



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo

RAMON VILELA

**DESEMPENHO ESTRUTURAL DE PLACAS DE CROSS
LAMINATED TIMBER SUBMETIDAS À FLEXÃO**

CAMPINAS

2020

RAMON VILELA

**DESEMPENHO ESTRUTURAL DE PLACAS DE CROSS
LAMINATED TIMBER SUBMETIDAS À FLEXÃO**

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na área de Estruturas e Geotécnica.

Orientador: Prof. Dr. Nilson Tadeu Mascia

**ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO
FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO
ALUNO RAMON VILELA E ORIENTADO PELO
PROF. DR. NILSON TADEU MASCIA.**

CAMPINAS

2020

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Luciana Pietrosanto Milla – CRB 8/8129

Vilela, Ramon, 1990-
V711d Desempenho estrutural de placas de Cross Laminated Timber submetidas à flexão / Ramon Vilela. – Campinas, SP : [s.n.], 2020.

Orientador: Nilson Tadeu Mascia
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo.

1. Estrutura de madeira (Construção civil). 2. Madeira – Propriedades mecânicas. 3. Flexão (Engenharia civil). 4. Método dos elementos finitos. I. Mascia, Nilson Tadeu, 1956-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Structural performance in bending of cross-laminated timber plates

Palavras-chave em inglês:

Timber structure (Buildings and construction)

Wood – Mechanical properties

Bending (Civil engineering)

Finite element method

Área de concentração: Estruturas e Geotécnica

Titulação: Mestre em Engenharia Civil

Banca examinadora:

Nilson Tadeu Mascia [Orientador]

Fabiana Lopes de Oliveira

Cilmar Donizeti Baságlio

Data da defesa: 30-01-2020

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Civil

Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)

- ORCID do autor: <https://orcid.org/0000-0003-1531-4179>

- Currículo Lattes do autor: <http://lattes.cnpq.br/0638032623907760>

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E URBANISMO**

**DESEMPENHO ESTRUTURAL DE PLACAS DE CROSS
LAMINATED TIMBER SUBMETIDAS À FLEXÃO**

RAMON VILELA

Dissertação de Mestrado aprovada pela Banca Examinadora, constituída por:

**Prof. Dr. Nilson Tadeu Mascia
Presidente e Orientador/Universidade Estadual de Campinas**

**Profª. Dra. Fabiana Lopes Oliveira
Universidade de São Paulo**

**Prof. Dr. Cilmar Donizeti Baságlio
Universidade Estadual de Campinas**

A Ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no SIGA/Sistema de Fluxo de Dissertação/Tese e na Secretaria do Programa da Unidade.

Campinas, 30 de janeiro de 2020

*“Que a tua vida não seja estéril. Sê útil.
Deixa rastro”.*

São Josemaría Escrivá

*In memoriam de minha avó materna, Maria
de Lourdes.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pela dádiva da vida e da saúde para buscar meus objetivos.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Nilson Tadeu Mascia, pelo apoio, motivação e por compartilhar um pouco de seu vasto conhecimento e experiência.

À empresa Crosslam, na pessoa do José Alberto C. Gonçalves Filho, pela bolsa de estudos parcial e apoio à pesquisa, além de contribuir com sua experiência e pioneirismo em *Cross Laminated Timber* no Brasil.

Aos professores do programa de Pós-graduação FEC e da FEAGRI que ministraram as disciplinas que cursei ou que de alguma forma contribuíram para o desenvolvimento da presente pesquisa.

Aos funcionários do Laboratório de Estruturas (LES) da FEC, por contribuírem com suas experiências e trabalho para que os ensaios em peças de porte estrutural.

Aos funcionários do Laboratório de Materiais e Estruturas (LME) da FEAGRI, por cederem seu tempo, espaço e equipamentos para os ensaios de caracterização da madeira.

Ao Grupo de Estudos em Estruturas de Madeiras da FEC, por todo apoio, motivação e amizade.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001 nº 05-P-04797-2019.

RESUMO

A crescente demanda por materiais sustentáveis faz com que a madeira tenha um grande potencial em seu uso na construção civil. O Cross Laminated Timber (CLT) é um produto de madeira engenheirada que consiste em lamelas de madeira organizadas em camadas cruzadas ortogonalmente entre si, sendo utilizada principalmente como estrutura de placa ou chapa. No Brasil, painéis de CLT são produzidos industrialmente com madeira de reflorestamento da espécie *Pinus taeda*. Como as propriedades físicas e mecânicas da madeira dependem de diversos fatores naturais, é importante conhecer o desempenho estrutural de placas de CLT produzida com madeira cultivada nacionalmente. O presente estudo analisa o desempenho estrutural de placas de CLT por meio de ensaios experimentais e simulações numéricas. Os ensaios experimentais principais foram conduzidos com 21 placas compostas por cinco camadas de lamelas, totalizando 16 cm de espessura, e submetidas à flexão à quatro pontos, conforme a norma BS EN 16351:2015. Para explorar as propriedades da matéria prima foram extraídas amostras de *Pinus taeda* de placas ensaiadas, que posteriormente foram analisadas à flexão simples, conforme a NBR 7190:1997, além de compressão normal e compressão paralela às fibras, conforme a norma EN 408:2010. As análises numéricas estáticas e de vibração foram realizadas por meio dos módulos RF-LAMINATE e RF-DYNAM Pro do software comercial RFEM 5, dispondo de elementos de placa para compósitos e determinando a discretização da malha por meio do método *Grid Convergence Index*. Tais simulações levaram em consideração a teoria das placas de Mindlin e Kirchhoff, além de classes de resistências normativas segundo a NBR 7190:1997 e BS EN 338:2016. As propriedades físicas e mecânicas, tais como peso específico, umidade, resistência e rigidez à flexão, além de resistência e rigidez ao cisalhamento de placas de CLT, foram obtidas por meio de ensaios experimentais. A resistência à flexão do CLT ficou associada à resistência à tração de ligações de topo tipo *finger joints*, posicionadas nas camadas inferiores, enquanto que as rupturas devido ao esforço cortante ocorreram pela deficiência da capacidade resistente do *rolling shear* nas camadas transversais do CLT. Ao serem avaliadas na simulação numérica teorias de placas e normas de caracterização diferentes, encontrou-se resultados de resistência e rigidez com variações relevantes, sendo alguns destes resultados não admissíveis. A diferença entre gramaturas de adesivo de 220 para 250 g/m² foi comparada estatisticamente e não foi observada diferença significativa em relação à rigidez e à resistência das amostras. Também foi possível estimar carregamentos aceitáveis em função do comprimento de placas de CLT, sendo verificado, analítica e numericamente, que a vibração natural é um dos fatores críticos que limitam tal comprimento de projeto. Por fim, esta pesquisa é resultado de uma parceria entre universidade e indústria, que possibilitou a condução de ensaios experimentais de proporções reais para caracterização de placas de CLT, além de prever seu comportamento estrutural estático e de modo de vibração por meio simulações numéricas, ampliando, assim, o conhecimento técnico sobre o CLT produzido industrialmente com matéria prima plantada em território nacional.

Palavras chave: estrutura de madeira, cross laminated timber, flexão, análise experimental, elementos finitos.

ABSTRACT

The growing demand for sustainable materials makes wood to have great potential for its use in construction. Cross Laminated Timber (CLT) is an engineered wood product consisting of wood boards arranged in orthogonally cross-linked layers and is mainly used as a plate or sheet structure. In Brazil, CLT panels are produced industrially using reforestation wood of *Pinus taeda* species. As the physical and mechanical wood properties depend on several natural factors, knowing the structural performance of CLT boards produced with nationally grown wood is important. This study analyzes the structural performance of CLT plates by experimental tests and numerical simulations. The main experimental tests were conducted with 21 plates composed of five layers of boards, totaling 16 cm in thickness, and submitted to four-point bending, according to BS EN 16351:2015. *Pinus taeda* samples were extracted from tested plates that were later analyzed by simple bending, according to NBR 7190:1997, and by perpendicular compression and parallel compression to the grain, according to BS EN 408:2010 to explore the properties of the raw material. Numerical analysis of static and vibration mode performance were carried out by RF-LAMINATE and RF-DYNAM Pro modules of the commercial software RFEM 5, using composite plate elements and determining mesh discretization by the Grid Convergence Index method. Such simulations considered Mindlin and Kirchhoff plate theory, as well as normative resistance classes according to NBR 7190:1997 and BS EN 338:2016. Physical and mechanical properties were obtained from experimental tests, such as specific gravity, moisture, bending strength and stiffness, as well as shear strength and stiffness of CLT plates. The CLT's bending strength was associated with the tensile strength of finger joints on the lower layers, while ruptures due to shear stress occurred due to the deficiency of strength capacity of rolling shear in the transverse layers of the CLT. When plate theories and different normative characterization were evaluated in numerical simulation, results of strength and stiffness with relevant variations were found, some of which are not admissible. The difference between adhesive weights from 220 to 250 g/m² was statistically evaluated and no significant difference was observed regarding the stiffness and strength of the samples. It was also possible to estimate acceptable loads as a function of the length of CLT plates, being analytically and numerically, verified that the natural vibration is one of the critical factors that limits CLT design length. Finally, this research is a result of the partnership between university and industry, which allowed conducting experimental tests of structural size for characterization of CLT plates and predicting their static structural behavior and vibration modes through analytical and numerical simulations, expanding the technical knowledge on CLT industrially produced with raw material planted in the national territory.

Keywords: timber structure, cross laminated timber, bending, experimental analysis, finite elements.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|---|----|
| Figura 1 – Representação esquemática das zonas de madeira juvenil e adulta além de células de raio para o modelo de rigidez local da madeira. | 39 |
| Figura 2 – Tensões normais em uma viga de madeira submetida a flexão. | 40 |
| Figura 3 – Tipos de simetria dos materiais. | 41 |
| Figura 4 – Aproximação do modelo anisotrópico para um modelo ortotrópico da madeira... | 41 |
| Figura 5 –Relações médias entre Módulos de Elasticidade para coníferas. | 43 |
| Figura 6 – Funções de Hanknson para rotação nos três planos cartesianos. | 45 |
| Figura 7 – Comparação de dados experimentais e superfície prevista pelas formulas tridimensionais de Hankinson para madeira de carvalho. | 46 |
| Figura 8 – Modos de ruptura à compressão paralela às fibras. | 47 |
| Figura 9 – Modos de ruptura à compressão normal às fibras. | 47 |
| Figura 10 – Modos de ruptura à tração paralela às fibras. | 48 |
| Figura 11 – Modos de ruptura à tração normal às fibras. | 48 |
| Figura 12 – Modos de ruptura à flexão. | 49 |
| Figura 13 – Tipos de ruptura à flexão causada por nós. | 50 |
| Figura 14 – Disposição de <i>finger joints</i> | 51 |
| Figura 15 – Tipos de ruptura no <i>finger joints</i> | 51 |
| Figura 16 – Esforços que produzem o efeito <i>rolling shear</i> na madeira | 52 |
| Figura 17 – Modos de ruptura ao rolling shear. | 53 |
| Figura 18 – <i>Madeira Lamelada Colada</i> (MLC). | 54 |
| Figura 19 – <i>Laminated Veneer Lumber</i> (LVL). | 54 |
| Figura 20 – Vigas perfil <i>I joists</i> | 55 |
| Figura 21 – <i>Structural Insulated Panels</i> (SIP). | 55 |
| Figura 22 – <i>Parallel Strand Lumber</i> (PSL). | 56 |
| Figura 23 – <i>Dowel Laminated Timber</i> (DLT). | 56 |
| Figura 24 – Imagem representativa de painéis de CLT. | 57 |

| | |
|---|-----|
| Figura 25 – Configuração das camadas de lamelas do CLT. | 58 |
| Figura 26 – Primeira parte do processo de produção do CLT..... | 59 |
| Figura 27 – Segunda parte do processo de produção do CLT..... | 60 |
| Figura 28 – Edifício <i>Stadthaus</i> , Londres..... | 62 |
| Figura 29 – Edifício <i>Maison de L'Inde</i> em Paris, França..... | 62 |
| Figura 30 – Edifício Mjøstårnet, Noruega..... | 63 |
| Figura 31 – Plantação de <i>Pinus taeda</i> | 64 |
| Figura 32 – Aparência do <i>Pinus taeda</i> | 65 |
| Figura 33 – Áreas de árvores plantadas no Brasil por estado e por gênero em 2018..... | 66 |
| Figura 34 – Elemento de placa indeformado..... | 71 |
| Figura 35 – Deformação de elementos estruturais submetidos a flexão. | 72 |
| Figura 36 – Tensões normais para diversas seções compostas utilizando o método Gama.... | 82 |
| Figura 37 – Modelo de vigas virtuais do método <i>Shear Analogy</i> | 87 |
| Figura 38 – Tensões normais e tangenciais para vigas virtuais A e B pelo método <i>Shear Analogy</i> | 88 |
| Figura 39 – Resultante de tensões normais e tangenciais pelo método <i>Shear Analogy</i> | 90 |
| Figura 40 – Esquema de camadas de um elemento estrutural composto por lamelas..... | 91 |
| Figura 41 – Nomenclatura dos ensaios..... | 97 |
| Figura 42 – Imagem ilustrativa dos extensômetros utilizados. | 99 |
| Figura 43 – Diagrama de esforço cortante (DEC) e de momento fletor (DMF) para viga a flexão a quatro pontos e carregamento virtual aplicado no centro do vão. | 101 |
| Figura 44 – Detalhamento da instrumentação, equipamentos e dimensões do ensaio PFP-A, medidas em milímetros..... | 104 |
| Figura 45 – Retrato do ensaio PFP-A..... | 105 |
| Figura 46 – Detalhamento da instrumentação, equipamentos e dimensões do ensaio PFP-B, medidas em milímetros..... | 106 |
| Figura 47 – Retrato do ensaio PFP-B..... | 107 |
| Figura 48 – Detalhamento da instrumentação, equipamentos e dimensões do ensaio..... | 108 |

| | |
|---|-----|
| Figura 49 – Retrato do ensaio PFP-C. | 109 |
| Figura 50 – Seção de CLT da qual foram retiradas os corpos de prova para análise experimental. | 110 |
| Figura 51 – Dimensões e esquema do ensaio compressão paralela às fibras, medidas em milímetros. Imagem ilustrativa do ensaio de compressão paralela. | 113 |
| Figura 52 – Dimensões e esquema do ensaio compressão normal às fibras, medidas em milímetros. | 115 |
| Figura 53 – Diagrama para determinação do máximo carregamento estimado à compressão normal às fibras. | 115 |
| Figura 54 – Dimensões do corpo de prova e esquema do ensaio à flexão simples, medidas em milímetros. Imagem ilustrativa do ensaio de flexão. | 116 |
| Figura 55 – Exemplo de criação de uma seção composta no módulo RF-LAMINATE. | 120 |
| Figura 56 – Elementos quadrangulares do RFEM. | 121 |
| Figura 57 – Placa com geometria dos ensaios PFP-A simulada estática e numericamente com o RFEM. | 123 |
| Figura 58 – Placa com geometria dos ensaios PFP-B simulada estática e numericamente com RFEM. | 123 |
| Figura 59 – Placa com geometria dos ensaios PFP-B simulada estática e numericamente com RFEM. | 124 |
| Figura 60 – Histograma de resultados de módulo de elasticidade à compressão normal às fibras antes e depois da transformação de Johnson. | 129 |
| Figura 61 – Curvas de força-deslocamento dos ensaios de compressão normal às fibras. ... | 130 |
| Figura 62 – Tipos de ruptura à compressão paralela às fibras (a-c), ruptura à compressão normal às fibras (d-e) e ruptura na flexão (f-h). | 130 |
| Figura 63 – Posição dos transdutores nos ensaios PF4-A. | 134 |
| Figura 64 – Deslocamento em T2, PFP-A, sendo (a) as placas coladas com 250 g/m ² e (b) as peças coladas com 220 g/m ² de adesivo estrutural. | 134 |
| Figura 65 – Média entre os deslocamentos em T1 e T3, PFP-A, sendo (a) as placas coladas com 250 g/m ² e (b) as peças coladas com 220 g/m ² de adesivo estrutural. | 134 |
| Figura 66 – Média entre os deslocamentos em T4 e T5, PFP-A, sendo (a) as placas coladas com 250 g/m ² e (b) as peças coladas com 220 g/m ² de adesivo estrutural. | 136 |
| Figura 67 – Deslocamentos dos transdutores entre $P_{10\%}$ e $P_{40\%}$ | 136 |

| | |
|--|-----|
| Figura 68 – Boxplot dos dados dos transdutores em PFP-A. | 138 |
| Figura 69 – Posição dos extensômetros nos ensaios PF4-A. | 139 |
| Figura 70 – Deformação específica no extensômetro E1. | 140 |
| Figura 71 – Deformação específica no extensômetro E4. | 140 |
| Figura 72 – Distorção específica nas rosetas γ_{xy} da PFP-A05. | 141 |
| Figura 73 – Deformações específicas ε_x da PFP-A05. | 142 |
| Figura 74 – Deformações específicas ε_y da PFP-A05. | 143 |
| Figura 75 – Deformação específica ao longo da seção PFP-A01. | 143 |
| Figura 76 – Deformações nos extensômetros da PFP-A01. | 144 |
| Figura 77 – Fraturas na amostra PFP-A01. | 145 |
| Figura 78 – Fraturas na amostra PFP-A02. | 146 |
| Figura 79 – Fraturas na amostra PFP-A03. | 147 |
| Figura 80 – Fratura na amostra PFP-A04. | 149 |
| Figura 81 – Fraturas na amostra PFP-A05. | 150 |
| Figura 82 – Fraturas na amostra PFP-A06. | 151 |
| Figura 83 – Fraturas na amostra PFP-A07. | 152 |
| Figura 84 – Posição dos transdutores nos ensaios PF4-B. | 155 |
| Figura 85 – Deslocamento médio entre T1 e T2, PFP-B, sendo (a) as placas coladas com 250 g/m ² e (b) as peças coladas com 220 g/m ² de adesivo estrutural. | 156 |
| Figura 86 – Deslocamento médio entre T3 e T4, PFP-B, sendo (a) as placas coladas com 250 g/m ² e (b) as peças coladas com 220 g/m ² de adesivo estrutural. | 157 |
| Figura 87 – Posição dos extensômetros em amostras da PFP-B | 157 |
| Figura 88 – Deformação específica nos extensômetros E1, PFP-B, sendo (a) as placas coladas com 250 g/m ² e (b) as peças coladas com 220 g/m ² de adesivo estrutural. | 158 |
| Figura 89 – Distorção γ_{xy} nas rosetas da PFP-B07. | 159 |
| Figura 90 – Rosetas na PFP-B07. | 159 |
| Figura 91 – Deformação ε_x nas rosetas da PFP-B07. | 160 |
| Figura 92 – Deformação ε_y nas rosetas da PFP-B07. | 161 |

| | |
|--|-----|
| Figura 93 – Fraturas na amostra PFP-B01. | 162 |
| Figura 94 – Fraturas na amostra PFP-B02. | 163 |
| Figura 95 – Fraturas na amostra PFP-B03. | 164 |
| Figura 96 – Fraturas na amostra PFP-B04. | 165 |
| Figura 97 – Fraturas na amostra PFP-B05. | 166 |
| Figura 98 – Fraturas na amostra PFP-B06. | 167 |
| Figura 99 – Fraturas na amostra PFP-B07. | 168 |
| Figura 100 – Posição dos transdutores nos ensaios PFP-C. | 171 |
| Figura 101 – Deslocamentos médio entre os transdutores T1 e T2 das amostras PFP-C, sendo (a) as placas coladas com 250 g/m ² e (b) as peças coladas com 220 g/m ² de adesivo estrutural. | 172 |
| Figura 102 – Deslocamentos médio entre os transdutores T3 e T4 das amostras PFP-C, sendo (a) as placas coladas com 250 g/m ² e (b) as peças coladas com 220 g/m ² de adesivo estrutural. | 173 |
| Figura 103 – Deslocamentos médio entre os transdutores T5 das amostras PFP-C, sendo (a) as placas coladas com 250 g/m ² e (b) as peças coladas com 220 g/m ² de adesivo estrutural. | 173 |
| Figura 104 – Posição dos extensômetros e rosetas nos ensaios PFP-C. | 174 |
| Figura 105 – Deformação específica nos extensômetros E1 das amostras PFP-C. | 175 |
| Figura 106 – Deformação específica nos extensômetros E2 das amostras PFP-C. | 175 |
| Figura 107 – Diagrama Força × Deformação Específica para os extensômetros da PFP-C07. | 176 |
| Figura 108 – Distorção específica nas rosetas posicionadas na amostra PFP-C07. | 177 |
| Figura 109 – Fraturas na amostra PFP-C01. | 178 |
| Figura 110 – Fraturas na amostra PFP-C02. | 178 |
| Figura 111 – Fraturas na amostra PFP-C03. | 180 |
| Figura 112 – Fraturas na amostra PFP-C04. | 181 |
| Figura 113 – Fraturas na amostra PFP-C05. | 182 |
| Figura 114 – Fraturas na amostra PFP-C06. | 183 |
| Figura 115 – Fraturas na amostra PFP-C07. | 185 |

| | |
|--|-----|
| Figura 116 – Analogia de uma viga deformada com um semicírculo..... | 186 |
| Figura 117 – Carregamentos limites em função dos Estados Limites. | 189 |
| Figura 118 – Carregamentos limites em função dos Estados Limites. | 190 |
| Figura 119 – Comparação entre simulações numéricas e resultados experimentais dos ensaios PFP-A. | 191 |
| Figura 120 – Comparação entre simulações numéricas e resultados experimentais dos ensaios PFP-B. | 192 |
| Figura 121 – Comparação entre simulações numéricas e resultados experimentais dos ensaios PFP-C. | 193 |
| Figura 122 – Formas de modos de vibração das simulações numéricas. | 197 |
| Figura 123 – Frequência e modos de vibrações naturais..... | 199 |
| Figura 124 – Correlação positiva entre média de momentos fletores e relação c/L | 204 |

APÊNDICE B - ANÁLISES ESTATÍSTICAS

| | |
|---|-----|
| Figura B1 – Boxplot da inclinação das retas ajustadas para verificação do efeito de sela.... | 234 |
| Figura B2 – Comparação dos resultados a partir do Grupo 1 (PFP-A)..... | 235 |
| Figura B3 – Comparação dos resultados a partir do Grupo 2 (PFP-B)..... | 235 |
| Figura B4 – Comparação dos resultados a partir do Grupo 3 (PFP-C)..... | 236 |
| Figura B5 – Boxplot da inclinação das retas ajustadas para verificação do efeito de sela.... | 238 |
| Figura B6 – Comparação dos resultados a partir do Grupo 1 (PFP-A)..... | 238 |
| Figura B7 – Comparação dos resultados a partir do Grupo 2 (PFP-B)..... | 239 |
| Figura B8 – Boxplot da inclinação das retas ajustadas para verificação do efeito de sela.... | 240 |
| Figura B9 – Comparação dos resultados a partir do Grupo 1 (PFP-A)..... | 241 |
| Figura B10 – Comparação dos resultados a partir do Grupo 2 (PFP-B)..... | 241 |

APÊNDICE C - DEFORMAÇÕES E DISTORÇÃO NAS ROSETAS

| | |
|---|-----|
| Figura C1 – Posição das rosetas e rotação dos extensômetros na amostra PFP-A05. | 247 |
| Figura C2 – Posição das rosetas e rotação dos extensômetros nas amostras PFP-B07 e PFP-C07. | 247 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|-----|
| Tabela 1 – Equações para as relações elásticas em função do módulo de elasticidade longitudinal..... | 43 |
| Tabela 2 – Média dos Coeficientes de Poisson. | 44 |
| Tabela 3 – Alguns edifícios de CLT..... | 61 |
| Tabela 4 – Resumo de resultados de resistência e rigidez à flexão obtidos por outros autores. | 69 |
| Tabela 5 – Parâmetros p e q para elementos de CLT com 3, 5 e 7 camadas..... | 76 |
| Tabela 6 – Famílias, funções e intervalos do Transformação de Johnson..... | 78 |
| Tabela 7 – Algumas funções de transformação e retorno para λ | 80 |
| Tabela 8 – Resumo dos ensaios experimentais..... | 98 |
| Tabela 9 – Propriedade das classes de resistência normativas utilizadas nas simulações numéricas..... | 122 |
| Tabela 10 – Resultados dos ensaios de flexão simples..... | 126 |
| Tabela 11 –Resultado dos ensaios de compressão paralela às fibras. | 127 |
| Tabela 12 –Resultado dos ensaios de compressão normal às fibras..... | 128 |
| Tabela 13 – Fatores a_i e b_i das funções lineares dos deslocamentos aferidos nos ensaios PFP-A. | 138 |
| Tabela 14 – Capacidade de resistência ao momento fletor (M_R) e esforço cortante (V_R) além de modo de ruptura das amostras PFP-A..... | 154 |
| Tabela 15 – Resistência a tração no <i>finger joints</i> ($f_{M,CLT}$) e cisalhamento no <i>rolling shear</i> ($f_{r,CLT}$), e rigidez à flexão (K_{CLT}) e ao esforço cortante (S_{CLT}) das amostras PFP-A. | 154 |
| Tabela 16 – Capacidade de resistência ao momento fletor (M_R) e esforço cortante (V_R) além de modo de ruptura das amostras PFP-B..... | 169 |
| Tabela 17 –Resistência a tração na flexão ($f_{M,CLT}$), cisalhamento no <i>rolling shear</i> ($f_{r,CLT}$), e rigidez à flexão (K_{CLT}) e ao esforço cortante (S_{CLT}) das amostras PFP-B. | 170 |
| Tabela 18 – Capacidade de resistência ao momento fletor (M_R) e esforço cortante (V_R) além de modo de ruptura das amostras PFP-C..... | 186 |
| Tabela 19 – Resistência a tração no <i>finger joints</i> ($f_{M,CLT}$) e cisalhamento no <i>rolling shear</i> ($f_{r,CLT}$), e rigidez à flexão (K_{CLT}) e ao esforço cortante (S_{CLT}) das amostras PFP-C. | 187 |

| | |
|---|-----|
| Tabela 20 – Fatores de utilização e carregamentos limites para simulações da amostra PFP-A. | 194 |
| Tabela 21 – Fatores de utilização e carregamentos limites para simulações da amostra PFP-B. | 195 |
| Tabela 22 – Carregamentos, deslocamentos e Fatores de Utilização para simulações da amostra PFP-C. | 196 |
| Tabela 23 – Frequências naturais e suas respectivas formas de vibração. | 198 |
| Tabela 24 – Frequência crítica para vibrações verticais para alguns casos especiais de estruturas submetidas a vibrações pela ação de pessoas..... | 207 |

LISTA DE ABREVEATURAS E SIGLAS

| | |
|-----------|---|
| ABNT | Associação Brasileira de Normas Técnicas |
| ACI | <i>American Concrete Institute</i> |
| AD | Método Anderson-Darling |
| ADM | <i>Aluminum Design Manual</i> |
| AISC | <i>American Institute of Steel Construction</i> |
| ANOVA | <i>Analysis of Variance</i> |
| ANSI | <i>American National Standards Institute</i> |
| ASCE | <i>American Society of Civil Engineers</i> |
| AWC | <i>American Wood Concil</i> |
| BS | <i>British Standards</i> |
| CAD | <i>Computer Aided Design</i> |
| CAE | <i>Computer Aided Engineering</i> |
| CAM | <i>Computer Aided Manufacturing</i> |
| CCN | Ensaio Complementar de Compressão Normal às Fibras |
| CCP | Ensaio Complementar de Compressão Paralela às Fibras |
| CEN | <i>Comitté Européen de Normalization</i> |
| CFS | Ensaio Complementar de Flexão |
| CG | <i>Centro de Gravidade</i> |
| CLT, XLAM | <i>Cross Laminated Timber</i> |
| CSA | <i>Canadian Standards Association</i> |
| CV | Coefficiente de Variação |
| DIN | <i>Deutsches Institut für Normung</i> |
| DLT | <i>Dowel Laminated Timber</i> |
| EC | Eurocódigo, <i>Eurocode</i> |
| ELS | Estado Limite de Serviço |
| ELS-DE | Estado Limite de Serviço devido ao Deslocamento Excessivo |
| ELS-VE | Estado Limite de Serviço devido à Vibração Excessiva |
| ELU | Estado Limite Último |
| ELU-M | Estado Limite Último devido ao Momento Fletor |
| ELU-V | Estado Limite Último devido ao Esforço Cortante |
| EPS | Isopor |

| | |
|---------|---|
| EPT | Estado Plano de Tensões |
| EWP | <i>Engineered Wood Product</i> |
| FAU | Faculdade de Arquitetura e Urbanismo |
| FEAGRI | Faculdade de Engenharia Agrícola |
| FEC | Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo |
| GCI | <i>Grid Convergence Index</i> |
| GLT | <i>Glued Laminated Timber</i> |
| Glulam | <i>Glued Laminated Timber</i> |
| IBC | <i>International Building Code</i> |
| LES | Laboratório de Estruturas da FEC/UNICAMP |
| LME | Laboratório de Materiais e Estruturas da FEAGRI/UNICAMP |
| LVDT | <i>Linear Variable Differential Transformer</i> |
| LVL | <i>Laminated Veneer Lumber</i> |
| MDF | <i>Medium Density Fiberboard</i> |
| MEF | Método dos Elementos Finitos |
| MITC | <i>Mixed Interpolation of Tensorial Components</i> |
| MLC | Madeira Laminada Colada |
| MLCC | Madeira Laminada Colada Cruzada |
| MS | Microsoft |
| NBC | <i>National Building Code</i> |
| OSB | <i>Oriented Strand Board</i> |
| PFP | Ensaio Principal de Flexão Pura |
| PME | Produto de Madeira Engenheirada |
| PSF | Ponto de Saturação das Fibras |
| SAS | <i>Swanson Analysis Systems</i> |
| SPF | <i>Spruce-pine-fir</i> |
| Unicamp | Universidade Estadual de Campinas |
| USP | Universidade de São Paulo |
| XPS | <i>Extruded polystyrene</i> |

LISTA DE SÍMBOLOS

Alfabeto Latino

| | |
|---------------|---|
| $(EI)_{b,ef}$ | rigidez à flexão equivalente no sentido transversal. |
| $(EI)_{eff}$ | rigidez à flexão efetiva da placa de CLT. |
| $(EI)_{l,ef}$ | rigidez à flexão equivalente no sentido longitudinal. |
| $[S]$ | matriz de flexibilidade. |
| A | área da seção transversal. |
| a | largura da lamela; distância entre o centro das camadas externas; distância perpendicular entre a linha de apoio e a linha de carregamento mais próxima. |
| a_i | distância do centro de gravidade da seção até o centro de gravidade da i -ésima camada; fator de inclinação da reta de tendência do i -ésimo grupo de transdutores. |
| A_i | área da seção transversal da i -ésima camada. distância entre o centro de gravidade da i -ésima (\bar{z}_i) camada até o centro de gravidade da seção total z_{CG} . |
| b | comprimento transversal do elemento; dimensão da seção transversal do corpo de prova; largura da placa de CLT; largura da viga. |
| b_i | fator de posição da reta de tendência do i -ésimo grupo de transdutores. largura da i -ésima camada; |
| b_j | largura da j -ésima camada. |
| c | $\cos(\beta_i)$. |
| d | deformação longitudinal. |
| D | rigidez da placa. |
| D^*_{xy} | Rigidez à flexão da placa. |
| D_{ij} | matriz de amortecimento. |

| | |
|-----------------|--|
| D_{ij} | componente de compatibilidade entre tensões e deformações. |
| D_{xy} | rigidez a torção de elemento de placa com material ortotrópico ou de CLT com suas lamelas coladas lateralmente e sem fissuras. |
| D_{xy}^* | rigidez a torção reduzida de elemento de placa com material ortotrópico ou de CLT com suas lamelas não coladas lateralmente e/ou com fissuras. |
| E | módulo de elasticidade. |
| E_0 | módulo de elasticidade longitudinal no sentido das fibras da camada que sofreu a ruptura. |
| E_{90} | módulo de elasticidade longitudinal no sentido perpendicular às fibras da camada que sofreu a ruptura. |
| E_{c0m} | módulo de elasticidade à compressão paralela às fibras médio. |
| $E_{c0,k}$ | módulo de elasticidade à compressão paralela às fibras característico. |
| $E_{c0,12\%}$ | módulo de elasticidade à compressão paralela às fibras a uma umidade de 12%. |
| $E_{c90,k}$ | módulo de elasticidade à compressão normal às fibras característico. |
| $E_{c90,12\%}$ | módulo de elasticidade à compressão normal às fibras a uma umidade de 12%. |
| $E_{cinética}$ | energia cinética de um sistema estrutural. |
| E_i | módulo de elasticidade da i -ésima camada; módulo de elasticidade na direção do eixo $i = L, R$ ou T ; módulo de elasticidade longitudinal da i -ésima camada, sendo E_0 para camadas no sentido principal e E_{90} para camadas no sentido transversal; módulo de elasticidade da i -ésima camada. |
| EI | rigidez à flexão, produto entre módulo de elasticidade e momento de inércia. |
| EI_{eff} | rigidez a flexão equivalente. |
| $E_{M,k}$ | módulo de elasticidade à flexão característico. |
| $E_{M,12\%}$ | módulo de elasticidade à flexão a uma umidade de 12%. |
| $E_{potencial}$ | energia potencial de um sistema estrutural. |
| $E_{U\%}$ | módulo de elasticidade aferido no ensaio. |
| E_x | módulo de elasticidade longitudinal. |
| $E_{x,i}$ | módulo de elasticidade longitudinal na direção do eixo x da i -ésima camada. |
| $E_{y,i}$ | módulo de elasticidade longitudinal na direção do eixo y da i -ésima camada. |
| F | força. |

| | |
|----------------|---|
| $f_{1,placa}$ | frequência natural para o primeiro modo de vibração de uma placa. |
| f_{crit} | frequência crítica. |
| $f_{c0,k}$ | resistência à compressão paralela às fibras característica. |
| $f_{c0,12\%}$ | resistência à compressão paralela às fibras a uma umidade de 12%. |
| $f_{c90,k}$ | resistência à compressão normal às fibras característica. |
| $f_{c90,12\%}$ | resistência à compressão normal às fibras a uma umidade de 12%. |
| f_L | resistência na direção do eixo L . |
| f_{LT} | resistência em um ângulo no plano LT . |
| $f_{M,CLT}$ | resistência à flexão do CLT. |
| $f_{M,k}$ | resistência à flexão característica. |
| $f_{M,12\%}$ | resistência à flexão a uma umidade de 12%. |
| f_n | frequência natural para o n -ésimo modo de vibração. |
| $f_{n,viga}$ | frequência natural para o n -ésimo modo de vibração de uma viga. |
| f_r | média da resistência ao <i>rolling shear</i> . |
| f_R | resistência na direção do eixo R . |
| $f_{r,m}$ | média da resistência ao <i>rolling shear</i> . |
| $f_{r,CLT}$ | resistência ao <i>rolling shear</i> do CLT. |
| F_s | fator de segurança. |
| f_T | resistência na direção do eixo T . |
| $f_{U\%}$ | resistência aferida no ensaio. |
| g | carregamento uniformemente distribuído proveniente de ações permanentes. |
| G | módulo de elasticidade transversal. |
| GA | rigidez ao esforço cortante. |
| G_i | módulo de elasticidade transversal da i -ésima camada. |
| G_{ij} | módulo de elasticidade transversal no plano $ij = RT, LT$ ou LT . |
| G_j | módulo de elasticidade transversal da j -ésima camada. |
| G_R | módulo de elasticidade transversal referente ao <i>rolling shear</i> . |
| $G_{R,m}$ | média do módulo de elasticidade transversal referente ao <i>rolling shear</i> . |

| | |
|-----------------|--|
| G_{xy}^* | módulo de elasticidade transversal reduzido para elementos de CLT com suas lamelas não coladas lateralmente e/ou com fissuras. |
| $G_{xy,i}$ | módulo de elasticidade transversal referentes aos eixos x e y da i -ésima camada. |
| h | dimensão da seção transversal do corpo de prova; tamanho do elemento da malha. |
| h_i | altura da i -ésima camada. |
| h_j | espessura da j -ésima camada. |
| i | igual a 1 para T2, 2 para média entre T1 e T3, e 3 para média entre T4 e T5; índice que define a malha, classificado da mais para a menos discretizada. |
| I_i | momento de inércia, $bh^3/12$. momento de inércia da i -ésima camada. |
| I_t | momento de inércia à torção. |
| j | camada mais próxima do centro de gravidade imediatamente acima ou abaixo da camada i . |
| $J(\lambda, Y)$ | jacobiano da transformação para as variáveis λ e Y . |
| k | coeficiente de mola. camada que passa pelo centro de gravidade da seção. |
| K | fator de forma, sendo 0,4 para coníferas e 0,2 para folhosas (BODIG; JAYNE, 1982). |
| K_{CLT} | rigidez à flexão do CLT. |
| K_i | módulo de deslizamento dos conectores discretos. |
| K_{ij} | matriz de rigidez. |
| $k_s(n)$ | fator estatístico para estimar o quantil inferior (5%); |
| L | comprimento da barra; comprimento da viga; posição no eixo z onde ocorreu a ruptura com relação à linha neutra. |
| l | comprimento longitudinal do elemento; dimensão da seção transversal do corpo de prova. |
| l_0 | comprimento de referência do extensômetro utilizado. |
| L_{eff} | é o comprimento entre pontos de inflexão da viga, para viga biapoiada $L_{eff} = L$ (comprimento), para vigas contínuas ou engastadas, este valor pode ser |

determinado de modo simplificado, sendo $L_{\text{eff}} = 0,8L$, ou iterativo, determinando-se inicialmente seu valor como $0,8L$, e avaliando o comprimento entre pontos onde o momento seja nulo.

| | |
|------------------|--|
| M | momento fletor; momento fletor devido ao carregamento real. |
| \bar{M} | momento fletor devido ao carregamento virtual. |
| $M_{0\%}$ | massa da madeira seca. |
| $M_{12\%}$ | massa da madeira à 12% de umidade. |
| M_A | momento fletor na barra A . |
| M_{ij} | matriz de massa. |
| m_k | valor característico a ser estimado de resistência ou peso específico. |
| $M_{\text{máx}}$ | momento fletor máximo atuante no meio do vão. |
| $M_{R,k}$ | momento fletor de resistência característico. |
| $M_{U\%}$ | massa da madeira em uma determinada umidade $U\%$. |
| m_x | componentes de tensão relacionadas ao momento fletor. |
| m_{xy} | componente de tensão relacionada ao momento torçor. |
| m_y | componentes de tensão relacionadas ao momento fletor. |
| n | fator de forma, sendo 2 para madeiras (BODIG; JAYNE, 1982); número de amostras; número de camadas de CLT; número de elementos das variáveis; número ordinal do modo de vibração. |
| N | esforços normais devido ao carregamento real. |
| \bar{N} | esforços normais devido ao carregamento virtual. |
| $N_{B,i}$ | esforço normal devido ao momento fletor na i -ésima camada. |
| n_x | componentes de tensão relacionadas a esforços axiais. |
| n_{xy} | componente de tensão relacionada ao esforços axial excêntrico. |
| n_y | componentes de tensão relacionadas a esforços axiais. |
| p | fator para estimar a rigidez do CLT. |
| $P_{\text{máx}}$ | máximo carregamento atuante na célula de carga. |

| | |
|----------------------|--|
| $P_{\text{máx,est}}$ | força máxima estimada, que deve ser determinada pelo ponto de convergência da curva carregamento \times deformação com uma reta formada pela interseção entre os pontos $P_{40\%}$ e $P_{10\%}$ deslocada a 10% de h_0 . |
| P_x | força normal de compressão ou tração. |
| $P_{10\%}$ | força correspondente à 10% da força máxima. |
| $P_{40\%}$ | força correspondente à 40% da força máxima. |
| $P_{50\%}$ | força correspondente à 50% da força máxima. |
| \bar{P} | força virtual. |
| q | carregamento uniformemente distribuído; carregamento uniformemente distribuído devido à sobrecarga; fator para estimar a rigidez do CLT; |
| $q_M(L)$ | carregamento máximo devido ao momento fletor em função do comprimento. |
| $q_V(L)$ | carregamento máximo devido ao esforço cortante em função do comprimento. |
| Q | momento estático. |
| $Q(z)$ | momento estático do CLT em função de z . |
| r | razão de refinamento. |
| r_{xy} | coeficiente de correlação entre variáveis x e y . |
| s | espaçamento entre conector; $\text{sen}(\beta_i)$. |
| S_{CLT} | rigidez ao esforço cortante do CLT. |
| S_d | desvio padrão. |
| s_X | desvio padrão. |
| s_p | desvio padrão do peso específico. |
| t | espessura da lamela. |
| T | momentos de torção devido ao carregamento real. |
| \bar{T} | momentos de torção devido ao carregamento virtual. |
| $U\%$ | umidade da amostra durante o ensaio. |
| V | força cortante na seção analisada. |
| $V_{12\%}$ | volume da madeira à 12% de umidade. |
| V_A | esforço cortante na barra A . |

| | |
|--------------------|---|
| $V_{\text{máx}}$ | esforço cortante máximo atuante no local de ruptura. |
| $V_{R,k}$ | esforço cortante resistente característico. |
| V_{sat} | volume da madeira saturada. |
| $V_{U\%}$ | volume da madeira em uma determinada umidade $U\%$. |
| v_x | componentes de tensão relacionadas ao cisalhamento. |
| v_y | componentes de tensão relacionadas ao cisalhamento. |
| w | deformada da placa. |
| $w_{\text{máx}}$ | deslocamento no meio do vão. |
| $w_{40\%}$ | flecha correspondentes à força $P_{40\%}$; |
| $w_{10\%}$ | flecha correspondentes à força $P_{10\%}$; |
| x | coordenada de um ponto no eixo das abscissas. |
| X | dado a ser transformado. |
| x_i | elementos de uma variável. |
| X_i | dado a ser transformado; |
| | i -ésimo resultado de resistência ou módulo de elasticidade classificado do menor para o maior. |
| \bar{X} | média aritmética dos dados. |
| $x_i(t)$ | vetor da segunda derivada de deslocamento em relação ao tempo. |
| $\dot{x}_i(t)$ | vetor da primeira derivada de deslocamento em relação ao tempo. |
| $\ddot{x}_i(t)$ | vetor da segunda derivada de deslocamento em relação ao tempo. |
| y | coordenada de um ponto no eixo das ordenadas; |
| | distância de um ponto no eixo y até a linha neutra. |
| Y | dado transformado. |
| y_i | elementos de uma variável. |
| $Y_i(\lambda)$ | dado transformado. |
| z | posição no eixo z onde ocorreu a ruptura com relação à linha neutra. |
| $z_{\text{máx},i}$ | máxima coordenada no eixo z da i -ésima camada. |
| $z_{\text{mín},i}$ | mínima coordenada no eixo z da i -ésima camada. |

Alfabeto Grego

| | |
|---------------------|--|
| α | nível de significância. |
| α_E | fator de forma, $\alpha_E = 2$, conforme NBR 7190 (ABNT, 1997). |
| α_f | fator de forma, $\alpha_f = 3$, conforme NBR 7190 (ABNT, 1997). |
| γ | parâmetro constantes da família S_L . |
| γ_G | coeficiente de ponderação de ações permanentes. |
| γ_i | coeficiente de redução da inércia transportada da i -ésima camada. |
| γ_{ij} | distorção específica no plano $ij = RT, LT$ ou LT . |
| γ_Q | coeficiente de ponderação de ações variáveis. |
| γ_{xy} | componente de distorção relacionada ao esforço axial excêntrico em x e y . |
| γ_{xz} | componentes de distorção relacionadas a deformações em x e z . |
| γ_{yz} | componentes de distorção relacionadas a deformações em y e z . |
| δ | deslocamento total em determinado ponto. |
| δ_x | deformação longitudinal. |
| $\delta_{10\%}$ | deslocamento no extensômetro correspondente à força $P_{10\%}$. |
| $\delta_{40\%}$ | deslocamento no extensômetro correspondente à força $P_{40\%}$. |
| ε | parâmetro constantes da família S_L . |
| ε_i | deformação específica na direção do eixo $i = L, R$ ou T . |
| ε_x | componentes de deformação relacionadas a esforços axiais. |
| $\varepsilon_{x,1}$ | deformação específica na direção horizontal na roseta 1. |
| $\varepsilon_{x,2}$ | deformação específica na direção horizontal na roseta 2. |
| $\varepsilon_{x,3}$ | deformação específica na direção horizontal na roseta 3. |
| ε_y | componentes de deformação relacionadas a esforços axiais. |
| $\varepsilon_{y,1}$ | deformação específica na direção vertical na roseta 1. |
| $\varepsilon_{y,2}$ | deformação específica na direção vertical na roseta 2. |
| $\varepsilon_{y,3}$ | deformação específica na direção vertical na roseta 3. |
| ε_1 | deformação específica na direção do carregamento. |
| ε_2 | deformação específica passiva na direção ortogonal ao carregamento. |
| η | parâmetro constantes da família S_L . |

| | |
|---------------------|--|
| θ | ângulo de inclinação em LT . |
| κ | fator de forma, 1,2 para seções retangulares. |
| κ_{CLT} | fator de redução da rigidez à torção. |
| κ_x | componentes de deformações relacionadas a momentos fletores. |
| κ_{xy} | componentes de deformações relacionadas ao momento torçor. |
| κ_y | componentes de deformações relacionadas a momentos fletores. |
| λ | parâmetro para a transformação. |
| ψ_2 | fator de combinação de ações variáveis. |
| ν | coeficiente de Poisson. |
| ν_{ij} | coeficiente de Poisson que relaciona a deformação passiva na direção j devido a um carregamento na direção i , sendo i e $j = L, R$ ou T . |
| ν_{LT} | coeficiente de Poisson relacionado as deformações na direção T e L , sendo o carregamento aplicado na direção L . |
| ν_{LR} | coeficiente de Poisson relacionado as deformações na direção R e L , sendo o carregamento aplicado na direção L . |
| ν_{TR} | coeficiente de Poisson relacionado as deformações na direção R e T , sendo o carregamento aplicado na direção T . |
| ν_{TL} | coeficiente de Poisson relacionado as deformações na direção L e T , sendo o carregamento aplicado na direção T . |
| $\nu_{xy,i}$ | coeficiente de Poisson da i -ésima camada. |
| ρ | peso específico da viga. |
| $\bar{\rho}$ | média do peso específico. |
| ρ_{ap} | peso específico aparente. |
| ρ_{bas} | peso específico básico da madeira. |
| $\rho_{U\%}$ | peso específico da madeira em uma determinada umidade $U\%$. |
| $\sigma_{A,i}$ | primeira parcela da tensão normal devido ao momento fletor nas extremidades da i -ésima camada. |
| $\sigma_{B,i}$ | segunda parcela da tensão de normal devido ao momento fletor da i -ésima camada. |
| σ_i | tensão normal na direção do eixo $i = L, R$ ou T . |
| σ_i | tensão de normal devido ao momento fletor da i -ésima camada. |
| $\sigma_{i,global}$ | tensão normal global da i -ésima camada. |

| | |
|-------------------------|---|
| $\sigma_{i,\text{inf}}$ | tensão normal da fibra inferior da i -ésima camada. |
| $\sigma_{i,\text{sup}}$ | tensão normal da fibra superior da i -ésima camada. |
| σ_{ij} | tensor de tensões de uma viga. |
| τ | tensão de cisalhamento. |
| $\tau_{A,i}$ | primeira parcela da tensão de cisalhamento da i -ésima camada. |
| $\tau_{B,j}$ | segunda parcela de tensão de cisalhamento na j -ésima camada, sendo $j = i+1$. |
| τ_i | tensão de cisalhamento na i -ésima camada. |
| τ_{ij} | tensão tangencial no plano $ij = RT, LT$ ou LT . |
| ϕ | ângulo de inclinação entre o eixo TR . |
| ω_n | frequência angular para o n -ésimo modo de vibração, em rad/s . |
| $\{\varepsilon\}$ | vetor de deformações. |
| $\{\sigma\}$ | vetor de tensões. |

SUMÁRIO

| | |
|--|---------------|
| Capítulo 1 INTRODUÇÃO | 34 |
| 1.1 Motivação..... | 36 |
| 1.2 Objetivo..... | 36 |
| 1.2.1 Objetivo Geral | 36 |
| 1.2.2 Objetivos Específicos | 36 |
| Capítulo 2 REVISÃO DE LITERATURA | 38 |
| 2.1 Características Mecânicas da Madeira | 38 |
| 2.2 Modos de Ruptura da Madeira | 46 |
| 2.2.1 Compressão..... | 46 |
| 2.2.2 Tração | 47 |
| 2.2.3 Flexão | 49 |
| 2.2.4 Finger joints | 50 |
| 2.2.5 Rolling Shear | 52 |
| 2.3 Produto de Madeira Engenheirada | 54 |
| 2.4 Cross Laminated Timber..... | 57 |
| 2.5 Utilização do CLT..... | 60 |
| 2.6 Pinus taeda L. | 64 |
| Capítulo 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA | 70 |
| 3.1 Flexão em placas | 70 |
| 3.2 Vibração Natural | 73 |
| 3.3 Estatística aplicada à análise experimental | 76 |
| 3.3.1 Transformação de Johnson | 77 |
| 3.3.2 Transformação de Box-Cox..... | 78 |
| 3.3.3 Análise de Variâncias ANOVA..... | 80 |
| 3.4 Procedimentos para dimensionamento de placas de CLT..... | 81 |
| 3.4.1 Mechanically Jointed Beams Theory ou Método Gama..... | 82 |
| 3.4.2 Shear Analogy Method | 86 |
| 3.5 Método dos Elementos Finitos..... | 90 |
| 3.5.1 Índice de Convergência de Malha (GCI)..... | 95 |

| | |
|--|----------------|
| Capítulo 4 METODOLOGIA | 97 |
| 4.1 Ensaios Experimentais Principais | 98 |
| 4.1.1 Resistência à flexão e ao cisalhamento..... | 99 |
| 4.1.2 Rigidez..... | 100 |
| 4.1.3 Placas com 1,60 m de comprimento (PFP-A)..... | 103 |
| 4.1.4 Placas com 2,08 m de comprimento (PFP-B)..... | 105 |
| 4.1.5 Placas com 4,00 m de comprimento (PFP-C)..... | 107 |
| 4.2 Ensaios Experimentais Complementares | 109 |
| 4.2.1 Amostras | 109 |
| 4.2.2 Peso Específico | 110 |
| 4.2.3 Umidade..... | 110 |
| 4.2.4 Valor Característico | 111 |
| 4.2.5 Compressão Paralela às fibras (CCP-A)..... | 112 |
| 4.2.6 Compressão Normal às fibras (CCN-A)..... | 114 |
| 4.2.7 Flexão Simples (CFS-A)..... | 116 |
| 4.3 Inferência Estatística | 118 |
| 4.4 Análise Numérica..... | 119 |
| 4.4.1 Malha | 120 |
| 4.4.2 Simulação Numérica dos Ensaios Experimentais Principais..... | 121 |
| Capítulo 5 RESULTADOS..... | 125 |
| 5.1 Ensaios Experimentais Complementares | 125 |
| 5.1.1 Flexão Simples (CFS-A)..... | 125 |
| 5.1.2 Compressão Paralela às Fibras (CCP-A)..... | 126 |
| 5.1.3 Compressão Normal às Fibras (CCN-A)..... | 127 |
| 5.1.4 Modos de rupturas | 130 |
| 5.1.5 Classes Normativas..... | 132 |
| 5.2 Ensaios PFP-A | 133 |
| 5.2.1 Deslocamentos | 133 |
| 5.2.2 Deformações | 139 |
| 5.2.3 Rupturas..... | 144 |
| 5.2.4 Capacidade de resistência | 153 |
| 5.3 Ensaios PFP-B..... | 155 |
| 5.3.1 Deslocamentos | 155 |

| | | |
|--|--|------------|
| 5.3.2 | Deformações | 156 |
| 5.3.3 | Rupturas | 161 |
| 5.3.4 | Capacidade de resistência | 169 |
| 5.4 | Ensaio PFP-C..... | 171 |
| 5.4.1 | Deslocamentos | 171 |
| 5.4.2 | Deformações | 174 |
| 5.4.3 | Rupturas | 177 |
| 5.4.4 | Capacidade de Resistência | 184 |
| 5.5 | Carregamento limite analítico | 187 |
| 5.6 | Análise numérica..... | 190 |
| 5.6.1 | Deslocamentos | 190 |
| 5.6.2 | Carregamentos limites | 192 |
| 5.6.3 | Vibração Natural..... | 196 |
| Capítulo 6 DISCUSSÕES | | 201 |
| 6.1 | Propriedades do <i>Pinus taeda</i> | 201 |
| 6.2 | Propriedades das placas de CLT | 203 |
| 6.2.1 | Deformação específica no CLT | 203 |
| 6.2.2 | Simulações numéricas estáticas | 204 |
| 6.2.3 | Vibração natural..... | 206 |
| Capítulo 7 CONCLUSÕES | | 209 |
| REFERÊNCIAS | | 213 |
| APÊNDICE A DIMENSIONAMENTO DE CLT PELO MÉTODO GAMA..... | | 222 |
| A.1 | Carregamentos | 222 |
| A.2 | Propriedades dos Materiais..... | 224 |
| A.3 | Fator γ 224 | |
| A.4 | Rigidez Equivalente..... | 224 |
| A.5 | ELS - Estado Limite de Serviço | 226 |
| A.6 | ELU - Estado Limite Último | 227 |
| A.7 | Resumo dos resultados | 230 |
| APÊNDICE B ANÁLISES ESTATÍSTICAS..... | | 232 |

| | |
|--|----------------|
| B.1 Teste ANOVA ONE WAY..... | 232 |
| B.1.1 Dados de Entrada: Verificação do efeito de sela | 232 |
| B.1.2 Resultados: Verificação do efeito de sela | 234 |
| B.1.3 Dados de Entrada: Verificação dos momentos fletores máximos | 236 |
| B.1.4 Resultados: Verificação dos momentos fletores máximos | 237 |
| B.1.5 Dados de Entrada: Verificação dos esforços cortantes máximos | 239 |
| B.1.6 Resultados: Verificação dos esforços cortantes máximos | 240 |
| B.2 Teste t Two-sample para comparação entre médias não pareadas | 242 |
| B.3 Teste t <i>Two-sample</i> para comparação entre médias pareadas..... | 244 |
| APÊNDICE C DEFORMAÇÕES E DISTORÇÃO NAS ROSETAS..... | 246 |

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Utilizada como material de construção, a madeira apresenta um desempenho singular quando comparada a outros materiais com a mesma finalidade advindos de fontes minerais como aço e concreto. Tal singularidade é atribuída a um conjunto de aspectos como os sustentáveis, de conforto ambiental e agilidade na montagem, além de resistência quando comparada ao seu peso próprio, simultaneamente. O uso da madeira originária de manejo sustentável ou de reflorestamento na construção civil, que é um mercado com volume expressivo, também pode ser visto como instrumento de ampliação e preservação de florestas, afirma Zenid (2015), tendo em vistas que tais atividades prezam pela manutenção de recursos naturais e visam seu uso racional. No Brasil, a opção por não utilizar a madeira na construção civil na maioria das vezes está associada a um pensamento de que este material tem um baixo desempenho de durabilidade e resistência, o que não representa seu real potencial.

Nas últimas décadas, vem crescendo substancialmente a procura pela utilização da madeira na construção civil, não somente para fins secundários, mas também como material estrutural, aumentando seu volume utilizado neste mercado. Ramage *et al.* (2017) mostra que a conscientização ambiental e evolução em pesquisa e tecnologia vêm difundindo o desenvolvimento de produtos estruturais à base de madeira na construção, tais como a *Parallel Strand Lumber* (PSL), *Laminated Veneer Lumber* (LVL), *I-Joints*, Madeira Lamelada Colada (MLC), *Structural Insulating Panel* (SIP), *Dowel Laminated Timber* (DLT) e Cross Laminated Timber (CLT).

Também conhecido como Madeira Lamelada Colada Cruzada (MLCC) no Brasil, o CLT é um material industrializado composto por lamelas de madeira coladas e dispostas em camadas ortogonais entre si. Apesar de poder ser produzido com diversas espécies de madeira, atualmente a manufatura deste produto tem sido a partir de variedades de pinus e eucalipto, que

no Brasil são madeira de reflorestamento. Por ser uma placa de composto de madeira, pode ser fabricada em grandes dimensões e com formatos arquitetônicos diversos com o auxílio de equipamentos com tecnologia *Computer Numerical Control* (CNC). O CLT também pode ser utilizado como viga ou pilar, porém, na maioria dos casos, sua eficiência estrutural é maior quando utilizada como placa ou chapa (GAGNON; PIRVU, 2012).

No Brasil, ao longo de aproximadamente sete anos de implantação desta tecnologia, foram construídas edificações residenciais e comerciais produzidas com CLT, e sua difusão no mercado nacional tem sido crescente, como demonstra Oliveira (2018). Na América do Norte e Europa, sua utilização já alcança volumes expressivos, acompanhado de números de pesquisas ao redor do mundo sobre o desempenho mecânico (BAÑO *et al.*, 2018; PEREIRA; CALIL JUNIOR, 2019), dinâmico (IZZU *et al.*, 2018; JIN *et al.*, 2019), em situação de incêndio (DÂRMON; LALU, 2019; FRAGIACOMO *et al.*, 2013), sob impacto balístico (SANBORN *et al.*, 2019), além de conforto térmico (LESKOVAR *et al.*, 2019; STENSON *et al.*, 2019), e acústico (HOMB; GUIGOU-CARTER; RABOLD, 2017) de painéis de CLT.

A análise estrutural de um elemento de CLT pode ser realizada por métodos analíticos, experimentais ou numéricos. Dos métodos analíticos, a teoria de placas ortotrópicas de Reissener-Mindlin (teoria de placa espessa) é aplicável quando a relação $a/b \leq 2$, sendo “a” a maior largura e “b” a menor largura da placa. Quando é encontrada a relação $a/b > 2$, a teoria das vigas de Timoshenko pode ser uma opção, por levar em consideração o efeito da cortante nos deslocamentos do elemento. No *CLT Handbook* (GAGNON; PIRVU, 2012) propõe-se o uso de métodos simplificados, como o Método Gama, *Shear Analogy*, ou *K-method*, que podem ser adotados para a análise do CLT com certas restrições. Métodos experimentais são os mais precisos, entretanto, são relativamente caros, oneram mais tempo e dificilmente é possível simular todas as situações que ocorrerão em projetos. Dentre os diversos métodos numéricos que poderiam simular o comportamento estrutural do CLT, um método fortemente difundido e aceito pela comunidade científica é o Método dos Elementos Finitos (MEF). A vantagem de métodos numéricos, com ênfase no MEF, é uma possibilidade de simular modelos mais complexos a custo de poder computacional, o que tem sido cada vez mais acessível. A evolução dos softwares também é um fator importante, aos quais tem sido cada vez mais implementadas novas soluções teóricas tornando-se mais eficientes e eficazes na análise estrutural.

1.1 Motivação

Para que a simulação do comportamento estrutural de placas de CLT via métodos numéricos ou analíticos represente o comportamento real do elemento faz-se necessário conhecer as propriedades físicas e mecânicas do CLT e de sua matéria prima, tais como densidade, módulo de elasticidade, módulos de ruptura além da dispersão probabilística de tais valores. Levando-se em consideração que fatores externos do ambiente de cultivo da madeira influenciam suas propriedades, e que existe uma carência de estudos científicos disponíveis tanto das propriedades mecânicas da madeira nacional utilizada em placas de CLT como do comportamento estrutural de tais placas produzidas industrialmente, torna-se fortemente relevante a pesquisa que explore tal assunto.

Diversos programas computacionais utilizam do MEF para realizar análise de estruturas, podendo variar o tipo dos elementos (viga, casca, sólido), suas funcionalidades (riqueza das funções aproximadoras; métodos de discretização; isotropia, ortotropia ou anisotropia; elasticidade ou plasticidade). Alguns desses parâmetros estão relacionados ao desempenho e precisão do software em simular as tensões, esforços, deformações e deslocamentos da estrutura de forma realista. Para se avaliar a convergência de um programa computacional ao modelo real, é plausível comparar resultados com métodos analíticos consagrados, ou então, executar ensaios experimentais. Assim sendo, é possível validar um determinado método de análise estrutural para que seu uso possa ser extrapolado para modelos mais complexos, utilizando-se menor tempo e custo, porém, garantindo a segurança e economia necessárias para um projeto estrutural competitivo.

A praticidade e baixo custo computacional de elementos finitos de placa é um grande atrativo comercial para a simulação estrutural de painéis como o CLT. Entretanto, é necessário averiguar qual a precisão do método em relação ao comportamento estrutural de tais placas. Em função destes argumentos, esta pesquisa comporta os seguintes objetivos:

1.2 Objetivo

1.2.1 Objetivo Geral

Estudar o comportamento estrutural de placas de CLT submetidas à flexão por meio de análises experimentais e numéricas utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF).

1.2.2 Objetivos Específicos

- Verificar no CLT o efeito de sela próprio de estruturas de placas;
- Avaliar as deformações ao longo da seção transversal do CLT;
- Averiguar se existem diferenças quantitativas entre deformações específicas na compressão e tração em valores absolutos;
- Constatar se existem diferenças significativas entre placas produzidas com 220 e 250 g/m^3 de adesivo estrutural;
- Identificar se existe influência no uso de finger joints para o comportamento elástico de placas de CLT;
- Extrair correlações entre as proporções geométricas dos ensaios experimentais com seus respectivos resultados pareados;
- Estimar os carregamentos limites de placas de CLT em função do comprimento, segundo os modos de falha e valores característicos obtidos experimentalmente;
- Simular numericamente o comportamento de vibração natural de placas de CLT a partir das propriedades mecânicas e física obtidas via experimentos laboratoriais;
- Avaliar o desempenho do uso do *Grid Convergence Index* (GCI) para otimização da malha de elementos de placa para a simulação numérica do CLT;
- Identificar se o comportamento de placas de CLT sob esforços de flexão pode ser adequadamente representado por elementos finitos de placa com linearidades físicas.

Capítulo 2

REVISÃO DE LITERATURA

Este capítulo traz a revisão literária de temas relevantes para a análise e interpretação dos ensaios experimentais e numéricos de placas de CLT.

Ao introduzir aspectos inerentes à anatomia da madeira, bem como seu comportamento mecânico, é elucidada a complexidade principal matéria prima do CLT. Ainda sobre a madeira, é apresentado seus módulos ou modos de ruptura, o que é necessário para qualificar a ruptura do próprio CLT ao ser ensaiado experimentalmente.

Outro tema abordado refere-se a Produtos de Madeira Engenheirada, grupo do qual o CLT faz parte, o que permite contextualizar o conceito inovador deste produto. Além disto, é apresentado o próprio CLT, demonstrando seu método produtivo e suas atuais aplicações na construção civil.

2.1 Características Mecânicas da Madeira

Considerando sua origem biológica, a madeira tem uma dispersão de valores de suas propriedades mecânicas (resistência e rigidez) relativamente elevada quando comparada aos materiais de fontes minerais. Este fator está associado à variação de: a) condições climáticas, que influenciarão no crescimento do lenho (TEODORESCU *et al.*, 2017); b) de região e solo de onde a árvore foi plantada, que afetará sua alimentação (ANTONY *et al.*, 2011; AYRES *et al.*, 2009); c) espaçamento entre as árvores, fazendo com que estas tenham mais ou menos acesso a nutrientes do solo e iluminação solar (MANNING; FISCHER; LINDENMAYER, 2006); d) idade da árvore, que altera a proporção de lenho juvenil e adulto ao longo de sua seção (YORUR; KURT; YUMRUTAS, 2014); f) local e posição de onde é retirado a amostra para análise no tronco, podendo haver proporções diferentes de substratos, medula, nós ou madeira de reação (CRAMER *et al.*, 2005; MASCIA; LAHR, 2006). Todos estes fatores tornam a madeira um material com um comportamento físico-mecânico complexo e com diversas

variáveis que devem ser consideradas no dimensionamento estrutural de elementos de madeira, mesmo que de forma simplificada, garantindo a segurança da estrutura.

O fato de ser um material composto biológico confere a madeira propriedades de rigidezes que variam conforme o ponto e a direção analisada em um mesmo troco de árvore. Como a rigidez é a característica mecânica que correlaciona tensão com deformação, para o regime linear, simplificadamente, associa-se a rigidez de um material à constante molar preconizada pela lei Hooke, conforme Equação (2.1), (KOLLMANN; COTE, 1968).

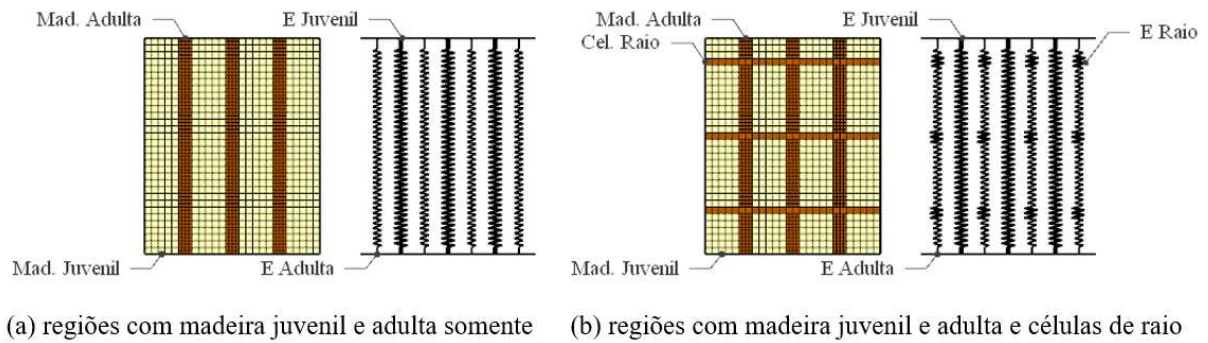
$$F = k \cdot d \equiv P_x = \frac{E_x A}{L} \delta_x \quad (2.1)$$

sendo F força;
 k coeficiente de mola;
 d deformação longitudinal;
 P_x força normal de compressão ou tração;
 E_x módulo de elasticidade longitudinal;
 L comprimento da barra;
 A área da seção transversal;
 δ_x deformação longitudinal.

Analogamente, pode-se construir um modelo esquemático para a madeira a partir das diferenças entre rigidezes em diversos pontos do material. As camadas de células da madeira desenvolvidas durante a primavera/verão (lenho inicial) crescem mais rapidamente, apresentam densidade e rigidez menores. Enquanto as camadas celulares que foram desenvolvidas durante o outono/inverno (lenho tardio) têm densidades e rigidezes maiores. Regiões onde há células de raio também tendem a ser mais rígidas. Deste modo, pode-se representar a rigidez elástica da madeira pela Figura 1.

Outra propriedade da madeira que também pode ser representada numericamente é o modelo reológico viscoelástico do material, que consiste na deformação progressiva ao longo do tempo sem que haja incremento de carga. Este modelo pode ser representado esquematicamente por amortecedores paralelos às molas. Desta forma, o desempenho estrutural da madeira sob carregamentos instantâneos tende a ser melhor pela sua capacidade de absorção de energia imediata (SANTOS, 2008).

Figura 1 – Representação esquemática das zonas de madeira juvenil e adulta além de células de raio para o modelo de rigidez local da madeira.



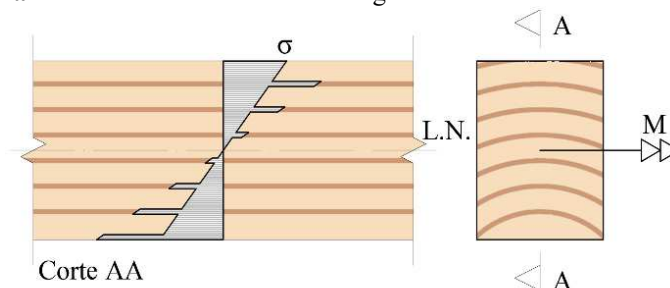
Fonte: Adaptado de KOLLMANN; COTE, 1968.

Devido a variação de rigidez em regiões da madeira, quando submetida a um determinado esforço, as tensões variam diretamente proporcional às rigidezes em um determinado ponto. Por exemplo, para flexão [Equação (2.2)], por meio de um tensor de tensões, tem-se a variação da tensão em um ponto em função da distância da linha neutra e o módulo de elasticidade no material em um elemento viga composta, conforme a Figura 2.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{MyE_i}{EI_{eff}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

sendo σ_{ij} tensor de tensões de uma viga;
 E_i módulo de elasticidade da i -ésima camada;
 M momento fletor;
 y distância de um ponto no eixo y até a linha neutra;
 EI_{eff} rigidez a flexão equivalente.

Figura 2 – Tensões normais em uma viga de madeira submetida a flexão.

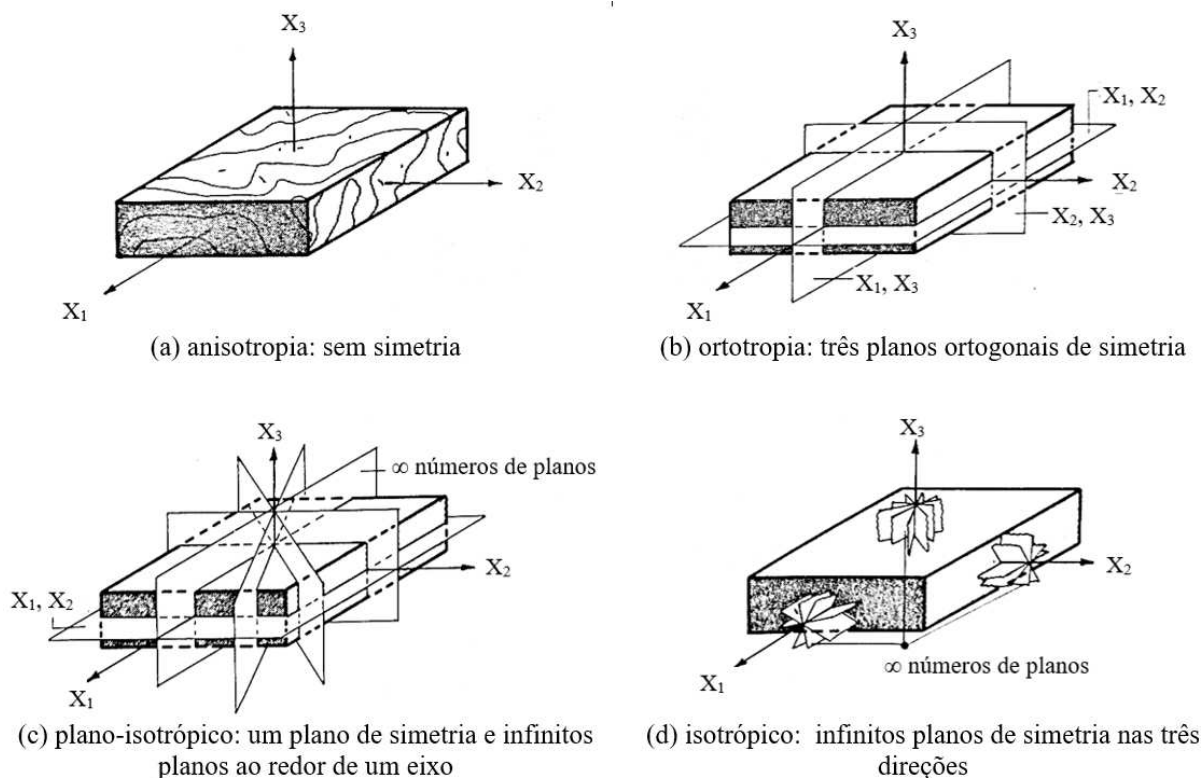


Fonte: Adaptado de KOLLMANN; COTE, 1968, p. 371.

Outro aspecto relevante na análise das características mecânicas da madeira é a anisotropia do material, definido como a inexistência de planos de simetria elástica com relação

as características de um material (MASCIA, 1991). A Figura 3 apresenta modelos e identifica os tipos de simetrias comumente encontrados em materiais.

Figura 3 – Tipos de simetria dos materiais.

