



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL,
ARQUITETURA E URBANISMO

**ESTUDO DA VARIABILIDADE DA TENACIDADE DE CONCRETOS
REFORÇADOS COM FIBRAS DE AÇO POR MEIO DE ENSAIOS À
FLEXÃO EM PRISMAS MOLDADOS E EXTRAÍDOS**

Eduardo Carvalho

Campinas
2012



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL,
ARQUITETURA E URBANISMO

**ESTUDO DA VARIABILIDADE DA TENACIDADE DE CONCRETOS
REFORÇADOS COM FIBRAS DE AÇO POR MEIO DE ENSAIOS À
FLEXÃO EM PRISMAS MOLDADOS E EXTRAÍDOS**

Eduardo Carvalho

Orientador: Prof. Dr. Newton de Oliveira Pinto Jr.

Dissertação apresentada à Comissão de pós-graduação da Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração de Edificações.

Campinas 2012

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE -
UNICAMP

C253e Carvalho, Eduardo
Estudo da variabilidade da tenacidade de concretos
reforçados com fibras de aço por meio de ensaios à
flexão em prismas moldados e extraídos / Eduardo
Carvalho. --Campinas, SP: [s.n.], 2012.

Orientador: Newton de Oliveira Pinto Júnior.
Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e
Urbanismo.

1. Materiais compósitos. 2. Concreto. 3. Fibras de
metal. 4. Variabilidade. I. Pinto Junior, Newton de
Oliveira. II. Universidade Estadual de Campinas.
Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e
Urbanismo. III. Título.

Título em Inglês: Study of the variability of toughness in steel fiber
reinforced concrete by flexural tests in molded and
extracted prisms

Palavras-chave em Inglês: Composite materials, Concrete, Steel fiber,
Variability

Área de concentração: Arquitetura e Construção

Titulação: Mestre em Engenharia Civil

Banca examinadora: Mauro Augusto Demarzo, Romildo Dias Toledo Filho

Data da defesa: 28-03-2012

Programa de Pós Graduação: Engenharia Civil



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL,
ARQUITETURA E URBANISMO

**ESTUDO DA VARIABILIDADE DA TENACIDADE DE CONCRETOS
REFORÇADOS COM FIBRAS DE AÇO POR MEIO DE ENSAIOS À
FLEXÃO EM PRISMAS MOLDADOS E EXTRAÍDOS**

Eduardo Carvalho

Dissertação de Mestrado aprovada pela Banca Examinadora, constituída por:

A handwritten signature in blue ink, belonging to Prof. Dr. Newton de Oliveira Pinto Júnior.

Prof. Dr. Newton de Oliveira Pinto Júnior
Presidente e orientador – Universidade Estadual de Campinas (Unicamp)

A handwritten signature in blue ink, belonging to Prof. Dr. Mauro Augusto Demarzo.

Prof. Dr. Mauro Augusto Demarzo
Universidade Estadual de Campinas (Unicamp)

A handwritten signature in blue ink, belonging to Prof. Dr. Romildo Dias Toledo Filho.

Prof. Dr. Romildo Dias Toledo Filho
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)

Campinas, março de 2012

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer aos meus pais por terem me dado a oportunidade de poder estudar.

Ao professor Newton de Oliveira Pinto Jr. por ter me aceitado como seu aluno, por todo apoio, diretrizes e orientação nessa pesquisa.

À UNICAMP, sobretudo à Faculdade de Engenharia Civil – FEC, que me acolheu desde a graduação iniciada em 1.992.

Ao amigo engenheiro civil Samuel Maimoni de Figueiredo pelo convite de iniciarmos juntos o mestrado na FEC em 2.005.

Ao professor Mauro Augusto Demarzo pela ajuda na área estatística, além da paciência e nível de detalhamento em suas correções tanto na qualificação como na defesa dessa dissertação.

À equipe técnica do laboratório de materiais da FEC, especialmente ao engenheiro civil Marcelo Francisco Ramos pelos inúmeros ensaios efetuados nos corpos de prova.

A todos que direta ou indiretamente me ajudaram...

Estudo da Variabilidade da Tenacidade de Concretos Reforçado com Fibras de Aço por meio de ensaios à flexão em Prismas Moldados e Extraídos

SUMÁRIO

Sumário	v
Lista de figuras	viii
Lista de tabelas	x
Lista de quadros	xii
Lista de símbolos e abreviaturas	xiii
Resumo	xv
Abstract	xvii
1. INTRODUÇÃO	01
1.1 Aspectos Históricos	01
1.2 Materiais Compósitos	02
1.3 Importância do Estudo	03
1.4 Objetivos	04
1.4.1 Objetivo Geral	04
1.4.2 Objetivos Específicos	05
1.5 Resultados Esperados	05
2. COMPÓSITOS REFORÇADOS COM FIBRAS	07
2.1 Aplicações do CRFA	07
2.2 Propriedades Mecânicas do CRFA	08
2.2.1 Resistência à Compressão	08
2.2.2 Resistência à Tração	08
2.2.3 Comportamento na Flexão	08
2.2.4 Material Pseudo-Plástico	09
2.2.5 Trabalhabilidade	10
2.2.6 Durabilidade do CRFA	12

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
3.1 Medidas de Tenacidade	15
3.2 Método JSCE-SF4	18
3.3 Determinação da carga de primeira fissura	21
3.4 Instabilidade pós-pico	22
3.5 Coeficiente de ductilidade	23
3.6 Método RILEM	24
3.6.1 Determinação da resistência de primeira Fissura e Tenacidade	25
3.7 Eficiência do reforço com fibras	28
3.7.1 Comprimento da Fibra	28
3.7.2 Orientação das Fibras	30
3.7.2.1 Efeitos sobre a Orientação das fibras	30
3.7.3 Aderência Fibra-Matriz	31
3.8 Reforço das Fibras	31
3.8.1 Eficiência da Fibra	31
3.9 Volume Crítico	34
3.9.1 O Volume Crítico das Fibras	34
3.10 Características da mistura/matriz de concreto	36
3.11 Empelotamento das fibras	36
 4. FIBRAS DE AÇO	 39
4.1 Características das Fibras Metálicas	39
4.1.1 Tipos de Fibras	39
4.2 Fator de forma da Fibra	40
4.3 Ancoragem mecânica	40
4.4 Múltipla Fissuração	41
 5. MATERIAIS E MÉTODOS	 45
5.1 Materiais	47
5.2 Moldagem dos corpos de prova	47
5.2.1 Corte das lajes para extração dos corpos de prova	51
5.2.2 Preparação dos corpos de prova	53
5.2.3 Limpeza dos corpos de prova	54
5.3 Análise da tenacidade	56
5.4 Ouriços	57
5.5 Taxas de fibras teórica/real	58

6. ANÁLISE ESTATÍSTICA	61
6.1 Adequabilidade ao modelo	64
6.2 Comparações múltiplas	64
6.3 Análise de Variância	66
6.3.1 Valores Críticos de 'F'	66
6.3.2 Análise dos resultados Estatísticos	66
6.3.2.1 Posição dos corpos de prova extraídos da laje	66
6.3.3 Análise de Variância do experimento	69
6.4 Resultados	69
6.4.1 Análise Estatística Preliminar dos CP extraídos	69
6.4.2 Resultados da Análise Estatística para CP extraídos	72
6.5 Apresentação dos resultados	76
7. VALORES CARACTERÍSTICOS	83
7.1 Valores característicos utilizando-se a distribuição 't' de Student	83
7.2 Considerações Finais	97
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	99
Bibliografia Recomendada	102
APÊNDICE A	105
APÊNDICE B	119
APÊNDICE C (Gráficos de Tenacidade)	145

Lista de Figuras

Figura 1.1 – ‘Agar Quf’	01
Figura 2.1 – Comportamento elástico e elastoplástico ideal de um compósito na flexão com as respectivas distribuições de tensão e deformação	10
Figura 3.1 – Ilustração da tensão de cisalhamento (τ) na interface da fibra: região sem fissura (τ_{au}) e tensão por atrito (τ_{fu}) na região fissurada	16
Figura 3.2 – Visão Esquemática do Método JSCE-SF4 (1984) e ASTM de ensaio de flexão em prismas	18
Figura 3.3 – Prensa com deformação controlada e controle eletrônico de medida de deslocamento vertical (LVDT)	19
Figura 3.4 – Critério JSCE-SF4 (1984) para determinação do fator de tenacidade	20
Figura 3.5 – Visão Esquemática do Método RILEM (Carga de Primeira Fissura)	21
Figura 3.6 – Disposição da monitoração das medidas de deslocamento	25
Figura 3.7 – Determinação da tenacidade para o nível de deslocamento δ_2	27
Figura 3.8 – Determinação da tenacidade para o nível de deslocamento δ_3	27
Figura 3.9 – Tensão ao longo da fibra, em função de seu comprimento	29
Figura 3.10 – Fibra inclinada com uma fissura	30
Figura 3.11 – Configuração de uma fibra parcialmente descolada e diagramas das tensões de cisalhamento e atrito na interface fibra-matriz	33
Figura 3.12 – Esquema de deformações e distribuição de tensões de cisalhamento elásticas ao longo da interface fibra-matriz	34
Figura 4.1 – Tipos de fibras de aço existentes, com as duas seções disponíveis	39
Figura 4.2 – Microfissuras próximas a fibra com ancoragem mecânica	41
Figura 4.3 – Processo de múltiplas fissuras e a curva resultante em um compósito “fraco”	42

Figura 5.1 (a) e (b) – Acréscimo das fibras no caminhão betoneira para as novas taxas de fibras (redosagens das taxas)	46
Figura 5.2 – Formas niveladas para a concretagem	48
Figura 5.3 – Visão esquemática da laje e os corpos de prova extraídos (prismáticos)	49
Figura 5.4 (a) e (b) – Vibração da laje e dos C.P. prismáticos	51
Figuras 5.5 – Detalhe da máquina de corte de concreto	52
Figura 5.6 (a) e (b) – Corte dos corpos de prova nas lajes	52
Figura 5.7 (a) e (b) – Corte dos corpos de prova nas lajes	53
Figura 5.8 – Corpos de prova numerados e início da separação dos corpos cortados da laje	54
Figura 5.9 (a) e (b) – Corpos de prova ainda com a borra do pó de concreto oriundo do corte por via úmida (a) e corpos de prova limpos (b)	55
Figura 5.10 – Detalhe de ouriço em CP cortado (taxa de 20 kg/m ³)	57
Figura 5.11 – Fibras do concreto para serem quantificadas	58
Figura 5.12 (a) e (b) – Fibras sendo separadas para posterior análise das taxas de fibras reais	58
Figura 6.1 – Definição das diferentes posições dos corpos de prova extraídos da laje	67
Figura 6.2 – Visão esquemática da numeração dos corpos de prova extraídos da laje	68
Figura 6.3 – Valores de Tenacidade para o teor de fibras de 20 kg/m ³	76
Figura 6.4 – Valores de $f_{ctm,fl}$ para o teor de fibras de 20 kg/m ³	77
Figura 6.5 – Valores de Tenacidade para o teor de fibras de 30 kg/m ³	78
Figura 6.6 – Valores de $f_{ctm,fl}$ para o teor de fibras de 30 kg/m ³	79
Figura 6.7 – Valores de Tenacidade para o teor de fibras de 40 kg/m ³	80
Figura 6.8 – Valores de $f_{ctm,fl}$ para o teor de fibras de 40 kg/m ³	81

Lista de Tabelas

Tabela 5.1 – Teores de fibras de aço incorporados aos concretos	59
Tabela 7.1 – Valores de ‘t’ a partir dos níveis de confiança	84
Tabela 7.2 – Valores Característicos da Tenacidade (FT) para o teor de fibras de 20 kg/m ³	84
Tabela 7.3 – Valores Característicos da Tenacidade (FT) para o teor de fibras de 20 kg/m ³	85
Tabela 7.4 – Valores Característicos da Resistência à flexão ($f_{ctm,fl}$) para o teor de fibras de 20 kg/m ³	85
Tabela 7.5 – Valores Característicos da Resistência à flexão ($f_{ctm,fl}$) para o teor de fibras de 20 kg/m ³	86
Tabela 7.6 – Valores Característicos do Coeficiente de Ductilidade (R_e) para o teor de fibras de 20 kg/m ³	86
Tabela 7.7 – Valores Característicos do Coeficiente de Ductilidade (R_e) para o teor de fibras de 20 kg/m ³	87
Tabela 7.8 – Valores Característicos da Tenacidade (FT) para o teor de fibras de 30 kg/m ³	87
Tabela 7.9 – Valores Característicos da Tenacidade (FT) para o teor de fibras de 30 kg/m ³	88
Tabela 7.10 – Valores Característicos da Resistência à flexão ($f_{ctm,fl}$) para o teor de fibras de 30 kg/m ³	88
Tabela 7.11 – Valores Característicos da Resistência à flexão ($f_{ctm,fl}$) para o teor de fibras de 30 kg/m ³	89
Tabela 7.12 – Valores Característicos do Coeficiente de Ductilidade (R_e) para o teor de fibras de 30 kg/m ³	89
Tabela 7.13 – Valores Característicos do Coeficiente de Ductilidade (R_e) para o teor de fibras de 30 kg/m ³	90
Tabela 7.14 – Valores Característicos da Tenacidade (FT) para o teor de fibras de 40 kg/m ³	90

Tabela 7.15 – Valores Característicos da Tenacidade (FT) para o teor de fibras de 40 kg/m ³	91
Tabela 7.16 – Valores Característicos da Resistência à flexão ($f_{ctm,fl}$) para o teor de fibras de 40 kg/m ³	91
Tabela 7.17 – Valores Característicos da Resistência à flexão ($f_{ctm,fl}$) para o teor de fibras de 40 kg/m ³	92
Tabela 7.18 – Valores Característicos do Coeficiente de Ductilidade (R_e) para o teor de fibras de 40 kg/m ³	92
Tabela 7.19 – Valores Característicos do Coeficiente de Ductilidade (R_e) para o teor de fibras de 40 kg/m ³	93
Tabela 7.20 – Valores Característicos da Tenacidade (FT) para os corpos de prova extraídos	93
Tabela 7.21 – Valores Característicos da Resistência à flexão ($f_{ctm,fl}$) para os corpos de prova extraídos	94
Tabela 7.22 – Valores Característicos do Coeficiente de Ductilidade (R_e) para os corpos de prova extraídos	94
Tabela 7.23 – Comparação entre os valores Característicos da Tenacidade (FT) dos corpos de prova moldados (6 c.p.) com os valores médios dos corpos de prova extraídos (30 c.p.)	95
Tabela 7.24 – Comparação entre os valores Característicos da Resistência à flexão ($f_{ctm,fl}$) dos corpos de prova moldados (6 c.p.) com os valores médios dos corpos de prova extraídos (30 c.p.)	95
Tabela 7.25 – Comparação entre os valores Característicos do Coeficiente de Ductilidade (R_e) dos corpos de prova moldados (6 c.p.) com os valores médios dos corpos de prova extraídos (30 c.p.)	96

Lista de Quadros

Quadro 3.1: Métodos para determinação da tenacidade dos CRFA	17
Quadro 5.1: Resumo dos traços Ensaitados	49
Quadro 6.1: Quadro de ANOVA, com uma variável Bloco	63
Quadro 6.2: Quadro de ANOVA	70
Quadro 6.3: Resultados dos valores de Tenacidade para a taxa de 20 kg/m^3	74
Quadro 6.4: Quadro de ANOVA	74
Quadro 6.5 : Valores do Coeficiente de Variação para o teor de fibras de 20 kg/m^3 (FT e $f_{\text{ctm,fl}}$)	78
Quadro 6.6 : Valores do Coeficiente de Variação para o teor de fibras de 30 kg/m^3 (FT e $f_{\text{ctm,fl}}$)	80
Quadro 6.7 : Valores do Coeficiente de Variação para o teor de fibras de 40 kg/m^3 (FT e $f_{\text{ctm,fl}}$)	81

Lista de Símbolos e Abreviaturas

Nessa seção se encontra a simbologia geral utilizada nesse trabalho. Os símbolos mais específicos (principalmente em fórmulas e equações) se encontram nos respectivos capítulos onde são apresentadas, de modo a facilitar a sua compreensão.

b : Largura na seção de ruptura do corpo de prova

T_b : Tenacidade

δ_{tb} : deslocamento vertical (flecha) equivalente ao nível de $L/150$

δ : deslocamento

η_l : Eficiência do comprimento da fibra no concreto

h : Altura seção de ruptura do corpo de prova

L : Vão do corpo de prova durante o ensaio

l : Comprimento da fibra

l : Comprimento do corpo de prova

d : Diâmetro da fibra

f_{ck} : Resistência característica à compressão do concreto

$f_{ctm,fl}$: Resistência à flexão do concreto (sem adição de fibras)

FT (ou $f_{equ,fl}$): fator de tenacidade na flexão

P_{1f} : Carga de primeira fissura

R_e : Coeficiente de ductilidade

σ : tensão no concreto

M : Momento

I : Momento de inércia

y : Altura da seção solicitada

E_{sec} : Módulo de Elasticidade (calculada pelo método secante)

τ : Tensão de cisalhamento entre a fibra e a matriz de concreto

V_f : Volume de fibras de aço no concreto

CRF: Concreto Reforçado com Fibras

CRFA: Concreto Reforçado com Fibras de Aço

FF: Fator de forma da fibra

LVDT: Linear Variable Displacement Transducer
ABNT: Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI: American Concrete Institute
ASTM: American Society for Testing and Materials
JCSE: Japan Society of Civil Engineers
EFNARC: European Federation of Producers and Applicators of Specialist
Products for Structures
NBR: Norma Brasileira
RILEM: International Union of Laboratories for Materials and Experts in
Construction Materials, System and Structures
LSD: Diferença Menos Significativa

ESTUDO DA VARIABILIDADE DA TENACIDADE DE CONCRETOS REFORÇADOS COM FIBRAS DE AÇO POR MEIO DE ENSAIOS À FLEXÃO EM PRISMAS MOLDADOS E EXTRAÍDOS

Resumo

O concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) tem seu principal campo de aplicação nos pisos industriais e pavimentos. Em função das características de redistribuição de esforços que apresentam tais estruturas – placas apoiadas sobre uma base elástica – é possível a substituição total das armaduras convencionais pelas fibras de aço, acelerando o processo executivo e garantindo sua segurança e durabilidade.

A introdução das fibras de aço nos concretos tem como principal função modificar o comportamento do compósito quando solicitado a esforços de flexão, transformando um material de natureza frágil em dúctil, ou seja, com capacidade de absorção de energia. A ductilidade desse compósito é usualmente quantificada pela medida de tenacidade do material em ensaios de tração na flexão, obtida com velocidade de deformação controlada, condição fundamental para avaliação do comportamento do compósito após sua fissuração.

É importante salientar que a tenacidade do **CRFA** é fortemente influenciada pela distribuição das fibras na matriz de concreto, distribuição esta que é sensivelmente diferente em corpos de prova prismáticos moldados, utilizados para o controle de qualidade da obra, do que a encontrada nas estruturas dos pisos ou pavimentos.

As propriedades do CRFA são expressas assumindo essa distribuição randomizada das fibras. Não obstante, em corpos de prova de tamanhos padronizados, ocorrem os efeitos de parede, também chamados de **efeitos de borda**. Esses efeitos consistem no alinhamento das fibras junto ao fundo e às laterais do corpo de prova, tornando o arranjo das fibras de aço nesses locais comprometido em virtude desses efeitos de parede. Com isto ocorre um aumento induzido no desempenho do compósito dado o alinhamento das fibras à direção principal de tensão durante a flexão.

Buscando analisar a influência que a distribuição das fibras tem sobre a tenacidade do material, foram moldadas placas com dimensões que simulem os pisos e pavimentos

(com três distintos teores de fibras: 20, 30 e 40 kg/m³), das quais foram extraídos prismas para determinação da suas tenacidades, que serão comparadas com as obtidas em prismas moldados.

Os resultados foram cotejados estatisticamente, através da análise de variância, para estabelecimento das correlações existentes e suas influências sobre a tenacidade do compósito.

Não há **norma nacional** para ensaios e utilização do CRFA que especifiquem e normatizem o seu uso. Dessa maneira, em virtude dos resultados dos valores de tenacidade terem sido com **grande variabilidade**, propusemos **valores característicos** para serem utilizados no controle executivo de obra.

Palavras-chave: Concreto Reforçado com Fibras de Aço; Tenacidade; Variabilidade.

STUDY OF THE VARIABILITY OF TUGHNESS IN STEEL FIBER REINFORCED CONCRETE BY FLEXURAL IN MOLDED AND EXTRACTED PRISMS

Abstract

The steel fiber reinforced concrete (SFRC) has in the industrial slabs-on-ground and the pavements its main field of application. Regarding the features of such structures and the redistribution of the resulting forces - slabs supported on elastic base - the complete substitution of the conventional armors for steel fibers has been possible saving time of the executive process, nevertheless security and durability also guaranteed.

The introduction of steel fibers in the concrete has the mainly feature of modifying the behavior of the composite when requested the flexural efforts, transforming a material of fragile nature into ductile, which means; with capacity of energy absorption. The ductility of this composite usually is quantified by the measurement of the toughness of the material in tensile stress in the flexural tests, obtained by controlled speed deformation, basic condition for evaluation of the behavior of the composite afterwards fissuration.

It is important to point out that the toughness of the **SFRC** is mainly influenced by the distribution of fibers in the concrete matrix, distribution that is significantly different in prismatic specimen molded, used for the control of the quality of the construction, of what found in the structures of the slabs-on-ground and the pavements.

The properties of the SFRC are express assuming this randomly distribution of the fibers. However, in specimen of standard sizes the wall effect occurs, also calls of **edge effect**. These effects consist in the alignment of the fibers next to botton and to the laterals of the specimen. This occurs with an induced increase in the performance of the composite given the alignment of fibers on the main direction of tension during flexion.

In this way, an induced increase in the performance of the composite given the alignment of staple fibers to the main direction of tension occurs during the flexural test, becoming the arrangement of steel fibers in these places compromised due to these wall effects.

Searching to analyze the influence that the distribution of staple fibers has on the toughness of the material, plates with dimensions were molded that simulate the slabs-on-ground and pavements (with three distinct staple fiber texts: 20, 30 and 40 kg/m³), of which prisms for determination of its toughness will be extracted, that will be compared with the gotten ones in molded specimen.

The results will be statistically analyzed through the analysis of variance for establishment of the existing correlations and its influences on the toughness of the composite.

There is no **national standard** for testing and use of the SFRC that specify and regulate their use. Thus, given the results of toughness values have been with **great variability**, we propose **characteristic values** for the application in executive control of building works.

Keywords: Steel Fiber Reinforced Concrete; Toughness, Variability.

Introdução

1.1 Aspectos históricos

A idéia de se reforçar materiais mais fracos na tração em comparação à compressão, com o intuito de melhorar as suas propriedades mecânicas, é bem antiga.

Há aproximadamente 3.500 anos, tijolos secos ao Sol reforçados com palha foram usados para construir uma edificação com atuais 45 m, mas que originalmente acredita-se que tivesse mais de 80 m de altura, chamada de ‘Agar Quf ’ (próximo onde hoje fica Bagdá – capital do Iraque).



Figura 1.1 - ‘Agar Quf ’

Fonte: <http://www.arthistory.upenn.edu>
Acessado 04/2005.

A maioria dos compósitos tem como objetivo melhorar as suas características mecânicas (rigidez, tenacidade, resistência em temperaturas ambientes e a altas temperaturas, resistência ao impacto, resistência à tração, fadiga, etc). Unindo propriedades de materiais distintos (princípio da ação combinada), o uso dos materiais compósitos está associado a uma necessidade de melhor combinação das propriedades mecânicas em comparação ao comportamento dos materiais isolados.

Na era moderna, a partir do início do século XX, um material compósito muito difundido foi o fibrocimento. Foi desenvolvido em 1901 pelo industrial austríaco Ludwig Hatschek. Basicamente é o emprego de fibras de amianto crisotila, uma fibra mineral natural, com teores em torno de 10% dispersas em uma matriz de cimento. Aliando a alta resistência e módulo de elasticidade das fibras com a aderência na matriz, os materiais de fibrocimento se tornam resistentes com pouca espessura, consequentemente leves e com baixo custo.

O amianto crisotila (diferentemente do amianto anfíbolio e outros tipos, todos proibidos no Brasil) ainda é muito utilizado em nosso país para a confecção de elementos como telhas, peças acessórias para telhado e caixas d'água.

1.2 Materiais Compósitos

Um compósito é um material multifásico, composto por duas ou mais fases: uma sendo a **matriz**, contínua e envolvendo a outra fase, chamada de fase **dispersa**. As fases constituintes devem ser quimicamente diferentes e separadas por uma interface distinta.

O próprio concreto é um material compósito comum, onde de forma convencional temos o cimento Portland funcionando como aglomerante, a partir de sua hidratação com a água, dos agregados: graúdo (brita) e miúdo (areia).

Em termos de tecnologia, os compósitos mais importantes são aqueles em que a fase dispersa se encontra na forma de uma **fibra** (CALLISTER, 2002).

Nos últimos trinta e cinco anos, os estudos dos Concretos Reforçados com Fibras (CRF) têm se desenvolvido consideravelmente, com a fabricação de diversos tipos de fibras de aço para várias finalidades.

Principalmente a partir do início do século passado, as tecnologias modernas começaram a exigir dos materiais propriedades que não são atendidas pelos materiais separados como nas áreas de transportes, aeroespacial, subaquáticas, construção, etc.

1.3 Importância do Estudo

Uma das características mais importantes dos Concretos Reforçados com Fibras de Aço (CRFA) ocorre após a fissuração da matriz, com as fibras transferindo tensões para micro regiões menos solicitadas. Desta maneira, o principal papel das fibras se refere ao aumento da **tenacidade** do compósito, absorvendo energia de deformação antes de sua ruptura.

É importante salientar que a **tenacidade** do CRFA é fortemente influenciada pela distribuição das fibras na matriz de concreto, distribuição esta que é sensivelmente diferente em corpos de prova prismáticos moldados, utilizados para o controle da qualidade da obra, do que a distribuição das fibras encontrada nas estruturas de CRFA dos pisos ou pavimentos.

O arranjo das fibras de aço nesses corpos de prova moldados fica comprometido em virtude dos efeitos de parede (efeitos de borda). Esses efeitos consistem no alinhamento das fibras junto ao fundo e às laterais do corpo de prova. Com isto ocorre um aumento induzido no desempenho do compósito dado o alinhamento das fibras à direção principal de tensão durante a flexão.

Para a quantificação da tenacidade, as normas internacionais existentes atualmente divergem em vários pontos (como a forma e dimensões do corpo de prova, cálculo da carga de primeira fissura, aplicação da carga, medidas da tenacidade), não havendo um consenso sobre os ensaios e suas análises. Embora o uso do CRFA esteja bem difundido no Brasil, não existe uma **norma nacional** para ensaios e utilização do CRFA que especifiquem e normatizem o seu uso.

Também não há normas para as **propriedades mecânicas do CRFA** (existe apenas uma norma brasileira que enfoca as **propriedades do material** das fibras de aço - NBR 15530:2007).

Nas principais universidades de nosso país, o CRFA vem sendo amplamente pesquisado em suas características mecânicas, trabalhabilidade e dosagens, em seus mais diversos campos de aplicação. Conforme citado por Nunes (2006), pode-se destacar os estudos da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP), da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Escola de Engenharia de São Carlos (EES-USP) e Universidade Federal de Santa Catarina. Também é necessário se avaliar o comportamento do CRFA nas estruturas, para a obtenção de dados mais significativos da situação real de obra; além da necessidade de definição de uma metodologia executiva.

Em virtude disso, a carência de conhecimentos mais minuciosos do comportamento do CRFA nas estruturas evidencia a necessidade de estudos mais aprofundados e as suas correlações entre os **corpos moldados** e **extraídos**, para controle de obra, justificando assim a realização desta pesquisa.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo Geral

O objetivo desta pesquisa é determinar as alterações e variações da tenacidade dos corpos de prova moldados e extraídos das lajes, estas com dimensões que simulam as distribuições das fibras que ocorrem nos pisos e pavimentos. Para se quantificar a tenacidade dos corpos de prova e o controle de qualidade de execução foi utilizada a **norma japonesa** (JSCE-SF4, 1984a).

1.4.2 Objetivos Específicos

I.) Como o corte dos corpos de prova encarece o custo de controle, iremos propor **valores característicos** para serem utilizados na metodologia executiva do uso do CRFA.

Com esses **valores característicos** será proposto **dar confiabilidade** ao material, utilizando-se como método estatístico a Análise de Variância (Analysis of Variance - ANOVA), através da análise comparativa dos resultados de laboratório e os de campo.

II.) Nas moldagens de corpos de prova de tamanhos padronizados há um aumento induzido na tenacidade devido ao alinhamento das fibras junto à direção principal de tensão durante a flexão. Isso se reflete na confiabilidade do real comportamento do compósito na estrutura. Dessa maneira, iremos analisar a variabilidade das médias das amostras ensaiadas.

1.5 Resultados esperados

A partir dos resultados dos ensaios em corpos de prova **moldados** (em formas com dimensões padronizadas) e **extraídos** (oriundos de uma laje) e com os resultados analisados estatisticamente, espera-se proporcionar **confiabilidade**; com a finalidade de **controle executivo de obra** para a execução das diversas finalidades do CRFA: pavimentos, pisos industriais, revestimento de túneis, pontes, produtos pré-moldados, obras de grande porte, etc.

2 Compósitos Reforçados com fibras - CRF

O concreto simples é constituído de 3 fases distintas: os agregados graúdos e miúdos dispersos na matriz de cimento Portland; este último funcionando como aglomerante e envolvendo as outras fases. É um material de aplicação restrita na construção de estruturas pelo fato de possuir resistência à tração bastante baixa (cerca de 8 a 12 vezes menor que a resistência à compressão). Entretanto, a sua associação com fibras de aço (material de elevada resistência à tração) permite que o conjunto (sendo agora um compósito reforçado com fibras) possa resistir aos esforços tanto de compressão como de tração, melhorando a sua qualidade quanto à **tenacidade**, ou seja, consumindo grande energia de deformação antes de sua ruptura.

Fundamentalmente, com o incremento da capacidade portante pós-fissuração, **as fibras** atuando no concreto têm como principal função “a **transferência** das tensões nas áreas **fissuradas** da matriz para seções menos solicitadas do compósito, atuando como ‘**pontes de transferência de tensões**’. Destarte, o uso das fibras no concreto proporciona a prevenção de uma ruptura brusca do concreto, com o consequente aumento da tenacidade do compósito” (BENTUR e MINDESS, 1990).

2.1 Aplicações do CRFA

Na indústria da construção civil, há atualmente um grande número de aplicações para o uso dos Concretos Reforçados com Fibras de Aço (CRFA).

Dentre elas, podemos enumerar aplicações tradicionais como pisos industriais, pavimentos de rodovias, pontes e aeroportos, inclusive os seus eventuais reparos e recapeamentos, revestimento de túneis, produtos pré-moldados, incluindo tubulações para escoamento de esgoto e águas pluviais.

Além disso, segundo Bentur e Mindess (1990), apesar do custo do concreto poder se elevar ao se utilizar as fibras em aplicações especiais, o CRFA pode ser utilizado em obras de grande porte, como barragens (eventuais manutenções e reparos), ensecadeiras, estudos

experimentais de adição de fibras no CCR (Concreto Compactado a Rolo) e até mesmo alguns concretos para fins arquitetônicos.

2.2 Propriedades Mecânicas do CRFA

2.2.1 Resistência à compressão

O acréscimo de fibras no concreto em teores baixos, considerados usuais (de 20 a 60 kg/m³ de concreto), exerce influência desprezível na resistência à compressão do CRFA. Com teores em volume de 2 a 3% (o que equivale a um consumo de fibras em torno de 157 a 235 kg/m³ de concreto), essa contribuição é considerada muito pequena (BENTUR e MINDESS, 1990). Apenas com altas taxas de fibras é que há um melhor desempenho do concreto referente à sua resistência à compressão.

O principal papel das fibras ocorre após a fissuração da matriz, onde as fibras transferem tensões para micro-regiões menos solicitadas, tornando-o dúctil e aumentando a tenacidade à flexão do compósito.

2.2.2 Resistência à tração

Conforme a disposição das fibras em relação à direção da tensão, estas influenciam na resistência à tração, visto que a fibra disposta na direção da carga é mais eficiente do que posicionada perpendicularmente em relação à mesma.

Nas moldagens dos corpos de prova padronizados, de pequenas dimensões, dado o alinhamento das fibras junto ao fundo e às laterais do corpo de prova (efeito de parede), pode induzir a resultados inexatos em relação ao valor verdadeiro no comportamento do compósito dentro da estrutura, objeto de estudo da presente pesquisa.

2.2.3 Comportamento na flexão

Há pesquisas que apontam uma melhora na resistência à flexão, com acréscimo na resistência à primeira fissura e na resistência última do compósito. Entretanto, outras investigações indicam haver um acréscimo desprezível em sua resistência. Isso em virtude da

teoria de flexão simples não ser totalmente aplicável ao CRFA, em virtude do comportamento após a fissuração desses compósitos.

A tração na flexão do compósito fissurado é dada pela somatória de pequenas forças provenientes das fibras que trabalham como ponte de transferência de tensão ao longo da fissura. Os ensaios de flexão são recomendados para se quantificar a tenacidade do CRFA e, além de serem mais simples, eles simulam as condições de carregamento para várias aplicações práticas do CRFA, como pisos e pavimentos (ACI 544.2R, 1989).

2.2.4 Material Pseudo-plástico

A teoria de flexão simples não pode ser aplicada fielmente no CRF, em virtude do comportamento pós-fissuração desses compósitos. Na **figura 2.1**, a seguir, temos o comportamento de materiais elástico e elastoplástico ideais, com a mesma resistência à tração.

A partir da primeira fissura no compósito, a teoria de flexão não é mais aplicável, pois muda o seu comportamento à flexão. A distribuição de tensão presente na figura mostra que quando o limite elástico na curva de um material elástico ideal é alcançado, este entra em ruptura (colapso). No entanto, o material elástico-plástico pode continuar a suportar cargas adicionais. Isso é acompanhado por modificações da distribuição da tensão, com a linha neutra se deslocando para cima e a distribuição da tensão tomando uma forma retangular.

Como resultado, a carga versus deslocamento vertical (flecha) em um material elastoplástico vai continuar a elevar-se além do limite elástico. Assim, a ductilidade associada ao comportamento pseudo-plástico leva a um aumento na capacidade de suporte de carga em relação ao material plástico ideal, apesar de sua resistência à tração não ser muito maior que a do material plástico ideal.

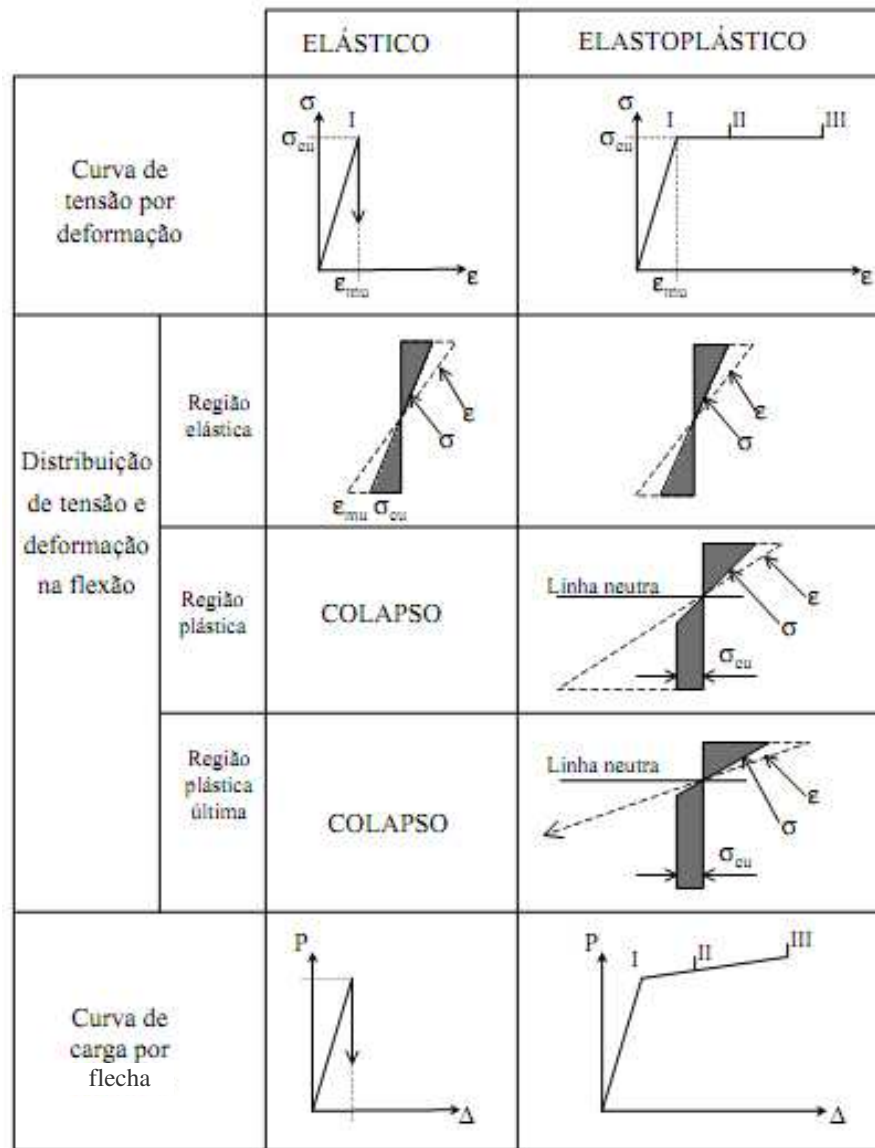


Figura 2.1: Comportamento elástico e elastoplástico ideal de um compósito na flexão com as respectivas distribuições de tensão e deformação BENTUR e MINDESS (1990) *apud* FIGUEIREDO (2000).

2.2.5 Trabalhabilidade

A adição de qualquer tipo de fibra no concreto simples altera a sua consistência, reduzindo a sua trabalhabilidade. As fibras tendem a endurecer a mistura, deixando-a com um

aspecto aparentemente rígido em modo estático, embora o CRF responda bem quando submetido à vibração (BENTUR e MINDESS, 1990).

Em virtude da considerável área superficial das fibras, para se fluidificar a mistura do CRF é necessária uma maior quantidade de água, aumentando assim suas respectivas áreas de molhagem.

Para uma mesma taxa de fibras, quanto menor o diâmetro das fibras, maior a área superficial das mesmas. E quanto maior o comprimento das fibras, mais consistente se torna a mistura.

Assim, a perda de trabalhabilidade do CRF é proporcional ao volume inserido de fibras no concreto (MEHTA e MONTEIRO, 1994) e do fator de forma (FF) das fibras, conforme comprovado experimentalmente por Ceccato *et al.* (1997).

Pelo ACI (*American Concrete Institute*, 544.2R, 1989); são descritos três diferentes ensaios para se avaliar a trabalhabilidade do CRF:

1) Abatimento do tronco de cone (NBR 7223), conhecido como ‘slump test’. Este método pode não ser eficaz para se medir a consistência do concreto com altas taxas de fibras. Ceccato *et al.* (1997) demonstrou a taxa limite de 60 kg/m^3 para se utilizar esse método;

2) Cone de abatimento invertido (ASTM C995-94a). O CRF é submetido à vibração, sendo medido o tempo em que o mesmo passa pelo cone invertido.

Para o controle de qualidade no campo de aplicação, o método do cone invertido é o mais indicado para aplicações em campo (BENTUR e MINDESS, 1990).

Estudos mais recentes desenvolvidos por Ceccato *et al.* (1997), demonstraram que este ensaio de cone invertido não é adequado para quaisquer teores de fibras:

- Em um concreto muito plástico, este passa sem dificuldades pela extremidade inferior do cone, anulando o ensaio.

- Em um concreto muito consistente, o mesmo acaba entupindo essa extremidade do cone, também inviabilizando o ensaio.

Temos que o ensaio VeBe é considerado por muitos especialistas como o mais adequado para se avaliar as propriedades do concreto fresco ou, em outras palavras, a sua trabalhabilidade (BENTUR e MINDESS, 1990; MEHTA *et al.*, 1994; CECCATO *et al.*, 1997; STANG *et al.*, 2000; FIGUEIREDO, 2000; 2005) .

A trabalhabilidade do CRF também é diminuída ao se aumentar o tamanho e o volume do agregado graúdo na mistura.

Conforme já foi descrito, normalmente em muitos usos do CRFA, em virtude das fibras, a mistura é utilizada em consistências muito baixas. No entanto, segundo Mehta e Monteiro (1994), o seu lançamento e a posterior compactação se dão em condições satisfatórias, sendo acima do que se poderia esperar em virtude dessa baixa consistência.

2.2.6 Durabilidade do CRFA

A expectativa de vida útil dos materiais na construção, dependendo da sua função e magnitude, é, no mínimo, de várias décadas.

Sendo o CRFA um compósito relativamente novo na indústria da construção, surgem dúvidas quanto à sua durabilidade, visto que a experiência quanto ao comportamento do CRFA em serviço após longos períodos de tempo não é tão vasta (BENTUR e MINDESS, 1990). A maior preocupação se dá no tocante à corrosão das fibras próximas à superfície dos elementos, particularmente em ambientes agressivos, como estruturas em contato com água salgada, corrosivas (esgoto) ou mesmo em situações atípicas no Brasil, como congelamentos-degelos.

Em peças submersas no mar, não foram encontrados problemas. Nas áreas onde ocorrem a alternância de presença e ausência do mar, a corrosão depende da extensão de eventuais fissuras no concreto.

Figueiredo (2005) sugere que parte dessas dúvidas sobre durabilidade do CRFA não está fundamentada tecnicamente e se origina, por exemplo, ao serem observadas fibras oxidadas na superfície de túneis e pavimentos. Não obstante, visto que o seu confinamento na matriz de concreto se dá em um ambiente bem alcalino (pH em torno de 12,5), a durabilidade das fibras no interior do sistema estará assegurada.

A oxidação dessas fibras nas camadas mais afloradas se dá devido à carbonatação superficial do concreto nesses ambientes.

A partir dos tamanhos reduzidos das fibras, essa oxidação superficial não será suficiente para fragmentar a superfície da estrutura, garantindo assim a integridade dessa camada (BENTUR e MINDESS, 1990; FIGUEIREDO, 2005).

Com o intuito de se avaliar o comportamento do CRFA, Bentur e Mindess (1990) citam serem necessários testes simulando a aceleração do tempo.

As fibras, independente do tipo, reduzem a propagação de fissuras (NEVILLE, 1982; BENTUR e MINDESS, 1990; MEHTA e MONTEIRO, 1994); e reduzem a exsudação (TANESI, *apud* FIGUEIREDO, 2005).

