



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo

HELIO FRANÇOZO JÚNIOR

**ANÁLISE NÃO LINEAR DE BARRAS COMPRIMIDAS
DE AÇO FORMADAS A FRIO COM SEÇÕES
ENRIJECIDAS**

CAMPINAS
2016

HELIO FRANÇOZO JÚNIOR

**ANÁLISE NÃO LINEAR DE BARRAS COMPRIMIDAS
DE AÇO FORMADAS A FRIO COM SEÇÕES
ENRIJECIDAS**

Dissertação de Mestrado apresentada a
Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e
Urbanismo da Unicamp, para obtenção do
título de Mestre em Engenharia Civil, na área
de Estruturas e Geotécnica.

Orientador: Prof. Dr. CILMAR DONIZETI BASÁGLIA

Co-orientador: Prof. Dr. JOÃO ALBERTO VENEGAS REQUENA

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA
DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO ALUNO HELIO FRANÇOZO
JÚNIOR E ORIENTADO PELO PROF. DR. CILMAR DONIZETI
BASAGLIA.

ASSINATURA DO ORIENTADOR



CAMPINAS

2016

Agência(s) de fomento e nº(s) de processo(s): Não se aplica.

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Luciana Pietrosanto Milla - CRB 8/8129

F849a Françoze Júnior, Helio, 1978-
Análise não linear de barras comprimidas de aço formadas a frio com
seções enrijecidas / Helio Françoze Júnior. – Campinas, SP : [s.n.], 2016.

Orientador: Cilmar Donizeti Basaglia.
Coorientador: João Alberto Venegas Requena.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade
de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo.

1. Análise não-linear. 2. Estruturas metálicas. 3. Flambagem (Mecânica). 4.
Vigas. 5. Aço. I. Basaglia, Cilmar Donizeti, 1977-. II. Requena, João Alberto
Venegas, 1956-. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo. IV. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Non-linear analysis of cold formed steel compression members
with stiffened cross-sections

Palavras-chave em inglês:

Cold-formed profiles

Member buckling

Bending (Mechanical)

Beams

Steel

Área de concentração: Estruturas e Geotécnica

Titulação: Mestre em Engenharia Civil

Banca examinadora:

Cilmar Donizeti Basaglia [Orientador]

Luiz Carlos Marcos Vieira Júnior

Maximiliano Malite

Data de defesa: 18-11-2016

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Civil

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E
URBANISMO**

**ANÁLISE NÃO LINEAR BARRAS COMPRIMIDAS DE AÇO
FORMADAS A FRIO COM SEÇÕES ENRIJECIDAS**

Helio Françoze Júnior

Dissertação de Mestrado aprovada pela Banca Examinadora, constituída por:

Prof. Dr. Cilmar Donizeti Baságlio
Presidente e Orientador/FEC – UNICAMP

Prof. Dr. Luiz Carlos Marcos Vieira Júnior
FEC – UNICAMP

Prof. Dr. Maximiliano Malite
EESC – USP

A Ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no processo de vida acadêmica do aluno.

Campinas, 18 de novembro de 2016.

DEDICATÓRIA

Ao meu pai, Helio Françoze, o homem mais simples, trabalhador e honesto que conheci em toda minha vida, dono de uma inteligência e integridade ímpares. Mesmo não estando mais entre nós, o senhor esteve presente todos os dias no desenvolvimento deste trabalho, que é apenas uma homenagem muito pequena, se comparada a gratidão que sinto por tudo que fez e ainda faz por mim. Espero ter desenvolvido algo que seja merecedor do seu nome. Ao senhor todo meu respeito, admiração e amor, com carinho de seu filho.

*“In memoriam de
Pascoal Françoso Neto, Luzia Maria Gelo Françoso,
Eunice Aparecida Leonardi Pedroso e Aldo José Brunholi”.*

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo dom da vida e pela força dada diariamente para lutar contra as adversidades da vida. A minha mãe Maria Alva Pedroso Françoze, minha filha Julia Françoze, minhas irmãs Telma Regina Françoze e Rosana Cristina Françoze, as minhas tias Shirley Natal, Adelaide Pedroso Brunholi, meu mais profundo obrigado, principalmente pelo amor e carinho ao longo desta jornada que durou treze anos. Sem vocês não seria possível chegar até aqui.

A minha namorada, companheira, amiga e se Deus um dia me permitir, futura esposa Fabiana Cristina de Souza, por ser uma mulher fantástica, pelo seu amor e por estar sempre ao meu lado em todas as situações.

Ao meu orientador, mentor e amigo Cilmar Donizeti Baságlio, muito obrigado por ter me aceitado como orientado e ter acreditado em meu trabalho, pelo companheirismo, dedicação, empenho e todas as oportunidades que me proporcionou.

Meu professor, co-orientador João Alberto Venegas Requena, por todo conhecimento compartilhado e por aumentar ainda mais a minha paixão pelas estruturas metálicas.

Ao meu também professor e amigo Carlos Inácio Eberl Facheris, pelos longos anos de ensinamentos, amizade única e companheirismo.

Aos amigos e eternos mentores Sérgio da Silva Zavan e José Dias Ferreira Neto, por todos ensinamentos, lições de caráter e integridade, desde a adolescência até dos dias de hoje.

Meu amigo e também professor Levi Pereira de Carvalho, por todos os anos no LEMa (Laboratório de Ensaio de Materiais), amizade sincera e muitos ensinamentos.

Aos meus amigos, Layane Durães Santiago, Kleber Aparecido Gomide, Ricardo José Missori, Luiz Fabiano Bonetti e Fábio Rissi.

Ao Professor Dr. Maximiliano Malite e também ao Professor Dr. Luiz Carlos Marcos Vieira Junior, por terem aceito o convite para participar da banca examinadora e por todas as contribuições feitas para o enriquecimento deste trabalho.

A todos, minha gratidão.

EPÍGRAFE

“Seja você quem for, seja qual for a posição social que você tenha na vida, a mais alta ou a mais baixa, tenha sempre como meta muita força, muita determinação e sempre faça tudo com muito amor e com muita fé em Deus, que um dia você chega lá. De alguma maneira você chega lá. ”

(Ayrton Senna)

RESUMO

Devido aos elevados níveis de esbeltez frequentemente exibidos pelas barras de aço formadas a frio, a sua eficiência estrutural é fortemente condicionada pela ocorrência de fenômenos de instabilidade (flambagem) locais, distorcionais e/ou globais. Uma forma de aumentar a resistência dessas barras às instabilidades locais e distorcionais, consiste na inclusão de enrijecedores longitudinais intermediários nas chapas/paredes que compõem a seção transversal do barra (quase sempre na alma, mas muitas vezes também nas mesas) – a maioria destes enrijecedores intermediários exibem configurações dos tipos em V, Trapezoidal, e em Z. Estes enrijecedores intermediários reduzem a “esbeltez local” das paredes que compõem as seções transversais do perfil, na medida em que elas ficam subdivididas em segmentos de menor largura. Assim, a elaboração, validação e calibração de metodologias e fórmulas de dimensionamento para tais barras requer a aquisição de um conhecimento aprofundado sobre os seus comportamentos de estabilidade e pós-flambagem, o que envolve identificar (i) os modos de instabilidade relevantes, (ii) calcular as tensões de bifurcação que lhes estão associadas e (iii) determinar as correspondentes trajetórias de pós-flambagem e capacidades resistentes. O objetivo deste trabalho é apresentar e discutir os resultados de uma investigação numérica que consiste em avaliar a estabilidade e a pós-flambagem de barras de aço formados a frio, submetidas à compressão axial uniforme, com seções do tipo U_e e exibindo enrijecedores longitudinais intermediários na alma e/ou nas mesas. Por meio de um estudo paramétrico utilizando a Teoria Generalizada de Vigas (Generalised Beam Theory - GBT), procura-se identificar “o enrijecedor ótimo”, avaliando-se a influência da quantidade, dimensão e do tipo dos enrijecedores nos valores de força crítica e nas configurações dos correspondentes modos de instabilidade. Em seguida, são realizadas análises de pós-flambagem, em regime elasto-plástico, através de elementos finitos de cascas, onde alguns dos os resultados obtidos são comparados com os valores fornecidos pelo Método da Resistência Direta (MDR), proporcionando uma maior compreensão dos aspectos mecânicos relativos ao comportamento não-linear destas barras enrijecidas.

Palavras chave: Análise não-linear, Estruturas metálicas, Perfis formados a frio, Comportamento de Pós-Flambagem, Teoria Generalizada de Vigas (GBT)

ABSTRACT

Due to the high slenderness of their walls, the structural efficiency of cold-formed steel members is strongly conditioned by the occurrence of local, distortional and/or global buckling phenomena. One possible way of improving the column resistance against the local and distortional failures consists in the inclusion of longitudinal intermediate stiffeners in the walls of the member cross-section (usually in the web, but often also at the flanges) – most of these intermediate stiffeners exhibit shapes of the types in V, Trapezoidal and Z. These intermediate stiffeners reduce the wall local slenderness that compose the member cross-sections, once they are subdivided into segments of smaller width. Thus, the elaboration, validation and calibration of procedures and design formulae for such members require the acquisition of in-depth knowledge about their buckling and post-buckling behaviours, which involve (i) identifying the relevant buckling modes, (ii) evaluating the associated bifurcation stresses and (iii) determining the corresponding post-buckling equilibrium paths and ultimate strengths. The objective of this work is to present and discuss the numerical investigation results, which consist of assessing the buckling and post-buckling behaviours of cold-formed steel members, subjected to uniform axial compression, with lipped channel cross-section and exhibiting longitudinal intermediate stiffeners at the web and/or flanges. Through a parametric study, using the Generalised Beam Theory (GBT), was sought to finding the “optimal stiffening”, which permitted evaluating the influence of the amount, size and type of the stiffeners on the critical buckling loads and the corresponding buckling mode shapes. Then, post-buckling analyses were performed in elastic-plastic regime, by means of shell finite element models, where the some obtained results were compared with the Direct Strength Method (DSM) values, providing a better understanding of the mechanical aspects of the nonlinear behavior of these stiffened members.

Keywords: Cold-formed profiles, Member buckling, Metal structures, Post-buckling behaviour, Generalised Beam Theory

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Pórticos de edifícios industriais (a) e residenciais (b)	17
Figura 1.2 – Trelças de cobertura.....	17
Figura 1.3 – Pórticos de estruturas de armazenamento	18
Figura 1.4 – Geometria de PFF em U (a), Ue (b), Z (c), “cartola” (d), “rack” (e) e I (f)	18
Figura 1.5 – Seções Ue, sem enrijecedor (a), tipo “V” (b), tipo “TP” (c) e tipo “Z” (d)	21
Figura 2.1 – Sistema estrutural reticular em condições de deslocamento	24
Figura 2.2 – Barra de Euler (a) e trajetórias estáveis e instáveis de estabilidade	25
Figura 2.3 – Instabilidade (a) por flexão, (b) por torção e (c) por flexão-torção	28
Figura 2.4 – Instabilidade local de uma (a) barra e uma (b) chapa simplesmente apoiada submetida a compressão uniforme	29
Figura 2.5 – Barra simplesmente apoiada submetida a compressão uniforme	30
Figura 2.6 – Modelo simplificado: modo de instabilidade distorcional, Perfil Ue.....	31
Figura 2.7 – Barra submetida a uma força excêntrica, análise linear (a), não-linear (b) e trajetória de instabilidade (c)	33
Figura 2.8 – Modelo de instabilidade bifurcacional, configuração original (a), configuração deformada (b)	34
Figura 2.9 – Modelo de barra com imperfeição geométrica, deformação original (a), hipótese de força excêntrica (b)	35
Figura 2.10 – Configuração deformada total da barra PFF, para análise pós-flambagem.....	36
Figura 2.11 – Modelo de grelha em chapa de resistência pós-flambagem.....	36
Figura 2.12 – (a) Barra de Euler e (b) trajetórias de equilíbrio de barras e chapas “ideais” e “reais” submetidas a compressão uniforme.....	37
Figura 2.13 – Discretização de uma barra em (a) elementos finitos de casca e (b) faixas finitas.....	39
Figura 2.14 – Discretização (a) e combinação modal da GBT (b)	41
Figura 2.15 – Configurações dos 13 modos de instabilidade local em PFF com seção Ue.....	42

Figura 2.16 – Curva de resistência à compressão para o modo local, MRD e Winter	44
Figura 2.17 – Curva de resistência à compressão para o modo distorcional, MRD e NBR 14762:2001	45
Figura 2.18 – Enrijecedores de borda (a) e intermediário (b)	45
Figura 3.1 – Ferramenta computacional baseada na GBT	49
Figura 3.2 – Barra PFF U_e submetida a compressão axial uniforme	50
Figura 3.3 – Configurações das seções analisadas nas barras PFF U_e	52
Figura 3.4 – 12 primeiros modos de deformação da GBT	53
Figura 3.5 – Resultados da barra U_e 100x60x5x1 mm, $c = 2,5 t_f$	54
Figura 3.6 – Resultados da barra U_e 100x60x5x1 mm, $c = 5,0 t_f$	55
Figura 3.7 – Resultados da barra U_e 100x60x8x1 mm, $c = 2,5 t_f$	56
Figura 3.8 – Resultados da barra U_e 100x60x8x1 mm, $c = 5,0 t_f$	58
Figura 3.9 – Resultados da barra U_e 100x100x10x1 mm, $c = 2,5 t_f$	59
Figura 3.10 – Resultados da barra U_e 100x100x10x1 mm, $c = 5,0 t_f$	60
Figura 3.11 – Resultados da barra U_e 200x120x10x1 mm, $c = 2,5 t_f$	62
Figura 3.12 – Resultados da barra U_e 200x120x10x1 mm, $c = 5,0 t_f$	63
Figura 3.13 – Oscilações na trajetória nas curvas, modificações na quantidade de semiondas	64
Figura 3.14 – Modos de flambagem para as barras com seções U_e 200x120x10x1 mm: (a) sem enrijecedor intermediário e com enrijecedores tipos: em V, CF-01 (b) e CF-06 (c), em TP, CF-08 (d), e em Z, CF-11 (e).	65
Figura 3.15 – Barra PFF U_e 200x120x10x1 mm CF-08, com duas semiondas no eixo longitudinal	67
Figura 3.16 – Discretização da malha na barra (a) e distribuição da força F nos nós externos	68
Figura 3.17 – Restrições de translação nos nós de extremidade da seção transversal (a) e imperfeição geométrica distorcional aplicada (b)	69
Figura 3.18 – Verificação da resistência pós-flambagem nas barras	70
Figura 3.19 – Trajetórias de pós-flambagem, barra U_e 100x60x5x1 mm	72
Figura 3.20 – Distribuição das tensões de von-Mises para força última na barra U_e 100x60x5x1 mm: CF-01 (a), CF-03 (b), CF-08 (c), CF-11 (d) e escala de valores (e), $f_y = 250$ MPa	72
Figura 3.21 – Trajetórias de pós-flambagem, barra U_e 100x100x10x1 mm	74

Figura 3.22 – Distribuição das tensões de von-Mises para força última na barra U _e 100x100x10x1 mm: CF-01 (a), CF-03 (b), CF-08 (c), CF-11(d) e escala de valores (e), $f_y = 550$ MPa.....	74
Figura 3.23 – Trajetórias de pós-flambagem, barra U _e 200x120x10x1 mm.....	75
Figura 3.24 – Distribuição das tensões de von-Mises para força última para a barra U _e 200x120x10x1 mm: CF-01 (a), CF-03 (b), CF-08 (c), CF-11(d) e escala de valores (e), $f_y = 750$ MPa	76
Figura 3.25 – Acúmulo de tensões nos enrijecedores longitudinais e de extremidade	78
Figura 3.26 – Acúmulo de tensões nos enrijecedores longitudinais e de extremidade	79

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Influência das relações geométricas das seções tipo U_e no modo crítico	31
Tabela 3.1 – Seções transversais para as barras PFF U_e	49
Tabela 3.2 – Resultados das análises de estabilidade.....	51
Tabela 3.3 – Resultados, barra U_e 100x60x5x1 mm, $c = 2,5 t_f$	54
Tabela 3.4 – Análise de resultados, barra U_e 100x60x5x1 mm, $c = 2,5 t_f$	54
Tabela 3.5 – Resultados, barra U_e 100x60x5x1 mm, $c = 5,0 t_f$	55
Tabela 3.6 – Análise de resultados, barra U_e 100x60x5x1 mm $c=5,0 t_f$	56
Tabela 3.7 – Resultados, barra U_e 100x60x8x1 mm, $c = 2,5 t_f$	57
Tabela 3.8 – Resultados da barra U_e 100x60x8x1 mm, $c = 2,5 t_f$	57
Tabela 3.9 – Resultados, barra U_e 100x60x8x1 mm, $c = 5,0 t_f$	58
Tabela 3.10 – Análise de resultados, barra U_e 100x60x8x1 mm, $c = 5,0 t_f$	58
Tabela 3.11 – Resultados, barra U_e 100x100x10x1 mm, $c = 2,5 t_f$	59
Tabela 3.12 – Análise de resultados, barra U_e 100x100x10x1 mm, $c = 2,5 t_f$	60
Tabela 3.13 – Resultados, barra U_e 100x100x10x1 mm, $c = 5,0 t_f$	61
Tabela 3.14 – Análise de resultados, barra U_e 100x100x10x1 mm, $c = 5,0 t_f$	61
Tabela 3.15 – Resultados, barra U_e 200x120x10x1 mm, $c = 2,5 t_f$	62
Tabela 3.16 – Análise de resultados, barra U_e 200x120x10x1 mm, $c = 2,5 t_f$	62
Tabela 3.17 – Resultados, barra U_e 200x120x10x1 mm, $c = 2,5 t_f$	63
Tabela 3.18 – Análise de resultados, barra U_e 200x120x10x1 mm, $c = 5,0 t_f$	64
Tabela 3.19 – Compilação geral dos melhores resultados obtidos na análise de estabilidade	65
Tabela 3.20 – Barras selecionadas para análise pós-flambagem	67
Tabela 3.21 – Características consideradas para a análise pós-flambagem	69
Tabela 3.22 – Análise de pós-flambagem, resultados da barra U_e 100x60x5x1	71
Tabela 3.23 – Análise de pós-flambagem, resultados da barra U_e 100x100x10x1 ...	73
Tabela 3.24 – Análise de pós-flambagem, resultados da barra U_e 200x120x10x1 ...	75
Tabela 3.25 – Compilação geral dos melhores resultados obtidos na análise de pós-flambagem.....	79

LISTA DE ABREVIATURAS E SIMBOLOS

Abreviaturas:

ABNT: Associação Brasileira de Normas Técnicas

E.L.S: Estados Limites de Serviço

E.L.U: Estados Limites Últimos

GBT: Generalised Beam Theory

IG: Imperfeição geométrica

IST-UL: Instituto Superior Técnico – Universidade de Lisboa

MD: Modo de instabilidade distorcional

MEF: Método dos Elementos Finitos

MFF: Método das Faixas Finitas

ML: Modo de instabilidade por flambagem local

MLE: Método da Largura Efetiva

MRD: Método da Resistência Direta

NBR: Norma Brasileira Regulamentadora

PFF: Perfil Formado a Frio

TP: Enrijecedor intermediário de alma/mesa tipo “Trapezoidal”

V: Enrijecedor intermediário de alma/mesa tipo “V”

Z: Enrijecedor intermediário de alma/mesa tipo “Z”

Símbolos:

E : módulo de elasticidade do aço

EI : rigidez da barra

F : força unitária de compressão axial

F_{cr} : força crítica de flambagem

F_u : força última de colapso

f_u : resistência à ruptura do aço à tração

f_y : resistência ao escoamento do aço

q : força uniformemente distribuída unitária

U_e : Perfil de aço formado a frio U enrijecido

δ : deformação na barra

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	17
1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS	17
1.2. JUSTIFICATIVA.....	21
1.3. OBJETIVOS.....	22
1.3.1. Objetivo Geral.....	22
1.3.2. Objetivos Específicos.....	22
2. REVISÃO DA LITERATURA.....	24
2.1. ESTABILIDADE ESTRUTURAL	24
2.1.1. Tipos de Instabilidade	26
2.1.2. Modo de Instabilidade por Flambagem Global	28
2.1.3. Modo de Instabilidade por Flambagem Local	28
2.1.4. Modo de Instabilidade por Flambagem Distorcional	30
2.2. ANÁLISE GEOMETRICAMENTE LINEAR E NÃO-LINEAR	32
2.3. MÉTODOS NUMÉRICOS.....	38
2.3.1. Método dos Elementos Finitos e Método das Faixas Finitas	38
2.3.2. Teoria Generalizada de Vigas (GBT).....	40
2.3.3. Método da Resistência Direta (MRD)	42
2.4. PERFIS FORMADOS A FRIO COM ENRIJECEDORES INTERMEDIÁRIOS	45
3. ANÁLISE NUMÉRICA.....	48
3.1. ANÁLISE DE ESTABILIDADE	48
3.1.1. Seleção e modelagem das barras PFF e com seções em U_e	49
3.1.2. Geometrias e dimensões dos enrijecedores intermediários	52
3.1.3. Resultados: Análise de estabilidade	53
3.1.4. Comentários gerais: Análise de estabilidade	64
3.2. ANÁLISE DE PÓS-FLAMBAGEM	66
3.2.1. Modelagem das barras para a análise pós-flambagem	66
3.2.2. Resultados: Análise de pós-flambagem.....	70
3.2.3. Comentários gerais: Análise de pós-flambagem	76
4. ANÁLISE DE RESULTADOS OBTIDOS	80
4.1. ANÁLISE DE ESTABILIDADE	80
4.2. ANÁLISE DE PÓS-FLAMBAGEM	83
5. CONCLUSÃO.....	86
5.1. SUGESTÃO DE TRABALHOS FUTUROS	87

6.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	88
-----------	---	-----------

1. INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Rapidez na execução de obras, eficiência estrutural aliada a necessidade de vencer grandes vãos, são algumas das características que as estruturas de aço devem possuir. Concebidas como estruturas reticulares (*e.g.*, pórticos e treliças constituídos por barras), as propriedades do material possibilitam diversas soluções, que atendem as necessidades dos projetos arquitetônicos modernos. Hoje na construção civil, as estruturas de aço de parede fina (*i.e.*, seções transversais onde a espessura da parede é bastante inferior as demais dimensões da seção transversal) constituídas por Perfis de Aço Formados a Frio (PFF), ganham cada vez mais espaço, sendo uma solução técnica e economicamente viável.

As aplicações deste sistema estrutural são bastante amplas, podem ser utilizadas em galpões para uso industrial (Figuras 1.1(a)), residências unifamiliares (Figuras 1.1(b)) e treliça planas para coberturas (Figuras 1.2(a) e 1.2(b)).



(a) (b)
Figura 1.1 – Pórticos de edifícios industriais (a) e residenciais (b)
(FONTE: Basaglia, 2010)



(a) (b)

Figura 1.2 – Treliças de cobertura
(FONTE: Basaglia, 2010)

Outra aplicação para este sistema estrutural constituídos por PFF, diz respeito aos pórticos de estruturas de armazenamento tipo rack (ver Figuras 1.3(a) e (b)). A variedade de aplicações fica ainda maior devido às diversas formas geométricas da seção transversal deste tipo de perfil, algumas destas formas são apresentadas nas Figuras 1.4(a) a 1.4(f). Dentre as vantagens exibidas pelas estruturas de aço constituídas por PFF, destacam-se que essas estruturas levam um tempo menor para serem executadas, além de possuir leveza, facilidade de fabricação e manuseio, custo reduzido de transporte e não há necessidade de equipamentos pesados para sua montagem.



(a)



(b)

Figura 1.3 – Pórticos de estruturas de armazenamento
(FONTE: Basaglia 2010)

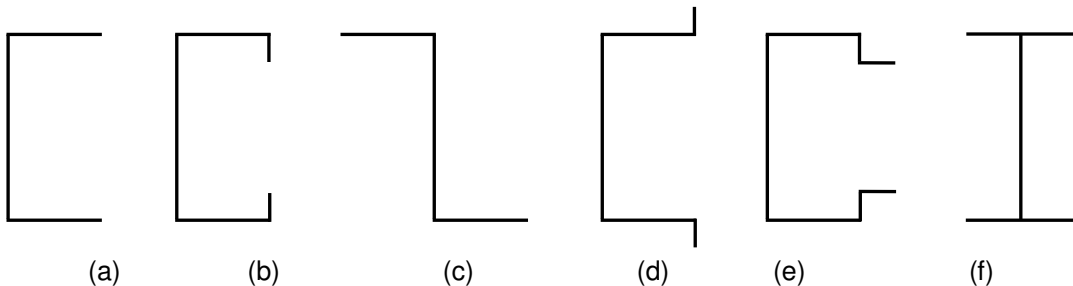


Figura 1.4 – Geometria de PFF em U (a), Ue (b), Z (c), “cartola” (d), “rack” (e) e I (f)
(FONTE: Basaglia, 2010)

Neste ponto, é importante destacar que para se obter estruturas mais econômicas e competitivas (*i.e.*, mais leves e com menor custo), uma das principais características do PFF, que possibilita este resultado, é o elevado índice de esbeltez de sua seção transversal. Porém, devido a esta propriedade, o comportamento das estruturas constituídas por este tipo de perfil, é diretamente influenciado por fenômenos de instabilidade de natureza global (*e.g.*, flexão, flexo-torção) e de

natureza local (*e.g.*, flambagem local nas paredes da seção transversal do perfil e/ou distorção da seção transversal), o que influencia diretamente no desempenho da estrutura (BASAGLIA, 2010 ou GALAMBOS, 1998).

A melhor compreensão destes fenômenos de instabilidade exige um estudo rigoroso e criterioso de seu comportamento geometricamente não-linear, em virtude da própria natureza do problema, onde sua resolução envolve a interação dos modos de instabilidade globais e locais (BASAGLIA, 2010).

Conforme é comentado em Basaglia (2010), em virtude do carácter intrinsicamente não-linear de cada um destes fenômenos de instabilidade, os problemas que resultam da interação entre eles só podem ser estudados através do recurso (i) a pesquisas experimentais dispendiosas e laboriosas (KIM & KANG, 2002, 2004 ou DUBINA, 2008) e/ou (ii) a métodos de análise numérica de elevada complexidade.

No que concerne a utilização de métodos numéricos para a resolução e a melhor compreensão dos problemas que envolvem a instabilidade de estruturas constituídas por PFF, refere-se que a maioria dos estudos são realizados recorrendo ao Método dos Elementos Finitos (MEL) e/ou o Método das Faixas Finitas (MFF).

Efetuando discretizações (*i.e.*, divisão de malhas) em elementos finitos de casca que constituem as chapas das paredes dos PFF, a análise de instabilidade pode ser efetuada por meio do MEF, onde se obtém um resultado preciso, porém com um desprendimento considerável de recursos computacionais (REIS & CAMOTIM, 2012). De maneira análoga, efetuando a divisão das paredes da seção transversal dos PFF em faixas com largura e comprimentos previamente conhecidos e estabelecidos, o MFF é uma alternativa bastante eficiente para a resolução de problemas de estabilidade – porém, em muitos casos é restritivo quanto as condições de apoio e aplicações de força (BASAGLIA, 2010, *e.t.*, CHEUNG & THAM, 1998 ou HANCOCK, 1998).