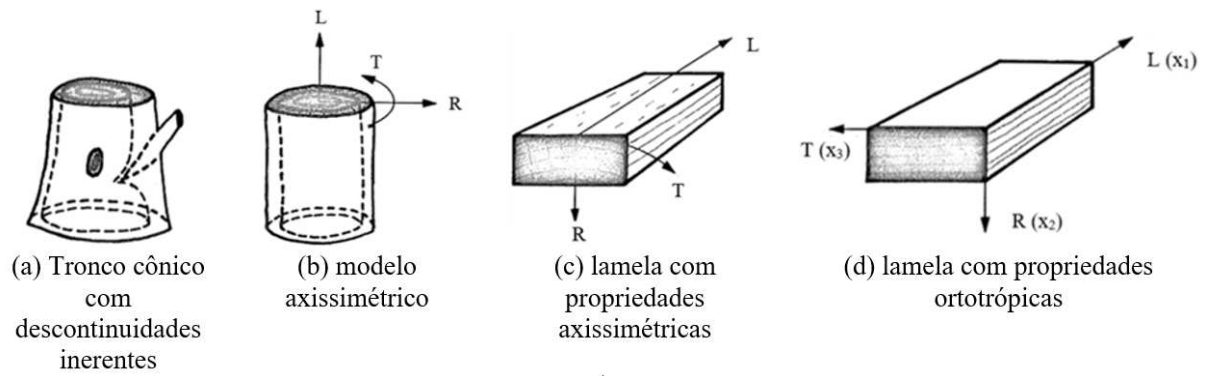


Fonte: BODIG; JAYNE, 1982, p. 88.

Dentre diversos fatores, a anisotropia da madeira ocorre por ser um material biológico, onde existe uma certa conicidade no padrão de crescimento da grã (fibras ou traqueídes), (KATZ *et al.*, 2008; MASCIA; VANALLI, 2012). Entretanto, a existência de nós, ramificações de galhos, falsos anéis de crescimento ou anéis de crescimento descontínuos produzem um material anisotrópico [Figura 4 (a)].

Algumas simplificações são assumidas para aplicar a teoria da elasticidade ortotrópica à madeira, como a forma cilíndrica e contínua do tronco da madeira [Figura 4(b)]. As lamelas obtidas do tronco cilíndrico apresentam dois eixos ortogonais e um eixo polar [Figura 4(c)], que por sua vez é simplificado para três eixos ortogonais entre si, onde as características de elasticidade da madeira são diferentes para cada eixo analisado ou plano (BODIG; JAYNE, 1982).

Figura 4 – Aproximação do modelo anisotrópico para um modelo ortotrópico da madeira..



Fonte: BODIG; JAYNE, 1982, p. 111.

Assumindo-se a madeira como sendo um material ortotrópico e que existe coincidência dos eixos L, R e T com os eixos x_1 , x_2 e x_3 , respectivamente, pode-se compatibilizar as tensões com as deformações por meio de uma matriz de flexibilidade ou de rigidez ortotrópica, conforme Equação (2.3), (BODIG; JAYNE, 1982).

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_R \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{RT} \\ \gamma_{LT} \\ \gamma_{LR} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{RL}}{E_R} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LR}}{E_L} & \frac{1}{E_R} & -\frac{\nu_{TR}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & -\frac{\nu_{RT}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_R \\ \sigma_T \\ \tau_{RT} \\ \tau_{LT} \\ \tau_{LR} \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

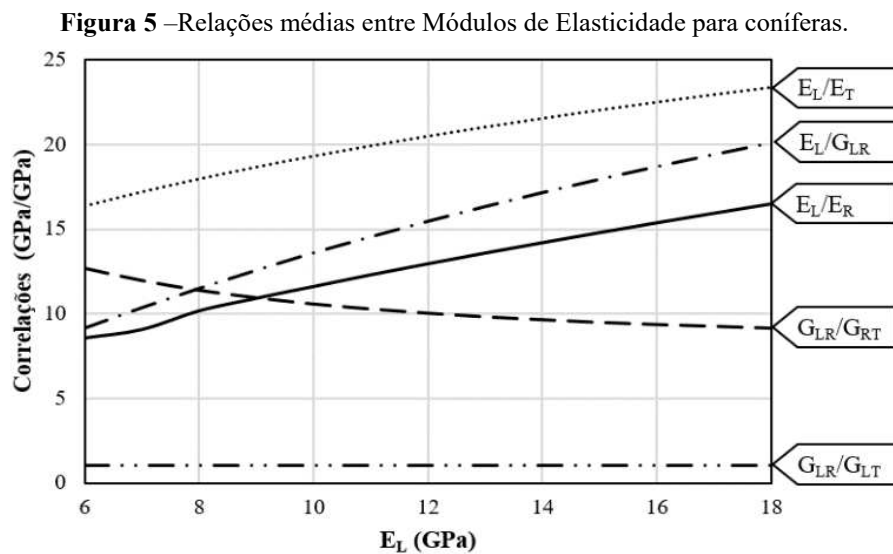
sendo ε_i deformação específica na direção do eixo $i = L, R$ ou T ;
 γ_{ij} distorção específica no plano $ij = RT, LT$ ou LR ;
 E_i módulo de elasticidade na direção do eixo $i = L, R$ ou T ;
 G_{ij} módulo de elasticidade transversal no plano $ij = RT, LT$ ou LR ;
 σ_i tensão normal na direção do eixo $i = L, R$ ou T .
 τ_{ij} tensão tangencial no plano $ij = RT, LT$ ou LR ;
 ν_{ij} coeficiente de Poisson que relaciona a deformação passiva na direção j devido a um carregamento na direção i , sendo i e $j = L, R$ ou T .

De forma matricial, a Equação (2.3) fica escrita conforme a Equação (2.4).

$$\{\varepsilon\} = [S]\{\sigma\} \quad (2.4)$$

sendo $\{\varepsilon\}$ vetor de deformações;
 $[S]$ matriz de flexibilidade;
 $\{\sigma\}$ vetor de tensões.

Os módulos de elasticidade da madeira tendem a apresentar relações entre si que podem variar com diversos fatores. Bodig e Jayne (1982) apresentam valores para as tendências de relações entre as propriedades elásticas de coníferas em função do módulo de elasticidade longitudinal (*i.e.*, paralelo às fibras), que é representado por E_L . A partir destes dados, é possível plotar as curvas de relações entre módulos de elasticidade para coníferas apresentadas na Figura 5. Tais dados mostram que, para as espécies avaliadas, o módulo de elasticidade E_L é sempre o mais rígido, seguido pelos E_T e E_R . Valores de módulo de elasticidade transversal G_{LR} e G_{LT} costumam ser equivalentes e mais rígidos que G_{RT} .



Fonte: Adaptado de BODIG; JAYNE, 1982, p. 116.

Por interpolação, obtém-se a Tabela 1 com os valores dos módulos de elasticidade (E_i) e módulo de elasticidade transversal (G_{ij}).

Utilizando a correlação de $1 \text{ MPa} = 145,0377 \text{ psi}$ é possível estabelecer os valores de coeficiente de Poisson (ν_{ij}) da espécie *Pinus* a partir de Bodig e Jayne (1982), conforme Tabela 2.

Tabela 1 – Equações para as relações elásticas em função do módulo de elasticidade longitudinal.

| Equações (GPa/GPa) | R ² |
|---|----------------|
| $E_L/E_T = -0,0174 E_L^2 + 0,9927 E_L + 11,103$ | 0,9997 |
| $E_L/E_R = -0,136 E_L^2 + 0,9886 E_L + 3,0643$ | 0,9990 |
| $E_L/G_{LR} = -0,0236 E_L^2 + 1,1473 E_L + 1,1956$ | 0,9999 |
| $G_{LR}/G_{RT} = 0,0248 E_L^2 + 0,08665 E_L + 16,811$ | 0,9938 |
| $G_{LR}/G_{LT} = 0,00002 E_L^2 + 0,0012 E_L + 1,0544$ | 0,9951 |

Fonte: Adaptado de BODIG e JAYNE, 1982.

Tabela 2 – Média dos Coeficientes de Poisson.

| Poisson | Pinus |
|------------|----------------------------|
| ν_{LR} | $25,96 \cdot 10^{-6} E_L$ |
| ν_{RL} | $34,95 \cdot 10^{-6} E_R$ |
| ν_{LT} | $31,04 \cdot 10^{-6} E_L$ |
| ν_{TL} | $25,96 \cdot 10^{-6} E_T$ |
| ν_{RT} | $539,98 \cdot 10^{-6} E_R$ |
| ν_{TR} | $620,04 \cdot 10^{-6} E_T$ |

Fonte: Adaptado de BODIG; JAYNE, 1982, p. 113.

Assim como a madeira apresenta parâmetros de elasticidade diferentes para cada ângulo de inclinação analisado, da mesma forma, a resistência da madeira irá variar com a inclinação do plano analisado. Para um corpo de prova submetido a esforço normal às fibras, Hankinson (1921) deduziu a expressão que outrora seria denominada Fórmula de Hankinson em sua homenagem [Equação (2.5)].

$$f_{LT}(\theta) = \frac{f_L \cdot f_T}{f_L \sin^n \theta + f_T \cos^n \theta} \quad (2.5)$$

sendo f_{LT} resistência em um ângulo no plano LT;

θ ângulo de inclinação em LT;

f_L resistência na direção do eixo L;

f_T resistência na direção do eixo T;

n fator de forma, sendo 2 para madeiras (BODIG; JAYNE, 1982).

Para uma análise tridimensional, a Fórmula de Hankinson determina a Equação (2.6) que deve ser aplicada na Equação (2.7).

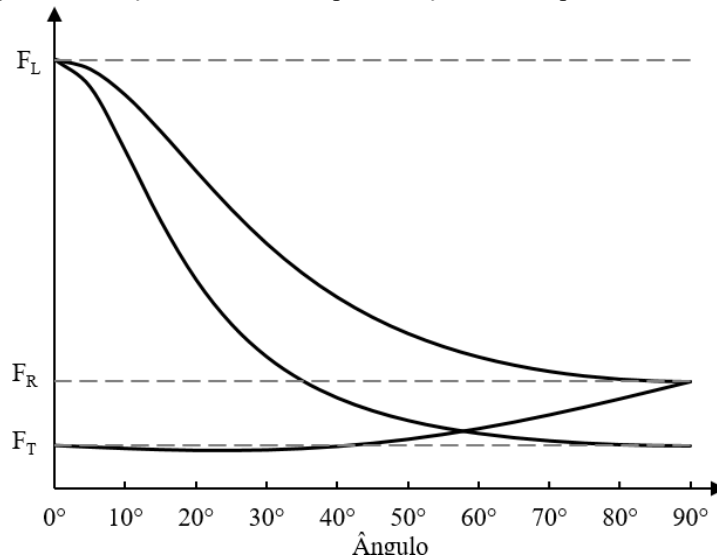
$$f(\phi) = f_T + \frac{f_R - f_T}{90} \phi - K(\sin 2\phi) \frac{f_R + f_T}{2} \quad (2.6)$$

$$f(\theta, \phi) = \frac{f_L \cdot f_\phi}{f_L \sin^n \theta + f_\phi \cos^n \theta} \quad (2.7)$$

sendo f_R resistência na direção do eixo R;
 ϕ ângulo de inclinação entre o eixo TR;
 K fator de forma, sendo 0,4 para coníferas e 0,2 para folhosas (BODIG; JAYNE, 1982).

As funções apresentadas nas Equações (2.6) e (2.7) são exemplificadas na Figura 6.

Figura 6 – Funções de Hankson para rotação nos três planos cartesianos.

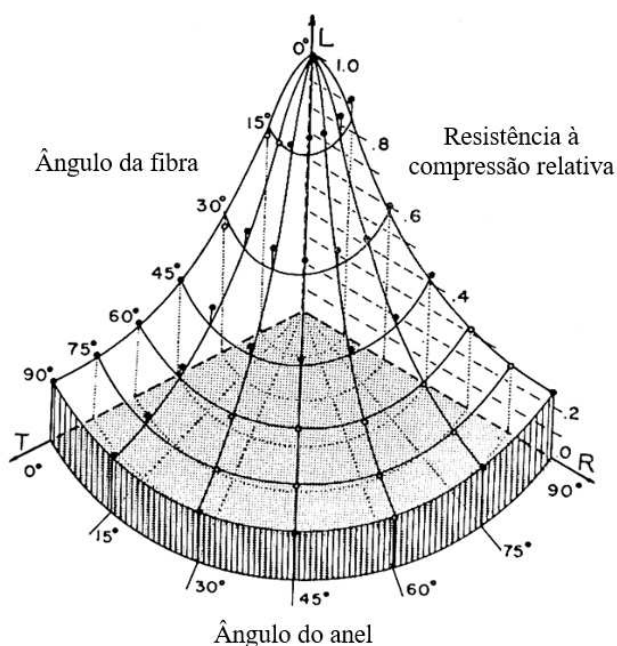


Algumas pesquisas realizam comparações dos resultados experimentais com funções de Hankson, como apresentado por Bodig e Jayne (1982), conforme Figura 7, Szücs (1991) e Mascia (1991), demonstrando a proximidade dos resultados experimentais com os obtidos analiticamente pelas expressões de Hankinson para diversas espécies. Assim sendo, é importante observar que para solicitações nas direções inclinadas com relação aos eixos L e R ou L e T a resistência da madeira é significativamente menor quando comparadas às direções dos eixos principais (L , R e T).

Na Figura 7 encontram-se resultados experimentais (pontos) plotados em um sistema de coordenadas tridimensional. Nesta, os eixos ortogonais representam as resistências na direção longitudinal (L), tangencial (T) e radial (R). Tais resultados foram sobrepostos pela

superfície criada a partir das fórmulas de Hankinson. Com isto, é possível comparar a aproximação dos resultados experimentais ao modelo analítico para rotações do corpo de prova da posição das fibras ao redor dos eixos ortogonais.

Figura 7 – Comparação de dados experimentais e superfície prevista pelas formulas tridimensionais de Hankinson para madeira de carvalho.



Fonte: BODIG; JAYNE, 1982, p. 314.

2.2 Modos de Ruptura da Madeira

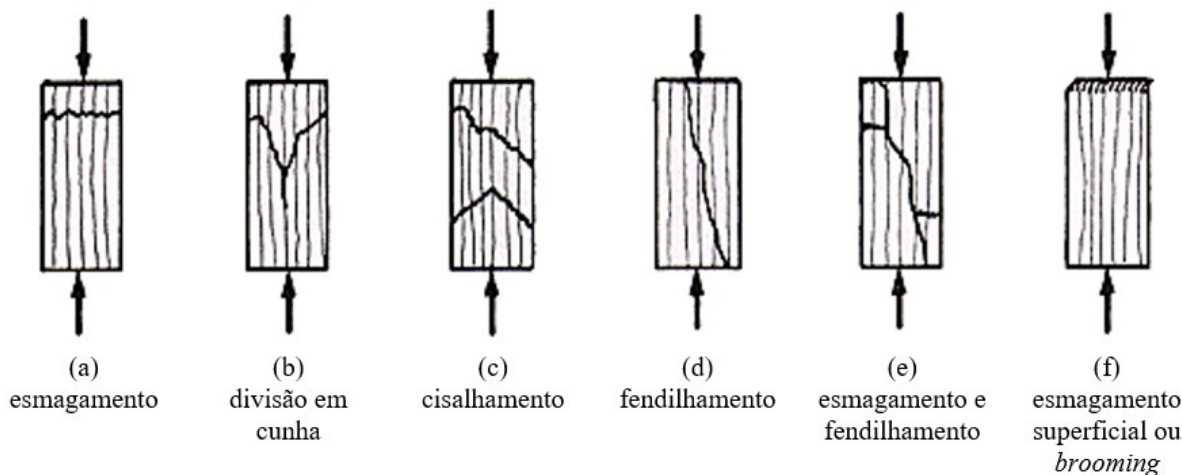
Diversos tipos de rupturas podem ocorrer na madeira de acordo com os esforços internos, além da posição e resistência das fibras, raios, lenhos iniciais e tardios. Entretanto, alguns padrões de ruptura ocorrem mais frequentemente.

2.2.1 Compressão

Na compressão paralela às fibras (Figura 8) a ruptura por esmagamento (a) é observada por um padrão em que o esmagamento das fibras ocorre próximo e paralelo a superfície normal ao plano de carregamento. A divisão em cunha (b) é facilmente identificada por um formato “Y” da fissura. A fissura formada por cisalhamento está associada a planos internos frágeis (c). O fendilhamento (d) ao longo da amostra pode ser resultado de defeitos internos do material. Geralmente, amostras rompidas por fendilhamento são descartados para análise dos dados. A combinação de compressão e fendilhamento (e) ocorre comumente em amostras com grã

cruzada, e que também podem ser descartadas. O esmagamento superficial ou *brooming* costumam ocorrer quando a amostra tem um elevado teor de umidade ou porque as superfícies não foram cortadas corretamente. Em um ensaio à compressão paralela às fibras, procura-se os modos de ruptura (a), (b) ou (c), sendo os demais modos descartados para análise dos resultados (BODIG; JAYNE, 1982).

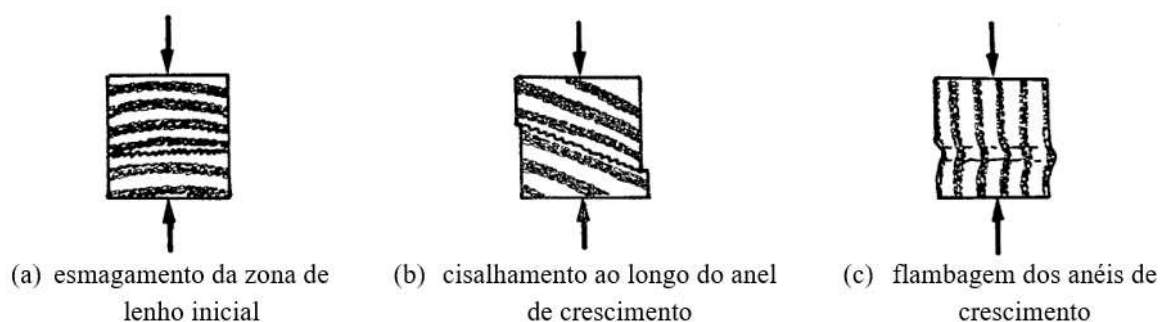
Figura 8 – Modos de ruptura à compressão paralela às fibras.



Fonte: BODIG; JAYNE, 1982, p. 291.

Ensaio de compressão normal às fibras (Figura 9) podem ser realizados na direção radial (a), ocasionando esmagamento do lenho inicial. Quando realizado com os anéis de crescimento inclinados (b), é comum ocorrer uma ruptura por cisalhamento acompanhando os anéis de crescimento. A compressão na direção tangencial resulta na flambagem dos anéis de crescimento (ALI; HUSSAIN; KAMALI, 2014).

Figura 9 – Modos de ruptura à compressão normal às fibras.

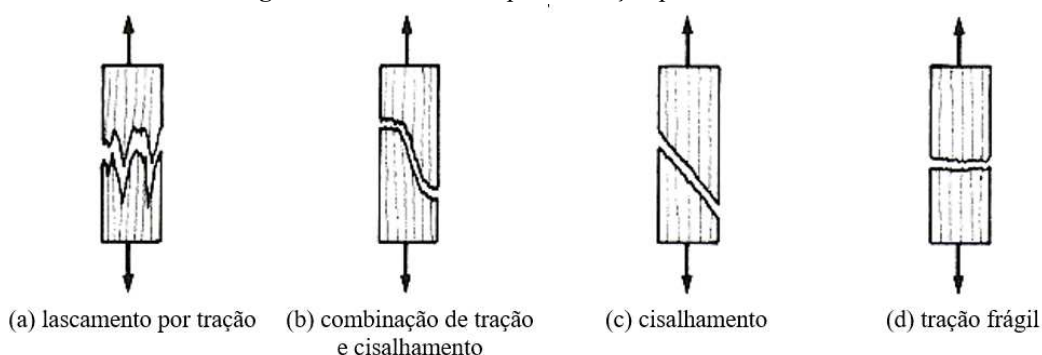


Fonte: BODIG; JAYNE, 1982, p. 295.

2.2.2 Tração

A Figura 10 apresenta um esquema dos tipos de ruptura observados em ensaios de tração paralela às fibras, sendo o lascamento por tração (a), ruptura por tração e cisalhamento combinados (b), cisalhamento (c) e tração frágil (d). Como as paredes celulares do lenho tardio são mais espessas, a tração nestas regiões irá romper a ligação de topo das células, enquanto em regiões de lenho inicial, a pouca espessura das paredes celulares permite que as mesmas sejam rompidas no meio da célula quando submetida à tração. Desta forma, é comum criar lascas devido a variabilidade de resistência de diversos pontos da amostra (AHMAD; BON; WAHAB, 2013).

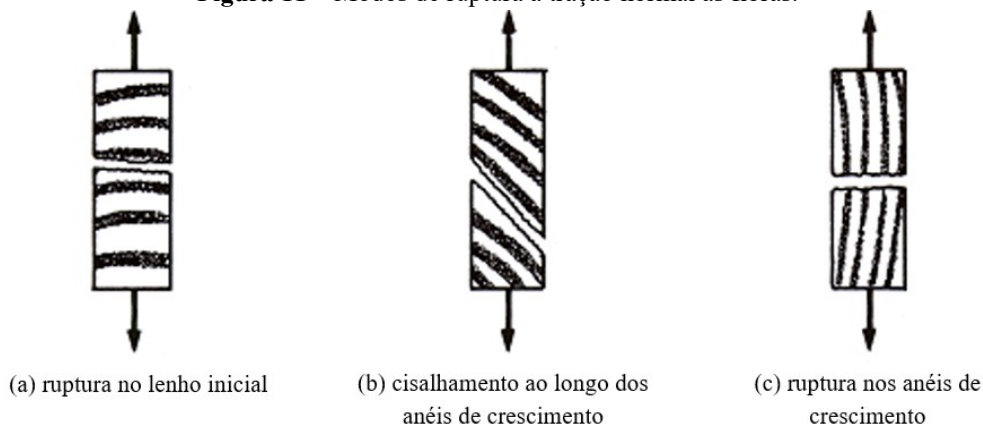
Figura 10 – Modos de ruptura à tração paralela às fibras.



Fonte: BODIG; JAYNE, 1982, p. 297.

O tipos de ruptura mais comuns em corpos de prova livre de defeitos submetidos à tração normal às fibras estão exibidos na Figura 11. Tração no lenho inicial (a), cisalhamento ao longo dos anéis de crescimento (b) e tração nos raios de crescimento são os tipos de ruptura mais comuns neste tipo de ensaio. Neste experimento a direção dos raios e a tangencial aos anéis de crescimento influenciará diretamente nos modos de ruptura da amostra.

Figura 11 – Modos de ruptura à tração normal às fibras.

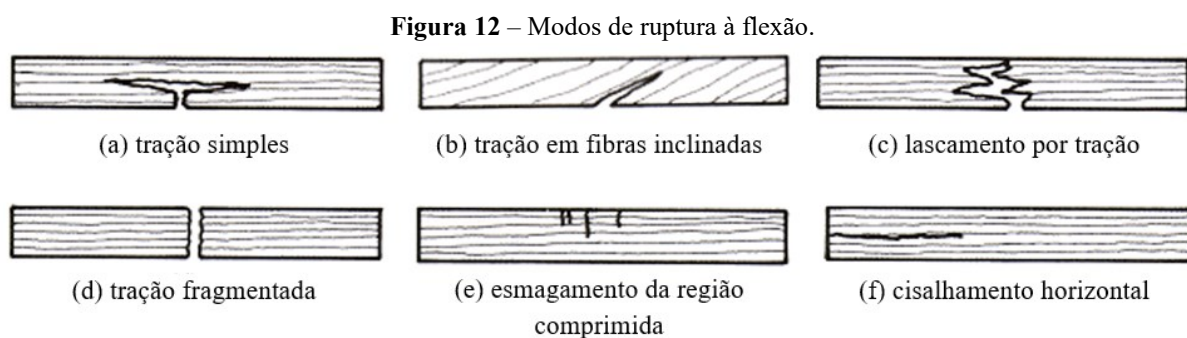


Fonte: BODIG; JAYNE, 1982, p. 299.

A existência de nós cria regiões de fragilidade na madeira, podendo apresentar no ensaio à tração ruptura nos mesmos de tais regiões e fratura propagada entre elas (DANIELSSON, 2013).

2.2.3 Flexão

A Figura 12 exibe alguns padrões de ruptura que são encontrados em ensaios à flexão. A tração simples (a) dificilmente ocorre neste tipo de ensaio, entretanto, em madeiras de alta densidade é possível ocorrer este modo de ruptura. Em amostras com fibras inclinadas geralmente é observado a ruptura apresentada em (b). O lascamento (c) costuma ocorrer em amostras com baixo teor de umidade.



Fonte: BODIG; JAYNE, 1982, p. 305.

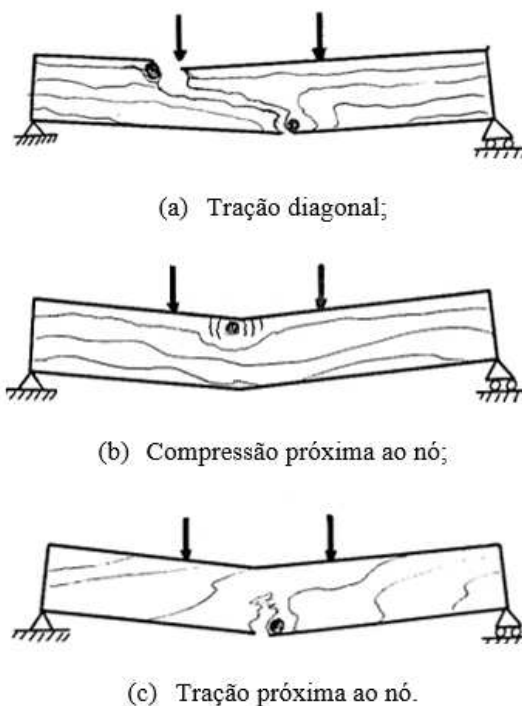
A ruptura de modo fragmentado Figura 12(d) pode indicar a presença de estrutura molecular anormal. A presença de madeira de reação¹ de compressão ou apodrecimento também pode produzir este tipo de ruptura na flexão. A ruptura na compressão ocorre tipicamente em madeira livre de nós ou de baixa densidade. Normalmente este tipo de falha começa a ocorrer em carregamentos menores que a carga última. A ruptura por cisalhamento próximo à linha neutra (f) costuma ocorrer em espécies que apresentam mudanças abruptas das zonas de crescimento ou em peças muito curtas, onde o esforço cortante é preponderante (BODIG; JAYNE, 1982).

Quando ocorre a existência de um ou mais nós na amostra, dependendo de suas proporções, pode induzir rupturas características devido a estas regiões de fragilidade da

¹ Madeira de reação é um termo anatômico utilizado para denominar o lenho formado para estabilizar estruturalmente o tronco na árvore (e.g., árvores em terreno não nivelado, árvores submetidas a ventos fortes e frequentes). Nas dicotiledôneas, este tipo de lenho surge na região onde o tronco está sendo tracionado, enquanto que nas coníferas, surge na região em que está sendo comprimido. Assim sendo, madeiras de reação podem classificadas como de tração ou compressão dependendo da região onde surgem (KOLLMANN; COTE, 1968).

madeira em um ensaio de flexão. A Figura 13 exemplifica alguns tipos mais comuns de ruptura ocorrida devido à presença de nós.

Figura 13 – Tipos de ruptura à flexão causada por nós.



Fonte: BODIG; JAYNE, 1982, p. 306.

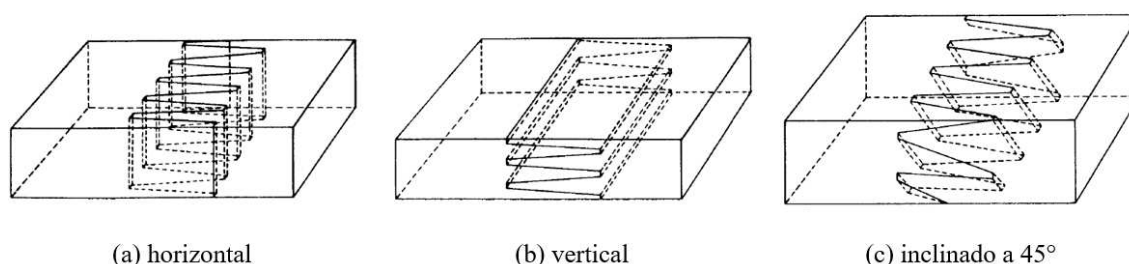
2.2.4 Finger joints

Emendar dois topos de madeira sempre foi um desafio, muitas vezes, difícil de se executar. O fato da madeira apresentar sua maior resistência e rigidez no sentido paralelo às fibras, faz com que a emenda de topo seja extremamente solicitada. A maioria dos adesivos estruturais de madeira é capaz de oferecer uma aderência lateral eficaz na madeira, porém, de topo, a aderência nem sempre tem a mesma eficácia. Assim, modificar o topo das peças para que possam ser coladas pelas laterais das fibras, pode significar uma melhor aderência do adesivo além de aumentar a área de contato entre as peças (JOKERST, 1981).

Os *finger joints* podem ser utilizados em elementos não-estruturais, quando a resistência não é a preocupação principal. Para este fim, geralmente, é empregado em portas, batentes, caixilhos e mobiliário em geral e seu comprimento frequentemente é curto e sem corte no topo. Como ligação estrutural, este tipo de ligação costuma ser empregado em elementos de MLC, CLT entre outros produtos de madeira engenheirada, na maioria das vezes com a finalidade de juntar lamelas que foram removidas suas imperfeições.

As geometrias de *finger joints* estruturais são, na maioria das vezes, longas (em relação ao comprimento das aplicadas em elementos não-estruturais) e com topos aparados. É possível encontrar diversos comprimentos e ângulo de inclinação dos dentes, podendo ser simétricos ou não. Entretanto, os tipos mais comuns de disposição desta ligação em lamelas é o horizontal (Figura 14a) e vertical (Figura 14b). A ligação inclinada (Figura 14c), apesar de onerar mais tração para sua execução, tende a apresentar resistência maior à flexão e tração quando comparada ao *finger joint* horizontal e vertical (JOKERST, 1981; ROTH, 1970).

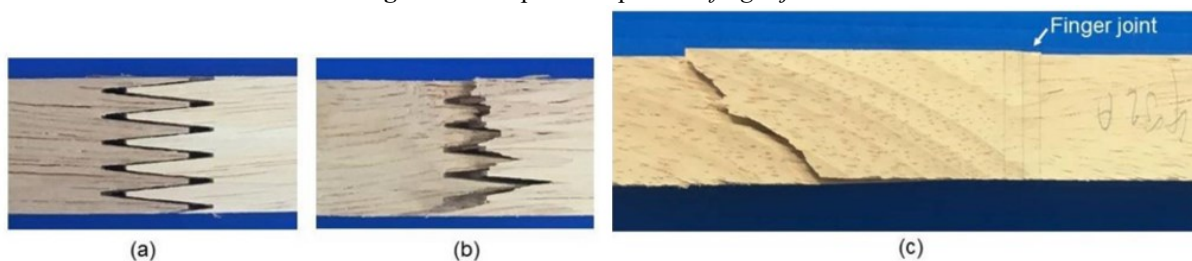
Figura 14 – Disposição de *finger joints*.



Fonte: JOKERST, 1981, p. 5.

A ruptura na ligação *finger joint* acontece geralmente de três maneiras, sendo elas (a) ruptura ao longo da superfície de cola devido a deficiência de colagem [Figura 15(a)]; (b) combinação de fratura na base e na superfície de cola do *finger joint* [(Figura 15(b)]; e (c) fratura na madeira, distante do *finger joints*, como por exemplificado pela [Figura 15(c)], que mostra um cisalhamento ao longo das fibras da madeira. Este último tipo de ruptura não é influenciado diretamente pelo *finger joint*, entretanto, demonstra que existe uma eficácia de colagem da ligação, permitindo que seja mais resistente que o material (MEETHAWORN; SRIVARO, 2017).

Figura 15 – Tipos de ruptura no *finger joints*.

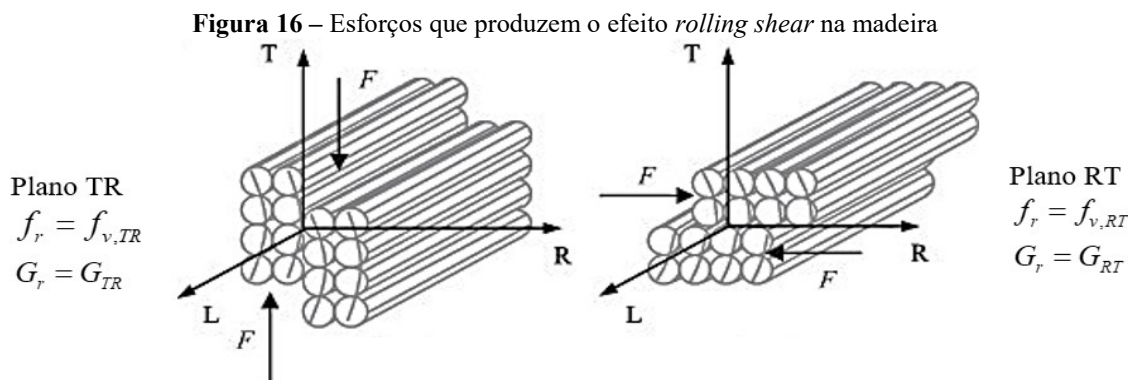


Fonte: MEETHAWORN; SRIVARO, 2017, p. 9422.

2.2.5 Rolling Shear

O efeito *rolling shear* na madeira pode ser explicado como a tendência de rolar das fibras quando submetidas a tensões tangenciais ao redor das mesmas (τ_{RT} ou τ_{TR}), conforme Figura 16. A consideração do efeito *rolling shear* não é comum em elementos reticulados de madeira serrada (vigas ou pilares), pois nestes a direção principal dos esforços coincide com a direção das fibras da madeira (τ_{LR} ou τ_{LT}). Entretanto, em elementos de placas ou compostos de madeira (como veremos posteriormente), pode haver mais de um fluxo de esforços internos ou a combinação de elementos dispostos de tal forma que ocorra o *rolling shear*.

Devido ao módulo de elasticidade transversal no *rolling shear* (G_r) ser relativamente baixo quando comparado ao módulo de elasticidade transversal G_{LR} ou G_{LT} , os deslocamentos devido à cortante não devem ser negligenciados em elementos estruturais submetidos ao efeito *rolling shear*. Além da rigidez, o *rolling shear* também pode afetar o Módulo de Ruptura na Flexão (MOR) ou resistência última (f_u) de um elemento estrutural quanto a tensão de cisalhamento é crítica em um ponto submetido a este efeito. Quando a ruptura acontece em decorrência do *rolling shear*, sua capacidade de resistência máxima é atingida, denominada f_r , conforme Figura 16.



Fonte: EHRHART; BRANDNER, 2018, p. 555.

Segundo Gagnon e Pirvu (2012), o módulo de elasticidade transversal no *rolling shear* varia em torno de 40 a 80 MPa, sendo que, para efeito de projeto, recomenda-se que sejam utilizados valores de $G_r = 50 \text{ MPa}$ ou $G_r \cong G_0/10$ (²). Quando não se dispõe de ensaios, a norma BS EN 16351 (CEN, 2015) sugere a utilização de $f_r = 1,00 \text{ MPa}$ ou $f_r = 0,77 \text{ MPa}$ para casos especiais. Entretanto, Wang *et al.* (2018) encontraram valores de $G_r = 177 \text{ MPa}$ e $f_r = 2,24 \text{ MPa}$ em ensaios realizados com espécie de *Populus deltoides*, uma espécie também utilizada para a

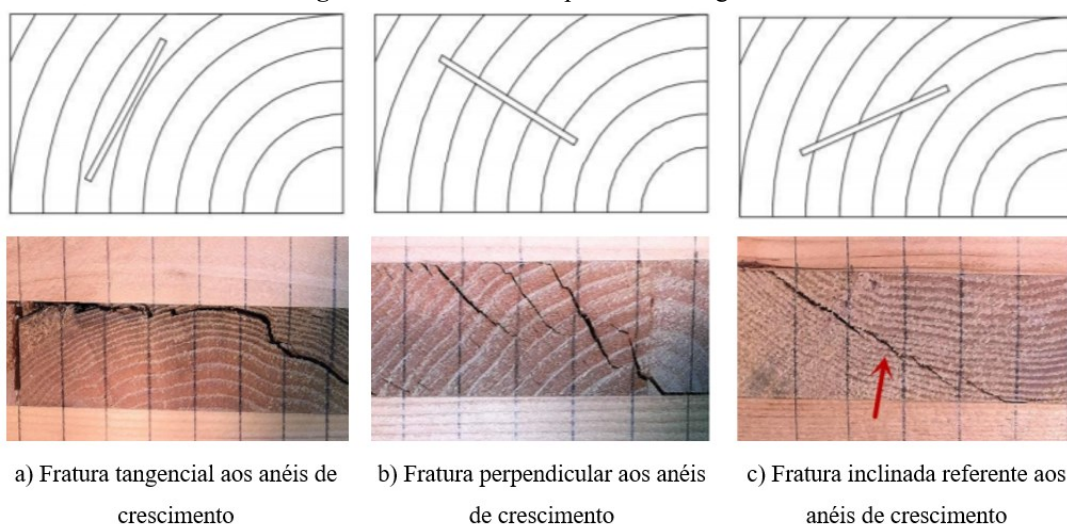
² G_0 é o termo utilizado para denotar o módulo de elasticidade transversal nos planos LT ou LR, G_{LT} ou G_{LR} , respectivamente.

produção de CLT. Não obstante, Wang *et al.* (2017) analisaram espécies canadenses de SPF³, que são utilizadas para a produção de produtos de madeira engenheirada, e obtiveram valores médios de $f_r = 1,44 \text{ MPa}$ e $f_r = 0,77 \text{ MPa}$. Demonstrando que, tanto o módulo de elasticidade transversal G_r quanto para a resistência f_r , podem ter valores diversos dependendo da espécie, ou mesmo da posição em que foi extraída a lamela na seção transversal do tronco.

Diversas espécie de *Pinus* vêm sendo pesquisadas quanto ao efeito *rolling shear* para aplicações em painéis de CLT, tais como o *Pinus sylvestris* (EHRHART; BRANDNER, 2018), *Pinus pinaster* (LAZRAK *et al.*, 2018; MELONI *et al.*, 2018), *Pinus radiata* (LI, 2017) e *Pinus koraiensis* (PARK *et al.*, 2017). Contudo, estudos sobre este efeito em amostras da espécie *Pinus taeda* ainda não foram desenvolvidos ou publicados em meios de busca científica como o Scopus, Web of Science, Science Direct ou Scielo. Como não há normas brasileira ou mesmo literatura que apresentem resultados de módulo de elasticidade ou de ruptura devido ao efeito *rolling shear* para o *Pinus taeda*, observa-se uma lacuna de conhecimento que tem um grande potencial devido ao uso desta espécie no Brasil.

Nie (2015) observa que a fratura formada quando a ruptura ocorre devido ao efeito *rolling shear* pode se propagar no sentido tangencial (Figura 17a), perpendicular (Figura 17b) ou inclinada com relação aos anéis de crescimento (Figura 17c). Segundo o mesmo, tal fenômeno pode variar dependendo da resistência do lenho inicial e raios.

Figura 17 – Modos de ruptura ao rolling shear.



Fonte: NIE, 2015, p. 82–86.

³ SPF é a sigla para os termos *S*ruce, *P*ine e *F*ir, que formam um grupo de espécies de madeira de reflorestamento com propriedades físicas e mecânicas similares.

2.3 Produto de Madeira Engenheirada

Durante muito tempo, a madeira foi utilizada como material estrutural basicamente pelo sistema de pórtico, treliça e *lightweight framework*. Nestes sistemas, elementos de madeira serrada são utilizados estruturalmente, porém, com vãos limitados pela sua confecção. O interesse por estruturas de madeira reemergiu em meados da década de 1960, quando o mercado deparou-se com a capacidade real de produção em larga escala de madeira engenheirada, também conhecido como Produto de Madeira Engenheirada ou *Engineered Wood Product* (EWP), (JESKA; PASCHA, 2014).

A Madeira Lamelada Colada (MLC), (Figura 18), ou *Glued Laminated Timber* (*Glulam* ou GLT), patenteada por Friedrich Otto Hetzer, abriu a possibilidade de construção de estruturas de madeira mais robustas e com vãos maiores. A pesquisa por adesivos e ligações mais eficiente viabilizou sua utilização até os tempos atuais. A MLC também trouxe a possibilidade de se utilizar a madeira como elementos de barra curva em uma ou duas direções (JESKA; PASCHA, 2014).

Avanços tecnológicos permitiram que as lamelas pudessem ser substituídas por camadas mais finas, denominadas lâminas de madeira, dando origem ao *Laminated Veneer Lumber* (LVL), conforme Figura 19, que além de elementos reticulados, também produz elementos planos (PANGH; DOOSTHOSEINI, 2017).

Figura 18 – Madeira Lamelada Colada (MLC).



Fonte: CONSTRUCTIONAL TIMBER MANUFACTURES LTD, 2016.

Figura 19 – Laminated Veneer Lumber (LVL).



Fonte: POLLMEIER INC., 2015.

Outra solução de EWP para elementos de barra são chamadas vigas *I joists* (Figura 20), que são do vigas de perfil “I” composto de mesas de madeira serrada e alma de *Oriented*

Strand Board (OSB), que é baseada no conceito racional de posicionar uma quantidade maior de seção com material de maior rigidez distante do centro de gravidade (CG) da seção (mesa) e, em contrapartida, utilizar um material mais econômico em uma posição onde as solicitações não são críticas (alma), (APA, 2015).

O *Structural Insulated Panels* (Figura 21) começou a ser utilizado a mais de seis décadas atrás, mas na última década houve um crescimento significativo de seu emprego na construção civil. Este material é composto de placas de Isopor (*Expanded Polystyrene*, EPS) em alguns casos Poliestireno Extrudado (XPS), Poliisocianurato ou Poliuretano envolta entre duas placas de *Plywood* ou OSB. Este produto é utilizado como parede estrutural e de fechamento, onde as placas externas têm maior rigidez e atuam como colunas delgadas, enquanto o material interno contribui para a estabilidade do elemento quanto a flambagem (TERENTIUK; MEMARI, 2012).

Figura 20 – Vigas perfil *I joists*.



Fonte: ISLAND TRUSS LTD., 2018..

Figura 21 – *Structural Insulated Panels* (SIP).



Fonte: INDIAMART, 2018.

O *Parallel Strand Lumber* (PSL) é um compósito obtido pela união de fibras de madeira orientadas em um mesmo sentido com matriz de adesivo estrutural (Figura 22). As fibras são selecionadas a fim de remover defeitos naturais da madeira. Esta configuração confere ao PSL um excelente desempenho estrutural e homogeneidade. O PSL é comumente utilizado como elemento de barra (vigas e colunas), sendo seu comprimento geralmente limitado a 20 m. Este produto é interessante a fim de dar destino a partes do tronco da árvore que outrora eram descartados ou destinados a finalidades não estruturais (CANADIAN WOOD COUNCIL, 2018; FRIDIYANTI; MASSIJAYA, 2018).

O *Dowel Laminated Timber* (DLT) é um elemento estrutural formado de placas e chapas constituídos de lamelas de madeira conectadas entre si por meio de pinos de madeira sem o emprego de adesivo (Figura 23). Em geral, a madeira do pino de conexão deve ser mais rígida que a madeira das lamelas. Neste tipo de produto diversas configurações e disposições de lamelas podem ser utilizadas, como pino na horizontal ou vertical. Esta solução vem sendo aprimorada com a finalidade de reduzir a quantidade do uso de adesivos em estruturas de madeira (SANDHAAS; SCHÄDLE; CECCOTTI, 2018).

Figura 22 – *Parallel Strand Lumber* (PSL).



Fonte: SOUND BUILDERS, INC., 2016.

Figura 23 – *Dowel Laminated Timber* (DLT).



Fonte: INHOLZ GMBH, 2018.

Nos produtos de madeira engenheirada, a classificação de lotes confere um agrupamento de lamelas com características macromecânicas similares, diminuindo a dispersão de valores das propriedades físicas e mecânicas das peças. Desta forma, obtém-se resistências e rigidezes médias e características maiores, conferindo maior homogeneidade a partir de um material mecanicamente heterogêneo. Outro aspecto relevante dos PME é o fato de que, com a classificação madeira, pode-se selecionar onde serão posicionadas as peças em função de suas características, possibilitando aproveitamento estratégico da matéria-prima para um melhor desempenho do produto (GUSS, 1995).

Em geral, os PME são compósitos ou compostos de madeira combinados estrategicamente a outros materiais que apresentam desempenhos estruturais, acústicos, térmicos, econômicos, e/ou de sustentabilidade, cujos materiais isoladamente não seriam capazes de apresentar (MENDONÇA, 2005), fazendo com que haja um alto interesse potencial na pesquisa e aprimoramento destes produtos.

2.4 Cross Laminated Timber

O *Cross Laminated Timber* (CLT), também conhecido por XLAM, Madeira Laminada Lamelada Colada Cruzada (MLCC), exemplificado pela Figura 24, foi desenvolvido em meados da década de 1990 nas cidades de Zurique e Lausanne na Suíça (CRESPELL; GAGNON, 2013).

Figura 24 – Imagem representativa de painéis de CLT.



Fonte: CROSSLAM, 2018.

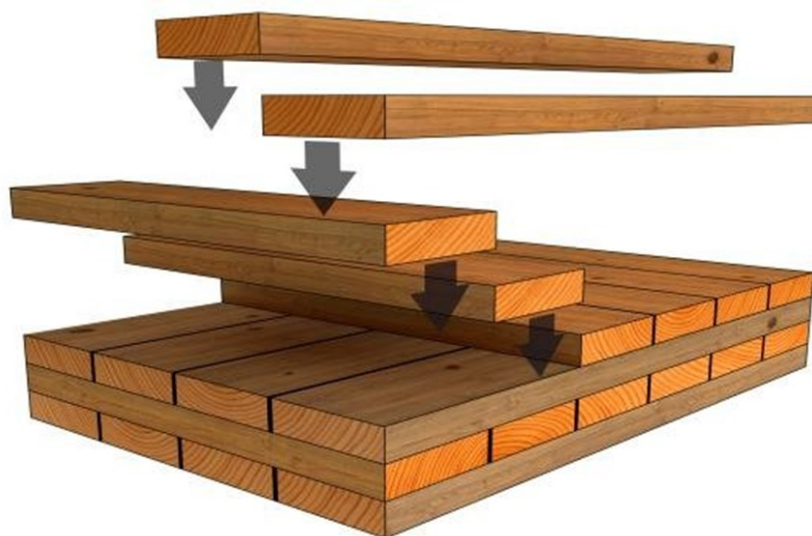
O CLT é um material industrializado composto por lamelas de madeira organizadas em painéis, coladas no sentido da grã (traqueídes ou fibras) formando ângulo de 90° entre si (Figura 25). Já existem estudos de CLT com camadas formando outros ângulos, como 45° entre si, ainda assim, é mais comum ser utilizado camadas ortogonais entre si (BUCK *et al.*, 2016).

O CLT pode ser produzido com diversas espécies de madeira, porém, atualmente a manufatura deste produto tem sido a partir de espécies de coníferas como o pinus e de folhosas como o eucalipto. Por ser uma placa de composto de madeira, pode ser fabricada em grandes dimensões e com desenhos arquitetônicos diversos com o auxílio de equipamentos com tecnologia *Computer-Aided Design* (CAD) / *Computer Aided Manufacturing* (CAM). O CLT também pode ser utilizado como vigas ou pilares, porém, na maioria dos casos, sua eficiência é maior quando utilizada como lajes ou paredes estruturais (GAGNON; PIRVU, 2012).

Normativamente, questões técnicas de produção, controle de qualidade e requisitos do CLT são tratados na norte americana PGR 320 (APA/ANSI, 2018). Na Europa, a EN 16351 (CEN, 2015) é a norma que trata de aspectos técnicos do CLT utilizado no continente, tendo seus anexos nacionais adaptados para cada país. Na Austrália, a WS16 (WS, 2018) trata

de desempenhos gerais do CLT, bem como considerações de projeto e processos de construção, apesar de não ser autoconsiderado um manual de projeto do produto. Recentemente, foi lançada a norma internacional ISO 16696-1 (ISO, 2019) com o escopo da performance, requisitos de produção e método para certificação do CLT. Além disso, está em processo de produção a ISO 16696-2, segunda parte da norma que pretende detalhar o uso e a instalação do CLT.

Figura 25 – Configuração das camadas de lamelas do CLT.



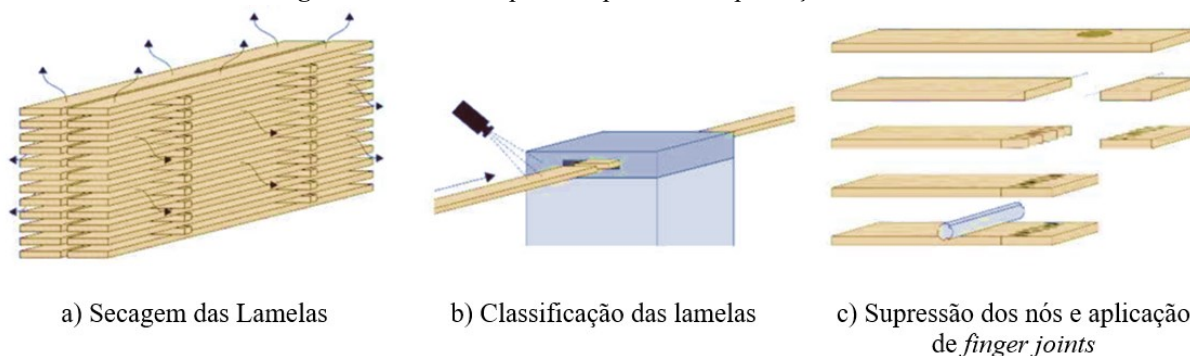
Fonte: BUCK *et al.*, 2016, p. 1.

Segundo Jeleč, Varevac e Rajčić (2018), que fizeram uma análise sobre o CLT produzido internacionalmente, a menor espessura comumente verificada de CLT é a de 51 *mm* com 3 camadas de 17 *mm* cada. Esta espessura de CLT é mais utilizada em algumas paredes com baixo carregamento e elementos não-estruturais (*e.g.*, divisórias, guarda corpo), até mesmo mobiliário. Frequentemente são utilizadas espessuras de lamelas de 160 ± 6 *mm* para paredes e pisos com vão $\leq 5,50$ *m*, variando conforme carregamento e utilização. A máxima espessura conferida ao CLT é de 400 *mm* com 11 camadas. Tal configuração é aplicada em casos especiais como alguns pisos com vãos e carregamentos maiores e tabuleiro de ponte. Espessuras maiores demandariam equipamentos não convencionais para sua confecção, podendo inviabilizar sua escolha num processo competitivo com outros materiais de construção.

As etapas do processo produtivo do CLT podem ser divididas em duas fases, a produção das lamelas e a configuração dos painéis de CLT. A primeira fase seria a preparação e tratamento da matéria prima, identificada pelas três etapas exibidas pela Figura 26. Primeiramente, as lamelas destinadas à fabricação de CLT são secas em câmaras de secagem a uma umidade relativa de $12 \pm 2\%$ [Figura 26(a)]. Quando a classe de agressividade ambiental

na qual o CLT será instalado for suficientemente agressiva, conforme NBR 16143 (ABNT, 2013), utiliza-se o processo de tratamento químico CCB em autoclave ou tratamento superficial em classes de agressividades que exigem prevenção contra insetos e cupins.

Figura 26 – Primeira parte do processo de produção do CLT.



Fonte: MESTEK; WERTHE; WINTER, 2010, p. 6.

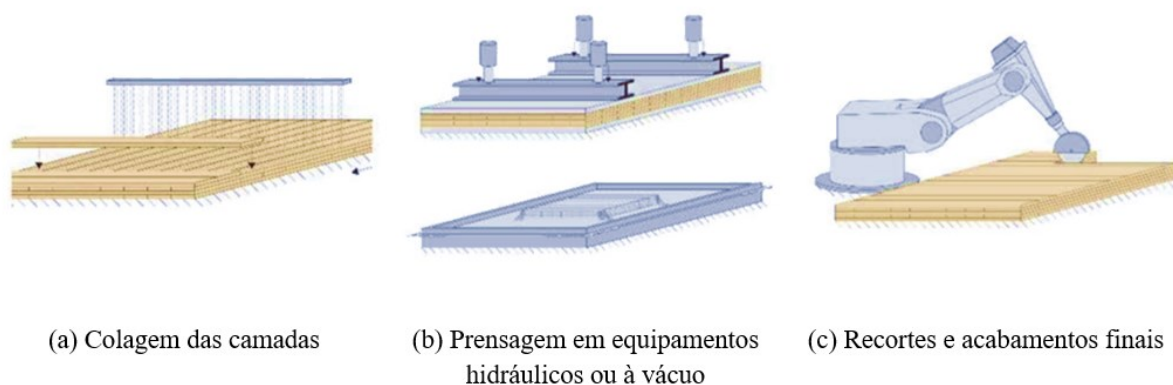
Em seguida, inicia-se o processo de classificação visual ou mecânica para garantir elementos uniformes, a fim de se garantir que não haja presença excessiva de nós em uma determinada lamela, ou então, nós com dimensões capazes de comprometer o desempenho mecânico da lamela. As camadas externas do CLT, que ficarão aparentes, podem passar por um novo processo de seleção de critérios estéticos, conforme Figura 26(b);

Partes das lamelas que apresentem baixa resistência ou aparência indesejável são removidas nesta etapa do processo. A união de topo tipo *finger joint* é utilizada após o processo de remoção das imperfeições, a fim de produzir lamelas com comprimentos grandes o bastante para atender as dimensões de projeto [Figura 26(c)].

Concluída a fase preliminar do processo, inicia-se a fase de configuração dos painéis de CTL. Para isso, uma camada de lamelas é posicionada longitudinalmente, aplica-se uma camada de adesivo estrutural a base de poliuretano sobre as lamelas. Em seguida, outra camada de lamelas é posicionada transversalmente. Isso se repete sucessivamente até que sejam configuradas todas as camadas necessárias para atender o projeto [Figura 27(a)].

As camadas de lamelas com cola fresca são levadas até uma prensa hidráulica ou à vácuo para que estas recebam pressão vertical e horizontal, garantindo-se maior conformidade na aderência dos materiais [Figura 27(b)]. Após a cura do adesivo, o CLT está pronto para receber o acabamento final em função do projeto, podendo haver cortes para alocação de caixilhos, instalações elétricas ou hidráulicas [Figura 27(c)]. Na empresa Crosslam, por exemplo, os cortes são realizados por pórtico de usinagem de cinco eixos de rotação com tecnologia CNC.

Figura 27 – Segunda parte do processo de produção do CLT.



Fonte: MESTEK; WERTHE; WINTER, 2010, p. 7.

2.5 Utilização do CLT

Na construção civil, o CLT tem sido empregado em projetos versáteis e inovadores que são adequados para aproveitar arquitetonicamente sua estética, além, sua performance térmica e acústica, em construções que exigem agilidade. Na maioria dos casos, o CLT é utilizado como elemento estrutural de placa (lajes e forros) e chapas (paredes), mas também pode ser utilizado como pilares e vigas, ou ainda como mobiliário.

Apesar de ser utilizado majoritariamente em estruturas residenciais unifamiliares no Brasil, é possível empregá-lo para a construção de edifícios de múltiplos pavimentos, o que tende a aumentar a produtividade do material. A Tabela 3 mostra alguns edifícios construídos ao redor do mundo utilizando o CLT como material estrutural único ou como parte da estrutura (BOWER *et al.*, 2016).

Em edifícios de múltiplos pavimentos é comum o uso do CLT associado a outros materiais ou sistemas estruturais, como concreto e/ou aço, até mesmo vigas e pilares de MLC. Esta mescla de materiais estrategicamente determinados, faz com que se aproveite o melhor desempenho de cada um dos materiais em quesitos como sustentabilidade, rigidez, eficiência térmica, acústica e econômica, entre outras. Técnicas de construção de edifícios de CLT com núcleo de concreto vem sendo pesquisada e aprimorada, a fim de que o núcleo rígido contribua para a estabilidade global da construção (VAN DE KUILEN *et al.*, 2011).

Algumas solicitações não usuais de projeto induzem a aplicação de outros materiais ao CLT, mesmo para edifícios baixos. Este é o caso do projeto de um edifício acadêmico em Wisbech, Cambridgeshire, no qual o projeto previa um vão livre grande e seu uso demandava um alto desempenho vibracional devido a carregamentos dinâmicos de pessoas em atividades como dança. Tais requisitos resultaram na escolha de lajes de CLT-Concreto, que foi a mais

viável comparada a opções como concreto, madeira serrada e CLT isoladamente (NEVE; SPENCER-ALLEN, 2015).

Tabela 3 – Alguns edifícios de CLT

| Nome | Local | Andares | Ano |
|---------------------------------------|----------------------------|---------|------|
| Limnologen | Växjö, Suécia | 8 | 2009 |
| Stadthaus | Londres, Reino Unido | 9 | 2010 |
| Bridport House | Londres, Reino Unido | 8 | 2010 |
| Holz8 Bad | Aibling, Alemanha | 8 | 2011 |
| E-3 | Berlin, Alemanha | 7 | 2011 |
| Forte | Melbourne, Austrália | 10 | 2012 |
| LifeCycle Tower One | Dornbirn, Áustria | 8 | 2012 |
| Pentagon II | Oslo, Noruega | 8 | 2013 |
| Wagramerstrasse | Viena, Áustria | 7 | 2013 |
| Cenni di Cambiamento | Milão, Itália | 9 | 2013 |
| Panorama Giustinelli | Triste, Itália | 7 | 2013 |
| Treet | Bergen, Noruega | 14 | 2014 |
| Strandparken | Estocolmo, Suécia | 8 | 2014 |
| Wood Innovation Design Centre British | Columbia Britânica, Canadá | 8 | 2014 |
| Contralaminada | Lleida, Espanha | 8 | 2014 |
| St. Die-des-Vosges | St. Die-des-Vosges, França | 8 | 2014 |
| Puukuokka | Jyväskylä, Finlândia | 8 | 2015 |
| Trafalgar Place | Londres, Reino Unido | 10 | 2015 |
| Banyan Wharf | Londres, Reino Unido | 10 | 2015 |
| Dalston Lane | Londres, Reino Unido | 10 | 2015 |
| Shoreditch | Londres, Reino Unido | 10 | 2015 |
| Maison de l'Inde (Figura 29) | Paris, França | 7 | 2013 |
| Mjøstårnet | Brumunddal, Noruega | 18 | 2019 |

Fonte: Adaptado de BOWER *et al.*, 2016, p. 5.

O edifício *Stadthaus* é um prédio multifamiliar de Londres, Inglaterra, que foi construído em sistema estrutural de CLT, com 289 m² e nove pisos. Devido ao alto nível de industrialização do sistema, o edifício foi montado em 49 semanas, sendo que a estimativa para montagem desta obra em concreto armado seria de 72 semanas. Os painéis de CLT foram produzidos na Áustria e transportado até o Reino Unido por meio de caminhões, o que limitou o tamanho dos painéis em 14,00 m por 2,95 m. Concluído em 2010, esta obra se tornou referência entre os edifícios de CLT devido a conceitos inovadores para o sistema. A Figura 28 mostra o edifício construído e uma representação tridimensional do seu projeto (COSTA, 2013).

Em Paris, França, foram construídas duas torres da residência estudantil conhecidas como *Maison de l'Inde* no complexo estudantil da *Cité Universitaire* que acomoda 72 apartamentos de estudantes e, com seus sete andares representa uma inovação na construção de madeira em vários pavimentos. O projeto foi concebido segundo um conceito moderno e

harmoniosamente integrados ao ambiente. A estrutura de CLT foi utilizada juntamente com vigas e pilares de madeira laminada colada. A Figura 29 mostra o edifício *Maison de l'Inde* por algumas perspectivas, onde é possível observar a versatilidade do CLT em os detalhes do projeto, conferindo beleza, precisão e atendendo as solicitações estruturais do mesmo (RUBNER GRUPPE, 2018).

Figura 28 – Edifício *Stadthaus*, Londres.



Fonte: COSTA, 2013, p. 52, 58.

Figura 29 – Edifício *Maison de L'Inde* em Paris, França.



Fonte: RUBNER GRUPPE, 2018.

No município de Brumunddal, Noruega, foi concluído em março de 2019 o reconhecido maior edifício de madeira do mundo até o momento. Com 18 pavimentos, o Mjøstårnet, como mostra a Figura 30, é suportado por pilares de Madeira Lamelada Colada e tem suas paredes e pisos constituídos de placas de Cross Laminated Timber. Seus 85,4 m de altura concederam-lhe o título de maior edifício de madeira ao redor do mundo. Sua presença na cidade é imponente e atrai a atenção de turistas que passam pela região (BLOCK, 2019).

Figura 30 – Edifício Mjøstårnet, Noruega.



Fonte: BLOCK, 2019.

2.6 *Pinus taeda* L.

A espécie *Pinus taeda* (Figura 31) é nativa de estados do sul dos Estados Unidos, como Texas, *Delaware* e Nova Jersey, entre as latitudes 28° e 39°N e longitudes 75° a 97°W, onde a média anual de precipitação de chuva é de 900 a 2200 mm. Em inglês seu nome *Loblolly Pine* tem origem dos locais onde a espécie costumava ser encontrada, em pontos baixos e vales costeiros, estes por sua vez, eram chamados de “*loblollies*” pelos primeiros colonos do país. Porém, esta espécie chegou a ser nomeada como: “*swamp pine*”, “*rosemary pine*”, “*slash pine*”, “*short straw pine*”, “*sap pine*”, “*foxtail pine*”, “*cornstalk pine*” e “*black-bark pine*” (SCHULTZ, 1997).

Figura 31 – Plantação de *Pinus taeda*.



Fonte: ROBERTS, 2018.

Seu nome científico, *Pinus taeda* L., foi concedido por Linnaeus em 1753. Do latim, “*taeda*” significa tocha, e seria mais apropriado para outra espécie, a *Pinus palustris*, que era utilizada como lenha. A palavra “*palustris*”, do latim, significa pântano. Assim, o nome dessas

duas espécies, pela origem histórica de ambas, curiosamente deveriam ser invertidos (SCHULTZ, 1997).

Uma característica importante para uma madeira utilizada para fins estruturais ou mobiliário é variação volumétrica e direcional por retração ou inchamento devido a variação de umidade. Esta variação volumétrica acontece entre os intervalos de umidade do ponto de saturação das fibras (PSF) e da madeira seca (sem umidade). Para fins estruturais, quanto menor for o coeficiente de retratibilidade⁴ de uma madeira, mais precisas serão suas dimensões ao longo do tempo, e menor serão deformações devido à variação de volume, como empenamento e distorção. Para o *Pinus taeda* o valor médio de retração ou inchamento devido a umidade são: volumétrico 12,3%; radial 4,8%; tangencial 7,4%; e a relação T/R 1,54 (MEIER, 2018). Para a espécie *Eucalyptus grandis*, por exemplo, o valor médio de retratibilidade são: volumétrico 15,5%; radial 5,9%; e tangencial 10,1%; e a relação T/R é de 1,70 (MEIER, 2019). A altura da árvore de *Pinus taeda* pode variar de 30 a 35 m, seu diâmetro de 0,4 a 1,5 m, seu peso específico seco é aproximadamente 5,7 kN/m³.

A Figura 32 apresenta características visuais da madeira de *Pinus taeda*.

Figura 32 – Aparência do *Pinus taeda*.



Fonte: MEIER, 2018.

Os lenhos inicial e tardio do *Pinus taeda* têm transição abrupta e com alto contraste de cor, como demonstra a Figura 32(a). Seu cerne é castanho avermelhado e seu alburno é branco amarelado, conforme a Figura 32(b). Enquanto sua grã (traqueídes) é reta, com textura de média a fina. Esta variedade não apresenta um odor característico. É possível utilizar esta espécie na

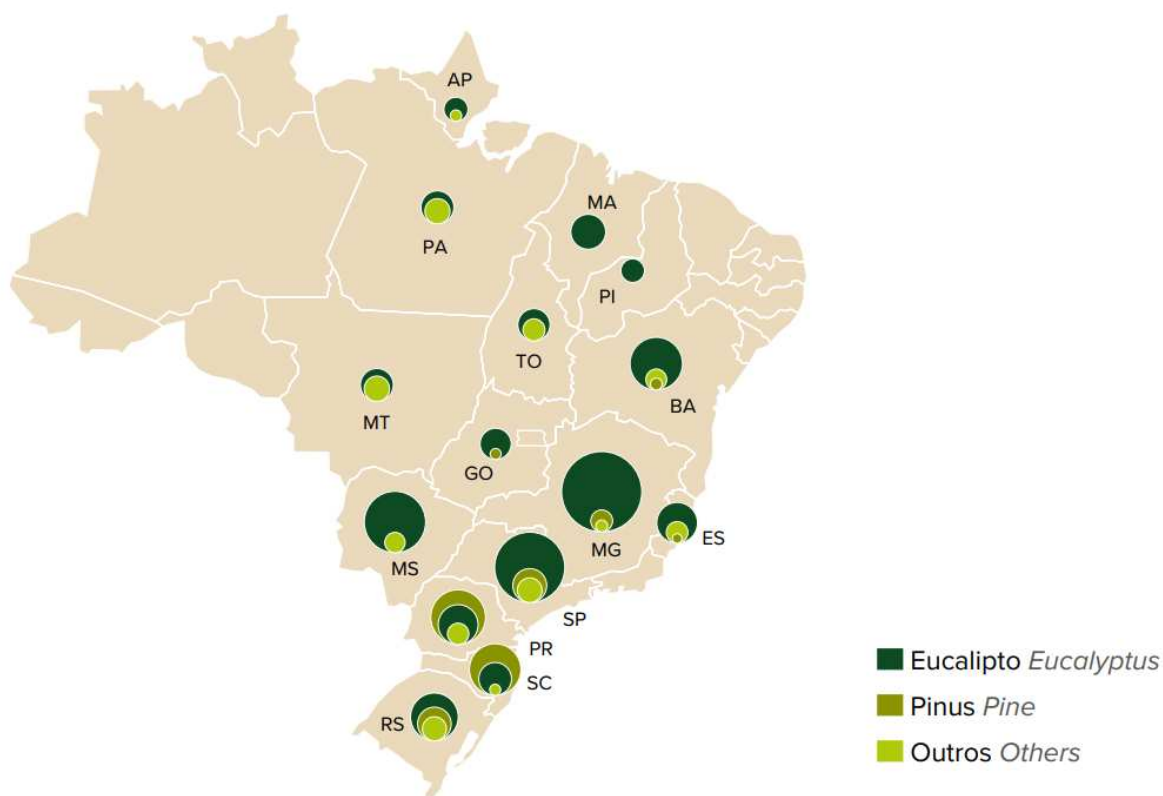
⁴ Valor que mensura a variação de volume ou comprimento em determinada direção (L, R ou T) da madeira.

construção como longarinas, treliças, vigas, pilares e em aplicações internas como piso e revestimento, além do CLT. Para aplicações externas seu uso exige tratamento adequado com conservantes em autoclave (MEIER, 2018).

O *Pinus taeda* chegou no Brasil em meados da década de 1940, quando o Serviço Florestal do Estado de São Paulo dava continuidade a um programa de introdução de coníferas exóticas no estado. Mas foi entre 1955 e 1964 que o programa teve grande impacto para a difusão da espécie, plantando 60 milhões de mudas das espécies *Pinus taeda* e *Pinus elliottii* (MARTO; BARRICHELO; MÜLLER, 2018).

Em 2018, o Brasil atingiu uma quantidade de área plantada de florestas para fins comerciais de 1,57 milhões de hectares, sendo 1,58 milhões de hectares destinados a produção de pinus, resultando em uma parcela de 20% do total de área plantada (7,83 milhões de hectares). Outro dado relevante é a distribuição de tais florestas pelo país, apresentada na Figura 33, que mostra as áreas plantadas por estado e pelos principais gêneros utilizados pela indústria madeireira. Existem plantações comerciais de pinus desde a região nordeste até a região sul do Brasil, entretanto os maiores volumes de plantação deste gênero estão concentrados na região sul e no estado de São Paulo (INDÚSTRIA BRASILEIRA DE ÁRVORES, 2019).

Figura 33 – Áreas de árvores plantadas no Brasil por estado e por gênero em 2018.



Fonte: INDÚSTRIA BRASILEIRA DE ÁRVORES, 2019, p. 34.

A densidade da madeira pode variar devido a alguns fatores, como espécie, clima e local de onde foi plantada, densidade populacional, idade, umidade, e se a amostra é da região juvenil ou adulta da madeira. Dias e Lahr (2004) estabelecem equações para determinação de características mecânicas da madeira em função da densidade aparente [Equação (2.8)] das amostras, mostrando que existe uma correlação consideravelmente aproximada, onde o erro padrão das relações variou de 5,4% a 12,5%.

$$\rho_{ap} = \frac{M_{12\%}}{V_{12\%}} \quad (2.8)$$

sendo ρ_{ap} peso específico aparente;

$M_{12\%}$ massa da madeira à 12% de umidade;

$V_{12\%}$ volume da madeira à 12% de umidade.

A NBR 7190 (ABNT, 1997) traz valores de peso específico e algumas características mecânicas de espécies nativas e de reflorestamento no Brasil. Para o *Pinus taeda*, a partir de 15 amostras, o peso específico aparente [Equação (2.8)] apresentado na NBR 7190 (ABNT, 1997) é de 645 kg/m^3 . Entretanto, não são fornecidas informações da região territorial de onde foram retiradas as amostras, suas respectivas idades ou mesmo o desvio padrão os resultados.

Camargo (2016) realizou ensaios experimentais em 20 amostras de *Pinus taeda* provenientes da cidade de Lages/SC com idade de 16 anos. Os valores de densidade básica [Equação (2.9)] encontrados chegaram a uma média de $\rho_{bas,méd} = 375,45 \text{ kg/m}^3$ com coeficiente de variação $CV = 4,0\%$. A densidade aparente (ρ_{ap}) e a densidade básica (ρ_{bas}) podem ser correlacionada aplicando-se a Equação (2.10). Desta forma, determinam-se os valores de densidade aparente média $\rho_{ap,méd} = 419,38 \text{ kg/m}^3$. Neste trabalho não foi identificado a idade da madeira.

$$\rho_{bas} = \frac{M_{0\%}}{V_{sat}} \quad (2.9)$$

$$\rho_{ap} = \frac{M_{U\%}}{V_{U\%}} = \rho_{ap} \left[1 + \left(\frac{U\%}{100} \right) \right] \quad (2.10)$$

sendo ρ_{bas} peso específico básico da madeira;

$\rho_{U\%}$ peso específico da madeira em uma determinada umidade $U\%$;

$M_{0\%}$ massa da madeira seca;

$M_{U\%}$ massa da madeira em uma determinada umidade $U\%$;

V_{sat} volume da madeira saturada;

$V_{U\%}$ volume da madeira em uma determinada umidade $U\%$.

A densidade aparente do *Pinus taeda* obtida por Ballarin e Nogueira (2005) foi de $\rho_{ap,juv} = 504 \text{ kg/m}^3$ para madeira juvenil com $CV = 7,14\%$, $\rho_{ap,juv} = 605 \text{ kg/m}^3$ para madeira adulta com $CV = 6,90\%$ e $\rho_{ap} = 555 \text{ kg/m}^3$ para madeira juvenil e adulta com $CV = 8,82\%$.

Oliveira *et al.* (2006) realizaram análises experimentais em 45 amostras da madeira de *Pinus taeda* L. extraídos árvores com idade de 9, 13 e 20 anos cultivadas do município de Sengés/PR. Observaram que a média de densidade aparente com umidade de 12% foram de $\rho_{ap,9} = 430 \text{ kg/m}^3$ para amostras com 9 anos, $\rho_{ap,13} = 490 \text{ kg/m}^3$ para amostras com 13 anos, $\rho_{ap,20} = 560 \text{ kg/m}^3$ para amostras com 20 anos de idade. Os coeficientes de variação para as densidades não foram informados neste estudo.

Peças de CLT produzidas com *Pinus taeda* pela Crosslam (2018) têm o valor médio da densidade aparente nominal de $\rho_{ap} = 550 \text{ kg/m}^3$, e a origem da madeira é proveniente de em plantações localizadas no Brasil. Cabe ressaltar, que para o desenvolvimento deste estudo, avaliou-se a densidade (peso específico aparente) de amostras do *Pinus taeda* (item 6.1), e estas foram empregadas para as análises numéricas.

A relação entre a idade e propriedades mecânicas e anatômicas do *Pinus taeda* foi estudada por Bendtsen e Senft (1986) por meio de ensaios de flexão e compressão, em se que utilizaram amostras da Carolina do Norte, Estados Unidos, com aproximadamente 30 anos de idade.