De acordo com Neville (1982), temos que a exsudação pode não vir a ser necessariamente prejudicial. Se a água em sua ascensão durante a exsudação carrear partículas finas do cimento, formará um acúmulo de nata de cimento em sua superfície. Desta maneira, esta nata de cimento será muito porosa e conseqüentemente fraca, tornando uma camada superficial sem resistência, que poderá vir facilmente a esfarelar, sendo prejudicial ao concreto. Todavia, se **a água evaporar sem alteração na matriz de concreto**, a relação água/cimento irá diminuir, com conseqüente aumento de resistência do compósito.

Com as fibras restringindo a propagação de fissuras na matriz e reduzindo a exsudação, haverá uma menor entrada de agentes agressivos. Com isso, haverá um aumento da durabilidade do compósito. Assim, como cita Figueiredo (2005), é de se esperar que compósitos de CRFA apresentem um desempenho superior em relação à sua durabilidade quando comparado ao concreto com armadura convencional.

Nemegeer, Vanbrabant e Stang (2001) realizaram, na Universidade Técnica da Dinamarca (Technical University of Denmark- DTU) amplos estudos em condições adversas sobre a durabilidade do CRFA, com análise microscópica, a respeito da corrosão das fibras em concretos fissurados. Os ambientes expostos foram em condição normal, água desmineralizada + ar; água desmineralizada + CO₂; 5% NaCl + CO₂, com fissuras da ordem de até 0,5 mm de largura e idades de 6, 12 e 18 meses.

A análise propiciou diferentes tipos de corrosão para se estimar o grau de corrosão (profundidades da corrosão) das fibras e análise da resistividade do concreto (resistência específica). Dentre as conclusões verificadas, destacaremos as mais relevantes:

- Em todas as amostras estudadas, as micro-regiões das fibras oxidadas acontecem em áreas carbonatadas com pequenas profundidades (de 1 a 2 mm do concreto), em virtude do pH nesses locais ser inferior a 9. Destarte, o fator preponderante para a corrosão nas fibras tende a ser o tipo de concreto utilizado na matriz.

- Nas fissuras com mais de 0,5 mm de largura, foi verificado não terem efeitos contundentes de corrosão.

- Após 18 meses da exposição, não há diminuição da resistência das fibras, independente de suas condições de exposição.

3 Revisão Bibliográfica

3.1 Medidas de Tenacidade

Alguns autores definem a **tenacidade** como a área total sob a curva tensão por deformação específica (POLAKOWSKI e RIPLING, 1966 *apud* FIGUEIREDO, 2000), gerando a energia absorvida por unidade de volume. Figueiredo (2000) explicou que isto só seria aplicável experimentalmente, por exemplo, para o ensaio de tração direta do aço, onde a deformação medida ocorre na mesma direção da tensão principal, sendo esta facilmente determinada. Em concretos reforçados com fibras de aço é muito difícil realizar a determinação da tensão após a fissuração da matriz (BENTUR e MINDESS, 1990; FIGUEIREDO, 2000); pois, conforme será apresentado adiante, a transferência de tensão é diferente antes e depois da fissuração da matriz: antes da fissuração, trabalha no sistema elástico, por aderência.

Já, depois da fissuração, o atrito entre a fibra e a matriz começa a acontecer, com a fibra passando a “transferir” tensões de áreas fissuradas para áreas menos solicitadas, desempenhando seu papel no compósito.

A transição da transferência de tensão elástica para tensão de atrito ocorre quando a tensão de cisalhamento (devido ao carregamento) é excedida na resistência do compósito (fibra-matriz).

Na **figura 3.1** a seguir, vemos uma ilustração das tensões de cisalhamento com o deslocamento no arrancamento da fibra, com as tensões nas regiões sem fissura e já na micro-região fissurada, sendo:

τ_{au} - Tensão de cisalhamento (aderência) da fibra-matriz (máxima tensão antes de fissurar);

τ_{fu} - Tensão de cisalhamento após a fissuração do compósito, passando a trabalhar por atrito (na prática, τ_{fu} se reduz com altas cargas- estágio de carga avançada).

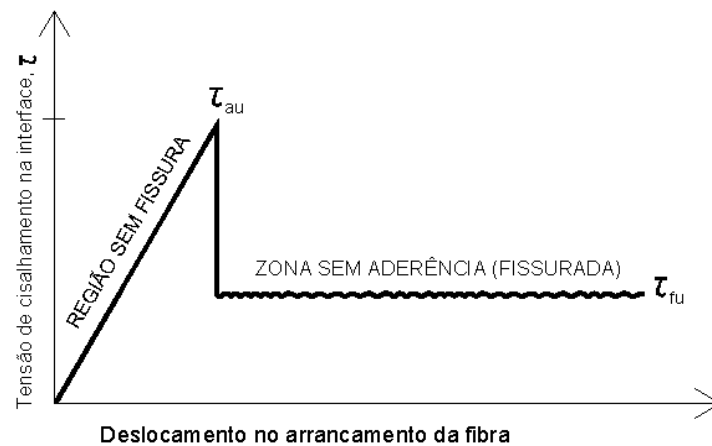


Figura 3.1 - Ilustração da tensão de cisalhamento (τ) na interface da fibra: região sem fissura (τ_{au}) e tensão por atrito (τ_{fu}) na região fissurada (BENTUR e MINDESS, 1990).

Na medida da Tenacidade, para os compósitos, a definição mais aceita atualmente a interpreta como a área sob a curva carga por deslocamento vertical (flecha) (ACI, 1988; BENTUR MINDESS, 1990; BALAGURU e SHAH, 1992), que representa o trabalho dissipado no material até certo nível de deslocamento. Tal valor é o utilizado na avaliação dos compósitos e possui a desvantagem básica de depender das dimensões do corpo de prova, bem como do sistema de aplicação dos esforços. Será esse o método a ser utilizado nos ensaios de flexão.

A seguir, no **quadro 3.1**, é apresentado um quadro resumido dos principais métodos de medidas de tenacidade:

Quadro 3.1: Métodos para determinação da tenacidade dos CRFA(adaptado de ROBINS, 1995 *apud* FIGUEIREDO, 2000):

Método	Forma do corpo de prova	Dimensões (mm)*	Parâmetros monitorados	Medida da tenacidade
ASTM C1018	Prisma (duas cargas)	b=h=100 L=300 ℓ =350	Carga x Flecha média medida no meio do vão ou nos cutelos	Relação entre a energia absorvida para valores múltiplos da flecha da 1ª fissura e fatores de resistência residual
RILEM	Prisma com entalhe (Uma carga no meio do vão)	b=h=150 L=500 ℓ =550	Carga x Flecha média medida no meio do vão e/ou Carga x abertura de fissura (CMOD)	Área sob a curva carga x flecha, baseada em dois níveis de deslocamento. Carga de 1ª fissura como maior valor no intervalo de flecha ou abertura de fissura de 0 a 0,05 mm
JSCE SF-4	Prisma (duas cargas nos terços)	b=h=100 ou 150 L=300 ou 450 ℓ =380 ou 500	Carga x Flecha média medida no meio do vão	Energia absorvida até uma flecha equivalente de L/150. Fator de tenacidade para uma flecha equivalente de L/150.
EFNARC	Prisma	b=125 h=75 L=450 ℓ =600	Carga x Flecha média medida no meio do vão	Resistência residual para valores de flecha de 0,5 mm a 4 mm
	Placa	b= ℓ =600 h=100 L=500x500	Carga x Flecha média medida no meio do vão	Energia absorvida até uma flecha de 25 mm

* b = largura do corpo-de-prova

h = altura do corpo-de-prova

L = vão do corpo de prova durante o ensaio

 ℓ = comprimento total do corpo de prova

Nesse estudo, iremos nos basear nas normas JSCE-SF4 e na RILEM. Dessa maneira, segue um resumo desses dois métodos.

3.2 Método JSCE-SF4

Ambos os métodos (ASTM e JSCE-SF4) são realizados em corpos de prova prismáticos carregados segundo quatro cutelos, alterando-se os critérios de medida do trabalho pós-fissuração do concreto.

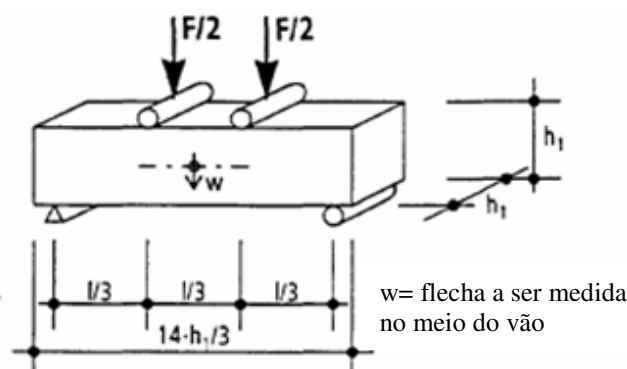


Figura 3.2: Visão Esquemática do Método JSCE-SF4 (1984a) e ASTM C1018 (1994b) de ensaio de flexão em prismas.

Para a aplicação da carga, geralmente é aplicada no sentido perpendicular à direção de moldagem, como forma de minimizar o efeito do acúmulo das fibras que podem vir a se acumularem no fundo da forma sob o efeito da gravidade durante a vibração. É indicado o uso de mesa vibratória para a vibração dos espécimes.

Para uma maior acuidade na medição dos deslocamentos verticais para o levantamento da curva de carga por deslocamento vertical (flecha) são utilizados sensores (transdutores). Destarte, é recomendável a utilização de controle eletrônico de deslocamento através de um transdutor do tipo LVDT (*Linear Variable Displacement Transducer* ou *Linear Variable Differential Transformers*) apoiados em um suporte metálico denominado “Yoke”, conforme mostra a **figura 3.3** a seguir.

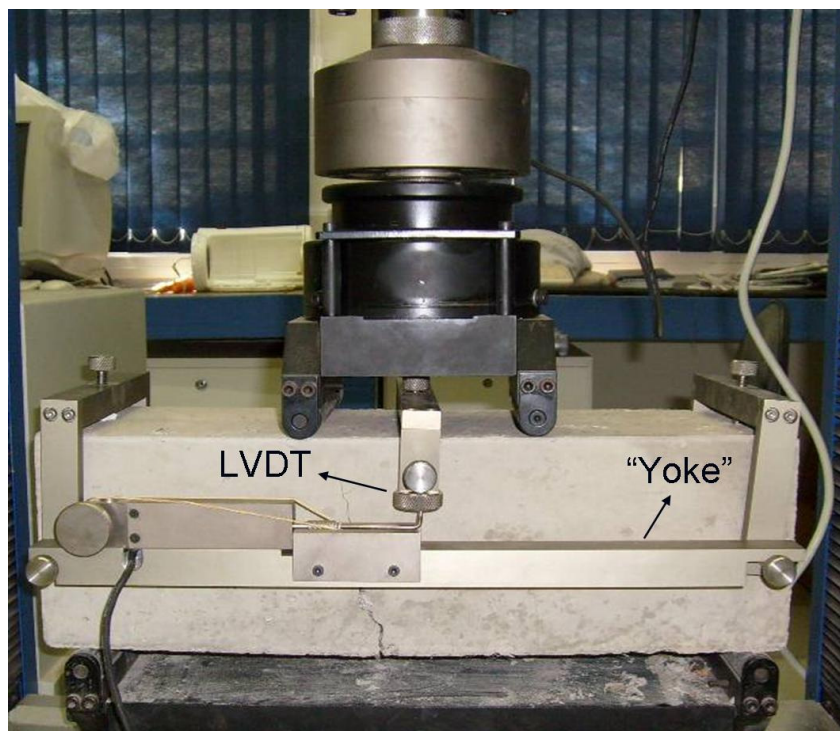


Figura 3.3: Prensa com deformação controlada e controle eletrônico de medida de deslocamento vertical (LVDT).

A recomendação japonesa (JSCE-SF4, 1984a) apresenta a quantificação da tenacidade, com o valor do **fator de tenacidade (FT)**, ou resistência equivalente à flexão ($f_{equ.fl}$), que é obtido pela área total (T_b), medida em Joules ou kgf.cm, até o deslocamento equivalente a $L/150$. A velocidade de ensaio, segundo a norma japonesa é de 1/1.500 a 1/3.000 do vão por minuto, correspondendo à taxa de 0,15 mm/min a 0,30 mm/min para o vão de 450 mm.

Se o comprimento da fibra for menor ou igual a 40 mm, o corpo de prova a ser ensaiado terá seção de 100 x 100 mm e comprimento 400 mm (vão de 300 mm).

Se o comprimento da fibra for maior que 40 mm, o corpo de prova a ser ensaiado terá seção de 150 x 150 mm e comprimento 500 mm (vão de 450 mm).

O caso de $L=300$ fornece uma flecha de 2 mm ($L/150$); e o caso de $L=450$ fornece uma flecha de 3 mm ($L/150$). Ou seja, depende da geometria dos moldes. O valor de T_b deve entrar na equação para obtenção do valor do fator de tenacidade FT.

Como T_b é dividido por δ_{tb} , que é o deslocamento vertical de referência para sua determinação, isto resulta no valor médio de carga a que o compósito suportou durante sua deformação. Assim:

$$FT = \frac{T_b}{\delta_{tb}} \times \frac{L}{bh^2} \quad (\text{Eq.3.1})$$

onde:

FT (ou $f_{\text{equ.,fl}}$) = fator de tenacidade na flexão (kgf/cm^2) ($\text{N/mm}^2 = \text{MPa}$),

T_b = Tenacidade (kgf.cm) ($\text{kN.mm} = \text{J}$) (Área sob a curva),

δ_{tb} = flecha (deslocamento vertical) equivalente a $L/150$ (cm) (mm),

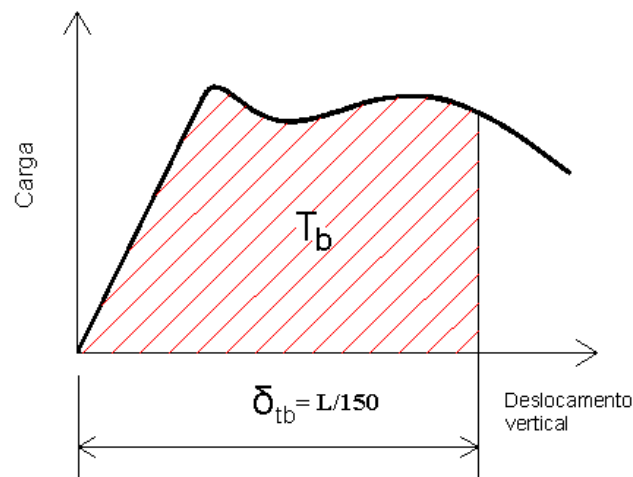
b = largura na secção de ruptura do corpo de prova (cm) (mm),

h = altura secção de ruptura do corpo de prova (cm) (mm),

L = vão do corpo de prova durante o ensaio (cm) (mm).

Obs: Se a amostra romper antes de alcançar a deformação especificada, a área imediatamente antes da ruptura será utilizada.

No caso da amostra romper antes de alcançar a flecha especificada, δ_{tb} será $L/150$ do vão da amostra.



**Figura 3.4 - Critério JSCE-SF4 (1984a) para determinação do fator de tenacidade.
(Área sob a curva).**

3.3 Determinação da carga de primeira fissura

Efetivamente, a carga de primeira fissura fica muito difícil de ser avaliada, visto que na realidade, com a carga sendo aplicada, ocorre um processo de múltipla fissuração da matriz. Dessa maneira, assim como o método proposto pela **RILEM** (apresentado a seguir), é feito uma reta correspondente ao trecho elástico do compósito e traçada uma paralela deslocada 0,05 mm no eixo da abscissa (correspondente ao deslocamento vertical), conforme é mostrado na **figura 3.5** a seguir. (Nessa figura, para melhor visualização, foi colocado apenas o final do trecho elástico em uma escala maior (assim como as paralelas) para uma melhor visualização e definição da carga de primeira fissura).

É retirado o maior valor desse intervalo, correspondente à carga de primeira fissura. Com essa metodologia evita-se a avaliação visual para determinação da carga de primeira fissura, como o proposto pela ASTM C1018 (1994b) (neste método, a carga de primeira fissura se situa no final do trecho elástico na curva carga por deslocamento vertical).

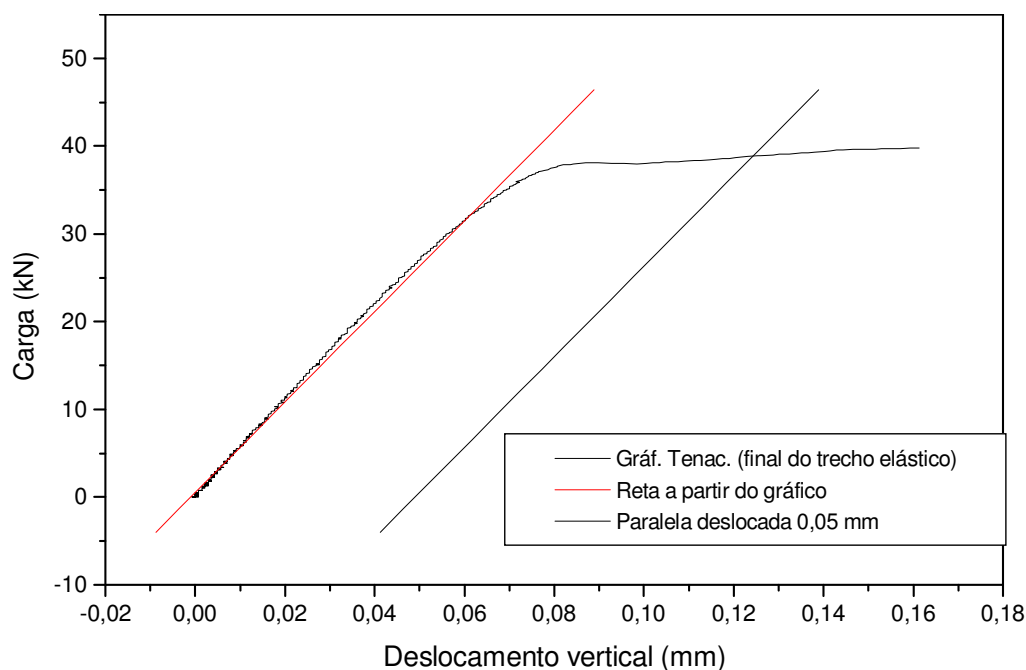


Figura 3.5 – Visão esquemática do método RILEM
(Definição de Carga de primeira fissura).

Nessa pesquisa foi necessário utilizar em alguns gráficos de tenacidade de corpos de prova moldados e extraídos o método proposto pela **RILEM**, com as figuras apresentadas no **Apêndice B**.

Uma das grandes vantagens da JSCE-SF4 (1984a) é não levar em consideração o deslocamento vertical de primeira fissura para o cálculo do Fator de Tenacidade. É também menos influenciado pela instabilidade pós-pico, pois para os deslocamentos verticais utilizados nessa norma (2 ou 3 mm) a interferência em virtude dessa instabilidade é em menor magnitude.

3.4 Instabilidade Pós-Pico

Após a ruptura da matriz, as fibras passam a atuar no compósito, absorvendo tensão e transmitindo para áreas menos solicitadas. Destarte, ocorre a súbita transferência de carga da matriz para a fibra com conseqüente aumento do deslocamento vertical. Os transdutores (LVDTs) recebem um pequeno impacto que podem atingir até 0,5 mm. Nesse instante da ruptura, ocorre um aumento no deslocamento vertical com os transdutores (LVDTs), sendo denominado de **instabilidade pós-pico**.

A instabilidade pós-pico pode ser descrita como uma estimativa acima do que realmente acontece após a fissuração da matriz (FIGUEIREDO, 2000). Neste momento ocorre a abrupta transferência de carga da matriz para a fibra com uma conseqüente elevação da deflexão.

Dessa maneira, há um incremento na carga que o corpo de prova de fato suporta. De acordo com Figueiredo (2000), esse impacto sentido pelos transdutores (LVDTs) é maior em máquinas hidráulicas em comparação com máquinas de sistema de carregamento rígido.

Como restrição, a norma japonesa apresenta o fato de avaliar o CRFA para uma única deformação, com uma elevada abertura de fissura (BANTHIA e TROTTIER 1995a *apud* FIGUEIREDO, 2000), tornando as avaliações do comportamento do CRFA diferente das condições reais de utilização do mesmo nas estruturas (além de depender da geometria do corpo de prova).

Não obstante, mesmo com essas restrições, a JSCE-SF4 (1984a) continua sendo muito utilizada como padrão de avaliação dos CRF, sobretudo para controle executivo de obras (sendo esse método utilizado nessa pesquisa).

Cálculo da resistência à flexão (equivalente ao comportamento do concreto sem a adição de fibras, visto que é utilizada a carga de primeira fissura).

$$f_{ctm,fl} = \frac{P_{1f}.L}{bh^2} \quad (\text{Eq. 3.2})$$

onde:

$f_{ctm,fl}$ = Resistência à flexão do concreto	(kgf/cm ²)	(N/mm ² = MPa),
P_{1f} = Carga de primeira fissura (área sob a curva)	(kgf.cm)	(kN.mm = J),
b = largura na secção de ruptura do corpo de prova	(cm)	(mm),
h = altura secção de ruptura do corpo de prova	(cm)	(mm),
L = vão do corpo de prova durante o ensaio	(cm)	(mm).

3.5 Coeficiente de Ductilidade

É a relação entre o fator de tenacidade (FT), ou resistência equivalente à flexão ($f_{equ,fl}$) e a resistência à flexão.

$$R_e = \frac{f_{equ,fl}}{f_{ctm,fl}} \quad (\text{Eq. 3.3})$$

3.6 Método RILEM

De acordo com o método da RILEM Technical Committes TC 162-TDF (2002), o teste de flexão é executado em uma peça de concreto de seção transversal 150 mm x 150 mm, de comprimento igual a 550 mm, bi-apoiada (apoios em distâncias simétricas a 25 mm das faces transversais da peça). A vibração do concreto nos corpos de prova deverá ser externa.

Para a aplicação da carga durante o ensaio, assim como indicado pela norma japonesa, o corpo de prova também deve ser tombado em 90° em relação à superfície de moldagem como forma de minimizar o efeito do acúmulo das fibras que podem vir a se acumularem no fundo da forma.

É feito um entalhe (corte) no sentido transversal da peça de 25 mm de profundidade, de modo a ocasionar um acúmulo de tensões. Tal entalhe é sempre usado como uma variável de controle do ensaio e feito no eixo transversal da peça a ser ensaiada. A distância original entre os pontos de referência para a medida da abertura de fissura (CMOD - Crack Mouth Opening Displacement) tem o comprimento máximo de 40 mm, se utilizando de sensores para a medição do deslocamento vertical (transdutores do tipo LVDT), assim como determina a norma japonesa (JSCE-SF4, 1984a).

Os dois suportes de apoio são cilíndricos, confeccionados em aço, com um diâmetro de 30 mm \pm 1mm para minimizar o efeito de rotação. No local de aplicação da tensão, há um terceiro cilindro de aço conforme mostra a **figura 3.6**.

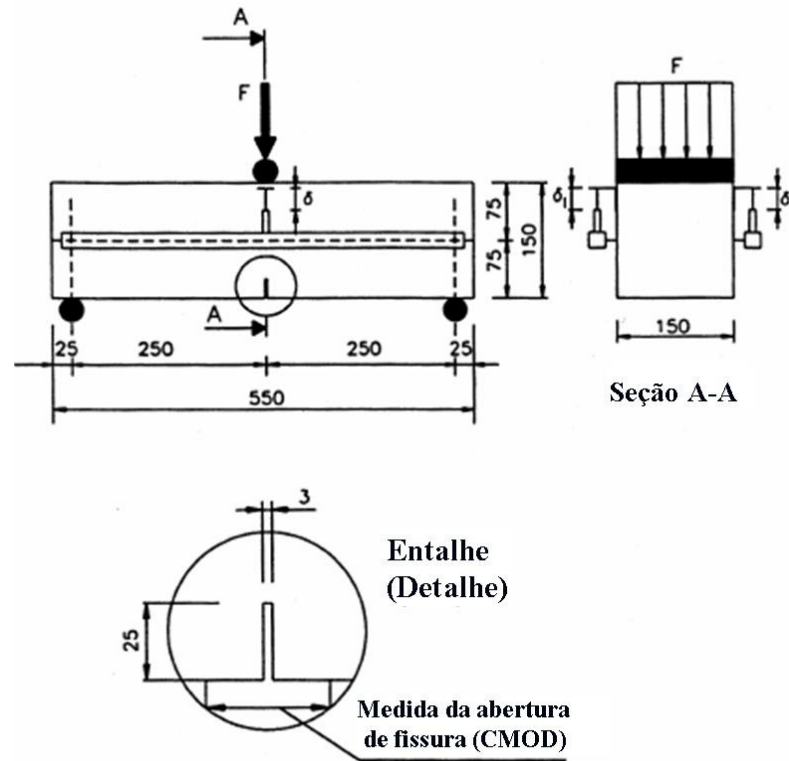


Figura 3.6 - Disposição da monitoração das medidas de deslocamento (Método RILEM).

3.6.1 Determinação da resistência na Primeira fissura e da Tenacidade

A carga no limite de proporcionalidade (F_L expresso em N), que é a carga de 1ª fissura, é determinada por:

$$F_{fct, L} = \frac{3F_L L}{2bh_{sp}^2} \quad (\text{expresso em N/mm}^2) \quad (\text{Eq. 3.4})$$

onde:

b = largura da amostra (mm);

h_{sp} = distância entre ponta do entalhe e topo de seção transversal (mm).

F_L é igual ao valor mais alto da carga no intervalo (deslocamento vertical ou CMOD- abertura de fissura) de 0,05 mm. O momento no meio do vão da viga de teste (correspondente a F_L) é dado por:

$$M_L = \frac{F_L \cdot L}{2} \quad (\text{Eq. 3.5})$$

onde

L = vão de ensaio da amostra (mm),

Da resistência dos materiais:

$$\sigma = \frac{M}{I} \cdot y \quad (\text{Eq. 3.6})$$

chegamos a:

$$F_{\text{ct},L} = \frac{3F_L L}{2bh_{\text{sp}}^2} \quad (\text{expresso em N/mm}^2) \quad (\text{Eq. 3.7})$$

onde:

b = largura da amostra (mm);

h_{sp} = distância entre a ponta do entalhe e o topo da seção transversal (mm).

A capacidade de absorção de energia $D_{\text{BZ},2}$ ($D_{\text{BZ},3}$) é igual à área debaixo da curva de carga-flecha até atingir uma flecha δ_2 (δ_3) (**Figura 3.7**).

$D_{\text{BZ},2}$ ($D_{\text{BZ},3}$) consiste em duas partes:

- Concreto simples $\Rightarrow D_{\text{BZ}}^b$ (N.mm);
- Influência de fibras de aço $\Rightarrow D_{\text{BZ},2}^f$ e $D_{\text{BZ},3}^f$ (N.mm).

A linha que divide as duas partes pode ser simplificada como uma linha "direta" que conecta o ponto na curva que corresponde a F_L e o ponto na abscissa " $\delta_L + 0,3$ mm."

δ_L é a flecha no limite de proporcionalidade. As flechas δ_2 e δ_3 estão definidas como:

$$\delta_2 = \delta_L + 0,65 \text{ mm} = \delta_L + 0,3 + 0,35 \text{ (Figura 3.7).}$$

$$\delta_3 = \delta_L + 2,65 \text{ mm} = \delta_L + 0,3 + 2,35 \text{ (Figura 3.8).}$$

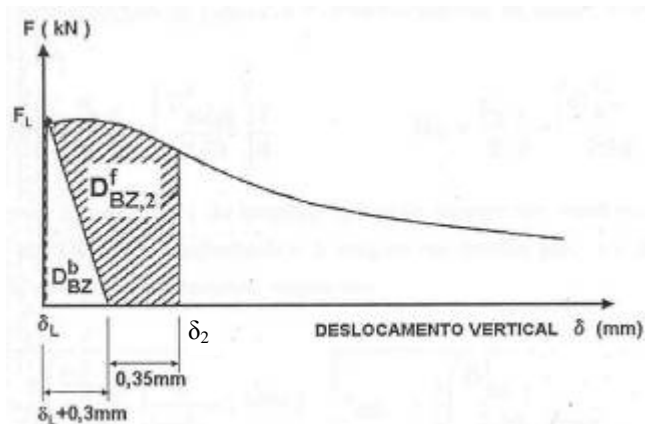


Figura 3.7 – Determinação da tenacidade para o nível de deslocamento δ_2 .

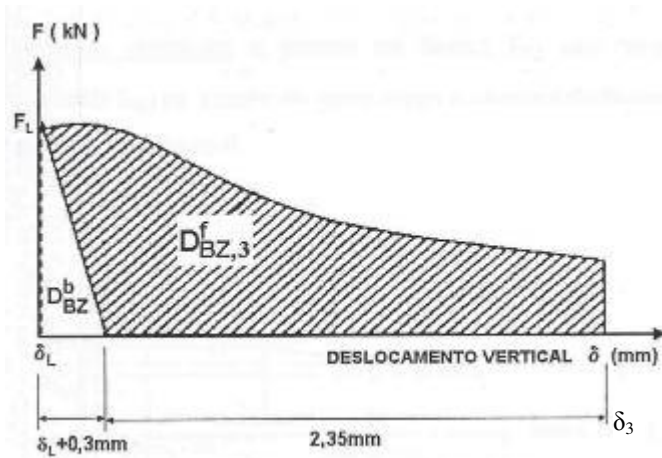


Figura 3.8 – Determinação da tenacidade para o nível de deslocamento δ_3 .

3.7 Eficiência do reforço com fibras

No CRFA as fibras ficam distribuídas aleatoriamente na matriz. Por ser uma distribuição randômica, as fibras ficam dispersas em inúmeras inclinações em relação à direção principal de carga, podendo proporcionar diferentes comportamentos do CRFA mediante as diferentes solicitações que o compósito venha a receber.

Segundo Bentur e Mindess (1990), a contribuição destas fibras pequenas e inclinadas nas propriedades mecânicas do compósito é menor em comparação com a distribuição de fibras longas e orientadas paralelamente à carga - a eficiência de fibras curtas e inclinadas é menor.

A eficiência do reforço da fibra se baseia no aumento da **resistência**, e o aumento da **tenacidade** do compósito, comparados com a matriz frágil. Deve-se atentar para o fato que o aumento de resistência ocorre apenas **com altas taxas de fibra**.

Esses efeitos dependem dos seguintes fatores:

- **Comprimento da fibra**
- **Orientação das fibras**
- **Aderência fibra-matriz**

Esses três fatores são dependentes entre si, pois os efeitos de tamanho da fibra e orientação relacionam-se com a aderência.

3.7.1 Comprimento da fibra

O tamanho da fibra é um parâmetro importante para se avaliar a transferência de tensão para áreas menos solicitadas do compósito.

O comprimento crítico da fibra (ℓ_c) pode ser definido como o comprimento mínimo da fibra para fornecer uma resistência igual à carga de ruptura.

Modelos indicam que a transferência de tensão aumenta de forma linear das extremidades para o centro da fibra (KELLY *apud* BENTUR e MINDESS, 1990; FIGUEIREDO, 2000).

Na **figura 3.9**, a seguir, há a representação da tensão ao longo da fibra na matriz, em função do comprimento.

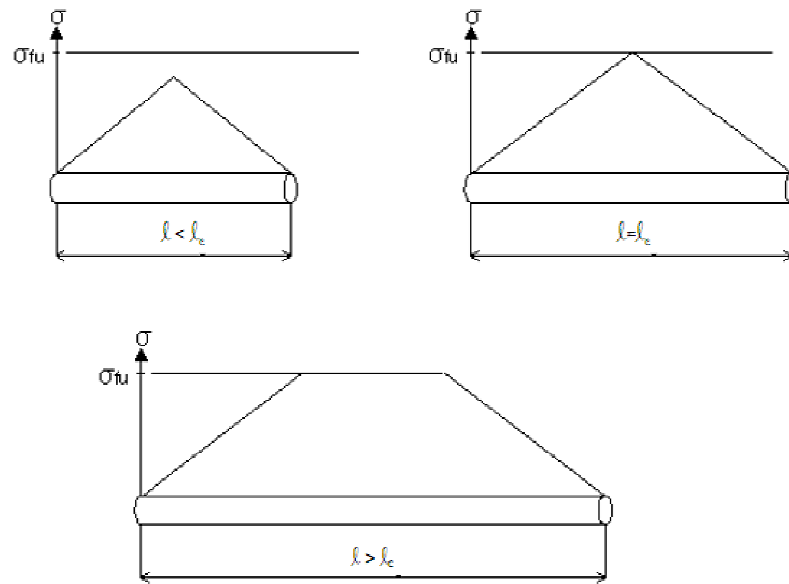


Figura 3.9 - Tensão ao longo da fibra, em função de seu comprimento (BENTUR e MINDESS, 1990).

Caso a fibra tenha comprimento menor que o crítico ($l < l_c$), a tensão no compósito gerando uma carga de arrebatamento na fibra, não excederá a resistência da fibra, sendo esta arrancada do compósito. A partir do comprimento crítico ($l \geq l_c$), a resistência à tração da fibra será alcançada, aumentando a sua eficiência dentro do compósito, sendo indicado o comprimento da fibra acima do crítico $l > l_c$ (**Figura 3.9**). Deste modo, as fibras serão rompidas ao invés de arrancadas. Kelly *apud* Bentur e Mindess (1990) investigou quantitativamente essa questão, verificando que a energia consumida na fratura da fibra é pequena quando comparada com a energia para o seu arrancamento. Destarte, há a mudança no modo ação de arrebatamento para ruptura da fibra, resultando em uma redução na energia para o rompimento do compósito, o que o torna mais frágil.

3.7.2 Orientação das fibras

3.7.2.1 Efeitos sobre a orientação das fibras em relação à direção do esforço de tração

A eficiência da fibra no compósito está diretamente relacionada com a sua inclinação em relação ao esforço principal de tensão. A máxima eficiência se traduz com a fibra perfeitamente alinhada em relação à direção da carga e a mínima eficiência com a mesma em posição perpendicular à tensão.

Segundo Bentur e Mindess (1990), em um ângulo qualquer (θ) em relação à carga, tem-se;

- Fibras mantêm um ângulo constante ao longo de seu comprimento;
- Fibras exibem uma flexão no local da fissura devido a restrições geométricas.

O ângulo constante acontece mais no caso de pré-fissura, enquanto as flexões locais ocorrem principalmente no caso de pós-fissura.

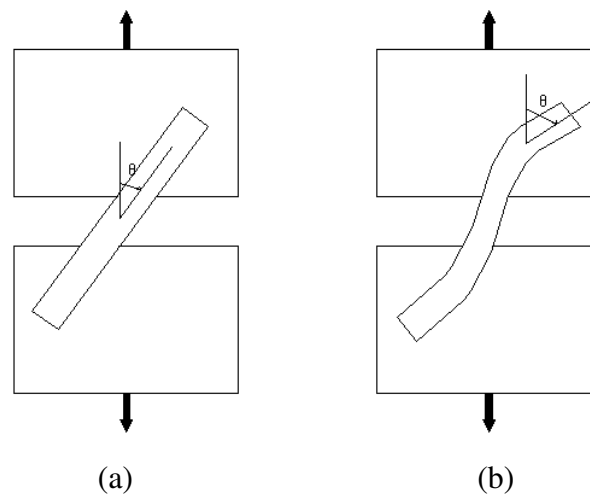


Figura 3.10 - Fibra inclinada com uma fissura:

(a) Orientação constante da fibra através da fissura;

(b) Flexão da fibra pela fissura;

(BENTUR e MINDESS, 1990).

3.7.3 Aderência fibra-matriz

A aderência entre a fibra e a matriz no compósito é de grande importância para o comportamento sob tensão do compósito. Uma matriz fraca pode proporcionar uma aderência inadequada na interface fibra-matriz, com o possível descolamento da fibra, conforme será descrito a seguir, no item **3.7 – Reforço das fibras**. A partir desse momento, passará de elástica (por aderência) para o sistema por atrito.

3.8 Reforço das fibras

3.8.1 Eficiência da fibra

Segundo Bentur e Mindess (1990), a eficiência das fibras nas propriedades mecânicas em uma matriz de concreto é definida pelo modo de transferência de tensão da matriz para a fibra. E, em estados mais avançados de carga onde a matriz encontra-se fissurada, a transferência de tensão pelas fibras para áreas menos solicitadas da matriz.

Os modelos desenvolvidos pelos pesquisadores geralmente propõem uma solução analítica simulando a interação fibra-matriz. Estes modelos são baseados na geometria do arrancamento da fibra, ou seja, como se fosse um efeito de tração simples. A partir dessas representações, resulta um entendimento sobre a eficiência da fibra no compósito.

A solução analítica analisa uma matriz como se fosse homogênea e uniforme. Sabemos que não é, pois a microestrutura da matriz nessa zona de transição é um pouco diferente daquela na maior parte da matriz, portanto, invocando efeitos que não são sempre previstos pelos modelos analíticos que assumem uma matriz uniforme pela superfície da fibra. A pasta de cimento hidratado é uma reunião heterogênea de partículas, filmes, micro-cristais e elementos sólidos, ligados entre si por uma massa porosa, portanto, contendo vazios (PAULON, 2005).

A importância dos poros e sua estrutura são muito importantes no estudo da microestrutura do concreto, sobretudo na zona de transição (MEHTA, 1994).

Essa região da zona de transição se estende radialmente para fora da superfície do agregado gráudo até a microestrutura da pasta, tendo uma espessura de aproximadamente 50 μm (PAULON, 2005).

A zona de transição é a região mais fraca do concreto, sendo assim o local aonde vão se originar e propagar as fissuras com o aumento de solicitação no compósito.

No campo da engenharia, a eficácia da fibra é expressa como um fator de eficiência, com valores entre 0 e 1, onde se compara o efeito de reforço de fibras curtas e inclinadas, com o reforço esperado para fibras contínuas alinhadas paralelamente à carga.

Há os fatores η_l (eficiência de comprimento, também encontrado na bibliografia como η_1) e η_θ (eficiência na inclinação, também representados por η_2) que podem ser determinados empiricamente ou com base em cálculos analíticos.

Em compósitos frágeis, com a matriz menos resistente que as fibras, a transferência de tensão é diferente antes e depois da fissuração da matriz.

Antes da fissuração, durante os primeiros estágios de carregamento o sistema trabalha no sistema elástico, por aderência e, portanto, as fibras ainda não estão sendo solicitadas. Ocorre uma tensão de cisalhamento que se distribui em todo o compósito. Haverá o descolamento das fibras quando as tensões de cisalhamento na interface fibra-matriz exceder o limite de resistência ao cisalhamento do compósito. A partir desse momento, passará de elástica para o sistema por atrito. Na **figura 3.11** a seguir, é ilustrada uma fibra parcialmente descolada com as respectivas tensões atuantes.

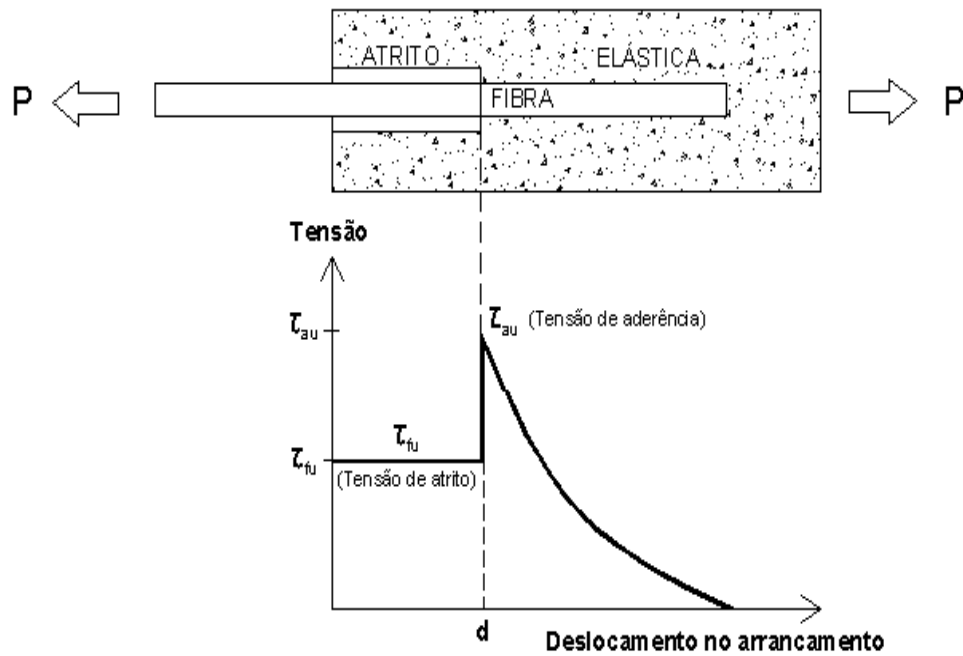


Figura 3.11 - Configuração de uma fibra parcialmente descolada e diagramas das tensões de cisalhamento e atrito na interface fibra-matriz (BENTUR e MINDESS, 1990).

A representação ao redor das deformações de fibras antes e depois do carregamento é mostrada na **figura 3.12**. Nas extremidades da fibra, a tensão de cisalhamento é máxima, e no centro é nula, porém, há uma situação ambígua na fig. 12 b onde a tensão de cisalhamento tende a se anular antes do centro da fibra (BENTUR e MINDESS, 1990).

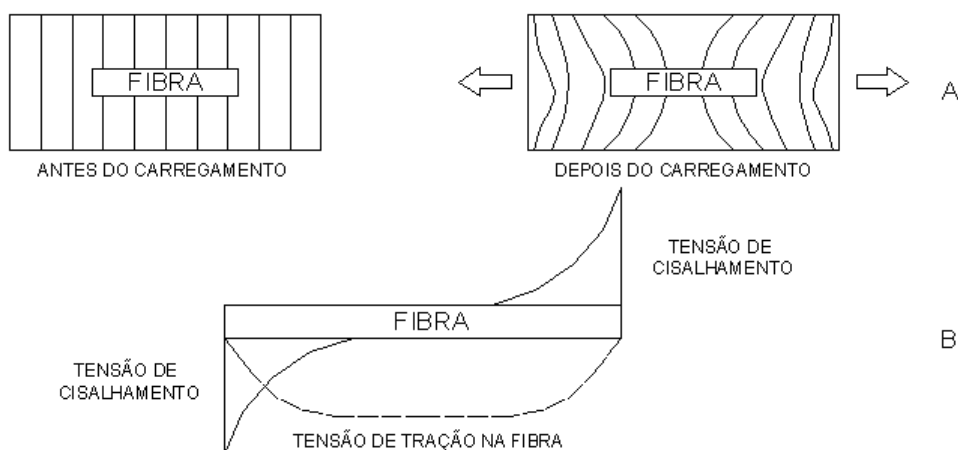


Figura 3.12: Esquema de deformações (A); e distribuição de tensões elásticas de cisalhamento (B); ao longo da interface fibra-matriz (BENTUR e MINDESS, 1990).

