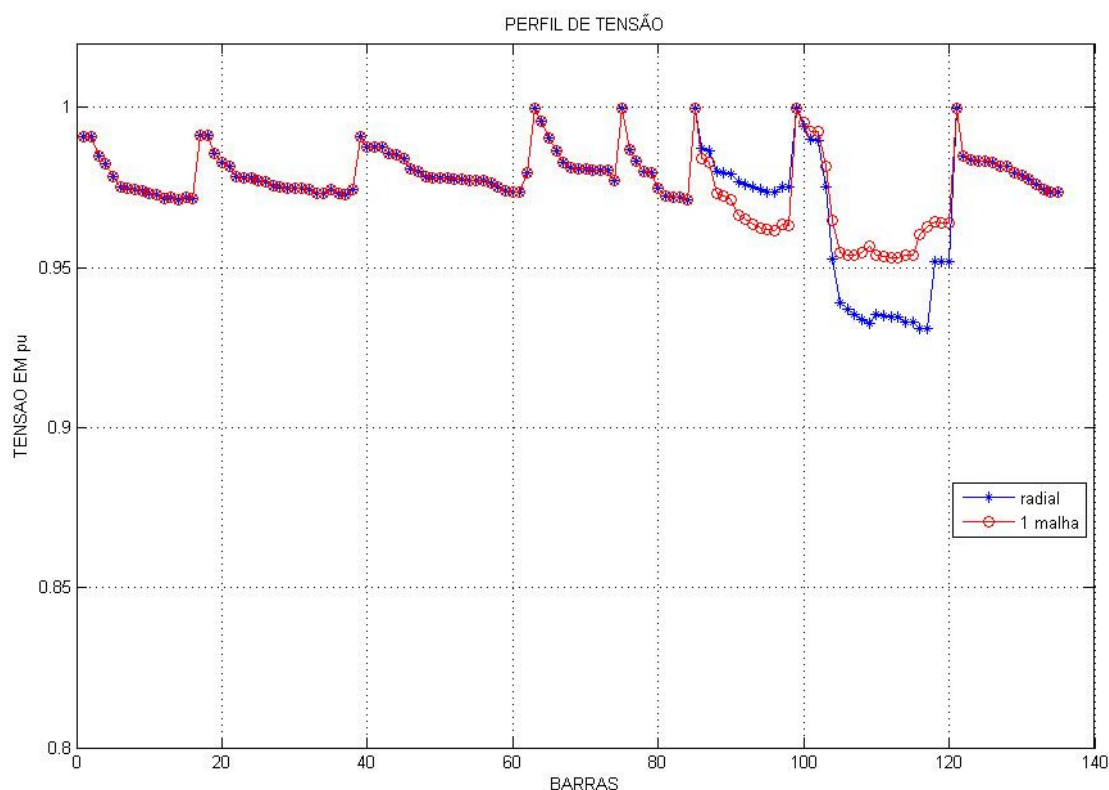


Figura 4.15 - Perfil de tensão do Sis135.

O fato de que cada alimentador apresenta um carregamento baixo, com a devida exceção do alimentador que engloba dos nós 101 ao 120, temos que as tensões nodais são elevadas. Mesmo tendo a menor tensão nodal no nó 117 com 0,93078 pu, este valor é elevado. Do mesmo modo que no Sis84, esta rede permite um alto grau de reconfiguração [15]. Aliado a isso tem o baixo carregamento dos alimentadores, que permite uma elevação da carga demandada.

Por outro lado, inserindo uma malha, ao conectar os nós 93 e 117, obtemos um perfil de tensão mais adequado para o atendimento da carga, pois todos os nós estão com tensão nodal acima de 0,95 pu, sendo que a menor tensão nodal está no nó 113 com 0,95303 pu. Apesar dos nós 87 ao 99 terem uma tensão nodal, na versão 1 – M, inferior a tensão nodal na versão radial, a elevação da tensão nos nós 91 ao 119 na versão 1 – M é benéfica, compensando esse efeito colateral. Ou seja, a relação custo/benefício provocada pela malha é positiva para essa realidade de carregamento.

#### **4.7 – AVALIAÇÃO DO ESFORÇO COMPUTACIONAL**

A avaliação do desempenho computacional da metodologia proposta é feita com dois critérios de parada para o processo iterativo de solução das equações lineares em tensão e corrente. Um dos critérios foi a verificação do atendimento da carga especificada em potência nodal e o outro foi a da variação das magnitudes das tensões nodais entre uma iteração e a anterior. Os resultados obtidos estão apresentados na tabela 15. Também foram feitos testes com o método proposto em [1] no qual se obtiveram os mesmos resultados. Isso era de se esperar uma vez que as equações utilizadas pelo método proposto em [1] são expressões análogas às de nosso modelo, ou seja, representam as leis de tensões e correntes de Kirchhoff presentes nos circuitos representantes dos alimentadores.

