



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MICROONDAS E ÓPTICA

ANÁLISE EXPERIMENTAL DAS APLICAÇÕES DE CÓDIGOS CORRETORES DE ERRO EM SISTEMAS DE COMUNICAÇÕES ÓPTICAS

Eduardo Mobilon

Orientador:

Aldário Chrestani Bordonalli (FEEC)

Co-orientadora:

Miriam Regina Xavier de Barros (CPqD)

Composição da Banca Examinadora:

Prof. Dr. Aldário Chrestani Bordonalli - FEEC/UNICAMP - Presidente
Prof. Dr. Evandro Conforti - FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Rege Romeu Scarabucci - CPqD Telecom & IT Solutions

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do grau de MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Campinas, dezembro de 2003

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

M713a Mobilon, Eduardo
Análise experimental das aplicações de códigos
corretores de erro em sistemas de comunicações ópticas /
Eduardo Mobilon. --Campinas, SP: [s.n.], 2003.

Orientadores: Aldário Chrestani Bordonalli e Miriam
Regina Xavier de Barros.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica.

1. Códigos de controle de erros. 2. Comunicações
ópticas. 3. Fibras ópticas. 4. Ótica não-linear. I.
Bordonalli, Aldário Chrestani. II. Barros, Miriam Regina
Xavier de. III. Universidade Estadual de Campinas.
Faculdade de Engenharia Elétrica. IV. Título.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma avaliação experimental do uso de códigos corretores de erro em sistemas de comunicações ópticas, especificamente através da técnica *Forward Error Correction* (FEC). Dois módulos eletrônicos foram desenvolvidos durante a fase experimental do trabalho - um módulo de codificação e decodificação, que utiliza o código *Reed-Solomon* RS (255,241), e um módulo *driver* para modulação direta de um diodo laser DFB, com controle automático de temperatura e potência óptica. O objetivo da análise experimental foi a investigação do desempenho da técnica FEC em sistemas de transmissão WDM e monocanal, na presença de ruído e distorções causadas por efeitos de propagação em fibra, como a dispersão cromática, a mistura de quatro ondas e a instabilidade de modulação. Os resultados experimentais obtidos foram comprovados em um ambiente real de uma operadora de telecomunicações, viabilizando um sistema de transmissão de longo alcance que antes operava sem margem dinâmica de potência.

ABSTRACT

This work presents an experimental analysis on the use of error correcting codes in optical communication systems, specifically by means of the *Forward Error Correction* (FEC) technique. Two electronic modules were designed and assembled during the experimental stages of the work - a coding and decoding module, which uses the *Reed-Solomon* RS (255,241) code, and a driver module for direct modulation of a DFB laser diode, with automatic temperature and optical power control. The objective of the experimental analysis was the investigation of the FEC technique performance on WDM and single channel transmission systems, in the presence of noise and distortions caused by propagating effects in the fiber, as the chromatic dispersion, four wave mixing and modulation instability. The experimental results were verified in a real telecommunication operator environment, improving the performance of a former non-viable long reach optical communication system.

Dedico este trabalho a toda minha família.

A minha mãe, que sempre me educou com simplicidade e sabedoria para a retidão e a honestidade, ao meu pai, com saudades, que me ensinou e mostrou o valor do trabalho e aos meus irmãos, que sempre foram exemplos em minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, acima de tudo, por me conceder a realização deste trabalho.

À minha família, minha namorada e meus amigos, pelo apoio constante e pela compreensão de minhas abnegações decorrentes da dedicação ao trabalho experimental, à preparação dos artigos publicados e à redação da dissertação.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Aldário Chrestani Bordonalli, pela maneira como me permitiu conduzir o trabalho, pela contribuição na preparação dos artigos e pelas observações sempre relevantes durante as atividades experimentais e na redação da dissertação.

À minha co-orientadora, Dra. Miriam Regina Xavier de Barros, pela grande dedicação e empenho com que contribuiu para a montagem e realização dos experimentos, para a elaboração dos artigos e apresentações das conferências e para a redação da dissertação.

Ao *CPqD - Telecom & IT Solutions*, em especial ao meu gerente, Alberto Paradisi, e a todos os meus colegas da Gerência de Sistemas de Comunicações Ópticas, pelo apoio e reconhecimento dedicados ao meu trabalho.

Agradeço, enfim, a todos que contribuíram para a evolução e conclusão das minhas atividades de pesquisa e desenvolvimento realizadas neste trabalho.

ÍNDICE

Resumo	iii
Abstract	iii
Agradecimentos	vii
Índice	ix
Índice de Figuras	xiii
Índice de Tabelas	xix
Lista de Símbolos e Abreviaturas	xxi
Capítulo - 1 Introdução	1
Capítulo - 2 Técnicas de Codificação e Decodificação de Canal	7
2.1 Sistema de Comunicação	7
2.2 Estratégias de Detecção e Correção de Erros	8
2.3 Códigos de Bloco	11
2.3.1 Matriz Geradora	12
2.3.2 Códigos Sistemáticos	14
2.3.3 Matriz de Verificação de Paridade	16
2.3.4 Capacidade de Correção de um Código Linear	16
2.3.5 Síndrome	18
2.3.6 Arranjo Padrão	20
2.3.7 Exemplos de Códigos de Bloco	24
2.4 Códigos Cíclicos	25
2.4.1 Polinômio Gerador	26
2.4.2 Polinômio de Verificação de Paridade	28
2.4.3 Representação Matricial	28
2.4.4 Decodificação por Síndrome	30
2.4.5 Exemplos de Códigos Cíclicos	31
2.5 Códigos Convolucionais	33
2.6 Códigos Produto, Códigos Concatenados e Códigos Turbo	34

Capítulo - 3	Comunicações Ópticas e Códigos Corretores de Erro	37
3.1	Sistemas de Comunicações Ópticas	37
3.1.1	Histórico	37
3.1.2	Sistema Básico de Comunicações Ópticas	38
3.1.3	Parâmetros de Desempenho	40
3.2	Amplificadores Ópticos	42
3.3	Sistemas WDM	45
3.4	Efeitos de Propagação em Fibras Ópticas	46
3.4.1	Atenuação	47
3.4.2	Dispersão	48
3.4.3	Espalhamento Raman Estimulado	50
3.4.4	Espalhamento Brillouin Estimulado	51
3.4.5	Mistura de Quatro Ondas	51
3.4.6	Instabilidade de Modulação	52
3.4.7	Automodulação de Fase e Modulação de Fase Cruzada	53
3.5	Mecanismos de Ruído em Sistemas de Comunicações Ópticas	53
3.6	FEC em Sistemas de Comunicações Ópticas	54
3.6.1	In Band FEC	56
3.6.2	Out of Band FEC	58
3.6.3	Código Reed Solomon - RS (255,239)	59
3.6.4	Entrelaçamento de Blocos (Interleaving)	60
3.6.5	Códigos Turbo	63
Capítulo - 4	Desenvolvimento do Hardware Experimental	65
4.1	Desenvolvimento do Módulo FEC CODEC 2.5 Gbit/s	65
4.1.1	Objetivo e Motivação	65
4.1.2	Projeto Eletrônico e Descrição de Funcionamento	66
4.1.3	Implementação do Código RS (255,241)	71
4.1.4	Desempenho do Código RS (255,241)	72
4.1.5	Layout da Placa de Circuito Impresso	72
4.1.6	Montagem e Testes	77

4.2	Desenvolvimento do Módulo DFB Laser Board 2.5 Gbit/s	80
4.2.1	Objetivo e Motivação	80
4.2.2	Projeto Eletrônico e Descrição de Funcionamento	80
4.2.3	Layout da Placa de Circuito Impresso	82
4.2.4	Montagem e Testes	83
 Capítulo - 5 Avaliação Experimental das Aplicações de FEC em		
Sistemas de Comunicações Ópticas		87
5.1	Aplicações de FEC em Sistemas de Comunicações Ópticas	87
5.1.1	Caracterização do Desempenho da Técnica FEC	88
5.2	FEC em Sistemas WDM Sobre Fibras de Dispersão Deslocada	89
5.2.1	Motivação e Descrição do Experimento	89
5.2.2	Arranjo Experimental	90
5.2.3	Procedimento Experimental	96
5.2.4	Análise dos Resultados	97
5.3	FEC em Sistemas Penalizados por Dispersão Cromática	105
5.3.1	Motivação e Descrição do Experimento	105
5.3.2	Arranjo Experimental	106
5.3.3	Procedimento Experimental	109
5.3.4	Análise dos Resultados	111
5.4	Avaliação de um Transponder Óptico com FEC em 10 Gbit/s	118
5.4.1	Motivação e Descrição do Experimento	118
5.4.2	Arranjo Experimental	118
5.4.3	Procedimento Experimental	120
5.4.4	Análise dos Resultados	120
 Capítulo - 6 Conclusão		123
 Referências Bibliográficas		127

Apêndice A	Conceitos Fundamentais da	
	Teoria da Informação e Codificação	131
A.1	Incerteza, Informação e Entropia	131
A.2	Canais Discretos sem Memória	134
A.3	Informação Mútua	137
A.4	Capacidade de Canal	139
A.5	Teoremas de Shannon	142
A.5.1	1º Teorema de Shannon	142
A.5.2	2º Teorema de Shannon	145
A.5.3	3º Teorema de Shannon	147
A.6	Álgebra Abstrata e Aritmética dos Corpos de Galois	147
A.6.1	Grupos	148
A.6.2	Anéis	149
A.6.3	Corpos	149
A.6.4	Corpos de Galois	150
A.7	Espaços Vetoriais	153
A.8	Matrizes	155

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1	Diagrama de blocos de um sistema básico de comunicação.	7
Figura 2.2	Sistema ARQ utilizado em uma rede de computadores, por exemplo.	9
Figura 2.3	Mecanismo de detecção de erros por verificação de paridade.	9
Figura 2.4	Representação pictórica da técnica Forward Error Correction.	10
Figura 2.5	Estrutura da palavra-código em um código sistemático.	14
Figura 2.6	Arranjo padrão de um código linear (n,k) .	21
Figura 2.7	Estrutura de um código produto de duas dimensões.	35
Figura 2.8	Estrutura de um código concatenado.	36
Figura 2.9	Estrutura de um código de bloco turbo, formado a partir de um código concatenado.	36
Figura 3.1	Sistema básico de comunicações ópticas.	38
Figura 3.2	(a) Seqüência de bits e (b) respectivo diagrama de olho.	41
Figura 3.3	Principais parâmetros do diagrama de olho.	42
Figura 3.4	Princípio de funcionamento dos amplificadores ópticos à fibra dopada com érbio.	44
Figura 3.5	Representação do mecanismo do espalhamento Rayleigh em uma fibra óptica.	47
Figura 3.6	Representação do fenômeno da dispersão intramodal (cromática) em uma fibra óptica.	48
Figura 3.7	Diagrama de olho de um sinal com interferência intersimbólica.	50
Figura 3.8	Espectro FWM para 2 canais injetados na fibra.	52
Figura 3.9	Taxa de erro (BER) do sistema com e sem a utilização do código BCH-3.	57
Figura 3.10	Estrutura dos símbolos do código Reed-Solomon.	59
Figura 3.11	Mecanismo de entrelaçamento de blocos.	61
Figura 3.12	Implementação do código RS $(255,239)$ através de 16 codificadores em paralelo.	62
Figura 3.13	Estrutura dos sub-quadros gerados por cada codificador.	62
Figura 3.14	Estrutura do quadro completo na saída do MUX.	63

Figura 4.1	Diagrama de blocos do módulo FEC CODEC 2.5 Gbit/s.	66
Figura 4.2	Diagrama de blocos representando os circuitos de PLL do módulo FEC CODEC 2.5 Gbit/s.	68
Figura 4.3	Estrutura da palavra-código construída pelo CODEC.	71
Figura 4.4	Estrutura construtiva da placa multicamadas do módulo FEC CODEC 2.5 Gbit/s.	73
Figura 4.5	Tela do software utilizado para cálculo da largura das trilhas de 50 ohms.	74
Figura 4.6	Tela do software Protel 99 SE, durante o traçado das ligações na face superior da placa do módulo FEC CODEC 2.5 Gbit/s.	75
Figura 4.7	Fotos do módulo FEC CODEC 2.5 Gbit/s: (a) placa toda; (b) acoplamento capacitivo; (c) conectores de RF; (d) circuito do PLL externo; (e) detalhe da legenda.	76
Figura 4.8	Diagramas de olho nas saídas do (a) BER meter e do (b) módulo FEC CODEC 2.5 Gbit/s, juntamente com os respectivos sinais de clock (c) e (d).	79
Figura 4.9	Diagrama de blocos do módulo DFB Laser Board 2.5 Gbit/s.	81
Figura 4.10	Fotos do módulo DFB Laser Board 2.5 Gbit/s: (a) vista diagonal; (b) vista superior.	83
Figura 4.11	Detalhe do estágio de RF do módulo DFB Laser Board 2.5 Gbit/s.	84
Figura 4.12	Diagrama de olho do sinal transmitido pelo módulo DFB Laser Board 2.5 Gbit/s.	85
Figura 4.13	Diagramas de olho do sinal transmitido com (a) razão de extinção menor do que 10 e (b) degradação decorrente do aumento da corrente de modulação.	86
Figura 5.1	Foto do módulo transmissor WDM, utilizado no arranjo experimental de caracterização de desempenho da técnica FEC, sem a tampa superior.	91
Figura 5.2	Diagrama de blocos do arranjo experimental utilizado para caracterizar o desempenho da técnica FEC em sistemas WDM sobre fibras DSF penalizados por FWM.	91
Figura 5.3	Foto do receptor óptico com recuperador de relógio, utilizado no arranjo experimental de caracterização de desempenho da técnica FEC.	94

Figura 5.4	Fotos do arranjo experimental utilizado para caracterizar o desempenho da técnica FEC em sistemas WDM sobre fibra DSF: (a) lado esquerdo da bancada; (b) lado direito.	95
Figura 5.5	Espectro óptico do canal 1 após o filtro mecanicamente sintonizável.	97
Figura 5.6	Espectros ópticos dos canais (a) 1, 2 e 3 e (b) 2 e 3, juntamente com o cross-talk gerado por FWM, para uma potência óptica média injetada na fibra DSF de 11 dBm.	98
Figura 5.7	Espectros ópticos dos canais (a) 1, 2 e 3 e (b) 2 e 3, juntamente com o cross-talk gerado por FWM, para uma potência óptica média injetada na fibra DSF de 8 dBm.	98
Figura 5.8	Espectros ópticos dos canais 1, 2 e 3, aplicando-se a técnica da dessintonia no canal 1: (a) canal 1 sintonizado; (b) desvio de 25 pm; (c) desvio de 50 pm; (d) desvio de 75 pm.	99
Figura 5.9	Espectro óptico do canal 1, com potência óptica média injetada igual a (a) 11 dBm e (b) 8 dBm.	100
Figura 5.10	Espectro óptico do canal 3 mostrando o ruído proveniente da instabilidade de modulação, com potência óptica média injetada igual a (a) 11 dBm e (b) 8 dBm.	101
Figura 5.11	Taxa de erro (BER) em função da potência óptica média recebida para o canal 1 em uma configuração back-to-back, operando com e sem FEC.	101
Figura 5.12	Taxa de erro (BER) em função da potência óptica média recebida para o canal 1, sob interferência da mistura de quatro ondas dos canais 2 e 3, juntamente com uma comparação entre a técnica FEC e a dessintonia de canais.	102
Figura 5.13	Taxa de erro (BER) em função da potência óptica média recebida para o canal 1, sob interferência da mistura de quatro ondas dos canais 2 e 3, juntamente com uma comparação entre a técnica FEC e a redução da potência óptica média injetada na fibra.	103

Figura 5.14	Taxa de erro (BER) em função da potência óptica média recebida para transmissões monocanal nas regiões de dispersão (a) normal e (b) anômala, utilizando respectivamente os canais 1 e 3, avaliando-se o desempenho da técnica FEC em cada caso.	104
Figura 5.15	Diagrama de blocos do arranjo experimental utilizado para caracterizar o desempenho da técnica FEC em sistemas penalizados por dispersão cromática.	106
Figura 5.16	Fotos do arranjo experimental utilizado para caracterizar o desempenho da técnica FEC em sistemas penalizados por dispersão cromática: (a) lado esquerdo da bancada; (b) lado direito.	108
Figura 5.17	Diagramas de olho obtidos (a) na saída do módulo DFB Laser Board 2.5 Gbit/s e na saída do filtro óptico após a propagação por (b) 100 km, (c) 200 km e (d) 300 km.	111
Figura 5.18	Espectro óptico proveniente da saída do módulo DFB Laser Board 2.5 Gbit/s, correspondente a um sinal (a) sem modulação (CW) e (b) com modulação a 2,654 Gbit/s.	112
Figura 5.19	Diagrama de olho obtido na saída do receptor óptico com recuperador de relógio, correspondendo a uma entrada óptica com potência igual a -20 dBm em configuração BTB.	113
Figura 5.20	Taxa de erro (BER) em função da potência óptica média recebida para o sistema operando com modulação direta a 2,654 Gbit/s, sem o uso da técnica FEC, para diferentes comprimentos do enlace de transmissão.	114
Figura 5.21	Taxa de erro (BER) em função da potência óptica média recebida para o sistema operando com modulação direta a 2,654 Gbit/s, com e sem o uso de FEC, para diferentes comprimentos do enlace de transmissão.	115
Figura 5.22	Diferentes ganhos de codificação ópticos, medidos em diferentes comprimentos do enlace de transmissão.	116
Figura 5.23	Ganho de codificação óptico em função do comprimento do enlace de transmissão, medido em diferentes taxas de erro (BER).	117

Figura 5.24	Diagrama de blocos do arranjo experimental utilizado para caracterizar o funcionamento básico do transponder óptico 10 Gbit/s com FEC.	118
Figura 5.25	Diagrama de blocos do arranjo experimental utilizado para verificação do ganho de codificação do transponder óptico 10 Gbit/s com FEC, sob influência da dispersão cromática.	119
Figura A.1	Função entropia $\mathcal{H}(p_0)$ versus a probabilidade a priori p_0 .	134
Figura A.2	Representação de um canal discreto sem memória.	135
Figura A.3	Diagrama de transição do canal binário simétrico.	137
Figura A.4	Entropias e informação mútua de um canal.	139
Figura A.5	Variação da capacidade do canal com a probabilidade de erro.	141
Figura A.6	Diagrama de blocos representando uma fonte discreta e o codificador de fonte.	144

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1	Exemplo de código de bloco (6,3).	11
Tabela 2.2	Arranjo padrão do código (6,3).	22
Tabela 2.3	Tabela de decodificação por síndrome e líder de coset.	22
Tabela 3.1	Valores usuais do coeficiente de dispersão cromática para as fibras SSMF, DSF, NZDF e DCF.	49
Tabela 3.2	Desempenho do código RS (255,239), em relação às taxas de erro (BER) na entrada e na saída do codificador.	58
Tabela 4.1	Frequências nominais do VCXO para o codificador e decodificador.	69
Tabela 4.2	Taxas de erro de bit (BER) na entrada e na saída de um decodificador utilizando os códigos RS (255,239) e RS (255,241).	72
Tabela 5.1	Canais ópticos utilizados para transmissão WDM sobre fibra DSF.	92
Tabela 5.2	Dados numéricos obtidos através da leitura de registradores do circuito integrado responsável pela codificação e decodificação no transponder, para a configuração back-to-back.	121
Tabela 5.3	Taxas de erro em função da potência recebida no lado WDM para o sistema operando no modo FEC e no modo bypass, em configuração (a) back-to-back e (b) na presença de dispersão cromática, após transmissão por 75 km de fibra SSMF.	122
Tabela A.1	Exemplo de código binário.	143
Tabela A.2	Exemplo de código prefixo.	143
Tabela A.3	Adição e multiplicação módulo-2 para um alfabeto de 2 símbolos.	150
Tabela A.4	Adição e multiplicação módulo-3 para um alfabeto de 3 símbolos.	150
Tabela A.5	Corpo de Galois de 2^4 elementos, $GF(2^4)$ ou $GF(16)$, com $p(\alpha) = \alpha^4 + \alpha + 1 = 0$ (ou $\alpha^4 = \alpha + 1$).	152
Tabela A.6	Vetores que compõem o espaço vetorial V_4 .	154

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

Símbolo	Descrição
\mathcal{J}	Alfabeto de uma fonte de informação.
s	Símbolo emitido por uma fonte de informação discreta.
S	Variável aleatória que representa o evento que descreve a emissão do símbolo s .
$I(s_k)$	Quantidade de informação obtida após a ocorrência do evento s_k .
$H(\mathcal{J})$	Entropia da fonte de informação com alfabeto \mathcal{J} .
$\mathcal{H}(p_0)$	Função entropia com relação à probabilidade a priori p_0 .
\mathcal{X}	Alfabeto de entrada de um canal discreto sem memória.
\mathcal{Y}	Alfabeto de saída de um canal discreto sem memória.
P_e	Probabilidade média de erro de símbolo.
C	Capacidade de um canal.
l	Comprimento da palavra-código.
\bar{L}	Comprimento médio da palavra-código.
L_{\min}	O menor valor possível de \bar{L} .
n	Eficiência do codificador.
R	Taxa do código.
P	Potência média.
B	Largura de banda.
N_o	Densidade da potência de ruído.
α	Elemento primitivo de um corpo de <i>Galois</i> .
$p(X)$	Polinômio primitivo de um corpo de <i>Galois</i> .
V_n	Espaço vetorial de dimensão n .
G	Matriz geradora de um código.
H	Matriz de verificação de paridade de um código.
C	Código ou codificador.
P^T	Matriz P transposta.
H^T	Matriz H transposta.
I	Matriz identidade.
$\omega(\mathbf{v})$	Peso de <i>Hamming</i> de uma ênupla \mathbf{v} .
$d(\mathbf{u}, \mathbf{v})$	Distância de <i>Hamming</i> entre dois vetores, \mathbf{u} e \mathbf{v} .
d_{\min}	Distância mínima de um código de bloco linear.
e	Padrão de erros ou vetor de erros.
t	Capacidade de correção de um código.
s	Síndrome.
v(X)	Polinômio código.
g(X)	Polinômio gerador.

Símbolo	Descrição
$h(X)$	Polinômio de verificação de paridade.
$s(X)$	Polinômio síndrome.
$\Lambda(X)$	Polinômio de localização de erros.
$\Omega(X)$	Polinômio avaliador de erros.
P	Código produto.
BL	Produto taxa-distância.
P_{Signal}	Potência do sinal óptico.
P_{ASE}	Potência do ruído ASE.
M	Número de canais gerados pela mistura de quatro ondas.
N	Número de canais injetados na fibra, através da técnica WDM.
λ	Comprimento de onda.
λ_0	Comprimento de onda de dispersão nula.
D	Coefficiente de dispersão cromática.
τ	Atraso de propagação entre canais WDM.
L	Comprimento do enlace de transmissão.
$\Delta\lambda$	Separação entre canais WDM (com relação aos comprimentos de onda).

Abreviatura	Descrição
ACK	Confirmação de recebimento correto de uma mensagem (<i>Acknowledge</i>).
ARQ	Requisição automática de repetição (<i>Automatic Repeat Request</i>).
ASE	Emissão espontânea amplificada (<i>Amplified Spontaneous Emission</i>).
AWGN	Ruído aditivo branco e gaussiano (<i>Additive White Gaussian Noise</i>).
BCH	Código <i>Bose-Chaudhuri-Hocquenghem</i> .
BER	Taxa de erro de bit (<i>Bit Error Rate</i>).
BSC	Canal binário simétrico (<i>Binary Symetric Channel</i>).
CIRC	Código <i>Reed-Solomon</i> com entrelaçamento cruzado (<i>Cross-Interveaved Reed-Solomon Code</i>).
CODEC	Codificador / decodificador (<i>Coder / Decoder</i>).
CW	Onda contínua (<i>Continuous Wave</i>).
DCF	Fibra compensadora de dispersão (<i>Dispersion Compensation Fiber</i>).
DEMUX	Demultiplexador.
DFB	Realimentação distribuída (<i>Distributed Feedback</i>).
DPO	Osciloscópio de fósforo digital (<i>Digital Phosphor Oscilloscope</i>).
DSF	Fibra de dispersão deslocada (<i>Dispersion Shifted Fiber</i>).
DSO	Osciloscópio de amostragem digital (<i>Digital Sampling Oscilloscope</i>).

Abreviatura	Descrição
DWDM	Multiplexação densa por divisão em comprimento de onda (<i>Dense Wavelength Division Multiplexing</i>).
EDA	Automação de projeto eletrônico (<i>Electronic Design Automation</i>).
EDFA	Amplificador óptico à fibra dopada com érbio (<i>Erbium Doped Fiber Amplifier</i>).
FAW	Palavra de alinhamento de quadro (<i>Frame Alignment Word</i>).
FDM	Multiplexação por divisão em frequência (<i>Frequency Division Multiplexing</i>).
FEC	Correção de erro à frente (<i>Forward Error Correction</i>).
FET	Transistor de efeito de campo (<i>Field-Effect Transistor</i>).
FWM	Mistura de quatro ondas (<i>Four Wave Mixing</i>).
ISI	Interferência intersimbólica (<i>Intersymbol Interference</i>).
LVPECL	Lógica acoplada ao emissor de baixa tensão positiva (<i>Low Voltage Positive Emitter Coupled Logic</i>).
MI	Instabilidade de modulação (<i>Modulation Instability</i>).
MUX	Multiplexador.
NAK	Confirmação de recebimento incorreto de uma mensagem (<i>Non-Acknowledge</i>).
NZDF	Fibra de dispersão não nula (<i>Non Zero Dispersion Fiber</i>).
OSA	Analisador de espectro óptico (<i>Optical Spectrum Analyzer</i>).
OSNR	Relação sinal-ruído óptica (<i>Optical Signal-to-Noise Ratio</i>).
PLL	Laço travado por fase (<i>Phase Locked Loop</i>).
PMD	Dispersão de modo de polarização (<i>Polarization Mode Dispersion</i>).
PRBS	Seqüência de bits pseudo-aleatória (<i>Pseudo-Random Bit Sequence</i>).
RS	Código Reed-Solomon.
SBS	Espalhamento Brillouin estimulado (<i>Stimulated Brillouin Scattering</i>).
SDH	Arquitetura digital síncrona (<i>Synchronous Digital Hierarchy</i>).
SMD	Componente montado em superfície (<i>Surface Mounted Device</i>).
SNR	Relação sinal-ruído (<i>Signal-to-Noise Ratio</i>).
SONET	Rede óptica síncrona (<i>Synchronous Optical Network</i>).
SPM	Automodulação de fase (<i>Self Phase Modulation</i>).
SRS	Espalhamento Raman estimulado (<i>Stimulated Raman Scattering</i>).
SSMF	Fibra monomodo padrão (<i>Standard Single Mode Fiber</i>).
TEC	Refrigerador termoelétrico (<i>Thermoelectric Cooler</i>).
VCXO	Oscilador a cristal controlado por tensão (<i>Voltage Controlled Cristal Oscillator</i>).
WDM	Multiplexação por divisão em comprimento de onda (<i>Wavelength Division Multiplexing</i>).
XPM	Modulação de fase cruzada (<i>Cross Phase Modulation</i>).

Capítulo - 1

INTRODUÇÃO

Sistemas de comunicação e armazenamento de dados têm evoluído vertiginosamente nos últimos anos e o surgimento de redes de comunicação de larga escala e alta velocidade tem contribuído para a crescente demanda de eficiência e confiabilidade destes sistemas.

Porém, um dos grandes problemas em sistemas de manipulação de dados digitais é a ocorrência de erros nos sinais transmitidos em um canal ruidoso. Devido à interferência do ruído presente no canal ou meio de armazenamento, a informação é recuperada de forma incorreta, pois o circuito de decisão do receptor é incapaz de reconhecer bits '0' e '1' distorcidos.

Os primeiros sistemas de telefonia digital poderiam tolerar a ocorrência de alguns erros, pois pouco influiriam no reconhecimento da voz. Porém, as atuais redes de comunicação transportam não apenas sinais de voz, mas também dados e imagens em altíssimas taxas de transmissão. Nas redes modernas, 1 erro a cada 1 bilhão de bits recebidos já é uma taxa desastrosa para a manutenção do funcionamento do sistema. Nos dispositivos de armazenamento de dados, como um disco rígido, também é imprescindível que os dados sejam gravados e recuperados corretamente, sem a ocorrência de erros.

Em 1948, *Claude E. Shannon* publicou um trabalho (*A Mathematical Theory of Communication*) e demonstrou três importantes teoremas que deram início ao estudo da chamada Teoria da Informação e Codificação. A partir dos conceitos fundamentais estabelecidos por esta teoria, foi possível a criação de mecanismos de codificação da informação gerada por uma fonte, transmitida por um canal de comunicação ou gravada em um meio de armazenamento. No primeiro caso, o objetivo é uma representação mais

eficiente da informação gerada pela fonte e, nos demais, permitir ao receptor detectar a presença de erros na informação recebida ou recuperada.

A teoria da informação e codificação, fundamentada no trabalho de *Shannon*, trata de dois pontos extremos dos sistemas digitais de comunicação - o limite da compressão de dados e o limite da taxa de transmissão. O segundo teorema de *Shannon* estabelece a existência de um mecanismo de codificação da informação, antes de sua transmissão ou armazenamento, e a respectiva decodificação no estágio de recepção, que assegura uma probabilidade de erros arbitrariamente pequena. Este é o princípio da técnica denominada *Forward Error Correction* (FEC), que poderia ser traduzida como “correção de erro à frente”, o que denota a capacidade do decodificador não apenas detectar, mas ainda corrigir possíveis erros causados por distúrbios no canal.

Os primeiros estudos realizados após a publicação do trabalho de *Shannon* foram aplicados aos sistemas de comunicação espacial, onde a largura de banda não era um problema mas a potência era limitada. A nave *Voyager*, por exemplo, lançada em 1977 para explorar outros planetas, alcançou Júpiter e Saturno em 1979 e 1981, respectivamente, e transmitiu fotos destes planetas para a estação terrestre utilizando dois códigos do tipo convolucional. Em sua missão para Urano, em 1986, o código convolucional foi concatenado com outro código, do tipo *Reed-Solomon*, para aumentar o desempenho do sistema.

Nos sistemas de áudio digital que utilizam discos compactos (*Compact Discs* - CDs) também são utilizados códigos *Reed-Solomon*. Especificamente, o código *Reed-Solomon* com entrelaçamento cruzado (*Cross-Interweaved Reed-Solomon Code* - CIRC) é utilizado para tornar o sistema de armazenamento de dados menos susceptível aos erros causados por sujeira ou riscos na superfície de leitura do disco.

Atualmente, os códigos detectores e corretores de erro são amplamente empregados em praticamente todos os sistemas de manipulação de dados digitais (comunicação e armazenamento), tais como:

- ✓ *Compact Discs* (CDs) e *Digital Versatile Discs* (DVDs).
- ✓ *Hard Discs* (HDs).
- ✓ Fitas magnéticas de gravação digital.
- ✓ Sistemas e redes de comunicação (telefonia, dados, entretenimento) via satélite, cabo, radiofrequência, fibra óptica, etc.

Em sistemas de telecomunicações, a técnica FEC tem sido amplamente utilizada na telefonia celular, na transmissão via satélite e nos enlaces de longa distância, terrestres e submarinos, por microondas e fibras ópticas.

Em particular, os sistemas de comunicações ópticas apresentam, pela sua natureza, alta imunidade ao ruído e altíssima largura de banda de comunicação. Os atuais sistemas DWDM comportam inúmeros canais em uma única fibra óptica, cada um operando em taxas de 10 ou até mesmo 40 Gbits/s. Existem, porém, alguns fenômenos de propagação que causam distorções severas nos pulsos ópticos, comprometendo o desempenho do circuito de decisão do receptor óptico.

Diversos códigos têm sido propostos para uso exclusivo em sistemas de comunicações ópticas e muitos deles já foram inclusive implementados, graças ao desenvolvimento da tecnologia microeletrônica de integração de dispositivos digitais.

Este trabalho apresenta uma avaliação experimental do uso de um destes códigos, especificamente o RS (255,241), da família dos códigos *Reed-Solomon*, em sistemas de comunicações ópticas operando a 2,5 Gbit/s. Os objetivos da investigação experimental foram previamente estabelecidos com base na real necessidade de aumento do desempenho de sistemas de transmissão monocanal, operando com modulação direta do diodo laser, e de transmissões WDM sobre fibras de dispersão deslocada, comprometidas principalmente por um fenômeno não linear de propagação denominado mistura de quatro ondas.

O Capítulo 2 apresenta os princípios e técnicas de codificação de canal, descrevendo amplamente os códigos de bloco, códigos cíclicos e códigos convolucionais. Novas técnicas de codificação de canal também são apresentadas, como a utilização dos códigos produto, códigos concatenados e códigos turbo.

O Capítulo 3 apresenta uma pequena revisão teórica referente aos sistemas de comunicações ópticas, desde sua evolução até os atuais sistemas WDM de alta capacidade, com especial atenção dedicada aos efeitos de propagação em fibra. Esta revisão inclui o uso de FEC em sistemas de comunicações ópticas, destacando-se as duas principais técnicas de implementação - dentro da banda (*in band* FEC) e fora da banda (*out of band* FEC) - bem como uma breve apresentação do código *Reed-Solomon* RS (255,239).

No Capítulo 4 são apresentadas todas as fases de desenvolvimento do *hardware* experimental - o módulo *FEC CODEC 2.5 Gbit/s* e o módulo *DFB Laser Board 2.5 Gbit/s*. A descrição inclui detalhes técnicos do projeto eletrônico, como algumas considerações sobre a confecção do *layout* da placa de circuito impresso, juntamente com as dificuldades e soluções encontradas durante a fase de testes.

O Capítulo 5 descreve toda a etapa experimental de avaliação do uso de FEC em sistemas de comunicações ópticas, bem como uma análise dos resultados obtidos. Três experimentos foram realizados. O primeiro deles refere-se à investigação dos benefícios do uso de FEC em transmissões WDM sobre fibras de dispersão deslocada, quando comparados com técnicas alternativas de compensação da penalidade, como a dessintonia dos canais e a redução da potência óptica injetada na fibra. O segundo, avalia o desempenho de sistemas de transmissão monocanal com modulação direta utilizando FEC, na presença de interferência intersimbólica causada pela dispersão cromática. O último experimento descrito foi realizado no laboratório de redes ópticas da Ericsson (*Optical Networks Research Laboratory* - ONER) em Estocolmo, Suécia, durante a caracterização de um *transponder* óptico (conversor de comprimento de onda) operando a 10 Gbit/s, sob influência da dispersão cromática.

A partir dos resultados obtidos através da análise experimental, dois artigos foram publicados e apresentados em conferências internacionais. O primeiro deles, com o título "*Investigation of FEC Improvement in a Dispersion Limited Direct Modulated 2.5 Gb/s Transmission Experiment*", foi apresentado no IMOC-2003 (*International Microwave and Optoelectronics Conference*), realizado em Foz do Iguaçu, Brasil [1]. O segundo, com o título "*FEC Performance in the Presence of FWM and Dispersion*", foi apresentado no

OSA-AM-FiO-2003 (*Optical Society of America - Annual Meeting - Frontiers in Optics*), realizado em Tucson, EUA [2].

O desempenho sistêmico do módulo *FEC CODEC 2.5 Gbit/s* também foi comprovado em um ambiente real de uma operadora de telecomunicações, aumentando o desempenho de um enlace de comunicação e viabilizando um sistema de longo alcance que antes operava sem margem dinâmica de potência.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões deste trabalho, juntamente com as contribuições oferecidas pela análise experimental realizada. Finalmente, uma exposição das perspectivas de continuidade da análise do uso da técnica FEC em sistemas de comunicações ópticas encerra o capítulo.

O Apêndice A foi incluído para apresentar uma revisão teórica dos conceitos que sustentam a teoria da informação e codificação, descrevendo os modelos matemáticos de alguns componentes de um sistema de comunicação, como a fonte de informação e o canal de transmissão. Também são apresentando os três teoremas de *Shannon* e uma breve revisão de alguns conceitos da álgebra abstrata e da álgebra linear, utilizados no Capítulo 2.

Capítulo - 2

TÉCNICAS DE CODIFICAÇÃO E DECODIFICAÇÃO DE CANAL

Neste capítulo são apresentados os princípios e técnicas da codificação de canal, que proporcionam uma transmissão segura através de um canal sob interferência de ruído e distorções. A inserção de uma “redundância controlada” na sequência de informação que entra no codificador de canal assegura ao decodificador (na etapa de recepção) a capacidade de detecção e correção dos erros induzidos pelas perturbações do canal de comunicação.

2.1 SISTEMA DE COMUNICAÇÃO

O diagrama da Figura 2.1 apresenta um modelo básico de um sistema de comunicação [4].

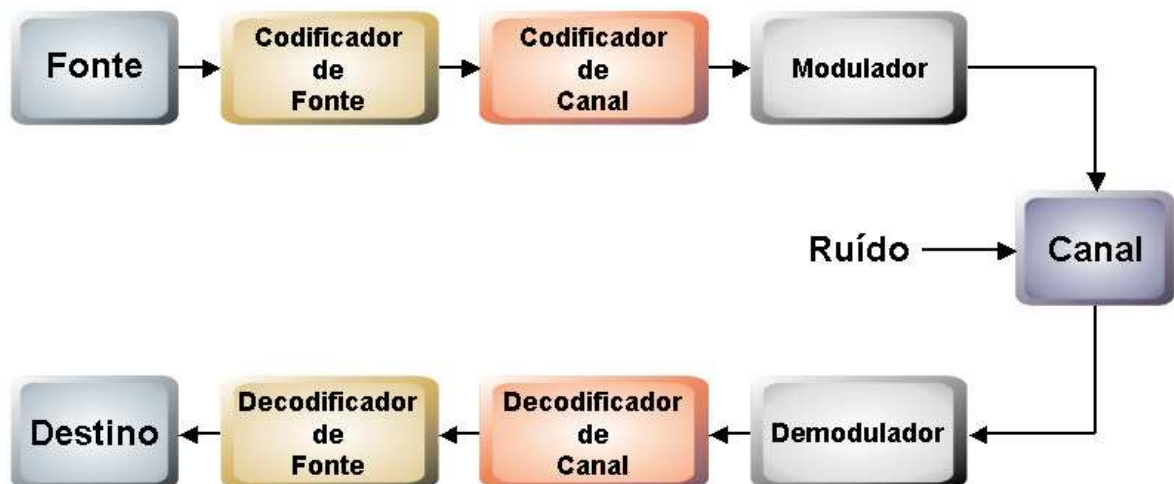


Figura 2.1 - Diagrama de blocos de um sistema básico de comunicação.

A **Fonte** produz a informação a ser comunicada. O **Codificador de Fonte** associa a cada mensagem um símbolo adequado para transmissão pelo canal de comunicação, com o objetivo de reduzir ou eliminar possíveis redundâncias. Este mapeamento do sinal da fonte

em outro sinal antes da transmissão gera uma representação mais eficiente da informação e tem como resultado imediato uma economia de “banda” do canal de comunicação. O **Codificador de Canal**, ao contrário, insere uma “redundância controlada” no sinal antes da transmissão para minimizar o efeito do **Ruído** interferente, o que permite ao decodificador utilizado na recepção estimar a informação originalmente transmitida. O **Modulador** assegura uma transmissão eficiente, de acordo com o tipo e as características do canal de comunicação. Na recepção, todo o processo é revertido até que a informação originalmente produzida pela fonte alcance seu **Destino**.

O processo de decodificação normalmente não assegura a recuperação completa da mensagem original, devido aos distúrbios causados pelo ruído. Conseqüentemente, o desempenho do sistema de comunicação representado na Figura 2.1 está diretamente relacionado à eficiência com que a informação gerada pela fonte é representada e, ainda, com a taxa na qual esta informação é transmitida através do canal de comunicação sob efeito do ruído.

Os limites fundamentais destes dois principais aspectos relacionados ao desempenho de um sistema de comunicação são descritos pela **Teoria da Informação e Codificação**, que trata de modelos matemáticos que descrevem cada um dos blocos do diagrama representado na Figura 2.1 e que teve início a partir da publicação de um trabalho de *Claude E. Shannon* (*A Mathematical Theory of Communication*), em 1948 [3], no qual foram demonstrados três importantes teoremas que são apresentados no Apêndice A.

2.2 ESTRATÉGIAS DE DETECÇÃO E CORREÇÃO DE ERROS

Em sistemas de comunicação bidirecionais, muitas vezes apenas a capacidade de detecção de erros é necessária, visto que o receptor pode requisitar uma nova transmissão em caso de ocorrência de erros na mensagem original. Este é o fundamento da técnica denominada requisição automática de repetição (*Automatic Repeat Request* - ARQ). Em um sistema que utiliza ARQ com “parada e espera”, conforme demonstrado na Figura 2.2, o transmissor envia uma mensagem e aguarda uma confirmação do receptor indicando que a mensagem

foi recebida corretamente (*acknowledge* - ACK) ou foi recebida com erros (*non-acknowledge* - NAK). Neste último caso, o transmissor reenvia a mensagem.

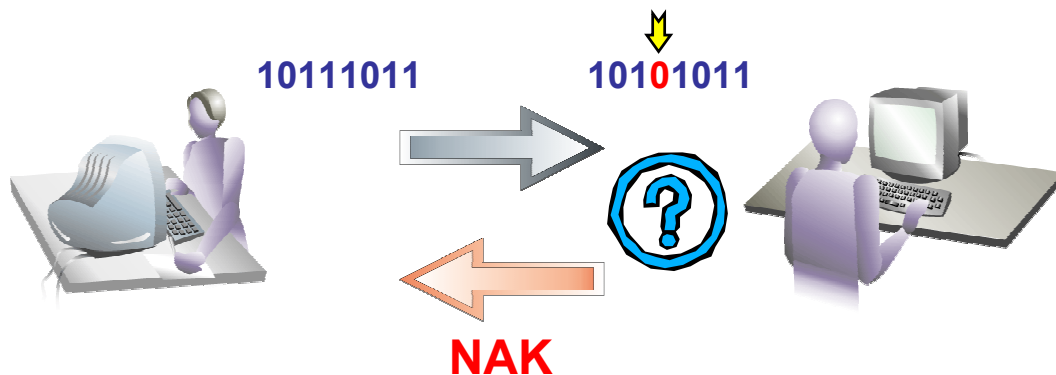


Figura 2.2 - Sistema ARQ utilizado em uma rede de computadores, por exemplo.

Um mecanismo simples de averiguação da integridade da mensagem consiste na verificação da paridade de uma sequência de bits recebida. Neste caso, o transmissor calcula a paridade da sequência binária através, por exemplo, de uma soma *módulo-2* e transmite este resultado juntamente com a mensagem original. O receptor, por sua vez, também calcula a paridade da mensagem e compara o resultado com a informação de paridade recebida dentro da sequência binária (calculada antes da transmissão). Assim, o receptor tem uma capacidade restrita de detectar a ocorrência de erros. A técnica de verificação de paridade é utilizada em canais de comunicação serial, onde cada mensagem é transmitida com 8 bits + 1 bit de paridade, por exemplo. A Figura 2.3 ilustra o mecanismo de detecção de erros.

1	0	1	1	1	0	1	1	0
8 bits transmitidos								Paridade
1	0	1	0	1	0	1	1	0
Sequência recebida com um erro								Paridade
1								0
Paridade dos 8 bits calculada no receptor								Paridade
1 ≠ 0								0
Erro detectado Sequência descartada								Paridade

Figura 2.3 - Mecanismo de detecção de erros por verificação de paridade.

Em sistemas de comunicação unidirecionais (ou em sistemas bidirecionais com recursos de tempo limitados) o receptor deve ter a capacidade de, não apenas detectar, mas também corrigir possíveis erros gerados por ruído no canal de comunicação. Esta técnica é denominada *Forward Error Correction* (FEC), que poderia ser traduzida como “correção de erro à frente”, o que denota a capacidade do receptor corrigir erros sem a necessidade de notificar o transmissor para que uma nova transmissão seja realizada, conforme representado na Figura 2.4.

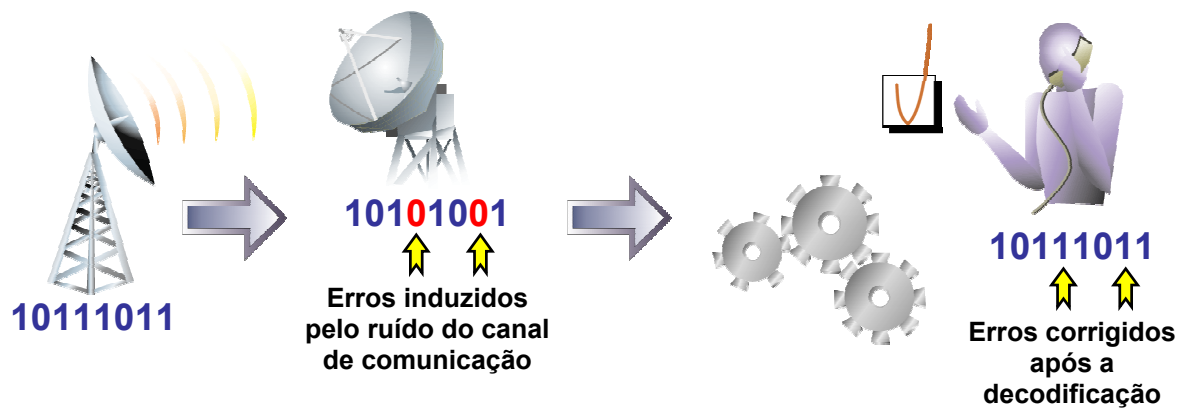


Figura 2.4 - Representação pictórica da técnica *Forward Error Correction*.

Conforme já mencionado no início deste capítulo, isto é possível através da inserção de redundância na informação transmitida pelo canal. A eficiência desta redundância caracteriza-se pela relação entre a capacidade de correção oferecida e o aumento na taxa de transmissão associado. O segundo teorema de *Shannon*, ou o Teorema da Codificação de Canal apresentado no Apêndice A, estabelece a existência de esquemas de codificação e decodificação para um dado canal que reduzem a probabilidade de erros induzidos por ruído para qualquer nível desejado, desde que a taxa de comunicação utilizada seja menor do que a capacidade do canal (compromisso desempenho versus custo).

Existem basicamente dois tipos de códigos corretores de erros utilizados na técnica FEC, os Códigos de Bloco e os Códigos Convolucionais.

2.3 CÓDIGOS DE BLOCO

Nesta seção, serão apresentados os conceitos básicos dos códigos de bloco e em especial de uma subclasse - os códigos de bloco lineares [5]. A codificação da informação é realizada em 2 etapas:

1. A sequência de informação é dividida em blocos de mensagem, com k dígitos sucessivos de informação;
2. O codificador transforma, então, cada bloco de mensagem em um bloco maior com n ($n > k$) dígitos binários (uma ênupla binária), de acordo com uma determinada regra de codificação. Este novo bloco é denominado **Palavra-Código**.