Basaglia (2010) apresenta como metodologia alternativa para o estudo do comportamento estrutural de estruturas compostas por PFF, o uso da Teoria Generalizada de Vigas (GBT – *Generalised Beam Theory* em língua inglesa), onde os resultados são obtidos de maneira bastante precisa, quando comparado com os métodos convencionais. A formulação da GBT consiste na utilização da teoria de barra associada a teoria das chapas, cujas formulações integradas resultam em modos de

deformação que obedecem a condições de ortogonalidade, os quais são necessários para a determinação dos modos de instabilidade locais e/ou globais predominantes na estrutura em análise. É possível a determinação de comportamentos (i) lineares de 1º ordem, (ii) análise de vibração, (iii) estabilidade com a determinação da força crítica de bifurcação (F_{cr}) e (iv) e comportamentos não-lineares (*i.e.*, pós-flambagem) de barras submetidas a compressão, flexão e flexo-compressão, obtendo resultados precisos com um melhor desempenho computacional (BASAGLIA, 2010 e SCHARDT, 1989).

Não somente utilizadas para resolução de problemas que envolvem a instabilidade de estruturas de aço compostas por PFF, os métodos numéricos (*i.e.*, MEF, MFF e GBT) também tem por finalidade o auxílio no desenvolvimento de metodologias racionais e eficientes para o dimensionamento deste tipo de estrutura, no que se diz respeito a segurança e a economia.

A Norma Brasileira em vigor NBR 14762/2010 – Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio, para verificação da segurança estrutural (*i.e.*, análise estrutural, estabilidade e dimensionamento), sugere a utilização de formulações teóricas fundamentadas na literatura ou o uso de métodos numéricos, como por exemplo o MFF e a GBT, como ferramentas para auxiliar na aplicação do Método da Resistência Direta (MRD – *Direct Strength Method* em língua inglesa) no âmbito do cálculo da resistência última de PFF submetidos a compressão ou flexão – refere-se que o MRD trata-se de uma metodologia alternativa ao Método da Largura Efetiva (MLE) (método clássico), cujos os esforços resistentes são calculados diretamente, com base nas propriedades geométricas (esbeltez) e mecânica (tensão de escoamento) e na força de flambagem (instabilidade crítica) (BASAGLIA, 2010 *et.*, SCHAFER, 2008 ou SILVESTRE *et al.*, 2005).

1.2. JUSTIFICATIVA

Para melhorar o comportamento dos PFF aos fenômenos de instabilidade de natureza local, é comum a inclusão de enrijecedores longitudinais intermediários na alma e/ou mesas da sua seção transversal – porém, interpretações rigorosas e criteriosas referentes ao comportando estrutural de PFF exibindo seções transversais enrijecidas longitudinalmente ainda é um desafio a ser alcançado pela comunidade técnico-científica (SILVESTRE, 2005). Diante disso, é justamente neste contexto que se enquadra e justifica a atividade de pesquisa apresentada neste trabalho, o estudo numérico da influência direta dos enrijecedores intermediários sobre os fenômenos de instabilidade de natureza local e distorcional, para que os resultados obtidos possam auxiliar em novos estudos a respeito do assunto. A figura 1.5 apresenta o âmbito principal do estudo, o uso de PFF de chapa fina do tipo U_e : sem enrijecedor na alma (a), com enrijecedor tipo “V” na alma (b), com enrijecedor tipo “Trapezoidal” ou “TP” na alma (c) e com enrijecedor tipo “Z” na alma.

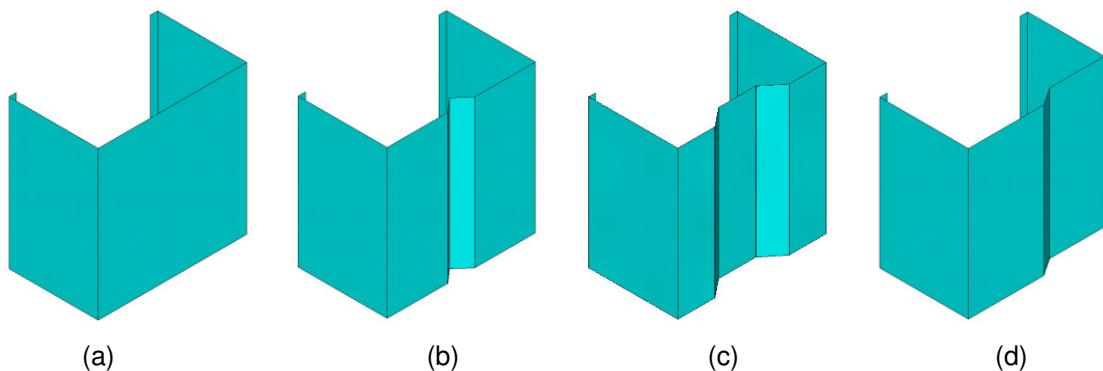


Figura 1.5 – Seções U_e , sem enrijecedor (a), tipo “V” (b), tipo “TP” (c) e tipo “Z” (d)
(FONTE: O autor)

1.3. OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é apresentar os resultados de uma pesquisa numérica que consiste em verificar a flambagem (*i.e.*, instabilidade bifurcacional) e a pós-flambagem (*i.e.*, comportamento geometricamente não linear) de barras comprimidas de aço formadas a frio, com seções U_e , exibindo ou não enrijecedores longitudinais intermediários na alma e/ou na mesa.

1.3.1. Objetivo Geral

Estudar a resistência (força de flambagem e força última) e o comportamento estrutural dos PFF com seções transversais do tipo U_e exibindo ou não enrijecedores longitudinais intermediários de alma e/ou de mesa, na sua seção transversal.

1.3.2. Objetivos Específicos

- (i) Determinar os valores da força crítica de bifurcação (F_{cr} – força de flambagem), estudar os respectivos modos de instabilidade locais e distorcionais, e suas principais causas e efeitos em PFF com seções U_e , exibindo ou não enrijecedores longitudinais intermediários na alma e/ou nas mesas;
- (ii) Analisar a geometria dos enrijecedores longitudinais intermediários e verificar a influência da sua quantidade (*i.e.*, número de enrijecedores na alma e/ou nas mesas da seção transversal), a distância entre enrijecedores, suas respectivas dimensões (*e.g.*, profundidade e largura) e seu formato (*i.e.*, quanto ao seu tipo) nos valores da força crítica de bifurcação e nas possíveis variações das configurações dos modos de instabilidade (modos de flambem) locais e distorcionais;
- (iii) De acordo com a análise da geometria e dos respectivos resultados, verificar dentre as configurações estabelecidas, qual é o tipo de enrijecedor de melhor desempenho, mediante a avaliação da estabilidade e também

seu comportamento de pós-flambagem (*i.e.*, física e geometricamente não-linear para a determinação da força última).

2. REVISÃO DA LITERATURA

2.1. ESTABILIDADE ESTRUTURAL

Os estudos a respeito das análises de estabilidade envolvendo a flambagem de barras submetidas a compressão, necessitam de constantes aprimoramentos e compreensão para a resolução de problemas da engenharia estrutural (TIMOSHENKO & GERE, 1963). Segundo Javaroni (2015) a falha numa barra submetida a compressão pode ocorrer por escoamento, flambagem global e/ou local. O colapso por escoamento normalmente irá ocorrer em barras de aço “curtas” e com espessura de chapa relativamente grande. Entretanto, a grande parcela dos colapsos ocorridos em estruturas pode ser atribuída aos fenômenos de instabilidade global e local, ocorrendo muitas vezes devido a interação de ambos (JAVARONI, 2015).

De acordo com Reis e Camotim (2012), a estabilidade da estrutura está relacionada com o conceito de equilíbrio, na medida em que se é possível mensurar e efetuar classificações quanto as suas condições de equilíbrio. Admitindo-se que um sistema estrutural composto por um pórtico reticular está submetido a um sistema de forças externo arbitrário, ocasionado por uma força uniformemente distribuída unitária (q). A condição do equilíbrio do sistema estrutural é dada em função dos deslocamentos apresentados pelos nós que unem suas barras, conforme indica a Figura 2.1.

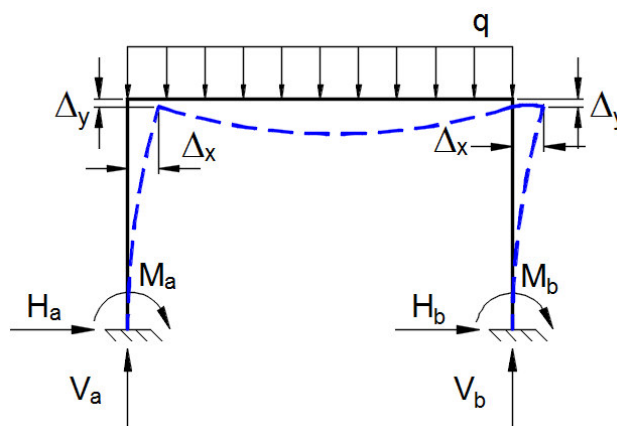


Figura 2.1 – Sistema estrutural reticular em condições de deslocamento
(FONTE: Souza, 2005)

O sistema de forças gera uma “perturbação” na estrutura, e a condição de equilíbrio é estável a medida que os nós retornam a suas posições originais, quando esta perturbação é removida. Ao contrário, a condição é dada como instável quando os nós não retornam as posições originais, quando a perturbação é retirada da estrutura. A estabilidade estrutural também pode ser compreendida como um conceito fundamental da Mecânica dos Corpos Rígidos. Reis e Camotim (2012), colocam que a condição de equilíbrio de uma estrutura, se estável ou instável, pode ser melhor compreendida pelo exemplo da Barra de Euler, simplesmente apoiada de rigidez EI submetida a uma força axial unitária F (Figura 2.2a) e deformação δ .

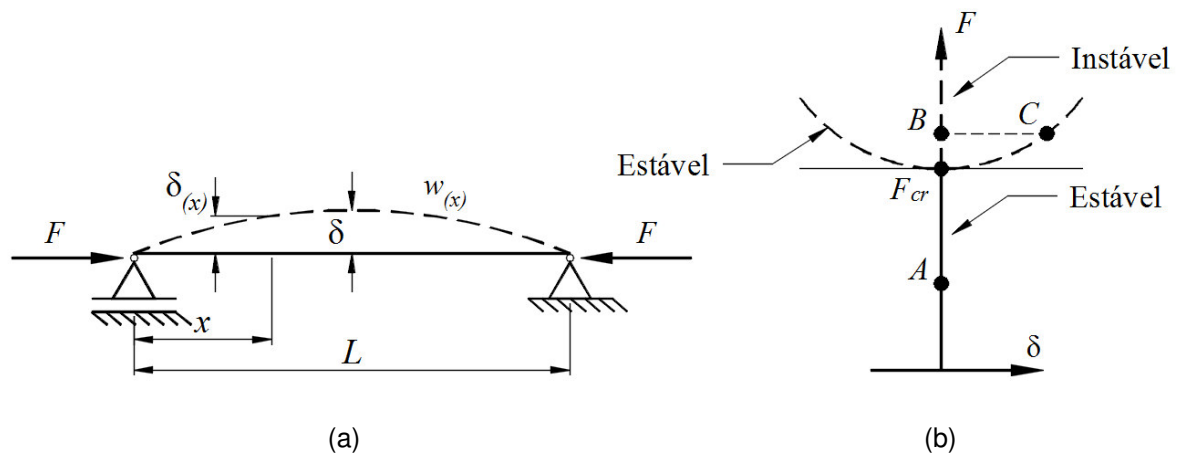


Figura 2.2 – Barra de Euler (a) e trajetórias estáveis e instáveis de estabilidade (b)
(FONTE: Reis e Camotim, 2012)

As condições de equilíbrio podem ocorrer em três pontos, representados pelos pontos A, B e C na figura 2.2(b). No ponto A ($\delta = 0$ e $F < F_{cr}$) o equilíbrio é estável devido à condição elástica da barra. A condição de estabilidade elástica tem por limite a condição da força $F = F_{cr}$, neste ponto ocorre a bifurcação de equilíbrio. Segundo Schiel (1984), quando ocorre a mudança na trajetória de estabilidade após o ponto de bifurcação, deslocamentos relativamente pequenos irão aparecer, ou seja, a barra se afasta da posição original e o equilíbrio passa da estável para instável. O ponto B ($\delta = 0$ e $F > F_{cr}$) o equilíbrio é instável e se encontra pouco acima da trajetória da bifurcação de equilíbrio. A perturbação na barra ao ponto C ($\delta \neq 0$ e $F > F_{cr}$) onde o equilíbrio é estável pequenos deslocamentos podem ser mensurados (REIS & CAMOTIM, 2012).

Em se tratando de estruturas de aço constituídas de PFF, para o seu correto dimensionamento (*i.e.*, atendendo aos critérios de segurança e também

economia) e análise adequada, é fundamental o entendimento destes conceitos de estabilidade (*i.e.*, trajetória estável e instável) de estruturas, e não somente estar baseado em critérios de verificação relacionados a deslocamentos máximos admissíveis e resistência dos materiais. Estes conceitos de trajetórias de estabilidade, seja dos elementos estruturais analisados isoladamente (*i.e.*, análise de vigas e pilares de maneira individual) ou em conjunto (*i.e.*, análise de pórticos e treliças) envolvem fenômenos de instabilidade estrutural, que se manifestam de maneira global e local (*i.e.*, local de chapa e distorcional), onde o seu resultado final é dado pela interação entre ambos (REIS & CAMOTIM, 2012).

De maneiras variadas, as manifestações globais e locais dos fenômenos de instabilidade, são geradas por (i) compressão direta, (ii) flexão-compressão e também por (iii) flexo-torção, dependendo necessariamente da maneira com um sistema de forças incide sobre o elemento estrutural. Os fenômenos de instabilidade de natureza local ocorrem geralmente por flambagem local (*i.e.*, flambagem das chapas que compõe a seção transversal) e também distorcional (*i.e.*, empenamento das chapas com deslocamento dos nós de extremidade). A análise de estabilidade em estruturas de aço compostas por PFF levam em consideração os efeitos de flambagem local e distorcional, principalmente devido ao fato de que a esbeltez das chapas que compõe este tipo de perfil é bastante grande, tendo uma influência direta em sua capacidade de resistência a estes os fenômenos de instabilidade (REIS & CAMOTIM, 2012).

2.1.1. Tipos de Instabilidade

Não são recentes os estudos da comunidade científica sobre a instabilidade. Em 1759 Leonhard Euler publicou a equação que permite calcular a força crítica de bifurcação numa barra simplesmente apoiada, submetida a compressão uniforme. Desde então, a partir das considerações feitas por Euler, inúmeros estudos para a determinação da força crítica de bifurcação e o respectivo modo de instabilidade associado (*e.g.*, seja ele de natureza global ou local) foram elaborados, como por exemplo o estudo dos efeitos de flexo-torção feitos por Saint-Venant, Timoshenko com a associação dos modos de instabilidade na teoria clássica

de flexão de vigas de Euler-Bernoulli, até outros efeitos e estudos realizados por Vlasov (BASAGLIA, 2010).

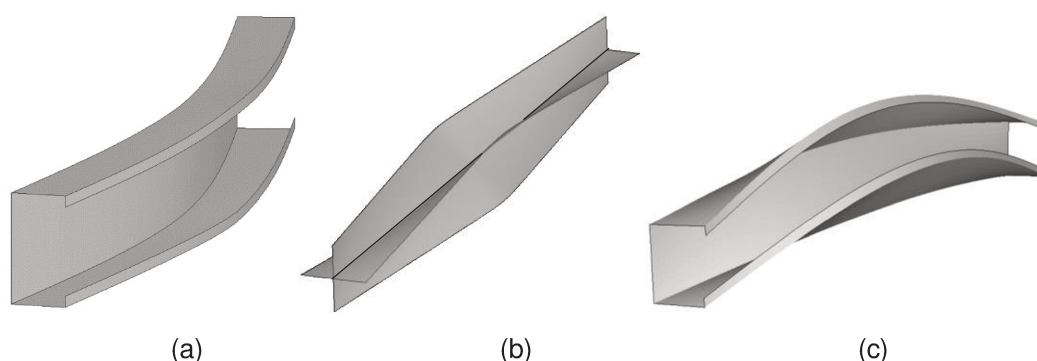
Os modos de instabilidade podem ser compreendidos como a maneira abrupta que uma estrutura (ou elemento estrutural) se deforma em busca do equilíbrio, quando submetida a uma perturbação externa e uma ação superior a força de flambagem (*i.e.*, força crítica de instabilidade). Como é destacado por Basaglia (2010), no que diz respeito aos modos de instabilidade de uma barra constituída por PFF, estes poderão ser de (i) natureza global e de (ii) natureza local e/ou distorcional (*i.e.*, deformação das suas paredes). No primeiro caso, os modos de instabilidade envolvem apenas a deformação do eixo longitudinal da barra, sofrendo as respectivas seções transversais apenas deslocamentos de corpo rígido (*i.e.*, não existe alteração da geometria das seções transversais). No último caso, por outro lado, os modos de instabilidade local e/ou distorcional de uma barra envolvem somente a deformação das respectivas seções transversais nos seus próprios planos, permanecendo o eixo longitudinal da barra indeformado.

Barreta (2011) coloca que de uma maneira geral, os problemas de colapso por instabilidade em estruturas de aço, em especial as estruturas constituídas por PFF, estão relacionados com a combinação de uma série de fenômenos de instabilidade. Na análise de estabilidade deste tipo de estrutura, as características geométricas dos perfis das barras têm uma grande influência no resultado final, principalmente devido ao fato de que as chapas que compõem sua seção transversal possuem elevada esbeltez, sendo a capacidade dos PFF resistir aos fenômenos de instabilidade diretamente relacionada a estas características geométricas (REIS & CAMOTIM, 2012).

Perfis com um comprimento curto são mais suscetíveis a modos de instabilidade por flambagem local e perfis com comprimentos maiores a modos de instabilidade distorcional e global (BARRETA, 2012). Porém Souza (2005) também coloca a influência das características dimensionais da seção transversal na incidência do modo de instabilidade predominante.

2.1.2. Modo de Instabilidade por Flambagem Global

Os fenômenos de flambagem de natureza global que afetam os PFF, são caracterizados pela ocorrência de deformação no eixo longitudinal da barra, sendo que sua seção transversal sofre apenas efeitos de translação e de rotação (*i.e.*, deslocamentos de corpo rígido), normalmente no eixo de menor momento de inércia. Os modos de instabilidade global que podem ocorrer em barras estão associados com a flexão lateral em torno do eixo de menor inércia, torção em torno do eixo que contém o centro de cisalhamento da seção e flexão-torção (*i.e.*, flexão em torno do eixo de maior inércia e torção), conforme a Figura 2.3. Este modo de instabilidade pode ser considerado crítico, quando o comprimento da barra é suficientemente longo e não está devidamente contraventado, e exibe apenas uma semionda na sua configuração deformada ao longo do comprimento destravado (entre os contraventamentos).



(a) (b) (c)
Figura 2.3 – Instabilidade (a) por flexão, (b) por torção e (c) por flexão-torção
 (FONTE: Basaglia, 2010)

2.1.3. Modo de Instabilidade por Flambagem Local

Conforme Souza (2005), os PFF são constituídos por um conjunto de chapas longas ligadas entre si pelos nós de seus bordos. A estabilidade da seção transversal em relação ao modo de instabilidade por flambagem local é análoga a instabilidade de chapas que constituem suas paredes analisadas separadamente, ficando assim condicionada a configuração deformada da parede mais esbelta que constitui a seção, sendo que as demais chapas com menor esbeltez também irão se deformar apenas por compatibilidade.

O modo de instabilidade por flambagem local é caracterizado por esta condição, a flambagem das paredes internas da seção, ocasionados por flexão, entretanto os nós que unem os bordos das chapas permanecem na mesma posição da configuração indeformada da seção. Os primeiros estudos sobre este tipo de fenômeno datam do século XIX e início do século XX, Saint-Venant¹ em 1883 realizou estudos sobre chapas submetidas a compressão uniforme e escreveu a equação de equilíbrio para estas condições e Bryan em 1891 apresentou a resolução destas equações para chapas simplesmente apoiadas. As soluções para o mesmo problema envolvendo outras condições de apoio foram estudadas por Reissner² e Timoshenko³ posteriormente (SOUZA, 2005). Enquanto a Figura 2.4(a) mostra a instabilidade local em uma barra, a Figura 2.4(b) ilustra a instabilidade local em uma chapa simplesmente apoiada submetida a compressão uniforme.

A resolução de problemas de estabilidade de PFF compostos por parede fina, que estão sujeitos ao modo de instabilidade por flambagem local, além de ser realizada de maneira rigorosa, também devem ser levados em consideração outros aspectos como a compatibilidade entre deslocamentos e rotações entre as chapas e o equilíbrio de forças e momentos ao longo dos bordos longitudinais internos. A necessidade de satisfazer estas condições, combinada com o comportamento não linear da chapa, dificulta a obtenção de soluções gerais. Nestes casos, é comum o uso de métodos numéricos e computacionais na resolução destes problemas de estabilidade (SOUZA, 2005).

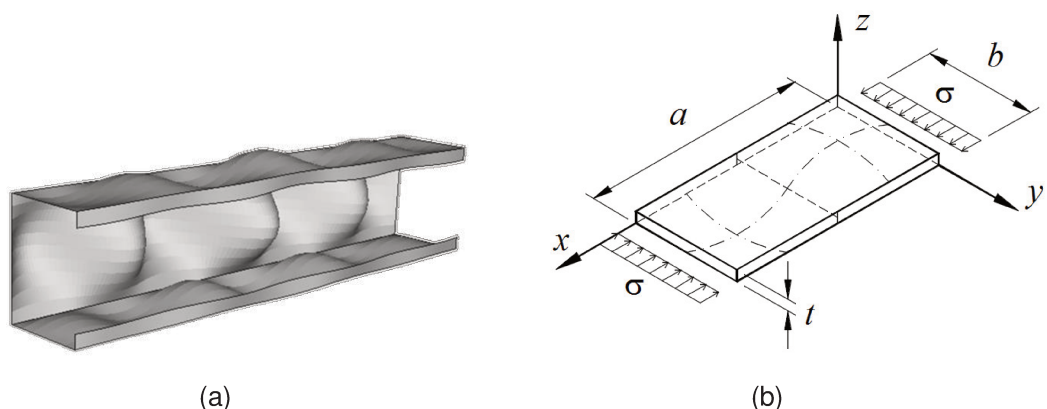


Figura 2.4 – Instabilidade local de uma (a) barra e uma (b) chapa simplesmente apoiada submetida a compressão uniforme (FONTE: Souza, 2005)

¹ Adhémar Jean Claude Barré de Saint-Venant, engenheiro civil e matemático francês, desenvolveu o Teorema de Saint-Venant e Condição de Compatibilidade de Saint-Venant.

² Hans Jacob Reissner, engenheiro civil alemão.

³ Stephen Timoshenko, engenheiro civil ucraniano, desenvolveu diversos trabalho na área da mecânica das estruturas e teoria da elasticidade.

2.1.4. Modo de Instabilidade por Flambagem Distorcional

Segundo BARRETA (2011), o modo de instabilidade por flambagem distorcional que ocorre nas paredes que constituem a seção transversal de PFF apresentam flexão em uma ou mais paredes e rotações e deslocamentos de corpos rígidos. Em outras palavras, a deformação da seção exibe flexão das chapas que constituem as paredes e vem acompanhadas da rotação e possível translação dos nós longitudinais externos (CHODRAUI, 2006). De maneira análoga ao modo de instabilidade por flambagem local, os respectivos valores do modo crítico e tensão de bifurcação em uma barra PFF sujeita a uma força axial de compressão uniforme, também podem ser obtidos através de uma análise de estabilidade efetuada por meio de métodos numéricos. A Figura 2.5 ilustra uma barra PFF com seção U_e exibindo o modo de instabilidade por flambagem distorcional.

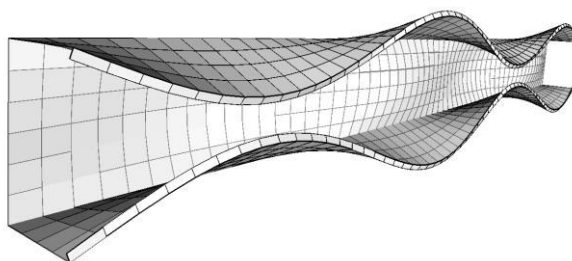


Figura 2.5 – Barra simplesmente apoiada submetida a compressão uniforme
(FONTE: O autor)

As relações geométricas entre as dimensões da seção transversal dos PFF têm uma influência significativa no modo de instabilidade crítico e/ou predominante (CHODRAUI, 2006 *et.* BATISTA, 2000). Batista (2000) apresenta as relações geométricas referentes as dimensões da seção transversal U_e e a sua influência direta no modo de instabilidade crítico. Estas relações são apresentadas na tabela 2.1.

A norma NBR 14762:2001 propõe que para o cálculo do modo de instabilidade por flambagem distorcional, seja utilizado o modelo proposto por Hancock *et al.* (1987), que analisa a estabilidade de conjuntos formados por um elemento comprimido e seu respectivo enrijecedor de borda, vinculados elasticamente à alma, conforme representa a Figura 2.6. A dimensão D do enrijecedor de borda influencia diretamente quanto ao tipo do modo de instabilidade crítico, ou seja, para se evitar que o modo crítico predominante seja distorcional, é comum aumentar esta

dimensão, entretanto seu tamanho excessivo implica em modo local do próprio enrijecedor (CHODRAUI, 2006).