Tabela 15 – Eficiência Computacional da Metodologia Proposta

SISTEMAS	METODOLOGIA PROPOSTA			
	Critério de Potência		Critério de Passo	
	ITER	$\Delta P / \Delta Q$	ITER	$ \Delta V $
SIS 33 – RADIAL	4	1.1209E-6 / 2.5175E-6	6	2.6999E-6
SIS 33 – 1 MALHA	4	5.5725E-7 / 1.2880E-6	6	8.0276E-7
SIS 33 – 5 MALHAS	3	5.9090E-6 / 9.6444E-6	5	2.6650E-6
SIS 33 – RADIAL - RECONF	5	3.2407E-6 / 1.7483E-6	10	2.1377E-6
SIS 69 – RADIAL	4	9.5769E-6 / 4.0567E-6	6	5.3335E-6
SIS 69 – 1 MALHA	3	6.3607E-6 / 4.6789E-6	5	2.8410E-6
SIS 69 – 3 MALHAS	3	2.8492E-6 / 2.0334E-6	5	3.1286E-7
SIS 69 – RADIAL - RECONF	3	6.3605E-6 / 4.6785E-6	20	6.4993E-6
SIS 84 – RADIAL	4	6.7168E-7 / 1.6596E-6	5	6.6782E-6
SIS 135 – RADIAL	4	3.8626E-6 / 8.9153E-6	6	4.8211E-6
SIS 135 – 1 MALHA	4	1.2901E-6 / 2.6372E-6	5	9.5726E-6

É explícito que o critério de passo de tensão nodal exige mais iterações para convergir, nos testes feitos, não há um caso que a quantidade de iterações pelo critério de passo seja menor que a quantidade exigida pelo critério de potência. Além do mais, destaca-se nessa tabela para redes reconfiguradas, o fato de que o critério de passo necessite de praticamente o dobro de iterações que o critério de atendimento de potência.

Tabela 16 – Comparação da Metodologia Proposta com o método em [1]

SISTEMAS	Método proposto		Método [1] - Teng	
	ITERAÇÕES	TEMPO (SEGUNDOS)	ITERAÇÕES	TEMPO (SEGUNDOS)
SIS 33 – RADIAL	4	0.107585	6	0.095432
SIS 33 – 1 MALHA	4	0.136276	6	0.116588
SIS 33 – 5 MALHAS	3	0.125244	5	0.120685
SIS 33 – RADIAL - RECONF	5	0.126573	6	0.100566
SIS 69 – RADIAL	4	0.109621	6	0.117648
SIS 69 – 1 MALHA	3	0.215512	5	0.132127
SIS 69 – 3 MALHAS	3	0.210201	5	0.134674
SIS 69 – RADIAL - RECONF	3	0.111067	7	0.115776
SIS 84 – RADIAL	4	0.110992	5	0.127530
SIS 135 – RADIAL	4	0.119717	6	0.180755
SIS 135 – 1 MALHA	4	1.079589	5	0.159846

Na tabela 16 temos que a metodologia defendida necessita de menos iterações, pois a modelagem é mais representativa do problema. E, o fato de consumir mais tempo de execução não é relevante, pois não é o foco desse trabalho.

# Capítulo 5

## CONCLUSÃO

Apresenta-se neste dissertação uma abordagem unificada para a formulação do problema de cálculo do fluxo de potência em alimentadores de distribuição de energia elétrica. Como decorrência dessa característica a técnica de solução das equações, para sistemas radiais e fracamente malhados, é a mesma, ou seja, eliminação de Gauss extraindo vantagens da característica de esparsidade presente nas matrizes. Embora haja uma formulação geral e única para o problema, os casos de redes radiais e malhadas apresentam especificidades no que diz respeito aos algoritmos de estabelecimento das matrizes de coeficientes das equações lineares associadas ao modelo de circuito.

As matrizes associadas diretamente com os modelos de circuitos dos alimentadores são obtidas diretamente por inspeção. Para redes malhadas aproveita-se o equacionamento obtido em redes radiais acrescentando um conjunto de equações que corresponde à consideração da presença das malhas. Estas equações acrescidas ao problema de redes radiais representam a complementação da lei das tensões de Kirchhoff (LTK) e conseqüentemente os efeitos decorrentes da presença de malhas.

A aparente diferença do método proposto aqui e o proposto em [1], está na forma pela qual são equacionadas as leis de Kirchhoff (LCK e LTK) aplicadas aos circuitos dos alimentadores [12, 13].

Realizamos testes que consolidam a eficiência dessa abordagem e aproveitamos os resultados numéricos obtidos, em sistemas radiais e malhados, para verificar as vantagens advindas de introduzirmos malhas nos alimentadores de distribuição.

Na rede de 33 nós, comparamos os perfis de tensões (fig 4.3) e concluímos que quando admitimos algumas malhas sobre o sistema radial o seu perfil de tensão fica mais bem comportado. Neste caso observamos que o desvio médio das tensões em relação ao seu valor nominal melhorou com a presença de malhas. Chega-se à mesma conclusão para a rede de 69 nós, ao observar a fig 4.7.

Tanto o sistema de 33 nós quanto o sistema de 69 nós, na condição de fracamente malhado, apresentam seus perfis de tensão dentro do limite operativo aceitável, permitindo até mesmo um crescimento da carga para a mesma capacidade dos circuitos. Isso nos permite concluir que a incorporação de malhas em alimentadores radiais é uma opção que deve ser levada em conta no planejamento e na operação. Esta conclusão é óbvia diante dos resultados aqui apresentados. Entretanto, esta conclusão depende de uma análise, além deste escopo, que deve ser feita no plano econômico-financeiro. Nesse âmbito mais geral devem ser levadas em conta as estratégias de confiabilidade e tecnologias de proteção utilizadas pelas concessionárias de distribuição de energia.