Cada bloco de mensagem contém k dígitos binários. Portanto, existem 2^k blocos de mensagem distintos. Conseqüentemente, existem 2^k palavras-código correspondentes. Este conjunto de 2^k palavras-código é denominado **Código de Bloco**.

Um **Código de Bloco Linear** é formado pelo conjunto das 2^k ênuplas que constituem um subespaço do espaço vetorial V_n de todas as ênuplas.

Seja **C** um codificador que divide a sequência de informação em blocos de 3 dígitos e transforma cada mensagem em uma palavra-código de 6 dígitos, conforme demonstrado na Tabela 2.1.

Mensagem	Palavra-Código
000	000 000
001	001 101
010	010 011
011	011 110
100	100 110
101	101 011
110	110 101
111	111 000

Tabela 2.1 - Exemplo de código de bloco (6,3).

Como $k = 3$ existem $2^3 = 8$ mensagens distintas possíveis. Para cada bloco de mensagem o codificador gerou uma palavra-código distinta, com 6 dígitos. Assim, a partir de cada uma das palavras-código geradas é possível obter-se a mensagem original. Pode-se observar facilmente que este conjunto de palavras-código forma um subespaço tridimensional do espaço vetorial V_6 e, portanto, constitui um código de bloco linear.

2.3.1 MATRIZ GERADORA

Todas as ênuplas (vetores) de um subespaço vetorial S de V_n podem ser obtidas através de uma combinação linear de um conjunto de ênuplas linearmente independentes. Assim, um código de bloco linear com 2^k vetores código (palavras-código) pode ser representado por um conjunto de k vetores código linearmente independentes. Estes vetores linearmente independentes podem ser organizados como linhas em uma matriz $k \times n$:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{v}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & v_{13} & \cdots & v_{1n} \\ v_{21} & v_{22} & v_{23} & \cdots & v_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ v_{k1} & v_{k2} & v_{k3} & \cdots & v_{kn} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Esta matriz é denominada **Matriz Geradora** do código, pois combinações lineares entre suas linhas geram um código de bloco linear. A palavra-código correspondente a um bloco de mensagem $\mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots, m_k)$ pode ser obtida por:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{mG} \\ &= (m_1, m_2, \dots, m_k) \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{v}_k \end{bmatrix} \\ &= m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 + \cdots + m_k \mathbf{v}_k \end{aligned} \quad (2.2)$$

Conforme já observado, a palavra-código correspondente ao bloco de mensagem (m_1, m_2, \dots, m_k) é uma combinação linear das linhas da matriz geradora \mathbf{G} . Este código linear é conhecido como um **Código de Bloco (n,k)** , no qual um bloco de mensagem com k dígitos é codificado em uma palavra-código com n dígitos para transmissão sobre um canal ruidoso. A razão $R = k/n$ é denominada **Taxa do Código** e representa a quantidade de redundância contida na palavra-código.

O código apresentado na Tabela 2.1, no início desta seção, é um código (6,3) e sua matriz geradora está representada abaixo.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{v}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

A palavra-código correspondente à mensagem $\mathbf{m} = (101)$ é dada por:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= (101) \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{v}_3 \end{bmatrix} = 1 \cdot \mathbf{v}_1 + 0 \cdot \mathbf{v}_2 + 1 \cdot \mathbf{v}_3 \\ &= 1 \cdot (100110) + 0 \cdot (010011) + 1 \cdot (001101) \\ &= 101011 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Deve-se notar que, devido ao fato de o código de bloco linear ser completamente especificado por sua matriz geradora, o codificador não precisa armazenar todas as palavras-código em sua memória. Assim, para o conjunto de 2^k palavras-código apenas k linhas da matriz geradora são armazenadas. Outro ponto importante é que, como a palavra-código atual depende apenas do bloco de mensagem atual, não há memória envolvida no processo de codificação. Portanto, o codificador pode ser implementado através de uma lógica combinacional.

2.3.2 CÓDIGOS SISTEMÁTICOS

É possível definir-se um processo de codificação em que os k dígitos iniciais de cada palavra-código sejam exatamente os mesmos k dígitos de cada bloco de mensagem, enquanto os $n-k$ dígitos restantes serão os dígitos de redundância. Um código deste tipo é chamado de **Código Sistemático** e sua estrutura está representada na Figura 2.5.

Palavra-Código	
Bloco de Mensagem	Dígitos de Redundância
k	$n-k$

Figura 2.5 - Estrutura da palavra-código em um código sistemático.

Um código linear sistemático (n,k) pode ser descrito por uma matriz geradora $k \times n$, com a seguinte estrutura:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1000\dots 0 & p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1,n-k} \\ 0100\dots 0 & p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2,n-k} \\ 0010\dots 0 & p_{31} & p_{32} & \cdots & p_{3,n-k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0000\dots 1 & p_{k1} & p_{k2} & \cdots & p_{k,n-k} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

onde $p_{ij} = 0$ ou 1 .

Considerando-se que \mathbf{I}_k seja a matriz identidade de ordem k e que \mathbf{P} seja a matriz $k \times (n-k)$ de p_{ij} , a matriz geradora de um código sistemático pode ser representada por:

$$\mathbf{G} = [\mathbf{I}_k \mathbf{P}] \quad (2.6)$$

A partir das equações (2.2) e (2.6), a palavra-código correspondente a um bloco de mensagem $\mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots, m_k)$ é dada por:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{u} &= (u_1, u_2, u_3, \dots, u_n) \\
 &= (m_1, m_2, \dots, m_k) \mathbf{G} \\
 &= (m_1, m_2, \dots, m_k) \begin{bmatrix} 1000\dots 0 & p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1,n-k} \\ 0100\dots 0 & p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2,n-k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0000\dots 1 & p_{k1} & p_{k2} & \cdots & p_{k,n-k} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Pode-se observar, pela multiplicação das matrizes, que:

$$u_i = m_i \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, k \tag{2.8}$$

$$u_{k+j} = p_{1j}m_1 + p_{2j}m_2 + \dots + p_{kj}m_k \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, n-k \tag{2.9}$$

Pelas equações (2.8) e (2.9) verifica-se facilmente que os primeiros k dígitos da palavra-código são exatamente os dígitos do bloco de mensagem, enquanto os últimos $n-k$ dígitos são funções lineares dos dígitos de informação. Estes $n-k$ últimos dígitos da palavra-código são conhecidos como **Dígitos de Verificação de Paridade** do código.

Considerando-se mais uma vez o código apresentado na Tabela 2.1, juntamente com sua matriz geradora, a palavra-código gerada para o bloco de mensagem $(m_1 \ m_2 \ m_3)$ será:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{u} &= (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6) \\
 &= (m_1 \ m_2 \ m_3) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= (m_1, m_2, m_3, m_1 + m_3, m_1 + m_2, m_2 + m_3)
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Então, $u_1 = m_1$, $u_2 = m_2$, $u_3 = m_3$. Os $n-k$ dígitos restantes (u_4, u_5, u_6) são funções lineares dos k dígitos de informação. Assim, para um código de bloco linear na forma sistemática, a complexidade de codificação fica ainda mais reduzida, pois o codificador tem que armazenar apenas a matriz $\mathbf{P}_{k \times (n-k)}$ de p_{ij} , ao invés de armazenar todas as linhas da matriz geradora \mathbf{G} .

2.3.3 MATRIZ DE VERIFICAÇÃO DE PARIDADE

Para uma dada matriz $\mathbf{G}_{k \times n}$ existe uma correspondente matriz $\mathbf{H}_{(n-k) \times n}$, conforme apresentado no Apêndice A, tal que o espaço linha da matriz \mathbf{G} é ortogonal a \mathbf{H} , isto é, o produto interno de um vetor do espaço linha de \mathbf{G} e uma linha de \mathbf{H} é zero. Então, um código de bloco linear gerado pela matriz \mathbf{G} pode ser descrito de forma alternativa: \mathbf{u} é uma palavra-código gerada por \mathbf{G} se e somente se $\mathbf{uH}^T = 0$. Isto significa que os vetores que pertencem ao espaço linha de \mathbf{G} também pertencem ao espaço nulo de \mathbf{H} . A matriz \mathbf{H} é denominada **Matriz de Verificação de Paridade**.

Se a matriz geradora de um código binário sistemático estiver na forma apresentada na equação (2.6), sua matriz de verificação de paridade será:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{k1} & 1000\dots 0 \\ p_{12} & p_{22} & \cdots & p_{k2} & 0100\dots 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ p_{1,n-k} & p_{2,n-k} & \cdots & p_{k,n-k} & 0000\dots 1 \end{bmatrix} = [\mathbf{P}^T \mathbf{I}_{n-k}] \quad (2.11)$$

onde \mathbf{P}^T é a matriz \mathbf{P} transposta.

Conforme descrito anteriormente, o espaço linha da matriz \mathbf{G} é o espaço nulo de \mathbf{H} , e vice-versa. Então, um código de bloco linear pode ser unicamente especificado tanto por sua matriz \mathbf{G} , quanto pela \mathbf{H} .

2.3.4 CAPACIDADE DE CORREÇÃO DE UM CÓDIGO LINEAR

Para as considerações referentes à capacidade de correção de um código linear são necessárias algumas definições, apresentadas a seguir:

- ✓ O **Peso de Hamming** de uma ênupla \mathbf{v} , $\omega(\mathbf{v})$, é definido como o número de elementos de \mathbf{v} diferentes de zero. Se $\mathbf{v} = (1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1)$, por exemplo, $\omega(\mathbf{v}) = 5$;
- ✓ A **Distância de Hamming** entre 2 vetores \mathbf{u} e \mathbf{v} , $d(\mathbf{u}, \mathbf{v})$, é definida como o número de componentes nos quais eles diferem. Se $\mathbf{u} = (1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1)$ e $\mathbf{v} = (1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0)$, por exemplo, $d(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = 5$;
- ✓ A **Distância Mínima** de um código de bloco linear, d_{\min} , é definida como a menor distância de *Hamming* entre todos os possíveis pares de palavras-código.

Pela regra da adição *módulo-2*, verifica-se que:

$$d(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \omega(\mathbf{u} + \mathbf{v}) \quad (2.12)$$

Ou seja, a distância entre 2 vetores \mathbf{u} e \mathbf{v} é igual ao peso de sua soma vetorial, $\mathbf{u} + \mathbf{v}$.

Seja $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ o vetor código (palavra-código) transmitido por um canal BSC, que utiliza um código corretor de erros aleatórios. Devido à influência do ruído presente no canal, o vetor recebido $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ pode ser qualquer uma das 2^n ênuplas. A diferença entre \mathbf{r} e \mathbf{v} é o chamado **Padrão de Erros** ou **Vetor de Erros** causado pelo distúrbio no canal.

$$\begin{aligned} \mathbf{e} &= (e_1, e_2, \dots, e_n) \\ &= \mathbf{r} + \mathbf{v} \\ &= (r_1, r_2, \dots, r_n) + (v_1, v_2, \dots, v_n) \\ &= (r_1 + v_1, r_2 + v_2, \dots, r_n + v_n) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Quando $e_i = r_i + v_i = 1$, há um erro na posição i do vetor recebido \mathbf{r} .

No receptor, a função do decodificador de canal é a de identificar o vetor código \mathbf{v} a partir do vetor recebido \mathbf{r} . Em um canal BSC, a decodificação de máxima verossimilhança (também denominada decodificação de máxima probabilidade, ou *maximum-likelihood decoding*) irá identificar \mathbf{v} como sendo o vetor código mais próximo do vetor recebido \mathbf{r} com relação à distância de *Hamming*, isto é, aquele para o qual $d(\mathbf{v}, \mathbf{r})$ é mínimo [6].

Pode-se demonstrar que um código com distância mínima d_{\min} pode corrigir $\left\lfloor \frac{d_{\min} - 1}{2} \right\rfloor$ erros [7]. Assim, a capacidade de correção deste código fica definida por:

$$t = \left\lfloor \frac{d_{\min} - 1}{2} \right\rfloor \quad (2.14)$$

A notação $\lfloor x \rfloor$ significa o maior inteiro, menor ou igual a x . Por exemplo, $\lfloor 3,5 \rfloor = 3$ e $\lfloor -1,5 \rfloor = -2$. Retomando-se o código exemplo da Tabela 2.1, verifica-se que sua distância mínima é 3 e, portanto, sua capacidade de correção é de 1 erro. Para um vetor transmitido igual ao padrão (0 0 0 0 0 0) pode-se observar um caso de decodificação incorreta considerando-se a ocorrência de 2 erros, um na 3^a e outro na 6^a posição. O vetor recebido será, então, igual ao padrão (0 0 1 0 0 1). A distância de *Hamming* entre o vetor recebido e o vetor código (0 0 1 1 0 1), por exemplo, é igual a 1, enquanto esta mesma distância entre o vetor recebido e o vetor originalmente transmitido é 2. Assim, o decodificador identifica incorretamente o vetor (0 0 1 1 0 1) como sendo a palavra-código transmitida.

2.3.5 SÍNDROME

Seja \mathbf{u} um vetor código transmitido por um canal ruidoso. O receptor obtém um vetor corrompido \mathbf{r} , que é uma soma vetorial do vetor originalmente transmitido \mathbf{u} com o vetor de erros \mathbf{e} . O objetivo do decodificador é recuperar o vetor \mathbf{u} a partir de \mathbf{r} .

$$\mathbf{r} = \mathbf{u} + \mathbf{e} \quad (2.15)$$

A **Síndrome** do vetor recebido \mathbf{r} é um vetor com $(n-k)$ componentes, utilizada no processo de detecção e correção de erros e definida pela seguinte equação:

$$\mathbf{s} = \mathbf{rH}^T \quad (2.16)$$

Pode-se observar que se o vetor recebido for uma palavra-código ou, em outras palavras, se ele pertencer ao espaço nulo de \mathbf{H} , a síndrome será igual a zero. Portanto, se o

decodificador calcular a síndrome e o resultado for diferente de zero ele já terá detectado a presença de erros no vetor recebido, conforme demonstrado no exemplo abaixo.

A matriz geradora do código apresentado na Tabela 2.1 é:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

De acordo com a equação (2.11), a correspondente matriz de verificação de paridade é:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

A ênupla (1 1 1 0 0 0) é uma palavra-código, conforme observado na Tabela 2.1. Então, sua síndrome será nula:

$$\mathbf{s} = (1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = (0 \ 0 \ 0) \quad (2.19)$$

A ênupla (1 1 1 0 0 1), no entanto, não é uma palavra-código (não pertence ao espaço linha de \mathbf{G} ou ao espaço nulo de \mathbf{H}). A síndrome deste vetor não será nula:

$$\mathbf{s} = (1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = (0 \ 0 \ 1) \quad (2.20)$$

No caso de códigos sistemáticos, a síndrome equivale à soma *módulo-2* dos dígitos de paridade recebidos com os dígitos de paridade recalculados a partir dos dígitos de informação recebidos [8]. Isto pode ser facilmente observado, notando-se que a matriz \mathbf{H}^T é formada pela matriz \mathbf{P} (parte da matriz geradora) e pela matriz identidade \mathbf{I}_{n-k} .

2.3.6 ARRANJO PADRÃO

Como já apresentado no início desta seção, um código de bloco linear é formado pelo conjunto das 2^k ênuplas que constituem um subespaço do espaço vetorial V_n . Devido à influência do ruído no canal, podem existir 2^n padrões de erros (ou vetores de erros), correspondendo a todas as ênuplas do espaço vetorial V_n .

Uma forma de se decodificar o vetor recebido é através do uso de uma tabela de pesquisa, denominada **Arranjo Padrão**, que organiza todas as ênuplas do espaço vetorial V_n em uma matriz com 2^{n-k} linhas e 2^k colunas (no caso de códigos binários).

Esta tabela é montada da seguinte maneira, conforme demonstrado na Figura 2.6 [5]:

- ✓ A primeira linha contém todos os 2^k vetores código, com o vetor zero $\mathbf{v}_1 = (0, 0, \dots, 0)$ na primeira coluna;
- ✓ A partir das $2^n - 2^k$ ênuplas restantes, escolhe-se um vetor \mathbf{e}_2 que é colocado logo abaixo do vetor código \mathbf{v}_1 ;
- ✓ Então, a segunda linha da matriz é formada adicionando-se o vetor \mathbf{e}_2 a cada um dos vetores \mathbf{v}_i e colocando-se o resultado abaixo do vetor \mathbf{v}_i ;
- ✓ Na terceira linha, escolhe-se outro vetor \mathbf{e}_3 , ainda não utilizado, que é colocado logo abaixo do vetor \mathbf{e}_2 , e repete-se o processo de soma vetorial;
- ✓ Todas as demais linhas são formadas da mesma forma, até que todas as 2^n ênuplas tenham sido utilizadas.

\mathbf{v}_1	\mathbf{v}_2	\cdots	\mathbf{v}_i	\cdots	\mathbf{v}_{2^k}
\mathbf{e}_2	$\mathbf{e}_2 + \mathbf{v}_2$	\cdots	$\mathbf{e}_2 + \mathbf{v}_i$	\cdots	$\mathbf{e}_2 + \mathbf{v}_{2^k}$
\mathbf{e}_3	$\mathbf{e}_3 + \mathbf{v}_2$	\cdots	$\mathbf{e}_3 + \mathbf{v}_i$	\cdots	$\mathbf{e}_3 + \mathbf{v}_{2^k}$
\vdots	\vdots	\cdots	\vdots	\cdots	\vdots
\mathbf{e}_l	$\mathbf{e}_l + \mathbf{v}_2$	\cdots	$\mathbf{e}_l + \mathbf{v}_i$	\cdots	$\mathbf{e}_l + \mathbf{v}_{2^k}$
\vdots	\vdots	\cdots	\vdots	\cdots	\vdots
$\mathbf{e}_{2^{n-k}}$	$\mathbf{e}_{2^{n-k}} + \mathbf{v}_2$	\cdots	$\mathbf{e}_{2^{n-k}} + \mathbf{v}_i$	\cdots	$\mathbf{e}_{2^{n-k}} + \mathbf{v}_{2^k}$

 Figura 2.6 - Arranjo padrão de um código linear (n,k) .

Uma ênupla aparece apenas uma vez em cada linha. Além disso, nenhuma ênupla aparece em mais de uma linha [5]. As linhas do arranjo padrão são denominadas **Cosets** e os elementos da primeira coluna são os **Líderes de Coset**. Assim, cada *coset* é formado por 2^k vetores distintos e todos os *cosets* são disjuntos, ou seja, todo vetor aparece somente uma vez no arranjo padrão.

Na decodificação, a idéia é que ao se receber um vetor \mathbf{r} sua posição no arranjo padrão seja determinada. Então, o decodificador identifica o vetor código como sendo o primeiro elemento da coluna onde o vetor \mathbf{r} foi encontrado. Para que esta decodificação seja correta, deve-se observar que o padrão de erros gerado pelo ruído presente no canal deve ser um líder de *coset*. Isto pode ser facilmente verificado, considerando-se que cada coluna é formada pela soma vetorial do vetor código com todos os líderes de *coset* (primeiro elemento de cada linha do arranjo). Assim, se um vetor \mathbf{r} está na coluna correspondente ao vetor código \mathbf{v}_i , necessariamente ele foi adicionado ao padrão de erros \mathbf{e}_l . Evidentemente, na construção do arranjo padrão os líderes de *coset* devem ser escolhidos como sendo os padrões de erros mais prováveis para um dado canal, para que a probabilidade de decodificação incorreta seja minimizada.

No caso de um canal BSC, erros com o menor peso são os mais prováveis de ocorrer. Assim, no arranjo padrão do código (6,3) apresentado a seguir na Tabela 2.2, os líderes de *coset* foram escolhidos como sendo todos os padrões de erros de peso 1, juntamente com um de peso 2. Para outros códigos, eventualmente poderiam existir os de peso 3, 4, etc.

000000	001101	010011	011110	100110	101011	110101	111000
000001	001100	010010	011111	100111	101010	110100	111001
000010	001111	010001	011100	100100	101001	110111	111010
000100	001001	010111	011010	100010	101111	110001	111100
001000	000101	011011	010110	101110	100011	111101	110000
010000	011101	000011	001110	110110	111011	100101	101000
100000	101101	110011	111110	000110	001011	010101	011000
001010	000111	011001	010100	101100	100001	111111	110010

Tabela 2.2 - Arranjo padrão do código (6,3).

Os 2^{n-k} líderes de *coset* são denominados **Padrões de Erros Corrigíveis**. Todas as 2^k ênuplas de um *coset* têm a mesma síndrome e as síndromes de diferentes *cosets* são diferentes [5]. Portanto, há uma correspondência entre cada líder de *coset* (um padrão de erros corrigível) e a síndrome do *coset*. Então, a tabela de decodificação pode ser altamente simplificada, sendo constituída apenas pelos 2^{n-k} líderes de *coset* e suas respectivas síndromes. O processo de decodificação para um vetor recebido \mathbf{r} fica:

1. Calcula-se a síndrome \mathbf{rH}^T do vetor recebido.
2. Localiza-se o líder de *coset* \mathbf{e}_l cuja síndrome é igual à que foi calculada e presume-se que ele seja, então, o padrão de erros causado pelo ruído no canal.
3. Calcula-se o vetor código $\mathbf{v}_i = \mathbf{r} + \mathbf{e}_l$.

Como exemplo, considerando-se o arranjo padrão apresentado na Tabela 2.2, referente ao código (6,3), pode-se extrair uma nova tabela de decodificação formada pelos líderes de *coset* e suas respectivas síndromes:

Síndrome	Líder de Coset
000	000000
001	000001
010	000010
100	000100
101	001000
011	010000
110	100000
111	001010

Tabela 2.3 - Tabela de decodificação por síndrome e líder de coset.

A matriz de verificação de paridade deste código (6,3), já apresentada em (2.18), é:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Supondo-se agora que o vetor código (palavra-código) $\mathbf{v} = (111000)$ tenha sido transmitido e que o vetor $\mathbf{r} = (111001)$ tenha sido recebido, a decodificação seria realizada da seguinte forma:

$$\text{Calcula-se a síndrome } \mathbf{s} = (111001) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = (001).$$

A partir da tabela de síndromes, o líder de *coset* (000001) é obtido e presume-se que ele seja o padrão de erros. Então, a palavra-código originalmente transmitida é $(111001) + (000001) = (111000)$. A decodificação foi correta, pois o padrão de erros realmente era um líder de *coset*.

Considerando-se agora que, para o mesmo vetor código transmitido, o vetor recebido seja $\mathbf{r} = (111011)$, a síndrome calculada para \mathbf{r} será (011) . Então, o líder de *coset* obtido a partir da tabela é (010000) e, novamente, presume-se que ele seja o padrão de erros gerado pelo ruído no canal. Finalmente, o decodificador calcula a palavra-código como sendo $(111011) + (010000) = (011011)$ e, obviamente, efetua uma decodificação incorreta.

Isto ocorre porque o verdadeiro padrão de erros $(111011) + (111000) = (000011)$ não é um líder de *coset*.

Assim, este código (6,3) utilizado como exemplo corrige todos os padrões de erros simples (em qualquer posição) e apenas um padrão de erros duplos.

2.3.7 EXEMPLOS DE CÓDIGOS DE BLOCO

Conforme visto na Seção 2.3.4, o problema de encontrar um código com uma dada capacidade de correção se reduz ao de encontrar um código com uma dada distância mínima. Infelizmente, porém, não existem regras genéricas para sua construção. A seguir, serão apresentados alguns exemplos de códigos de bloco binários lineares bastante simples e bem conhecidos [8].

O **Código de Repetição** é a maneira mais simples de se implementar detecção e correção de erros. Trata-se de um código do tipo $(n, 1)$, no qual cada dígito de informação é repetido n vezes. Pode-se observar que a distância mínima de um código de bloco de repetição é n .

O **Código de Paridade Simples**, muito utilizado nos antigos sistemas de “cartão perfurado” de computador e em alguns sistemas de comunicação serial como o padrão RS-232C, por exemplo, é formado por apenas um dígito de paridade obtido através da soma *módulo-2* dos $k = n - 1$ dígitos de informação.

Os **Códigos de Hamming** são uma classe de códigos para correção de erros simples descobertos por R. W. Hamming em 1950. Foram utilizados em sistemas de telefonia de longa distância. Sua distância mínima é 3 e, portanto, a capacidade de correção é de 1 erro. Esta família de códigos é obtida a partir de inteiros $c \geq 2$, com os seguintes parâmetros:

- Comprimento da Palavra-Código $n = 2^c - 1$
- Dígitos de Informação $k = 2^c - c - 1$
- Número de Dígitos de Paridade $c = n - k$

A matriz de verificação de paridade de um código de *Hamming* $C(n, k)$ pode ser construída colocando-se todas as ênuplas de c elementos nas colunas de uma matriz $c \times n$. Para o código de *Hamming* $C(7, 4)$, por exemplo, a matriz de verificação de paridade é:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

2.4 CÓDIGOS CÍCLICOS

Os códigos cíclicos, também conhecidos como códigos polinomiais, são uma subclasse dos códigos de bloco lineares e destacam-se principalmente pela facilidade de codificação e cálculo da síndrome, através do uso de registradores de deslocamento realimentados, além de sua considerável estrutura algébrica inerente [5, 9, 10].

Um código de bloco linear $\mathbf{C}(n, k)$ é chamado **Código Cíclico** se apresentar a seguinte propriedade: se $\mathbf{v} = (v_0, v_1, v_2, \dots, v_{n-1})$ é um vetor código (palavra-código) de \mathbf{C} , então $\mathbf{v}^{(1)} = (v_{n-1}, v_0, v_1, \dots, v_{n-2})$, obtido através de um deslocamento cíclico de \mathbf{v} em uma posição para a direita, é também um vetor código de \mathbf{C} .

Portanto $\mathbf{v}^{(i)} = (v_{n-i}, v_{n-i+1}, \dots, v_{n-1}, v_0, v_1, \dots, v_{n-i-1})$, obtido por um deslocamento cíclico de \mathbf{v} em i posições para a direita, também é um vetor código de \mathbf{C} . Considerando-se o vetor $(1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1)$ como uma palavra-código de um código cíclico, o deslocamento dos dígitos em 2 posições para a direita, por exemplo, gera um outro vetor, $(0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1)$, que também pertence ao mesmo código cíclico.

Os componentes de um vetor código podem ser considerados como coeficientes de um polinômio, da forma descrita abaixo:

$$\mathbf{v} = (v_0, v_1, v_2, \dots, v_{n-1}) \Leftrightarrow \mathbf{v}(\mathbf{X}) = (v_0 + v_1X + v_2X^2 + \dots + v_{n-1}X^{n-1}) \quad (2.23)$$

O polinômio $\mathbf{v}(\mathbf{X})$ é denominado, então, **Polinômio Código** de \mathbf{v} . O polinômio código correspondente ao vetor código $\mathbf{v}^{(i)}$ é:

$$\mathbf{v}^{(i)}(\mathbf{X}) = v_{n-i} + v_{n-i+1}X + \dots + v_{n-1}X^{i-1} + v_0X^i + v_1X^{i+1} + \dots + v_{n-i-1}X^{n-1} \quad (2.24)$$

Pode-se mostrar que $\mathbf{v}^{(i)}(\mathbf{X})$ é o resto da divisão de $X^i\mathbf{v}(\mathbf{X})$ por $X^n - 1$, isto é:

$$X^i\mathbf{v}(X) = \mathbf{q}(X)(X^n - 1) + \mathbf{v}^{(i)}(X) \quad (2.25)$$

De outra forma, pode-se afirmar que $\mathbf{v}^{(i)}(\mathbf{X})$ é igual a $X^i \mathbf{v}(\mathbf{X})$ módulo $-X^n - 1$. Deve-se observar que os coeficientes polinomiais pertencem a um corpo de *Galois* do tipo $GF(2^m)$. Portanto $X^n - 1 = X^n + 1$, dado que $-1 = +1$ na álgebra módulo-2.

Em um código cíclico $\mathbf{C}(7,4)$, por exemplo, com um vetor código $\mathbf{v} = (0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0) \in \mathbf{C}$, representado pelo polinômio $v(X) = X^2 + X^3 + X^5$, um deslocamento cíclico de 2 posições é obtido por $X^2 \mathbf{v}(\mathbf{X})$ módulo $-X^7 + 1$:

$$\begin{array}{r} \cancel{X^7} + X^5 + X^4 \quad \left| \begin{array}{r} X^7 + 1 \\ 1 \end{array} \right. \\ \cancel{X^7} + 1 \\ \hline X^5 + X^4 + 1 \end{array} \quad (2.26)$$

Assim, $\mathbf{v}^{(2)}(\mathbf{X}) = 1 + X^4 + X^5$ e corresponde ao vetor $(1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0)$.

Analogamente, um deslocamento de 10 posições é obtido por $X^{10} \mathbf{v}(\mathbf{X})$ módulo $-X^7 + 1$:

$$\begin{array}{r} X^{15} + X^{13} + X^{12} \quad \left| \begin{array}{r} X^7 + 1 \\ X^7 + X^5 \end{array} \right. \\ X^{14} + X^7 \\ \hline X + X^6 + \cancel{X^{12}} \\ \cancel{X^{12}} + X^5 \\ \hline X + X^5 + X^6 \end{array} \quad (2.27)$$

Portanto, $\mathbf{v}^{(10)}(\mathbf{X}) = X + X^5 + X^6$ e corresponde ao vetor $(0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1)$.

2.4.1 POLINÔMIO GERADOR

Em um código cíclico (n,k) existe um e somente um polinômio código $\mathbf{g}(\mathbf{X})$ de grau $n-k$, tal que:

$$\mathbf{g}(\mathbf{X}) = 1 + g_1 X + g_2 X^2 + \dots + g_{n-k-1} X^{n-k-1} + X^{n-k} \quad (2.28)$$

Todo polinômio código $\mathbf{v(X)}$ é múltiplo de $\mathbf{g(X)}$ (*módulo* - $X^n + 1$) e todo polinômio de grau menor ou igual a $n-1$ que for múltiplo de $\mathbf{g(X)}$ deverá ser também um polinômio código [5]. Este polinômio $\mathbf{g(X)}$ é denominado **Polinômio Gerador** do código cíclico e corresponde ao polinômio de menor grau entre todos os que compõem o código. O grau $n-k$ de $\mathbf{g(X)}$ é igual ao número de dígitos de paridade do código.

Os k dígitos de informação também podem ser representados por um polinômio. Então, para codificar-se a mensagem $\mathbf{m(X)}$ e obter-se o vetor código $\mathbf{v(X)}$, basta que o polinômio mensagem seja multiplicado pelo polinômio gerador do código, $\mathbf{g(X)}$. Assim, todo polinômio código $\mathbf{v(X)}$ em um código cíclico (n,k) pode ser expresso por:

$$\mathbf{v(X)} = \mathbf{m(X)g(X)} = (m_0 + m_1X + m_2X^2 + \dots + m_{k-1}X^{k-1})\mathbf{g(X)} \quad (2.29)$$

Como exemplo pode-se considerar novamente o código cíclico $\mathbf{C(7,4)}$, com o polinômio gerador $\mathbf{g(X)} = 1 + X + X^3$. Neste caso, uma mensagem representada pelo vetor $(1\ 0\ 1\ 1)$ é codificada da seguinte forma:

- ✓ O polinômio mensagem, correspondente ao vetor $(0\ 0\ 1\ 1)$, é $\mathbf{m(X)} = X^2 + X^3$.
- ✓ O polinômio código é dado por $\mathbf{v(X)} = \mathbf{m(X)g(X)} = (X^2 + X^3) \cdot (1 + X + X^3)$.

Durante a multiplicação dos polinômios, deve-se atentar para o fato de que seus coeficientes pertencem a um corpo de *Galois* do tipo $GF(2^m)$. Portanto, as operações devem ser do tipo *módulo-2*.

$$\begin{aligned} \mathbf{v(X)} &= X^2 + \cancel{X^3} + X^5 + \cancel{X^3} + X^4 + X^6 = X^2 + X^4 + X^5 + X^6 \\ &= (0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1) \end{aligned} \quad (2.30)$$

Observando-se a palavra-código gerada, verifica-se que o código não é sistemático, visto que os dígitos de informação $(1\ 0\ 1\ 1)$ não aparecem “isolados” na extremidade do vetor $(0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1)$.

2.4.2 POLINÔMIO DE VERIFICAÇÃO DE PARIDADE

O polinômio gerador $\mathbf{g(X)}$ de um código cíclico (n,k) é um fator de $X^n - 1$ (ou de $X^n + 1$, em $GF(2^m)$) [5]:

$$X^n + 1 = \mathbf{g(X)h(X)} \quad (2.31)$$

A equação (2.31) também pode ser escrita como:

$$\mathbf{h(X)g(X)} \text{ módulo } - X^n + 1 = 0 \quad (2.32)$$

O polinômio $\mathbf{h(X)}$, de grau k , é denominado **Polinômio de Verificação de Paridade** do código cíclico **C** gerado por $\mathbf{g(X)}$. De acordo com a equação (2.31), tanto $\mathbf{g(X)}$ quanto $\mathbf{h(X)}$ são fatores de $X^n + 1$. Portanto, $\mathbf{h(X)}$ também gera um código cíclico, que é denominado **Código Dual** de **C**.

2.4.3 REPRESENTAÇÃO MATRICIAL

Um código cíclico (n,k) também pode ser representado por uma **Matriz Geradora**:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{g(X)} \\ X\mathbf{g(X)} \\ X^2\mathbf{g(X)} \\ \vdots \\ X^{k-1}\mathbf{g(X)} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Pode-se observar que a matriz geradora **G** é formada pelos deslocamentos cíclicos do polinômio gerador do código. O código cíclico **C** (7,4) com o polinômio gerador $\mathbf{g(X)} = 1 + X + X^3$, por exemplo, pode ser representado pela seguinte matriz geradora:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Analogamente, a **Matriz de Verificação de Paridade** é obtida por:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_r(\mathbf{X}) \\ X\mathbf{h}_r(\mathbf{X}) \\ X^2\mathbf{h}_r(\mathbf{X}) \\ \vdots \\ X^{n-k-1}\mathbf{h}_r(\mathbf{X}) \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

onde $\mathbf{h}_r(\mathbf{X}) = X^k\mathbf{h}(\mathbf{X}^{-1})$ e é denominado polinômio recíproco de $\mathbf{h}(\mathbf{X})$.

Assim, para se obter a matriz de verificação de paridade do código cíclico **C** (7,4), com o polinômio gerador $\mathbf{g}(\mathbf{X}) = 1 + X + X^3$, $\mathbf{h}_r(\mathbf{X})$ deve ser primeiramente calculado a partir de $\mathbf{h}(\mathbf{X})$:

$$\mathbf{h}(\mathbf{X}) = \frac{X^7+1}{\mathbf{g}(\mathbf{X})} = \frac{X^7+1}{1+X+X^3} = 1+X+X^2+X^4 \quad (2.36)$$

$$\mathbf{h}_r(\mathbf{X}) = X^4\mathbf{h}(\mathbf{X}^{-1}) = X^4(1+X^{-1}+X^{-2}+X^{-4}) = 1+X^2+X^3+X^4 \quad (2.37)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Novamente, $\mathbf{GH}^T = 0$ e o espaço linha da matriz **G** é o espaço nulo de **H** ou vice-versa.

Finalmente, através de operações lineares entre as linhas das matrizes **G** e **H** pode-se tornar o código sistemático.

$$\mathbf{G}^* = \left[\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad \mathbf{H}^* = \left[\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (2.39)$$

Assim, as novas matrizes \mathbf{G}^* e \mathbf{H}^* são equivalentes às matrizes \mathbf{G} e \mathbf{H} , respectivamente, pois foram obtidas a partir de combinações lineares das suas linhas, o que não altera o espaço linha das matrizes.

O vetor $\mathbf{v}(\mathbf{X}) = \mathbf{m}(\mathbf{X})\mathbf{G}^*$ é formado agora pelos k dígitos de mensagem seguidos pelos $n-k$ dígitos de redundância e, portanto, pertence a um código cíclico sistemático.

2.4.4 DECODIFICAÇÃO POR SÍNDROME

Conforme apresentado na Seção 2.3.5, no caso de códigos de bloco lineares sistemáticos, a síndrome equivale à soma dos dígitos de paridade recebidos com os dígitos de paridade recalculados a partir dos dígitos de informação recebidos. Analogamente, para códigos cíclicos sistemáticos o **Polinômio Síndrome** é obtido através da soma *módulo-2* do **Polinômio de Paridade recebido** com um polinômio de paridade recalculado a partir dos dígitos de informação do **Polinômio Código** recebido [8]. Pode-se demonstrar que o polinômio síndrome é igual ao resto da divisão do vetor recebido $\mathbf{r}(\mathbf{x})$ pelo polinômio gerador $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ [5], isto é:

$$\mathbf{r}(\mathbf{X}) = \mathbf{p}(\mathbf{X})\mathbf{g}(\mathbf{X}) + \mathbf{s}(\mathbf{X}) \quad (2.40)$$

O polinômio síndrome $\mathbf{s}(\mathbf{X})$ tem grau $n-k-1$ ou menor.

Se $\mathbf{s}(\mathbf{X})$ é nulo, $\mathbf{r}(\mathbf{x})$ é divisível por $\mathbf{g}(\mathbf{x})$, o que significa que o vetor recebido é uma palavra-código válida. Caso contrário, o vetor recebido será formado pela soma do vetor transmitido com um vetor de erros:

$$\mathbf{r}(\mathbf{X}) = \mathbf{v}(\mathbf{X}) + \mathbf{e}(\mathbf{X}) \quad (2.41)$$

Dado que $\mathbf{v}(\mathbf{X})$ é um polinômio código, ele é múltiplo do polinômio gerador:

$$\mathbf{v}(\mathbf{X}) = \mathbf{m}(\mathbf{X})\mathbf{g}(\mathbf{X}) \quad (2.42)$$

Combinado-se as equações (2.40), (2.41) e (2.42):

$$\mathbf{e}(\mathbf{X}) = [\mathbf{p}(\mathbf{X}) + \mathbf{m}(\mathbf{X})]\mathbf{g}(\mathbf{X}) + \mathbf{s}(\mathbf{X}) \quad (2.43)$$

Ou seja, o polinômio síndrome de $\mathbf{r}(\mathbf{x})$ é igual ao resto da divisão do vetor de erros pelo polinômio gerador $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ do código. Portanto, a síndrome contém informação a respeito do vetor de erros. O decodificador pode obter $\mathbf{s}(\mathbf{X})$ a partir do vetor recebido e em seguida estimar $\mathbf{e}(\mathbf{X})$ a partir do polinômio síndrome calculado, conforme equações (2.40) e (2.43).

2.4.5 EXEMPLOS DE CÓDIGOS CÍCLICOS

Entre as inúmeras classes de códigos corretores de erros aleatórios múltiplos, uma classe descoberta por *Hocquenghem* em 1959 e, de forma independente, por *Bose* e *Chaudhuri* em 1960 é uma das mais extensas e poderosas [5].

O **Código *Bose-Chaudhuri-Hocquenghem*** (BCH) é um código cíclico primeiramente definido apenas como um código binário e posteriormente generalizado para o caso não binário. Para quaisquer inteiros positivos m e t ($t < 2^{m-1}$) existe um código BCH com os seguintes parâmetros:

- ✓ Comprimento da Palavra-Código $n = 2^m - 1$
- ✓ Número de Dígitos de Paridade $n - k \leq mt$
- ✓ Distância Mínima $d \geq 2t + 1$

Sua capacidade de correção é de t ou menos erros em um bloco de $n = 2^m - 1$ dígitos.

Diversos algoritmos foram desenvolvidos para a decodificação dos códigos BCH, devido à sua estrutura algébrica inerente. Estes algoritmos implementam, basicamente, as seguintes etapas [8]:

1. Cálculo dos componentes da síndrome, a partir do polinômio recebido $\mathbf{r(x)}$;
2. Cálculo dos coeficientes do **Polinômio de Localização de Erros** $\Lambda(\mathbf{X})$, a partir dos componentes da síndrome;
3. Cálculo das raízes de $\Lambda(\mathbf{X})$;
4. Determinação do polinômio de erros $\mathbf{e(X)}$, identificado pelas raízes de $\Lambda(\mathbf{X})$;
5. Adição do polinômio de erros $\mathbf{e(X)}$ ao polinômio recebido $\mathbf{r(x)}$.

Os **Códigos Reed-Solomon** (RS), descobertos por *Reed* e *Solomon* em 1960, formam uma subclasse dos códigos BCH que operam de forma não binária. Apresentam maior desempenho na correção de erros e maior facilidade de implementação prática, quando comparados aos códigos BCH, pois têm a maior distância mínima de Hamming para valores fixos de k e n . Seus parâmetros são:

- ✓ Comprimento da Palavra-Código $n = q - 1 = 2^m - 1$
- ✓ Número de Dígitos de Paridade $n - k = 2t$
- ✓ Distância Mínima $d = 2t + 1$

Os códigos RS também são eficazes na correção de erros agrupados, podendo corrigir rajadas (*bursts*) de até $m \cdot t$ bits.

No processo de decodificação do código RS, além das etapas apresentadas anteriormente o algoritmo realiza ainda o cálculo de um **Polinômio Avaliador de Erros**, $\Omega(\mathbf{X})$.

Devido à sua importância em sistemas de comunicações ópticas, os códigos *Reed-Solomon* serão apresentados com maior profundidade nos próximos capítulos.

2.5 CÓDIGOS CONVOLUCIONAIS

Em um **Código Convolutacional**, também denominado **Código Recorrente**, os dígitos da palavra-código gerada em um dado instante dependem não apenas dos dígitos da mensagem naquele mesmo instante, mas também dos blocos de mensagem anteriores [5, 9]. Como há memória envolvida no processo de codificação, sua implementação deve ser realizada através de lógica seqüencial. A convolução de duas seqüências de dígitos binários, (1 1 0 1) e (1 0 0 1 1) por exemplo, é obtida da seguinte forma:

1. Inverte-se uma das seqüências: (1 1 0 1) \Rightarrow (1 0 1 1).
2. Alinha-se esta seqüência invertida sob a outra, da seguinte maneira:

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
 1 & 0 & 1 & 1 & & & & & \\
 & & & & & & & &
 \end{array}$$

3. Multiplicam-se os dígitos alinhados e considera-se a soma dos produtos obtidos como sendo o primeiro elemento da convolução entre as seqüências.
4. Desloca-se a seqüência inferior em uma posição (para a direita, neste caso).
5. Repetem-se os passos 3 e 4, até que a seqüência inferior tenha “deslizado” completamente sob a outra.

Um codificador convolutacional pode ser implementado considerando-se os dígitos ‘1’ da “seqüência fixa” como sendo as derivações de um registrador de deslocamento, enquanto a “seqüência deslizante” corresponde aos dígitos de informação entrando no codificador em um dado instante. Assim, o código convolutacional realiza a convolução entre uma **Seqüência Geradora**, que depende da implementação da lógica seqüencial recursiva, e uma seqüência de dígitos de informação. Em um código convolutacional $C(n, k, m)$, os n dígitos codificados dependem dos k dígitos de informação entrando no codificador naquele instante e também dos dígitos de informação anteriores, armazenados em uma memória de ordem m . Seguindo-se este algoritmo, a convolução entre as duas seqüências, representada por (1 1 0 1) * (1 0 0 1 1), é:

1	0	1	<table><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	1	0	0	1	1	1					
1	0	0	1	1										
1														
			<table><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	1					<table><tr><td>1</td></tr></table>	1				
1														
1														
1	0	<table><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	1	0	0	1	1	1	1					
1	0	0	1	1										
1	1													
		<table><tr><td>1</td><td>0</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	1	0				<table><tr><td>1</td></tr></table>	1					
1	0													
1														
1	<table><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td></td><td></td></tr></table>	1	0	0	1	1	0	1	1					
1	0	0	1	1										
0	1	1												
	<table><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td></td><td></td></tr></table>	0	0	0			<table><tr><td>0</td></tr></table>	0						
0	0	0												
0														
	<table><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td></td></tr></table>	1	0	0	1	1	1	0	1	1				
1	0	0	1	1										
1	0	1	1											
	<table><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td></td></tr></table>	1	0	0	1		<table><tr><td>0</td></tr></table>	0						
1	0	0	1											
0														
	<table><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td></td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	1	0	0	1	1		1	0	1	1			
1	0	0	1	1										
	1	0	1	1										
	<table><tr><td></td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>		0	0	1	1	<table><tr><td>0</td></tr></table>	0						
	0	0	1	1										
0														
	<table><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	1	0	0	1	1			1	0	1	1		
1	0	0	1	1										
		1	0	1										
	<table><tr><td></td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>			0	0	1	<table><tr><td>1</td></tr></table>	1						
		0	0	1										
1														
	<table><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	1	0	0	1	1				1	0	1 1		
1	0	0	1	1										
			1	0										
	<table><tr><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>0</td></tr></table>				1	0	<table><tr><td>1</td></tr></table>	1						
			1	0										
1														
	<table><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr></table>	1	0	0	1	1					1	0 1 1		
1	0	0	1	1										
				1										
	<table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr></table>					1	<table><tr><td>1</td></tr></table>	1						
				1										
1														

Portanto, $(1\ 1\ 0\ 1) * (1\ 0\ 0\ 1\ 1) = (1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1)$.

2.6 CÓDIGOS PRODUTO, CÓDIGOS CONCATENADOS E CÓDIGOS TURBO

Diversas técnicas de combinação de dois ou mais códigos têm sido desenvolvidas para aumentar o desempenho da correção de erros distribuídos de forma aleatória e também em rajadas [5]. Os **Códigos Produto**, por exemplo, são obtidos a partir de arranjos bidimensionais (ou mesmo multidimensionais) de códigos independentes.

Considerando-se dois códigos de bloco lineares e sistemáticos $\mathbf{C}_1(n_1, k_1, d_1)$ e $\mathbf{C}_2(n_2, k_2, d_2)$, com seus respectivos parâmetros n (comprimento da palavra-código), k (comprimento do bloco de informação) e d (distância mínima), o código de bloco produto $P = C_1 \cdot C_2$ de duas dimensões pode ser obtido da seguinte maneira [11]:

- ✓ Dispõe-se os dígitos de informação em uma matriz com k_1 linhas e k_2 colunas;
- ✓ Codifica-se as linhas k_1 utilizando-se o código \mathbf{C}_2 ;
- ✓ Codifica-se as colunas n_2 utilizando-se o código \mathbf{C}_1 .