Tabela 2.1 – Influência das relações geométricas das seções tipo U_e no modo crítico

Quanto menor	Relação geométrica	Quanto maior
Modo Local	b_f / b_w	Modo Distorcional
Modo Distorcional	D / b_w	Modo Local
Modo Distorcional	b_w / t	Modo Local

Notas:
br: largura nominal da mesa
bw: largura nominal da alma
D: largura nominal do enrijecedor de borda
t: espessura

Fonte: Chodraui, 2006 et. Batista, 2000

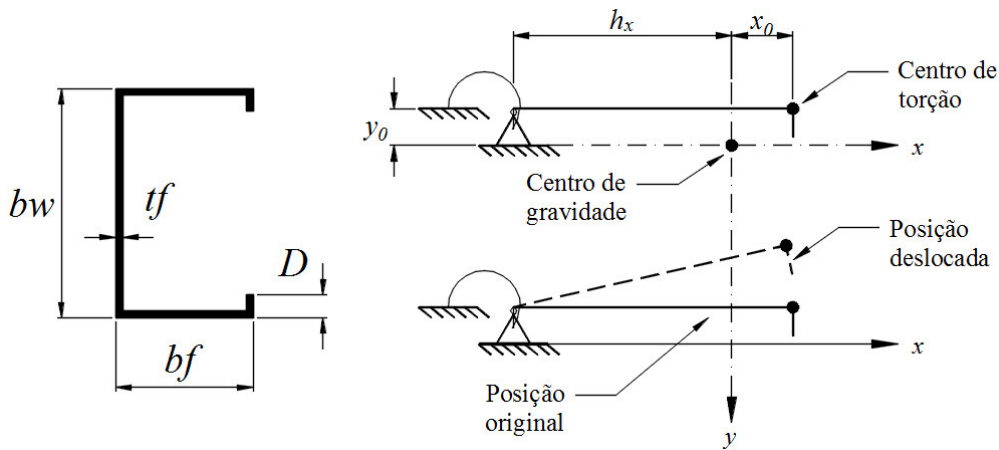


Figura 2.6 – Modelo simplificado: modo de instabilidade distorcional, Perfil U_e
(FONTE: NBR 14762:2001)

Os estudos realizados a respeito do modo de instabilidade por flambagem distorcional são relativamente recentes, datados do final dos anos 70 e início dos anos 80 realizados por Lundquist e Stowell. Os estudos mais significativos foram realizados por dois grupos de estudo, nas Universidades de Conell e Sydney, que determinaram as primeiras expressões analíticas para a determinação de F_{cr} em barras com PFF “U” enrijecido (U_e) sujeitas a este tipo de fenômeno, entretanto o esforço da comunidade científica e acadêmica é cada vez maior para a sua melhor compreensão, utilizando ferramentas computacionais baseadas em métodos numéricos (e.g., MFF, MEF e/ou a GBT) (CHODRAUI, 2006 e BASAGLIA, 2010).

2.2. ANÁLISE GEOMETRICAMENTE LINEAR E NÃO-LINEAR

Compreender o comportamento de uma barra de aço constituída por PFF submetida a ações externas (*e.g.*, compressão direta e/ou flexo-compressão), as relações numéricas entre os resultados obtidos (*i.e.*, tensões, deformações e deslocamentos) com os respectivos modos de instabilidade associados, se faz necessária para um aprimoramento contínuo dos métodos de dimensionamento estabelecidos pelas normas regulamentadoras atuais. Segundo Reis e Camotim (2012), para a determinação deste tipo de comportamento, é necessária a associação de uma série de quesitos, onde necessariamente são levados em consideração:

- Equações de equilíbrio: envolvendo ações, esforços e tensões;
- Relações constitutivas: relações entre tensões-deformações, analisando o comportamento do material que constitui a estrutura;
- Relações cinemáticas: relações entre deformações e deslocamentos;
- Equações de compatibilidade: relações entre deslocamentos e vinculações da estrutura.

A maneira com que se pretende estudar o comportamento da estrutura depende necessariamente de uma situação específica a ser analisada, através de um modelo estrutural compatível com as equações referidas. Cada modelo de comportamento estrutural irá corresponder a uma análise diferente (REIS & CAMOTIM, 2012).

É designada análise linear de estruturas toda análise de estabilidade onde será verificado o seu comportamento linear de uma estrutura. É baseada na hipótese de todas as equações serem lineares, pressupondo as condições:

- Linearidade física: relações constitutivas e materiais lineares;
- Linearidade geométrica: equações de equilíbrio escritas na condição da estrutura indeformada, relações cinemáticas lineares e hipóteses de pequenos deslocamentos.

Os fenômenos de instabilidade ocorrem de maneira geometricamente não-linear (e.g., numa condição de pós-flambagem), e seus efeitos podem ser melhor estudados apenas por meio de análises que também levem em consideração estas características de não-linearidade (BASAGLIA, 2010).

A Figura 2.7 (a) representa uma barra submetida a uma força de compressão P vertical excêntrica, a equação de equilíbrio do momento $M_{(x)}$ é escrita na condição da estrutura indeformada. No entanto, a Figura 2.7 (b) representa a mesma barra deslocada em relação a posição original, nesta configuração a condição de equilíbrio é dada na condição deformada, a equação de $M_{(x)}$ é escrita levando-se em consideração o deslocamento horizontal (δ) associado ao modo de instabilidade $w_{(x)}$. Esta nova condição de equilíbrio não leva em consideração os mesmos pressupostos da análise linear, pelo contrário, é levada em consideração as características do material numa condição elastoplástica (REIS & CAMOTIM, 2012).

Neste caso, esse tipo de análise é designado como “análise de estabilidade em regime elasto-plástico” ou “análise de pós-flambagem”, onde a não linearidade geométrica e os deslocamentos, tem grande influência na condição de equilíbrio estrutural, como mostra a Figura 2.7 (c), onde é possível observar claramente o desvio das trajetórias de estabilidade, devido a mudança de comportamento do material. A precisão dos resultados depende necessariamente das grandezas envolvidas na equação de equilíbrio (REIS & CAMOTIM, 2012).

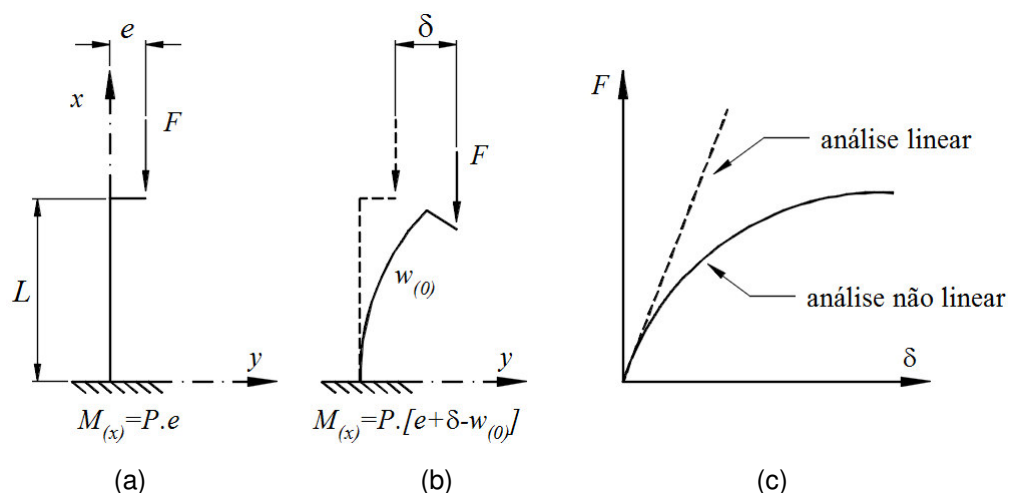


Figura 2.7 – Barra submetida a uma força excêntrica, análise linear (a), não-linear (b) e trajetória de instabilidade (c)

(FONTE: Reis e Camotim, 2012)

Para o melhor entendimento da análise de estabilidade, é necessário compreender a instabilidade bifurcacional, representada na Figura 2.8. Considerando o modelo estrutural representado na Figura 2.8 (a), uma barra de comprimento L , articulada no ponto A e com um apoio deslizante de rigidez K no ponto B , submetida a uma força vertical F . A análise linear é feita considerando a trajetória do equilíbrio para qualquer valor de $F < F_{cr}$. A análise de estabilidade é feita considerando a barra em sua configuração deformada, Figura 2.8 (b), adotando-se um grau de liberdade do modelo como sendo adimensional, sendo u o deslocamento horizontal do ponto B para B' (REIS & CAMOTIM, 2012).

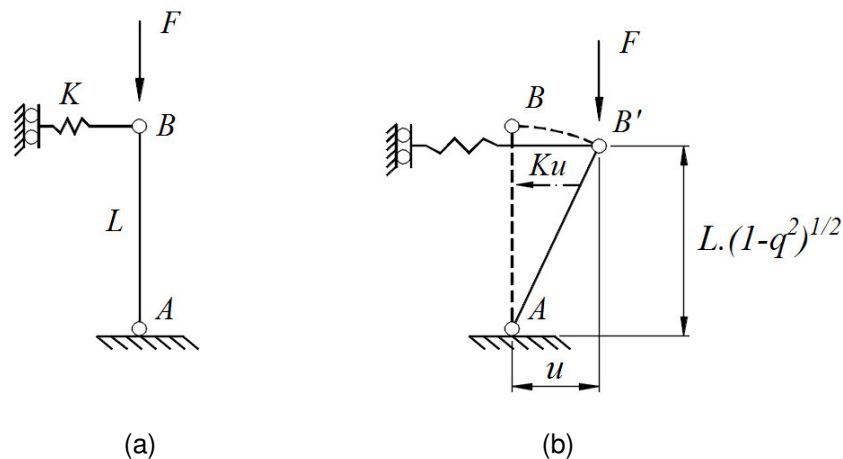


Figura 2.8 – Modelo de instabilidade bifurcacional, configuração original (a), configuração deformada (b)
(FONTE: Reis e Camotim, 2012)

Quando se trata de PFF, a análise de estabilidade de uma barra simplesmente apoiada submetida à compressão uniforme, é feita (i) primeiramente de maneira linear, de modo que será determinado o valor de F_{cr} e dos respectivos modos de instabilidade associados, sejam eles globais, locais ou distorcionais, (ii) de maneira não linear, de modo a se caracterizar o comportamento pós-flambagem da barra de acordo com os modos de instabilidade predominantes (BASAGLIA, 2010). Todavia, para se aumentar o grau de precisão dos resultados, além das condições de não linearidade, parâmetros que consideram as imperfeições geométricas (IG) (*e.g.*, pequenas deformações ocasionadas pela relação esbeltez no eixo longitudinal da barra e também esbeltez nas chapas que compõem a seção transversal da barra) devem ser incorporados na análise (CHODRAUI, 2006). A imperfeição geométrica configura ao modelo estrutural um deslocamento inicial, proporcionando assim uma

análise mais próxima do seu comportamento real. A amplitude deste deslocamento deverá ser suficientemente para gerar a interação desejada no modelo proposto. Geralmente estas imperfeições iniciais são relativamente pequenas, porém com influência significativa no resultado final da análise de pós-flambagem (CHODRAUI, 2006). Essencialmente as imperfeições geométricas para a análise de estabilidade de barras, são colocadas de duas situações, Timoshenko e Gere (1963) colocam como exemplo, o modelo estrutural da figura 2.9.

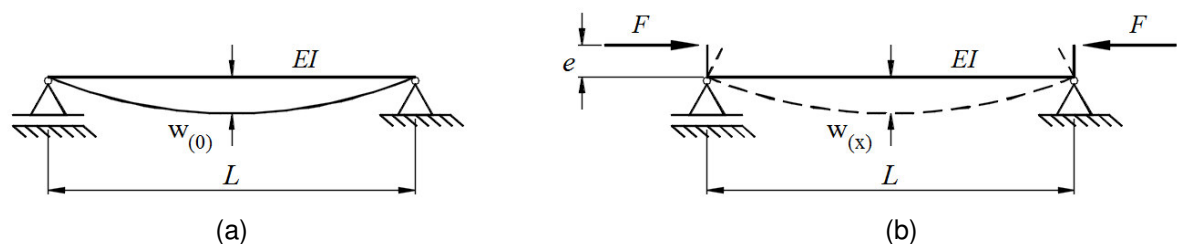


Figura 2.9 – Modelo de barra com imperfeição geométrica, deformação original (a), hipótese de força excêntrica (b)
(FONTE: Timoshenko e Gere, 1963)

A Figura 2.9 (a) representa a configuração inicial deformada, com $w_{0(x)}$, que corresponde a posição do eixo da barra na condição $\delta \neq 0$ e $\lambda \equiv F = 0$, para um comprimento L e rigidez EI . A segunda situação, representada na figura 2.9 (b), corresponde a hipótese da força F atuar fora do eixo da barra, considerando o mesmo comprimento e rigidez. A análise de estabilidade é feita se considerando a situação deformada inicial ou as forças atuarem de maneira excêntrica, considerando uma barra simplesmente apoiadas nestas condições os resultados obtidos poderão ser ajustados para outras condições de apoio (TIMOSHENKO & GERE, 1963). Considerando o modelo exemplificado na Figura 2.9 (a), com a configuração deformada inicial $w_{0(x)}$. Uma força F é aplicada a barra PFF, e a deformação varia de $w_{(x)}$. A deformação total da barra, é a dada por $w_{0(x)} + w_{(x)}$, em relação a posição indeformada, representada pela Figura 2.10. A título de exemplo, segundo Reis e Camotim (2012), no modelo estrutural da Figura 2.10, considerando uma deformação inicial relativamente pequena ($\varepsilon = 0,035$), ocasiona uma redução de 16% na F_{cr} ($\lambda_L = 0,84$). Também vale mencionar que nem todos são sistemas estruturais cuja instabilidade é bifurcacional, são sensíveis as imperfeições geométricas.

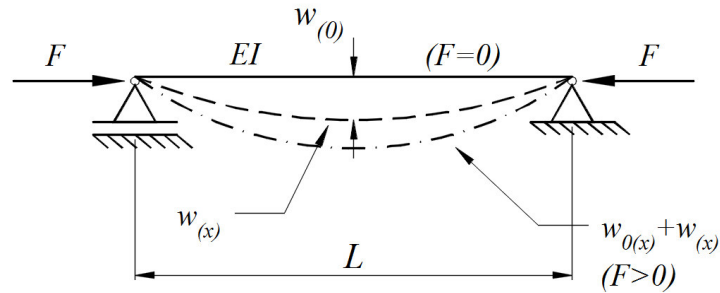


Figura 2.10 – Configuração deformada total da barra PFF, para análise pós-flambagem
(FONTE: Reis e Camotim, 2012)

As chapas comprimidas, ao contrário de barras, não atingem o colapso quando a tensão de flambagem é alcançada. Acréscimos de tensão podem ser suportados devido à redistribuição de tensões para as partes enrijecidas desta chapa. Tal fenômeno é denominado como resistência pós-flambagem. Esse mecanismo de pós-flambagem pode ser ilustrado por meio do modelo de grelha apresentado na figura 2.11. A tendência dos “pilares longitudinais” comprimidos é a flambagem, porém as “vigas transversais” tracionadas diminuem essa tendência. O comportamento pós-flambagem pode ser analisado por meio da equação de von Karman (JAVARONI, 2015 *et.* BLEICH, 1952).

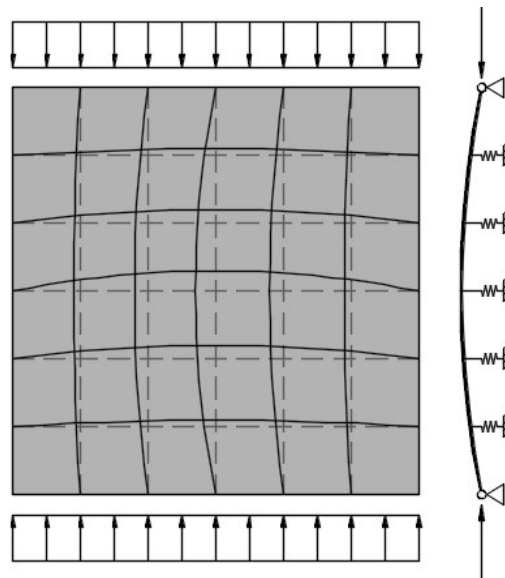


Figura 2.11 – Modelo de grelha em chapa de resistência pós-flambagem
(FONTE: Javaroni, 2015)

Em se tratando de barras PFF, seu comportamento é descrito por Basaglia (2010) da seguinte forma.

A figura 1.13(b) mostra, qualitativamente, as trajectórias de equilíbrio relativas a barras e chapas submetidas a compressão uniforme “ideais” (geometricamente perfeitas – curvas a cheio) e “reais” (com imperfeições iniciais – curvas a tracejado). Observa-se que nas estruturas “reais” não ocorre bifurcação de equilíbrio, existindo apenas uma trajectória de equilíbrio que evolui a partir do início do carregamento e tende assintoticamente para a trajectória de pós-encurvadura da estrutura “ideal”. Para além disso, constata-se que a pós-encurvadura de barras e chapas é simétrica estável, o que significa que existe ganho de resistência em regime de grandes deslocamentos – diz-se então que existe uma “reserva de resistência pós-flambagem” (ou “resistência de pós-encurvadura”), o que significa que podem atingir-se forças/tensões superiores aos respectivos valores críticos, i.e., de bifurcação (Reis e Camotim 2001). Note-se, no entanto, que a resistência de pós-encurvadura das chapas é significativamente superior à das barras, o que justifica o diferente tratamento que ocorre a nível de dimensionamento – essa resistência de pós-encurvadura é contabilizada nas chapas (instabilidade local de barras com secção de parede fina) e desprezada nas barras (instabilidade global por flexão, torção ou flexão-torção).

(BASAGLIA, LISBOA, 2010, p. 13, p. 14).

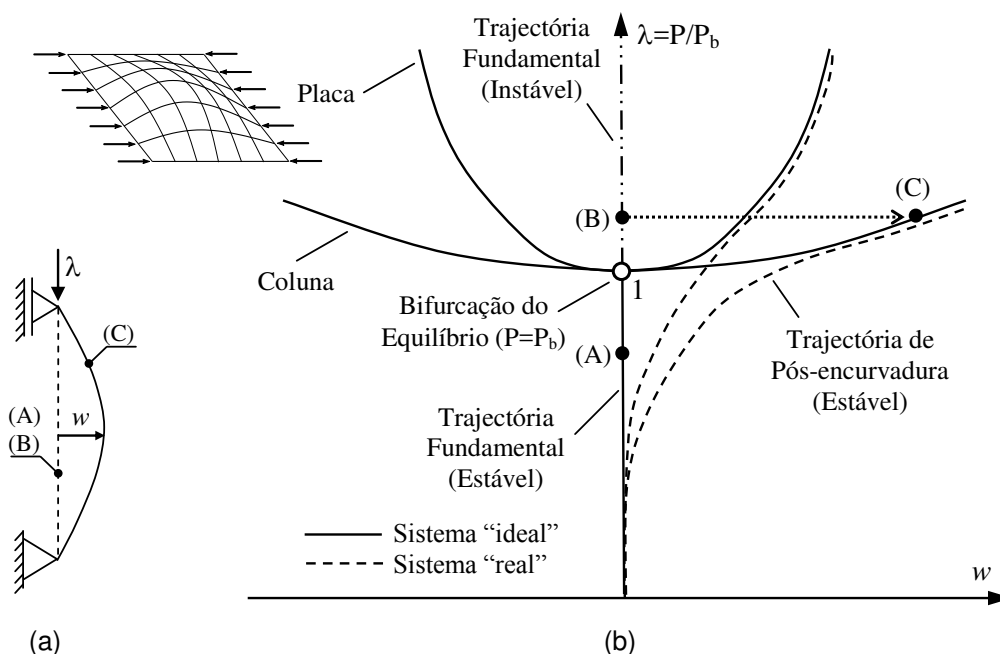


Figura 2.12 – (a) Barra de Euler e (b) trajetórias de equilíbrio de barras e chapas “ideais” e “reais” submetidas a compressão uniforme
(FONTE: Basaglia, 2010, figura 1.13 et. Reis e Camotim, 2001)

A verificação da estabilidade deverá seguir os critérios de segurança estabelecidos pelas normas, NBR 14762:2010 por exemplo, onde a análise de

estabilidade (*i.e.*, determinação da F_{cr}) pode ser efetuada por meio de métodos analíticos e também por métodos computacionais. A análise de pós-flambagem neste caso servirá para avaliar a evolução nas deformações nos modos de instabilidade predominantes, associados a redução na capacidade de força do perfil (BASAGLIA, 2010).

2.3. MÉTODOS NUMÉRICOS

2.3.1. Método dos Elementos Finitos e Método das Faixas Finitas

Sendo uma das principais ferramentas usadas para a realização de análises de estabilidade e comportamento estrutural, um dos pioneiros no Método dos Elementos Finitos (MEF) foi Zienkiewicz⁴, com seus primeiros artigos publicados em 1947 e um livro a respeito do assunto em 1967. Segundo Azevedo (2003), outros estudos a respeito do MEF também datam da década de 60, como por exemplo os artigos escritos por Ray Clough, porém outras técnicas incorporadas posteriormente ao método já eram de conhecimento público. Na ocasião os elementos finitos mais usados eram os triangulares e tetraédricos, e posteriormente quadriláteros e hexaedros. Os avanços tecnológicos das décadas de 80 e 90, com a difusão cada vez maior dos computadores fez com que o MEF chegasse aos projetistas de estruturas, auxiliando assim no dimensionamento e elaboração de projetos.

A resolução de problemas de análise de estabilidade estrutural, em particular de barras constituídas por PFF, seja eles de ordem linear ou não-linear, envolvem a resolução de equacionamentos complexos que envolvem de condições de equilíbrio, sistemas de forças, deslocamentos, F_{cr} e tensões de bifurcação. Hoje em dia é comum o uso de métodos numéricos e ferramentas computacionais baseadas no MEF, com o intuito de se obter uma melhor precisão nos resultados e também reduzir o tempo investido para processamento e realização das análises (CHODRAUI, 2003).

Utilizado não somente para estudos acadêmicos, mas também para fins profissionais, o uso do MEF é cada vez maior. Sua fundamentação matemática, versatilidade e eficácia, tornaram estes programas ferramentas importantes para a

⁴ Olgierd Zienkiewicz, matemático e engenheiro britânico.

realização de qualquer tipo de análises, mesmo quando é necessário considerar comportamentos fisicamente e geometricamente não lineares (VAZ, 2011).

A análise de estabilidade realizada a partir do MEF é realizada a partir da discretização do elemento finito que constitui a estrutura. A discretização é a subdivisão do elemento finito que compõe a estrutura em questão em partes menores. No caso de barras PFF, as paredes da seção transversal são compostas por elementos de casca, e a discretização consiste em dividir estas cascas em retângulos menores, onde para cada subdivisão é atribuída uma função de forma gerada por meio de polinômios, onde no interior dessas subdivisões os campos de deslocamentos são previamente estabelecidos. Quanto maior o número de subdivisões, maior será o polinômio da função de forma e por consequência maior será a precisão do resultado (BASAGLIA, 2010). A Figura 2.13(a) representa a discretização em elementos finitos de casca para barras de PFF.

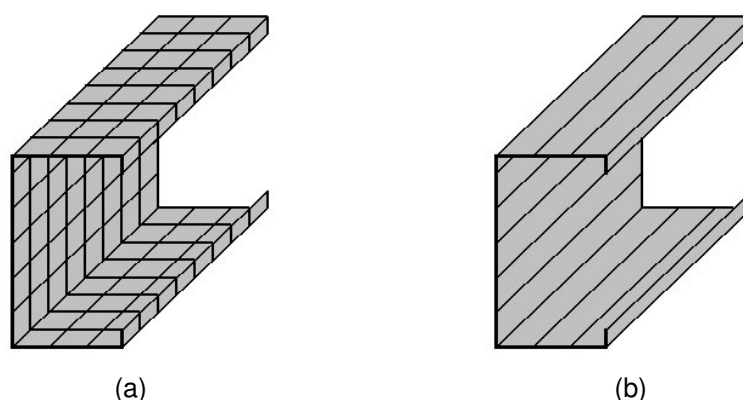


Figura 2.13 – Discretização de uma barra em (a) elementos finitos de casca e (b) faixas finitas
(Fonte: Basaglia, 2010)

Conforme descrito em Vaz (2012), ao se discretizar um sistema estrutural (*i.e.*, uma ou várias barras interligadas entre si), o MEF transfere a determinação do seu comportamento para um sistema de equações de equilíbrio. Pode-se afirmar que o MEF é uma aplicação do método de Rayleigh-Ritz⁵, onde ao se definir um sistema estrutural é possível determinar a matriz de rigidez elementar, relacionando os respectivos graus de liberdade impostos aos seus nós. A matriz de rigidez global da estrutura é constituída a partir do conjunto das diversas matrizes elementares. Geometria da seção, tipo de material e sistema de forças são partes constituintes das matrizes elementares e global, onde os resultados obtidos serão os estados de tensão

⁵ Lord Rayleigh, físico inglês e Walter Ritz, físico suíço.

e deslocamentos aos quais o sistema estrutural está sujeito, seja ele reticulado, laminar ou tridimensional.

No MEF, a discretização dos elementos/paredes é feita considerando as subdivisões em relação aos eixos longitudinal e transversal de uma barra por exemplo, como indica a figura 2.13(a). Para o MFF a discretização é feita somente em relação ao eixo longitudinal da barra, conforme a figura 2.13(b), deixando com que os campos de deslocamento em relação a este eixo sejam bastante precisos, satisfazendo as condições dos modos de instabilidade de natureza global da barra. Porém os campos de deslocamentos em relação ao eixo transversal, neste caso, serão tratados de forma aproximada (BASAGLIA, 2010).

A constante evolução da tecnologia computacional, onde a capacidade de processamento de informações cada vez maior e com mais velocidade, aliadas as técnicas e ferramentas de modelagem estrutural e a utilização do MEF e do MFF para análise de estabilidade de barras de PFF, em condições lineares (e.g., determinação da F_{cr} e tensão última de bifurcação) e/ou condições pós-críticas (i.e., evolução dos modos de instabilidade associados), reduzem significativamente o tempo necessário para processamento, coleta e análise de dados, além do que também fornecem resultados bastante precisos e confiáveis (BASAGLIA, 2010 e CHOCRAUI, 2003).

2.3.2. Teoria Generalizada de Vigas (GBT)

Conforme é mencionado em Silvestre (2005), é correto afirmar que a GBT e o MEF são semelhantes, no sentido em que ambas aproximam variações em campos de deslocamento. A formulação e designação da GBT também não pode ser desassociada de Richard Schardt, que foi Professor da Universidade Técnica de Darmstadt (*Technische Hochschule Darmstadt* em língua alemã) e em 1966 publicou seu primeiro trabalho sobre esta teoria (SILVESTRE, 2005). As principais características inovadoras da Teoria Generalizada de Vigas (GBT) é que (i) consiste numa teoria de barras que trabalha com campos de deformação previamente estabelecidos, na seção transversal e também ao longo de um eixo longitudinal, (ii) expressa os resultados de uma análise de estabilidade por meio da combinação linear de funções de forma “especiais”, as quais são designadas por modos de deformação que satisfazem um certo conjunto de condições de ortogonalidade. Esta “natureza

modal” da GBT conduz a grandes vantagens, tais como clareza estrutural e maior eficiência computacional no processamento de informações (BASAGLIA, 2010). Apesar da sua designação, a GBT é muito mais que uma teoria de barras e deve ser encarada como uma abordagem ou metodologia eficaz no estudo de problemas estruturais que envolvem barras de PFF, embora seja apresentada num formato que exhibe grandes semelhanças com as teorias de barras clássicas (*i.e.*, uma formulação unidimensional onde as equações de equilíbrio e as condições de contorno que regem o comportamento do elemento estrutural são expressas em termos de grandezas que dependem apenas de uma coordenada axial), a GBT também incorpora conceitos onde é possível considerar os efeitos dos modos de instabilidade por flambagem local e distorcional (SILVESTRE, 2005 e BASAGLIA, 2010). Para que seja possível combinar estas duas características, é necessário determinar as propriedades mecânicas que descrevem não só o comportamento de corpo rígido da seção transversal do elemento estrutural, tal como sucede nas teorias clássicas, mas também as deformações sofridas pelas chapas que constituem suas paredes. Pelo fato de se adotar discretizações da seção transversal genuinamente original, a GBT consegue alcançar esse objetivo através de um processo de análise da seção, a qual inclui a identificação dos possíveis modos de deformação e a determinação das suas propriedades mecânicas modais. As variáveis configuram as equações de equilíbrio “quantificam” a participação de cada modo de deformação nas configurações deformadas da seção transversal (*i.e.*, da decomposição modal da configuração deformada da barra PFF ao longo do eixo longitudinal) e os fatores de participação β_i , β_j e β_k são referentes aos modos de deformação i , j e k respectivamente, indicados na figura 2.14 (BASAGLIA, 2010).