## Referências Bibliográficas

- [1] J. H. Teng, "A Direct Approach for Distribution System Load Flow Solution," IEEE Trans. Power Delivery, vol. 18, No. 3, pp. 882-887, July 2003
- [2] M. P. Selvan, K. S. Swarup, "Distribution System Load Flow Using Object-Oriented Methodology", Power System Technology – POWERCON 2004, Singapore, 21-24 November 2004
- [3] M. E. Baran, F. F. Wu, "Optimal Capacitor Placement on Radial Distribution Systems", IEEE Trans. Power Delivery, vol. 4, No. 1, pp. 725-734, January 1989.
- [4] W. H. Kersting, "Distribution System Modeling and Analysis". Boca Raton: CRC Press, 2002, p. 270.
- [5] N. Kagan, C. C. B. De Oliveira, E. J. Robba, "Introdução Aos Circuitos de Distribuição de Energia Elétrica". São Paulo: Edgard-Blücher Ltda, 2005.
- [6] ANEEL, "PRODIST – Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional – MÓDULO 1 – INTRODUÇÃO", item 3.4.1.
- [7] W. F. Tinney, C. E. Hart, "Power Flow Solution by Newton's Method," IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol PAS-86, Issue 11, pp. 1449-1460, Nov. 1967.
- [8] S.K. Goswami, S.K. Basu, "Direct solution of distribution systems", Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings Volume 138, Issue 1, Jan. 1991, pp. 78 – 88.
- [9] D. Shirmohammadi, H. W. Hong, A. Semlyen, G. X. Luo, "A compensation - based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks" IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, no. 2, pp. 753–762, May 1988.
- [10] G. X. Luo, A. Semlyen, "Efficient load flow for large weakly meshed networks", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 5, No. 4, pp. 1309-1316, Nov. 1990.
- [11] S. Iwamoto, Y. Tamura, "A Load Flow Calculation Method for Ill-Conditioned Power Systems", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol PAS-100, No. 4, pp. 1736-1743, Nov. 1981.
- [12] C. A. Desoer, E. S Kuh, "Teoria Básica de Circuitos", Rio de Janeiro: Editora Guanabara S.A., 1988.



- [13] F.H. Branin, “*Computer methods of network analysis*”, Proceedings of the IEEE, Volume 55, Issue 11, pp. 1787 – 1801, Nov. 1967.
- [14] M. E. Baran, F. F. Wu, “*Network Reconfiguration in Distribution Systems for Loss Reduction and Load Balancing*”, IEEE Trans. Power Delivery, vol. 4, No. 2, pp. 1401-1407, April 1989.
- [15] M. A. N. Guimarães, “*Reconfiguração de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica Utilizando Algoritmos de Busca Tabu*”, Tese de Mestrado, UNICAMP – SP, 2005.
- [16] A. Monticelli, A. Garcia, O. R. Saavedra, “*Fast Decoupled Load Flow: Hypothesis, Derivations and Testing*”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 5, No. 4. November 1990, pg 1425-1431.
- [17] D. Rajic, A. Bose, “*A Modification To The Fast Decoupled Power Flow For Networks With High R/X Ratios*”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, No. 2, May 1988, pg 743-746.
- [18] F. Zhang, C. S. Cheng, “*A Modified Newton Method for Radial Distribution System Power Flow Analysis*”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 1, February 1997, pg 389-397.
- [19] L. M. C. Braz, C. A. Castro, C. A. E Murari, “*A Critical Evaluation of Step Size Optimization Based Load Flow Methods*”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 15, No. 1. Feb 2000, pp 202-207.
- [20] F. de Leon and A. Semmlen, “*Iterative Solvers in the Newton Power Flow Problem: Preconditioners, Inexact Solutions and Partial Jacobian Updates*”, IEE Proc. Gener. Trans. Distrib., Vol 149, No 4, July 2002, pag. 479-484.
- [21] J. R. S. Mantovani, F. Casari, R. A. Romero, “*Reconfiguração de Sistemas de Distribuição Radiais Utilizando o Critério de Queda de Tensão*”, Revista Controle & Automação/Vol.11, no.3/out., Nov e Dezembro de 2000, paginas 150-159.
- [22] R. B. Gomes, “*Resolução do Problema de Fluxo de Carga para Redes de Distribuição Utilizando o Método Desacoplado Rápido com Rotação Automática de Eixos*”, Dissertação de Mestrado, Unicamp, 2006.
- [23] A. J. Passini, “*Guide To Electrical Power Distribution Systems*”, Boca Raton: CRC Press, 2005.
- [24] T. A. Short, “*Electric Power Distribution Handbook*”, Boca Raton: CRC Press, 2004.

[25] B. Venkatesh, R. Ranjan, and H. B. Gooi, “*Optimal Reconfiguration of Radial Distribution Systems to Maximize Loadability*”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol 19, No. 1, Feb. 2004, pg 260-266.

## Bibliografias

A. Hamouda, K. Zehar, “*Efficient Load Flow Method for Radial Distribution Feeders*”, Journal of Applied Sciences 6 (13): 2741-2748, 2006.

A. Jacobson, A. D. Milman, D. M. Kammen, “*Letting the (Energy) Gini Out of the Bottle: Lorenz Curves of Cumulative Electricity Consumption and Gini Coefficients as Metrics of Energy Distribution and Equity*”, Elsevier Energy Policy 33 (2005) 1825–1832.

A. G. Expósito, E. R. Ramos, “*Load Flow Technique for Radial Distribution Networks*”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 14, No. 3, August 1999, pg 1063-1069.