Todas as linhas desta matriz são palavras-código de \mathbf{C}_2 e todas as colunas são palavras-código de \mathbf{C}_1 . Os parâmetros do código $\mathbf{P}(n, k, d)$ são $n = n_1 \cdot n_2$, $k = k_1 \cdot k_2$ e $d = d_1 \cdot d_2$. Sua taxa, portanto, equivale ao produto das taxas dos códigos constituintes \mathbf{C}_1 e \mathbf{C}_2 .

Esta implementação permite a construção de códigos de bloco bastante longos (com maior desempenho) e maior taxa (menor redundância), a partir de códigos curtos. A Figura 2.7 ilustra a matriz com os dígitos de informação e paridade do código produto $\mathbf{P}(n, k, d)$.

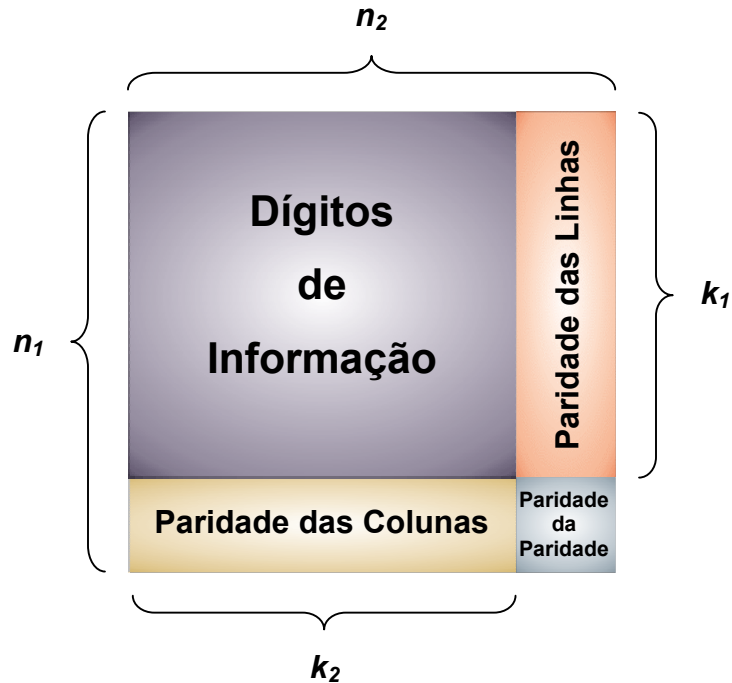


Figura 2.7 - Estrutura de um código produto de duas dimensões.

Os **Códigos Concatenados** são implementados através da ligação em série (concatenação) de dois códigos independentes - um externo (N,K) e um interno (n,k) . O código externo é o que fica próximo da fonte e o interno, do canal, conforme ilustrado a seguir.



Figura 2.8 - Estrutura de um código concatenado.

O código externo é do tipo não binário, com cada símbolo constituído por 8 bits (1 byte). Códigos *Reed-Solomon* são normalmente utilizados nos codificadores externos. O código interno, por sua vez, é do tipo binário [10].

Os **Códigos de Bloco Turbo** são obtidos através de um processo de entrelaçamento de blocos, realizado entre os dois códigos constituintes de um código concatenado [12], conforme ilustrado a seguir.



Figura 2.9 - Estrutura de um código de bloco turbo, formado a partir de um código concatenado.

Os **Códigos Turbo**, da maneira como foram originalmente propostos em 1993 [13], são formados por códigos convolucionais concatenados de forma paralela e, portanto, são também conhecidos como **Códigos Turbo Convolucionais**.

Capítulo - 3

COMUNICAÇÕES ÓPTICAS E CÓDIGOS CORRETORES DE ERRO

O capítulo anterior apresentou os conceitos teóricos fundamentais das técnicas de codificação de canal. Este capítulo apresenta os sistemas de comunicações ópticas e os fatores que limitam seu desempenho, juntamente com as técnicas de implementação de FEC (códigos corretores de erro) utilizadas para compensar as penalidades e tornar a comunicação mais robusta, frente às diversas formas de ruído ou distorções que ocorrem durante a propagação.

3.1 SISTEMAS DE COMUNICAÇÕES ÓPTICAS

3.1.1 HISTÓRICO

A implantação e o crescimento mundial das redes de telefonia durante o último século propiciaram o surgimento e o avanço da tecnologia de projeto de sistemas elétricos de comunicação. O primeiro deles a utilizar cabos coaxiais entrou em operação em 1940, com uma largura de banda de 3 MHz, comportando 300 canais de voz ou apenas um canal de TV [14]. Posteriormente foram desenvolvidos os sistemas de comunicação por microondas, que utilizavam uma onda portadora eletromagnética com frequências da ordem de 1 a 10 GHz e transportavam os sinais através do uso de esquemas de modulação adequados.

Ambos sistemas, o coaxial e o de microondas, continuaram a evoluir. Porém, uma das desvantagens dos sistemas coaxiais de alta velocidade era a necessidade de um grande número de estações repetidoras, separadas umas das outras por distâncias de apenas 1 km. Os sistemas de microondas permitiam um espaçamento maior entre repetidores, embora sua capacidade de transmissão também fosse limitada pela frequência da portadora utilizada.

Um fator de mérito comumente utilizado para sistemas de comunicação é o produto taxa-distância, BL , onde B é a taxa de transmissão e L , a distância entre o transmissor e o receptor (ou entre as estações repetidoras). A partir da segunda metade do século 20, foi observado que o uso de ondas eletromagnéticas de altíssima frequência (como a luz) para a transmissão de sinais modulados permitiria um aumento de várias ordens de grandeza no produto BL . Porém, na década de 50 não havia nem uma fonte de luz coerente e nem um meio de transmissão adequado. Dez anos mais tarde o primeiro problema estaria solucionado, a partir da invenção do laser. Novos esforços originados a partir da idéia do confinamento da luz levaram ao surgimento da fibra óptica. Desde então, os sistemas ópticos de comunicação evoluíram através de diversas gerações. O primeiro deles se tornou disponível comercialmente em 1980, operando a 45 Mbit/s com repetidores a cada 10 km.

Apesar de recente, com pouco mais de 20 anos, a tecnologia dos sistemas de comunicações ópticas progrediu rapidamente e já alcançou um alto grau de maturidade, com sistemas de transmissão operando em taxas de 10 Gbit/s e atingindo distâncias transoceânicas.

3.1.2 SISTEMA BÁSICO DE COMUNICAÇÕES ÓPTICAS

Um sistema de comunicações ópticas é composto, basicamente, por um transmissor óptico, um canal ou meio de transmissão (fibra óptica ou ar) e um receptor óptico, conforme ilustrado na Figura 3.1.



Figura 3.1 - Sistema básico de comunicações ópticas.

O **Transmissor Óptico** altera alguma propriedade da luz, de acordo com a informação a ser transmitida. Em sistemas digitais, uma sequência de bits representada por um sinal elétrico é utilizada para modular a intensidade da luz emitida por um diodo laser, por exemplo. A modulação de intensidade pode ser do tipo direta, quando realizada através da

variação da corrente elétrica no diodo laser, ou indireta, através do uso de um modulador externo que altera a intensidade da luz emitida por uma fonte contínua. Em um transmissor óptico típico, um diodo laser semiconductor é utilizado com modulação direta e potência de saída em torno de 1 mW ou 0 dBm. A frequência da portadora óptica transmitida é da ordem de 200 THz. Assim, comparados aos sistemas de microondas, com frequências da ordem de 1 a 10 GHz, os sistemas ópticos apresentam uma capacidade de transmissão 10.000 vezes maior.

Diversas “janelas” de transmissão surgiram ao longo do desenvolvimento da tecnologia das comunicações ópticas, a partir da evolução das fontes de luz, buscando minimizar a atenuação no meio de propagação. Fontes luminosas operando na primeira janela transmitiam em torno de 850 nm. Na segunda janela, os sistemas operavam em torno 1300 nm. A terceira janela utiliza comprimentos de onda da ordem de 1550 nm. As duas primeiras janelas ainda são utilizadas em redes locais de curto e médio alcance, enquanto a terceira é utilizada pelos atuais sistemas de transmissão de alta capacidade e longo alcance [15].

Os sinais ópticos são transmitidos através de “guias ópticos” formados por estruturas de vidro de altíssima pureza - as **Fibras Ópticas**. A estrutura construtiva básica de uma fibra óptica é composta por uma casca e um núcleo, ambos responsáveis pelo confinamento da luz devido aos diferentes índices de refração dos materiais que os compõem [16].

A fibras **Multimodo**, com diâmetro total de 125 μm e um núcleo de 65 μm , foram as primeiras a ser utilizadas em sistemas de comunicação e ainda são empregadas em redes locais e enlaces de curto alcance. Diversos modos de propagação são permitidos nesta fibra e uma análise simplificada desta propagação pode ser baseada na teoria da óptica geométrica.

As fibras **Monomodo** possuem o núcleo com diâmetro de 9 μm e permitem apenas o modo axial de propagação. Sua análise é baseada na teoria eletromagnética e nos princípios de guiamento de onda. Entre as fibras monomodo mais utilizadas nos atuais sistemas de telecomunicações de alta capacidade e longo alcance, pode-se destacar:

- Fibra Monomodo Padrão (*Standard Single Mode Fiber* - SSMF) - é a mais utilizada em sistemas de comunicações ópticas;
- Fibra de Dispersão Deslocada (*Dispersion Shifted Fiber* - DSF) - apresenta o comprimento de onda de dispersão nula (fenômeno descrito na Seção 3.4.2) deslocado para a terceira janela de transmissão, em torno de 1550 nm;
- Fibra de Dispersão Não Nula (*Non Zero Dispersion Fiber* - NZDF) - apresenta uma dispersão residual (não nula) na terceira janela de transmissão;
- Fibra Compensadora de Dispersão (*Dispersion Compensation Fiber* - DCF) - apresenta coeficiente de dispersão negativo e não é utilizada para transmissão.

O **Receptor Óptico** converte os sinais ópticos transmitidos pela fibra em sinais elétricos, através do uso de um fotodetector formado por diodo semicondutor. Geralmente, os sinais recebidos são pulsos de luz que representam os bits '0' e '1' da sequência de dados transmitida. Cada pulso óptico é diretamente convertido em corrente elétrica e um circuito de decisão determina, através da comparação com um limiar, se o pulso corresponde ao bit '0' ou '1'. A precisão deste circuito de decisão está diretamente ligada à relação sinal-ruído (*Signal-to-Noise Ratio* - SNR) do sinal elétrico gerado pelo fotodetector. Caso esta relação não seja suficientemente alta, para uma dada potência recebida, haverá decisões incorretas e a sequência de bits recuperada não corresponderá à originalmente transmitida.

3.1.3 PARÂMETROS DE DESEMPENHO

Uma forma de se avaliar o desempenho de um sistema de comunicações ópticas, constituído pelo transmissor, pelo canal (fibra óptica) e pelo receptor, é através da medição da taxa de erro do sistema, ou taxa de erro de bit (*Bit Error Rate* - BER). Esta taxa pode ser definida como o número de erros por segundo (neste caso dependente da taxa de transmissão) ou como a probabilidade média de ocorrência de erros no circuito de decisão do receptor. Neste último caso, uma taxa de 10^{-6} corresponde, em média, a 1 erro em 1 milhão de bits recebidos. A medição é realizada através do uso de um equipamento que

gera uma sequência digital pseudo-aleatória que é transmitida e em seguida comparada com a sequência recebida. O receptor óptico pode, então, ser caracterizado pela mínima potência óptica necessária para assegurar a recuperação do sinal digital transmitido com uma dada taxa de erro. Esta potência mínima é denominada **Sensibilidade** do receptor. Valores como 10^{-11} ou até mesmo 10^{-15} são considerados os padrões de taxa de erro para determinação da sensibilidade e avaliação de desempenho dos atuais sistemas de comunicações ópticas.

Outra forma muito empregada de se avaliar a qualidade de sinais digitais, incluindo os sinais ópticos, é a análise do **Diagrama de Olho**. Trata-se de um padrão observado na tela de um osciloscópio, cujo formato se assemelha ao do olho humano, correspondente à superposição de todas as sequências possíveis de bits '0' e '1'. Quando um sinal digital aleatório (ou uma sequência pseudo-aleatória) é aplicado à entrada de um osciloscópio, os traços correspondentes aos bits '0' e '1' são exibidos ao mesmo tempo, devido à persistência da tela. Esta persistência é natural no caso de osciloscópios analógicos com tela de fósforo, mas pode ser artificial, criada eletronicamente nos instrumentos digitais. A Figura 3.2 apresenta uma sequência de bits e o respectivo diagrama de olho, como observado em um osciloscópio.

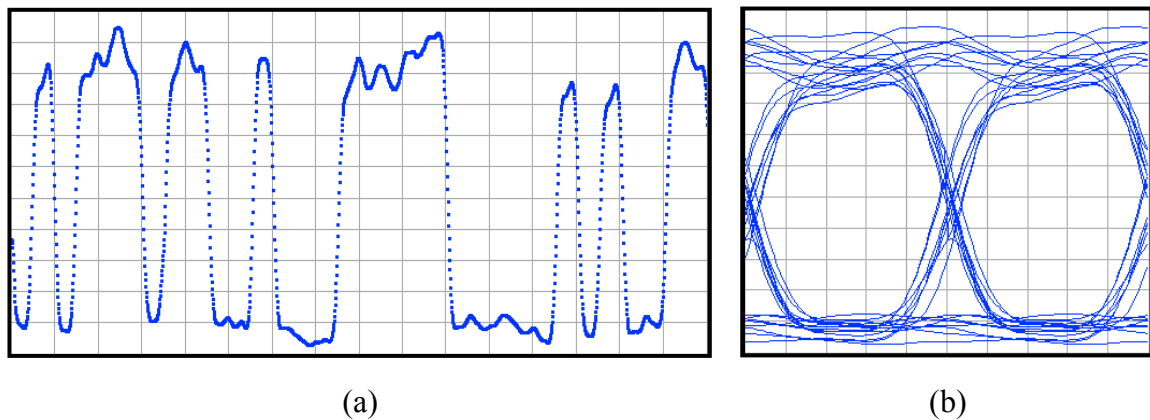


Figura 3.2 - (a) Sequência de bits e (b) respectivo diagrama de olho.

A simples observação do diagrama de olho já revela aspectos importantes do sinal. A espessura das linhas, por exemplo, indica a quantidade de ruído presente. Desvios no tempo de chegada dos pulsos, um parâmetro conhecido como *Jitter*, são evidenciados por linhas verticalmente espessas.

A Figura 3.3 ilustra os principais parâmetros considerados no diagrama de olho [17].

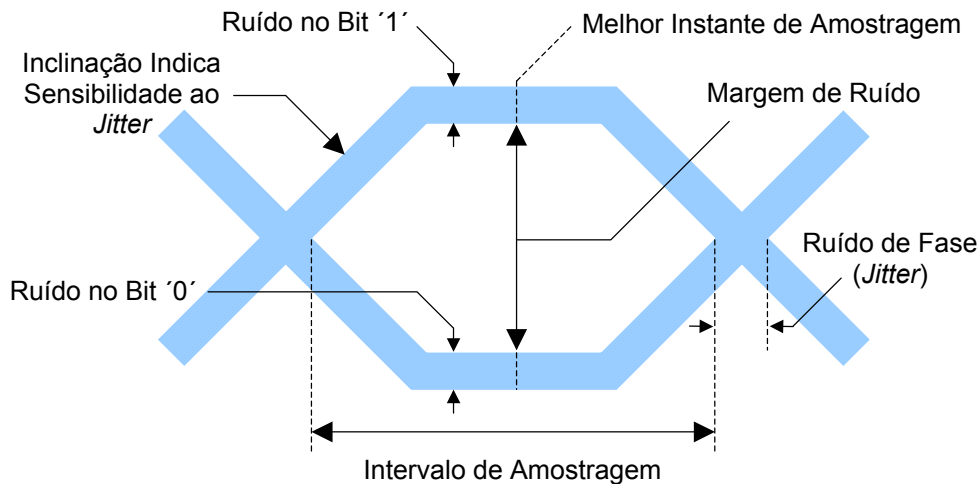


Figura 3.3 - Principais parâmetros do diagrama de olho.

Um parâmetro denominado **Penalidade** representa o acréscimo de potência necessário no receptor para compensar a degradação da qualidade de um sinal recebido. Diversos fatores podem originar penalidades em um sistema de comunicações ópticas, como os efeitos de propagação na fibra, que serão vistos adiante, ou mesmo a simples presença de ruído elétrico no receptor.

3.2 AMPLIFICADORES ÓPTICOS

Nos primeiros sistemas instalados para viabilizar comunicações ópticas a longas distâncias, diversos regeneradores eletrônicos eram utilizados ao longo do enlace para compensar perdas e distorções durante a propagação dos sinais ópticos pela fibra, como resultado de fenômenos que serão descritos na Seção 3.4. Em cada regenerador os sinais ópticos eram convertidos em sinais elétricos, amplificados, novamente convertidos em sinais ópticos e retransmitidos. A taxa de transmissão e o formato de modulação deveriam ser compatíveis com o regenerador utilizado.

O **Amplificador Óptico**, ao contrário dos regeneradores eletrônicos, opera de forma independente da taxa de transmissão e do formato de modulação utilizado. Além disso, permite a amplificação de diversos comprimentos de onda simultaneamente, o que intensificou o desenvolvimento dos sistemas de transmissão óptica multicanais, conforme descrito na próxima seção.

O amplificador óptico à fibra dopada com érbio (*Erbium Doped Fiber Amplifier* - EDFA) é o mais utilizado em sistemas de comunicação. Ele tem como componente ativo um segmento de fibra óptica dopada com o elemento químico érbio, membro da família das terras raras [18]. O sinal óptico a ser amplificado, juntamente com um feixe contínuo de energia proveniente de um “laser de bombeio”, são injetados no segmento de fibra dopada por meio de um acoplador óptico apropriado. Para um bombeio em 980 nm, a amplificação óptica ocorre conforme o mecanismo descrito a seguir.

Os fótons provenientes do laser de bombeio, ao atravessarem a fibra dopada, transferem energia para os íons érbio, excitando-os e levando-os a um estado energético mais alto (estado excitado), porém instável. Nestes íons de alta energia, os elétrons decaem rapidamente e passam para um estado de estabilidade intermediária (estado metaestável), sem emissão de luz. Então, a partir deste estado intermediário eles poderão:

- ✓ Ser excitados novamente por outros fótons de bombeio e subir para níveis de energia ainda maiores, de onde podem decair com ou sem emissão de luz;
- ✓ Transferir sua energia para um outro íon de mesmo nível energético e decair para o estado estável;
- ✓ Decair espontaneamente para o estado estável, com a conseqüente emissão de um fóton por íon, os quais podem ou não se propagar na mesma direção dos fótons do sinal óptico que também se propaga pela fibra. Devido ao fato de estes fótons serem amplificados durante seu trajeto, o fenômeno descrito é chamado de emissão espontânea amplificada (*Amplified Spontaneous Emission* - ASE) e caracteriza-se em uma forma de ruído;

- ✓ Ser estimulados por um fóton do sinal óptico de forma que, ao decaírem ao estado estável, emitam fótons similares aos que os estimularam. Neste último caso ocorre a amplificação óptica do sinal.

A Figura 3.4 ilustra o processo.

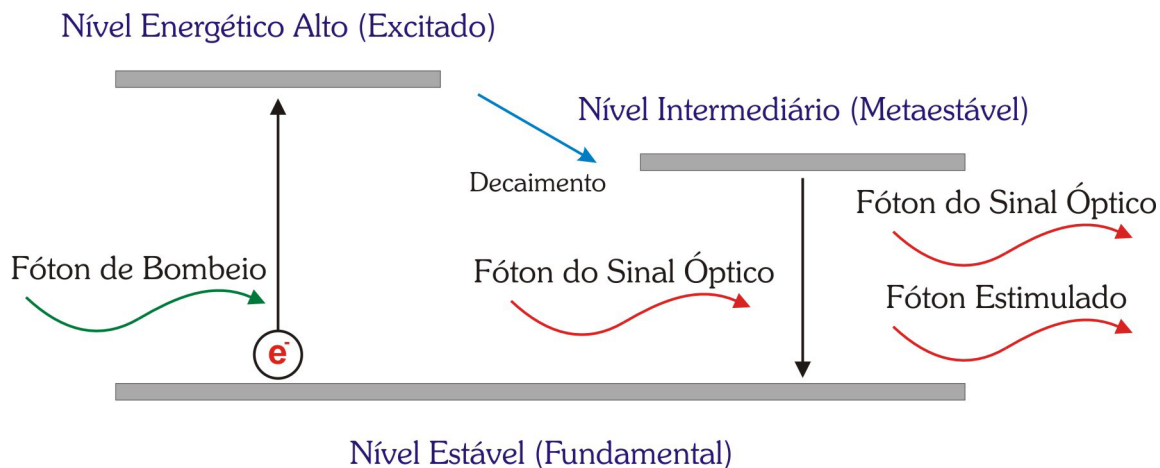


Figura 3.4 - Princípio de funcionamento dos amplificadores ópticos à fibra dopada com érbio.

Entre as principais vantagens de utilização dos amplificadores ópticos, destacam-se:

- ✓ Elevada largura de banda elétrica;
- ✓ Elevada largura de banda óptica;
- ✓ Transparência à taxa e ao formato de transmissão;
- ✓ Operação com vários comprimentos de onda.

Em contrapartida, existem duas desvantagens de grande impacto no sistema:

- ✓ Adição de ruído (ASE);
- ✓ Não regeneração do perfil temporal ou do formato do sinal.

O nível de “ruído óptico” pode ser caracterizado pela relação sinal-ruído óptica (*Optical Signal-to-Noise Ratio* - OSNR) definida por:

$$OSNR = 10 \cdot \log \left(\frac{P_{\text{Signal}}}{P_{\text{ASE}}} \right) \quad (3.1)$$

onde P_{Signal} representa a potência do sinal na saída do amplificador e P_{ASE} representa a potência do ruído ASE, medida em uma certa largura de banda de referência.

3.3 SISTEMAS WDM

Apesar da enorme banda passante e capacidade de canal das fibras ópticas, os circuitos eletrônicos presentes nas interfaces opto-elétricas e nos estágios de processamento dos sinais ainda representam um “gargalo” para taxas de transmissão elevadas. Considerando-se apenas a janela de amplificação do EDFA (1530 a 1560 nm), por exemplo, a banda passante já seria da ordem de 3,75 THz! No entanto, a chamada “barreira eletrônica” ainda está limitada em circuitos operando a 10 ou até mesmo 40 Gbit/s. Além disso, transmissões em altas taxas são penalizadas devido à dispersão do pulso óptico, um fenômeno descrito adiante, com conseqüente alargamento temporal dos bits recebidos.

A alternativa encontrada para utilizar a enorme banda passante disponível nas fibras ópticas foi o uso da técnica de multiplexação por divisão em comprimento de onda (*Wavelength Division Multiplexing* - WDM). Trata-se, na verdade, de uma técnica análoga à multiplexação por divisão em frequência (*Frequency Division Multiplexing* - FDM), aplicada aos sistemas ópticos [15]. Nos sistemas WDM, dois ou mais canais ópticos com comprimentos de onda distintos são combinados através de componentes ópticos passivos (multiplexadores) e em seguida transmitidos por uma única fibra. Na recepção, um dispositivo (demultiplexador) separa cada um dos canais transmitidos. São criadas, desta forma, várias “fibras virtuais”, cada uma com a capacidade de transportar diferentes sinais (dados, voz, imagens, etc), sendo totalmente transparentes à taxa e ao protocolo de comunicação.

Os primeiros sistemas WDM eram de baixa densidade, multiplexando um pequeno número de canais ópticos. Suas principais aplicações eram a duplicação da capacidade de

transmissão das fibras já instaladas através da transmissão de um canal óptico em 1310 nm e outro em 1550 nm, por exemplo, bem como viabilizar a transmissão bidirecional de sinais com diferentes comprimentos de onda em uma única fibra. Atualmente os sistemas operam em alta densidade, com 8 ou 16 canais ópticos em média, utilizando a técnica de multiplexação densa por divisão em comprimento de onda (*Dense Wavelength Division Multiplexing* - DWDM). O espaçamento entre cada par de canais adjacentes, definido por norma internacional [19], varia de 12,5 a 100 GHz (0,1 a 0,8 nm, aproximadamente). Sistemas DWDM de longa distância amplificados opticamente permitem uma drástica redução de custos com instalação de novas fibras e equipamentos, pois permitem uma melhor ocupação da banda passante disponível nas fibras ópticas já instaladas.

3.4 EFEITOS DE PROPAGAÇÃO EM FIBRAS ÓPTICAS

Durante sua propagação pela fibra, os sinais ópticos estão sujeitos a diferentes efeitos lineares e não lineares [18, 20]. Entre os efeitos lineares, destacam-se :

- Atenuação;
- Dispersão;
- Ruído.

A resposta de qualquer dielétrico à luz se torna não linear na presença de campos eletromagnéticos intensos. Isto inclui as fibras ópticas, quando os sinais injetados são de alta potência. A área do feixe óptico na fibra e o comprimento que ele percorre também determinam a ocorrência de fenômenos não lineares como:

- Espalhamento Raman Estimulado (*Stimulated Raman Scattering* - SRS);
- Espalhamento Brillouin Estimulado (*Stimulated Brillouin Scattering* - SBS);
- Mistura de Quatro Ondas (*Four Wave Mixing* - FWM);
- Instabilidade de Modulação (*Modulation Instability* - MI);
- Automodulação de Fase (*Self Phase Modulation* - SPM);
- Modulação de Fase Cruzada (*Cross Phase Modulation* - XPM).

3.4.1 ATENUAÇÃO

Um pulso óptico tem sua potência atenuada ao se propagar pela fibra, devido principalmente a dois fatores: a absorção material e o espalhamento *Rayleigh*, ambos dependentes do comprimento da onda eletromagnética que se propaga. No primeiro caso, a absorção se deve ao fenômeno da ressonância que ocorre entre a onda eletromagnética e as moléculas da sílica (absorção material intrínseca) e moléculas de outros materiais presentes na fibra, como dopantes e impurezas (absorção material extrínseca). Com a tecnologia atual, a causa principal de absorção material extrínseca é a presença de vapor de água no processo de fabricação da fibra. Íons hidroxila (OH) se agregam, então, à estrutura cristalina da fibra, absorvendo luz em comprimentos de onda específicos. No segundo caso, flutuações microscópicas na densidade da sílica, resultantes do processo de fabricação, geram flutuações aleatórias no índice de refração em uma escala menor do que o comprimento da onda eletromagnética, causando um espalhamento espacial da luz do tipo elástico, pois a frequência da luz espalhada (ou a energia do fóton) permanece inalterada. A Figura 3.5 ilustra o mecanismo do espalhamento *Rayleigh*.

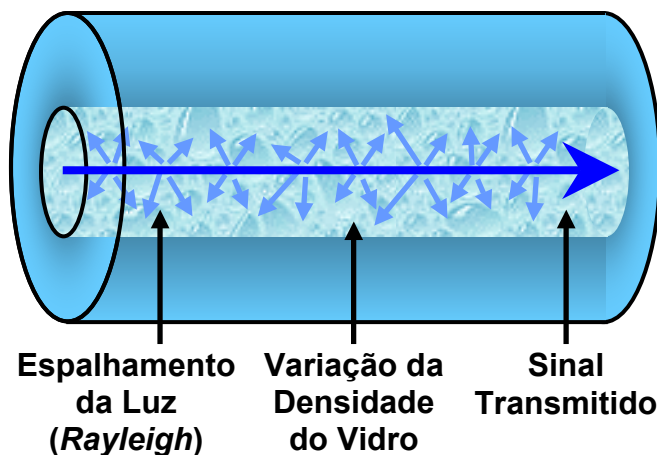


Figura 3.5 - Representação do mecanismo do espalhamento Rayleigh em uma fibra óptica.

Existem ainda outras fontes de atenuação de potência em um sistema de comunicações ópticas, como as perdas em conectores e emendas ou a perda de inserção de componentes ópticos passivos, como acopladores, filtros, circuladores, etc. O coeficiente de atenuação para fibras SSMF é aproximadamente 0,2 dB/km em 1550 nm.

3.4.2 DISPERSÃO

Outro fator importante a ser considerado na transmissão de pulsos de luz por fibras ópticas é a **Dispersão**, fenômeno cujo resultado caracteriza-se por um alargamento temporal do pulso originalmente transmitido. Na dispersão intermodal ou multicaminho, exclusiva das fibras multimodo, cada raio de luz se propaga em um caminho (modo) diferente. Mesmo mantendo a mesma velocidade e sendo coincidentes no início da transmissão, cada raio de luz atinge o fim da fibra em instantes diferentes, pois os trajetos efetivos percorridos são diferentes. Nas fibras monomodo, atualmente utilizadas para telecomunicações, há apenas um modo de propagação e, portanto, o fenômeno descrito acima não ocorre. Porém, mesmo neste caso ainda ocorre um alargamento temporal do pulso transmitido, resultante da dispersão intramodal ou dispersão de velocidade de grupo. As diferentes componentes espectrais do pulso óptico se propagam na fibra com velocidades de grupo relativamente diferentes, devido à sua dependência em relação ao índice de refração.

A Figura 3.6 ilustra este fenômeno, também conhecido como dispersão cromática.

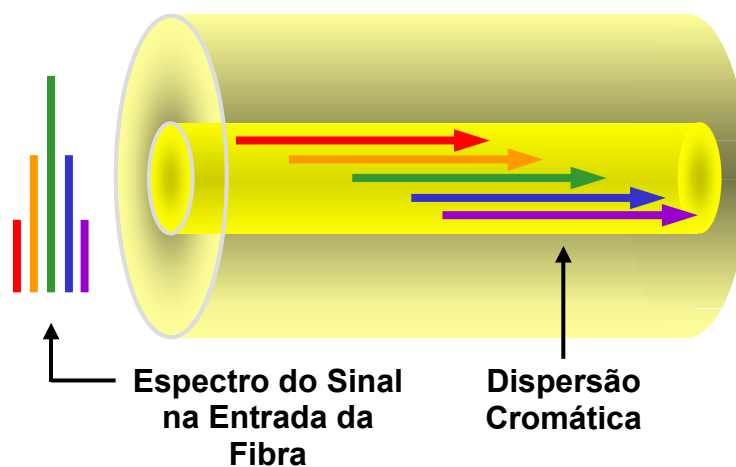


Figura 3.6 - Representação do fenômeno da dispersão intramodal (cromática) em uma fibra óptica.

A Tabela 3.1 apresenta os valores usuais do coeficiente de dispersão cromática para os principais tipos de fibras ópticas.

Tipo de Fibra	Coefficiente de Dispersão @ 1550 nm	Características
SSMF	17 ps/nm·km	Alta dispersão e baixa não linearidade
DSF	0 ps/nm·km	Dispersão nula e alta não linearidade
NZDF	1-6 ps/nm·km	Baixa dispersão e não linearidade moderada
DCF	-80 ps/nm·km	Alta dispersão negativa e alta não linearidade

Tabela 3.1 - Valores usuais do coeficiente de dispersão cromática para as fibras SSMF, DSF, NZDF e DCF.

Em uma fibra monomodo existe um determinado comprimento de onda, denominado λ_0 , cuja dispersão cromática é nula. As fibras do tipo SSMF apresentam λ_0 em torno de 1310 nm, enquanto nas fibras DSF este comprimento de onda situa-se ao redor de 1550 nm, conforme demonstrado na Tabela 3.1.

Outra fonte potencial de dispersão dos pulsos ópticos é a birrefringência, resultante da assimetria cilíndrica do núcleo ao longo do comprimento da fibra. Além desta não uniformidade construtiva, fatores externos como a tensão mecânica nos cabos ópticos e variações de temperatura também contribuem para a ocorrência do fenômeno, que é caracterizado pela presença de diferentes índices de refração para os dois modos ortogonais de polarização do pulso óptico propagante. A birrefringência leva a uma troca periódica de energia entre os dois modos de polarização, causando dispersão no pulso óptico devido às diferentes velocidades de grupo de cada componente de polarização. Este fenômeno é denominado dispersão de modo de polarização (*Polarization Mode Dispersion* - PMD). Valores usuais do coeficiente de PMD situam-se na faixa de 0,1 a 1 ps/ $\sqrt{\text{km}}$, em fibras comerciais. Devido à sua dependência com a raiz do comprimento da fibra, a PMD causa um alargamento temporal relativamente pequeno, quando comparado ao causado pela dispersão cromática. Ainda assim, pode se tornar um fator severamente limitante em sistemas de comunicações ópticas de longa distância operando em altas taxas.

Tanto na dispersão cromática quanto na PMD, o alargamento temporal dos pulsos gera uma sobreposição entre bits adjacentes, o que penaliza o sistema devido ao ruído presente no instante de amostragem do sinal. Este fenômeno é denominado interferência intersimbólica (*Intersymbol Interference* - ISI) e está representado na Figura 3.7.

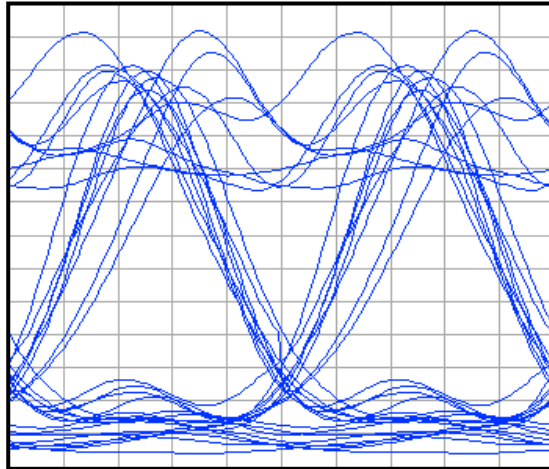


Figura 3.7 - Diagrama de olho de um sinal com interferência intersimbólica.

Verifica-se que, quanto maior a taxa de transmissão do sinal, maior será o impacto causado pela dispersão, dado que o alargamento temporal depende da duração dos pulsos. Em muitos casos é necessária uma compensação, obtida por dispositivos eletrônicos ou através do uso de segmentos de fibra com dispersão negativa ao longo do enlace. A fibra compensadora de dispersão (DCF) é muito utilizada para compensar a dispersão cromática. A compensação da PMD, no entanto, apresenta maior dificuldade devido à sua variação dinâmica decorrente de fatores ambientais, por exemplo.

3.4.3 ESPALHAMENTO RAMAN ESTIMULADO

O **Espalhamento Raman Estimulado** decorre da interação entre a luz e vibrações moleculares na fibra óptica, gerando um espalhamento de parte da luz injetada em frequências menores (espalhamento inelástico). A luz espalhada é copropagante com o sinal injetado. Este efeito não linear é o que possui o maior limiar, ou seja, é o que requer a maior potência óptica injetada para a ocorrência do fenômeno. Em sistemas WDM, o espalhamento Raman causa uma redução da potência dos comprimentos de onda menores, com relação aos maiores. Isto pode ser compensado através do uso da técnica de pré-ênfase dos canais, reduzindo-se a potência dos canais de comprimento de onda maiores e aumentando-se a dos canais de comprimento de onda menores.

3.4.4 ESPALHAMENTO BRILLOUIN ESTIMULADO

O **Espalhamento Brillouin Estimulado** decorre da interação entre a luz e ondas sonoras na fibra óptica, gerando um espalhamento de parte da luz injetada com frequências menores (espalhamento inelástico) que se propagam em sentido oposto ao do sinal injetado (espalhamento contra-propagante). Suas principais consequências em sistemas de comunicações ópticas são a redução da potência óptica transmitida pela fibra e a dificuldade de implementação de sistemas de transmissão bidirecional, ambos devidos ao retro-espalhamento de parte da luz injetada. Este efeito não linear pode ser reduzido através do alargamento espectral da fonte óptica, o que pode ser conseguido, por exemplo, pelo uso de modulação direta, sobremodulação de baixa intensidade (*dithering*) ou modulação de fase. O alargamento espectral da fonte leva a um aumento na potência de limiar do efeito.

3.4.5 MISTURA DE QUATRO ONDAS

A **Mistura de Quatro Ondas** é um efeito caracterizado pela interação entre dois ou mais canais ópticos com frequências diferentes, levando à geração de outros canais em novas frequências. Este efeito não linear penaliza fortemente os sistemas de transmissão WDM, pois os canais ópticos gerados pela mistura de quatro ondas muitas vezes têm a mesma frequência de outros canais injetados, gerando uma interferência entre canais denominada *cross-talk*. Outra consequência do efeito é a redução da potência óptica dos canais injetados, devido à transferência de parte desta potência para os novos canais gerados.

O número total de canais gerados, M , em função do número de canais injetados, N , é dado pela seguinte equação:

$$M = \frac{1}{2}(N^3 - N^2) \quad (3.2)$$

Para dois canais injetados na fibra, com frequências f_1 e f_2 , dois novos canais são gerados com frequências $2f_1 - f_2$ e $2f_2 - f_1$, conforme ilustrado na Figura 3.8.

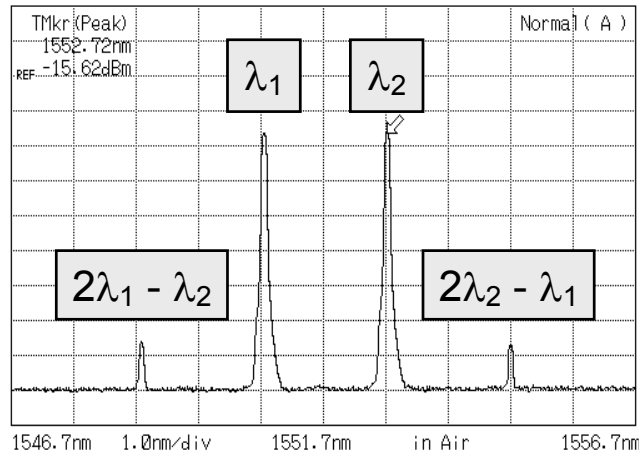


Figura 3.8 - Espectro FWM para 2 canais injetados na fibra.

A eficiência na geração de novos canais pela mistura de quatro ondas é inversamente proporcional à distância entre os canais injetados e sua respectiva dispersão na fibra. A interação entre os canais é mais eficiente quando a diferença entre suas velocidades de grupo é pequena. É por este motivo que transmissões WDM em fibras de baixa dispersão, como a DSF, são de difícil implementação.

Uma das técnicas de redução do fenômeno da mistura de quatro ondas é a alocação dos canais ópticos injetados com espaçamento desigual dos comprimentos de onda, de forma que os novos canais gerados não coincidam com os injetados na fibra, reduzindo a interferência entre canais.

3.4.6 INSTABILIDADE DE MODULAÇÃO

A **Instabilidade de Modulação** é, na verdade, uma mistura de quatro ondas entre um dado canal e o ruído óptico proveniente da emissão espontânea do amplificador óptico. Ela aparece apenas na região de dispersão positiva da fibra (acima do λ_0) e é caracterizada pela presença de ruído óptico na forma de bandas laterais em torno de um dado canal.

3.4.7 AUTOMODULAÇÃO DE FASE E MODULAÇÃO DE FASE CRUZADA

Na presença de altas potências ópticas, o índice de refração do núcleo da fibra se torna dependente da intensidade da luz. Por outro lado, a fase da luz é dependente do índice de refração do meio em que se propaga. Então, variações de potência óptica na fibra são convertidas em variações de fase da luz. Este fenômeno gera variações de frequência ao longo do intervalo de duração de um pulso óptico, pois sua potência também varia neste mesmo intervalo. Na **Automodulação de Fase**, novas frequências são geradas a partir da variação da potência óptica de um dado canal, enquanto na **Modulação de Fase Cruzada**, estas novas frequências são geradas a partir da variação de potência óptica de um outro canal. Assim, a modulação de fase cruzada está presente apenas em sistemas multicanais, como os sistemas WDM. Em ambos os casos, a consequência é um alargamento espectral do pulso óptico, que pode resultar em um alargamento temporal devido à dispersão. Além disso, pode haver perda de potência em um dado canal que atravessasse um filtro com largura de banda menor do que seu espectro alargado.

3.5 MECANISMOS DE RUÍDO EM SISTEMAS DE COMUNICAÇÕES ÓPTICAS

Como visto na Seção 3.1.2, a sensibilidade do receptor em um sistema de comunicações ópticas está diretamente ligada à relação sinal-ruído. O ruído em sistemas de comunicações ópticas pode ser proveniente do transmissor, do canal de comunicação (fibra óptica e amplificadores ópticos) ou do próprio receptor [14].

No transmissor, o sinal injetado na fibra pode conter flutuações de fase e intensidade, originadas no processo fundamental de emissão espontânea que ocorre no dispositivo optoeletrônico. Além disso, o ruído elétrico inerente aos componentes eletrônicos da interface de transmissão (amplificadores e “*drivers*” de corrente, por exemplo) também interfere no sinal óptico transmitido.

Efeitos de propagação em fibra, conforme descritos na Seção 3.4, originam “ruído óptico” no sinal. O receptor pode, então, realizar decisões incorretas de bits ‘0’ e ‘1’ devido,

por exemplo, à interferência intersimbólica causada pela dispersão cromática ou ao *cross-talk* causado pela mistura de quatro ondas. Outra fonte de ruído óptico é o processo de emissão espontânea amplificada (ASE) que ocorre nos amplificadores ópticos, descrita na Seção 3.2.

Em um receptor ideal, o próprio processo de fotodetecção introduz ruído quântico (também denominado ruído *shot*), que se manifesta como resultado do fato de a corrente elétrica ser formada por um fluxo de elétrons gerado em instantes de tempo aleatórios. Na prática, outras fontes de ruído degradam a relação sinal-ruído até valores consideravelmente menores que o limite quântico. Uma delas é o ruído térmico (também denominado ruído *Johnson* ou ruído *Nyquist*), que se manifesta como uma flutuação de corrente elétrica em um resistor mesmo na ausência de uma tensão aplicada, resultante do movimento térmico aleatório dos elétrons em um condutor. O resistor de carga, presente na interface de recepção, adiciona esta flutuação à corrente gerada pelo fotodetector.

O ruído causado pela ASE é dominante em redes ópticas. No entanto, à medida que a taxa de transmissão e a densidade de multiplexação de canais nos sistemas DWDM aumentam, o ruído causado pelos efeitos de propagação em fibra se torna dominante.

3.6 FEC EM SISTEMAS DE COMUNICAÇÕES ÓPTICAS

O desempenho de um sistema de comunicações ópticas fica seriamente comprometido em virtude da presença de ruído. A penalidade é uma consequência do aumento da taxa de erro devido às decisões incorretas realizadas pelo circuito de decisão do receptor óptico, quando o sinal não apresenta uma relação sinal-ruído suficientemente alta. Em muitos casos, a degradação da OSNR é resultante dos efeitos de propagação na fibra devidos à alta potência óptica injetada para vencer o comprimento total do enlace. Em outros, a presença de ruído elétrico originado no transmissor ou no receptor no estágio final da vida útil do equipamento pode comprometer o desempenho do sistema.

Existem algumas soluções que podem ser adotadas para reduzir as penalidades causadas pelas diversas formas de ruído nos sistemas de comunicações ópticas, como a redução da potência óptica injetada na fibra, o aumento do espaçamento entre canais nos sistemas DWDM ou o uso de módulos compensadores de dispersão, baseados em DCF. No entanto, na maioria dos casos estas soluções restringem a capacidade de operação do sistema. A redução da potência injetada, por exemplo, reduz a margem dinâmica (ou então reduz o próprio comprimento do enlace), enquanto o aumento do espaçamento entre canais DWDM reduz a banda de comunicação.

Códigos corretores de erro têm sido atualmente empregados para aumentar o desempenho dos equipamentos de transmissão, principalmente em sistemas DWDM, tornando a comunicação mais robusta frente às diversas formas de ruído. A técnica *Forward Error Correction* (FEC), apresentada no Capítulo 2, foi adotada inicialmente apenas em enlaces de comunicação por cabos ópticos submarinos [22] e sistemas sem repetição. De acordo com o 2º teorema de *Shannon*, apresentado no Apêndice A, existem esquemas de codificação e decodificação que reduzem a probabilidade de ocorrência de erros em um dado canal para qualquer nível desejado, desde que a taxa de transmissão seja menor do que a capacidade do canal utilizado.

A escolha de um código em particular, dentre vários disponíveis, depende basicamente da técnica de codificação necessária e dos objetivos a serem alcançados com a implementação de FEC em um dado sistema. Existem basicamente duas maneiras de se utilizar códigos corretores de erro em sistemas de comunicações ópticas - a implementação dentro da banda (*In Band* - IB) e a fora da banda (*Out of Band* - OOB). Neste último caso a nomenclatura parece não ser a mais adequada, porém é adotada pela norma técnica.

Em qualquer caso, o uso de FEC apresenta inúmeras vantagens, tais como:

- ✓ Apresenta ganho de margem de potência, como resultado da imunidade do sinal às diversas formas de ruído;
- ✓ Permite redução do uso de regeneradores ao longo do enlace;
- ✓ Permite aumento do número de canais multiplexados em um sistema DWDM;

- ✓ Viabiliza, em muitos casos, transmissões ao longo de enlaces ópticos severamente penalizados por dispersão cromática ou mistura de quatro ondas;
- ✓ Torna-se uma ferramenta de manutenção preventiva, em virtude da facilidade de monitoração da quantidade de erros corrigidos, permitindo o acompanhamento do envelhecimento de componentes do enlace e a detecção de problemas potenciais;
- ✓ Reduz a taxa de erro do sistema de 1 a cada 1000 bits, por exemplo, para 1 a cada 1.000.000.000.000.000!

Diversos estudos têm sido apresentados nos últimos anos, relatando análises de desempenho da técnica FEC em sistemas de comunicações ópticas [23, 24], modelando parâmetros de avaliação dos limites do ganho de codificação em sistemas ópticos [25] e propondo novas técnicas de codificação [26, 27].

3.6.1 *IN BAND* FEC

A arquitetura da rede óptica síncrona (*Synchronous Optical Network* - SONET) e da hierarquia digital síncrona (*Synchronous Digital Hierarchy* - SDH) permite a inserção de códigos corretores de erro nos próprios quadros (*frames*) do protocolo, não ocasionando aumento da taxa de transmissão [28]. Esta técnica é conhecida como *In Band* FEC.

Os bits de redundância são alocados em octetos livres, presentes no cabeçalho (*Overhead*) do *frame*.

Existem dois problemas técnicos de implementação de FEC neste caso [29]:

- ✓ O *frame* SONET/SDH é fixo em duração (125 μ s) e não em número de bits ou octetos. Isto impossibilita a determinação dos bits de redundância do código corretor de erro, pois os cálculos são realizados a partir de um número fixo de bits.
- ✓ Há um número limitado de octetos livres no cabeçalho dos *frames* SONET/SDH. Na verdade, em baixas taxas não há praticamente nenhum octeto livre.