Em amostras de *Pinus taeda* originárias de Sengés/PR, Oliveira *et al.* (2006) avaliaram propriedades como densidade, retração volumétrica, resistência à compressão e resistência à flexão em amostras com idades de 9, 13 e 20 anos de idade extraídas de diversas partes do tronco de cinco árvores.

Não obstante, Ballarin e Palma (2003) avaliaram propriedades de resistência e rigidez de lenho juvenil e adulto de *Pinus taeda* com 37 anos proveniente do Estado de São Paulo, que foram ensaiadas à flexão estática.

Por meio de ensaios não-destrutivos, propriedades de constantes dielétricas do *Pinus taeda* com 34 anos de idade foram correlacionadas com seu módulo de elasticidade estático por Ballarin e Nogueira (2005), que utilizaram amostras originárias do Estado de São Paulo.

Via ensaios de compressão e flexão, Jeong, Hindman e Zink-Sharp (2010) avaliaram propriedades ortotrópicas do *Pinus taeda* de 25 anos de idade proveniente de Virginia, Estados Unidos, levando-se em consideração o lenho juvenil e adulto.

No estudo realizado por Moya *et al.* (2013) foram determinadas características físicas e mecânicas de lenho juvenil e adulto de *Pinus taeda* com idade entre 15 e 25 anos, oriundas de plantações uruguaia. Nesse trabalho foram conduzidos ensaios de flexão, compressão paralela e normal às fibras, cisalhamento, e procedimento para a determinação de peso específico.

A Tabela 4 apresenta valores de módulo de elasticidade à flexão (E_M) e compressão paralela às fibras (E_{c0}), resistência compressão paralela às fibras (f_{c0}) e peso específico à 12% de umidade ($\rho_{12\%}$).

Tabela 4 – Resumo de resultados de resistência e rigidez à flexão obtidos por outros autores.

| Referência | Idade (anos) | E_M | | E_{c0} | | f_{c0} | | $\rho_{12\%}$ | |
|-----------------------|---------------|-------------|---------|-------------|---------|-------------|---------|----------------------------|---------|
| | | Média (MPa) | CV* (%) | Média (MPa) | CV* (%) | Média (MPa) | CV* (%) | Média (kg/m ³) | CV* (%) |
| NBR 7190 ¹ | Não informado | - | - | 13.304 | - | 44,40 | 18,00 | 645 | - |
| Oliveira ² | 9 | - | - | - | - | 24,11 | - | 430 | - |
| Bendtsen ² | 13 | 10.577 | 22,80 | - | - | 24,20 | - | 600 | 9,26 |
| Oliveira ² | 13 | - | - | - | - | 29,64 | - | 490 | - |
| Moya ³ | 15 a 25 | 7.444 | 33,73 | - | - | 37,20 | 25,27 | 488 | 13,32 |
| Oliveira ² | 20 | - | - | - | - | 39,03 | - | 560 | - |
| Jeong ⁴ | 25 | - | - | 2.530 | 31,70 | 23,50 | 31,10 | 440 | 7,20 |
| Ballarin ⁵ | 34 | - | - | 10.897 | 32,20 | - | - | 555 | 8,82 |
| Ballarin ⁶ | 37 | - | - | 13.812 | 26,80 | 107,02 | 26,60 | 605 | 14,63 |

*Coeficiente de Variação, ¹Associação Brasileira De Normas Técnicas (1997), ²Oliveira *et al.* (2006), ³Bendtsen e Senft (1986), ⁴Moya *et al.* (2013), ⁵Jeong, Hindman e Zink-Sharp (2010), ⁶Ballarin e Palma (2003), ⁷Ballarin e Nogueira (2005).

Contata-se que existe uma correlação positiva considerável entre a resistência à compressão média e a idade das amostras avaliadas na literatura. Nesta mesma tendência, o módulo de elasticidade longitudinal médio na compressão correlaciona-se positivamente com a idade da madeira. Poucos resultados de módulo de elasticidade na flexão foram obtidos e com idades muito próximas, não sendo possível correlacionar negativamente seus valores com a idade, pois são grandes as possibilidades de fatores como clima e solo terem influenciados tais resultados. Observa-se que o peso específico do *Pinus taeda* variou entre 430 e 645 kg/m³. Outra constatação, é que o coeficiente de variação das propriedades física e mecânicas do *Pinus taeda* são consideravelmente altas comparadas a materiais de origem mineral, mas que estão dentro dos valores comumente observados em materiais de origem biológica como a própria madeira.

Capítulo 3

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo mostrou-se pertinente pois introduz teorias de conhecimento comum necessários para o desenvolvimento deste estudo, tais como a flexão em placas, vibração natural, além de alguns métodos estatísticos aplicáveis à análise de dados experimentais. Além disto, abordam-se dois dos procedimentos mais utilizados para análise e dimensionamento do CLT. Logo após, conceitos e formulações empregadas pelo método dos elementos finitos para compósitos discretizados como elementos de placas são transcritos elucidando o procedimento de cálculo numérico.

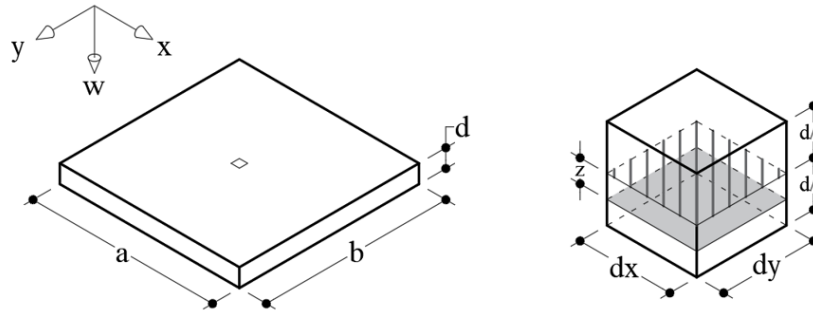
3.1 Flexão em placas

Placas são elementos estruturais onde uma de suas dimensões (espessura) é muito menor que as outras duas (lados), tendo sua superfície média (equidistante de suas superfícies limites) inicialmente plana. As placas podem ser muito delgadas, delgadas com pequenos deslocamentos, delgadas com grandes deslocamentos ou espessas. Para uma placa denominada muito delgada, sua espessura é tão menor que os lados ($d \ll a < b$) que acarreta efeitos de flexão desprezíveis quando comparados com efeitos de membrana. Denomina-se placa delgada quando apresenta as relações $d \ll a < b$. As placas delgadas com pequenos deslocamentos são aquelas onde os deslocamentos verticais são muito inferiores às suas respectivas espessuras. Enquanto as placas delgadas com grandes deslocamentos são aquelas nas quais seus deslocamentos verticais encontram-se na mesma ordem de grandeza de suas espessuras. A Figura 34 representa as dimensões a , b e d de uma placa e um elemento infinitesimal indeformado da mesma (UGURAL, 1981).

Na Figura 34, x , y e w são os eixos ortogonais de espaço cartesiano, d é a espessura da placa, a e b são o maior e o menor lado da placa, respectivamente, dx e dy são dimensões

infinitesimais, e z é uma distância de uma superfície qualquer paralela à superfície média da placa.

Figura 34 – Elemento de placa indeformado.



Fonte: Adaptado de FERNANDES, 1974.

Para a teoria das placas delgadas com pequenos deslocamentos de Kirchhoff ou Teoria Clássica de Placas não são considerados os deslocamentos devido ao efeito de cisalhamento. Quando a espessura da placa é suficientemente grande para que os efeitos devido a cortante sejam representativos nos deslocamentos e esforços internos, a Teoria Clássica de Placas não é adequada. Neste caso, considera-se a placa como espessa e aplica-se as Teorias de Reissner e Mindlin. Ambas as teorias (Reissner e Mindlin) resultam em expressões iguais, entretanto, partem de hipóteses iniciais diferentes, sendo que Reissner considera uma variação linear das tensões ao longo da espessura, enquanto Mindlin considera a variação linear das deformações (OLIVEIRA, 2009).

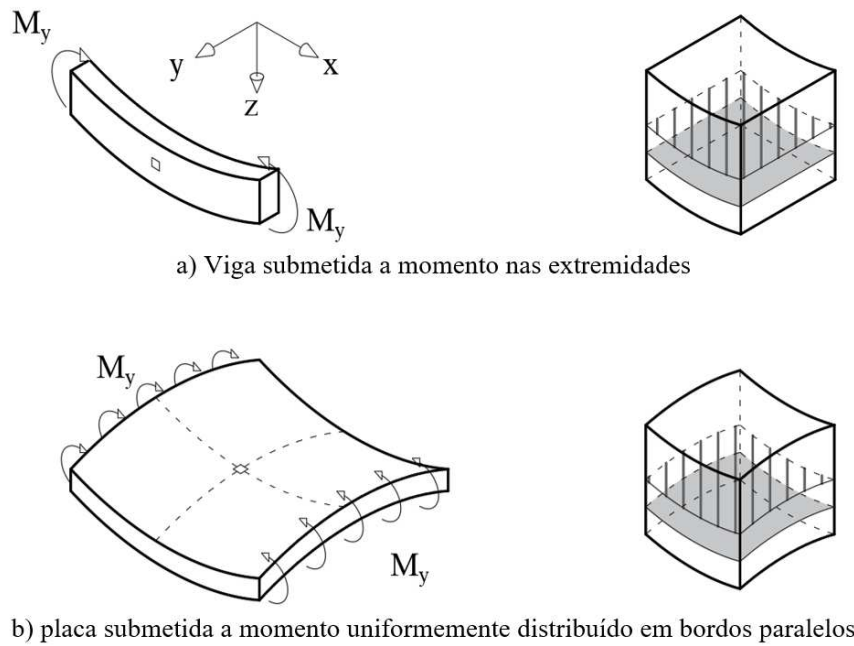
Em vigas despreza-se a rigidez a torção do elemento devido as proporções geométricas do mesmo. Entretanto, em placas, quando um determinado carregamento ocasiona efeito de flexão na face xz de um elemento, este mesmo carregamento implica em um efeito de torção na face yz . Devido a este fenômeno, a rigidez à torção do material contribui para que haja um efeito de sela quando o elemento está submetido a momentos em bordos paralelos. A Figura 35 mostra as superfícies deformadas de viga e placa quando aplica-se um momento fletor nas extremidades, no caso de placa, em bordos paralelos.

A equação diferencial genérica das placas, utilizando-se o operador Laplaciano, é escrita conforme a Equação (3.1):

$$\nabla_w^4 = \frac{q}{D} \quad (3.1)$$

sendo q carregamento uniformemente distribuído;
 D rigidez da placa, Equação (3.3);
 w deformada da placa;

Figura 35 – Deformação de elementos estruturais submetidos a flexão.



Fonte: Adaptado de FERNANDES, 1974.

Para placas delgadas de material isotrópico a Equação (3.1) é reescrita conforme a Equação (3.2).

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D} \quad (3.2)$$

$$D = \frac{Ed^3}{12(1-\nu^2)} \quad (3.3)$$

sendo, ν o coeficiente de Poisson.

A rigidez a flexão de uma viga isotrópica de largura unitária é dada pela Equação (3.4).

$$EI = \frac{Ed^3}{12} \quad (3.4)$$

A diferença entre as rigidezes de viga e de placa isotrópicas é expressa pela Equação

$$\frac{D}{EI} = \frac{1}{1-\nu^2} \quad (3.5)$$

Desta forma, a rigidez de placa é maior do que a rigidez de viga para um mesmo material isotrópico $D > EI$, diretamente proporcional ao valor do coeficiente de Poisson. Assim, um mesmo carregamento distribuído sobre vigas justapostas produziria deslocamentos maiores do que uma placa também biapoiada de mesmas dimensões que as vigas juntas.

3.2 Vibração Natural

A vibração natural é uma propriedade dinâmica de uma estrutura que, na ausência de forças externas, pode ser observada após ser excitada mecanicamente. Segundo Dlubal Software GmbH (2014), em uma estrutura que fica livre de carregamentos após uma excitação pode-se observar que o sistema sempre oscila entre dois estados de energia. Desta forma, é possível aplicar a Equação (3.6):

$$E_{cinética} = E_{potencial} \quad (3.6)$$

sendo $E_{cinética}$ a energia cinética de um sistema estrutural;
 $E_{potencial}$ a energia potencial de um sistema estrutural.

Esta expressão também pode ser escrita conforme a Equação (3.7).

$$M_{ij}\ddot{x}_i(t) + D_{ij}\dot{x}_i(t) + K_{ij}x_i = \underline{0} \quad (3.7)$$

sendo M_{ij} a matriz de massa;
 D_{ij} a matriz de amortecimento;
 K_{ij} a matriz de rigidez;
 $x_i(t)$ o vetor de deslocamento em relação ao tempo;
 $\dot{x}_i(t)$ o vetor da primeira derivada de deslocamento em relação ao tempo;
 $\ddot{x}_i(t)$ o vetor da segunda derivada de deslocamento em relação ao tempo.

A vibração natural ocorre quando o sistema se move na ausência de forças de excitação, e por este motivo a primeira expressão da Equação (3.7) é igualada ao vetor nulo. Fisicamente, é possível que após cessada uma força de excitação sobre um sistema, o mesmo ainda permaneça em movimento durante algum tempo.

Considerando o efeito de dissipação desprezível, remove-se o fator de amortecimento do sistema, permitindo que a Equação (3.7) seja reescrita na forma da Equação (3.8).

$$M_{ij}\ddot{x}_i(t) + K_{ij}x_i = \underline{0} \quad (3.8)$$

A Equação (3.8) é solucionada inserindo-se a seguinte abordagem matemática [Equação (3.9)].

$$x_i = C_i e^{\lambda t} = u_i(x) c \cos(\omega t - \alpha) \quad (3.9)$$

Considerando que, em geral, a expressão $c \cos(\omega t - \alpha)$ é diferente de zero, tem-se a Equação (3.10):

$$[M_{ij}(-\omega^2) + K_{ij}]u_i(x) = \underline{0} \quad (3.10)$$

Como a função de forma $u_i(x)$ é diferente de zero, as frequências naturais do sistema são determinadas pela solução da Equação (3.11), que é um problema de autovalores e autovetores.

$$\det(K_{ij} - \omega^2 M_{ij}) = \underline{0} \quad (3.11)$$

A frequência angular ω é associada à frequência natural pela relação $f = 2\pi\omega$.

Segundo Thiel (2013), é comum que a vibração reja o dimensionamento estrutural de elementos de CLT com comprimentos maiores que 4 m. Para verificar o Estado Limite de Serviço (ELS) quanto a vibração em elementos estruturais de madeira em ambientes, nos quais há grande movimentação de pessoas, o item 9.3 da NBR 7190 (ABNT, 1997) dispõe que seja adotada uma frequência natural do elemento não menor que 8 Hz. Por esta razão, a verificação na vibração natural torna-se indispensável em elementos de CLT, para garantir que o mesmo não venha a falhar por vibração excessiva.

Considerando-se uma viga biapoioada e isenta de amortecimentos, a frequência natural pode ser definida pela Equação (3.12). Segundo Thiel (2013), a frequência natural do primeiro modo de vibração de uma placa articulada nos quatro lados pode ser estimada a partir da Equação (3.13)⁵, que leva em consideração a rigidez à torção de placa do CLT. Assim, é possível notar que a razão entre os lados da placa (l/b) terá grande influência na frequência natural do elemento.

$$f_{n,viga} = \frac{\omega_n}{2 \cdot \pi} = \frac{n^2 \cdot \pi}{2 \cdot l^2} \sqrt{\frac{(EI)_{l,ef}}{\rho \cdot A}} \quad (3.12)$$

$$f_{1,placa} = \frac{\pi}{2 \cdot l^2} \sqrt{\frac{(EI)_{l,ef}}{\rho \cdot A}} \cdot \sqrt{1 + \frac{2 \cdot D_{xy}^*}{(EI)_{l,ef}} \cdot \frac{l^2}{b^2} + \frac{(EI)_{b,ef}}{(EI)_{l,ef}} \cdot \frac{l^4}{b^4}} \quad (3.13)$$

sendo f_n a frequência natural para o n -ésimo modo de vibração, em Hz ;
 ω_n a frequência angular para o n -ésimo modo de vibração, em rad/s ;
 n o número ordinal do modo de vibração;
 l o comprimento longitudinal do elemento;
 $(EI)_{l,ef}$ a rigidez à flexão equivalente no sentido longitudinal;
 $(EI)_{b,ef}$ a rigidez à flexão equivalente no sentido transversal;
 D_{xy}^* a rigidez à flexão da placa;
 b o comprimento transversal do elemento;
 ρ o peso específico da viga;
 A a área da seção transversal.

A rigidez à torção do CLT é calculada segundo Thiel (2013) conforme as Equações (3.14) a (3.16).

$$D_{xy} = G_{xy} \cdot \frac{t_{CLT}^3}{12} \quad (3.14)$$

$$D_{xy}^* = G_{xy}^* \cdot \frac{t_{CLT}^3}{12} = \kappa_{CLT,P} \cdot G_{xy} \cdot \frac{t_{CLT}^3}{12} = \kappa_{CLT,P} \cdot D_{xy} \quad (3.15)$$

$$\kappa_{CLT,P} = \left[1 + 6 \cdot \alpha_{FIT} \cdot \left(\frac{t}{a} \right)^2 \right]^{-1} \quad \text{com} \quad \alpha_{FIT} = p \cdot \left(\frac{t}{a} \right)^q \quad (3.16)$$

⁵ Para a entrada de dados com Sistema Internacional (SI) nas Equações (3.12) e (3.13), a unidade da frequência natural será em Hz .

| | | |
|------|----------------|--|
| Onde | D_{xy} | rigidez a torção de elemento de placa com material ortotrópico ou de CLT com suas lamelas coladas lateralmente e sem fissuras; |
| | D_{xy}^* | rigidez a torção reduzida de elemento de placa com material ortotrópico ou de CLT com suas lamelas não coladas lateralmente e/ou com fissuras; |
| | G_{xy}^* | módulo de elasticidade transversal reduzido para elementos de CLT com suas lamelas não coladas lateralmente e/ou com fissuras; |
| | κ_{CLT} | fator de redução da rigidez à torção; |
| | t | espessura da lamela; |
| | a | largura da lamela; |

Os fatores p e q são dados em função da quantidade de camadas do elemento de CLT, e estão exibidos na Tabela 5.

Tabela 5 – Parâmetros p e q para elementos de CLT com 3, 5 e 7 camadas.

| Parâmetro | 3 camadas | 5 camadas | 7 camadas |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| p | 0,89 | 0,67 | 0,55 |
| q | -0,67 | -0,74 | -0,77 |

Fonte: THIEL, 2013, p. 84.

3.3 Estatística aplicada à análise experimental

Os resultados coletados em determinados ensaios experimentais, na maioria das vezes representam uma amostra da população total a ser analisada. Das análises estatísticas comumente utilizadas em análises experimentais, pode-se citar a estatística descritiva e a inferência estatística. A estatística descritiva destina-se a sumarizar e descrever um determinado conjunto de dados. Enquanto que, de maneira mais complexa, a inferência estatística é um ramo da Estatística utilizada para estimar o quão representativo são os resultados desta amostra considerando um universo (população), e a partir disto, fazer proposições a respeito deste este (CASELLA; BERGER; SANTANA, 2001).

Os modelos de distribuição de probabilidade de uma amostra ou universo são fundamentais para a inferência estatística, pois, quanto mais precisos são os modelos, maiores os níveis de veracidade terão as conclusões a respeito da análise desejada (UPTON; COOK,

2008). Por este motivo, avaliar a compatibilidade dos modelos de distribuição com os resultados amostrais é imprescindível em uma análise estatística.

A distribuição mais conhecida e aplicada para modelar fenômenos naturais é a distribuição normal, também denominada como distribuição gaussiana, distribuição de Gauss ou distribuição de Laplace-Gauss. Tal distribuição é parametrizada pela esperança matemática (μ , número real) e pelo desvio padrão (σ , número real positivo), tendo como densidade de probabilidade denotada pela Equação (3.17), (NOWAK; COLLINS, 2000)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad (3.17)$$

sendo σ o desvio padrão;
 μ a esperança matemática ou média;
 x os valores no eixo das abcissas;

Porém, nem todas as distribuições amostrais conseguem ser representadas adequadamente pela distribuição normal. No entanto, devido a praticidade de aplicação desta distribuição, existem métodos que ajustam uma distribuição não normal para uma distribuição gaussiana, como a transformação de Johnson e a transformação Box-Cox, as quais serão melhor explicadas nos itens 3.3.1 e 3.3.2, respectivamente.

Outra abordagem estatística comum na análise experimental é a aplicação de testes comparação estatística de distribuições. Tais métodos são importantes para de avaliar, por exemplo, se a diferença entre as médias e as variâncias de dois grupos podem ser consideradas estatisticamente relevantes. No item 3.3.3 encontra-se uma breve descrição do método ANOVA, utilizado para avaliar a diferença de variâncias entre três ou mais grupos.

3.3.1 Transformação de Johnson

A transformação de Johnson (1949) é um método matemático empregado para ajustar dados com uma distribuição não normal para uma distribuição normal. Para tal procedimento, é encontrada uma das três famílias propostas pelo método de acordo com a função discriminadora $F_D = mn/p^2$, onde $m = X_{3Z} - X_Z$, $n = X_{-Z} - X_{-3Z}$ e $p = X_Z - X_{-Z}$.

O valor Z está relacionado ao tamanho da amostra a ser transformada, por sua vez, é escolhido inicialmente como sendo $Z > 0$ e que dificilmente será maior que 1, sendo geralmente próximo à 0,5. Ao estimar Z , define-se então as probabilidades acumuladas $\phi(-3Z)$, $\phi(-Z)$, $\phi(Z)$ e $\phi(3Z)$ para as funções de distribuição acumulada da função normal padrão ϕ . Ao ordenar $X_{(i)}$

$\leq X_{(2)} \dots \leq X_{(n)}$ para cada valor de $\xi = -3Z, -Z, Z$ e $3Z$ são encontrados os percentis $X_{(i)}$ que correspondem a $\phi(\xi)$, ficando $X_\xi = X_{(i)}$. Uma condição do método é que $\phi(\xi) = (i - 1/2)/n$.

A família S_U deve ser selecionada quando $F_D > 1$, escolhe-se a família S_B para $F_D < 1$, enquanto que, para $F_D = 1$ deve-se selecionar a família S_U . As famílias para a Transformação de Johnson estão descritas na Tabela 6.

Tabela 6 – Famílias, funções e intervalos do Transformação de Johnson.

| Família Johnson | Função da Transformação | Intervalo da Função |
|-----------------|---|---|
| S_B | $Y = \gamma + \eta \ln\left(\frac{X - \varepsilon}{\lambda + \varepsilon - X}\right)$ | $\eta, \lambda > 0, -\infty < \gamma < \infty, -\infty < \varepsilon < \infty, \varepsilon < x < \varepsilon + \lambda$ |
| S_L | $Y = \gamma + \eta \ln(X - \varepsilon)$ | $\eta > 0, -\infty < \gamma < \infty, -\infty < \varepsilon < \infty, \varepsilon < x$ |
| S_U | $Y = \gamma + \eta \sinh^{-1}\left(\frac{X - \varepsilon}{\lambda}\right)$ | $\eta, \lambda > 0, -\infty < \gamma < \infty, -\infty < \varepsilon < \infty, -\infty < x < \infty$ |

Os parâmetros da Transformação de Johnson foram calculados com auxílio do software Minitab® (RYAN; CRYER; JOINER, 2013). Para resgatar os valores produzidos pela Transformação de Johnson para a família S_L , isola-se X , chegando-se na expressão observada na (3.18).

$$X = \exp\left(\frac{Y - \gamma}{\eta}\right) + \varepsilon \quad (3.18)$$

Onde Y dado transformado;
 $\gamma, \eta, \varepsilon$ parâmetros constantes da família S_L ;
 X dado a ser transformado;

3.3.2 Transformação de Box-Cox

Assim como a Transformação de Johnson, a Transformação de Box-Cox (BOX; COX, 1964) tem a finalidade de modificar os dados originais para que possam ser representados pela distribuição Normal.

O método consiste em encontrar um valor λ que transforme um conjunto de dados (X_1, \dots, X_n) tal que, o conjunto resultante (Y_1, \dots, Y_n) possa ser representado por uma distribuição Normal. A transformação é realizada por funções que dependem de λ , conforme a Equação (3.19).

$$Y_i(\lambda) = \begin{cases} \ln(X_i), & \rightarrow \lambda = 0 \\ \frac{X_i^\lambda - 1}{\lambda} & \rightarrow \lambda \neq 0 \end{cases} \quad (3.19)$$

sendo $Y_i(\lambda)$ o dado transformado;
 λ o parâmetro para a transformação;
 X_i o dado a ser transformado;

Para se estimar o valor λ pode-se utilizar o método de máxima verossimilhança. Este procedimento assume que $Y_i(\lambda)$, $i = 1, \dots, n$ é uma função monótona, de modo que $Y_i(\lambda) \sim N(\mu, \sigma^2)$ para um determinado λ . Assim, a função de máxima verossimilhança de $Y_i(\lambda)$ é gerada pelo produto da função de máxima verossimilhança com o Jacobiano da transformação, como na Equação (3.20).

$$L(Y_i(\lambda), \mu, \sigma^2) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sigma^n} \exp \left\{ -\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i(\lambda) - \mu)^2}{2\sigma^2} \right\} J(\lambda, Y) \quad (3.20)$$

Neste caso, o jacobiano da transformação pode ser expresso pelo produtório das variáveis Y_i elevados a $\lambda-1$, conforme Equação (3.21).

$$J(\lambda, Y) = \prod_{i=1}^n \left| \frac{\partial Y_i(\lambda)}{\partial Y_i} \right| = \prod_{i=1}^n Y_i^{\lambda-1} \quad (3.21)$$

Desta maneira, os estimadores $\hat{\sigma}^2(\lambda)$ e $\hat{\mu}(\lambda)$ são produzidos como a Equação (3.22).

$$\begin{aligned} \hat{\mu}(\lambda) &= \bar{Y}(\lambda) = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i(\lambda)}{n} \\ \hat{\sigma}^2(\lambda) &= \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i(\lambda) - \bar{Y}(\lambda))^2}{n} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Os estimadores de máxima verossimilhança $\hat{\sigma}^2(\lambda)$ e $\hat{\mu}(\lambda)$, gerados pela Equação (3.22), são utilizados para substituir os valores μ e σ^2 na função de máxima verossimilhança. O que permite obter o logaritmo da função de máxima verossimilhança dependendo somente de λ , como denotado na Equação (3.23).

$$\ell(\lambda) = \log[L(\lambda | Y_i, \hat{\mu}, \hat{\sigma}^2)] = -\frac{n\pi}{2} - \frac{1}{2} \log \hat{\sigma}^2(Z, \lambda) \quad (3.23)$$

na qual,

$$\hat{\sigma}^2(Z, \lambda) = \frac{\sum_{i=1}^n (Z_i(\lambda) - \bar{Z}(\lambda))^2}{n} \quad (3.24)$$

Segundo Box e Cox (1964), ao transformar adequadamente as observações Y em $Y(\lambda)$, os valores transformados terão variância constante e estarão distribuídos normalmente.

A Tabela 7 apresenta algumas funções de transformação e retorno pelo método Box-Cox.

Tabela 7 – Algumas funções de transformação e retorno para λ .

| λ | Transformação | Retorno |
|-----------|---|---|
| -3,00 | $Y(\lambda) = -\frac{X^{-3} - 1}{3}$ | $X(Y(\lambda)) = \frac{1}{\sqrt[3]{-3 \cdot Y(\lambda) + 1}}$ |
| -2,00 | $Y(\lambda) = -\frac{X^{-2} - 1}{2}$ | $X(Y(\lambda)) = \frac{1}{\sqrt{-2 \cdot Y(\lambda) + 1}}$ |
| 0,00 | $Y(\lambda) = \ln(X)$ | $X(Y(\lambda)) = \exp\{Y(\lambda)\}$ |
| 0,49 | $Y(\lambda) = -\frac{X^{0,49} - 1}{0,49}$ | $X(Y(\lambda)) = \sqrt[0,49]{0,49 \cdot Y(\lambda) + 1}$ |

Fonte: AUTOR, 2020.

3.3.3 Análise de Variâncias ANOVA

Conhecido como *Analysis of Variance*, o teste ANOVA é considerado uma coleção de modelos estatísticos e seu procedimento é utilizado para analisar diferenças entre grupos de médias de uma amostra. ANOVA foi desenvolvido pelo estatístico Ronald A. Fisher (FISHER, 1921) e é baseado na Lei de Total Variância, onde a variância observada em uma variável particular é particionada em componentes para diferentes pesquisas de variação.

A ANOVA é uma forma de testar hipóteses estatisticamente, este método é frequentemente utilizado para análise de dados experimentais. Diferente do test-t, o ANOVA possibilita a análise da média entre três ou mais grupos simultaneamente, levando em consideração a relevância da diferença de um grupo para os demais. Enquanto que, o teste-t, por exemplo, a análise de três ou mais grupos deve ser subdividida em comparações entre dois grupos, excluindo em cada análise, a média e variância do terceiro.

O teste ANOVA baseia-se na estatística de teste F, teste assim nomeado em homenagem a Sir Ronald A. Fisher (FISHER, 1925), que nada mais é que a razão entre duas variâncias. Sendo que, variâncias são medidas de dispersão de um grupo de dados, que mensuram a dispersão do conjunto. Assim, valores de variâncias maiores indicam maior variabilidade dos dados. Cabe ressaltar que a variância é o quadrado do desvio padrão, sendo este último mais fácil de ser compreendido devido sua unidade dimensional ser a mesma que a dos dados analisados. No entanto, diversas análises empregam a variância como variável em sua formulação matemática por simplificarem uma série de cálculos.

A hipótese inicial do teste ANOVA, denominada hipótese nula ($H_0 = \mu_1 = \dots = \mu_k$), é resultada quando os grupos não têm diferenças significativas entre si, não permitindo, portanto, afirmar que uma amostra tem resultados diferentes das outras. Porém, caso seja rejeitada a hipótese nula, considera-se que ao menos dois grupos diferem estatisticamente entre si. Por possibilitar a análise de três ou mais grupos amostrais, este teste tem grande aplicabilidade para análises experimentais nas quais é necessário avaliar a alteração de uma variável em diversos grupos ao mesmo tempo, considerando os resultados de todos eles simultaneamente.

3.4 Procedimentos para dimensionamento de placas de CLT

Os métodos para dimensionamento de placas de CLT são aplicáveis aos elementos apoiados nos quatro bordos com relação $a/b > 2$, onde a direção com menor comprimento apresenta esforços significativamente maiores. Para tanto, é plausível que se dimensione a viga de CLT pela direção principal e que se verifique os esforços na direção secundária, devido aos esforços cisalhantes, onde há o efeito *rolling shear*, que podem ser maiores por consequência posição das camadas transversais. Cabe ressaltar, que tais métodos não consideram a rigidez à torção de placa, o que é usual em elementos destas proporções (GAGNON; PIRVU, 2012).

Sendo considerado um procedimento prático, o método Gama é uma adaptação do Anexo B da Eurocode 5 (CEN, 2004). O método traz esta denominação por utilizar um coeficiente γ para se considerar os efeitos devido a cortante na determinação de uma rigidez equivalente à flexão (EI_{eff}). Para isso, algumas expressões que originalmente levariam em consideração o efeito do deslizamento ocorrido pela deformação de ligações metálicas, quando aplicado ao CLT, são substituídas pela distorção que ocorre nas camadas cujas fibras estão na transversal. Este método está transcrito no item 3.4.1.

Existe também o método chamado de *Composite Theory* ou *K-method* (BLASS; FELLMOSE, 2004), que pelo fato de não considerar o efeito de cisalhamento entre as camadas, sua utilização é mais indicada para grandes relações entre vão livre/espessura, no qual apresenta aproximações de resultados relativamente adequadas.

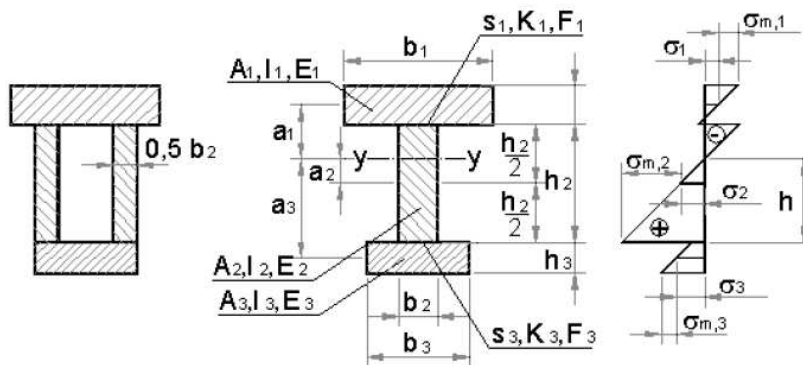
Já o método *Shear Analogy* (KREUZINGER, 1999) é considerado o método que apresenta maior acurácia da predição do comportamento estrutural do CLT (GAGNON; PIRVU, 2012). Este método considera o efeito de cisalhamento e não restringe o número de camadas para seu cálculo. A seguir, no item 3.4.2, o método *Shear Analogy* é explicado mais detalhadamente.

3.4.1 Mechanically Jointed Beams Theory ou Método Gama

O método *Mechanically Jointed Beams Theory*, é adotado pela Eurocode 5 (CEN, 2004) para análise e dimensionamento de elemento compósitos de madeira conectados discretamente, como vigas de perfil “I”, “T” ou caixão. O método também é conhecido como método Gama devido ao fator γ , sendo este aplicado para reduzir a parcela de inércia transportada da seção composta. Quando $\gamma = 1$, significa que as peças estão plenamente conectadas e não há descontinuidade das tensões internas da seção, e quando $\gamma = 0$, as peças não têm ligação entre si, havendo deslizamento entre elas (GAGNON; PIRVU, 2012).

A expressão original do método Gama considera o módulo de deslizamento K que existe entre as peças conectadas discretamente devido a deformação do conector ou a deformação local da madeira. Ocorrendo este fenômeno, as tensões normais, tangenciais e deslocamentos não são os mesmos de uma peça maciça de mesma seção, tão pouco de duas peças sem ligação entre si. A Figura 36 apresenta alguns exemplos de seções compostas que podem ser analisadas pelo método *Mechanically Jointed Beams Theory* (CEN, 2004).

Figura 36 – Tensões normais para diversas seções compostas utilizando o método Gama



Fonte: CEN, 2004, p. 111.

A rigidez a flexão efetiva do CLT é definida pelo método Gama, conforme a Equação (3.25).

$$EI_{eff} = \sum_{i=1}^n \left(E_i I_i + \gamma_i E_i A_i a_i^2 \right) \quad (3.25)$$

- sendo n o número de camadas de CLT;
 γ_i o coeficiente de redução da inércia transportada da i -ésima camada;
 E_i o módulo de elasticidade longitudinal da i -ésima camada, sendo E_0 para camadas no sentido principal e E_{90} para camadas no sentido transversal;
 I_i o momento de inércia, $bh^3/12$;
 A_i a área da seção transversal da i -ésima camada;
 a_i a distância entre o centro de gravidade da i -ésima (\bar{z}_i) camada até o centro de gravidade da seção total z_{CG} .

O centro de gravidade da peça é determinado por meio de uma média ponderada em função da área, módulo de elasticidade e posição de cada camada, conforme Equação (3.26).

$$z_{CG} = \frac{\sum_{i=1}^n (E_i A_i \bar{z}_i)}{\sum_{i=1}^n (E_i A_i)} \quad (3.26)$$

Originalmente, coeficiente γ_i é determinado a partir da Equação (3.27). Entretanto, a ligação do CLT não acontece por conectores discretos, mas sim, continuamente por adesivo distribuído ao longo de toda a área entre as camadas de lamelas. Por este motivo, o método *Mechanically Jointed Beams Theory* é aplicável ao CLT a partir de uma adaptação dos termos que consideram o deslizamento que ocorre devido a conexão discreta da Equação (3.27), e por outros termos que levem em conta a deformabilidade da distorção pelo efeito *Rolling Shear*, como mostrado a seguir pela Equação (3.28). Aplicando-se a Equação (3.27), tem-se a expressão do coeficiente gama para seções de CTL, resultando na Equação (3.29).

$$\gamma_i = \left(1 + \frac{\pi^2 E_i A_i s}{L_{eff}^2 K_i} \right)^{-1} \quad (3.27)$$

$$\frac{s}{K_i} = \frac{h_j}{G_j b_j} \quad (3.28)$$

$$\gamma_i = \left(1 + \frac{\pi^2 E_i A_i h_j}{L_{eff}^2 G_j b_j} \right)^{-1} \quad (3.29)$$

Onde s espaçamento entre conector;

L_{eff} é o comprimento entre pontos de inflexão da viga, para viga biapoiada $L_{eff} = L$ (comprimento), para vigas contínuas ou engastadas, este valor pode ser determinado de modo simplificado, sendo $L_{eff} = 0,8L$, ou iterativo, determinando-se inicialmente seu valor como $0,8L$, e avaliando o comprimento entre pontos onde o momento seja nulo;

K_i módulo de deslizamento dos conectores discretos;

h_j espessura da j -ésima camada;

G_j módulo de elasticidade transversal da j -ésima camada;

b_j largura da j -ésima camada.

j camada mais próxima do centro de gravidade imediatamente acima ou abaixo da camada i .

Para as camadas j que não sofrem com o efeito *rolling shear* o fator $\gamma_i = 1$.

Os deslocamentos para uma viga de CLT podem ser obtidos substituindo-se a rigidez efetiva [Equação (3.25)], na equação diferencial da viga. Porém, é importante dizer que tal método foi desenvolvido a partir da teoria de flexão simples, sem a consideração dos deslocamentos devido ao efeito de cisalhamento. Desta forma, o fator γ considera a deformação devido ao efeito *rolling shear*, permitindo que o método tenha resultados muito próximos aos exatos para vigas simplesmente apoiadas submetidas a carregamento distribuído senoidal ou parabólico. Para carregamentos uniformemente distribuídos, o método apresenta erro de cerca de 3%, o que é aceitável na prática da engenharia, segundo Gagnon e Pirvu (2012).

Para uma viga biapoiada com carregamento distribuído, o valor da flecha (máximo deslocamento) pode ser determinado pela Equação (3.30).

$$w_{max} = \frac{5qL^4}{384EI_{eff}} \quad (3.30)$$

sendo $w_{máx}$ o deslocamento no meio do vão;
 q o carregamento uniformemente distribuído;
 L o comprimento da viga;

Neste método, as tensões normais nas bordas inferior e superior de cada camada são determinadas a partir da Equação (3.31) e (3.32).

$$\sigma_{i,sup} = \sigma_{i,global} + \sigma_{i,local} \quad (3.31)$$

$$\sigma_{i,inf} = \sigma_{i,global} - \sigma_{i,local} \quad (3.32)$$

sendo $\sigma_{i,sup}$ a tensão normal da fibra superior da i -ésima camada;
 $\sigma_{i,inf}$ a tensão normal da fibra inferior da i -ésima camada;
 $\sigma_{i,global}$ a tensão normal global da i -ésima camada.

Sendo as tensões normais globais e locais definidas pela Equação (3.33).

$$\sigma_{i,global} = \frac{\gamma_i E_i a_i M}{EI_{eff}}; \quad \sigma_{i,local} = \frac{E_i h_i M}{2EI_{eff}} \quad (3.33)$$

sendo M o momento fletor da seção analisada.

A máxima tensão normal é determinada pela Equação (3.34). Para uma seção simétrica, a mínima tensão normal é $\sigma_{min} = -\sigma_{máx}$.

$$\sigma_{máx} = \frac{ME_1}{EI_{eff}} (\gamma_1 a_1 + 0,5h_1) \quad (3.34)$$

A tensão de cisalhamento em determinado ponto pode ser obtida aplicando-se a Equação (3.35).

$$\tau = \frac{V(EQ)}{EI_{eff}b} \quad (3.35)$$

sendo τ a tensão de cisalhamento;

| | |
|-----|--------------------------------------|
| V | a força cortante na seção analisada; |
| E | o módulo de elasticidade; |
| Q | o momento estático; |
| b | a largura da viga. |

Para uma viga de CLT, o produto EQ pode ser denotado genericamente conforme a Equação (3.36).

$$EQ = \sum_{i=1}^{k-1} \gamma_i E_i A_i a_i + \gamma_k E_k \frac{A_k}{2} \frac{a_i}{4} \quad (3.36)$$

sendo k a camada que passa pelo centro de gravidade da seção.

A tensão máxima de cisalhamento ocorre no centro de gravidade da peça, entretanto, como o CLT trabalha com resistências diferentes em cada camada de uma mesma direção, em peças onde o a direção L da madeira passa pelo centro de gravidade, as camadas adjacentes sofrerão o efeito *rolling shear*, onde a resistência ao cisalhamento é menor. Sendo assim, além do centro de gravidade da seção, deve-se verificar a tensão de cisalhamento também na interface das camadas que sofrem o efeito *rolling shear* com a camada central. O produto do módulo de elasticidade pelo momento estático EQ para determinar a tensão de cisalhamento do *rolling shear* é escrito conforme a Equação (3.37).

$$EQ = \sum_{i=1}^{k-1} \gamma_i E_i A_i a_i \quad (3.37)$$

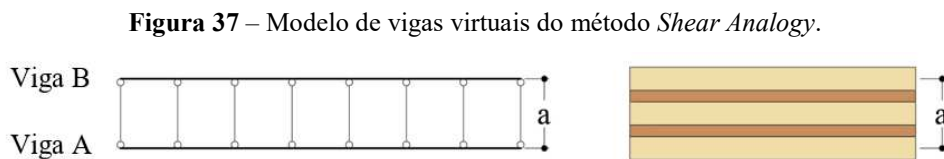
Quando a dimensão da direção principal é proporcionalmente o dobro ou mais da dimensão da direção secundária, as placas de CLT podem ser simplifiadamente dimensionadas como vigas. Para efeito de exemplificação, o APÊNDICE A apresenta o dimensionamento de uma viga de CLT em condições usuais, ou seja, biapoiada com carregamento uniformemente distribuído.

3.4.2 Shear Analogy Method

O método *Shear Analogy* (KREUZINGER, 1999), considerado o método analítico mais preciso para prever os deslocamento de elementos de CLT, baseia-se no conceito de duas vigas virtuais conectadas entre si, sendo considerado a rigidez à flexão e ao cisalhamento

(Figura 37). As conexões originalmente seriam discretas, e o módulo de deslizamento dos conectores são levados em consideração na rigidez cortante. Entretanto, para o CLT, com sua conexão contínua, o método é empregado para simular o efeito rolling shear das camadas a 90°. A vantagem deste método é sua aplicabilidade para qualquer configuração e quantidade de camadas (GAGNON; PIRVU, 2012).

No método, a viga A contém as rigidezes à flexão e ao cisalhamento determinadas pelas Equações (3.38) e (3.39).



Fonte: Adaptado de GAGNON; PIRVU, 2012.

$$B_A = EI_A = \sum_{i=1}^n E_i \frac{b_i h_i^3}{12} \quad (3.38)$$

$$S_A = GA_A \approx \infty \quad (3.39)$$

Onde E_i módulo de elasticidade da i -ésima camada do CLT;
 I_i momento de inércia da i -ésima camada do CLT;
 n número de camadas do CLT;
 GA rigidez ao esforço cortante.

A viga B tem as rigidezes à flexão e ao cisalhamento estabelecidas pelas Equações (3.40) e (3.41).

$$B_B = EI_B = \sum_{i=1}^n E_i A_i a_i^2 \quad (3.40)$$

$$S_B = GA_B = \frac{a^2}{\frac{h_1}{2G_1 b_1} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{h_i}{2G_i b_i} + \frac{h_n}{2G_n b_n}} \quad (3.41)$$

Onde A_i área da i -ésima camada do CLT;

- a_i distância do centro de gravidade da seção até o centro de gravidade da i -ésima camada do CLT;
 a distância entre o centro das camadas externas do CLT, conforme Figura 37;
 h_i altura da i -ésima camada do CLT;
 G_i módulo de elasticidade transversal da i -ésima camada do CLT;
 b_i largura da i -ésima camada do CLT.

Aplicando-se os esforços externos no sistema estrutural virtual do *Shear Analogy*, obtém-se os esforços de momento fletor [Equação (3.42)] e cortante [Equação (3.43)] para a viga A, valores estes que são utilizados para determinar os esforços internos em cada camada.

$$M_{A,i} = \frac{E_i I_i}{B_A} M_A \quad (3.42)$$

$$V_{A,i} = \frac{E_i I_i}{B_A} V_A \quad (3.43)$$

sendo M_A o momento fletor na viga virtual A;
 V_A o esforço cortante na viga virtual A.

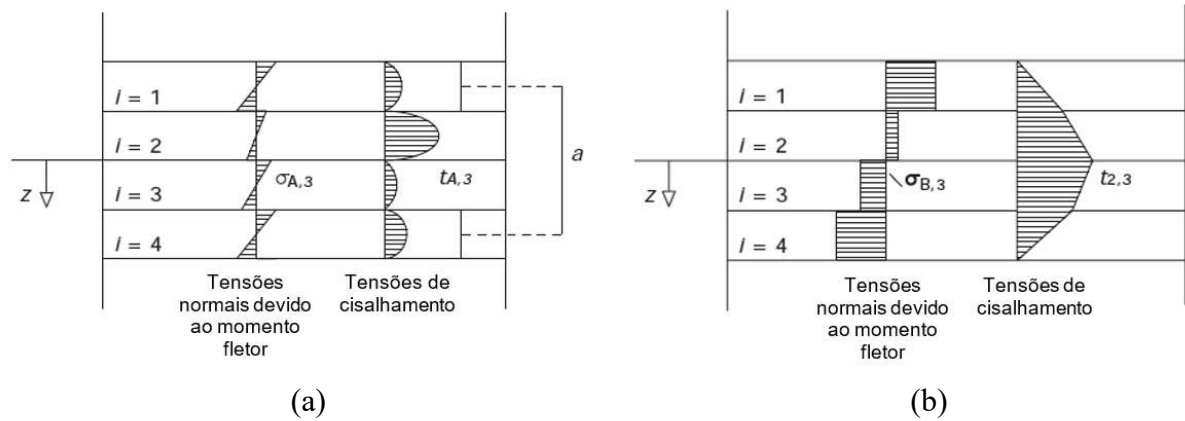
A primeira parcela de tensões em cada camada é determinada conforme Equações (3.44) e (3.45). A distribuição de tais tensões ao longo da seção de CLT é observada na Figura 38(a).

$$\sigma_{A,i} = \pm \frac{M_{A,i}}{I_i} \frac{h_i}{2} \quad (3.44)$$

$$\tau_{A,i} = \frac{E_i I_i}{B_A} \cdot 1,5 \frac{V_A}{b h_i} \quad (3.45)$$

sendo $\sigma_{A,i}$ a primeira parcela da tensão normal devido ao momento fletor nas extremidades da i -ésima camada do CLT;
 $\tau_{A,i}$ a primeira parcela da tensão de cisalhamento da i -ésima camada do CLT.

Figura 38 – Tensões normais e tangenciais para vigas virtuais A e B pelo método *Shear Analogy*.



Fonte: GAGNON; PIRVU, 2012.

A segunda parcela de tensões nas camadas é determinada aplicando-se as Equações (3.46), (3.47) e (3.48), conforme Figura 38(b).

$$N_{B,i} = \frac{E_i A_i z_i}{B_B} M_B \quad (3.46)$$

$$\sigma_{B,i} = \frac{N_{B,i}}{b_i h_i} = \frac{E_i z_i}{B_B} M_B \quad (3.47)$$

$$\tau_{B,i+1} = \frac{V_B}{B_B} \sum_{j=i+1}^n E_j A_j z_j \quad (3.48)$$

sendo $N_{B,i}$ o esforço normal devido ao momento fletor na i -ésima camada do CLT;
 $\sigma_{B,i}$ a segunda parcela da tensão de normal devido ao momento fletor da i -ésima camada do CLT;
 $\tau_{B,j}$ a segunda parcela de tensão de cisalhamento na j -ésima camada do CLT, considerando-se $j = i+1$.

A tensão normal e de cisalhamento em cada camada é resultante da soma das parcela A e B de cada tipo de tensão, conforme Equações (3.49) e (3.50). Assim sendo, as tensões ao longo da seção de CLT são estimadas pelo método *Shear Analogy*, resultando em uma distribuição semelhante à Figura 39.

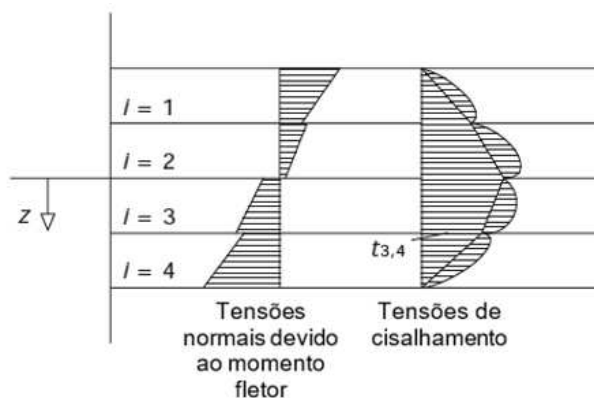
$$\sigma_i = \pm \frac{M_{A,i}}{I_i} \frac{h_i}{2} + \frac{E_i z_i}{B_B} M_B \quad (3.49)$$

$$\tau_i = \frac{E_i I_i}{B_A} \cdot 1,5 \frac{V_A}{b h_i} + \frac{V_B}{B_B} \sum_{j=i+1}^n E_j A_j z_j \quad (3.50)$$

sendo σ_i a tensão de normal devido ao momento fletor da i -ésima camada do CLT;

τ_i a tensão de cisalhamento na i -ésima camada do CLT.

Figura 39 – Resultante de tensões normais e tangenciais pelo método *Shear Analogy*.



Fonte: GAGNON; PIRVU, 2012.

3.5 Método dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) tem fundamentação em um modelo matemático que se baseia na discretização de um meio contínuo em elementos fracionados com as mesmas propriedades do material original, permitindo que sejam solucionados problemas analiticamente complexos a um custo computacional.

Atualmente, o MEF é amplamente utilizado por escritórios e profissionais de engenharia por meio de softwares comerciais para simular análises e melhorar o desempenho de produtos. O método é empregado para analisar rigidez, resistência, fadiga, térmica, acústica, dinâmica, eletromagnética e de fluidos, podendo simular comportamentos físicos, de contato ou geométricos lineares e não-lineares (MIRLISENNA, 2016).

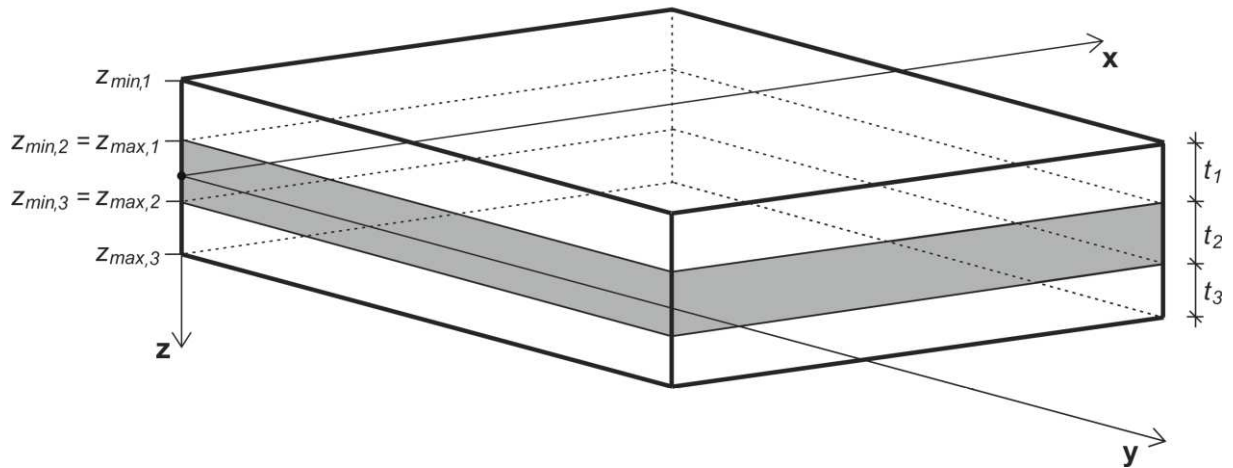
O RFEM é um software comercial desenvolvido pela Dlubal Software GmbH e utiliza-se do MEF para realizar análises e dimensionamentos estruturais. Uma de suas vantagens é a produtividade proporcionada devido as suas ferramentas de verificações segundo normas internacionais como os Eurocódigos (EC), normas brasileiras (NBR), estadunidenses (AISC, ACI, AWC, ADM, ASCE 7, IBC), canadenses (CSA, NBC), alemãs (DIN), grã-bretãs (BS, BS EN), entre outros países (DLUBAL SOFTWARE GMBH, 2018).

O programa computacional RFEM trabalha com diversos plug-ins, sendo cada um deles destinado a um determinado tipo de análise (e.g., estática, dinâmica, análises de flambagem, estabilidade global, conectores, fundações, carregamentos móveis, punção) ou análise de determinado tipo de material (e.g., aço, concreto armado, alumínio, vidro, madeira). Um dos plug-ins desenvolvidos pela Dlubal é o módulo RF-LAMINATE que calcula tensões e

deformações em superfícies lamelares compostas, sendo aplicável a projetos de CLT, MLC, ou placas de OSB, por exemplo. O módulo é capaz de criar camadas de estruturas compostas por materiais de características diferentes, a partir das predefinidas pelas normas (isotrópico, ortotrópico, híbrido) ou predefinido pelo usuário (DLUBAL SOFTWARE GMBH, 2016).

Para um elemento de placa constituído por camadas de materiais ortotrópicos (Figura 40), contendo orientação rotacionada diferentemente ao redor do eixo z (β_i), pode-se relacionar as tensões e as deformações em cada camada por meio de uma matriz de rigidez, conforme Equação (3.51), (DLUBAL SOFTWARE GMBH, 2016).

Figura 40 – Esquema de camadas de um elemento estrutural composto por lamelas.



Fonte: DLUBAL SOFTWARE GMBH, 2016, p. 12.

$$\begin{Bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \\ v_x \\ v_y \\ n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & D_{16} & D_{17} & D_{18} \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & D_{17} & D_{27} & D_{28} \\ & & D_{33} & 0 & 0 & D_{18} & D_{28} & D_{38} \\ & & & D_{44} & D_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\ & & & & & & D_{77} & D_{78} \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \\ \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.51)$$

sim.

sendo m_x, m_y os componentes de tensão relacionadas ao momento fletor;

m_{xy} o componente de tensão relacionada ao momento torçor;

v_x, v_y os componentes de tensão relacionadas ao cisalhamento;

n_x, n_y os componentes de tensão relacionadas a esforços axiais;

- n_{xy} o componente de tensão relacionada ao esforços axial excêntrico;
 D_{ij} o componente de compatibilidade entre tensões e deformações;
 κ_x, κ_y os componentes de deformações relacionadas a momentos fletores;
 κ_{xy} os componentes de deformações relacionadas ao momento torçor;
 γ_{xz}, γ_{yz} os componentes de distorção relacionadas a distorções;
 $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ os componentes de deformação relacionadas a esforços axiais;
 γ_{xy} o componente de distorção relacionada ao esforço axial excêntrico.

Para compostos laminados de materiais ortotrópicos, cujos ângulos de rotação ao redor do eixo z (β_i) são múltiplos de 90° , a matriz de rigidez para correlação de tensões e deformações é conforme a Equação (3.52).

$$\begin{Bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \\ v_x \\ v_y \\ n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & D_{16} & D_{17} & 0 \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & D_{17} & D_{27} & 0 \\ & & D_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{38} \\ & & & D_{44} & D_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & D_{66} & D_{67} & 0 \\ & & & & & & D_{77} & 0 \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.52)$$

sim.

As componentes da matriz de rigidez D_{ij} para $i,j = 1,2,3$ são determinadas conforme a Equações (3.53) a (3.58).

$$D_{11} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{máx,i}^3 - z_{mín,i}^3}{3} d_{11,i} \quad (3.53)$$

$$D_{12} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{máx,i}^3 - z_{mín,i}^3}{3} d_{12,i} \quad (3.54)$$

$$D_{13} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{máx,i}^3 - z_{mín,i}^3}{3} d_{13,i} \quad (3.55)$$

$$D_{22} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{máx,i}^3 - z_{mín,i}^3}{3} d_{22,i} \quad (3.56)$$

$$D_{23} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{máx,i}^3 - z_{mín,i}^3}{3} d_{23,i} \quad (3.57)$$

$$D_{33} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{máx,i}^3 - z_{mín,i}^3}{3} d_{33,i} \quad (3.58)$$

sendo $z_{máx,i}$ a máxima coordenada no eixo z da i -ésima camada;
 $z_{mín,i}$ a mínima coordenada no eixo z da i -ésima camada.

As componentes da matriz de rigidez D_{ij} , para $i=1,2,3$ e $j=6,7,8$, são calculadas de acordo com as Equações (3.59) a (3.65). (Evitar repetição de frases próximas)

$$D_{16} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{máx,i}^2 - z_{mín,i}^2}{2} d_{11,i} \quad (3.59)$$

$$D_{17} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{máx,i}^2 - z_{mín,i}^2}{2} d_{12,i} \quad (3.60)$$

$$D_{18} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{máx,i}^2 - z_{mín,i}^2}{2} d_{13,i} \quad (3.61)$$

$$D_{18} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{máx,i}^2 - z_{mín,i}^2}{2} d_{13,i} \quad (3.62)$$

$$D_{27} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{máx,i}^2 - z_{mín,i}^2}{2} d_{22,i} \quad (3.63)$$

$$D_{28} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{máx,i}^2 - z_{mín,i}^2}{2} d_{23,i} \quad (3.64)$$

$$D_{38} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{máx,i}^2 - z_{mín,i}^2}{2} d_{33,i} \quad (3.65)$$

A matriz d_i , necessária para determinação dos elementos individuais da matriz de rigidez, é determinada pela Equação (3.66).

$$d_i = \begin{bmatrix} d_{11,i} & d_{12,i} & d_{13,i} \\ & d_{22,i} & d_{23,i} \\ sim. & & d'_{33,i} \end{bmatrix} = T_{3 \times 3,i}^T d'_i T_{3 \times 3,i} \quad (3.66)$$

sendo,

$$T_{3 \times 3,i} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

$$d'_i = \begin{bmatrix} d'_{11,i} & d'_{12,i} & 0 \\ & d'_{22,i} & 0 \\ sim. & & d'_{33,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_{x,i}}{1-\nu_{xy,i}^2 \frac{E_{y,i}}{E_{x,i}}} & \frac{\nu_{xy,i} E_{y,i}}{1-\nu_{xy,i}^2 \frac{E_{y,i}}{E_{x,i}}} & 0 \\ & \frac{E_{y,i}}{1-\nu_{xy,i}^2 \frac{E_{y,i}}{E_{x,i}}} & 0 \\ sim. & & G_{xy,i} \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

sendo c igual ao $\cos(\beta_i)$;

s igual ao $\sin(\beta_i)$;

$E_{x,i}$ o módulo de elasticidade longitudinal na direção do eixo x da i -ésima camada;

$E_{y,i}$ o módulo de elasticidade longitudinal na direção do eixo y da i -ésima camada;

$\nu_{xy,i}$ o coeficiente de Poisson da i -ésima camada;

$G_{xy,i}$ o módulo de elasticidade transversal referentes aos eixos x e y da i -ésima camada.

Resolvendo-se a Equação (3.66), é possível determinar os valores dos elementos individuais da matriz d_i , consonantemente com as Equações (3.69) a (3.74).

$$d_{11,i} = c^4 d'_{11,i} + 2c^2 s^2 d'_{12,i} + s^4 d'_{22,i} + 4c^2 s^2 d'_{33,i} \quad (3.69)$$

$$d_{12,i} = c^2 s^2 d'_{11,i} + (s^4 + c^4) d'_{12,i} + c^2 s^2 d'_{22,i} - 4c^2 s^2 d'_{33,i} \quad (3.70)$$

$$d_{13,i} = c^3 s d'_{11,i} + (cs^3 - c^3 s) d'_{12,i} - cs^3 d'_{22,i} + (2cs^3 - 2c^3 s) d'_{33,i} \quad (3.71)$$

$$d_{22,i} = s^4 d'_{11,i} + 2c^2 s^2 d'_{12,i} + c^4 d'_{22,i} + 4c^2 s^2 d'_{33,i} \quad (3.72)$$

$$d_{23,i} = cs^3 d'_{11,i} + (c^3 s - cs^3) d'_{12,i} - c^3 s d'_{22,i} + (2c^3 s - 2cs^3) d'_{33,i} \quad (3.73)$$

$$d_{12,i} = c^2 s^2 d'_{11,i} - 2c^2 s^2 d'_{12,i} + c^2 s^2 d'_{22,i} + (c^2 - s^2)^2 d'_{33,i} \quad (3.74)$$

As Equações (3.69) a (3.74) representam um sistema de equações de um único elemento que poderia ser utilizado para alguns exemplos de geometria e condições de contorno

simples. Entretanto, para estruturas convencionais, de geometria e condições mais complexas, é necessário a discretização (subdivisão) do elemento contínuo em diversos elementos. Assim sendo, para uma abordagem numérica por elementos finitos é necessário solucionar um sistema de equações proporcionalmente maior, em função da quantidade de nós, respeitando-se a incidência que o sistema local provoca no sistema global.

3.5.1 Índice de Convergência de Malha (GCI)

A discretização da malha é um detalhe muito importante e deve ser criteriosamente determinado para que a análise numérica represente devidamente o modelo real. Algumas situações simuladas no MEF exigem um refino maior da malha, o que resulta na necessidade de maior tempo de processamento. Na maioria dos casos, quanto mais refinada a malha, mais convergentes tendem a ser os resultados. Neste sentido, o uso de um método estatístico pode embasar a decisão de determinada malha, balanceando o custo computacional com a precisão do resultado.

O *Grid Convergence Index* (GCI) é um método amplamente empregado para análises numéricas em dinâmica dos fluídos a fim de definir os erros de discretização. Para análises estruturais, a verificação dos erros de malha ainda não é totalmente normatizada, entretanto, alguns autores como Kwaśniewski (2013) e Ribeiro (2018) utilizam o GCI para aplicações na análise estrutural em MEF.

A verificação pelos parâmetros de erros deste método pode ser realizada com a utilização de duas ou mais malhas (preferencialmente três), com a mesma razão de refinamento entre elas, assim como demonstrado pela Equação (3.75), (SLATER, 2008):

$$r = \frac{h_{i+1}}{h_i} \quad (3.75)$$

sendo r a razão de refinamento;
 h o tamanho do elemento da malha;
 i o índice que define a malha, classificado da mais para a menos discretizada.

Cada malha pode gerar valores diferentes para uma variável de interesse em determinado ponto (f_i), como deformação, tensão, deslocamento, entre outras. Sendo assim, pode-se definir uma ordem de convergência (p) utilizando-se a Equação (3.76), (SLATER, 2008).

$$p = \frac{\ln\left(\frac{f_3 - f_2}{f_2 - f_1}\right)}{\ln(r)} \quad (3.76)$$

Pela extrapolação de Richardson (RICHARDSON, 1911) obtém-se uma estimativa de ordem superior, um valor f calculado para uma malha caracterizada por parâmetro (tamanho da malha = h) sendo expresso usando a Expansão de Taylor, de acordo com a Equação (3.77).

$$f = f_{h=0} + g_1 h + g_2 h^2 + \dots + g_n h^n \quad (3.77)$$

Uma estimativa da solução assintótica ($f_{h=0}$) é determinada reescrevendo a Equação (3.77), resultando na Equação (3.78).

$$f_{h=0} \cong f_1 + \frac{f_2 - f_1}{r^2 - 1} \quad (3.78)$$

Calculando-se diferença relativa entre as soluções subsequentes ($\varepsilon_{i,i+1}$), definida pela Equação (3.79), é possível determinar o GCI por meio da Equação (3.80).

$$\varepsilon_{i,i+1} = \frac{f_i - f_{i+1}}{f_i} \quad (3.79)$$

$$GCI_{i,i+1} = \frac{F_s |\varepsilon_{i,i+1}|}{r^p - 1} \quad (3.80)$$

sendo F_s o fator de segurança, sendo recomendado: $F_s = 1,25$ para três ou mais malhas; e $F_s = 3,00$ para duas malhas (KWAŚNIEWSKI, 2013).

Com o valor do GCI referente a dois refinamentos pode-se estimar os limites aceitáveis ao redor do valor esperado $f_{h=0}$. Para tanto, faz-se a seguinte verificação $[f_{h=0}(1 - \text{GCI})] \leq (f_i) \leq [f_{h=0}(1 + \text{GCI})]$.

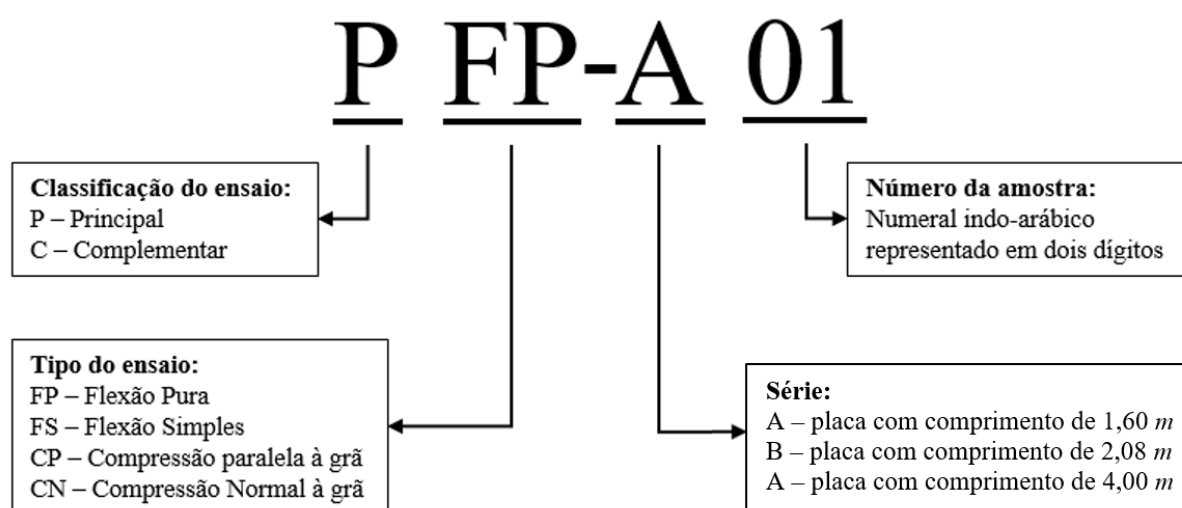
Capítulo 4

METODOLOGIA

A parte experimental desta pesquisa foi direcionada para a realização de ensaios de laboratório, os quais foram divididos em principais e complementares. Os ensaios principais compreendem testes de flexão à quatro pontos variando o vão livre e distância entre os pontos de aplicação de carregamento para avaliar diferentes modos de ruptura. Enquanto os ensaios complementares são destinados à caracterização dos materiais componentes do CLT e auxílio às análises dos ensaios principais.

A nomenclatura dos ensaios foi estabelecida conforme indicado na Figura 41.

Figura 41 – Nomenclatura dos ensaios.



Fonte: AUTOR, 2020.

A Tabela 8 traz um resumo de todos os ensaios experimentais que foram realizados, indicando a nomenclatura utilizada, quantidade de amostras em cada um deles. No total, foram avaliadas 69 amostras experimentalmente.

Tabela 8 – Resumo dos ensaios experimentais.

| Nomenclatura | Amostras | Descrição |
|--------------|----------|---|
| PFP-A | 7 | Ensaio de flexão à quatro pontos destinado a caracterizar a resistência e rigidez ao <i>rolling shear</i> da placas de CLT com altura de 16 cm. |
| PFP-B | 7 | Ensaio de flexão à quatro pontos destinado a caracterizar a resistência e rigidez à flexão da placa de CLT com altura de 16 cm. |
| PFP-C | 7 | Ensaio de flexão à quatro pontos destinado a caracterizar a resistência e rigidez à flexão da placa de CLT com altura de 16 cm. |
| CCN-A | 16 | Ensaio de compressão normal às fibras em testemunhos retirados de amostras dos ensaios PFP-A. |
| CCP-A | 16 | Ensaio de compressão paralela às fibras em testemunhos retirados de amostras do ensaio PFP-A. |
| CFS-A | 16 | Ensaio de flexão à três pontos em testemunhos retirados de amostras do ensaio PFP-A. |

Fonte: AUTOR, 2020.

4.1 Ensaios Experimentais Principais

Os ensaios principais foram realizados no Laboratório de Estruturas (LES) da Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo (FEC) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP).

Os painéis de CLT foram produzidos pela empresa Crosslam utilizando madeira da espécie *Pinus taeda*, com peso específico aparente nominal de 550 kg/m^3 . Sendo que, para produção do CLT foi utilizado o adesivo estrutural Purbond® HB S 709, que é um monocomponente à base de poliuretano. Todavia, em cada grupo de ensaios PFP houveram quatro placas com gramatura de adesivo de 250 g/m^2 e outras três placas com 220 g/m^2 de gramatura.

Os extensômetros utilizados nas rosetas foram da marca Kyowa (KYOWA ELECTRONIC INSTRUMENTS CO., 2018), modelo KFG-5-120-C1-5, com comprimento de 5 mm e resistência elétrica de $(119,8 \pm 0,2) \Omega$, sendo representado ilustrativamente pela Figura 42(a).

Os extensômetros empregados para leitura das deformações específica lateralmente no meio do vão foram da marca Excel (EXCEL SENSORES INDÚSTRIA, COMÉRCIO E EXPORTAÇÃO LTDA., 2018), modelo PA-06-1500BA-120-I, com comprimento de 45 mm e resistência elétrica nominal de 120Ω , [Figura 42(b)]. Os transdutores (*Linear Displacement Sensor*) utilizados foram fabricados pela empresa Micro-Measurements, do modelo HS 100.

Figura 42 – Imagem ilustrativa dos extensômetros utilizados.



Fonte: EXCEL SENSORES INDÚSTRIA, COMÉRCIO E EXPORTAÇÃO LTDA., 2018; KYOWA ELECTRONIC INSTRUMENTS CO., 2018.

As amostras foram ensaiadas em pórtico tipo aberto projetado para suportar até 2.000 kN de carregamento. Este tipo de pórtico utiliza estacas de reação para o equilíbrio estrutural do ensaio. O atuador de carregamento utilizado foi um macaco hidráulico de acionamento elétrico, monitorado por uma célula de carga com capacidade para 800 kN.

O carregamento foi aplicado com uma taxa de deslocamento de, aproximadamente, 1.000 N/s. Por motivos de segurança, quando se iniciavam as primeiras quedas de carregamento e apresentação de fraturas, a taxa de aplicação de carga era reduzida. O carregamento foi aplicado até que houvesse redução significativa de do mesmo devido à redução de rigidez pós-ruptura.