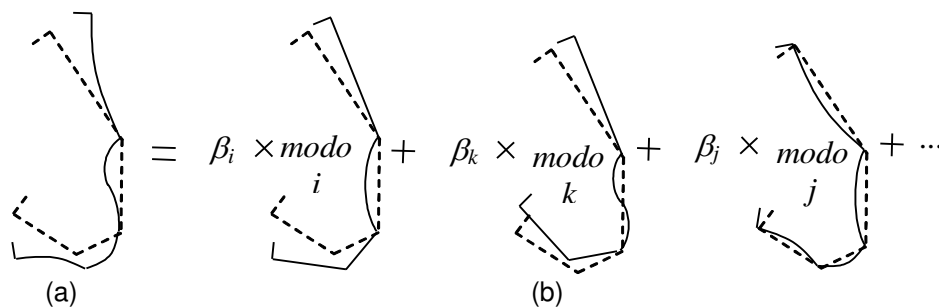


Figura 2.14 – Discretização (a) e combinação modal da GBT (b)
(Fonte: Basaglia, 2010)

Alguns modos de deformação na seção transversal de uma PFF Ue são apresentados na figura 2.15, e são eles (i) 4 modos globais (*i.e.*, de corpo rígido, associados ao encurtamento e/ou alongamento, flexão em torno dos eixos de inércia e torção abrangidos na teoria clássica de Vlasov sobre estruturas de parede fina), (ii) 2 modos distorcionais e (iii) 7 modos locais (BASAGLIA, 2010).

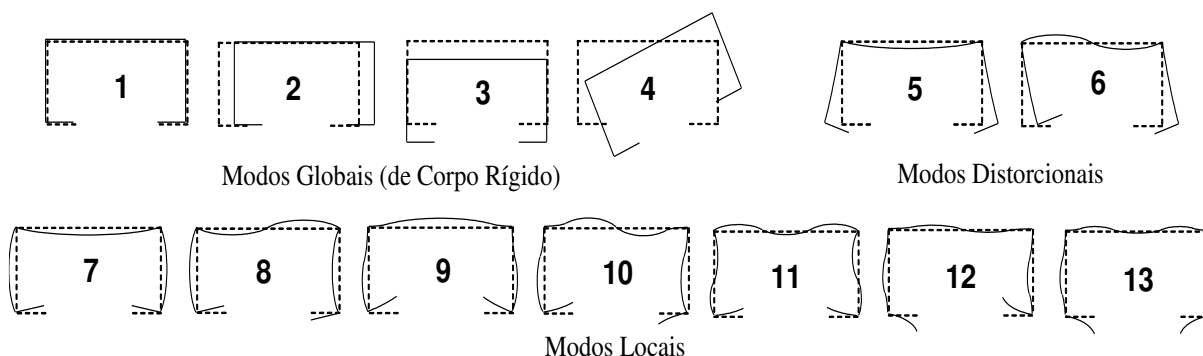


Figura 2.15 – Configurações dos 13 modos de instabilidade local em PFF com seção U_e
(Fonte: Basaglia, 2010)

A identificação de maneira individual da atuação de cada modo de deformação permite caracterizar a sua participação numa análise de estabilidade de uma barra PFF. Isso permite com que a identificação do modo de instabilidade predominante, de uma maneira global e local, seja feita de um modo mais eficiente quando comparada com outros métodos de análise, como MEF e MFF, sem perder a precisão e clareza do resultado final, com uma grande eficiência computacional (BASAGLIA, 2010).

2.3.3. Método da Resistência Direta (MRD)

Para a determinação da redução da resistência em PFF aos fenômenos de instabilidade, é comum a utilização do Método das Larguras Efetivas (MLE), o que necessita do cálculo das propriedades de barras submetidas a compressão direta, por exemplo. Neste método, não há a interação dos elementos (chapas) adjacentes que compõem a seção transversal. O Método da Resistência Direta (MRD em língua portuguesa, e DSM em língua inglesa, devido ao nome original *Direct Strength Method*) foi proposto por SCHAFFER & PERÖZ como uma alternativa ao método das larguras efetivas, onde as larguras efetivas não necessitam ser calculadas, pois o MRD utiliza as propriedades da seção bruta (CHODRAUI, 2006). O MRD foi inserido

como uma metodologia de cálculo alternativa no Apêndice 1 do NAS (CHODRAUI, 2006 e.t., NAS, 2004), também pode ser melhor compreendido na publicação *Desing Guide for Direct Strength Method* (SCHAFER, 2006) e está presente na NBR 14762:2010.

O objetivo do MRD é a determinação da carga última de PFF submetidos a compressão e/ou à flexão, onde são levados em consideração todos os modos de instabilidade envolvidos. A utilização deste método requer uma análise de estabilidade prévia, onde métodos como o MFF e GBT (ambos apresentados neste trabalho) podem ser utilizados (CHODRAUI, 2006). É assumida a condição de que os modos de instabilidade local e distorcional poderão ser previstos utilizando-se tensões de flambagem elástica e as propriedades geométricas da seção transversal da barra. Para isso, as curvas de resistência são ajustadas a partir de resultados experimentais, permitindo desta forma a interação da flambagem local e global numa única equação (JAVARONI, 2015).

Serão apresentadas as expressões do MDR para barras submetidas a compressão, assim como algumas comparações entre (i) a curva do MRD e a proposta por Winter para o modo local e (ii) a também curva do MRD e a curva da norma NBR 14762:2001 agora para o modo distorcional.

2.3.3.1. Equações e curvas do modo local

O valor da força normal de compressão resistente para o modo de instabilidade local pode ser calculado por meio das Equações (1), (2) e (3) apresentadas abaixo (NBR 14762:2010).

$$N_{c,RI} = N_{c,Re} \quad \text{para } \lambda_l \leq 0,776 \quad (1)$$

$$N_{c,RI} = \left(1 - \frac{0,15}{\lambda_l^{0,8}}\right) \frac{N_{c,Re}}{\lambda_l^{0,8}} \quad \text{para } \lambda_l > 0,776 \quad (2)$$

$$\lambda_l = \left(\frac{N_{c,Re}}{N_l}\right)^{0,5} \quad (3)$$

Onde:

$N_{c,RI}$ = é o valor característico da força axial de compressão resistente, associado à flambagem local;

$N_{c,Re}$ = é o valor característico da força axial de compressão resistente, associado à flambagem global;

N_l = é a força axial de flambagem local elástica;

λ_l = é o índice de esbelteza reduzido associado à flambagem local.

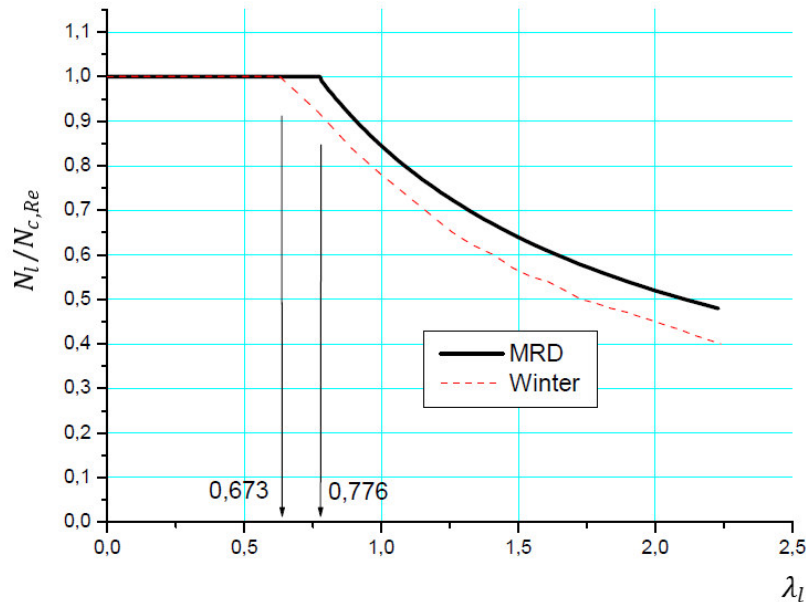


Figura 2.16 – Curva de resistência à compressão para o modo local, MRD e Winter
(Fonte: Chodraui, 2006)

2.3.3.2. Equações e curvas do modo distorcional

O valor da força normal de compressão resistente para o modo de instabilidade distorcional pode ser calculado por meio das Equações (4), (5) e (6) apresentadas abaixo (NBR 14762:2010).

$$N_{c,Rdist} = Af_y \quad \text{para } \lambda_{dist} \leq 0,561 \quad (4)$$

$$N_{c,Rdist} = \left(1 - \frac{0,25}{\lambda_{dist}^{1,2}}\right) \frac{Af_y}{\lambda_{dist}^{1,2}} \quad \text{para } \lambda_{dist} > 0,561 \quad (5)$$

$$\lambda_{dist} = \left(\frac{Af_y}{N_{dist}}\right)^{0,5} \quad (6)$$

Onde:

$N_{c,Rdist}$ = é o valor característico da força axial de compressão resistente, associado à flambagem distorcional;

A = é área bruta da seção transversal da barra;

N_{dist} = é a força axial de flambagem distorcional elástica;

λ_{dist} = é o índice de esbelteza reduzido associado à flambagem distorcional.

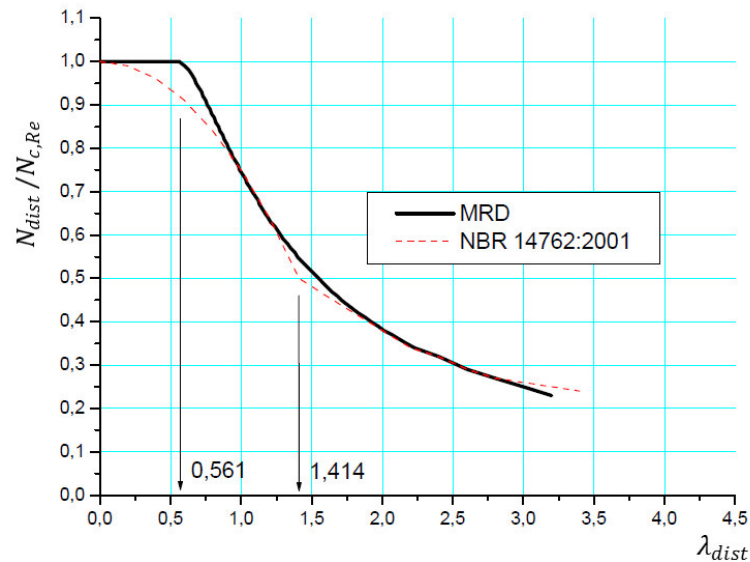


Figura 2.17 – Curva de resistência à compressão para o modo distorcional, MRD e NBR 14762:2001 (Fonte: Chodraui, 2006)

2.4. PERFIS FORMADOS A FRIO COM ENRIJECEDORES INTERMEDIÁRIOS

Javaroni (1999) coloca que as seções típicas de PFF são compostas de elementos (mesa e alma) enrijecidos e não enrijecidos. Devido a presença de bordos livres ou quando a relação (b_w/t_f) de um elemento comprimido enrijecido é relativamente grande, um aumento em sua F_{cr} e sua capacidade de suportar os modos de instabilidade pode ser obtida adicionando-se enrijecedores de extremidade e/ou intermediários longitudinais. Esses enrijecedores longitudinais, como indicados na figura 2.18, devem fornecer um apoio aos elementos comprimidos. Ressalta-se que o termo longitudinal implica no fato de o enrijecedor ser paralelo à direção da tensão de compressão, no caso de barras de PFF.

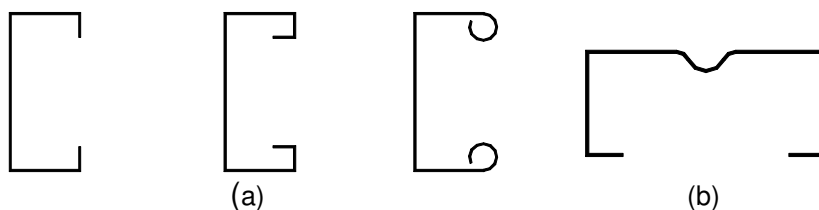


Figura 2.18 – Enrijecedores de borda (a) e intermediário (b) (Fonte: Javaroni, 1999)

Os modos de instabilidade caracterizam o comportamento das paredes que constituem os PFF. O primeiro é o modo de flambagem do enrijecedor, onde a instabilidade inicia-se pela flambagem do enrijecedor na direção perpendicular ao plano do elemento ao qual deveria constituir um apoio contínuo. Neste caso, o enrijecedor induz, simultaneamente, à flambagem local do elemento comprimido. O segundo modo é a flambagem local do elemento plano, onde a instabilidade inicia-se pela sua própria flambagem. Neste caso, o enrijecedor possui características de rigidez suficientes para ser idealizado como um apoio contínuo ao elemento comprimido (JAVARONI, 1999).

Estudos desenvolvidos por Desmond *et. al.* (1981) conduzem às seguintes conclusões:

- Para relações d/b_w (d é a altura do enrijecedor e b_w a largura da mesa) menores que aproximadamente 0,12, a rigidez do enrijecedor não é suficiente para caracterizar um apoio ao elemento plano. Consequentemente, a flambagem do conjunto inicia-se pela flambagem do enrijecedor de borda;
- Para $0,12 < d/b_w < 0,4$, a flambagem inicia-se simultaneamente no elemento plano e no enrijecedor. O coeficiente de flambagem da chapa k aproxima-se de 4,0;
- Para $d/b_w > 0,4$, a instabilidade é deflagrada no elemento plano enrijecido.

Neste último caso, $d/b_w > 0,4$, o modo de instabilidade local do enrijecedor de borda interage com a do elemento enrijecido e inicia-se uma flambagem prematura desse elemento. Deve-se notar que formas de enrijecedores de borda, diferentes daquelas formadas por simples viradas de bordas de 90° não estão, em geral, propensas à interação e para tais enrijecedores, dimensões excessivamente maiores não afetam a tensão última de flambagem do conjunto (JAVARONI, 1999).

Desmond *et. al.* (1981) obtiveram o momento de inércia adequado do enrijecedor de borda, determinado para três casos distintos. O momento de inércia é referido em relação ao eixo central do enrijecedor, paralelo ao elemento a ser

enrijecido. Através de uma análise apurada sobre a utilização de um único enrijecedor intermediário em um elemento esbelto comprimido, concluíram que o momento de inércia que o enrijecedor intermediário deve possuir para ser considerado como tal, é determinado de acordo com três casos distintos:

Na utilização de dois ou mais enrijecedores intermediários, deve-se observar:

- Somente enrijecedores intermediários adjacentes a elemento de alma devem ser efetivamente considerados;
- Se os enrijecedores intermediários estiverem dispostos próximos ($b_{ef} = b_w$), o conjunto comporta-se como um elemento simples à compressão, cuja rigidez é dada pelo momento de inércia do elemento enrijecido, incluindo os enrijecedores.

3. ANÁLISE NUMÉRICA

As avaliações numéricas dos efeitos dos enrijecedores intermediários longitudinais no comportamento estrutural de barras de PFF e com seções U_e foram divididas em dois tipos de análise:

- (i) Análise de estabilidade: para determinação da força crítica (F_{cr}) e dos respectivos modos de instabilidade;
- (ii) Análise de pós-flambagem: para avaliação da evolução dos modos de instabilidade, considerando-se a não linearidade geométrica da seção transversal e a não linearidade física do material.

As ferramentas computacionais adotadas para os estudos, utilizam formulações baseadas na GBT (para análise de estabilidade) e no MEF (para análise de pós-flambagem).

3.1. ANÁLISE DE ESTABILIDADE

A análise de estabilidade foi realizada em barras de PFF U_e exibindo ou não enrijecedores intermediários longitudinais de alma/mesa. A realização desta análise numérica tem por finalidade:

- Determinação da força crítica (F_{cr}) em cada uma das diferentes seções de barras;
- Identificação dos modos de instabilidade (*i.e.*, local e distorcional);
- Verificar os efeitos de diversos tipos de enrijecedores longitudinais intermediários;

A ferramenta computacional denominada GBTUL, ao qual é baseado nas formulações da GBT e desenvolvida pela equipe de pesquisadores do Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa (BEBIANO *et. al.*, 2013), foi utilizada para realizar as análises de estabilidade. A Figura 3.1 apresenta uma das telas para inserção de dados na ferramenta.

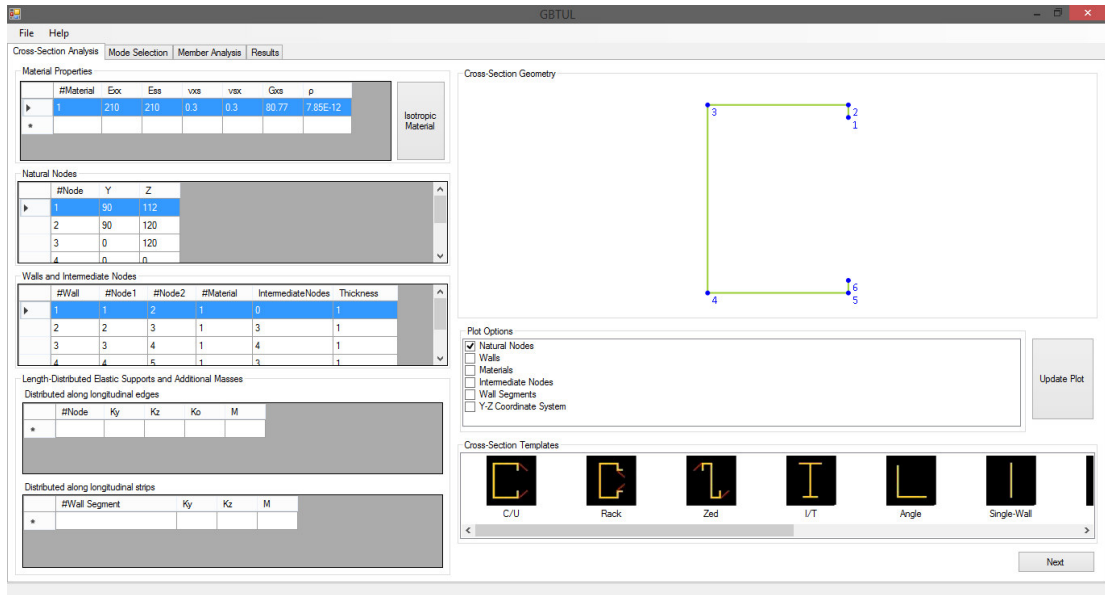


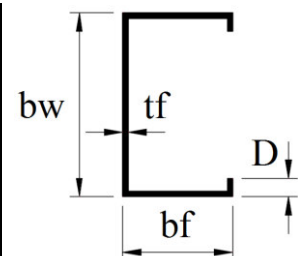
Figura 3.1 – Ferramenta computacional baseada na GBT
(Fonte: IST-UTL, 2014)

3.1.1. Seleção e modelagem das barras PFF e com seções em U_e

A escolha da geometria da seção transversal para as barras sem enrijecedores intermediários tratadas nesse trabalho foi realizada por meio de “tentativa e erro”, sendo que o critério de escolha foi condicionado a obtenção de um modo de instabilidade predominante de natureza local e/ou distorcional. A tabela 3.1 apresenta as dimensões das seções transversais das 4 (quatro) seções selecionadas para as barras constituídas por PFF em com seções U_e . No que diz respeito às propriedades do aço, foram considerados um módulo de elasticidade (E) igual a 200 GPa e coeficiente de Poisson (ν) igual a 0,3.

Tabela 3.1 – Seções transversais para as barras PFF U_e

Seção U_e	b_w (mm)	b_f (mm)	D (mm)	t_f (mm)
100x60x5x1	100	60	5	1
100x60x8x1	100	60	8	1
100x100x10x1	100	100	10	1
200x120x10x1	200	120	10	1
Nota:				
- As dimensões b_w , b_f e D referem-se a medidas a partir do eixo da chapa.				



O resultado final da seleção das seções é apresentado na tabela 3.2, na qual são comparados para 8 comprimentos (L) de barras simplesmente apoiadas (e.g., articuladas local e globalmente e com o empenamento livre) e submetida a uma força de compressão axial uniforme (F), conforme a figura 3.2.

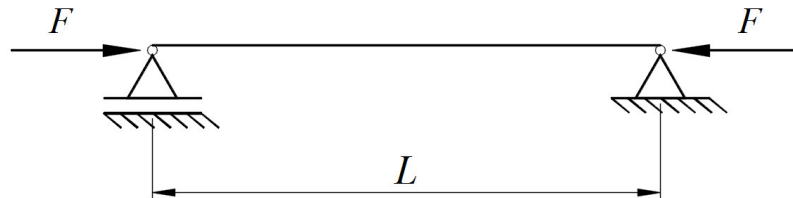


Figura 3.2 – Barra PFF U_e submetida a compressão axial uniforme
(FONTE: O autor)

Um total de 32 barras foram modeladas e analisadas com o auxílio da ferramenta computacional GBTUL, onde os respectivos valores de F_{cr} , o número de semiondas no eixo longitudinal (m) e as participações modais, também estão identificados na tabela 3.2.

Observa-se que enquanto as barras de seções transversais U_e 100x60x8x1 mm e U_e 200x120x10x1 mm exibem o modo de instabilidade local (ML) como predominante, as barras de seção U_e 100x60x5x1 mm apresentam o modo de instabilidade distorcional (MD) como predominante. Nas barras com seções U_e 100x100x10x1 mm pode-se observar que até o comprimento de 40 cm o modo de instabilidade predominante é local, porém a partir dos 50 cm, o modo de instabilidade predominante muda para MD e há uma redução no número de semiondas. Além disso, para as barras com seções U_e 100x60x5x1 mm, U_e 100x60x8x1 mm e U_e 200x120x10x1 mm todos os modos de instabilidade exibem 2 ou mais semiondas para barras com $L \geq 50$ cm, com exceção da barra U_e 100x100x10x1 mm que exibe no máximo 2 semiondas para $L \geq 50$ cm.

Tabela 3.2 – Resultados das análises de estabilidade.

Seção U_e	L (cm)	F_{cr} (kN)	Semiondas (m)	Participação Modal		Natureza Modal
				MD (%)	ML (%)	
100x60x5x1 mm*	20	21,26	1	85,00	14,97	Distorcional
	30	17,44	1	96,08	3,89	
	40	19,05	1	97,44	2,49	
	50	18,40	2	93,58	6,38	
	60	17,44	2	96,08	3,89	
	90	17,44	3	96,07	3,89	
	120	17,46	4	96,07	3,90	
	150	17,48	5	96,04	3,92	
100x60x8x1 mm*	20	23,51	2	0,92	99,06	Local
	30	22,79	4	0,22	99,77	
	40	22,63	5	0,30	99,70	
	50	22,66	6	0,36	99,62	
	60	22,75	>7	0,41	99,57	
	90	23,17		0,53	99,47	
	120	24,13		0,45	99,54	
	150	24,95		0,55	99,43	
100x100x10x1 mm**	20	23,72	2	98,17	0,99	Distorcional
	30	23,72	3	98,17	0,99	
	40	23,72	4	98,17	0,99	
	50	22,91	1	5,59	93,87	Local
	60	20,23	1	3,26	96,38	
	90	21,93	1	1,55	98,25	
	120	20,23	2	3,26	96,38	
	150	19,80	2	2,00	97,76	
200x120x10x1 mm*	20	11,45	1	0,75	99,22	Local
	30	11,08	2	0,18	99,81	
	40	11,45	2	0,75	99,22	
	50	10,99	4	0,30	99,69	
	60	11,09	4	0,18	99,81	
	90	11,11	5	0,44	99,56	
	120	11,07	7	0,34	99,64	
	150	11,09	>7	0,27	99,73	

* Seção transversal com um formato “retangular” / ** Seção transversal com um formato “quadrado”

3.1.2. Geometrias e dimensões dos enrijecedores intermediários

Além das barras sem enrijecedores intermediários (CF-00), também foram analisadas barras simplesmente apoiadas com 11 configurações diferentes (CF-01 a CF-11) de enrijecedores intermediários, levando-se em consideração a quantidade (espaçamento) e o tipo, conforme indicado na Figura 3.3. Essas configurações foram divididas em quatro famílias diferentes, nomeadamente:

- Um ou dois enrijecedores do tipo V na alma (CF-01 a CF-05);
- Um enrijecedor do tipo V na alma e nas mesas (CF-06);
- Um enrijecedor do tipo TP na alma (CF-07 a CF-10);
- Um enrijecedor do tipo Z na alma (CF-11).

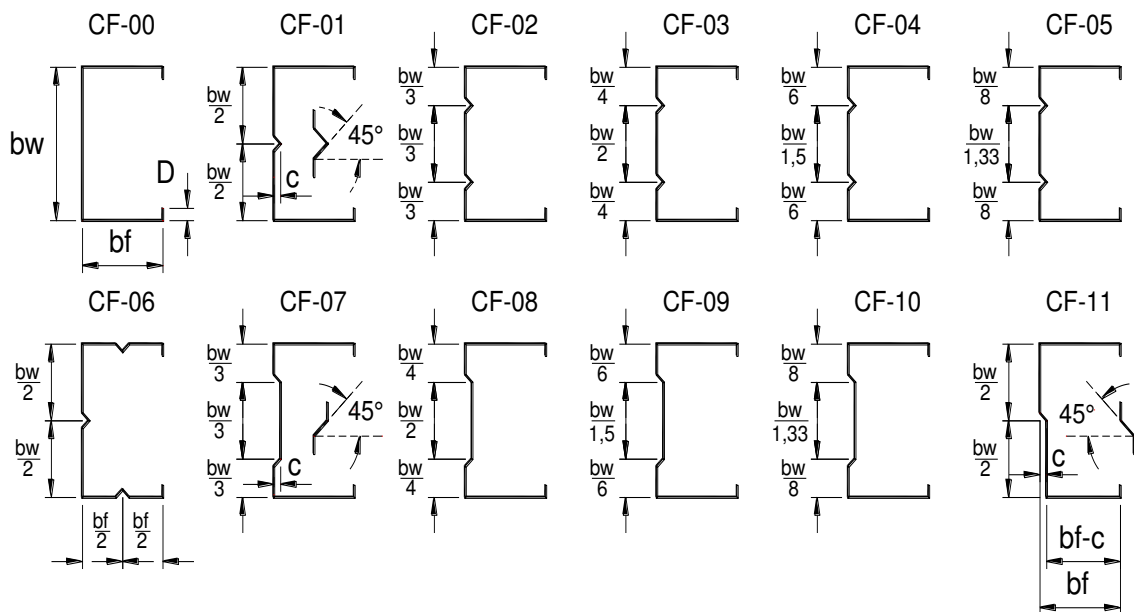


Figura 3.3 – Configurações das seções analisadas nas barras PFF U_e
(FONTE: O autor)

Além disso, a profundidade dos enrijecedores (c) também sofreram duas variações, $c = 2,5 t_f$ e $c = 5,0 t_f$, estabelecidas a partir da espessura da chapa de aço, resultando 736 análises envolvendo 4 seções U_e diferentes, 8 comprimentos e 11 configurações de seções enrijecidas com 2 profundidades de enrijecedores diferentes.