A solução adotada foi a implementação de FEC apenas na taxa OC-48/STM-16 (2,488 Gbit/s). Assim, o *frame* é fixo em número de bits e existem octetos livres no cabeçalho para transportar os bits de redundância do código. O código utilizado é o BCH-3 (*Bose-Chaudhuri-Hocquenghem*), derivado do código (8191,8152).

Trata-se de um código de bloco cíclico sistemático que utiliza 4320 bits de informação e 39 bits de redundância, ou (4359,4320). Este código tem distância mínima de 7 símbolos e pode corrigir até 3 erros por palavra-código. Seu desempenho é razoável, conforme ilustrado na Figura 3.9. Este gráfico indica que o uso do código BCH-3 reduz a BER de um sistema que esteja operando em um patamar de erros em torno de 10^{-6} , para 10^{-14} ! Ainda assim, devido à pequena redundância inserida no cabeçalho dos quadros SONET/SDH, o desempenho deste código parece não ser suficiente para garantir uma transmissão livre de erros em sistemas penalizados pela PMD, conforme demonstrado em um estudo recente [21].

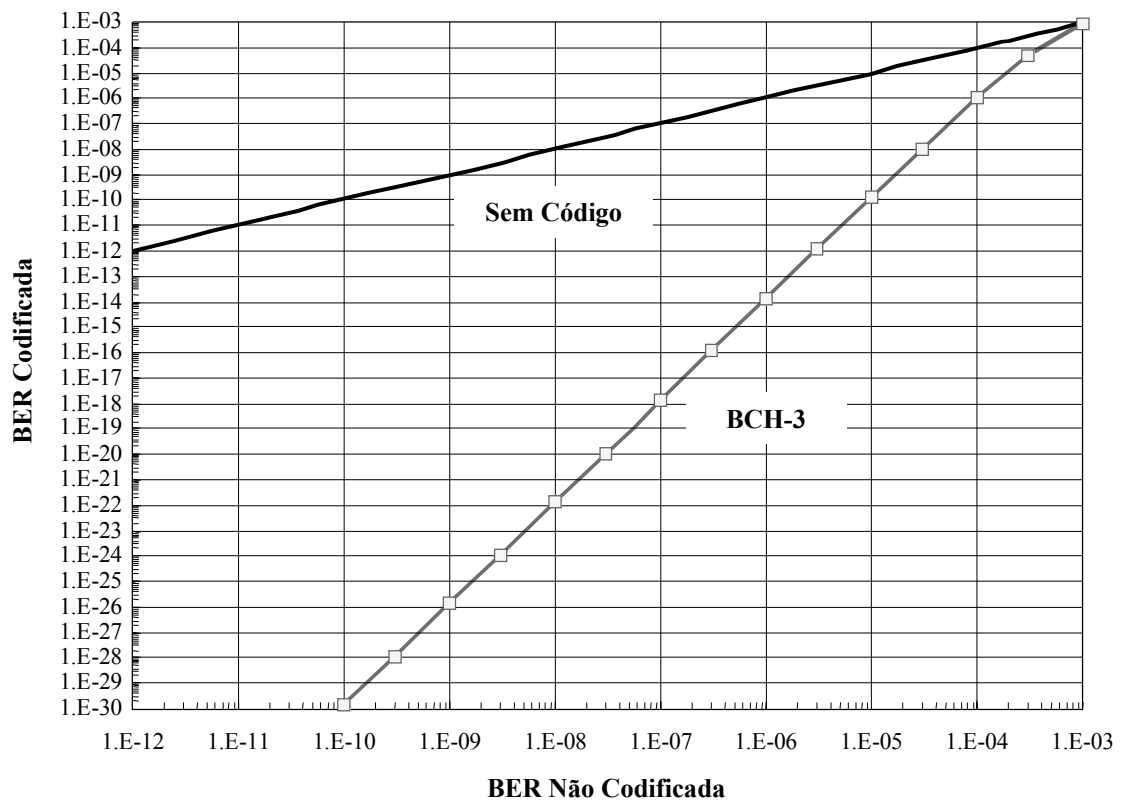


Figura 3.9 - Taxa de erro (BER) do sistema com e sem a utilização do código BCH-3.

As principais vantagens do uso da técnica *In Band* FEC são:

- ✓ Não há aumento da taxa de transmissão serial;
- ✓ Existe interoperabilidade entre sistemas que utilizam FEC e os que não utilizam.

3.6.2 OUT OF BAND FEC

A implementação de FEC fora do *frame* SONET/SDH, de forma transparente ao protocolo de transporte utilizado, é denominada *Out of Band* FEC. O código RS (255,239) foi originalmente utilizado em sistemas submarinos, juntamente com a técnica de entrelaçamento de blocos (*interleaving*), descrita adiante, e sua escolha foi essencialmente motivada pelas suas seguintes propriedades [22]:

- ✓ Uma importante capacidade de correção de erros, comparada à redundância de informação inserida na palavra-código. O algoritmo de codificação RS (255,239) pode corrigir até 8 símbolos (bytes) em uma única palavra-código de 255 símbolos;
- ✓ Baixa complexidade de implementação do codificador / decodificador;
- ✓ Uma estrutura de codificação compatível com transmissão binária, considerando que uma demultiplexação seja realizada;
- ✓ Uma importante capacidade de correção de erros agrupados em rajadas (*burst errors*). Esta propriedade, intrínseca ao código *Reed-Solomon*, é ainda mais acentuada através do uso da técnica de entrelaçamento de blocos (*interleaving*).

Seu desempenho é superior ao do código BCH-3, conforme mostrado na Tabela 3.2.

BER Não Codificada (sem FEC)	BER Codificada (com FEC)
10^{-4}	10^{-15}
10^{-5}	10^{-24}
10^{-6}	10^{-33}

Tabela 3.2 - Desempenho do código RS (255,239), em relação às taxas de erro (BER) na entrada e na saída do codificador.

As principais vantagens do uso da técnica *Out of Band* FEC são:

- ✓ Maior capacidade de correção;
- ✓ Transparência ao protocolo de transporte utilizado.

3.6.3 CÓDIGO *REED SOLOMON* - RS (255,239)

O **Código Reed-Solomon** (RS) é uma subclasse da família de códigos *Bose-Chaudhuri-Hocquenghem* (BCH), ambos brevemente apresentados no Capítulo 2. Esta classe de códigos não opera diretamente com os bits da seqüência de informação. Primeiramente os mesmos são “empacotados” em pequenos blocos, que serão então tratados como novos símbolos pelo codificador [30], conforme representado na Figura 3.10.

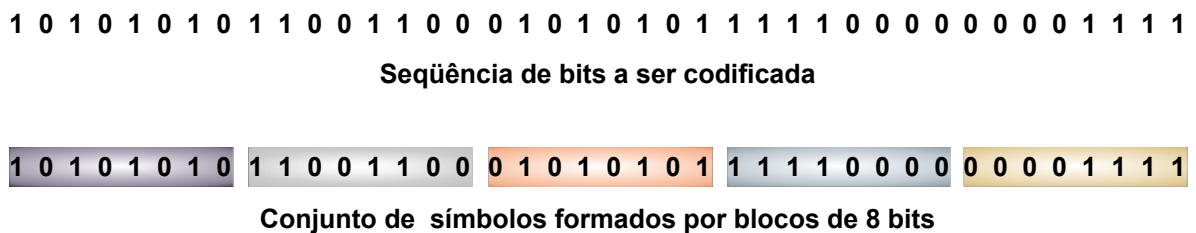


Figura 3.10 - Estrutura dos símbolos do código Reed-Solomon.

O novo conjunto de k símbolos obtido será posteriormente agrupado para formar um super bloco de código com n símbolos. Isto assegura ao decodificador a capacidade de corrigir um bloco completo.

Como resultado imediato, esta técnica de codificação permite a correção de erros agrupados em rajadas (*burst errors*), muito comuns em sistemas de telefonia celular (devido ao efeito de *fading* causado pelo movimento do usuário), em sistemas de armazenamento de dados (devido à sujeira ou riscos na superfície de um CD, por exemplo) e em sistemas de comunicações ópticas (devido à interferência intersimbólica ou a efeitos não lineares, por exemplo).

O código *Reed-Solomon* normalmente utilizado em comunicações ópticas é o RS (255,239), com cada símbolo formado por 8 bits ou 1 byte. Neste caso, a sequência de bits a ser codificada é subdividida em 239 bytes. Então, 16 bytes de verificação de paridade são adicionados para compor a palavra-código de 255 bytes. Sua capacidade de correção é de 8 símbolos, o que significa que o decodificador pode corrigir uma rajada de até 64 bits por palavra-código.

Este foi o código adotado para os enlaces de comunicação por cabos ópticos submarinos, operando na taxa OC-48/STM-16 (2,488 Gbit/s) [22]. Devido à alta taxa de transmissão, a implementação do codificador ou decodificador normalmente é realizada utilizando-se 16 blocos em paralelo, cada um operando em uma taxa equivalente a 1/16 da taxa de tráfego. A implementação em *hardware* de um código *Reed-Solomon*, juntamente com uma análise aprofundada do seu desempenho em sistemas de comunicações ópticas, será apresentada nos próximos dois capítulos.

3.6.4 ENTRELAÇAMENTO DE BLOCOS (*INTERLEAVING*)

Os códigos de bloco, apresentados no Capítulo 2, funcionam melhor quando os erros estão uniformemente e aleatoriamente distribuídos entre as palavras-código recebidas pelo decodificador [30]. Geralmente esta distribuição de erros ocorre em canais afetados por ruído aditivo branco e gaussiano (*Additive White Gaussian Noise* - AWGN), como no caso de uma linha telefônica terrestre, por exemplo. Em alguns sistemas, como já mencionado na seção anterior, os erros gerados poderão estar distribuídos em forma de rajadas.

A técnica de **Entrelaçamento de Blocos** (*Interleaving*) pode ser utilizada, então, para redistribuir os erros de maneira mais uniforme e aleatória entre os blocos codificados e aumentar a eficiência no processo de decodificação. Uma forma de se obter o entrelaçamento é armazenar os blocos codificados como linhas em uma matriz. Quando esta matriz estiver completa uma leitura em colunas é realizada, redistribuindo os dados antes da transmissão. Na recepção, o processo inverso é realizado também através da

utilização da matriz. Desta vez, porém, erros agrupados em rajadas serão redistribuídos entre os blocos antes da decodificação.

A Figura 3.11 ilustra o processo de entrelaçamento.

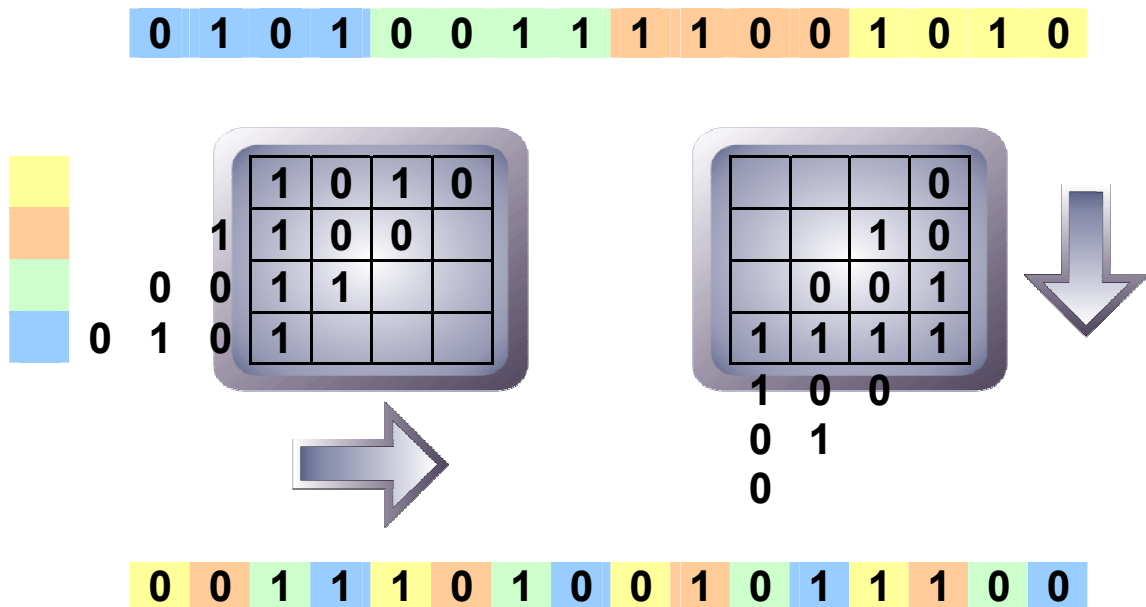


Figura 3.11 - Mecanismo de entrelaçamento de blocos.

Pode-se observar que a seqüência de bits superior é inserida na matriz de transmissão, preenchendo-se cada uma das linhas. Na etapa seguinte, os bits são extraídos a partir das colunas, gerando a seqüência inferior que será transmitida pelo canal de comunicação. Repetindo-se este processo na recepção, a seqüência original será recuperada, enquanto os erros agrupados serão redistribuídos.

O número de linhas ou colunas da matriz é conhecido como **Ordem** ou **Profundidade** do entrelaçamento. Quanto maior esta ordem, maior será a imunidade aos erros agrupados em rajadas, como também maior será a latência no processo de decodificação, visto que tanto o transmissor quanto o receptor devem esperar o preenchimento completo da matriz antes que a transmissão e decodificação, respectivamente, possam ocorrer.

Aplicando-se a técnica de entrelaçamento de blocos ao código *Reed-Solomon*, sua capacidade de detecção e correção de rajadas de erros é multiplicada pela ordem do entrelaçamento.

Como já mencionado na Seção 3.6.3, o código RS (255,239) normalmente é construído através de 16 codificadores ou decodificadores em paralelo. Isto é necessário devido às altas taxas de tráfego dos sistemas de comunicações ópticas onde são normalmente utilizados. A implementação do código tirou proveito deste fato, incluindo um entrelaçamento byte a byte entre os 16 blocos codificadores. A Figura 3.12 representa, através de um diagrama de blocos, a estrutura construtiva de um codificador ou decodificador RS (255,239).

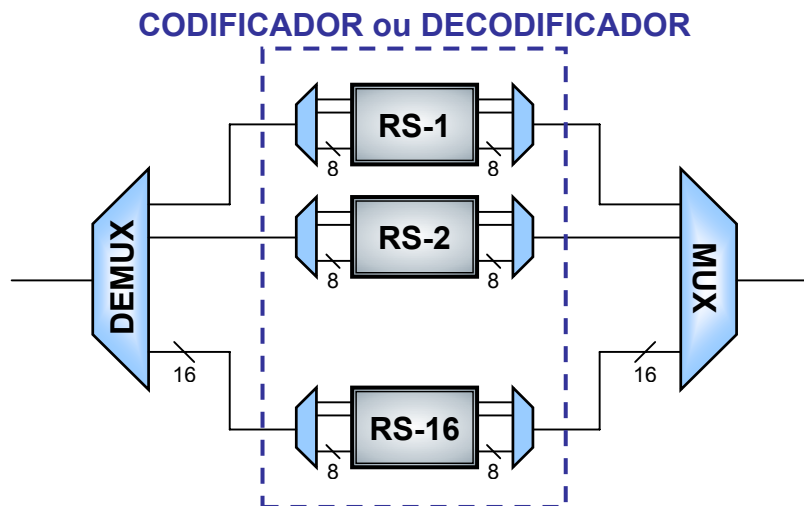


Figura 3.12 - Implementação do código RS (255,239) através de 16 codificadores em paralelo.

Desta forma, com um entrelaçamento de ordem 16, a capacidade total de correção de rajadas do código RS (255,239) se torna $16 \times 64 = 1024$ bits. Cada um dos codificadores gera um sub-quadro, com a estrutura representada na Figura 3.13.

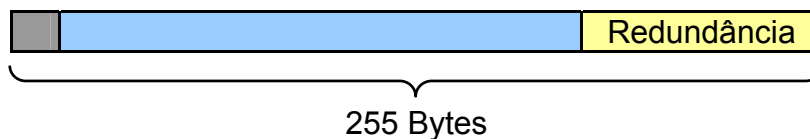


Figura 3.13 - Estrutura dos sub-quadros gerados por cada codificador.

Os sub-quadros são multiplexados pelo MUX ligado na saída do codificador, gerando um quadro completo. Então, a transmissão é realizada de forma entrelaçada, com a estrutura representada na Figura 3.14.

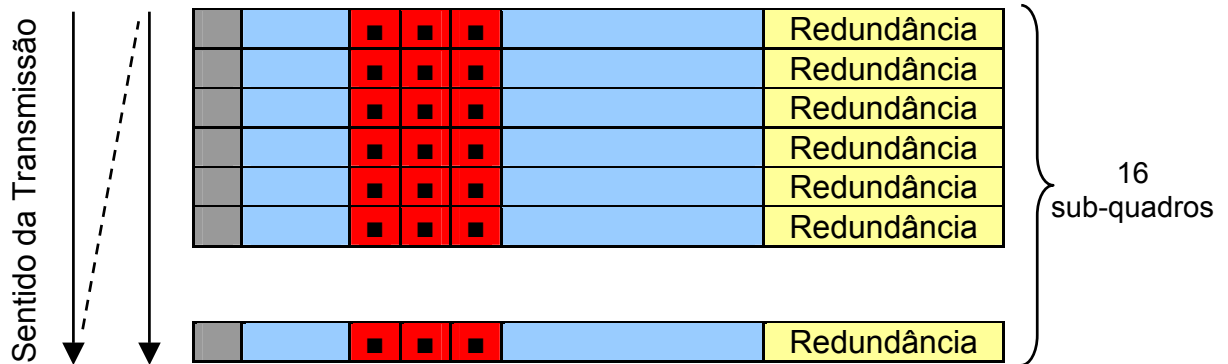


Figura 3.14 - Estrutura do quadro completo na saída do MUX.

Os blocos marcados com ■ na Figura 3.14 representam símbolos corrompidos pelo ruído durante a transmissão por um canal ruidoso, agrupados em uma rajada de 48 bytes ou 384 bits. O código RS (255,239) pode corrigir apenas 8 símbolos (bytes) incorretos em cada palavra-código. Porém, os 48 erros serão redistribuídos durante o desentrelaçamento de blocos (realizado antes da decodificação), o que resultará em apenas 3 símbolos incorretos em cada palavra-código (sub-quadro) de cada um dos 16 blocos decodificadores.

3.6.5 CÓDIGOS TURBO

Geralmente os **Códigos Turbo Convolucionais** não são adequados para sistemas de comunicações ópticas pois apresentam baixa taxa de código ($R=1/3$), o que significa maior redundância e conseqüentemente maior taxa de tráfego agregada [31].

Os **Códigos de Bloco Turbo**, por sua vez, são candidatos interessantes para substituir o uso exclusivo do código *Reed-Solomon* pois permitem, como visto no Capítulo 2, a obtenção de códigos de maior desempenho e maior taxa (menor redundância) a partir de códigos curtos.

Capítulo - 4

DESENVOLVIMENTO DO

HARDWARE EXPERIMENTAL

A evolução da técnica Forward Error Correction, desde os conceitos da teoria da informação até a utilização de técnicas de codificação de canal em sistemas de comunicações ópticas, foi apresentada nos capítulos anteriores. Este capítulo descreve de forma sucinta todo o desenvolvimento do hardware utilizado na fase experimental deste trabalho, constituído basicamente por um módulo CODEC (codificador e decodificador) e um módulo conversor eletro-óptico de modulação direta.

4.1 DESENVOLVIMENTO DO MÓDULO *FEC CODEC 2.5 GBIT/S*

4.1.1 OBJETIVO E MOTIVAÇÃO

As atualizações dos sistemas de comunicações ópticas de longa distância visam atender o rápido crescimento da demanda de banda de transmissão que vem ocorrendo nos últimos anos e incluem principalmente o aumento da taxa de modulação digital, o crescimento do número de canais WDM transmitidos e a inclusão de novas bandas de transmissão. As dificuldades associadas à implementação destas atualizações estão relacionadas, por exemplo, à necessidade de aumento da potência óptica injetada na fibra, a uma maior susceptibilidade do sinal à dispersão cromática e a um aumento dos efeitos não lineares que ocorrem na fibra.

Um módulo denominado *FEC CODEC 2.5 Gbit/s* foi desenvolvido para fins de estudo de soluções para compensação de efeitos não lineares de propagação em redes ópticas DWDM. Foram planejados estudos de aplicação de códigos corretores de erro em canais ópticos multiplexados e transmitidos em enlaces de longa distância, com amplificação

óptica nas bandas “C” (1530-1565 nm) e “L” (1565-1625 nm), penalizados por efeitos não lineares, dispersão cromática, atenuação, etc.

Trata-se de um módulo codificador / decodificador (*Coder / Decoder* - CODEC) que opera na taxa OC-48/STM-16 (2,488 Gbit/s) e realiza a codificação ou decodificação de canal, utilizando um código do tipo *Reed-Solomon*.

A tecnologia foi desenvolvida no *CPqD - Telecom & IT Solutions* e foi testada em um ambiente real de uma operadora de telecomunicações, com o módulo incorporado a um *transponder* óptico (conversor de comprimento de onda) utilizado em sistemas WDM.

4.1.2 PROJETO ELETRÔNICO E DESCRIÇÃO DE FUNCIONAMENTO

O projeto do módulo *FEC CODEC 2.5 Gbit/s* foi concebido a partir de um conjunto de circuitos integrados (*chipset*) fabricados pela *Vitesse Semiconductor Corporation*. Especificamente, foram utilizados um demultiplexador (DEMUX), um codificador / decodificador (CODEC) e um multiplexador (MUX). A Figura 4.1 apresenta o diagrama de blocos do módulo *FEC CODEC 2.5 Gbit/s*.

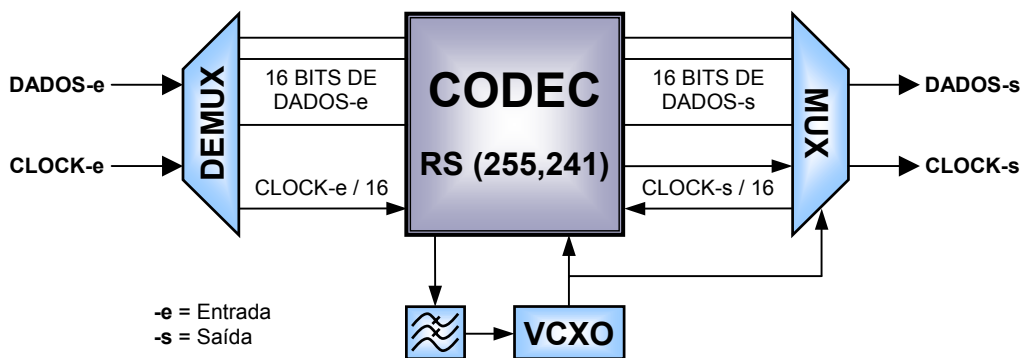


Figura 4.1 - Diagrama de blocos do módulo FEC CODEC 2.5 Gbit/s.

O módulo pode ser configurado para operar como codificador ou decodificador, além do modo *bypass* no qual o sinal de entrada é igual ao de saída.

Operando como codificador o DEMUX recebe uma sequência de bits na taxa de 2,488320 Gbit/s, correspondentes aos dados que serão transmitidos pelo canal de comunicação, juntamente com um sinal de relógio (*clock*) na frequência de 2,488320 GHz a partir de conectores de RF (radiofrequência) na entrada do módulo. Os dados são demultiplexados em 16 vias de 155,52 Mbit/s e o sinal de *clock* é dividido por 16, gerando uma frequência de 155,52 MHz.

Estas 16 vias de 155,52 Mbit/s de dados são enviadas juntamente com o sinal de *clock* de 155,52 MHz para o CODEC, onde serão codificados utilizando-se o código RS (255,241) e disponibilizados em 16 vias para o MUX.

O MUX recebe 16 vias de dados na taxa de 165,888 Mbit/s e gera uma sequência multiplexada na taxa de 2,654208 Gbit/s que é disponibilizada na saída do módulo, juntamente com um novo sinal de *clock* sintetizado por um circuito interno do tipo laço travado por fase (*Phase Locked Loop* - PLL). A diferença entre as frequências de *clock* (ou entre as taxas de transmissão de dados) na entrada e na saída do CODEC é devida à redundância inserida no processo de codificação.

Quando o módulo opera como decodificador, o DEMUX recebe uma sequência de bits na taxa de 2,654208 Gbit/s, correspondentes aos dados codificados recebidos do canal de comunicação, juntamente com um sinal de *clock* na frequência de 2,654208 GHz. Os dados são demultiplexados em 16 vias de 165,888 Mbit/s e o sinal de *clock* é dividido por 16, gerando uma frequência de 165,888 MHz. Em seguida, o CODEC decodifica os dados e os disponibiliza para o MUX.

O MUX multiplexa as 16 vias de dados recebidas na taxa de 155,52 Mbit/s e gera na saída do módulo uma sequência de 2,488320 Gbit/s correspondendo aos dados originalmente transmitidos, juntamente com um *clock* de 2,488320 GHz.

Para que todo este processo funcione corretamente, é necessário um mecanismo de controle da frequência de *clock* para garantir o sincronismo das operações de demultiplexação, codificação ou decodificação e multiplexação. Este controle é realizado por dois circuitos de PLL, um externo e um interno ao MUX.

O primeiro PLL é totalmente implementado dentro do MUX e possui um oscilador de alta frequência, responsável por sintetizar as frequências de *clock* de 2,654208 GHz ou 2,488320 GHz, utilizadas no processo de codificação e decodificação, respectivamente. Estas frequências são geradas a partir da multiplicação de uma frequência de referência, que é proveniente do oscilador do circuito do PLL externo. O segundo PLL é composto por dois divisores de frequência e um comparador de fase e frequência, que estão implementados no interior do CODEC, e por circuitos externos como um filtro passa-baixas para o laço, um integrador diferencial e um oscilador a cristal controlado por tensão (*Voltage Controlled Cristal Oscillator* - VCXO).

A relação entre as frequências de *clock* (ou entre as taxas de transmissão de dados) na entrada e na saída do CODEC deve ser rigorosamente mantida em 15/16 na operação de codificação e 16/15 para decodificação. Como já mencionado, esta diferença é devida à redundância inserida no processo de codificação.

Assim, $\frac{2,488320 \text{ Gbit/s}}{2,654208 \text{ Gbit/s}} = \frac{15}{16}$ na codificação e $\frac{2,654208 \text{ Gbit/s}}{2,488320 \text{ Gbit/s}} = \frac{16}{15}$ na decodificação.

A Figura 4.2 mostra um diagrama de blocos representando os estágios que compõem o circuito de PLL externo do módulo *FEC CODEC 2.5 Gbit/s*.

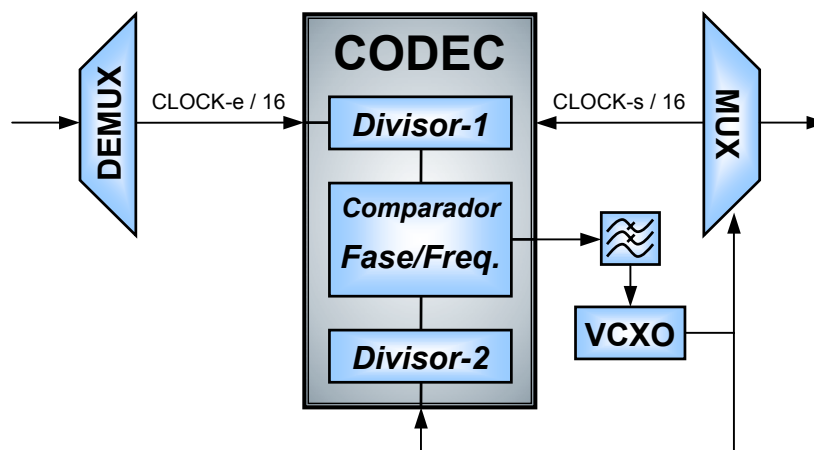


Figura 4.2 - Diagrama de blocos representando os circuitos de PLL do módulo *FEC CODEC 2.5 Gbit/s*.

Quando o módulo opera como codificador, o sinal de *clock* de 155,52 MHz (correspondente ao *clock* de alta frequência de 2,488320 GHz dividido por 16) proveniente do DEMUX é injetado no CODEC. Internamente, ele é dividido por **30** pelo Divisor-1 e disponibilizado para um comparador de fase e frequência. O sinal de *clock* do VCXO também é injetado no CODEC, internamente dividido por **16** pelo Divisor-2 e disponibilizado para o mesmo comparador de fase e frequência. Observando-se a relação entre os divisores do CODEC, verifica-se que o sinal de *clock* do VCXO deverá ter uma frequência igual a $\frac{16}{30} \times 155,52 \text{ MHz} = \mathbf{82,944 \text{ MHz}}$.

Quando o módulo opera como decodificador, o sinal de *clock* de 165,888 MHz (correspondente ao *clock* de alta frequência de 2,654208 GHz dividido por 16) é dividido por **32** pelo Divisor-1 do CODEC, enquanto o sinal de *clock* do VCXO é dividido por **15** pelo Divisor-2.

Assim, a frequência do VCXO neste caso será $\frac{15}{32} \times 165,888 \text{ MHz} = \mathbf{77,76 \text{ MHz}}$.

A Tabela 4.1 apresenta as frequências do VCXO necessárias para operação como codificador e decodificador.

Operação	VCXO
Codificador	82,944 MHz
Decodificador	77,76 MHz

Tabela 4.1 - Frequências nominais do VCXO para o codificador e decodificador.

O sinal de *clock* do VCXO é a referência externa utilizada pelo MUX para sintetizar o *clock* de alta frequência de saída, através de um circuito de PLL interno, como já mencionado, que realiza a multiplicação desta frequência de referência por 32, gerando um sinal de 2,654208 ou 2,488320 GHz de acordo com a frequência nominal do VCXO. Após sintetizar o *clock* de alta frequência, o MUX o divide internamente por 16 para gerar o *clock* reverso (*counter clock*) para o CODEC, onde é utilizado nos circuitos do estágio de saída das 16 vias de dados.

É desta forma, através da relação entre os divisores de frequência, que se estabelece a relação entre as frequências de *clock* na entrada e na saída do CODEC, de acordo com o modo de operação do módulo (codificação ou decodificação).

O projeto eletrônico foi iniciado a partir da elaboração do diagrama esquemático do módulo *FEC CODEC 2.5 Gbit/s*, utilizando-se uma ferramenta de automação de projeto eletrônico (*Electronic Design Automation* - EDA) denominada *Protel 99 SE* [32]. O módulo foi dividido em estágios básicos para facilitar o projeto, de acordo com características específicas necessárias em cada etapa. Os estágios de RF de alta frequência, correspondentes à entrada e saída do módulo, requeriam maiores cuidados com relação ao casamento de impedância. As recomendações das folhas de dados (*datasheets*) dos circuitos utilizados foram rigorosamente seguidas.

As interfaces de baixa velocidade, correspondentes à saída do MUX, à entrada e saída do CODEC e à entrada do MUX, são do tipo diferencial, com parâmetros elétricos correspondentes ao padrão de lógica acoplada ao emissor de baixa tensão positiva (*Low Voltage Positive Emitter Coupled Logic* - LVPECL), projetadas para utilização de linhas de transmissão de 50 ohms de impedância característica.

O circuito externo do segundo PLL é constituído apenas por um filtro passa-baixas, um integrador diferencial e um VCXO. O CODEC disponibiliza as saídas do comparador de fase interno, denominadas VCXO_UP e VCXO_DOWN. Estes sinais são pulsados e representam a diferença de fase entre o sinal de *clock* de entrada (dividido por 16 pelo DEMUX e por 30 ou 32 pelo Divisor-1 do CODEC) e o sinal de *clock* proveniente do VCXO (dividido por 16 ou 15 pelo Divisor-2 do CODEC). Após filtragem simples através de uma rede RC (1 pólo), estes sinais são injetados nas entradas de um integrador diferencial, implementado utilizando-se um amplificador operacional. O erro (diferença) de fase entre os sinais é então integrado e o resultado (saída do operacional) controla diretamente o VCXO. Assim, o laço do PLL é fechado e os sinais permanecem em fase.

Finalmente, uma fonte de alimentação foi incorporada ao módulo, sendo constituída apenas por reguladores lineares para gerar tensões de +3,3 e +5 VDC.

4.1.3 IMPLEMENTAÇÃO DO CÓDIGO RS (255,241)

O código implementado neste CODEC da *Vitesse Semiconductor Corporation* é o RS (255,241), com capacidade de correção de 7 dos 255 símbolos que compõem a palavra-código. Trata-se de um código não binário construído sobre um corpo de *Galois* do tipo $GF(2^3)$. Portanto cada símbolo possui 8 bits, o que leva a uma capacidade de correção de uma rajada de 56 bits em uma palavra-código de 2040 bits.

A Figura 4.3 apresenta a maneira como a palavra-código é construída pelo CODEC. A codificação é do tipo não sistemática, ou seja, o bloco de informação não é identificável dentro da palavra-código.

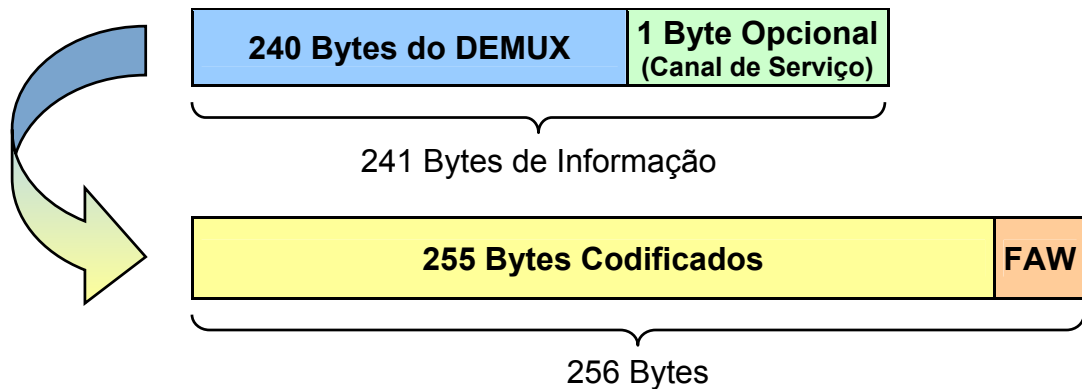


Figura 4.3 - Estrutura da palavra-código construída pelo CODEC.

Dos 241 símbolos de informação (k), apenas 240 são destinados aos dados recebidos do DEMUX, pois um símbolo (1 byte) é reservado para a inserção opcional dos dados de um canal de serviço, por exemplo, através de uma porta de acesso adicional do CODEC. Uma palavra de alinhamento de quadro (*Frame Alignment Word* - FAW) é adicionada à seqüência de 255 símbolos codificados (n). Apesar da nomenclatura, trata-se de 1 byte apenas que é utilizado pelo CODEC durante a decodificação. Portanto, o *frame* gerado contém 256 bytes, correspondentes à palavra-código (255 bytes) mais a FAW (1 byte).

Então, considerando-se apenas os 240 bytes provenientes do DEMUX (sem o byte opcional) e os 256 do *frame*, a relação entre o tráfego de dados não codificado e o codificado é $\frac{240}{256} = 0,9375$.

Este valor corresponde exatamente àquela relação entre as frequências de *clock* (ou entre as taxas de transmissão de dados) na entrada e na saída do CODEC, que deve ser rigorosamente mantida em 15/16 na operação de codificação e 16/15 para decodificação.

4.1.4 DESEMPENHO DO CÓDIGO RS (255,241)

O desempenho do código RS (255,241) é ligeiramente inferior ao do código RS (255,239), apresentado em capítulos anteriores, pois ele corrige um símbolo a menos em cada palavra-código. A Tabela 4.2 apresenta uma comparação entre as taxas de erro de bit (BER) teoricamente obtidas antes e depois da correção dos erros, efetuada por um decodificador utilizando os dois códigos analisados.

BER na Entrada (sem FEC)	BER na Saída RS (255,239)	BER na Saída RS (255,241)
10^{-4}	10^{-15}	10^{-13}
10^{-5}	10^{-24}	10^{-21}
10^{-6}	10^{-33}	10^{-29}

Tabela 4.2 - Taxas de erro de bit (BER) na entrada e na saída de um decodificador utilizando os códigos RS (255,239) e RS (255,241).

Para ambos os códigos, taxas de erro de entrada da ordem de 10^{-3} ou maiores causam problemas de realinhamento dos *frames* recebidos pelo decodificador, impossibilitando a decodificação correta.

4.1.5 LAYOUT DA PLACA DE CIRCUITO IMPRESSO

Após a conclusão do diagrama esquemático, o projeto prosseguiu com a elaboração do *layout* da placa de circuito impresso, utilizando-se a mesma ferramenta de *software* Protel 99 SE.

A primeira atividade foi a criação de uma biblioteca com os símbolos mecânicos dos componentes utilizados no módulo. Na fase seguinte, foi realizado um estudo de posicionamento dos componentes, considerando fatores técnicos (como o menor comprimento das trilhas, área de dissipação de calor, etc) e estéticos.

As trilhas correspondentes às ligações dos sinais de dados e de *clock* (alta e baixa frequência) deveriam ter impedância característica de 50 ohms. Entre o DEMUX e o CODEC, bem como entre o CODEC e o MUX, seriam necessárias 32 trilhas para o barramento de dados (16 linhas diferenciais). Assim, a etapa seguinte do projeto foi a realização de um estudo para se determinar a largura da trilha a ser utilizada, considerando-se sua impedância característica e o espaço disponível para o traçado das 32 trilhas. Devido à alta densidade de conexões entre os circuitos integrados, incluindo as ligações de alimentação, foi adotada a tecnologia de placa multicamadas. Desta forma, além de se facilitar o traçado das conexões através da criação de planos de alimentação internos, é possível controlar-se a impedância das trilhas através não apenas de sua largura, mas também de sua distância com relação ao plano de alimentação imediatamente abaixo. A placa foi projetada com 4 camadas, espessura final de aproximadamente 1,13 mm e dimensões iguais a 160 x 80 mm. A Figura 4.4 apresenta a estrutura construtiva da placa do módulo *FEC CODEC 2.5 Gbit/s*.

Dielétrico FR-4	Espessura = 0,165 mm	Face Superior
		Plano de +3,3 VDC
Dielétrico FR-4	Espessura = 0,8 mm	
		Plano de +5 VDC
Dielétrico FR-4	Espessura = 0,165 mm	Plano de Terra

Figura 4.4 - Estrutura construtiva da placa multicamadas do módulo *FEC CODEC 2.5 Gbit/s*.

Cálculos preliminares determinaram a largura de trilha e as espessuras de dielétrico para obtenção da impedância característica desejada. Porém, a distância final entre a face superior (onde ficam os componentes) e o plano de alimentação imediatamente abaixo foi determinada a partir de restrições técnicas de manufatura, informadas previamente pelo fabricante da placa.

Os cálculos para determinação da largura das trilhas de dados e *clock* foram realizados através de um *software* gratuito [33], a partir de parâmetros como a espessura da lâmina de cobre da placa, a impedância característica desejada, a espessura do dielétrico e sua constante dielétrica. Considerando-se as limitações impostas pelo fabricante, a espessura escolhida para o dielétrico foi de 0,165 mm ou 6,49 mils. Sua constante dielétrica é 4,6 (a 1 MHz). A lâmina de cobre da camada superior tem espessura equivalente à deposição uniforme de 0,5 oz. Assim, para a impedância característica de 50 ohms, as trilhas deveriam ter 10 mils (aproximadamente 0,25 mm) de largura. A Figura 4.5 mostra a tela do *software* utilizado para o cálculo da largura da trilha.

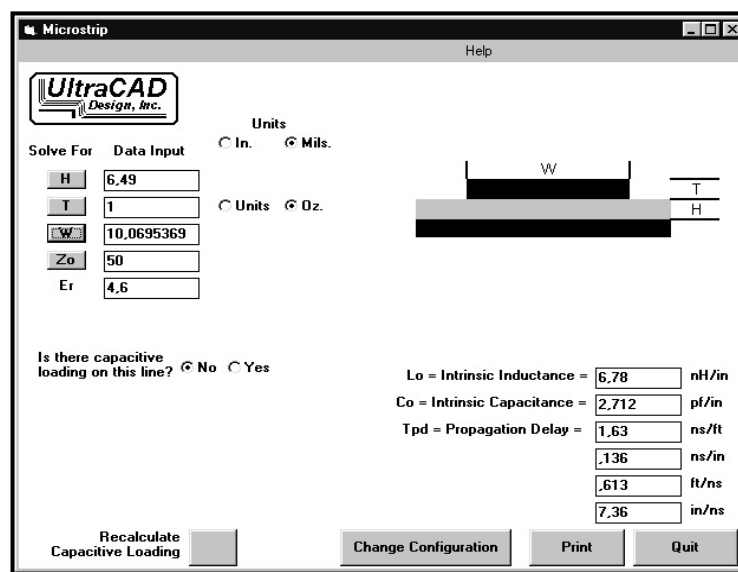


Figura 4.5 - Tela do *software* utilizado para cálculo da largura das trilhas de 50 ohms.

O modelo construtivo da linha de transmissão utilizado para o cálculo foi o da linha de microfita (*Microstrip Line*), como pode ser observado na Figura 4.5. Porém, ele não é o mais adequado visto que, no traçado das trilhas de dados e *clock*, foi utilizado um agrupamento para manter próximas as trilhas associadas a um mesmo sinal diferencial. Desta forma, o efeito do campo elétrico da trilha adjacente (associada ao par diferencial de um dado sinal) não é considerado no cálculo que utiliza o modelo de linha de microfita. No entanto, este modelo foi adotado para simplificar o cálculo, pois o *software* não dispunha de um mais adequado. Além disso, devido ao fato de o comprimento máximo de cada trilha não exceder o valor de 1/4 do comprimento de onda do sinal transportado, o efeito decorrente de impedâncias descasadas não teria grande impacto.

Quase todas as ligações foram feitas apenas na face superior (onde fica a maior parte dos componentes). As duas alimentações (+3,3 e +5 VDC) foram distribuídas através de dois planos de alimentação internos. Um plano de terra foi criado na face inferior, onde também foram montados diversos componentes, em sua maioria capacitores de desacoplamento dos circuitos integrados. A Figura 4.6 mostra a tela do *software Protel 99 SE*, durante a fase de traçado das ligações na face superior da placa.

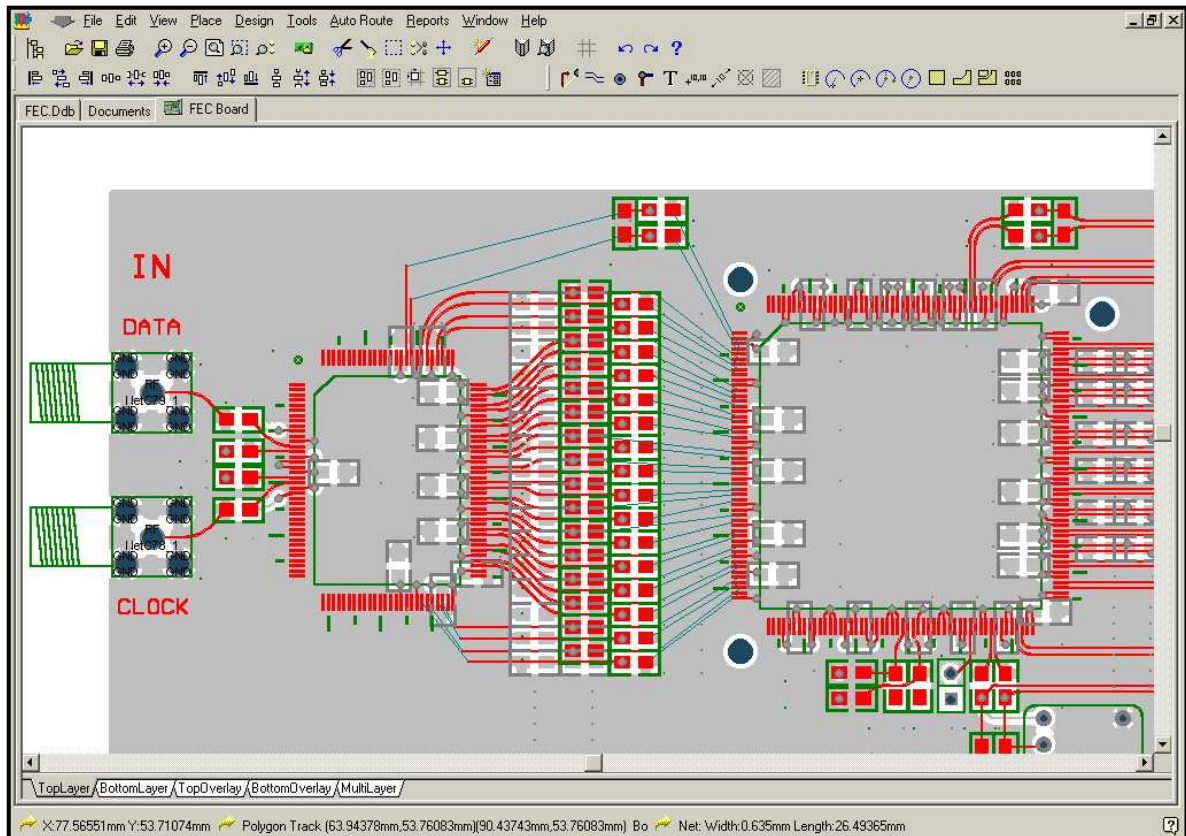
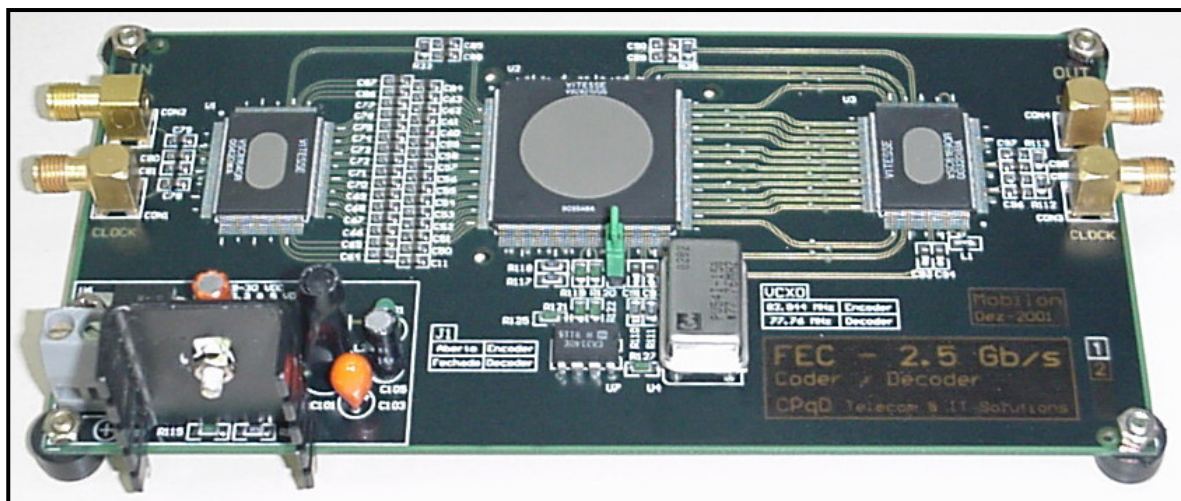
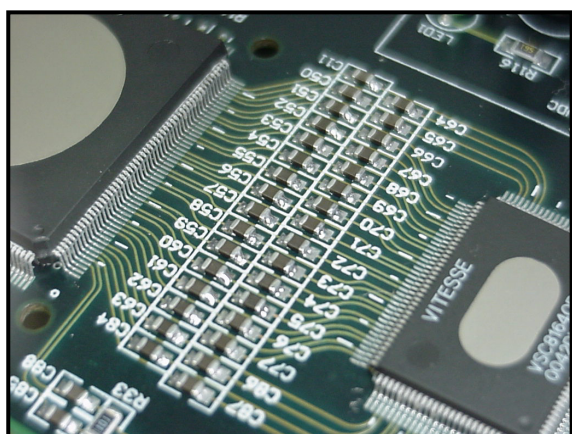


Figura 4.6 - Tela do *software Protel 99 SE*, durante o traçado das ligações na face superior da placa do módulo *FEC CODEC 2.5 Gbit/s*.