4.1.1 Resistência à flexão e ao cisalhamento

A determinação da resistência característica das placas foi possível avaliando-se o modo de ruptura. A ruptura no meio do vão, onde o momento fletor é máximo, caracteriza resistência à tração na flexão das placas $f_{CLT,M,0}$, podendo ter ocorrido nos *finger joints* ou na própria madeira. Para se estimar a tensão de ruptura a tração foi utilizada a Equação (4.1). Quando a ruptura ocorreu entre o apoio e a o ponto de aplicação do carregamento mais próximo deste, nas camadas transversais, caracterizou-se a ruptura ocorrida por cisalhamento nas direções ondem ocorrem o efeito *rolling shear* ($f_{CLT,V,9090}$), que foi estimada pela Equação (4.2).

$$f_{CLT,M,0} = \frac{M_{máx}}{(EI)_{eff}} E_0 z = \frac{P_{máx} a}{2(EI)_{eff}} E_0 z \quad (4.1)$$

$$f_{CLT,V,90} = \frac{V_{max} Q(z)}{(EI)_{eff} b} E_{90} = \frac{P_{max} Q(z)}{2(EI)_{eff} b} E_{90} \quad (4.2)$$

- sendo $M_{máx}$ o momento fletor máximo atuante no meio do vão;
 E_0 o módulo de elasticidade longitudinal no sentido das fibras da camada que sofreu a ruptura;
 z a posição no eixo z onde ocorreu a ruptura com relação à linha neutra;
 $(EI)_{eff}$ a rigidez à flexão efetiva da placa de CLT;

| | |
|-------------------|--|
| $P_{m\acute{a}x}$ | o máximo carregamento atuante na célula de carga; |
| a | a distância perpendicular entre a linha de apoio e a linha de carregamento mais próxima; |
| $V_{m\acute{a}x}$ | o esforço cortante máximo atuante no local de ruptura; |
| $Q(z)$ | o momento estático do CLT em função de z ; |
| E_{90} | o módulo de elasticidade longitudinal no sentido perpendicular às fibras da camada que sofreu a ruptura; |
| b | a largura placa de CLT. |

4.1.2 Rigidez

A rigidez da peça  possível ser estimada pelo método dos deslocamentos a partir do carregamento e deslocamentos aferidos. Utilizando-se a sobreposição de efeitos, o deslocamento total em um determinado sistema estrutural pode ser obtido pela soma das parcelas de deslocamentos em um ponto ocasionado pelas ações de força normal, momento fletor, esforço cortante, momento torçor, como na Equação (4.3), (SSSEKIND, 1979).

$$\bar{P}\delta = \int_L \frac{N\bar{N}}{EA} dx + \int_L \frac{M\bar{M}}{EI} dx + \kappa \int_L \frac{V\bar{V}}{GA} dx + \int_L \frac{T\bar{T}}{GI_t} dx \quad (4.3)$$

| | |
|-----------------|---|
| sendo \bar{P} | a força virtual; |
| δ | o deslocamento total em determinado ponto; |
| L | o comprimento da viga; |
| N, \bar{N} | os esforços normais devido aos carregamentos real e virtual, respectivamente; |
| E | o módulo de elasticidade longitudinal; |
| A | a área da seção transversal; |
| M, \bar{M} | o momento fletor devido aos carregamentos real e virtual, respectivamente; |
| κ | o coeficiente de forma, 1,2 para seções retangulares; |
| G | o módulo de elasticidade transversal; |
| T, \bar{T} | os momentos de torção devido aos carregamentos real e virtual, respectivamente; |
| I_t | o momento de inércia  torção. |

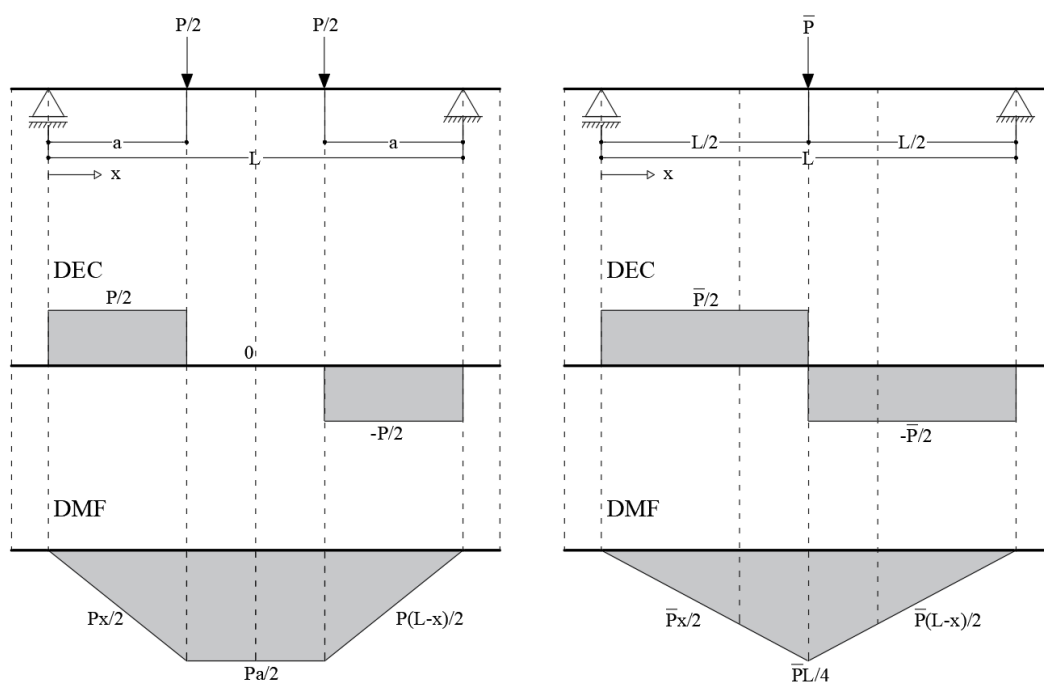
Para o esquema estático estabelecido, os efeitos normais e de torção são desprezados para a determinação dos deslocamentos. Desta maneira, a flecha pode ser estimada por meio

das parcelas de flexão e esforço cortante da Equação (4.3). Deduzindo-se separadamente cada uma das parcelas, a flecha fica expressa pela Equação (4.4), (SÜSSEKIND, 1979).

$$P\delta_M = \int_L \frac{M\bar{M}}{EI} dx \quad (4.4)$$

Para o ensaio de flexão a quatro pontos e uma força virtual aplicada do centro do vão, os diagramas de esforço cortante e momento fletor estão apresentados na Figura 43, que considera a placa de CLT como uma viga, tendo seus carregamentos e apoios pontuais.

Figura 43 – Diagrama de esforço cortante (DEC) e de momento fletor (DMF) para viga a flexão a quatro pontos e carregamento virtual aplicado no centro do vão.



Fonte: AUTOR, 2020.

A dedução da Equação (4.4) com os esforços de momento fletor da Figura 43 estão demonstrados na Equação (4.5).

$$\begin{aligned}
P\delta_M &= \frac{2}{EI} \left(\int_0^a \frac{P\bar{P}x^2}{4} dx + \int_a^{l/2} \frac{P\bar{P}ax}{4} dx \right) = \frac{2}{EI} \left(\frac{P\bar{P}x^3}{12} \Big|_0^a + \frac{P\bar{P}ax^2}{8} \Big|_a^{l/2} \right) \\
\bar{P}\delta_M &= \frac{2}{EI} \left(\frac{P\bar{P}a^3}{12} + \frac{P\bar{P}al^2}{32} - \frac{P\bar{P}a^3}{8} \right) = \frac{1}{EI} \left(\frac{P\bar{P}al^2}{16} - \frac{P\bar{P}a^3}{12} \right) \\
\bar{P}\delta_M &= \frac{P\bar{P}}{48EI} (3al^2 - 4a^3)
\end{aligned} \tag{4.5}$$

Como o carregamento P é um valor unitário, impõe-se $\bar{P} = 1$ na Equação (4.5), resultando na parcela do deslocamento devido ao momento fletor, expressa pela Equação (4.6).

$$\delta_M = \frac{Pa}{48EI} (3l^2 - 4a^2) \tag{4.6}$$

sendo a a distância entre a linha de apoio e a linha de carregamento mais próxima;
 l o vão entre apoios.

A parcela de deslocamento no centro do vão considerando o efeito da cortante pode ser estimada empregando-se a Equação (4.7).

$$P\delta_V = \int_L \frac{V\bar{V}}{GA} \kappa dx \tag{4.7}$$

A dedução da Equação (4.7) com os esforços apresentados na Figura 43 é demonstrada na Equação (4.8).

$$\bar{P}\delta_V = \frac{2\kappa}{GA} \left(\int_0^a \frac{P\bar{P}}{4} dx + \int_a^{l/2} \frac{0\bar{P}ax}{2} dx \right) = \frac{P\bar{P}\kappa x}{2GA} \Big|_0^a = \frac{P\bar{P}a\kappa}{2GA} \tag{4.8}$$

Para o carregamento virtual $\bar{P} = 1$, tem-se a parcela do deslocamento no centro do vão escrita na forma da Equação (4.9).

$$\delta_V = \frac{Pa\kappa}{2GA} \tag{4.9}$$

O deslocamento total no centro do vão considerando as parcelas de flexão e cisalhamento é determinado pela somatória dos efeitos para pequenos deslocamentos, assim como demonstrado pela dedução na Equação (4.10). Desta forma, tem-se o deslocamento total resultante pela Equação (4.11).

$$\delta_T = \delta_M + \delta_V = \frac{Pa}{48EI} (3l^2 - 4a^2) + \frac{Pa\kappa}{2GA} \quad (4.10)$$

$$\delta_T = \frac{Pa}{48} \left(\frac{3l^2 - 4a^2}{EI} + \frac{24\kappa}{GA} \right) \quad (4.11)$$

O deslocamento local (δ_1) aferido a partir da galga menor (fixada entre carregamentos) é útil para a estimativa da rigidez equivalente da viga, pois não é influenciado pelo esforço cortante. A dedução analítica do deslocamento δ_1 é demonstrada pela Equação (4.12):

$$\begin{aligned} \bar{P} \delta_1 &= 2 \int_0^{l_1/2} \frac{M\bar{M}}{EI} dx = \frac{2}{EI} \int_0^{l_1/2} \frac{Pa}{2} \frac{\bar{P}x}{2} dx \\ \bar{P} \delta_1 &= \frac{P\bar{P}a}{2EI} \left. \frac{x^2}{2} \right|_0^{l_1/2} = \frac{P\bar{P}al_1^2}{16EI} \end{aligned} \quad (4.12)$$

para $\bar{P} = 1$,

$$\delta_1 = \frac{Pal_1^2}{16EI} \quad (4.13)$$

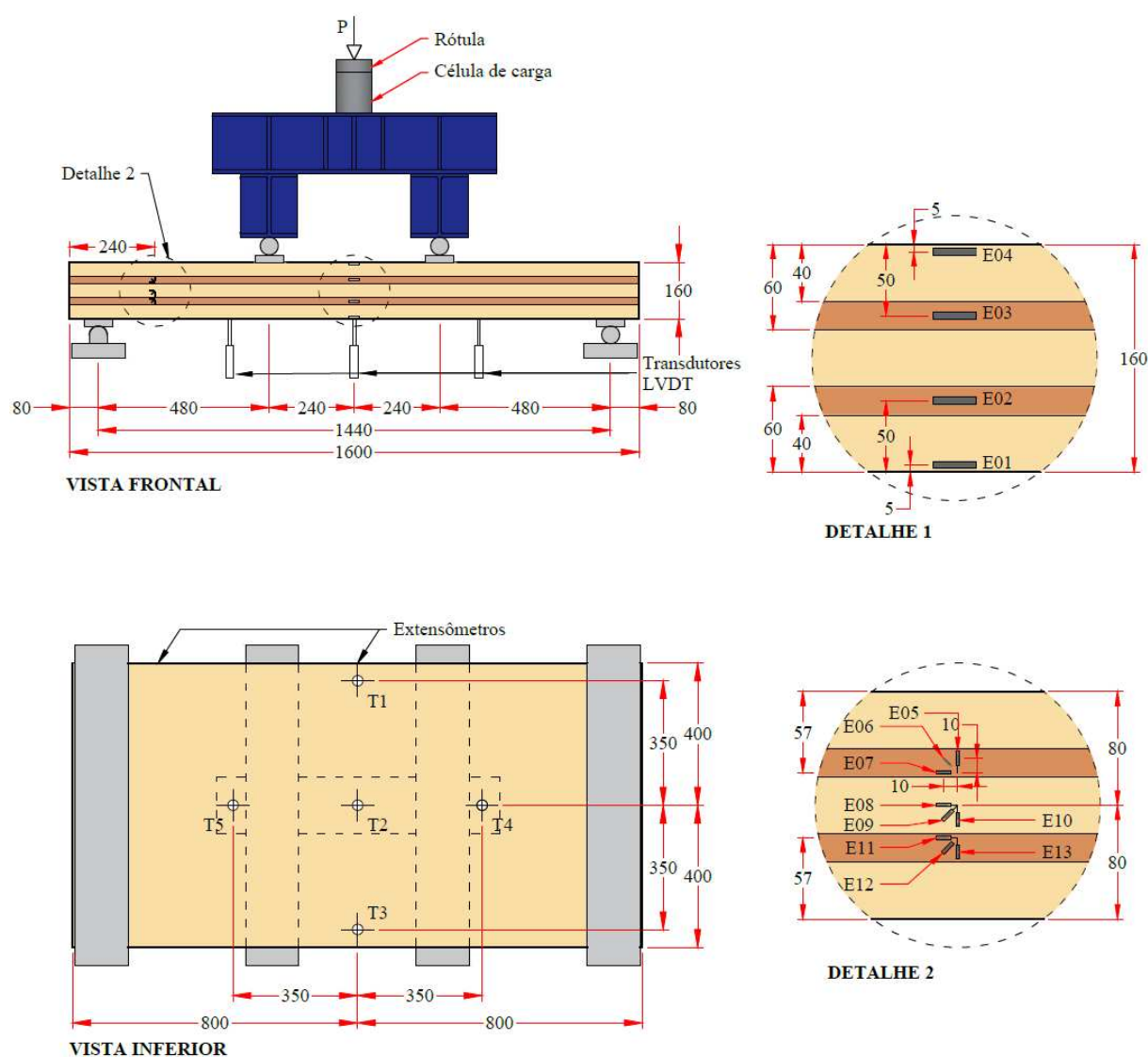
4.1.3 Placas com 1,60 m de comprimento (PFP-A)

O ensaio das placas da série PFP-A foi realizado conforme orientações da norma europeia BS EN 16351:2015 (CEN, 2015), que estabelece os critérios para determinar a resistência ao esforço cortante do CLT ($f_{CLT,V,90}$). A mesma norma determina que sejam ensaiadas, no mínimo, sete placas de CLT se a largura total das placas for igual ou maior que 0,80 m.

Para tais ensaios, a BS EN 16351 (CEN, 2015) não especifica a instrumentação a ser empregada, pois o resultado esperado é somente o carregamento último. Entretanto, em carácter exploratório e para melhor análise do comportamento do material, instrumentou-se as placas de CLT com extensômetros e transdutores, a fim de se monitorar os deslocamentos verticais e tensões normais.

Uma das placas foi instrumentada com extensômetros, formando três rosetas próximas ao apoio, para se avaliar a distorção relativa em três camadas diferentes de lamelas da placa de CLT. O esquema do ensaio utilizado encontra-se detalhado na Figura 44. Cabe ressaltar que para o primeiro ensaio desta série (PF4-A01), os transdutores T4 e T5 foram posicionados à 62 *cm* distantes do centro da placa, enquanto, para os demais ensaios desta série, os mesmos transdutores estão localizados a 35 *cm* distantes do centro da placa.

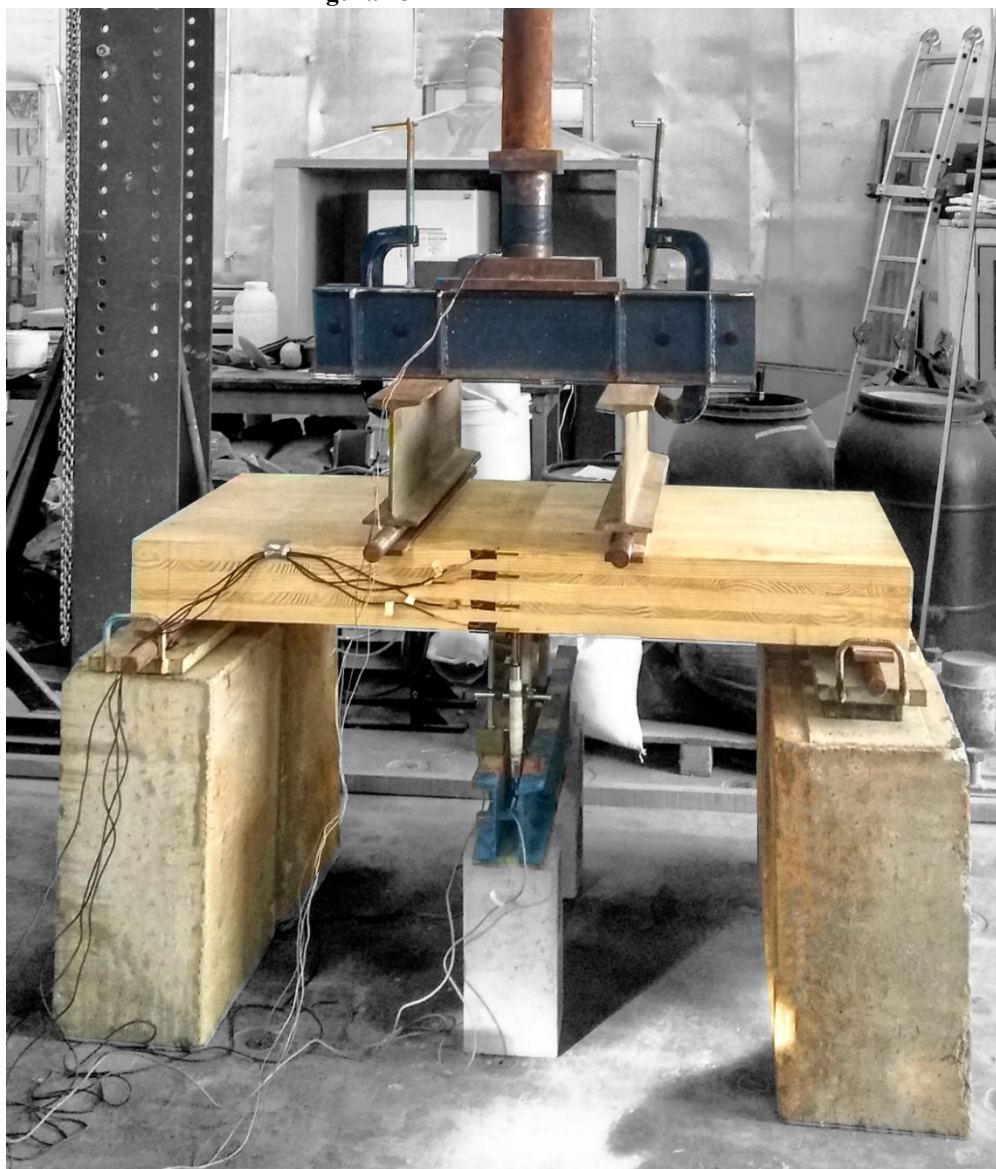
Figura 44 – Detalhamento da instrumentação, equipamentos e dimensões do ensaio PFP-A, medidas em milímetros.



Fonte: AUTOR, 2020.

Na Figura 60 encontra-se um retrato dos ensaios PFP-A, destacando-se o corpo de prova, dispositivos e instrumentos de leitura de deformações e deslocamentos utilizados nestes.

Figura 45 – Retrato do ensaio PFP-A.



Fonte: AUTOR, 2020.

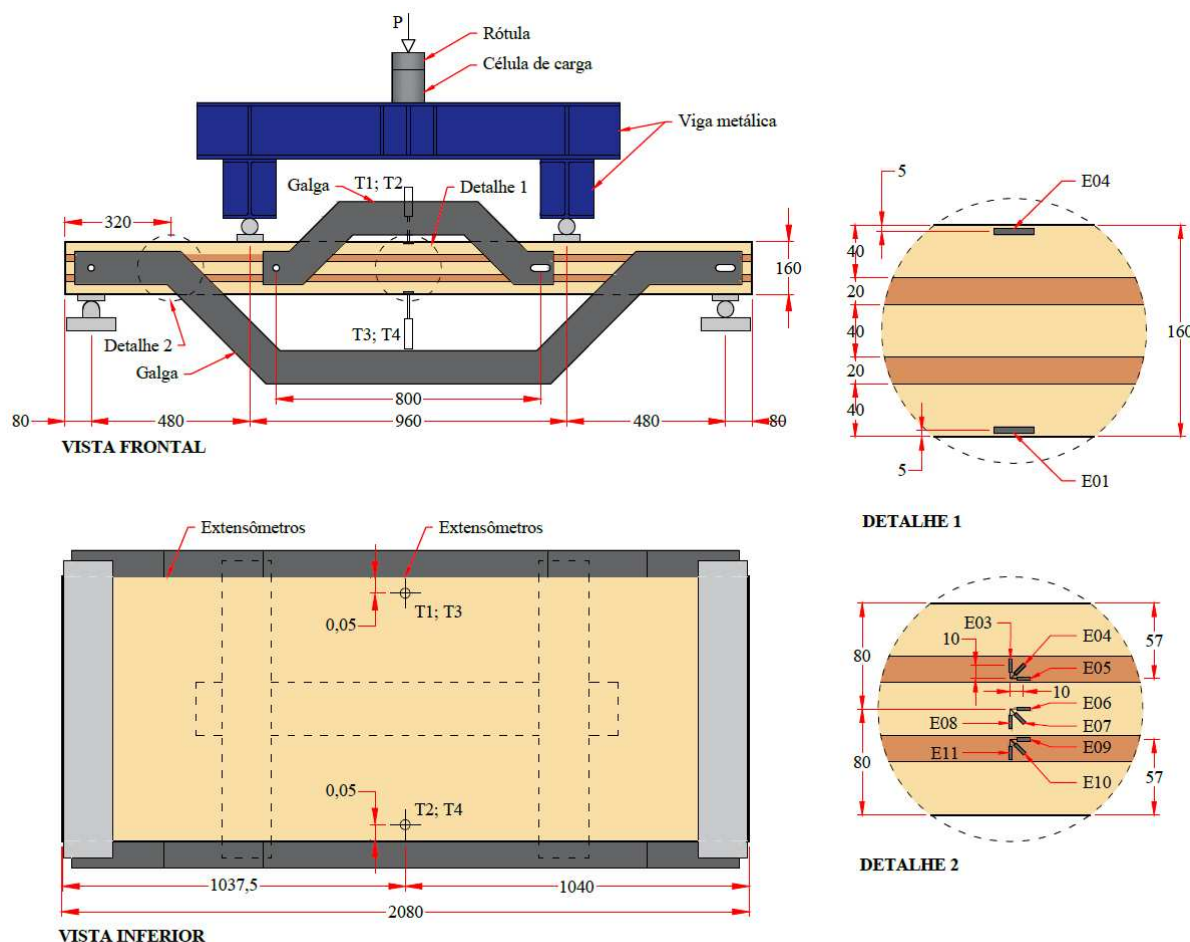
4.1.4 Placas com 2,08 m de comprimento (PFP-B)

Os ensaios destinados a estimar valores de rigidez ao *rolling shear* por meio de flexão a quatro pontos foi realizado seguindo as recomendações da BS EN 16351 (CEN, 2015). Desta norma, foi determinado a quantidade de sete amostras de CLT para este ensaio, levando-se em consideração a largura de 0,80 m das placas.

Para este modelo ensaio, a BS EN 16351 (CEN, 2015) especifica a instrumentação com galgas e transdutores no meio do vão, relativos aos apoios e a um trecho entre os carregamentos. Além disso, as placas foram instrumentadas com extensômetros lateralmente ao centro do vão, sendo que em uma das placas foram posicionadas rosetas na região próxima

a um dos apoios. O esquema, instrumentação, equipamentos e dimensões do ensaio PFP-B encontram-se detalhados na Figura 46.

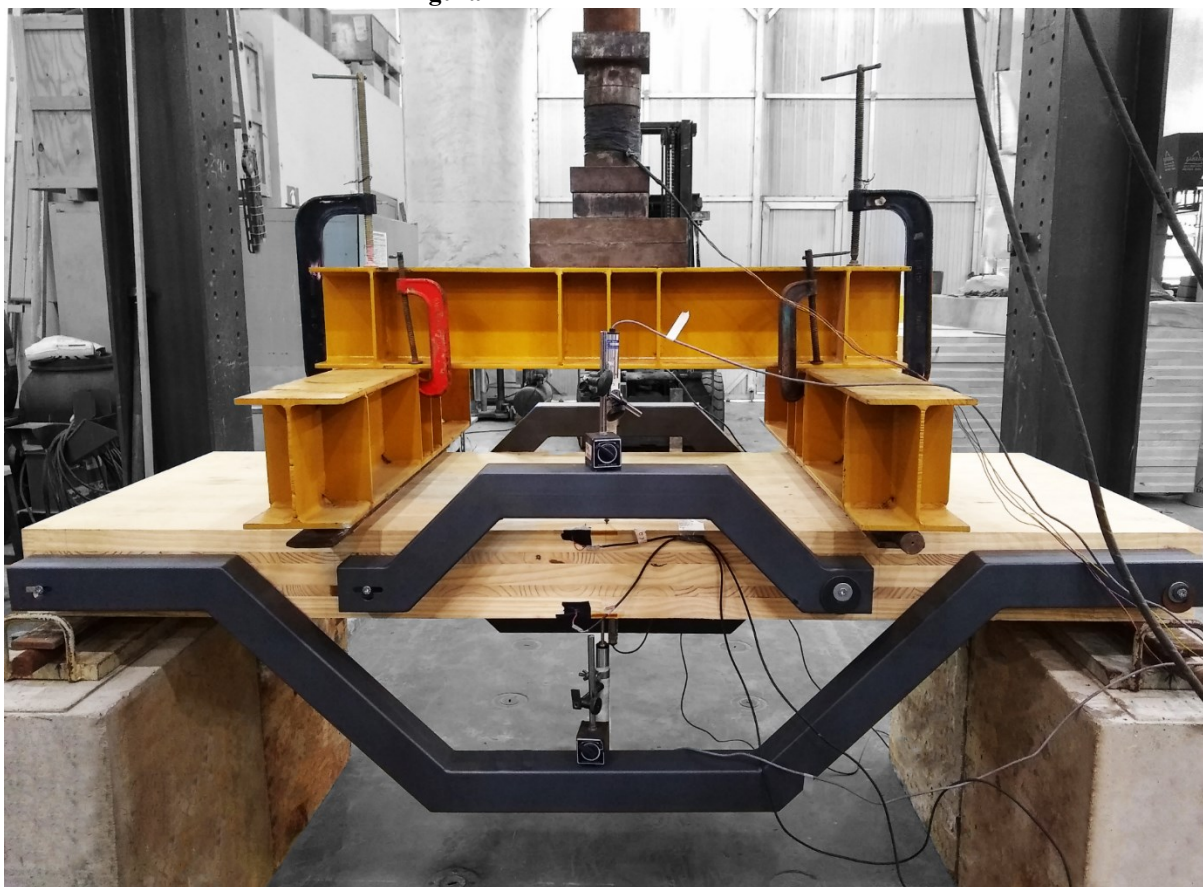
Figura 46 – Detalhamento da instrumentação, equipamentos e dimensões do ensaio PFP-B, medidas em milímetros.



Fonte: AUTOR, 2020.

Na Figura 50 identifica-se um retrato dos ensaios PFP-B, destacando-se a placa de CLT com 2,08 m de comprimento, as vigas metálicas (amarelo) utilizadas para aplicação do carregamento distribuído em linhas transversais ao comprimento da placa, as galgas (cinza) que foram fixadas como apoio fixo e móvel, coincidentes aos tipos de suportes da placa. Os LVDTs ficaram apoiados obre as galgas.

Figura 47 – Retrato do ensaio PFP-B.



Fonte: AUTOR, 2020.

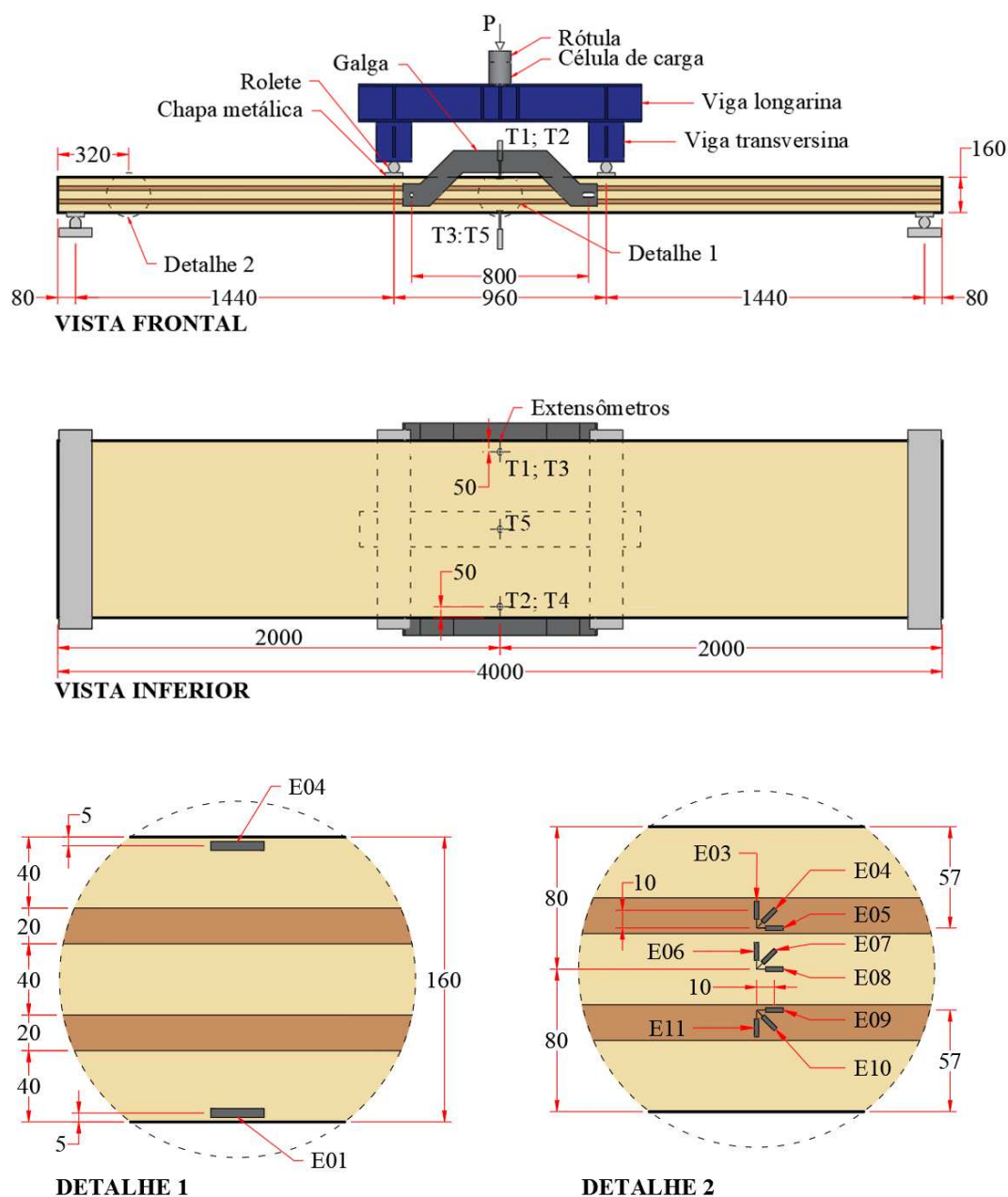
4.1.5 Placas com 4,00 m de comprimento (PFP-C)

O ensaio PFP-C destinou-se a estimar valores de rigidez e resistência à flexão, sendo conduzido conforme a norma BS EN 16351 (CEN, 2015). Assim como os demais ensaios principais, também foi estipulado a quantidade de sete amostras, seguindo as recomendações normativas.

A Figura 48 apresenta a instrumentação, equipamentos e dimensões estabelecidos para os ensaios PFP-C.

Para o ensaio com as dimensões da PFP-C, a BS EN 16351 (CEN, 2015) especifica a instrumentação com galgas e transdutores no meio do vão, relativo a um trecho entre os carregamentos. Além disso, as placas foram instrumentadas com transdutores posicionados ao centro do vão aferindo deslocamentos relativos aos apoios. Também foram posicionados extensômetros na lateral da placa ao centro do vão, sendo que em uma das placas foram posicionadas rosetas na região próxima ao apoio, conforme “Detalhe 2” da Figura 48.

Figura 48 – Detalhamento da instrumentação, equipamentos e dimensões do ensaio.



Fonte: AUTOR, 2020.

Um retrato dos ensaios PFP-C está apresentado na Figura 52. Nesta, estão destacados a placa de CLT com 4 m de comprimento, as galgas internas, as vigas para transmissão do carregamento, a célula de carga e o prolongador metálico (acima da célula de carga). O uso do prolongador foi necessário para transmitir o carregamento aplicado pelo macaco hidráulico fixado no topo do pórtico estrutural até a célula de carga. Identifica-se também na figura, os transdutores responsáveis pela leitura dos deslocamentos relativos aos apoios laterais, sendo estes transdutores apoiados sobre blocos de concreto que estão sobre a laje de reação.

Figura 49 – Retrato do ensaio PFP-C.



Fonte: AUTOR, 2020.

4.2 Ensaaios Experimentais Complementares

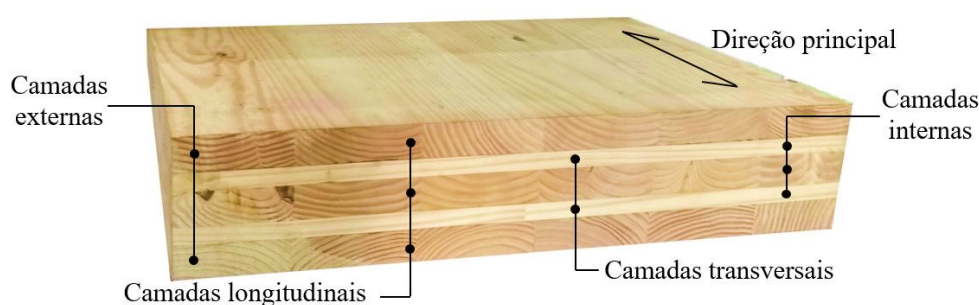
Esta etapa da pesquisa envolveu uma análise experimental para avaliação dos módulo de elasticidade e das resistências à flexão simples, à compressão paralela e à compressão normal às fibras de amostras da madeira de *Pinus taeda* utilizadas em placas de CLT dos ensaios PFP-A. Verificou-se a distribuição probabilística dos resultados, coeficientes de correlação, bem como a classificação das lamelas conforme as propriedades mecânicas expressas nas normas NBR 7190 (ABNT, 1997) e BS EN 338 (CEN, 2016). Também foram avaliados os coeficientes de Poisson de uma parcela das amostras ensaiadas.

4.2.1 Amostras

As amostras foram extraídas de camadas de placas de CLT com espessuras de (40L - 20T - 40L - 20T - 40L) *mm*, sendo que L indica as camadas com fibras no sentido principal e T as camadas com fibras no sentido transversal. Tais placas foram previamente ensaiadas à flexão estática à quatro pontos unidirecional e submetidas a carregamentos que as levaram a ruptura.

As amostras para avaliação à flexão estática e compressão paralela às fibras foram retiradas de camadas externas aleatoriamente das placas de CLT. Enquanto as amostras de compressão normal às fibras foram extraídas de camadas internas (Figura 50). Esta metodologia está relacionada com as tensões normais de flexão, onde as camadas principais sofrem tensões normais devido à flexão na direção paralela às fibras, enquanto as camadas transversais estarão sujeitas a tensões normais devido à flexão na direção perpendicular às fibras.

Figura 50 – Seção de CLT da qual foram retiradas os corpos de prova para análise experimental.



Fonte: AUTOR, 2020.

Utilizou-se 16 amostras para cada tipo de ensaios, atendendo ao requisito estabelecido pela NBR 7190 (ABNT, 1997), que exige um valor mínimo de 12 amostras.

4.2.2 Peso Específico

A massa de cada amostra (M) em quilogramas (kg) foi obtida utilizando-se balança digital da marca Marte®, modelo AS 5600, com capacidade de 5000 g e precisão de 0,1 g. O volume das amostras (V) foi determinado pela média das dimensões geométricas em, no mínimo, dois pontos para dimensões menores de 100 mm, e seis pontos para as demais dimensões. As dimensões foram aferidas com paquímetro com precisão de 0,02 mm. O peso específico aparente foi determinado pelo produto entre a massa e o volume em umidade aproximadamente a 12% ($\rho_{ap} = M_U/V_U$).

4.2.3 Umidade

A umidade das amostras foi obtida por aparelho leitor de umidade por contato da marca Merlin®, modelo PM1-E, com precisão de 0,1% de umidade. O aparelho foi configurado para a constante dielétrica de madeira de pinus e utilizou-se o peso específico aparente de cada amostra para realizar a leitura das umidades à profundidade equivalente ao centro da seção transversal.

Para determinar os valores característicos de resistência e módulo de elasticidade, utilizou-se os valores estimados com umidade à 12%. A correção dos valores de resistência de cada amostra com umidade aferida para umidade de 12% foi realizada aplicando-se a Equação (4.14).

$$f_{12} = f_{U\%} \left[1 + \frac{\alpha_f (U\% - 12)}{100} \right] \quad (4.14)$$

sendo $f_{U\%}$ a resistência aferida no ensaio;
 $U\%$ a umidade da amostra durante o ensaio;
 α_f o fator de forma, $\alpha_f = 3$, conforme NBR 7190 (ABNT, 1997).

Similarmente, os valores de módulo de elasticidade foram corrigidos para umidade de 12% empregando-se a Equação (4.15).

$$E_{12} = E_{U\%} \left[1 + \frac{\alpha_E (U\% - 12)}{100} \right] \quad (4.15)$$

sendo $E_{U\%}$ o módulo de elasticidade aferido no ensaio;
 $U\%$ a umidade da amostra durante o ensaio;
 α_E o fator de forma, $\alpha_E = 2$, conforme NBR 7190 (ABNT, 1997).

4.2.4 Valor Característico

O valor característico X_k de uma propriedade, determinado pela possibilidade de 5% dos valores ensaiados serem menores que o mesmo, pode ser estimado para propriedades de densidade (peso específico), rigidez ou resistência na madeira. Caracterizou-se as madeiras das camadas externas e internas conforme as normas NBR 7190 (ABNT, 1997) e BS EN 14358 (CEN, 2016b), a fim de classificá-las pelos parâmetros de cada norma.

A NBR 7190 (ABNT, 1997) sugere que o valor característico seja igual ou maior aos valores: (a) Equação (4.16); (b) $0,7 \bar{X}$; e (c) X_l .

$$X_k = \left(2 \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_{\frac{n}{2}-1}}{\frac{n}{2} - 1} - X_{\frac{n}{2}} \right) 1,1 \quad (4.16)$$

sendo X_i o i -ésimo resultado de resistência ou módulo de elasticidade classificado do menor para o maior;

\bar{X} a média aritmética dos dados;

n o número de amostras (devendo ser ímpar).

Como houve 16 resultados de resistência e rigidez de cada grupo de ensaios, os valores máximos foram descartados para a caracterização segundo a norma brasileira.

Para efeito de comparação, as amostras também foram caracterizadas consoante à norma europeia BS EN 14358 (CEN, 2016b), que propõe a (4.17) para estimar o valor característico das propriedades físicas e mecânicas da madeira.

$$m_k = \bar{X} - k_s(n)s_X \quad (4.17)$$

sendo m_k o valor característico a ser estimado de resistência ou peso específico;

\bar{X} a média aritmética dos dados;

$k_s(n)$ o fator estatístico para estimar o quantil inferior (5%);

s_X o desvio padrão dado pela Equação (4.18).

$$s_y = \max \left\{ \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}, 0,05\bar{X} \right\} \quad (4.18)$$

Para distribuições de resistência e peso específico, o fator $k_s(n)$ pode ser simplifcadamente obtido pela Equação (4.19), e para rigidez, o mesmo pode ser estabelecido pela Equação (4.20).

$$k_s(n) = \frac{2,7n+16}{1,6n+7} \quad (4.19)$$

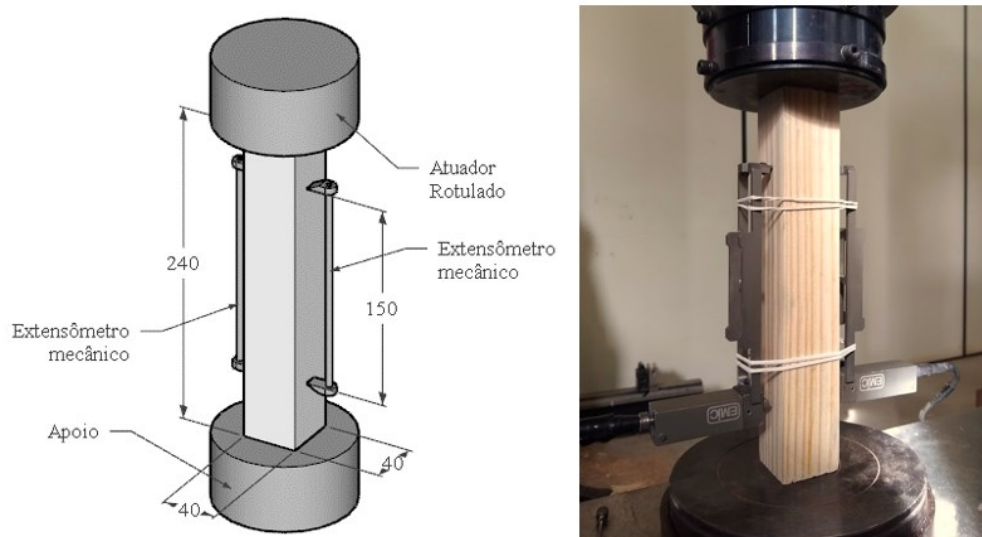
$$k_s(n) = \frac{0,25n+12}{5n+18} \quad (4.20)$$

4.2.5 Compressão Paralela às fibras (CCP-A)

Os ensaios de compressão paralela às fibras foram realizados conforme a BS EN 408 (CEN, 2010). As dimensões nominais das amostras submetidas à compressão paralela às fibras

são de $b = 40 \text{ mm}$, $h = 40 \text{ mm}$, $l = 240 \text{ mm}$. Os extensômetros mecânicos tinham o comprimento de $l_0 = 150 \text{ mm}$, de acordo com a Figura 51.

Figura 51 – Dimensões e esquema do ensaio compressão paralela às fibras, medidas em milímetros. Imagem ilustrativa do ensaio de compressão paralela.



Fonte: AUTOR, 2020.

Neste ensaio, o carregamento foi aplicado com taxa de $0,12 \text{ mm/s}$, sem a utilização de escorva⁶, até atingir a ruptura do corpo de prova. Na compressão paralela às fibras, a ruptura é caracterizada pelo máximo valor de carregamento. As fissuras só começavam a aparecer com o incremento de deformação. Os extensômetros utilizados tinham o comprimento de 150 mm , e foram posicionados em laterais paralelas, sendo removidos com carregamento de 70% do carregamento máximo estimado, a fim de se garantir a integridade do equipamento.

A resistência à compressão paralela às fibras foi determinada pela Equação (4.21).

$$f_{c0} = \frac{P_{\text{máx}}}{bh} \quad (4.21)$$

Onde $P_{\text{máx}}$ máxima carga aplicada no corpo de prova;
 b, h dimensões da seção ortogonal à direção do carregamento.

⁶Termo utilizado em ambiente laboratorial para denotar a aplicação de um carregamento prévio para acomodação do sistema, em seguida, o carregamento é aliviado mantendo-se com um valor mínimo não nulo, para finalmente prosseguir com o carregamento até atingir o valor requerido para conclusão do ensaio.

O módulo de elasticidade à compressão paralela às fibras foi obtido empregando-se a Equação (4.22).

$$E_{c0} = \frac{(P_{40\%} - P_{10\%})l_0}{(\delta_{40\%} - \delta_{10\%})bh} \quad (4.22)$$

sendo $P_{40\%}$ a força correspondente à 40% da força máxima;
 $P_{10\%}$ a força correspondente à 10% da força máxima;
 l_0 o comprimento do extensômetro utilizado;
 $\delta_{40\%}$ o deslocamento no extensômetro correspondente à força $P_{40\%}$;
 $\delta_{10\%}$ o deslocamento no extensômetro correspondente à força $P_{10\%}$;
 b, h as dimensões da seção ortogonal à direção do carregamento.

O coeficiente de Poisson, que correlaciona as deformações específicas em uma direção perpendicular à direção do carregamento com esta direção, foi determinado pela Equação (4.23). As deformações específicas foram aferidas em cinco amostras instrumentadas com extensômetros de resistência elétrica da marca Kyowa®, modelo KFGS-5-120-C1-5, com $119,8 \Omega \pm 0,2\%$ e 5 mm de comprimento, posicionado no centro das faces avaliadas.

$$\nu_{12} = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad (4.23)$$

sendo ε_1 a deformação específica na direção do carregamento;
 ε_2 a deformação específica passiva na direção ortogonal ao carregamento.

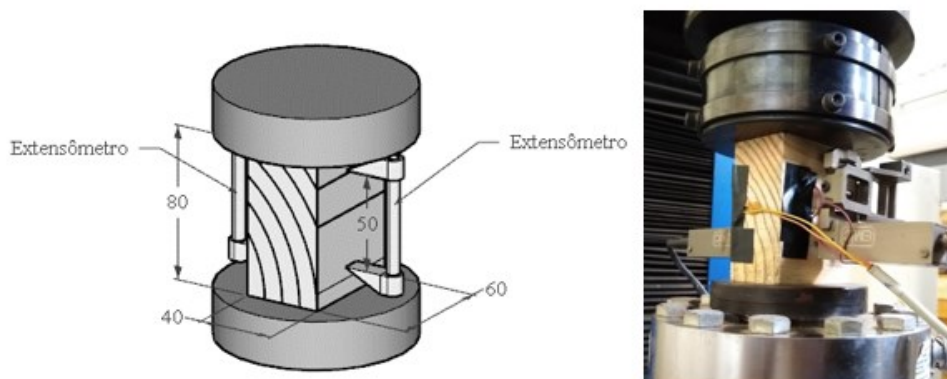
4.2.6 Compressão Normal às fibras (CCN-A)

Os ensaios de compressão normal às fibras foram realizados segundo a norma BS EN 408 (CEN, 2010). As dimensões nominais das amostras utilizadas foram de $b = 40 \text{ mm}$, $h = 80 \text{ mm}$ e $l = 60 \text{ mm}$, sendo l a dimensão medida no sentido das fibras e h a dimensão medida no sentido do carregamento (Figura 52).

O carregamento foi aplicado com taxa de incremento constante, observando-se o tempo estimado de duração de $(300 \pm 120) \text{ s}$, em função do carregamento máximo estimado. Neste ensaio, o carregamento foi aplicado diretamente até a ruptura do corpo de prova (sem escorva), caracterizada pelo máximo valor de carregamento obtido pelo aquisitor. Foram empregados dois extensômetros mecânicos de 50 mm de comprimento, posicionados na face da

paralela às fibras (Figura 52), sendo os mesmos removidos com carregamento de 70% do carregamento máximo estimado, com o intuito de garantir a integridade dos equipamentos.

Figura 52 – Dimensões e esquema do ensaio compressão normal às fibras, medidas em milímetros.



Fonte: AUTOR, 2020.

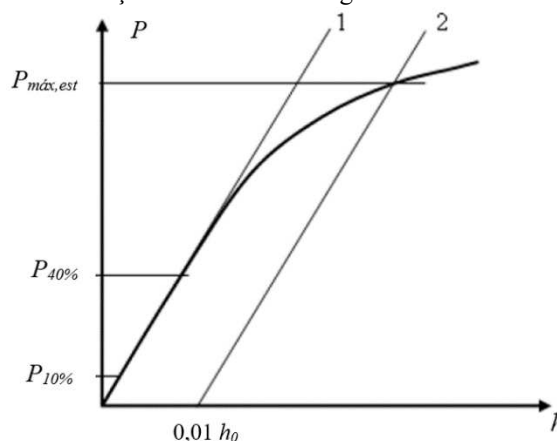
A resistência à compressão normal às fibras foi determinada pela (4.24).

$$f_{c90} = \frac{P_{máx,est}}{bl} \quad (4.24)$$

Onde $P_{máx,est}$ força máxima estimada, que deve ser determinada pelo ponto de convergência da curva carregamento \times deformação com uma reta formada pela interseção entre os pontos $P_{40\%}$ e $P_{10\%}$ deslocada a 10% de h_0 (Figura 53);

b, l dimensões da seção ortogonal à direção do carregamento.

Figura 53 – Diagrama para determinação do máximo carregamento estimado à compressão normal às fibras.



Fonte: CEN, 2010, p. 28.

O módulo de elasticidade à compressão normal às fibras foi obtido a partir da Equação (4.25).

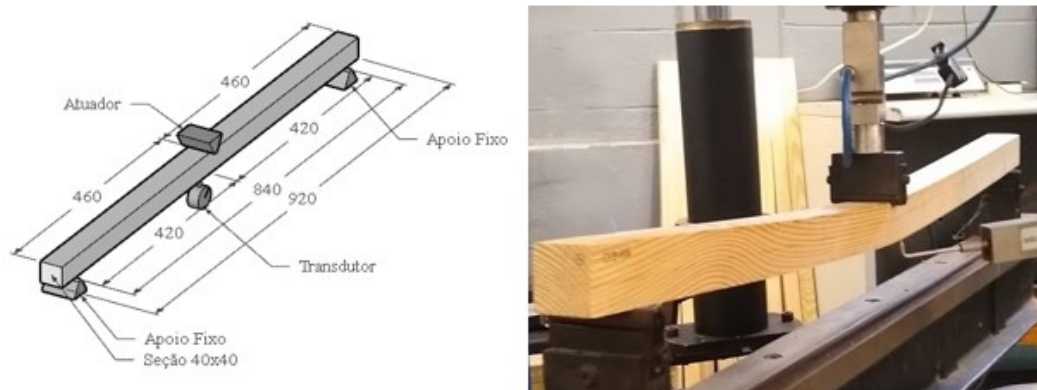
$$E_{c0} = \frac{(P_{40\%} - P_{10\%})l_0}{(\delta_{40\%} - \delta_{10\%})bh} \quad (4.25)$$

sendo $P_{40\%}$ a força correspondente à 40% da força máxima estimada;
 $P_{10\%}$ a força correspondente à 10% da força máxima estimada;
 l_0 o comprimento extensômetro utilizado;
 $\delta_{40\%}$ o deslocamento no extensômetro correspondentes à força $P_{40\%}$;
 $\delta_{10\%}$ o deslocamento no extensômetro correspondentes à força $P_{10\%}$;
 b, h as dimensões da seção ortogonal à direção do carregamento.

4.2.7 Flexão Simples (CFS-A)

Os ensaios de resistência e rigidez à flexão foram executados utilizando-se uma prensa universal da marca EMIC®, modelo DL30000. As dimensões nominais das peças submetidas à flexão são $b = 40 \text{ mm}$, $h = 40 \text{ mm}$, $l = 920 \text{ mm}$. Os apoios fixos foram posicionados a 40 mm das faces, produzindo um vão livre $l_0 = 840 \text{ mm}$. O atuador foi posicionado no centro do vão (Figura 54).

Figura 54 – Dimensões do corpo de prova e esquema do ensaio à flexão simples, medidas em milímetros. Imagem ilustrativa do ensaio de flexão.



Fonte: AUTOR, 2020.

O carregamento foi conduzido com taxa de 10 *MPa/min*. Foram utilizadas o procedimento de escorva duas vezes, em conformidade com a NBR 7190 (ABNT, 1997), sendo o carregamento aplicado monoliticamente até 50% da carga máxima estimada, seguido de um intervalo de tempo de 30 s, decréscimo de carregamento com taxa de 10 *MPa/min* até 10% da carga máxima estimada e novamente um intervalo de 30 s. Após as escorvas, aplicou-se o carregamento monolítico com taxa de 10 *MPa/min* até a ruptura do corpo de prova. A ruptura na flexão, por ser frágil na tração, foi determinada pela fissura e pela queda brusca de carregamento durante sua aplicação. O transdutor vertical foi retirado quando o deslocamento atingia, aproximadamente, 10 mm, a fim de preservar o equipamento.

O ensaio de flexão à três pontos é justificado pelo comprimento das amostras, na qual a relação $l/h = 21$, produzindo deslocamentos no centro do vão devido ao esforço cortante de 3% a 5% do deslocamento total (para uma relação entre o módulo de elasticidade longitudinal e transversal de $12 \leq E/G \leq 20$), o que pode ser considerado desprezível.

O módulo de resistência à flexão de cada peça ensaiada foi determinado pela Equação (4.26).

$$f_M = \frac{3P_{m\acute{a}x}l_0}{2bh^2} \quad (4.26)$$

sendo $P_{m\acute{a}x}$ a máxima carga aplicada no meio do vão;
 l a distância entre apoios;
 b a largura da viga;
 h a altura da viga.

O módulo de elasticidade à flexão foi obtido via Equação (4.27).

$$E_M = \frac{(P_{50\%} - P_{10\%})l_0^3}{(w_{50\%} - w_{10\%})4bh^3} \quad (4.27)$$

sendo $P_{50\%}$ a força correspondente à 50% da força máxima aplicada;
 $P_{10\%}$ a força correspondente à 10% da força máxima aplicada;
 $w_{40\%}$ a flecha correspondentes à força $P_{40\%}$;
 $w_{10\%}$ a flecha correspondentes à força $P_{10\%}$;
 b a largura da viga;
 h a altura da viga.

4.3 Inferência Estatística

Para os resultados experimentais, a estimativa dos valores que representem o quantil inferior dos resultados, no caso 5%, passa pela determinação de uma curva de probabilidade que represente a distribuição dos dados coletados. Assim sendo, realizou-se um processo de verificação de curvas que melhor se ajustassem aos dados. Cada grupo de resultados foram verificados com auxílio do software Minitab® para as seguintes distribuições: Normal, Transformação de Box-Cox, Lognormal, Lognormal de 3 parâmetros, Exponencial, Exponencial de 2 parâmetros, Weibull, Weibull de 3 parâmetros, Menor Valor Extremo (*Smallest Extreme Value*), Maior Valor Extremo (*Largest Extreme Value*), Gamma, Gamma de 3 parâmetros, Logístico, Log-logístico, Log-logístico de 3 parâmetros e Transformação de Johnson. Cada curva de distribuição tem sua própria função com seus parâmetros que podem ser de localização, forma, escala e/ou limite.

O critério para determinação da curva de que melhor representa cada um dos grupos de resultados avaliados foi o valor P estimado pelo método Anderson-Darling (ANDERSON; DARLING 1952).

As distribuições que melhor se ajustaram aos resultados desta pesquisa foram a Normal, Transformação de Box-Cox e Transformação de Johnson. Convenientemente, as últimas distribuições são transformações dos dados para que possam ser representados por uma distribuição Gaussiana.

Os coeficientes de correlação⁷ entre peso específico, resistência e rigidez foram determinados a partir dos resultados dos ensaios complementares. Para calcular o coeficiente de correlação entre duas variáveis, pode-se aplicar a Equação (4.28).

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (4.28)$$

sendo x_i e y_i os elementos de duas variáveis distintas;

\bar{x} e \bar{y} os valores médios das variáveis;

n o número de elementos das variáveis.

⁷ O coeficiente de correlação é o valor que mensura o grau de correlação entre duas variáveis de escala métrica, além de indicar a direção, que pode ser positiva ou negativa. Sua representação se dá pela letra grega ρ , e seu valor varia entre -1 e 1. Geometricamente, o coeficiente de correlação pode ser interpretado como o cosseno do ângulo de inclinação de uma reta que represente a correlação entre duas variáveis (PEARSON, 1895).

Para se analisar os resultados dos ensaios principais, quando necessário comparar três ou mais grupos de dados foram empregados algumas vertentes do teste ANOVA programado em linguagem Matlab[®]. Para grupos com variável única, empregou-se o ONE-WAY ANOVA, conforme observado no APÊNDICE B1. Para análise de grupos de amostras com duas variáveis, o teste TWO-WAY ANOVA foi escolhido, podendo ser grupos pareados (APÊNDICE B2) ou grupos de dados não pareados (APÊNDICE B3).

4.4 Análise Numérica

A análise numérica foi realizada utilizando o Método dos Elementos Finitos com auxílio do módulo RF-LAMINATE (DLUBAL SOFTWARE GMBH, 2016) do software comercial RFEM 5 (DLUBAL SOFTWARE GMBH, 2013).

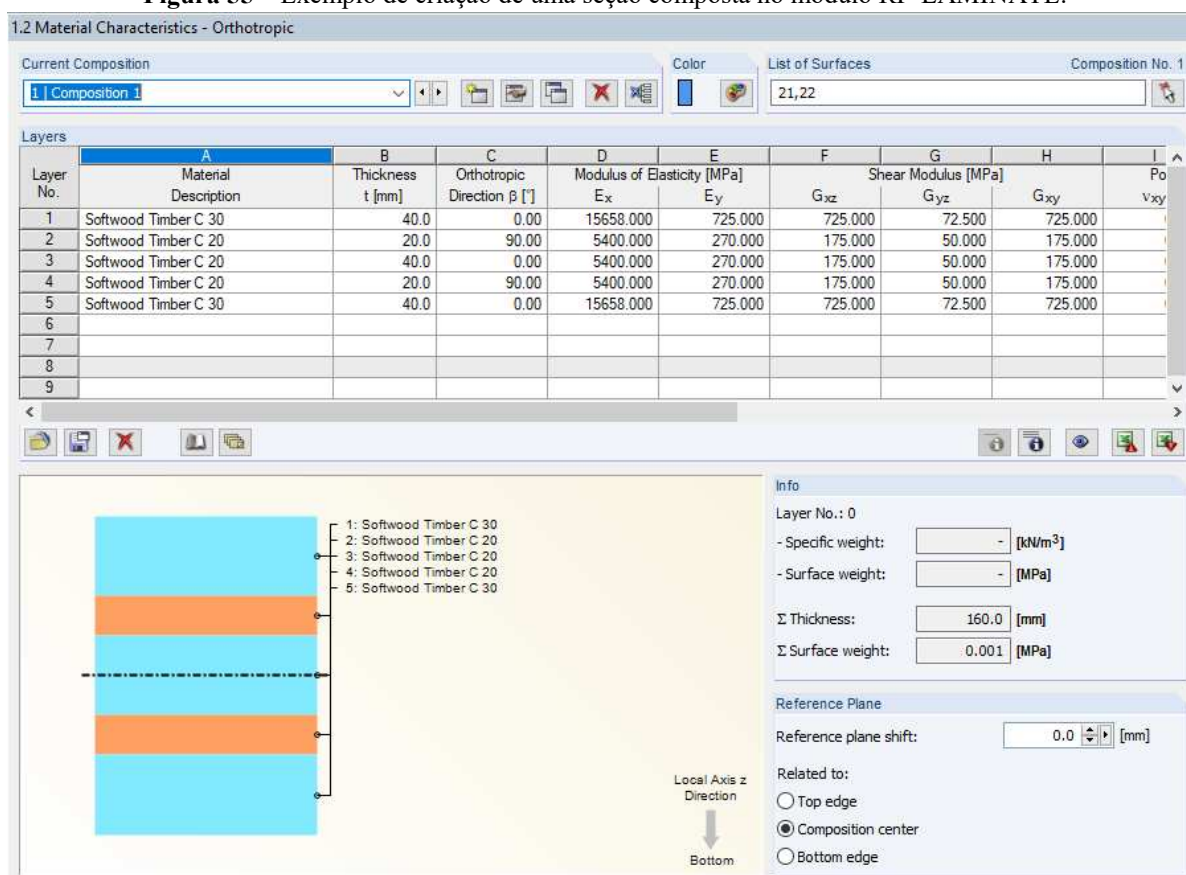
Inicialmente, a geometria do sistema estrutural é solicitada pelo programa RFEM. Esta pode ser definida em função do tipo de estrutura a ser analisada. No caso de placas de CLT, foram inseridos pontos nas coordenadas cartesianas do programa que representavam as extremidades de linhas para impor os contornos geométricos e ou do sistema estrutural (*e.g.*, essenciais, subsidiários, naturais, diferenciais). Para simular os ensaios experimentais principais (item 4.1), as dimensões das placas foram limitadas por pontos, que foram conectados por linhas, seguidamente, preenchidos com elementos de placa. Não foram impostas condições de contorno subsidiárias de simetria no modelo.

O RF-LAMINATE destina-se a determinação de seções transversais a fim de serem aplicadas a elementos de placa. Tais seções são construídas com camadas de materiais sobrepostas, podendo ser materiais ortotrópicos. Por este motivo, tal módulo é destinado a modelos de compósitos, pela possibilidade de se utilizar as propriedades mecânicas de materiais ortotrópicos com a rotação de suas respectivas camadas (Figura 55).

No software, após a elaboração de cada camada a qual foi atribuída o material e direção principal⁸, o programa cria uma matriz de rigidez para compatibilização dos deslocamentos com os esforços atuantes para cada elemento finito discretizado no modelo. Além disso, foi necessário notificar a rigidez dos materiais envolvidos na seção composta, bem como informar a resistência para verificação da capacidade de resistência ao longo do composto analisado, quando este é submetido às combinações de esforços externos.

⁸ Termo utilizado para designar a direção do eixo cartesiano que coincide com a direção das fibras da madeira.

Figura 55 – Exemplo de criação de uma seção composta no módulo RF-LAMINATE.



Fonte: AUTOR, 2020.

No programa, a análise numérica de estruturas de placa é realizada empregando-se elementos finitos do tipo *Shell*. Tais elementos são baseados na teoria de Mindlin-Reissner. Para garantir um acoplamento direto com elementos de membrana, é escolhida uma abordagem quadrada no plano de casca (u_x , u_y). Ao eliminar os nós intermediários, um elemento de quatro nós é criado com um grau adicional de liberdade ϕ_z . Isso permite que os elementos de placa sejam acoplados diretamente aos elementos de viga. Com base em uma interpolação mista de deformações, rotações e distorções, também são aplicados os elementos conhecidos por MITC4 (Interpolação Mista de Componentes Tensoriais), conforme apresentado na Figura 56.

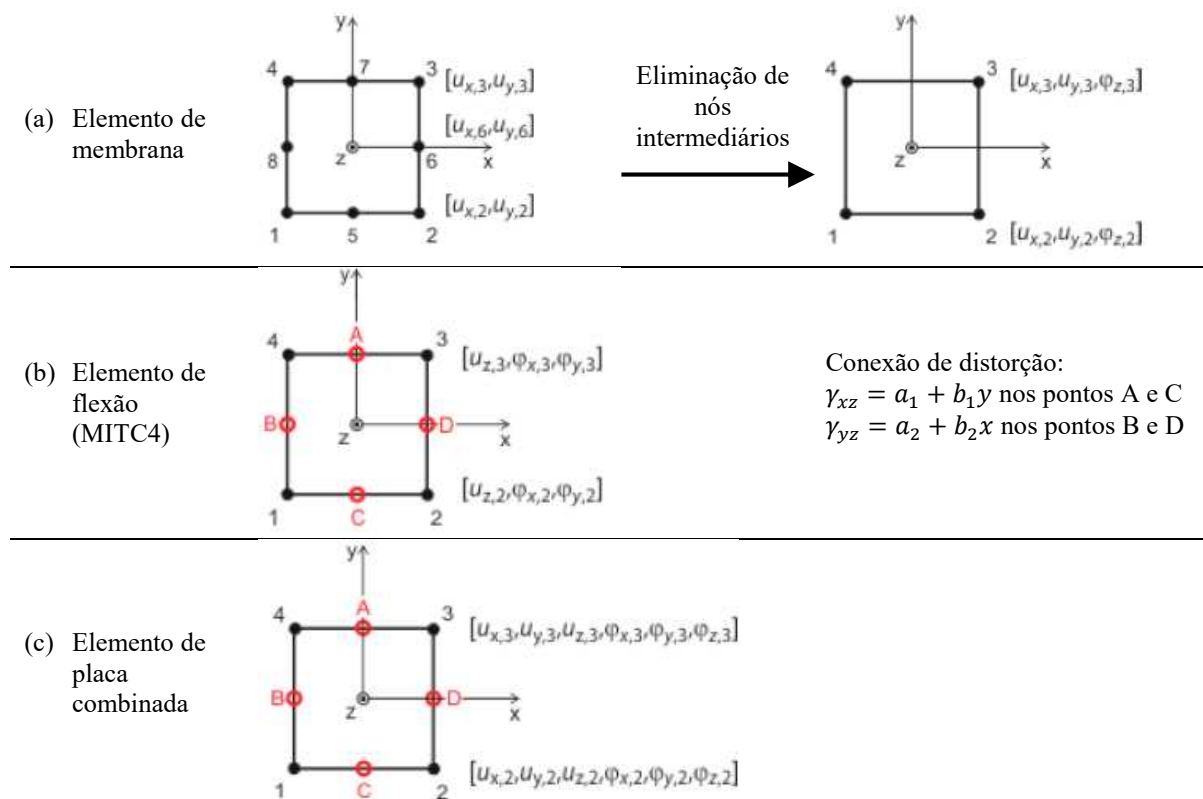
4.4.1 Malha

A verificação do tamanho e quantidade de elementos finitos que deveriam ser empregados para a análise numérica foi realizada com o *Grid Convergence Index* (GCI), seguindo o roteiro de cálculo apresentado no item 3.5.1. Analisou-se a discretização da malha com as dimensões máximas⁹ de 4 cm, 2 cm e 1 cm de cada elemento finito utilizando como

⁹ Lados do elemento quadrático.

referência os deslocamentos no centro do vão bem como as tensões de compressão, tração, cisalhamento máximas, além da frequência natural até o quarto modo de vibração.

Figura 56 – Elementos quadrangulares do RFEM.



Fonte: DLUBAL SOFTWARE GMBH, 2013, p. 257.

Como a diferença não foi significativa para os resultados de deslocamento e tensões, optou-se pelo uso do comprimento máximo de 2 cm dos elementos. Configurou-se ainda, a quantidade máxima de nós igual a 10 milhões de elementos. Aplicou-se somente elementos quadrangulares em razão de convergência com a geometria retangular das placas. Não se optou pelo uso de refinamentos de malha adaptativos por observar previamente que tal configuração não alterou os resultados de deslocamento e tensões desta análise.

4.4.2 Simulação Numérica dos Ensaios Experimentais Principais

Para a simulação do comportamento do CLT em condições de contorno e geometria semelhantes às encontradas nos ensaios principais, criou-se 12 modelos, combinando-se a geometria do ensaio (*i.e.*, PFP-A, B e C), norma de classificação dos materiais (*i.e.*, NBR 7190:1997 e BS EN 338:2016) além da teoria placas (*i.e.*, Kirchhoff e Mindlin). Cabe informar que o programa RFEM traz uma biblioteca de materiais classificados conforme diversas normas internacionais, inclusive as utilizadas neste estudo. Desta biblioteca, foram selecionados os

materiais que estão apresentados na Tabela 9, que contém o valor das propriedades física e mecânicas que foram estabelecidas para a simulação numérica dos ensaios experimentais além da estimativa do comportamento dinâmico de placas de CLT. Para as duas camadas externas, atribuiu-se as classes com maior resistência (C30 para NBR e C50 para EN) e para as três camadas internas, as classes com menores resistências (C20 para NBR e C18 para EN).

Tabela 9 – Propriedade das classes de resistência normativas utilizadas nas simulações numéricas.

| Propriedades | NBR 7190:1997 | | BS EN 338:2016 | |
|-----------------------------|---------------|-----------|----------------|-----------|
| | C20 | C30 | C18 | C50 |
| E_x (MPa) | 3.500,00 | 14.500,00 | 8.999,99 | 16.000,00 |
| E_y (MPa) | 175,00 | 725,00 | 300,00 | 530,00 |
| G_{xy} (MPa) | 175,00 | 725,00 | 560,00 | 1.000,00 |
| G_{yz} (MPa) | 17,50 | 72,50 | 56,00 | 100,00 |
| ρ (kN/m ³) | 5,00 | 6,00 | 3,80 | 5,20 |
| $f_{b,0,k}$ (MPa) | 25,97 | 38,96 | 18,00 | 50,00 |
| $f_{b,90,k}$ (MPa) | 25,97 | 38,96 | 18,00 | 50,00 |
| $f_{t,0,k}$ (MPa) | 25,97 | 38,96 | 11,00 | 33,50 |
| $f_{t,90,k}$ (MPa) | 1,30 | 1,95 | 0,40 | 0,40 |
| $f_{c,0,k}$ (MPa) | 20,00 | 30,00 | 18,00 | 30,00 |
| $f_{c,90,k}$ (MPa) | 5,00 | 7,50 | 2,20 | 3,00 |
| $f_{v,k}$ (MPa) | 4,00 | 6,00 | 3,40 | 4,00 |
| $f_{R,k}$ (MPa) | 1,00 | 1,00 | 0,80 | 0,80 |

Fonte: AUTOR, 2020.

A Figura 57 exibe a geometria, condições de contorno e refinamento da malha utilizada para as simulações dos ensaios PFP-A. Foi utilizado um elemento de placa único que foi subdividido por meio linhas.

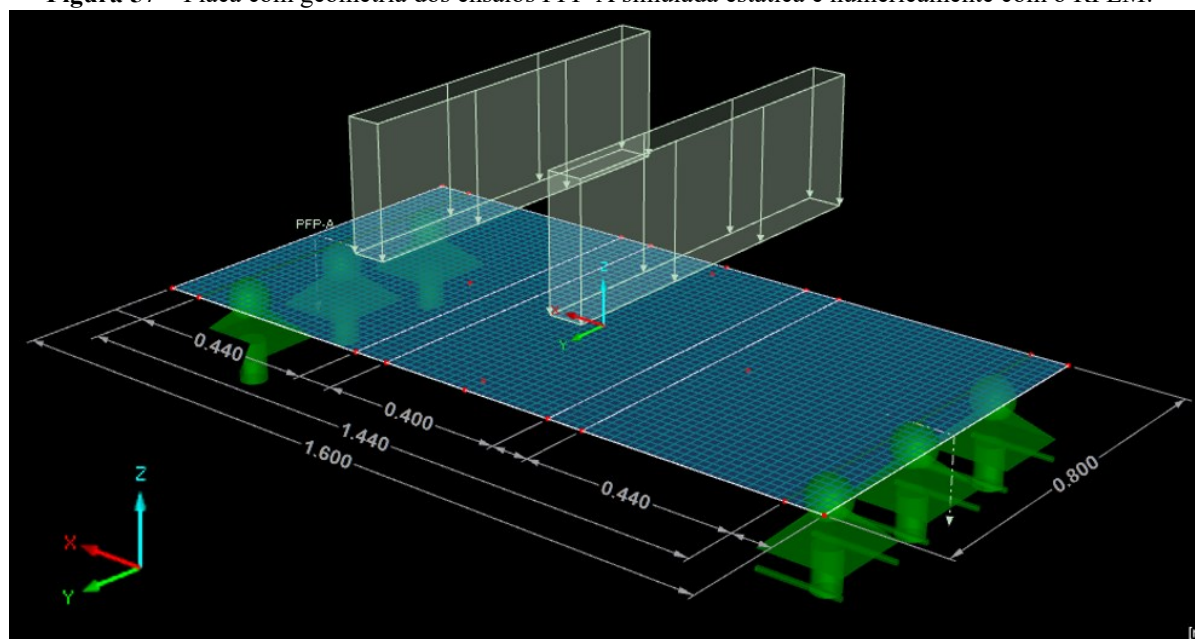
A Figura 58 apresenta a geometria, condições de contorno e a malha de elementos finitos utilizados nas simulações dos ensaios PFP-B.

A Figura 59 mostra o modelo estabelecido para simular a geometria e condições de contorno dos ensaios PFP-B. Nesta, exemplifica-se também a discretização dos elementos finitos utilizados no modelo.

Para as condições de contorno, a fim de simular um dos apoios das placas (fixo) criou-se uma linha de suporte com restrições de deslocamentos longitudinais na direção dos três eixos cartesianos e livre para o giro em tais direções (lado esquerdo da Figura 57). No outro lado, o apoio (livre) foi similar ao anteriormente descrito diferenciando-se pela liberdade de deslocamentos longitudinais na direção do eixo x (horizontal). Os carregamentos foram

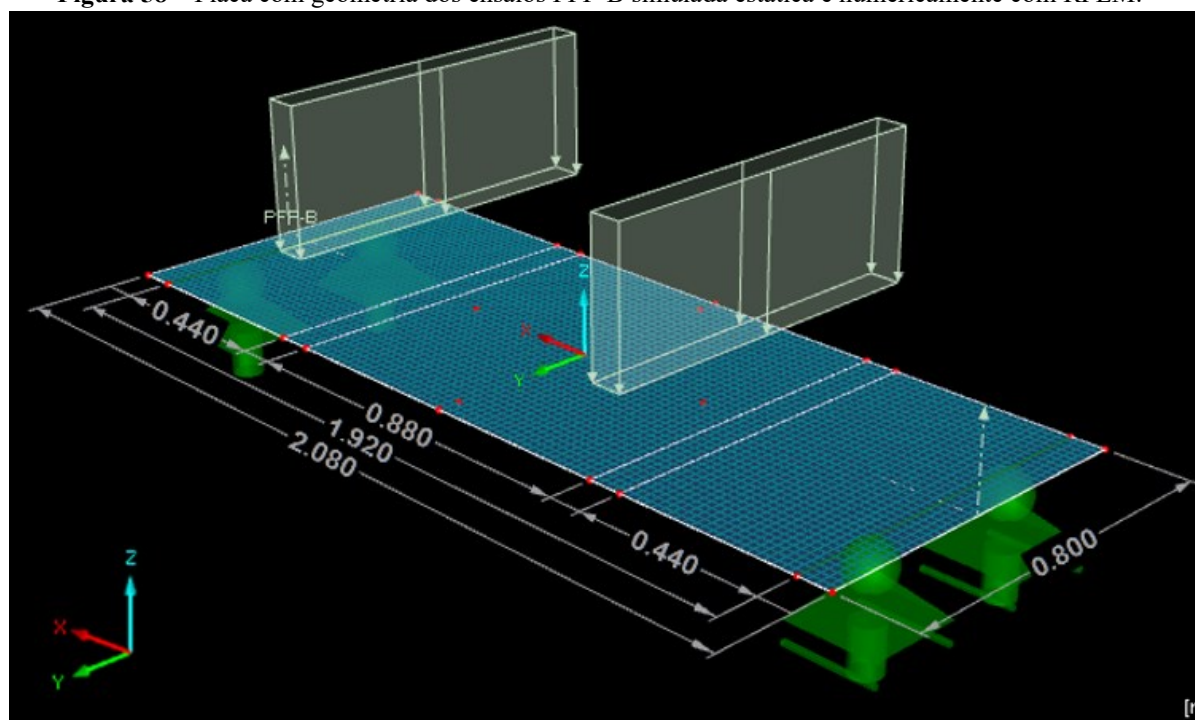
aplicados em duas áreas de $8\text{ cm} \times 80\text{ cm}$, simulando as dimensões da placa de distribuição dos carregamentos sobre as amostras durante os ensaios experimentais.