A. Mendes, P.M. França, C. Lyra, C. Pissarra and C. Cavellucci, “*Capacitor Placement in Large-Sized Radial Distribution Networks*”, IEE Proc. Gener. Trans. Distrib., Vol 152, No 4, January 2005, pag. 496-502.

B. A. de Souza, H. D. M. Braz, J. M. C. de Albuquerque; J. G. G. Gutterres, “*Fluxo de Carga em Sistemas de Distribuição Radiais com Geração Distribuída: Método da Soma de Potência Modificado*”, IEEE Latin America Transactions, Vol. 4, No. 3, May 2006, pg 192-197.

B. Venkatesh and R. Ranjan, “*Data structure for radial distribution system load flow analysis*”, IEE Proc. Gener. Trans. Distrib., Vol 150, No 1, January 2003, pag. 101-106.

D. R. R. Penido, Leandro Ramos de Araujo, Sandoval Carneiro, Jr., Jose Luiz Rezende Pereira, Paulo Augusto Nepomuceno Garcia, “*Three-Phase Power Flow Based on Four-Conductor Current Injection Method for Unbalanced Distribution Networks*”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 23, No. 2, May 2008, pp 494-503.

E. A. Bueno, C. Lyra, C. Cavellucci, “*Distribution Network Reconfiguration for Loss Reduction with Variable Demands*”, 2004 IEEEIPES Transmission & Distribution Conference 8 Exposition: Latin America.

G. W. Chang, S. Y. Chu, H. L. Wang, "An Improved Backward/Forward Sweep Load Flow Algorithm for Radial Distribution Systems", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 22, No. 2, May 2007, pg 882-884.

G.B. Jasmon, L.H.C.C. Lee, "Stability of Loadflow Techniques for Distribution System Voltage Stability Analysis", IEE Proc. Gener. Trans. Distrib., Vol 138, No 6, November 1991, pag. 479-484.

H. Q. Pereira, V. M da Costa, "Uma Avaliação Crítica das Formulações de Fluxo de Potência para Sistemas Trifásicos via Método de Newton-Raphson", Revista Controle & Automação/Vol.18 no.1/Janeiro, Fevereiro e Março 2007, paginas 127-140.

H. Le Nguyen, "Newton-Raphson Method in Complex Form" IEEE Transactions on Power Systems, Vol., 12, No. 3, August 1997, pg 1355-1359.

H.M. Khodr, F.G. Olsina, P.M. De Oliveira-De Jesus, J.M. Yusta, "Maximum Savings Approach for Location and Sizing of Capacitors in Distribution Systems", Elsevier Electric Power Systems Research 78 (2008) 1192–1203.

H. Andrei, G. Chicco, "Identification of the Radial Configurations Extracted From the Weakly Meshed Structures of Electrical Distribution Systems", IEEE Transactions on Circuits and Systems – I: Regular papers, Vol 55, No 4, May 2008, pg 1149-1158.

H. P. Schmidt, A.M.G.Cabezas, N. Kagan, M.R. Gouvêa, y P. Agozzini, "Reconfiguración de Sistemas de Distribución Utilizando el Método de Newton en Formulaciones Cuadráticas", IEEE Latin America Transactions, Vol. 6, No. 2, June 2008, pg 162-169.

H. Ren, I. Dobson, B. A. Carreras, "Long-Term Effect of the  $n-1$  Criterion on Cascading Line Outages in an Evolving Power Transmission Grid", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 23, No. 3, August 2008, pg 1217-1225.

J. Liu, M. M. A. Salama, R. R. Mansour, "An efficient power flow algorithm for distribution systems with polynomial load", International Journal of Electrical Engineering Education 39/4, pp. 371-386.

J. H. Teng, "Modelling Distributed Generations in Three-Phase Distribution Load Flow", IET Gener. Transm. Distrib., 2008, Vol. 2, No. 3, pp. 330–340.

J. Peschon, D. W. Bree, Laszlo P. Hadjou, "Optimal Power-Flow Solutions for Power System Planning" Proceedings of the IEEE, Vol. 60, No. 1, January 1972, pg 64-70.

J. R. Carson, "*Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return*", Bell System Technical Journal, v 5, p. 539-554, October, 1926.

K. Prakash, M. Sydulu, "*An Effective Topological and Primitive Impedance based Distribution Load Flow Method for Radial Distribution Systems*" DRPT2008, 6-9 April 2008 Nanjing China.

L. M. O. de Queiroz, C. Lyra, "*A Genetic Approach for Loss Reduction in Power Distribution Systems under Variable Demands*", 2006 IEEE Congress on Evolutionary Computation Sheraton Vancouver Wall Centre Hotel, Vancouver, BC, Canada July 16-21, 2006.

L. F. Ochoa, "*Desempenho de Redes de Distribuição com Geradores Distribuídos*", Dissertação de Mestrado, UNESP, 2006.

L. F. Ochoa, A. P. Feltrin, "*Cálculo de um Índice Multiobjetivo de Desempenho para Sistemas de Distribuição com geração Distribuída*", XVIII - SNTPEE, 16 a 21 Outubro de 2005 Curitiba – Paraná.

M. A. Pereira, "*Fluxo de Potência em Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica*", Dissertação de Mestrado, Unicamp, 1993.