3.9 Volume crítico

3.9.1 O volume crítico das fibras

Um conceito importante para se avaliar o teor de fibras no concreto é o **volume crítico de fibras**, que é o teor de fibras necessário ao compósito para manter a mesma capacidade portante após a ruptura da matriz. Essa concepção foi proposta no modelo analítico desenvolvido por Aveston, Cooper e Kelly (*apud* BENTUR e MINDESS, 1990), considerando as fibras contínuas e paralelas entre si, ou seja, plenamente alinhadas com a direção principal da carga.

Caso o compósito venha a ter um volume de fibras inferior ao volume crítico, as fibras não irão suportar o aumento de carga no compósito, perdendo sua capacidade portante após a fissuração da matriz. Destarte, nesse momento ocorreria uma instabilidade pós-pico, com o aumento do deslocamento vertical. Caso essa instabilidade venha a ocorrer, seria necessário um ajuste para a sua correção.

Entretanto, caso o compósito tenha um teor de fibras acima do volume crítico, ele continua absorvendo carga, mesmo após a ruptura da matriz.

O volume crítico de fibras é expresso:

$$V_f(\text{crit}) = \frac{E_c}{E_m} \cdot \frac{\sigma_{mu}}{\sigma_{fu}} \quad (\text{Eq. 3.8})$$

onde:

E_c : módulo de elasticidade do compósito

E_m : módulo de elasticidade da matriz

σ_{mu} : tensão última da matriz

σ_{fu} : resistência à tração da fibra

A tensão de ruptura da matriz é expressa por:

$$\sigma_{mu} = \epsilon_{mu} \times E_m \quad (\text{Eq. 3.9})$$

sendo

ϵ_{mu} : deformação última da matriz

onde chegamos a:

$$V_f(\text{crit}) = \frac{E_c \cdot \epsilon_{mu}}{\sigma_{fu}} \quad (\text{Eq. 3.10})$$

No campo da engenharia, a eficiência da fibra é expressa através de um fator de eficiência, com valor entre 0 e 1, onde se compara o efeito de reforço de fibras curtas e inclinadas, com o reforço esperado para fibras contínuas alinhadas paralelamente à carga.

Deste modo, ao levarmos em conta o efeito de orientação da fibra (η_1), chegamos à seguinte expressão:

$$V_f(\text{crit}) = \frac{E_c \cdot \epsilon_{mu}}{\sigma_{fu} \cdot \eta_1} \quad (\text{Eq. 3.11})$$

onde η_1 é o fator de correção do volume crítico em função da orientação da fibra.

3.10 Características da mistura/matriz de concreto

A proporção da mistura do CRFA é determinada pelos requisitos de sua aplicação; espessuras a serem concretadas, taxa de armadura presente na peça, formas mais ou menos complexas. Stang *et al.* (2000) atentam para as diferenças das propriedades do CRFA, sobretudo quanto à sua trabalhabilidade, com os diferentes volumes de CRFA em cada finalidade: traços executados em laboratório (em pequenas betoneiras, com capacidades menores que 100 litros) é diferente da trabalhabilidade do CRFA em uma usina ou caminhão betoneira, onde o volume do mesmo pode chegar a 10 m³.

Para uma melhor eficiência das fibras na matriz de concreto, as mesmas devem estar totalmente envolvidas pela matriz. Isso acaba determinando as relações dos agregados miúdos e graúdos, tornando uma matriz mais ou menos argamassada (teor de argamassa em relação à matriz de concreto). Como consideração prática para uma boa mistura, Figueiredo (2000) recomenda um teor de argamassa mínimo de 50% com uma relação água/cimento em torno de 0,55.

3.11 Empelotamento das fibras

Durante a mistura do CRFA, um dos problemas que pode ocorrer é o das fibras se engancharem entre si, formando os chamados ninhos ou ouriços. Esses ouriços são aglomerados de fibras, tendo a tendência de se aglutinarem em virtude de sua forma alongada e pequena seção transversal (ACI 544.1R, 1996). Desta maneira, quanto maior o fator de forma das fibras, maior o risco da formação desses empelotamentos.

Outra causa dos empelotamentos das fibras pode ser devido a um modo inapropriado de acréscimo das fibras ao concreto. Para uma correta homogeneização da mistura, é recomendado o lançamento das fibras em proporções adequadas com os agregados, e não de forma abrupta.

Com esses ouriços, há uma concentração de fibras nesses pontos, tornando essas micro-regiões mais porosas e fracas. Como consequência, no restante do compósito haverá uma diminuição da distribuição homogênea das fibras (NUNES, 2006).

Para minimizar esses contratempos, há as fibras dispostas em pentes, com cola solúvel em água, que são descoladas umas das outras durante a mistura, facilitando assim a execução da mistura. Com a finalidade de promover uma boa mistura, mesmo com essas fibras dispostas em pentes, é recomendado o fator de forma entre 80 e 120 e o teor de fibras menor que 2% em volume, o que corresponde a uma taxa de fibras menor que 160 kg/m^3 (ACI 544.1R, 1996).

Uma desvantagem que ocorre com essas fibras em pentes é uma tendência de ser necessário um maior tempo de mistura, a fim de que as fibras possam ser dispersas (KOOIMAN, 2000). Não obstante, se a mistura for executada durante um tempo demasiado, pode vir também a se formar os empelotamentos de fibras na mistura, em virtude da segregação dos materiais do compósito, favorecendo essa formação dos ouriços (VILLARES, 2001). Dessa maneira, deve-se atentar ao teor de fibras incorporado ao concreto, o tempo de mistura e a forma do agregado graúdo.

Sobre a disposição das fibras, Bentur e Mindess (1990) mostram que o uso de mesas vibratórias tende a alinhar as fibras em planos perpendiculares à direção da moldagem, sob efeito da gravidade. Com isso, as vibrações internas têm a tendência de exercer menor influência na posição das fibras.

Entretanto, pela baixa trabalhabilidade e fluidez do CRFA, o vibrador de agulha pode vir a deixar vazios durante a sua imersão. Já em concretos mais fluídos, o seu uso pode gerar segregação das fibras, pelo fato das fibras próximas à agulha serem dispersas pela vibração, gerando conseqüentemente uma distribuição não uniforme destas no compósito. Assim, uma consideração prática é o uso de régua vibratória, devendo ser utilizada com espessuras adequadas de concreto, de modo que permita que o ar saia da mistura (NEVILLE, 1982), sendo este equipamento indicado pela maioria das normas existentes para o CRFA.

O tipo de vibração e a orientação da moldagem na concretagem podem exercer um efeito considerável na resistência à flexão do CRFA. No entanto, há pequenas alterações em relação ao módulo de elasticidade, antes de consideráveis fissuras aparecerem no compósito (BENTUR e MINDESS, 1990).

4 Fibras de Aço

Os primeiros estudos com Concreto Reforçado com Fibras datam das décadas de 50 e 60 do século passado, a partir do comportamento do Concreto Reforçado com Fibras de Aço (CRFA) (BENTUR e MINDESS, 1990).

Os estudos para conhecimento do CRFA, suas propriedades mecânicas, modo de ruptura e durabilidade estão aumentando, significativamente, devido a importantes pesquisas nessa área. Além disso, as empresas estão em constante desenvolvimento, com o surgimento de novos tipos de fibras, seus ensaios de desempenhos e o modo como atua dentro do compósito.

4.1 Características das Fibras Metálicas

4.1.1 Tipos de Fibras

As fibras de aço podem ser de seção transversal circular ou retangular:

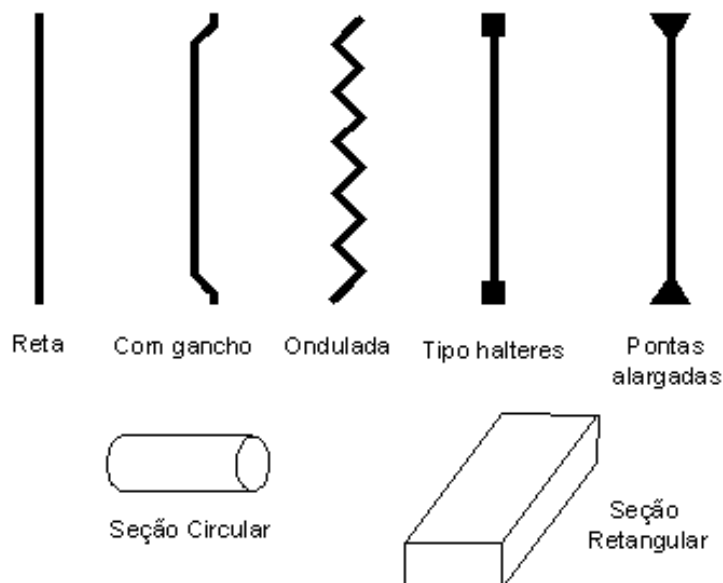


Figura 4.1 - Tipos de fibras de aço existentes, com as duas seções disponíveis.

4.2 Fator de forma da fibra

As fibras são caracterizadas geometricamente pelo fator de forma (FF), que é obtido com a relação entre o seu comprimento e diâmetro:

$$FF = \frac{\ell}{d} \quad (\text{Eq. 4.1})$$

Caso as fibras sejam de seção transversal retangular, se mantém a mesma área da seção transversal e se utiliza o seu diâmetro equivalente. Destarte, o nível de eficiência da fibra em função de sua geometria pode ser apreciado com esse índice de fator de forma (NUNES, 2006).

De acordo com a **equação 4.1**, se for mantido o mesmo comprimento da fibra, o aumento do fator de forma significa um menor diâmetro da fibra. Assim, haverá uma maior quantidade de fibras no compósito, consequentemente com menor espaçamento entre elas. Ao passo que, se mantivermos o mesmo diâmetro da fibra, com o aumento do fator de forma significa fibras mais longas.

4.3 Ancoragem mecânica

A aderência em fibras com geometria mais complexa, como, por exemplo, ganchos nas extremidades, é um resultado de ancoragens mecânicas e, desse modo, não pode ser interpretada como tensão de cisalhamento.

Durante o arrancamento das fibras, um volume bem maior da matriz é ativado para resistir à extração das fibras, como pode ser visto na **figura 4.2**, que mostra as fissuras se espalhando para dentro da matriz durante o arrancamento de uma fibra ancorada. Reparar as microfissuras em sua extensão, na zona de interface.

Durante a tensão de arrancamento com fibras com ancoragem mecânica, um volume maior de matriz resiste à extração das fibras quando comparada a uma fibra reta (sem a ancoragem mecânica). Dessa forma, a curva de tensão x flecha se comporta de modo mais

eficiente, exigindo mais da matriz de concreto e redistribuindo melhor as tensões de arrancamento.

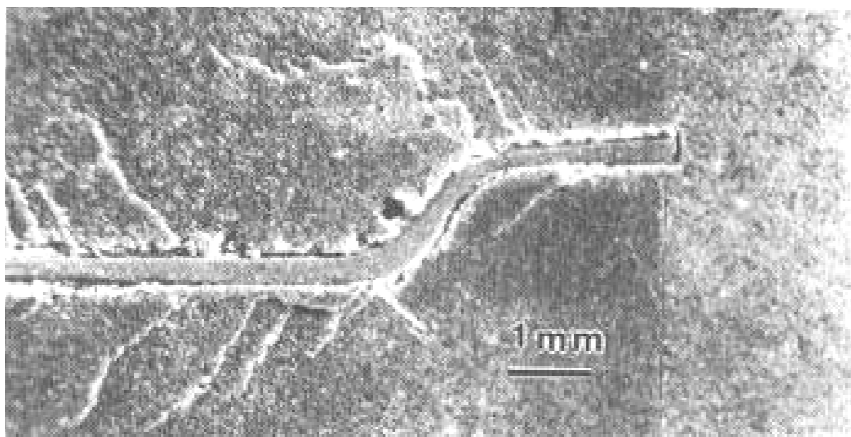


Figura 4.2 – Microfissuras próximas à fibra com ancoragem mecânica.

Fonte: BENTUR e MINDESS (1990).

Em estágios mais avançados de carga, depois da fissuração da matriz, começa a ocorrer o atrito entre a fibra e a matriz. Esse processo é muito importante, pois a fibra passa a ‘transferir’ tensões de áreas fissuradas para áreas menos solicitadas, desempenhando seu papel como ponte de transferência de tensões no compósito. Com isso, há um aumento na **tenacidade** do compósito, absorvendo energia de deformação antes de sua ruptura.

Quando a tensão de cisalhamento por aderência elástica exceder a resistência ao cisalhamento da interface, há o descolamento da fibra e um posterior ‘escorregamento’ e arrancamento da mesma, com as tensões de cisalhamento sendo distribuídas uniformemente ao longo da interface fibra-matriz.

Os processos de tração, com o arrancamento das fibras nos compósitos de cimento, são complexos, pois além das tensões elásticas e por atrito, há a adesão e ancoragens das fibras, tendo uma influência considerável na eficiência do compósito.

4.4 Múltipla fissuração

Nos compósitos reforçados com fibras, o principal papel das fibras ocorre após a fissuração da matriz, onde as fibras transferem tensões para micro-regiões menos solicitadas,

propiciando uma redistribuição de esforços no compósito, mesmo usada em baixos teores (BENTUR e MINDESS, 1990; BALAGURU e SHAH, 1992; FIGUEIREDO, 2000).

A presença das fibras resulta em uma melhora na ductilidade pós-fissura, mas não na capacidade de suporte de carga pós-fissura.

Na prática, várias fibras irão transpassar pela fissura essa tensão excedida na matriz, transmitindo a tensão pelas bordas da fissura, aliviando a tensão naquela área.

Com a continuidade do carregamento, mais fissuras serão formadas ao longo do compósito, até a matriz ser dividida em pedaços, separados pelas fissuras. Esse estágio de carregamento é chamado de **estágio de múltipla fissuração** (BENTUR e MINDESS, 1990; BALAGURU e SHAH, 1992).

O processo de múltipla fissuração é extremamente importante, já que controla a **tenacidade** dos compostos de cimento. O controle do espaçamento da fissura e da largura nesse estágio também tem considerável influência na utilização do compósito. Na **figura 4.3** a seguir vemos o processo de múltipla fissuração com os respectivos desempenhos nas curvas tensão-deformação de cada estágio do compósito, até resultar em sua ruptura (curva z).

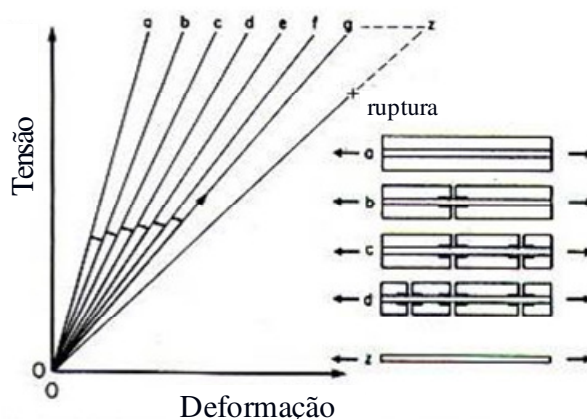


Figura 4.3 – Processo de múltiplas fissuras e a curva resultante em um compósito “fraco”.

Fonte: BENTUR e MINDESS (1990).

Quando as fibras estiverem se deformando, evitando dessa forma uma ruptura, resultará em uma redistribuição da carga entre a matriz e as fibras. As fibras transferirão a tensão pelas bordas da fissura, aliviando a tensão na área solicitada. Com isso, há uma resistência ao aparecimento de novas fissuras e também à propagação das fissuras existentes.

Mais cargas resultarão em mais fissuras, até a matriz ser dividida em pedaços, estes separados pelas fissuras, ou seja, com múltiplas fissurações.

Quando não houver mais múltiplas fissurações adicionais, e a matriz estiver dividida em fissuras paralelas, uma carga adicional de tensão no compósito causará um efeito de tração ou arrebatamento das fibras.

5 Materias e Métodos

Os materiais a serem utilizados nestes ensaios serão os corpos de prova moldados com Concreto Reforçado com Fibras de Aço da marca Maccaferri, tipo Wirand FF4, possuindo seção circular, com comprimento de 60 mm e diâmetro de 0,80 mm (fator de forma igual a 75). Essas fibras são trefiladas e geometricamente possuem gancho nas extremidades.

Foram ensaiadas três dosagens de fibras: **20, 30 e 40 kg/m³**. Definimos essas três taxas por serem as mais utilizadas no mercado de CRFA para pavimentos industriais (PINTO JR. e MORAES, 1996; ACI 360. R, 2006).

A resistência característica do concreto (f_{ck}) utilizada foi de 30 MPa, com o uso do cimento CII-E-40, da marca Cauê (Camargo Correa), produzido na fábrica de Ijaci (MG), com o teor de escória variando entre 20 e 22% em massa. As curvas granulométricas dos agregados utilizados se encontram no Apêndice “A” dessa dissertação.

O concreto para o preenchimento das lajes e dos corpos de prova foi usinado, com a primeira taxa de fibras (20 kg/m³ de concreto, resultando em uma adição de 60 kg de fibra para os 3 m³ de concreto). O acréscimo para a segunda e terceira taxas foram cuidadosamente acrescentados no local de concretagem, conforme mostra a **figura 5.1**. O consumo de concreto para a primeira taxa de fibras foi muito próximo de 750 ℓ, resultando em um acréscimo de 22,50 kg para a obtenção da segunda taxa de fibras (30 kg/m³). O consumo de concreto para a segunda taxa de fibras foi também muito próximo de 750 ℓ. Destarte, para a terceira (e última) taxa de fibras (40 kg/m³) foram adicionados 15,00 kg de fibras.



(a)

(b)

Figura 5.1 (a) e (b): Acréscimo das fibras no caminhão betoneira para as novas taxas (redosagens).

O traço do concreto, para pisos, seguiu as seguintes recomendações:

- O diâmetro máximo do agregado graúdo de 19 mm (“brita 1”).
- Relação água/cimento (a/c) máxima de 0,50.
- Consumo mínimo de cimento de 350 kg/m^3 .
- Abatimento (*slump*): $10 \pm 2 \text{ cm}$.
- Teor de argamassa entre 49 e 52%.
- Teor de ar incorporado deve ser menor que 3%.
- Exsudação deverá ser menor que 4%.

A relação a/c utilizada foi exatamente de 0,50. Os quantitativos do cimento, aditivos e agregados se encontram de forma mais detalhada no Apêndice A. Para o *slump* pré-determinado ($10 \pm 2 \text{ cm}$), foi especificada a adição de aditivo plastificante polifuncional (Mira 96), juntamente com o aditivo superplastificante Rheobuild 1000 (dados técnicos de ambos no Apêndice A) de modo a não influenciar significativamente o tempo de pega das diferentes placas moldadas.

5.1 Materiais

Os corpos de prova tinham as dimensões de 150 x 150 x 500 mm, oriundos das formas metálicas nessas dimensões (nas medidas padronizadas, prontas para o ensaio) e corpos extraídos (nessas mesmas dimensões) de uma laje de dimensões 1,90m x 1,90m x 15cm. A concretagem dessas lajes foi executada em uma única etapa. A quantidade de lajes foi de 3 (três) peças, uma para cada teor de fibras.

5.2 Moldagem dos corpos de prova

Foram moldados corpos de prova cilíndricos de $\varnothing 10 \times 20 \text{ cm}^2$ para ensaios de caracterização mecânica dos corpos: compressão axial, compressão diametral e módulo de elasticidade. Os corpos de prova foram curados no Laboratório de Materiais da Faculdade de Engenharia Civil da Unicamp sob as mesmas condições. Tanto os corpos de prova prismáticos e cilíndricos, como as lajes tiveram o mesmo procedimento de cura ao ar em temperatura ambiente até a data dos ensaios de resistência à compressão axial, compressão diametral, tenacidade à flexão e módulo de elasticidade.

Como observação, em virtude de um leve declive no local do pavimento para receber as lajes, o mesmo fora nivelado independentemente para cada laje com areia, a fim de não influenciar no acabamento das lajes, conforme mostra a **figura 5.2** a seguir.



Figura 5.2 – Formas niveladas para a concretagem.

Os estudos de flexão simples visam estabelecer um comparativo entre os corpos de prova moldados e corpos extraídos.

O intuito dos ensaios dos corpos de prova extraídos da laje foi o de minimizar os efeitos do alinhamento das fibras pela parede (chamados efeitos de borda). Desta maneira foi possível quantificar e estabelecer comparações com os corpos de prova em tamanhos moldados (em dimensões prontas para os ensaios).

Para esses ensaios, foram estudadas diversas posições e orientações a partir da extração dos corpos de prova da laje, conforme mostra a **figura 5.3** a seguir, com a visão das extrações que foram todas mapeadas para análise e comparação dos resultados.

As determinações da norma japonesa (JSCE-SF4, 1984a) foram seguidas para o levantamento das dimensões (largura e altura) dos corpos de prova com quatro casas significativas; todos os corpos de prova (moldados e extraídos) foram medidos utilizando-se paquímetro com precisão de centésimo de milímetro, para melhor acuidade dos resultados para as posteriores análises, sobretudo quanto ao cálculo da tenacidade.

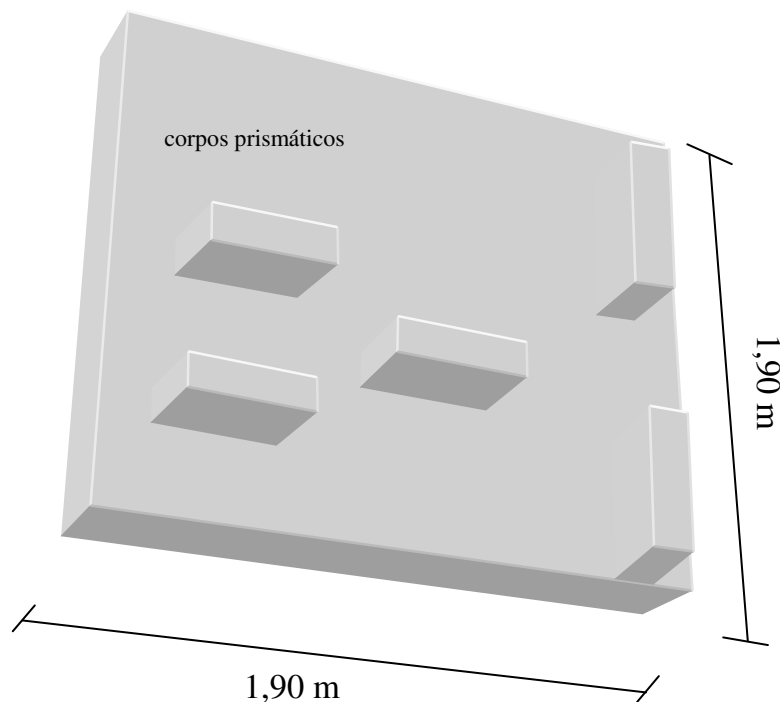


Figura 5.3: Visão esquemática da laje e os corpos de prova extraídos (prismáticos).

Para ser mantido o abatimento constante de 10 ± 2 cm, foi programada uma redosagem de aditivo superplastificante, da marca Degussa (Rheobuild 1000 – hoje fabricado pela Basf) para permanecer a mesma trabalhabilidade com a mesma relação a/c. Esse aditivo satisfaz a norma EB-1763: Aditivos para Concretos de cimento Portland (1992). Os dados técnicos deste aditivo se encontram no Apêndice A desta edição. Dessa maneira, foram acrescentados 1,5 ℓ para o segundo teor de fibras (30 kg/m^3) e de 2,0 ℓ para o terceiro teor de fibras (40 kg/m^3).

Quadro 5.1: Resumo dos traços ensaiados

Tipo de Fibra	Teor (kg/m^3)	Diâmetro do agregado graúdo	Cimento utilizado	Nº de traços f_{ck}	Abatimento (<i>slump</i>) (cm)
Fibra Trefilada (60 mm) FF= 75	20	19	CPII-E-40	3 traços 30 MPa	11
	30				11
	40				10

Para cada taxa de fibras (20, 30 e 40 kg/m³ de concreto) foram concretadas lajes de 15 cm de espessura sendo:

- Uma laje de 1,90 x 1,90 m que foi cortada em prismas de 15x15x50 cm, para os ensaios de flexão, tração e compressão;
- Depois de 390 dias de idade os corpos de prova foram ensaiados quanto à resistência à compressão axial seguindo a **NBR 5739/94** (Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos de concreto; ABNT, 1994), e quanto ao módulo de elasticidade.

Foram também moldados CPs prismáticos e cilíndricos para comparação com os CPs extraídos da laje com os seguintes ensaios:

Ensaio de Flexão

Segundo a norma **JSCE** (para controle de obra). Foram utilizados 6 CPs prismáticos para cada ensaio (15x15x50 cm).

- 6 CPs extraídos aleatoriamente da laje;
- 6 CPs moldados em laboratório.

Ensaio de Compressão Simples

Este ensaio foi feito segundo a norma brasileira de concreto, mas ela não é específica para o CRFA. São necessários 6 CPs prismáticos para cada ensaio (15x15x30 cm).

- 6 CPs extraídos aleatoriamente da laje;
- 6 CPs moldados em laboratório.

Conforme a **figura 5.4**, a seguir, as lajes foram vibradas com régua vibratória. Os corpos de prova cilíndricos e prismáticos foram vibrados com mesa vibratória, equipamento indicado pela norma japonesa.



(a)



(b)

Figura 5.4 (a) e (b): Vibração da laje e dos C.P. prismáticos.

5.2.1 Corte das lajes para extração dos corpos de prova

Para os corpos de prova extraídos, a intenção foi cortar as lajes de concreto de modo a deixar os corpos de prova (extraídos) com as dimensões mais próximas possíveis dos corpos de prova moldados (150 x 150 x 500 mm). As medidas de todos os corpos de prova (moldados e extraídos) se encontram no apêndice dessa pesquisa. Desta maneira, para os cortes das lajes, foi utilizado máquina de corte de concreto com disco diamantado por via úmida e operador experiente nesse tipo de atividade, conforme mostram as figuras **5.5** a **5.7**, mostradas a seguir.



Figuras 5.5 : Detalhe da máquina de corte de concreto.



(a)



(b)

Figura 5.6 (a) e (b): Corte dos corpos de prova nas lajes.



(a)



(b)

Figura 5.7 (a) e (b): Corte dos corpos de prova nas lajes.

5.2.2 Preparação dos corpos de prova

Após todos os corpos de prova serem numerados, foram separados da laje, de modo a deixá-los aptos para a limpeza individual.



Figura 5.8: Corpos de prova numerados e início da separação dos corpos cortados da laje.

5.2.3 Limpeza dos corpos de prova

Em virtude do corte do concreto ser por via úmida (com água), se formou uma borra do pó oriundo do corte do concreto. Dessa maneira, foi necessário lavar todos os corpos de prova, com máquina de alta pressão e limpeza individual de cada corpo de prova, de forma a eliminar todo o excesso de resíduos dos corpos de prova cortados.



(a)



(b)

Figura 5.9 (a) e (b): Corpos de prova ainda com a borra do pó de concreto oriundo do corte por via úmida (a), e corpos de prova limpos (b).

5.3 Análise da Tenacidade

O **método** utilizado de análise da tenacidade à flexão foi o **JSCE-SF4, 1984**. O intuito foi analisar as diferenças entre os corpos de prova moldados e extraídos e os seus resultados para controle de obra (para propor **confiabilidade**). Os deslocamentos verticais foram aferidos utilizando-se um controle eletrônico tipo LVDT (*Linear Variable Displacement Transducer ou Linear Variable Differential Transformers*) apoiado em um suporte metálico designado “Yoke” (conforme mostrado na foto 3.3).

De acordo com a norma japonesa (JSCE-SF4, 1984), nos ensaios de tração à flexão, a carga aplicada ao corpo de prova deverá ser de forma contínua e sem impacto. A velocidade do deslocamento vertical no corpo de prova pode variar, por minuto, de 1/1500 a 1/3000 do vão do cp. Com o vão de 450 mm, isso corresponde a taxas de 0,15 a 0,3 mm/min.

Destarte, nos ensaios desta pesquisa, a velocidade do deslocamento vertical no corpo de prova foi previamente ajustada em **0,3 mm/min**.

As quantidades de corpos de prova que vieram a ser ensaiados foram os seguintes:

- 30 (trinta) corpos de prova **extraídos da laje** com taxa de fibras de **20 kg/m³**;
- 6 (seis) corpos de prova **moldados** com dimensões de 15x15x50 cm³, com taxa de fibras de **20 kg/m³**;
- 30 (trinta) corpos de prova **extraídos da laje** com taxa de fibras de **30 kg/m³**;
- 6 (seis) corpos de prova **moldados** com dimensões de 15x15x50 cm³, com taxa de fibras de **30 kg/m³**;
- 30 (trinta) corpos de prova **extraídos da laje** com taxa de fibras de **40 kg/m³**;
- 6 (seis) corpos de prova **moldados** com dimensões de 15x15x50 cm³, com taxa de fibras de **40 kg/m³**;

Para o cálculo da tenacidade dos corpos de prova, os ensaios de tração na flexão de todos os corpos de prova foram executados na mesma época (com a cura do concreto em estágio avançado: a partir de 240 dias de concretagem) e seus dados foram analisados para comparação entre os corpos moldados e extraídos, posições nas lajes e respectivas taxas de fibras.

5.4 Ouriços

Mesmo com a adição cuidadosa das fibras, pudemos constatar, conforme mostra a figura 5.10 a seguir, um corpo de prova (com o menor teor de fibras utilizado, de 20 kg/m^3) que apresentou um ouriço bem na interface do corte. Como esses empelotamentos tornam essa região do concreto mais porosa e fraca, influenciam negativamente o comportamento do compósito quando solicitado, principalmente após a fissuração. Destarte, devemos destacar a importância da adição cautelosa das fibras para se ter uma distribuição homogênea das mesmas no compósito.

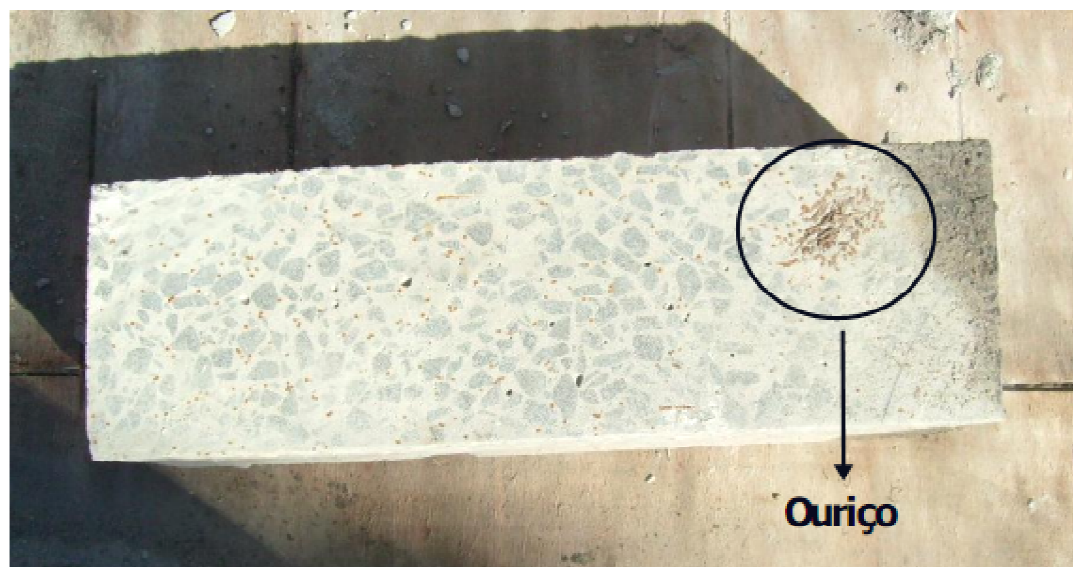


Figura 5.10 – Detalhe de ouriço em CP cortado (taxa de 20 kg/m^3).

5.6 Taxas de fibras teórica e real



Figura 5.11 – Fibras do concreto para serem quantificadas.



Figura 5.12 (a) e (b): Fibras sendo separadas para posterior análise das taxas de fibras reais.

Embora tenha se tomado todo o cuidado para dosar os teores das fibras para as três taxas estudadas (20, 30 e 40 kg/m³), houve diferenças entre os teores reais e nominais (teóricos). Verificamos entretanto que os teores reais foram bem próximos dos teores nominais.

O volume de fibras incorporado foi então determinado por:

$$V_f = \frac{w_f}{V \cdot \rho_f} \times 100 \quad (\%) \quad (\text{Eq. 5.1})$$

sendo

- V_f : volume de fibras de aço incorporado ao concreto (%);
- w_f : peso das fibras de aço coletadas da amostra (g);
- V : volume do recipiente metálico, no caso em questão, 7082 cm³;
- ρ_f : peso específico das fibras de aço, adotado como 7,85 g/ cm³.

Em cada uma das etapas de concretagem foram realizadas duas amostragens, chegando-se aos volumes médios e respectivos teores de fibras incorporados, conforme mostrado na **Tabela 5.1**.

Tabela 5.1 – Teores de fibras de aço incorporados aos concretos

1ª Concretagem		2ª Concretagem		3ª Concretagem	
$V_{f,nominal} = 0,25 \%$		$V_{f,nominal} = 0,375 \%$		$V_{f,nominal} = 0,50 \%$	
Teor nominal = 20 kg/m ³		Teor nominal = 30 kg/m ³		Teor nominal = 40 kg/m ³	
w_f (g)	V_f (%)	w_f (g)	V_f (%)	w_f (g)	V_f (%)
193,21	0,348	244,50	0,440	360,17	0,645
134,58	0,242	178,47	0,321	292,37	0,526
$V_{f,médio}$ (%)	0,295	$V_{f,médio}$ (%)	0,381	$V_{f,médio}$ (%)	0,586
Desvio Padrão (S_d)	0,075	Desvio Padrão (S_d)	0,084	Desvio Padrão (S_d)	0,084
Teor real	23,2kg/m³	Teor real	29,9 kg/m³	Teor real	46,0 kg/m³

6. Análise Estatística

A análise dos resultados das médias nas várias amostras ensaiadas com as três taxas de fibras, em corpos de prova moldados e extraídos, utilizando-se o método da norma japonesa (JSCE-SF4, 1984a), foi feita com a **Análise de Variância** (ANOVA). Com isso, foi verificado se existiam eventuais diferenças significativas entre as médias dos corpos de prova analisados (moldados e extraídos). E, entre os diferentes teores de fibras, se os fatores das diferentes posições dos corpos de prova extraídos exerciam influência em alguma variável dependente.

De acordo com Carpinetti (2003), o modelo para análise de variância é dado por:

$$x_{ti} = \mu + \sigma_t + \beta_i + \varepsilon_{ti} \quad (\text{Eq. 6.1})$$

onde:

μ : média geral

σ_t : Efeito do Tratamento

β_i : Efeito do Bloco

ε_{ti} : Erro Experimental

Se não existir diferença entre os tratamentos, o efeito do tratamento σ_i é zero, e, portanto, queremos testar a hipótese nula:

$$H_0: \sigma_i = \sigma_i = \dots = \sigma_k = 0$$

contra a hipótese alternativa de que eles são todos iguais a zero, ou seja:

$$H_1: \sigma_t \neq 0$$

para pelos menos um dos tratamentos.

Da mesma forma, se não existir diferença entre os blocos, o efeito do bloco β_i é zero, e também neste caso, queremos testar a hipótese nula:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_n = 0$$

contra a hipótese alternativa que ao menos um efeito é diferente de zero, ou seja:

$$H_1: \beta_i \neq 0$$

para pelo menos um dos blocos.

Esses testes de hipóteses são feitos com o quadro de ANOVA. Ou seja, a variância total dos dados é dada pela soma:

- a) Da variância devido a tratamentos;
- b) Da variância devido a blocos;
- c) Da variância devido a erro.

Isso pode ser sintetizado pela seguinte equação:

Soma dos Quadrados Total (desvios da média) (S_D)	=	Soma dos Quadrados entre Blocos (desvio dos blocos) (S_B)	+	Soma dos Quadrados entre Tratamentos (desvio de tratam.) (S_T)	+	Soma dos Quadrados dos Resíduos (dentro do trat. Bloco) (S_R)
--	---	--	---	---	---	--

O quadro de ANOVA é construído a seguir.

Quadro 6.1: Quadro de ANOVA, com uma variável Bloco

Fonte de Variação	Soma dos quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado Médio	Teste F
Entre Blocos	S_B	$n-1$	$s_B^2 = S_B/(n-1)$	s_B^2 / s_R^2
Entre Tratam.	S_T	$k-1$	$s_T^2 = S_T/(k-1)$	s_T^2 / s_R^2
Resíduos (erro)	S_R	$(n-1)(k-1)$	$s_R^2 = S_R/(n-1)(k-1)$	
Total	S_D	$nk-1$		

No **quadro 6.1** temos:

$$S_B = k \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2 \quad (\text{Eq. 6.2})$$

$$S_T = n \sum_{t=1}^k (\bar{x}_t - \bar{\bar{x}})^2 \quad (\text{Eq. 6.3})$$

$$S_R = \sum_{t=1}^k \sum_{i=1}^n (x_{ti} - \bar{x}_i - \bar{x}_t + \bar{\bar{x}})^2 \quad (\text{Eq. 6.4})$$

$$S_D = \sum_{t=1}^k \sum_{i=1}^n (x_{ti} - \bar{\bar{x}})^2 \quad (\text{Eq. 6.5})$$

onde:

\bar{x}_i : Média do bloco i

\bar{x}_t : Média do Tratamento

$\bar{\bar{x}}$: Média Geral

n : Número de Blocos

k : Número de Tratamentos

N = nk : Número de Observações

t – ésimo Tratamento (t = 1, 2, ..., k)

i – ésimo Bloco (i = 1, 2, ..., n)

6.1 Adequabilidade ao Modelo

O modelo assumido pela Análise de Variância é dado por:

$$x_{ti} = \mu + \beta_i + \sigma_t + \varepsilon_{ti}$$

Dessa maneira, temos:

$$x_{ti} = \bar{\bar{x}} + (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}}) + (\bar{x}_t - \bar{\bar{x}}) + (x_{ti} - \bar{x}_i - \bar{x}_t + \bar{\bar{x}})$$

A suposição básica para o uso da Análise de Variância é que:

- a.) A distribuição dos $N = nk$ resíduos, ε_{ti} , seja normal:
- b.) A distribuição dos resíduos tenha média zero, $E(\varepsilon_{ti}) = 0$ e variância constante $\text{Var}(\varepsilon_{ti}) = \sigma^2$ (onde E = Esperança e Var = Variância).

Com essas suposições satisfeitas, podemos validar as conclusões obtidas a partir da comparação da **Razão F** obtida através do **Quadro de Variância de ANOVA** com valores da estatística F (valores da tabela da distribuição F de Snedecor) para determinados níveis de significância (em nosso estudo, esse nível foi igual a 5%, o que indica que o nosso nível de confiança foi de 95%).

6.2 Comparações Múltiplas

Quando a Análise de Variância indicar uma diferença significativa entre tratamentos diferentes ou entre blocos diferentes, devemos realizar comparações múltiplas entre os tratamentos e/ou blocos, para descobrir quem é diferente de quem. Assim, queremos testar as seguintes hipóteses:

a.) Entre Tratamentos

$$H_0: \mu_i = \mu_j$$

$$H_1: \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para todo } i \neq j$$

b.) Entre Blocos

$$H_0: \beta_i = \beta_j$$

$$H_1: \beta_i \neq \beta_j \quad \text{para todo } i \neq j$$

Neste caso, o número de graus de liberdade da parcela do erro $(n-1)(k-1)$, é usado para a escolha do valor tabelado da distribuição t de “Student”.

Para a comparação múltipla pelo método da “Diferença Menos Significativa” (LSD), **n** corresponde ao número de observações dentro de um mesmo tratamento. Deve-se observar que para o cálculo da diferença entre blocos, **n** deve ser substituído por **k**, ou seja, o número de observações dentro de um mesmo bloco. Para uma variável Bloco (tratamentos com o mesmo número de resultados). Dessa maneira, temos:

Entre Tratamentos:
$$LSD = t_{\alpha/2, v} \sqrt{\frac{2s_R^2}{n}}$$
 onde **n** é o número de observações dentro de um mesmo tratamento.

Entre Blocos:
$$LSD = t_{\alpha/2, v} \sqrt{\frac{2s_R^2}{k}}$$
 onde **k** é o número de observações dentro de um mesmo bloco.

Na comparação múltipla pelo método da “Diferença Menos Significativa”, cujos **Tratamentos não tenham o mesmo número de resultados**, com médias \bar{x}_i e \bar{x}_j , são considerados significativamente diferentes se:

$$|\bar{x}_i - \bar{x}_j| > LSD = t_{\alpha/2, v} \sqrt{s_R^2 \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}$$

6.3 Análise de Variância

Ronald Aylmer Fisher (1890-1962), estatístico e geneticista inglês, criou em 1924 a **Análise de Variância** (Analysis of Variance – ANOVA) para comparar simultaneamente amostras de variáveis contínuas com distribuição normal e cujas variâncias não diferem significativamente entre si (podem ser consideradas como estimativas da variância populacional – s^2).

6.3.1 Valores Críticos de F de Snedecor

Na Análise de Variância, os valores da ‘Razão F’ (‘F’ em homenagem à Fischer) são obtidos a partir da ‘distribuição F de Snedecor’. Essa distribuição foi batizada em homenagem a George Waddel Snedecor (1881- 1974), matemático e estatístico americano.

Geralmente essa distribuição aparece em forma de três tabelas para três níveis de confiança: 99%, 95% e 90% (ou, três níveis de significância (respectivamente, $\alpha = 1\%$; $\alpha = 5\%$ e $\alpha = 10\%$).

Com os resultados da razão F, obtida na ANOVA, resulta em teste de significância para determinar a probabilidade de que as variâncias de duas amostras independentes são idênticas, ou não.

6.3.2 Análise dos Resultados Estatísticos

6.3.2.1 Posição dos Corpos de Prova Extraídos da Laje

Para considerarmos os efeitos de borda (inclusive eventuais efeitos diferentes entre tipos de bordas diferentes), sentido da concretagem e vibração, foi adotada a seguinte denominação para as posições dos corpos de prova extraídos das lajes estudadas:

Conforme o sentido de concretagem e vibração, as bordas foram subdivididas em:

- 1.) Borda inicial;
- 2.) Borda lateral;
- 3.) Borda final.