Figura 57 – Placa com geometria dos ensaios PFP-A simulada estática e numericamente com o RFEM.



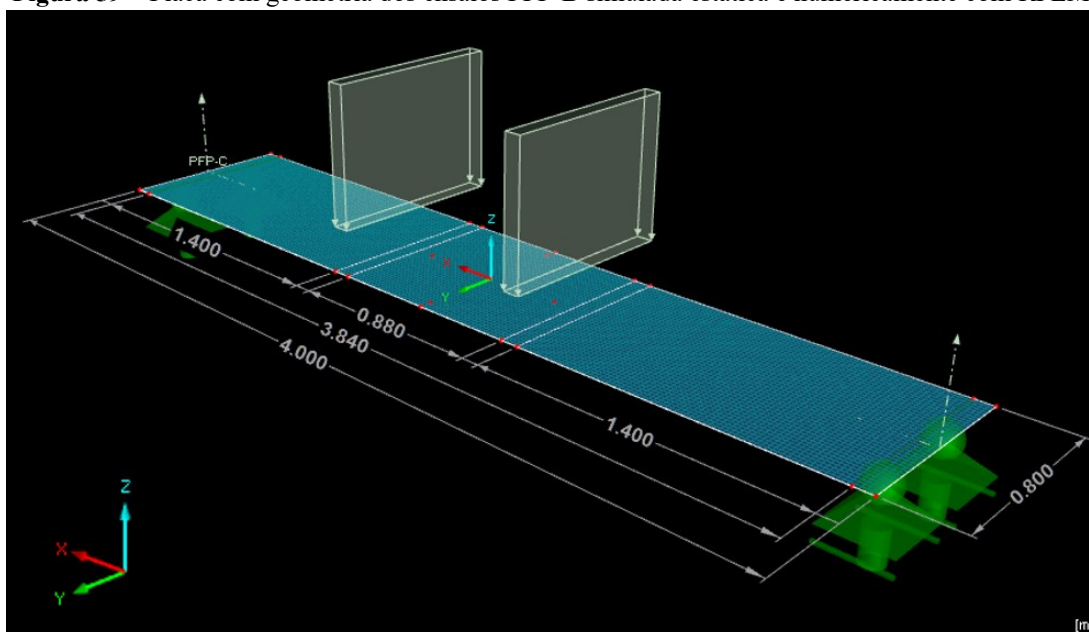
Fonte: AUTOR, 2020.

Figura 58 – Placa com geometria dos ensaios PFP-B simulada estática e numericamente com RFEM.



Fonte: AUTOR, 2020.

Figura 59 – Placa com geometria dos ensaios PFP-B simulada estática e numericamente com RFEM.



Fonte: AUTOR, 2020.

Dez casos de carregamento foram criados, a fim de reproduzir décimos do carregamento total (valor acima do carregamento máximo por tipo de ensaio) atuando sobre a placa de CLT. Assim, foi possível determinar Fatores de Utilização¹⁰ (FU) em função das tensões máximas de tração e cisalhamento.

¹⁰ Razão entre a tensão de solicitante e a resistência ($FU = \sigma_S/f_R$).

Capítulo 5

RESULTADOS

5.1 Ensaios Experimentais Complementares

Os resultados dos ensaios complementares puderam embasar as análises das simulações numérica e analítica dos resultados dos ensaios experimentais principais, permitindo estimar propriedades mecânicas e física, como resistência, rigidez e peso específico, dos materiais utilizados na composição das placas de CLT ensaiadas estruturalmente.

5.1.1 Flexão Simples (CFS-A)

A Tabela 10 apresenta os valores de peso específico aparente, umidade, carregamento máximo, módulos de resistência e de elasticidade à flexão à 12% de umidade para cada uma das amostras, bem como um resumo dos resultados e verificação da distribuição probabilística dos mesmos pelo método Anderson-Darling (ANDERSON; DARLING, 1952).

O peso específico aparente teve um coeficiente de variação condizente com resultados encontrados na literatura (Tabela 4), assim como seus valores médios.

Levando em consideração que as lamelas utilizadas para o CLT são secas a uma umidade de $12\pm 2\%$, pode-se considerar que os valores observados estão dentro da expectativa.

Pelo procedimento de caracterização proposto pela EN 14358 (CEN, 2016b), o valor característico de módulo de resistência à flexão pode ser estimado em $f_{M,k} = 54,95 \text{ MPa}$ [Equação (4.17)]. Pelo mesmo procedimento, o valor característico de módulo de elasticidade para tais amostras é de $E_{M,k} = 13.608,31 \text{ MPa}$. Enquanto que, pela Equação (4.16) da NBR 7190 (ABNT, 1997), o módulo de resistência característica é de $f_{M,k} = 65,64 \text{ MPa}$ e o módulo de elasticidade característico é de $E_{M,k} = 10.489,42 \text{ MPa}$.

Para os dados de peso específico, módulo de resistência e elasticidade foi realizado teste de normalidade pelo método de Anderson-Darling, pelo qual foi determinado o *P-Value* para um nível de significância de $\alpha = 0,05$. Tais resultados podem ser observados na parte inferior da Tabela 10. Observando que os dados dos testes de normalidade (AD) resultaram

todos acima de $\alpha = 0,05$, não é possível rejeitar a hipótese nula, indicando que os podem ser representados por uma distribuição normal.

Tabela 10 – Resultados dos ensaios de flexão simples.

| Descrição | ρ_{ap} (kgf/m ³) | U (%) | $P_{m\acute{a}x}$ (kN) | $f_{M,12\%}$ (MPa) | $E_{M,12\%}$ (MPa) |
|-----------|--------------------------------------|----------|---------------------------|-----------------------|-----------------------|
| CFS-A01 | 683,79 | 11,93 | 2,28 | 91,42 | 16.245,69 |
| CFS-A02 | 616,85 | 12,59 | 2,15 | 87,93 | 19.354,79 |
| CFS-A03 | 603,68 | 12,28 | 1,79 | 71,25 | 14.504,31 |
| CFS-A04 | 653,86 | 13,75 | 2,38 | 98,52 | 17.117,00 |
| CFS-A05 | 652,58 | 14,05 | 2,48 | 104,71 | 17.537,78 |
| CFS-A06 | 544,14 | 13,85 | 1,75 | 72,94 | 10.815,71 |
| CFS-A07 | 602,27 | 11,88 | 1,69 | 66,07 | 12.302,48 |
| CFS-A08 | 543,71 | 12,03 | 1,93 | 77,73 | 13.010,95 |
| CFS-A09 | 559,33 | 12,20 | 1,68 | 66,97 | 13.712,62 |
| CFS-A10 | 590,50 | 11,08 | 1,58 | 61,54 | 12.253,75 |
| CFS-A11 | 581,38 | 11,63 | 2,13 | 83,66 | 15.106,62 |
| CFS-A12 | 574,78 | 12,88 | 1,80 | 74,52 | 14.283,91 |
| CFS-A13 | 545,57 | 11,68 | 1,72 | 68,22 | 10.551,98 |
| CFS-A14 | 519,71 | 13,05 | 1,56 | 63,77 | 10.409,47 |
| CFS-A15 | 608,60 | 11,73 | 1,94 | 74,81 | 13.578,94 |
| CFS-A16 | 583,54 | 14,25 | 2,08 | 87,73 | 13.681,10 |
| Média | 591,52 | 12,55 | 1,93 | 78,24 | 14.029,19 |
| COV (%) | 7,64 | 7,81 | 14,75 | 16,39 | 18,38 |
| AD* | 0,26 | 0,55 | 0,40 | 0,39 | 0,24 |
| P-Value | 0,68 | 0,14 | 0,32 | 0,35 | 0,74 |

*Coeficiente de Anderson-Darling.

COV = coeficiente de variação.

Fonte: AUTOR, 2020.

O grau de dependência linear entre as variáveis foi estimado pelo coeficiente de correlação entre elas (ASUERO; SAYAGO; GONZÁLEZ, 2006). Sendo o coeficiente de correlação entre peso específico e módulo de resistência de $r_{(\rho,f)m} = 0,709$, peso específico e módulo de elasticidade de $r_{(\rho,E)M} = 0,771$, e módulo de resistência e elasticidade de $r_{(f,E)m} = 0,797$.

5.1.2 Compressão Paralela às Fibras (CCP-A)

Na Tabela 11 encontram-se valores do peso específico aparente, umidade, carregamento máximo, módulo de resistência e elasticidade à compressão paralela às fibras, com valores estimados à 12% de umidade, além de coeficientes de Poisson nos planos longitudinal-tangencial e longitudinal-radial.

Pela BS EN 14358 (CEN, 2016b), a resistência à compressão paralela característica é de $f_{c0,k} = 35,36 \text{ MPa}$, enquanto que o módulo de elasticidade característico é estabelecido como $E_{c0,k} = 18.281,62 \text{ MPa}$. Pelo procedimento da NBR 7190 (ABNT, 1997), o módulo de

resistência à compressão paralela característica é de $f_{c0,k} = 40,96 \text{ MPa}$, enquanto que o módulo de elasticidade à compressão paralela é de $E_{c0,k} = 15.658,11 \text{ MPa}$.

O teste de normalidade realizado para o conjunto de dados apresenta valores P maiores que o nível de significância adotado, $\alpha = 0,05$, indicando que não é possível ser rejeitada a hipótese nula para a distribuição normal dos resultados de flexão simples.

Tabela 11 –Resultado dos ensaios de compressão paralela às fibras.

| Descrição | ρ_{ap} (kgf/m^3) | U (%) | $P_{m\acute{a}x}$ (kN) | $f_{c0,12\%}$ (MPa) | $E_{c0,12\%}$ (MPa) | v_{LT} | v_{LR} |
|-----------|-------------------------------------|----------|---------------------------|------------------------|------------------------|----------|----------|
| CCP-A01 | 637,08 | 12,00 | 86,90 | 55,81 | 24.148,78 | 0,43 | 0,20 |
| CCP-A02 | 621,52 | 12,08 | 77,47 | 49,77 | 18.493,30 | 0,51 | 0,42 |
| CCP-A03 | 643,30 | 13,80 | 86,26 | 56,78 | 19.595,58 | - | - |
| CCP-A04 | 580,15 | 14,25 | 69,56 | 47,38 | 14.665,98 | - | - |
| CCP-A05 | 632,76 | 12,43 | 83,32 | 54,21 | 25.605,91 | 0,62 | 0,36 |
| CCP-A06 | 649,84 | 11,87 | 87,60 | 55,68 | 23.380,11 | 0,48 | 0,30 |
| CCP-A07 | 640,11 | 13,85 | 81,94 | 55,23 | 19.226,02 | - | - |
| CCP-A08 | 556,05 | 14,08 | 65,18 | 43,56 | 19.001,32 | - | - |
| CCP-A09 | 567,06 | 13,20 | 66,32 | 44,19 | 17.347,51 | - | - |
| CCP-A10 | 608,26 | 13,15 | 72,30 | 47,54 | 20.661,81 | - | - |
| CCP-A11 | 510,00 | 11,60 | 59,40 | 37,50 | 16.448,12 | 0,59 | 0,39 |
| CCP-A12 | 594,46 | 16,30 | 69,70 | 50,34 | 18.006,31 | - | - |
| CCP-A13 | 600,01 | 14,13 | 54,94 | 37,20 | 16.646,61 | - | - |
| CCP-A14 | 551,19 | 14,25 | 56,54 | 38,76 | 12.907,34 | - | - |
| CCP-A15 | 583,77 | 13,15 | 67,51 | 44,20 | 17.509,53 | - | - |
| CCP-A16 | 574,95 | 14,33 | 65,20 | 43,10 | 17.607,05 | - | - |
| Média | 596,91 | 13,40 | 71,88 | 47,53 | 18.828,20 | 0,526 | 0,335 |
| COV (%) | 6,65 | 9,13 | 15,11 | 14,11 | 17,78 | 14,95 | 26,79 |
| AD* | 0,266 | 0,459 | 0,391 | 0,407 | 0,410 | 0,210 | 0,258 |
| P-Value | 0,642 | 0,228 | 0,339 | 0,309 | 0,304 | 0,708 | 0,532 |

*Coeficiente de Anderson-Darling.

COV = coeficiente de variação.

Fonte: AUTOR, 2020.

A correlação entre os resultados de peso específico, módulos de resistência, de elasticidade e coeficientes de Poisson são: $CC_{(\rho,f)c0} = 0,864$, $CC_{(\rho,E)c0} = 0,696$, $CC_{\rho c0,vLR} = -0,503$, $CC_{\rho c0,vLT} = -0,440$, $CC_{(f,E)c0} = 0,730$, $CC_{fc0,vLR} = -0,507$, $CC_{fc0,vLT} = -0,574$, $CC_{Ec0,vLR} = -0,183$, $CC_{Ec0,vLT} = -0,608$ e $CC_{vLR,vLT} = 0,693$.

5.1.3 Compressão Normal às Fibras (CCN-A)

A Tabela 12 apresenta os resultados de peso específico aparente, umidade, carregamento máximo, resistência à flexão e módulo de elasticidade à flexão à 12% de umidade, conforme Equação (4.14) e (4.15), respectivamente, além de coeficientes de Poisson nos planos longitudinal-tangencial-radial e tangencial-longitudinal, conforme Equação (4.23).

Quando verificado a normalidade dos dados de módulo de elasticidade de compressão normal ($E_{c90,12\%}$), foi obtido originalmente um P -Value de 0,011, sendo menor que o nível de confiança $\alpha = 0,05$. Desta forma, foi rejeitada a hipótese de normalidade para os resultados de módulo de elasticidade à compressão normal. Dentre as distribuições avaliadas, a que obteve melhor ajustagem foi a distribuição normal após a transformação de Johnson.

Tabela 12 –Resultado dos ensaios de compressão normal às fibras.

| Descrição | ρ_{ap} (kgf/m ³) | U (%) | $P_{máx}$ (kN) | $f_{c90,12\%}$ (MPa) | $E_{c90,12\%}$ (MPa) | VTR | VTL |
|-----------|--------------------------------------|----------|-------------------|-------------------------|-------------------------|-------|-------|
| CCN-A01 | 548,52 | 10,48 | 9,40 | 2,84 | 243,31 | - | - |
| CCN-A02 | 543,30 | 9,85 | 9,29 | 2,74 | 244,32 | - | - |
| CCN-A03 | 554,92 | 9,23 | 9,41 | 2,71 | 251,22 | - | - |
| CCN-A04 | 555,99 | 9,10 | 9,00 | 2,59 | 272,03 | - | - |
| CCN-A05 | 566,36 | 10,43 | 9,23 | 2,77 | 339,33 | - | - |
| CCN-A06 | 542,62 | 9,58 | 9,08 | 2,65 | 276,20 | - | - |
| CCN-A07 | 547,21 | 8,78 | 8,94 | 2,54 | 373,27 | - | - |
| CCN-A08 | 539,04 | 9,23 | 9,60 | 2,76 | 268,02 | - | - |
| CCN-A09 | 551,07 | 8,60 | 10,18 | 2,90 | 279,69 | - | - |
| CCN-A10 | 562,24 | 10,70 | 9,69 | 2,94 | 371,58 | 1,08 | 0,01 |
| CCN-A11 | 543,82 | 9,53 | 9,81 | 2,85 | 224,05 | 0,47 | 0,00 |
| CCN-A12 | 566,64 | 9,45 | 10,64 | 3,09 | 322,81 | - | - |
| CCN-A13 | 547,14 | 9,48 | 8,86 | 2,59 | 515,21 | 0,34 | 0,02 |
| CCN-A14 | 565,14 | 10,80 | 9,68 | 2,95 | 255,29 | 0,56 | 0,01 |
| CCN-A15 | 562,96 | 10,98 | 9,26 | 2,85 | 338,63 | - | - |
| CCN-A16 | 568,01 | 11,48 | 9,48 | 2,97 | 248,05 | 0,70 | 0,01 |
| Média | 554,06 | 9,85 | 9,47 | 2,80 | 301,44 | 0,63 | 0,01 |
| COV (%) | 1,80 | 8,61 | 4,93 | 5,54 | 24,57 | 44,99 | 77,79 |
| AD* | 0,545 | 0,422 | 0,381 | 0,184 | 0,965 | 0,269 | 0,417 |
| P-Value | 0,135 | 0,284 | 0,359 | 0,893 | **0,011 | 0,509 | 0,129 |

*Coeficiente de Anderson-Darling.

**Valor abaixo do nível de confiança $\alpha = 0,05$.

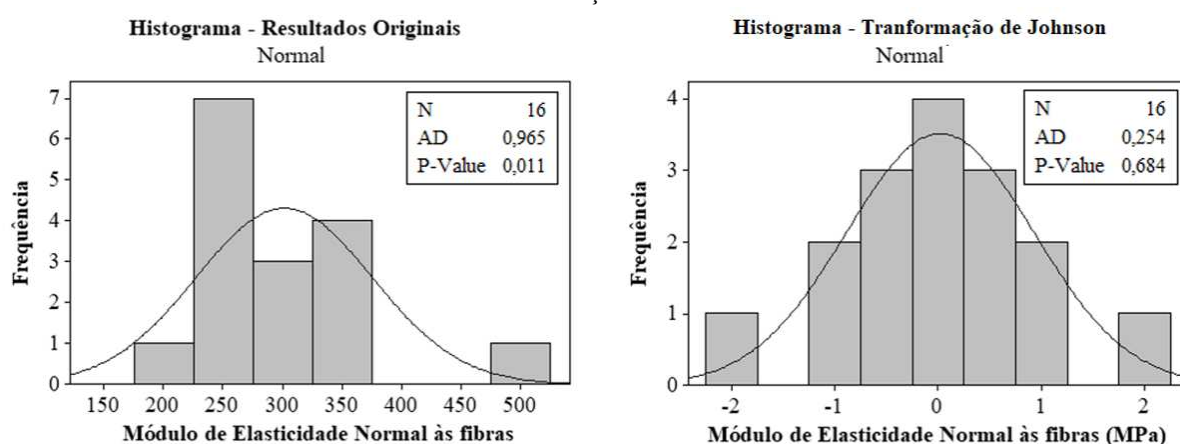
COV = coeficiente de variação.

Fonte: AUTOR, 2020.

No processo de transformação, a família S_L foi estimada pelo melhor desempenho do P -Value, tendo como parâmetros $\gamma = -4,939$, $\eta = 1,16915$ e $\varepsilon = 209,905$, via software Minitab®. A função de Transformação de Johnson para a família S_L é dada apresentada na Tabela 6. O valor Z para o melhor ajuste foi de 0,31, que resulta em um P -Value de 0,684 para um nível de confiança de $\alpha = 0,05$, permitindo a aceitação da hipótese nula para a distribuição Gaussiana após a transformação.

Na Figura 60 estão apresentados os histogramas de distribuição de frequência dos resultados de módulo de elasticidade à compressão normal às fibras antes e depois da transformação de Johnson. Nestes histogramas estão plotados as curvas de distribuição normal que melhores se ajustam aos respectivos conjunto de dados. Assim, é possível identificar visualmente que antes da transformação os dados mostram diferenças significativas comparados a distribuição gaussiana. Por outro lado, os dados transformados aparentam ser mais condizente e próximos a este tipo de distribuição.

Figura 60 – Histograma de resultados de módulo de elasticidade à compressão normal às fibras antes e depois da transformação de Johnson.



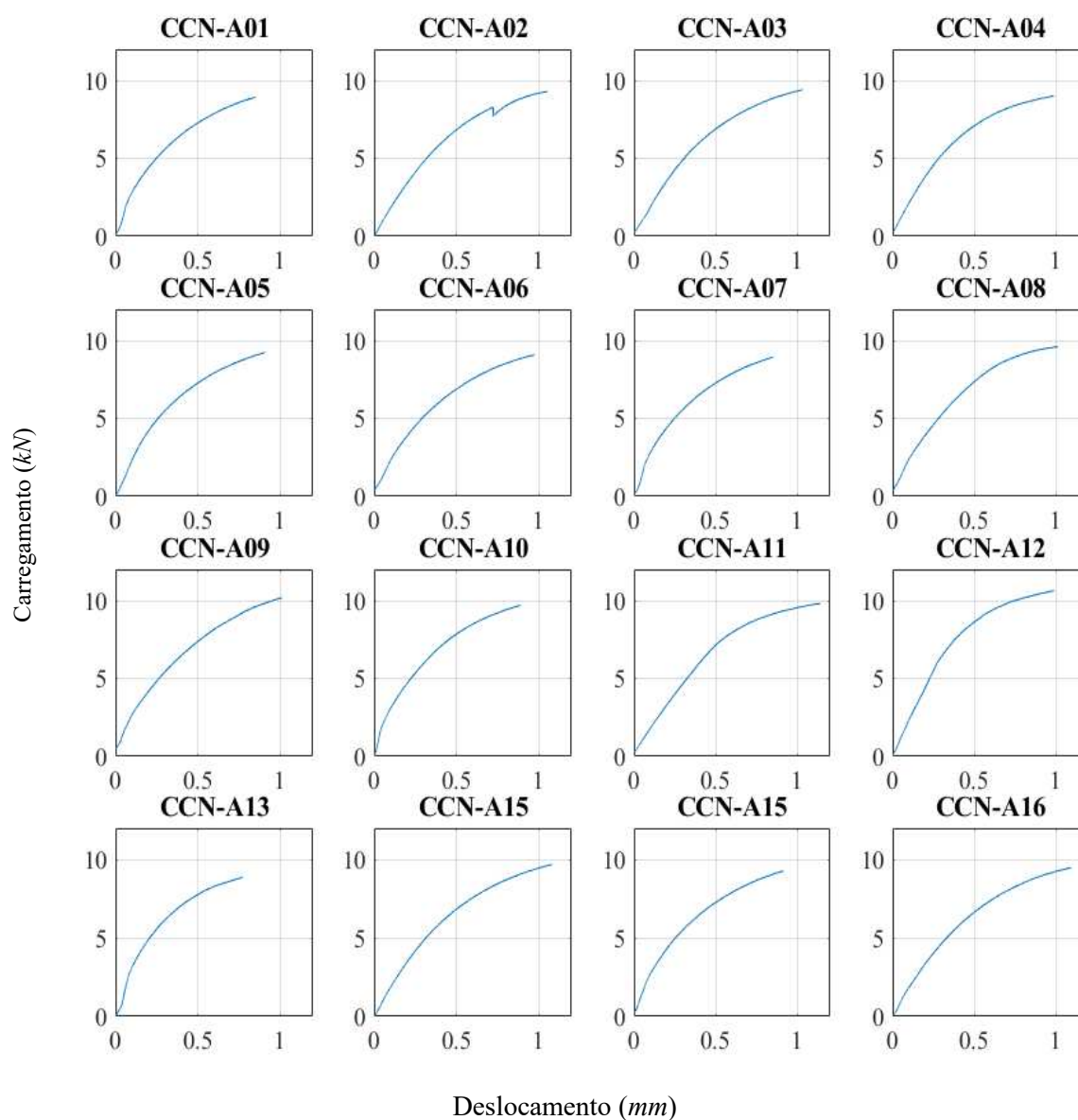
Fonte: AUTOR, 2020.

Na Tabela 6, observa-se que o valor característico de resistência à compressão normal às fibras estimado pela BS EN 14358 (CEN, 2016b) é de $f_{c90,k} = 2,51$ MPa. Ao aplicar o procedimento para a caracterização da norma europeia nos dados transformados, obteve-se um valor característico para este novo conjunto de dados, que em seguida foi modificado pela Equação (3.18) para produzir o valor característico referente ao conjunto de dados originais, sendo portanto, $E_{c90,k} = 270,10$ MPa.

Os valores característicos estimados pelos procedimentos da NBR 7190 (ABNT, 1997) para compressão normal às fibras é de $f_{c90,k} = 2,77$ MPa, e $E_{c90,k} = 279,04$ MPa. Sendo o módulo de elasticidade calculado após a Transformação de Johnson [Equação (3.18)].

Ao analisar o comportamento da curva de força-deformação dos ensaios de compressão normal (Figura 61) foi observado que na maioria dos casos não há uma região inicialmente linear, como propõe a BS EN 408 (CEN, 2010). Desde os carregamentos iniciais os pontos coletados apresentam tendência não-linear, que ficou mais acentuada em algumas amostras tais como CCN-A01, A05, A06, A07, A09, A10, A13 e A15.

Figura 61 – Curvas de força-deslocamento dos ensaios de compressão normal às fibras.



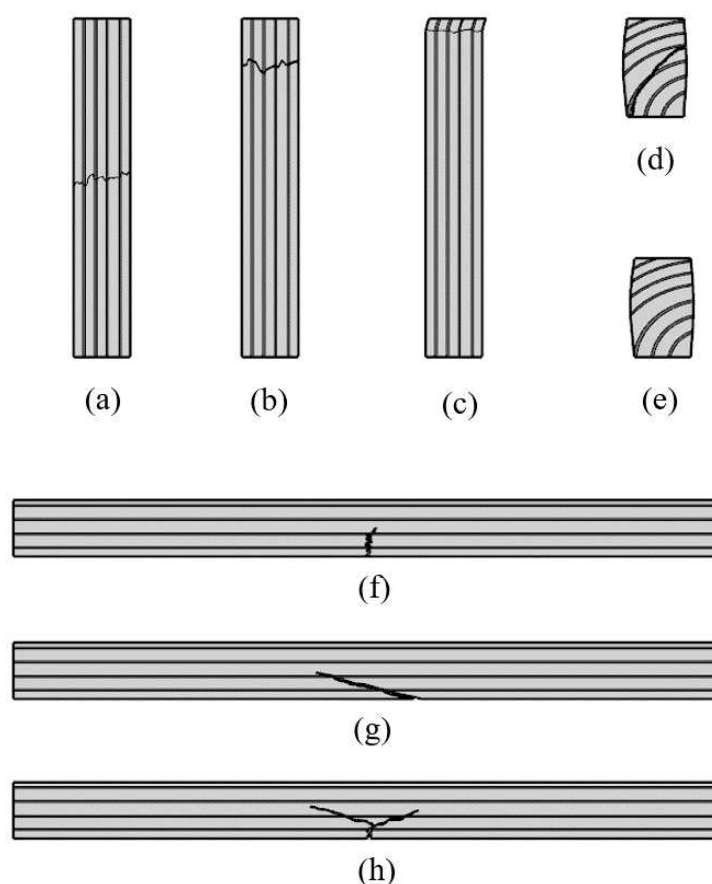
Deslocamento (mm)

Fonte: AUTOR, 2020.

5.1.4 Modos de rupturas

A Figura 62 apresenta os modos de ruptura observados nos corpos de prova à submetidos à compressão paralela e normal às fibras, também à flexão simples.

Figura 62 – Tipos de ruptura à compressão paralela às fibras (a-c), ruptura à compressão normal às fibras (d-e) e ruptura na flexão (f-h).



Fonte: AUTOR, 2020.

Dos tipos de ruptura à compressão paralela às fibras, quatro amostras apresentaram esmagamento aproximadamente no meio do corpo de prova [Figura 62(a)], oito amostras tiveram fissuras características de esmagamento próximo à extremidade [Figura 62(b)], e nas demais foram observadas deformações devido a esmagamento superficial de topo, também conhecido como *brooming* [Figura 62(c)], onde as fibras do topo inclinam-se para o lado, fazendo com que os deslocamentos impostos pelo atuador não gere mais incrementos de carga.

Os corpos de prova submetidos à compressão normal às fibras, em geral, apresentaram deformações excessivas tanto no sentido do carregamento (esmagamento), quanto na direção transversal (alargamento), conforme Figura 62(e). Tais deformações inelásticas não limitavam o carregamento mesmo com incremento de deslocamento aplicado pelo atuador. Em 56% dos casos, com o incremento de deslocamento após o carregamento máximo, surgiu fendilhamento ao redor dos anéis de crescimento [Figura 62(d)], ocorrido pelo alargamento excessivo da seção transversal.

Na flexão, as amostras sofreram rupturas sempre ao meio do vão na região inferior da viga. Observou-se sinais de embutimento na face superior da viga que estava em contato com o atuador em todas as amostras, sendo mais aparente àquelas que suportaram maior

carregamento. As rupturas características de flexão na tração foram observadas nas amostras, sendo estas: deslocamento de topo das fibras formando uma fissura perpendicular à seção transversal, até aproximadamente a metade da seção [Figura 62(f)]; lascamento na parte inferior do meio do vão [Figura 62(g)], ocorrida em peças onde houve leve inclinação das fibras. Em amostras em que a fissura teve maior propagação, observou-se ainda uma bifurcação da mesma [Figura 62(f)].

5.1.5 Classes Normativas

As normas NBR 7190 (ABNT, 1997) e BS EN 338 (CEN, 2016a) trazem tabelas para classificação da madeira para fins de projeto. Quanto a classificação, tais normas se distinguem não somente pela quantidade de classes que abrange, mas também, pelo valor das propriedades consideradas por cada uma delas, além da propriedade principal para a classificação. A classificação é uma técnica prática que permite o agrupamento de propriedades características da madeira, simplificando assim, o processo de análise e dimensionamento de estruturas de madeira, além induzir um melhor processo de seleção do material, reduzindo a variância do mesmo.

Levando-se em consideração o valor de resistência ($f_{c0,k}$) e módulo de elasticidade ($E_{c0,m}$), as amostras de *Pinus taeda* provenientes das camadas externas devem ser classificadas como a maior classe de coníferas para a norma brasileira, a classe C30¹¹. A ressalva para esta classificação é devida ao peso específico aparente médio, que experimentalmente teve um valor cerca de 1% abaixo do valor indicado para a classe normativa. As outras propriedades dos ensaios ficaram 30% (E_{c0m}) e 37% (f_{c0k}) acima da classe estabelecida.

Para a norma europeia, o material utilizado nas camadas externas também é classificado como a maior classe para *softwood*, desta vez, a classe C50¹². Para isto, são considerados os valores de peso específico médio ($\rho_{ap,m}$), módulo de resistência à flexão e resistência à compressão ($f_{m,k}$ e $f_{c0,k}$), além de módulo de elasticidade à flexão ($E_{m,k}$). Os valores calculados a partir dos experimentos ficam 7%, 9%, 18%, e 21%, respectivamente, acima dos valores da classe.

A madeira empregada nas camadas internas, segundo a norma brasileira, tem sua classificação como C20, a menor classe para coníferas. Esta dedução é obtida indiretamente pela relação estabelecida pela própria norma brasileira ($E_{c90} = E_{c0}/20$), pois a mesma não

¹¹ Classe C30: representa coníferas com resistência à compressão característica maiores ou igual a 30 MPa, segundo a NBR 7190 (ABNT, 1997).

¹² Classe C50: representa *softwoods* com resistência à flexão característica maiores ou igual a 50 MPa, conforme a BS EN 338 (CEN, 2009).

emprega a propriedade de módulo de elasticidade à compressão normal às fibras para a classificação da madeira. Entretanto, para a resistência, utilizando a relação ($f_{c0,k} = 4 \cdot f_{c90,k}$) foi obtida um valor de 11 MPa, aproximadamente a metade dos 20 MPa estabelecido para a classe. Considerando-se que a ruptura inicial de placas de CLT na flexão ocorre pela tração na flexão das ligações *finger joints* ou pelo cisalhamento devido ao *rolling shear*, a resistência à compressão nas camadas internas não foi ser considerada como prioritária para a classificação das mesmas como C20. Pois, o projetista que utilizar esta classe chegaria ao valor de E_{c90} de 39% abaixo do valor encontrado experimentalmente, a favor da segurança.

A classe C18¹³ é a que melhor classifica a madeira empregada nas camadas internas, segundo a norma europeia. Esta classificação é realizada levando em consideração valores de peso específico ($\rho_{ap,m}$), módulo de resistência ($f_{c90,k}$) e elasticidade ($E_{c90,m}$). Para tais propriedades as diferenças entre os valores de ensaios e valores normativos são de 42%, 12% e 1%, respectivamente, a favor da segurança.

5.2 Ensaios PFP-A

Dos ensaios PFP-A, foram avaliados os deslocamentos, força aplicada ao longo do tempo, além de deformações específicas lateralmente.

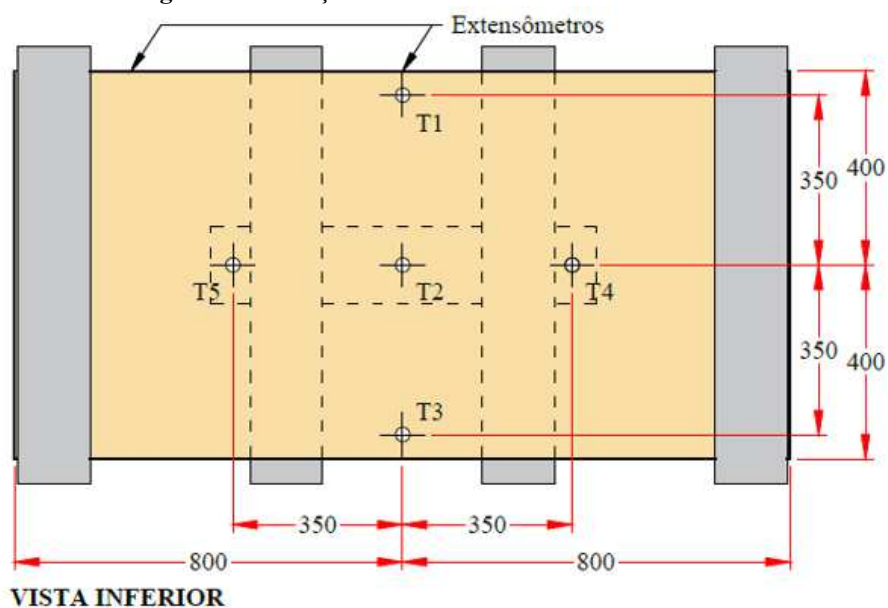
5.2.1 Deslocamentos

Os transdutores nos ensaios de flexão PFP-A foram posicionado abaixo das placas, sendo sua localização representada pela Figura 63.

A Figura 64 mostra os deslocamentos ocorridos em T2 em função do carregamento aplicado na célula de carga. Cabe ressaltar que os deslocamentos não foram aferidos até a ruptura, tendo em vista a preservação dos equipamentos, os transdutores foram retirados com carregamentos entre 200 e 300 kN.

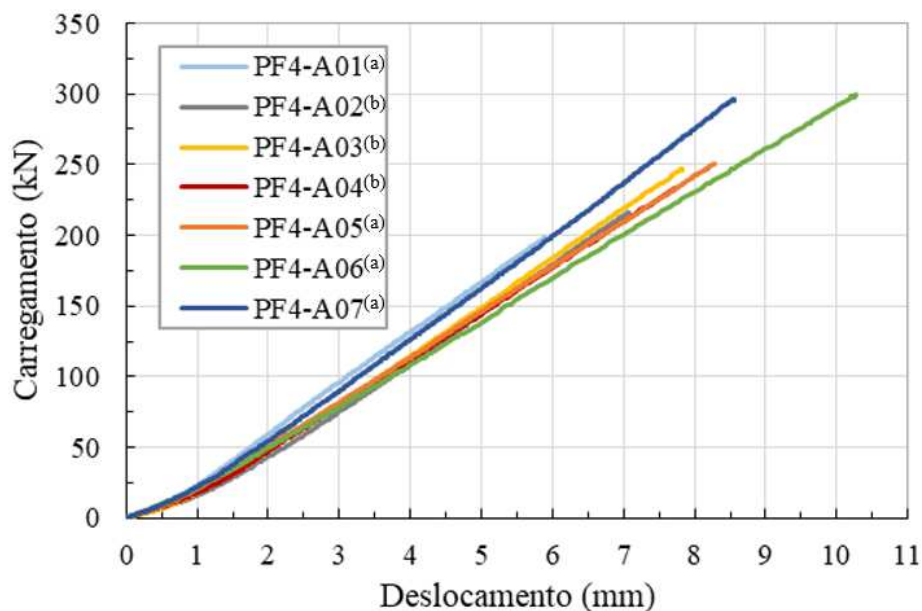
Observa-se na Figura 64 que nos carregamentos iniciais (até 50kN) existe um comportamento curvilíneo no traçado dos resultados, o que se estabiliza posteriormente. Isto ocorre pela chapa de papel compensado semirrígido posicionado entre a chapa metálica e a peça ensaiada com o objetivo de evitar deformações locais por embutimento. Desta forma, uma parcela dos deslocamentos iniciais representa deformações da chapa semirrígida.

¹³ Classe C18: representa *softwoods* com resistência à flexão característica entre 18 e 20 MPa, conforme a BS EN 338 (CEN, 2009).

Figura 63 – Posição dos transdutores nos ensaios PF4-A.

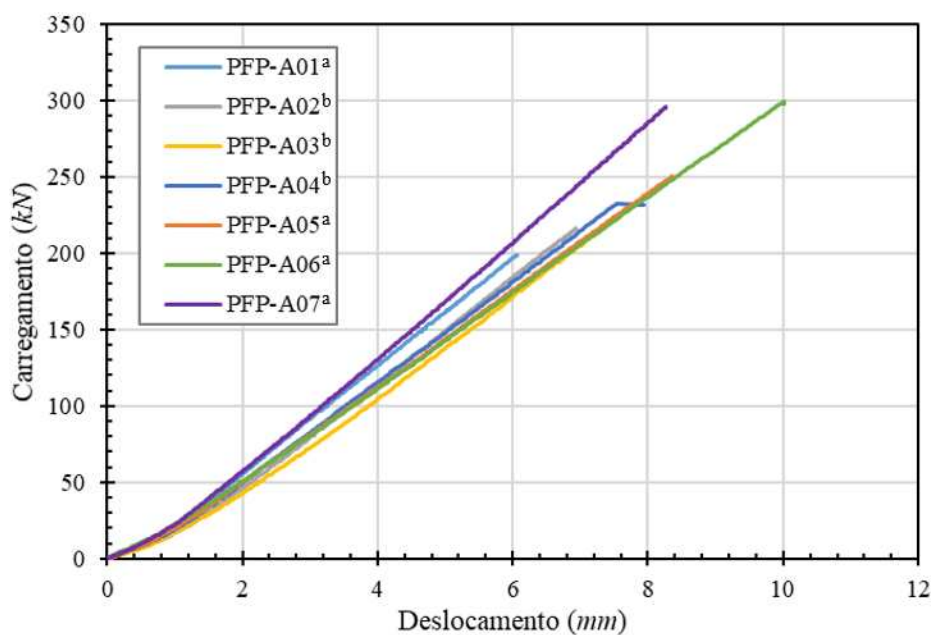
Fonte: AUTOR, 2020.

O valor médio dos dados obtidos pelos transdutores T1 e T3 posicionados equidistantes do centro e na menor direção da placa estão plotados na Figura 65.

Figura 64 – Deslocamento em T2, PFP-A, sendo (a) as placas coladas com 250 g/m^2 e (b) as peças coladas com 220 g/m^2 de adesivo estrutural.

Fonte: AUTOR, 2020.

Figura 65 – Média entre os deslocamentos em T1 e T3, PFP-A, sendo (a) as placas coladas com 250 g/m^2 e (b) as peças coladas com 220 g/m^2 de adesivo estrutural.



Fonte: AUTOR, 2020.

Nota-se a presença de uma curva dos dados iniciais, similarmente ao observado na Figura 64, também influenciado pelo dispositivo semirrígido de absorção de deslocamentos verticais. Não obstante, a média dos deslocamentos em T4 e T5 em função da carga aplicada são apresentados na Figura 66.

Novamente, identifica-se um comportamento curvilíneo seguido de um comportamento linear em todas os resultados plotados na Figura 66. Em geral, a média dos deslocamentos em T4 e T5 foram menores do que a média dos deslocamentos em T1 e T3 (Figura 64), mesmo posicionados com um mesmo raio de distância do centro da placa (T2), exceto T4 e T5 da PFP-A01, que foram posicionados a uma distância de 62cm de T2.

Para avaliar a diferença entre a inclinação da curva, tangente dos deslocamentos nos trechos lineares de cada amostra, limitou-se os dados obtidos entre os carregamentos de 10% e 40% do carregamento máximo de cada amostra. Por regressão linear, obtém-se a equação do carregamento em função dos deslocamentos na forma da Equação (5.1), e o valor de R^2 para cada função, que foram sempre maiores que 0,9990, em algumas delas $R^2=1,000$.

$$y = a_i x + b_i \quad (5.1)$$

sendo y a coordenada de um ponto no eixo das ordenadas;

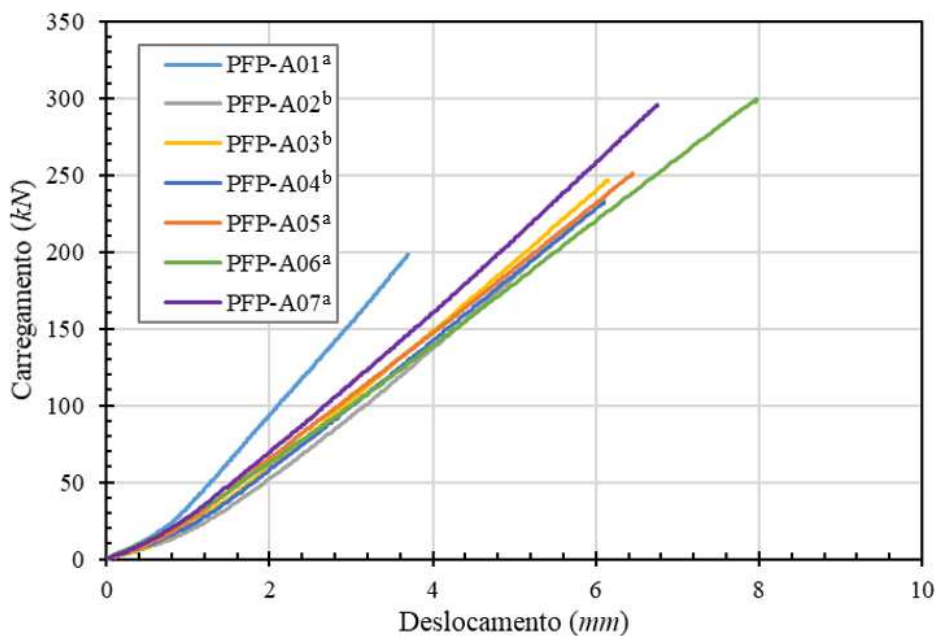
x a coordenada de um ponto no eixo das abscissas;

a_i o fator de inclinação da reta de tendência do i -ésimo grupo de transdutores;

b_i o fator de posição da reta de tendência do i -ésimo grupo de transdutores;

- i* índice igual a 1 para T2, 2 para média entre T1 e T3, e 3 para média entre T4 e T5.

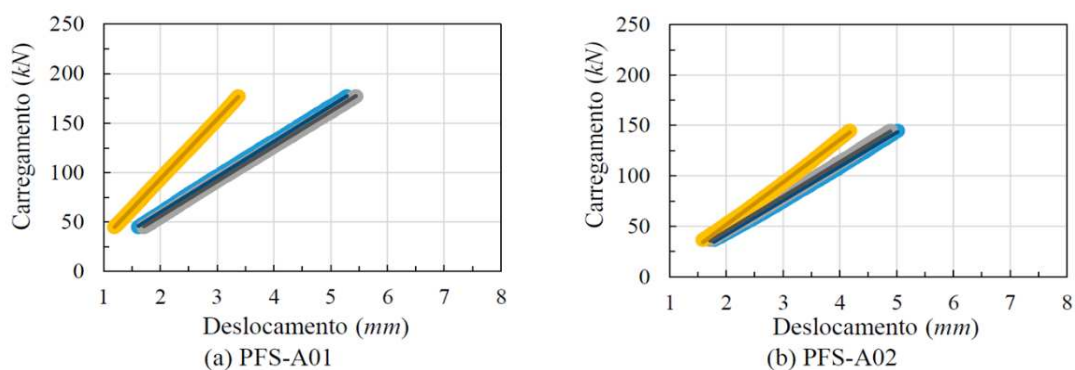
Figura 66 – Média entre os deslocamentos em T4 e T5, PFP-A, sendo (a) as placas coladas com 250 g/m² e (b) as peças coladas com 220 g/m² de adesivo estrutural.



Fonte: AUTOR, 2020.

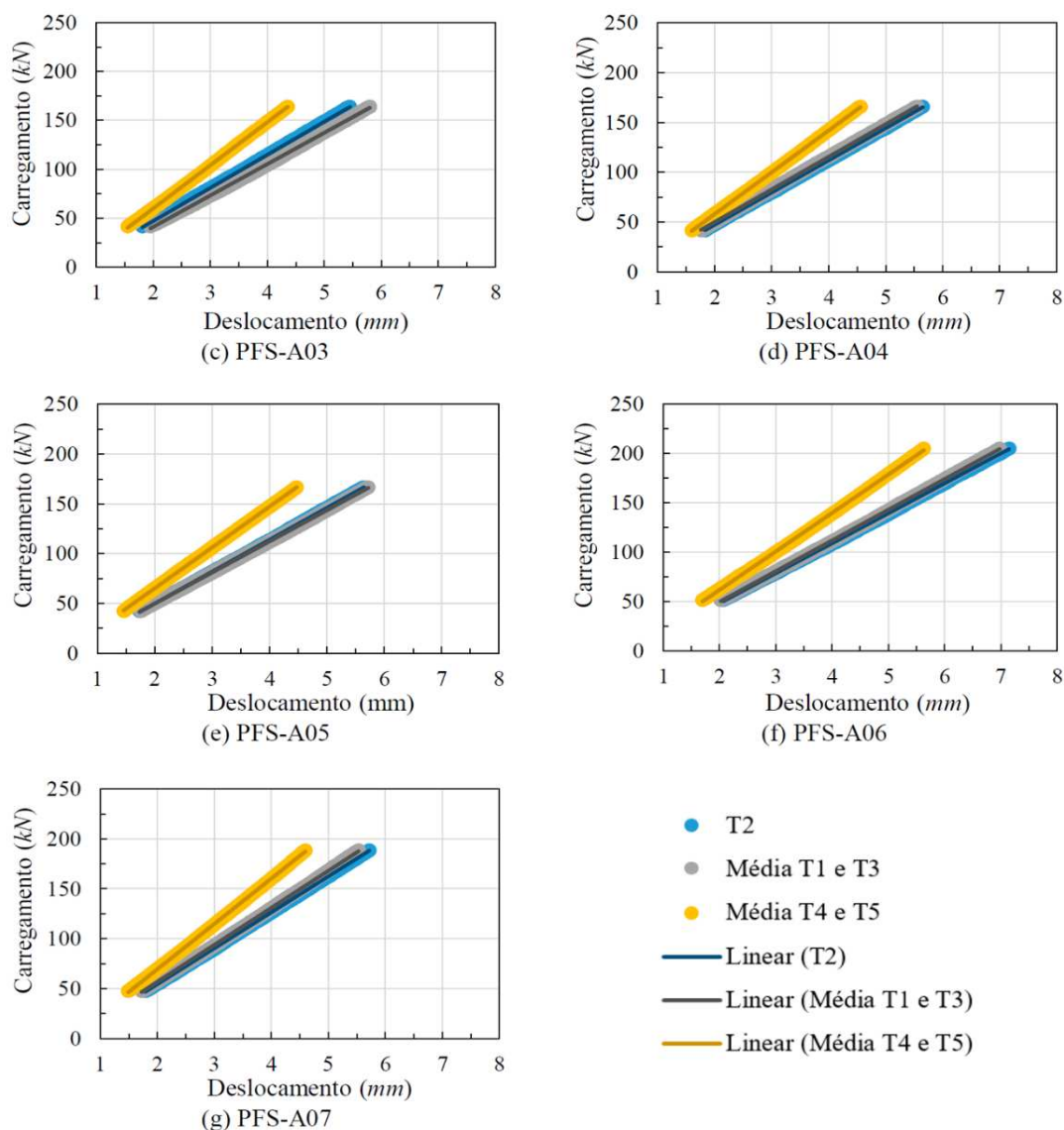
Os trechos lineares dos deslocamentos mensurados pelos transdutores nos ensaios PFP-A, que compreende o intervalo entre 10 % e 40% do carregamento máximo ($P_{máx}$) estão exibidos na Figura 67.

Figura 67 – Deslocamentos dos transdutores entre $P_{10\%}$ e $P_{40\%}$.



Continua

Continuação



Fonte: AUTOR, 2020.

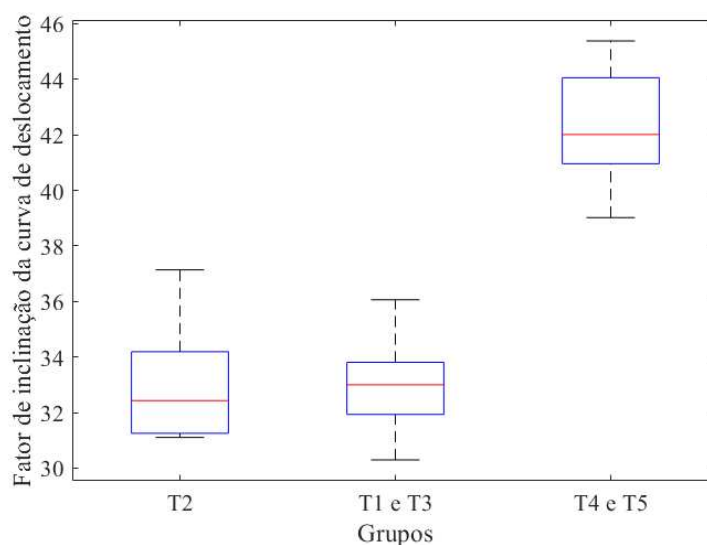
A Tabela 13 apresenta os fatores a_i e b_i da função dos trechos lineares plotados na Figura 67. Os valores tachados foram obtidos pelos transdutores T4 e T5 na PF4-A01 e não são considerados na média e desvio padrão devido seu posicionamento ser diferentes dos outros ensaios.

Considerando-se que o fator mais relevante na Tabela 13 para determinar o módulo de elasticidade é a inclinação da reta, definida pelo coeficiente a_i , é relevante comparar estatisticamente a variação de tais fatores para se estimar se é possível observar o efeito de placa em tais amostras. Assim sendo, na Figura 68 encontra-se a sumarização gráfica dos resultados de a_i para os grupos de transdutores em função de seu posicionamento nos ensaios. O valor da inclinação a_3 da PFP-A01 não está sendo considerado na Figura 68.

Tabela 13 – Fatores a_i e b_i das funções lineares dos deslocamentos aferidos nos ensaios PFP-A.

| Ensaio | Média T1 e T3 | | T2 | | Média T4 e T5 | |
|----------------|---------------|---------|--------|---------|---------------|---------|
| | a_1 | b_1 | a_2 | b_2 | a_3 | b_3 |
| PFP-A01 | 35,323 | -14,826 | 35,804 | -11,681 | 60,340 | -27,034 |
| PFP-A02 | 34,190 | -22,960 | 33,643 | -25,182 | 42,026 | -32,262 |
| PFP-A03 | 32,105 | -23,075 | 33,809 | -20,384 | 44,058 | -28,094 |
| PFP-A04 | 32,753 | -15,637 | 32,361 | -17,421 | 42,002 | -26,100 |
| PFP-A05 | 31,257 | -12,640 | 31,935 | -13,794 | 40,960 | -16,582 |
| PFP-A06 | 31,108 | -12,611 | 30,297 | -12,145 | 39,020 | -16,285 |
| PFP-A07 | 37,139 | -17,709 | 36,063 | -17,843 | 45,381 | -21,309 |
| Média | 33,411 | -17,065 | 33,416 | -16,921 | 42,241 | -23,439 |
| Desvio Padrão. | 2,245 | 4,430 | 2,080 | 4,854 | 2,249 | 6,470 |
| Coef. Variação | 6,7% | 26,0% | 6,2% | 28,7% | 5,3% | 27,6% |

Fonte: AUTOR, 2020.

Figura 68 – Boxplot dos dados dos transdutores em PFP-A.

Fonte: AUTOR, 2020.

Em uma avaliação preliminar a partir da Figura 68, identifica-se que o grupo dos fatores de inclinação da média entre de T4 e T5 (a_3) são aparentemente diferentes dos outros dois grupos, que por sua vez estão compreendidos em intervalos semelhantes.

Uma análise de variância ANOVA foi conduzida para avaliar os resultados de deslocamentos aferidos pelos transdutores dispostos em formato de cruz abaixo da placa de CLT nos ensaios PFP-A. Desprezando-se os resultados da amostra PFP-A01 (por ter uma das

posições não comparável às demais), tem-se um valor crítico de 3,682, enquanto que o valor F é de 35,883. Assim, pode-se rejeitar a hipótese nula, afirmando, portanto, que há indícios de que existe ao menos uma diferença entre os grupos.

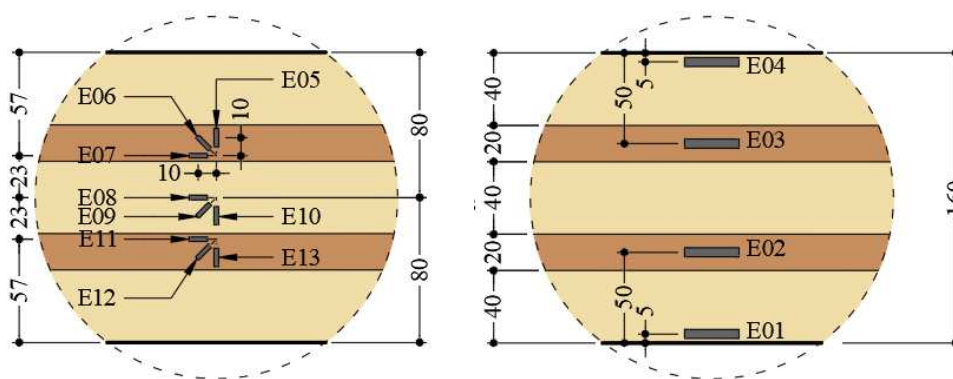
Em seguida, o teste de Bonferroni foi aplicado para verificar se a diferença entre os grupos é significativa, utilizando-se como referência um nível de significância de $\alpha = 0,05$. O valor p para a comparação entre $(T1 \times \overline{T2 T3})$ é de $p = 1,0$; para $(T1 \times \overline{T4 T5})$, temos $p = 7,7 \cdot 10^{-6}$ e para $(\overline{T2 T3} \times \overline{T4 T5})$, obtive-se um valor de $p = 7,0 \cdot 10^{-6}$. Neste teste, rejeitamos a hipótese nula quando $p \leq \alpha/m$, sendo m o número de grupos. Desta forma, identifica-se que existe uma diferença significativa do grupo $\overline{T4 T5}$ com os demais grupos, e que os grupos $T1$ e $\overline{T2 T3}$ não apresentam diferenças significativas. Tal análise de variância encontra-se transcrito no APÊNDICE B.1 desta dissertação.

Assim sendo, para as dimensões das amostras ensaiadas, não foi identificado o efeito de placa na direção secundária dos esforços. Esta observação indica que, para as dimensões críticas desta seção transversal de CLT ($l/b = 2$), os deslocamentos podem ser considerados estatisticamente iguais ao longo da largura b . Não se podendo, no entanto, afirmar que a rigidez de placa contribui ou não para a rigidez do elemento.

5.2.2 Deformações

As posições dos extensômetros dos ensaios PFP-A estão exemplificados na Figura 69.

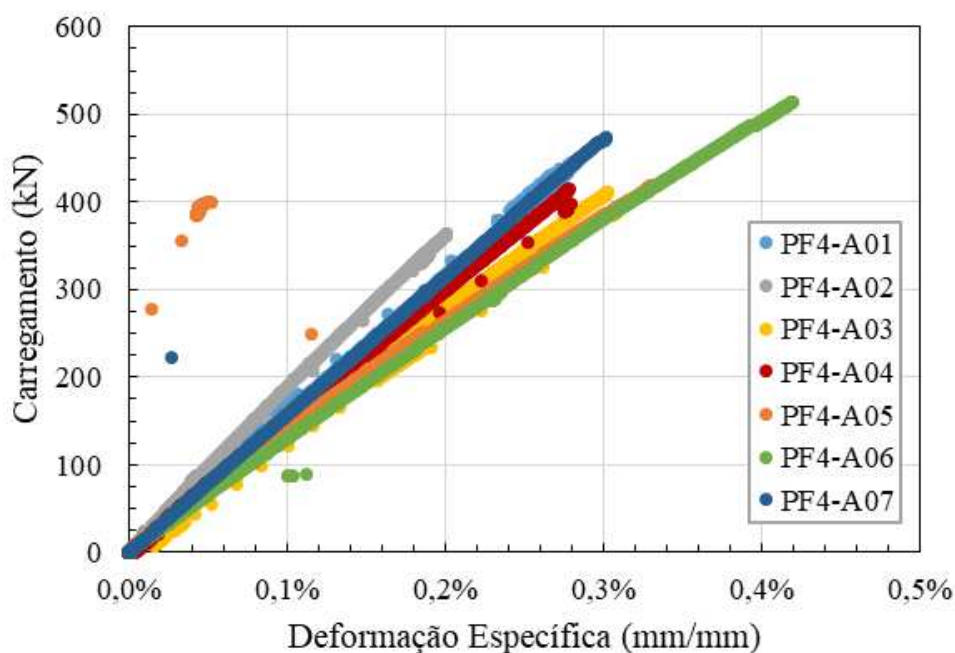
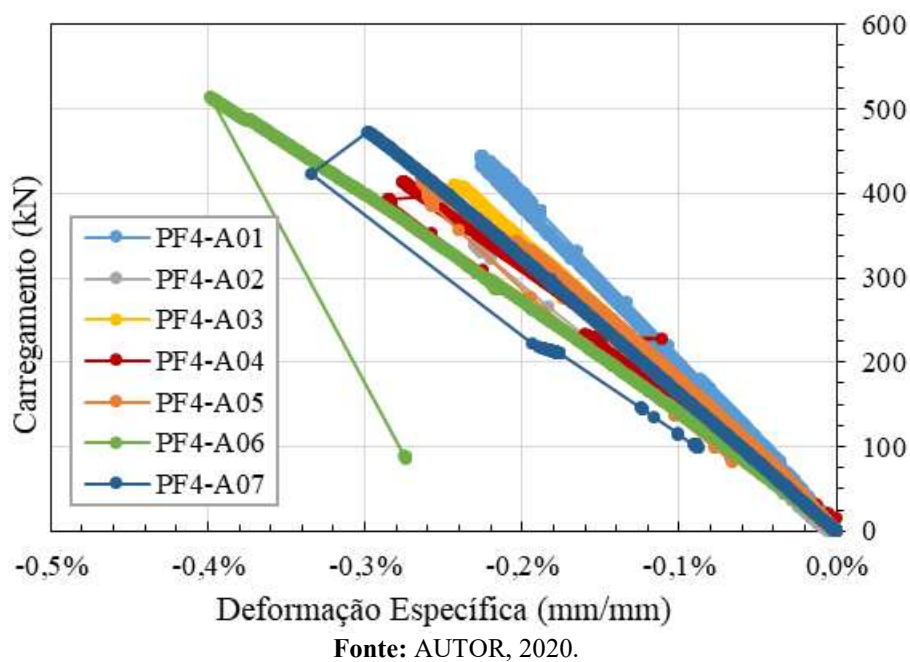
Figura 69 – Posição dos extensômetros nos ensaios PF4-A.



Dimensões em milímetros.

Fonte: AUTOR, 2018.

Os valores das deformações específicas obtidas pelos extensômetros posicionados em E1 e E4 estão exibidos nas Figura 70 e Figura 71, respectivamente.

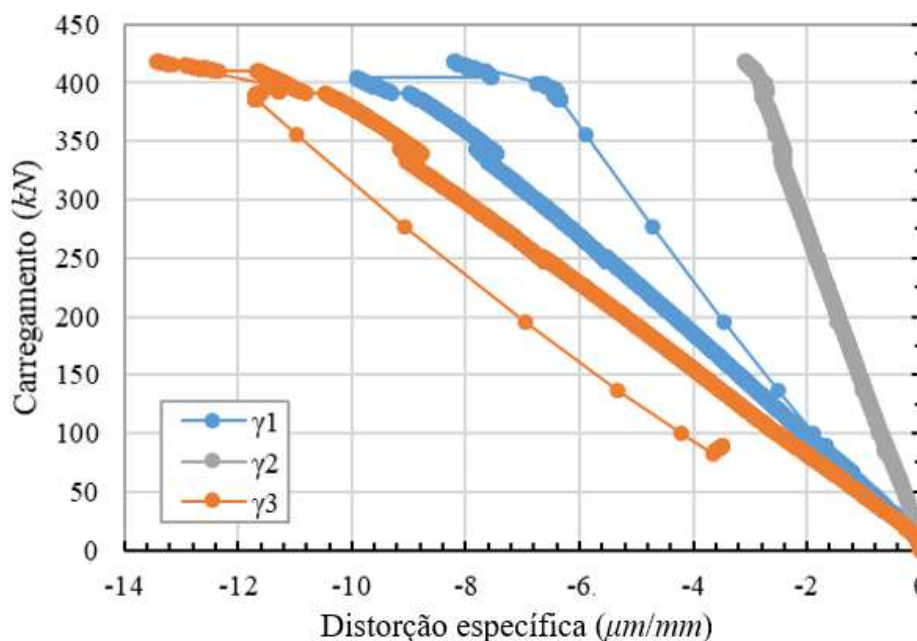
Figura 70 – Deformação específica no extensômetro E1.**Figura 71** – Deformação específica no extensômetro E4.

Observa-se que em todos os ensaios os resultados de deformação específica nos extensômetros E1 e E4 foram preponderantemente lineares, não apresentando algum tipo de patamar de plastificação ou mudança de inclinação significativa até o carregamento que ocasiona a ruptura do composto e posterior descarregamento.

A partir das deformações específicas dos extensômetros posicionados na PF4-A05 formando rosetas foi possível determinar a distorção resultante do carregamento aplicado

durante os ensaios. Tais distorções estão apresentadas na Figura 72. As rosetas 1, 2 e 3 são formadas pelos grupos de extensômetros na camada intermediária superior, central e intermediária inferior, respectivamente. Por este motivo, as distorções apresentadas na Figura 72 são representadas pela letra grega γ seguida do número da roseta.

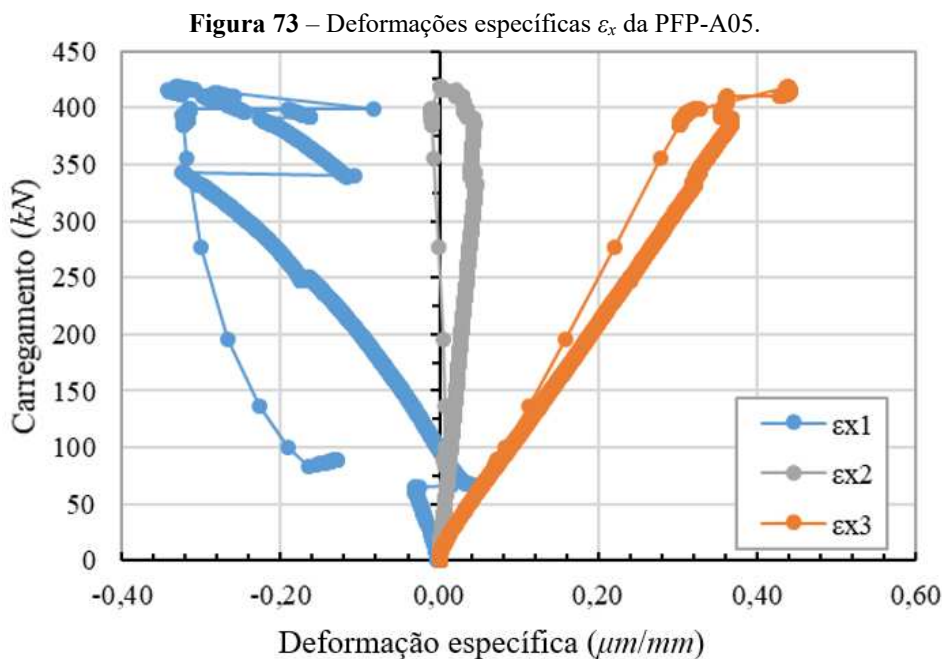
Figura 72 – Distorção específica nas rosetas γ_{xy} da PFP-A05.



Fonte: AUTOR, 2020.

Na Figura 72 pode-se observar que a segunda roseta apresenta os menores valores, seguidos da primeira e terceira rosetas, que resultaram em valores maiores de distorção. Era previsto que, mesmo estando no ponto com maior concentração de tensões tangenciais, a segunda roseta apresentasse distorções menores comparadas as outras devido ao fato do módulo de elasticidade transversal nesta camada e neste sentido ser maior que as adjacentes. Quanto ao fato das primeira e terceira rosetas evidenciarem distorções diferentes, este pode estar associado ao módulo de elasticidade transversal das lamelas, influência da zona de transição de esforços internos devido à proximidade do apoio, ou ainda, por alguma descontinuidade dos dados mensurados.

A última hipótese está embasada na Figura 73, que apresenta os resultados de deformações específicas na direção das fibras das camadas externas, convenientemente estabelecido neste estudo como eixo x .

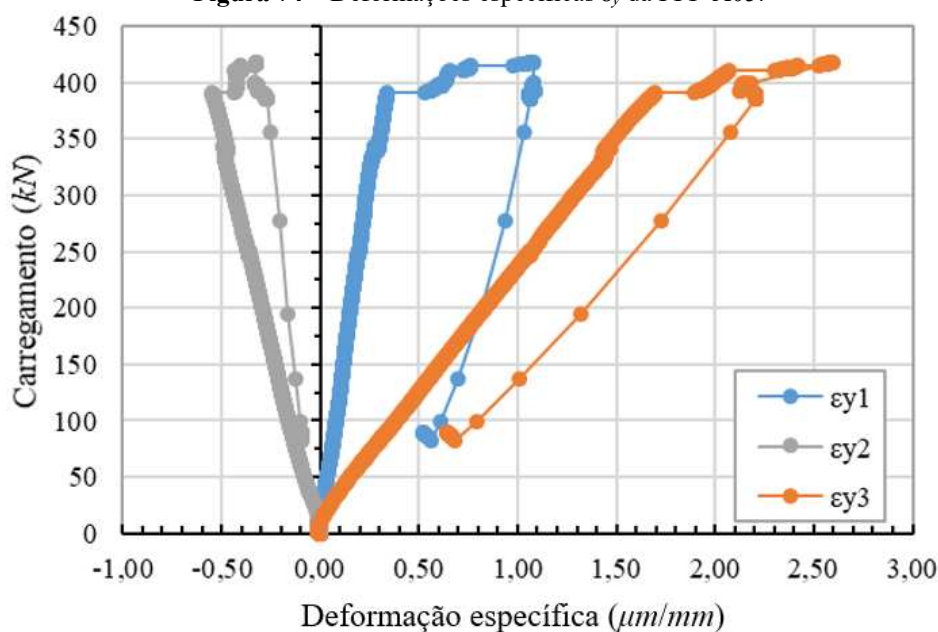
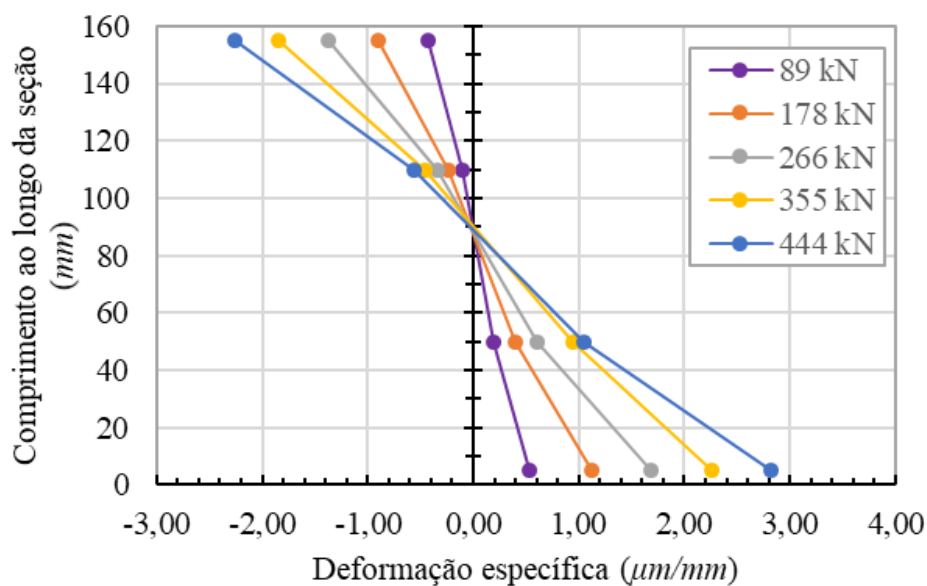


Fonte: AUTOR, 2020.

Nota-se que os resultados de deformação da primeira e terceira rosetas (ϵ_{x1} e ϵ_{x3}) tem uma tendência de simetria até o carregamento de 70 kN aproximadamente. Depois disso, houve uma descontinuidade na leitura dos dados, o que mudou a posição e inclinação da tendência para o trecho. Entretanto, no carregamento de aproximadamente 340 kN os valores das deformações são $\epsilon_{x1} = -0,32$ e $\epsilon_{x3} = 0,32 \mu m/mm$. Em seguida, outra descontinuidade é observada nos resultados de ϵ_{x1} . Supõe-se que tais descontinuidades sejam provenientes de alguma falha do extensômetro ou mesmo de colagem, pois na Figura 74, na qual estão plotados os resultados de deformação específica referentes ao eixo y (ϵ_y), não sendo possível identificar nenhuma descontinuidade ao longo de ϵ_{y1} que seja semelhante ao ϵ_{x1} (Figura 73).

Na Figura 75 encontram-se os resultados de deformações específicas nos extensômetros E1 a E4 (Figura 69) da PFP-A01 para cinco carregamentos proporcionais.

Os extensômetros mais externos E1 e E4, posicionados nas camadas longitudinais, apresentaram deformações proporcionalmente maiores que os extensômetros internos, que por sua vez, foram posicionados nas camadas transversais do CLT. Esta observação reforça a hipótese de que a seção do CLT não se mantém plana quando submetida a flexão, havendo uma contribuição perceptível da deformação das camadas externas devido a uma rigidez menor das camadas intermediárias, em decorrência do efeito *rolling shear*.

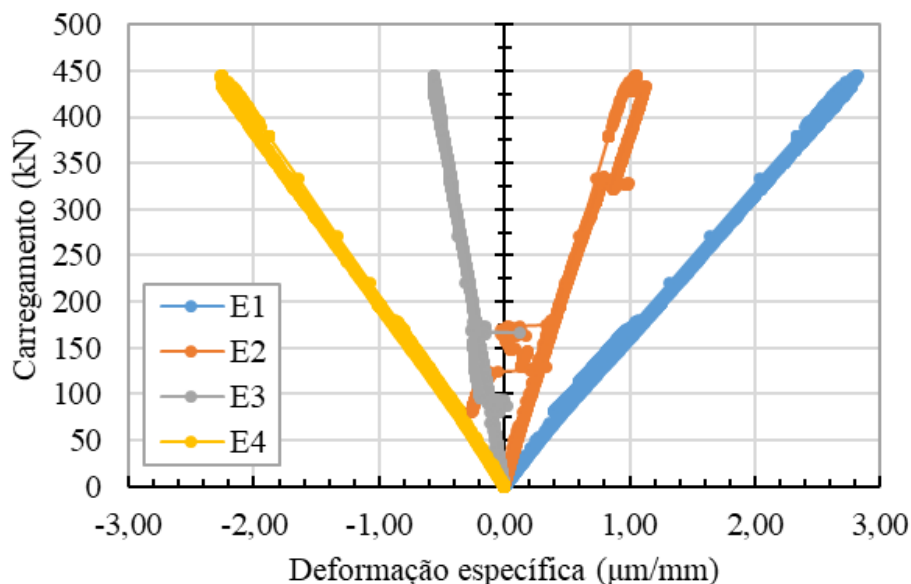
Figura 74 – Deformações específicas ϵ_y da PFP-A05.**Figura 75** – Deformação específica ao longo da seção PFP-A01.