M. A. N. Guimarães, J. E. C. Lorenzetti, C. A. Castro, "*Reconfiguration of distribution Systems for Voltage Stability Margin Enhancement Using Tabu Search*", International Conference on Power System Technology, Singapore, 21 - 24 November 2004, pg 1556-1561.

M. E. Baran F. F. Wu, "*Optimal Sizing of Capacitors Placed on a Radial Distribution System*", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 4, No. 1, January 1989, pg 735-743.

M.H.Haque, "*Efficient Load Flow Method for Distribution Systems With Radial or Mesh Configuration*", IEE Proc. Gener. Trans. Distrib., Vol 143, No 1, January 1996, pag. 33-38.

P. A. N. Garcia, J. L. R. Pereira, S. Carneiro, "*Fluxo de Potência Trifásico por Injeção de Corrente: Parte 1 – Formulação Básica*", Revista Controle & Automação Vol.12 no.03/Set., Out., Nov. e Dezembro 2001, pp. 178-187.

R. A. Jabr, "*Radial Distribution Load Flow Using Conic Programming*", Transactions on Power Systems, Vol. 21, No. 3, August 2006, pp 1458-1459.

R. A. Gallego, A. J. Monticelli, and R. Romero, "*Optimal Capacitor Placement in Radial Distribution Networks*", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 16, No. 4, November 2001, pg 630-637.

R. D. Zimmerman H. D. Chiang, “*Fast Decoupled Power Flow for Unbalanced Radial Distribution Systems*”, IEEE Transactions on Power System, Vol. 10, No. 4, November 1995, pg 2045-2052.

R. R. C. Paiva, “*Fluxo de Potência Ótimo em Redes de Distribuição de Energia com a Presença de Geração Distribuída: Um Novo Algoritmo para Auxiliar a Análise do Perfil de Tensão*”, Dissertação de Mestrado, UFSC, 2006.

R. Romero, A. Monticelli, A. Garcia and S. Haffner, “*Test Systems and Mathematical Models for Transmission Network Expansion Planning*”, IEE Proc. Gener. Trans. Distrib., Vol 149, No 1, January 2002, pag. 27-36.

S.Civanlar, J.J.Grainger, “*Volt/Var Control on Distribution Systems with Lateral Branches Using Shunt Capacitors and Voltage Regulators Part III: The Numerical Results*”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, No. 11, pg. 3291-3297, November 1985.

S. M. Deckmann, “*Modelo Desacoplado para calcular Queda de Tensão e Fluxo de Corrente em Redes Reticuladas de Baixa Tensão*”, dissertação de mestrado, Unicamp, 1976.

S. K. Khator, L. C. Leung, “*Power Distribution Planning: A Review of Models and Issues*”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 3, August 1997, pg 1151-1159.

S. K . Goswami S. K. Basu, “*A New Algorithm for the Reconfiguration of Distribution Feeders for Loss Minimization*”, IEEE Transactions on Power Delivery. Vol. 7, No. 3, July 1992, pg 1484-1491.

S. Sivanagaraju, J. V. Rao, M. Giridhar, “*A Loop Based Load Flow Method for Weakly Meshed Distribution Network*”, ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences, Vol. 3, No. 4, August 2008, pp 55-59.

T. Van Cutsem, “*Voltage Instability: Phenomena, Countermeasures, and Analysis Methods*”, Proceedings of the IEEE, Vol. 88, No. 2, Feb. 2000, pg 208-227.

T. H. Chen Mo-Shing C. K. J. Hwang, P. Kotas, E. A. Chebli, “*Distribution System Power Flow Analysis – A Rigid Approach*”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 6, No. 3, July 1991, pg 1146-1152.

V. S. C. Lim, J. D. F. McDonald, T. K. Saha, “*Comparative Distribution of System Losses to Market Participants using Different Loss Allocation Methods*”, 2005 IEEE/PES Transmission and Distribution Conference & Exhibition: Asia and Pacific Dalian, China

Z. Wang, F. Shokooh, J. Qiu, "*An Efficient Algorithm for Assessing Reliability Indexes of General Distribution Systems*", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 17, No. 3, August 2002, pg 608-614.

W. H. Kersting, "*A Method To Teach the Design and Operation of Distribution System*", IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-103, No. 7, July 1984, pp. 1945-1952.

W. H. Kersting, W. H. Phillips, "*Distribution Feeder Line Models*", IEEE Transactions on industry Applications, Vol. 31, No. 4, July/August 1995, pp. 715-720.

W. H. Kersting, W. H. Phillips, "*Modeling and Analysis of Unsymmetrical Transformer Banks Serving Unbalanced Loads*", IEEE Transactions on industry Applications, Vol. 32, No. 3, May/June 1996, pp 720-725.

W. H. Kersting, W. H. Phillips, Wayne Carr, "*A New Approach to Modeling Three-Phase Transformer Connections*", IEEE Transactions on industry Applications, Vol. 35, Vol. 1, January/February 1999, pp. 169-175.

W.M. Lin, J. H. Teng, "*Phase-Decoupled Load Flow Method for Radial and Weakly-Meshed Distribution Networks*", IEE Proc. Gener. Trans. Distrib., Vol 143, No 1, January 1996, pag. 39-42.

## APÊNDICE A

Se olharmos para a rede de distribuição como um grafo de ramos orientados, podemos escrever uma matriz que relacione o nó com cada ramo de modo único. Esta matriz é conhecida como matriz incidência [12]. No caso de redes radiais, a matriz  $[C]$  é quadrada de ordem NB por NB. E, além disso, a matriz  $[C]$  será triangular superior e possuirá inversa [13].