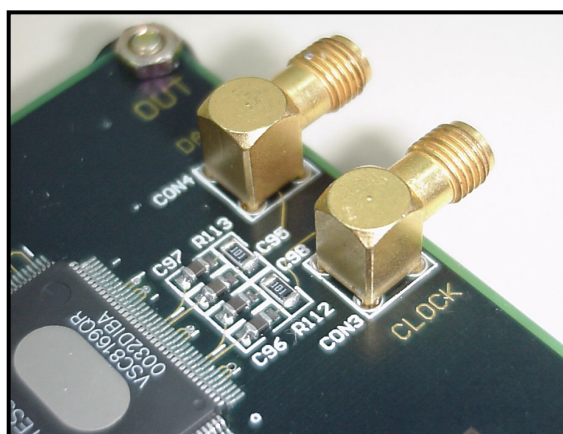
A Figura 4.7 apresenta diversas fotos da placa do módulo *FEC CODEC 2.5 Gbit/s*, onde podem ser observados detalhes como (a) o agrupamento das trilhas de dados e *clock* em “pares diferenciais”, (b) o acoplamento capacitivo adotado entre o DEMUX e o CODEC, (c) os conectores de RF utilizados, (d) os circuitos do segundo PLL (externo), entre outros. Na primeira foto (a) pode-se ver, da esquerda para a direita, os conectores de RF de entrada, o DEMUX, o CODEC ao centro, o MUX e os conectores de RF de saída.



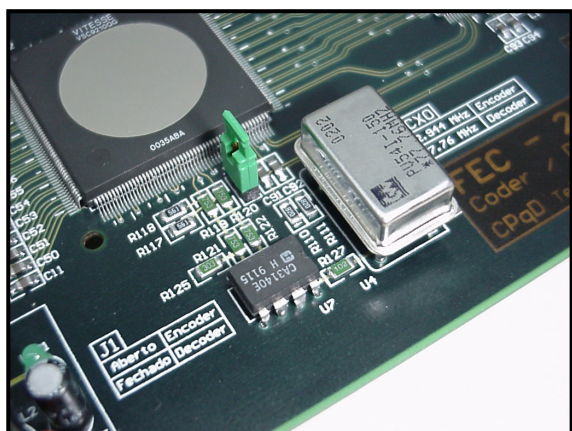
(a)



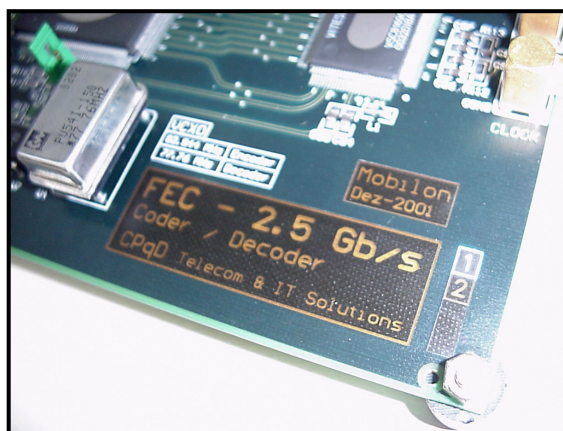
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 4.7 - Fotos do módulo FEC CODEC 2.5 Gbit/s: (a) placa toda; (b) acoplamento capacitivo; (c) conectores de RF; (d) circuito do PLL externo; (e) detalhe da legenda.

4.1.6 MONTAGEM E TESTES

Apesar do módulo *FEC CODEC 2.5 Gbit/s* ser constituído quase que totalmente por componentes de montagem em superfície (*Surface Mounted Device* - SMD), toda a montagem das duas placas protótipo foi realizada sem o emprego de nenhum equipamento especial, como uma estação de trabalho para SMD, por exemplo. A montagem foi realizada com uma estação de solda simples, utilizando-se apenas a técnica correta e a adição de fluxo de solda. Apenas como referência, o *chipset* composto pelo DEMUX, com 128 pinos, pelo CODEC, com 208 pinos e pelo DEMUX, com 128 pinos, foi completamente soldado em apenas 30 minutos aproximadamente (em cada placa).

Os testes iniciais foram realizados conectando-se um gerador de sinais pseudo-aleatórios à entrada do módulo *FEC CODEC 2.5 Gbit/s* e observando-se os sinais das interfaces de dados de alta e baixa frequência (entrada e saída do DEMUX e do MUX), utilizando-se uma ponta de prova ativa de alta frequência e um osciloscópio de amostragem digital (*Digital Sampling Oscilloscope* - DSO). Esta ponta possui um amplificador interno utilizando transistor de efeito de campo (*Field-Effect Transistor* - FET), o que lhe confere alta impedância de entrada e uma resposta em frequência que alcança 2,5 GHz. Seu acoplamento ao osciloscópio possui impedância de 50 ohms.

Os resultados obtidos através da análise dos diagramas de olho, tais como a duração dos pulsos, a fase entre os sinais de dados e *clock* e os níveis de tensão, foram comparados aos informados pelos *datasheets* dos componentes e verificou-se que estavam em concordância.

Na etapa seguinte, foi verificado o funcionamento do circuito do PLL externo, através da análise dos sinais de diferença de fase VCXO_UP e VCXO_DOWN enviados pelo CODEC, bem como o controle do VCXO efetuado pelo integrador diferencial. Desta vez, porém, constatou-se um funcionamento incorreto do circuito. O procedimento utilizado para a verificação da falha foi simples.

Pequenas variações na frequência do sinal de *clock* de entrada, em torno de 2,488320 GHz, deveriam causar variações nos sinais de diferença de fase VCXO_UP e VCXO_DOWN, levando a saída do amplificador operacional utilizado como integrador diferencial a um

nível de tensão diferente para corrigir a frequência do VCXO. Aplicando-se estas pequenas variações na frequência do gerador de sinais pseudo-aleatórios, observava-se que a saída do amplificador operacional permanecia constante em um dado nível de saturação (0 volts ou 4,5 volts). O aumento das variações aplicadas fazia com que o operacional invertesse sua saída, saturando para o nível oposto.

Uma observação mais cuidadosa no *datasheet* do componente escolhido revelou o problema. Ele foi incorretamente adotado como sendo um amplificador operacional do tipo “*Single Supply*” ou de alimentação única (não simétrica). Componentes deste tipo têm uma topologia de circuito interno projetada de modo a permitir alimentação tanto por fonte simples quanto simétrica. O componente originalmente escolhido não apresentava esta característica e, portanto, estava incorretamente polarizado.

Um novo amplificador operacional foi escolhido e montado no lugar do anterior, com pequenas modificações de *layout* através do rompimento de algumas trilhas da placa e novas conexões efetuadas por fios de pequena espessura. Comprovado o funcionamento do circuito do PLL externo, a frequência dos sinais de *clock* sintetizados pelo VCXO e pelo MUX foram medidas através de um freqüencímetro digital de microondas. Ambas estavam de acordo com as especificações.

Os testes seguintes foram realizados utilizando-se um medidor de taxa de erro de bit (*BER meter*). Cada placa foi testada separadamente, operando sem codificação. Os resultados comprovaram o funcionamento dos módulos operando no modo *bypass*, pois os dados enviados pelo gerador de sinais pseudo-aleatórios do *BER meter* foram recebidos sem erros.

No último teste realizado, as duas placas foram conectadas em série (uma operando como codificador e a outra, como decodificador) e ambas funcionaram da forma esperada.

A Figura 4.8 apresenta os diagramas de olho nas saídas do medidor de taxa de erro e do módulo *FEC CODEC 2.5 Gbit/s*, bem como os respectivos sinais de *clock*.

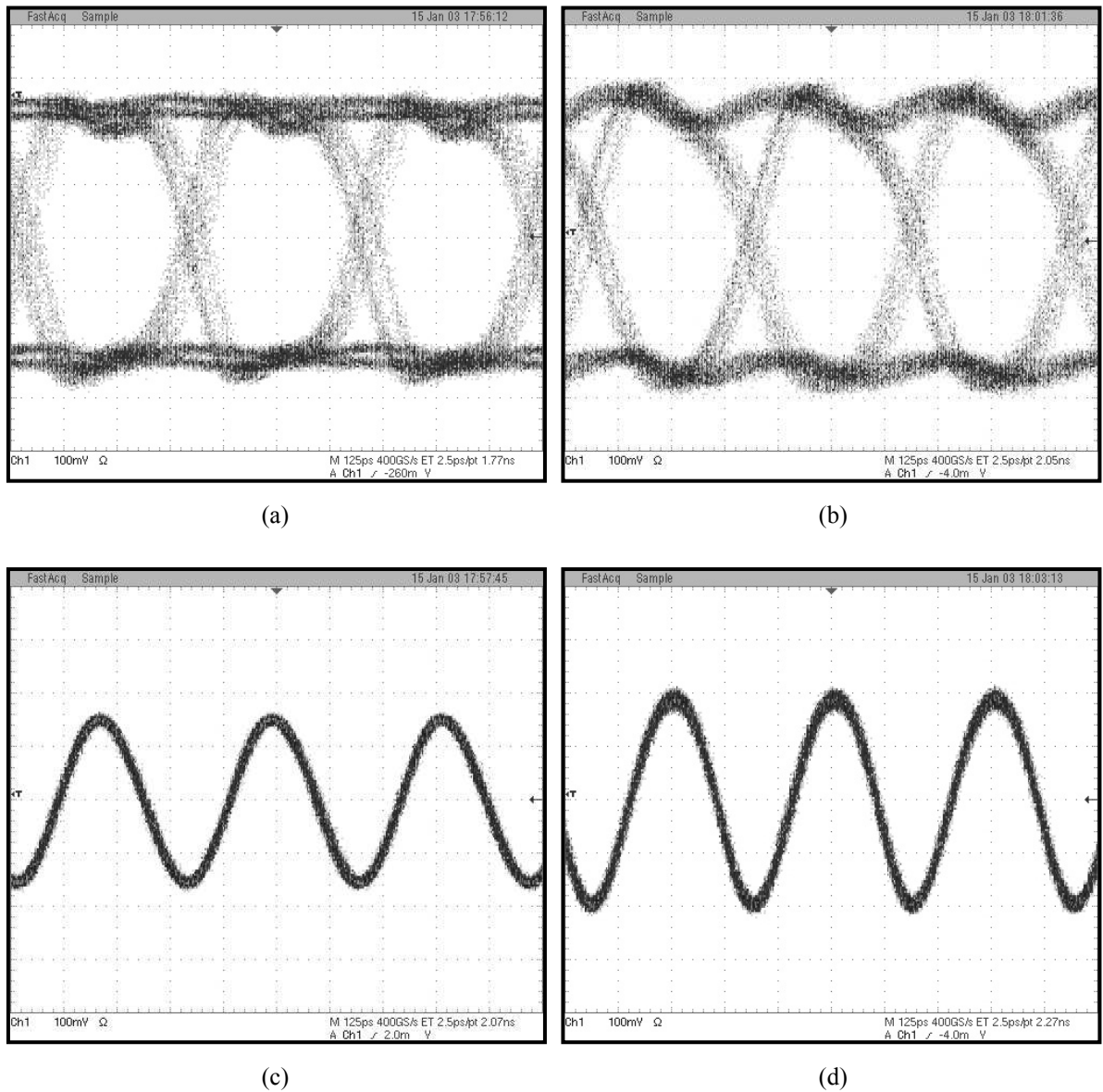


Figura 4.8 - Diagramas de olho nas saídas do (a) BER meter e do (b) módulo *FEC CODEC 2.5 Gbit/s*, juntamente com os respectivos sinais de clock (c) e (d).

4.2 DESENVOLVIMENTO DO MÓDULO *DFB LASER BOARD 2.5 GBIT/S*

4.2.1 OBJETIVO E MOTIVAÇÃO

Um dos experimentos planejados para estudo do efeito da aplicação dos códigos corretores de erro em sistemas de comunicações ópticas foi uma transmissão de um único canal em fibra SSMF utilizando-se modulação direta. Neste caso, o sistema de comunicação seria fortemente penalizado pela dispersão cromática.

Esta modulação direta pode ser conseguida através da montagem de um laser semicondutor de realimentação distribuída (*Distributed Feedback* - DFB), por exemplo, em uma pequena placa de circuito impresso. Uma pequena linha de transmissão do tipo *microstrip line* poderia transportar o sinal de modulação em alta frequência, proveniente de um conector de RF na extremidade da placa, até o correspondente pino do laser. Finalmente, um “T” de polarização (*Bias-T*) externo poderia ser utilizado para combinar o sinal de modulação com um nível de corrente constante para polarização do laser na melhor região de operação.

O inconveniente deste arranjo experimental é a necessidade do uso de um “controlador de laser” externo, constituído basicamente por fontes de corrente estabilizadas, responsáveis pela manutenção da temperatura e da potência óptica média do dispositivo, as quais são monitoradas através de um termistor e um fotodetector encapsulados juntamente com o diodo laser.

Foi decidido, então, que um novo circuito seria projetado e implementado para realizar estas funções - o módulo *DFB Laser Board 2.5 Gbit/s*.

4.2.2 PROJETO ELETRÔNICO E DESCRIÇÃO DE FUNCIONAMENTO

O módulo *DFB Laser Board 2.5 Gbit/s* é composto basicamente por um circuito *driver* para as correntes de modulação e polarização, um controlador de temperatura e um controlador de potência óptica média. A Figura 4.9 apresenta seu diagrama de blocos.

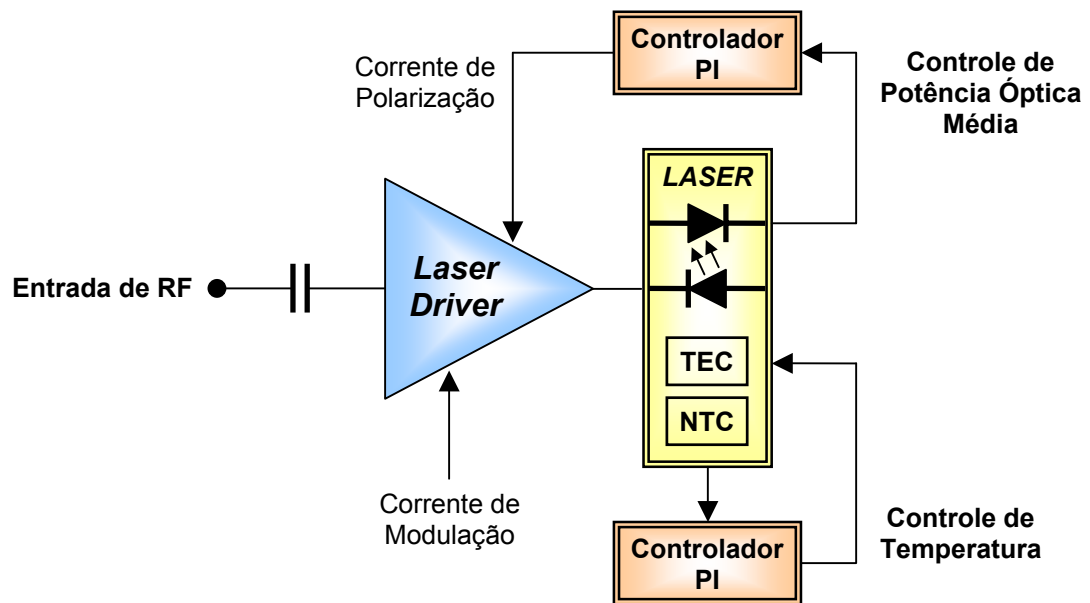


Figura 4.9 - Diagrama de blocos do módulo DFB Laser Board 2.5 Gbit/s.

O projeto foi concebido a partir de um *laser driver* integrado, fabricado pela *Lucent Technologies*. Este circuito integrado é capaz de fornecer uma corrente de modulação de até 65 mA e uma corrente de polarização de até 40 mA. O nível das correntes é controlado de forma independente, através de duas tensões aplicadas em pinos específicos.

O laser DFB utilizado é de fabricação da *Fujitsu Compound Semiconductor INC* e é projetado especificamente para permitir o uso de modulação direta, com baixa largura espectral.

O controle de temperatura implementado é do tipo proporcional integral (PI). A realimentação da temperatura no interior do encapsulamento do laser é obtida através da medição da tensão sobre o termistor integrado, polarizado por uma fonte de corrente. A temperatura desejada é ajustada através de um resistor variável (*trimpot*) multivoltas, que determina o ponto de operação (*setpoint*) do controlador PI, implementado com um amplificador operacional.

A saída do amplificador operacional é ligada a uma fonte de corrente bidirecional controlada por tensão, utilizada para polarizar o refrigerador termoelétrico do laser (*Thermoelectric Cooler* - TEC). Trata-se de um dispositivo baseado no efeito *Peltier*, capaz de resfriar ou aquecer o laser de acordo com o sentido de sua corrente de polarização. O comprimento de onda de operação do laser é função de sua temperatura de operação. Assim, através do controle de temperatura ele pode ser sintonizado em uma faixa de até 1 nm acima e abaixo do nominal a 25°C.

O controle da potência óptica média também é do tipo PI, implementado de modo análogo ao controle de temperatura. Neste caso, a realimentação é obtida através do fotodetector de monitoração, integrado ao encapsulamento do laser. A potência óptica média desejada também é ajustada através de um *trimpot* que determina o *setpoint* do controlador PI. A saída do controlador é ligada ao pino de controle de corrente de polarização do *laser driver*.

O controle da amplitude da corrente de modulação não é realimentado, sendo implementado apenas através de um *trimpot* ligado ao pino de controle de corrente de modulação do *laser driver*.

4.2.3 LAYOUT DA PLACA DE CIRCUITO IMPRESSO

O layout da placa de circuito impresso do módulo *DFB Laser Board 2.5 Gbit/s* foi realizado em várias etapas, como no projeto do módulo *FEC CODEC 2.5 Gbit/s*. A primeira atividade foi a criação de uma biblioteca com os símbolos mecânicos dos componentes, seguida por um estudo de posicionamento, também considerando fatores técnicos e estéticos.

A placa utilizada foi do tipo dupla-face, com 1,6 mm de espessura e dimensões iguais a 95 x 70 mm. Considerando-se que os componentes foram adequadamente posicionados, não houve necessidade do uso de linhas de transmissão casadas no estágio de alta frequência.

As ligações foram feitas apenas na face superior (onde ficam os componentes) e um plano de terra foi criado na face inferior.

A Figura 4.10 apresenta duas fotos da placa do módulo *DFB Laser Board 2.5 Gbit/s*.

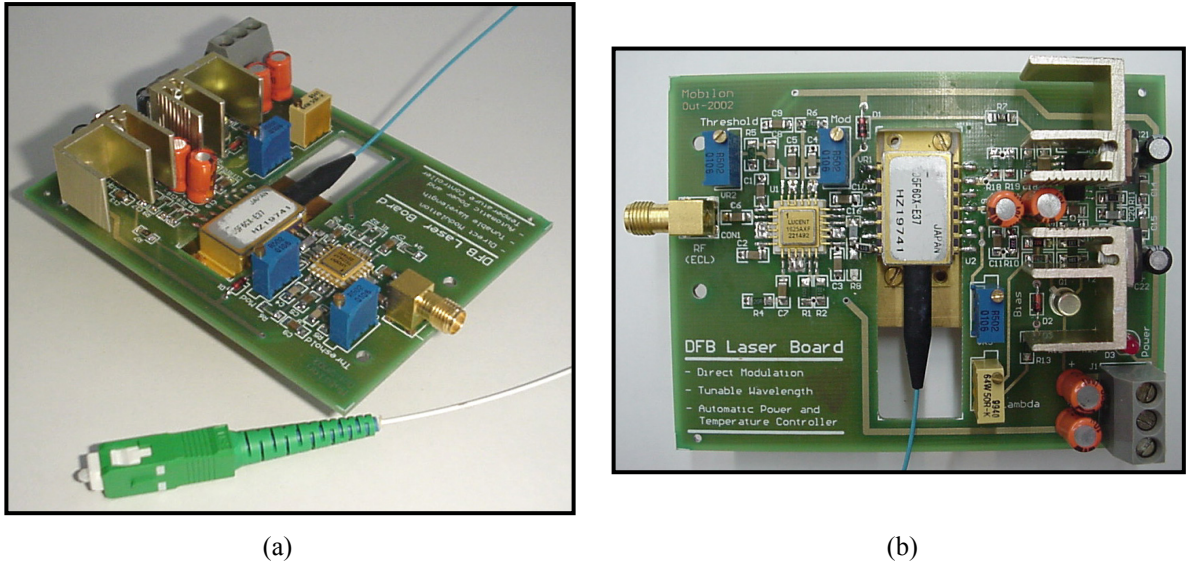


Figura 4.10 - Fotos do módulo *DFB Laser Board 2.5 Gbit/s*: (a) vista diagonal; (b) vista superior.

Na Figura 4.10 (b) pode-se ver, da esquerda para a direita, o conector de RF de entrada, o *laser driver*, o laser ao centro e os circuitos de controle de temperatura e potência óptica média.

4.2.4 MONTAGEM E TESTES

A montagem do módulo não apresentou nenhuma dificuldade específica. Os testes foram iniciados logo em seguida, utilizando-se um gerador de sinais pseudo-aleatórios conectado à entrada de RF do módulo. O sinal óptico foi monitorado em um osciloscópio de amostragem digital, utilizando-se um conversor óptico-elétrico conectado ao laser do módulo.

A potência óptica média foi ajustada em torno de 1 mW ou 0 dBm. Então, a corrente de modulação foi adicionada gradativamente enquanto o diagrama de olho se formava na tela do osciloscópio.

Constatou-se que o sinal apresentava distorções características de reflexões por descasamento de impedância. A verificação foi muito simples. Tocando-se no pino de saída de RF do *laser driver* com uma pinça metálica ou com o próprio dedo observava-se uma melhora nítida na forma do diagrama de olho, com retração quase completa dos *overshoots* e *undershoots* sobrepostos aos bits.

O *laser driver* utilizado apresenta impedância de saída casada com a de entrada do laser, igual a 25 ohms. No entanto, para se evitar possíveis descasamentos foi incorporada ao projeto uma rede de casamento de impedância, do tipo RC. Portanto, provavelmente os valores escolhidos para estes dois componentes não estavam adequados. Foi necessário um esforço extra para se encontrar empiricamente os novos valores.

A Figura 4.11 apresenta uma foto em detalhe do estágio de RF, com destaque para a rede de casamento de impedância RC, ligada entre o pino de saída do *laser driver* e o de entrada do laser.

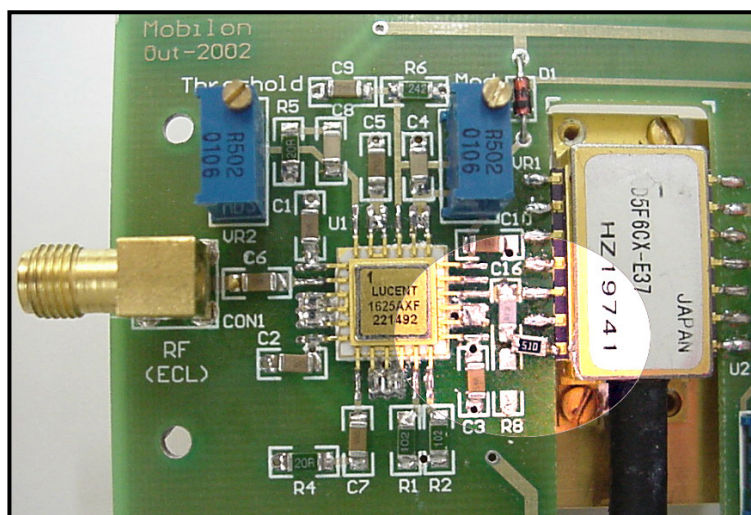


Figura 4.11 - Detalhe do estágio de RF do módulo DFB Laser Board 2.5 Gbit/s.

Pode-se observar pela foto que o resistor R8 foi retirado de sua posição normal e conectado diretamente aos pinos de terra do laser. Isto melhorou o casamento de impedância da rede RC, pois eliminou indutâncias parasitas presentes na conexão original do componente, realizada por uma via (furo de passagem) entre a face superior e o plano de terra inferior.

A Figura 4.12 apresenta o diagrama de olho obtido após a correção da rede de casamento de impedância RC.

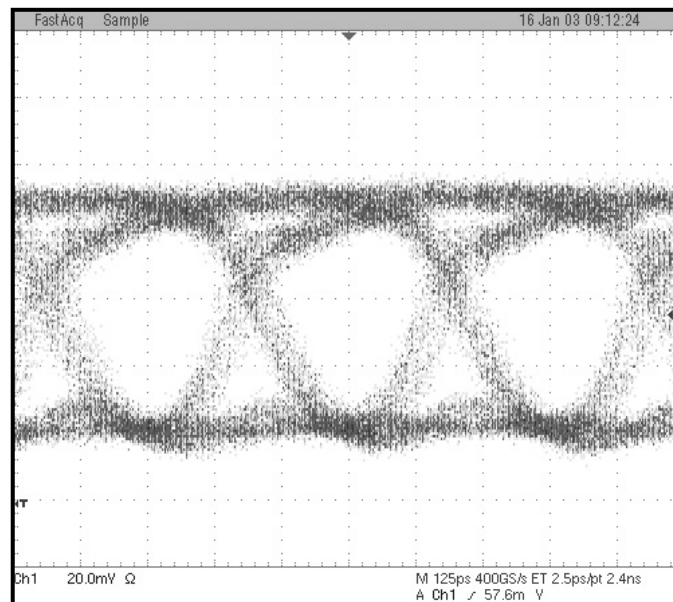


Figura 4.12 - Diagrama de olho do sinal transmitido pelo módulo DFB Laser Board 2.5 Gbit/s.

Testes realizados em câmara climática, com variações da temperatura interna de 5 a 45°C, comprovaram o funcionamento do controle de temperatura. A estabilidade de comprimento de onda (ajustado a 25°C) foi melhor do que 0,06 nm dentro desta faixa de temperaturas.

A **Razão de Extinção**, definida como a razão entre as potências ópticas correspondentes aos bits '1' e '0', foi ajustada para um valor em torno de 7. Valores ideais seriam maiores ou iguais a 10, porém um pequeno *undershoot* ainda estava presente no sinal, o que impedia que a razão de extinção fosse melhorada. O motivo é que tanto o aumento da corrente de modulação, quanto a redução da corrente de polarização, baixavam o nível da corrente de modulação correspondente ao bit '0' até valores muito próximos do limiar (*threshold*) do laser. Então, os *undershoots* invadiam a região LED do diodo laser,

causando uma oscilação que se tornava evidente no diagrama de olho e penalizava a transmissão. A Figura 4.13 apresenta, em (b), a degradação do diagrama de olho do sinal durante a tentativa de aumento da razão de extinção, através do aumento da corrente de modulação do laser.

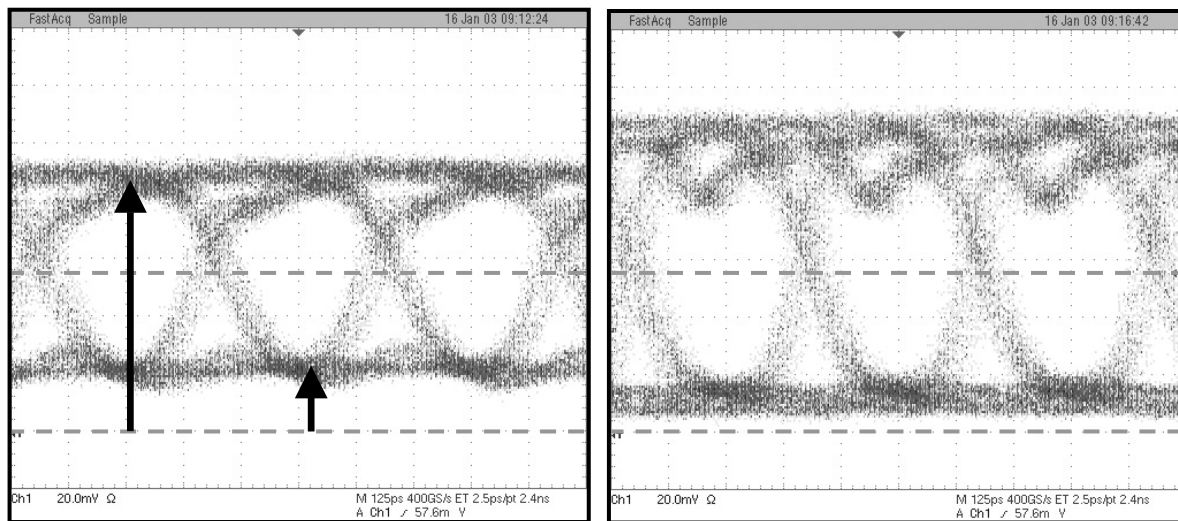


Figura 4.13 - Diagramas de olho do sinal transmitido com (a) razão de extinção menor do que 10 e (b) degradação decorrente do aumento da corrente de modulação.

Durante a análise experimental descrita no próximo capítulo, todas as medidas que utilizaram o módulo *DFB Laser Board 2.5 Gbit/s* foram realizadas com a razão de extinção ajustada em torno de 7.

Capítulo - 5

AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL DAS APLICAÇÕES DE FEC EM SISTEMAS DE COMUNICAÇÕES ÓPTICAS

Este capítulo descreve a etapa experimental e apresenta os resultados obtidos após avaliação do uso de FEC em sistemas de comunicações ópticas. Três experimentos foram realizados, caracterizando-se o desempenho da técnica FEC através da medida do “ganho de codificação óptico”. No primeiro, verificou-se que o uso de códigos corretores de erro pode viabilizar transmissões WDM em fibras de dispersão deslocada. Nos demais, a eficácia da técnica FEC foi comprovada em sistemas de transmissão óptica monocanal penalizados pela dispersão cromática.

5.1 APLICAÇÕES DE FEC EM SISTEMAS DE COMUNICAÇÕES ÓPTICAS

Diversos estudos têm sido realizados nos últimos anos com relação ao emprego cada vez maior da técnica *Forward Error Correction* (FEC), como alternativa para redução dos diversos fatores limitantes nos atuais sistemas de comunicações ópticas. Um bom exemplo é o caso da dispersão de modo de polarização (PMD), um efeito de difícil compensação devido às suas características dinâmicas, descrita no Capítulo 3. Algumas propostas de uso combinado de FEC e compensadores eletrônicos têm sido apresentadas [34, 35], bem como estudos acerca da estatística dos erros induzidos por PMD e sua influência no desempenho da técnica FEC [36, 37]. Novas estratégias de codificação também têm sido propostas, como o uso de códigos *Reed-Solomon* concatenados e de códigos de bloco turbo [38, 39]. Estes novos códigos apresentam maior redundância e, conseqüentemente, maior capacidade de correção.

Como já mencionado no Capítulo 3, de modo genérico os principais benefícios do uso de FEC em sistemas de comunicações ópticas são um ganho significativo no orçamento de

potência do enlace e a redução do patamar de erros do sistema. Isto, por sua vez, proporciona economia na implantação de uma rede, pois reduz a necessidade do uso de amplificadores ópticos ou regeneradores. Além disso, sistemas DWDM podem operar com menor espaçamento entre canais. O custo operacional fica então reduzido, o que em última instância também reduz o “custo por bit” na transmissão.

Foram estes os fatores que motivaram a realização de uma avaliação prática do desempenho da técnica FEC na presença de efeitos de propagação em fibra, em especial a dispersão cromática e a mistura de quatro ondas. Todo o método experimental será descrito nas Seções 5.2 e 5.3, juntamente com uma análise dos principais resultados obtidos. Uma seção adicional, 5.4, foi acrescentada no final do capítulo, mostrando os resultados da avaliação de um *transponder* óptico com FEC operando a 10 Gbit/s, realizada no laboratório de redes ópticas da Ericsson, em Estocolmo, Suécia.

5.1.1 CARACTERIZAÇÃO DO DESEMPENHO DA TÉCNICA FEC

Códigos corretores de erro podem ser caracterizados através da sua **Capacidade de Correção de Erros** (número de bits ou símbolos corrigidos em uma palavra-código), mas normalmente seu desempenho é avaliado através da análise da taxa de erro e do chamado **Ganho de Codificação**. No primeiro caso, o desempenho de um dado código pode ser obtido através da relação entre a taxa de erro do sistema com FEC e sem FEC. O ganho de codificação, por sua vez, é definido como o aumento da relação sinal-ruído elétrica (SNR) ou do fator Q, medido no circuito de decisão de um dado sistema utilizando FEC.

Porém, em sistemas de comunicações ópticas a medição da relação sinal-ruído elétrica não é uma tarefa trivial. Assim, pode-se definir o “**Ganho de Codificação Óptico**” como sendo o aumento da sensibilidade do receptor óptico de um dado sistema utilizando FEC. Neste caso, o ganho óptico medido corresponde ao ganho decorrente do uso de FEC, menos a penalidade gerada pelo aumento da taxa de transmissão, como consequência da redundância adicionada pelo código.

5.2 FEC EM SISTEMAS WDM SOBRE FIBRAS DE DISPERSÃO DESLOCADA

5.2.1 MOTIVAÇÃO E DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO

As fibras de dispersão deslocada (DSF) foram desenvolvidas para solucionar um dos problemas inerentes às redes ópticas de longa distância - a penalidade devido aos efeitos da dispersão cromática em transmissões realizadas na janela de 1550 nm sobre fibras SSMF, operando com taxas cada vez maiores devido à crescente demanda por novos serviços de telecomunicações. Cabos ópticos com fibras DSF foram instalados em muitos países, como o Brasil e o Japão, proporcionando uma melhoria significativa no desempenho de sistemas de transmissão monocanal, devido à baixa dispersão característica desta fibra na terceira janela de transmissão.

Após o advento do amplificador óptico à fibra dopada, o desenvolvimento dos sistemas WDM foi intensificado para atender as necessidades de expansão da capacidade de transmissão. Porém, novos problemas surgiram - a ocorrência de efeitos de propagação não lineares, decorrentes dos altos níveis de potência óptica injetada na fibra.

Sistemas WDM comerciais operando na chamada banda “C” (1530 a 1565 nm), por exemplo, são severamente penalizados quando utilizados com fibras DSF devido ao efeito da mistura de quatro ondas (FWM), cuja eficiência é alta devido à baixa dispersão. Os produtos resultantes das combinações não lineares entre canais WDM igualmente espaçados causam uma interferência denominada *cross-talk*, também descrita no Capítulo 3, que pode inviabilizar completamente o sistema de comunicação devido à degradação intensa da relação sinal-ruído óptica (OSNR) dos diversos canais afetados.

A implementação de sistemas WDM sobre fibras de dispersão deslocada é realmente uma tarefa difícil, mas felizmente foram desenvolvidas algumas técnicas para minimizar os problemas existentes. Uma delas é denominada dessintonia e consiste na alocação dos canais WDM de forma não equidistante, com relação aos comprimentos de onda, para que não coincidam com os produtos gerados pelo efeito FWM [40].

Uma alternativa seria, ainda, a redução da potência óptica injetada na fibra, com a conseqüente redução do enlace de comunicação ou da margem dinâmica do sistema.

Estudos acerca do desempenho de sistemas operando com FEC sob influência de diferentes níveis de interferência do tipo *cross-talk*, como a causada pelo fenômeno da mistura de quatro ondas, bem como na presença de outros efeitos não lineares, foram recentemente realizados [41, 42].

Este trabalho apresenta uma avaliação experimental da utilização da técnica FEC como alternativa para aumentar o desempenho de transmissões WDM sobre fibras de dispersão deslocada (ou mesmo viabilizá-las, como será visto adiante), aliviando as penalidades causadas por efeitos como a mistura de quatro ondas e a instabilidade de modulação.

5.2.2 ARRANJO EXPERIMENTAL

O *hardware* necessário para se realizar a codificação e decodificação foi o módulo *FEC CODEC 2.5 Gbit/s*, projetado e montado conforme descrito no Capítulo 4.

Para a transmissão WDM, foi utilizado um módulo transmissor WDM montado em laboratório, composto por 8 lasers DFB com controle de temperatura e de potência óptica média. Cada um dos lasers era ligado em um controlador mecânico de polarização óptica. As saídas destes controladores eram combinadas através de um acoplador óptico e todos os canais eram então injetados em um modulador de eletro-absorção. Assim, todos os canais eram modulados externamente por um único sinal de RF proveniente de um conector no painel frontal, onde havia também 8 interruptores que permitiam ligar ou desligar cada um dos 8 lasers.

A Figura 5.1 apresenta uma foto do módulo transmissor WDM, sem a tampa superior. Pode-se observar os interruptores frontais e os controladores mecânicos de polarização ao centro.

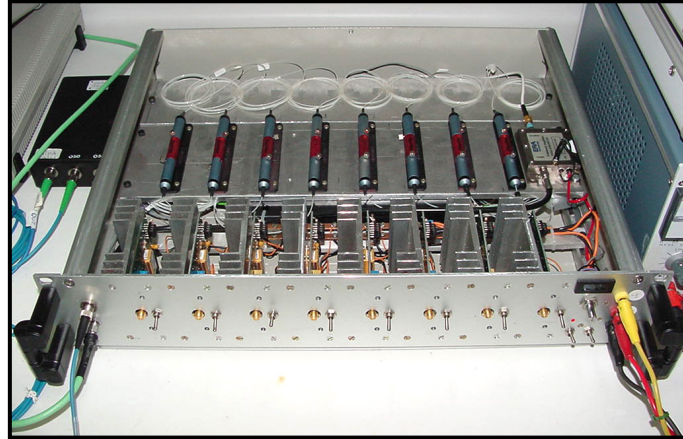


Figura 5.1 - Foto do módulo transmissor WDM, utilizado no arranjo experimental de caracterização de desempenho da técnica FEC, sem a tampa superior.

A Figura 5.2 apresenta o diagrama de blocos do arranjo experimental montado para caracterização do desempenho da técnica FEC em sistemas WDM sobre fibra DSF, penalizados por efeitos não lineares como a mistura de quatro ondas (FWM) e a instabilidade de modulação (MI).

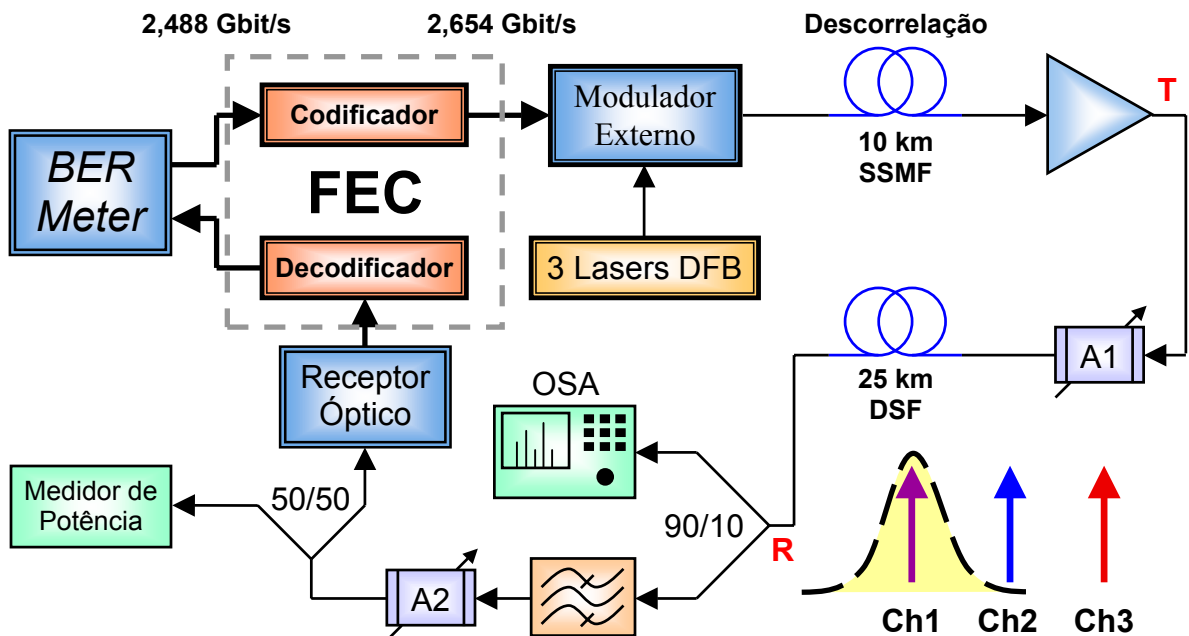


Figura 5.2 - Diagrama de blocos do arranjo experimental utilizado para caracterizar o desempenho da técnica FEC em sistemas WDM sobre fibras DSF penalizados por FWM.

Um medidor de taxa de erro de bit (*BER meter*) foi utilizado para gerar uma sequência de bits pseudo-aleatória (*Pseudo-Random Bit Sequence* - PRBS) de $2^{23} - 1$ palavras a 2,488 Gbit/s, juntamente com um sinal de *clock* de 2,488 GHz, que foram injetados na entrada do codificador. A codificação e decodificação foram realizadas por 2 módulos *FEC CODEC 2.5 Gbit/s* independentes. Devido à redundância inserida no processo de codificação, a taxa de saída do codificador era de 2,654 Gbit/s. O sinal de dados codificado foi injetado na entrada de RF do módulo composto pelos 8 lasers. Apenas 3 canais foram utilizados e portanto os outros 5 lasers permaneceram desligados. Uma carga resistiva de 50 ohms foi conectada à saída de *clock* não utilizada do módulo codificador, provendo o casamento de impedância e evitando reflexões indesejadas.

A Tabela 5.1 apresenta o comprimento de onda sintonizado com espaçamento de 2,39 nm em cada um dos 3 canais transmitidos. Este espaçamento correspondente a 300 GHz, aproximadamente, foi adotado na escolha dos lasers durante a montagem do módulo de transmissão WDM. Um controle de temperatura permitia, ainda, um pequeno ajuste do comprimento de onda desejado.

Canal	Comprimento de Onda
1	1548,16 nm
2	1550,55 nm
3	1553,94 nm

Tabela 5.1 - Canais ópticos utilizados para transmissão WDM sobre fibra DSF.

Dado que todos os canais eram modulados simultaneamente, o sinal óptico multiplexado foi transmitido por um pequeno enlace de 10 km de fibra SSMF para que os pulsos fossem descorrelacionados, como resultado das diferentes velocidades de propagação dos diferentes comprimentos de onda de cada canal. Desta forma, o sistema WDM experimental se aproximaria de um sistema com tráfego real aleatório. O comprimento do enlace necessário para descorrelação foi determinado a partir de um cálculo simples, considerando-se um atraso de 400 ps entre os canais, o que corresponde exatamente à duração de um bit na transmissão a 2,5 Gbit/s. O coeficiente de dispersão cromática, D , pode ser considerado como sendo 17 ps/(nm · km). Assim:

$$\tau = D \cdot L \cdot \Delta\lambda \quad (5.1)$$

onde τ é o atraso de propagação entre os canais, L é o comprimento do enlace e $\Delta\lambda$ é a separação entre os canais (com relação aos comprimentos de onda). Portanto:

$$L = \frac{400 \text{ ps}}{17 \frac{\text{ps}}{\text{nm} \cdot \text{km}} \cdot 2,39 \text{ nm}} \cong 9,84 \text{ km} \quad (5.2)$$

Verifica-se, então, que 10 km de fibra do tipo SSMF seriam suficientes para garantir um atraso equivalente a 1 bit, entre os 3 canais igualmente espaçados de 2,39 nm. Considerando-se a aleatoriedade das seqüências geradas pelo *BER meter* (seqüências pseudo-aleatórias), uma defasagem de 1 bit entre cada canal já é suficiente para minimizar sua correlação.

Os 3 canais já descorrelacionados foram então amplificados por um amplificador óptico do tipo EDFA e o atenuador óptico variável número 1 foi utilizado para controlar a potência média injetada em um enlace de fibra de dispersão deslocada (DSF) de 25 km, utilizado para aumentar a eficiência do fenômeno não linear da mistura de quatro ondas devido à baixa dispersão na janela de transmissão utilizada. O comprimento de onda de dispersão nula da fibra (λ_0) situava-se em torno daquele do canal 2, especificamente em 1551,55 nm. Portanto, os canais 1 e 2 estavam na região de dispersão negativa (normal) e o canal 3, na de dispersão positiva (anômala).

Na saída do enlace, uma derivação de 90% proveniente de um divisor de potência óptica foi conectada a um filtro óptico mecanicamente sintonizável, com largura de banda de 0,8 nm, utilizado para remover o ruído ASE proveniente do amplificador óptico e para selecionar apenas o canal 1 para medição. Os outros 10% da potência eram utilizados para monitoração dos efeitos de propagação dos canais ópticos, através de um analisador de espectro óptico (*Optical Spectrum Analyzer* - OSA) com resolução de 0,1 nm.

O atenuador óptico variável número 2, conectado à saída do filtro óptico, foi utilizado para ajustar a potência óptica média recebida, que foi dividida em 2 partes iguais para um medidor de potência óptica e para um receptor óptico com recuperador de relógio montado

em laboratório, composto por um módulo comercial baseado em fotodetector do tipo APD. A Figura 5.3 apresenta uma foto do receptor óptico, sem a tampa superior.