Já os corpos de prova extraídos do meio da laje, foram subdivididos em:

- 4.) Meio inicial;
- 5.) Meio intermediário;
- 6.) Meio final.

Conforme mostra de forma esquemática a **figura 6.1**, a seguir.

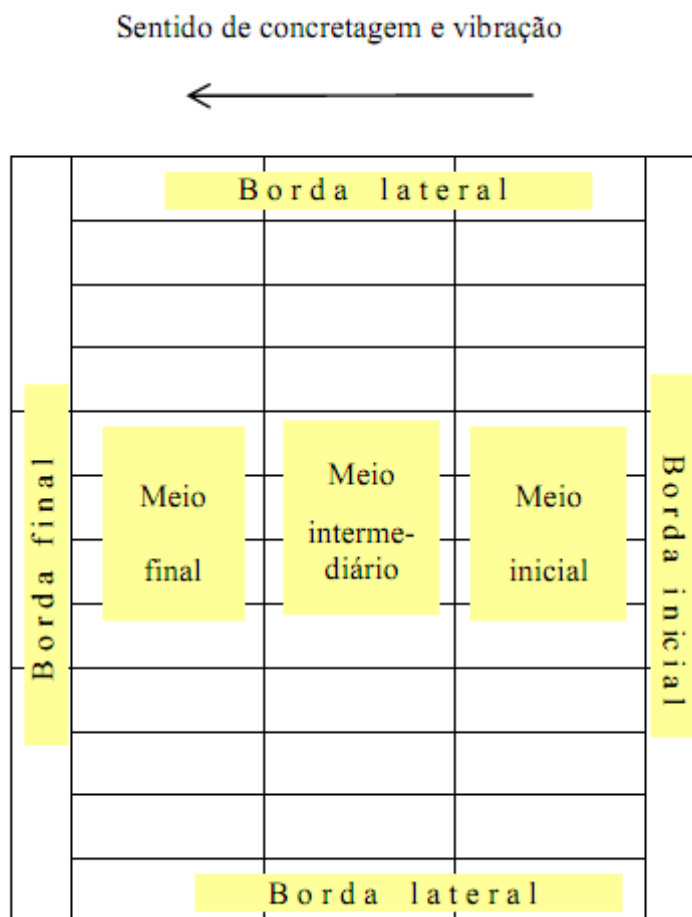


Figura 6.1: Definição das diferentes posições dos corpos de prova extraídos da laje.

Além das posições dos corpos de prova extraídos, estabelecemos um padrão de numeração dos mesmos, conforme mostra a **figura 6.2** (é de forma esquemática, pois as bordas inicial e final não coincidem exatamente com o alinhamento dos cortes horizontais).

Sentido de concretagem e vibração
←

40	28	16	4	1
	29	17	5	
	30	18	6	
	31	19	7	
41	32	20	8	2
	33	21	9	
	34	22	10	
	35	23	11	
42	36	24	12	3
	37	25	13	
	38	26	14	
	39	27	15	

Figura 6.2: Visão esquemática da numeração dos corpos de prova extraídos da laje.

6.3.3 Análise de Variância do Experimento

Foi feita uma análise de Variância para uma variável Bloco:

- Para um determinado nível de confiança, que pré-estabelecemos em 95% (5% de significância, em virtude de esse nível ser o mais usado em análises de experimentos em engenharia civil), a variável **Bloco** serão os corpos de prova (CP1, CP2, CP3, CP4, CP5 e CP6). Já a variável **Tratamento**, serão os corpos de prova moldados e extraídos. Dos extraídos, pode-se subdividir em: **extraídos junto à borda e extraídos do meio da laje**, para ser analisado se existem diferenças significativas entre os seus resultados de Tenacidade.

Em uma posterior análise, dentre os corpos de prova extraídos, foram feitas as seguintes subdivisões:

- a.) Extraídos das bordas inicial e final (6 cps)
- b.) Extraídos das bordas laterais (6 cps)
- c.) Extraídos do meio inicial (6 cps)
- d.) Extraídos do meio intermediário (6 cps)
- e.) Extraídos do meio final (6 cps)

6.4 Resultados

6.4.1 Análise Estatística Preliminar dos CP extraídos

Inicialmente, foram feitas Análises de Variância dos corpos de prova extraídos, considerando a posição dos CP como variável chamada **tratamento**.

Como não sabíamos a influência quanto à posição dos CP's nos resultados de Tenacidade, e o quanto poderia influenciar nos resultados a posição dos corpos de prova, os mesmos foram divididos em uma primeira análise estatística:

Borda inicial : 3 resultados de cp;

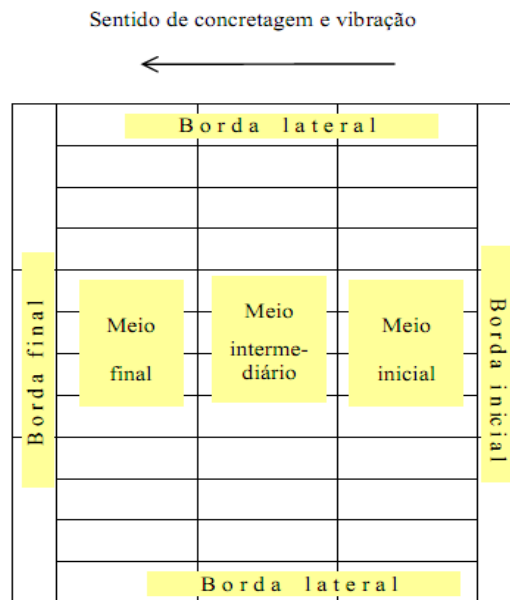
Borda lateral: 6 resultados de cp;

Borda final : 3 resultados de cp;

Meio inicial : 4 resultados de cp;

Meio intermediário: 4 resultados de cp;

Meio final : 4 resultados de cp.



Teor de fibras : 20 kg/m³

Quadro 6.2: Quadro de ANOVA

Fonte de Variabilidade	Soma dos Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado médio	Razão F
Entre Tratamentos	$S_T = 4,780$	$v_T = 5$	$s^2_T = 0,956$	$s^2_T / s^2_R = 1,716$
Dentro Tratamento	$S_R = 10,024$	$v_R = 18$	$s^2_R = 0,557$	
Total em torno da média	$S_D = 14,570$	$v_D = 23$	$s^2_D = 0,633$	

Médias de cada tratamento

$\bar{x}_1 \Rightarrow$ Borda inicial (3 resultados de cp)

$\bar{x}_2 \Rightarrow$ Borda lateral (6 resultados de cp)

$\bar{x}_3 \Rightarrow$ Borda final (3 resultados de cp)

$\bar{x}_4 \Rightarrow$ Meio inicial (4 resultados de cp)

$\bar{x}_5 \Rightarrow$ Meio intermediário (4 resultados de cp)

$\bar{x}_6 \Rightarrow$ Meio final (4 resultados de cp)

Nota-se que os tratamentos possuem números distintos de resultados.

Para sabermos qual tratamento é diferente de qual, foi feito a comparação múltipla pelo método da “Diferença Menos Significativa” (LSD).

Destarte, para comparação múltipla temos:

$$|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| = 0,215 < \text{LSD} = 1,117$$

$$|\bar{x}_1 - \bar{x}_3| = 0,73 < \text{LSD} = 1,29$$

$$|\bar{x}_1 - \bar{x}_4| = 0,17 < \text{LSD} = 1,21$$

$$|\bar{x}_1 - \bar{x}_5| = 0,84 < \text{LSD} = 1,21$$

$$|\bar{x}_1 - \bar{x}_6| = 0,238 < \text{LSD} = 1,21$$

$$|\bar{x}_2 - \bar{x}_3| = 0,945 < \text{LSD} = 1,117$$

$$|\bar{x}_2 - \bar{x}_4| = 0,232 < \text{LSD} = 1,02$$

$$|\bar{x}_2 - \bar{x}_5| = 1,062 > \text{LSD} = 1,02$$

$$|\bar{x}_2 - \bar{x}_6| = 0,023 < \text{LSD} = 1,02$$

$$|\bar{x}_3 - \bar{x}_4| = 0,713 < \text{LSD} = 1,21$$

$$|\bar{x}_3 - \bar{x}_5| = 0,117 < \text{LSD} = 1,21$$

$$|\bar{x}_3 - \bar{x}_6| = 0,968 < \text{LSD} = 1,21$$

$$|\bar{x}_4 - \bar{x}_5| = 0,83 < \text{LSD} = 1,12$$

$$|\bar{x}_4 - \bar{x}_6| = 0,255 < \text{LSD} = 1,12$$

$$|\bar{x}_5 - \bar{x}_6| = 1,085 < \text{LSD} = 1,12$$

Assim, obtivemos os seguintes valores:

Resultados na comparação múltipla (“Diferença Menos Significativa”) (Significância 5%)

\bar{x}_1 não é significativamente diferente de $\bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6$.

\bar{x}_2 não é significativamente diferente de $\bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_6$.

\bar{x}_2 (Borda lateral) é significativamente diferente de \bar{x}_5 (Meio intermediário).

\bar{x}_3 não é significativamente diferente de $\bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6$.

\bar{x}_5 não é significativamente diferente de \bar{x}_6 .

Dessa maneira, na taxa de 20 kg/m^3 , verificamos que os corpos de prova da borda lateral (com o efeito de parede em um lado do corpo de prova) são significativamente diferentes do meio intermediário (onde não há o efeito das bordas). Ou seja, pelos resultados da Análise de Variância, os valores de Tenacidade são estatisticamente diferentes entre si a um nível de confiança de 95%.

As análises estatísticas com Análise de Variância Preliminar com os teores de fibras de 30 kg/m^3 e 40 kg/m^3 se encontram no Apêndice A.

6.4.2 Resultados da Análise Estatística para CP extraídos

Segundo Bentur e Mindess (1990), a orientação da moldagem na concretagem pode exercer um efeito considerável na resistência à flexão do CRFA. Foi utilizada a tração na flexão para quantificar a tenacidade dos corpos de prova, e, para as três taxas de fibras estudadas,

constatamos que **não há diferença significativa** a um nível de confiança de 95% (significância de 5%) entre as bordas iniciais e finais. Destarte, agrupamos as duas posições em uma só, em um total de **6** resultados de corpos de prova (**3** cp da borda inicial + **3** cp da borda final).

Desta maneira, para termos uma maior confiabilidade nos resultados estatísticos (utilizando o mesmo número de exemplares, **6**, para cada grupo a ser estudado), fizemos todo o restante das Análises Estatísticas, com os seguintes corpos de prova:

Corpos moldados: **6 resultados de cp**;

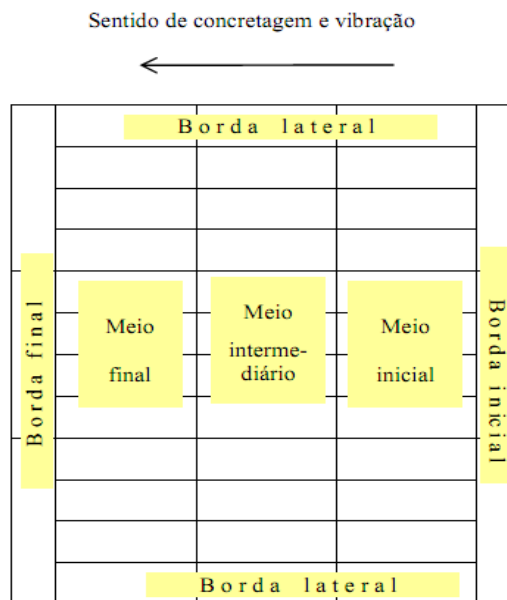
Borda inicial (3 resultados de cp) e Borda final (3 resultados de cp): **6 resultados de cp**;

Borda lateral: (**6 resultados de cp**);

Meio inicial: (**6 resultados de cp**);

Meio intermediário: (**6 resultados de cp**);

Meio final: (**6 resultados de cp**).



Quadro de ANOVA

Nessa análise, incluímos os resultados dos corpos de prova moldados, para análises e comparações. Assim, obtivemos um quadro de ANOVA (Análise de Variância), apresentado no Quadro 6.4 a seguir, com **6** variáveis **Tratamento** e **6** variáveis **Bloco**.

Quadro 6.3: Resultados dos valores de Tenacidade para a taxa de 20 kg/m³

Trat.	Bloco	CP 1	CP 2	CP 3	CP 4	CP 5	CP 6	Total Trat.	Média Trat.
moldado (A)		2,78	3,56	3,80	3,77	3,32	4,06	21,29	3,548
bd. ini e final (B)		4,11	1,73	3,51	2,76	2,11	2,29	16,51	2,752
bordas laterais (C)		3,52	3,04	3,32	4,07	2,54	3,50	19,99	3,332
meio inicial (D)		2,80	3,21	2,50	2,63	4,25	3,76	19,15	3,192
meio interm. (E)		2,54	1,63	1,46	2,73	2,74	3,25	14,35	2,392
meio final (F)		2,18	3,44	3,16	4,20	3,06	3,88	19,92	3,320
Total Bloco		17,93	16,61	17,75	20,16	18,02	20,74	Total Geral	Média Geral
Média Bloco		2,988	2,768	2,958	3,360	3,003	3,457	111,21	3,089

□ : Corpos de prova Extraídos

Quadro 6.4: Quadro de ANOVA

Fonte de Variabilidade	Soma dos Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado médio	Razão F
Entre Blocos	$S_B = 2,076$	$(n-1) = 5$	$s_B^2 = 0,415$	$s_B^2/s_R^2 = 0,889$
Entre Tratamentos	$S_T = 5,603$	$(k-1) = 5$	$s_T^2 = 1,121$	$s_T^2/s_R^2 = 2,400$
Resíduo (erro)	$S_R = 11,677$	$(n-1)(k-1) = 25$	$s_R^2 = 0,467$	
Total em torno da média	$S_D = 19,356$	$kn-1 = 35$		

Médias de cada tratamento (Mpa)

$\bar{x}_A = 3,548 \Rightarrow$ Corpos de prova moldados (6 resultados de cp)

$\bar{x}_B = 2,752 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos das bordas inicial e final (6 resultados de cp)

$\bar{x}_C = 3,332 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos da borda lateral (6 resultados de cp)

$\bar{x}_D = 3,192 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio inicial (6 resultados de cp)

$\bar{x}_E = 2,392 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio intermediário (6 resultados de cp)

$\bar{x}_F = 3,320 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio final (6 resultados de cp)

Usamos o termo “meio” para designar os corpos de prova extraídos do meio da laje (sem influência das bordas).

b.) Diferença entre Blocos

$$F_{\text{calc}} = s_B^2 / s_R^2 = 0,889 < F_{0,05;5;25} = 2,60$$

Então, a hipótese nula

$$H_0 = \beta_1 = \beta_2 = \dots = 0$$

é **aceita**, ou seja, os corpos de prova de cada Bloco produzem resultados **significativamente iguais**.

b.) Diferença entre Tratamentos

$$F_{\text{calc}} = s_T^2 / s_R^2 = 2,40 < F_{0,05;5;25} = 2,60$$

Então, a hipótese nula

$$H_0 = \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k = 0$$

é **aceita**, ou seja, os corpos de prova de diferentes posições produzem resultados **significativamente iguais**.

Como o resultado da Análise de Variância não indicou uma diferença significativa entre Tratamentos diferentes (origem e posição dos corpos de prova) nem entre Blocos diferentes (corpos de prova) não iremos realizar comparações múltiplas entre os Tratamentos e os Blocos.

As análises estatísticas com Análise de Variância com os teores de fibras de 30 kg/m^3 e 40 kg/m^3 se encontram no Apêndice A. Além dessas Análises, no mesmo Apêndice se encontram outras análises estatísticas da Tenacidade, bem como da resistência à flexão do concreto ($f_{ctm,fl}$).

6.5 Apresentação dos Resultados

Na **figura 6.3** a seguir, apontamos os valores de tenacidade (FT) para os corpos de prova em suas respectivas posições dentro da laje, para o teor de fibras de 20 kg/m^3 . Assim, podemos identificar, de modo geral, a grande variabilidade que apresentaram. A seguir, é apresentado o coeficiente de variação, evidenciando a alta variabilidade do FT em comparação ao $f_{ctm,fl}$.

Nota-se que essas variabilidades também aparecem nos outros dois teores de fibras estudados (30 kg/m^3 e 40 kg/m^3).

40	28	3,32	16	3,04	4	3,52	1
	29	--	17	--	5	--	
	30	2,18	18	2,54	6	2,80	
	31	--	19	1,63	7	--	
41	32	3,44	20	1,46	8	3,21	2
	33	3,16	21	2,73	9	2,50	
	34	4,20	22	--	10	--	
	35	--	23	2,74	11	2,63	
42	36	3,06	24	3,25	12	4,25	3
	37	3,88	25	--	13	3,76	
	38	--	26	--	14	--	
	39	3,50	27	2,54	15	4,07	

Figura 6.3 : Valores de Tenacidade (em Mpa) para o teor de fibras de 20 kg/m^3 .

Na **figura 6.4** a seguir, apontamos os valores de resistência à flexão do concreto ($f_{ctm,fl}$) para os mesmos corpos de prova (teor de fibras de 20 kg/m^3) em suas respectivas posições dentro da laje. Assim, podemos identificar, de modo geral, a pequena variabilidade que apresentaram. Nota-se que essa pequena variabilidade também aparecem nos outros dois teores de fibras (30 kg/m^3 e 40 kg/m^3) estudados.

40	28	4,40	16	3,83	4	4,30	1
	29	--	17	--	5	--	
	30	4,28	18	4,51	6	4,47	
	31	--	19	3,41	7	--	
4,15							4,40
41	32	4,49	20	3,36	8	4,30	2
	33	4,43	21	4,73	9	4,80	
	34	4,19	22	--	10	--	
	35	--	23	4,33	11	4,57	
3,60							3,79
42	36	4,92	24	3,94	12	4,87	3
	37	3,81	25	--	13	3,96	
	38	--	26	--	14	--	
	39	3,72	27	4,17	15	4,37	
3,54							4,30

Figura 6.4 : Valores de $f_{ctm,fl}$ (em Mpa) para o teor de fibras de 20 kg/m^3 .

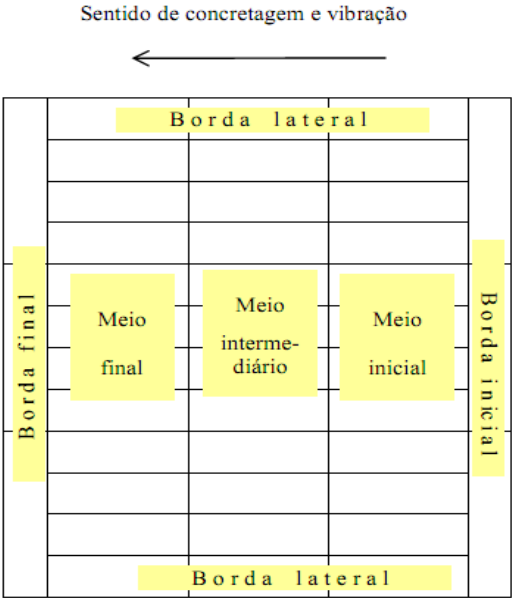
Quadro 6.5 : Valores do Coeficiente de Variação para o teor de fibras de 20 kg/m³ (FT e $f_{ctm,fl}$)

(Desvio Padrão dividido pela média de cada tratamento)

20 kg/m ³	s (desvio padrão)	\bar{x} Média do tratamento	Coeficiente de Variação - FT (s/\bar{x}) (%)	Média do CV
Moldados	0,45	3,55	12,71	
Ext. borda inicial e final	0,90	2,75	32,85	
Ext. borda lateral	0,51	3,33	15,43	
Ext. meio inicial	0,69	3,19	21,65	22,19%
Ext. meio intermediário	0,70	2,39	29,22	
Ext meio final	0,71	3,32	21,27	
			$f_{ctm,fl}$	
Moldados	0,26	4,15	6,31	
Ext. borda inicial e final	0,37	3,96	9,31	
Ext. borda lateral	0,29	4,13	6,99	8,78%
Ext. meio inicial	0,34	4,50	7,47	
Ext. meio intermediário	0,57	4,05	14,18	
Ext meio final	0,37	4,35	8,43	

40 3,15	28 3,58	16 3,45	4 4,65	1 2,66
	29 - -	17 - -	5 - -	
	30 1,78	18 2,04	6 2,24	
	31 - -	19 1,50	7 - -	
41 2,56	32 3,56	20 4,59	8 1,73	2 4,14
	33 4,80	21 4,50	9 1,55	
	34 2,80	22 - -	10 - -	
	35 - -	23 4,29	11 1,91	
42 3,93	36 2,36	24 3,86	12 2,08	3 4,97
	37 1,72	25 - -	13 1,90	
	38 - -	26 - -	14 - -	
	39 5,21	27 4,95	15 5,05	

Figura 6.5: Valores de Tenacidade (em Mpa) para o teor de fibras de 30 kg/m³.



40	28	4,40	16	4,87	4	4,49	1	4,15
	29	--	17	--	5	--		
	30	4,05	18	4,47	6	4,07		
	31	--	19	3,29	7	--		
41	32	4,21	20	4,25	8	3,84	2	4,69
	33	4,11	21	4,94	9	3,24		
	34	3,95	22	--	10	--		
	35	--	23	3,60	11	3,68		
42	36	4,38	24	4,48	12	4,14	3	4,63
	37	3,63	25	--	13	3,76		
	38	--	26	--	14	--		
	39	4,75	27	4,69	15	4,65		

Figura 6.6 : Valores de $f_{ctm,fl}$ (em Mpa) para o teor de fibras de 30 kg/m³.

Quadro 6.6 : Valores do Coeficiente de Variação para o teor de fibras de 30 kg/m³ (FT e $f_{ctm,fl}$)

30 kg/m ³	s (desvio padrão)	\bar{x} Média do tratamento	Coeficiente de Variação - FT (s/\bar{x}) (%)	Média do CV
Moldados	0,43	4,31	10,05	24,51%
Ext. borda inicial e final	0,94	3,57	26,40	
Ext. borda lateral	0,77	4,48	17,22	
Ext. meio inicial	0,25	1,90	12,88	
Ext. meio intermediário	1,35	3,46	38,90	
Ext. meio final	1,18	2,84	41,63	
			$f_{ctm,fl}$	
Moldados	0,16	4,01	3,97	7,43%
Ext. borda inicial e final	0,32	4,31	7,38	
Ext. borda lateral	0,17	4,64	3,71	
Ext. meio inicial	0,32	3,79	8,50	
Ext. meio intermediário	0,61	4,17	14,72	
Ext. meio final	0,26	4,06	6,29	

40	28	4,17	16	2,03	4	4,18	1
	29	--	17	--	5	--	
	30	2,36	18	2,11	6	3,51	
	31	--	19	1,69	7	--	
41	32	3,69	20	2,00	8	3,72	2
	33	2,73	21	1,45	9	4,20	
	34	3,12	22	--	10	--	
	35	--	23	2,23	11	4,71	
42	36	4,31	24	2,33	12	4,11	3
	37	3,49	25	--	13	4,14	
	38	--	26	--	14	--	
	39	1,98	27	4,15	15	4,62	

Figura 6.7: Valores de Tenacidade (em Mpa) para o teor de fibras de 40 kg/m³.

40 4,34	28 3,98	16 3,61	4 3,87	1 4,10
	29 - -	17 - -	5 - -	
	30 3,92	18 3,54	6 3,79	
	31 - -	19 3,81	7 - -	
41 3,94	32 4,02	20 3,71	8 3,81	2 3,99
	33 3,78	21 3,74	9 4,13	
	34 4,00	22 - -	10 - -	
	35 - -	23 3,14	11 4,24	
42 4,32	36 3,86	24 3,73	12 3,92	3 3,89
	37 3,73	25 - -	13 3,55	
	38 - -	26 - -	14 - -	
	39 3,74	27 3,90	15 4,16	

Figura 6.8 : Valores de $f_{ctm,fl}$ (em Mpa) para o teor de fibras de 40 kg/m^3 .

Quadro 6.7 : Valores do Coeficiente de Variação para o teor de fibras de 40 kg/m^3 (FT e $f_{ctm,fl}$)

40 kg/m ³	s (desvio padrão)	\bar{x} Média do tratamento	Coeficiente de Variação - FT (s/\bar{x}) (%)	Média do CV
Moldados	0,37	4,67	7,93	17,54%
Ext. borda inicial e final	0,59	4,28	13,67	
Ext. borda lateral	1,19	3,52	33,73	
Ext. meio inicial	0,42	4,07	10,26	
Ext. meio intermediário	0,34	1,97	17,12	
Ext. meio final	0,70	3,12	22,55	
			$f_{ctm,fl}$	
Moldados	0,17	3,72	4,67	5,10%
Ext. borda inicial e final	0,19	4,10	4,74	
Ext. borda lateral	0,19	3,88	4,90	
Ext. meio inicial	0,25	3,91	6,40	
Ext. meio intermediário	0,25	3,61	6,87	
Ext. meio final	0,12	3,89	3,01	

7. Valores Característicos

Pela grande variabilidade observada nos resultados dos corpos de prova extraídos (assim, tomando por base os 30 resultados que obtivemos com cada teor de fibras), como não há métodos de cálculo específicos para os valores característicos oriundos dos ensaios corpos de prova de CRFA, sobretudo quanto à variabilidade referente à sua **Tenacidade**, a princípio foram calculados os valores estimados característicos a partir da fórmula da **NBR 12655/96** (Concreto – Preparo, controle e recebimento) no item 7.2.3.1 (Controle Estatístico do concreto por Amostragem parcial) e também pela **NBR 7190/97**, no item F.7 (Anexo F) para espécies pouco conhecidas (ABNT, 1996, 1997). Os resultados dos cálculos utilizando essas duas normas estão no **Apêndice B** dessa pesquisa.

Devido à grande variabilidade dos resultados de tenacidade dos corpos de prova nos três teores estudados (20, 30 e 40 kg/m³), a partir dessas duas normas, resultou em valores característicos extremamente baixos. Dessa maneira, resolvemos utilizar a distribuição ‘t’ de Student (apresentada a seguir) para a definição e proposição dos valores característicos de tenacidade (FT), tração na flexão do concreto ($f_{ctm,\Pi}$) e coeficiente de ductilidade (R_e).

7.1 Valores Característicos utilizando-se a Distribuição ‘t’ de Student

Para o cálculo dos valores característicos para as propriedades medidas (foi escolhida a distribuição “t de Student”), fixando-se diferentes níveis de confiança ($100 - \alpha$), onde α representa o nível de significância. Devido à falta de normatização nacional sobre o assunto, o projetista deve avaliar qual o nível de confiança adequado para seu projeto. A distribuição “t de Student” utilizada para os valores de ‘t’ foi a **Monocaudal**.

Tabela 7.1: Valores de ‘t’ a partir dos níveis de confiança

Nível de Confiança	t
50%	0
80%	0,883
90%	1,383
95%	1,833

De modo geral, teremos:

$$A_k = A_m - t.S_d$$

Onde:

A_k = Valor Característico do grupo estudado (FT, f_{ctm} e R_e)

A_m = Valor médio do grupo estudado

t = Valor t de Student conforme o nível de confiança pré-determinado

S_d = Desvio Padrão

Assim, utilizando-se um nível de confiança de 80% ($t=0,883$) chegamos aos seguintes resultados:

Tabela 7.2 : Valores Característicos da Tenacidade (FT) para o teor de fibras de 20 kg/m³

Valores Característicos (FT)	(Valor médio)	(Desvio Padrão)	(Valor Caracter.)
Taxa de 20 kg/m ³	FT _m (MPa)	S _d	FT _{m;k} (MPa)
I.) Moldados (6 c.p.)	3,548	0,451	3,15
II.) Extraídos (30 c.p.)	2,997	0,762	2,32

Em virtude dos efeitos de parede, além dos valores médios dos FT serem diferentes entre moldados e extraídos e pelo desvio padrão dos c.p. extraídos ser **bem mais alto** que o desvio padrão dos moldados, resultou em um **valor característico baixo** para os **c.p. extraídos**.

Tabela 7.3 : Valores Característicos da Tenacidade (FT) para o teor de fibras de 20 kg/m³, separando-se Extraídos Bordas e Meio (cp ‘internos’)

Valores Característicos (FT)	(Valor médio)	(Desvio Padrão)	(Valor Caracter.)
Taxa de 20 kg/m ³	FT _m (MPa)	S _d	FT _{m;k} (MPa)
I.) Moldados (6 c.p.)	3,548	0,451	3,15
II.) Extraídos Bordas (12 c.p.) (Inicial e final, bordas laterais)	3,042	0,764	2,37
II.) Extraídos Meio (18 c.p.: 'Internos') (Inicial, intermed e final)	2,968	0,781	2,28

Tabela 7.4 : Valores Característicos da Resistência à flexão ($f_{ctm,fl}$) para o teor de fibras de 20 kg/m³

Valores Característicos ($f_{ctm,fl}$)	(Valor médio)	(Desvio Padrão)	(Valor Caracter.)
Taxa de 20 kg/m ³	$f_{ctm,fl}$ (MPa)	S _d	$f_{ctm,fl;k}$ (MPa)
I.) Moldados (6 c.p.)	4,150	0,262	3,92
II.) Extraídos (30 c.p.)	4,198	0,422	3,83

Nota-se **valores característicos** de resistência à flexão ($f_{ctm,fl}$) **próximos** entre os corpos de prova moldados e extraídos, pois não ocorre o efeito das fibras para o cálculo de $f_{ctm,fl}$ (visto que a resistência à flexão, por utilizar a carga de primeira fissura, é equivalente ao comportamento do concreto sem a adição das fibras).

Tabela 7.5 : Valores Característicos da Resistência à flexão ($f_{ctm,fl}$) para o teor de fibras de 20 kg/m^3 , separando-se Extraídos Bordas e Meio (cp ‘internos’)

Valores Característicos ($f_{ctm,fl}$)	(Valor médio)	(Desvio Padrão)	(Valor Caracter.)
Taxa de 20 kg/m^3	$f_{ctm,fl}$ (MPa)	S_d	$f_{ctm,fl;k}$ (MPa)
I.) Moldados (6 c.p.)	4,150	0,262	3,92
II.) Extraídos Bordas (12 c.p.) (Inicial e final, bordas laterais)	4,048	0,328	3,76
II.) Extraídos Meio (18 c.p.: 'Internos') (Inicial, intermed e final)	4,298	0,455	3,90

Tabela 7.6: Valores Característicos do Coeficiente de Ductilidade (R_e) para o teor de fibras de 20 kg/m^3

Valores Característicos (R_e)	(Valor médio)	(Desvio Padrão)	(Valor Caracter.)
Taxa de 20 kg/m^3	$R_{e,m}$ (%)	S_d	$R_{e,m;k}$ (%)
I.) Moldados (6 c.p.)	85,31	0,0801	85,24
II.) Extraídos (30 c.p.)	71,31	0,1710	71,16

Como os valores de R_e são influenciados pelos valores de FT (que possuem grande variabilidade), nota-se **valores médios e característicos mais baixos de R_e** para os corpos de prova **extraídos** em comparação com os **moldados**. Isso em virtude dos efeitos de borda nos corpos de prova moldados influenciar nos valores de tenacidade e a distribuição aleatória das fibras nos corpos de prova extraídos influenciar nos seus valores de tenacidade.

Tabela 7.7: Valores Característicos do Coeficiente de Ductilidade (R_e) para o teor de fibras de 20 kg/m^3 , separando-se Extraídos Bordas e Meio (cp 'internos')

Valores Característicos (R_e)	(Valor médio)	(Desvio Padrão)	(Valor Caracter.)
Taxa de 20 kg/m^3	$R_{e,m}$ (%)	S_d	$R_{e,m;k}$ (%)
I.) Moldados (6 c.p.)	85,31	0,0801	85,24
II.) Extraídos Bordas (12 c.p.) (Inicial e final, bordas laterais)	74,62	0,1553	74,48
II.) Extraídos Meio (18 c.p.: 'Internos') (Inicial, intermed e final)	69,10	0,1816	68,94

Tabela 7.8: Valores Característicos da Tenacidade (FT) para o teor de fibras de 30 kg/m^3

Valores Característicos (FT)	(Valor médio)	(Desvio Padrão)	(Valor Caracter.)
Taxa de 30 kg/m^3	FT_m (MPa)	S_d	$FT_{m;k}$ (MPa)
I.) Moldados (6 c.p.)	4,307	0,433	3,92
II.) Extraídos (30 c.p.)	3,250	1,255	2,14

Assim como na taxa de 20 kg/m^3 , além dos valores médios dos FT serem diferentes entre moldados e extraídos e pelo desvio padrão dos c.p. extraídos ser **bem mais alto** que o desvio padrão dos moldados, resultou em um **valor de FT característico baixo** para os **c.p. extraídos**. Nesse teor, resultou inclusive em um valor característico mais baixo (2,14 MPa) do que a taxa de 20 kg/m^3 (2,32 MPa).

Tabela 7.9: Valores Característicos da Tenacidade (FT) para o teor de fibras de 30 kg/m³, separando-se Extraídos Bordas e Meio (cp ‘internos’)

Valores Característicos (FT)	(Valor médio)	(Desvio Padrão)	(Valor Caracter.)
Taxa de 30 kg/m ³	FT _m (MPa)	S _d	FT _{m;k} (MPa)
I.) Moldados (6 c.p.)	4,307	0,433	3,92
II.) Extraídos Bordas (12 c.p.) (Inicial e final, bordas laterais)	4,025	0,950	3,19
II.) Extraídos Meio (18 c.p. : 'Internos') (Inicial, intermed e final)	2,734	1,182	1,69

Tabela 7.10: Valores Característicos da Resistência à flexão (f_{ctm,fl}) para o teor de fibras de 30 kg/m³

Valores Característicos (f _{ctm,fl})	(Valor médio)	(Desvio Padrão)	(Valor Caracter.)
Taxa de 30 kg/m ³	f _{ctm,fl} (MPa)	S _d	f _{ctm,fl;k} (MPa)
I.) Moldados (6 c.p.)	4,007	0,159	3,87
II.) Extraídos (30 c.p.)	4,193	0,446	3,80

Assim como na taxa de 20 kg/m³, nota-se **valores característicos** de resistência à flexão (f_{ctm,fl}) **próximos** entre os corpos de prova moldados e extraídos, pois não atua o efeito das fibras para o cálculo de f_{ctm,fl}.

Tabela 7.11: Valores Característicos da Resistência à flexão ($f_{ctm,fl}$) para o teor de fibras de 30 kg/m^3 , separando-se Extraídos Bordas e Meio (cp ‘internos’)

Valores Característicos ($f_{ctm,fl}$)	(Valor médio)	(Desvio Padrão)	(Valor Caracter.)
Taxa de 30 kg/m^3	$f_{ctm,fl}$ (MPa)	S_d	$f_{ctm,fl;k}$ (MPa)
I.) Moldados (6 c.p.)	4,007	0,159	3,87
II.) Extraídos Bordas (12 c.p.) (Inicial e final, bordas laterais)	4,475	0,299	4,21
II.) Extraídos Meio (18 c.p.: ‘Internos’) (Inicial, intermed e final)	4,005	0,433	3,62

Tabela 7.12: Valores Característicos do Coeficiente de Ductilidade (R_e) para o teor de fibras de 30 kg/m^3

Valores Característicos (R_e)	(Valor médio)	(Desvio Padrão)	(Valor Caracter.)
Taxa de 30 kg/m^3	$R_{e,m}$ (%)	S_d	$R_{e,m;k}$ (%)
I.) Moldados (6 c.p.)	107,79	0,1233	107,68
II.) Extraídos (30 c.p.)	76,20	0,2535	75,98

Assim como na taxa de 20 kg/m^3 , sob a influência dos valores de FT (com grande variabilidade) para obtenção dos resultados de R_e , nota-se **valores médios e característicos mais baixos de R_e** para os corpos de prova extraídos.

Tabela 7.13: Valores Característicos do Coeficiente de Ductilidade (R_e) para o teor de fibras de 30 kg/m³, separando-se Extraídos Bordas e Meio (cp 'internos')

Valores Característicos (R_e)	(Valor médio)	(Desvio Padrão)	(Valor Caracter.)
Taxa de 30 kg/m ³	$R_{e,m}$ (%)	S_d	$R_{e,m;k}$ (%)
I.) Moldados (6 c.p.)	107,79	0,1233	107,68
II.) Extraídos Bordas (12 c.p.) (Inicial e final, bordas laterais)	89,27	0,1731	89,12
II.) Extraídos Meio (18 c.p.: 'Internos') (Inicial, intermed e final)	67,48	0,2647	67,25

Tabela 7.14: Valores Característicos da Tenacidade (FT) para o teor de fibras de 40 kg/m³

Valores Característicos (FT)	(Valor médio)	(Desvio Padrão)	(Valor Caracter.)
Taxa de 40 kg/m ³	FT_m (MPa)	S_d	$FT_{m;k}$ (MPa)
I.) Moldados (6 c.p.)	4,668	0,370	4,34
II.) Extraídos (30 c.p.)	3,390	1,064	2,45

Assim como na taxa de 20 e 30 kg/m³, além dos valores médios dos FT serem diferentes entre moldados e extraídos e pelo desvio padrão dos c.p. extraídos ser **bem mais alto** que o desvio padrão dos moldados, resultou em um **valor de FT característico baixo** para os **c.p. extraídos**.

Tabela 7.15: Valores Característicos da Tenacidade (FT) para o teor de fibras de 40 kg/m³, separando-se Extraídos Bordas e Meio (cp ‘internos’)

Valores Característicos (FT)	(Valor médio)	(Desvio Padrão)	(Valor Caracter.)
Taxa de 40 kg/m ³	FT _m (MPa)	S _d	FT _{m;k} (MPa)
I.) Moldados (6 c.p.)	4,668	0,370	4,34
II.) Extraídos Bordas (12 c.p.) (Inicial e final, bordas laterais)	3,900	0,977	3,04
II.) Extraídos Meio (18 c.p. : 'Internos') (Inicial, intermed e final)	3,050	1,004	2,16

Tabela 7.16: Valores Característicos da Resistência à flexão (f_{ctm,fl}) para o teor de fibras de 40 kg/m³

Valores Característicos (f _{ctm,fl})	(Valor médio)	(Desvio Padrão)	(Valor Caracter.)
Taxa de 40 kg/m ³	f _{ctm,fl} (MPa)	S _d	f _{ctm,fl;k} (MPa)
I.) Moldados (6 c.p.)	3,722	0,174	3,57
II.) Extraídos (30 c.p.)	3,875	0,247	3,66

Assim como na taxa de 20 e 30 kg/m³, nota-se **valores característicos** de resistência à flexão (f_{ctm,fl}) **próximos** entre os corpos de prova moldados e extraídos, pois não atua o efeito das fibras para o cálculo de f_{ctm,fl}.

Tabela 7.17: Valores Característicos da Resistência à flexão ($f_{ctm,fl}$) para o teor de fibras de 40 kg/m^3 , separando-se Extraídos Bordas e Meio (cp ‘internos’)

Valores Característicos ($f_{ctm,fl}$)	(Valor médio)	(Desvio Padrão)	(Valor Caracter.)
Taxa de 40 kg/m^3	$f_{ctm,fl}$ (MPa)	S_d	$f_{ctm,fl;k}$ (MPa)
I.) Moldados (6 c.p.)	3,722	0,174	3,57
II.) Extraídos Bordas (12 c.p.) (Inicial e final, bordas laterais)	3,987	0,216	3,80
II.) Extraídos Meio (18 c.p.: ‘Internos’) (Inicial, intermed e final)	3,801	0,244	3,59

Tabela 7.18: Valores Característicos do Coeficiente de Ductilidade (R_e) para o teor de fibras de 40 kg/m^3

Valores Característicos (R_e)	(Valor médio)	(Desvio Padrão)	(Valor Caracter.)
Taxa de 40 kg/m^3	$R_{e,m}$ (%)	S_d	$R_{e,m;k}$ (%)
I.) Moldados (6 c.p.)	125,45	0,0778	125,38
II.) Extraídos (30 c.p.)	86,83	0,2481	86,61

Sob a influência dos valores de FT (com grande variabilidade) para obtenção dos resultados de R_e , assim como ocorreu nas taxas de 20 e 30 kg/m^3 ; notam-se **valores médios e característicos mais baixos de R_e** para os corpos de prova extraídos.

Tabela 7.19: Valores Característicos do Coeficiente de Ductilidade (R_e) para o teor de fibras de 40 kg/m^3 , separando-se Extraídos Bordas e Meio (cp ‘internos’)

Valores Característicos (R_e)	(Valor médio)	(Desvio Padrão)	(Valor Caracter.)
Taxa de 40 kg/m^3	$R_{e,m}$ (%)	S_d	$R_{e,m;k}$ (%)
I.) Moldados (6 c.p.)	125,45	0,0778	125,38
II.) Extraídos Bordas (12 c.p.) (Inicial e final, bordas laterais)	97,29	0,2242	97,09
II.) Extraídos Meio (18 c.p.: 'Internos') (Inicial, intermed e final)	79,85	0,2410	79,64

Tabela 7.20: Valores Característicos da Tenacidade (FT) para todos os corpos de prova extraídos (30 c.p.)

Valores Característicos Extraídos (FT)	(Valor médio)	(Desvio Padrão)	(Valor Caracter.)
	FT_m (MPa)	S_d	$FT_{m;k}$ (MPa)
Taxa de 20 kg/m^3 (30 c.p.)	2,997	0,762	2,32
Taxa de 30 kg/m^3 (30 c.p.)	3,250	1,255	2,14
Taxa de 40 kg/m^3 (30 c.p.)	3,390	1,064	2,45

Nota-se que os valores dos desvios padrão de cada teor foram **relativamente altos**, resultando em um valor **característico baixo**. O teor de 30 kg/m^3 apresentou o **maior desvio padrão**, afetando diretamente o valor característico proposto. Isso evidencia como a distribuição randômica das fibras pode influenciar nos resultados da tenacidade.

Tabela 7.21: Valores Característicos da Resistência à flexão ($f_{ctm,fl}$) para todos os corpos de prova extraídos (30 c.p.)

Valores Característicos Extraídos	(Valor	(Desvio	(Valor
($f_{ctm,fl}$)	médio)	Padrão)	Caracter.)
	f_{ctm} (MPa)	S_d	$f_{ctm,fl;k}$ (MPa)
Taxa de 20 kg/m ³ (30 c.p.)	4,198	0,422	3,83
Taxa de 30 kg/m ³ (30 c.p.)	4,193	0,446	3,80
Taxa de 40 kg/m ³ (30 c.p.)	3,875	0,247	3,66

Tabela 7.22: Valores Característicos do Coeficiente de Ductilidade (R_e) para todos os corpos de prova extraídos (30 c.p.)