A Figura 3.4 ilustra os 12 primeiros modos de deformação da GBT para: (a) seção U_e sem enrijecedores, (b) seção U_e com enrijecedor V, (c) seção U_e com enrijecedor TP e (d) seção U_e com enrijecedores Z.

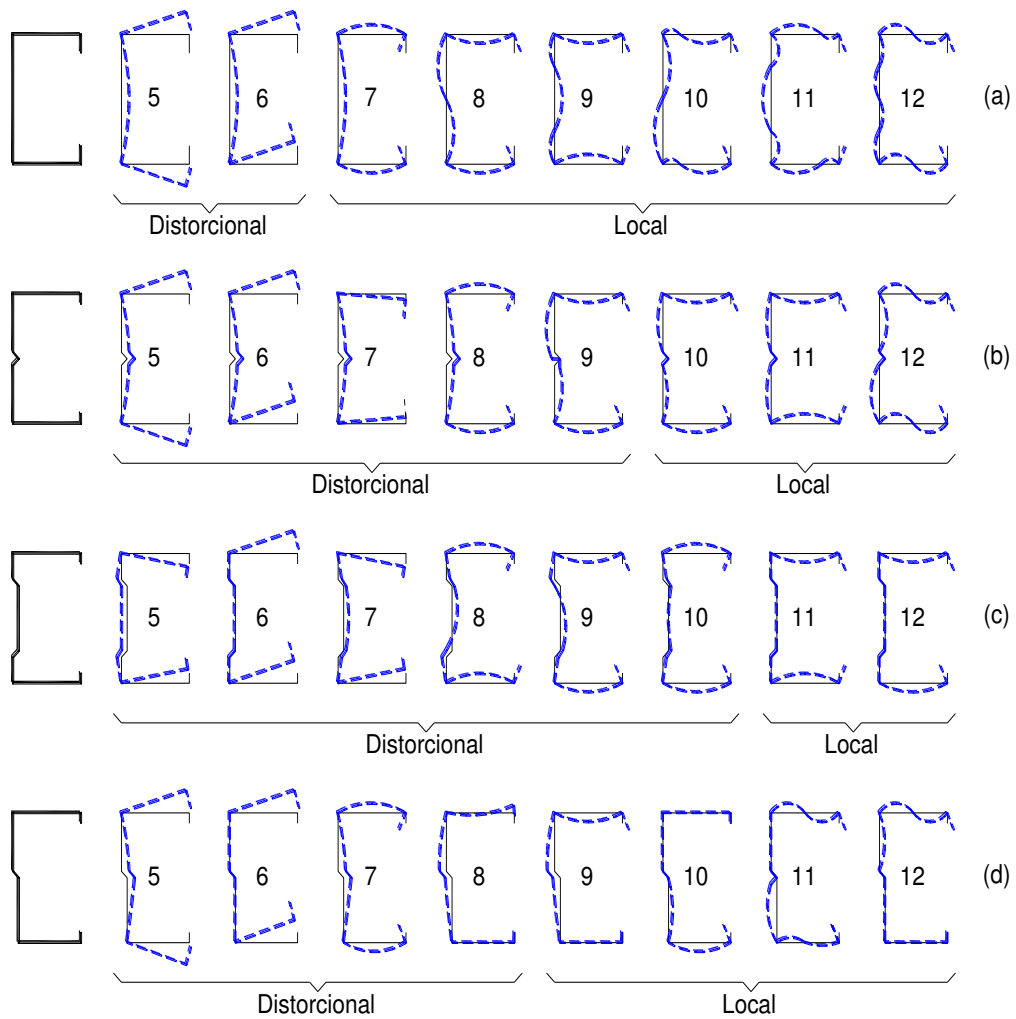


Figura 3.4 – 12 primeiros modos de deformação da GBT
(FONTE: O autor)

3.1.3. Resultados: Análise de estabilidade

As figuras 3.5 a 3.12 e as tabelas 3.3 a 3.18 apresentam os resultados obtidos para as barras U_e 100x60x5x1 mm, U_e 100x60x8x1 mm, U_e 100x100x10x1 mm e U_e 200x120x10x1 mm exibindo ou não enrijecedores intermediários longitudinais, com profundidade de $c = 2,5 t_f$ e $c = 5,0 t_f$. As curvas apresentadas nas figuras apresentam a variação dos valores de F_{cr} em função da variação nos comprimentos (L) das barras.

Em todos os resultados, independentemente da configuração e tipo de enrijecedor longitudinal, houve um acréscimo na força crítica das barras em relação a configuração original (CF-00) que não exhibe enrijecedores longitudinais.

3.1.3.1. Barra U_e 100x60x5x1 mm, $c = 2,5 t_f$

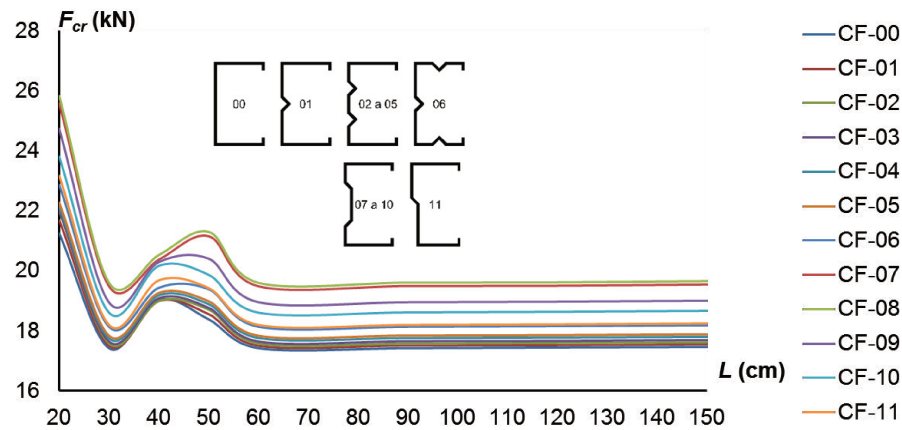


Figura 3.5 – Resultados da barra U_e 100x60x5x1 mm, $c = 2,5 t_f$
(FONTE: O autor)

Tabela 3.3 – Resultados, barra U_e 100x60x5x1 mm, $c = 2,5 t_f$

Config.	Valores de F_{cr} para os comprimentos de barra - kN							
	20 cm	30 cm	40 cm	50 cm	60 cm	90 cm	120 cm	150 cm
CF-00	21,26	17,44	19,05	18,40	17,44	17,44	17,46	17,48
CF-01	21,70	17,50	19,00	18,56	17,50	17,51	17,52	17,55
CF-02	22,00	17,59	19,01	18,72	17,59	17,59	17,61	17,63
CF-03	22,01	17,65	19,09	18,77	17,65	17,66	17,67	17,70
CF-04	22,16	17,76	19,20	18,90	17,77	17,77	17,79	17,81
CF-05	22,28	17,84	19,27	18,99	17,84	17,85	17,86	17,89
CF-06	22,86	18,14	19,44	19,39	18,14	18,14	18,16	18,19
CF-07	25,57	19,48	20,37	21,15	19,48	19,49	19,50	19,54
CF-08	25,84	19,61	20,54	21,31	19,61	19,62	19,63	19,67
CF-09	24,72	18,94	20,29	20,40	18,95	18,95	18,97	19,00
CF-10	23,82	18,62	20,18	19,88	18,62	18,63	18,65	18,68
CF-11	23,18	18,20	19,69	19,43	18,20	18,20	18,22	18,25

Tabela 3.4 – Análise de resultados, barra U_e 100x60x5x1 mm, $c = 2,5 t_f$

Configuração	Enrijecedor longitudinal	Acréscimo F_{cr} (%)	Diferença média no peso (%)	Natureza Modal
CF-01 a CF-05	V	+1,55	+1,71	MD
CF-06	V	+4,18	+2,54	MD
CF-07 a CF-10	TP	+9,63	+0,86	MD
CF-11	Z	+4,72	-0,87	MD

Os primeiros resultados são apresentados na Figura 3.5 e na Tabela 3.3 e Tabela 3.4. Nesta análise, onde relações dimensionais da seção transversal são de $b_f/b_w = 60\%$ e $D/b_f = 8,33\%$ e todos os enrijecedores possuem uma profundidade de 2,5 vezes a espessura da parede, nota-se que os enrijecedores tipo TP obtiveram um melhor desempenho (*i.e.*, maior F_{cr} e menos acréscimo de peso) do que as configurações em V. O enrijecedor tipo Z também apresentou um desempenho significativo, com acréscimo na F_{cr} e redução de peso. Não ocorreram modificações nos modos de instabilidade predominantes em função da inserção dos enrijecedores.

3.1.3.2. Barra U_e 100x60x5x1 mm, $c = 5,0 t_f$

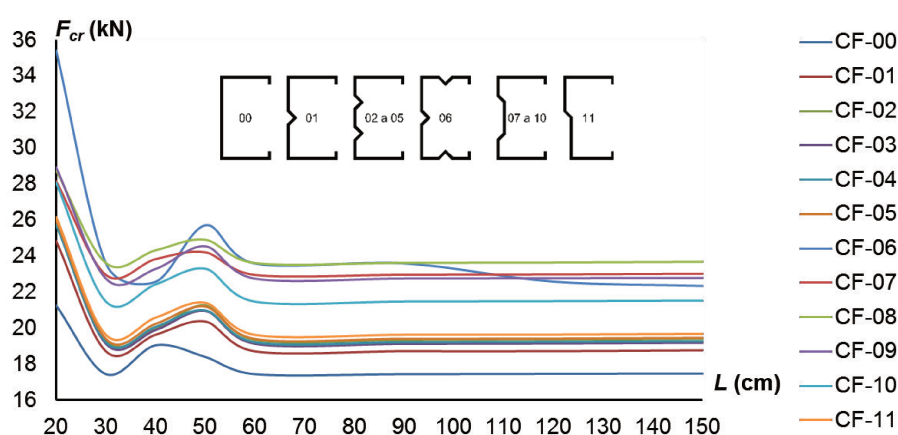


Figura 3.6 – Resultados da barra U_e 100x60x5x1 mm, $c = 5,0 t_f$
(FONTE: O autor)

Tabela 3.5 – Resultados, barra U_e 100x60x5x1 mm, $c = 5,0 t_f$

Config.	Valores de F_{cr} para os comprimentos de barra - kN							
	20 cm	30 cm	40 cm	50 cm	60 cm	90 cm	120 cm	150 cm
CF-00	21,26	17,44	19,05	18,40	17,44	17,44	17,46	17,48
CF-01	24,82	18,72	19,64	20,37	18,72	18,73	18,73	18,78
CF-02	26,16	19,34	19,95	21,26	19,34	19,34	19,36	19,40
CF-03	25,83	19,13	19,90	20,96	19,13	19,13	19,15	19,19
CF-04	25,75	19,22	20,08	21,00	19,22	19,23	19,25	19,28
CF-05	25,98	19,40	20,24	21,20	19,40	19,41	19,42	19,46
CF-06	35,42	23,60	22,59	25,73	23,60	23,61	22,60	22,36
CF-07	28,17	22,96	23,84	24,22	22,96	22,97	22,99	23,03
CF-08	28,74	23,60	24,31	24,90	23,60	23,61	23,63	23,67
CF-09	28,92	22,77	23,31	24,56	22,77	22,78	22,80	22,81
CF-10	28,08	21,48	22,44	23,31	21,48	21,49	21,51	21,54
CF-11	26,17	19,65	20,61	21,43	19,65	19,66	19,67	19,71

Tabela 3.6 – Análise de resultados, barra U_e 100x60x5x1 mm $c=5,0 t_f$

Configuração	Enrijecedor longitudinal	Acréscimo F_{cr} (%)	Diferença média no peso (%)	Natureza Modal
CF-01 a CF-05	V	+9,87	+3,36	MD
CF-06	V	+25,88	+4,96	MD
CF-07 a CF-10	TP	+22,26	+1,71	MD
CF-11	Z	+12,10	-1,34	MD

A Figura 3.6 e as Tabelas 3.5 e 3.6 apresentam os resultados da análise de estabilidade realizada para as barras com seção U_e 100x60x5x1 mm, $c = 5,0 t_f$. Para as barras com as mesmas dimensões externas, inclusive a mesma espessura de parede, porém com a profundidade do enrijecedor maior, ou seja, agora com $c = 5,0 t_f$, os resultados da análise de estabilidade foram bastante similares a anterior, porém agora com valores mais expressivos, onde as configurações que apresentam enrijecedores TP novamente tiveram um melhor desempenho se comparadas as configurações com enrijecedores tipo V. Um destaque agora para a configuração CF-06, com enrijecedores longitudinais V na alma e também nas mesas, os quais exibiram maiores resultados de F_{cr} . A configuração CF-11, com enrijecedor Z demonstrou novamente um desempenho significativo com as mesmas características de acréscimo na força crítica e redução de peso. O modo de instabilidade permanece como distorcional, apesar do aumento na profundidade do enrijecedor.

3.1.3.3. Barra U_e 100x60x8x1 mm, $c = 2,5 t_f$

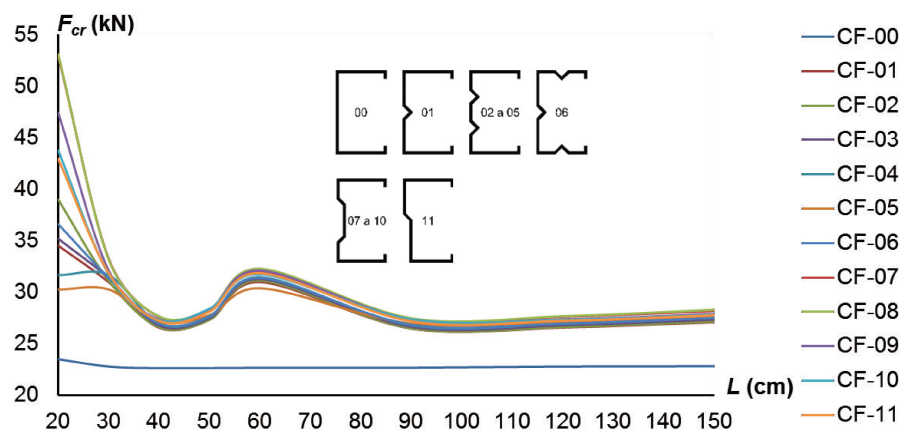
**Figura 3.7** – Resultados da barra U_e 100x60x8x1 mm, $c = 2,5 t_f$
(FONTE: O autor)

Tabela 3.7 – Resultados, barra U_e 100x60x8x1 mm, $c = 2,5 t_f$

Config.	Valores de F_{cr} para os comprimentos de barra - kN							
	20 cm	30 cm	40 cm	50 cm	60 cm	90 cm	120 cm	150 cm
CF-00	23,50	22,74	22,57	22,58	22,61	22,62	22,74	22,77
CF-01	34,54	30,97	26,52	27,32	30,98	26,44	26,54	27,07
CF-02	38,95	31,06	26,55	27,28	31,07	26,43	26,56	27,11
CF-03	35,15	31,34	26,71	27,43	31,24	26,58	26,73	27,29
CF-04	31,63	31,63	26,94	27,62	31,44	26,79	26,95	27,53
CF-05	30,22	30,23	27,06	27,73	30,35	26,90	27,07	27,67
CF-06	36,62	31,38	26,91	27,66	31,38	26,81	26,92	27,47
CF-07	52,90	33,22	27,57	28,13	31,98	27,33	27,58	28,14
CF-08	53,06	33,14	27,62	28,34	32,26	27,44	27,64	28,27
CF-09	47,39	32,09	27,35	28,34	32,10	27,34	27,36	27,88
CF-10	43,78	31,74	27,30	28,40	31,75	27,36	27,31	27,80
CF-11	42,97	31,82	27,17	28,09	31,83	27,13	27,18	27,72

Tabela 3.8 – Resultados da barra U_e 100x60x8x1 mm, $c = 2,5 t_f$

Configuração	Enrijecedor longitudinal	Acréscimo F_{cr} (%)	Diferença média no peso (%)	Natureza Modal
CF-01 a CF-05	V	+20,58	+1,67	MD
CF-06	V	+21,76	+2,48	MD
CF-07 a CF-10	TP	+23,35	+0,84	MD
CF-11	Z	+23,77	-0,85	MD

São apresentados na Figura 3.7 e Tabelas 3.7 e 3.8 os resultados da análise de estabilidade realizada para as barras com seção U_e 100x60x8x1 mm, $c = 2,5 t_f$. A relação dimensional b_f/b_w permanece como 60%, porém a relação D/b_f aumenta para 13,33%. Devido ao enrijecedor de extremidade ser maior, o modo de instabilidade predominante para a configuração inicial CF-00 é de flambagem local. A inclusão dos enrijecedores longitudinais modificou a natureza modal para predominantemente distorcional.

Os ganhos no F_{cr} são novamente expressivos, levando-se em consideração que as dimensões da seção transversal da barra são as mesmas, exceto o enrijecedor de extremidade, agora com 8 mm, entretanto, apesar dos maiores resultados, todas as configurações obtiveram valores bastante próximos.

3.1.3.4. Barra U_e 100x60x8x1 mm, $c = 5,0 t_f$

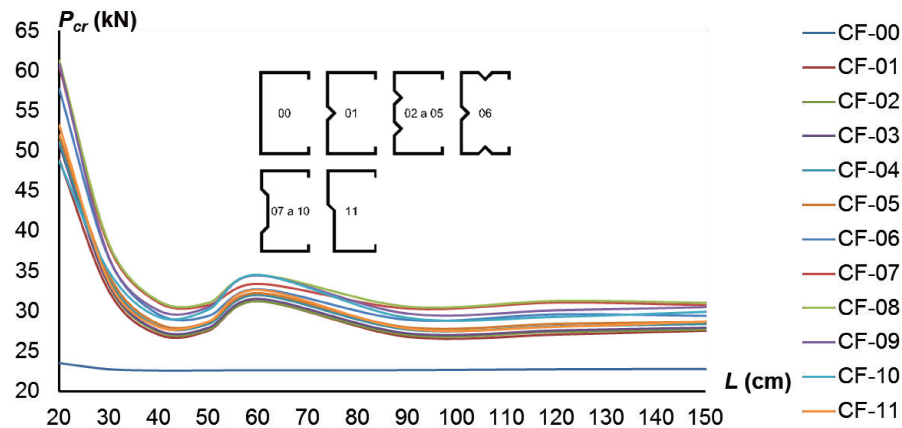


Figura 3.8 – Resultados da barra U_e 100x60x8x1 mm, $c = 5,0 t_f$
(FONTE: O autor)

Tabela 3.9 – Resultados, barra U_e 100x60x8x1 mm, $c = 5,0 t_f$

Config.	Valores de F_{cr} para os comprimentos de barra - kN							
	20 cm	30 cm	40 cm	50 cm	60 cm	90 cm	120 cm	150 cm
CF-00	23,50	22,74	22,57	22,58	22,61	22,62	22,74	22,77
CF-01	48,87	32,48	27,07	27,57	31,26	26,81	27,08	27,57
CF-02	51,87	33,20	27,39	27,69	31,23	27,02	27,40	27,69
CF-03	50,71	33,27	27,56	27,91	31,52	27,22	27,57	27,92
CF-04	51,14	33,94	28,04	28,35	31,97	27,66	28,06	28,35
CF-05	51,97	34,46	28,37	28,62	32,24	27,96	28,39	28,63
CF-06	57,73	36,58	29,60	29,40	32,75	28,93	29,61	29,41
CF-07	60,50	38,08	31,05	30,72	33,40	30,31	31,06	30,74
CF-08	61,30	38,42	31,26	31,04	34,51	30,57	31,28	31,05
CF-09	60,94	36,72	30,09	30,49	34,49	29,71	30,11	30,50
CF-10	48,69	34,92	29,27	30,17	34,52	29,17	29,28	29,91
CF-11	53,25	33,68	28,06	28,73	32,70	27,87	28,08	28,74

Tabela 3.10 – Análise de resultados, barra U_e 100x60x8x1 mm, $c = 5,0 t_f$

Configuração	Enrijecedor longitudinal	Acréscimo F_{cr} (%)	Diferença média no peso (%)	Natureza Modal
CF-01 a CF-05	V	+25,77	+3,28	MD
CF-06	V	+30,33	+4,84	MD
CF-07 a CF-10	TP	+32,31	+1,67	MD
CF-11	Z	+27,35	-1,27	MD

A análise de estabilidade realizada para as barras com seção U_e 100x60x8x1 mm, $c = 5,0 t_f$. Efetuando novamente a variação na profundidade dos

enrijecedores longitudinais e mantendo as dimensões externas e espessura na parede, é possível observar novamente que os valores de F_{cr} aumentam em relação a $c = 2,5 t_f$ (tabela 3.10), porém os resultados ainda se mantêm bastante próximos entre todas as configurações analisadas (figura 3.8). A mudança da natureza modal de local para predominantemente distorcional também se mantém. Os resultados são demonstrados na Figura 3.8 e as Tabelas 3.9 e 3.10.

3.1.3.5. Barra $U_e 100 \times 100 \times 10 \times 1$ mm, $c = 2,5 t_f$

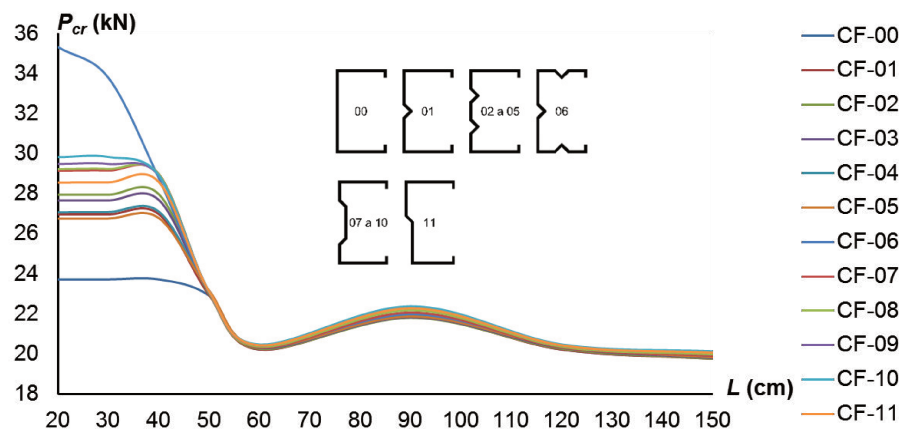


Figura 3.9 – Resultados da barra $U_e 100 \times 100 \times 10 \times 1$ mm, $c = 2,5 t_f$
(FONTE: O autor)

Tabela 3.11 – Resultados, barra $U_e 100 \times 100 \times 10 \times 1$ mm, $c = 2,5 t_f$

Config.	Valores de F_{cr} para os comprimentos de barra - kN							
	20 cm	30 cm	40 cm	50 cm	60 cm	90 cm	120 cm	150 cm
CF-00	23,72	23,72	23,72	22,91	20,23	21,93	20,23	19,80
CF-01	26,98	26,98	26,99	22,93	20,23	21,86	20,23	19,76
CF-02	27,97	27,97	27,99	22,99	20,26	21,81	20,26	19,75
CF-03	27,68	27,68	27,70	23,04	20,30	21,83	20,30	19,78
CF-04	27,06	27,07	27,09	23,11	20,34	21,87	20,35	19,82
CF-05	26,74	26,75	26,77	23,15	20,37	21,88	20,37	19,84
CF-06	35,32	33,78	28,76	23,08	20,39	21,98	20,39	19,90
CF-07	29,13	29,14	28,96	23,04	20,33	22,07	20,33	19,91
CF-08	29,22	29,23	28,96	23,05	20,37	22,19	20,37	19,99
CF-09	29,49	29,49	28,90	23,07	20,43	22,32	20,43	20,08
CF-10	29,83	29,84	28,92	23,11	20,48	22,39	20,48	20,14
CF-11	28,56	28,57	28,58	23,11	20,44	22,29	20,44	20,07

Tabela 3.12 – Análise de resultados, barra U_e 100x100x10x1 mm, $c = 2,5 t_f$

Configuração	Enrijecedor longitudinal	Acréscimo F_{cr} (%)	Diferença média no peso (%)	Natureza Modal
CF-01 a CF-05	V	+5,01	+3,75	MD
CF-06	V	+10,40	+4,82	MD
CF-07 a CF-10	TP	+7,71	+0,63	MD
CF-11	Z	+7,10	-0,62	MD

No caso das barras com seção U_e 100x100x10x1 mm, $c = 2,5 t_f$, a relação dimensional b_f/b_w é de 50% e D/b_f é igual a 10% e os resultados são demonstrados na Figura 3.9 e as Tabelas 3.11 e 3.12. O modo de instabilidade predominante para a configuração inicial CF-00 é de flambagem local. A inserção dos enrijecedores longitudinais modificou a natureza modal para predominantemente distorcional. Nesta nova análise, os ganhos no F_{cr} são menores, quando comparados aos resultados obtidos às barras anteriores e as configurações obtiveram resultados bastante próximos.

3.1.3.6. Barra U_e 100x100x10x1 mm, $c = 5,0 t_f$

A Figura 3.10 e as Tabelas 3.13 e 3.14 apresentam os resultados da análise de estabilidade realizada para as barras com seção U_e 100x100x10x1 mm, $c = 5,0 t_f$. A modificação na profundidade dos enrijecedores para $c = 5,0 t_f$ fez com que os resultados para as configurações em formato V e TP melhorassem em relação a profundidade de $c = 2,5 t_f$, entretanto a configuração Z não apresentou uma grande melhoria, apenas 1.03% em relação ao resultado anterior.