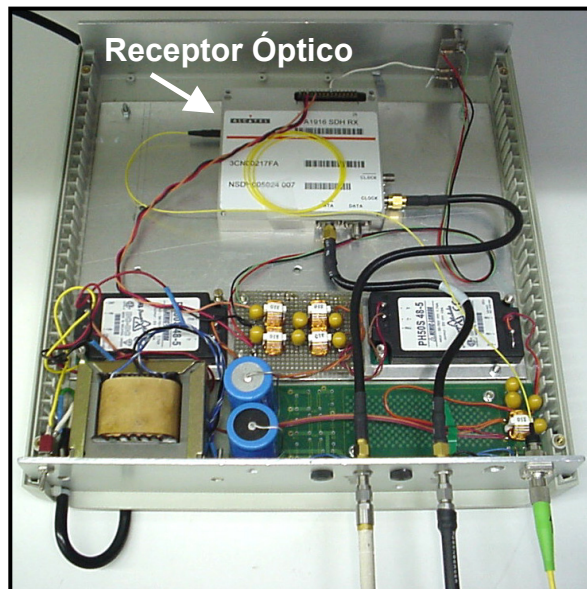
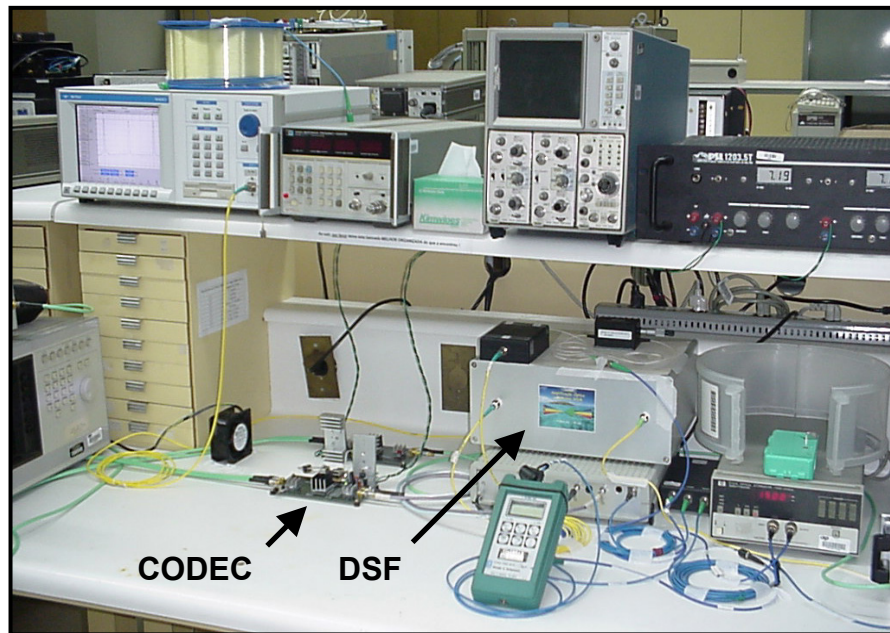


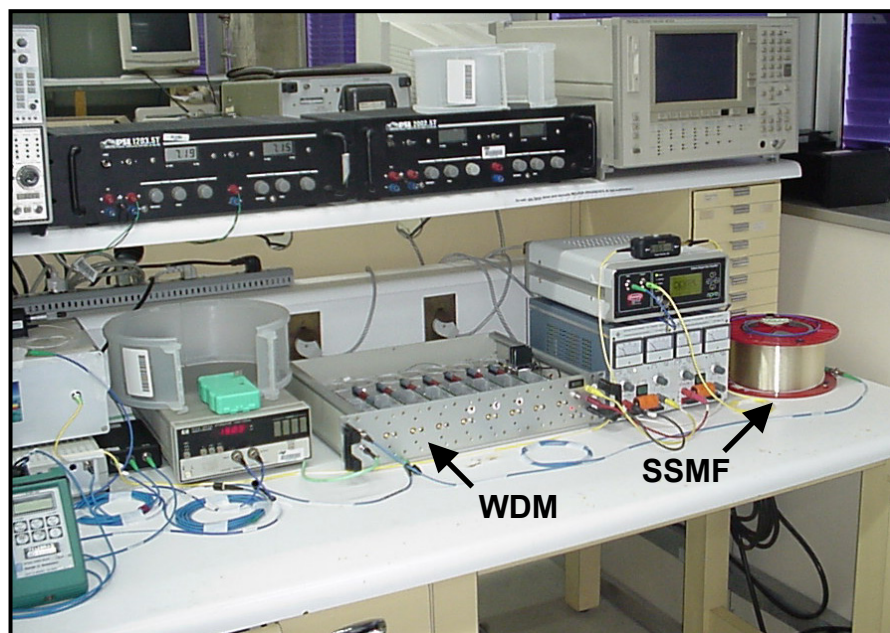
Figura 5.3 - Foto do receptor óptico com recuperador de relógio, utilizado no arranjo experimental de caracterização de desempenho da técnica FEC.

Os sinais de dados e *clock*, recuperados pelo receptor óptico, foram injetados no decodificador para detecção e correção dos erros. Após a decodificação, os sinais de dados e *clock* na saída do decodificador, agora respectivamente iguais a 2,488 Gbit/s e 2,488 GHz, foram enviados para o *BER meter* para medição da taxa dos erros remanescentes.

A Figura 5.4 apresenta duas fotos do arranjo experimental montado em bancada. Na primeira foto (a) pode-se observar no canto inferior esquerdo os dois módulos *FEC CODEC 2.5 Gbit/s*, utilizados para codificação e decodificação. Um pouco a direita do centro encontra-se o enlace de 25 km de fibra DSF, dentro de uma caixa metálica. Na segunda foto (b) pode-se observar, do centro para a direita, o módulo de transmissão WDM, o amplificador óptico e o enlace de 10 km de fibra SSF, utilizada para descorrelação dos canais.



(a)



(b)

Figura 5.4 - Fotos do arranjo experimental utilizado para caracterizar o desempenho da técnica FEC em sistemas WDM sobre fibra DSF: (a) lado esquerdo da bancada; (b) lado direito.

5.2.3 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O procedimento experimental foi iniciado com a sintonia dos canais ópticos 1, 2 e 3 em comprimentos de onda equidistantes, através do controle de temperatura dos lasers do módulo transmissor WDM. Eles foram propositalmente alocados ao redor do λ_0 da fibra DSF para intensificar ainda mais o fenômeno da mistura de quatro ondas. Além disso, foi possível estudar-se os efeitos da instabilidade de modulação que ocorre na região de dispersão anômala (canal 3), comparando-se os ganhos de codificação com os obtidos para o canal 1, alocado na região de dispersão normal.

Em seguida, foi realizada uma caracterização do sistema de transmissão e recepção através de uma conexão em *back-to-back* (BTB), ou seja, com os pontos **T** e **R** da Figura 5.2 diretamente conectados. Neste caso apenas o canal 1 foi utilizado, enquanto os demais permaneciam desligados.

Então, as medições de taxa de erro foram iniciadas, variando-se a potência óptica média recebida através do atenuador óptico variável número 2. Os dados foram coletados com o sistema operando no modo FEC, ou seja, com a codificação e a decodificação sendo realizadas e no modo *bypass*, o que equivale a uma transmissão sem FEC. Em ambos os casos a taxa de transmissão foi de 2,654 Gbit/s.

Após esta caracterização preliminar, os canais 2 e 3 foram ativados para que o canal 1 fosse penalizado pela interferência decorrente do fenômeno da mistura de quatro ondas. Então, duas técnicas de compensação para aliviar a penalidade causada pela interferência do produto resultante da combinação dos canais 2 e 3 foram testadas - a técnica da dessintonia e a da redução da potência óptica média injetada na fibra. Em todos os casos, novos dados foram coletados tanto no modo FEC quanto no *bypass*. A variação da potência óptica média recebida era feita em passos de 0,5 dB no modo *bypass* e 0,1 dB no modo FEC, pois neste último caso a taxa de erro era extremamente susceptível às mínimas variações de potência na entrada do receptor óptico. O tempo gasto em cada medição no modo *bypass* era variável, pois foi considerado que a contagem de 100 erros seria estatisticamente suficiente para o cálculo de taxas de erro até 10^{-9} . Nas taxas menores,

de 10^{-10} , 10^{-11} e 10^{-12} , foram contados apenas 50, 10 e 4 erros respectivamente. Para o modo FEC a contagem dos erros não seguiu um padrão determinado, pois foi realizada observando-se a convergência do valor da taxa de erro observada na tela do *BER meter*.

5.2.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

O gráfico da Figura 5.5 apresenta o espectro óptico do sinal proveniente do canal 1, passando pelo filtro mecanicamente sintonizável. Pode-se observar a relação sinal-ruído óptica (OSNR) medida, igual a 36 dB.

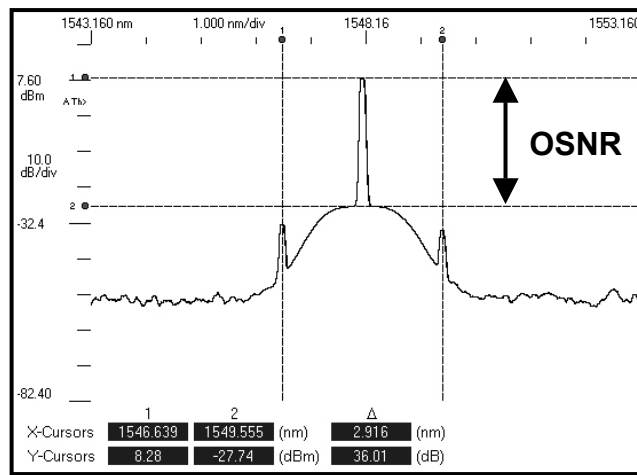


Figura 5.5 - Espectro óptico do canal 1 após o filtro mecanicamente sintonizável.

Na Figura 5.6 podem ser observados dois espectros ópticos dos canais injetados na fibra DSF com potência óptica média total de 11 dBm, correspondente à soma das potências dos canais 1, 2 e 3 previamente medidas com o OSA. Em (a) pode-se observar os três canais WDM alocados de forma equidistante, com 2,39 nm de separação. Em (b) o canal 1 foi desligado e verifica-se que o produto dos canais 2 e 3, gerado pelo fenômeno da mistura de quatro ondas, tem comprimento de onda exatamente igual ao do canal 1, gerando uma interferência do tipo *cross-talk* de 6 dB. Em outras palavras, o nível de potência do produto interferente está apenas 6 dB abaixo do nível de potência do canal 1. Como será visto adiante, isto penaliza fortemente o canal 1, praticamente inviabilizando a transmissão de dados devido à alta taxa de erro.

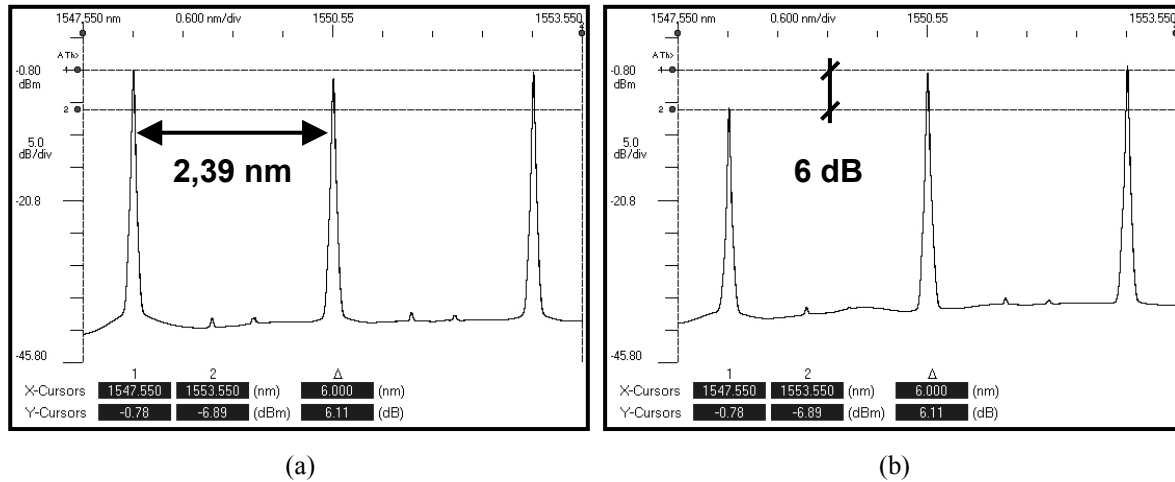


Figura 5.6 - Espectros ópticos dos canais (a) 1, 2 e 3 e (b) 2 e 3, juntamente com o cross-talk gerado por FWM, para uma potência óptica média injetada na fibra DSF de 11 dBm.

O nível de potência óptica média injetada na fibra DSF foi reduzido para 8 dBm, para avaliação de sua influência sobre a eficiência de geração dos produtos resultantes do efeito FWM. A Figura 5.7 apresenta os mesmos resultados da Figura 5.6, porém com potência óptica média total de 8 dBm. Desta vez, verifica-se em (b) que o produto dos canais 2 e 3 gera uma interferência de 15 dB.

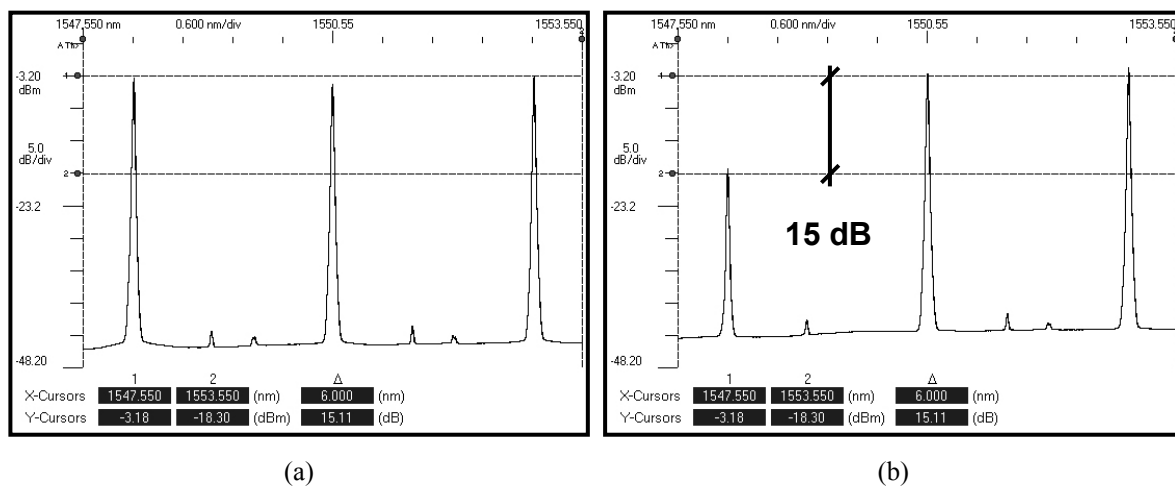


Figura 5.7 - Espectros ópticos dos canais (a) 1, 2 e 3 e (b) 2 e 3, juntamente com o cross-talk gerado por FWM, para uma potência óptica média injetada na fibra DSF de 8 dBm.

Em ambos os casos, pode-se observar que o desligamento do canal 1 alterou os níveis de potência dos canais 2 e 3. Isto ocorre devido ao fato de o amplificador óptico utilizado não dispor de controle dinâmico de ganho.

Como já mencionado na Seção 5.2.1, uma das técnicas para minimizar a penalidade causada pela interferência dos produtos resultantes do efeito FWM é a alocação dos canais com comprimentos de onda não equidistantes. A Figura 5.8 apresenta o espectro óptico dos 3 canais WDM transmitidos pela fibra DSF com a aplicação da técnica da dessintonia no canal 1.

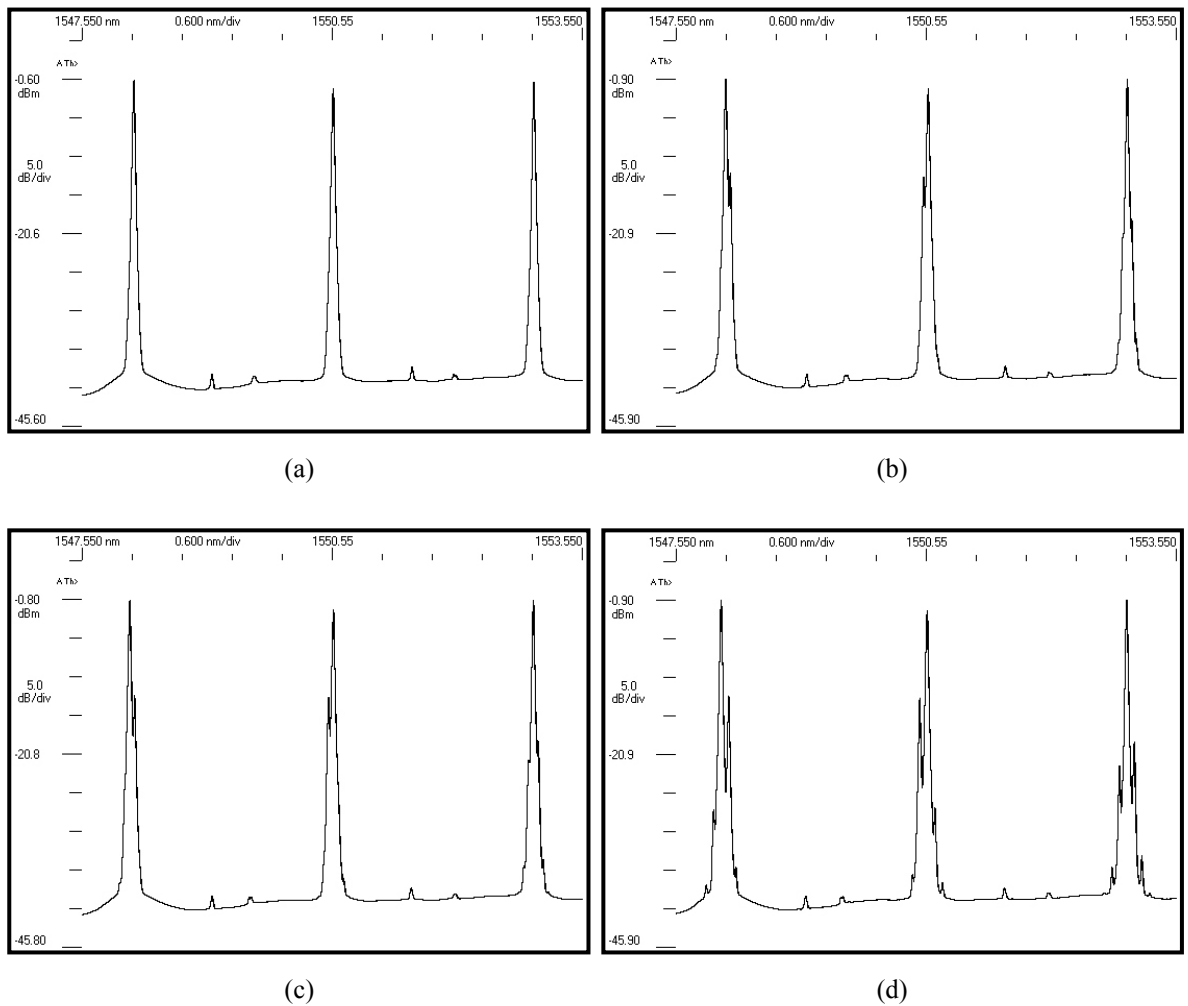


Figura 5.8 - Espectros ópticos dos canais 1, 2 e 3, aplicando-se a técnica da dessintonia no canal 1: (a) canal 1 sintonizado; (b) desvio de 25 pm; (c) desvio de 50 pm; (d) desvio de 75 pm.

Verifica-se que, à medida que o comprimento de onda do canal 1 é desviado, ele se afasta do produto resultante da combinação dos canais 2 e 3. O desvio máximo admitido depende da largura de banda dos filtros ópticos ou demultiplexadores utilizados na recepção dos sistemas WDM.

Um estudo do desempenho da técnica FEC em transmissões monocanal foi realizado nas regiões de dispersão normal (canal 1) e anômala (canal 3). A Figura 5.9 apresenta o espectro óptico do canal 1 com diferentes potências injetadas, especificamente 11 e 8 dBm. Verifica-se que a relação sinal-ruído óptica (OSNR) subiu de 36,33 para 40 dB, após uma redução de 3 dB na potência média injetada.

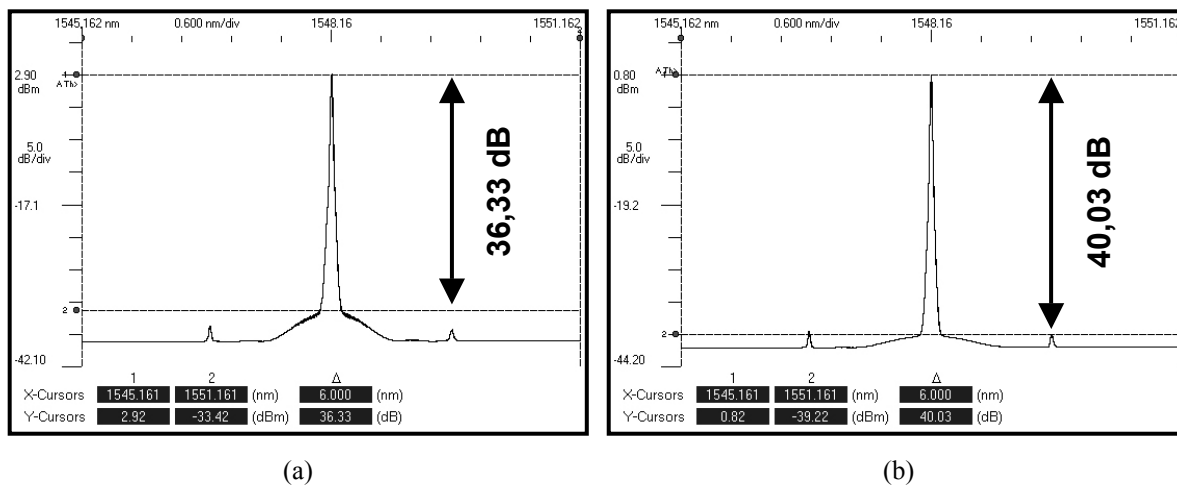


Figura 5.9 - Espectro óptico do canal 1, com potência óptica média injetada igual a (a) 11 dBm e (b) 8 dBm.

O mesmo experimento foi realizado com o canal 3, na região de dispersão anômala, e os resultados estão apresentados na Figura 5.10. Neste caso, pode-se observar claramente o ruído óptico proveniente da instabilidade de modulação, na forma de bandas laterais ao redor do canal, que na verdade é uma mistura de quatro ondas entre o próprio canal e o ruído óptico proveniente da emissão espontânea do amplificador óptico. Novamente houve um aumento da OSNR, de 36,33 para 40,68 dB, após a redução de 3 dB na potência óptica injetada.

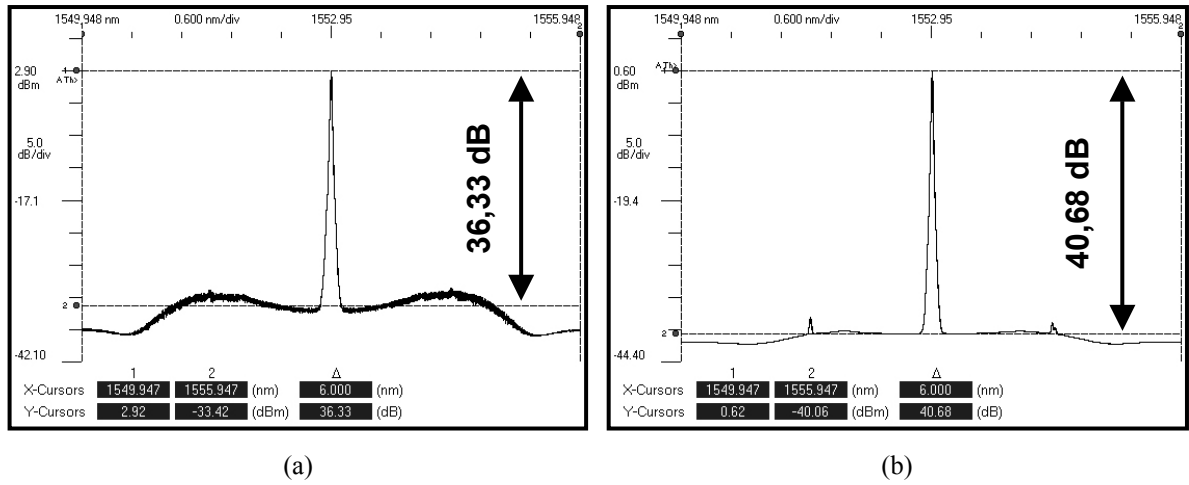


Figura 5.10 - Espectro óptico do canal 3 mostrando o ruído proveniente da instabilidade de modulação, com potência óptica média injetada igual a (a) 11 dBm e (b) 8 dBm.

A Figura 5.11 apresenta um gráfico da taxa de erro (BER) em função da potência óptica média recebida pelo receptor óptico, correspondente ao canal 1 em uma configuração *back-to-back* operando com e sem o uso de FEC. Deve-se lembrar que em ambos os casos a taxa de transmissão foi mantida constante, igual a 2,654 Gbit/s.

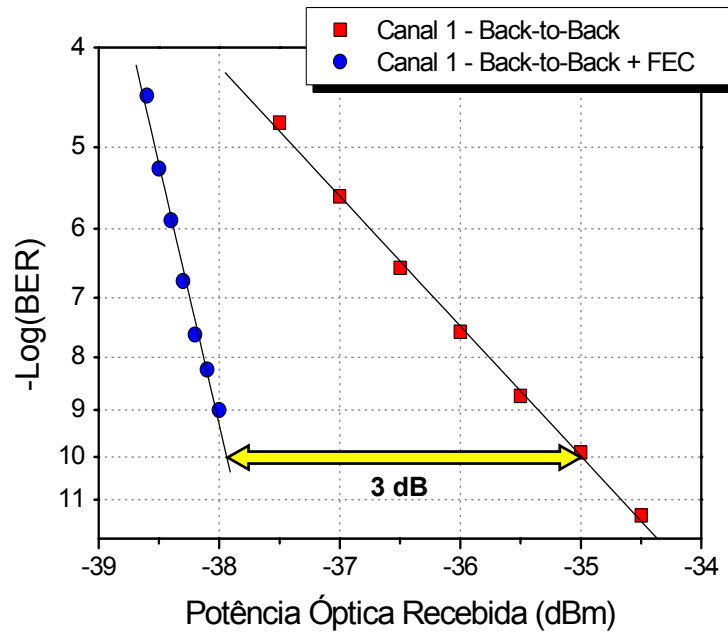


Figura 5.11 - Taxa de erro (BER) em função da potência óptica média recebida para o canal 1 em uma configuração *back-to-back*, operando com e sem FEC.

O ganho de codificação óptico, nesta configuração, é de aproximadamente 3 dB e a sensibilidade do receptor óptico é igual a -35 dBm, ambos medidos na taxa de erro (BER) de 10^{-10} .

A Figura 5.12 apresenta o desempenho do sistema WDM com três canais eqüidistantes transmitidos em fibra DSF. Apenas o canal 1 está sendo medido e sua seleção é obtida através do filtro óptico. A curva superior corresponde ao canal 1 sintonizado em seu comprimento de onda original (1548,16 nm) sob interferência do produto resultante da combinação dos canais 2 e 3, devido à mistura de quatro ondas. Verifica-se que o sistema de transmissão é inviável, devido ao patamar de erros estabelecido em torno da taxa de 10^{-6} .

Logo abaixo, duas curvas demonstram a eficácia da técnica da dessintonia. Uma melhoria considerável é obtida a partir do desvio do comprimento de onda do canal 1 em 25 e 50 pm, respectivamente. Porém, o uso da técnica FEC confere ao sistema um desempenho comparável a da transmissão em *back-to-back*, conforme demonstrado nas duas curvas inferiores.

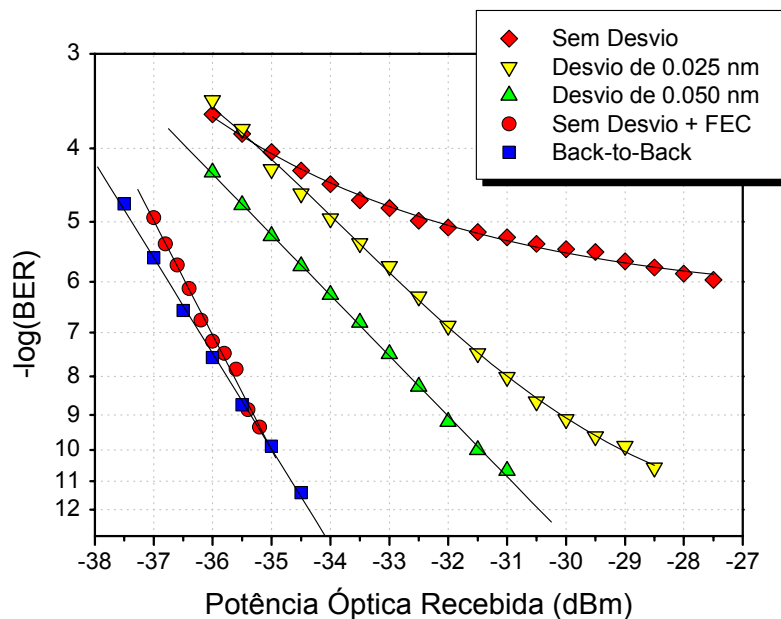


Figura 5.12 - Taxa de erro (BER) em função da potência óptica média recebida para o canal 1, sob interferência da mistura de quatro ondas dos canais 2 e 3, juntamente com uma comparação entre a técnica FEC e a dessintonia de canais.

O ganho de codificação óptico, medido na taxa de erro de 10^{-6} , é da ordem de 9 dB. Na taxa de 10^{-10} , ele é praticamente infinito. A técnica da dessintonia também viabilizou a transmissão, porém ainda manteve uma penalidade de 3,5 dB para o desvio de 50 pm. Com o uso de FEC, o sistema se tornou viável com penalidade nula (desempenho similar ao do *back-to-back*).

O gráfico da Figura 5.13 apresenta uma comparação entre a técnica FEC e a redução da potência óptica média injetada na fibra DSF. A curva superior corresponde ao canal 1 sob interferência do produto resultante da combinação dos canais 2 e 3, devido ao efeito FWM, com potência média total injetada igual a 11 dBm.

Uma redução em 3 dB na potência injetada proporciona um aumento no desempenho do sistema comparável ao obtido pelo uso de FEC, conforme demonstrado pelas 2 curvas inferiores. Porém, esta redução de 3 dB implicaria em um encurtamento do enlace de transmissão ou na diminuição da margem dinâmica de operação do sistema de transmissão.

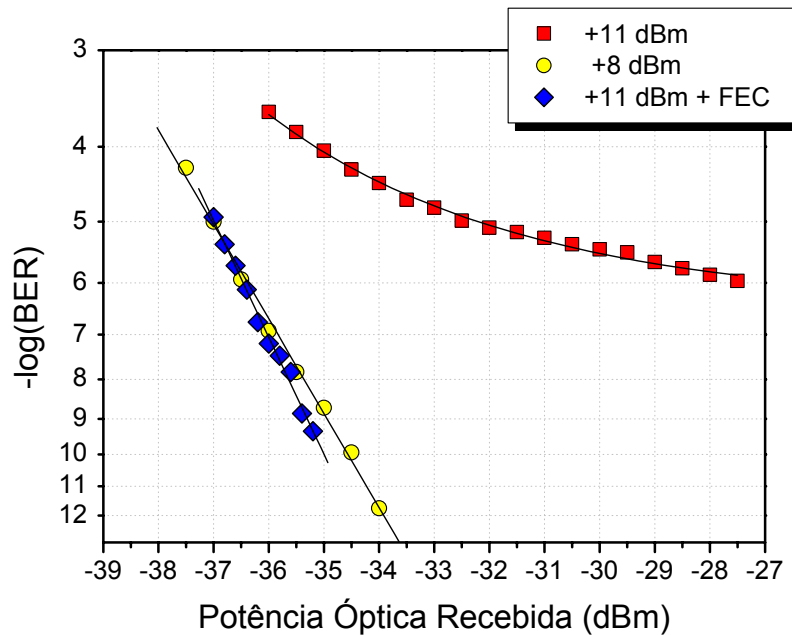
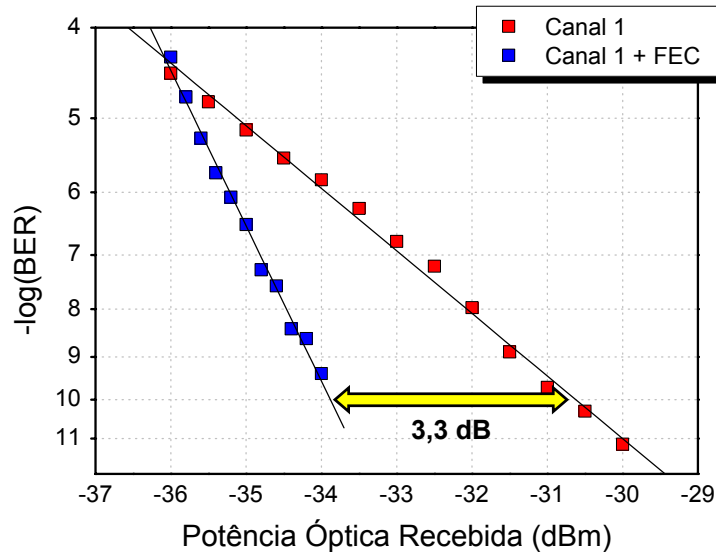
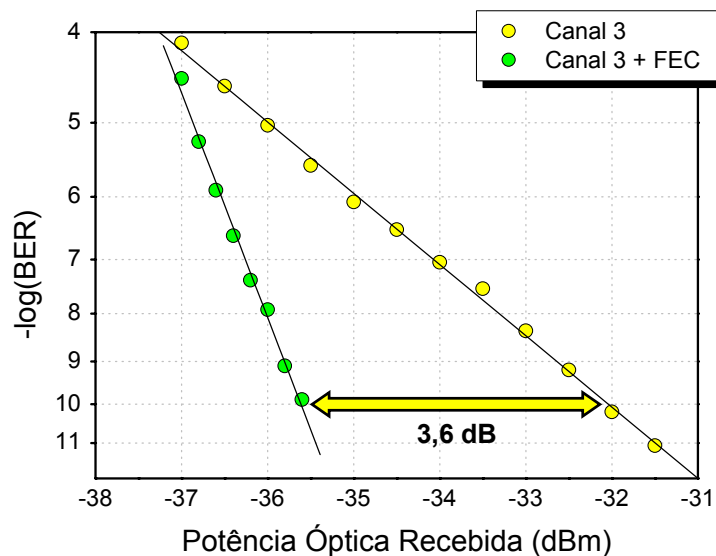


Figura 5.13 - Taxa de erro (BER) em função da potência óptica média recebida para o canal 1, sob interferência da mistura de quatro ondas dos canais 2 e 3, juntamente com uma comparação entre a técnica FEC e a redução da potência óptica média injetada na fibra.

Finalmente, os gráficos apresentados na Figura 5.14 mostram uma comparação entre o desempenho da técnica FEC em transmissões monocal canal realizadas nas regiões de dispersão normal (negativa) e anômala (positiva), utilizando respectivamente os canais 1 e 3 individualmente. Pode-se observar que o ganho de codificação óptico é ligeiramente maior para o canal 3 (3,6 dB), sob influência do ruído causado pela instabilidade de modulação, quando comparado ao do canal 1 (3,3 dB).



(a)



(b)

Figura 5.14 - Taxa de erro (BER) em função da potência óptica média recebida para transmissões monocal canal nas regiões de dispersão (a) normal e (b) anômala, utilizando respectivamente os canais 1 e 3, avaliando-se o desempenho da técnica FEC em cada caso.

5.3 FEC EM SISTEMAS PENALIZADOS POR DISPERSÃO CROMÁTICA

5.3.1 MOTIVAÇÃO E DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO

Conforme apresentado no Capítulo 3, a dispersão cromática ou intramodal é um efeito que causa um alargamento temporal dos pulsos durante sua propagação pela fibra óptica. Este alargamento gera uma sobreposição de bits adjacentes denominada interferência intersimbólica (ISI), que penaliza o sistema de comunicação devido aos erros induzidos no circuito de decisão do receptor óptico. Como o alargamento temporal é inversamente proporcional à duração dos pulsos, quanto maior a taxa de transmissão do sinal maior será o impacto causado pela ISI.

Uma forma de se reduzir a dispersão é através do uso da fibra compensadora de dispersão (DCF). A PMD, no entanto, apresenta dificuldades adicionais devido à sua variação dinâmica. Apesar de ser uma solução óptica passiva, a DCF apresenta algumas desvantagens, como a alta atenuação e a susceptibilidade à ocorrência de mais efeitos não lineares, devido à pequena área efetiva do seu núcleo.

Sistemas que utilizam modulação direta da corrente do laser apresentam espectro de transmissão alargado, o que os torna ainda mais vulneráveis aos efeitos da dispersão cromática. Um enlace operando a 2,5 Gbit/s limitado por dispersão em 100 km, por exemplo, poderia facilmente atingir 600 km utilizando modulação externa. No entanto, o custo de implementação de transmissores ópticos com modulação externa ainda é relativamente alto.

Estudos referentes ao desempenho de sistemas de transmissão operando com FEC em enlaces de longa distância, com e sem repetição, já foram apresentados [43, 44]. Isto motivou a realização de um experimento para verificar o desempenho da técnica FEC na presença de interferência intersimbólica induzida por dispersão cromática, em um sistema monocal operando a 2,5 Gbit/s. O experimento foi realizado utilizando-se modulação direta para intensificar o efeito da dispersão. A penalidade gerada pela interferência intersimbólica foi comparada ao ganho obtido pela utilização de FEC, à medida que o enlace de transmissão era aumentado.

[illegible]

média de saída foi ajustada em -5,5 dBm. O comprimento de onda emitido foi sintonizado (através do controlador de temperatura do módulo) para 1547,72 nm. Uma carga resistiva de 50 ohms foi conectada à saída de *clock* não utilizada do módulo codificador, provendo o casamento de impedância e evitando reflexões indesejadas.

Em seguida, um arranjo composto por 3 amplificadores ópticos do tipo EDFA, 2 atenuadores ópticos variáveis e 3 enlaces intermediários de fibra SSMF foram utilizados como canal de transmissão, onde o fenômeno da dispersão cromática iria ocorrer. A potência óptica média na saída de cada um dos amplificadores foi mantida em um valor constante, igual a 13 dBm. Cada enlace intermediário de fibra óptica era composto por 2 carretéis de 50 km ligados em série, totalizando 100 km. Desta forma era possível variar-se o comprimento do enlace total de 0 a 300 km com passos de 50 km. Os carretéis foram escolhidos com os maiores coeficientes de dispersão dentro do lote disponível. Este coeficiente situava-se, em média, em torno de $15 \text{ ps} / \text{nm} \cdot \text{km} @ 1525 \text{ nm}$.

Os atenuadores ópticos variáveis 1 e 2 foram cuidadosamente ajustados durante todo o experimento para manter constante a OSNR na entrada dos amplificadores 2 e 3, os quais foram utilizados para compensar a perda de potência devido à atenuação do enlace. Um analisador de espectro óptico (*Optical Spectrum Analyzer* - OSA) com resolução de 0,1 nm foi utilizado para monitoração do espectro do sinal na saída do enlace, através de uma derivação de 10% proveniente de um divisor de potência óptica. Os outros 90% do sinal foram injetados em um filtro óptico mecanicamente sintonizável, com largura de banda de 0,8 nm, para remover o ruído ASE proveniente dos amplificadores ópticos.

O atenuador óptico variável número 3 foi utilizado para ajustar a potência óptica média recebida, que foi dividida em 2 partes iguais para um medidor de potência óptica e para um receptor óptico com recuperador de relógio, composto por um módulo comercial baseado em fotodetector do tipo APD. Os sinais de dados e *clock*, recuperados pelo receptor óptico, foram injetados no decodificador para detecção e correção dos erros. Após a decodificação, os sinais de dados e *clock* na saída do decodificador, agora respectivamente iguais a 2,488 Gbit/s e 2,488 GHz, foram enviados para o *BER meter* para medição da taxa dos erros remanescentes.

A Figura 5.16 apresenta duas fotos do arranjo experimental montado em bancada. Na primeira foto (a) pode-se observar, da esquerda para a direita, o *BER meter*, utilizado para caracterizar o desempenho do sistema, e os dois módulos *FEC CODEC 2.5 Gbit/s*, utilizados para codificação e decodificação. Na segunda foto (b) pode-se observar os amplificadores ópticos, no canto direito, e o enlace de 300 km de fibra SSMF logo acima.



(a)



(b)

Figura 5.16 - Fotos do arranjo experimental utilizado para caracterizar o desempenho da técnica FEC em sistemas penalizados por dispersão cromática: (a) lado esquerdo da bancada; (b) lado direito.

5.3.3 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O procedimento experimental foi iniciado com a determinação dos níveis de potência óptica necessários na saída do módulo *DFB Laser Board 2.5 Gbit/s* e dos amplificadores ópticos. No primeiro caso, a potência média ajustada em -5,5 dBm já era suficiente para saturar o primeiro amplificador. No caso da potência de saída dos amplificadores, não havia muita escolha visto que um enlace de até 100 km à frente de cada um deles apresentava atenuação de até 20 dB, aproximadamente, que deveria ser compensada. No entanto, uma potência excessiva injetada na fibra óptica poderia desencadear a ocorrência de fenômenos não lineares que comprometeriam a análise experimental do efeito da dispersão cromática no desempenho do sistema.

Testes iniciais com uma potência de 16 dBm na saída de cada amplificador comprovaram a ocorrência destes fenômenos. A verificação foi simples: uma variação da potência injetada na fibra em 3 dB não correspondia a uma variação de mesma magnitude da potência no final de cada enlace. A razão para este comportamento não linear, da variação das potências ópticas na entrada e na saída dos enlaces intermediários, é que parte da luz injetada era retroespalhada devido ao fenômeno de espalhamento Brillouin estimulado, descrito no Capítulo 3. Novos testes comprovaram que, com uma potência injetada igual a 13 dBm, o fenômeno já não ocorria, ou pelo menos não era identificado por variações da potência óptica média.

Em seguida, foi realizada uma caracterização do sistema de transmissão e recepção através de uma conexão em *back-to-back* (BTB), ou seja, com os pontos **T** e **R** da Figura 5.15 diretamente conectados. O alargamento espectral causado pela modulação direta também foi observado, monitorando-se o espectro do sinal emitido pelo laser do módulo *DFB Laser Board 2.5 Gbit/s* com o OSA.

Para que a análise experimental do fenômeno da dispersão cromática pudesse ser realizada, seus efeitos deveriam ser comparados aos de um sistema real com enlace total de comprimento nulo. Portanto, os amplificadores ópticos foram adicionados ao arranjo

conectado em BTB para incluir o efeito do ruído ASE, presente em um sistema real de comunicações, enquanto os enlaces intermediários foram mantidos nulos.

Então, as medições de taxa de erro foram iniciadas, variando-se a potência óptica média recebida através do atenuador óptico variável número 3. Os dados foram coletados com o sistema operando no modo FEC, ou seja, com a codificação e a decodificação sendo realizadas, e no modo *bypass*, que equivale a uma transmissão sem FEC. Em ambos os casos a taxa de transmissão foi de 2,654 Gbit/s.

O comprimento dos enlaces intermediários era aumentado de 0 a 100 km, em passos de 50 km, enquanto novos dados eram coletados variando-se a potência óptica média recebida. A última medição foi realizada quando o comprimento do enlace total atingiu 300 km. Sempre que o comprimento de cada enlace intermediário era alterado, os atenuadores ópticos variáveis 1 e 2 eram cuidadosamente ajustados para que a atenuação total correspondesse à de um enlace de 100 km, de forma que a OSNR na entrada dos amplificadores 2 e 3 permanecesse constante, independentemente do comprimento dos enlaces intermediários. A razão deste cuidado é que variações da OSNR durante os ajustes do arranjo experimental, como as alterações do comprimento dos enlaces intermediários, impediriam uma análise correta do desempenho da técnica FEC no sistema, pois influiriam no ganho de codificação óptico.

A variação da potência óptica média recebida era feita em passos de 0,5 dB no modo *bypass* e 0,1 dB no modo FEC, pois neste último caso a taxa de erro era extremamente susceptível às mínimas variações de potência na entrada do receptor óptico. O tempo gasto em cada medição no modo *bypass* era variável, pois foi considerado que a contagem de 100 erros seria estatisticamente suficiente para o cálculo de taxas de erro até 10^{-9} . Nas taxas menores, de 10^{-10} , 10^{-11} e 10^{-12} , foram contados apenas 50, 10 e 4 erros respectivamente. Para o modo FEC a contagem dos erros não seguiu um padrão determinado, pois foi realizada observando-se a convergência do valor da taxa de erro observada na tela do *BER meter*.

5.3.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A Figura 5.17 apresenta os diagramas de olho obtidos através de um osciloscópio de fósforo digital (*Digital Phosphor Oscilloscope - DPO*) e um conversor opto-elétrico. O primeiro diagrama (a) corresponde à saída do módulo *DFB Laser Board 2.5 Gbit/s*. Os demais foram obtidos na saída do filtro óptico, após a propagação por (b) 100, (c) 200 e (d) 300 km, respectivamente.