Valores Característicos Extraídos	(Valor	(Desvio	(Valor
(R_e)	médio)	Padrão)	Caracter.)
	$R_{e,m}$ (%)	S_d	$R_{e,m;k}$ (%)
Taxa de 20 kg/m ³ (30 c.p.)	71,31	0,1710	71,16
Taxa de 30 kg/m ³ (30 c.p.)	76,20	0,2535	75,98
Taxa de 40 kg/m ³ (30 c.p.)	86,83	0,2481	86,61

Tabela 7.23: Comparação entre os valores Característicos da Tenacidade (FT) dos corpos de prova moldados (6 c.p.) com os valores médios dos corpos de prova extraídos (30 c.p.)

	Valor Caract. c.p. Moldados (6 c.p.) $FT_{m,k}$ (MPa)	Média dos c.p. Extraídos (30 c.p.) FT (MPa)
Taxa de 20 kg/m ³	3,15	3,00
Taxa de 30 kg/m ³	3,92	3,25
Taxa de 40 kg/m ³	4,34	3,39

Mesmo com a minoração dos valores característicos dos corpos de prova moldados, estes ficaram **acima** das médias dos corpos de prova extraídos. Isso evidencia como os efeitos de borda influenciam nos resultados da Tenacidade dos corpos de prova moldados.

Tabela 7.24: Comparação entre os valores Característicos da Resistência à flexão ($f_{ctm,fl}$) para os corpos de prova moldados (6 c.p.) com os valores médios dos corpos de prova extraídos (30 c.p.)

	Valor Caract. c.p. Moldados (6 c.p.) $f_{ctm,fl,k}$ (MPa)	Média dos c.p. Extraídos (30 c.p.) $f_{ctm,fl}$ (MPa)
Taxa de 20 kg/m ³	3,92	4,20
Taxa de 30 kg/m ³	3,87	4,19
Taxa de 40 kg/m ³	3,57	3,88

Como não ocorre o efeito das fibras para o cálculo de $f_{ctm,fl}$ (como comentado que a resistência à flexão, por utilizar a carga de primeira fissura, é equivalente ao comportamento do concreto sem a adição das fibras); os valores característicos de $f_{ctm,fl}$ dos **corpos de prova**

moldados resultaram em **valores menores** do que as médias dos resultados de $f_{ctm,fl}$ dos **corpos de prova extraídos**. Isso em virtude da minoração dos valores característicos dos corpos de prova moldados.

Tabela 7.25: Comparação entre os valores Característicos do Coeficiente de Ductilidade (R_e) para os corpos de prova moldados (6 c.p.) com os valores médios dos corpos de prova extraídos (30 c.p.)

	Valor Caract. c.p. Moldados	Média dos c.p. Extraídos
	(6 c.p.) $R_{e,m;k}$ (%)	(30 c.p.) R_e (%)
Taxa de 20 kg/m ³	85,24	71,31
Taxa de 30 kg/m ³	107,68	76,20
Taxa de 40 kg/m ³	125,38	86,83

Sob influência dos valores de FT (para o cálculo de R_e), resultou-se em valores característicos de R_e dos corpos de prova **moldados acima** dos valores de R_e da **média** dos corpos de prova **extraídos**.

7.2 Considerações Finais

Para a quantificação da tenacidade as normas internacionais existentes atualmente divergem em vários pontos (como a forma e dimensões do corpo de prova, aplicação da carga, cálculo da carga de primeira fissura, medidas da tenacidade), não havendo um consenso sobre os ensaios e suas análises. Embora o uso do CRFA esteja bem difundido no Brasil, não existe uma **norma nacional** para ensaios e utilização do CRFA que especifiquem e normatizem o seu uso.

Por ser uma tecnologia nova e diferenciada, há a necessidade de se estudar e analisar todos os tipos de solicitação e esforços que o CRFA poderá sofrer. A carência de conhecimentos mais minuciosos do comportamento do CRFA, **nas estruturas** em que são exigidos, evidencia a necessidade de estudos mais aprofundados e as suas correlações entre os **corpos moldados e extraídos**, para controle executivo de obra.

Nessa pesquisa foi constatada a grande variabilidade dos resultados de tenacidade dos corpos de prova nos três teores estudados (20, 30 e 40 kg/m³). Em virtude desse fato e, para garantir **confiabilidade** no dimensionamento e uso do CRFA, propomos o emprego de **valores característicos** para o uso e dimensionamento desse compósito nesses teores estudados.

Nos resultados obtidos, como o **desvio padrão** dos valores $f_{equ,fl}$ (FT) foram muito altos, resultaram em valores característicos propostos **extremamente baixos**. Desta maneira, isso demonstra claramente a importância dos valores utilizados para dimensionamento do CRFA e afeta diretamente a confiabilidade do **real comportamento** do compósito na estrutura. Corrobora a importância tanto da distribuição das fibras como principalmente as diferenças nos resultados dos corpos moldados e extraídos para controle executivo de obras a partir dos resultados experimentais.

Nas Análises de Variância (ANOVA) dessa pesquisa, os resultados obtidos indicaram **diferenças significativas** entre Tratamentos diferentes (origem e posição dos corpos de prova), evidenciando que a origem (moldados ou extraídos) e a posição dos corpos de prova dentro da laje afetam diretamente os resultados, particularmente os valores de Tenacidade. Também foram necessárias comparações múltiplas entre os Tratamentos.

Isso evidencia que a **Tenacidade** do CRFA é fortemente influenciada pela **distribuição** das fibras na matriz de concreto. Verificamos nos resultados apresentados que essa distribuição é sensivelmente diferente em corpos de prova prismáticos moldados, utilizados para o controle de qualidade da obra, do que a encontrada nas estruturas dos pisos ou pavimentos. Nos resultados das moldagens de corpos de prova de **tamanhos padronizados** houve um **aumento induzido na tenacidade** devido ao alinhamento das fibras junto à direção principal de tensão.

Como na resistência à flexão ($f_{ctm,fl}$), por utilizar a carga de primeira fissura, é **equivalente ao comportamento do concreto sem a adição das fibras**, os valores característicos $f_{ctm,fl}$ foram extremamente próximos entre si, ratificando a influência da distribuição das fibras nos resultados dos corpos de prova estudados (moldados e extraídos).

Com os resultados das diversas Análises de Variância (ANOVA) apresentados, verificamos ainda que, conforme se aumenta o teor de fibras no concreto, os resultados vão ficando significativamente diferentes entre as diversas posições e origens dos corpos de prova, comprovando que os resultados da tenacidade do CRFA são muito influenciados pela distribuição de fibras dentro do compósito.

Com os resultados obtidos entre corpos de prova moldados e extraídos, devemos **atentar** para o fato de que usualmente são feitos, pela comunidade da construção, **dimensionamentos para utilização do CRFA a partir dos resultados obtidos dos corpos de prova moldados**, de dimensões padronizadas. Dessa maneira, como demonstrado nessa pesquisa, estão sendo utilizados parâmetros **superdimensionados** e fora da realidade do **real comportamento das fibras** no compósito para o correto dimensionamento do CRFA.

A partir dos resultados dos corpos de prova para uma metodologia executiva na utilização do CRFA, será necessária uma **minoração** dos resultados obtidos (como proposto nos resultados dos “**Valores Característicos**”), baseados em sua análise de variância e nos desvios padrão para se manter a confiança dos resultados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Committee 544.4R. Design considerations for Steel Fiber Reinforced Concrete. **ACI Manual of Concrete Practice: part 5**. Detroit, USA, 1988, 18 p.
- _____. Committee 544.2R (reapproved 1999). Measurement of Properties of Fiber Reinforced Concrete. **ACI Manual of Concrete Practice**, Detroit, USA, 1989, 12 p.
- _____. Committee 544.1R (reapproved 2002). Report on Fiber Reinforced Concrete. **ACI Manual of Concrete Practice**, Detroit, USA, 1996, 66 p.
- _____. Committee 201.2R Guide to Durable Concrete. **ACI Manual of Concrete Practice**, Detroit, USA, 2001, 41 p.
- _____. Committee 360.R-06 Design of Slabs-on-ground. **ACI Manual of Concrete Practice**, Detroit, USA, 2006, 74 p.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM C995 **Standard Test Method for Time of Flow of Fiber-Reinforced Concrete Through Inverted Cone Slump**. Book of ASTM Standards, Parte 04.02. ASTM, Philadelphia, 1994a.
- _____. ASTM C1018 **Standard Test Method for Flexural Toughness and First Crack Strength of Fiber-Reinforced Concrete**. Book of ASTM Standards, Parte 04.02. ASTM, Philadelphia, 1994b.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 5735: Cimento Portland de Alto-Forno – Especificação**. Rio de Janeiro, 1991.
- _____. **NBR 5739: Concreto – ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, 1994.
- _____. **NBR 7190: Projeto de estruturas de madeira**. Rio de Janeiro, 1997.
- _____. **NBR 7223: Concreto – Determinação de Consistência pelo Abatimento do Tronco de Cone**. Rio de Janeiro, 1992.
- _____. **NBR 11578: Cimento Portland Composto – Especificação**. Rio de Janeiro, 1991.
- _____. **NBR 11768 (EB-1763): Aditivos para Concreto de cimento Portland**. Rio de Janeiro, 1992.
- _____. **NBR 12655: Concreto – Preparo, controle e recebimento**. Rio de Janeiro, 1996.

- BALAGURU, P.N.; SHAH, S. P. **Fiber-Reinforced Cement Composites**. USA. McGraw-Hill. 1992. p.17-35
- BENTUR, A. ; MINDESS, S. **Fibre Reinforced Cementitious Composites**. Elsevier, Northern Ireland, 1990. 449 p.
- CALLISTER, W. D. J. **Ciência e Engenharia dos Materiais: Uma Introdução**. Edit. LTC. 2ª edição, 2002. 589 p.
- CARPINETTI, L. C. R., **Planejamento e Análise de Experimentos**. Universidade de São Paulo. Escola de Engenharia de São Carlos. Departamento de Engenharia de Produção. São Carlos, 2003. 223 p.
- CECCATO, M.R., NUNES, N. L., e FIGUEIREDO, A.D. **Estudo do controle da trabalhabilidade do concreto reforçado com fibras de aço**. Vol. 2. In IV Congresso Iberoamericano de Patologia das Construções. Porto Alegre, 1997. **Anais**. p.539-546
- FIGUEIREDO, A. D.; **Concreto com fibras de aço- São Paulo**: Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP, Departamento de Engenharia de Construção Civil, BT/PCC/260, **EPUSP, 2.000**.
- _____. **Concreto com Fibras**. In: **Concreto: Ensino, Pesquisas e Realizações**. INSTITUTO BRASILEIRO DO CONCRETO. São Paulo, IBRACON, 2005, vol II. p. 1195-1225.
- KOOIMAN, A. G. **Modelling Steel Fibre Reinforced Concret for Structural Design**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil). Delft University of Techonology, Netherlands, 2000.
- INTERNATIONAL UNION OF LABORATORIES FOR MATERIALS AND EXPERTS IN CONSTRUCTION MATERIALS, SYSTEMS AND STRUCTURES. RILEM TC 162-TDF: Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: bending test.
- JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. **Method of tests for flexural strength and flexural toughness of steel fiber reinforced concrete**. JSCE-SF4. Concrete Library of JSCE. Part III-2 Method of tests for steel fiber reinforced concrete. N° 3 June1984a. p. 58-61.
- _____. **Method of tests for compressive strength and compressive toughness of steel fiber reinforced concrete**. JSCE-SF5. Concrete Library of JSCE. Part III-2 Method of tests for steel fiber reinforced concrete. N° 3 June 1984b. p. 63-66.
- METHA, P. K; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: Estrutura, Propriedades e Materiais**. Ed. Pini. São Paulo, 1994. 573 p.
- NEMEGER, D.; VANBRABANT, J.; STANG, H. **Durability of Steel Fibre Reinforced Concrete**. In: **Final Report, Sub-task 5.1. Brite-EuRam Project**. 2001. **CD-ROM**. p. 1-16.
- NEVILLE, A. M., **Propriedades do Concreto**. Ed. Pini. São Paulo, 1982. 738 p.

- NUNES, N. L. **Contribuição para a aplicação do concreto reforçado com fibras de aço em elementos de superfície restringidos.** Tese (Doutorado em Engenharia Civil). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2006. 253 p.
- PAULON, V.A. **A Microestrutura do Concreto Convencional.** In: **Concreto: Ensino, Pesquisas e Realizações.** INSTITUTO BRASILEIRO DO CONCRETO. São Paulo, IBRACON, 2005, vol I. p. 584-604.
- PINTO Jr., N. O.; MORAES, A. A. **Concreto Reforçado com Fibras de Aço.** In: 38º REIBRAC – IBRACON, Ribeirão Preto, SP, 1996. **Anais**, v.2, p. 471-479.
- RILEM TC 162-TDF, 'RILEM TC 162-TDF: Test and design methods for steel fibre reinforced concrete. Bending test. Final Recommendation', Materials and Structures, November 2002, vol 35, p 579-582.
- STANG, H.; GETTU, R.; BARR, B. **Test Methods for the Characterization of Steel Fiber Reinforced Concrete: A State-of-the-art Report. Sub-task 1.1. Brite-EuRam Project BRPR-CT98-0813.** Jan 2000. CD-ROM. p. 1-51.
- VILLARES, A. M. O. **Influência da largura do corpo-de-prova na medida da tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço.** Campinas: Unicamp, 2001. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Campinas. 128 p.

BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA

- BARON, J. ; SAUTEREY, R. ; **Le Beton hydraulique Connaissance et pratique**. Paris : Ponts et Chaussées, 1.982.
- CALIXTO, J. M.; FILHO, L. S. V., GONÇALVES, C. M. **Comportamento de Vigas de Concreto Armado Reforçadas com diferentes tipos de fibras curtas**. In: V Simpósio EPUSP (Escola Politécnica da Universidade de São Paulo) sobre Estruturas de Concreto, 2003, São Paulo. **Anais**. São Paulo: s. 102d., 2003.
- CARVALHO, A. J. P.; NETO, A. **Monografia**. Disponível em: 102du.clubedopetroleo.com.br/ncom/monografias/res.doc Acesso em: 01 de Out. 2006 às 18:30
- CHENKUI, H., GUOFAN, Z. **Properties of Steel-Fibre Reinforced Concrete Containing Larger Coarser Aggregate**. Cement & Concrete Composites. Elsevier Applied Science, V. 17, nº 3, 1995, p.199-206.
- COELHO, M. A. M., SILVA, M. G.; SOUZA, F. L. S. e ZANDONADE, E. **Estudo da Carbonatação de Concretos de Alto Desempenho com elevados teores de Escória de Alto-Forno**. In: 44º REIBRAC – IBRACON, Belo Horizonte, MG. **Anais, 2002. CD-ROM**
- DEPARTAMENTOS NACIONAL DE INFRA-ESTRUTURA DE TRANSPORTES. **Pavimento Rígido – Execução de pavimento rígido com equipamento de pequeno porte. Especificação e serviço. DNIT 047/2004 ES**. Rio de Janeiro, 2004.
- GUIMARÃES, M. C. N.; FIGUEIREDO, A. D. **Análise da Repetibilidade e Reprodutibilidade do Ensaio de Tenacidade à Flexão dos Concretos Reforçados com Fibras de Aço (CRFA)**. In: 44º REIBRAC – IBRACON, Belo Horizonte, MG. **Anais, 2002. CD-ROM**.
- KIHARA, Y.; CENTURIONE, S. L. **O Cimento Portland**. In: **Concreto: Ensino, Pesquisas e Realizações**. INSTITUTO BRASILEIRO DO CONCRETO. São Paulo, IBRACON, 2005, vol I. p. 296-322.
- ISAIA, G. C. **O Concreto: da Era Clássica à Contemporânea**. In: **Concreto: Ensino, Pesquisas e Realizações**. INSTITUTO BRASILEIRO DO CONCRETO. São Paulo, IBRACON, 2005, vol I. p. 1-43.
- JOHN, V. M.; CINCOTTO, M. A.; SILVA, M. G.. **Cinzas e aglomerantes alternativos**. In: **Tecnologia e materiais alternativos de construção**. Editora da Unicamp. Campinas, 2003. p. 145-190.
- JOHN, V. M.; CINCOTTO, M. A.; SILVA, E.; TANGO, C.E.S. **Cimentos de escória de alto-forno sem clínquer**. In: SEMINÁRIO RECICLAGEM DE RESÍDUOS PARA REDUÇÃO DE CUSTOS NA CONSTRUÇÃO HABITACIONAL, Belo Horizonte, 1994. **Anais**. p.41-48.

- LEVY, S. **Sustentabilidade na Construção Civil**. In: **Concreto: Ensino, Pesquisas e Realizações**. INSTITUTO BRASILEIRO DO CONCRETO. São Paulo, IBRACON, 2005, vol I. p.1551-1579.
- MELO NETO, A.A., **Estudo da retração em argamassa com cimento de escória ativada**. Dissertação (Mestrado). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2002. 161 p.
- MOLIN, D. C. C. D., **Adições Minerais para Concreto Estrutural**. In: **Concreto: Ensino, Pesquisas e Realizações**. INSTITUTO BRASILEIRO DO CONCRETO. São Paulo, IBRACON, vol. I, 2005. p.345- 379.
- MEHTA, P. K. **Reflexões sobre os recentes avanços na tecnologia do concreto**. Revista Ibracon. São Paulo: Instituto Brasileiro do Concreto, ano VII, n. 22, ago.-nov. 1998.
- PETRUCCI, E. G. R. **Materiais de Construção**. Ed. Globo. Porto Alegre, RS, 1976. 2 ed. 435 p.
- SCANDIUZZI, L.; ADRIOLO, F. R. **Concreto e seus materiais: Propriedades e Ensaios**. Ed. Pini. São Paulo, 1986. 553 p.
- SEIDLER, N.; DAL MOLIN, D. C.C. **Efeito da Sílica Ativa na Alcalinidade e consumo de Hidróxido de Cálcio durante a hidratação do cimento**. In: V Simpósio EPUSP (Escola Politécnica da Universidade de São Paulo) sobre Estruturas de Concreto, 2003, São Paulo. **Anais**. São Paulo: s. ed., 2003.
- SCANDIUZZI, L.; ANDRIOLO, F. R. **Concreto e seus materiais: Propriedades e Ensaios**. São Paulo, Ed. Pini, 1986. 553 p.
- SEIDLER, N.; DAL MOLIN, D. C.C. **Efeito da Sílica Ativa na Alcalinidade e consumo de Hidróxido de Cálcio durante a hidratação do cimento**. In: V Simpósio EPUSP (Escola Politécnica da Universidade de São Paulo) sobre Estruturas de Concreto, 2003, São Paulo. **Anais**. São Paulo: s. 103d., 2003.
- TROXEL, G. E.; DAVIS, H. E.; KELLY, J. W. **Composition and Properties of Concrete**. 2. 103d. USA1968 Ed. McGraw-Hill 529 p.

SITE ACESSADO

Fonte: <http://www.arthistory.upenn.edu>
Acessado 04/2005

Apêndice A

Propriedades dos Agregados utilizados no Concreto

O volume total de concreto usinado foi de 3 m³.

Especificações:

$f_{ck} = 30,0$ Mpa

Brita 1

Abatimento (Slump): 100 ± 20 mm

Relação a/c: 0,50

Consumo mínimo de cimento: 350 kg/m³

Quantitativo do traço em kg/m³

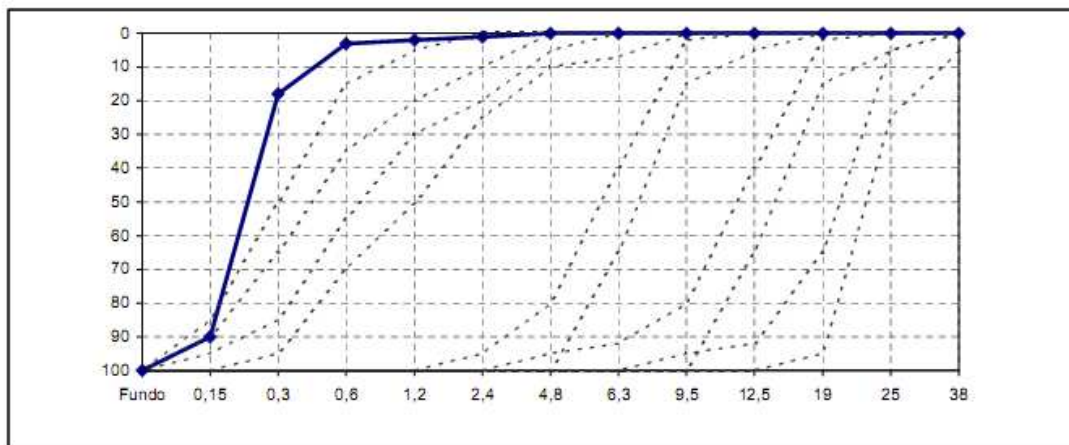
Material	kg/m ³
CPII E-40 Granel	360,00
Brita 1	1.121,00
Areia Fina	325,00
Areia Média	488,00
Aditivo Polifuncional – Dens 1,20	1,44
Aditivo Superplastificante	2,16
Água (para o concreto)	180,00
Fibra de aço FF4-Maccaferri	20,00


ENSAIOS FÍSICOS EM AGREGADOS - NBR 7211/2005

Material:	Areia	Usina:	Barão Geraldo
Procedência:	Analândia	Data de Coleta:	30/1/2008
Fornecedor:	CRS	Data de Ensaio:	30/1/2008
Região:	Interior	Data de Aprovação:	30/1/2008

PENEIRA	MASSA (g)	% RETIDA	% ACUM.
38	0	0	0
25	0	0	0
19	0	0	0
12,5	0	0	0
9,5	0	0	0
6,3	0	0	0
4,8	0	0	0
2,4	9	1	1
1,2	6	1	2
0,6	6	1	3
0,3	150	15	18
0,15	726	72	90
Fundo	103	10	100
	1000	100	114

Módulo de Finura	1,14	
Dimensão Máx. Caracter.	0,6	mm
Massa Específica	2,64	g/cm ³
Massa Unitária	1.420	Kg/m ³
Material Pulverulento	1,0	%
Torrões de Argila	-	%
Absorção	-	%
Impurezas Orgânicas	<input checked="" type="checkbox"/> MAIS CLARA	
	<input type="checkbox"/> IGUAL	
	<input type="checkbox"/> MAIS ESCURA	



Observações:

Tecg.º Dener Altheman
CREA nº. 5061580740

Eng.º. Silvio Massanori Obata
CREA nº 0601463823

F124VER12

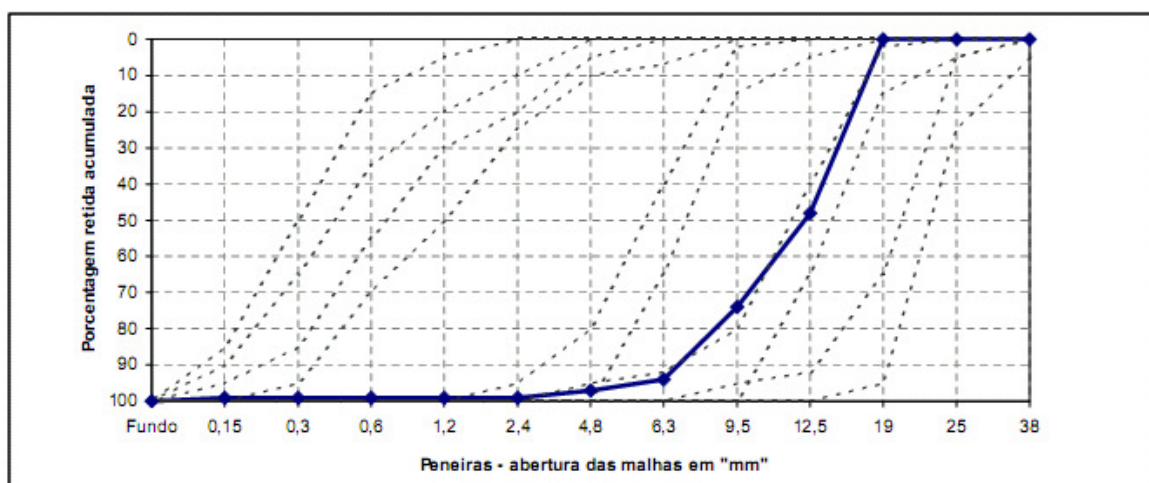


ENSAIOS FÍSICOS EM AGREGADOS - NBR 7211/2005

Material:	Brita 1	Usina:	Barão Geraldo
Procedência:	Paulínia	Data de Coleta:	30/1/2008
Fornecedor:	Galvani	Data de Ensaio:	30/1/2008
Região:	interior	Data de Aprovação:	30/1/2008

PENEIRA	MASSA (g)	% RETIDA	% ACUM.
38	0	0	0
25	0	0	0
19	0	0	0
12,5	4852	48	48
9,5	2630	26	74
6,3	1979	20	94
4,8	303	3	97
2,4	181	2	99
1,2	0	0	99
0,6	0	0	99
0,3	0	0	99
0,15	0	0	99
Fundo	55	1	100
	10000	100	666

Módulo de Finura	6,66	
Dimensão Máx. Caracter.	19	mm
Massa Específica	3,01	g/cm³
Massa Unitária	1.620	Kg/m³
Material Pulverulento	1,4	%
Torrões de Argila	-	%
Absorção	0,3	%
Impurezas Orgânicas	<input type="checkbox"/> MAIS CLARA	
	<input type="checkbox"/> IGUAL	
	<input type="checkbox"/> MAIS ESCURA	



Observações: O limite do teor de material pulverulento deste material deve ser considerado no teor de agregado total conforme definido em 3.6 da NBR 7211/05.

Tecg.º Dener Altheman
CREA nº. 5061580740

Eng.º Sílvia Massanori Obata
CREA nº 0601463823

F124/VER12

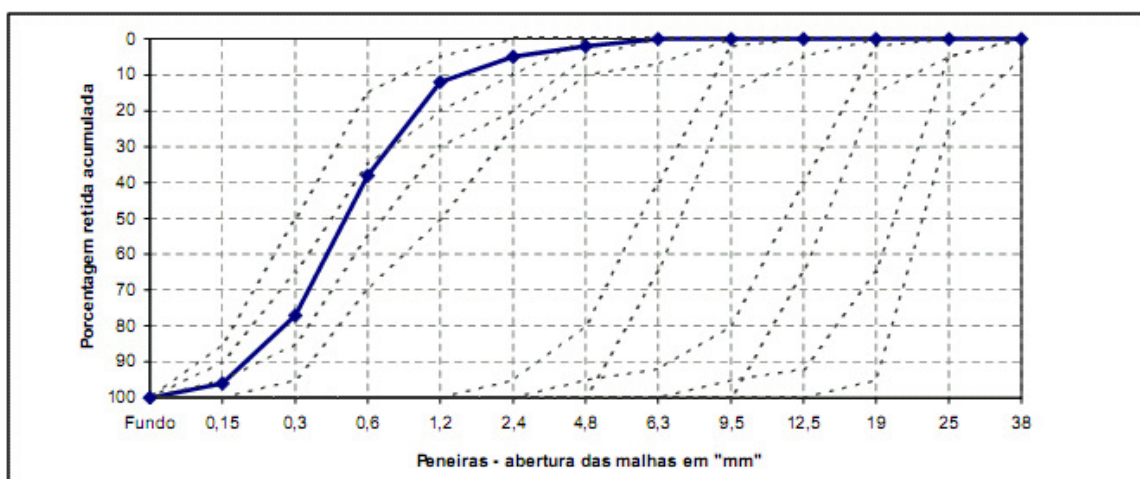


ENSAIOS FÍSICOS EM AGREGADOS - NBR 7211/2005

Material:	Areia Média	Usina:	Barão Geraldo
Procedência:	São Carlos	Data de Coleta:	30/1/2008
Fornecedor:	Itaporanga	Data de Ensaio:	30/1/2008
Região:	Interior	Data de Aprovação:	30/1/2008

PENEIRA	MASSA (g)	% RETIDA	% ACUM.
38	0	0	0
25	0	0	0
19	0	0	0
12,5	0	0	0
9,5	0	0	0
6,3	0	0	0
4,8	22	2	2
2,4	29	3	5
1,2	68	7	12
0,6	262	26	38
0,3	386	39	77
0,15	187	19	96
Fundo	46	4	100
	1000	100	230

Módulo de Finura	2,30	
Dimensão Máx. Caracter.	2,4	mm
Massa Específica	2,64	g/cm³
Massa Unitária	1.510	Kg/m³
Material Pulverulento	0,7	%
Torrões de Argila	-	%
Absorção	-	%
Impurezas Orgânicas	<input checked="" type="checkbox"/> MAIS CLARA	
	<input type="checkbox"/> IGUAL	
	<input type="checkbox"/> MAIS ESCURA	



Observações:

Tec.º Dener Altheman
CREA nº. 5061580740

Eng.º. Sílvia Massanori Obata
CREA nº 0601463823

F124VER12

MIRA 96: Aditivo Plastificante Polifuncional para concreto

Aditivo Redutor de Água de Meio Termo (NBR 11848 e ASTM C484)

DESCRIÇÃO

MIRA 96 é um aditivo redutor de água polifuncional, fabricado através de rigorosos processos e controles da qualidade com a finalidade de assegurar um desempenho uniforme e previsível do produto.

MIRA 96 foi desenvolvido como um aditivo redutor de água de alta eficiência especialmente formulado para utilização em cimentos com alto teor de adições sem prejuízos a resistência inicial ou retardo no tempo de início de pega em doses típicas recomendadas.

É um líquido de cor escura de baixa viscosidade e pronto para o uso.

Seu peso específico é de 1,18 kg/l.

Principais Características

MIRA 96 pode ser usado com uma ampla gama de dosificações, que permitem obter elevadíssima capacidade plastificante.

Sua formulação desenvolvida para uso em cimentos com alto teor de adição permite aplicação em altos teores, garantindo uma excelente redução da água de amassamento. É adequado para uma ampla variedade de aplicações, incluindo concreto usinado, pisos industriais, concretos normais, concretos leves e pré-moldados.

Dosificação

As dosificações podem variar de acordo com a redução de água desejada, doses entre 0,6% a 1,0% sobre a massa do material cimentício são recomendadas para cimentos com alto teor de escória.

COMPOSIÇÃO E INFORMAÇÕES SOBRE OS INGREDIENTES**Natureza Química**

Agente plastificante para concreto em base de uma solução aquosa alcalina de polímeros.

Ingrediente: Formaldeído

PROPRIEDADES FÍSICO-QUÍMICAS

ESTADO FÍSICO: Líquido

APARÊNCIA/ODOR: Líquido límpido marrom escuro com leve odor característico.

pH: 7.0 – 9.0

PRESSÃO A VAPOR (mm Hg): Não aplicável

DENSIDADE A VAPOR (Ar = 1): Não aplicável

SOLUBILIDADE EM ÁGUA: Completa

PESO ESPECÍFICO (ÁGUA=1): 1.17 - 1.23 g/cm³

TAXA DE EVAPORAÇÃO (Acetato de Butila = 1): ~ igual à água

PONTO DE EBULIÇÃO: >212°F/100°C (Estimado)

VISCOSIDADE: Não aplicável

DENSIDADE BULK(#/cu.ft): Não aplicável

TEOR DE VOLÁTEIS(%): ~60

ESTABILIDADE E REATIVIDADE

Estabilidade: Estável

Condições ou materiais a evitar: Fortes agentes oxidantes

Riscos de polimerização: Não irá polimerizar

Riscos de decomposição perigosa: Dióxido de enxofre, Dióxido de carbono e Monóxido de carbono

Fontes: <http://www.br.graceconstruction.com>

http://www.br.graceconstruction.com/cement/download/mira_96.pdf

RHEOBUILD 1000

Aditivo superplastificante de pega normal para concreto.

DESCRIÇÃO DO PRODUTO:

RHEOBUILD 1000 é um aditivo líquido, pronto para o uso, superplastificante de alto desempenho, e atende aos requisitos de desempenho da norma EB 1763 (tipo p).

PROPRIEDADES E BENEFÍCIOS:

RHEOBUILD 1000 é recomendado para uso em todos os tipos de concreto onde deseja-se alta redução da água de amassamento sem alteração no tempo de pega.

RHEOBUILD 1000 é um aditivo polifuncional que permite:

No Estado fresco:

- Melhora a trabalhabilidade;
- Redução da quantidade de água de amassamento;
- Concreto com alta fluidez e coesão;
- Redução dos tempos de cura ambiente ou a vapor.

No Estado endurecido:

- Redução à permeabilidade do concreto;
- Aumenta a durabilidade do concreto;
- Maiores resistências iniciais e finais;
- Maior durabilidade e impermeabilidade do concreto.

CAMPOS DE APLICAÇÃO:

- Concretos de alto desempenho;
- Pré-moldados;
- Concretos com baixa permeabilidade.

MODO DE UTILIZAÇÃO/APLICAÇÃO:

RHEOBUILD 1000 deve ser adicionado junto com a água de amassamento. Nunca deve ser adicionado aos componentes secos do concreto (cimento e agregados).

A faixa de teor de adição do **RHEOBUILD 1000** encontra-se entre 0,800 e 1,5 litros para cada 100 Kg de cimento Portland, devendo ser dosado após a adição de 70% da água de amassamento. Estas dosagens são orientativas, sendo imprescindível a realização de testes laboratoriais e/ou de campo, a fim de estabelecer a dosagem ótima para cada caso.

A redução de água de amassamento aproximada do **RHEOBUILD 1000**, segundo a dosagem utilizada, é entre 12 e 25%, dependendo do tipo de cimento e traço utilizados.

DADOS TÉCNICOS:

Função Principal:	Superplastificante
Base química:	Naftaleno sulfonatos
Aspecto:	Líquido
Cor:	Castanho
Densidade:	1,185 a 1,225 g/cm ³
pH:	9 a 11
Sólidos:	38 a 42%

Fonte:

<http://www.basfcc.com.br/PT/produtos/aditivos/RHEOBUILD1000/Documents/RHEOBUILD%C2%AE%201000.pdf>

Dados dos corpos de prova moldados:

Taxas de fibras de 20, 30 e 40 kg/m³

CP	ℓ (mm)	h (mm)	Tenacidade (N.mm)	FT (MPa)	$f_{ctm,fl}$ (MPa)	R_e (%)
20-1	149,40	151,10	63160,24	2,7775	3,8028	73,04
20-2	150,10	151,25	81510,04	3,5607	4,4103	80,74
20-3	150,60	152,65	88897,75	3,7998	4,2598	89,20
20-4	149,90	152,30	87324,72	3,7673	3,9651	95,01
20-5	150,00	150,70	75403,41	3,3202	4,0121	82,76
20-6	150,20	152,75	94776,72	4,0566	4,4531	91,10
30-1	150,70	152,05	104151,43	4,4840	3,8269	117,17
30-2	150,95	151,50	94945,72	4,1106	3,9473	104,14
30-3	150,60	152,25	93152,27	4,0026	4,3011	93,06
30-4	150,40	152,70	92015,48	3,9357	3,9975	98,46
30-5	149,95	151,05	96134,03	4,2148	3,9281	107,30
30-6	150,30	151,85	117866,53	5,1014	4,0286	126,63
40-1	149,70	151,40	109054,51	4,7672	3,6514	130,56
40-2	149,90	152,85	111208,60	4,7632	3,7186	128,09
40-3	149,15	151,55	93367,59	4,0884	3,4766	117,60
40-4	150,70	151,90	108136,56	4,6648	3,6429	128,05
40-5	150,75	152,20	105094,83	4,5143	3,9512	114,25
40-6	150,30	152,35	121382,54	5,2192	3,8902	134,16

Onde:

ℓ : Comprimento do corpo de prova (mm)

h : Altura secção de ruptura do corpo de prova (mm)

FT: Fator de Tenacidade

$f_{ctm,fl}$: Resistência à flexão do concreto

R_e : Coeficiente de ductilidade

Dados dos corpos de prova extraídos:

Taxa de fibras: 20 kg/m³

CP	ℓ (mm)	h (mm)	Tenacidade (N.mm)	FT (MPa)	f _{ctm,fl} (MPa)	R _e (%)
20--1	153,25	152,80	98150,41	4,1147	4,4006	93,50
20--2	152,05	152,60	40792,05	1,7281	3,7867	45,64
20--3	154,25	154,15	85749,50	3,5092	4,3005	81,60
20--4	159,80	144,80	78693,91	3,5230	4,3006	81,92
20--6	149,60	155,40	67319,82	2,7951	4,4683	62,55
20--8	150,55	156,25	78708,97	3,2121	4,3033	74,64
20--9	149,60	155,85	60635,95	2,5031	4,8036	52,11
20--11	151,75	156,10	64839,29	2,6302	4,5729	57,52
20--12	149,05	156,80	103764,8	4,2473	4,8660	87,29
20--13	141,15	157,60	87955,61	3,7632	3,9557	95,13
20--15	153,35	154,20	98862,16	4,0669	4,3682	93,10
20--16	158,30	157,25	79217,76	3,0356	3,8348	79,16
20--18	145,55	160,75	63688,11	2,5400	4,5068	56,36
20--19	154,30	161,70	43837,28	1,6299	3,4051	47,87
20--20	148,40	164,00	38853,27	1,4601	3,3577	43,49
20--21	151,80	162,80	73099,73	2,7254	4,7347	57,56
20--23	148,80	159,55	69239,81	2,7419	4,3268	63,37
20--24	152,20	163,70	88364,55	3,2498	3,9361	82,56
20--27	144,75	157,50	60875,98	2,5431	4,1740	60,93
20--28	153,90	155,80	82707,18	3,3209	4,3988	75,50
20--30	150,60	155,85	53193,20	2,1813	4,2769	51,00
20--32	148,30	162,10	89261,16	3,4359	4,4910	76,51
20--33	152,45	162,95	85201,94	3,1572	4,4268	71,32
20--34	145,80	163,45	109127,95	4,2024	4,1911	100,27
20--36	151,45	165,65	84847,42	3,0625	4,9169	62,29
20--37	142,55	165,50	101114,01	3,8845	3,8102	101,95
20--39	151,85	164,20	95665,28	3,5050	3,7193	94,24
20--40	157,85	154,20	69018,69	2,7583	4,1454	66,54
20--41	149,95	158,20	52837,22	2,1119	3,5975	58,70
20--42	154,65	162,00	61916,52	2,2883	3,5403	64,64

Taxa de fibras: 30 kg/m³

CP	ℓ (mm)	h (mm)	Tenacidade (N.mm)	FT (MPa)	f _{ctm,fl} (MPa)	R _e (%)
30--1	154,85	153,00	64388,25	2,6644	4,1529	64,16
30--2	155,50	154,45	102371,06	4,1396	4,6938	88,19
30--3	162,13	154,25	127802,83	4,9697	4,6313	107,31
30--4	154,10	153,60	112637,25	4,6472	4,4899	103,50
30--6	148,73	153,95	52733,82	2,2441	4,0712	55,12
30--8	146,70	156,25	41275,98	1,7287	3,8357	45,07
30--9	146,00	155,35	36498,57	1,5538	3,2439	47,90
30--11	150,78	155,70	46652,73	1,9145	3,6775	52,06
30--12	143,35	155,90	48215,76	2,0758	4,1366	50,18
30--13	152,85	156,20	47124,89	1,8955	3,7587	50,43
30--15	154,30	156,10	126549,32	5,0487	4,6542	108,48
30--16	152,75	154,70	83970,04	3,4455	4,8669	70,79
30--18	154,00	156,50	51382,00	2,0434	4,4739	45,67
30--19	177,00	156,80	43615,46	1,5034	3,2904	45,69
30--20	146,00	155,10	107533,93	4,5926	4,2461	108,16
30--21	148,85	156,10	108838,01	4,5011	4,9436	91,05
30--23	143,53	154,25	97639,49	4,2888	3,5968	119,24
30--24	150,70	158,45	97364,43	3,8601	4,4752	86,25
30--27	154,10	157,90	126675,18	4,9456	4,6882	105,49
30--28	154,30	154,50	87894,74	3,5796	4,3996	81,36
30--30	148,80	156,35	43282,63	1,7849	4,0454	44,12
30--32	146,30	157,15	85788,44	3,5616	4,2141	84,52
30--33	151,25	157,55	120132,53	4,7998	4,1105	116,77
30--34	150,80	153,55	66444,82	2,8032	3,9517	70,94
30--36	148,30	156,85	57482,89	2,3633	4,3821	53,93
30--37	155,60	157,80	44557,12	1,7250	3,6271	47,56
30--39	155,45	157,55	133935,70	5,2067	4,7545	109,51
30--40	153,50	156,20	78761,29	3,1545	4,0885	77,16
30--41	145,00	158,35	62135,69	2,5635	3,8882	65,93
30--42	149,60	159,65	99998,25	3,9338	4,4037	89,33

Taxa de fibras: 40 kg/m³

CP	ℓ (mm)	h (mm)	Tenacidade (N.mm)	FT (MPa)	f _{ctm,fl} (MPa)	Re (%)
40--1	157,75	152,50	123734,83	5,0591	4,1009	123,37
40--2	164,55	153,45	117524,99	4,5498	3,9907	114,01
40--3	152,20	152,28	88551,32	3,7637	3,8918	96,71
40--4	150,45	153,90	99248,86	4,1778	3,8725	107,89
40--6	149,95	154,15	83453,23	3,5132	3,7914	92,66
40--8	154,70	156,10	93481,36	3,7198	3,8065	97,72
40--9	147,85	155,30	99821,37	4,1990	4,1283	101,71
40--11	147,80	156,15	113214,69	4,7123	4,2417	111,10
40--12	149,25	156,10	99660,09	4,1105	3,9160	104,97
40--13	133,68	155,70	89488,28	4,1422	3,5520	116,62
40--15	157,70	152,93	113698,46	4,6244	4,1615	111,12
40--16	157,45	158,15	53308,64	2,0305	3,6058	56,31
40--18	145,50	163,50	54654,64	2,1078	3,5412	59,52
40--19	151,40	161,85	44685,00	1,6901	3,8095	44,36
40--20	143,15	163,23	50865,85	2,0006	3,7086	53,94
40--21	146,55	162,35	37362,59	1,4509	3,7437	38,76
40--23	148,33	161,40	57417,47	2,2290	3,1417	70,95
40--24	146,80	162,15	60076,39	2,3347	3,7254	62,67
40--27	152,28	153,95	99796,95	4,1478	3,9015	106,31
40--28	155,98	156,53	106111,76	4,1652	3,9814	104,62
40--30	145,80	159,05	58004,42	2,3590	3,9216	60,15
40--32	144,25	158,50	65025,91	2,6916	4,0193	66,97
40--33	145,30	157,80	65921,21	2,7330	3,7806	72,29
40--34	148,38	157,60	76535,13	3,1151	3,9998	77,88
40--36	146,00	160,20	107648,42	4,3094	3,8647	111,51
40--37	130,38	159,05	76814,41	3,4936	3,7333	93,58
40--39	153,03	154,65	48300,21	1,9796	3,7375	52,97
40--40	163,15	152,38	87738,14	3,4743	4,3373	80,10
40--41	158,33	154,65	107008,24	4,2390	3,9406	107,57
40--42	163,25	156,35	122364,75	4,5994	4,3180	106,52

Compressão Axial

Corpos de prova cilíndricos (10 x 20 cm)

Taxa de fibras: 20 kg/m³

	Força (kgf)	δ (kgf/cm ²)	δ (MPa)	Média (MPa)	Média total
20 kg/m³					
20--1	30600	389,61	38,961		
20--2	32800	417,62	41,762	40,064	
20--3	31000	394,70	39,470		
					39,98
20--4	31400	399,79	39,979		
20--5	31600	402,34	40,234	39,894	
20--6	31000	394,70	39,470		

Taxa de fibras: 30 kg/m³

	Força (kgf)	δ (kgf/cm ²)	δ (MPa)	Média (MPa)	Média total
30 kg/m³					
30--1	27200	346,32	34,632		
30--2	29000	369,24	36,924	36,542	
30--3	29900	380,70	38,070		
					36,95
30--4	29200	371,79	37,179		
30--5	28800	366,69	36,669	37,348	
30--6	30000	381,97	38,197		

Taxa de fibras: 40 kg/m³

	Força (kgf)	δ (kgf/cm ²)	δ (MPa)	Média (MPa)	Média total
40 kg/m³					
40--1	27200	346,32	34,632		
40--2	26800	341,23	34,123	35,651	
40--3	30000	381,97	38,197		
					36,22
40--4	30400	387,06	38,706		
40--5	27800	353,96	35,396	36,796	
40--6	28500	362,87	36,287		

Módulo de Elasticidade

Corpos de prova cilíndricos (10 x 20 cm)

Foi utilizado o método secante para o cálculo:

$$E_{\text{sec}} = \frac{(f_c 0,4 - 0,5 \text{ Mpa})}{(\epsilon 0,4 - \epsilon 0,5 \text{ Mpa})}$$

20--4	$E_{\text{sec}}=22,03 \text{ Gpa}$
20--5	$E_{\text{sec}}=27,50 \text{ Gpa}$
20--6	$E_{\text{sec}}=29,63 \text{ Gpa}$
30--4	$E_{\text{sec}}=21,77 \text{ Gpa}$
30--5	$E_{\text{sec}}=25,26 \text{ Gpa}$
30--6	$E_{\text{sec}}=31,17 \text{ Gpa}$
40--4	$E_{\text{sec}}=23,27 \text{ Gpa}$
40--5	$E_{\text{sec}}=21,40 \text{ Gpa}$
40--6	$E_{\text{sec}}=18,81 \text{ Gpa}$

Análise de Variância Preliminar

Teor de fibras: 30 kg/m³

Fonte de Variabilidade	Soma dos Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado médio	Razão F
Entre Tratamentos	$S_T = 16,815$	$v_T = 5$	$s^2_T = 3,363$	$s^2_T / s^2_R = 3,197$
Dentro Tratamento	$S_R = 18,895$	$v_R = 18$	$s^2_R = 1,052$	
Total em torno da média	$S_D = 37,148$	$v_D = 23$	$s^2_D = 1,615$	

Médias de cada tratamento

$\bar{x}_1 \Rightarrow$ Borda inicial (3 resultados de cp)

$\bar{x}_2 \Rightarrow$ Borda lateral (6 resultados de cp)

$\bar{x}_3 \Rightarrow$ Borda final (3 resultados de cp)

$\bar{x}_4 \Rightarrow$ Meio inicial (4 resultados de cp)

$\bar{x}_5 \Rightarrow$ Meio intermediário (4 resultados de cp)

$\bar{x}_6 \Rightarrow$ Meio Final (4 resultados de cp)

Resultados na comparação múltipla (“Diferença Menos Significativa”)
(Significância 5%)

\bar{x}_1 não é significativamente diferente de \bar{x}_2 , \bar{x}_3 , \bar{x}_5 , \bar{x}_6 .