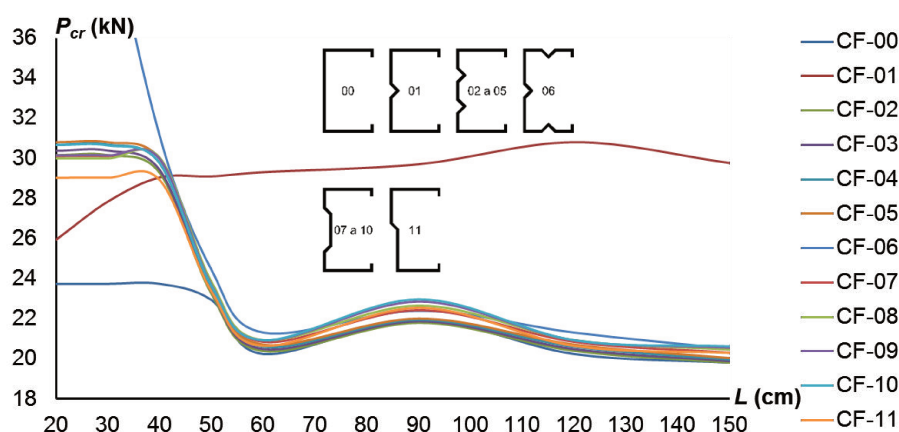
**Figura 3.10** – Resultados da barra U_e 100x100x10x1 mm, $c = 5,0 t_f$
(FONTE: O autor)

Tabela 3.13 – Resultados, barra U_e 100x100x10x1 mm, $c = 5,0 t_f$

Config.	Valores de F_{cr} para os comprimentos de barra - kN							
	20 cm	30 cm	40 cm	50 cm	60 cm	90 cm	120 cm	150 cm
CF-00	23,72	23,72	23,72	22,91	20,23	21,93	20,23	19,80
CF-01	25,93	27,84	29,04	29,09	29,30	29,70	30,80	29,76
CF-02	30,16	30,16	29,26	23,22	20,39	21,80	20,40	19,81
CF-03	30,37	30,38	29,40	23,32	20,47	21,86	20,47	19,87
CF-04	30,66	30,67	29,72	23,51	20,61	21,95	20,61	19,97
CF-05	30,80	30,80	29,94	23,64	20,70	22,00	20,70	20,03
CF-06	59,94	42,87	31,07	24,40	21,29	22,38	21,29	20,48
CF-07	30,10	30,10	30,00	23,75	20,84	22,42	20,84	20,30
CF-08	29,98	29,98	30,00	23,81	20,93	22,65	20,93	20,46
CF-09	30,16	30,16	29,97	23,67	20,92	22,86	20,92	20,56
CF-10	30,67	30,65	29,76	23,63	20,94	22,98	20,94	20,64
CF-11	29,01	29,02	28,89	23,32	20,63	22,53	20,63	20,28

Tabela 3.14 – Análise de resultados, barra U_e 100x100x10x1 mm, $c = 5,0 t_f$

Configuração	Enrijecedor longitudinal	Acréscimo F_{cr} (%)	Diferença média no peso (%)	Natureza Modal
CF-01 a CF-05	V	+11,69	+2,50	MD
CF-06	V	+18,77	+3,75	MD
CF-07 a CF-10	TP	+10,07	+1,25	MD
CF-11	Z	+8,13	-0,94	MD

3.1.3.7. Barra U_e 200x120x10x1 mm, $c = 2,5 t_f$

Na Figura 3.11 e as Tabelas 3.15 e 3.16 são apresentadas os resultados das análises de estabilidade realizadas nas barras com seção U_e 200x120x10x1 mm, $c = 2,5 t_f$, com relações dimensionais $b_f/b_w = 60\%$ e $D/b_f = 8,33\%$, e modo de instabilidade predominante distorcional para CF-00. Os resultados para as configurações que exibem enrijecedores V são mais constantes, ou seja, há pouca variação entre os valores de F_{cr} . Nas configurações com enrijecedores TP e Z, os ganhos na força crítica são maiores, cerca de 41% a mais do que os enrijecedores V, todavia não são constantes, ou seja, há uma maior variação nos resultados.

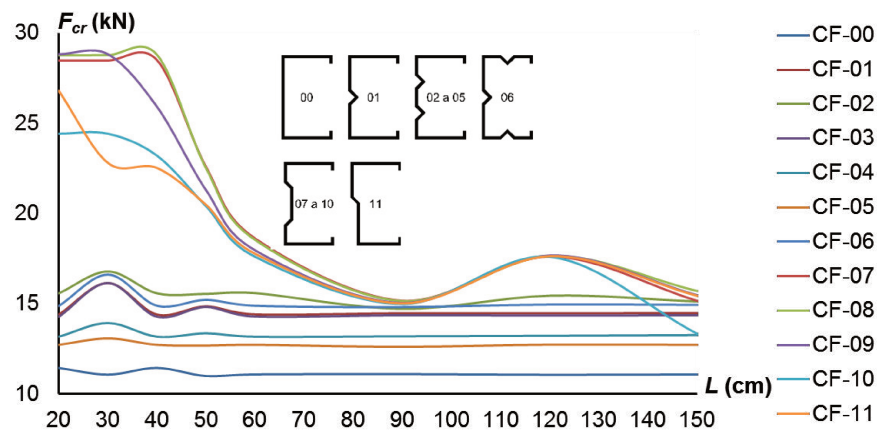


Figura 3.11 – Resultados da barra U_e 200x120x10x1 mm, $c = 2,5 t_f$
(FONTE: O autor)

Tabela 3.15 – Resultados, barra U_e 200x120x10x1 mm, $c = 2,5 t_f$

Config.	Valores de F_{cr} para os comprimentos de barra - kN							
	20 cm	30 cm	40 cm	50 cm	60 cm	90 cm	120 cm	150 cm
CF-00	11,45	11,08	11,45	11,00	11,09	11,11	11,07	11,09
CF-01	14,40	16,15	14,40	14,86	14,41	14,47	14,47	14,48
CF-02	15,57	16,77	15,57	15,54	15,58	14,72	15,44	15,12
CF-03	14,27	16,15	14,27	14,82	14,28	14,36	14,34	14,36
CF-04	13,16	13,92	13,16	13,35	13,16	13,18	13,21	13,25
CF-05	12,73	13,08	12,73	12,69	12,73	12,62	12,74	12,73
CF-06	14,87	16,60	14,88	15,21	14,88	14,81	14,95	14,93
CF-07	28,46	28,46	28,48	22,55	18,59	15,14	17,59	15,14
CF-08	28,75	28,76	28,78	22,50	18,54	15,16	17,66	15,72
CF-09	28,81	28,81	25,90	21,28	17,95	15,04	17,67	15,47
CF-10	24,44	24,44	23,22	20,41	17,61	14,99	17,61	13,34
CF-11	26,80	22,80	22,52	20,47	17,75	15,00	17,62	15,42

Tabela 3.16 – Análise de resultados, barra U_e 200x120x10x1 mm, $c = 2,5 t_f$

Configuração	Enrijecedor longitudinal	Acréscimo F_{cr} (%)	Diferença média no peso (%)	Natureza Modal
CF-01 a CF-05	V	+20,77	+0,86	MD
CF-06	V	+26,14	+1,29	MD
CF-07 a CF-10	TP	+43,96	+0,43	MD
CF-11	Z	+41,60	-0,43	MD

3.1.3.8. Barra U_e 200x120x10x1 mm, $c = 5,0 t_f$

As barras com seção U_e 200x120x10x1 mm, $c = 5,0 t_f$ são demonstradas na Figura 3.12 e Tabelas 3.17 e 3.18. A modificação na profundidade dos enrijecedores para $c = 5,0 t_f$ proporcionou para as configurações com enrijecedores TP e Z um ganho de apenas 9,40% na força crítica, porém o enrijecedor V ocasionou nas barras aumento de 50,10% maior do que nas configurações com $c = 2,5 t_f$. Apesar da nítida melhoria no desempenho, as oscilações nestes valores em função dos diferentes comprimentos mostraram-se bastante similares às configurações TP e Z.

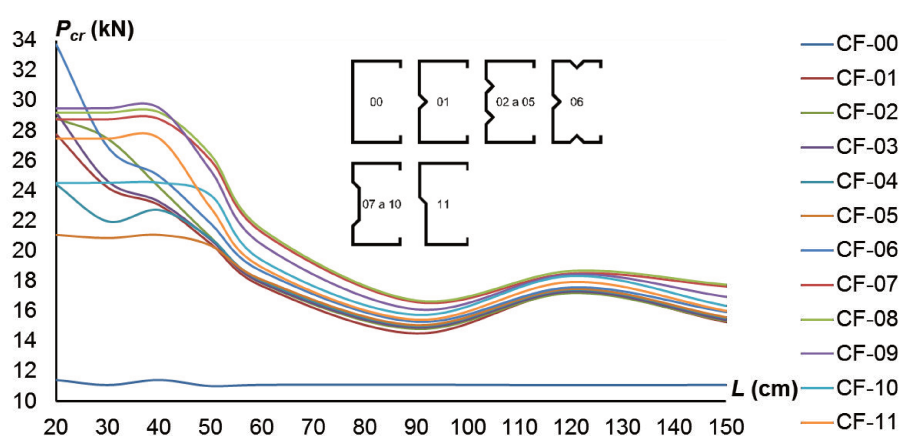


Figura 3.12 – Resultados da barra U_e 200x120x10x1 mm, $c = 5,0 t_f$
(FONTE: O autor)

Tabela 3.17 – Resultados, barra U_e 200x120x10x1 mm, $c = 2,5 t_f$

Config.	Valores de F_{cr} para os comprimentos de barra - kN							
	20 cm	30 cm	40 cm	50 cm	60 cm	90 cm	120 cm	150 cm
CF-00	11,45	11,08	11,45	11,00	11,09	11,11	11,07	11,09
CF-01	27,73	24,20	23,03	20,46	17,64	14,50	17,27	15,26
CF-02	28,85	27,49	24,26	20,93	17,87	14,84	17,23	15,37
CF-03	29,21	24,66	23,29	20,76	17,87	14,90	17,31	15,41
CF-04	24,43	21,97	22,73	20,83	18,00	15,00	17,41	15,52
CF-05	21,09	20,88	21,09	20,38	18,09	15,06	17,48	15,59
CF-06	33,76	26,94	25,00	21,84	18,65	15,31	17,60	15,96
CF-07	28,76	28,77	28,79	26,04	21,23	16,60	18,51	17,65
CF-08	29,19	29,20	29,22	26,39	21,43	16,70	18,67	17,76
CF-09	29,51	29,52	29,54	25,37	20,44	16,14	18,47	16,98
CF-10	24,53	24,54	24,55	23,71	19,37	15,75	18,34	16,35
CF-11	27,48	27,48	27,50	22,88	18,91	15,45	17,96	16,04

Tabela 3.18 – Análise de resultados, barra U_e 200x120x10x1 mm, $c = 5,0 t_f$

Configuração	Enrijecedor longitudinal	Acréscimo F_{cr} (%)	Diferença média no peso (%)	Natureza Modal
CF-01 a CF-05	V	+41,62	+1,71	MD
CF-06	V	+45,55	+2,54	MD
CF-07 a CF-10	TP	+48,51	+0,86	MD
CF-11	Z	+45,87	-0,65	MD

3.1.4. Comentários gerais: Análise de estabilidade

As curvas apresentadas nas figuras 3.5 a 3.12 traduzem a variação da força crítica (F_{cr}) com o comprimento da barra (L), onde oscilações nas trajetórias (com picos) puderam ser observadas. Essas oscilações estão relacionadas ao acréscimo no número de semiondas no eixo longitudinal da barra. Os “picos” nas trajetórias das curvas indicam mudanças na quantidade de semiondas, relacionado com o (i) comprimento da barra e (ii) modo de instabilidade predominante (REIS & CAMOTIM, 2012 e JAVARONI, 2015) – consequentemente, resultando variações nos valores de F_{cr} . Estas oscilações nas trajetórias das curvas são mostradas na Figura 3.13.

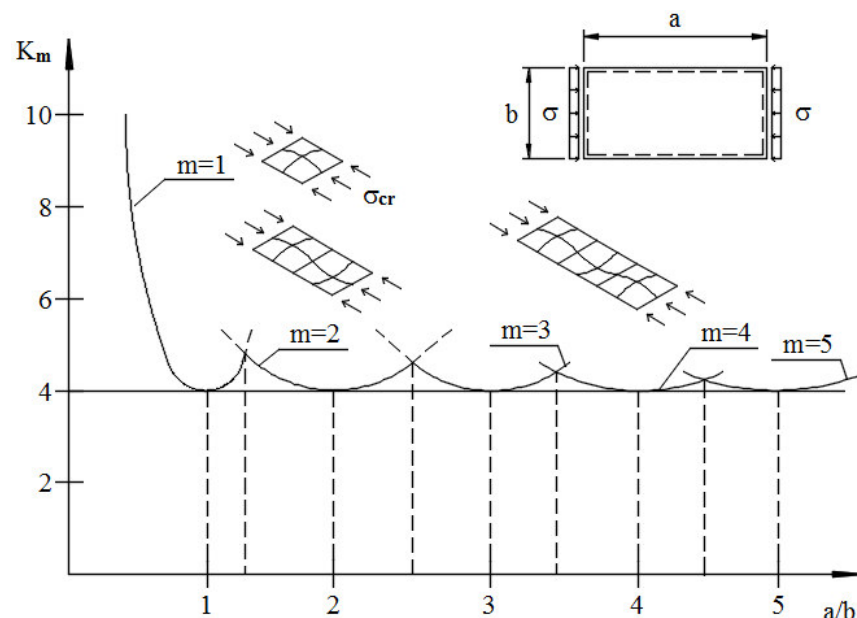


Figura 3.13 – Oscilações na trajetória nas curvas, modificações na quantidade de semiondas
(Fonte: Reis e Camotim, 2012)

A título ilustrativo, para apresentar as configurações dos modos de instabilidade obtidos nas análises de estabilidade, a Figura 3.14 mostra as

configurações dos modos de instabilidade local e distorcional identificados nas barras de seção U_e 200x120x10x1 mm, com $L = 20$ cm, sem enrijecedor longitudinal intermediário (CF-00) e exibindo enrijecedores com $c = 5,0 t_f$, dos tipos em V (CF-01 e CF-06), TP (CF-08) e em Z (CF-11).

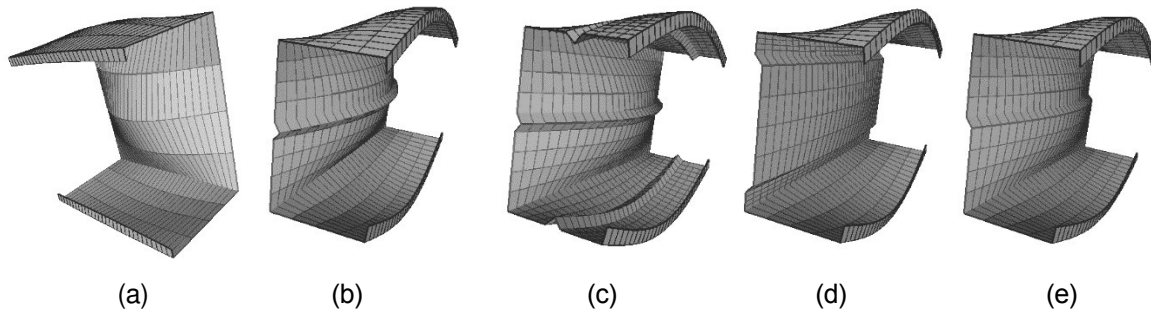


Figura 3.14 – Modos de flambagem para as barras com seções U_e 200x120x10x1 mm: (a) sem enrijecedor intermediário e com enrijecedores tipos: em V, CF-01 (b) e CF-06 (c), em TP, CF-08 (d), e em Z, CF-11 (e).

(Fonte: Reis e Camotim, 2012)

É possível realizar uma compilação geral nos resultados obtidos nas análises de estabilidade, classificando quais configurações de enrijecedores obtiveram (i) os melhores desempenhos de maneira geral, com modificações nos modos de instabilidade predominantes e acréscimos na F_{cr} , (ii) os maiores ganhos absolutos na F_{cr} e (iii) a configuração onde houve redução na área da seção transversal líquida da barra, consequentemente uma pequena redução no peso da barra, porém ainda mantendo a característica de ganho na F_{cr} e modificação no modo de instabilidade predominante. Esta compilação de resultados e classificação é apresentada na Tabela 3.19.

Tabela 3.19 – Compilação geral dos melhores resultados obtidos na análise de estabilidade

Barra U_e	Configuração do enrijecedor (CF)											
	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11
100x60x5x1												
100x60x8x1												
100x100x10x1												
200x120x10x1												

Legenda das cores:

- Configuração de enrijecedores com melhor desempenho
- Configuração de enrijecedor com os maiores valores de F_{cr}
- Configuração de enrijecedores com as menores áreas na seção transversal e menor peso

3.2. ANÁLISE DE PÓS-FLAMBAGEM

Algumas das barras tratadas no item 3.1 e exibindo ou não enrijecedores intermediários de alma/mesa foram submetidas a uma análise numérica de pós-flambagem (*i.e.*, análise geometricamente não linear), desta vez utilizando o MEF. As características das análises são:

- Com base nos resultados obtidos no item 3.1, foram escolhidas as barras com e sem enrijecedores intermediários de alma/mesa com modo de instabilidade crítico exibindo apenas uma semionda no eixo longitudinal;
- As barras selecionadas foram modeladas na ferramenta computacional ANSYS (SAS, 2013), utilizando-se elementos finitos de casca SHEL181 e com uma discretização que fornece uma convergência nos resultados;
- Para cada barra, a primeira análise de pós-flambagem foi realizada levando-se em consideração apenas a não linearidade geométrica (*i.e.*, análise geometricamente não linear elástica);
- Em seguida, para cada barra, foram realizadas análises de pós-flambagem inelásticas. Os incrementos de força foram aplicados até o colapso da barra;

3.2.1. Modelagem das barras para a análise pós-flambagem

A seguir serão apresentados os resultados obtidos na análise de estabilidade para as barras PFF U_e 100x60x5x1 mm, U_e 100x100x10x1 mm e U_e 200x120x10x1 mm, todas com profundidade de enrijecedores igual a $c = 2,5 t_f$. O critério de escolha para os comprimentos (L) das barras foi o número de semiondas no eixo longitudinal, todas as configurações de enrijecedores longitudinais apresentam uma semionda. Os comprimentos utilizados nas barras e as configurações dos enrijecedores são apresentados na tabela 3.20.

Tabela 3.20 – Barras selecionadas para análise pós-flambagem

Configuração	Tipo de Enrijecedor	Número de Enrijecedores	Local do Enrijecedor	Comprimento L (cm)	Nº de Semiondas
Barra U_e 100x60x5x1 mm					
CF-00	--	0	--	40,00	1
CF-01	V	1	Alma	40,00	1
CF-03	V	2	Alma	40,00	1
CF-08	TP	1	Alma	40,00	1
CF-11	Z	1	Alma	40,00	1
Barra U_e 100x100x10x1 mm					
CF-00	--	0	--	50,00	1
CF-01	V	1	Alma	50,00	1
CF-03	V	2	Alma	50,00	1
CF-08	TP	1	Alma	50,00	1
CF-11	Z	1	Alma	50,00	1
Barra U_e 200x120x10x1 mm					
CF-00	--	0	--	20,00	1
CF-01	V	1	Alma	20,00	1
CF-03	V	2	Alma	20,00	1
CF-11	Z	1	Alma	20,00	1

A configuração CF-08 foi desconsiderada para a análise de pós-flambagem para a barra U_e 200x120x10x1 mm devido ao fato de apresentar duas semiondas em seu eixo longitudinal, identificada na análise de estabilidade, ficando assim fora do critério de escolha das barras, conforme ilustra a figura 3.15.

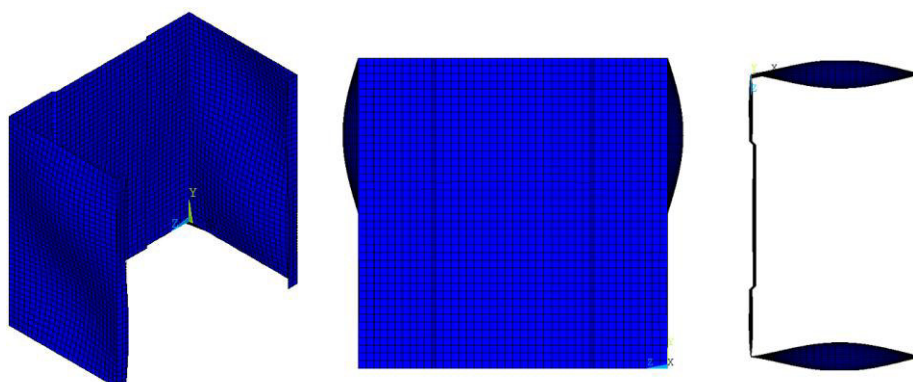


Figura 3.15 – Barra PFF U_e 200x120x10x1 mm CF-08, com duas semiondas no eixo longitudinal
(Fonte: O autor)

Para a modelagem das barras selecionadas, utilizou-se a ferramenta computacional ANSYS, trabalhando neste caso com elementos finitos de casca SHELL 181. A discretização do elemento finito (DM) definida inicialmente passou por processo de refinamento, de modo a se obter a melhor configuração possível para sua malha, chegando-se assim num resultado preciso e confiável nas barras analisadas, conforme a Figura 3.16(a). Segundo Dinis e Camotim (2014), o colapso de barras PFF U_e ocorrem normalmente com valores aproximadamente 50% superiores a força crítica, sendo assim, uma força axial (F) foi aplicada e distribuída ao longo dos nós das extremidades, onde o incremento de carga considerado na modelagem foi de $F=1,5F_{cr}$, conforme ilustrado na Figura 3.16(b).

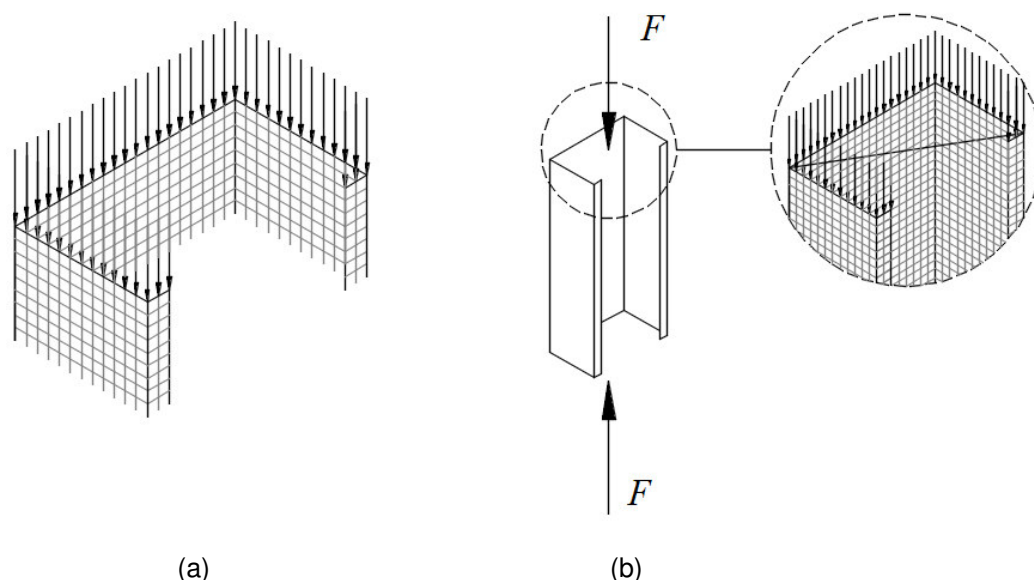


Figura 3.16 – Discretização da malha na barra (a) e distribuição da força F nos nós externos (Fonte: O autor)

Os deslocamentos de translação no plano da seção foram restringidos nos nós de extremidade das barras, conforme é mostrado na Figura 3.17(a). As rotações nos eixos x , y e z não foram restringidas, permitindo assim o livre empenamento das seções transversais das barras, estando assim a barra simplesmente apoiada. Para permitir o processamento da análise, foi restringido o deslocamento longitudinal de apenas um nó na seção a meio vão. A consideração da imperfeição geométrica (IG) (*i.e.*, para permitir a não linearidade geométrica) da barra, segue a recomendação de Dinis e Camotim (2014), não ultrapassando o valor de 10% da espessura da chapa do perfil e com as mesas abrindo. Conforme ilustrado na Figura 3.17(b), uma

imperfeição geométrica distorcional foi aplicada a seção transversal das barras (*i.e.*, considerando que a seção da barra irá se abrir) e os seus respectivos valores são descritos na tabela 3.21, assim como outras características do material e parâmetros de modelagem.

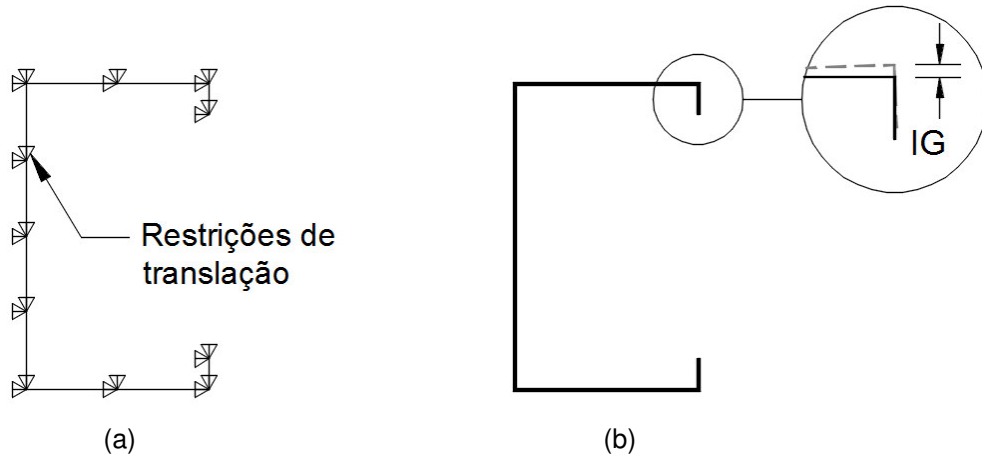


Figura 3.17 – Restrições de translação nos nós de extremidade da seção transversal (a) e imperfeição geométrica distorcional aplicada (b)
(Fonte: O autor)

Tabela 3.21 – Características consideradas para a análise pós-flambagem

Configuração da barra U_e	E (kN/cm ²)	Resistência do aço ao escoamento f_y – (MPa)			DM (cm)	IG (cm)
		250	550	750		
CF-00	20.000	250	550	750	0,50	0,01
CF-01	20.000	250	550	750	0,50	0,01
CF-03	20.000	250	550	750	0,50	0,01
CF-08	20.000	250	550	750	0,50	0,01
CF-11	20.000	250	550	750	0,50	0,01
Notas:						
- DM: discretização da malha do elemento finito						
- IG: imperfeição geométrica distorcional considerada na modelagem da barra						

A verificação do ganho de eficiência na pós-flambagem das barras sem ou com enrijecedores intermediários foi feita através da diferença de valores entre o ponto de bifurcação (onde este valor não corresponde necessariamente a força crítica) e P_u (força última de colapso verificada na análise pós-flambagem), demonstrados na figura 3.18, onde são levadas em consideração as imperfeições geométricas (IG) da seção transversal, e a não linearidade física do material.