Sabe-se da teoria de circuitos elétricos [6] que um circuito elétrico obedece a Lei das Correntes (LCK) e das Tensões (LTK) de Kirchhoff. Aplicando a LCK, a LTK e a Lei de Ohm em todos os ramos da rede de distribuição e colocando-as em forma matricial, chegam-se as seguintes equações matriciais:

$$I = [C] IB \quad (A1)$$

$$U = [C]^T V \quad (A2)$$

$$U = [\text{DIAGZ}] IB \quad (A3)$$

Entretanto, o que se tem como informações em cada nó a priori, são as impedâncias dos ramos e as potências das cargas. O que se deseja é ter a tensão de ramo em função da corrente de carga, pois como a corrente pode ser determinada por meio da modelagem de potência constante, para obter o estado da rede por completo basta percorrê-la atualizando as tensões nodais com a tensão de ramo.

Portanto usando somente as equações (A1), (A2) e (A3) pode-se ter a tensão de ramo em função da corrente de carga da seguinte forma. Primeiro isola-se a corrente de ramo em (A3) e a substitui em (A1):

$$I = [C] ([\text{DIAGZ}])^{-1} U \quad (A4)$$

Substituindo (A4) em (A2) e isolando a tensão nodal:

$$V = \{ [C]([DIAGZ])^{-1} [C]^T \}^{-1} I \quad (A5)$$

Esse resultado é possível, pois a matriz resultante de é a conhecida matriz impedância da rede. Como queremos tensão de ramo em função da corrente de carga, basta aplicar em (A5) a equação (A2):

$$U = [C]^T \{ [C]([DIAGZ])^{-1} [C]^T \}^{-1} I \quad (A6)$$

A equação (A6) é genérica para tratar de redes de distribuição radiais ou fracamente malhadas, sejam monofásicas ou trifásicas.

Vejamos agora especificadamente para cada tipo de rede de distribuição, o que é necessário fazer para se obter o estado da rede.

## **A1 - FLUXO DE POTÊNCIA NA REDE DE DISTRIBUIÇÃO RADIAL**

Uma rede de distribuição de energia elétrica radial tem a peculiaridade de que a corrente que saí da subestação percorre um caminho único para chegar à carga. Isto acontece porque é uma estrutura sem caminhos fechados. Como se deseja obter o estado da rede de distribuição, este fato é usado a seu favor.

Como para a rede de distribuição radial a matriz  $[C]$  é quadrada e possui inversa, a equação (A6) torna-se:

$$U = [DIAGZ] [C]^{-1} I \quad (A7)$$

Ou seja, a equação (A7) permite de modo muito simples, e eficiente, determinar qual o estado da rede de distribuição a partir das potências das cargas. A matriz resultante de  $[DIAGZ]([C])^{-1}$  é constante, triangular superior e é composta pelas impedâncias dos ramos dispostos de uma maneira tal a expressar a topologia da rede. E apesar de poder ser construída usando a matriz inversa da



matriz  $[C]$ , não é necessário chegar a esse ponto. Basta analisar cuidadosamente o significado da inversa da matriz  $[C]$  [13].

Analisando a inversa da matriz  $[C]$  mais profundamente, temos que ela expressa o caminho que a corrente percorre para atender cada nó de uma maneira única. Se admitir que cada linha da matriz  $([C])^{-1}$  refere-se a um nó, então a coluna indica a trajetória da corrente ao sair da subestação até o nó. Ou seja, essa matriz expressa a topologia da rede e, portanto, para determinar  $([C])^{-1}$  não é necessário de fato inverter a matriz  $[C]$ , basta ter o par de vetores  $[NI]$  e  $[NF]$ .

E também não é necessário explicitamente montar a matriz  $[DIAGZ]$ . Pois como o resultado da multiplicação de  $[DIAGZ]$  com  $([C])^{-1}$  terá a estrutura da matriz  $([C])^{-1}$  sendo que cada elemento da linha dessa matriz será o equivalente elemento da diagonal da matriz  $[DIAGZ]$ . Este fato é muito útil, pois dessa forma essa matriz resultante pode ser formada de forma direta.

Ao observar a equação (A7), o processo iterativo surge naturalmente. Calcula-se uma estimativa de corrente de carga, determina-se a tensão de ramo e por meio desta as tensões nodais. Com essas tensões nodais determinam-se as novas correntes de carga, fechando o processo iterativo.

## **A2 - FLUXO DE POTÊNCIA NA REDE DE DISTRIBUIÇÃO FRACAMENTE MALHADA**

Uma rede de distribuição de energia elétrica é fracamente malhada quando se pega uma estrutura radial e fecha-se um ou mais laços. Isso pode acontecer durante a expansão da rede de distribuição ou diante de uma carga que necessite de uma certeza de atendimento.

O que se deseja não mudou. Quer-se uma forma de colocar as quedas de tensões dos ramos em função das correntes de cargas dos nós. Para se fazer isso, temos que fazer modificações nas premissas feitas até o momento, principalmente na matriz tipo incidência  $[C]$  e na matriz  $[DIAGZ]$ .