\bar{x}_1 (Borda inicial) é significativamente diferente de \bar{x}_4 (Meio Inicial).

\bar{x}_2 não é significativamente diferente de \bar{x}_3 , \bar{x}_5 .

\bar{x}_2 (Borda lateral) é significativamente diferente de \bar{x}_4 (Meio inicial).

\bar{x}_2 (Borda lateral) é significativamente diferente de \bar{x}_6 (Meio final).

\bar{x}_3 não é significativamente diferente de \bar{x}_4 , \bar{x}_5 , \bar{x}_6 .

\bar{x}_4 não é significativamente diferente de \bar{x}_6 .

\bar{x}_4 (Meio inicial) é significativamente diferente de \bar{x}_5 (Meio intermediário).

\bar{x}_5 não é significativamente diferente de \bar{x}_6 .

Teor de fibras: 40 kg/m³

Fonte de Variabilidade	Soma dos Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado médio	Razão F
Entre Tratamentos	$S_T = 14,545$	$v_T = 5$	$s^2_T = 2,909$	$s^2_T / s^2_R = 5,041$
Dentro Tratamento	$S_R = 10,379$	$v_R = 18$	$s^2_R = 0,577$	
Total em torno da média	$S_D = 24,929$	$v_D = 23$	$s^2_D = 1,084$	

Médias de cada tratamento

$\bar{x}_1 \Rightarrow$ Borda inicial (3 resultados de cp)

$\bar{x}_2 \Rightarrow$ Borda lateral (6 resultados de cp)

$\bar{x}_3 \Rightarrow$ Borda final (3 resultados de cp)

$\bar{x}_4 \Rightarrow$ Meio inicial (4 resultados de cp)

$\bar{x}_5 \Rightarrow$ Meio intermediário (4 resultados de cp)

$\bar{x}_6 \Rightarrow$ Meio final (4 resultados de cp)

Resultados na comparação múltipla (“Diferença Menos Significativa”)
(Significância 5%)

\bar{x}_1 não é significativamente diferente de \bar{x}_2 , \bar{x}_3 , \bar{x}_4 .

\bar{x}_1 (Borda inicial) é significativamente diferente de \bar{x}_5 (Meio intermediário).

\bar{x}_1 (Borda inicial) é significativamente diferente de \bar{x}_6 (Meio final).

\bar{x}_2 não é significativamente diferente de \bar{x}_3 , \bar{x}_4 , \bar{x}_6 .

\bar{x}_2 (Borda lateral) é significativamente diferente de \bar{x}_5 (Meio intermediário).

\bar{x}_3 não é significativamente diferente de \bar{x}_4 .

\bar{x}_3 (Borda final) é significativamente diferente de \bar{x}_5 (Meio intermediário).

\bar{x}_3 (Borda final) é significativamente diferente de \bar{x}_6 (Meio final).

\bar{x}_4 (Meio inicial) é significativamente diferente de \bar{x}_5 (Meio intermediário).

\bar{x}_4 não é significativamente diferente de \bar{x}_6 .

\bar{x}_5 não é significativamente diferente de \bar{x}_6 .

Hipóteses:

Podemos verificar que, conforme se aumenta o teor de fibras no concreto, os resultados vão ficando significativamente diferentes entre as diversas posições e origens dos corpos de prova.


Análise Estatística 2

Quadro de ANOVA

Nessa análise, incluímos os resultados dos corpos de prova moldados, para análises e comparações. Assim, obtivemos um quadro de ANOVA (Análise de Variância), apresentado a seguir, com **6 variáveis Tratamento** e **6 variáveis Bloco**.

Teor de fibras: 30 kg/m³

Trat	Bloco	CP 1	CP 2	CP 3	CP 4	CP 5	CP 6	Total Trat	Média Trat.
moldado (A)		4,48	4,11	4,00	3,94	4,21	5,10	25,84	4,307
bd. ini e final (B)		2,66	4,14	4,97	3,15	2,56	3,93	21,41	3,568
bordas laterais (C)		3,58	3,45	4,65	5,21	4,95	5,05	26,89	4,482
meio inicial (D)		2,24	1,73	1,55	1,91	2,08	1,90	11,41	1,902
meio interm. (E)		2,04	1,50	4,59	4,50	4,29	3,86	20,78	3,463
meio final (F)		1,78	3,56	4,80	2,80	2,36	1,72	17,02	2,837
Total Bloco		16,78	18,49	24,56	21,51	20,45	21,56	Total Geral	Média Geral
Média Bloco		2,797	3,082	4,093	3,585	3,408	3,593	123,35	3,426

 : Corpos de prova Extraídos

Médias de cada tratamento (Mpa):

$\bar{x}_A = 4,307 \Rightarrow$ Corpos de prova moldados (6 resultados de cp)

$\bar{x}_B = 3,568 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos das bordas inicial e final (6 resultados de cp)

$\bar{x}_C = 4,482 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos da borda lateral (6 resultados de cp)

$\bar{x}_D = 1,902 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio inicial (6 resultados de cp)

$\bar{x}_E = 3,463 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio intermediário (6 resultados de cp)

$\bar{x}_F = 2,837 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio final (6 resultados de cp)

Fonte de Variabilidade	Soma dos Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado médio	Razão F
Entre Blocos	$S_B = 6,081$	$(n-1) = 5$	$s_B^2 = 1,216$	$s_B^2/s_R^2 = 1,590$
Entre Tratamentos	$S_T = 27,495$	$(k-1) = 5$	$s_T^2 = 5,499$	$s_T^2/s_R^2 = 7,391$
Resíduo (erro)	$S_R = 18,608$	$(n-1)(k-1) = 25$	$s_R^2 = 0,744$	
Total em torno da média	$S_D = 52,184$	$kn-1 = 35$		

a.) Diferença entre Blocos

$$F_{\text{calc}} = s_B^2/s_R^2 = 1,590 < F_{0,05;5;25} = 2,60$$

Então, a hipótese nula

$H_0 = \beta_1 = \beta_2 = \dots = 0$ é aceita, ou seja, os corpos de prova de cada Bloco produzem resultados **significativamente iguais**.

b.) Diferença entre Tratamentos

$$F_{\text{calc}} = s_T^2/s_R^2 = 7,054 > F_{0,05;5;25} = 2,60$$

Então, a hipótese nula

$H_0 = \mu_i = \mu_j = \dots = \mu_k = 0$ é **rejeitada**, ou seja, as origens dos corpos de prova e as diferentes posições da laje produzem resultados **significativamente iguais**.

Como o resultado da Análise de Variância indicou uma **diferença significativa** entre Tratamentos diferentes (origem e posição dos corpos de prova), iremos realizar comparações múltiplas entre os Tratamentos, uma vez que os resultados são significativamente diferentes entre si.

Comparações Múltiplas

$$H_0: \mu_i = \mu_j$$

$$H_1: \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para todo } i \neq j$$

Pelo método da “Diferença Menos Significativa” (LSD), temos:


$$LSD = t_{\alpha/2, v} \sqrt{\frac{2s_R^2}{n}} = 1,03$$

Com a análise desses resultados, existe diferença significativa entre os Tratamentos:

A e D; A e F; B e D; C e D; C e F e D e F.

Teor de fibras: 40 kg/m³

Trat.	Bloco	CP 1	CP 2	CP 3	CP 4	CP 5	CP 6	Total Trat	Média Trat.
moldado (A)		4,77	4,76	4,09	4,66	4,51	5,22	28,01	4,668
bd. ini e final (B)		5,06	4,55	3,76	3,47	4,24	4,60	25,68	4,280
bordas laterais (C)		4,18	2,03	4,17	4,62	4,15	1,98	21,13	3,522
meio inicial (D)		3,51	3,72	4,20	4,71	4,11	4,14	24,39	4,065
meio interm. (E)		2,11	1,69	2,00	1,45	2,23	2,33	11,81	1,968
meio final (F)		2,36	2,69	2,73	3,12	4,31	3,49	18,70	3,117
Total Bloco		21,99	19,44	20,95	22,03	23,55	21,76	Total Geral 129,72	Média Geral 3,603
Média Bloco		3,665	3,240	3,492	3,672	3,925	3,627		

 : Corpos de prova Extraídos

Médias de cada tratamento (Mpa)

$\bar{x}_A = 4,668 \Rightarrow$ Corpos de prova moldados (6 resultados de cp)

$\bar{x}_B = 4,280 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos das bordas inicial e final (6 resultados de cp)

$\bar{x}_C = 3,522 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos da borda lateral (6 resultados de cp)

$\bar{x}_D = 4,065 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio inicial (6 resultados de cp)

$\bar{x}_E = 1,968 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio intermediário (6 resultados de cp)

$\bar{x}_F = 3,117 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio final (6 resultados de cp)

Fonte de Variabilidade	Soma dos Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado médio	Razão F
Entre Blocos	$S_B = 1,542$	$(n-1) = 5$	$s_B^2 = 0,308$	$s_B^2/s_R^2 = 0,653$
Entre Tratamentos	$S_T = 28,332$	$(k-1) = 5$	$s_T^2 = 5,666$	$s_T^2/s_R^2 = 12,004$
Resíduo (erro)	$S_R = 11,812$	$(n-1)(k-1) = 25$	$s_R^2 = 0,472$	
Total em torno da média	$S_D = 41,686$	$kn-1 = 35$		

a.) Diferença entre Blocos

$$F_{\text{calc}} = s_B^2/s_R^2 = 0,653 < F_{0,05;5;25} = 2,60$$

Então, a hipótese nula

$H_0 = \beta_1 = \beta_2 = \dots = 0$ é **aceita**, ou seja, os corpos de prova de cada Bloco produzem resultados **significativamente iguais**.

b.) Diferença entre Tratamentos

$$F_{\text{calc}} = s_T^2/s_R^2 = 12,004 > F_{0,05;5;25} = 2,60$$

Então, a hipótese nula

$H_0 = \mu_i = \mu_j = \dots = \mu_k = 0$ é **rejeitada**, ou seja, as origens dos corpos de prova e as diferentes posições da laje produzem resultados **significativamente iguais**.

Assim como na taxa de 30 kg/m³, a Análise de Variância indicou uma **diferença significativa** entre Tratamentos diferentes (origem e posição dos corpos de prova), também iremos realizar comparações múltiplas entre os Tratamentos, uma vez que os resultados são significativamente diferentes entre si.

Comparações Múltiplas

$$H_0: \mu_i = \mu_j$$

$$H_1: \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para todo } i \neq j$$

Pelo método da “Diferença Menos Significativa” (LSD), temos:

$$LSD = t_{\alpha/2, v} \sqrt{\frac{2s_R^2}{n}} = 0,817$$

Com a análise desses resultados, existe diferença significativa entre os Tratamentos:

A e C; A e E; A e F; B e E; B e F; C e E; D e E; D e F e E e F.

Resultados da Análise Estatística 3

Teor de fibras: 30 kg/m³

Como na taxa de 30 kg/m³, a posição dos corpos de prova extraídos da posição meio inicial (Tratamento ‘D’) apresentou mais diferenças significativas, vamos retirar essa posição e analisar as restantes.

Trat	Bloco	CP 1	CP 2	CP 3	CP 4	CP 5	CP 6	Total Trat	Média Trat.
moldado (A)		4,48	4,11	4,00	3,94	4,21	5,10	25,84	4,307
bd. ini e final (B)		2,66	4,14	4,97	3,15	2,56	3,93	21,41	3,568
bordas laterais (C)		3,58	3,45	4,65	5,21	4,95	5,05	26,89	4,482
meio interm. (E)		2,04	1,50	4,59	4,50	4,29	3,86	20,78	3,463
meio final (F)		1,78	3,56	4,80	2,80	2,36	1,72	17,02	2,837
Total Bloco		14,54	16,79	23,01	19,60	18,37	19,66	Total Geral 111,94	Média Geral 3,731
Média Bloco		2,908	3,352	4,602	3,920	3,674	3,932		

□ : Corpos de prova Extraídos

Médias de cada tratamento (Mpa)

$\bar{x}_A = 4,307 \Rightarrow$ Corpos de prova moldados (6 resultados de cp)

$\bar{x}_B = 3,568 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos das bordas inicial e final (6 resultados de cp)

$\bar{x}_C = 4,482 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos da borda lateral (6 resultados de cp)

$\bar{x}_E = 3,463 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio intermediário (6 resultados de cp)

$\bar{x}_F = 2,837 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio final (6 resultados de cp)

Fonte de Variabilidade	Soma dos Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado médio	Razão F
Entre Blocos	$S_B = 8,294$	$(n-1) = 5$	$s_B^2 = 1,659$	$s_B^2/s_R^2 = 2,061$
Entre Tratamentos	$S_T = 10,757$	$(k-1) = 4$	$s_T^2 = 2,689$	$s_T^2/s_R^2 = 3,340$
Resíduo (erro)	$S_R = 16,096$	$(n-1)(k-1) = 20$	$s_R^2 = 0,805$	
Total em torno da média	$S_D = 35,147$	$kn-1 = 29$		

a.) Diferença entre Blocos

$$F_{\text{calc}} = s_B^2/s_R^2 = 2,061 < F_{0,05;5;20} = 2,71$$

Então, a hipótese nula

$H_0 = \beta_1 = \beta_2 = \dots = 0$ é **aceita**, ou seja, os corpos de prova de cada Bloco produzem resultados **significativamente iguais**.

b.) Diferença entre Tratamentos

$$F_{\text{calc}} = s_T^2/s_R^2 = 7,054 > F_{0,05;4;20} = 2,87$$

Então, a hipótese nula

$H_0 = \mu_i = \mu_j = \dots = \mu_k = 0$ é **rejeitada**, ou seja, as origens dos corpos de prova e as diferentes posições da laje produzem resultados **significativamente iguais**.

Como o resultado da Análise de Variância indicou uma **diferença significativa** entre Tratamentos diferentes (origem e posição dos corpos de prova), iremos realizar comparações múltiplas entre os Tratamentos, uma vez que os resultados são significativamente diferentes entre si.

Comparações Múltiplas

$$H_0: \mu_i = \mu_j$$

$$H_1: \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para todo } i \neq j$$

Pelo método da “Diferença Menos Significativa” (LSD), temos:

$$LSD = t_{\alpha/2, v} \sqrt{\frac{2s_R^2}{n}} = 1,08$$

Com a análise desses resultados, existe diferença significativa entre os Tratamentos:

A e E; A e C e E.

Teor de fibras: 40 kg/m³

Como na taxa de 40 kg/m³, a posição dos corpos de prova extraídos da posição meio intermediário (Tratamento ‘E’) apresentou mais diferenças significativas, vamos retirar essa posição e analisar as restantes.

Trat.	Bloco	CP 1	CP 2	CP 3	CP 4	CP 5	CP 6	Total Trat	Média Trat.
moldado (A)		4,77	4,76	4,09	4,66	4,51	5,22	28,01	4,668
bd. ini e final (B)		5,06	4,55	3,76	3,47	4,24	4,60	25,68	4,280
bordas laterais (C)		4,18	2,03	4,17	4,62	4,15	1,98	21,13	3,522
meio inicial (D)		3,51	3,72	4,20	4,71	4,11	4,14	24,39	4,065
meio final (F)		2,36	2,69	2,73	3,12	4,31	3,49	18,70	3,117
Total Bloco		19,88	17,75	18,95	20,58	21,32	19,43	Total Geral 117,91	Média Geral 3,930
Média Bloco		3,976	3,550	3,790	4,116	4,264	3,886		

□ : Corpos de prova Extraídos

Médias de cada tratamento (Mpa)

$\bar{x}_A = 4,668 \Rightarrow$ Corpos de prova moldados (6 resultados de cp)

$\bar{x}_B = 4,280 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos das bordas inicial e final (6 resultados de cp)

$\bar{x}_C = 3,522 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos da borda lateral (6 resultados de cp)

$\bar{x}_D = 4,065 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio inicial (6 resultados de cp)

$\bar{x}_F = 3,117 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio final (6 resultados de cp)

Fonte de Variabilidade	Soma dos Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado médio	Razão F
Entre Blocos	$S_B = 1,571$	$(n-1) = 5$	$s^2_B = 0,314$	$s^2_B/s^2_R = 0,560$
Entre Tratamentos	$S_T = 9,084$	$(k-1) = 4$	$s^2_T = 2,271$	$s^2_T/s^2_R = 4,048$
Resíduo (erro)	$S_R = 11,217$	$(n-1)(k-1) = 20$	$s^2_R = 0,561$	
Total em torno da média	$S_D = 21,872$	$kn-1 = 29$		

a.) Diferença entre Blocos

$$F_{\text{calc}} = s^2_B/s^2_R = 0,560 < F_{0,05;5;20} = 2,71$$

Então, a hipótese nula

$H_0 = \beta_1 = \beta_2 = \dots = 0$ é **aceita**, ou seja, os corpos de prova de cada Bloco produzem resultados **significativamente iguais**.

b.) Diferença entre Tratamentos

$$F_{\text{calc}} = s^2_T/s^2_R = 4,048 > F_{0,05;4;20} = 2,87$$

Então, a hipótese nula

$H_0 = \mu_i = \mu_j = \dots = \mu_k = 0$ é **rejeitada**, ou seja, as origens dos corpos de prova e as diferentes posições da laje produzem resultados **significativamente iguais**.

Assim como na taxa de 30 kg/m³, a Análise de Variância indicou uma **diferença significativa** entre Tratamentos diferentes (origem e posição dos corpos de prova), também iremos realizar comparações múltiplas entre os Tratamentos, uma vez que os resultados são significativamente diferentes entre si.

Comparações Múltiplas

$$H_0: \mu_i = \mu_j$$

$$H_1: \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para todo } i \neq j$$

Pelo método da “Diferença Menos Significativa” (LSD), temos:

$$LSD = t_{\alpha/2, v} \sqrt{\frac{2s_R^2}{n}} = 0,902$$

Com a análise desses resultados, existe diferença significativa entre os Tratamentos:

A e C; A e E; B e E; D e E.

Resultados da Análise Estatística 4

Teor de fibras : 30 kg/m³

Como na taxa de 30 kg/m³, a posição dos corpos de prova extraídos da posição meio final (Tratamento ‘F’) apresentou mais diferenças significativas, vamos retirar essa posição e analisar as restantes.

Trat	Bloco	CP 1	CP 2	CP 3	CP 4	CP 5	CP 6	Total Trat	Média Trat.
moldado (A)		4,48	4,11	4,00	3,94	4,21	5,10	25,84	4,307
bd. ini e final (B)		2,66	4,14	4,97	3,15	2,56	3,93	21,41	3,568
bordas laterais (C)		3,58	3,45	4,65	5,21	4,95	5,05	26,89	4,482
meio interm. (E)		2,04	1,50	4,59	4,50	4,29	3,86	20,78	3,463
Total Bloco		12,76	13,20	18,21	16,80	16,01	17,94	Total	Média
Média Bloco		3,190	3,300	4,553	4,200	4,003	4,485	Geral 94,92	Geral 3,955

□ : Corpos de prova Extraídos

Médias de cada tratamento (Mpa)

$\bar{x}_A = 4,307 \Rightarrow$ Corpos de prova moldados (6 resultados de cp)

$\bar{x}_B = 3,568 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos das bordas inicial e final (6 resultados de cp)

$\bar{x}_C = 4,482 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos da borda lateral (6 resultados de cp)

$\bar{x}_E = 3,463 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio intermediário (6 resultados de cp)

Fonte de Variabilidade	Soma dos Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado médio	Razão F
Entre Blocos	$S_B = 6,858$	$(n-1) = 5$	$s^2_B = 1,372$	$s^2_B/s^2_R = 1,949$
Entre Tratamentos	$S_T = 4,753$	$(k-1) = 3$	$s^2_T = 1,584$	$s^2_T/s^2_R = 2,250$
Resíduo (erro)	$S_R = 10,562$	$(n-1)(k-1) = 15$	$s^2_R = 0,704$	
Total em torno da média	$S_D = 22,173$	$kn-1 = 23$		

b.) Diferença entre Blocos

$$F_{\text{calc}} = s^2_B/s^2_R = 1,949 < F_{0,05;5;15} = 2,90$$

Então, a hipótese nula

$$H_0 = \beta_1 = \beta_2 = \dots = 0$$

é **aceita**, ou seja, os corpos de prova de cada Bloco produzem resultados **significativamente iguais**.

b.) Diferença entre Tratamentos

$$F_{\text{calc}} = s^2_T/s^2_R = 2,250 < F_{0,05;3;15} = 3,29$$

Então, a hipótese nula

$$H_0 = \mu_i = \mu_j = \dots = \mu_k = 0$$


é **aceita**, ou seja, os corpos de prova de diferentes posições produzem resultados **significativamente iguais**.

Como o resultado da Análise de Variância não indicou uma diferença significativa entre Tratamentos diferentes (origem e posição dos corpos de prova) nem entre Blocos diferentes (corpos de prova) não iremos realizar comparações múltiplas entre os Tratamentos e os Blocos.

Teor de fibras : 40 kg/m³

Como na taxa de 40 kg/m³, a posição dos corpos de prova extraídos da posição meio final (Tratamento 'F') apresentou mais diferenças significativas, vamos retirar essa posição e analisar as restantes.

Trat.	Bloco	CP 1	CP 2	CP 3	CP 4	CP 5	CP 6	Total Trat	Média Trat.
moldado (A)		4,77	4,76	4,09	4,66	4,51	5,22	28,01	4,668
bd. ini e final (B)		5,06	4,55	3,76	3,47	4,24	4,60	25,68	4,280
bordas laterais ©		4,18	2,03	4,17	4,62	4,15	1,98	21,13	3,522
meio inicial (D)		3,51	3,72	4,20	4,71	4,11	4,14	24,39	4,065
Total Bloco		17,52	15,06	16,22	17,46	17,01	15,94	Total Geral	Média Geral
Média Bloco		4,380	3,765	4,055	4,365	4,252	3,985	99,91	4,134

 : Corpos de prova Extraídos

Médias de cada tratamento (Mpa)

$\bar{x}_A = 4,668 \Rightarrow$ Corpos de prova moldados (6 resultados de cp)

$\bar{x}_B = 4,280 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos das bordas inicial e final (6 resultados de cp)

$\bar{x}_C = 3,522 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos da borda lateral (6 resultados de cp)

$\bar{x}_D = 4,065 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio inicial (6 resultados de cp)

Fonte de Variabilidade	Soma dos Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado médio	Razão F
Entre Blocos	$S_B = 1,170$	$(n-1) = 5$	$s_B^2 = 0,234$	$s_B^2/s_R^2 = 0,384$
Entre Tratamentos	$S_T = 4,120$	$(k-1) = 3$	$s_T^2 = 1,373$	$s_T^2/s_R^2 = 2,251$
Resíduo (erro)	$S_R = 9,15$	$(n-1)(k-1) = 15$	$s_R^2 = 0,610$	
Total em torno da média	$S_D = 14,44$	$kn-1 = 23$		

a.) Diferença entre Blocos

$$F_{\text{calc}} = s_B^2/s_R^2 = 0,384 < F_{0,05;5;15} = 2,90$$

Então, a hipótese nula

$H_0 = \beta_1 = \beta_2 = \dots = 0$ é **aceita**, ou seja, os corpos de prova de cada Bloco produzem resultados **significativamente iguais**.

b.) Diferença entre Tratamentos

$$F_{\text{calc}} = s_T^2/s_R^2 = 2,251 < F_{0,05;4;20} = 3,29$$

Então, a hipótese nula

$H_0 = \mu_i = \mu_j = \dots = \mu_k = 0$ Então, a hipótese nula


$H_0 = \mu_i = \mu_j = \dots = \mu_k = 0$ é **aceita**, ou seja, os corpos de prova de diferentes posições produzem resultados **significativamente iguais**.

Como o resultado da Análise de Variância não indicou uma diferença significativa entre Tratamentos diferentes (origem e posição dos corpos de prova) nem entre Blocos diferentes (corpos de prova) não iremos realizar comparações múltiplas entre os Tratamentos e os Blocos.

Resultados da Análise Estatística 5 ($f_{ctm,fl}$)

Teor de fibras : 20 kg/m³

Trat.	Bloco	CP 1	CP 2	CP 3	CP 4	CP 5	CP 6	Total Trat	Média Trat.
moldado (A)		3,80	4,41	4,26	3,97	4,01	4,45	24,90	4,150
bd. ini e final (B)		4,40	3,79	4,30	4,15	3,60	3,54	23,78	3,963
bordas laterais (C)		4,30	3,83	4,40	4,37	4,17	3,72	24,79	4,132
meio inicial (D)		4,47	4,30	4,80	4,57	4,87	3,96	26,97	4,495
meio interm. (E)		4,51	3,41	3,36	4,73	4,33	3,94	24,28	4,047
meio final (F)		4,28	4,49	4,43	4,19	4,92	3,81	26,12	4,353
Total Bloco		25,76	24,23	25,55	25,98	25,90	23,42	Total Geral	Média Geral
Média Bloco		4,293	4,038	4,258	4,330	4,317	3,903	150,84	4,190

 : Corpos de prova Extraídos

Fonte de Variabilidade	Soma dos Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado médio	Razão F
Entre Blocos	$S_B = 0,937$	$(n-1) = 5$	$s^2_B = 0,187$	$s^2_B/s^2_R = 1,375$
Entre Tratamentos	$S_T = 1,180$	$(k-1) = 5$	$s^2_T = 0,236$	$s^2_T/s^2_R = 1,735$
Resíduo (erro)	$S_R = 3,393$	$(n-1)(k-1) = 25$	$s^2_R = 0,136$	
Total em torno da média	$S_D = 5,510$	$kn-1 = 35$		

Médias de cada tratamento (Mpa)

$\bar{x}_A = 4,150 \Rightarrow$ Corpos de prova moldados (6 resultados de cp)

$\bar{x}_B = 3,963 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos das bordas inicial e final (6 resultados de cp)

$\bar{x}_C = 4,132 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos da borda lateral (6 resultados de cp)

$\bar{x}_D = 4,495 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio inicial (6 resultados de cp)

$\bar{x}_E = 4,047 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio intermediário (6 resultados de cp)

$\bar{x}_F = 4,353 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio final (6 resultados de cp)

Usamos o termo “meio” para designar os corpos de prova extraídos do meio da laje (sem influência das bordas).

a.) Diferença entre Blocos

$$F_{\text{calc}} = s_B^2 / s_R^2 = 1,375 < F_{0,05;5;25} = 2,60$$

Então, a hipótese nula

$H_0 = \beta_1 = \beta_2 = \dots = 0$ é **aceita**, ou seja, os corpos de prova de cada Bloco produzem resultados **significativamente iguais**.

b.) Diferença entre Tratamentos

$$F_{\text{calc}} = s_T^2 / s_R^2 = 1,735 < F_{0,05;5;25} = 2,60$$

Então, a hipótese nula

$H_0 = \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k = 0$ é **aceita**, ou seja, os corpos de prova de diferentes posições produzem resultados **significativamente iguais**.

Como o resultado da Análise de Variância não indicou uma diferença significativa entre Tratamentos diferentes (origem e posição dos corpos de prova) nem entre Blocos diferentes (corpos de prova) não iremos realizar comparações múltiplas entre os Tratamentos e os Blocos.

Teor de fibras : 30 kg/m³

Trat.	Bloco	CP 1	CP 2	CP 3	CP 4	CP 5	CP 6	Total Trat	Média Trat.
moldado (A)		3,83	3,95	4,30	4,00	3,93	4,03	24,04	4,007
bd. ini e final (B)		4,15	4,69	4,63	4,09	3,89	3,40	25,85	4,308
bordas laterais (C)		4,40	4,87	4,49	4,75	4,69	4,65	27,85	4,642
meio inicial (D)		4,07	3,84	3,24	3,68	4,14	3,76	22,73	3,788
meio interm. (E)		4,47	3,29	4,25	4,94	3,60	4,48	25,03	4,172
meio final (F)		4,05	4,21	4,11	3,95	4,38	3,63	24,33	4,055
Total Bloco		24,97	24,85	25,02	25,41	24,63	24,95	Total Geral 149,83	Média Geral 4,162
Média Bloco		4,162	4,142	4,170	4,235	4,105	4,158		

□ : Corpos de prova Extraídos

Fonte de Variabilidade	Soma dos Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado médio	Razão F
Entre Blocos	$S_B = 0,054$	$(n-1) = 5$	$s^2_B = 0,011$	$s^2_B/s^2_R = 0,080$
Entre Tratamentos	$S_T = 2,561$	$(k-1) = 5$	$s^2_T = 0,512$	$s^2_T/s^2_R = 3,710$
Resíduo (erro)	$S_R = 3,454$	$(n-1)(k-1) = 25$	$s^2_R = 0,138$	
Total em torno da média	$S_D = 6,069$	$kn-1 = 35$		

Médias de cada tratamento (Mpa)

$\bar{x}_A = 4,007 \Rightarrow$ Corpos de prova moldados (6 resultados de cp)

$\bar{x}_B = 4,308 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos das bordas inicial e final (6 resultados de cp)

$\bar{x}_C = 4,642 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos da borda lateral (6 resultados de cp)

$\bar{x}_D = 3,788 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio inicial (6 resultados de cp)

$\bar{x}_E = 4,172 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio intermediário (6 resultados de cp)

$\bar{x}_F = 4,055 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio final (6 resultados de cp)

Usamos o termo “meio” para designar os corpos de prova extraídos do meio da laje (sem influência das bordas).

a.) Diferença entre Blocos

$$F_{\text{calc}} = s_B^2 / s_R^2 = 0,080 < F_{0,05;5;25} = 2,60$$

Então, a hipótese nula

$H_0 = \beta_1 = \beta_2 = \dots = 0$ é **aceita**, ou seja, os corpos de prova de cada Bloco produzem resultados **significativamente iguais**.

b.) Diferença entre Tratamentos

$$F_{\text{calc}} = s_T^2 / s_R^2 = 3,710 > F_{0,05;5;25} = 2,60$$

Então, a hipótese nula

$H_0 = \mu_i = \mu_j = \dots = \mu_k = 0$ é **rejeitada**, ou seja, as origens dos corpos de prova e as diferentes posições da laje produzem resultados **significativamente iguais**.

Como o resultado da Análise de Variância indicou uma **diferença significativa** entre Tratamentos diferentes (origem e posição dos corpos de prova), iremos realizar comparações múltiplas entre os Tratamentos, uma vez que os resultados são significativamente diferentes entre si.

Comparações Múltiplas

$$H_0: \mu_i = \mu_j$$

$$H_1: \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para todo } i \neq j$$

Pelo método da “Diferença Menos Significativa” (LSD), temos:


$$LSD = t_{\alpha/2, v} \sqrt{\frac{2s_R^2}{n}} = 0,442$$

Com a análise desses resultados, existe diferença significativa entre os Tratamentos:

A e C; B e D; C e D; C e E; C e F.

Teor de fibras: 40 kg/m³

Trat.	Bloco	CP 1	CP 2	CP 3	CP 4	CP 5	CP 6	Total Trat	Média Trat.
moldado (A)		3,65	3,72	3,48	3,64	3,95	3,89	22,33	3,722
bd. ini e final (B)		4,10	3,99	3,89	4,34	3,94	4,32	24,58	4,097
bordas laterais (C)		3,87	3,61	3,98	4,16	3,90	3,74	23,26	3,877
meio inicial (D)		3,79	3,81	4,13	4,24	3,92	3,55	23,44	3,907
meio interm. (E)		3,54	3,81	3,71	3,74	3,14	3,73	21,67	3,612
meio final (F)		3,92	4,02	3,78	4,00	3,86	3,73	23,31	3,885
Total Bloco		22,87	22,96	22,97	24,12	22,71	22,96	Total Geral 138,59	Média Geral 3,850
Média Bloco		3,812	3,827	3,828	4,020	3,785	3,827		

 : Corpos de prova Extraídos

Fonte de Variabilidade	Soma dos Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado médio	Razão F
Entre Blocos	$S_B = 0,217$	$(n-1) = 5$	$s^2_B = 0,043$	$s^2_B/s^2_R = 1,075$
Entre Tratamentos	$S_T = 0,836$	$(k-1) = 5$	$s^2_T = 0,167$	$s^2_T/s^2_R = 4,175$
Resíduo (erro)	$S_R = 0,989$	$(n-1)(k-1) = 25$	$s^2_R = 0,040$	
Total em torno da média	$S_D = 2,042$	$kn-1 = 35$		

Médias de cada tratamento (Mpa)

$\bar{x}_A = 3,722 \Rightarrow$ Corpos de prova moldados (6 resultados de cp)

$\bar{x}_B = 4,097 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos das bordas inicial e final (6 resultados de cp)

$\bar{x}_C = 3,877 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos da borda lateral (6 resultados de cp)

$\bar{x}_D = 3,907 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio inicial (6 resultados de cp)

$\bar{x}_E = 3,612 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio intermediário (6 resultados de cp)

$\bar{x}_F = 3,885 \Rightarrow$ Corpos de prova extraídos do meio final (6 resultados de cp)

Usamos o termo “meio” para designar os corpos de prova extraídos do meio da laje (sem influência das bordas).

a.) Diferença entre Blocos

$$F_{\text{calc}} = s_B^2 / s_R^2 = 1,075 < F_{0,05;5;25} = 2,60$$

Então, a hipótese nula

$H_0 = \beta_1 = \beta_2 = \dots = 0$ é **aceita**, ou seja, os corpos de prova de cada Bloco produzem resultados **significativamente iguais**.

b.) Diferença entre Tratamentos

$$F_{\text{calc}} = s_T^2 / s_R^2 = 4,175 > F_{0,05;5;25} = 2,60$$

Então, a hipótese nula

$H_0 = \mu_i = \mu_j = \dots = \mu_k = 0$ é **rejeitada**, ou seja, as origens dos corpos de prova e as diferentes posições da laje produzem resultados **significativamente iguais**.

Como o resultado da Análise de Variância indicou uma **diferença significativa** entre Tratamentos diferentes (origem e posição dos corpos de prova), iremos realizar comparações múltiplas entre os Tratamentos, uma vez que os resultados são significativamente diferentes entre si.

Comparações Múltiplas

$$H_0: \mu_i = \mu_j$$

$$H_1: \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para todo } i \neq j$$

Pelo método da “Diferença Menos Significativa” (LSD), temos:

$$\text{LSD} = t_{\alpha/2, v} \sqrt{\frac{2s_R^2}{n}} = 0,238$$

Com a análise desses resultados, existe diferença significativa entre os Tratamentos:

A e B; B e E; C e E; D e E ; E e F.

Valores Característicos (pela NBR 7190/97 e NBR 12655/96)

De acordo com a **NBR 7190/97** (Projetos de Estruturas de Madeira), o conceito de resistência característica de um material aplica-se rigorosamente apenas a seus lotes homogêneos. Entende-se que a homogeneidade do lote existe quando as propriedades de seus elementos variam aleatoriamente, isto é, ao acaso, sem que haja grupos de elementos cujas propriedades possam ser consideradas como diferentes das de outros grupos.

Em particular, todas as amostras que possam ser retiradas de um lote homogêneo devem conduzir a estimativas estatisticamente equivalentes de seus parâmetros, que neste caso são o valor médio e o desvio-padrão da resistência.

Em princípio, com os valores de FT (ou $f_{\text{equ.,fl}}$) com distribuições normais e seus valores característicos correspondendo ao quantil de 5% das respectivas distribuições, teríamos;

$$f_{wk} = f_{wm} - 1,645 s_w \quad (\text{Eq. B.1})$$

onde:

f_{wm} é o valor médio da resistência e

s_w é o correspondente desvio-padrão;

fórmula muito similar à apresentada pela **NBR 12655/96**, que a princípio adotamos para obtenção dos valores característicos ($f_{ckest} = f_{cm} - 1,65 S_d$).

onde:

f_{cm} é a resistência média dos exemplares do lote, em MPa (Megapascals);

S_d é o desvio-padrão do lote para (n-1) resultados, em MPa.

Como, de acordo com a **NBR 7190/97** (para espécies pouco conhecidas), fazendo um paralelo a materiais pouco conhecidos (neste caso, o comportamento quanto à tenacidade do CRFA), não seria possível serem utilizados os valores característicos calculados (anexo F.7).

Agora, adotaremos os valores característicos oriundos a partir da fórmula proposta pela **NBR 12655/96**, admitindo-se para tanto distribuição normal dos resultados obtidos do fator de tenacidade na flexão FT (ou $f_{equ,fl}$).

Desta maneira, foram calculados os valores característicos do $f_{equ,fl}$ e para comparação, os valores característicos do $f_{ctm,fl}$. Temos, a partir da **NBR12655/96**:

b) Para lotes com número de exemplares $n \geq 20$:

$$f_{ckest} = f_{cm} - 1,65 S_d \quad (\text{Eq. B.2})$$

Optou-se por não entrar com os resultados oriundos dos cp moldados (apenas dos extraídos, para refletir de modo mais fiel a variabilidade real que ocorre nas estruturas -obras).

Como o desvio padrão dos valores $f_{equ,fl}$ são muito altos, resultou-se em um valor característico extremamente baixo (valores hachurados). A seguir, são apresentados os resultados obtidos tanto do $f_{equ,fl est}$ como do $f_{ctm,fl est}$ para compararmos os resultados obtidos.

Teor de fibras de 20 kg/m ³	
$f_{\text{equ,fl est}} = 1,740 \text{ MPa}$	$f_{\text{ctm,fl est}} = 3,905 \text{ MPa}$
Média = 2,997 MPa	Média = 4,198 MPa
Valor máx = 4,25 MPa	Valor máx = 4,92 MPa
Valor mín = 1,46 MPa	Valor mín = 3,36 MPa

Teor de fibras de 30 kg/m ³	
$f_{\text{equ,fl est}} = 1,179 \text{ MPa}$	$f_{\text{ctm,fl est}} = 3,457 \text{ MPa}$
Média = 3,250 MPa	Média = 4,193 MPa
Valor máx = 5,21MPa	Valor máx = 4,94 MPa
Valor mín = 1,50 MPa	Valor mín = 3,24 MPa

Teor de fibras de 40 kg/m ³	
$f_{\text{equ,fl est}} = 1,634 \text{ MPa}$	$f_{\text{ctm,fl est}} = 3,467 \text{ MPa}$
Média = 3,390 MPa	Média = 3,875 MPa
Valor máx = 5,06 MPa	Valor máx = 4,34 MPa
Valor mín = 1,45 MPa	Valor mín = 3,14 MPa

Como era também esperado, verifica-se que os valores característicos $f_{\text{ctm,fl est}}$ foram **extremamente próximos entre si**, mostrando o que já havíamos evidenciado.

Como comparação, também foi calculado os valores característicos utilizando-se a fórmula da NBR 7190 (Projetos de Estruturas de Madeira, anexo F, item F.7) para espécies pouco conhecidas.