Outro fato identificado nas deformações ao longo da seção é a posição da linha neutra, que para todos os carregamentos ficou acima do centro de gravidade teórico da placa de CLT. Isto indica que os módulos de elasticidade não são iguais para lamelas posicionadas simetricamente.

A Figura 76 apresenta as deformações específicas nos extensômetros E1 a E4 ao longo de todo o ensaio. Pela análise dos dados, observa-se que tais extensômetros se mantiveram estáveis até a ruptura, com exceção dos dados do extensômetro E2, que próximo de 330 kN

apresentou uma descontinuidade. Este fato também é perceptível na Figura 75, onde existe uma proximidade maior dos pontos de E2 das deformações referentes ao carregamento de 355 e 444 kN .

Figura 76 – Deformações nos extensômetros da PFP-A01.



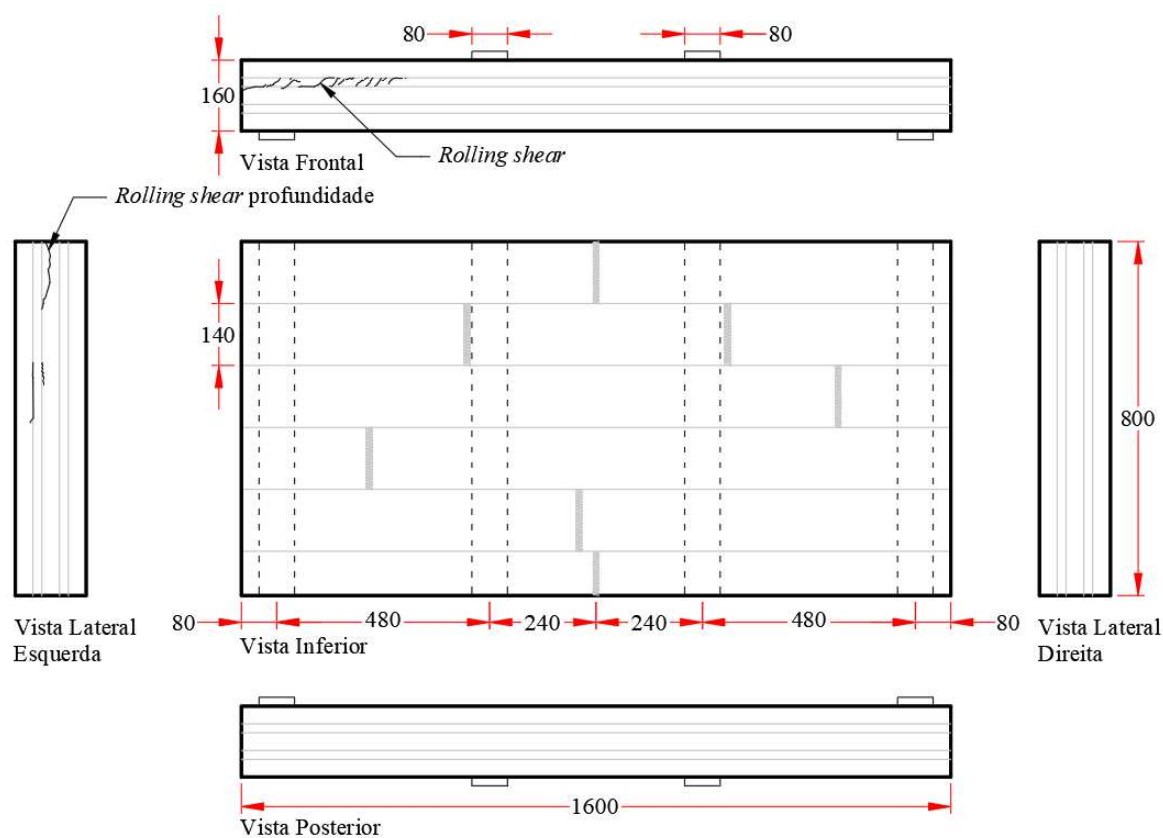
Fonte: AUTOR, 2020.

Os módulos de elasticidade transversal para as camadas intermediárias da amostra PFP-A05 foram estimados conforme APÊNDICE C. Seus valores resultaram em $G_{xy,1} = 251,96 \text{ MPa}$, $G_{xy,2} = 793,07 \text{ MPa}$ e $G_{xy,3} = 205,98 \text{ MPa}$.

Observou-se que os módulos de elasticidade transversal advindos das rosetas em função do carregamento tiveram valores inicialmente elevados que foram gradativamente se estabilizando com a carga de aproximadamente 100 kN . Por haver dispositivos semirrígidos nos apoios para impedir deformações locais devido ao embutimento, resultou que os incrementos de carregamento fossem aplicados sem que houvessem incrementos de distorções proporcionais próximas ao apoio, onde as rosetas estavam posicionadas.

5.2.3 Rupturas

As fraturas ocorridas na amostra PFP-A01, ocasionadas por um carregamento máximo de $P_{máx} = 444,92 \text{ kN}$, demonstram que a ruptura ocorreu devido afeito *rolling shear* das lamelas transversais. Tais rupturas podem ser observada nas Figura 77, onde a propagação das fissuras tem formato ondulares na lateral da placa (b) e (c), e apresentando deslocamento característico de cisalhamento no topo da placa (d) e (e). As fraturas foram localizadas na região onde o esforço cortante era maior e a resistência ao cisalhamento era menor.

Figura 77 – Fraturas na amostra PFP-A01.

(a) Fraturas plotadas, dimensões em milímetros



(b) Vista frontal, fissuras sem destaque



(c) Vista frontal, fissuras destacadas com caneta hidrográfica



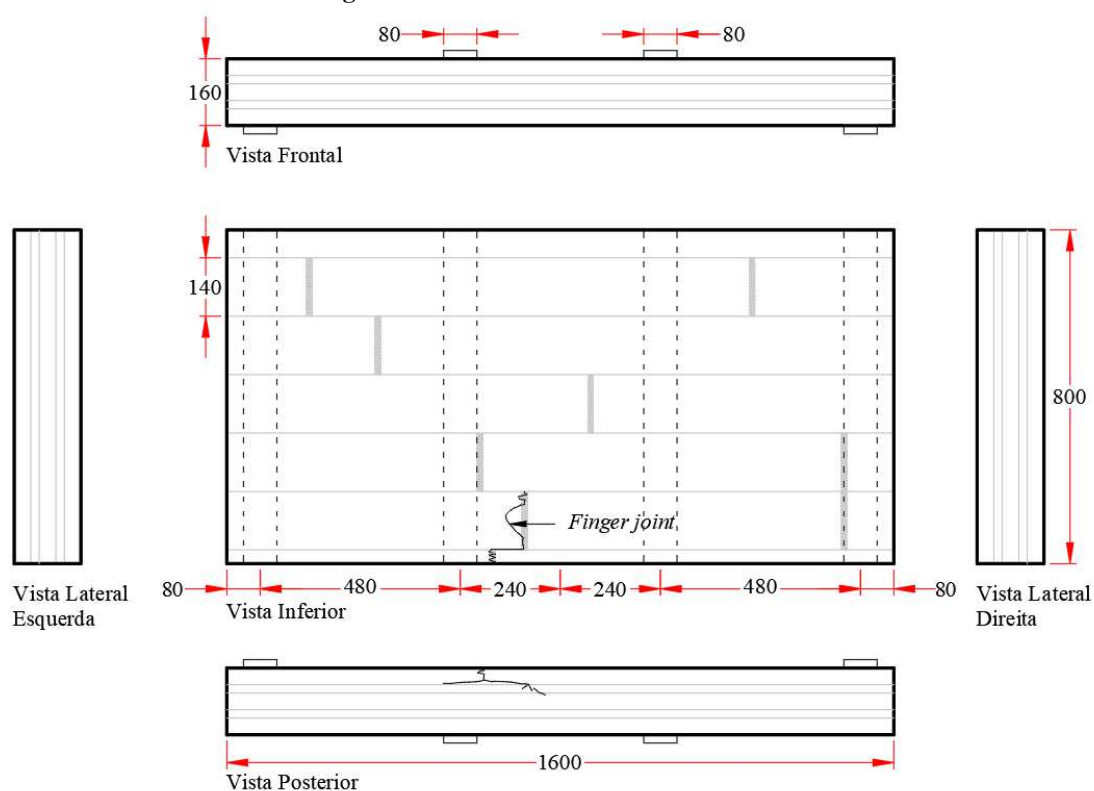
(d) Vista lateral esquerda, fissuras sem destaque



(e) Vista lateral esquerda, fissuras destacadas com caneta hidrográfica

A fratura ocorrida na amostra PFP-A02 está apresentada na Figura 78, sendo possível notar que a ruptura da placa se deu ao atingir a resistência de tração no *finger joint* posicionado na face inferior da placa, propagando-se a fratura para a camada de lamelas imediatamente superior. Tal fratura foi provocada por um carregamento de $P_{\max} = 363,33 \text{ kN}$. Foi observado ainda, que a fratura na camada inferior tendeu a se propagar pela interface ou proximidades do *finger joint*, indicando que este foi uma zona de fragilidade da amostra. A fratura se concentrou na zona mais tracionada da região onde o momento fletor foi maior.

Figura 78 – Fraturas na amostra PFP-A02.



(a) Fraturas plotadas, dimensões em milímetros



(b) Vista posterior



(c) Vista posterior, fissuras destacadas com caneta hidrográfica

Continua

Continuação



(d) Vista inferior

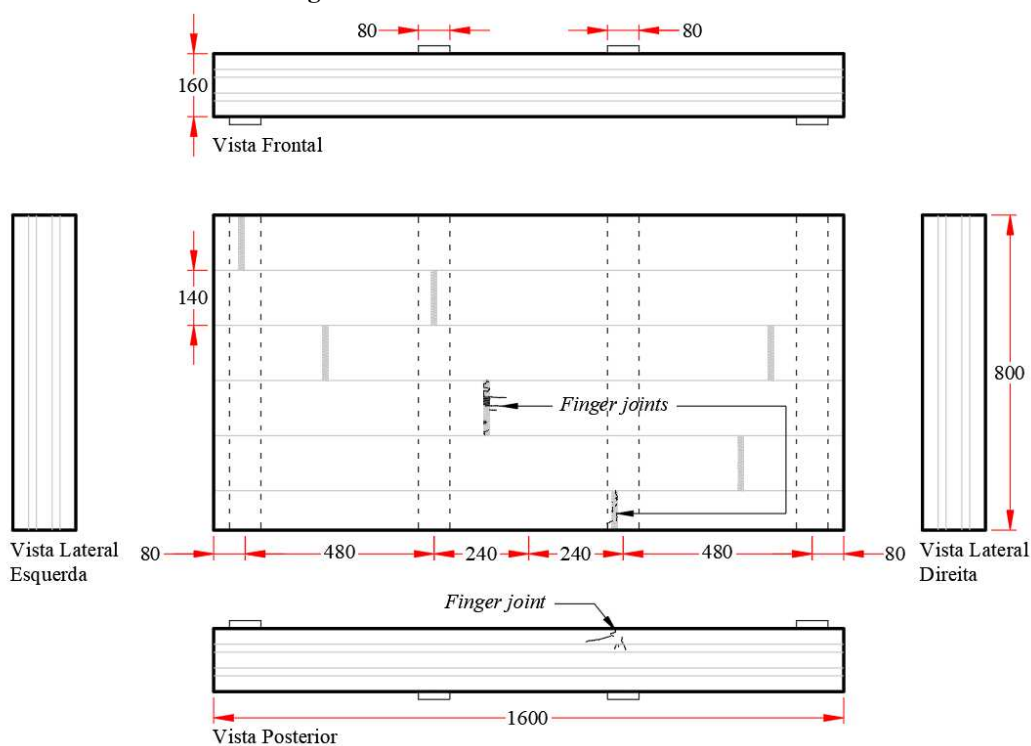


(e) Vista inferior

Fonte: AUTOR, 2020.

Ao suportar um carregamento de $P_{\max} = 410,57 \text{ kN}$, a amostra PFP-A03 apresentou fraturas na região mais tracionada devido a flexão na região inferior central da placa, onde o momento fletor é máximo (Figura 79). As fraturas ocorreram nas duas ementas de topo de lamelas que haviam nesta zona da placa, mesmo ambas não estarem próximas umas das outras. Tais fraturas indicam que as tensões atuantes da região eram equivalentes e a resistência à tração nos *finger joints* foram atingidas simultaneamente.

Figura 79 – Fraturas na amostra PFP-A03.



(a) Fraturas plotadas, dimensões em milímetros

Continua

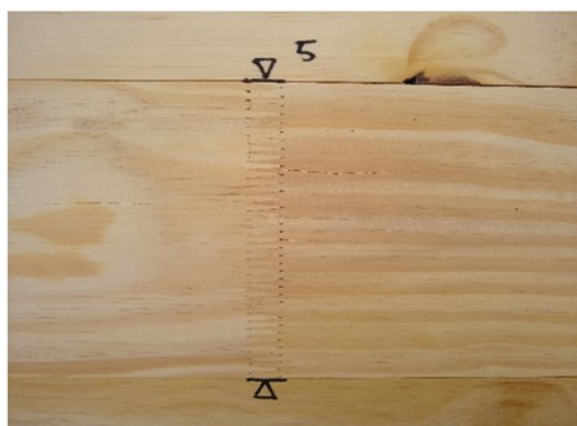
Continuação



(b) Vista posterior



(c) Vista posterior, fissuras destacadas com caneta hidrográfica



(d) Vista inferior



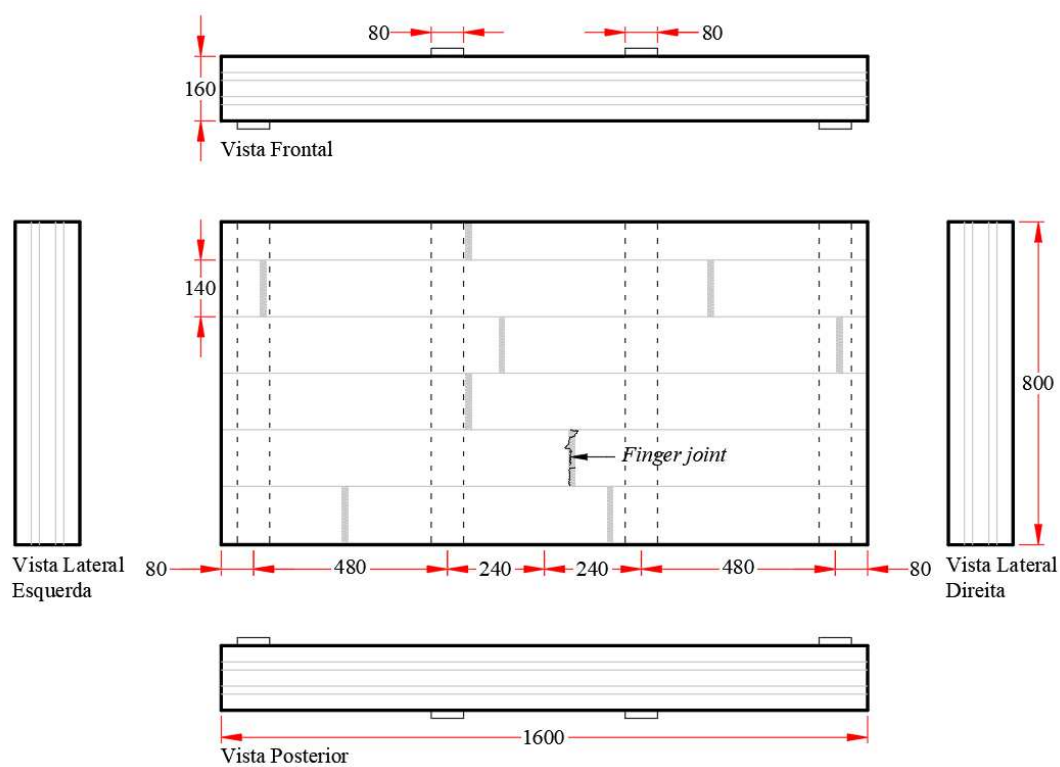
(e) Vista inferior

Fonte: AUTOR, 2020.

A Figura 80 indica que a fratura ocorrida na amostra PFP-A04 esteve na região central da face inferior da placa, que por sua vez atingiu um carregamento de $P_{m\acute{a}x} = 414,53 \text{ kN}$. Tal fratura ocorreu em um dos *finger joints* existentes nesta região e propagou-se ao longo do início das ranhuras da emenda, como observado mais nitidamente na Figura 80(d). Desta forma, é possível caracterizar a ruptura desta amostra por tração no *finger joint*.

A amostra PFP-A05 teve suas fraturas ocorridas devido a um carregamento de $P_{m\acute{a}x} = 418,49 \text{ kN}$. Tais fraturas ocorreram em duas emendas de topo localizadas em posições opostas na camada inferior da amostra e são mostradas na Figura 81. Observa-se ainda que a propagação das fraturas se aproximou da região central da placa, onde se encontrava o momento fletor máximo. A partir de tais evidências, é possível identificar que as fraturas ocorreram via resistência à tração dos *finger joints*.

Figura 80 – Fratura na amostra PFP-A04.



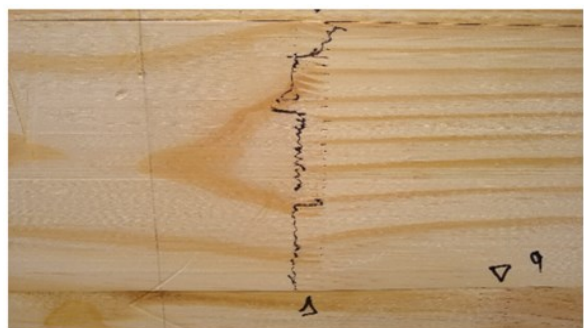
(a) Fraturas plotadas, dimensões em milímetros



(b) Vista inferior



(c) Vista inferior



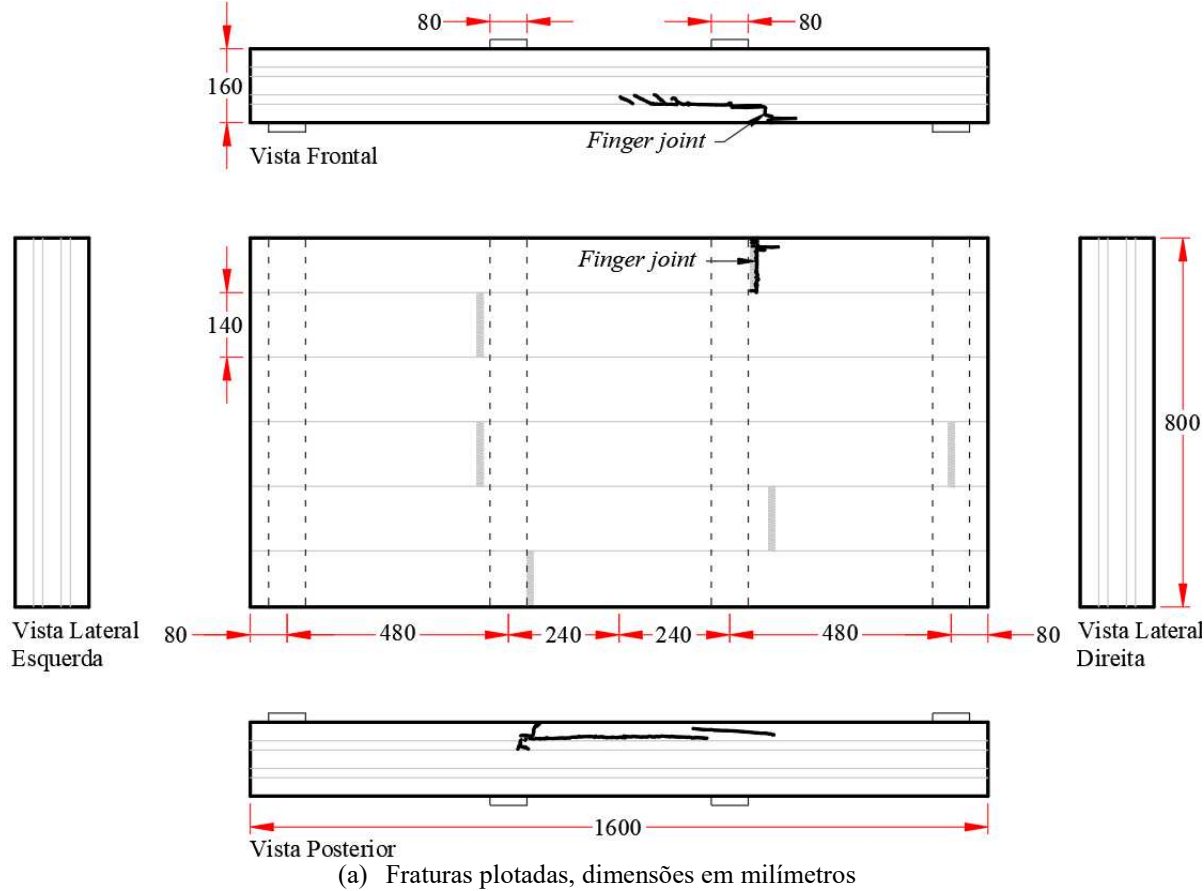
(d) Vista inferior



(e) Vista inferior

Fonte: AUTOR, 2020.

Figura 81 – Fraturas na amostra PFP-A05.



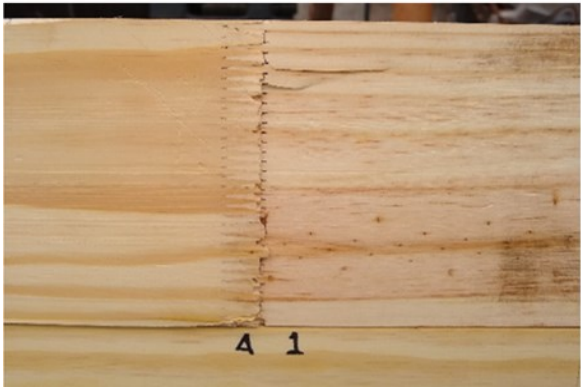
(b) Vista frontal



(c) Vista posterior

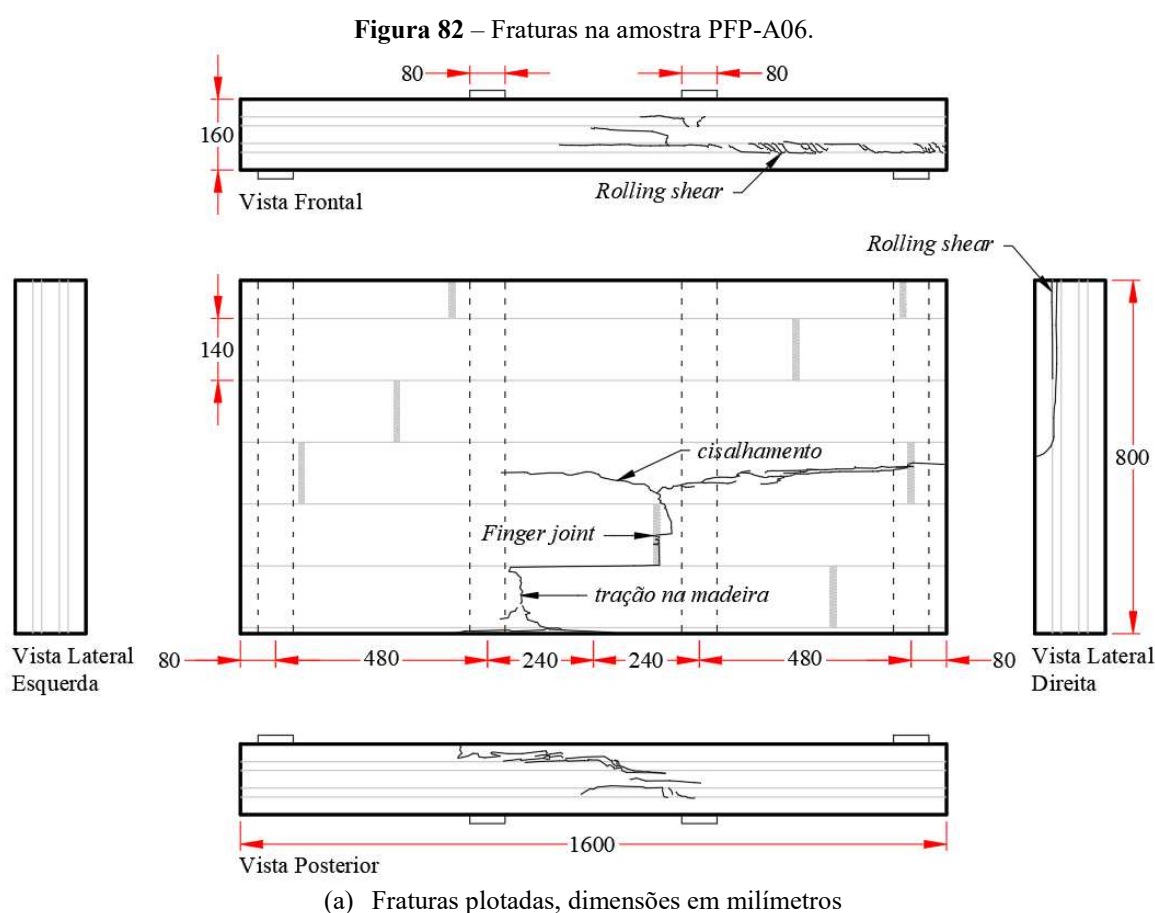


(d) Vista posterior



(e) Vista inferior

A placa PFP-A06 teve sua ruptura ocorrida em razão de uma carga de 514,25 kN, que provocou fraturas da camada intermediária na zona onde a cortante é máxima, seguida de fraturas por rompimento das fibras à tração da madeira e também tração no *finger joint*. Tais fraturas propagaram-se ao longo do sentido transversal da amostra, como mostra a Figura 82. Não foi possível identificar o local do início das fraturas, pois as mesmas ocorreram de modo frágil e instantaneamente. Entretanto, interpreta-se tais rupturas como sendo decorrentes de uma fratura inicial pelo efeito *rolling shear* e posteriormente pela tração, pois, quando acontece o inverso (PFP-A02, A03 e A05), as fraturas tenderam a se propagarem das laterais para o meio da placa.



(b) Vista frontal



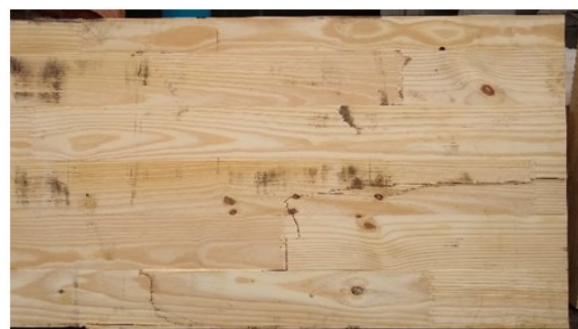
(c) Vista posterior

Continua

Continuação



(d) Vista lateral direita

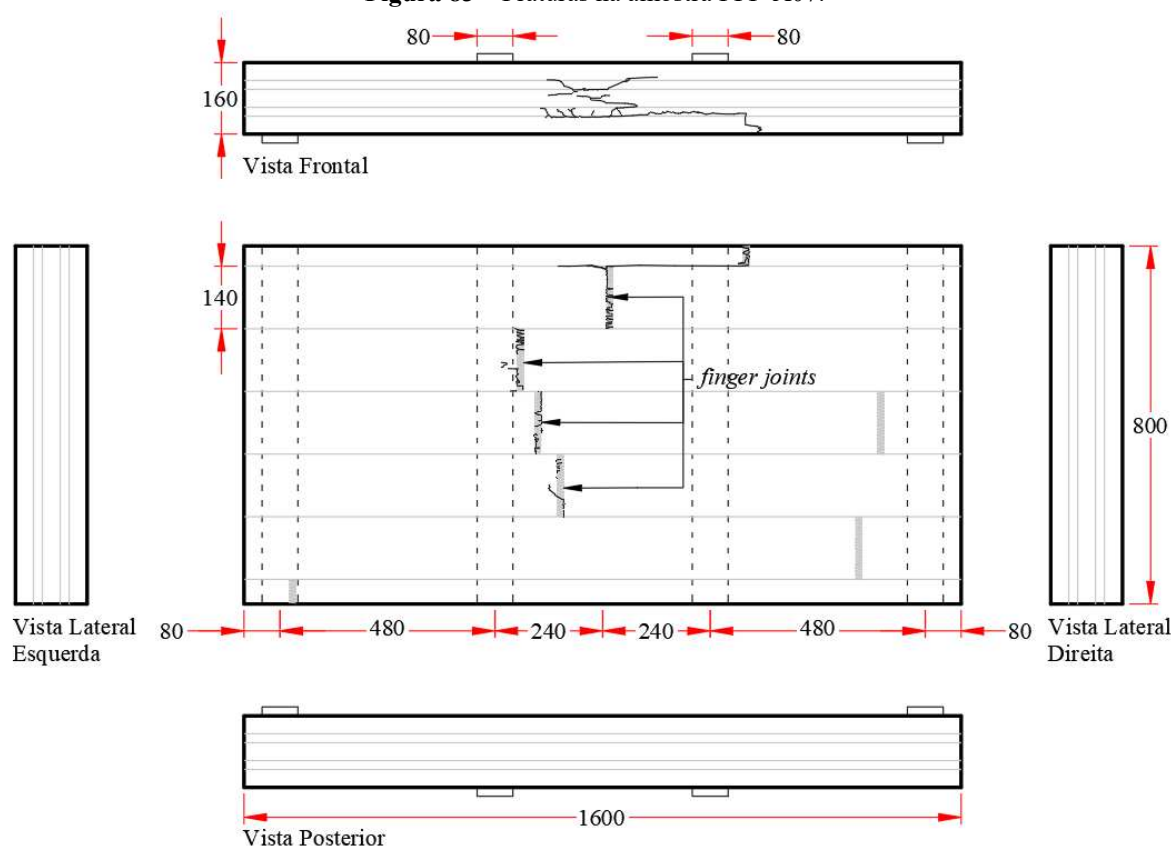


(e) Vista inferior

Fonte: AUTOR, 2020.

A Figura 83 exibe as fraturas sucedidas na PFP-A07 em decorrência de um carregamento registrado igual a $P_{máx} = 472,99 \text{ kN}$. Nesta peça, a fratura de ligações de topo na parte inferior da placa foi evidenciada como responsável por ocasionar a ruptura, caracterizando-se, portanto, por atingir o limite da resistência à tração nos *finger joints* de tal amostra, simultaneamente.

Figura 83 – Fraturas na amostra PFP-A07.



(a) Fraturas plotadas, dimensões em milímetros

Continua

Continuação



(b) Vista frontal



(c) Vista frontal/inferior



(d) Vista inferior



(e) Vista inferior

Fonte: AUTOR, 2020.

5.2.4 Capacidade de resistência

A partir esquema estrutural dos ensaios experimentais foi possível estimar o carregamento máximo atuante em cada uma das amostras e os esforços, momento fletor e cortante, na posição onde houve a fratura que caracterizou a ruptura do CLT. À vista disso, determinou-se a capacidade de resistência quanto ao momento fletor e ao esforço cortante do grupo de amostras da PFP-A, como mostra a Tabela 14.

Como os valores M_R e V_R são diretamente produzidos pelo carregamento máximo aplicado $P_{máx}$, é natural que o coeficiente de variação entre os mesmos seja igual.

Para obtenção dos valores de resistência à tração do *finger joint* e resistência no *rolling shear*, os valores de módulo de elasticidade em cada lamela de cada camada seriam necessários. Entretanto, via correlações entre as propriedades de deformabilidade do pinus, segundo Bodig e Jayne (1982), e aplicando um processo de aproximações numéricas com auxílio do método da seção transformada programado no software MS Excel, foi possível estimar tais valores, como se apresenta na Tabela 15. Também são apresentados os valores estimados de rigidez à flexão e ao esforço cortante, que são nomeado como K_{CLT} e S_{CLT} , conforme Thiel (2013).

Tabela 14 – Capacidade de resistência ao momento fletor (M_R) e esforço cortante (V_R) além de modo de ruptura das amostras PFP-A.

| ID | P_{\max} (kN) | M_R (kN.m) | V_R (kN) | Modo de Ruptura |
|----------------------|--------------------|-----------------|---------------|--|
| PFP-A01 | 444,92 | 106,78 | 222,46 | Cisalhamento <i>rolling shear</i> |
| PFP-A02 | 363,33 | 87,20 | 181,67 | Tração <i>finger joint</i> |
| PFP-A03 | 410,57 | 98,54 | 205,28 | Tração <i>finger joint</i> |
| PFP-A04 | 414,53 | 99,49 | 207,27 | Tração <i>finger joint</i> |
| PFP-A05 | 418,49 | 100,44 | 209,25 | Tração <i>finger joint</i> |
| PFP-A06 | 514,28 | 123,43 | 257,14 | Cisalhamento <i>rolling shear</i> e Tração <i>finger joint</i> |
| PFP-A07 | 472,99 | 113,52 | 236,49 | Tração <i>finger joint</i> |
| Média | 434,16 | 104,20 | 217,08 | |
| Desvio Padrão | 48,73 | 11,69 | 24,36 | |
| COV (%) | 11,22 | 11,22 | 11,22 | |

Fonte: AUTOR, 2020.

Tabela 15 – Resistência a tração no *finger joints* ($f_{M,CLT}$) e cisalhamento no *rolling shear* ($f_{r,CLT}$), e rigidez à flexão (K_{CLT}) e ao esforço cortante (S_{CLT}) das amostras PFP-A.

| ID | $f_{M,CLT}$ (MPa) | $f_{r,CLT}$ (MPa) | K_{CLT} (MPa.mm ⁴) | S_{CLT} (MPa.mm ²) |
|-------------------------------------|----------------------|----------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| PFP-A01 | - | 2,32 | 3,21E+12 | 1,78E+07 |
| PFP-A02 | 29,21 | - | 2,94E+12 | 1,68E+07 |
| PFP-A03 | 42,95 | - | 2,97E+12 | 1,69E+07 |
| PFP-A04 | 38,01 | - | 2,85E+12 | 1,64E+07 |
| PFP-A05 | 43,57 | - | 2,77E+12 | 1,61E+07 |
| PFP-A06 | 52,30 | 2,68 | 2,62E+12 | 1,55E+07 |
| PFP-A07 | 46,62 | - | 3,19E+12 | 1,78E+07 |
| Média | 42,11 | 2,50 | 2,94E+12 | 1,67E+07 |
| Desvio Padrão | 7,88 | 0,26 | 2,14E+11 | 8,42E+05 |
| Coefficiente de Variação (%) | 18,71 | 10,23 | 7,28 | 5,03 |

Fonte: AUTOR, 2020.

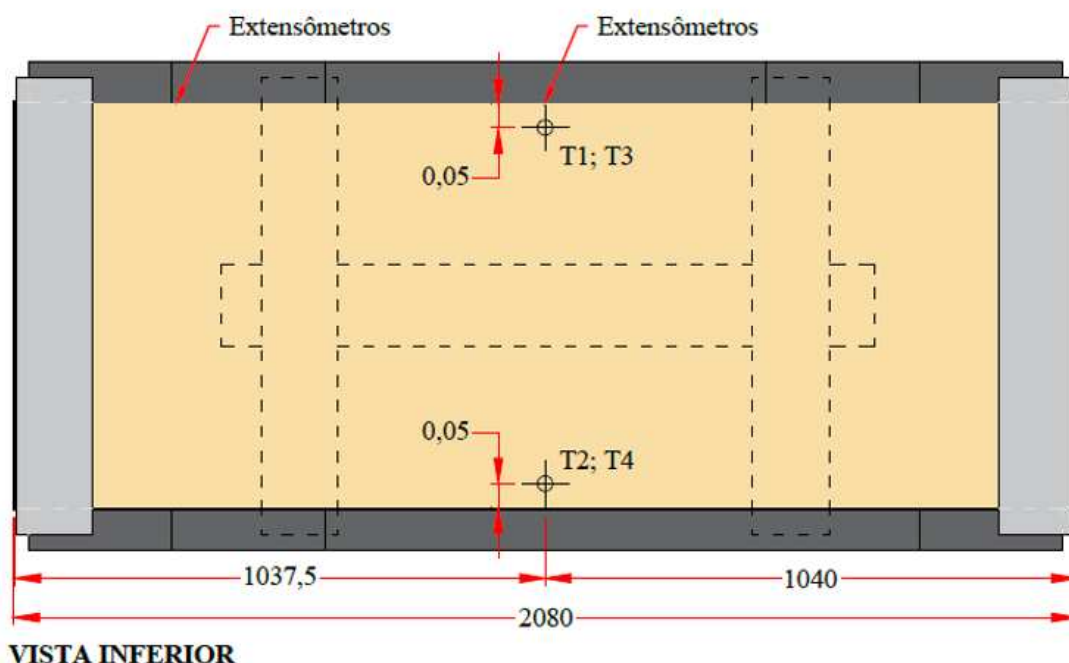
A variação de propriedades mecânicas locais da madeira ($f_{M,CLT}$ e $f_{r,CLT}$) mostrou-se maior que a variação proveniente de propriedades globais da amostra, como observado nos fatores K_{CLT} e S_{CLT} .

5.3 Ensaios PFP-B

5.3.1 Deslocamentos

Para facilitar a interpretação dos resultados, a Figura 84 apresenta novamente a posição dos transdutores nos ensaios da série PFP-B, sendo que, os transdutores T1 e T2 foram posicionados na mesma coordenada que T3 e T4, respectivamente. Entretanto, os dois primeiros foram colocados na face superior da placa apoiados na galga menor (entre carregamentos), enquanto que, os transdutores T3 e T4 ficaram na parte inferior da placa, apoiados na galga maior, para mensurar os deslocamentos no meio do vão com relação aos apoios.

Figura 84 – Posição dos transdutores nos ensaios PF4-B.

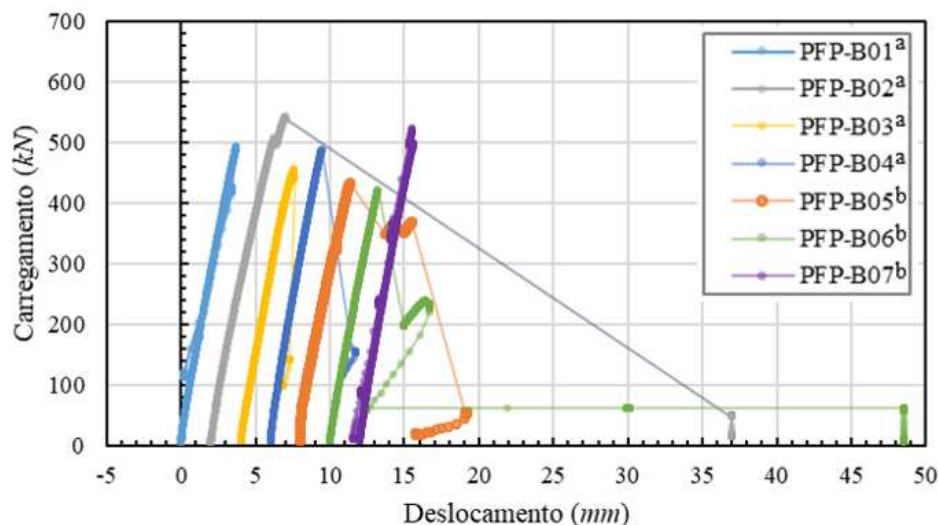


Dimensões em milímetros.

Fonte: AUTOR, 2020.

A média entre os deslocamentos aferidos pelos transdutores T1 e T2, posicionados simetricamente entre si, estão plotados na Figura 85. Nesta figura, é possível identificar um comportamento relativamente ordenado e constante dos deslocamentos até a ruptura das sete placas avaliadas. Com início das rupturas locais, houveram perdas de carregamento, que foram retomadas gradualmente com o deslocamento do atuador.

Figura 85 – Deslocamento médio entre T1 e T2, PFP-B¹⁴, sendo (a) as placas coladas com 250 g/m² e (b) as peças coladas com 220 g/m² de adesivo estrutural.



Fonte: AUTOR, 2020.

Os deslocamentos máximos registrados pelos transdutores T1 e T2 até o momento da ruptura ficaram entre 2,5 e 5,0 mm. Observa-se ainda, que houveram discrepâncias em resultados pós-ruptura. Isso ocorreu pois tais resultados são diretamente relacionados com a posição da agulha do transdutor no início do ensaio. Esta posição varia naturalmente devido a montagem de cada uma das amostras.

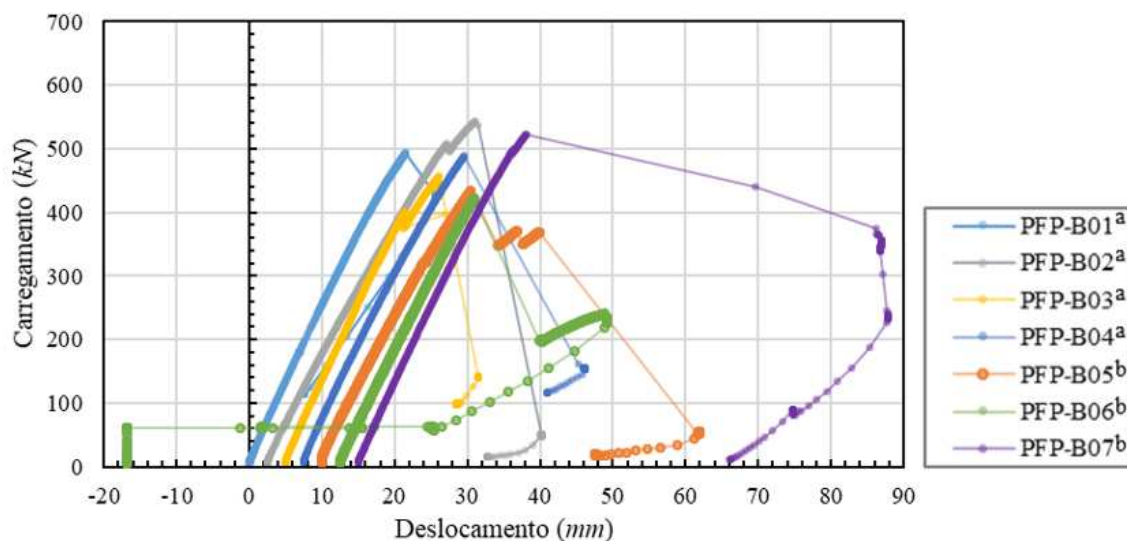
A Figura 86 exibe os deslocamentos médios registrados pelos transdutores T3 e T4, fazendo a leitura da flecha no meio do vão das placas. O comportamento dos resultados pré-ruptura foi constante em praticamente todas as amostras, com exceção da PFP-B02, que após uma fratura local ainda resistiu a um incremento de carga. Pelo mesmo motivo observado na Figura 85, os resultados pós-ruptura tiveram grande variação. Os deslocamentos máximos registrados pré-ruptura ficaram em torno de 20 e 30 mm.

5.3.2 Deformações

A Figura 87 relembra a posição dos extensômetros colocados nas amostras da PFP-B, sendo que as rosetas foram posicionadas somente na amostra PFP-B07 e seu ponto de referência ao longo do eixo x fica distante 240 mm do apoio. Enquanto que os extensômetros E01 e E02 foram posicionados ao centro do vão.

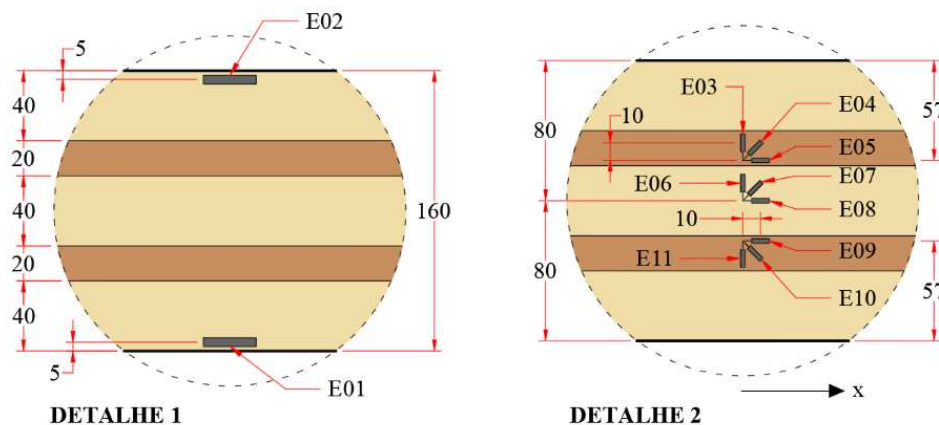
¹⁴ Distância de 2 mm na plotagem dos resultados imposta no tratamento dos dados para melhor visualização dos mesmos.

Figura 86 – Deslocamento médio entre T3 e T4, PFP-B¹⁵, sendo (a) as placas coladas com 250 g/m² e (b) as peças coladas com 220 g/m² de adesivo estrutural.



Fonte: AUTOR, 2020.

Figura 87 – Posição dos extensômetros em amostras da PFP-B .



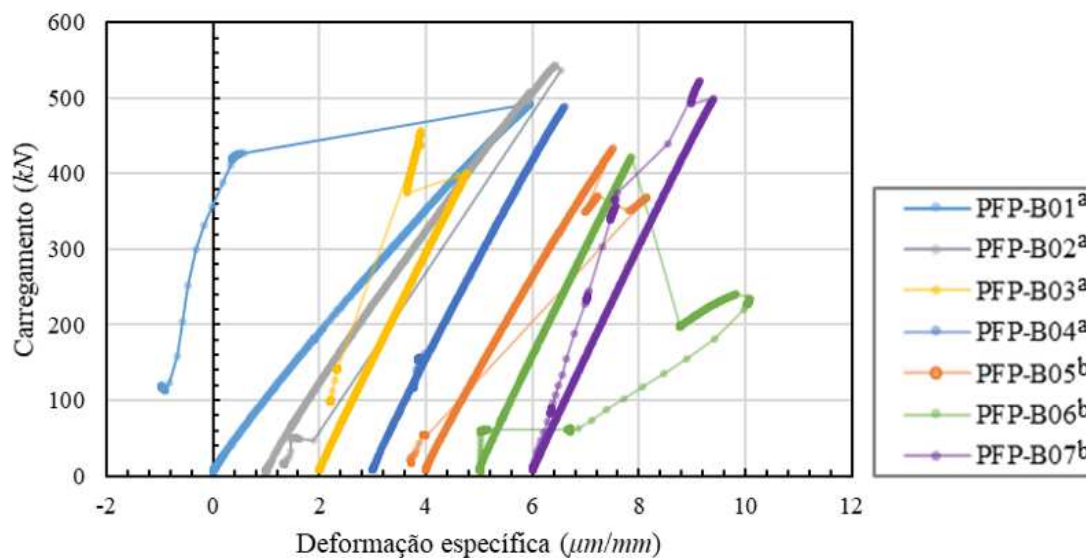
Dimensões em milímetros.

Fonte: AUTOR, 2020.

As deformações específicas registradas pelos extensômetros posicionados na lamela inferior no centro do vão foram plotados na Figura 88.

¹⁵ Distância de 2 mm inserida na plotagem dos resultados a fim de melhorar a comparação e visualização dos mesmos.

Figura 88 – Deformação específica nos extensômetros E1, PFP-B¹⁶, sendo (a) as placas coladas com 250 g/m² e (b) as peças coladas com 220 g/m² de adesivo estrutural.



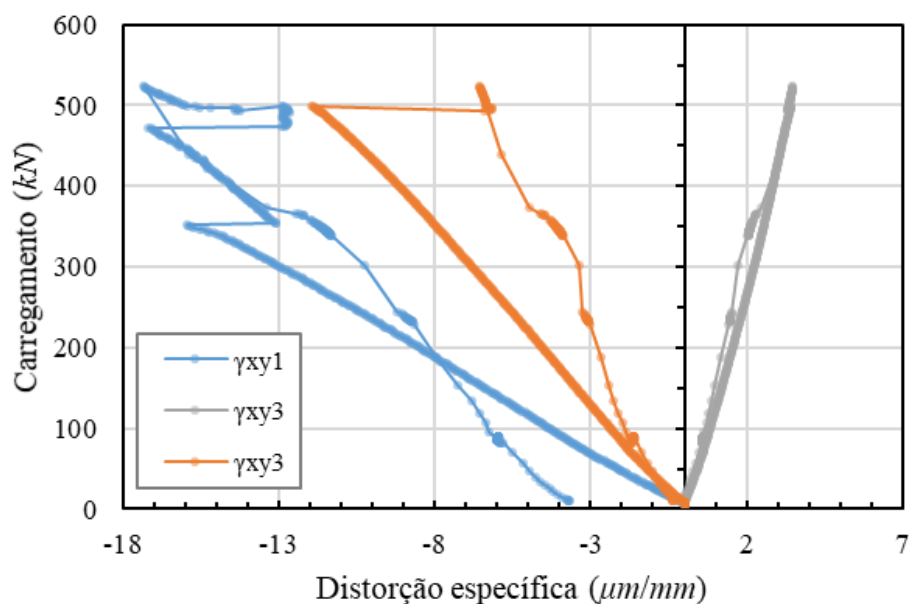
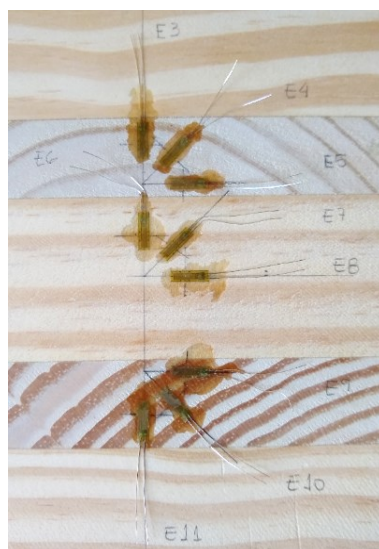
Fonte: AUTOR, 2020.

As distorções obtidas via procedimento descrito no APÊNDICE C, a partir dos dados coletados nas rosetas da PFP-B07, estão apresentados na Figura 89. Nesta figura é possível identificar que as maiores distorções são encontradas nas camadas intermediárias (*rolling shear*), enquanto que na camada central são observados os menores valores de distorção ao longo do carregamento. Não obstante, a camada intermediária superior à camada central teve valores ainda maiores que a camada abaixo da central.

A Figura 90 retrata as rosetas colocadas nas camadas intermediárias e central da PFP-B07, na qual se observa que a camada intermediária superior apresenta lenho tardio com espessura fina e espaçamento grande, ao contrário da camada intermediária inferior, que tem seus lenhos tardios espessos e mais aglomerados. Tais diferenças são relevantes para a predição do módulo de elasticidade tanto transversal como longitudinal da madeira.

De modo similar ao procedimento descrito no APÊNDICE C, foram estimados os módulos de elasticidade transversais das camadas intermediárias da amostra PFP-B07. Tendo seus valores estabelecidos como $G_{xy,1} = 124,40 \text{ MPa}$, $G_{xy,2} = 745,85 \text{ MPa}$ e $G_{xy,3} = 235,09 \text{ MPa}$.

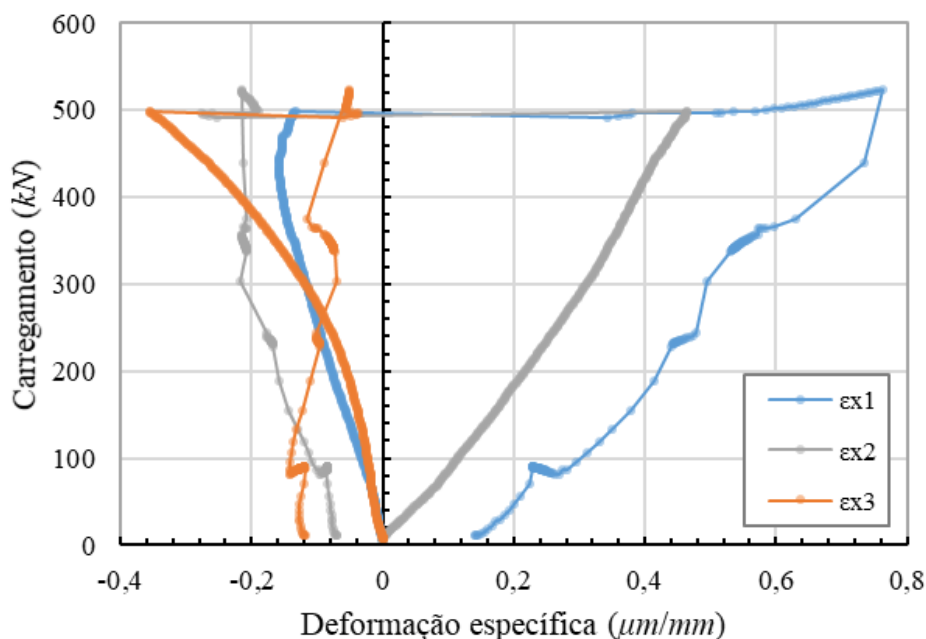
¹⁶ O acréscimo de 1 $\mu\text{m/mm}$ entre os resultados plotados foi inserido para melhorar comparação e visualização dos mesmos.

Figura 89 – Distorção γ_{xy} nas rosetas da PFP-B07.**Figura 90** – Rosetas na PFP-B07.**Fonte:** AUTOR, 2020.

Ainda sobre os resultados medidos pelas rosetas na PFP-B07, ao se analisar os extensômetros posicionados no sentido horizontal (eixo x), constata-se que houve uma mudança gradual da posição da linha neutra, como apresentado pelo extensômetro horizontal da segunda roseta (ε_{x2}) na Figura 91. Nesta, identificando-se que houve um incremento de carregamento, o extensômetro ε_{x2} passa de um estado considerado neutro para um estado de compressão. Assim, seria possível concluir que a linha neutra nesta seção estaria ficando abaixo do centro geométrico da amostra com relação à vertical (eixo y). Entretanto, observou-se ainda que houve não-linearidades nas deformações nas camadas intermediárias identificadas pelos

extensômetros ε_{x1} e ε_{x3} . Estas não-linearidades de deformação induzem que a linha neutra estivesse subindo com relação ao centro da peça, diferentemente da deformação na camada central.

Figura 91 – Deformação ε_x nas rosetas da PFP-B07.



Fonte: AUTOR, 2020.

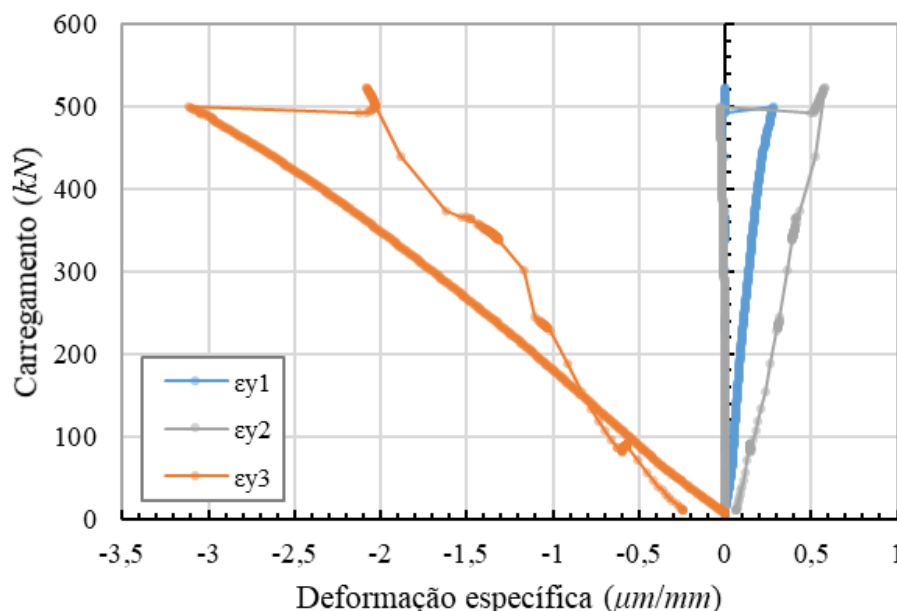
Como os extensômetros das camadas intermediárias estão mais distantes da linha neutra e em camadas diferentes da mesma, é plausível levar em consideração o extensômetro central para estimar a posição da linha neutra. Porém, tais comportamentos levam a compreender que a distribuição de deformações ao longo da seção não foi linear para a amostra em questão.

Outro conjunto de extensômetros que pode ser comparado a partir das rosetas da PFP-B07 é daquele posicionado verticalmente (eixo y). A Figura 92 apresenta a deformação específica na direção y (ε_y). Para interpretar tais dados, é importante ressaltar que a segunda roseta, posicionada na camada central, está referenciada a partir de um ponto localizado no centro geométrico da peça. Porém, aquele extensômetro posicionado verticalmente, tem seu centro de leitura posicionado 10 mm acima do centro geométrico da peça, com é possível identificar na Figura 90.

Observa-se na Figura 92 que o valor absoluto das deformações no eixo vertical no ponto da Roseta 3 foi consideravelmente maior comparado as demais deformações no mesmo eixo. Constata-se ainda, que ambos os extensômetros das Rosetas 1 e 2 estiveram

gradativamente tracionados até o carregamento de ruptura, enquanto que, o da terceira Roseta esteve gradualmente comprimido durante todo o ensaio.

Figura 92 – Deformação ε_y nas rosetas da PFP-B07.

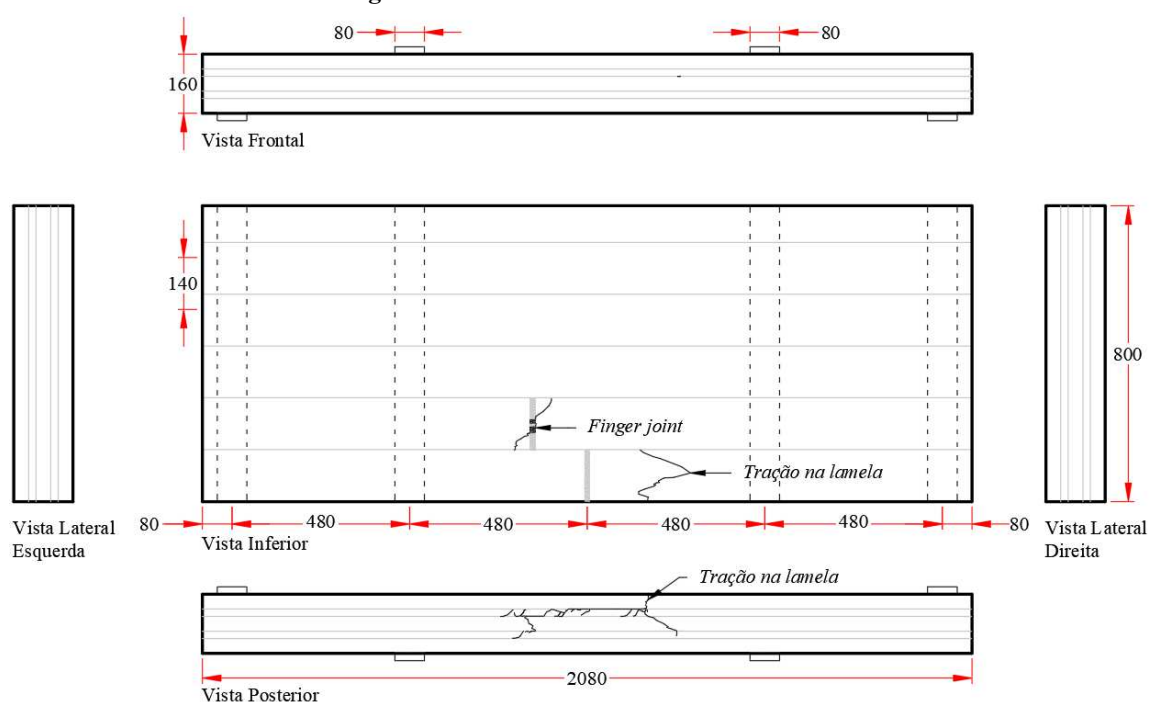


Fonte: AUTOR, 2020.

5.3.3 Rupturas

Nos ensaios das amostras PFP-B estas foram levadas até a ruptura. Tais rupturas foram caracterizadas pelo surgimento de fraturas e/ou descolamento entre as lamelas do CLT a ponto de haver uma perda de carregamento considerável em função da diminuição de seção resistente. Para garantir a segurança da equipe envolvida nos ensaios e conservar a integridade dos equipamentos, após a ruptura, o carregamento era interrompido, antes que houvesse o colapso da estrutura ensaiada experimentalmente.

A Figura 93 apresenta as fraturas ocorridas na PFP-B01, que chegou a ruptura com um carregamento de $P_{máx} = 493,23 \text{ kN}$. A propagação das fraturas, que ocorreram da parte inferior para a superior, separando os materiais, e os locais onde apareceram, que foram na região inferior da amostra entre as chapas de carregamentos (momento máximo), indicaram que a ruptura da peça se ocorreu após atingir a resistência de tração na flexão do CLT. Entretanto, desta vez, a tração não foi observada somente na emenda de topo, mas também no meio de uma das lamelas, inferindo-se que houve uma ruptura à tração na própria madeira.

Figura 93 – Fraturas na amostra PFP-B01.

(a) Fraturas plotadas, dimensões em milímetros



(b) Vista posterior



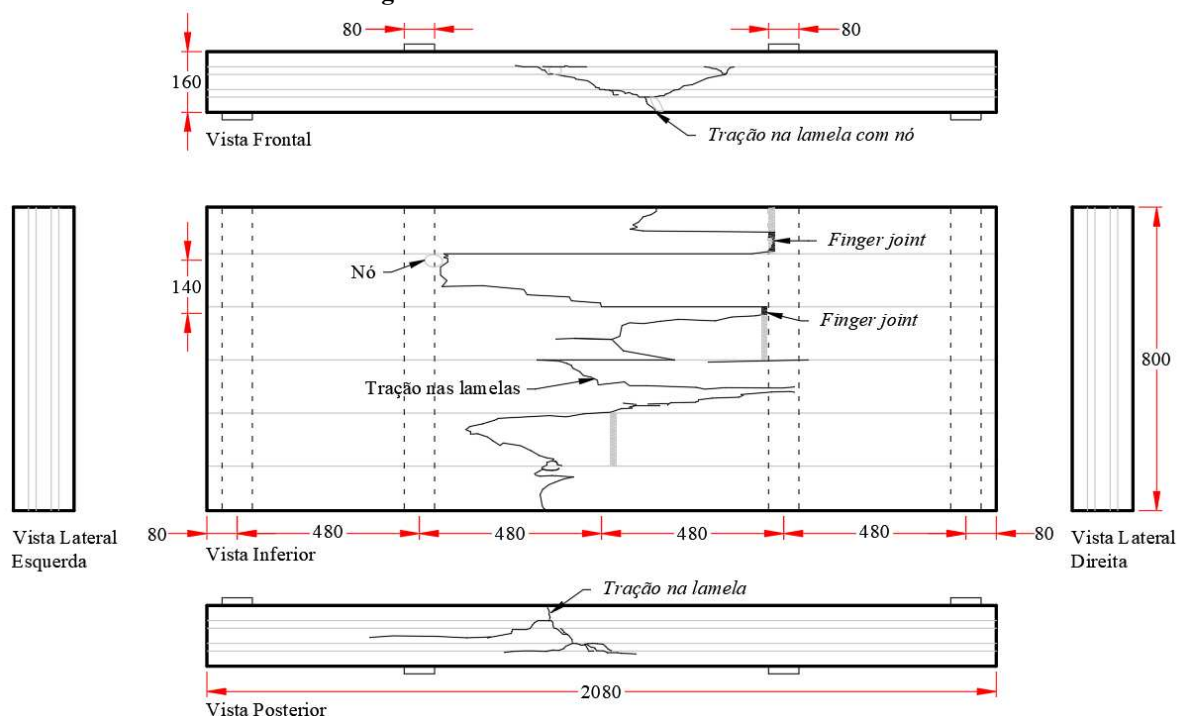
(c) Vista inferior/posterior

Fonte: AUTOR, 2020.

A placa PFP-B02 veio a se romper ao ser submetida a um carregamento de $P_{m\acute{a}x} = 543,35 \text{ kN}$. As fraturas desta amostra estão apresentadas na Figura 94, onde é possível perceber que a ruptura ocorreu devido ao excesso de tração na flexão. Nota-se ainda, que houveram fraturas em uma grande extensão da placa, em todas as lamelas da camada inferior posicionadas entre os carregamentos. Pelas vistas frontais e posterior, é possível constatar que tais fraturas se propagaram até a primeira camada de lamelas, indicando que a peça estava em situação de colapso. O caminho das fraturas na parte inferior da amostra foi, de forma padronizada, entre

regiões mais frágeis como nós e emendas de topo, sempre no intervalo entre os carregamentos, onde apenas se tem o momento fletor e com seu valor máximo.

Figura 94 – Fraturas na amostra PFP-B02.



(a) Fraturas plotadas, dimensões em milímetros



(b) Vista posterior

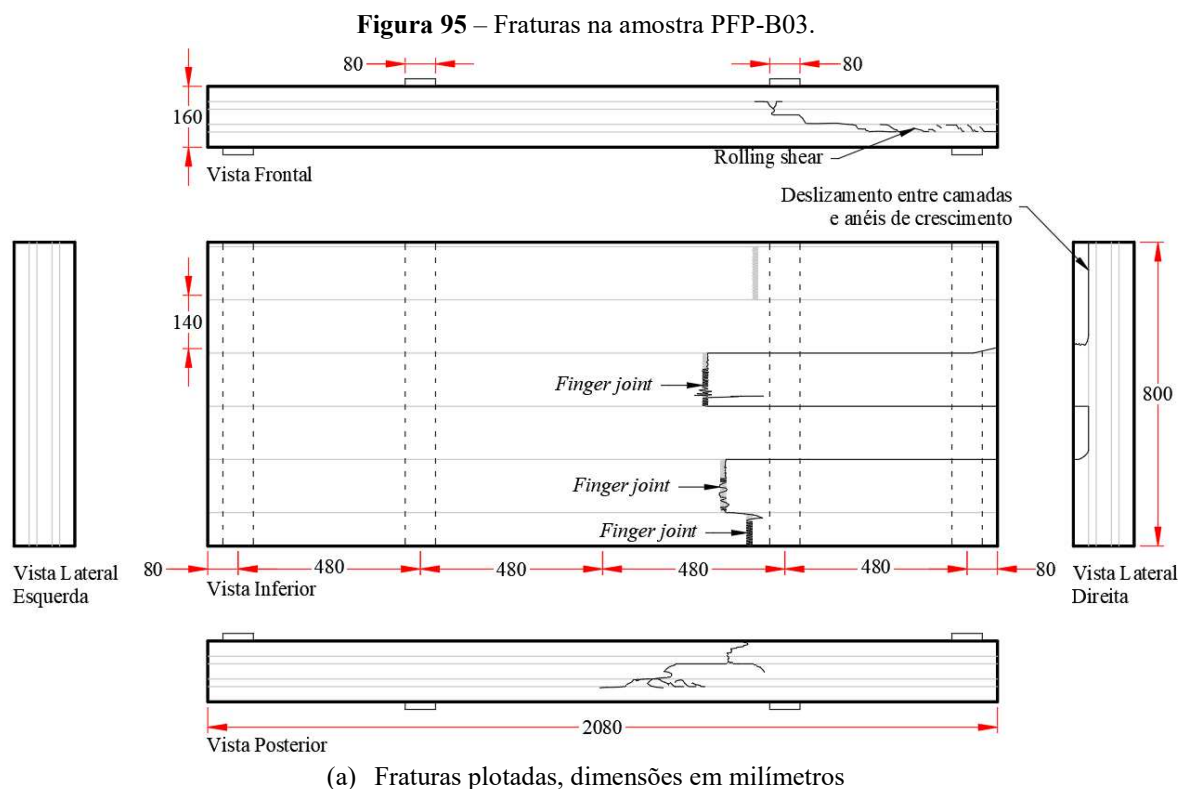


(c) Vista inferior

Fonte: AUTOR, 2020.

A Figura 95 exibe as fraturas que surgiram na amostra PFP-B03 após um carregamento de $P_{m\acute{a}x} = 456,42 \text{ kN}$. Nesta placa, identificou-se fraturas decorrentes de rupturas no *rolling shear* e também em ementas de topo *finger joints*. Observa-se que as fraturas em uma das camadas intermediárias foram propagadas da lateral direita para o apoio, região onde o esforço cortante é máximo. O formato de tais fissuras é característico de ruptura no *rolling shear*. Enquanto que, pela face inferior, detecta-se que as fraturas, devido ao esforço cortante,

propagam-se para formar fraturas ocasionadas pelo excesso de tração em *finger joints*, chegando até a face posterior como fissuras que se direcionam até a segunda camada (contando-se da região superior para a inferior da peça). Esta última fratura ocorreu em uma região entre carregamentos, devido a um valor excessivo do momento fletor.



(b) Vista frontal

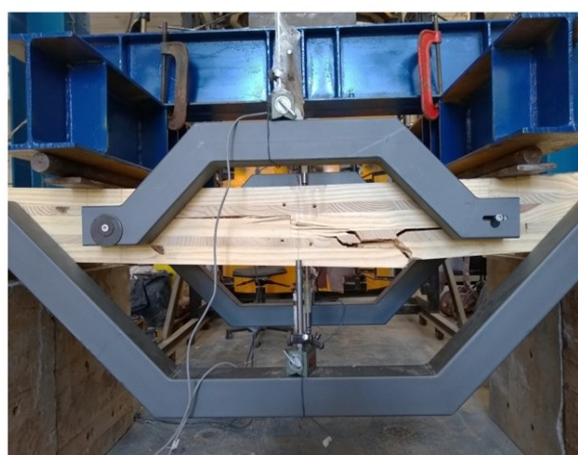
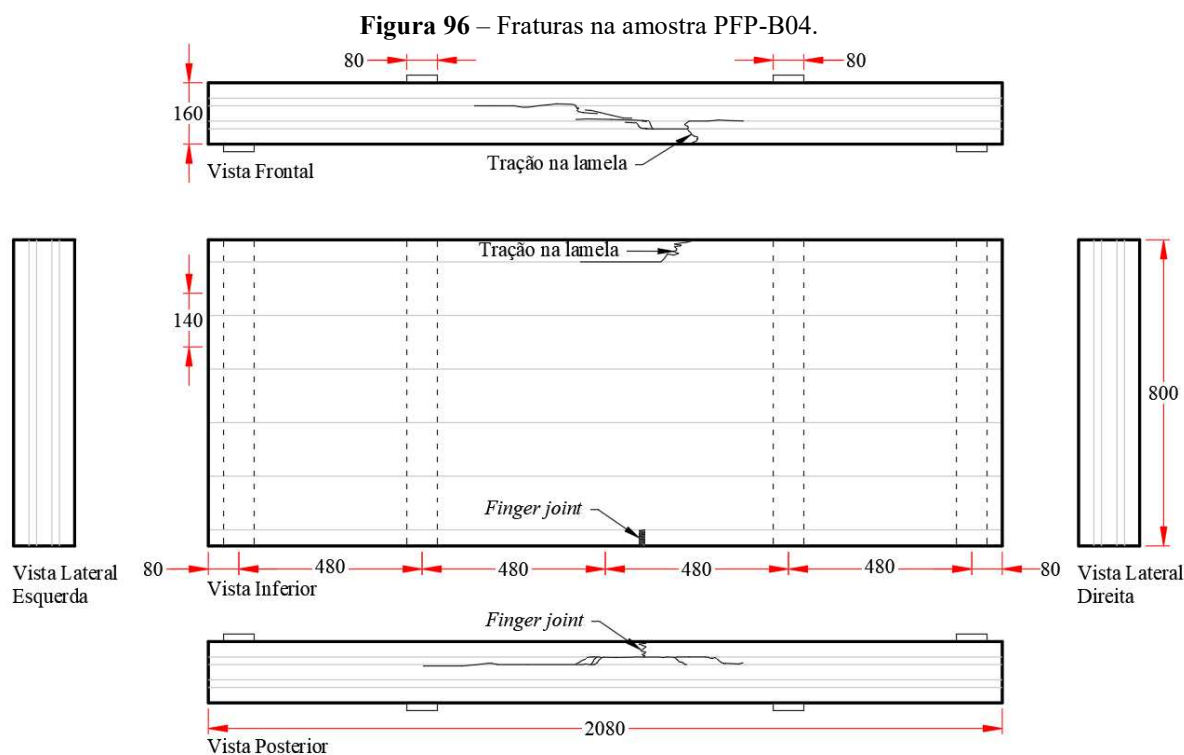


(c) Vista lateral direita

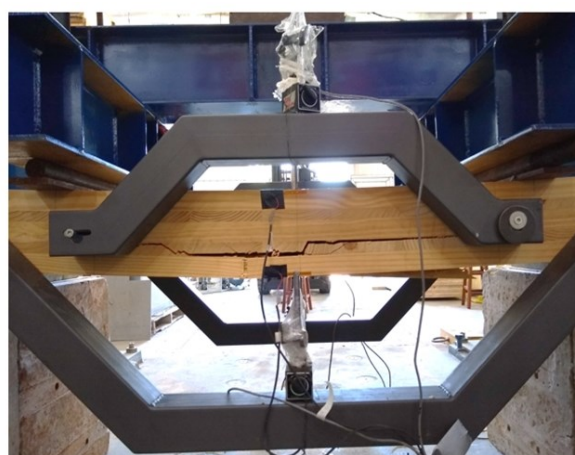
Fonte: AUTOR, 2020.