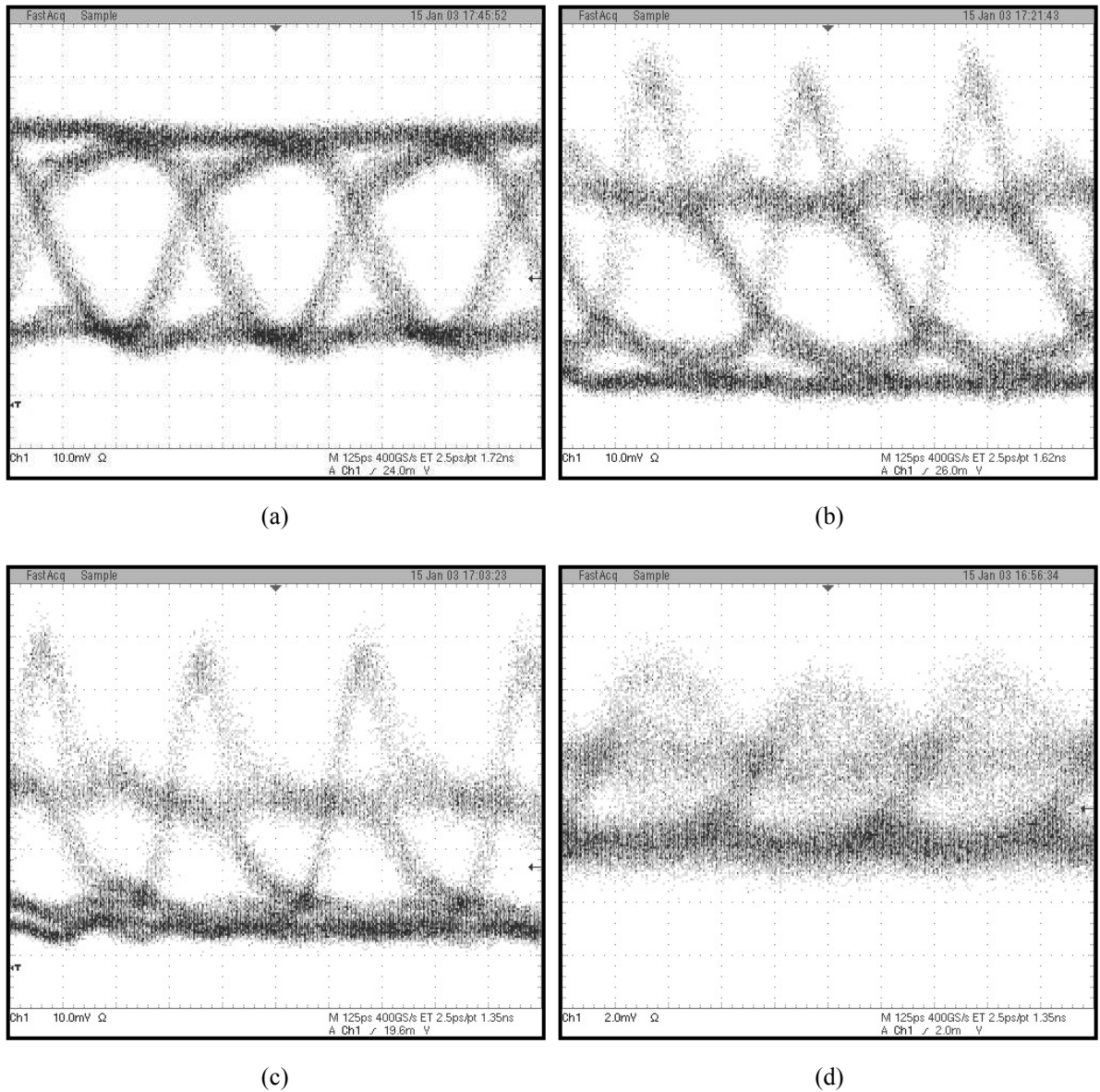
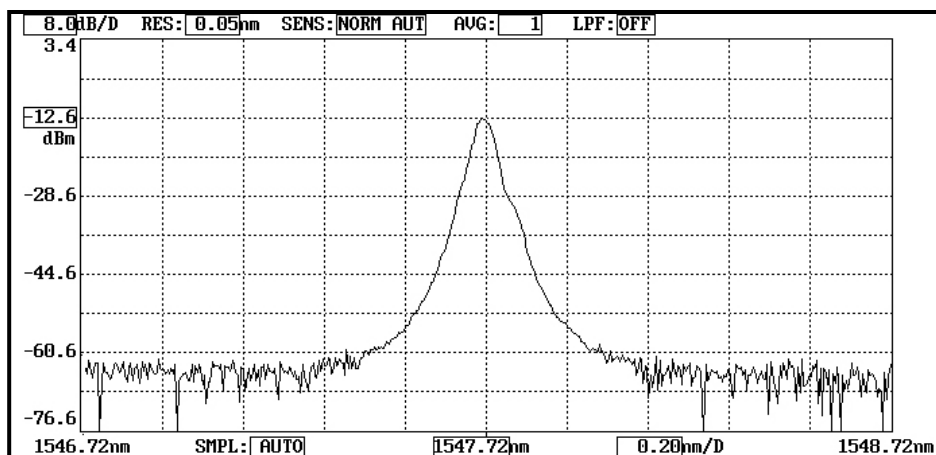


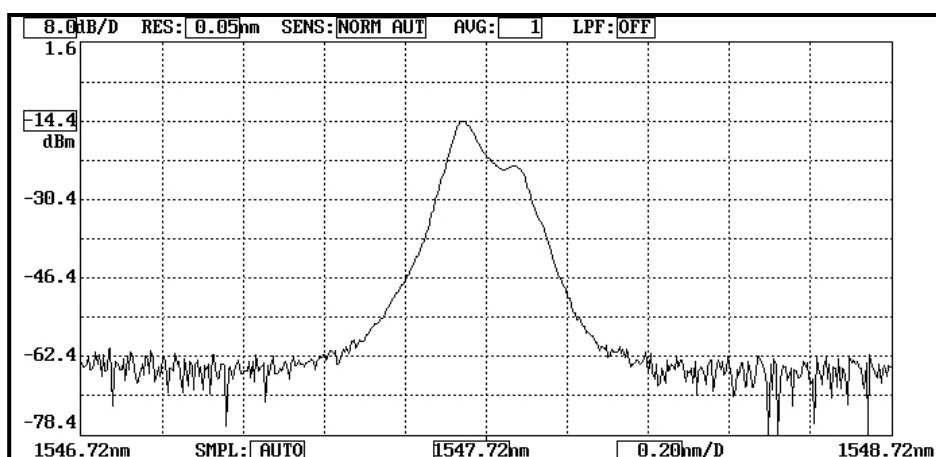
Figura 5.17 - Diagramas de olho obtidos (a) na saída do módulo *DFB Laser Board 2.5 Gbit/s* e na saída do filtro óptico após a propagação por (b) 100 km, (c) 200 km e (d) 300 km.

Pode-se observar claramente a degradação do sinal devido à interferência intersimbólica, decorrente do fenômeno da dispersão cromática, à medida que o sinal se propaga pelo enlace de fibra SSMF. Após 300 km, o diagrama de olho já se encontra “fechado”.

Na Figura 5.18 são apresentados dois espectros ópticos provenientes da saída do módulo *DFB Laser Board 2.5 Gbit/s*. No primeiro caso (a) o espectro corresponde a um sinal de onda contínua (*Continuous Wave - CW*) do laser DFB, ou seja, não há modulação. No segundo, verifica-se o alargamento espectral causado pela modulação direta a 2,654 Gbits/s.



(a)



(b)

Figura 5.18 - Espectro óptico proveniente da saída do módulo *DFB Laser Board 2.5 Gbit/s*, correspondente a um sinal (a) sem modulação (CW) e (b) com modulação a 2,654 Gbit/s.

A modulação direta da corrente de polarização do diodo laser é utilizada para causar variações na potência óptica, correspondentes aos bits '0' e '1'. Porém, as variações abruptas da população de portadores de carga do dispositivo semiconductor causam variações no índice de refração. Isto, por sua vez, causa modulação na fase da luz, o que se traduz em alargamento espectral do sinal óptico do laser.

O diagrama de olho apresentado na Figura 5.19 corresponde à saída do receptor óptico com recuperador de relógio, em uma configuração *back-to-back* (BTB), com uma potência óptica média de entrada igual a -20 dBm. Este é um sinal elétrico de aproximadamente 800 mV, que é enviado para o módulo decodificador para detecção e correção dos erros ocorridos no circuito de decisão do receptor óptico.

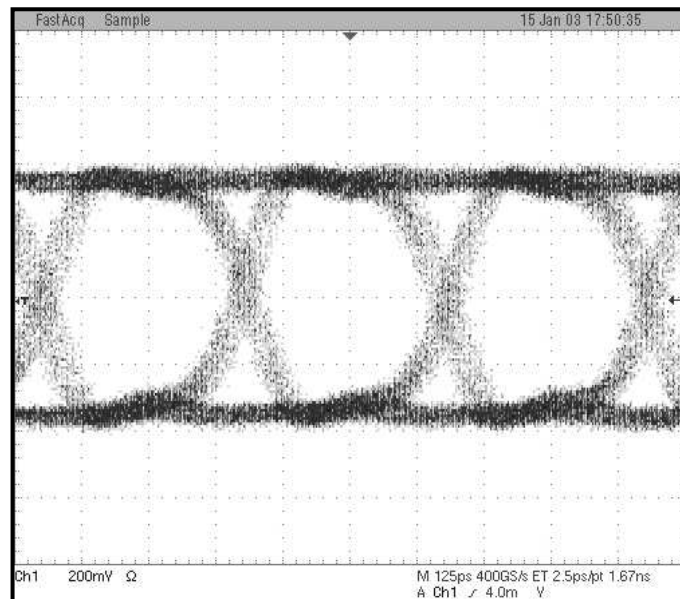


Figura 5.19 - Diagrama de olho obtido na saída do receptor óptico com recuperador de relógio, correspondendo a uma entrada óptica com potência igual a -20 dBm em configuração BTB.

A Figura 5.20 apresenta um gráfico da taxa de erro (BER) em função da potência óptica média recebida, para diferentes comprimentos do enlace de transmissão, onde o sistema opera sem o uso de FEC. Pode-se observar que o sistema de transmissão operando a 2,654 Gbit/s com modulação direta é severamente penalizado pela interferência intersimbólica, como resultado do fenômeno da dispersão cromática. Transmissões por

enlaces de comprimento maior que 250 km já se tornam inviáveis, devido à formação de patamares de erro. A partir da curva inferior, correspondente ao sistema operando em *back-to-back* (BTB), verifica-se que a sensibilidade do receptor óptico situa-se em torno de -32,3 dBm, na taxa de erro (BER) de 10^{-10} . Apesar do receptor óptico utilizado neste experimento ser o mesmo do experimento anterior, que avaliou o uso de FEC em sistemas WDM sobre fibras DSF, a sensibilidade obtida foi menor devido às diferenças entre a razão de extinção e o formato dos pulsos dos sinais transmitidos pelo módulo *DFB Laser Board 2.5 Gbit/s* e pelo módulo transmissor WDM.

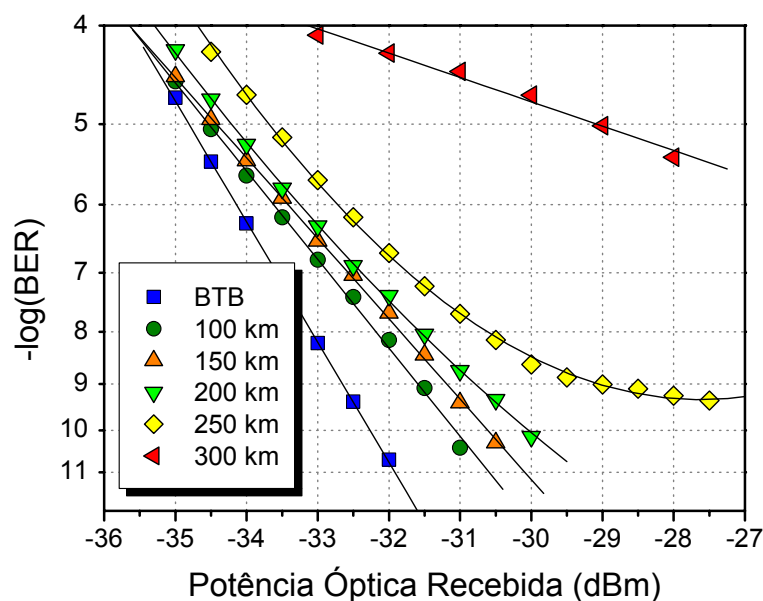


Figura 5.20 - Taxa de erro (BER) em função da potência óptica média recebida para o sistema operando com modulação direta a 2,654 Gbit/s, sem o uso da técnica FEC, para diferentes comprimentos do enlace de transmissão.

A Figura 5.21 apresenta curvas semelhantes às do gráfico anterior, sem o uso de FEC, juntamente com novas curvas correspondendo a transmissões utilizando FEC. Em todas as medições a taxa de transmissão foi mantida constante, igual a 2,654 Gbit/s.

O resultado mais expressivo neste caso é o da transmissão por 300 km, antes inviável, que se torna melhor do que a transmissão em *back-to-back* (sem FEC), graças ao ganho de codificação gerado pelo uso da técnica FEC.

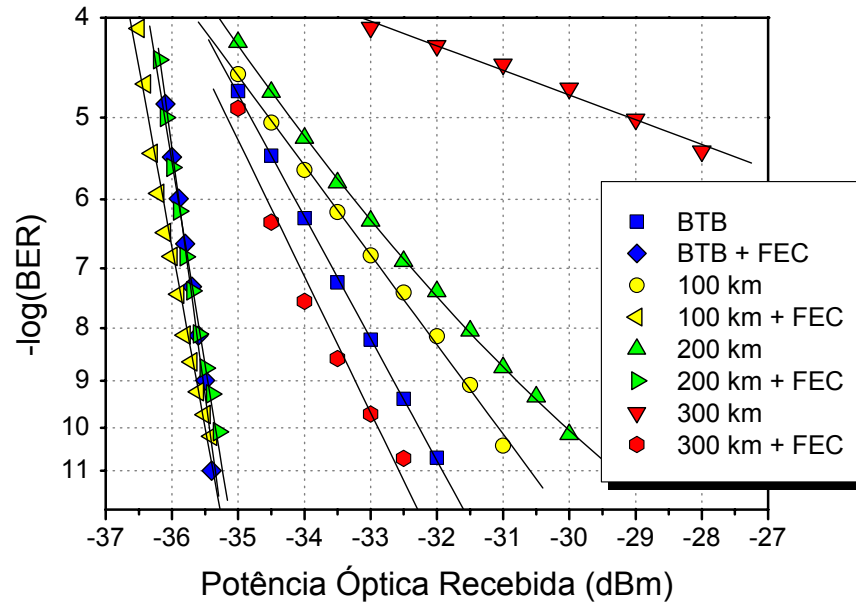


Figura 5.21 - Taxa de erro (BER) em função da potência óptica média recebida para o sistema operando com modulação direta a 2,654 Gbit/s, com e sem o uso de FEC, para diferentes comprimentos do enlace de transmissão.

Outro aspecto importante a se considerar é o da variação do ganho de codificação óptico em função do comprimento do enlace de transmissão. A Figura 5.22 apresenta o mesmo gráfico da Figura 5.21, com a indicação dos diferentes ganhos de codificação ópticos em função do comprimento do enlace, medidos na taxa de erro de 10^{-10} . Esta variação do ganho pode ser explicada considerando-se o fato de que um dado código possui, conforme visto no Capítulo 2, uma certa capacidade de correção. Enquanto a quantidade de erros que ocorrem no circuito de decisão do receptor óptico estiver dentro da capacidade de correção do código, todos os erros serão corrigidos.

Assim, apesar do sistema operando sem FEC ser gradativamente penalizado, à medida que o comprimento do enlace de transmissão é aumentado, todos os erros induzidos pela dispersão cromática ainda estão dentro da capacidade de correção do código RS (255,241) utilizado no experimento. Portanto, todos são corrigidos da mesma forma. É por este motivo que as curvas correspondentes aos enlaces de BTB, 100 e 200 km, operando com FEC, estão todas superpostas no lado esquerdo do gráfico.

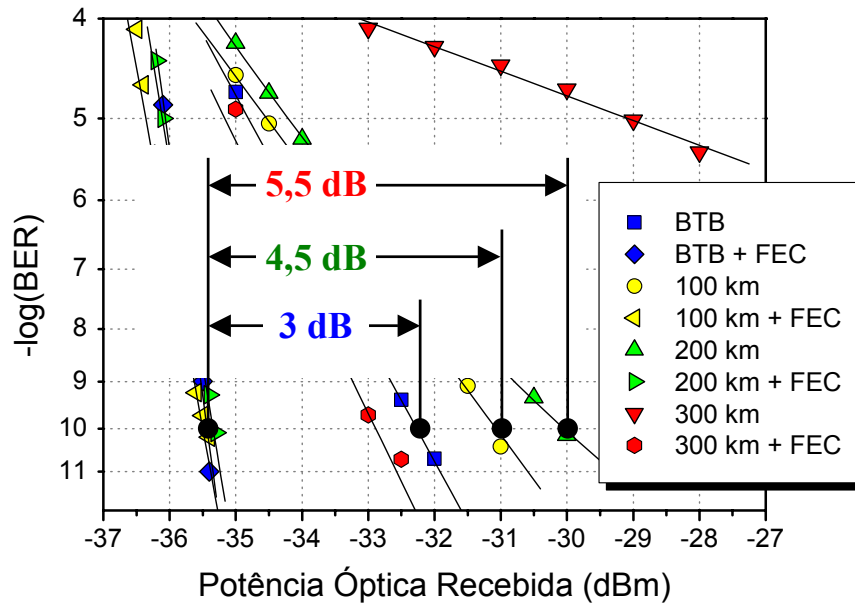


Figura 5.22 - Diferentes ganhos de codificação ópticos, medidos em diferentes comprimentos do enlace de transmissão.

Na verdade há um pequeno desvio nestas curvas, que deve ser atribuído às imprecisões durante o processo de medição, dada a extrema sensibilidade do sistema operando com FEC na presença de pequenas flutuações na potência óptica recebida. No caso da transmissão pelo enlace de 300 km, pode-se observar que a capacidade de correção do código foi excedida, dado que há uma penalidade entre a transmissão em BTB com FEC e a transmissão por 300 km com FEC. No entanto, mesmo neste caso o desempenho do sistema ainda é melhor do que a transmissão em BTB sem FEC.

O gráfico da Figura 5.23 apresenta a variação do ganho de codificação óptico em função do comprimento do enlace de transmissão. Os dados foram obtidos a partir do gráfico da Figura 5.21, para as taxas de erro de 10^{-9} e 10^{-5} . Verifica-se que o comportamento da variação do ganho óptico apresenta a mesma tendência de crescimento, com relação às taxas de erro consideradas.

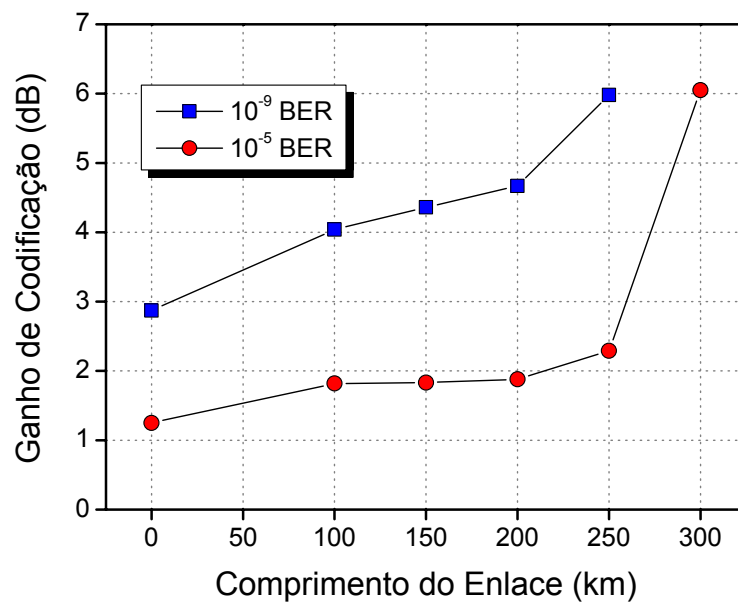


Figura 5.23 - Ganho de codificação óptico em função do comprimento do enlace de transmissão, medido em diferentes taxas de erro (BER).

5.4 AVALIAÇÃO DE UM *TRANSPONDER* ÓPTICO COM FEC EM 10 GBIT/S

5.4.1 MOTIVAÇÃO E DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO

Durante uma etapa de caracterização de um equipamento de conversão de comprimento de onda - *transponder* óptico 10 Gbit/s com FEC - realizado no laboratório de redes ópticas da Ericsson (*Optical Networks Research Laboratory* - ONER) em Estocolmo, Suécia, foram realizados alguns experimentos para análise do desempenho do código RS (255,239), sob influência da dispersão cromática. Na Seção 5.4.4 serão apresentados os resultados da análise do ganho de codificação óptico, medido na configuração *back-to-back* e na transmissão por um enlace de 75 km de fibra óptica do tipo SSMF.

5.4.2 ARRANJO EXPERIMENTAL

A Figura 5.24 apresenta um diagrama de blocos do arranjo experimental utilizado para caracterização básica de funcionamento do equipamento. Este *transponder* possui duas interfaces ópticas (uma de transmissão e outra de recepção) para o lado de acesso ao cliente e duas para o lado de conexão com a rede WDM.

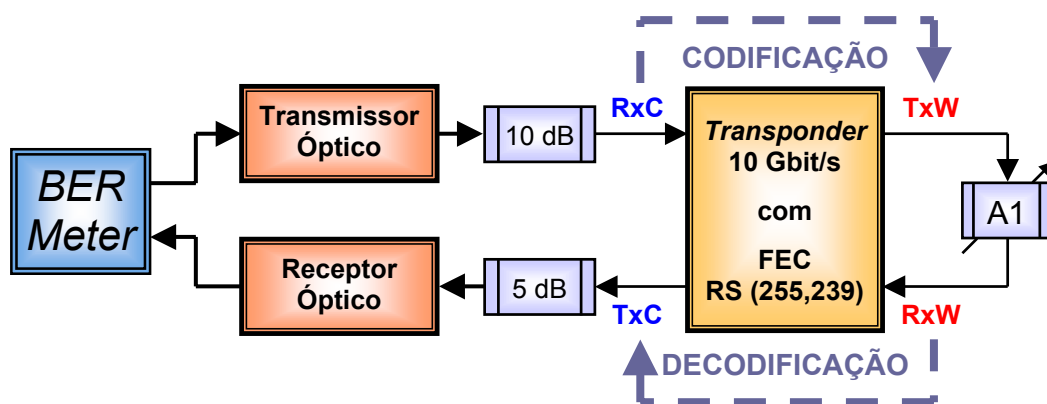


Figura 5.24 - Diagrama de blocos do arranjo experimental utilizado para caracterizar o funcionamento básico do transponder óptico 10 Gbit/s com FEC.

Um medidor de taxa de erro de bit (*BER meter*) foi utilizado para gerar uma sequência de bits pseudo-aleatória a 9,953 Gbit/s, incluindo cabeçalhos SDH, e medir a taxa dos erros remanescentes após a decodificação realizada no *transponder*. Um transmissor e um receptor ópticos, ambos montados em laboratório, foram conectados ao *BER meter* para compor uma interface completa de transmissão e recepção, que foi conectada ao “lado cliente” do *transponder* através de atenuadores ópticos fixos, para se evitar a saturação dos circuitos de recepção óptica em cada interface.

Um atenuador óptico variável foi conectado entre as interfaces de transmissão e recepção do “lado WDM”, para verificação da sensibilidade e do ganho de codificação óptico em *back-to-back*.

A Figura 5.25 apresenta o diagrama de blocos de outro arranjo experimental, desta vez utilizado para uma simples verificação do ganho óptico de codificação na presença de dispersão cromática. Com relação ao diagrama anterior, pode-se observar apenas a inclusão de um amplificador óptico e de um enlace de 75 km de fibra SSMF no lado WDM do *transponder*. A potência média injetada foi 14 dBm e o atenuador óptico variável foi utilizado para avaliação da sensibilidade da interface de recepção do lado WDM, através da variação da potência recebida.

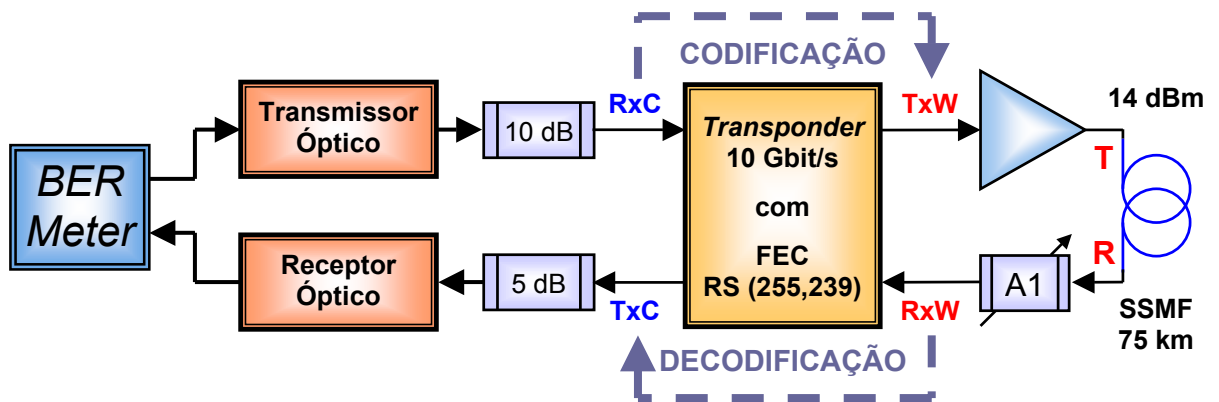


Figura 5.25 - Diagrama de blocos do arranjo experimental utilizado para verificação do ganho de codificação do transponder óptico 10 Gbit/s com FEC, sob influência da dispersão cromática.

5.4.3 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O primeiro teste realizado foi uma caracterização simples em *back-to-back*, utilizando-se o arranjo experimental apresentado na Figura 5.24. Com a correção de erros desligada (modo *bypass*), a sensibilidade da interface óptica de recepção do lado WDM foi determinada. No modo FEC (correção de erros ligada), o ganho de codificação óptico pôde ser observado. Dados numéricos referentes à quantidade de bits e bytes corrigidos, além da própria taxa de erro antes e depois da codificação, estavam disponíveis em registradores internos do circuito integrado responsável pela codificação e decodificação. Um computador conectado ao sistema de gerência e supervisão do *transponder* permitia o acesso a estes registradores, para aquisição dos dados em tempo real.

No segundo experimento, realizado com o arranjo experimental da Figura 5.25, o desempenho do equipamento pôde ser avaliado na presença de interferência intersimbólica, causada pela dispersão cromática. O sinal óptico proveniente da interface de transmissão do lado WDM foi amplificado por um amplificador óptico do tipo EDFA e em seguida transmitido por um enlace de 75 km de fibra SSMF.

Em ambos os casos, as medições de taxa de erro foram realizadas utilizando-se o *BER meter* conectado ao lado cliente, variando-se a potência óptica média recebida no lado WDM através do atenuador óptico variável. Os dados foram coletados com o sistema operando no modo FEC e no modo *bypass*.

5.4.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

No primeiro experimento, a sensibilidade da interface de recepção do lado WDM, -15,8 dBm, foi determinada na taxa de erro de 10^{-11} com o *transponder* operando no modo *bypass*. Ativando-se a correção de erros (modo FEC), a sensibilidade aumentou para -18,8 dBm. Assim, o ganho de codificação óptico obtido em *back-to-back* foi igual a 3 dB, como já esperado.

As Tabela 5.2 apresenta os dados obtidos através da leitura dos registradores do circuito integrado responsável pela codificação e decodificação no *transponder*.

Pot. Recebida (dBm)	-16,00	-16,50	-17,00	-17,50	-18,00	-18,50
Bits '1' Corrigidos	1	36	704	8864	79945	463952
Bits '0' Corrigidos	1	26	763	8797	79458	460254
Bits Corrigidos	2	62	1467	17681	159403	924206
Bytes Corrigidos	2	62	1465	17667	159043	919714
Frames não Corrigidos	0	0	0	0	0	0
BER com FEC	0	0	0	0	0	0
BER sem FEC	1,38e-10	4,45e-9	1,03e-7	1,26e-6	1,15e-5	6,5e-5

Pot. Recebida (dBm)	-18,80	-19,00	-19,10	-19,20	-19,50
Bits '1' Corrigidos	1108443	1832818	2314974	2911510	5332279
Bits '0' Corrigidos	1098622	1812668	2295348	2881505	5283627
Bits Corrigidos	2207065	3645486	4610322	5793015	10615906
Bytes Corrigidos	2190272	3609083	4558363	5718920	10419093
Frames não Corrigidos	0	1	5	24	1230
BER com FEC	0	7,5e-10	3,5e-9	2,5e-8	1,12e-6
BER sem FEC	1,6e-4	2,58e-4	3,3e-4	4,1e-4	7,7e-4

Tabela 5.2 - Dados numéricos obtidos através da leitura de registradores do circuito integrado responsável pela codificação e decodificação no *transponder*, para a configuração *back-to-back*.

No segundo experimento, o sinal óptico proveniente da interface de transmissão do lado WDM foi amplificado e transmitido por um enlace de fibra SSMF. A Tabela 5.3 apresenta as taxas de erro em função da potência recebida no lado WDM para o sistema operando no modo FEC e no modo *bypass*, em configuração (a) *back-to-back*, ou seja, com os pontos T e R da Figura 5.25 diretamente conectados, e (b) na presença de dispersão cromática, após transmissão por 75 km de fibra SSMF.

Desempenho na Transmissão sem Fibra			
Correção de Erros Desligada		Correção de Erros Ligada	
Pot. Rec. (dBm)	Taxa de Erro	Pot. Rec. (dBm)	Taxa de Erro
-	-	-19,60	1,8e-9
-	-	-19,50	2e-10
-	-	-19,40	1e-10
-	-	-19,30	1e-11
-	-	-19,20	0
-16,80	2,27e-9	-	-
-16,60	5,6e-10	-	-
-16,40	1,2e-10	-	-
-16,20	3,3e-11	-	-
-16,00	1,12e-11	-	-

(a)

Desempenho sob Dispersão Cromática			
Correção de Erros Desligada		Correção de Erros Ligada	
Pot. Rec. (dBm)	Taxa de Erro	Pot. Rec. (dBm)	Taxa de Erro
-	-	-15,00	2,7e-9
-	-	-14,90	8,7e-10
-	-	-14,80	1,7e-10
-	-	-14,70	4,7e-11
-	-	-14,60	1e-11
-11,50	1e-9	-	-
-11,20	2,6e-10	-	-
-11,00	1,5e-10	-	-
-10,80	8,4e-11	-	-
-10,60	8e-11	-	-

(b)

Tabela 5.3 - Taxas de erro em função da potência recebida no lado WDM para o sistema operando no modo FEC e no modo bypass, em configuração (a) back-to-back e (b) na presença de dispersão cromática, após transmissão por 75 km de fibra SSMF.

O ganho de codificação óptico, medido a partir das linhas em destaque na Tabela 5.3, foi de 3 dB sem fibra e 3,8 dB com fibra (com dispersão). Este aumento do ganho de codificação já foi explicado anteriormente, na Seção 5.3.4, e está relacionado à capacidade de correção do código.

Todos os resultados obtidos na caracterização básica do *tranponder* óptico 10 Gbit/s com FEC estão em plena concordância com os observados nos demais experimentos realizados e descritos neste trabalho, especificamente nas Seções 5.2.4 e 5.3.4.

Capítulo - 6

CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou uma avaliação experimental do uso de códigos corretores de erro em sistemas de comunicações ópticas, investigando o desempenho da técnica FEC em sistemas de transmissão WDM e monocanal, na presença de mistura de quatro ondas, instabilidade de modulação e dispersão cromática.

Uma revisão teórica dos conceitos fundamentais que sustentam a teoria da informação e codificação, bem como da evolução dos sistemas de comunicações ópticas e dos fatores que limitam seu desempenho, foi apresentada nos Capítulos 2 e 3 e no Apêndice A.

A etapa experimental foi iniciada a partir do desenvolvimento do *hardware* necessário para a implementação da técnica FEC e para a realização de todos os experimentos planejados. No Capítulo 4, as principais fases do projeto eletrônico foram descritas, juntamente com as dificuldades encontradas e as soluções adotadas. Dois módulos foram projetados e montados - o módulo *FEC Codec 2.5 Gbit/s* e o módulo *DFB Laser Board 2.5 Gbit/s*. O primeiro é responsável pelas operações de codificação e decodificação, utilizando o código *Reed-Solomon RS (255,241)*. O segundo é um *driver* para modulação direta de um diodo laser DBF, com controle automático de temperatura e potência óptica média.

O Capítulo 5 apresentou todo o procedimento experimental e os resultados obtidos, através da análise de parâmetros de desempenho do sistema de comunicação, como o diagrama de olho e a taxa de erro de bit (BER). Dois experimentos foram realizados utilizando-se o *hardware* desenvolvido e descrito no Capítulo 4, e um utilizando-se um *transponder* óptico (conversor de comprimento de onda) da Ericsson, operando a 10 Gbit/s com FEC.

No primeiro, o uso de FEC para compensar penalidades ou mesmo viabilizar sistemas de transmissão WDM sobre fibras de dispersão deslocada (DSF) foi comparado a outras

técnicas já empregadas, como a dessintonia dos canais (com relação aos comprimentos de onda) e a redução da potência óptica injetada na fibra. Os resultados obtidos mostraram que um sistema de transmissão WDM com 3 canais igualmente espaçados em 2,39 nm, operando sobre um enlace de 25 km de fibra DSF com 11 dBm de potência injetada, é inviável devido ao patamar de erros estabelecido em torno da taxa de 10^{-6} . A aplicação da técnica FEC não apenas viabilizou o sistema, mas ainda aumentou seu desempenho até níveis iguais aos da configuração em *back-to-back* (equivalente a uma transmissão sem fibra e, portanto, sem penalidades). Este resultado demonstra que a técnica FEC é uma alternativa eficiente para controlar a penalidade causada nas transmissões WDM sobre fibras DSF, amplamente utilizadas em países como o Brasil e o Japão.

No segundo experimento, verificou-se o desempenho de sistemas de transmissão monocanal utilizando um esquema de modulação direta, penalizados pela interferência intersimbólica causada pela dispersão cromática dos pulsos ópticos durante sua propagação por fibras SSMF. Através da análise da taxa de erro em função da potência óptica média recebida, constatou-se que transmissões a partir de 250 km eram inviáveis, devido à formação de patamares de erro em taxas inaceitáveis para os atuais sistemas de comunicação. O resultado mais expressivo deste experimento, obtido através da análise do uso de FEC em um enlace de 300 km, foi a constatação do aumento do desempenho de um sistema de transmissão, antes completamente inviável (com taxas de erro em torno de 10^{-6}), para níveis melhores do que a própria configuração *back-to-back* (sem FEC). Também foi observada a variação do ganho de codificação óptico em função do comprimento do enlace de transmissão. As razões desta variação, explicadas no Capítulo 5, estão relacionadas à capacidade de correção do código.

Finalmente, o último experimento realizado foi a análise do desempenho de um *transponder* óptico operando a 10 Gbit/s no modo FEC e no modo *bypass* (correção de erros desativada), na configuração *back-to-back* e na transmissão por um enlace de 75 km de fibra SSMF, sob efeito da dispersão cromática. Os resultados obtidos comprovaram o ganho de codificação óptico esperado, igual a 3 dB em *back-to-back*. Na presença de dispersão cromática, o ganho aumentou para 3.8 dB.

Como sugestão para trabalhos futuros, pode-se recomendar uma investigação experimental do uso de FEC como alternativa para compensar outros efeitos de propagação, como a dispersão de modo de polarização (PMD). Neste caso, o desempenho dos códigos corretores de erro poderia ser comparado ao dos compensadores eletrônicos de PMD, em sistemas de transmissão operando a 10 Gbits/s. Outra abordagem seria a repetição dos experimentos realizados neste trabalho, em especial a verificação do desempenho da técnica FEC sob interferência da mistura de quatro ondas, variando-se o número de canais injetados e o seu espaçamento (com relação aos comprimentos de onda). Além disso, dado que novos *chipsets* têm sido desenvolvidos para implementação de códigos ainda mais eficientes, como os códigos turbo, uma comprovação experimental da eficácia destas novas estratégias de codificação e decodificação poderia ser realizada. Muitos fabricantes disponibilizam placas de demonstração dos *chipsets* (*demo boards*), que poderiam ser utilizadas como o *hardware* do CODEC para a realização dos experimentos. Em todos os casos, os resultados obtidos com novos experimentos poderiam ser comparados aos apresentados neste trabalho, contribuindo-se, assim, com novos dados para a escolha do melhor método de aplicação da técnica FEC em sistemas de comunicações ópticas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 Eduardo Mobilon, Miriam R. X. de Barros, Aldário C. Bordonalli, “*Investigation of FEC Improvement in a Dispersion Limited Direct Modulated 2.5 Gb/s Transmission Experiment*”, Paper, TuD-6, IMOC-2003.
- 2 Eduardo Mobilon, Miriam R. X. de Barros, Aldário C. Bordonalli, “*FEC performance in the presence of FWM and Dispersion*”, Paper, WN3, OSA-AM-2003.
- 3 C. E. Shannon, “*A Mathematical Theory of Communication*”, The Bell System Technical Journal, Vol. 27, pp. 379-423, 623-656, July, October, 1948.
- 4 Simon Haykin, “*Digital Communications*”, John Wiley & Sons, Singapore, 1988.
- 5 Shu Lin, “*An Introduction to Error-Correcting Codes*”, Prentice-Hall, USA, 1970.
- 6 Vera Pless, “*Introduction to the Theory of Error-Correcting Codes*”, John Wiley & Sons, USA, 1982.
- 7 F. J. MacWilliams, N. J. A. Sloane, “*The Theory of Error-Correcting Codes*”, North-Holland Publishing Company, Netherlands, 1977.
- 8 L. H. Charles Lee, “*Error-Control Block Codes for Communications Engineers*”, Artech House, USA, 2000.
- 9 Djimitri Wiggert, “*Error-Control Coding and Applications*”, Artech House, USA, 1978.
- 10 W. Wesley Peterson, E. J. Weldon Jr., “*Error-Correcting Codes*”, 2nd Edition, The Massachusetts Institute of Technology, USA, 1972.
- 11 Jakob Dahl Andersen, “*Product Codes for Optical Communication*”, Paper, ECOC-2002.

- 12 A. J. Viterbi, A. M. Viterbi, N. T. Sindhushayana, “*Interleaved Concatenated Codes: New Perspectives on Approaching the Shannon Limit*”, Proc. Natl. Acad. Sci., Vol. 94, pp. 9525-9531, September, 1997.
- 13 C. Berrou, A. Glavieux, P. Thitimajshima, “*Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo Codes*”, Proc. Int. Conf. Comm., pp. 1064-1070, 1993.
- 14 Govind P. Agrawal, “*Fiber-Optic Communication Systems*”, 2nd Edition, John Wiley & Sons, USA, 1997.
- 15 William F. Giazza, Evandro Conforti, Hélio Waldman, “*Fibras Ópticas Tecnologia e Projeto de Sistemas*”, MacGraw-Hill e Makron Books do Brasil Editora, Brasil, 1991.
- 16 Jeff Hecht, “*Understanding Fiber Optics*”, 2nd Edition, Sams Publishing, USA, 1993.
- 17 Simon Haykin, “*An Introduction to Analog and Digital Communications*”, John Wiley & Sons, Republic of Singapore, 1989.
- 18 Miriam R. X. de Barros, João B. Rosolem, Mônica L. Rocha, “*Sistemas DWDM*”, Caderno de Treinamento, CPqD - Telecom & IT Solutions, Brasil, 2000.
- 19 ITU-T G.694.1, “*Spectral Grids for WDM Applications: DWDM Frequency Grid*”, International Telecommunication Union, 2002.
- 20 Govind P. Agrawal, “*Nonlinear Fiber Optics*”, 2nd Edition, Academic Press, USA, 1995.
- 21 Daniel L. Peterson Jr, Darius Subacius, Jay N. Damask, Mark Restivo, Michael Rivera, “*Systematic Evaluation of In-Band Forward Error Correction Performance at OC-192 Under Increasing Polarization-Mode-Dispersion Stress*”, Post Deadline Submission, OFC-2001.
- 22 ITU-T G.975, “*Forward Error Correction for Submarine Systems*”, International Telecommunication Union, 2000.

- 23 Howard Kidorf, Nanda Ramanujam, Imran Hayee, Morten Nissov, Jin-Xing Cai, Bo Pedersen, Andrej Puc, Curtis Rivers, *"Performance Improvement in High Capacity, Ultra-Long Distance, WDM Systems Using Forward Error Correction Codes"*, Paper, ThS3, OFC-2000.
- 24 J. L. Pamart, E. Lefranc, S. Morin, G. Balland, Y. C. Chen, T. M. Kissell, J. L. Miller, *"Forward Error Correction in a 5 Gbit/s 6400 km EDFA Based System"*, Electronics Letters, 30, 4, 1994.
- 25 Y. Cai, N. Ramanujam, J. M. Morris, T. Adali, G. Lenner, A. B. Puc, A. Pilipetskii, *"Performance Limit of Forward Error Correction Codes in Optical Fiber Communications"*, Paper, TuF2, OFC-2001.
- 26 M. Tomizawa, Y. Yamabayashi, *"Parallel FEC Code in High-Speed Optical Transmission Systems"*, Electronics Letters, 35, 16, 1999.
- 27 Bane Vasic, Ivan B. Djordjevic, *"Low-Density Parity Check Codes for Long-Haul Optical Communication Systems"*, IEEE Photonics Technology Letters, 14, 8, 2002.
- 28 ITU-T G.707/Y.1322, *"Network Node Interface for the Synchronous Digital Hierarchy (SDH)"*, International Telecommunication Union, 2000.
- 29 P. Michael Henderson, *"Forward Error Correction in Optical Networks"*, Conference Proceedings, International IC Conference & Exhibition, China, 2000.
- 30 Andy Bateman, *"Digital Communications - Design for the Real World"*, Addison Wesley Longman, UK, 1999.
- 31 Frank Kerfoot, Howard Kidorf, *"Forward Error Correction for Optical Transmission Systems"*, Tyco Telecommunications, Tutorial, OFC-2002.
- 32 Altium Limited, www.protel.com.
- 33 UltraCAD Design INC, www.ultracad.com.
- 34 B. Wedding and C. N. Haslach, *"Enhanced PMD Mitigation by Polarization Scrambling and Forward Error Correction"*, Paper, WAA1, OFC-2001.

- 35 Y. Xie, Q. Yu, L.-S. Yan, O. H. Adamczyk, Z. Pan, S. Lee, A. E. Willner, and C. R. Menyuk, *"Enhanced PMD Mitigation Using Forward-Error-Correction Coding and a First-Order Compensator"*, Paper, WAA2, OFC-2001.
- 36 Masahito Tomizawa, Yoshiaki Kisaka, Takashi Ono, Yutaka Miyamoto, and Yasuhiko Tada, *"FEC Performance in PMD Limited High-Speed Optical Transmission Systems"*, Paper, ECOC-2000.
- 37 Keang-Po Ho, Chinlon Lin, *"Performance Analysis of Optical Transmission System with Polarization-Mode Dispersion and Forward Error Correction"*, IEEE Photonics Technology Letters, 9, 9, 1997.
- 38 Omar AIT SAB, *"FEC Techniques in Submarine Transmission Systems"*, Paper, TuF1, OFC-2001.
- 39 Hidenori Taga, Hiroshi Yamauchi, Takanori Inoue, Koji Goto, Noboru Edagawa, and Masatoshi Suzuki, *"Performance Improvement of Highly Nonlinear Long-Distance Optical Fiber Transmission System Using Novel High Gain Forward Error Correcting Code"*, Paper, TuF3, OFC-2001.
- 40 A. Boskovic, S. Ten and V. L. da Silva, *"FWM Penalty Reduction in Dense WDM Systems Through Channel Detuning"*, Paper, ECOC-1998.
- 41 S. Chandrasekhar, L. L. Buhl, B. Zhu, *"Performance of Forward Error Correction Coding in the Presence of In-Band Crosstalk"*, Paper, WP1, OFC-2002.
- 42 J. Reichert, D. A. de Arruda Mello, C. Fürst, *"Impact of Signal Distortions on Systems using FEC"*, Paper, ECOC-2002.
- 43 S. Yamamoto et al, *"BER Performance Improvement by Forward Error Correcting Code in 5 Gb/s 9000 km EDFA Transmission System"*, Electronics Letters, 30, 9, 1994.
- 44 P. Le Roux, E. Brandon, J. P. Blondel, L. Labrunie, D. Toullier, G. Zarris, *"Error-Free 2.5 Gb/s Unrepeated Transmission Over 570 km"*, Paper, ECOC-2000.

Apêndice A

CONCEITOS FUNDAMENTAIS DA TEORIA DA INFORMAÇÃO E CODIFICAÇÃO

Este apêndice apresenta de forma sucinta os diversos conceitos que sustentam a Teoria da Informação e Codificação, criada a partir da publicação de um trabalho de Claude E. Shannon (A Mathematical Theory of Communication) em 1948, que se tornou uma importante ferramenta para o estudo e definição de dois limites fundamentais relacionados ao desempenho de um sistema de comunicação - a eficiência com a qual uma fonte gera informação e a taxa na qual esta informação é transmitida através de um canal.

A.1 INCERTEZA, INFORMAÇÃO E ENTROPIA

Uma **Fonte Discreta sem Memória** pode ser definida como uma fonte de informação na qual um símbolo emitido em um dado instante não depende dos demais, emitidos em instantes anteriores [4]. Esta fonte emite símbolos em determinados instantes de tempo (denominados intervalos de sinalização) a partir de um alfabeto fixo e finito, descrito por:

$$\mathcal{J} = \{s_0, s_1, \dots, s_{K-1}\} \quad (A.1)$$

Sua saída pode ser representada, então, por uma variável aleatória S e a probabilidade de emissão dos símbolos é dada por:

$$P(S = s_k) = p_k \quad k = 0, 1, \dots, K-1 \quad (A.2)$$

Naturalmente, este conjunto de probabilidades deve satisfazer:

$$\sum_{k=0}^{K-1} p_k = 1 \quad (A.3)$$

Assume-se que os símbolos emitidos pela fonte em intervalos sucessivos de sinalização são estatisticamente independentes.

Uma questão importante a ser considerada é a maneira pela qual se pode determinar a “quantidade de informação” produzida por esta fonte. A idéia de “informação” está intimamente ligada à de “incerteza” ou mesmo “surpresa”, conforme descrito a seguir. Em um evento $S = s_k$, que descreve a emissão de um símbolo s_k pela fonte, com probabilidade p_k conforme definido na equação (A.2), se $p_k = 1$ e $p_i = 0$ para todo $i \neq k$, não haverá nenhuma “surpresa” e portanto nenhuma “informação” após a emissão do símbolo s_k , pois dada a sua probabilidade unitária a mensagem enviada já é conhecida. Por outro lado, para uma fonte emitindo símbolos com probabilidades diferentes, se a probabilidade p_k for baixa haverá mais “surpresa” e portanto mais “informação” após a emissão do símbolo s_k , contrariamente ao símbolo s_i , $i \neq k$, cuja probabilidade de ocorrência p_i é maior.

Assim, as palavras “incerteza”, “surpresa” e “informação” estão relacionadas entre si. Antes da ocorrência do evento $S = s_k$ há uma quantidade de “incerteza”. Na ocorrência deste evento, há uma quantidade de “surpresa”. Finalmente, após a ocorrência do evento há um ganho na “quantidade de informação”, que está relacionado ao inverso da probabilidade de ocorrência do evento em questão. Este ganho da quantidade de informação após a observação do evento $S = s_k$, que ocorre com probabilidade p_k , é definido pela seguinte função logarítmica:

$$I(s_k) = \log \left(\frac{1}{p_k} \right) \quad (A.4)$$

A base do logaritmo da equação (A.4) é arbitrária. Adotando-se a base 2, a unidade de informação é denominada *bit* (contração de **B**inary **U**nit, ou unidade binária, sem referência alguma ao **B**inary **D**igit, ou dígito binário, que representa seqüências de ‘0s’ ou ‘1s’).