Os valores característicos das propriedades da madeira devem ser estimados pela expressão:

$$x_{wk} = \left(2 \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{\left(\frac{n}{2}-1\right)}}{\frac{n}{2}-1} - x_{\frac{n}{2}} \right) 1,1 \quad (\text{Eq. A.3})$$

Onde os resultados devem ser colocados em ordem crescente $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$, desprezando-se o valor mais alto se o número de corpos de prova for ímpar, não se tomando para x_{wk} valor inferior a x_1 , nem a 0,7 do valor médio (x_m).

De acordo com a NBR 7190, a restrição de não se tomar valor inferior a f_1 decorre do fato de que o menor resultado da amostra já é uma estimativa pessimista de f_k , e que só é empregada quando há mistura descontrolada de materiais diferentes.

A restrição feita de não se tomar valor inferior a 70% do valor médio decorre do fato de que o valor efetivo do coeficiente de variação δ da resistência à compressão paralela, de lotes homogêneos de madeira, dificilmente atinge o valor de 18%, que leva a:

$$f_k = f_m (1 - 1,645 \delta) = f_m (1 - 1,645 \times 0,18) = 0,70 f_m$$

Para teor de fibras = 20 kg/m³

Valor médio: 2,997 MPa

$x_{\text{caract}} = 1,785 \text{ MPa}$ (De acordo com a NBR 7190, não poderia ser utilizado esse valor característico, visto que é menor que 0,7 do valor médio)

Para teor de fibras = 30 kg/m³

Valor médio: 3,250 MPa

$x_{\text{caract}} = 1,065 \text{ MPa}$ **(De acordo com a NBR 7190, não poderia ser utilizado esse valor característico, visto que é menor de 0,7 do valor médio e também menor que o valor x_1 (1,50 MPa))**

Para teor de fibras = 40 kg/m³

Valor médio: 3,390 MPa

$x_{\text{caract}} = 1,43 \text{ MPa}$ **(De acordo com a NBR 7190, não poderia ser utilizado esse valor característico, visto que é menor de 0,7 do valor médio e também menor que o valor x_1 (1,45 MPa))**

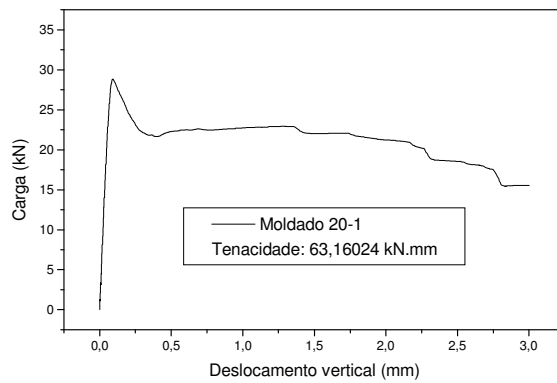
Apêndice C

Gráficos dos ensaios de Tenacidade

I.) Corpos de Prova Moldados

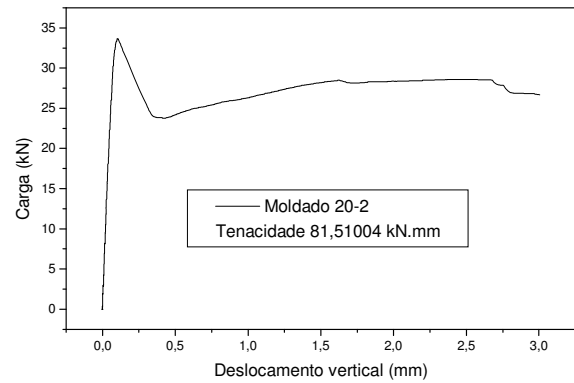
Moldado 20-1

Tenacidade 63,16024 kN.mm



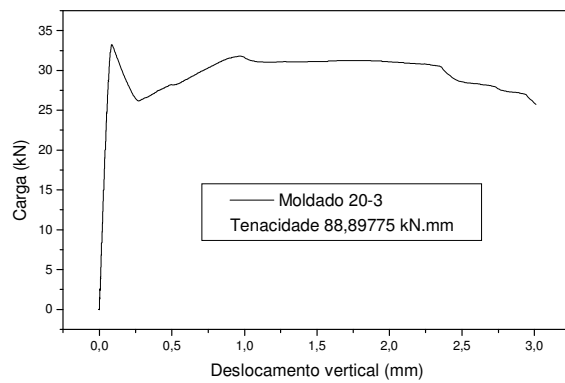
Moldado 20-2

Tenacidade: 81,51004 kN.mm



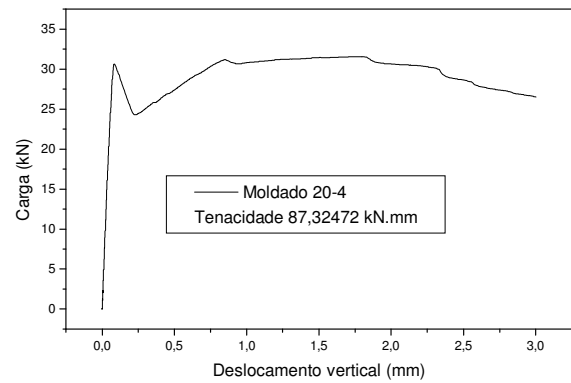
Moldado 20-3

Tenacidade 88,89775 kN.mm



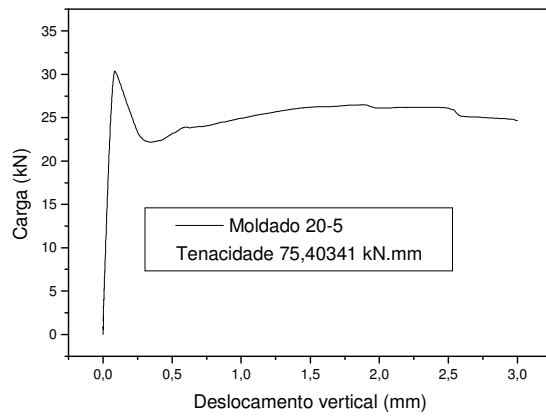
Moldado 20-4

Tenacidade 87,32472 kN.mm



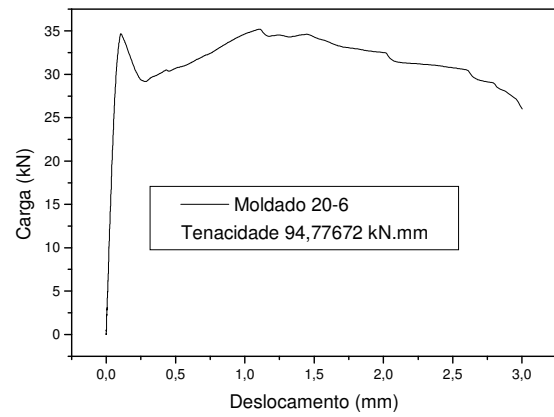
Moldado 20-5

Tenacidade 75,40341 kN.mm



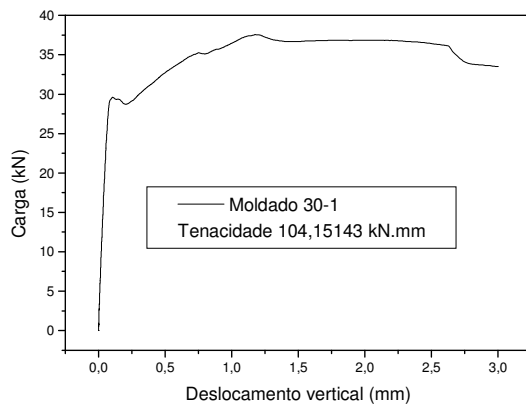
Moldado 20-6

Tenacidade 94,77672 kN.mm



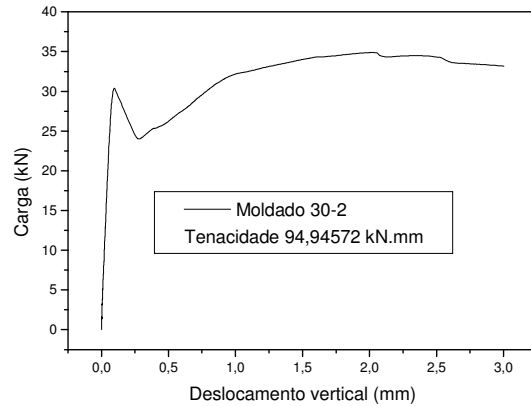
Moldado 30-1

Tenacidade 104,15143 kN.mm



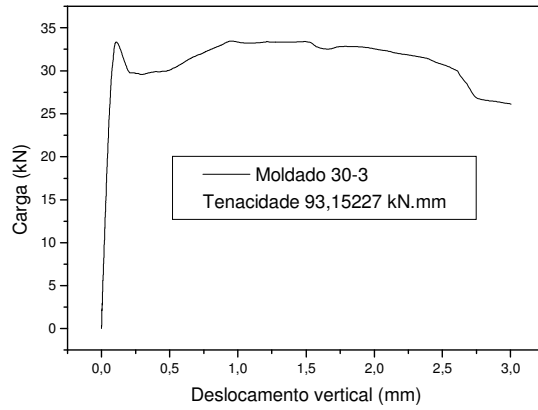
Moldado 30-2

Tenacidade 94,94572 kN.mm



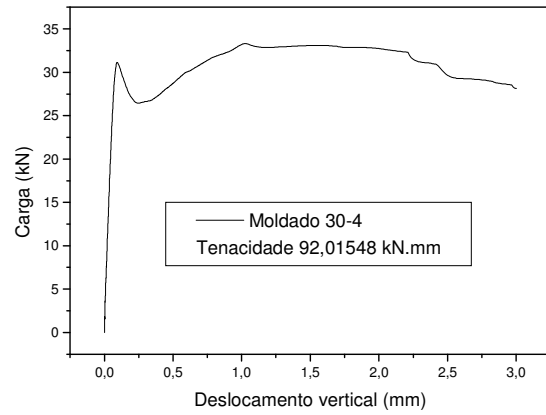
Moldado 30-3

Tenacidade 93,15227 kN.mm



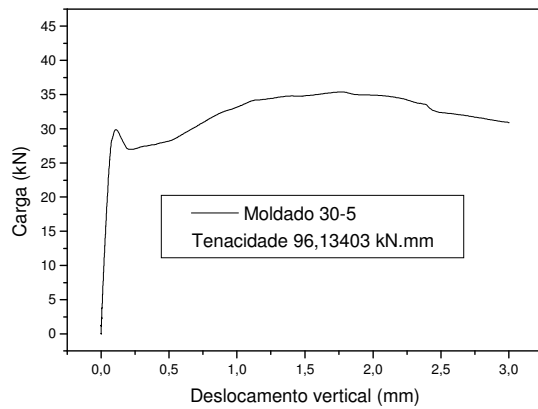
Moldado 30-4

Tenacidade 92,01548 kN.mm



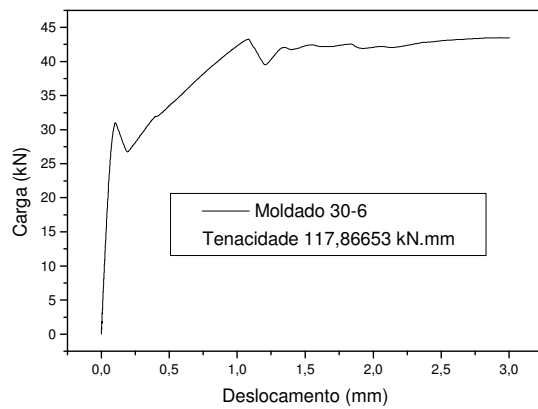
Moldado 30-5

Tenacidade 96,13403 kN.mm



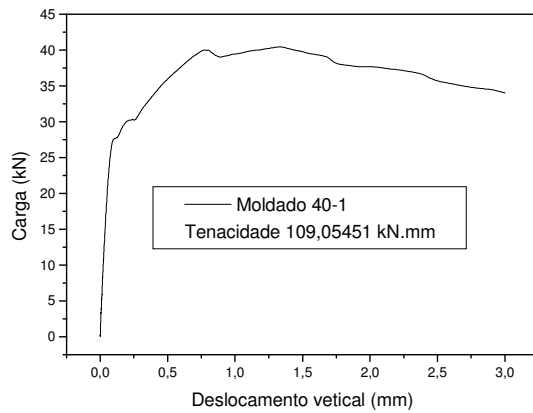
Moldado 30-6

Tenacidade 117,86653 kN.mm



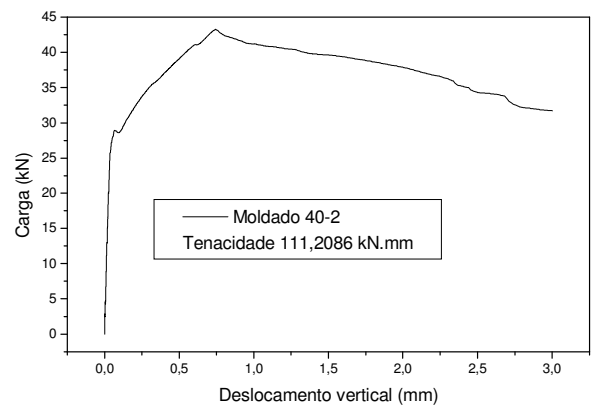
Moldado 40-1

Tenacidade 109,05451 kN.mm
(Foram traçadas paralelas para P_{1fiss})



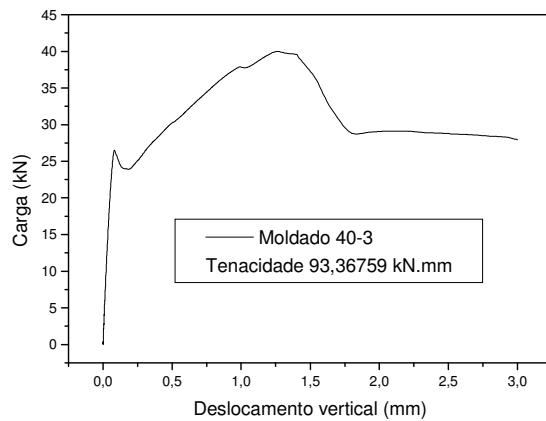
Moldado 40-2

Tenacidade 111,2086 kN.mm
(Foram traçadas paralelas para P_{1fiss})



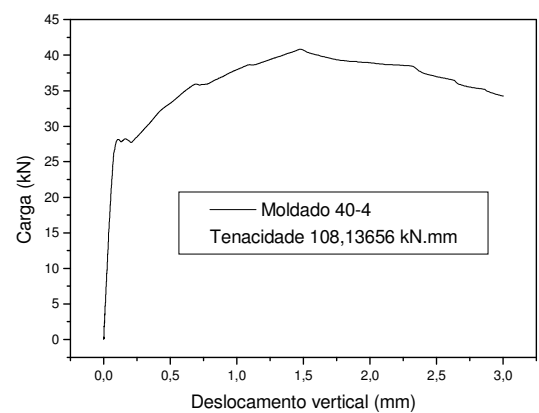
Moldado 40-3

Tenacidade 93,36759 kN.mm



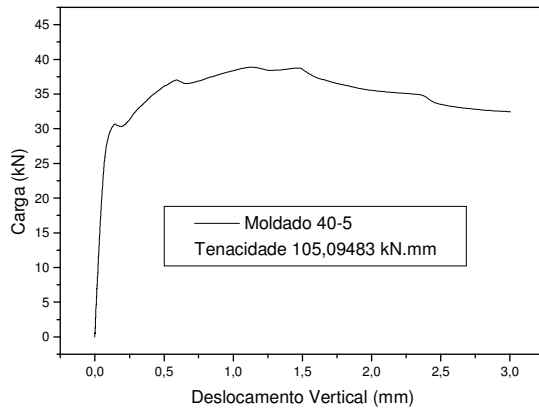
Moldado 40-4

Tenacidade 108,13656 kN.mm
(Foram traçadas paralelas para P_{1fiss})



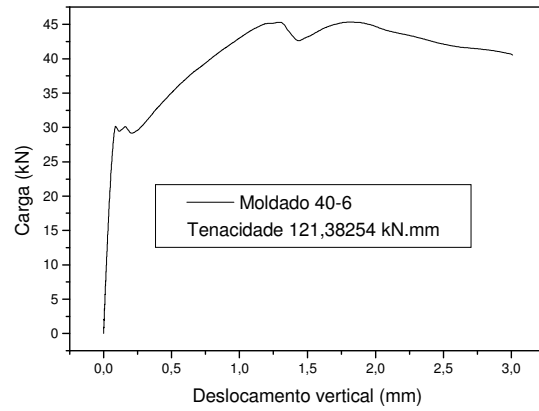
Moldado 40-5

Tenacidade 105,09483 kN.mm
(Foram traçadas paralelas para P_{1fiss})



Moldado 40-6

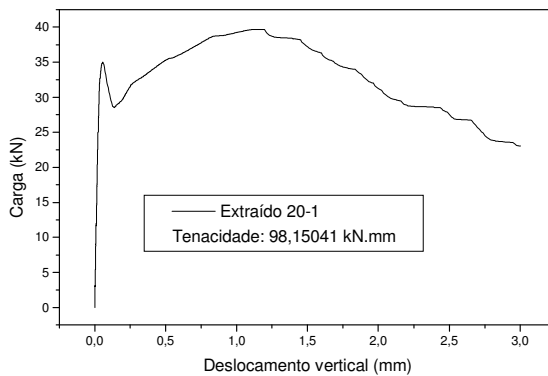
Tenacidade 121,38254 kN.mm



II.) Corpos de Prova Extraídos

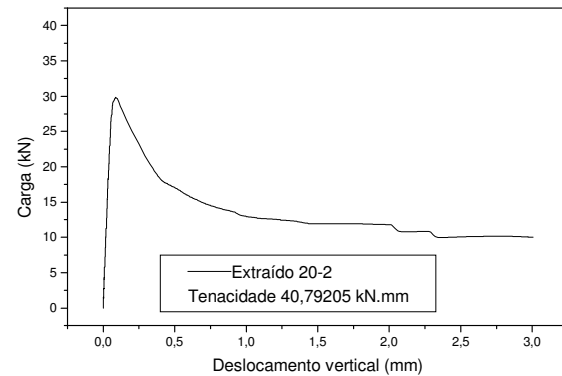
Extraído 20-1

Tenacidade 98,15041 kN.mm



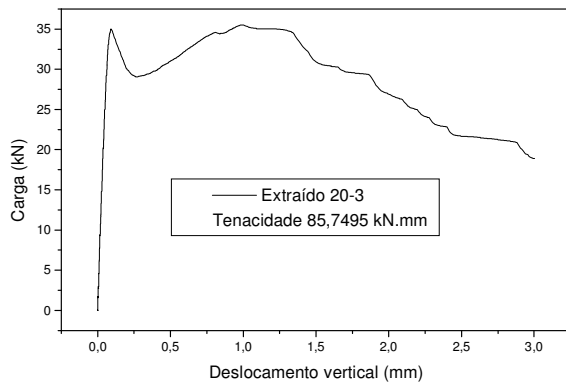
Extraído 20-2

Tenacidade 40,79205 kN.mm



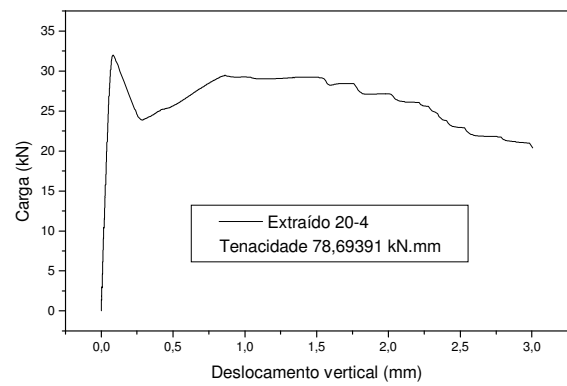
Extraído 20-3

Tenacidade 85,7495 kN.mm



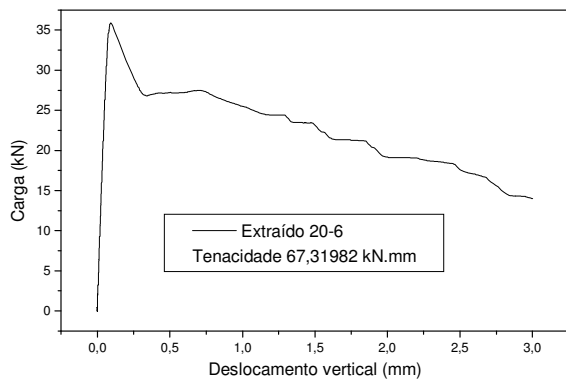
Extraído 20-4

Tenacidade 78,69391 kN.mm



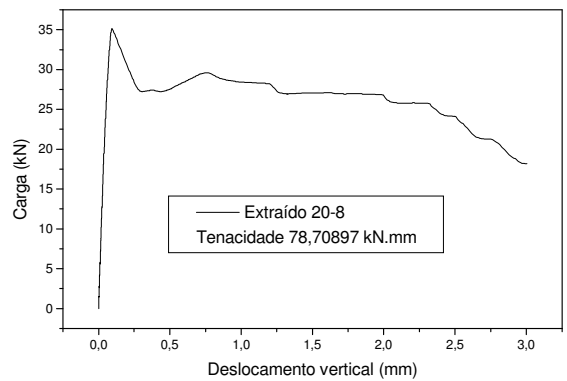
Extraído 20-6

Tenacidade 67,31982 kN.mm



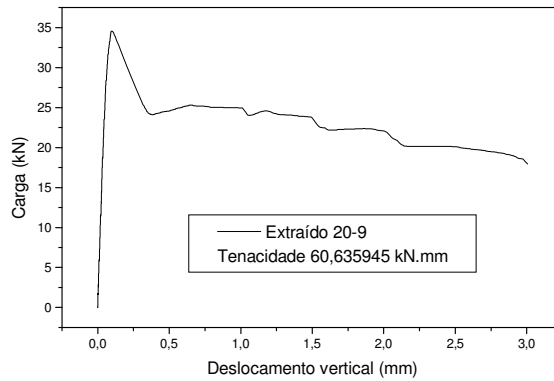
Extraído 20-8

Tenacidade 78,70897 kN.mm



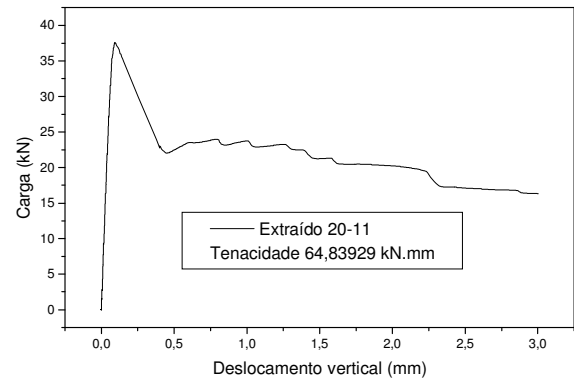
Extraído 20-9

Tenacidade 60,635945 kN.mm



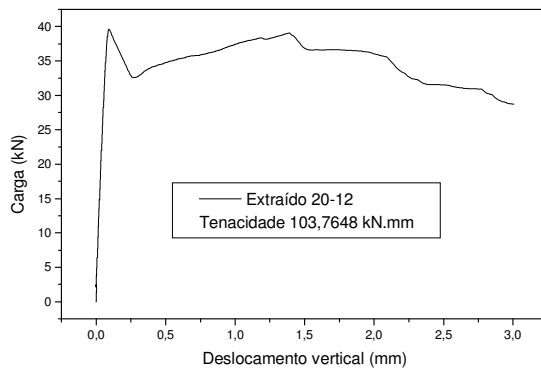
Extraído 20-11

Tenacidade 64,83929 kN.mm



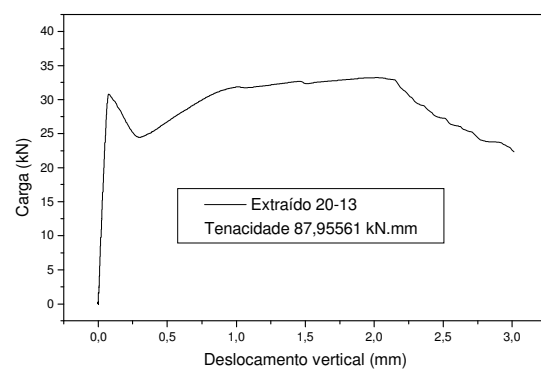
Extraído 20-12

Tenacidade 103,7648 kN.mm



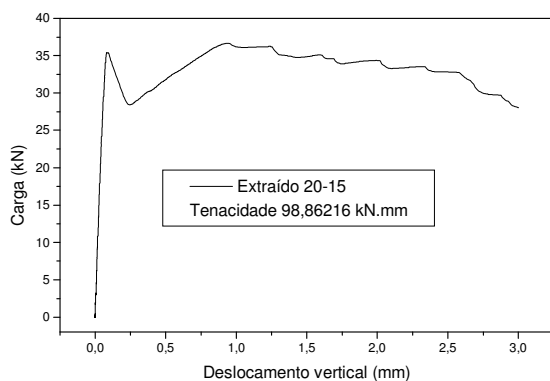
Extraído 20-13

Tenacidade 87,95561 kN.mm



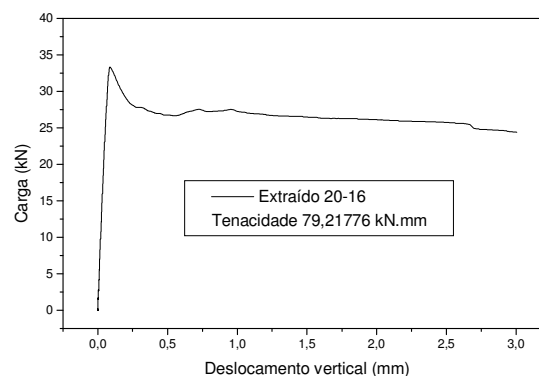
Extraído 20-15

Tenacidade 98,86216 kN.mm



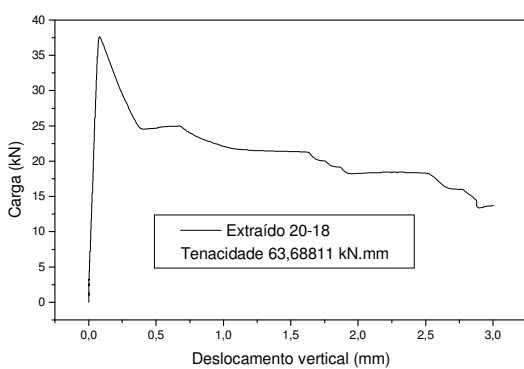
Extraído 20-15

Tenacidade 79,21776 kN.mm



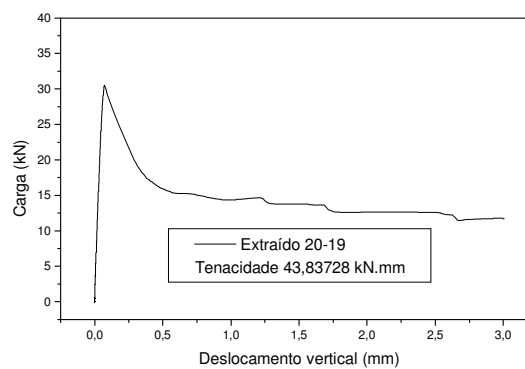
Extraído 20-18

Tenacidade 63,68811 kN.mm



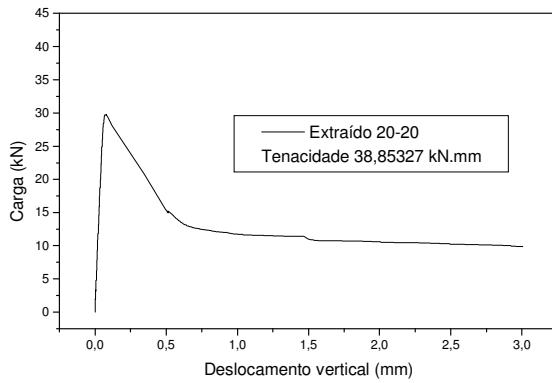
Extraído 20-19

Tenacidade 43,83728 kN.mm



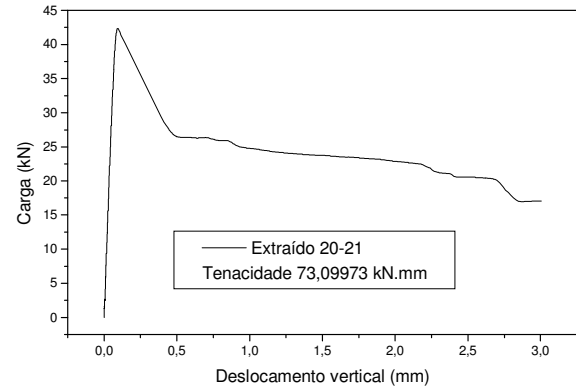
Extraído 20-20

Tenacidade 38,85327 kN.mm



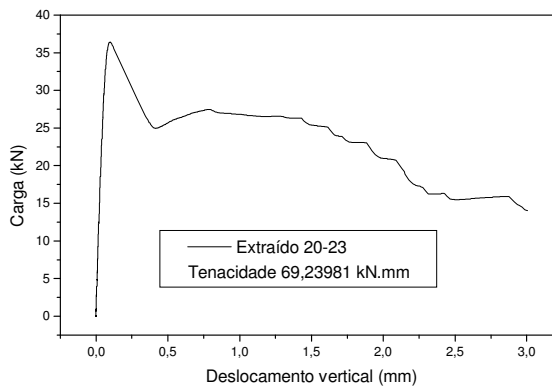
Extraído 20-21

Tenacidade 73,09973 kN.mm



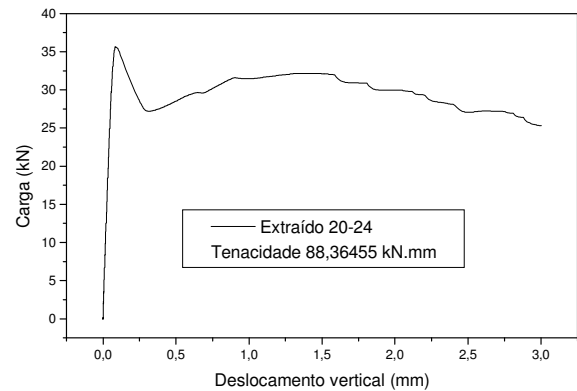
Extraído 20-23

Tenacidade 69,23981 kN.mm



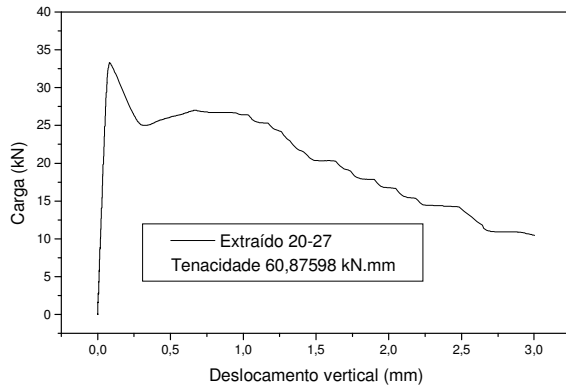
Extraído 20-24

Tenacidade 88,36455 kN.mm



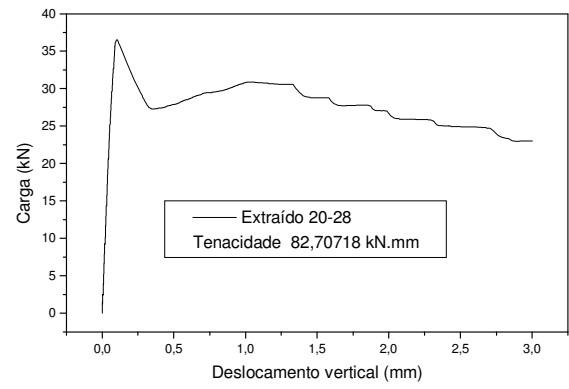
Extraído 20-27

Tenacidade 60,87598 kN.mm



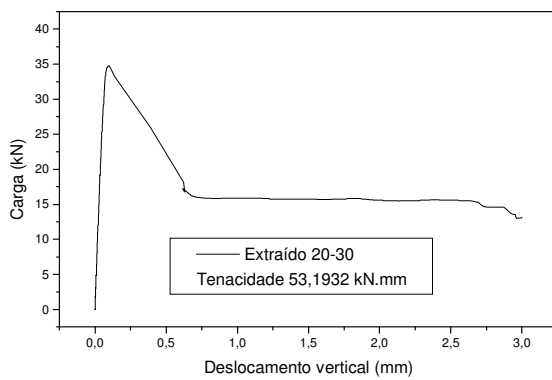
Extraído 20-28

Tenacidade 82,70718 kN.mm



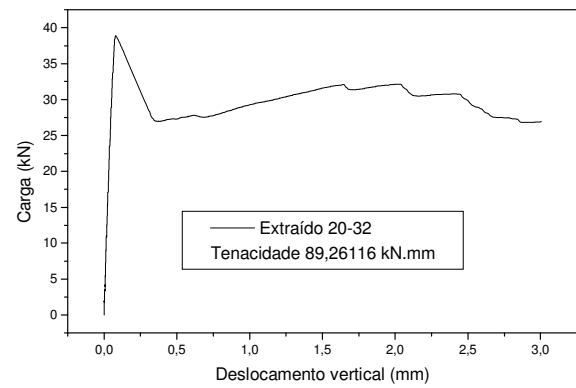
Extraído 20-30

Tenacidade 53,1932 kN.mm



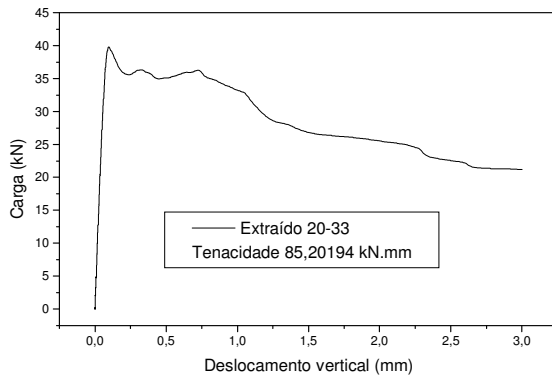
Extraído 20-32

Tenacidade 89,26116 kN.mm



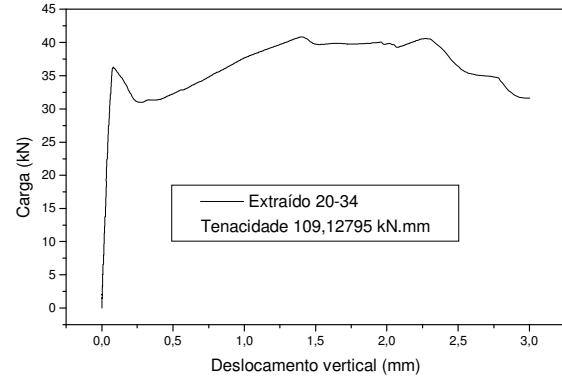
Extraído 20-33

Tenacidade 85,20194 kN.mm



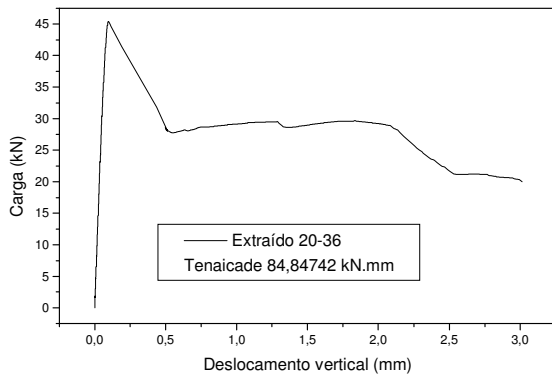
Extraído 20-34

Tenacidade 109,12795 kN.mm



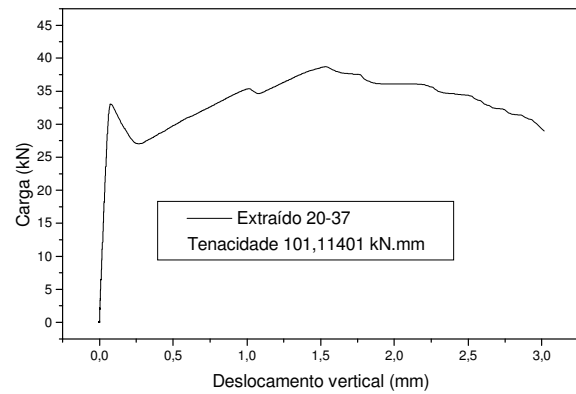
Extraído 20-36

Tenacidade 84,84742 kN.mm



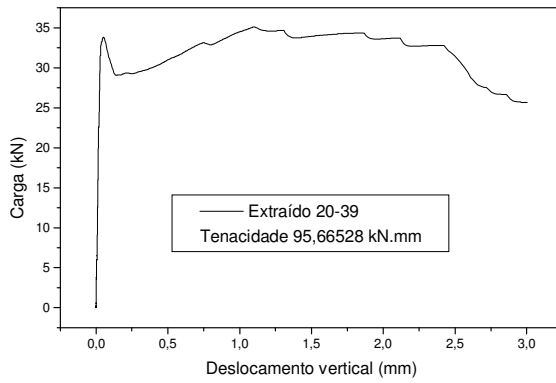
Extraído 20-37

Tenacidade 101,11401 kN.mm



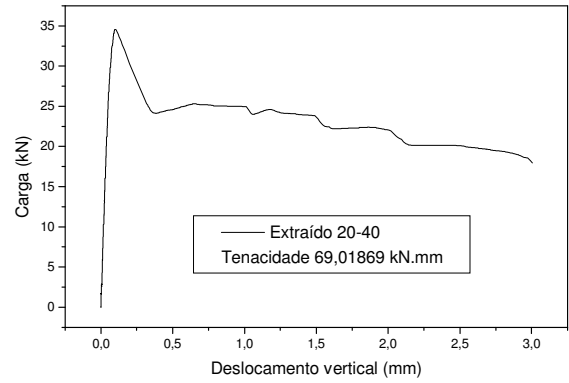
Extraído 20-39

Tenacidade 95,66528 kN.mm



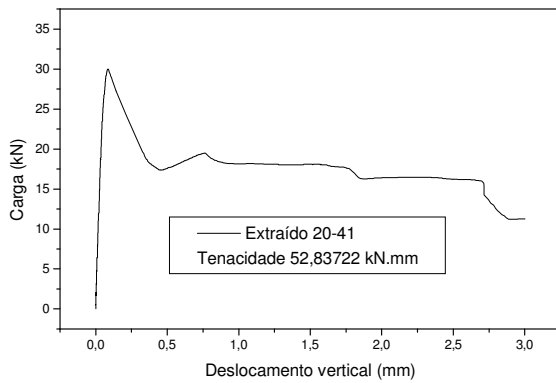
Extraído 20-40

Tenacidade 69,01869 kN.mm



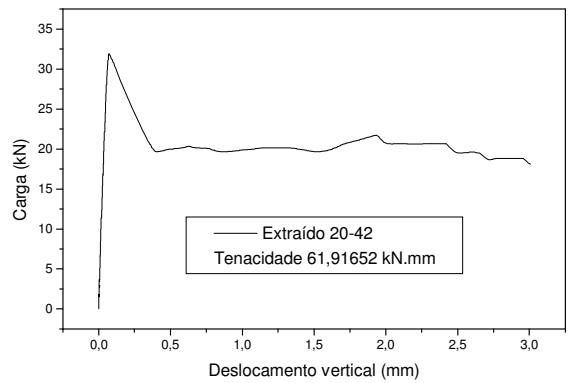
Extraído 20-41

Tenacidade 52,83722 kN.mm



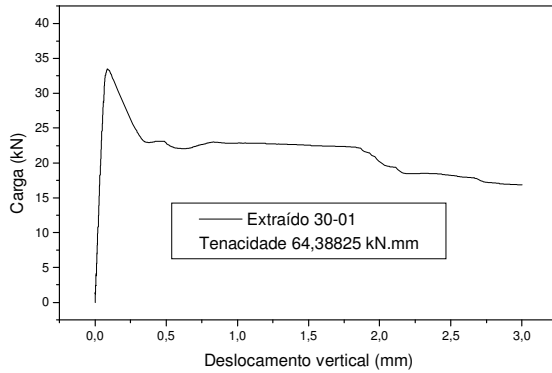
Extraído 20-42

Tenacidade 61,91652 kN.mm



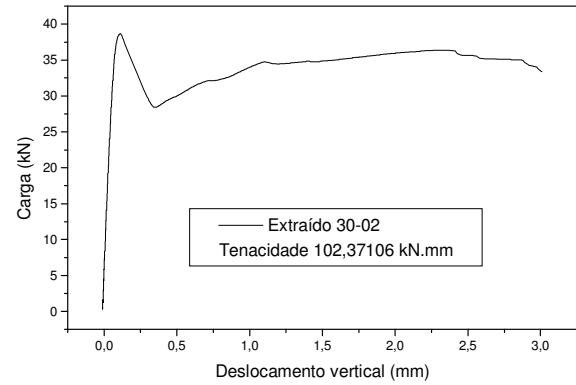
Extraído 30-01

Tenacidade 64,38825 kN.mm



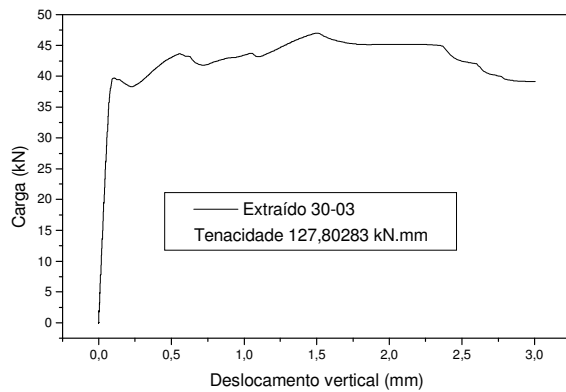
Extraído 30-02

Tenacidade 102,37106 kN.mm



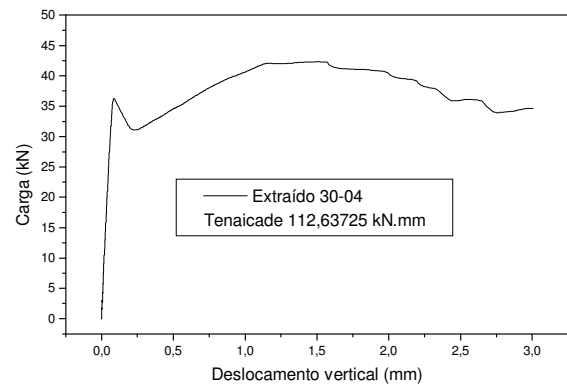
Extraído 30-03

Tenacidade 127,80283 kN.mm



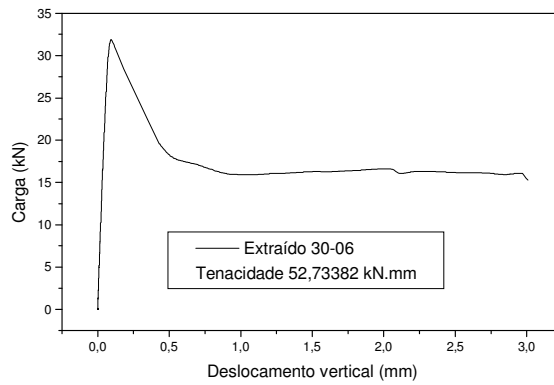
Extraído 30-04

Tenacidade 112,63725 kN.mm



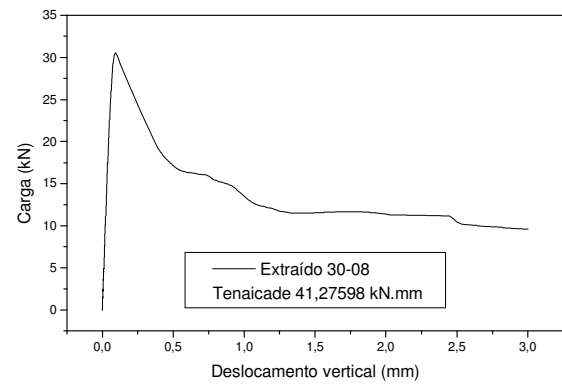
Extraído 30-06

Tenacidade 52,73382 kN.mm



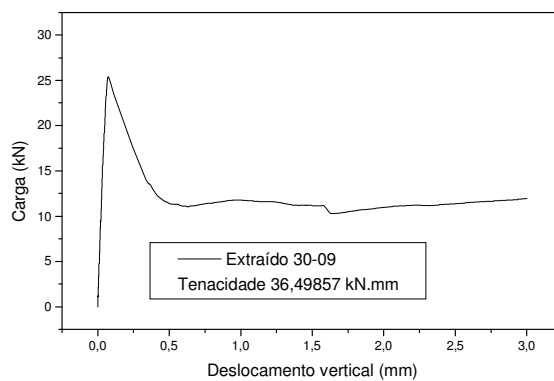
Extraído 30-08

Tenacidade 41,27598 kN.mm



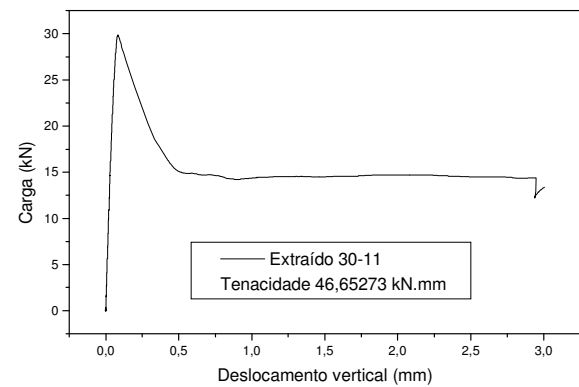
Extraído 30-09

Tenacidade 36,49857 kN.mm



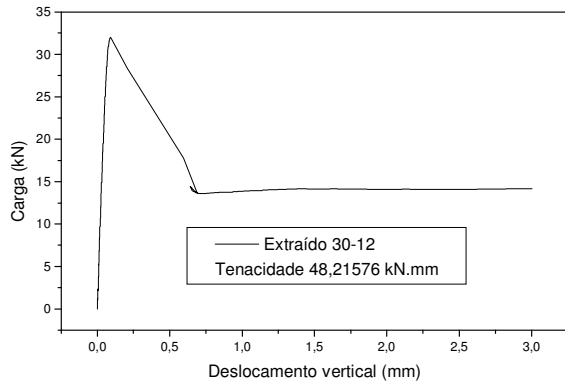
Extraído 30-11

Tenacidade 46,65273 kN.mm



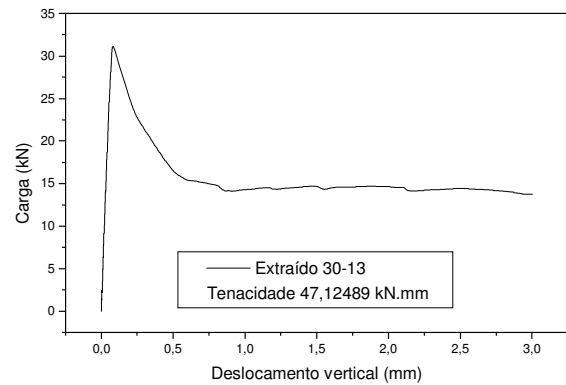
Extraído 30-12

Tenacidade 48,21576 kN.mm



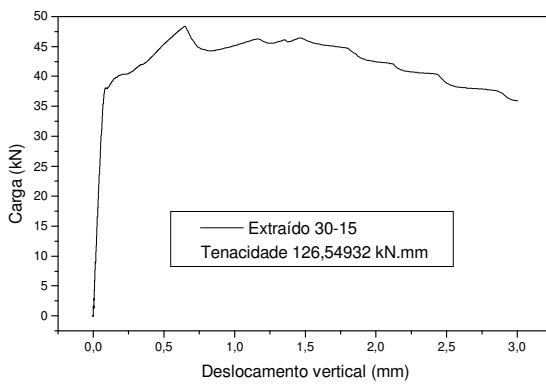
Extraído 30-13

Tenacidade 47,12489 kN.mm



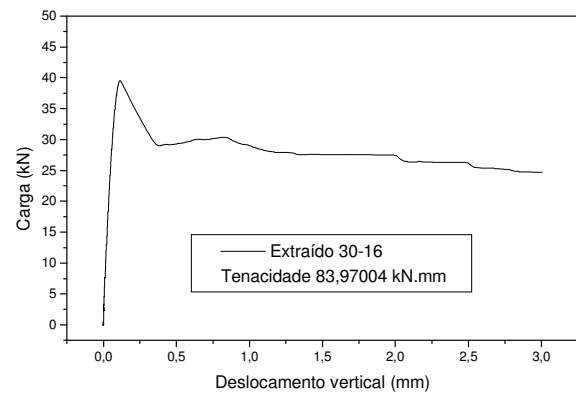
Extraído 30-15

Tenacidade 126,54932 kN.mm
(Foram traçadas paralelas para P_{1fiss})