Para adaptar a matriz [C] a nova condição, basta montá-la ignorando quaisquer ramos que fechem malha. Fazendo isso essa matriz fica idêntica ao caso radial. Agora se insere uma nova coluna, usando a mesma regra da matriz [C], para representar a malha. Nesta situação a matriz [C] deixou de ser quadrada e tornou-se retangular e os vetores de corrente de ramo e de tensão de ramo terão ordem  $(NB+Q^{tde} \text{ de malhas})$ .

Veja que a equação (A6) consegue determinar todas as tensões de ramos, inclusive dos eventuais ramos que fechem malhas. Porém trabalhar com a equação (B6) não é prático devido à quantidade de matrizes e inversões necessárias. Portanto, é interessante procurar uma forma de contornar essa situação.

Para termos uma matriz do tipo incidência e quadrada, para uma rede de distribuição fracamente malhada, que seja a matriz [D] essa matriz [C] retangular acrescida de uma linha a mais, no qual o único elemento não nulo será o valor menos um na diagonal com essa nova coluna. Isso será feito para todas as malhas que existirem na rede de distribuição fracamente malhada e implica em aumentar o vetor de correntes de carga dos nós.

Feito isso, observa-se que essa matriz [D] é peculiar no fato de que existirão nas últimas colunas três elementos não nulos e, que terá uma ordem superior ao número de nós do sistema e será inversível.

Quanto à matriz [DIAGZ] esta também sofrerá uma pequena alteração. Primeiramente será montada como se a rede de distribuição fosse radial. Depois se escreve a lei de Kirchhoff das tensões desse laço e a coloca como uma nova linha, sendo o elemento da diagonal a impedância do ramo que fecha o laço. Desta forma a matriz [DIAGZ] passa a se chamar  $[DIAGZ^{expandida}]$  deixa de ser diagonal e tornar-se esparsa. Dessa forma, as matrizes  $[DIAGZ^{expandida}]$  e [D] terão a mesma ordem.

Para ajudar na compreensão, o vetor [U] é discriminado em  $[U] = [U' \ U'']^T$ , onde [U'] representa as tensões de ramos dos ramos inicialmente radiais e [U''] representa as tensões de ramos dos ramos que fechem malhas. Estas alterações

exigem que as equações (A1), (A2) e (A3) sejam reescritas de tal forma a ficar coerente com a rede de distribuição:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{IB}^{\text{LAÇO}} \end{bmatrix} = [\mathbf{D}] \begin{bmatrix} \mathbf{IB} \\ \mathbf{IB}^{\text{LAÇO}} \end{bmatrix} \quad (\text{A8})$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}' \\ \mathbf{U}'' \end{bmatrix} = [\mathbf{D}]^T \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A9})$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}' \\ 0 \end{bmatrix} = [\mathbf{DIAGZ}^{\text{expandida}}] \begin{bmatrix} \mathbf{IB} \\ \mathbf{IB}^{\text{LAÇO}} \end{bmatrix} \quad (\text{A10})$$

Procedendo de forma análoga a metodologia radial descrita anteriormente. Isolando as correntes de ramo em (A10) e substituindo em (B8), temos:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{IB}^{\text{LAÇO}} \end{bmatrix} = [\mathbf{D}] \left( [\mathbf{DIAGZ}^{\text{expandida}}] \right)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A11})$$

Essa equação (A11) relaciona o vetor de tensão de ramo expandido com o vetor de corrente de carga expandido. Como no vetor de tensões de ramos, existem variáveis que exprimem as tensões dos ramos que fecham laços, temos que estas variáveis são desnecessárias no cálculo para obter o estado da rede de distribuição. Bastam somente as variáveis referentes às tensões de ramos dos ramos radiais.

Vendo por esta perspectiva, a equação (A9) pode ser re-arranjada de tal forma a tornar conhecidas estas variáveis de tensões de ramos que fecham laços. Observe que as linhas de da matriz  $[\mathbf{D}]$  referentes aos ramos que fechem malhas terão somente três posições não nulas. Ou seja, as tensões de ramo desses ramos que fecham malhas, será a multiplicação dessas linhas pelo vetor de tensões nodais expandida como nas equações (A11 – a) e (A11 – b):

$$u_{ij} = [0 \quad \dots \quad 1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad -1 \quad 0 \quad \dots \quad -1] [0 \quad \dots \quad v_i \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad v_j \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T \quad (\text{A11-a})$$

$$u_{ij} = v_i - v_j \quad (\text{A11-b})$$

O resultado da equação (A11-b) e inserindo-o no vetor de tensão nodal expandido no lugar de colocar zero temos que a coerência é mantida e a consequência disso é que o vetor de tensão de ramo fica com o valor nulo na posição referente à variável de tensão de ramo que fecha a malha, como se pode ver nas equações (A11-c) e (A11-d).

$$u_{ij} = [-0 \quad \dots \quad 1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad -1 \quad 0 \quad \dots \quad -1] [0 \quad \dots \quad v_i \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad v_j \quad 0 \quad \dots \quad (v_i - v_j)]^T \quad (\text{A11-c})$$

$$u_{ij} = v_i - v_j - (v_i - v_j) = 0 \quad (\text{A11-d})$$

Generalizando esse resultado na equação (A9), chegamos à equação (A12):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ 0 \end{bmatrix} = [\mathbf{D}]^T \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \sum_{k=\text{LAÇO}} v_k \end{bmatrix} \quad (\text{A12})$$