A equação (A.4) pode ser reescrita como:

$$I(s_k) = \log_2 \left(\frac{1}{p_k} \right) \quad k = 0, 1, \dots, K-1 \quad (A.5)$$

Se $p_k = 1/2$, $I(s_k) = 1$ bit. Assim, 1 bit é a quantidade de informação adquirida após a ocorrência de 1 entre 2 eventos possíveis e equiprováveis.

Pode-se verificar que a quantidade de informação $I(s_k)$ produzida por uma fonte durante um dado intervalo de sinalização depende do símbolo s_k emitido naquele instante. Portanto, $I(s_k)$ é uma variável aleatória discreta com valores $I(s_0), I(s_1), \dots, I(s_{K-1})$ e probabilidades p_0, p_1, \dots, p_{K-1} , respectivamente. Seu valor médio sobre o alfabeto \mathcal{J} é dado por:

$$H(\mathcal{J}) = E[I(s_k)] = \sum_{k=0}^{K-1} p_k I(s_k) = \sum_{k=0}^{K-1} p_k \log_2 \left(\frac{1}{p_k} \right) \quad (A.6)$$

Esta quantidade $H(\mathcal{J})$, denominada **Entropia** da fonte discreta sem memória com alfabeto \mathcal{J} , representa o conteúdo médio de informação por símbolo emitido. Ela depende apenas da estatística dos símbolos do alfabeto da fonte e, portanto, \mathcal{J} em $H(\mathcal{J})$ representa somente um identificador da fonte e não um argumento de uma função. A entropia de uma fonte binária discreta sem memória, por exemplo, com um alfabeto \mathcal{J} de 2 símbolos estatisticamente independentes ('0' e '1'), cujas probabilidades de ocorrência são p_0 e $p_1 = 1 - p_0$, respectivamente, é dada por:

$$\begin{aligned} H(\mathcal{J}) &= -p_0 \log_2 p_0 - p_1 \log_2 p_1 \\ &= -p_0 \log_2 p_0 - (1 - p_0) \log_2 (1 - p_0) \end{aligned} \quad (A.7)$$

Verifica-se que:

- ✓ $H(\mathcal{J}) = 0$ quando $p_0 = 0$ ou $p_0 = 1$;
- ✓ $H(\mathcal{J})$ alcança seu valor máximo, $H_{\max} = 1$ bit, quando $p_0 = p_1 = \frac{1}{2}$, ou seja, quando os símbolos '0' e '1' são equiprováveis.

A partir da equação (A.7) pode-se criar uma **Função Entropia** com relação à probabilidade a priori p_0 :

$$\mathcal{H}(p_0) = -p_0 \log_2 p_0 - (1 - p_0) \log_2 (1 - p_0) \quad (A.8)$$

A equação (A.7) apresenta a entropia de uma fonte discreta sem memória com alfabeto \mathcal{J} . A equação (A.8), ao contrário, apresenta uma função da probabilidade a priori p_0 definida no intervalo $[0,1]$. A Figura A.1 apresenta a função entropia $\mathcal{H}(p_0)$ versus p_0 , definida no intervalo $[0,1]$, onde as observações anteriormente descritas podem ser verificadas.

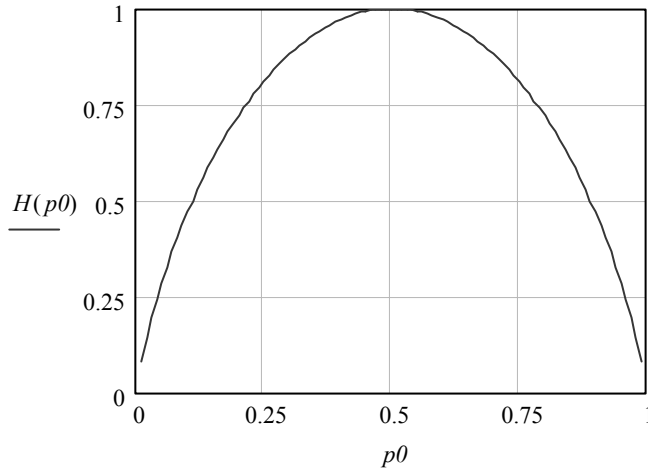


Figura A.1 - Função entropia $\mathcal{H}(p_0)$ versus a probabilidade a priori p_0 .

A.2 CANAIS DISCRETOS SEM MEMÓRIA

Um **Canal Discreto sem Memória** pode ser descrito por um modelo estatístico com uma entrada X e uma saída Y (que é uma versão ruidosa de X), ambas sendo variáveis aleatórias. A cada instante de tempo o canal recebe uma entrada X , selecionada de um alfabeto \mathcal{X} , e emite uma saída Y selecionada de um alfabeto \mathcal{Y} .

O canal é dito discreto quando os alfabetos \mathcal{X} e \mathcal{Y} têm tamanho finito, e sem memória quando a saída atual depende apenas da entrada atual (não de entradas anteriores). A Figura A.2 representa um dado canal discreto sem memória, que é descrito por um alfabeto de entrada, um alfabeto de saída e um conjunto de probabilidades de transição.

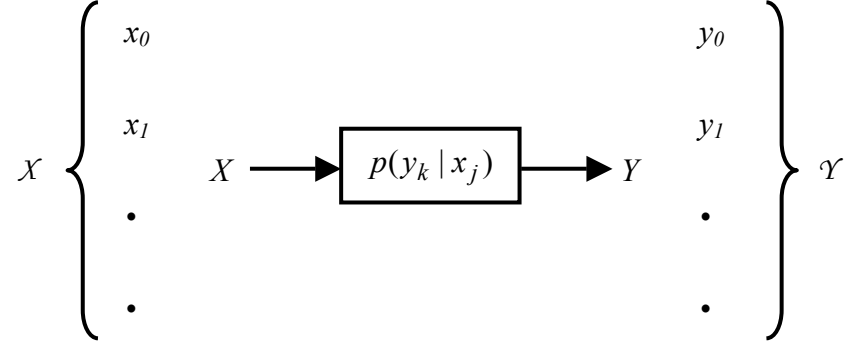


Figura A.2 - Representação de um canal discreto sem memória.

$$\mathcal{X} = \{x_0, x_1, \dots, x_{J-1}\} \quad (A.9)$$

$$\mathcal{Y} = \{y_0, y_1, \dots, y_{K-1}\} \quad (A.10)$$

$$p(y_k | x_j) = P(Y = y_k | X = x_j) \quad \forall \quad j, k \quad (A.11)$$

Naturalmente, $0 \leq p(y_k | x_j) \leq 1$ para todo j e k .

A probabilidade de transição $p(y_k | x_j)$ é simplesmente a probabilidade condicional de que a saída do canal seja $Y = y_k$, dado que sua entrada seja $X = x_j$. Assim, se $k = j$ a probabilidade condicional $p(y_k | x_j)$ representa a probabilidade condicional de recepção correta. Quando $k \neq j$, ela representa a probabilidade condicional de erro.

Arranjando-se as probabilidades de transição do canal em uma matriz, obtém-se uma descrição conveniente para um canal discreto sem memória.

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p(y_0 | x_0) & p(y_1 | x_0) & \cdots & p(y_{K-1} | x_0) \\ p(y_0 | x_1) & p(y_1 | x_1) & \cdots & p(y_{K-1} | x_1) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ p(y_0 | x_{J-1}) & p(y_1 | x_{J-1}) & \cdots & p(y_{K-1} | x_{J-1}) \end{bmatrix} \quad (A.12)$$

A matriz $\mathbf{P}_{J \times K}$ é denominada **Matriz do Canal**. Cada linha desta matriz corresponde a uma entrada fixa do canal, enquanto cada coluna corresponde a uma saída fixa. Além disso, a soma das probabilidades condicionais ao longo de cada linha é igual a 1, isto é:

$$\sum_{k=0}^{K-1} p(y_k | x_j) = 1 \quad \text{para todo } j \quad (A.13)$$

Se as entradas de um canal discreto sem memória forem selecionadas de acordo com a distribuição de probabilidades $\{p(x_j), j = 0, 1, \dots, J-1\}$, ou em outras palavras, se o evento $X = x_j$ ocorrer com probabilidade $p(x_j) = P(X = x_j)$ para $j = 0, 1, \dots, J-1$, a distribuição de probabilidade conjunta de X e Y será dada por:

$$\begin{aligned} p(x_j, y_k) &= P(X = x_j, Y = y_k) \\ &= P(Y = y_k | X = x_j)P(X = x_j) \\ &= P(y_k | x_j)p(x_j) \end{aligned} \quad (A.14)$$

A distribuição de probabilidade marginal da variável aleatória Y (saída do canal) pode ser obtida tomando-se a média da dependência de $p(x_j, y_k)$ em x_j :

$$\begin{aligned} p(y_k) &= P(Y = y_k) \\ &= \sum_{j=0}^{J-1} P(Y = y_k | X = x_j)P(X = x_j) \\ &= \sum_{j=0}^{J-1} p(y_k | x_j)p(x_j) \quad k = 0, 1, \dots, K-1 \end{aligned} \quad (A.15)$$

Para $J = K$, a probabilidade média de erro de símbolo, P_e , é definida como a probabilidade de que a variável aleatória de saída Y_k seja diferente da variável aleatória de entrada X_j , tomando-se a média sobre todo $k \neq j$:

$$\begin{aligned} P_e &= \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq j}}^{K-1} P(Y = y_k) \\ &= \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq j}}^{K-1} \sum_{j=0}^{J-1} p(y_k | x_j)p(x_j) \end{aligned} \quad (A.16)$$

A diferença $1 - P_e$ é a probabilidade média de recepção correta.

As probabilidades $p(x_j)$, para $j = 0, 1, \dots, J-1$, são conhecidas como probabilidades a priori dos vários símbolos de entrada. A partir das probabilidades a priori $p(x_j)$ e da matriz do canal, contendo as probabilidades de transição $p(y_k | x_j)$, é possível calcular-se as probabilidades dos vários símbolos de saída, $p(y_k)$, através da equação (A.15).

Um exemplo de grande interesse teórico e importância prática é o **Canal Binário Simétrico** (*Binary Symmetric Channel* - BSC). Trata-se de um caso especial de canal discreto sem memória, com $J = K = 2$. O canal tem 2 símbolos de entrada ($x_0 = 0, x_1 = 1$) e 2 de saída ($y_0 = 0, y_1 = 1$). Ele é dito simétrico devido ao fato de suas probabilidades de transição serem iguais, conforme demonstrado no diagrama da Figura A.3.

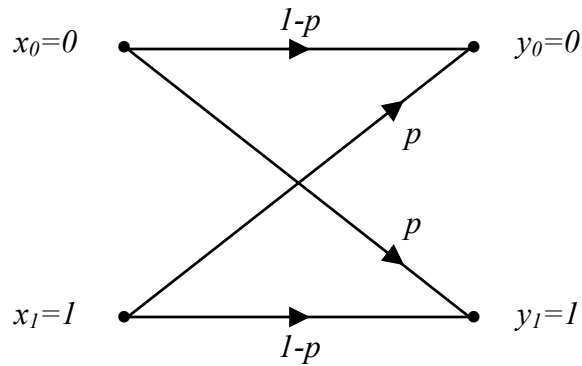


Figura A.3 - Diagrama de transição do canal binário simétrico.

Em um sistema de comunicação ou armazenamento de dados, os erros podem ocorrer com distribuição aleatória, quando cada símbolo é afetado de modo independente pelo ruído, ou de forma agrupada, quando um distúrbio introduz erros de duração indeterminada, gerando as rajadas (*bursts*) de erros.

A.3 INFORMAÇÃO MÚTUA

Dado que as variáveis aleatórias X e Y representam a entrada e a saída do canal, respectivamente, com símbolos selecionados a partir dos alfabetos X e Y , a entropia $H(X)$

é uma medida da incerteza a priori sobre o valor de X . Também é possível medir-se a incerteza sobre o valor de X depois de observado o de Y , como será visto a seguir.

A entropia condicional de X selecionado do alfabeto X , dado que $Y = y_k$, é definida por:

$$H(X|Y = y_k) = \sum_{j=0}^{J-1} p(x_j | y_k) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_j | y_k)} \right) \quad (A.17)$$

Esta quantidade é por si só uma variável aleatória que assume os valores $H(X|Y = y_0), \dots, H(X|Y = y_{K-1})$ com probabilidades $p(y_0), \dots, p(y_{K-1})$, respectivamente. O valor médio de $H(X|Y = y_k)$ sobre o alfabeto de saída Y é então dado por:

$$\begin{aligned} H(X|Y) &= \sum_{k=0}^{K-1} H(X|Y = y_k) p(y_k) \\ &= \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{J-1} p(x_j | y_k) p(y_k) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_j | y_k)} \right) \\ &= \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{J-1} p(x_j, y_k) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_j | y_k)} \right) \end{aligned} \quad (A.18)$$

Na última linha da equação (A.18), foi utilizada a equação (A.14) reescrita na forma $p(x_j, y_k) = p(x_j | y_k) p(y_k)$ (distribuição de probabilidade conjunta de X e Y).

A quantidade $H(X|Y)$ é chamada **Entropia Condicional** e representa a incerteza que resta sobre a entrada do canal após a observação de sua saída. Como já dito, $H(X)$ representa a incerteza sobre a entrada do canal antes da observação de sua saída. Então, $H(X) - H(X|Y)$ representa a incerteza sobre a entrada do canal que é “resolvida” pela observação de sua saída. Esta quantidade é chamada **Informação Mútua** do canal e é definida como:

$$I(X; Y) = H(X) - H(X|Y) \quad (A.19)$$

A Figura A.4 ilustra uma interpretação das relações entre as diversas entropias e a informação mútua de um dado canal.

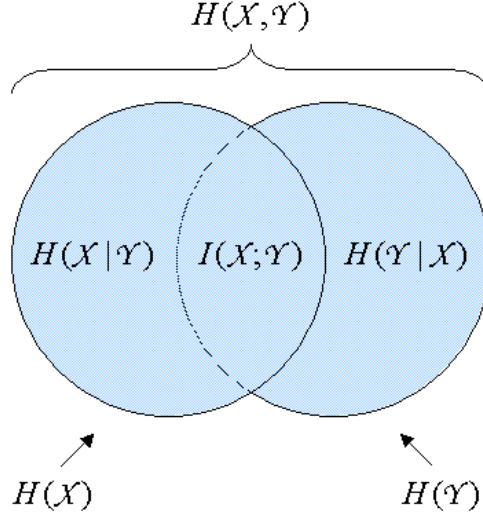


Figura A.4 - Entropias e informação mútua de um canal.

A.4 CAPACIDADE DE CANAL

Para um canal discreto sem memória com um alfabeto de entrada X , um alfabeto de saída Y e as probabilidades de transição $p(y_k | x_j)$, pode-se expressar $H(X)$ utilizando-se a fórmula da entropia dada pela equação (A.6) e as relações definidas nas equações (A.13) e (A.14), conforme demonstrado a seguir:

$$\begin{aligned}
 H(X) &= \sum_{j=0}^{J-1} p(x_j) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_j)} \right) \\
 &= \sum_{j=0}^{J-1} p(x_j) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_j)} \right) \sum_{k=0}^{K-1} p(y_k | x_j) \\
 &= \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} p(y_k | x_j) p(x_j) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_j)} \right) \\
 &= \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} p(y_k, x_j) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_j)} \right)
 \end{aligned} \tag{A.20}$$

A informação mútua do canal é dada por $I(X; \mathcal{Y}) = H(X) - H(X | \mathcal{Y})$. Então, utilizando-se as equações (A.18) e (A.20):

$$I(X; \mathcal{Y}) = \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} p(x_j, y_k) \log_2 \left(\frac{p(x_j | y_k)}{p(x_j)} \right) \quad (A.21)$$

A partir da regra de *Bayes* para probabilidades condicionais, pode-se escrever:

$$\frac{p(x_j | y_k)}{p(x_j)} = \frac{p(y_k | x_j)}{p(y_k)} \quad (A.22)$$

Assim, substituindo-se a equação (A.22) na (A.21):

$$I(X; \mathcal{Y}) = \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} p(x_j, y_k) \log_2 \left(\frac{p(y_k | x_j)}{p(y_k)} \right) = I(\mathcal{Y}; X) \quad (A.23)$$

Pode-se verificar que a informação mútua $I(X; \mathcal{Y})$ não depende apenas do canal (probabilidades de transição) mas também da maneira como o canal é utilizado (distribuição de probabilidades da entrada do canal). Assim, define-se a **Capacidade** de um canal discreto sem memória como a máxima informação mútua média $I(X; \mathcal{Y})$ em qualquer intervalo de sinalização, onde esta maximização é obtida sobre toda a distribuição de probabilidades da entrada do canal $\{p(x_j)\}$ em X:

$$C = \max_{\{p(x_j)\}} I(X; \mathcal{Y}) \quad (A.24)$$

Novamente, para o importante exemplo do canal binário simétrico representado pelo diagrama da Figura A.3, pode-se observar por simetria que a capacidade do canal é alcançada quando a probabilidade de entrada do canal é $p(x_0) = p(x_1) = 1/2$. Assim:

$$C = I(X; Y)_{|p(x_0)=p(x_1)=\frac{1}{2}} \quad (A.25)$$

Da Figura A.3 também se obtém:

$$\begin{aligned} p(y_0 | x_1) &= p(y_1 | x_0) = p \\ p(y_0 | x_0) &= p(y_1 | x_1) = 1 - p \end{aligned} \quad (A.26)$$

Substituindo-se estas probabilidades de transição do canal na equação (A.21), com $J = K = 2$, e definindo-se a probabilidade de entrada do canal $p(x_0) = p(x_1)$ de acordo com a equação (A.8), pode-se obter a capacidade do canal binário simétrico:

$$C = 1 + p \log_2 p + (1 - p) \log_2 (1 - p) \quad (A.27)$$

Aqui também pode ser definida uma função entropia, dada por:

$$\mathcal{H}(p) = p \log_2 \left(\frac{1}{p} \right) + (1 - p) \log_2 \left(\frac{1}{1 - p} \right) \quad (A.28)$$

Então, reescrevendo-se a equação (A.27):

$$C = 1 - \mathcal{H}(p) \quad (A.29)$$

A Figura A.5 mostra que a capacidade do canal varia com a probabilidade de erro p .

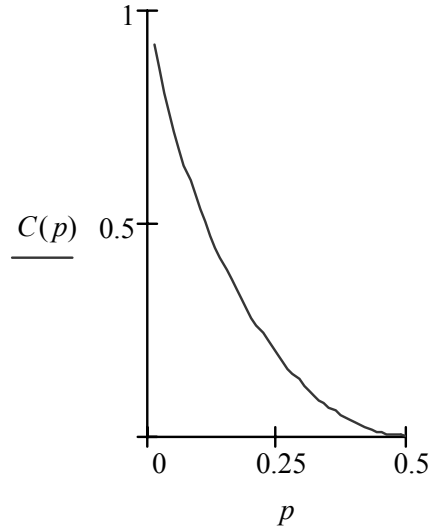


Figura A.5 - Variação da capacidade do canal com a probabilidade de erro.

Comparando-se esta curva com a da Figura A.1, pode-se observar que:

- ✓ Quando o canal é livre de ruído (com $p = 0$) a capacidade do canal atinge seu valor máximo de 1 bit por intervalo de sinalização. Para este valor de $p = 0$ a função entropia $\mathcal{H}(p)$ atinge seu valor mínimo, igual a zero;
- ✓ Quando o canal é ruidoso, com uma probabilidade condicional de erro $p = 1/2$, a capacidade do canal atinge seu valor mínimo igual a zero, enquanto a função entropia alcança o seu valor unitário máximo.

A.5 TEOREMAS DE SHANNON

A.5.1 1º TEOREMA DE SHANNON

O desempenho de um sistema de comunicação está diretamente relacionado, entre outras coisas, à eficiência com que a informação gerada pela fonte é representada. A representação eficiente que se busca é obtida através do uso do codificador de fonte, que atribui uma palavra-código para cada símbolo emitido, com o objetivo de eliminar redundâncias e economizar banda no canal de transmissão. Para que este codificador seja eficiente é necessário que se conheça a estatística da fonte, ou seja, sua distribuição de probabilidades. No caso específico de um código de comprimento variável, por exemplo, o codificador atribui palavras-código curtas para símbolos mais frequentes e palavras-código longas para símbolos mais “raros”.

O código *Morse* é um bom exemplo de código de fonte de comprimento variável, utilizado para codificar a fonte de informação constituída por um alfabeto de caracteres alfanuméricos. Na língua inglesa, a estatística desta fonte apresenta a letra ‘E’ como a de maior probabilidade e, portanto, o codificador lhe atribui a menor palavra-código (‘.’), enquanto a letra ‘Q’ recebe a maior (‘--.-’) por ter a menor probabilidade de ocorrência [4].

É necessário, ainda, que algumas restrições sejam aplicadas na geração das palavras-código para que as mesmas sejam unicamente decodificáveis, isto é, para que não haja

ambigüidade no processo de decodificação. Considerando-se o código binário descrito na Tabela A.1, uma sequência binária recebida **010** poderia corresponder a qualquer uma das 3 mensagens s_2 , s_3s_1 ou s_1s_4 . Portanto, esta sequência não pode ser corretamente decodificada.

Símbolo (fonte)	Palavra-Código
s_1	0
s_2	010
s_3	01
s_4	10

Tabela A.1 - Exemplo de código binário.

Um código é dito **Unicamente Decodificável** se toda palavra-código corresponde a apenas uma mensagem da fonte. Um código que satisfaz esta condição é o **Código Prefixo** (também chamado de **Código Instantâneo**), no qual nenhuma palavra-código é prefixo de outra, isto é, nenhuma palavra-código constitui a parte inicial de outra.

Na Tabela A.2, apenas o código II é prefixo.

Símbolo (fonte)	Código I	Código II	Código III
s_0	0	0	0
s_1	1	10	01
s_2	00	110	011
s_3	11	111	0111

Tabela A.2 - Exemplo de código prefixo.

No código I, por exemplo, a primeira palavra-código (0) é prefixo da terceira (00) e a segunda (1), da quarta (11).

A Figura A.6 mostra os 2 primeiros blocos de um sistema de comunicação, considerando-se que a fonte seja do tipo discreta e sem memória.

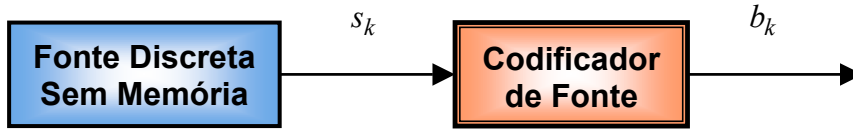


Figura A.6 - Diagrama de blocos representando uma fonte discreta e o codificador de fonte.

A fonte emite símbolos s_k . O codificador gera, então, uma sequência b_k de '0s' e '1s'. Assume-se que a fonte tem um alfabeto de K símbolos e o símbolo s_k ocorre com probabilidade p_k , $k = 0, 1, \dots, K-1$. Considerando-se que a palavra-código binária gerada pelo codificador tem comprimento l_k , medido em bits, o **Comprimento Médio** da palavra-código, \bar{L} , do codificador de fonte é definido por:

$$\bar{L} = \sum_{k=0}^{K-1} p_k l_k \quad (A.30)$$

Ele representa o número médio de bits por símbolo da fonte, utilizado no processo de codificação. Se L_{\min} representa o menor valor possível de \bar{L} , então a **Eficiência** do codificador pode ser expressa por:

$$n = \frac{L_{\min}}{\bar{L}} \quad (A.31)$$

O 1º Teorema de *Shannon* ou **Teorema da Codificação de Fonte** define um limite fundamental para o comprimento médio e, portanto, para a eficiência do codificador:

- Dada uma fonte discreta sem memória com entropia $H(\mathcal{J})$, o comprimento médio das palavras-código \bar{L} de um código unicamente decodificável é limitado por:

$$\bar{L} \geq H(\mathcal{J}) \quad (A.32)$$

Se \bar{L} pode ser tão pequeno quanto, mas não menor do que a entropia do alfabeto da fonte, a equação (A.31) pode ser reescrita com $L_{\min} = H(\mathcal{J})$:

$$n = \frac{H(\mathcal{J})}{\bar{L}} \quad (A.33)$$

A.5.2 2º TEOREMA DE SHANNON

O problema da representação eficiente da informação gerada pela fonte foi resolvido através do uso de um codificador de fonte, que associa a cada mensagem uma palavra-código adequada, reduzindo ou eliminando possíveis redundâncias. Se estas palavras-código fossem transmitidas diretamente pelo canal, passando apenas pelo modulador, o decodificador de fonte (na etapa de recepção) trataria seqüências corrompidas pelo ruído interferente presente ao longo do canal, o que resultaria em decodificações incorretas. Para resolver este novo problema é utilizado o codificador de canal que, ao contrário do codificador de fonte, insere uma “redundância controlada” no sinal antes da transmissão para minimizar o efeito do ruído interferente. Portanto, enquanto o codificador de fonte reduz a redundância para aumentar a eficiência, o codificador de canal introduz redundância para aumentar a confiabilidade da transmissão em um canal ruidoso.

Para uma fonte discreta sem memória com um alfabeto \mathcal{J} e uma entropia $H(\mathcal{J})$ bits por símbolo, que emite símbolos a cada T_s segundos, a taxa média de informação é $H(\mathcal{J})/T_s$ bits por segundo. O canal discreto sem memória tem uma capacidade igual a C bits por uso do canal. Assume-se que o canal possa ser utilizado uma vez a cada T_c segundos. Então, a capacidade do canal por unidade de tempo é C/T_c bits por segundo, que representa a máxima taxa de transferência de informação pelo canal. O 2º Teorema de Shannon ou **Teorema da Codificação de Canal** estabelece um limite fundamental na taxa de transmissão da informação pelo canal:

➤ Se

$$\frac{H(\mathcal{J})}{T_s} \leq \frac{C}{T_c} \quad (A.34)$$

então existe um esquema de codificação que assegure recuperação da informação transmitida pelo canal com probabilidade de erro arbitrariamente pequena.

➤ Reciprocamente, se $\frac{H(\mathcal{J})}{T_s} > \frac{C}{T_c}$ não é possível a transmissão de informação pelo canal com probabilidade de erro arbitrariamente pequena.

O parâmetro C/T_c é chamado **Taxa Crítica**.

Deve-se observar que este teorema apenas estabelece a existência de códigos que reduzem a probabilidade de erro, mas não os define. Considerando-se novamente o canal binário simétrico, uma fonte discreta sem memória que emita símbolos binários ('0s' e '1s') equiprováveis a cada T_s segundos terá uma entropia igual a 1 bit por símbolo e sua taxa de informação será $1/T_s$ bits por segundo. Um código de bloco poderia ser utilizado para codificar a mensagem emitida por esta fonte antes da transmissão pelo canal. Neste tipo de código, a mensagem é subdividida em blocos com k bits. O codificador mapeia cada bloco em palavras-código com comprimento igual a n bits. Portanto, o número de bits redundantes é $n - k$. A relação entre os comprimentos dos blocos de saída e entrada do codificador, denominada taxa do código, é representada por:

$$R = \frac{n}{k} \quad (A.35)$$

O codificador produz um símbolo a cada T_c segundos. Assim, a taxa de transmissão dos símbolos codificados é $1/T_c$ símbolos por segundo. Como o codificador usa o canal uma vez a cada T_c segundos, a capacidade do canal por unidade de tempo é C/T_c bits por segundo, onde C é determinada através da probabilidade de transição p do canal, conforme as equações (A.28) e (A.29). Assim, de acordo com o teorema da codificação de canal:

$$\frac{1}{T_s} \leq \frac{C}{T_c} \quad (A.36)$$

Mas a relação T_c/T_s é igual a taxa do código:

$$R = \frac{T_c}{T_s} \quad (A.37)$$

Então, a condição (A.36) pode ser reescrita como:

$$R \leq C \quad (A.38)$$

Isto significa que se a taxa de transmissão, neste caso igual à taxa do código, for menor ou igual à capacidade do canal, então existe um esquema de codificação e decodificação capaz de alcançar uma probabilidade de erro arbitrariamente pequena.

A.5.3 3º TEOREMA DE SHANNON

O terceiro teorema de *Shannon* é um dos resultados mais importantes da teoria da informação, pois apresenta em apenas uma fórmula toda a relação existente entre três parâmetros chave de um sistema de comunicação - a largura de banda do canal, a potência média transmitida (ou a potência média recebida) e a densidade espectral de potência do ruído na saída do canal.

Ele estabelece um limite fundamental para a taxa de transmissão de um canal gaussiano com limites de potência e frequência (largura de banda):

- *A capacidade de um canal com largura de banda igual a B Hertz, sob efeito de ruído aditivo branco e gaussiano com densidade espectral de potência igual a $N_o/2$ e largura de banda limitada a B , é dada por:*

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P}{N_o B} \right) \text{ bit/s} \quad (A.39)$$

onde P é a potência média transmitida.

A demonstração da equação (A.39) pode ser encontrada em [4].

A.6 ÁLGEBRA ABSTRATA E ARITMÉTICA DOS CORPOS DE GALOIS

O tratamento matemático da teoria de codificação de canal está fundamentado em conceitos da álgebra abstrata, como grupos, anéis e corpos [5], descritos a seguir.

A.6.1 GRUPOS

Um **Grupo** é um conjunto de objetos ou elementos para os quais uma operação é definida e para os quais valem os axiomas G1 a G4, definidos a seguir. Sejam a, b, c e d os elementos de um grupo. A operação normalmente é denotada por $a + b = c$ ou $a \cdot b = c$ e é chamada de adição ou multiplicação, embora não seja necessariamente a adição ou multiplicação da aritmética dos números ordinários.

- ✓ Axioma G1 - Fechamento - A operação pode ser aplicada em 2 elementos quaisquer do grupo, resultando em um terceiro elemento que também pertence ao grupo:
 $\forall a, b \in G \Rightarrow (a + b) \in G$;
- ✓ Axioma G2 - Lei Associativa - Para quaisquer 3 elementos a, b e c do grupo, $(a + b) + c = a + (b + c)$ se a operação for a adição ou $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ se for a multiplicação;
- ✓ Axioma G3 - Elemento Identidade - Existe um elemento identidade que é dependente da operação. Para a adição este elemento é zero, pois $0 + a = a + 0 = a$. Para a multiplicação a identidade é unitária, pois $1 \cdot a = a \cdot 1 = a$;
- ✓ Axioma G4 - Inverso - Todo elemento de um grupo tem seu respectivo inverso. Para a adição, o inverso correspondente ao elemento a é $-a$ e é definido pela equação $a + (-a) = (-a) + a = 0$. Para a multiplicação, o inverso correspondente ao elemento a é a^{-1} e é definido pela equação $a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = 1$.

Além destes 4 axiomas apresentados, um grupo pode satisfazer a lei comutativa, isto é, $a + b = b + a$ para a adição ou $a \cdot b = b \cdot a$ para a multiplicação. Tal grupo é denominado abeliano ou comutativo. O conjunto dos números Reais, por exemplo, é um grupo abeliano com operação adição, enquanto o mesmo conjunto sem o elemento zero é um grupo abeliano com operação multiplicação.

A.6.2 ANÉIS

Um **Anel** é um conjunto R de elementos para os quais 2 operações são definidas, a adição e a multiplicação, não necessariamente equivalentes às respectivas operações da aritmética dos números ordinários. Novamente, 4 axiomas são definidos.

- ✓ Axioma R1 - O conjunto R é um grupo abeliano sob a operação adição;
- ✓ Axioma R2 - Fechamento - Para quaisquer 2 elementos a e b de R o produto $a \cdot b$ é definido e é um elemento de R ;
- ✓ Axioma R3 - Lei Associativa - Para quaisquer 3 elementos a , b e c do anel, $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$;
- ✓ Axioma R4 - Lei Distributiva - Para quaisquer 3 elementos a , b e c do anel, $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ e $(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$.

Um anel é chamado comutativo se sua operação multiplicação é comutativa, isto é, para 2 elementos quaisquer a e b , $a \cdot b = b \cdot a$. O conjunto dos números Reais é um exemplo de anel comutativo.

A.6.3 CORPOS

Um **Corpo** é um sistema algébrico com 2 operações, juntamente com suas respectivas inversas. Pode ser visto, ainda, como um anel comutativo com um elemento unitário (identidade multiplicativa) no qual todo elemento diferente de zero tem um inverso multiplicativo. Os elementos diferentes de zero de um corpo formam um grupo sob a operação multiplicação. O número mínimo de elementos de um corpo é 2, pois ele deve conter as identidades aditiva e multiplicativa. Novamente, o conjunto dos números Reais é um corpo, assim como o conjunto dos números Racionais e o dos Complexos.

A.6.4 CORPOS DE GALOIS

As operações de adição e multiplicação podem ser definidas para um número finito de símbolos, quando este número de símbolos é uma potência de um número primo. Neste caso, a maioria das regras da aritmética ordinária é válida e, portanto, também se pode utilizar a maioria das regras da álgebra. Em comunicações digitais, geralmente são utilizados 2 símbolos, '0' e '1', para os quais a adição e a multiplicação podem ser definidas utilizando-se a aritmética *módulo-2*:

$$\begin{array}{rcl} 0 + 0 & = & 0 \\ 0 + 1 & = & 1 \\ 1 + 0 & = & 1 \\ 1 + 1 & = & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} 0 \cdot 0 & = & 0 \\ 0 \cdot 1 & = & 0 \\ 1 \cdot 0 & = & 0 \\ 1 \cdot 1 & = & 1 \end{array}$$

Tabela A.3 - Adição e multiplicação módulo-2 para um alfabeto de 2 símbolos.

As operações definidas na Tabela A.3 são denominadas *Adição Módulo-2* e *Multiplicação Módulo-2*, respectivamente. Esta aritmética *módulo-n* aplicada sobre um conjunto de números inteiros $Z_n = \{0, 1, \dots, n-1\}$ é obtida efetuando-se as operações normais de adição ou multiplicação e em seguida subtraindo-se múltiplos de n do resultado obtido, de forma a trazê-lo de volta ao conjunto Z_n . Um bom exemplo é a “aritmética do relógio”, onde $n = 24$. Quando um relógio indica 22 horas, por exemplo, após 10 horas sua nova indicação será $(22 + 10) \text{ módulo } 24 = 32 - 24 = 8$ horas.

Outra maneira de se obter a aritmética *módulo-n* é tomando-se o resultado da operação de adição ou multiplicação e em seguida calculando-se o resto de sua divisão por n . Assim, em $Z_3 = \{0, 1, 2\}$, a aritmética *módulo-3* fica:

+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

•	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

Tabela A.4 - Adição e multiplicação módulo-3 para um alfabeto de 3 símbolos.

Pode-se observar que o conjunto $\{0, 1\}$ é formado pelo conjunto dos números inteiros *módulo-2*. Este sistema algébrico apresenta 2 operações (Tabela A.3), juntamente com suas inversas. Assim, constitui um corpo com um número finito de elementos (2 elementos) que é denominado corpo binário, geralmente simbolizado por $GF(2)$.

Corpos finitos com 2^m símbolos são chamados **Corpos de Galois**, $GF(2^m)$, em homenagem a seu descobridor *Evariste Galois* (1811-1832). Em sua forma genérica, os corpos de *Galois* são representados por $GF(q^m)$, onde q é um número primo. Eles são importantes no estudo dos códigos cíclicos.

Uma aritmética com 2^m símbolos pode ser obtida iniciando-se com apenas 2 símbolos e um polinômio $p(X)$ de grau m . Em seguida um terceiro símbolo, α , é adicionado e considera-se $p(\alpha) = 0$ (assim como $2 = 0$ na aritmética de 2 símbolos). Então, desenvolve-se uma tabela das potências de α .

Escolhendo-se $p(X)$ apropriadamente:

- ✓ As potências de α até $2^m - 2$ serão diferentes;
- ✓ $\alpha^{2^m - 1} = 1$;
- ✓ $\{0, 1, \alpha, \alpha^2, \dots, \alpha^{2^m - 2}\}$ será o conjunto dos 2^m elementos do corpo;
- ✓ Pode-se expressar cada elemento do corpo como uma soma dos elementos $1, \alpha, \alpha^2, \dots, \alpha^{m-1}$.

Como exemplo de aplicação, para $m = 4$ e $p(X) = X^4 + X + 1$, pode-se desenvolver a Tabela A.5:

0			
1			
α			
α^2			
α^3			
α^4	$= \alpha + 1$		
α^5	$= \alpha(\alpha + 1)$	$= \alpha^2 + \alpha$	
α^6	$= \alpha(\alpha^2 + \alpha)$	$= \alpha^3 + \alpha^2$	
α^7	$= \alpha(\alpha^3 + \alpha^2)$	$= \alpha^4 + \alpha^3$	$= \alpha^3 + \alpha + 1$
α^8	$= \alpha(\alpha^3 + \alpha + 1)$	$= \alpha^4 + \alpha^2 + \alpha$	$= \alpha^2 + \alpha + \alpha + 1 = \alpha^2 + 1$
α^9	$= \alpha(\alpha^2 + 1)$	$= \alpha^3 + \alpha$	
α^{10}	$= \alpha(\alpha^3 + \alpha)$	$= \alpha^4 + \alpha^2$	$= \alpha^2 + \alpha + 1$
α^{11}	$= \alpha(\alpha^2 + \alpha + 1)$	$= \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha$	
α^{12}	$= \alpha(\alpha^3 + \alpha^2 + \alpha)$	$= \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2$	$= \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1$
α^{13}	$= \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha$	$= \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + \alpha + 1$	$= \alpha^3 + 1$
α^{14}	$= \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha$	$= \alpha^3 + \alpha + \alpha + 1$	$= \alpha^3 + 1$
α^{15}	$= \alpha^4 + \alpha$	$= \alpha + \alpha + 1$	$= 1$

Tabela A.5 - Corpo de Galois de 2^4 elementos, $GF(2^4)$ ou $GF(16)$, com

$$p(\alpha) = \alpha^4 + \alpha + 1 = 0 \text{ (ou } \alpha^4 = \alpha + 1 \text{)}.$$

O elemento α é denominado **Elemento Primitivo** do corpo $GF(2^m)$. Um polinômio $p(X)$ de grau m que origina uma tabela completa com 2^m símbolos distintos incluindo '0' e '1' é denominado **Polinômio Primitivo**. Se $p(X)$ for um polinômio irredutível (não fatorável) de grau m , α for um elemento primitivo de um corpo $GF(2^m)$ e $p(\alpha) = 0$, $p(X)$ será primitivo. Todo polinômio primitivo é irredutível, porém nem todo polinômio irredutível é primitivo. Felizmente foram criadas tabelas de polinômios primitivos para corpos $GF(2^m)$, visto que sua obtenção não é uma tarefa fácil.

A multiplicação de 2 símbolos quaisquer da Tabela A.5 é realizada através da adição dos seus expoentes, considerando-se o fato de que $\alpha^{2^m-1} = 1$, ou $\alpha^{15} = 1$ neste caso.

A divisão é feita de modo similar. Por exemplo:

$$\alpha^5 \cdot \alpha^7 = \alpha^{12} \quad \text{e} \quad \alpha^{12} \cdot \alpha^7 = \alpha^{19} = \alpha^4$$

$$\alpha^{12} / \alpha^5 = \alpha^7 \quad \text{e} \quad \alpha^4 / \alpha^{12} = \alpha^{19} / \alpha^{12} = \alpha^7$$

A adição de 2 símbolos é realizada utilizando-se as diversas formas de representação de um determinado símbolo, conforme apresentado na tabela. Dado que $-1=1$, a subtração equivale à adição. Por exemplo:

$$\alpha^5 + \alpha^7 = (\alpha^2 + \alpha) + (\alpha^3 + \alpha + 1) = \alpha^3 + \alpha^2 + 1 = \alpha^{13}$$

A.7 ESPAÇOS VETORIAIS

Uma seqüência ordenada de símbolos binários, como a seqüência abaixo, é normalmente conhecida como uma ênupla sobre $GF(2)$.

$$\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3, \dots, v_n) \tag{A.40}$$

onde v_i é igual a '0' ou '1'. Existem, naturalmente, 2^n ênuplas distintas.

A operação de adição para 2 ênuplas binárias é do tipo *módulo-2*, conforme apresentado na Tabela A.3, e pode ser definida como:

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= (v_1, v_2, v_3, \dots, v_n) \\ \mathbf{u} &= (u_1, u_2, u_3, \dots, u_n) \\ \mathbf{v} + \mathbf{u} &= (v_1 + u_1, v_2 + u_2, v_3 + u_3, \dots, v_n + u_n) \end{aligned} \tag{A.41}$$

A operação de multiplicação escalar de uma ênupla binária por um símbolo do corpo $GF(2)$ é definida como:

$$\sigma(v_1, v_2, v_3, \dots, v_n) = (\sigma \cdot v_1, \sigma \cdot v_2, \sigma \cdot v_3, \dots, \sigma \cdot v_n) \tag{A.42}$$

Finalmente, a operação de multiplicação de 2 ênuplas pode ser definida como:

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{u} = (v_1 \cdot u_1, v_2 \cdot u_2, v_3 \cdot u_3, \dots, v_4 \cdot u_4) \quad (A.43)$$

Um **Espaço Vetorial** V_n sobre o corpo $GF(2)$ é o conjunto de todas as ênuplas binárias, agora denominadas vetores. O espaço vetorial V_4 , por exemplo, é formado pelos seguintes vetores:

0 0 0 0	0 1 0 0	1 0 0 0	1 1 0 0
0 0 0 1	0 1 0 1	1 0 0 1	1 1 0 1
0 0 1 0	0 1 1 0	1 0 1 0	1 1 1 0
0 0 1 1	0 1 1 1	1 0 1 1	1 1 1 1

Tabela A.6 - Vetores que compõem o espaço vetorial V_4 .

Um subconjunto S de V_n é chamado de **Subespaço Vetorial** se o vetor nulo estiver contido em S e se a soma de quaisquer 2 vetores de S também estiver em S .

Um conjunto de vetores é linearmente dependente se e somente se existirem escalares c_1, c_2, \dots, c_n do corpo $GF(2)$, não todos nulos, tais que:

$$c_1 \mathbf{v}_1 + c_2 \mathbf{v}_2 + c_3 \mathbf{v}_3 + \dots + c_n \mathbf{v}_n = \mathbf{0} \quad (A.44)$$

Caso esta condição não seja válida, o conjunto de vetores é dito linearmente independente.

Um conjunto de vetores gera um espaço vetorial se todo vetor deste espaço for igual a uma combinação linear dos vetores do conjunto. Os vetores listados a seguir, por exemplo, são linearmente independentes. Além disso, pode-se observar que qualquer vetor em V_4 é uma combinação linear destes vetores. Então, este conjunto gera o espaço vetorial V_4 .

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \quad (A.45)$$

Em qualquer espaço vetorial ou subespaço, existe pelo menos um conjunto de vetores linearmente independentes que geram o espaço. Este conjunto é chamado **Base** do espaço vetorial e o número de vetores desta base é chamado **Dimensão** do espaço vetorial.

A.8 MATRIZES

Um arranjo retangular $k \times n$ de k linhas e n colunas, conforme representado abaixo, onde o elemento g_{ij} é '0' ou '1', é chamado Matriz $k \times n$ sobre o corpo $GF(2)$.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdots & g_{1n} \\ g_{21} & g_{22} & \cdots & g_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ g_{k1} & g_{k2} & \cdots & g_{kn} \end{bmatrix} \quad (A.46)$$

Se k linhas desta matriz são k ênuplas binárias linearmente independentes de V_n , então todas as combinações lineares das linhas de \mathbf{G} formam um subespaço de V_n com dimensão k , denominado **Espaço Linha** de \mathbf{G} . Para a matriz 3×6 , a seguir, pode-se verificar que as 3 linhas são linearmente independentes.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (A.47)$$

Suas combinações lineares, listadas logo abaixo, formam um subconjunto do espaço vetorial V_6 , que consiste de $2^3 = 8$ ênuplas. Como ele satisfaz a definição de subespaço e tem 2^3 elementos, então ele é um subespaço tridimensional de V_6 .

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} \quad (A.48)$$

O produto interno de dois vetores $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ e $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ pode ser definido por:

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{u} = v_1 \cdot u_1 + v_2 \cdot u_2 + \cdots + v_n \cdot u_n \quad (A.49)$$

onde a adição e multiplicação são operações *módulo-2*, já apresentadas na Tabela A.3. Se $\mathbf{v} \cdot \mathbf{u} = 0$, \mathbf{v} e \mathbf{u} são ditos **Ortogonais**.

Para uma matriz $\mathbf{G}_{k \times n}$, com k linhas linearmente independentes, existe uma correspondente matriz $\mathbf{H}_{(n-k) \times n}$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_{n-k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1n} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ h_{n-k,1} & h_{n-k,2} & \cdots & h_{n-k,n} \end{bmatrix} \quad (A.50)$$

com $h_j = (h_{j1}, h_{j2}, \dots, h_{jn})$, de forma que as $n-k$ linhas também sejam linearmente independentes e qualquer vetor \mathbf{v} no espaço linha de \mathbf{G} seja ortogonal a todas as linhas de \mathbf{H} , isto é, o produto interno

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{h}_j = 0, \text{ para } 1 \leq j \leq n-k \quad (A.51)$$

Dado que \mathbf{g}_i é um vetor do espaço linha de \mathbf{G} , o produto interno $\mathbf{g}_i \cdot \mathbf{h}_j = 0$, para $1 \leq i \leq k$ e $1 \leq j \leq n-k$. Quando \mathbf{u} é um vetor do espaço linha de \mathbf{H} , ele é uma combinação linear das linhas de \mathbf{H} :

$$\mathbf{u} = d_1 \mathbf{h}_1 + d_2 \mathbf{h}_2 + \cdots + d_{n-k} \mathbf{h}_{n-k} \quad (A.52)$$

onde $d_i = 0$ ou 1 , para $1 \leq i \leq n-k$. O produto interno de \mathbf{v} e \mathbf{u} é:

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{v} \cdot (d_1 \mathbf{h}_1 + \cdots + d_{n-k} \mathbf{h}_{n-k}) = d_1 (\mathbf{v} \cdot \mathbf{h}_1) + \cdots + d_{n-k} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{h}_{n-k}) \quad (A.53)$$

Dado que $\mathbf{v} \cdot \mathbf{h}_j = 0$, $\mathbf{v} \cdot \mathbf{u} = 0$. Isto é, qualquer vetor \mathbf{v} do espaço linha de \mathbf{G} e qualquer vetor \mathbf{u} do espaço linha de \mathbf{H} são ortogonais.

O espaço linha de \mathbf{G} é chamado **Espaço Nulo** de \mathbf{H} , e vice-versa.