As fraturas na amostra PFP-B04 são representadas pela Figura 96 e ocorreram ao ser aplicado um carregamento de $P_{máx} = 488,79 \text{ kN}$ sobre a amostra. Ao se atingir a tensão de tração máxima resistente da lamela inferior próxima a face frontal e a máxima tensão de tração no

finger joint da lamela posicionada na borda oposta, também da face inferior, observa-se que foi verificada a ruptura da amostra. Tais fraturas propagaram-se de se da região inferior para a superior da peça, espalhando-se na região onde o momento fletor é máximo.



(b) Vista frontal



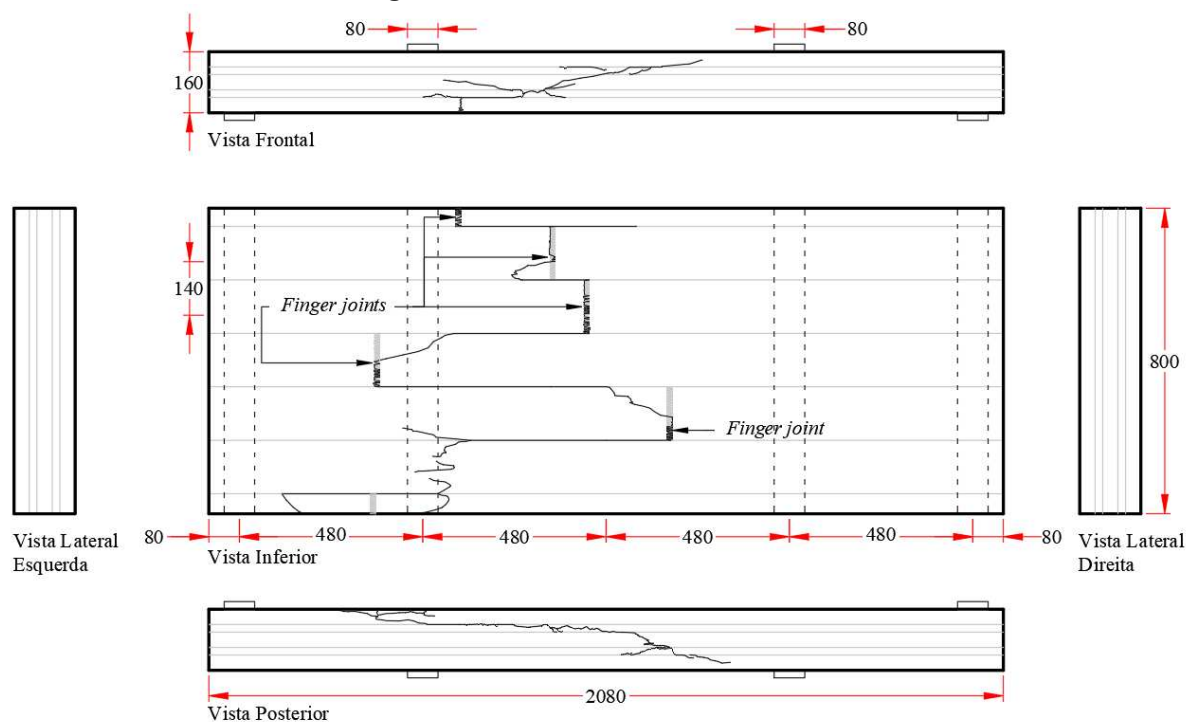
(c) Vista posterior

Fonte: AUTOR, 2020.

Ao atingir um carregamento de $P_{m\acute{a}x} = 433,31 \text{ kN}$, a amostra PFP-B05 veio à ruptura, como mostra a Figura 97. A partir das fraturas desta amostra, identifica-se que a mesma sofreu ruptura devido ao excesso de tração na flexão em elementos de ligação de topo das lamelas (*finger joints*). Mesmo havendo a ocorrência de fraturas em uma região onde o momento fletor

não é máximo (lado esquerdo das vistas inferior e posterior), de forma geral, as fraturas ocorreram na região entre carregamentos e sempre na parte inferior da amostra, propagando-se para camadas superiores. Observa-se que as fraturas ocorreram ao longo de toda a lateral (800 mm) da placa de CLT.

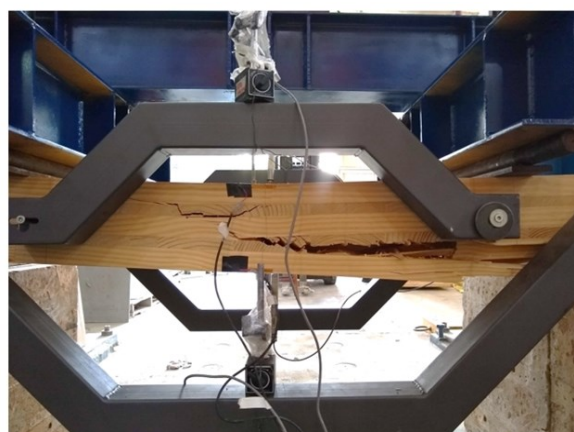
Figura 97 – Fraturas na amostra PFP-B05.



(a) Fraturas plotadas, dimensões em milímetros



(b) Vista frontal



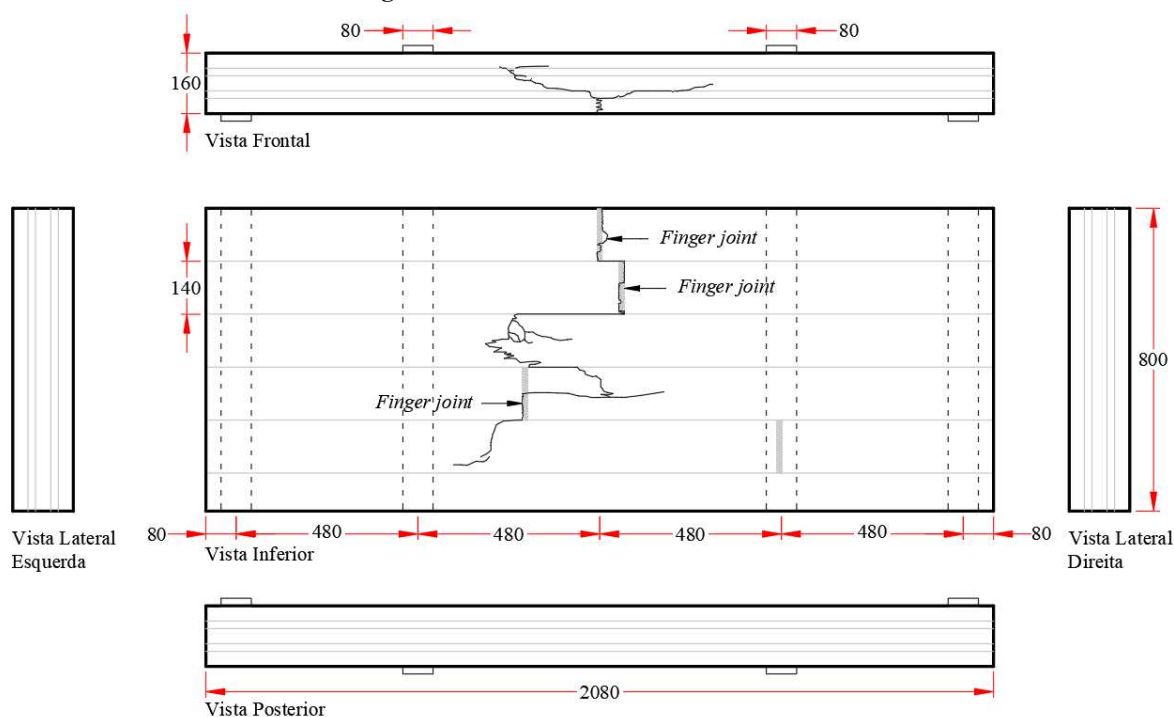
(c) Vista posterior

Fonte: AUTOR, 2020.

A Figura 98 exibe as fraturas na PFP-B06 decorrentes de um carregamento de $P_{m\acute{a}x} = 421,97 \text{ kN}$. Tais fraturas percorreram a face inferior da amostra passando por locais de fragilidade como ligações de topo *finger joints* e arredores de um nó. Na vista frontal da placa

é possível notar que a fratura da parte inferior se propagou de modo espraiado para camadas superiores do CLT. Levando-se em consideração ainda que tais fraturas ocorreram na região central do vão, é plausível caracterizar a ruptura desta amostra como sendo de tração na flexão.

Figura 98 – Fraturas na amostra PFP-B06.



(a) Fraturas plotadas, dimensões em milímetros



(b) Vista frontal

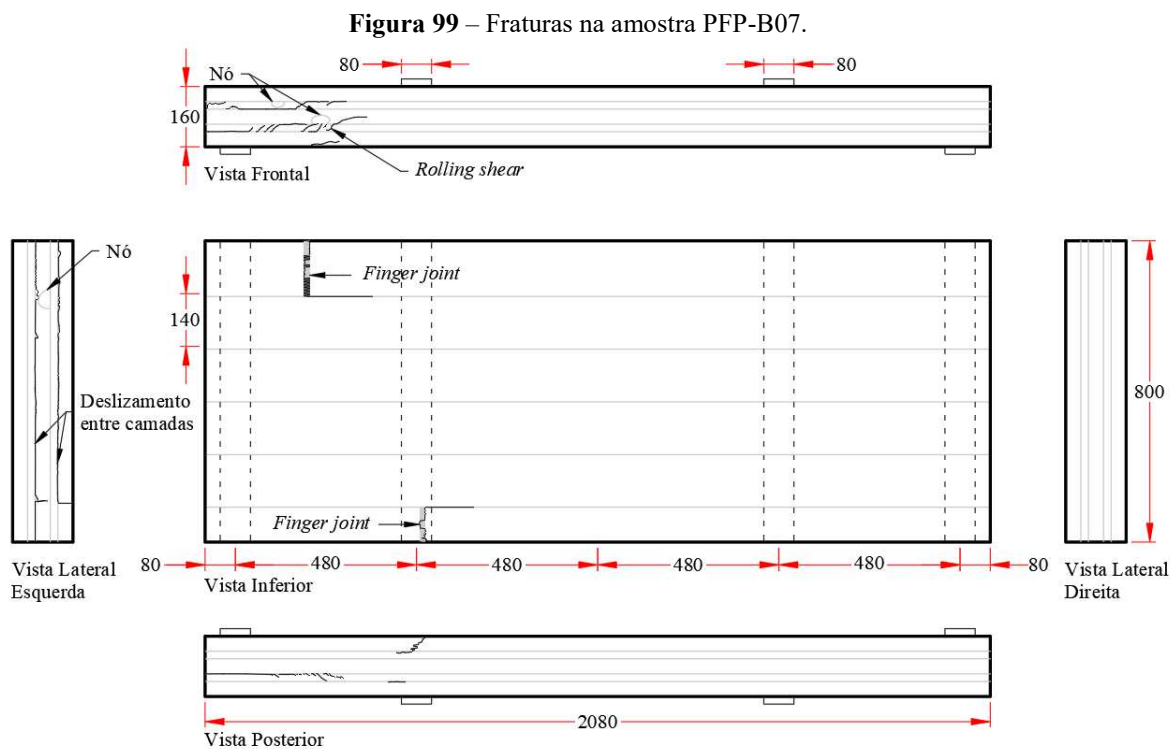


(c) Vista inferior

Fonte: AUTOR, 2020.

A amostra PFP-B07 suportou um carregamento máximo de $P_{\max} = 523,04 \text{ kN}$, sendo que, por ocasião do mesmo, a amostra rompeu e apresentou as fraturas exibidas pela Figura 99. Tensões tangenciais de valores excessivos provocaram fraturas na região entre o apoio e o carregamento esquerdo. Tais fraturas nas camadas intermediárias, que percolam ou

acompanham os anéis de crescimento, são próprias de falha no *rolling shear*. Outra evidência a ser destacada, é o deslizamento entre as camadas que ocorreu ao longo de toda a lateral da placa e é possível ser observado tanto na face frontal quanto na posterior.



(b) Vista posterior



(c) Vista lateral esquerda

Fonte: AUTOR, 2020.

Ainda sobre a Figura 99, é importante ressaltar que as fraturas nos *finger joints* ocorreram de maneira discreta, e que demonstram terem sido induzidas devido a tração na parte inferior das placas associada à perda de rigidez ao longo da seção, que por sua vez, foram consequências de cisalhamento que excederam a resistência das lamelas naquela região.

Avaliando-se as rupturas de um modo geral, as amostras PFP-B tiveram modos de ruptura (tração e cisalhamento) em mesma quantidade que as amostras da série PFP-A. Isto é coerente com a igualdade que existe entre a distância da linha apoio e a linha de carregamento mais próximo ($a = 480 \text{ mm}$). Distância responsável por produzir o braço de alavanca que gera o momento fletor no trecho entre carregamentos. Assim sendo, é possível afirmar a mudança de distância entre carregamentos não apresentou mudança significativa em quantidades de peças rompidas pela tração no *finger joint* ou cisalhamento no *rolling shear*. Entretanto, pode-se perceber que, de modo generalizado, as fraturas das amostras PFP-B foram mais intensas e se propagaram mais quando comparadas com as fraturas das amostras PFP-A, com exceção das amostras PFP-A06 e A07, que tiveram fraturas mais acentuadas que seus pares.

5.3.4 Capacidade de resistência

A Tabela 16 expõe valores de momento fletor (M_R) e esforço cortante (V_R) máximo resistido pelas placas do ensaio PFP-B, obtidos em função das dimensões do ensaio e do carregamento de ruptura ($P_{máx}$). Houveram duas amostras que se romperam pelo cisalhamento no *rolling shear*, enquanto que as demais tiveram sua ruptura caracterizada pela tração nas ligações de topo na camada inferior.

Tabela 16 – Capacidade de resistência ao momento fletor (M_R) e esforço cortante (V_R) além de modo de ruptura das amostras PFP-B.

| ID | $P_{máx}$ (kN) | M_R (kN.m) | V_R (kN) | Modo de Ruptura |
|----------------------|-------------------|-----------------|---------------|-----------------------------------|
| PFP-B01 | 493,23 | 118,37 | 246,61 | Tração <i>finger joint</i> |
| PFP-B02 | 543,35 | 130,40 | 271,67 | Tração <i>finger joint</i> |
| PFP-B03 | 456,42 | 109,54 | 228,21 | Cisalhamento <i>rolling shear</i> |
| PFP-B04 | 488,79 | 117,31 | 244,39 | Tração <i>finger joint</i> |
| PFP-B05 | 433,31 | 103,99 | 216,66 | Tração <i>finger joint</i> |
| PFP-B06 | 421,97 | 101,27 | 210,99 | Tração <i>finger joint</i> |
| PFP-B07 | 523,04 | 125,53 | 261,52 | Cisalhamento <i>rolling shear</i> |
| Média | 480,02 | 115,20 | 240,01 | |
| Desvio Padrão | 45,13 | 10,83 | 22,57 | |
| COV (%) | 9,40 | 9,40 | 9,40 | |

COV = coeficiente de variação.

Fonte: AUTOR, 2020.

Quando comparado aos resultados de coeficiente de variação das placas PFP-A, a variação das amostras PFP-B mostrou-se menor, mesmo havendo quantidades iguais de rupturas ocorridas devido ao *rolling shear*. Entretanto, ao se realizar um teste t comparando-se as duas médias, chegou-se a um valor $P = 0,508$ para um nível de confiança de 95%. Ou seja, não é descartada a hipótese nula para igualdade entre as médias. Permitindo, então, que tais resultados possam ser utilizados no mesmo grupo de análise.

A Tabela 17 traz valores de resistência à tração na flexão e ao cisalhamento no *rolling shear* estimados numericamente (MS Excel) por aproximação dos deslocamentos reais aos produzidos por uma viga analítica composta de camadas de materiais elásticos lineares homogêneos. Foi imposta a relação média entre as propriedades mecânicas dos materiais conforme apresentado na Tabela 1. Na Tabela 17 também são apresentados valores de rigidez à flexão (K_{CLT}), que foram obtidos a partir da Equação (4.13), e rigidez ao esforço cortante (S_{CLT}), aplicando K_{CLT} na parcela EI e isolando a parcela GA na Equação (4.11).

Tabela 17 – Resistência a tração na flexão ($f_{M,CLT}$), cisalhamento no *rolling shear* ($f_{r,CLT}$), e rigidez à flexão (K_{CLT}) e ao esforço cortante (S_{CLT}) das amostras PFP-B.

| ID | $f_{M,CLT}$ (MPa) | $f_{r,CLT}$ (MPa) | K_{CLT} (MPa.mm ⁴) | S_{CLT} (MPa.mm ²) |
|----------------------|----------------------|----------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| PFP-B01 | 44,59 | - | 2,59E+12 | 1,68E+08 |
| PFP-B02 | 29,21 | - | 2,53E+12 | 4,79E+07 |
| PFP-B03 | - | 2,39 | 2,65E+12 | 1,18E+08 |
| PFP-B04 | 38,01 | - | 2,94E+12 | 3,81E+07 |
| PFP-B05 | 43,57 | - | 2,66E+12 | 4,02E+07 |
| PFP-B06 | 52,30 | - | 2,66E+12 | 5,77E+07 |
| PFP-B07 | - | 2,60 | 2,80E+12 | 6,27E+07 |
| Média | 41,54 | 2,50 | 2,69E+12 | 7,62E+07 |
| Desvio Padrão | 8,57 | 0,15 | 1,39E+11 | 4,89E+07 |
| COV (%) | 20,63 | 6,08 | 5,17 | 64,19 |

COV = coeficiente de variação.

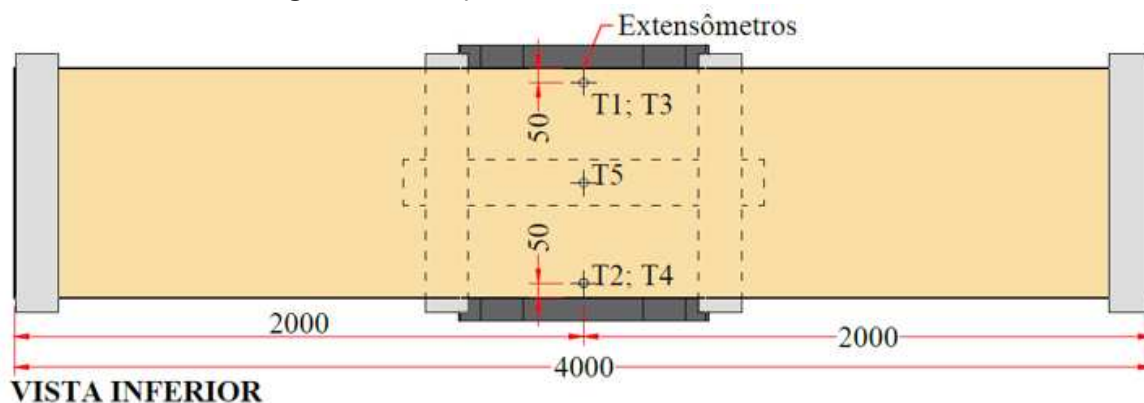
Fonte: AUTOR, 2020.

5.4 Ensaios PFP-C

5.4.1 Deslocamentos

Para facilitar a leitura e interpretação dos resultados, a Figura 100 ilustra a posição dos transdutores referente às amostras dos ensaios PFP-C. Os transdutores T1 e T2 foram posicionados na face superior das placas e fazem as leituras de deslocamentos no meio do vão com referência à pontos entre carregamentos. Em contrapartida, os transdutores T3, T4 e T5 fazem as leituras dos deslocamentos no meio do vão em três pontos diferentes, porém, todos referentes aos apoios. Estes por sua vez são considerados rígidos o bastante para produzirem deslocamentos desprezíveis durante o ensaio.

Figura 100 – Posição dos transdutores nos ensaios PFP-C.

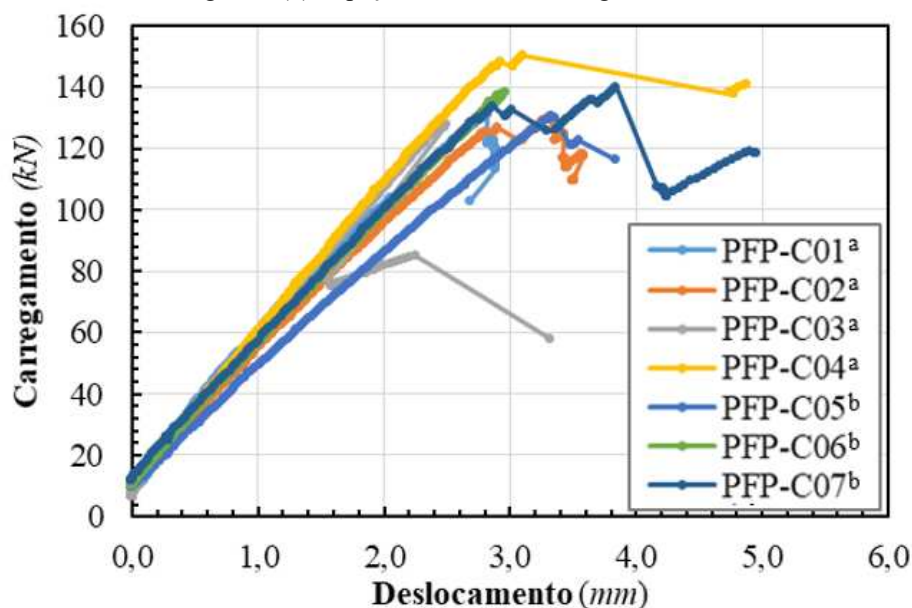


Dimensões em milímetros.

Fonte: AUTOR, 2020.

Os deslocamentos médio entre os transdutores simétricos T1 e T2 estão plotados nos gráficos da Figura 101. Tais dados estão apresentados até o máximo carregamento que cada amostra resistiu. De modo geral, é possível constatar que o comportamento padrão de tais deslocamentos foi linear, salvo exceções em que houveram rupturas locais antes da ruína da amostra. Tais eventos tendem a provocar descontinuidade dos deslocamentos. Outro aspecto a ser destacado é o fato que não foram posicionadas chapas semirrígidas nos apoios, como nos ensaios PFP-A. Por este motivo, os deslocamentos iniciais mantiveram-se lineares. Não foram observadas deformações de embutimento nos apoios ou nas áreas do CLT onde foram aplicados os carregamentos.

Figura 101 – Deslocamentos médio entre os transdutores T1 e T2 das amostras PFP-C¹⁷, sendo (a) as placas coladas com 250 g/m² e (b) as peças coladas com 220 g/m² de adesivo estrutural.



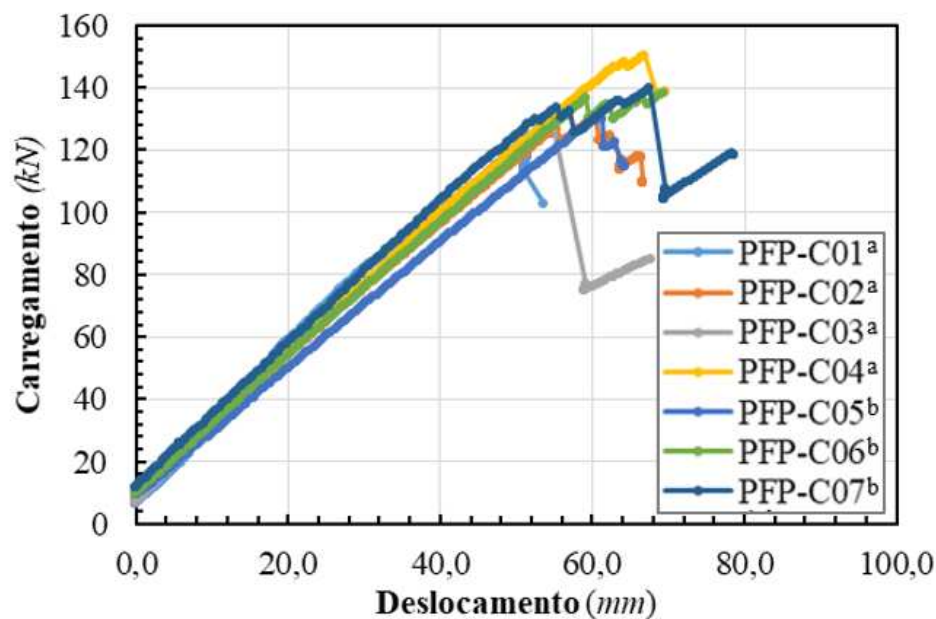
Fonte: AUTOR, 2020.

Os deslocamentos médios entre os valores de T3 e T4 estão apresentados na Figura 102. Nesta, pode-se observar que a variação da rigidez das placas avaliadas não foi tão dispersa e que seus valores foram aproximadamente 20 vezes maiores que os deslocamentos em T1 e T2. Uma vez que os grupos T1 e T2 foram posicionados para aferir os deslocamentos somente da região de flexão pura (entre carregamentos) e que T3 e T4 foram destinados a mensurar os deslocamentos relativos ao apoio, torna-se coerente a proporção de tais diferenças.

A Figura 103 exibe os deslocamentos obtidos pelos transdutores posicionados em T5. Nesta, identifica-se que os valores e o formato da curva são muito semelhantes aos resultados obtidos pelos transdutores T3 e T4. É importante destacar uma descontinuidade da curva da amostra PFP-C01 iniciada em aproximadamente 50 kN de carregamento. Tal fato foi decorrente do suporte do transdutor, durante o ensaio, começar a embutir na lamela inferior da placa. Entretanto, esta não-linearidade ficou mais relevante nos dados do próprio transdutor T5, enquanto que nos demais, o delineamento da curva esteve mais próximo dos resultados das demais amostras.

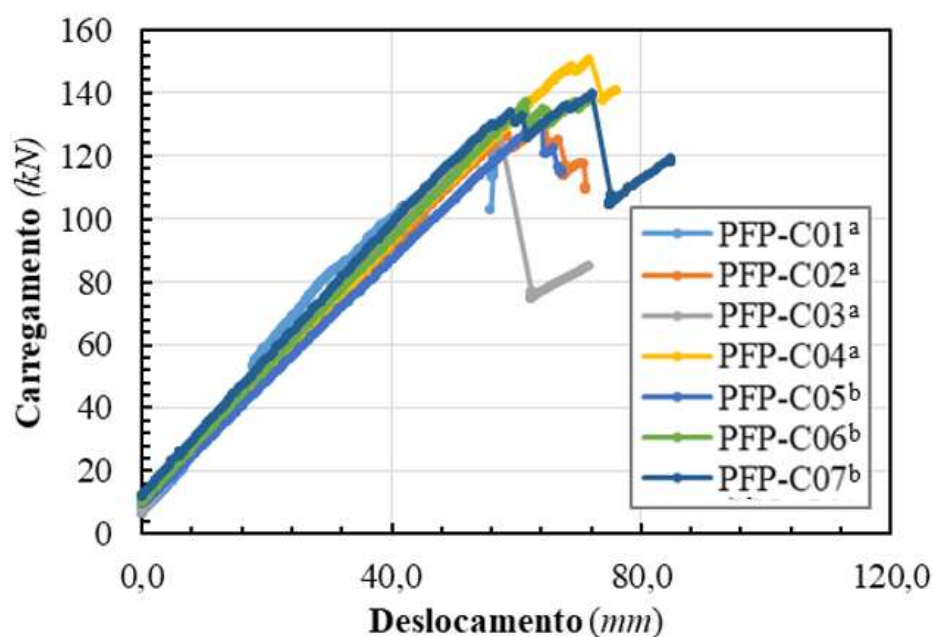
¹⁷ Distância de 2 mm na plotagem dos resultados imposta no tratamento dos dados para melhor visualização dos mesmos.

Figura 102 – Deslocamentos médio entre os transdutores T3 e T4 das amostras PFP-C¹⁸, sendo (a) as placas coladas com 250 g/m² e (b) as peças coladas com 220 g/m² de adesivo estrutural.



Fonte: AUTOR, 2020.

Figura 103 – Deslocamentos médio entre os transdutores T5 das amostras PFP-C, sendo (a) as placas coladas com 250 g/m² e (b) as peças coladas com 220 g/m² de adesivo estrutural.



Fonte: AUTOR, 2020.

De modo geral, os deslocamentos apresentados demonstram que a ruptura do CLT é do modo frágil, quando exibe a perda repentina de rigidez ao atingir o carregamento máximo.

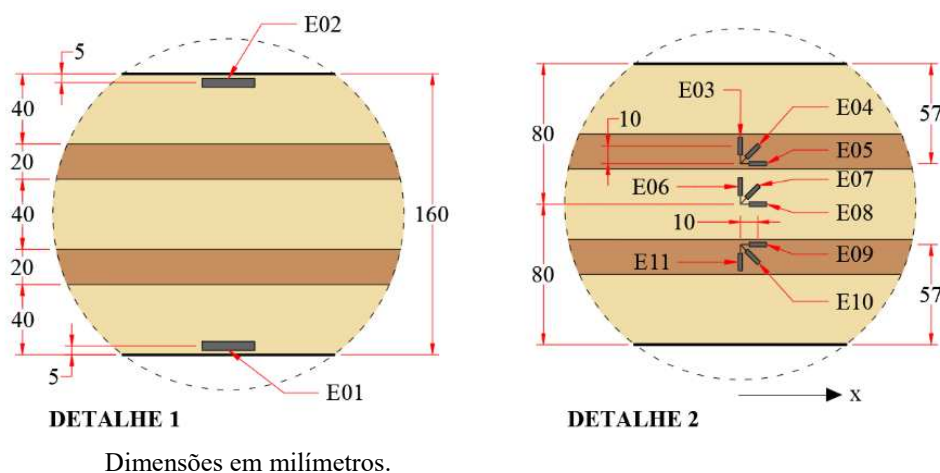
¹⁸ Distância de 2 mm na plotagem dos resultados imposta no tratamento dos dados para melhor visualização dos mesmos.

Todavia, é importante observar que pequenos incrementos de carregamento (abaixo do carregamento máximo) ainda foram possíveis, mas que, como medida de segurança, não devem ser considerados em uma estrutura pós-ruptura. Tais carregamentos suportados, pós-ruptura, podem servir para garantir a sustentação do peso próprio da placa até que seja providenciado o reparo ou substituição adequada. Este carregamento pós-ruptura foi suportado pelas camadas superiores, sendo que em alguns casos, a fissura propagou-se até a última camada.

5.4.2 Deformações

As posições dos extensômetros nos ensaios da PFP-C estão apresentados na Figura 104, observando-se que os extensômetros E01 e E02 foram alocados ao centro do vão. Enquanto que, os extensômetros das rosetas (E03 à E11) foram instalados a uma distância na direção horizontal (eixo x) de 240 mm do apoio.

Figura 104 – Posição dos extensômetros e rosetas nos ensaios PFP-C.

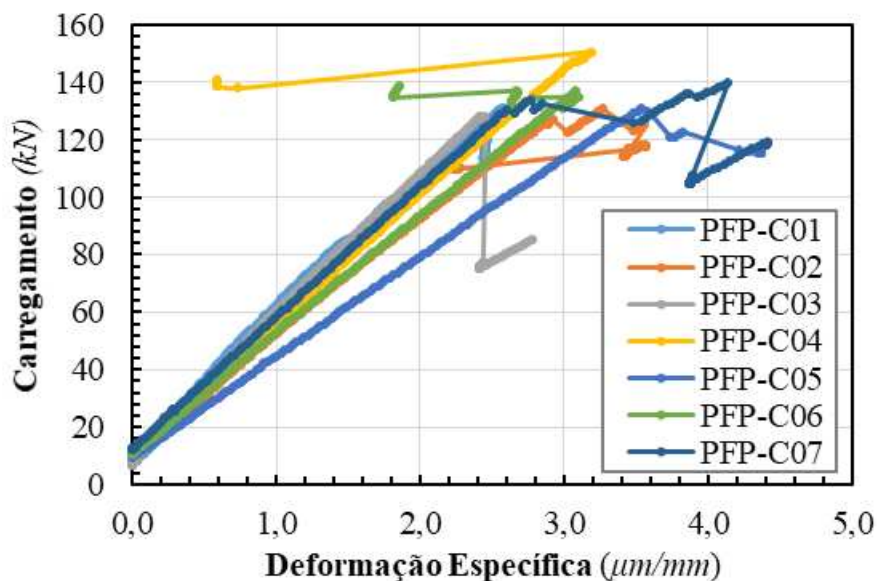


Fonte: AUTOR, 2020.

Dos dados coletados a partir dos extensômetros E1, foi possível elaborar a Figura 105, que contém a deformação específica na lamela lateral da camada inferior das amostras PFP-C.

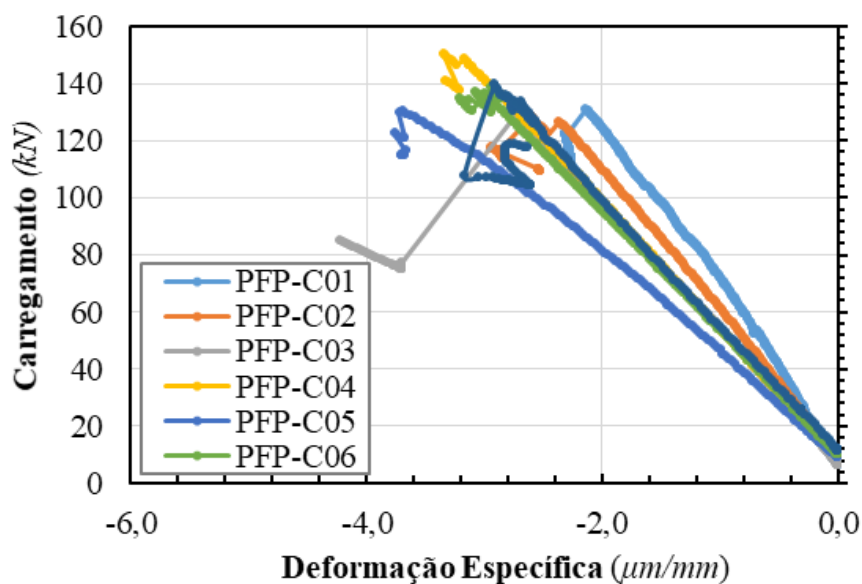
A Figura 106 traz os resultados das deformações específicas que ocorreram nos extensômetros denominados E2 das amostras PFP-C. Nesta, os valores negativos demonstram compressão das fibras das lamelas da parte superior, local onde estes extensômetros foram posicionados. Comparando-se a Figura 106 com a Figura 105, é possível notar que não há relação direta entre as deformações de lamelas de uma mesma placa, isto devido a heterogeneidade da madeira.

Figura 105 – Deformação específica nos extensômetros E1 das amostras PFP-C.



Fonte: AUTOR, 2020.

Figura 106 – Deformação específica nos extensômetros E2 das amostras PFP-C.

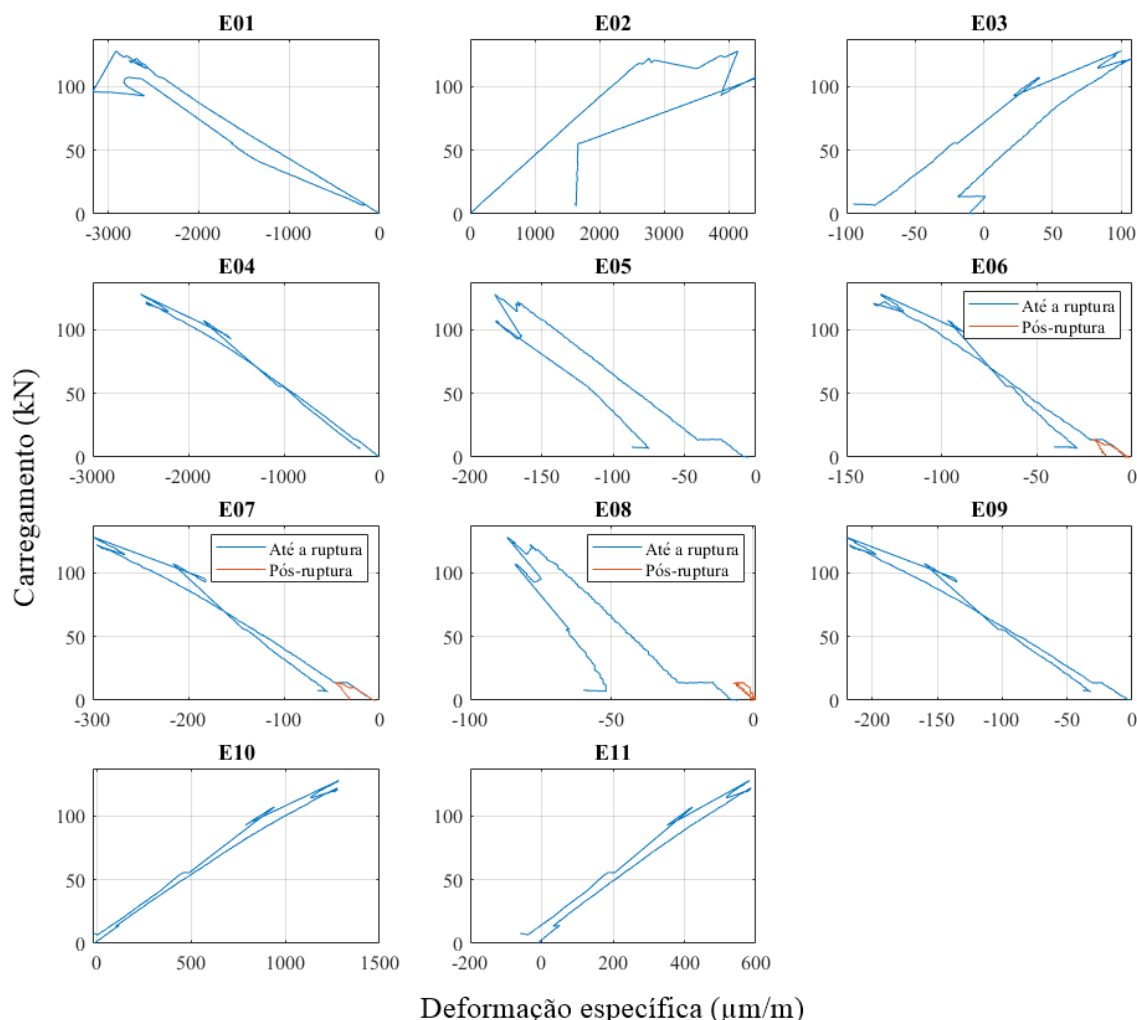


Fonte: AUTOR, 2020.

A Figura 107 apresenta os diagramas de Força \times Deformação de todos os extensômetros fixados na PFP-C07. Um ensaio pós-ruptura foi conduzido tendo a amostra instrumentada com extensômetros E05, E08 e E09. Este segundo ensaio foi executado com carregamentos relativamente menores ao primeiro, em caráter exploratório, para avaliar o comportamento do material após ser submetido a carregamentos que levassem a ruptura em algumas partes da estrutura. Neste sentido, foi possível observar um comportamento similar da lamela considerando o primeiro e o segundo ensaio, com ressalva para o extensômetro E08, que

possivelmente para o primeiro ensaio teve seus valores efetivos não iniciados em deformações nulas, porém, em ambos os ensaios tiveram inclinações similares.

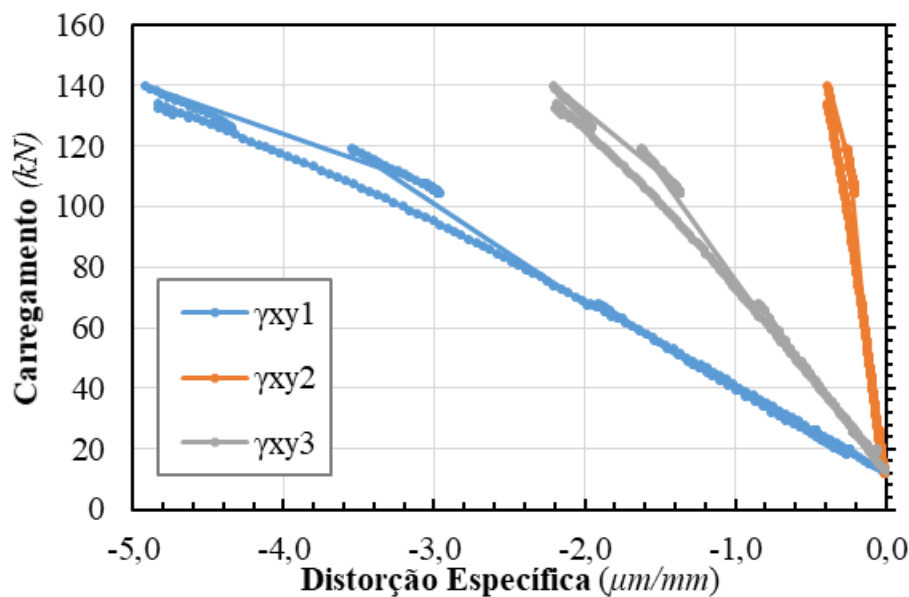
Figura 107 – Diagrama Força × Deformação Específica para os extensômetros da PFP-C07.



Fonte: AUTOR, 2020.

Os módulos de elasticidade transversal obtidos por meio dos resultados das rosetas aplicadas na PFP-C07 foram de $G_{xy,1} = 226,32 \text{ MPa}$, $G_{xy,2} = 2.957,76 \text{ MPa}$ e $G_{xy,3} = 559,81 \text{ MPa}$. Os dois últimos valores não demonstram ser consistentes, quando comparados aos obtidos nos ensaios anteriores ou mesmo na literatura (MASCIA, 1991). Isto ocorreu devido a valores de distorção específica abaixo da expectativa para as camadas 2 e 3, conforme demonstrado na Figura 108. Tais valores podem ser consequência de uma real resistência elevada das lamelas instrumentadas, funcionamento inadequado de extensômetros e/ou aderência imperfeita destes com madeira, perturbações na transmissão dos dados, ou mesmo, equívoco na nomeação de cabos ou canais no aquisitor de dados.

Figura 108 – Distorção específica nas rosetas posicionadas na amostra PFP-C07.

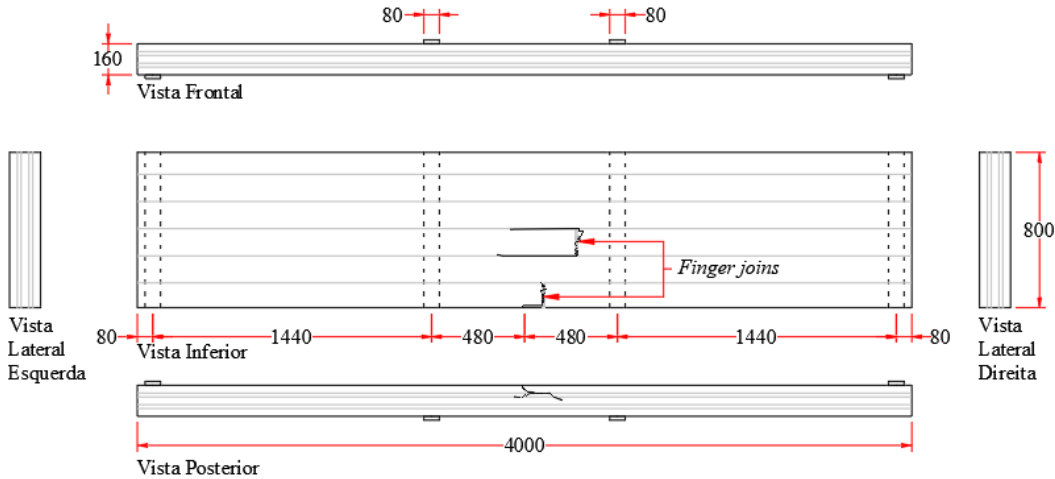


5.4.3 Rupturas

A amostra PFP-C01 teve suas fraturas registradas com um carregamento de $P_{m\acute{a}x} = 130,80 \text{ kN}$, como mostrado pela Figura 109. Nesta amostra, as fraturas foram decorrentes de tensões de tração na flexão que superaram a resistência de alguns *finger joints* posicionados entre a região de momento fletor máximo.

A Figura 110 exibe as fraturas que surgiram na placa PFP-C02 decorrentes de um carregamento de $P_{m\acute{a}x} = 130,46 \text{ kN}$. Assim como na amostra anterior, as fraturas desta amostra indicam que a ruptura foi ocasionada por motivos de tração na flexão em ementas de topo. Percebeu-se ainda que ao se romper os dispositivos *finger joints*, as lamelas tendem a ser projetadas para fora da placa de CLT.

Figura 109 – Fraturas na amostra PFP-C01.



(a) Fraturas plotadas, dimensões em milímetros



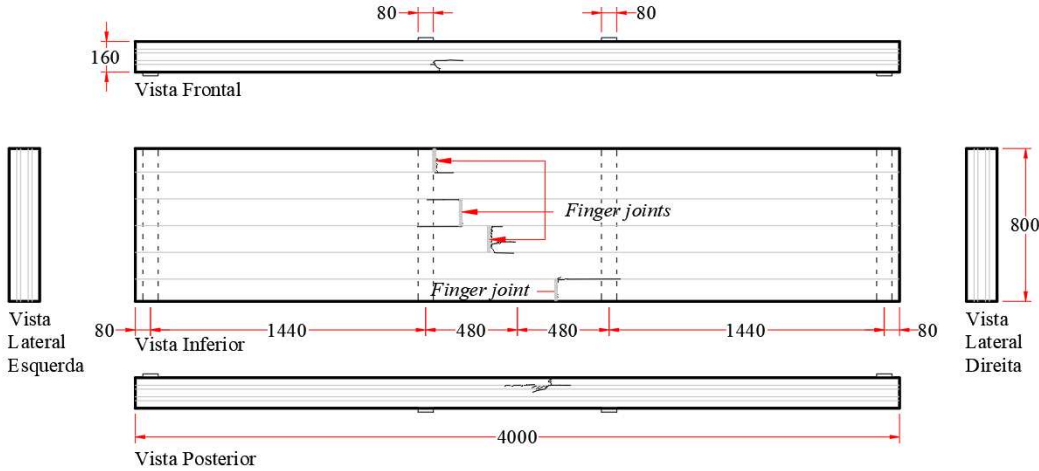
(b) Vista posterior



(c) Vista inferior

Fonte: AUTOR, 2020.

Figura 110 – Fraturas na amostra PFP-C02.



(a) Fraturas plotadas, dimensões em milímetros

Continua

Continuação



(b) Vista posterior



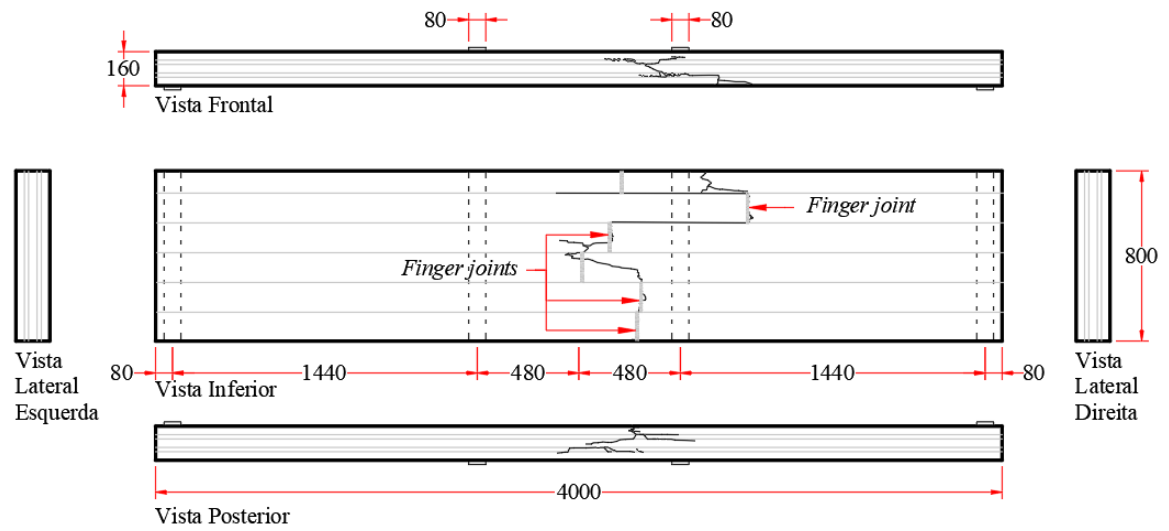
(c) Vista inferior

Fonte: AUTOR, 2020.

As fraturas encontradas na amostra PFP-C03 após o ensaio à flexão são representadas na Figura 111. Tal amostra veio à ruptura após um carregamento de $P_{máx} = 128,04 \text{ kN}$, ruptura esta que se deu em forma de fraturas em *finger joints* da região mais tracionada da placa e também fraturas por tração na madeira da mesma região. Pela vista frontal e posterior é possível perceber que a fratura se propagou da região inferior para a superior da peça ao longo de toda a largura (800 mm) da placa tendo se direcionado para os *finger joints* e um nó. O descolamento de uma das lamelas também foi observado após a ruptura de sua ligação de topo, conforme mostrado na Figura 111(e).

A Figura 112 apresenta as fraturas na placa PFP-C04 provenientes da atuação do maior carregamento de sua série, $P_{máx} = 150,44 \text{ kN}$. Estas fraturas ocorreram na região central da amostra devido a tração excessiva em *finger joints*. Diferente de outras amostras semelhantes, algumas fraturas nesta placa acompanharam anéis de crescimento em lamelas que apresentaram fibras com sentido inclinado (vista inferior). Tais lamelas destoam das demais por terem uma coloração mais escura em seu lenho inicial e tardio.

Figura 111 – Fraturas na amostra PFP-C03.



(a) Fraturas plotadas, dimensões em milímetros



(b) Vista frontal



(c) Vista posterior

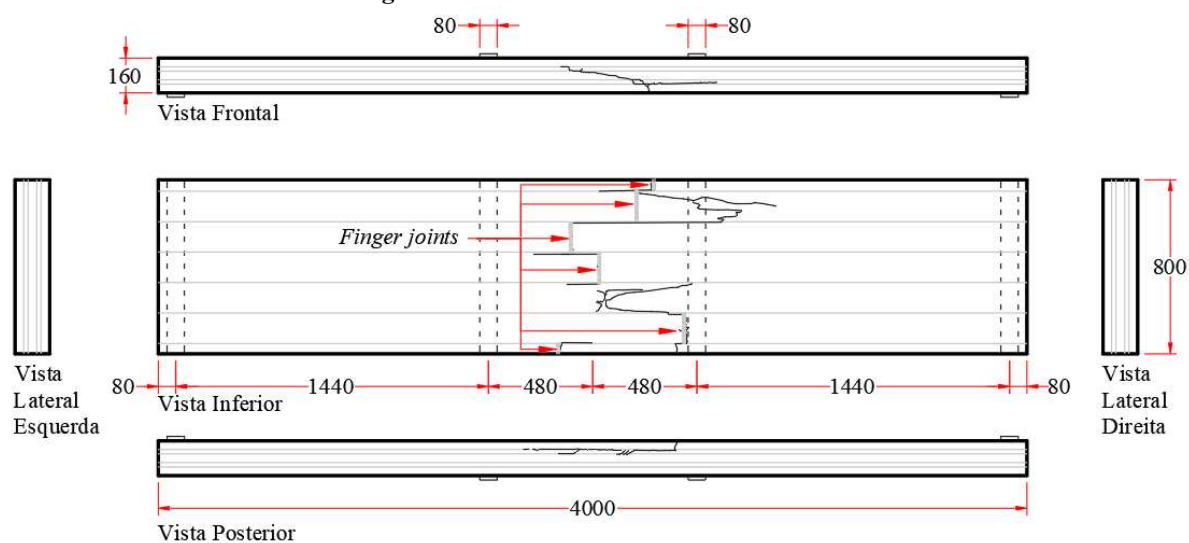


(d) Vista inferior

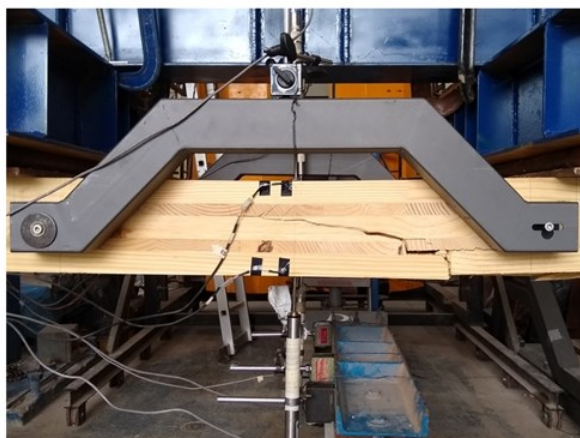


(e) Vista inferior

Fonte: AUTOR, 2020.

Figura 112 – Fraturas na amostra PFP-C04.

(a) Fraturas plotadas, dimensões em milímetros



(b) Vista frontal



(c) Vista posterior

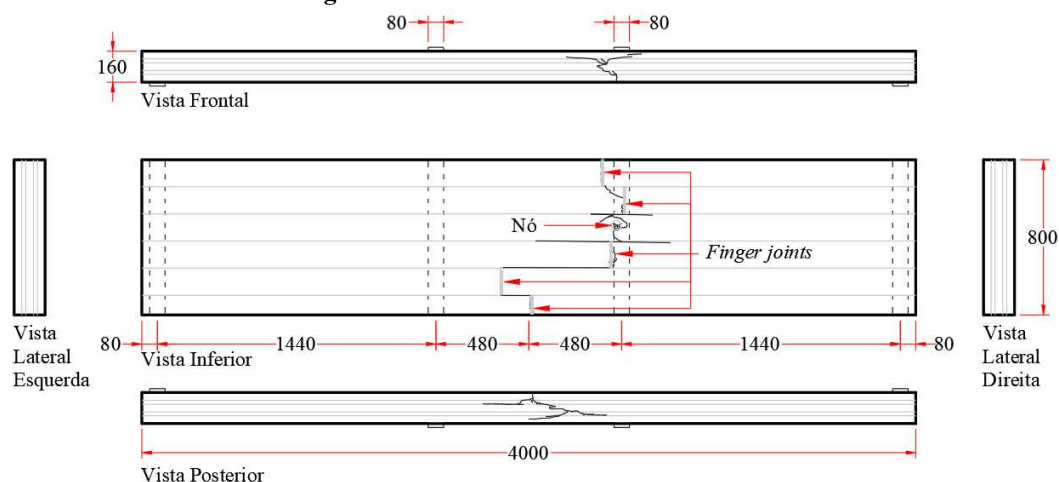


(d) Vista inferior

Fonte: AUTOR, 2020.

As fraturas da amostra PFP-C05 decorrentes de um carregamento aplicado $P_{m\acute{a}x} = 150,44 \text{ kN}$ são apresentadas na Figura 113. A tração na flexão foi caracterizada em tais amostras pelas fraturas nas emendas de topo *finger joints* e projeção de tais lamelas para fora da placa. Estas fraturas ocorreram na região mais tracionada da mostra e se propagaram se da região inferior para a superior da peça e em função de regiões frágeis, como nós e *finger joints*.

Figura 113 – Fraturas na amostra PFP-C05.



(a) Fraturas plotadas, dimensões em milímetros



(b) Vista posterior



(c) Vista inferior/posterior

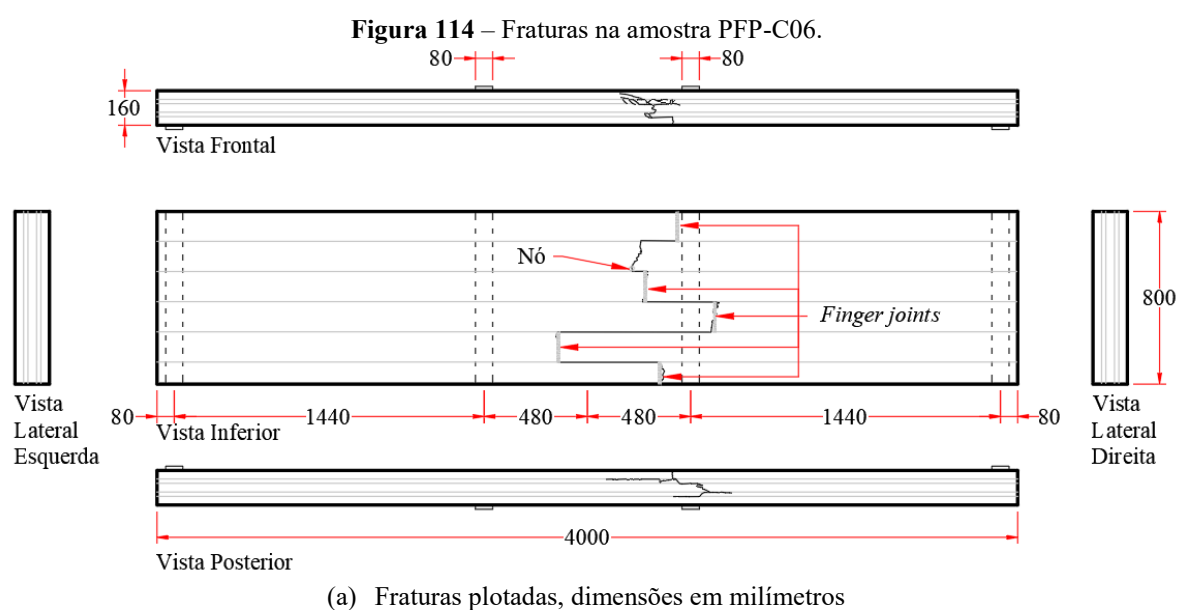


(d) Vista frontal



(e) Vista inferior

A Figura 114 exibe as fraturas observadas na sexta amostra da série PFP-C, a qual veio a ruptura após suportar um carregamento de $P_{m\acute{a}x} = 138,40 \text{ kN}$. As fraturas de tal amostra foram caracterizadas como decorrente de tração na flexão. Tal caracterização se deu devido as fraturas terem na parte inferior da placa, em uma região onde somente se tem momento fletor e de máximo valor. Pelas vistas frontal e inferior percebe-se que as fraturas se propagaram até as camadas superiores. Da vista inferior, pode-se notar a tendências de expulsão de lamelas descoladas em sua emenda de topo.



(b) Vista frontal



(c) Vista posterior

Continua

Continuação



(d) Vista inferior/posterior



(e) Vista inferior

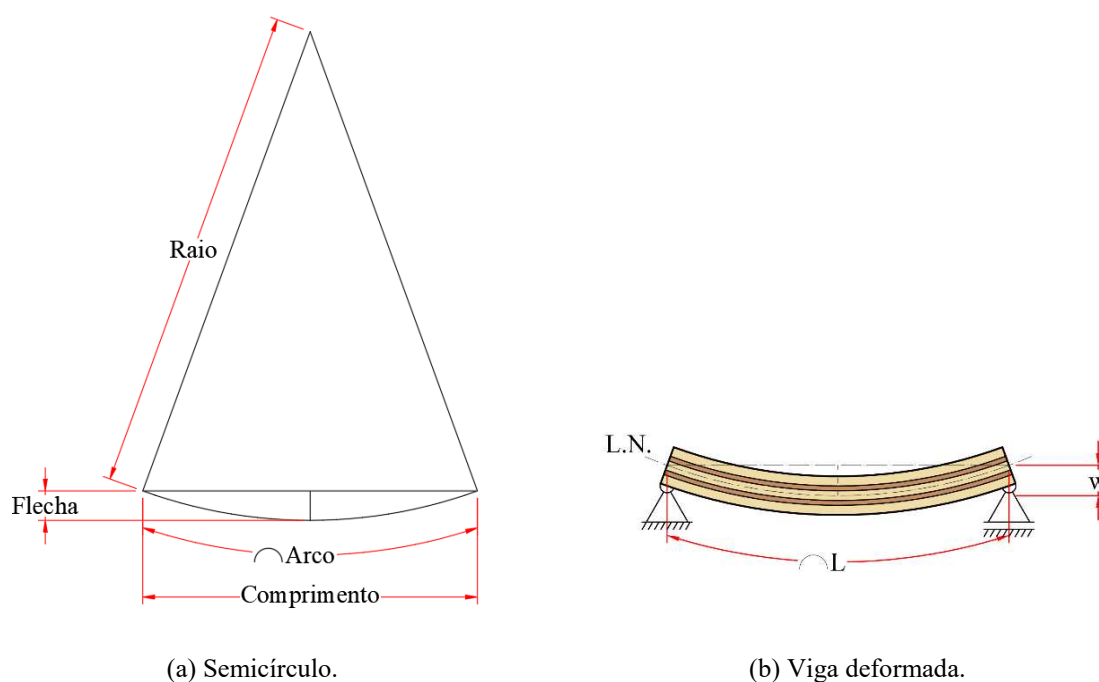
Fonte: AUTOR, 2020.

A Figura 115 mostra as fraturas da amostra PFP-C07, decorrentes de um carregamento de $P_{m\acute{a}x} = 139,61 \text{ kN}$. Não obstante das anteriormente analisadas, tal amostra teve sua ruptura pela tração na flexão. Suas fraturas ocorridas na face inferior percolaram emendas *finger joints* e tiveram sinais de descolamento de parte de lamelas com o topo comprometido por fraturas.

De modo geral, observou-se que nas amostras PFP-C tiveram partes de lamelas descolada da placa de CLT. Este evento é interpretado como sendo consequência do comprimento da placa. Analogamente a um semicírculo geométrico (Figura 60), para um mesmo raio (raio de curvatura), o arco terá flechas com dimensões diretamente proporcionais seu comprimento (estrutura deformada). Supondo que uma lamela, após sofrer a ruptura de sua emenda de topo, perde um vínculo de transmissão de esforços com a placa de CLT, isto fará com que ela volte a seu estado de deformações nulo (ou quase nulo). Assim sendo, quanto maior for a flecha da estrutura deformada (que neste caso é estabelecida em função do comprimento), maior será a distância do comprimento de lamela sobressalente à superfície desta estrutura.

5.4.4 Capacidade de Resistência

Os resultados de carregamento máximo, momento fletor resistente, esforço cortante resistente e modo de ruptura dos ensaios PFP-C estão listados na Tabela 18. Nesta, identifica-se que todas as rupturas ocorreram devido à tração, rompendo uma ou mais emendas de topo *finger joints* no ensaio. Os carregamentos máximos para tais ensaios foram consideravelmente menores que os mesmos resultados dos ensaios principais anteriores (PFP-A e B). Isto porque, o braço de alavanca deste ensaio (1440 mm na Figura 48) foi três vezes maior do que a distância entre o carregamento e o apoio dos ensaios anteriores.

Figura 116 – Analogia de uma viga deformada com um semicírculo.

Fonte: AUTOR, 2020.

Tabela 18 – Capacidade de resistência ao momento fletor (M_R) e esforço cortante (V_R) além de modo de ruptura das amostras PFP-C.

| ID | $P_{\text{máx}}$ (kN) | M_R (kN.m) | V_R (kN) | Modo de Ruptura |
|-------------------------------------|--------------------------|-----------------|---------------|----------------------------|
| PFP-C01 | 130,80 | 94,18 | 65,40 | Tração <i>finger joint</i> |
| PFP-C02 | 130,46 | 93,93 | 65,23 | Tração <i>finger joint</i> |
| PFP-C03 | 128,04 | 92,19 | 64,02 | Tração <i>finger joint</i> |
| PFP-C04 | 150,44 | 108,32 | 75,22 | Tração <i>finger joint</i> |
| PFP-C05 | 130,48 | 93,94 | 65,24 | Tração <i>finger joint</i> |
| PFP-C06 | 138,40 | 99,65 | 69,20 | Tração <i>finger joint</i> |
| PFP-C07 | 139,61 | 100,52 | 69,80 | Tração <i>finger joint</i> |
| Média | 135,46 | 97,53 | 67,73 | - |
| Desvio Padrão | 7,93 | 5,71 | 3,96 | - |
| Coefficiente de Variação (%) | 5,85 | 5,85 | 5,85 | - |

Fonte: AUTOR, 2020.

A Tabela 19 exhibe os resultados de resistência e rigidez à flexão e ao cisalhamento das amostras PFP-C. Diferentemente dos conjuntos de amostras anteriores, a rigidez ao esforço cortante das amostras PFP-C teve um coeficiente de variação relativamente elevado.

Tabela 19 – Resistência a tração no *finger joints* ($f_{M,CLT}$) e cisalhamento no *rolling shear* ($f_{r,CLT}$), e rigidez à flexão (K_{CLT}) e ao esforço cortante (S_{CLT}) das amostras PFP-C.

| ID | $f_{M,CLT}$ (MPa) | $f_{r,CLT}$ (MPa) | K_{CLT} (MPa.mm ⁴) | S_{CLT} (MPa.mm ²) |
|-------------------------------------|----------------------|----------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| PFP-C01 | 31,90 | - | 2,45E+12 | 2,35E+07 |
| PFP-C02 | 31,45 | - | 2,70E+12 | 2,87E+07 |
| PFP-C03 | 30,44 | - | 3,07E+12 | 8,46E+06 |
| PFP-C04 | 34,56 | - | 2,87E+12 | 6,31E+06 |
| PFP-C05 | 32,13 | - | 2,39E+12 | 1,96E+07 |
| PFP-C06 | 33,30 | - | 2,62E+12 | 1,36E+07 |
| PFP-C07 | 32,34 | - | 2,54E+12 | 1,64E+07 |
| Média | 32,30 | - | 2,66E+12 | 1,67E+07 |
| Desvio Padrão | 1,32 | - | 2,40E+11 | 8,01E+06 |
| Coefficiente de Variação (%) | 4,09 | - | 9,02 | 48,09 |

Fonte: AUTOR, 2020.

5.5 Carregamento limite analítico

Para se estimar o carregamento máximo aceitável devido ao deslocamento limite ($L/200$) proposto pela NBR 7190 (ABNT, 1997), utilizou-se a Equação (5.2). Foi considerado uma viga estática biapoiada com carregamentos de sobrecarga e peso próprio uniformemente distribuídos sobre a mesma, modelo usual em projetos na prática.

$$q_{dest}(L) = \left[\frac{L}{200} \left(\frac{5L^4}{384EI} + \kappa \frac{L^2}{8GA} \right)^{-1} - g \right] (\psi_2 b)^{-1} \quad (5.2)$$

- sendo L o comprimento do vão livre;
- q o carregamento uniformemente distribuído devido à sobrecarga;
- EI a rigidez à flexão, considerado $2,37 \times 10^{12} \text{ MPa.mm}^4$;
- GA a rigidez ao esforço cortante, considerado $6,31 \times 10^8 \text{ MPa.mm}^2$;
- κ o fator de forma, considerado 1,20;
- g o carregamento uniformemente distribuído devido ao peso próprio, considerado $0,71 \text{ kN/m}$;
- ψ_2 o fator de combinação de ações variáveis, considerado igual a 0,40.

Para calcular o máximo carregamento aceitável no ELU devido ao máximo momento fletor característico foi empregada a Equação (5.3).

$$q_M(L) = \left(\frac{8}{L^2} \frac{M_{R,k}}{\gamma_Q} - \frac{g}{\gamma_G} \right) b^{-1} \quad (5.3)$$

sendo L o comprimento do vão livre;
 $M_{R,k}$ o momento fletor de resistência característico, sendo 110,72 kN.m;
 g o carregamento uniformemente distribuído devido ao peso próprio, considerado 0,71 kN/m;
 γ_Q o coeficiente de ponderação de ações variáveis, igual a 1,40;
 γ_G o coeficiente de ponderação de ações permanentes, igual a 1,30.

Para se calcular o máximo carregamento aceitável no ELU devido ao esforço cortante resistente característico foi empregada a Equação (5.4).

$$q_V(L) = \left(\frac{2}{L} \frac{V_{Rk}}{\gamma_Q} - \frac{g}{\gamma_G} \right) b^{-1} \quad (5.4)$$

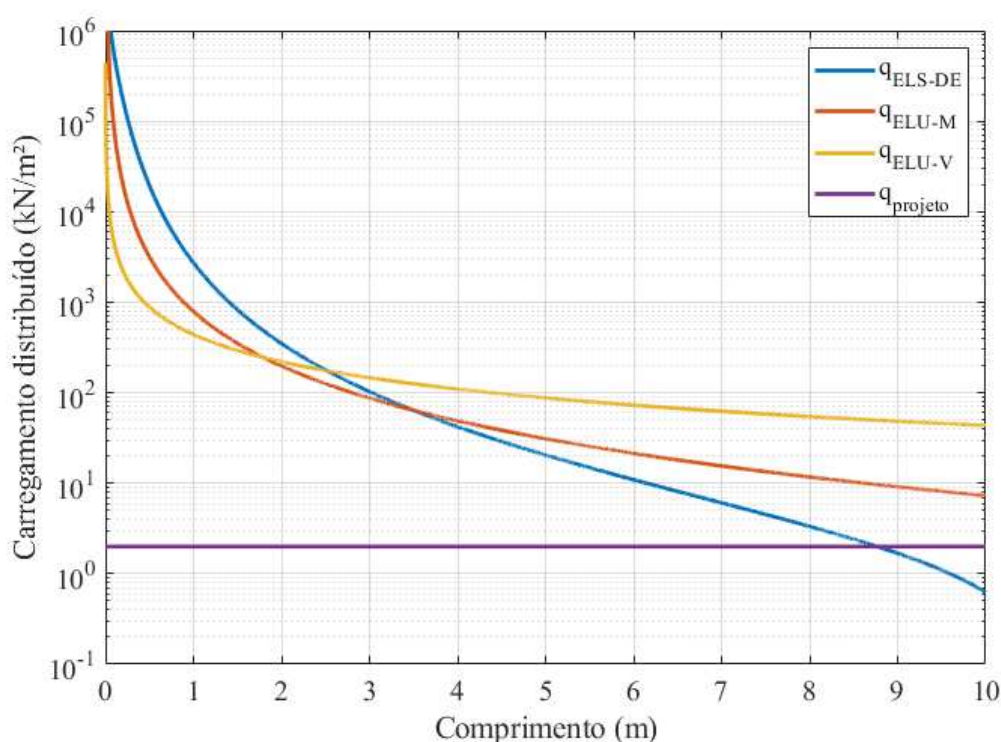
sendo L comprimento do vão livre;
 V_{Rk} esforço cortante de resistência característico, sendo 247,00 kN;
 g carregamento uniformemente distribuído devido ao peso próprio, considerado 0,71 kN/m;
 γ_Q coeficiente de ponderação de ações variáveis, sendo 1,40;
 γ_G coeficiente de ponderação de ações permanentes, sendo 1,30.

Para a verificação do ELS quanto a vibração, o comprimento que produz uma frequência natural de 8 Hz, conforme previsto pelo item 9.3 da NBR 7190 (ABNT, 1997), foi estimado considerando o elemento de CLT como uma viga biapoiada [Equação (3.12)]. Para este procedimento foram adotados os valores característicos de rigidez à flexão $(EI)_{l,ef} = 2,37 \times 10^{12} \text{ MPa.mm}^4$, peso específico $\rho = 574 \text{ kg/m}^3$ e área da seção transversal $A = 0,16 \text{ m}^2$. Assim, estimou-se um comprimento limite de 5,61 m, sendo que comprimentos maiores produziam frequências naturais menores que a indicada pela norma brasileira de estruturas de madeira.