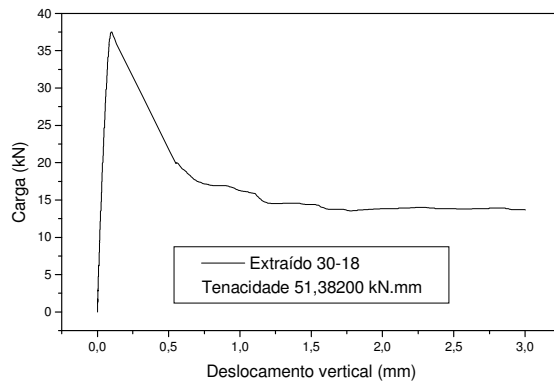
Extraído 30-16

Tenacidade 83,97004 kN.mm



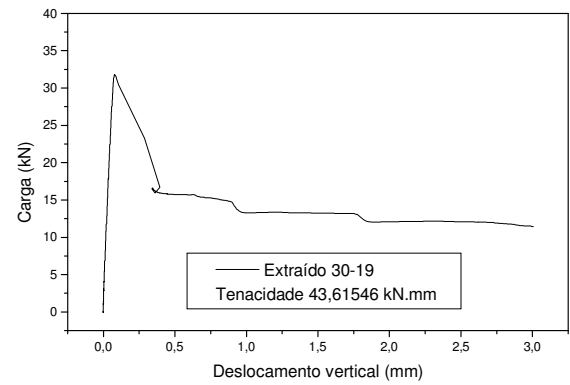
Extraído 30-18

Tenacidade 51,38200 kN.mm



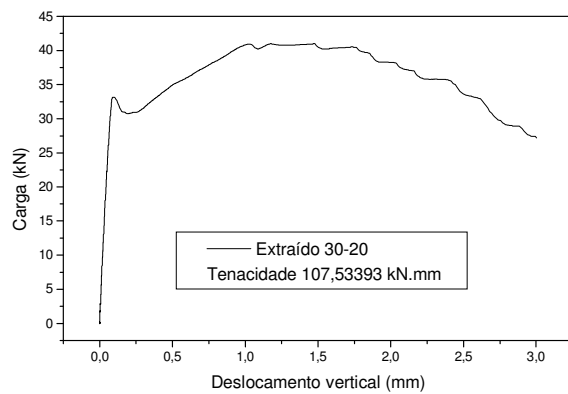
Extraído 30-19

Tenacidade 43,61546 kN.mm



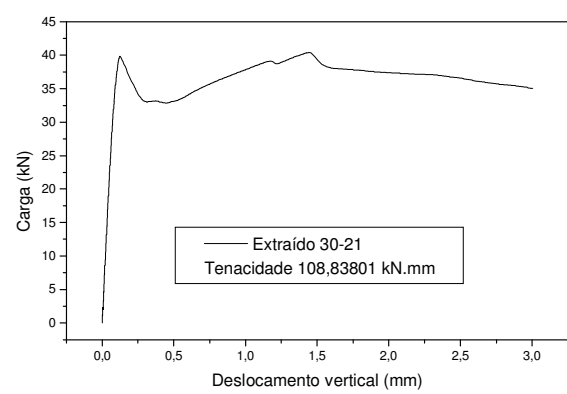
Extraído 30-20

Tenacidade 107,53393 kN.mm



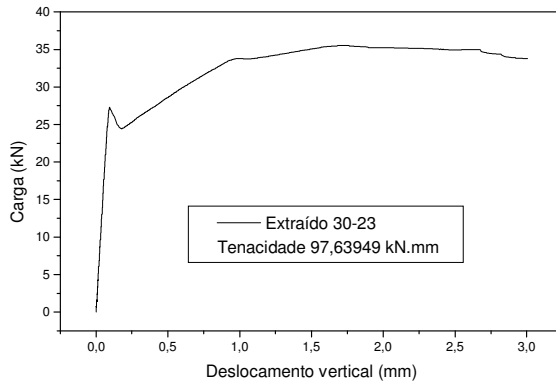
Extraído 30-21

Tenacidade 108,83801 kN.mm



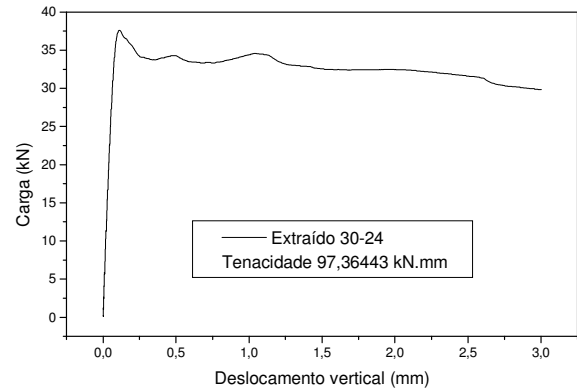
Extraído 30-23

Tenacidade 97,63949 kN.mm



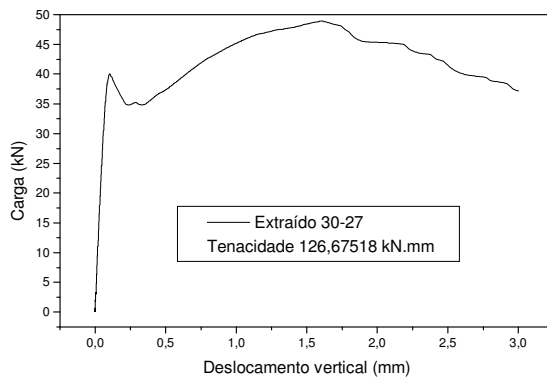
Extraído 30-24

Tenacidade 97,36443 kN.mm



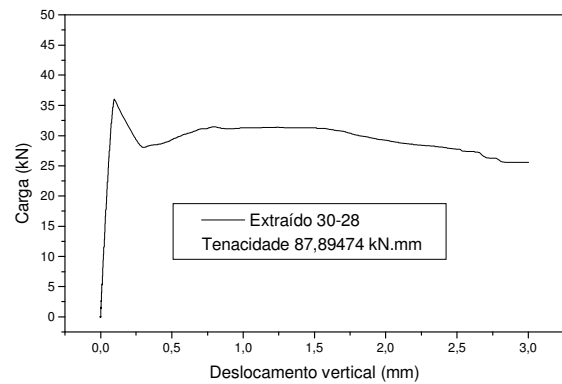
Extraído 30-27

Tenacidade 126,67518 kN.mm



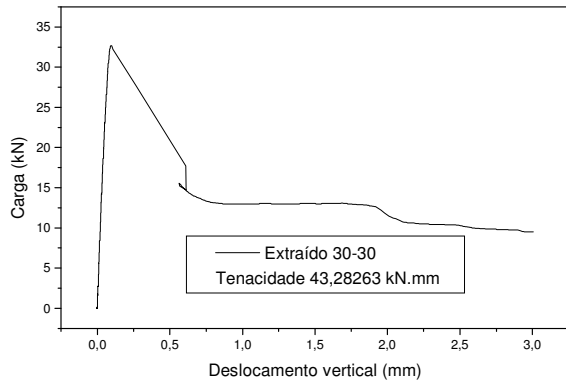
Extraído 30-28

Tenacidade 87,89474 kN.mm



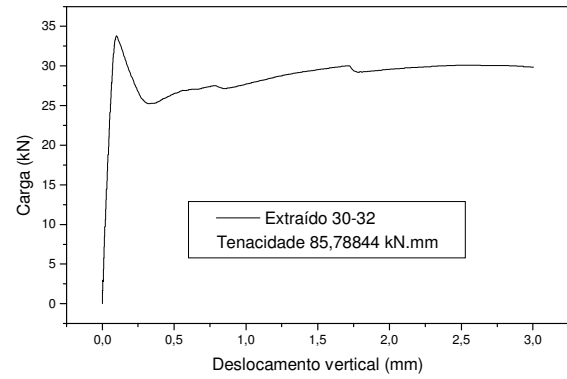
Extraído 30-30

Tenacidade 43,28263 kN.mm



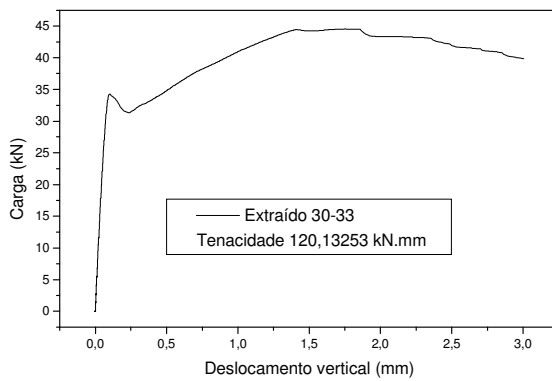
Extraído 30-32

Tenacidade 85,78844 kN.mm



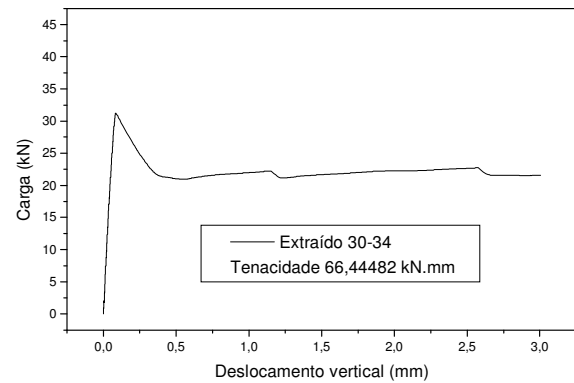
Extraído 30-33

Tenacidade 120,13253 kN.mm



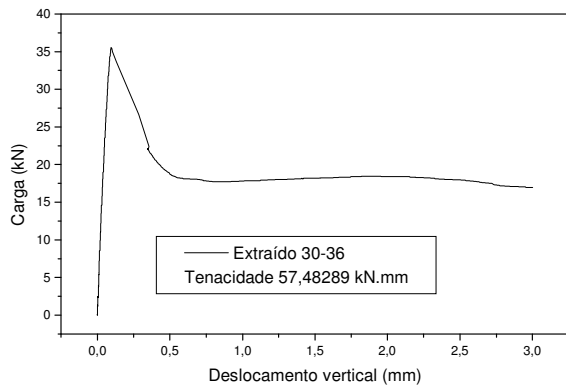
Extraído 30-34

Tenacidade 66,44482 kN.mm



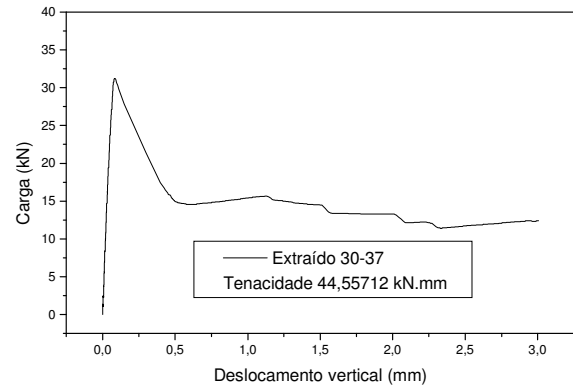
Extraído 30-36

Tenacidade 57,48289 kN.mm



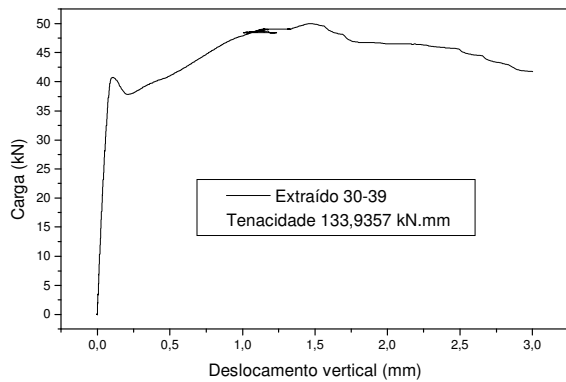
Extraído 30-37

Tenacidade 44,55712 kN.mm



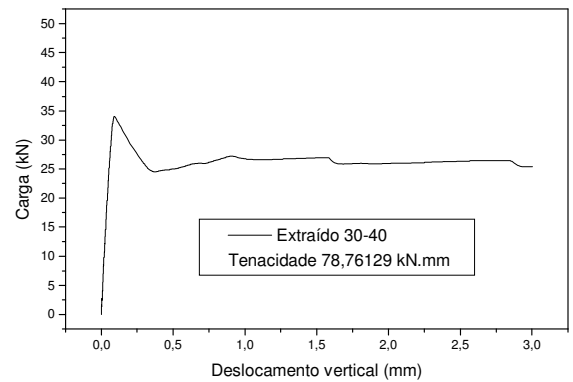
Extraído 30-39

Tenacidade 133,9357 kN.mm



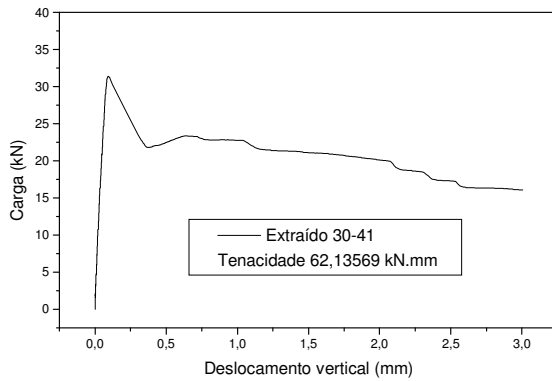
Extraído 30-40

Tenacidade 78,76129 kN.mm



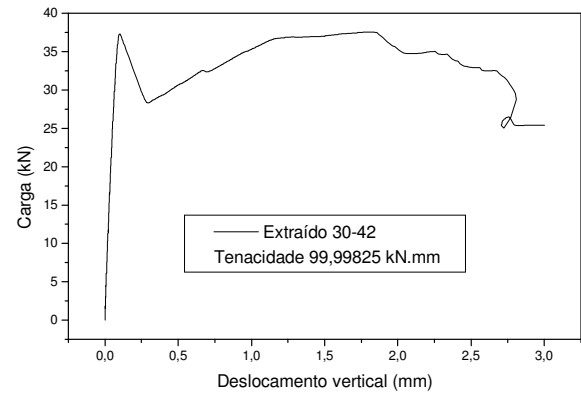
Extraído 30-41

Tenacidade 62,13569 kN.mm



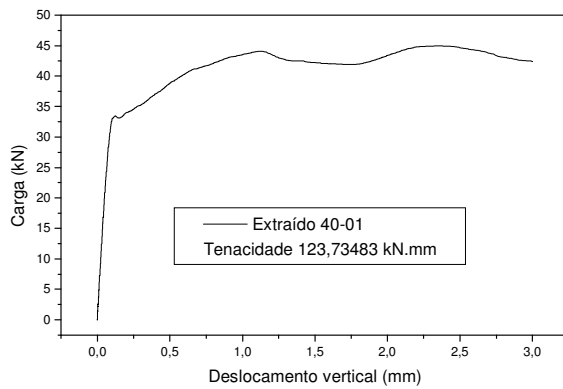
Extraído 30-42

Tenacidade 99,99825 kN.mm



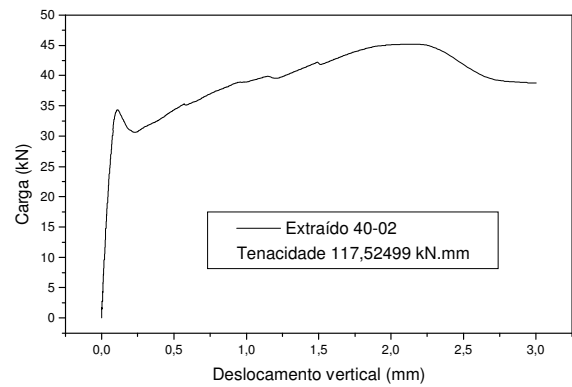
Extraído 40-01

Tenacidade 123,73483 kN.mm
(Foram traçadas paralelas para P_{1fiss})



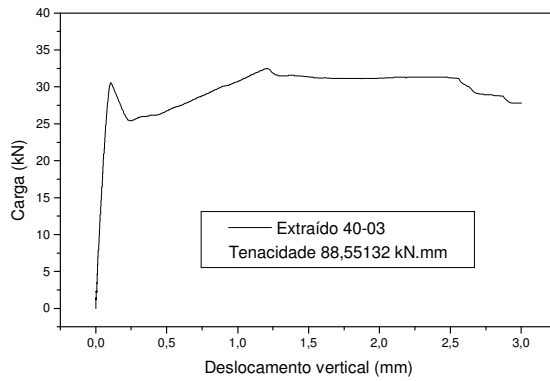
Extraído 40-02

Tenacidade 117,52499 kN.mm



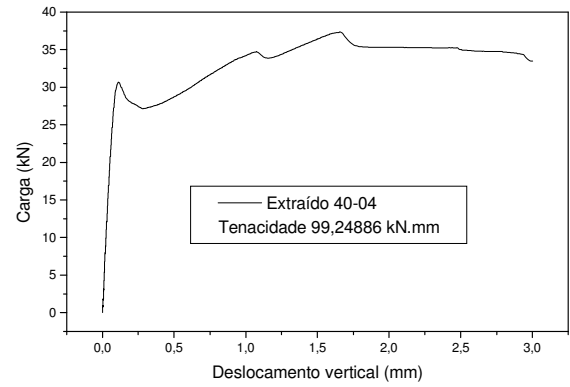
Extraído 40-03

Tenacidade 88,55132 kN.mm



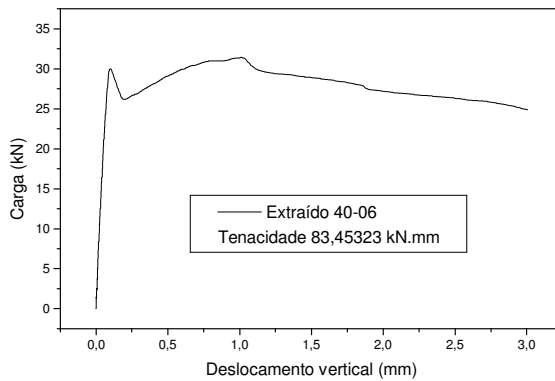
Extraído 40-04

Tenacidade 99,24886 kN.mm



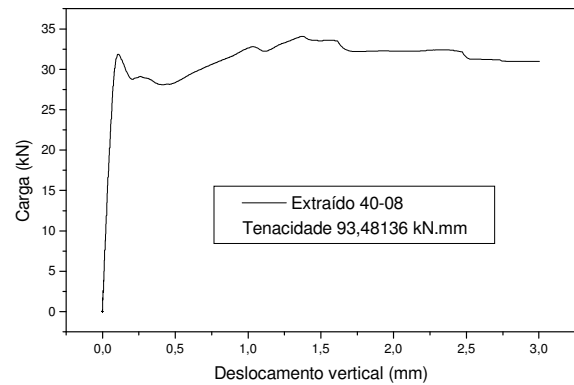
Extraído 40-06

Tenacidade 83,45323 kN.mm



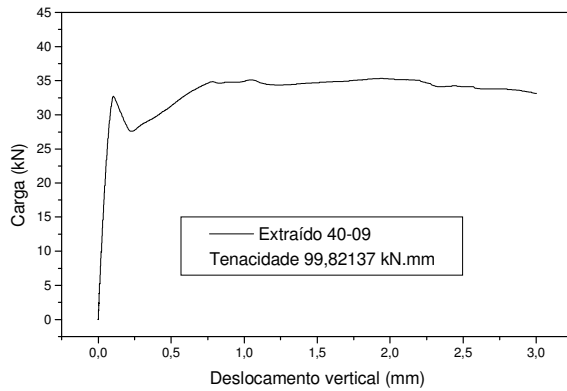
Extraído 40-08

Tenacidade 93,48136 kN.mm



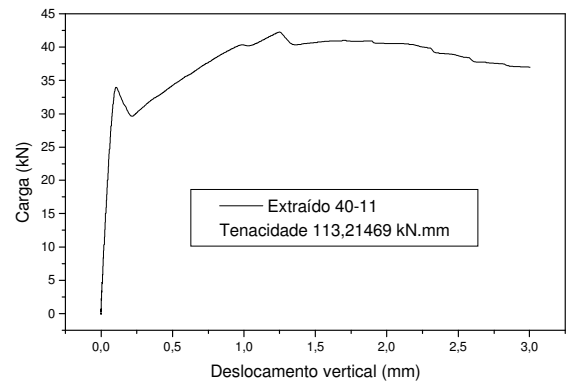
Extraído 40-09

Tenacidade 99,82137 kN.mm



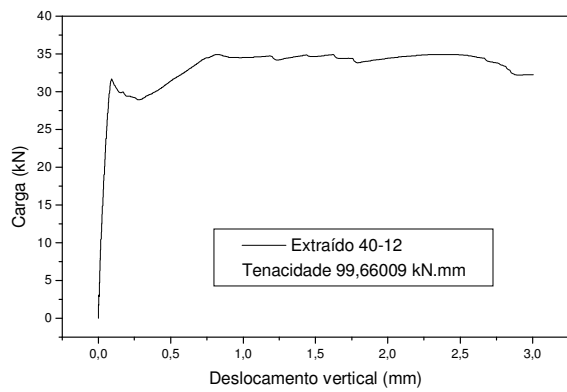
Extraído 40-11

Tenacidade 113,21469 kN.mm



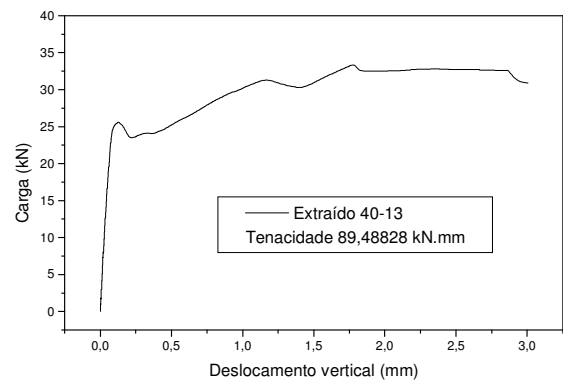
Extraído 40-12

Tenacidade 99,66009 kN.mm



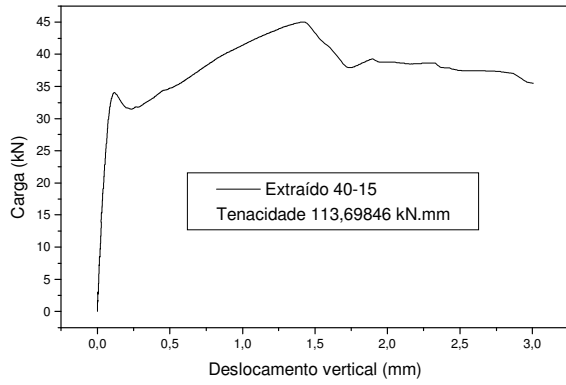
Extraído 40-13

Tenacidade 89,48828 kN.mm



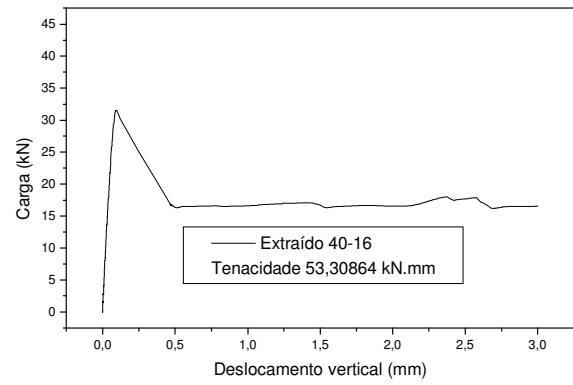
Extraído 40-15

Tenacidade 113,69846 kN.mm



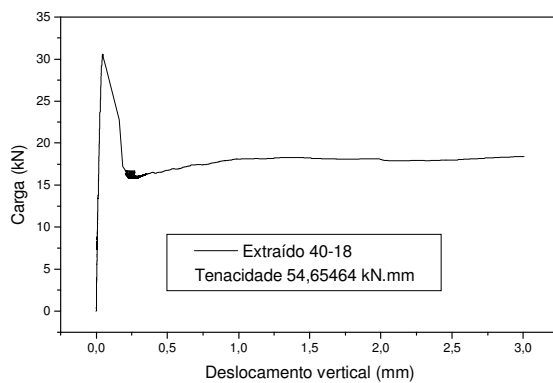
Extraído 40-16

Tenacidade 53,30864 kN.mm



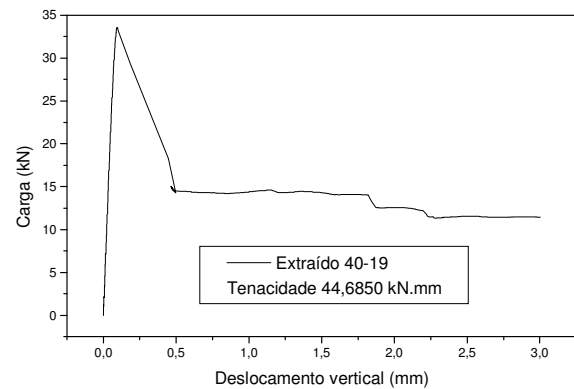
Extraído 40-18

Tenacidade 54,65464 kN.mm



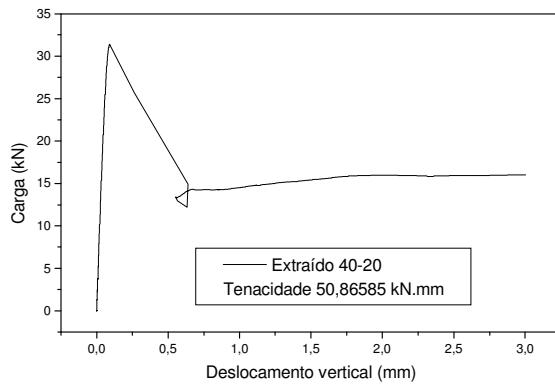
Extraído 40-19

Tenacidade 44,6850 kN.mm



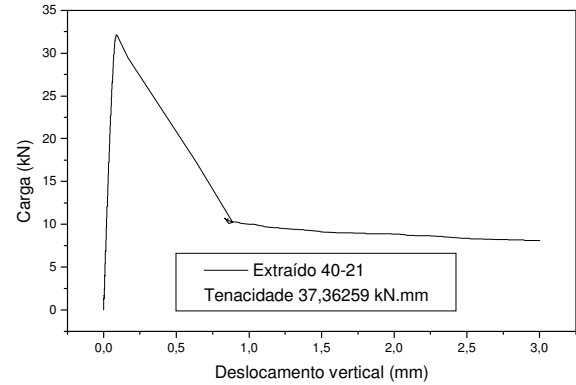
Extraído 40-20

Tenacidade 50,86585 kN.mm



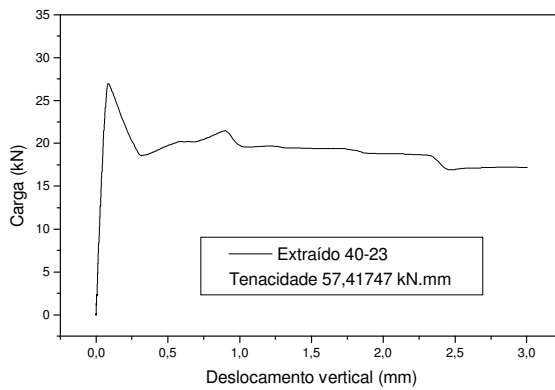
Extraído 40-21

Tenacidade 37,36259 kN.mm



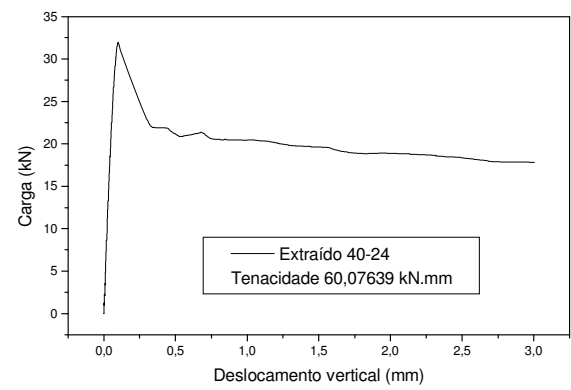
Extraído 40-23

Tenacidade 57,41747 kN.mm



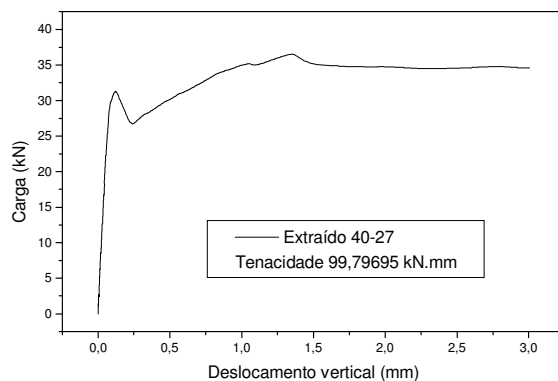
Extraído 40-24

Tenacidade 60,07639 kN.mm



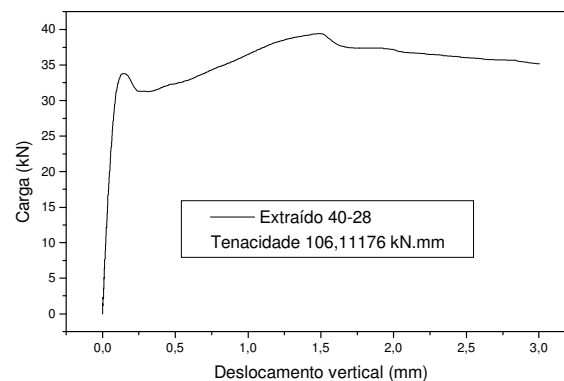
Extraído 40-27

Tenacidade 99,79695 kN.mm



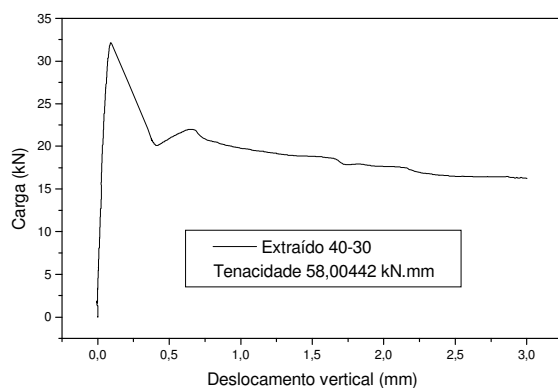
Extraído 40-28

Tenacidade 106,11176 kN.mm



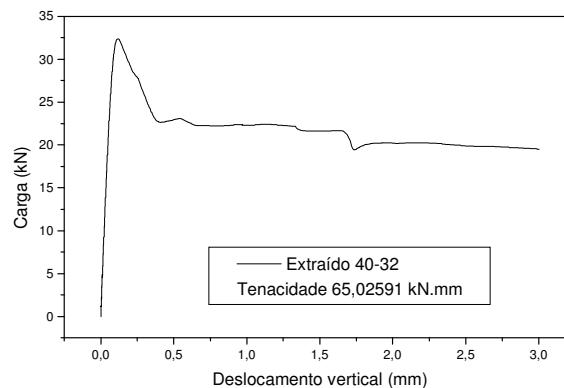
Extraído 40-30

Tenacidade 58,00442 kN.mm



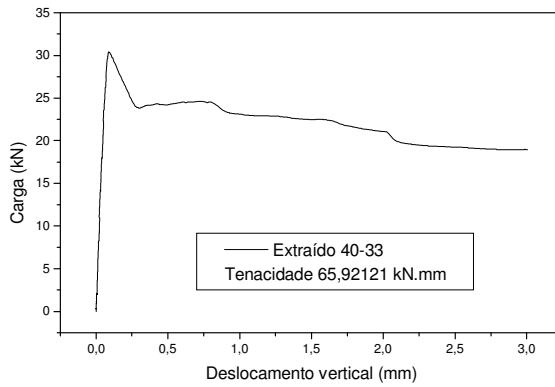
Extraído 40-32

Tenacidade 65,02591 kN.mm



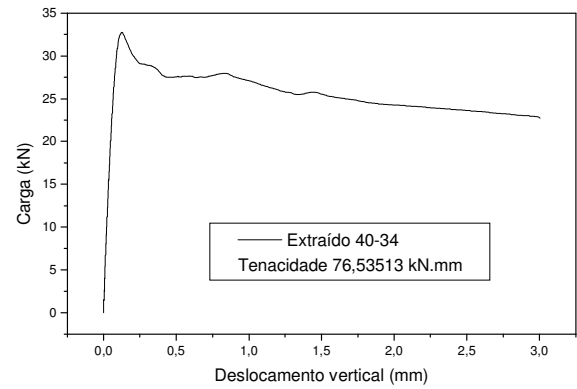
Extraído 40-33

Tenacidade 65,92121 kN.mm



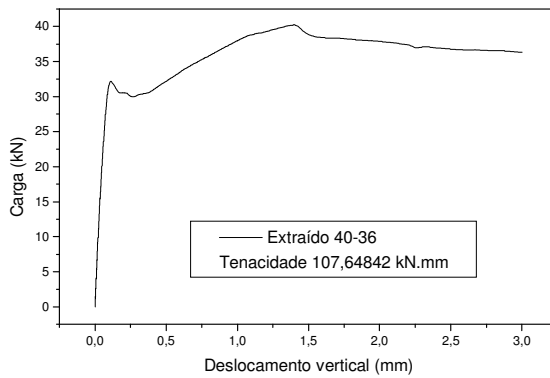
Extraído 40-34

Tenacidade 76,53513 kN.mm



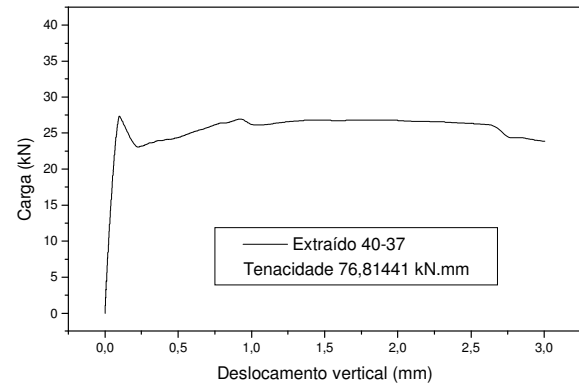
Extraído 40-36

Tenacidade 107,64842 kN.mm



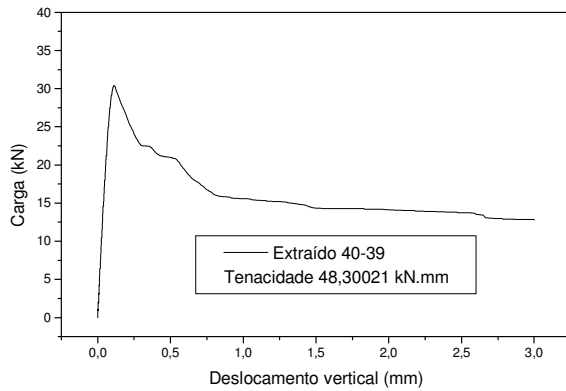
Extraído 40-37

Tenacidade 76,81441 kN.mm



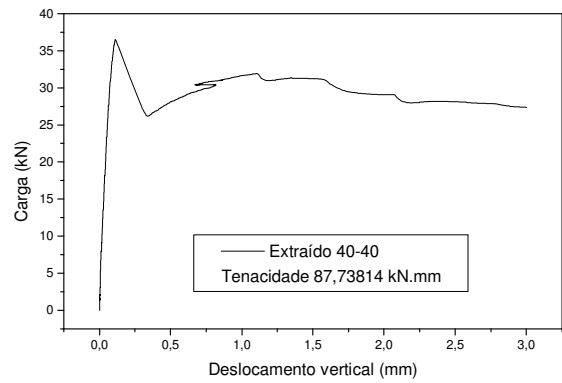
Extraído 40-39

Tenacidade 48,30021 kN.mm



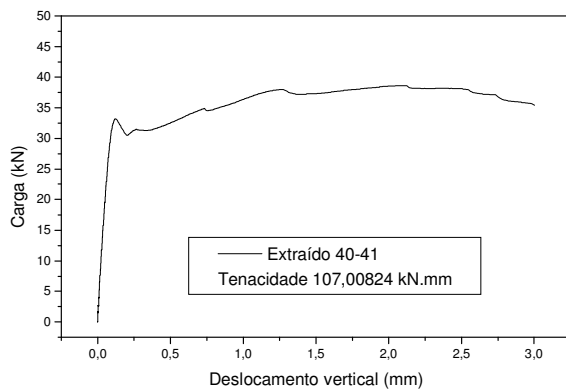
Extraído 40-40

Tenacidade 87,73814 kN.mm



Extraído 40-41

Tenacidade 107,00824 kN.mm



Extraído 40-42

Tenacidade 122,36475 kN.mm