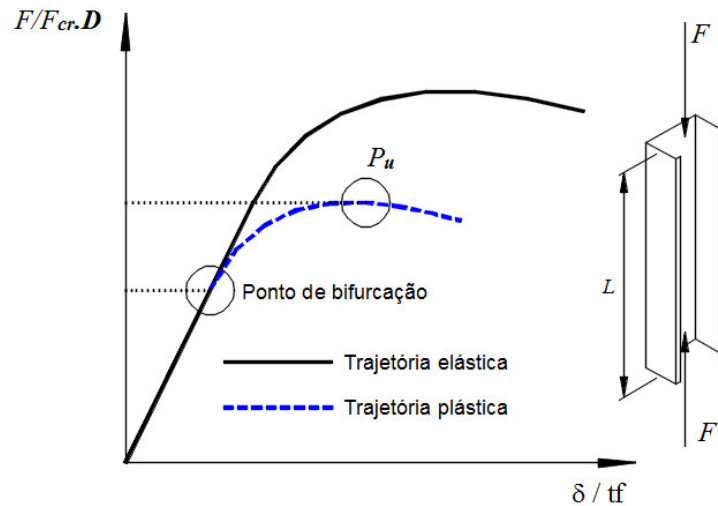


Figura 3.18 – Verificação da resistência pós-flambagem nas barras
(Fonte: O autor)

Durante o processo de fabricação dos PFF ocorrem (i) a geração de tensões residuais provenientes do processo de laminação e (ii) o aumento de f_y e perda de ductilidade devido ao efeito do trabalho a frio na região da dobra. Ambos os efeitos não foram levados em consideração na modelagem das barras estudadas neste trabalho, pois conforme descrito por Schafer e Moen (2010), devido à natureza de sua origem, na prática estes efeitos tendem a se anularem.

3.2.2. Resultados: Análise de pós-flambagem

Apresentam-se neste item os resultados de pós-flambagem para as barras U_e 100x60x5x1 mm, U_e 100x100x10x1 mm e U_e 200x120x10x1 mm, com resistência do aço ao escoamento $f_y = 250$ MPa, 550 MPa e 750 MPa, em particular, as trajetórias de equilíbrio e as distribuições das tensões de von Mises nas chapas. As trajetórias de equilíbrio são representadas pela força aplicada normalizada ($F/F_{cr}.D$) versus o deslocamento normalizado δ/t_f , onde δ é o deslocamento absoluto máximo que ocorre na extremidade do enrijecedor de borda e t_f é a espessura da parede.

3.2.2.1. Barra U_e 100x60x5x1 mm, $c = 2,5 t_f$

Para as configurações CF-00, CF-01, CF-03, CF-08 e CF-11 da barra PFF com seção U_e 100x60x5x1, a Tabela 3.22 apresenta os valores de F_u , F_{cr} e σ_u , a Figura

3.19 apresenta as trajetórias de pós-flambagem e a Figura 3.20 mostra a distribuição das tensões de von-Mises, na chapa, com a aplicação da força última.

Tabela 3.22 – Análise de pós-flambagem, resultados da barra U_e 100x60x5x1

CF	$F_{cr}^{(1)}$	Análise pós-flambagem											
		$f_y = 25 \text{ (kN/cm}^2\text{)}$				$f_y = 55 \text{ (kN/cm}^2\text{)}$				$f_y = 75 \text{ (kN/cm}^2\text{)}$			
		$F_u^{(2)}$	$\sigma_u^{(2)}$	$F_u^{(3)}$	$\sigma_u^{(3)}$	$F_u^{(2)}$	$\sigma_u^{(2)}$	$F_u^{(3)}$	$\sigma_u^{(3)}$	$F_u^{(2)}$	$\sigma_u^{(2)}$	$F_u^{(3)}$	$\sigma_u^{(3)}$
CF-00	22,57	23,3	9,87	28,13	12,23	33,94	14,76	40,98	17,82	39,06	16,98	47,16	20,50
CF-01	26,52	27,09	11,38	30,60	13,19	39,72	17,12	44,87	19,34	45,80	19,74	51,73	22,30
CF-03	26,71	26,84	11,18	30,84	13,18	39,35	16,82	45,22	19,33	45,37	19,39	52,13	22,28
CF-08	27,62	28,39	11,92	31,21	13,45	41,72	17,98	45,86	19,77	48,11	20,74	52,89	22,80
CF-11	27,17	27,82	11,89	30,69	13,46	40,87	17,93	45,09	19,78	47,15	20,68	52,01	22,81

Notas:

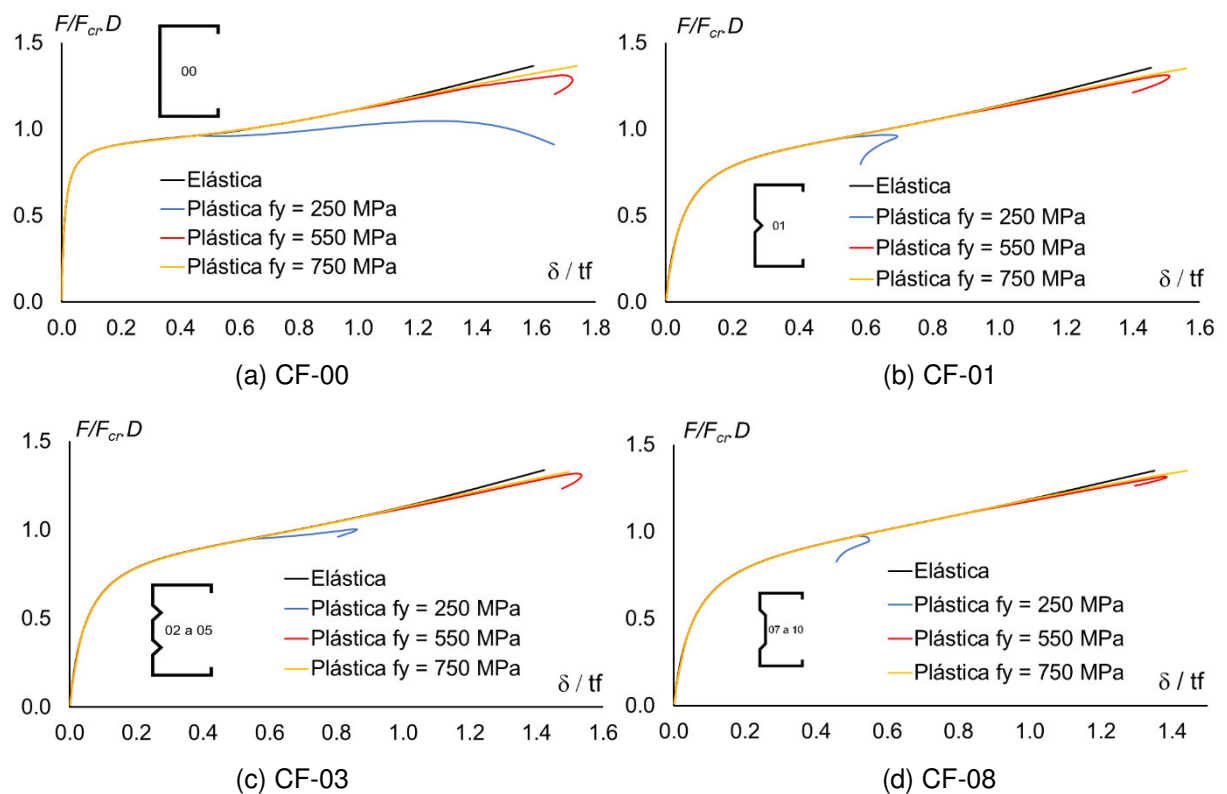
$F_{cr}^{(1)}$: força crítica, determinado na análise de estabilidade através da GBT – kN

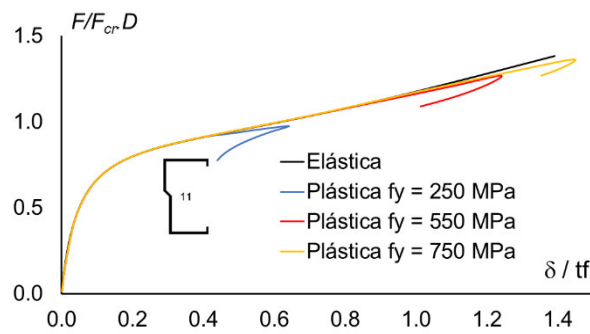
$F_u^{(2)}$: força última, determinada na análise de estabilidade através do MEF – kN

$F_u^{(3)}$: força última, determinado pelo MRD (Método da Resistência Direta) – kN

$\sigma_u^{(2)}$: tensão última, determinada na análise de estabilidade através do MEF – kN/cm²

$\sigma_u^{(3)}$: tensão força última, determinado pelo MRD (Método da Resistência Direta) – kN/cm²





(e) CF-11

Figura 3.19 – Trajetórias de pós-flambagem, barra U_e 100x60x5x1 mm
(Fonte: O autor)

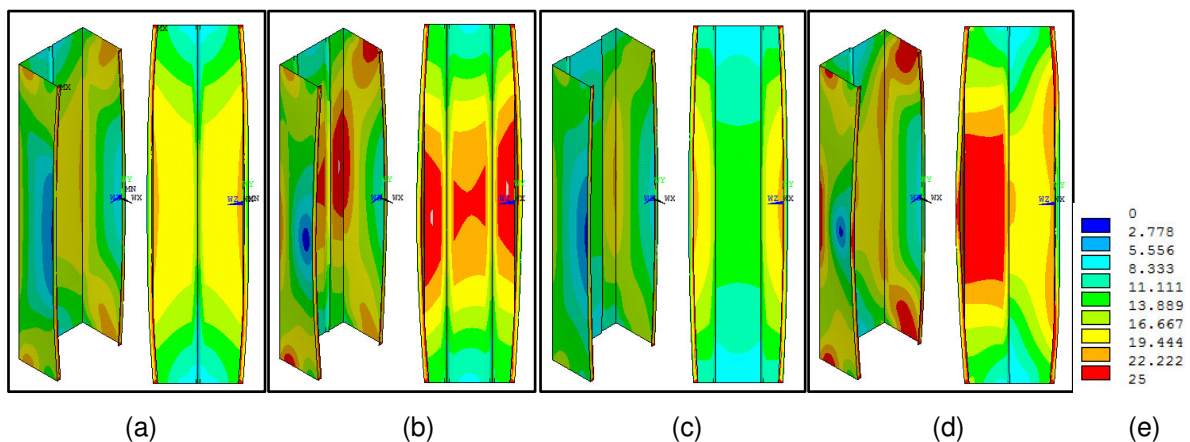


Figura 3.20 – Distribuição das tensões de von-Mises para força última na barra U_e 100x60x5x1 mm: CF-01 (a), CF-03 (b), CF-08 (c), CF-11(d) e escala de valores (e), $f_y = 250$ MPa
(Fonte: O autor)

Os resultados expressos na Tabela 3.22 e na Figura 3.19 apresentam que a inclusão dos enrijecedores intermediário longitudinais gerou (i) um ganho médio de 8,53% nos valores de F_u e 7,59% nos valores de σ_u , para $f_y = 250$ Mpa, (ii) um acréscimo de 10,45% em F_u e 8,72% em σ_u , para $f_y = 550$ Mpa, e (iii) uma melhoria de 8,52% nos valores de F_u e 9,46% em σ_u , para $f_y = 750$ MPa. As distribuições de tensões de von-Mises apresentadas na Figura 3.20 mostram a ocorrência de plastificação nas bordas externas dos enrijecedores de extremidade em CF-01 e CF-08, a formação de uma rótula plástica em CF-03 e uma plastificação assimétrica em CF-11. Todos os valores de F_u determinados pelo MEF estão abaixo dos valores obtidos pelo MRD.

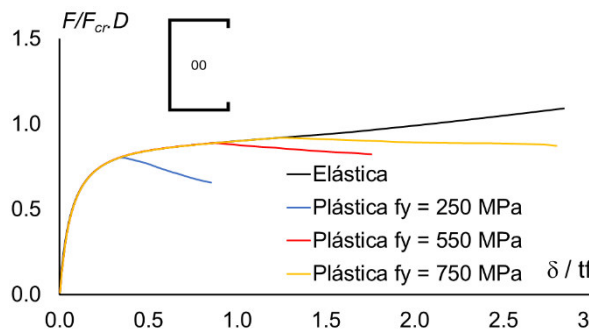
3.2.2.2. Barra U_e 100x100x10x1 mm, $c = 2,5$ tf

Para as configurações CF-00, CF-01, CF-03, CF-08 e CF-11 da seção U_e 100x100x10x1, a Tabela 3.23 apresenta os valores de F_u , F_{cr} e σ_u , a Figura 3.21 apresenta as trajetórias de pós-flambagem e a Figura 3.22 mostra a distribuição das tensões de von-Mises, na chapa, com a aplicação da força última.

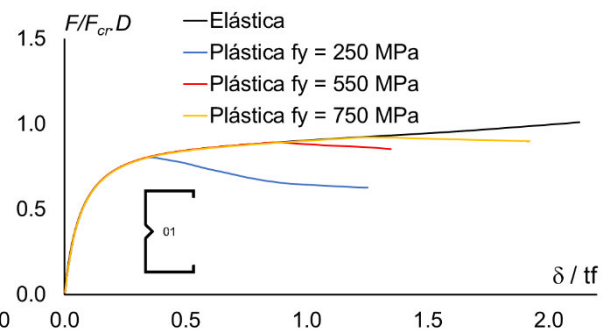
Tabela 3.23 – Análise de pós-flambagem, resultados da barra U_e 100x100x10x1

CF	$F_{cr}^{(1)}$	Análise pós-flambagem											
		$f_y = 25$ (kN/cm ²)				$f_y = 55$ (kN/cm ²)				$f_y = 75$ (kN/cm ²)			
		$F_u^{(2)}$	$\sigma_u^{(2)}$	$F_u^{(3)}$	$\sigma_u^{(3)}$	$F_u^{(2)}$	$\sigma_u^{(2)}$	$F_u^{(3)}$	$\sigma_u^{(3)}$	$F_u^{(2)}$	$\sigma_u^{(2)}$	$F_u^{(3)}$	$\sigma_u^{(3)}$
CF-00	22,91	27,60	8,62	33,32	10,41	39,74	12,42	47,98	14,99	45,60	14,25	55,05	17,20
CF-01	22,93	29,60	9,19	33,43	10,38	42,61	13,24	48,13	14,95	48,89	15,18	55,22	17,15
CF-03	23,04	29,26	9,03	33,62	10,38	42,12	13,00	48,40	14,94	48,32	14,92	55,52	17,14
CF-08	23,05	30,49	9,47	33,52	10,41	43,91	13,64	48,27	14,99	50,39	15,65	55,39	17,22
CF-11	23,11	30,25	9,51	33,37	10,49	43,57	13,71	48,07	15,12	50,00	15,73	55,16	17,35

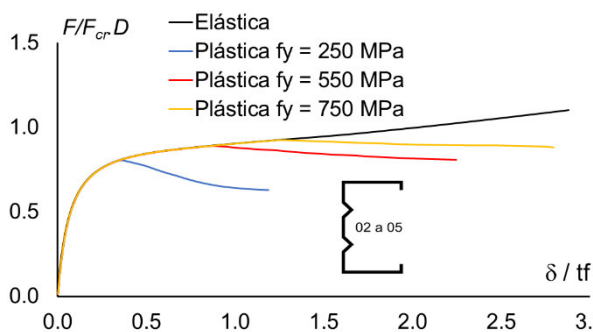
Notas:
 $F_{cr}^{(1)}$: força crítica, determinado na análise de estabilidade através da GBT – kN
 $F_u^{(2)}$: força última, determinada na análise de estabilidade através do MEF – kN
 $F_u^{(3)}$: força última, determinado pelo MRD (Método da Resistência Direta) – kN
 $\sigma_u^{(2)}$: tensão última, determinada na análise de estabilidade através do MEF – kN/cm²
 $\sigma_u^{(3)}$: tensão força última, determinado pelo MRD (Método da Resistência Direta) – kN/cm²



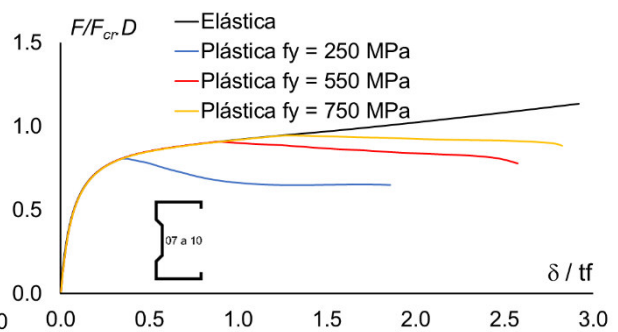
(a) CF-00



(b) CF-01



(c) CF-03



(d) CF-08

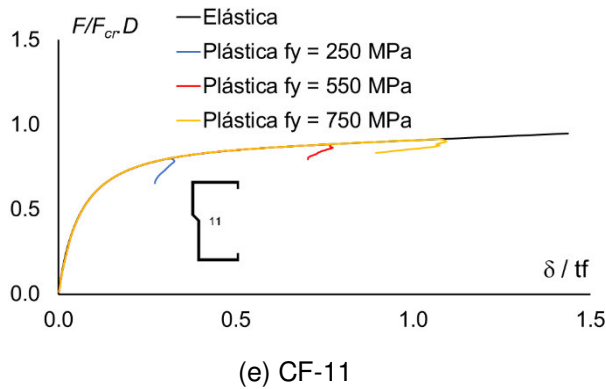


Figura 3.21 – Trajetórias de pós-flambagem, barra U_e 100x100x10x1 mm
(Fonte: O autor)

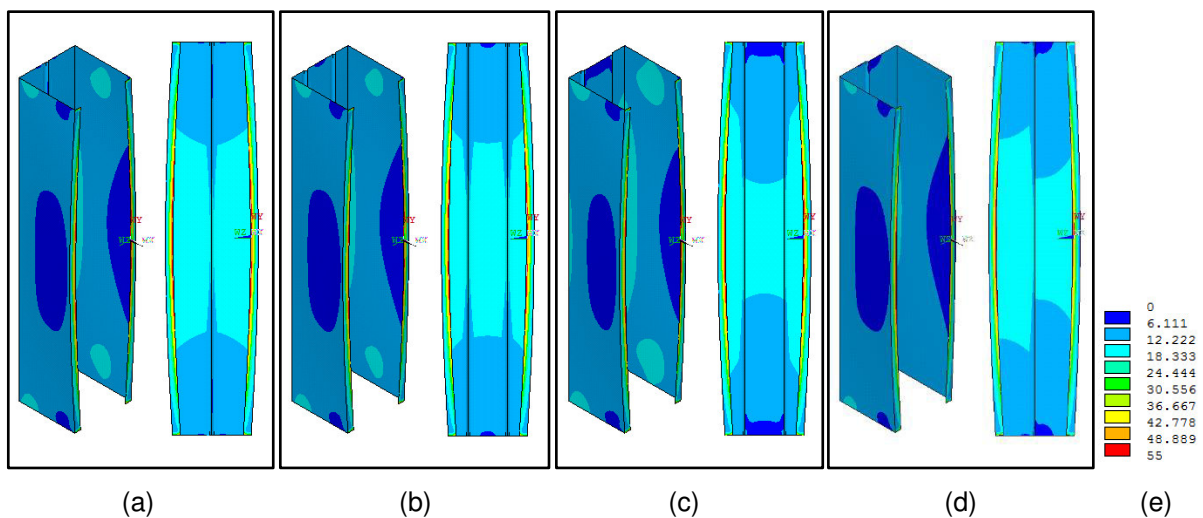


Figura 3.22 – Distribuição das tensões de von-Mises para força última na barra U_e 100x100x10x1 mm: CF-01 (a), CF-03 (b), CF-08 (c), CF-11(d) e escala de valores (e), $f_y = 550$ MPa
(Fonte: O autor)

Através da observação dos resultados apresentados na Tabela 3.23 e Figuras 3.21 e 3.22 é possível concluir que houve um ganho médio de 4,03% em P_u e 3,33% em σ_u , para $f_y = 250$ MPa, acréscimos 5,71% em P_u e 5,06% em σ_u , para $f_y = 550$ Mpa, e uma melhoria de 6,51% em P_u e 5,85% em σ_u , para $f_y = 750$ MPa, resultados pouco inferiores aos da primeira barra. Em todas as barras, as tensões máximas estão localizadas nas regiões dos enrijecedores de extremidade e longitudinais intermediários. Novamente, os valores de F_u determinados pelo MEF estão abaixo dos valores obtidos pelo MRD.

3.2.2.3. Barra $U_e 200 \times 120 \times 10 \times 1 \text{ mm}$, $c = 2,5 \text{ tf}$

Para as configurações CF-00, CF-01, CF-03, CF-08 e CF-11 da seção $U_e 200 \times 120 \times 10 \times 1 \text{ mm}$, a Tabela 3.24 apresenta os valores de P_u , P_{cr} e σ_u , a Figura 3.23 apresenta as trajetórias de pós-flambagem e a Figura 3.24 mostra a distribuição das tensões de von-Mises, na chapa, com a aplicação da força última.

Tabela 3.24 – Análise de pós-flambagem, resultados da barra $U_e 200 \times 120 \times 10 \times 1$

CF	$F_{cr}^{(1)}$	Análise pós-flambagem											
		$f_y = 25 \text{ (kN/cm}^2\text{)}$				$f_y = 55 \text{ (kN/cm}^2\text{)}$				$f_y = 75 \text{ (kN/cm}^2\text{)}$			
		$F_u^{(2)}$	$\sigma_u^{(2)}$	$F_u^{(3)}$	$\sigma_u^{(3)}$	$F_u^{(2)}$	$\sigma_u^{(2)}$	$F_u^{(3)}$	$\sigma_u^{(3)}$	$F_u^{(2)}$	$\sigma_u^{(2)}$	$F_u^{(3)}$	$\sigma_u^{(3)}$
CF-00	11,45	22,37	4,86	27,01	5,87	31,43	6,83	37,95	8,25	35,83	7,79	43,26	9,40
CF-01	14,40	27,21	5,89	30,74	6,65	38,40	8,31	43,37	9,39	43,81	9,48	49,49	10,71
CF-03	14,27	26,67	5,75	30,65	6,61	37,61	8,11	43,22	9,32	42,92	9,25	49,32	10,63
CF-11	26,80	39,02	8,52	42,91	9,37	55,84	12,19	61,39	13,4	63,97	13,96	70,32	15,35

Notas:
 $F_{cr}^{(1)}$: força crítica, determinado na análise de estabilidade através da GBT – kN
 $F_u^{(2)}$: força última, determinada na análise de estabilidade através do MEF – kN
 $F_u^{(3)}$: força última, determinado pelo MRD (Método da Resistência Direta) – kN
 $\sigma_u^{(2)}$: tensão última, determinada na análise de estabilidade através do MEF – kN/cm²
 $\sigma_u^{(3)}$: tensão força última, determinado pelo MRD (Método da Resistência Direta) – kN/cm²

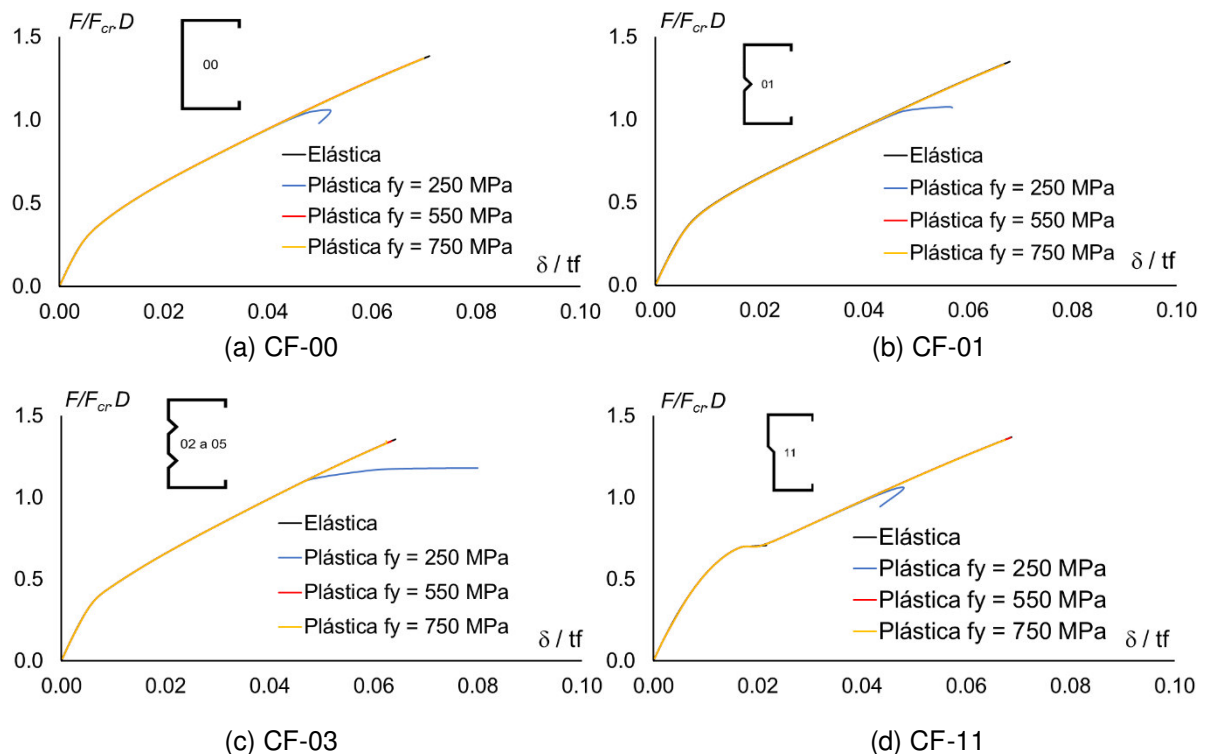


Figura 3.23 – Trajetórias de pós-flambagem, barra $U_e 200 \times 120 \times 10 \times 1 \text{ mm}$
 (Fonte: O autor)

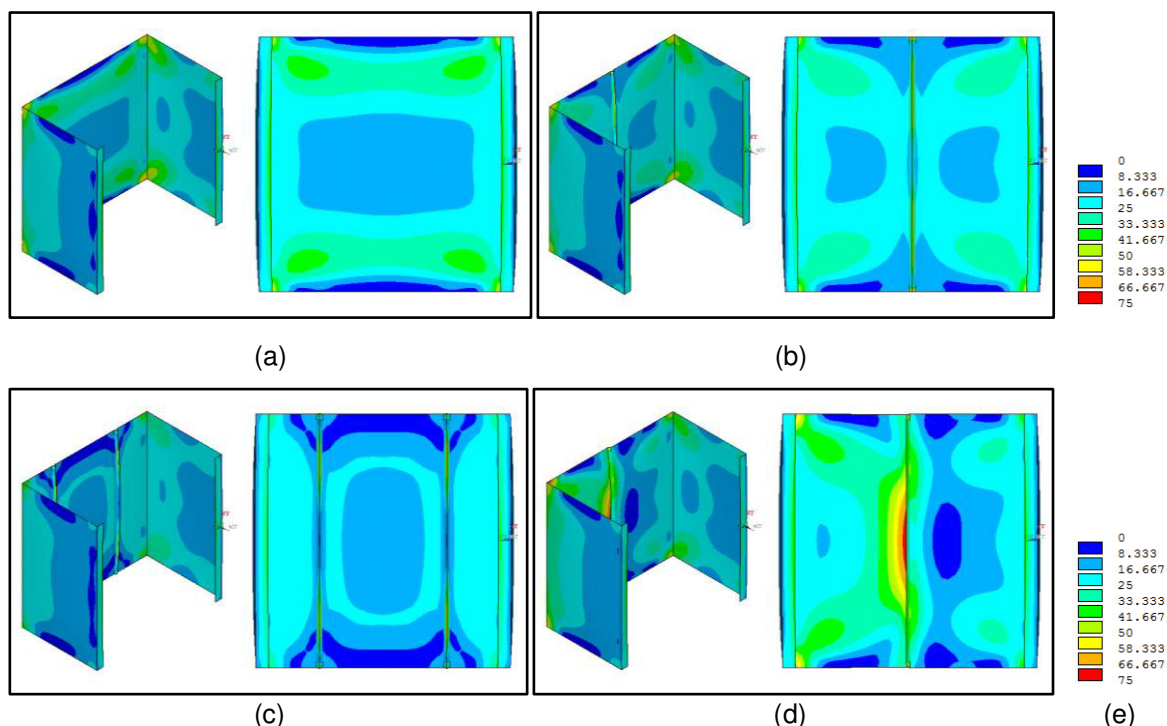


Figura 3.24 – Distribuição das tensões de von-Mises para força última para a barra U_e 200x120x10x1 mm: CF-01 (a), CF-03 (b), CF-08 (c), CF-11(d) e escala de valores (e), $f_y = 750$ MPa

Através da observação dos resultados apresentados na Tabela 3.24 e Figuras 3.23 e 3.24 é possível concluir que houve um ganho médio de 13,57% em P_u e 12,59% em σ_u , para $f_y = 250$ MPa, acréscimos apenas de 1,19% em P_u e 1,82% em σ_u , para $f_y = 550$ MPa, e aumentos de 0,99% em P_u e 1,95% em σ_u , para $f_y = 750$ MPa.