Substituindo (A12) em (A11), temos:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{IB}^{\text{LAÇO}} \end{bmatrix} = [\mathbf{D}] \left( [\mathbf{DIAGZ}^{\text{expandida}}] \right)^{-1} [\mathbf{D}]^T \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \left( \sum_{k=\text{LAÇO}} v_k \right) \end{bmatrix} \quad (\text{A13})$$

Invertendo (A13) e aplicando nela a equação (A12), chega-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}' \\ 0 \end{bmatrix} = [\mathbf{D}]^T \left\{ [\mathbf{D}] \left( [\mathbf{DIAGZ}^{\text{expandida}}] \right)^{-1} [\mathbf{D}]^T \right\}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{IB}^{\text{LAÇO}} \end{bmatrix} \quad (\text{A14})$$

Como se pode observar, a equação (A14) é idêntica a equação (A6). Na verdade (A14) reduz-se a equação (A6) se a rede não possuir malha. Admitindo que [D] possua inversa, a equação (A14) torna-se:

$$\begin{bmatrix} U' \\ 0 \end{bmatrix} = [\text{DIAGZ}^{\text{expandida}}][D]^{-1} \begin{bmatrix} I \\ -IB^{\text{LAÇO}} \end{bmatrix} \quad (\text{A15})$$

A diferença dessa equação (A15) para com a equação (A7) é que (A15) não pode ser usada diretamente para obter o estado da rede de distribuição, pois o valor da corrente de ramo da malha é desconhecido. Para contornar isso basta aplicar em (A15) uma Eliminação de Gauss [17].

A equação (A15) é importante, pois dela surgirá a equação que permitirá obter o estado da rede de distribuição fracamente malhada. Mas a deixemos de lado, para olhar com cuidado essa matriz  $([D])^{-1}$ . Como no caso radial, também pode ser formada sem a necessidade de se invertê-la.

Veja que se ignorar a última linha e a última coluna, essa matriz resume-se a matriz inversa da rede radial. E mais, observe que a última coluna é uma combinação linear das demais colunas. Essa propriedade é muito útil, pois permite formar uma metodologia simples para obter essa matriz  $([D])^{-1}$  sem invertê-la. Para tanto, basta montar essa matriz como se a rede fosse radial, depois se usa a informação do nó inicial de final dos ramos que fecham malha para ir construindo as novas colunas. Para deixar a matriz quadrada, basta ir inserindo linhas cujo único elemento não nulo será o elemento que formará a diagonal com essa coluna, que receberá o valor um.

Portanto, temos uma metodologia que permite escrever a matriz  $([D])^{-1}$  sem invertê-la explicitamente. Entretanto a equação (A15) ainda não pode ser usada para obter o estado da rede, pois temos um vetor de variáveis desconhecidas, a corrente de ramo da malha  $[IB^{\text{laço}}]$ .

A equação (A15) é um sistema linear diferente, onde temos uma mistura de variáveis desconhecidas com variáveis conhecidas. Pois se sabe o valor de

alguma das variáveis independentes [I] e o valor de alguma das variáveis dependentes [U]. Ou seja, essa situação precisa de algum modo ser tratada para que se ache a solução de (A15).

A resolução de sistemas lineares por eliminação de variáveis é eficientemente determinada pela eliminação de Gauss [17]. Portanto, uma forma de tratar a equação (A15) é fazendo a eliminação de Gauss com o cuidado de se eliminar somente as variáveis desconhecidas  $[IB^{laço}]$ . Essa eliminação de Gauss ocorre somente na matriz resultante de  $[DIAGZ^{expandida}][D]^{-1}$ , partindo-se do último elemento da diagonal até o elemento referente ao primeiro elemento desconhecido, eliminam-se os elementos acima da diagonal.

Terminado o processo, particiona-se a matriz resultante de  $[DIAGZ^{expandida}][D]^{-1}$  de tal modo que se usará somente a matriz quadrada de ordem NB por NB referente às variáveis de corrente de carga. Dessa forma é possível resumir a equação (A15) a uma equivalente a equação (A7) e desta forma obter o estado da rede usando o mesmo procedimento das redes radiais.

### **A3 - Comparação com o método proposto em [1]**

A metodologia proposta para determinar o estado da rede de distribuição, seja para uma rede radial ou fracamente malhada, usa como base a queda de tensão no ramo. Por outro lado, se desejar obter a tensão nodal [V] em função das correntes de carga [I], basta usar a equação (A6). No caso de rede de distribuição radiais, a matriz [C] tem inversa e (A6) fica:

$$V = \underbrace{([C]^T)^{-1} [DIAGZ] ([C])^{-1}}_{[DLF]} I \quad (A16)$$

Que é a equação usada em [1] para determinar o estado da rede de distribuição quando radial. Observe que a matriz [DLF] é na verdade a matriz

admitancia nodal inversa  $([Y_{bus}]^{-1})$ . Quando a rede for fracamente malhada, procede-se de forma análoga no tratamento da equação (A13) e chega-se:

$$\begin{bmatrix} V \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{([D]^T)^{-1} [DIAGZ^{expandida}] ([D])^{-1}}_{[AUX]} \begin{bmatrix} I \\ IB^{malha} \end{bmatrix} \quad (A17)$$

Essa matriz [AUX] é particionada em quatro partes para se submeter a uma redução de Kron e desta forma eliminar as variáveis  $(IB^{malha})$ . Feito isso a equação (A17) reduz-se e a uma equação equivalente à equação (A16). A equação (A17) reduzida é usada em [1] para obter o estado da rede de distribuição quando esta se encontra fracamente malhada.