Também de maneira análoga a segunda barra analisada, o perfil U_e 200x120x10x1 mm apresentou ganhos significativos nas tensões últimas para todas as tensões de escoamento, e também trajetórias mais uniformes para todas as configurações nas curvas plásticas, sendo os enrijecedores tipo TP e Z, configurações CF-08 e CF-11 com comportamentos mais próximos a curva elástica. Os valores de F_u determinados pelo MEF continuam abaixo dos valores obtidos pelo MRD, porém a com uma discrepância menor do que nas barras U_e 100x60x5x1 mm e U_e 100x100x10x1 mm.

3.2.3. Comentários gerais: Análise de pós-flambagem

Os resultados obtidos na análise de pós-flambagem são apresentados no item 3.2.2. As variações nas trajetórias plásticas das barras em relação as trajetórias elásticas é bastante evidente, porém em algumas situações mais evidentes, como é

o caso da barra U_e 100x100x10x1 mm com comprimento L de 50 cm, e em outros menos expressivos como apresentado na barra U_e 100x60x5x1 mm de comprimento L igual a 40 cm. Em algumas situações bastantes específicas, como é o caso da barra U_e 200x120x10x1 mm, as trajetórias das curvas plásticas praticamente se sobrepõe a trajetória elástica, o que caracteriza um colapso por instabilidade.

Com base nestes resultados e comportamentos, é possível estabelecer ainda os seguintes comentários adicionais:

- (i) As relações dimensionais b_f/b_w tem uma relação direta com as trajetórias de estabilidade das curvas elásticas e plásticas. Para relações $b_f/b_w = 60\%$, há uma tendência de as curvas plásticas possuírem uma trajetória mais próxima a curva elástica. Porém, para uma relação $b_f/b_w = 100\%$, essa tendência altera, dando a curva plástica uma trajetória mais distante da curva elástica;
- (ii) Além da relação dimensional b_f/b_w , o comprimento da L da barra também tem uma influência direta. Quanto menor o seu valor, mais próxima da trajetória elástica as curvas plásticas estarão.
- (iii) A inserção dos enrijecedores longitudinais intermediários ocasionou uma redução na esbeltez local nas chapas das barras, proporcionando assim uma melhoria na resistência. Entretanto é possível observar na Figura 3.20, Figura 3.22 e Figura 3.24 que nos locais onde os enrijecedores foram inseridos há um maior acúmulo de tensões. Este maior acúmulo de tensões nestes locais é ocasionado pelas dimensões das chapas que compõem os enrijecedores intermediários e também de extremidade, conforme ilustrado na figura 3.25.

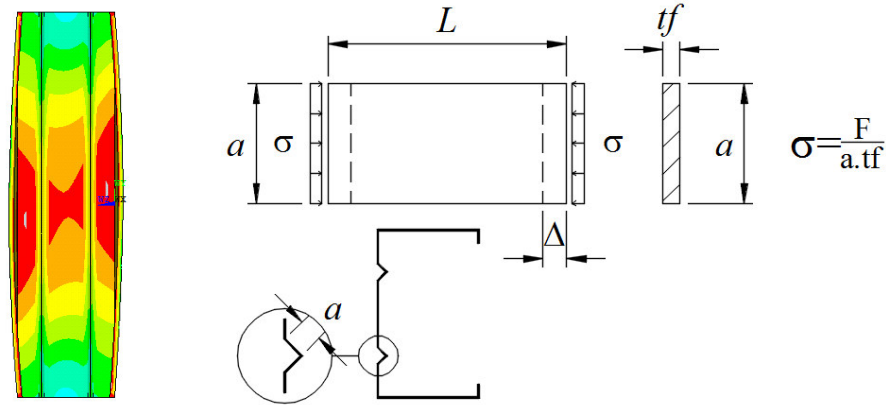


Figura 3.25 – Acúmulo de tensões nos enrijecedores longitudinais e de extremidade
(Fonte: O autor)

- (iv) O colapso das barras analisadas pode ser evidenciado conforme a trajetória de pós-flambagem das curvas elásticas e plásticas. Conforme citado anteriormente, foi constatada uma relação entre as características geométricas da seção transversal, o comprimento da barra e esbeltez da chapa com a forma com que estas curvas se comportam. As barras U_e 100x60x5x1 mm tem suas trajetórias de pós-flambagem bastante próximas umas das outras, porém na barra U_e 100x100x10x1 mm esse desvio de trajetória é mais evidente. Entretanto em ambas as barras o desvio da trajetória elástica ocorre. Por possuírem chapas esbeltas, o colapso em ambas as barras ocorre por instabilidade e plasticidade, conforme indica a Figura 3.26;
- (v) No caso da barra U_e 200x120x10x1 mm, por possuir um comprimento de apenas 20 cm, as trajetórias das curvas elásticas e plástica coincidem em todas as configurações dos enrijecedores. Neste caso, a barra possui chapas curtas (*i.e.*, com índice de esbeltez baixo) conforme a Figura 3.26, não tendo comprimento suficiente para que os efeitos ocasionados pela flambagem local e/ou distorcional influenciem significativamente em seu colapso, sendo este gerado por plasticidade.

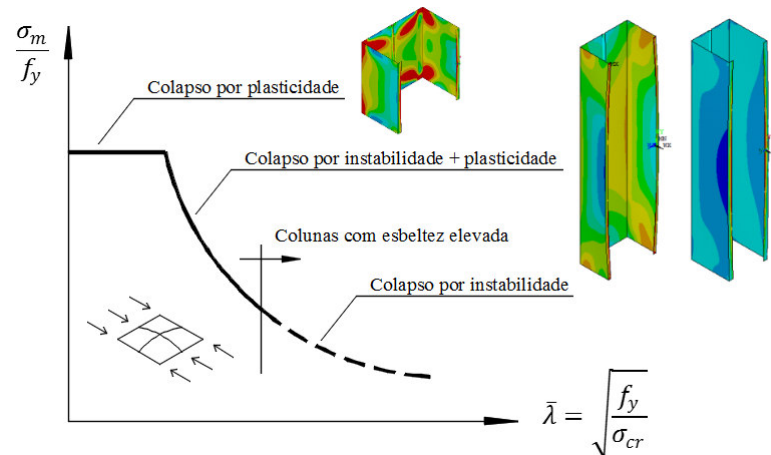


Figura 3.26 – Acúmulo de tensões nos enrijecedores longitudinais e de extremidade
(Fonte: Basaglia, 2016)

- (vi) Em todos os casos, os valores da F_u obtidos pelo MEF ficaram abaixo dos resultados determinados pelo MRD. Para as barras U_e 100x60x5x1 mm e U_e 100x100x10x1 mm com comprimentos de 40 e 50 cm respectivamente, os valores de F_u no MEF ficam em média 41% abaixo dos resultados no MDR. No caso da barra U_e 200x120x10x1 mm, de comprimento 20 cm, estas diferenças médias são de aproximadamente 11%.

De maneira similar ao item 3.1.4, é possível realizar uma nova compilação geral nos resultados obtidos nas análises de pós-flambagem, classificando agora quais configurações de enrijecedores obtiveram (i) os melhores desempenhos de maneira geral (comportamento das trajetórias de suas curvas elásticas e plásticas) dentro da relação F/F_{cr} estabelecida no incremento de carga, (ii) as condições de colapso apresentadas na Figura 3.26 e (iii) o acúmulo de tensões nas chapas com a inserção dos enrijecedores intermediários, observados e comentados na Figura 3.25. Esta compilação de resultados e classificação é apresentada na Tabela 3.25.

Tabela 3.25 – Compilação geral dos melhores resultados obtidos na análise de pós-flambagem

Barra U_e	Configuração do enrijecedor (CF)				
	00	01	03	08	11
100x60x5x1					
100x100x10x1					
200x120x10x1					
Legenda das cores					
<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: #4F81BD; margin-right: 5px;"></div> <div>Configuração de enrijecedores com melhor desempenho</div> </div>					
<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: #0070C0; margin-right: 5px;"></div> <div>Configuração de enrijecedores com as menores áreas na seção transversal e menor peso</div> </div>					

4. ANÁLISE DE RESULTADOS OBTIDOS

4.1. ANÁLISE DE ESTABILIDADE

Serão apresentadas a seguir as análises dos resultados obtidos na análise de estabilidade, de maneira sucinta:

Análise geral:

- Para barras com relações geométricas $b_f/b_w = 60\%$, o enrijecedor tipo TP obteve melhores resultados no valor de F_{cr} ;
- Para barras com relações geométricas $b_f/b_w = 100\%$, o enrijecedor tipo Z obteve melhores resultados no valor de F_{cr} ;
- A profundidade do enrijecedor tem uma influência direta no valor da F_{cr} , quanto maior a profundidade do enrijecedor, maior será o acréscimo de força, porém maior será a quantidade de material necessária, implicando em um custo maior na fabricação do perfil;
- Apesar de sua dupla assimetria, as barras com os enrijecedores tipo Z demonstraram um desempenho bastante satisfatório, similares em valores com as configurações CF-02, CF-03, CF-04 e CF-05, todas exibindo dois enrijecedores tipo V na alma da seção transversal;
- Em todos os casos em que o modo de instabilidade predominante identificado na barra era de natureza local, após a inserção do enrijecedor, ocorreu a mudança para predominantemente distorcional;
- Nas barras onde o modo de instabilidade predominante era de natureza distorcional, após a inserção do enrijecedor, o modo permaneceu na forme original;

- O modo de instabilidade predominantes está diretamente associado com as relações geométrica b_f/b_w e também com o tamanho do enrijecedor de extremidade.

Barra U_e 100x60x5x1 mm:

- A barra possui relações geométricas $b_f/b_w = 60\%$, dessa maneira o enrijecedor tipo TP obteve melhores resultados no valor de F_{cr} ;
- As melhores configurações para o enrijecedor tipo TP são CF-07 e CF-08, com suas posições em relação a alma de $b_w/3$ e $b_w/4$;
- Em relação a posição do enrijecedor, quanto mais próximo da mesa, menor será o ganho de F_{cr} ;
- O modo de instabilidade predominante distorcional, não é modificado após a inserção do enrijecedor.

Barra U_e 100x60x8x1 mm:

- A barra possui relações geométricas $b_f/b_w = 60\%$, dessa maneira o enrijecedor tipo TP obteve melhores resultados no valor de F_{cr} ;
- As melhores configurações para o enrijecedor tipo TP são CF-07 e CF-08, com suas posições em relação a alma de $b_w/3$ e $b_w/4$;
- Em relação a posição do enrijecedor, quanto mais próximo da mesa, menor será o valor ganho de F_{cr} ;
- Modo de instabilidade predominante local modificado para distorcional após a inserção do enrijecedor;
- Apesar de suas relações dimensionais b_f/b_w serem igual a das barras U_e 100x60x5x1 mm, devido ao tamanho de seu enrijecedor de extremidade,

em nenhum comprimento de barra foi identificada apenas uma semionda em seu eixo longitudinal.

Barra U_e 100x100x10x1 mm:

- A barra possui relações geométricas $b_f/b_w = 100\%$, dessa maneira o enrijecedor tipo V obteve melhores resultados no valor de F_{cr} ;
- As melhores configurações para o enrijecedor tipo V são CF-01, CF-02 e CF-03, com suas posições no centro da alma ou $b_w/3$ e $b_w/4$. Dentre estas três configurações, CF-03 possui os resultados mais expressivos;
- Em relação a posição do enrijecedor, quanto mais próximo da mesa, menor será o valor ganho na F_{cr} ;
- Modo de instabilidade predominante local modificado para distorcional após a inserção do enrijecedor.

Barra U_e 200x120x10x1 mm:

- A barra possui relações geométricas $b_f/b_w = 60\%$, dessa maneira o enrijecedor tipo TP obteve melhores resultados no valor de F_{cr} ;
- As melhores configurações para o enrijecedor tipo TP são CF-07 e CF-08, com suas posições em relação a alma de $b_w/3$ e $b_w/4$;
- Em relação a posição do enrijecedor, quanto mais próximo da mesa, menor será o valor ganho na F_{cr} ;
- Modo de instabilidade predominante local modificado para distorcional após a inserção do enrijecedor;
- Apesar de suas relações dimensionais b_f/b_w serem igual a das barras U_e 100x60x5x1 mm, devido ao tamanho de seu enrijecedor de extremidade,

apenas no comprimento de 20 cm uma semionda pode ser identificada no eixo longitudinal, nos demais comprimentos de barra mais de uma semionda foram identificados.

4.2. ANÁLISE DE PÓS-FLAMBAGEM

As análises dos resultados pós-flambagem também serão apresentadas abaixo de maneira resumida:

Análise geral:

- Para barras com relações geométricas $b_f/b_w = 60\%$, o enrijecedor tipo TP obteve melhores resultados nos valores de F_{cr} e F_u ;
- Para barras com relações geométricas $b_f/b_w = 100\%$, o enrijecedor tipo Z obteve melhores resultados nos valores de F_{cr} e F_u ;
- Em todas as configurações de enrijecedores, houveram ganhos na resistência pós-flambagem;
- As relações geométricas da seção transversal e o comprimento da barra influenciam diretamente na trajetória de estabilidade das curvas elásticas e plásticas;
- Para barras esbeltas, os ganhos de resistência pós-flambagem se mantêm em faixas constantes de valores para diferentes tensões de escoamento, no caso deste trabalho de $f_y = 250$ MPa para 550 MPa e 750 MPa;
- Para barras curtas, os ganhos na resistência pós-flambagem foram significativos apenas para $f_y = 250$ MPa, para $f_y = 550$ e 750 MPa os resultados obtidos não tiveram valores significativos.
- A determinação de valores F_u pelo MRD é um parâmetro importante para comparação dos resultados obtidos pelo MEF. Em todos os casos

ocorreram diferenças de valores onde existe uma influência nas características geométricas da seção transversal e do comprimento da barra.

Barra U_e 100x60x5x1 mm:

- A barra possui relações geométricas $b_f/b_w = 60\%$, dessa maneira o enrijecedor tipo TP obteve melhores resultados no valor de F_{cr} ;
- Houve pouco desvio da trajetória de estabilidade plástica em relação a elástica desde o ponto de bifurcação;
- A melhor configuração para o enrijecedor tipo TP é CF-08, com sua posição em relação a alma de $b_w/4$;
- Para a configuração CF-08, a distribuição de tensões no local onde o enrijecedor foi inserido, obtiveram os menores resultados;
- No caso de F_u , os valores obtidos pelo MEF são em média 12% menores do que os determinados pelo MRD, salientando novamente as relações geométricas $b_f/b_w = 60\%$ e comprimento de 40 cm da barra.

Barra U_e 100x100x10x1 mm:

- A barra possui relações geométricas $b_f/b_w = 100\%$, dessa maneira o enrijecedor tipo V obteve melhores resultados no valor de F_{cr} ;
- Houve um desvio maior da trajetória de estabilidade plástica em relação a elástica desde o ponto de bifurcação;
- A melhor configuração para o enrijecedor tipo TP é CF-03, com sua posição em relação a alma de $b_w/4$;
- Para esta barra, em todas as configurações analisadas, nos locais onde os enrijecedores foram inseridos, os valores das tensões nas chapas

permaneceram praticamente constantes, independentemente do tipo de enrijecedor;

- No caso de F_{tu} , os valores obtidos pelo MEF são em média 13% menores do que os determinados pelo MRD, salientando novamente as relações geométricas $b_f/b_w = 100\%$ e comprimento de 50 cm da barra.

Barra U_e 200x120x10x1 mm:

- A barra possui relações geométricas $b_f/b_w = 60\%$, dessa maneira o enrijecedor tipo TP obteve melhores resultados no valor de F_{cr} ;
- Não ocorreu o desvio da trajetória de estabilidade plástica em relação a elástica desde o ponto de bifurcação devido a barra possuir chapas curtas;
- A melhor configuração para o enrijecedor tipo TP é CF-08, com sua posição em relação a alma de $b_w/4$;
- Para a configuração CF-08, a distribuição de tensões no local onde o enrijecedor foi inserido, obtiveram os menores resultados;
- Nas tensões de escoamento $f_y = 550$ e 750 MPa, os ganhos na resistência pós-flambagem foram bastante inferiores se comparados com $f_y = 250$ MPa da mesma barra ou com as demais analisadas.
- No caso de F_{tu} , os valores obtidos pelo MEF são em média 11% menores do que os determinados pelo MRD, salientando novamente as relações geométricas $b_f/b_w = 60\%$ e comprimento de 20 cm da barra.

5. CONCLUSÃO

O estudo da inserção dos enrijecedores intermediários longitudinais na seção transversal das barras de PFF com seções U_e , teve por proposta inicial a verificação de seu comportamento mediante um conjunto de parâmetros previamente estabelecidos. A utilização de ferramentas como a GBT e o MEF possibilitou a geração de diversas simulações numéricas, onde foi possível observar através de uma criteriosa análise de resultados, os seus comportamentos de estabilidade e de pós-flambagem. Vale novamente salientar que o MRD foi um parâmetro de comparação de resultados essencial na análise de pós-flambagem, fornecendo resultados importantes para os comentários preliminares.

Numa visão geral, a inserção dos enrijecedores intermediários melhora o comportamento das barras em ambas as condições, possibilitando assim maiores aplicações destes perfis em projetos estruturais, com um aumento relativamente pequeno em seu peso, mantendo assim as características iniciais de leveza desejada para estas estruturas.

A designação do chamado “enrijecedor ótimo” depende necessariamente (i) das propriedades da seção transversal e (ii) do comprimento da barra, sendo que após a realização deste estudo pôde-se identificar qual o tipo de enrijecedor mais ou menos adequado para determinadas características geométricas.

De uma maneira geral, pode ser afirmado que a inserção de enrijecedores longitudinais intermediários na alma e/ou mesas da seção transversal de barras PFF melhora significativamente o seu desempenho quanto aos fenômenos de instabilidade local e distorcional. A melhor compreensão na ocorrência destes fenômenos é fundamental e necessita de uma atenção cada vez maior, sendo do interesse da comunidade científica e comunidade técnica em geral (envolvendo profissionais da área de projetos estruturais, fabricantes e executores) a continuidade e desenvolvimento de estudos que aperfeiçoem, melhorem e viabilizem cada vez mais a aplicação deste tipo enrijecimento em perfis de chapa fina, proporcionando estruturas seguras e economicamente viáveis.

5.1. SUGESTÃO DE TRABALHOS FUTUROS

Seguem abaixo alguns tópicos que ficam como sugestão para trabalhos futuros envolvendo a inserção de enrijecedores longitudinais intermediários em PFF:

- (i) A inserção de enrijecedores intermediários longitudinais nas mesas das seções PFF, também avaliando seu formato, quantidade, posicionamento e profundidade;
- (ii) A continuidade nos estudos dos enrijecedores tipo Z. Apesar de sua dupla assimetria, os resultados obtidos neste estudo indicaram uma melhora significativa nas resistências dos perfis;
- (iii) A combinação de enrijecedores tipo V e TP na mesma seção transversal.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE: **Direct Strength Method (DSM), Desing Guide**: Desing Guide CFX-X. January: (2006).

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS: **NBR 14762**: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio. Rio de Janeiro: (2001).

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS: **NBR 14762**: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio. Rio de Janeiro: (2010).

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS: **NBR 6355**: Perfis estruturais de aço formados a frio – Padronização. Rio de Janeiro: (2012).

BARRETA, Carlos Eduardo Aniceto de Serra. **Interacção entre instabilidade local-de-chapa e distorcional em barras de aço enformadas a frio de secção em Z**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico, Lisboa: (2011).

BASAGLIA, Cilmar Donizeti. **Análise não linear de barras e pórticos metálicos utilizando a Teoria Generalizada de Vigas**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico, Lisboa: (2010).

BATISTA, E. M. et al. **Estudos dos modos de instabilidade local de chapa e distorcional em perfis de chapa dobrada de aço**. In: Jornadas Sul Americanas de Engenharia Estrutural, Uruguai, Punta Del Este (p14): (2000).

BEBIANO, Rui; GONÇALVES, Rodrigo; SILVESTRE, Nuno; CAMOTIM, Dinar. **Generalised Beam Theory Research Group**. GBTUL – Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico, Lisboa: (2013).

CHEUNG, Y.K.; THAM, L.G. **The Finite Strip Method**, CRC Press, Boca Raton: (1998)

CHODRAUI, Gustavo Monteiro de Barros. **Flambagem por distorção da seção transversal em perfis de aço formados a frio submetidos à compressão centrada e à flexão**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos: (2003).

CHODRAUI, Gustavo Monteiro de Barros. **Análise teórica e experimental de perfis de aço formados a frio submetidos à compressão**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos: (2006).

DESMOND, T.P.; PEKÖZ, T.; WINTER, G. **Edge stiffeners for thin-walled members**. Journal of the Structural Division, ASCE, v.107, n.2, p.219-263, June: (1981).

FRANÇOZO JR., Helio; BASAGLIA, Cilmar D.; CAMOTIM, Dinar; REQUENA, João Alberto Venegas. **Análise de estabilidade em colunas de aço formadas a frio com seções enrijecidas**. Congresso de Métodos Numéricos em Engenharia, Junho: (2015)

DINIS, Pedro Borges; CAMOTIM, Dinar. **Post-buckling behaviour and strength of cold – formed steel lipped channel columns experiencing distortional/global interaction**. Computers and Structures, n.89, p.422-434, November: (2009)

DINIS, Pedro Borges; CAMOTIM, Dinar. **Cold-formed steel columns undergoing local –distortional coupling: Behaviour and direct strength prediction against interactive failure**. Computers and Structures, n.147, p.181-208, September: (2014)

GARCIA, Rafaela A. S.; LANDESMANN, Alexandre; CAMOTIM, Dinar. **Flambagem distorcional, pós-flambagem e falha de barras de aço com enrijecedores intermediários**. Jornadas Sul Americanas de Engenharia Estrutural, Uruguai, Montevideu (p81): (2014).

GALAMBOS, T.V. **Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures**, 5ª edição – John Wiley & Sons, New York: (1998).

JAVARONI, Carlos Eduardo. **Perfis de aço formados a frio submetidos a flexão: Análise Teórico-Experimental**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos: (1999).

JAVARONI, Carlos Eduardo. **Estruturas de Aço: Dimensionamento de Perfis Formados a Frio** – Elsevier Editora Ltda, Rio de Janeiro: (2015).

HANCOCK, G.J. **Finite strip buckling and nonlinear analyses and distortional buckling analysis of thin-walled structural members, Coupled Instabilities in Metal Structures: Theoretical and Design Aspects**, J. Rondal (Ed.), CISM Course Nº379, 225-289 (part V), Springer-Wien: (1998).

HANCOCK, G. J.; LAU, S. C. W. **Distortional buckling formulas for channel columns**. Journal of Structural Engineering, ASCE, v.125, n.2, p.118-127, February: (1987)

MARTINS, André D.; CAMOTIM, Dinar; DINIS, Pedro Borges. **Behaviour and DSM design of stiffened lipped channel columns undergoing local – distortional interaction**. Computers and Structures, n.128, p.99-118, July: (2016)

MESACASA, Enio C., Jr. **Aplicação da teoria generalizada de vigas (GBT) à análise e dimensionamento de sistemas estruturais de aço**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos: (2016).

NAGAHAMA, Koji de Jesus. **Análise de estabilidade local em perfis de seção aberta e em resina reforçada com fibra de vidro**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Rio de Janeiro: (2003).

PFEIL, Walter; PFEIL, Michèle. **Estruturas de Aço: Dimensionamento Prático de Acordo com a NBR 8800:2008** – Editora LTC, 8ª edição, Rio de Janeiro: (2009).

REIS, António; CAMOTIM, Dinar. **Estabilidade e Dimensionamento de Estruturas** – Edições Orion, Lisboa: (2012).

Swanson Analysis Systems (SAS) (2013). Ansys Reference Manual (vs. 15).

SCHAFER, B.W; MOEN, Z. Li. **Computacional modeling of cold-formed steel, Thin-Walled Structures**, Nº 48, 752-762, Ed. Elsevier: (2010).

SCHARDT, Schardt. **Verallgemeinerte Technische Biegetheorie** – Springer-Verlag, Berlin: (1989).

SCHIEL, Frederico. **Introdução à Resistência dos Materiais** – Editora Harbra, São Paulo: (1984).

SOUZA, Djaniró Álvaro de. **Análise numérica de barras com seções enrijecidas e não-enrijecidas em perfis formados a frio**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto: (2005).

SILVA, Edson Lubas; PIERIN, Igor; SILVA, Valdir Pignatta e. **Estruturas Compostas por Perfis Formados a Frio – Dimensionamento pelo Método das Larguras Efetivas e Aplicação Conforme ABNT NBR 14762:2010 e ABNT NBR 6355:2012** – Centro Brasileiro da Construção em Aço, Rio de Janeiro: (2014).

SILVESTRE, Nuno Miguel Rosa Pereira. **Teoria generalizada de vigas: Formulações, implementação numérica e aplicações**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico, Lisboa: (2005).

TIMOSHENKO, Stephen P.; GERE, James M. **Theory of Elastic Stability** – McGraw W-Hill, second edition: (1963).

VAZ, Luiz Eloy. **Método dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas** – Editora Elsevier, Rio de Janeiro: (2011).