Como resultado geral da análise de carregamentos limites, na Figura 117 foram plotados os carregamento máximos que atingem os critérios de falha da placa de CLT conforme

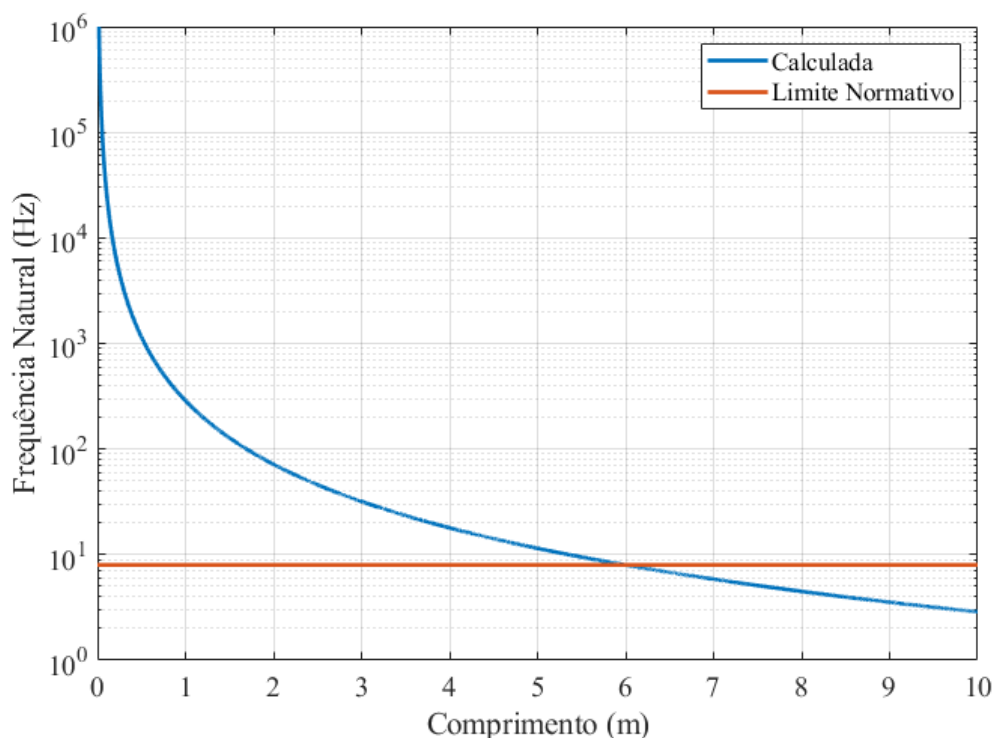
Equações (5.2) a (5.4). Nesta figura, observa-se que para $L \leq 1,79 \text{ m}$, o carregamento é limitado pelo cisalhamento no *rolling shear*. Para comprimentos de $1,79 \text{ m} < L \leq 3,50 \text{ m}$, o carregamento limite é função da resistência à tração das emendas de topo *finger joints*. Enquanto que, para comprimentos de $L > 3,50 \text{ m}$, o ELS quanto ao deslocamento excessivo será o limitante para a determinação da sobrecarga de cálculo.

Figura 117 – Carregamentos limites em função dos Estados Limites.



Fonte: AUTOR, 2020.

Entretanto, na Figura 118 estão apresentadas as verificações quanto ao ELS de vibração excessiva. Nesta, é possível identificar que comprimentos de $L > 5,99 \text{ m}$ produzem frequências de vibração natural abaixo do limite inferior estabelecido normativamente, 8 Hz . Entretanto, cabe lembrar que este gráfico leva em consideração vigas de CLT biapoiadas com largura de $b = 0,80 \text{ m}$, em elementos de placa, apoiada nos quatro bordos, a rigidez à flexão tende a ser maior, aumentando a o comprimento limite real do CLT. Fatores como o amortecimento do sistema estrutural bem como o carregamento permanente são variáveis desprezadas no cálculo simplificado, mas que podem refinar a análise e produzir resultados mais precisos.

Figura 118 – Carregamentos limites em função dos Estados Limites.

Fonte: AUTOR, 2020.

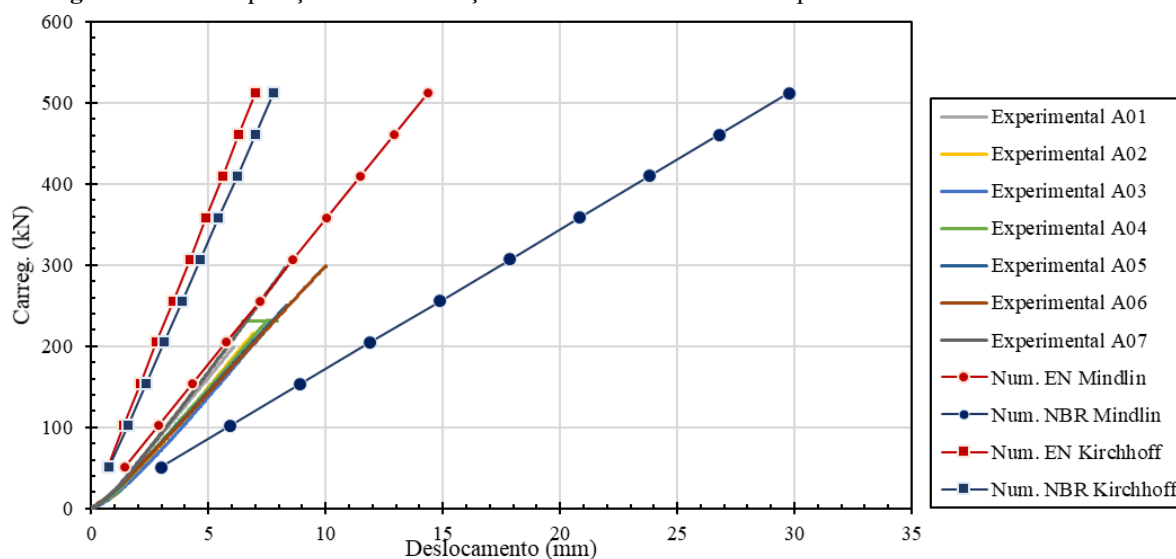
5.6 Análise numérica

Os resultados de análise numérica pelo método dos elementos finitos com auxílio do software comercial RFEM estão apresentados a seguir. As análises de comportamento estático foram modeladas utilizando o plug-in RF-LAMINATE, responsável por compor as camadas de materiais e suas direções, criando a matriz de rigidez capaz de calcular as tensões e deslocamentos em função das condições de contorno do sistema estrutural. As análises dinâmicas foram realizadas com via plug-in DINAMIC-PRO. Esta extensão é capaz de simular o comportamento de vibração natural de estruturas e estimar os autovalores e autovetores das frequências e modos de vibração, via composição da matriz de massa do sistema estrutural.

5.6.1 Deslocamentos

A Figura 119 foi elaborada para avaliar os deslocamentos no centro do vão produzidos pelos modelos numéricos com materiais classificados segundo a BS EN 338 (CEN, 2016a) e NBR 7190 (ABNT, 1997), além dos resultados de deslocamentos provenientes dos ensaios experimentais das amostras PFP-A.

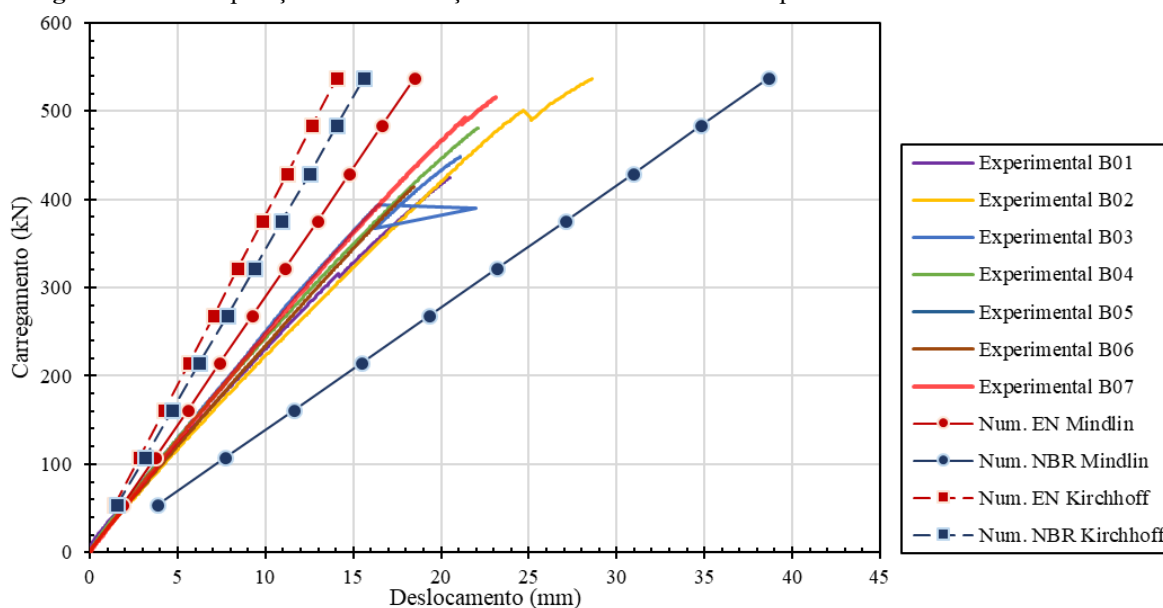
Figura 119 – Comparação entre simulações numéricas e resultados experimentais dos ensaios PFP-A.



Fonte: AUTOR, 2020.

Identifica-se que, para este caso, a classificação pela BS EN 338 (CEN, 2016a) empregando-se a teoria de Mindlin gerou resultados de deslocamentos mais próximos, embora menores, aos obtidos experimentalmente, em comparação aos resultados originários da classificação pela NBR 7190 (ABNT, 1997) também com a teoria de Mindlin. Porém, observa-se que esta segunda classificação produziu valores de deslocamentos mais conservadores quando comparados aos deslocamentos experimentais. Ambos os resultados numéricos se mostraram lineares, motivo este, associado a isenção de plastificação dos materiais configurados computacionalmente. Os valores gerados a partir da teoria de Kirchhoff ficaram muito abaixo dos valores experimentais com classificações de ambas as normas. Destaca-se ainda, que a diferença entre as classes utilizadas teve maior discrepância quando se aplicou a teoria de Mindlin, que considera os deslocamentos provenientes de tensões tangenciais. Com isso, entende-se que a acurácia do modelo numérico que melhor represente os resultados experimentais está associada a determinação de módulos de elasticidade transversais compatíveis aos reais.

Na Figura 120 estão plotados os resultados numéricos e experimentais dos deslocamentos no modelo e nas amostras PFP-B. As simulações numéricas, foram modeladas com materiais de classes segundo as normas NBR 7190 (ABNT, 1997) e BS EN 338 (CEN, 2016a).

Figura 120 – Comparação entre simulações numéricas e resultados experimentais dos ensaios PFP-B.

Fonte: AUTOR, 2020.

Ao analisar a Figura 120 é possível identificar que os resultados experimentais de deslocamentos ficaram mais próximos aos da simulação conforme a BS EN 338 (CEN, 2016a), assim como observado nos resultados da PFP-A. Entretanto, nota-se que tal proximidade, desta vez, tem menor intensidade comparado a anterior. Os resultados a partir da simulação conforme a NBR 7190 (ABNT, 1997) tiveram valores proporcionalmente maiores do que experimentais, a favor da segurança.

A Figura 121 mostra os resultados de deslocamentos numéricos pelas classes das normas brasileira e europeia justapostos aos resultados experimentais dos ensaios PFP-C. Nesta, os deslocamentos produzidos pelo modelo numérico com a NBR estão claramente mais próximos do que os carregamentos oriundos do modelo simulado com classes da EN. Isto demonstra que, para este comprimento de placa, as rigidezes na norma brasileira foram mais adequadas do que a combinação de rigidezes da norma europeia, que por sua vez, produziu resultados menores do que os experimentais, contra a segurança.

5.6.2 Carregamentos limites

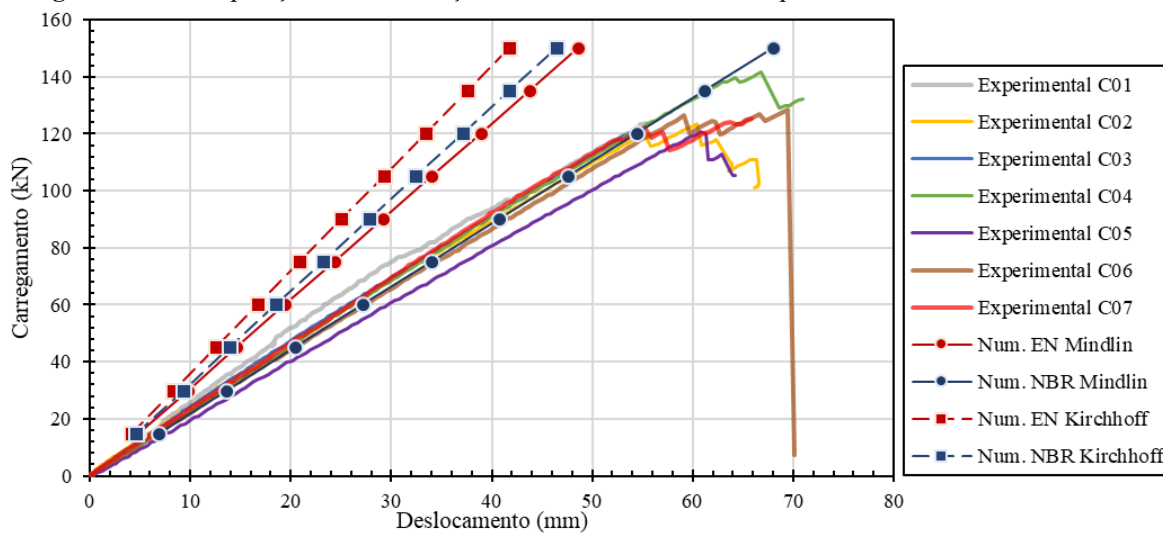
A Tabela 20 exhibe os resultados fatores de utilização ($FU = \sigma_s / f_R$) em função do carregamento para tração¹⁹ e cisalhamento²⁰, sendo eles pela teoria de Mindlin e Kirchhoff.

¹⁹ Considerando a máxima tensão de tração ocorrida na placa.

²⁰ Máxima tensão de cisalhamento devido à cortante e a torção na placa.

Estes foram gerados pelas simulações numéricas do modelo estrutural da PFP-A²¹. A partir dos fatores de utilização, realizou-se interpolação linear dos resultados de carregamentos para estimar o carregamento limite [$P(FU=1)$] para cada simulação e tipo de tensão. Com isto, foi possível comparar tais valores aos resultados sumarizados de carregamentos limites experimentais.

Figura 121 – Comparação entre simulações numéricas e resultados experimentais dos ensaios PFP-C.



Fonte: AUTOR, 2020.

As teorias de Mindlin e Kirchhoff produziram resultados idênticos de fatores de utilização, demonstrando que a análise de tensões não tem alterações em função do tipo destas teorias. Entretanto, pode-se observar que os fatores de utilização de cisalhamento foram consideravelmente maiores que os de tração. Por este motivo, os carregamentos limites advindos dos fatores de utilização de cisalhamento mantiveram-se aproximadamente duas e três vezes menores àqueles estimados em função da tração. Estes últimos, por sua vez, apresentaram valores dentro do intervalo de carregamentos limites experimentais²². Destaca-se que a capacidade de carregamento estimada utilizando as classes da NBR 7190 (ABNT, 1997) se demonstrou mais próxima do valor mínimo experimental.

²¹ Os fatores de utilização em função das tensões de compressão não foram considerados nesta análise pois mantiveram-se abaixo dos fatores de utilização de tração e cisalhamento. Além do mais, nos ensaios experimentais não foram identificadas rupturas ocasionadas por compressão.

²² Máximos carregamentos aplicados nos ensaios experimentais considerando o acréscimo devido ao peso das vigas e dispositivos sobre a amostra.

Tabela 20 – Fatores de utilização e carregamentos limites para simulações da amostra PFP-A.

| Step | Carreg. (kN) | Tração | | | | Cisalhamento | | | |
|-----------------------------------|-----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | | Mindlin | | Kirchhoff | | Mindlin | | Kirchhoff | |
| | | NBR | EN | NBR | EN | NBR | EN | NBR | EN |
| 1 | 51,2 | 0,13 | 0,12 | 0,13 | 0,12 | 0,27 | 0,38 | 0,27 | 0,38 |
| 2 | 102,4 | 0,26 | 0,24 | 0,26 | 0,24 | 0,54 | 0,77 | 0,54 | 0,77 |
| 3 | 153,6 | 0,39 | 0,37 | 0,39 | 0,37 | 0,81 | *1,15 | 0,81 | *1,15 |
| 4 | 204,8 | 0,51 | 0,49 | 0,51 | 0,49 | *1,08 | *1,54 | *1,08 | *1,54 |
| 5 | 256,0 | 0,64 | 0,61 | 0,64 | 0,61 | *1,35 | *1,92 | *1,35 | *1,92 |
| 6 | 307,2 | 0,77 | 0,73 | 0,77 | 0,73 | *1,62 | *2,31 | *1,62 | *2,31 |
| 7 | 358,4 | 0,90 | 0,85 | 0,90 | 0,85 | *1,89 | *2,69 | *1,89 | *2,69 |
| 8 | 409,6 | *1,03 | 0,98 | *1,03 | 0,98 | *2,16 | *3,08 | *2,16 | *3,08 |
| 9 | 460,8 | *1,16 | *1,10 | *1,16 | *1,10 | *2,43 | *3,46 | *2,43 | *3,46 |
| 10 | 512,0 | *1,29 | *1,22 | *1,29 | *1,22 | *2,70 | *3,85 | *2,70 | *3,85 |
| Carreg. Lim. Numérico (kN) | | 397,74 | 419,39 | 397,74 | 419,39 | 133,37 | 189,63 | 133,37 | 189,63 |
| Carreg. Limite Exper. (kN) | Máx | 514,28 | | | | 514,28 | | | |
| | Mín | 363,33 | | | | 444,92 | | | |
| | \bar{X} | 432,37 | | | | 479,60 | | | |
| | S _d | 53,12 | | | | 49,04 | | | |

*Fator de utilização acima do limite; \bar{X} = Média amostral; S_d = Desvio padrão amostral.

Fonte: AUTOR, 2020.

A Tabela 21 expõe os resultados de fatores de utilização em função dos carregamentos tendo como critérios a as tensões de tração e cisalhamento e as teorias de Mindlin e Kirchhoff das simulações numéricas da PFP-B. Os valores estimados por interpolação linear de carregamentos limites também são apresentados nesta tabela, o que permite compará-los aos valores sumarizados dos ensaios experimentais.

A partir da Tabela 21, é possível constatar que os fatores de utilização de tensões de cisalhamento foram maiores do que os fatores de utilização de tensões de tração em ambas as simulações. Em razão disto, os carregamentos limites estimados em função do cisalhamento foram inferiores aos carregamentos estimados pelas tensões de tração, propondo que o fator limitante para o estado limite último seria o cisalhamento de forma preponderante. Esta proposta numérica não condiz com os resultados experimentais, onde somente duas de sete amostras (PFP-B) vieram a ruptura com fraturas características de cisalhamento em regiões de *rolling shear*. Os valores de carregamento estimados pelo cisalhamento também se contrapõem aos carregamentos máximos encontrados nas amostras rompidas devido a tensões tangenciais, sendo esta média maior até mesmo que a média dos carregamentos limites das amostras rompidas por tensões de tração em *finger joints*. Analogamente aos resultados da Tabela 20, a simulação das tensões de tração e compressão não divergiram em relação as teorias de Mindlin e Kirchhoff.

Tabela 21 – Fatores de utilização e carregamentos limites para simulações da amostra PFP-B.

| Step | Carreg. (kN) | Tração | | | | Cisalhamento | | | |
|-----------------------------------|-----------------|---------|--------|-----------|--------|--------------|--------|-----------|--------|
| | | Mindlin | | Kirchhoff | | Mindlin | | Kirchhoff | |
| | | NBR | EN | NBR | EN | NBR | EN | NBR | EN |
| 1 | 53,7 | 0,13 | 0,12 | 0,13 | 0,12 | 0,28 | 0,41 | 0,28 | 0,41 |
| 2 | 107,4 | 0,27 | 0,24 | 0,27 | 0,24 | 0,57 | 0,83 | 0,57 | 0,83 |
| 3 | 161,1 | 0,40 | 0,36 | 0,40 | 0,36 | 0,85 | *1,24 | 0,85 | *1,24 |
| 4 | 214,8 | 0,54 | 0,48 | 0,54 | 0,48 | *1,13 | *1,65 | *1,13 | *1,65 |
| 5 | 268,5 | 0,67 | 0,60 | 0,67 | 0,60 | *1,41 | *2,07 | *1,41 | *2,07 |
| 6 | 322,2 | 0,81 | 0,71 | 0,81 | 0,71 | *1,70 | *2,48 | *1,70 | *2,48 |
| 7 | 375,9 | 0,94 | 0,83 | 0,94 | 0,83 | *1,98 | *2,89 | *1,98 | *2,89 |
| 8 | 429,6 | *1,08 | 0,95 | *1,08 | 0,95 | *2,26 | *3,31 | *2,26 | *3,31 |
| 9 | 483,3 | *1,21 | *1,07 | *1,21 | *1,07 | *2,54 | *3,72 | *2,54 | *3,72 |
| 10 | 537,0 | *1,35 | *1,19 | *1,35 | *1,19 | *2,83 | *4,13 | *2,83 | *4,13 |
| Carreg. Lim. Numérico (kN) | | 398,44 | 451,70 | 398,44 | 451,70 | 189,89 | 129,94 | 189,89 | 129,94 |
| Carreg. Limite Exper. (kN) | Máx | 543,35 | | | | 523,04 | | | |
| | Mín | 421,97 | | | | 456,42 | | | |
| | \bar{X} | 476,13 | | | | 489,73 | | | |
| | S _d | 49,34 | | | | 47,11 | | | |

*Fator de utilização acima do limite; \bar{X} = Média amostral; S_d = Desvio padrão amostral.

Fonte: AUTOR, 2020.

Ainda sobre a Tabela 21, observa-se que os carregamentos limites pela tração com classes na EN (451,70 kN) estiveram entre os valores máximo (543,35 kN) e mínimo (421,97 kN) dos resultados experimentalmente obtidos. No entanto, o valor do carregamento estimado pela tração com classes na NBR (398,44 kN) foi mais conservador, mantendo-se abaixo do valor mínimo experimental (421,97 kN).

Os resultados de fatores de utilização e carregamentos limites estimados da simulação numérica da placa PFP-C estão apresentados na Tabela 22. Nesta também estão exibidos os valores sumarizados de carregamentos limites experimentais, à título de comparação, sendo importante ressaltar que por não haver registro de ruptura por cisalhamento no *rolling shear* destas amostras, os valores apresentados como carregamento limite experimental devido ao cisalhamento para máximo, mínimo e média estimam-se ser superiores aqueles obtidos pela tração. Não é plausível afirmar, entretanto, que o desvio padrão destes carregamentos limites sejam superiores aos valores encontrados pela tração.

Tabela 22 – Carregamentos, deslocamentos e Fatores de Utilização para simulações da amostra PFP-C.

| Step | Carreg. (<i>kN</i>) | Tração | | | | Cisalhamento | | | |
|--|--------------------------|---------|--------|-----------|--------|--------------|-------|-----------|-------|
| | | Mindlin | | Kirchhoff | | Mindlin | | Kirchhoff | |
| | | NBR | EN | NBR | EN | NBR | EN | NBR | EN |
| 1 | 53,7 | 0,11 | 0,11 | 0,11 | 0,11 | 0,09 | 0,15 | 0,09 | 0,15 |
| 2 | 107,4 | 0,23 | 0,21 | 0,23 | 0,21 | 0,17 | 0,31 | 0,17 | 0,31 |
| 3 | 161,1 | 0,34 | 0,32 | 0,34 | 0,32 | 0,26 | 0,46 | 0,26 | 0,46 |
| 4 | 214,8 | 0,45 | 0,43 | 0,45 | 0,43 | 0,35 | 0,62 | 0,35 | 0,62 |
| 5 | 268,5 | 0,56 | 0,54 | 0,56 | 0,54 | 0,44 | 0,77 | 0,44 | 0,77 |
| 6 | 322,2 | 0,68 | 0,64 | 0,68 | 0,64 | 0,52 | 0,93 | 0,52 | 0,93 |
| 7 | 375,9 | 0,79 | 0,75 | 0,79 | 0,75 | 0,61 | *1,08 | 0,61 | *1,08 |
| 8 | 429,6 | 0,90 | 0,86 | 0,90 | 0,86 | 0,70 | *1,24 | 0,70 | *1,24 |
| 9 | 483,3 | *1,02 | 0,96 | *1,02 | 0,96 | 0,79 | *1,39 | 0,79 | *1,39 |
| 10 | 537,0 | *1,13 | *1,07 | *1,13 | *1,07 | 0,87 | *1,55 | 0,87 | *1,55 |
| Carreg. Lim. Numérico (<i>kN</i>) | | 132,79 | 140,12 | 132,79 | 140,12 | 171,74 | 97,00 | 171,74 | 97,00 |
| Carreg. Limite Exper. (<i>kN</i>) | Máx | 150,44 | | | | >150,44 | | | |
| | Mín | 128,04 | | | | >128,04 | | | |
| | \bar{X} | 135,46 | | | | >135,46 | | | |
| | S_d | 7,93 | | | | - | | | |

*Fator de utilização acima do limite; \bar{X} = Média amostral; S_d = Desvio padrão amostral.

Fonte: AUTOR, 2020.

Nota-se que os valores de tração e cisalhamento gerados a partir das teorias de Mindlin e Kirchhoff, mantiveram-se idênticos para esta geometria também. Os carregamentos limites estimados pela tração com materiais da NBR (132,79 *kN*) e EN (140,12 *kN*) ficaram abaixo e acima da média experimental (135,46 *kN*), respectivamente, e ambos entre os valores máximo (150,44 *kN*) e mínimo (128,04 *kN*) obtidos experimentalmente. Quanto aos carregamentos estimados pelo cisalhamento, o valor produzido a partir de materiais da NBR (171,74 *kN*) dentro do intervalo estimado para os carregamentos máximos e mínimo experimentais (>150,44 e >128,04). Em contrapartida, o carregamento limite estimado ao utilizar materiais da EN resultou em um valor inferior ao carregamento mínimo experimental (97 *kN* < 128,04 *kN*).

De modo geral, as teorias de Mindlin e Kirchhoff produziram resultados idênticos de tensões de tração e compressão ao longo das placas de CLT simuladas numericamente. Demonstrando, portanto, que as tensões ou resistências dos materiais configurados não são influenciadas pela alteração das teorias disponíveis no software para análise de placas compostas.

5.6.3 Vibração Natural

A simulação numérica do comportamento dinâmico do CLT foi realizada modelando-se oito placas estaticamente biapoiada com dimensões de 6,00 *m* × 0,80 *m* × 0,16 *m*, configurada

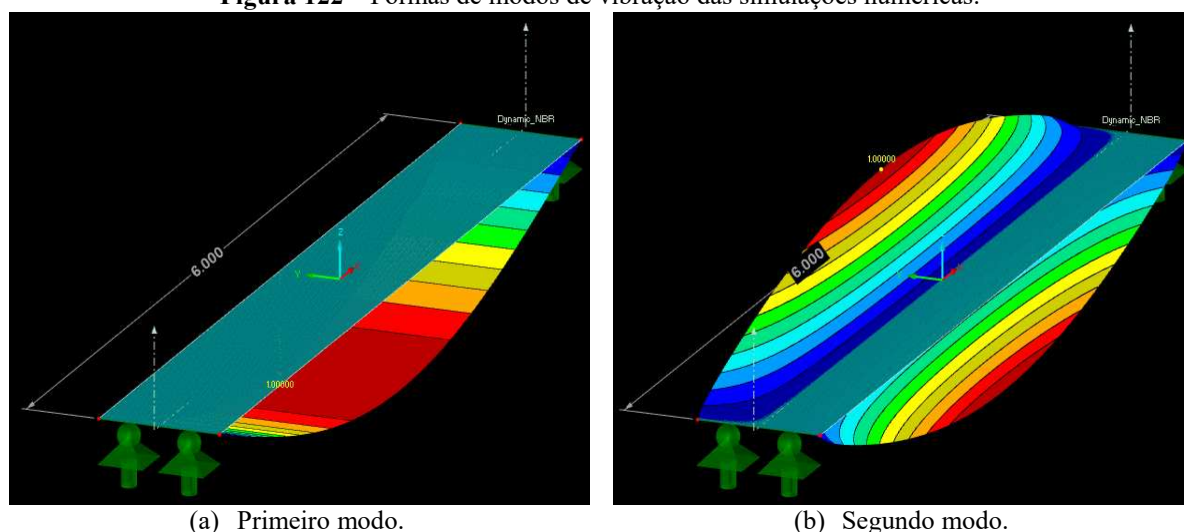
com as mesmas camadas analisadas experimentalmente (40L-20T-40L-20T-40L). Tais placas tiveram dos seguintes fatores: teoria das placas (Mindlin ou Kirchhoff); classificação normativa [segundo a BS EN 338 (CEN, 2016a) ou a NBR 7190 (ABNT, 1997)]; e a correção ou não do peso próprio das lamelas para coincidirem com a média dos valores encontrados experimentalmente (item 5.1).

A Figura 122 apresenta as formas de modos de vibração das simulações numéricas realizadas. A ordem dos modos de vibração estão descritas no subtítulo da Figura 122, com ressalva para as formas da Figura 122(e) e (f), que não apresentaram um padrão de ordem para duas das simulações.

Tal diferença no último modo de vibração analisado está associada a consideração ou não da rigidez ao esforço cortante (teoria de Mindlin e Kirchhoff, respectivamente) além do valor de tais rigidezes, que são diferentes para cada classificação. A combinação destes fatores tende a reduzir a frequência natural do formado da Figura 122(e) para as simulações “EN-Kirchhoff” fazendo com que esta fique com valores abaixo da frequência natural da forma da Figura 122(f), se tornando, portanto, o quinto modo de vibração nesta simulação. Para as demais simulações, a forma da Figura 122(e) assumiu o sexto modo de vibração.

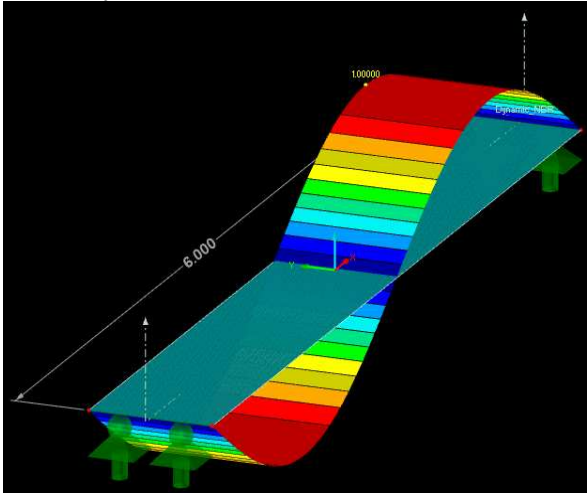
As frequências naturais resultantes das simulações computacionais podem ser encontradas na Tabela 23. Nesta, pode-se identificar que foram realizadas simulações com modelos combinando-se o tipo de teoria (*i.e.*, Mindlin, Kirchhoff), a norma empregada para a classificação das lamelas (*i.e.*, NBR 7190:1997, BS EN 338:2016), além do peso específico, podendo ser aquele adotado pela classe normativa ou modificado para coincidir com a média experimental.

Figura 122 – Formas de modos de vibração das simulações numéricas.

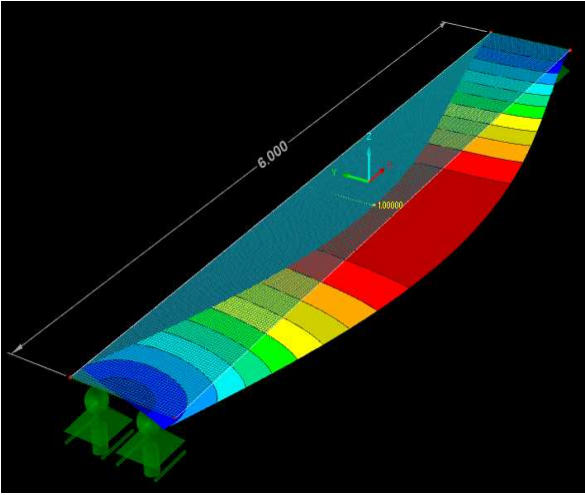


Continua

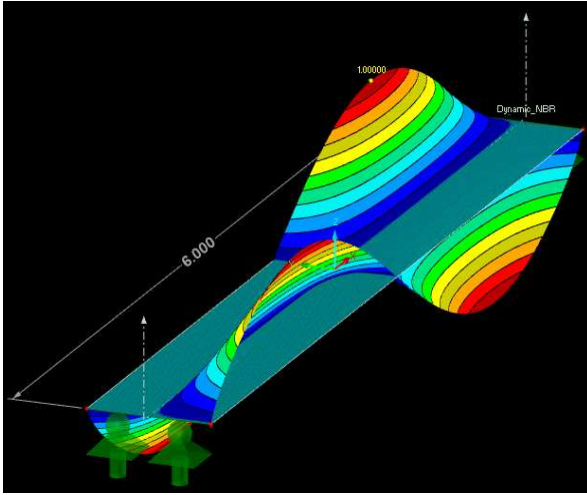
Continuação



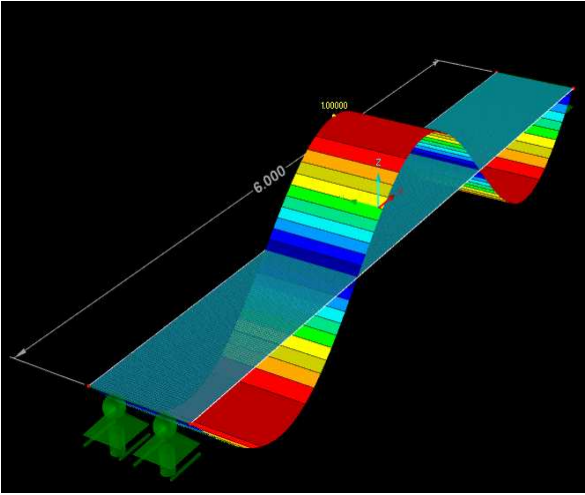
(c) Terceiro modo.



(d) Quarto modo.



(e) Quinto e sexto modo.



(f) Quinto e sexto modo.

Fonte: AUTOR, 2020.

Tabela 23 – Frequências naturais e suas respectivas formas de vibração.

| Norma das Classes | Teoria | Peso específico | Frequência Natural (Hz) | | | | |
|-------------------|-----------|-----------------|-------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| | | | 1° | 2° | 3° | 4° | 5° |
| NBR 7190 | Mindlin | Norm. | 8,689 ^(a) | 24,165 ^(b) | 28,454 ^(c) | 43,207 ^(d) | 48,795 ^(e) |
| | | Exp. | 8,876 ^(a) | 24,687 ^(b) | 29,068 ^(c) | 44,139 ^(d) | 49,848 ^(e) |
| | Kirchhoff | Norm. | 9,503 ^(a) | 36,827 ^(b) | 38,010 ^(c) | 43,207 ^(d) | 80,478 ^(e) |
| | | Exp. | 9,708 ^(a) | 37,622 ^(b) | 38,830 ^(c) | 44,139 ^(d) | 82,215 ^(e) |
| BS EN 338 | Mindlin | Norm. | 9,686 ^(a) | 33,122 ^(b) | 35,460 ^(c) | 51,912 ^(d) | 68,517 ^(e) |
| | | Exp. | 10,939 ^(a) | 37,408 ^(b) | 40,049 ^(c) | 58,630 ^(d) | 77,383 ^(e) |
| | Kirchhoff | Norm. | 10,014 ^(a) | 40,058 ^(b) | 43,855 ^(c) | 51,912 ^(d) | 90,129 ^(f) |
| | | Exp. | 11,310 ^(a) | 45,241 ^(b) | 49,530 ^(c) | 53,630 ^(d) | 101,793 ^(f) |

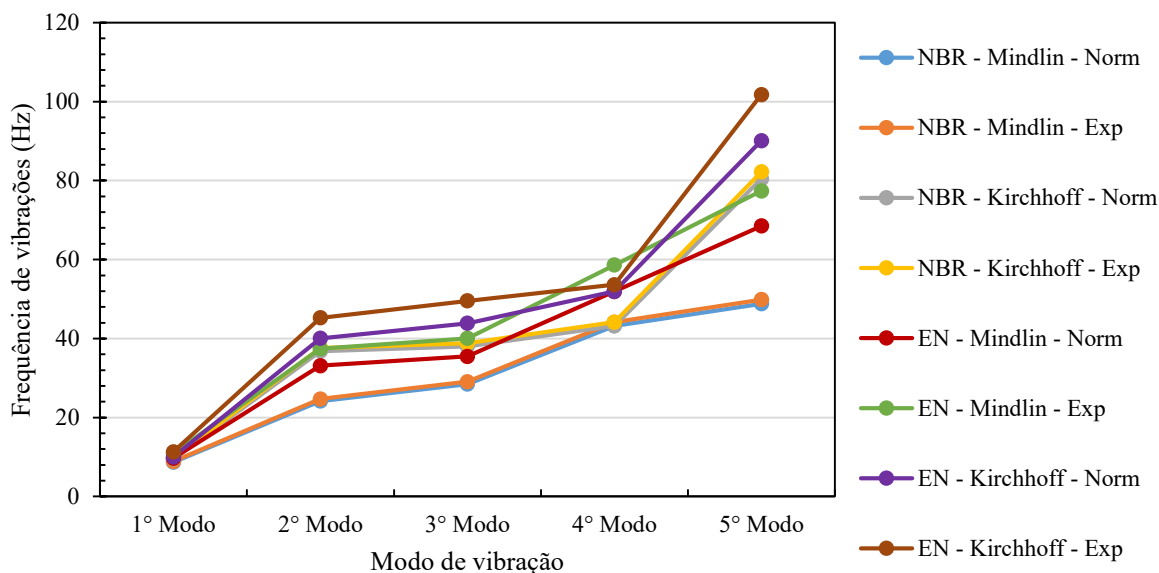
^(*) forma de vibração correspondente à Figura 122(*); Exp. = Experimental; Norm. = Normativo.

Fonte: AUTOR, 2020.

Na Tabela 23, é possível observar que as simulações com o peso específico estabelecido conforme as classes normativas produziram valores de frequências naturais sempre maiores do que aqueles resultantes da alteração do peso específico conforme a média experimental, comparando-se por pares. Identifica-se das simulações realizadas com a teoria de Mindlin encontram-se os resultados de frequência natural inferiores aos simulados com a teoria de Kirchhoff. Finalmente, observa-se ainda que as classes da NBR 7190 geraram frequências naturais abaixo dos resultados de frequência obtidos via BS EN 338 (CEN, 2016a).

Na Figura 60 estão apresentados as frequências naturais e os respectivos modos de vibrações naturais para cada tipo de simulação. Nesta, é possível observar que o primeiro modo de vibração produziu valores de frequências naturais próximos entre si. Conforme aumenta-se a ordem do modo de vibração, é identificado uma ampliação da diferença entre as frequências naturais. Demonstrando, portanto, que a simulação do primeiro modo de vibração (a mais crítica devido ao caminhar de pessoas) tem uma aproximação relativamente boa, independentemente do tipo de simulação com elementos de placa. Entretanto, as frequências naturais mais altas demonstram uma dispersão consideravelmente alta com este tipo de elemento finito.

Figura 123 – Frequência e modos de vibrações naturais.



Fonte: AUTOR, 2020.

A ordem de significância para modificação das frequências naturais foi a norma das classes, seguido pela teoria e origem do peso específico, sendo que a última produziu diferenças menos relevante. Por este motivo, identifica-se que a diferença de rigidezes longitudinais proveniente das normas está exercendo forte influência na determinação da frequência natural.

Ao considerar que a frequência de excitação pelo carregamento de pessoas encontra-se em um intervalo abaixo de 8 *Hz*, pode-se afirmar que a simulação mais conservadora foi a configurada com a teoria de Mindlin, classe normativa da NBR 7190 e com peso específico alterado para coincidir com a média experimental. No entanto, é importante destacar que a ressonância com as demais frequências naturais pode ser atingida por outras fontes de excitação, como equipamentos mecânicos, vibrações sísmicas ou ação do vento. Para estes casos, o intervalo não é estabelecido por um limite inferior, o que exige que as demais frequências naturais sejam avaliadas a fim de se dimensionar em intervalos aceitáveis que não coincidem com as probabilidades de ocorrência de ressonância.

Capítulo 6

DISCUSSÕES

Este capítulo sintetiza algumas discussões que permearam os diversos resultados obtidos pela pesquisa, permitindo-se, neste sentido, apresentar uma análise mais ampla das questões envolvidas neste trabalho e propor reflexões sobre o tema.

6.1 Propriedades do *Pinus taeda*

Os resultados de peso específico obtidos mediante os ensaios complementares mostraram-se agrupados por tipo de amostra. Enquanto analisados por grupos separados, foi possível identificar ajustes aceitáveis para uma distribuição normal. No entanto, quando foi realizado o teste de normalidade para todos os pesos específicos aparentes, o *P-Value* ficou inferior a 0,005, para um nível de significância de 0,05, induzindo a descartar a hipótese nula para uma distribuição Gaussiana. Quando avaliado o peso específico dos corpos de prova de compressão paralela e flexão juntos, o *P-Value* estimado foi de 0,941, indicando um alto nível de conformidade com a distribuição normal.

Tal constatação é justificada pelo local de extração das amostras das placas de CLT, sendo as amostras de flexão e compressão paralela coletadas das faces externas, enquanto as amostras de compressão normal às fibras foram extraídas de lamelas internas. Assim, a média do peso específico das camadas externas é de $\bar{\rho} = 594,21 \text{ kg/m}^3$, enquanto que o desvio padrão amostral $s_{\rho} = 41,91 \text{ kg/m}^3$. Para as amostras coletadas das lamelas internas, a média aritmética do peso específico encontrada é de $\bar{\rho} = 554,06 \text{ kg/m}^3$ e o desvio padrão amostral $s_{\rho} = 9,96 \text{ kg/m}^3$. Cabe frisar que tais valores não representam os parâmetros utilizados na distribuição normal das amostras, tendo em vista que é necessário utilizar a transformação de Johnson.

Como foi observado nos resultados, existem correlações consideráveis entre o peso específico e as propriedades mecânicas de resistência e rigidez da espécie avaliada. Por este

motivo, as lamelas com maior peso específico são posicionadas mais externamente, a fim de conferir maior inércia à seção transversal. Ao mesmo tempo, é possível manter no mesmo elemento estrutural, lamelas com resistência e rigidez inferiores, posicionando-as onde há pouca influência da rigidez do elemento e a ruptura à tração no *finger joint* não será alcançada primeiramente. Isso porque, tal ruptura tende a ocorrer nas lamelas externas, onde as tensões normais devido à flexão são consideravelmente maiores. Este é um aspecto próprio dos produtos de madeira engenheirada como o CLT e o MLC, que permite aumentar sua eficiência mecânica quando comparado à madeira serrada.

Para as amostras de compressão paralela às fibras, os coeficientes de correlação envolvendo os coeficientes de Poisson indicaram uma tendência de que quanto mais densas, rígidas e resistentes forem as amostras, menores serão as influências da deformação na direção paralela às fibras sobre as demais direções.

A BS EN 408 (CEN, 2010) pressupõe que o trecho compreendido entre 10% e 40% do carregamento máximo estimado seja linear, por isso, determina-se um módulo de elasticidade para compressão normal (E_{c90}) constante. Entretanto, em uma parcela considerável das amostras, foram encontrados deslocamentos não-lineares no decorrer de todo carregamento aplicado (Figura 61). Tal comportamento seria mais precisamente representado por uma função não-linear (e.g., polinomial de segundo grau ou logarítmica). Porém, não há evidências suficientes para garantir que tal comportamento não possa ser resultado do posicionamento do extensômetro em uma região de concentração de tensões.

Os valores característicos calculados conforme as normas brasileira e europeia apresentaram valores distintos para todas as propriedades avaliadas. A diferença média entre os valores (superior ou inferior) ficou em torno de 13%, sendo a mais discrepante, o módulo de elasticidade à flexão ($E_{M,k}$), no qual ficou 30% maior quando estimado pela norma europeia. O módulo de elasticidade à compressão normal às fibras ($E_{c90,k}$) calculado pela norma europeia ficou 3% menor comparado ao obtido com a brasileira. Observa-se que no método brasileiro são empregadas somente as amostras abaixo do segundo quartil para a determinação do valor característico, descartando possíveis valores extremos acima da mediana que venham a ser registrados via ensaios experimentais. Enquanto isso, a norma europeia utiliza-se de todos os valores coletados, mas impõe que os mesmos tenham sua distribuição com indicativos de ajuste à uma distribuição normal ou lognormal.

A utilização de classes estruturais para a madeira é uma prática comum entre as normas técnicas. A classificação da madeira confere produtividade na fase de projeto e induz maior controle de qualidade no processo de fabricação das lamelas. Mesmo porque, como apresentado

nos resultados, amostras de uma mesma espécie podem ter classificações diferentes perante uma mesma norma. Entretanto, também é demonstrado que existe uma diferença considerável de diversas propriedades características estimadas experimentalmente com valores propostos pelas classes, que por sua vez pretendem atender as diversas espécies de madeira que possam ser utilizadas. Uma alternativa para se reduzir as incertezas de projeto quanto a probabilidade das características físicas e mecânicas da madeira é empregar técnicas de confiabilidade para a análise e dimensionamento de tais estruturas.

6.2 Propriedades das placas de CLT

6.2.1 Deformação específica no CLT

Por ter sido verificadas diferenças entre os resultados de deformação específica na compressão e na tração das lamelas de CLT e por serem mensuradas nas mesmas amostras, aplicou-se um teste *t two-sample* para médias pareadas, a fim de avaliar se tais resultados obtidos pelos extensômetros posicionados no centro do vão poderiam ser consideradas diferentes (APÊNDICE B.3). Apesar da média das máximas deformações específicas na tração ($\varepsilon_t = 3,392 \mu\text{m/mm}$) ser 9% maior do que aquelas obtidas na compressão ($\varepsilon_c = 3,114 \mu\text{m/mm}$), pelo fato da comparação resultar em um $P\text{-Value} = 0,280$ para um intervalo de confiança de 95%, não foi descartada a hipótese de que as médias sejam estatisticamente iguais.

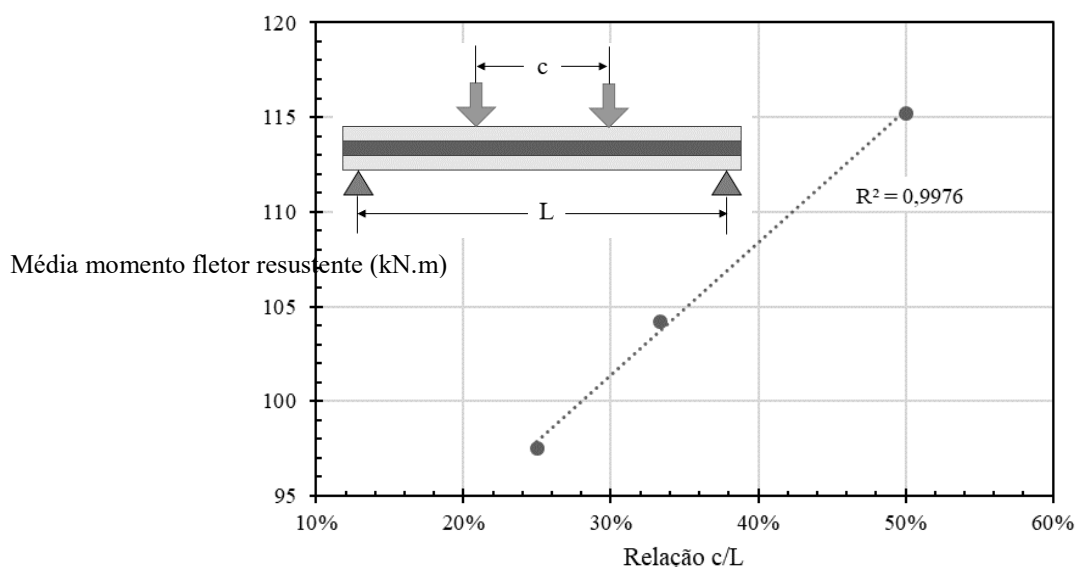
Por meio da amostra PFP-A01, que foi instrumentada com quatro extensômetros no centro do vão livre ao longo da seção transversal do CLT, pode-se identificar que as deformações nas camadas externas foram consideravelmente maiores que as deformações nas camadas intermediárias para os diversos carregamentos analisados. Uma justificativa para este fato ter ocorrido seria que, mesmo que a região onde os extensômetro foram posicionados não estivesse submetida a tensões de cisalhamento, as deformações tangenciais das regiões adjacentes submetidas a esforços cortantes foram responsáveis pois tais deformações.

A partir dos resultados dos extensômetros posicionados em pontos onde as tensões normais devido à flexão tendem a ser maiores, foi possível constatar que as deformações específicas das lamelas do CLT tendem a permanecer em um regime linear. Este comportamento é compreendido como a consequência das rupturas pelos dispositivos de ligação de topo (*finger joints*), que, por terem uma resistência relativamente inferior à resistência a tração da própria madeira, fazem com que ocorram rupturas locais na placa. Desta forma, entende-se outra funcionalidade para o *finger joint* no CLT além das principais

(aumentar as dimensões da madeira e diminuir a quantidade de defeitos naturais locais), trabalhar como um mecanismo que assegure o comportamento linear das deformações do CLT quando a fratura na tração devido à flexão é a responsável pela ruptura do elemento. Sendo assim, quando a fratura devido ao cisalhamento em camadas sob o efeito *rolling shear* é a crítica, o *finger joint* não garantirá a linearidade das deformações nestas camadas específicas.

Das comparações entre momentos fletores máximos demonstrada no APÊNDICE B, observa-se que as médias de momentos fletores máximos das amostras PFP-B e PFP-A são significativamente diferentes. Isto ocorreu mesmo que ambas as amostras tivessem a distância entre carregamentos (região de flexão pura) iguais. Entretanto, ao considerar a razão da região de flexão pura em relação ao comprimento de vão livre encontra-se uma correlação diretamente proporcional das amostras, como apresentado pela Figura 124. Este fenômeno pode estar associado com a probabilidade de quantidade relativa de ligações de topo *finger joints* suscetíveis ao momento máximo. Entretanto, estudos mais específicos e com mais variações de geometria seriam necessários para que tal afirmação possa ser comprovada.

Figura 124 – Correlação positiva entre média de momentos fletores e relação c/L .



Fonte: AUTOR, 2020.

6.2.2 Simulações numéricas estáticas

Na simulação dos três tipos de amostras pelo método dos elementos finitos, comparados aos resultados estabelecidos pela teoria de Kirchhoff, os resultados obtidos com a

teoria de Mindlin tiveram valores que tendem a ser mais próximos aos reais. Esta constatação corrobora para a hipótese de que não devem ser negligenciadas as deformações em placas de CLT devido ao esforço cortante.

Ao comparar as informações apresentadas no item 2.2.5 aos resultados reportados nos itens 5.2, 5.3 e 5.4, constata-se que os valores normativos avaliados de resistência à tensões tangenciais das camadas transversais subestimam a capacidade real de resistência da madeira no compósito. Isto porque, as simulações com ambas as normas, NBR 7190 (ABNT, 1997) e BS EN 338 (CEN, 2016a), resultaram em rupturas por cisalhamento com carregamentos consideravelmente abaixo dos resultados experimentais. Enquanto que a norma brasileira prevê uma resistência no *rolling shear* de $f_r = 1,00 \text{ MPa}$ para a classe C20 e a europeia considera $f_r = 0,80 \text{ MPa}$ para a classe C18²³, os valores aferidos dos ensaios experimentais indiretos ficou entre $2,32 \text{ MPa} \leq f_r \leq 2,68 \text{ MPa}$, com média de $f_{r,m} = 2,50 \text{ MPa}$.

Outra propriedade que tem seus valores abaixo dos resultados experimentais é o módulo de elasticidade transversal das camadas sob o efeito *rolling shear*. As normas brasileiras e europeias consideram $G_R = 17,50 \text{ MPa}$ para a classe C20 e $G_R = 56,0 \text{ MPa}$ para a classe C18, respectivamente. Enquanto que, dos ensaios experimentais, obtiveram-se indiretamente os valores de $124,40 \text{ MPa} \leq G_R \leq 251,96 \text{ MPa}$, com média de $G_{R,m} = 208,75 \text{ MPa}$.

Constatou-se que mesmo tendo valores de propriedades consideravelmente diferentes, a simulação numérica das amostras PFP-C que empregou as classes da NBR 7190 (ABNT, 1997) apresentaram deslocamentos dentro do intervalo de resultados experimentais. Esta observação não ocorreu na comparação dos resultados experimentais dos ensaios PFP-B e PFP-A com suas respectivas simulações, das quais foram identificadas diferenças inversamente proporcionais aos comprimentos das amostras. Tais discrepâncias de resultados das simulações dos corpos de prova menores (PFP-B e PFP-A) podem estar associadas com os efeitos de torção em placa, que tendem a ser mais relevantes nestas dimensões. Enquanto que a PFP-C tem dimensões com aproximações a de uma viga, onde tais efeitos são desprezíveis. Assim sendo, as propriedades de rigidez a torção no CLT tende a ser mais relevantes nas geometrias que tendem a ser mais próximas de um quadrado ($a/b \rightarrow 1$). Porém, não é descartada a hipótese de que os elementos finitos de placa não são os mais adequados para a simulação de placas de CLT nestas proporções.

Com isto, demonstrou-se que a simulação numérica do comportamento estático de placas biapoiadas de CLT a partir de classificações normativas não tiveram resultados

²³ Conforme catálogo de classes normativas do software RFEM.

condizentes à sua proposta. Além disso, o uso de propriedades de classes deve ser realizado com cuidado, pois demonstrou-se que algumas destas propriedades, tanto da norma brasileira quanto da norma europeia, tiveram valores consideravelmente diferentes dos resultados experimentais. Por este motivo, sempre que possível, recomenda-se a classificação das propriedades físicas e mecânicas do material para que se haja melhor representação do modelo numérico ao real.

Para o uso de propriedades classificadas com matéria prima de *Pinus taeda* produzido em território brasileiro, destaca-se a norma NBR 7190 (ABNT, 1997). No entanto, cabe ressaltar que a mesma está em processo de atualização e que seu projeto de norma importa as classes de resistência da BS EN 338 (CEN, 2016a) para espécies de origem estrangeira, que é o caso do *Pinus taeda*. Assim sendo, é importante levar em consideração que as propriedades físicas e mecânicas de espécies plantadas em território nacional tendem a ser diferentes quando comparadas as de espécies cultivadas em outros locais do mundo, devido a condições naturais anteriormente citadas no item 2.1 deste estudo. Por este motivo, é salutar que se tenha cautela no uso de classes de normas que foram destinadas a materiais de origem e plantações estrangeiras para classificar madeiras de origem estrangeira, porém com plantações em territórios nacionais. Talvez, seja necessário adequar alguns valores para que fiquem condizente com as propriedades dos materiais nacionais.

Ademais, o emprego de propriedades lineares da madeira (próprio das classes normativas), principalmente o módulo de elasticidade normal às fibras, pode ter contribuído para a discrepância dos resultados experimentais e numéricos. Por este motivo, recomenda-se o uso de propriedades não lineares em concordância com os valores resultantes de ensaios experimentais.

6.2.3 Vibração natural

A partir da avaliação analítica simplificada da vibração natural das placas de CLT com espessuras de camadas de 40L–20T–40L–20T–40L, medidas em milímetros, foi constatado que o Estado Limite de Serviço quanto a vibração excessiva é um fator crítico para o dimensionamento do vão em tais placas.

Neste sentido, visando aumentar o comprimento do CLT (L), seria possível trabalhar no aumento da rigidez à flexão de tais placas (EI), diminuição do seu peso próprio (ρ) e/ou diminuição da área da seção transversal (A). Tais mudanças combinadas produzem um aumento na frequência natural do CLT enquanto analisado como viga, aumentando exponencialmente o comprimento que, normativamente, é limitado por uma frequência natural de 8 Hz (ABNT,

1997). Cabe observar que destes três fatores apresentados, todos tem o mesmo peso (matematicamente) para o dimensionamento da frequência natural.

Além do mais, o valor estabelecido pela NBR 7190 (ABNT, 1997), que concorda com a Eurocode 5 (CEN, 2004), é passível de questionamento quando confrontadas a outras normas ou literatura específica. Como exemplo, a norma brasileira de estrutura de aço e de estrutura mista de aço e concreto de edifícios, NBR 8800 (ABNT, 2008), prevê que sejam verificadas as condições de vibração natural da estrutura segundo literatura internacional, porém, diz que “em nenhum caso a frequência natural de um piso pode ser inferior a 3 Hz”. Por sua vez, a norma brasileira de estruturas de concreto armado, NBR 6118 (ABNT, 2014), prescreve que a frequência natural da estrutura deve ser $f_n > 1,2f_{crit}$, onde f_{crit} é a frequência crítica em função da ocupação do local, conforme Tabela 24.

Tabela 24 – Frequência crítica para vibrações verticais para alguns casos especiais de estruturas submetidas a vibrações pela ação de pessoas.

| Caso | f_{crit} (Hz) |
|--|---------------------------------------|
| Ginásio de esportes e academias e ginástica | 8,0 |
| Salas de dança ou de concerto sem cadeiras fixas | 7,0 |
| Passarelas de pedestres ou ciclistas | 4,5 |
| Escritórios | 4,0 |
| Salas de concerto com cadeiras fixas | 3,5 |

Fonte: ABNT, 2014, p. 193.

Pretti, Ferreira e Calenzani (2014) afirmam que a frequência de excitação de 8,25 Hz seria obtida em locais onde há atividades de exercícios aeróbicos somente, saltar, pular, levantar peso. Tais atividades costumam produzir frequências de excitação maiores que aquelas resultantes de locomoção de pessoas em escritórios. Thiel (2013) mostra que o método Hamm/Richter e Hamm/Richter modificados utilizam $f_{crit} = 8 \text{ Hz}$ para requisitos elevados, quanto que o $f_{crit} = 6 \text{ Hz}$ é estabelecido em casos de requisitos normais.

Assim sendo, o limite de comprimento estimado pelo Estado Limite de Serviço, quanto a vibração analítica, neste estudo pode ser encarado como um valor que serve de base para estudos de projetos específicos, além de dar destaque ao problema de vibração natural em estruturas de madeira. Outro aspecto relevante neste problema é a mudança de uso do ambiente, que deve ter um olhar criterioso em casos de ocupações que produzem frequências de excitação maiores. Tais casos devem ser devidamente estudados para que seja avaliada a necessidade de modificação de rigidez ou prever a instalação de elementos de amortecimento na estrutura.

Não obstante, as análises numéricas realizadas com placas de 6 m de comprimento produziram frequências naturais com valores entre $8,69 \text{ Hz} \leq f_n \leq 11,31 \text{ Hz}$ para o primeiro modo de vibração (Tabela 23). Considerando que a frequência natural obtida analiticamente foi resultado da rigidez à flexão da placa de CLT e que a encontrada numericamente foi proveniente da inferência de classes normativas, pode-se dizer que existe uma aproximação razoável entre os valores de 8 Hz e 8,69 Hz.

Destaca-se também que as análises de vibração natural consideradas neste estudo omitiram os amortecimentos provenientes das propriedades viscoelásticas da madeira, dos apoios semirrígidos, frequentemente empregados em sua montagem, ou daqueles produzidos pelos carregamentos permanentes estáticos, avaliando-se, portanto, o problema de modo simplificado.

Capítulo 7

CONCLUSÕES

Esta pesquisa visou analisar o comportamento estrutural de placas de CLT submetidas à flexão por meio de análises experimentais em peças de escala real e industrialmente produzidas. Além disso, simulações numéricas foram conduzidas empregando-se o Método dos Elementos Finitos (MEF). A partir dos resultados alcançados, podem ser destacadas as seguintes conclusões.

Dos dados experimentais da série PF4-A, pode-se constatar que o efeito de sela encontrado em elementos de placa não foi observado de maneira significativa nas amostras. Entretanto, devido à ortotropia das camadas compostas, tal constatação não é suficiente para afirmar que os efeitos de torção são não significantes para o comportamento flexível de tais placas de CLT.

Por meio da instrumentação de uma das placas, foi possível observar que a deformação ao longo da seção transversal não é linear, sendo verificado que as camadas mais externas apresentam maiores deformações com relação as camadas intermediárias, que foram solicitadas ao *rolling shear* devido a direção dos esforços de flexão. Desta forma, tais resultados reforçam a hipótese de que a seção do CLT não permanece plana após ser submetida a flexão, como proposto pelos métodos de análise de viga de Timoshenko e de placa de Mindlin.

A média entre as máximas deformações específicas no meio do vão na camada tracionada foi maior do que a da camada comprimida. Porém, por uma comparação estatística, constatou-se que tais médias têm diferenças não significantes. Podendo-se concluir, portanto, que a partir destes ensaios, as deformações específicas em diferentes lamelas de CLT são estatisticamente semelhantes para compressão e tração em valores absolutos.

Apesar das placas de CLT terem sua ruptura frágil, tanto pela tração no *finger joint* quanto pelo cisalhamento no efeito *rolling shear*, cabe salientar que durante os ensaios das estruturas todas as amostras produziram sinais sonoros (estalos) de rupturas locais com carregamentos a partir dos 50-80% do carregamento máximo suportado, aproximadamente. Isto

acontece devido a diferença de propriedades entre as lamelas, e causa uma redistribuição dos esforços a fim de equilibrá-los internamente. Com isso, pode-se dizer que estruturas de CLT tendem a emitir avisos quando submetidas a carregamentos excessivos, e estes devem ser respeitados em prol da segurança.

As amostras de CLT coladas internamente com 220 g/m^2 de adesivo estrutural não apresentaram resultados de rigidez e resistência significativamente diferentes às aquelas constituídas com 250 g/m^2 do mesmo adesivo. Esta constatação contribui para a redução de adesivos estruturais empregados entre as camadas de CLT sem que haja prejuízo da rigidez de tais placas. Isto resulta em uma economia na produção do CLT avaliado experimentalmente. Tais resultados foram analisados empregando-se o teste-t *Two-sample* para médias não pareadas.

As conexões de topo *finger joints* no CLT, além de proporcionarem a possibilidade de produção de placas com dimensões relativamente grandes comparado ao uso de madeira serrada, também é responsável por manter o comportamento flexível do CLT em um regime linear de deformações, antes que a madeira sob compressão venha produzir deformações plásticas. Este é um fator interessante para o CLT quando é utilizado em vãos grandes, tendo em vista o Estado Limite de Serviço quanto ao deslocamento excessivo, que é estado limitante para seu dimensionamento caso esteja em condições de vibração natural permitida.

Houve uma clara correlação entre as médias de momento fletores máximos e a razão c/L , sendo c o vão entre as linhas de carregamentos e L o vão livre das amostras. Esta correlação pode estar associada a probabilidade de quantidade relativa de *finger joints* na região onde o momento fletor é máximo. Porém, recomenda-se um estudo específico para que tal observação possa ser melhor avaliada.

A partir das propriedades físicas e mecânicas obtidas experimentalmente foi possível estimar carregamentos limites de projeto que provocariam a falha de placas de CLT com espessura de 160 mm configuradas com camadas 40L-20T-40L-20T-40L. Dos resultados obtidos, percebeu-se que o dimensionamento para pequenos vãos é regido pelo efeito *rolling shear*. Entretanto, para vãos maiores, o deslocamento excessivo é o responsável por limitar os carregamentos uniformemente distribuídos sobre a placa de largura unitária. Porém, para locais onde há grande concentração de pessoas, o projeto deverá estabelecer um comprimento máximo de $5,99 \text{ m}$ em função da frequência natural de 8 Hz , mesmo que o carregamento limite seja aproximadamente 10 kN/m^2 , o que é relativamente alto para projetos residenciais e comerciais convencionais. Por este motivo, destaca-se a relevância da verificação à vibração natural em projetos de placas de CLT.

Por meio de simulações numéricas, constatou-se que a frequência natural sofre alterações em função na classificação normativa dos materiais atribuídos ao modelo (NBR 7190:1997 ou BS EN 338:2016), teoria de placas empregada (Kirchhoff ou Mindlin), além da correção ou não do peso específico para coincidir com os resultados experimentais. A combinação que produziu resultados menores e mais conservadores foi a composta pela classificação da norma brasileira, teoria de Mindlin, associadas a correção do peso específico. Destes componentes, o que produziu maior diferença nos resultados foi a classificação normativa.

De modo geral, ao avaliar os resultados produzidos pelo conjunto de lamelas (*i.e.*, deslocamento, rigidez) e confrontá-los àqueles obtidos a partir de propriedades locais de lamelas (*i.e.*, deformação específica), pôde-se notar que a conhecida variação elevada das propriedades madeira acaba sendo reduzida no CLT. Esta constatação implica em valores característicos das propriedades de rigidez do CLT sutilmente maiores do que o valor característico das próprias lamelas previamente classificadas.

A aplicação do GCI para o refinamento da malha demonstrou que, para o elemento de placa empregado nestes modelos utilizando o RFEM, não houve diferença de valores para o cálculo das tensões ou deslocamentos estáticos quando a placa simulada foi discretizada em 40 *mm*, 20 *mm*, ou em 10 *mm*. Porém, para avaliação dos modos e frequências naturais de vibração, a terceira casa decimal das frequências naturais tiveram variações, demonstrando que a análise de autovalores e autovetores é mais sensível a discretização da malha. Destaca-se que em ambas as análises (estática ou de vibração natural) o uso de comprimentos máximos dos elementos finitos de 40 *mm* não apresentou prejuízo aos resultados. Porém, como o custo computacional foi significativamente maior para a malha mais refinada (10 *mm*), optou-se por realizar as análises numéricas deste estudo com comprimento máximo de 20 *mm*.

Os elementos de placa utilizados nesta análise com linearidades mecânicas não representaram satisfatoriamente o comportamento estrutural do CLT submetido à flexão. Empregando-se a teoria de Mindlin e a classificação conforme a norma NBR 7190:1997, resultou em valores mais conservadores quando comparadas aos resultados experimentais. Entretanto, notou-se que, apesar de prático e intuitivo o uso do plug-in RF-LAMINATED, como sugestão para trabalhos futuros, recomenda-se a análise com elementos finitos sólidos e associado ao uso de não-linearidades físicas das propriedades da madeira, principalmente o módulo de elasticidade à compressão normal e o módulo de elasticidade no *rolling shear*. Com isto, espera-se que os resultados numéricos apresentem uma melhor aproximação quando comparados aos resultados experimentais.

O módulo de elasticidade e ruptura no efeito *rolling shear* demonstrou ser de grande relevância para o estudo de placas de CLT, bem como a ruptura nas emendas de topo *finger joints*. Por este motivo, outra sugestão para trabalhos futuros é a análise experimental de amostras de *Pinus taeda* (e/ou outras espécies com potencial para o uso em CLT) quanto a rigidez e resistência no efeito *rolling shear* e na emenda *finger joints*.

7.1 Considerações Finais

O estudo do comportamento mecânico e estrutural do CLT quando submetido a flexão torna-se relevante no cenário da construção civil nacional atual, onde: a industrialização é uma característica que vem sendo cada vez mais exigida devido à redução de desperdício, planejamento e otimização da mão de obra; a sustentabilidade já é um requisito difundido na sociedade, cada vez mais consciente de sua responsabilidade para com o meio onde habita e as para com futuras gerações, e esta já tem beneficiado produtos que lhes são aderentes; o conhecimento científico aplicável a curto e médio prazo vem sendo amplamente requisitado das instituições públicas, bem como o apoio da indústria, custeando parte da pesquisa e aproveitando seus resultados de maneira prática.

Pretende-se dar seguimento a esta pesquisa estudando-se o desempenho de placas compostas de CLT-Concreto experimental e numericamente, com vistas a ampliar o conhecimento técnico e científico desta composição e abrir horizontes para aplicação deste sistema estrutural em edificações de madeira neste país.

REFERÊNCIAS

- AHMAD, Z.; BON, Y. C.; WAHAB, E. S. A. Tensile Strength Properties of Tropical Hardwoods in Structural Size Testing. **International Journal of Basic & Applied Sciences**, v. 10, n. 3, p. 1–6, 2013.
- ALI, K. H.; HUSSAIN, T.; KAMALI, A. **Compression perpendicular to grain in timber**. Master thesis in Civil Engineering—Växjö: Växjö University, 2014.
- ANDERSON, T. W.; DARLING, D. A. Asymptotic Theory of Certain “Goodness of Fit” Criteria Based on Stochastic Processes. **The Annals of Mathematical Statistics**, v. 23, n. 2, p. 193–212, jun. 1952.
- ANTONY, F. et al. Regional variation in wood modulus of elasticity (stiffness) and modulus of rupture (strength) of planted loblolly pine in the United States. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 41, n. 7, p. 1522–1533, jul. 2011.
- APA. **Performance Rated I-Joists: Design/Construction Guide**. [s.l.] APA – The Engineered Wood Association, 2015.
- APA/ANSI. **PGR 320:2018 - Standard for Performance-Rated Cross-Laminated Timber**. Tacoma: APA - The Engineered Wood Association, 2018.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7190 - Projeto de estruturas de madeira**. Rio de Janeiro, 1997.
- _____. **NBR 8800 - Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. Rio de Janeiro, 2008.
- _____. **NBR 16143 - Preservação de madeiras - Sistema de categorias de uso**. Rio de Janeiro, 2013.
- _____. **NBR 6118:2014 - Projeto de Estrutura de Concreto Armado - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.
- ASUERO, A. G.; SAYAGO, A.; GONZÁLEZ, A. G. The Correlation Coefficient: An Overview. **Critical Reviews in Analytical Chemistry**, v. 36, n. 1, p. 41–59, jan. 2006.
- AYRES, E. et al. Tree Species Traits Influence Soil Physical, Chemical, and Biological Properties in High Elevation Forests. **PLoS ONE**, v. 4, n. 6, 18 jun. 2009.
- BALLARIN, A. W.; NOGUEIRA, M. Determinação do módulo de elasticidade da madeira juvenil e adulta de Pinus taeda por ultra-som. **Engenharia Agrícola**, v. 25, n. 1, p. 19–28, abr. 2005.
- BALLARIN, A. W.; PALMA, H. A. L. Propriedades de resistência e rigidez da madeira juvenil e adulta de Pinus taeda L. **Revista Árvore**, v. 27, n. 3, p. 371–380, jun. 2003.

BAÑO, V. et al. Characterization and Structural Performance in Bending of CLT Panels Made from Small-Diameter Logs of Loblolly/Slash Pine. **Materials**, v. 11, n. 12, p. 2436, 30 nov. 2018.

BENDTSEN, B. A.; SENFT, J. Mechanical and anatomical properties in individual growth rings of plantation-grown Eastern Cottonwood and Loblolly Pine. **Wood and Fiber Science**, v. 18, p. 16, 1986.

BLASS, H. J.; FELLMOSE, P. **Design of solid wood panels with cross layers**. . In: PROCEEDINGS OF THE 8TH WORLD CONFERENCE ON TIMBER ENGINEERING. Lahti, Finland: 14 jun. 2004.

BLOCK, I. **Mjøstårnet in Norway becomes world's tallest timber tower**. Disponível em: <<https://www.dezeen.com/2019/03/19/mjostarne-worlds-tallest-timber-tower-voll-arkitekter-norway/>>. Acesso em: 14 set. 2019.

BODIG, J.; JAYNE, B. A. **Mechanics of Wood and Wood Composites**. New York: Van Nostrand, 1982.

BONFERRONI, C. E. Teoria statistica delle classi e calcolo delle probabilità. **Pubblicazioni del R Istituto Superiore di Scienze Economiche e Commerciali di Firenze**, v. 8, p. 3–62, 1936.

BOWER, J. et al. **Modern Tall Wood Buildings: Opportunities for Innovation** Dovetail Partners Inc., , 2016. Disponível em: <www.dovetailinc.org>. Acesso em: 31 out. 2018.

BOX, G. E. P.; COX, D. R. An Analysis of Transformations. **Journal of the Royal Statistical Society, Série B (Methodological)**. v. 26, n. 2, p. 211–252, 1964.

BUCK, D. et al. **Further development of Cross-laminated timber (CLT): Mechanical tests on 45° alternating layers**. WCTE 2016. **Anais...** In: WORLD CONFERENCE ON TIMBER ENGINEERING. Viena, Austria: TU-MV Media Verlag GmbH, 2016.

CAMARGO, R. A. **Avaliação da qualidade da madeira de Pinus taeda a partir dos anéis de crescimento**. Monografia (graduação)—Curitiba: Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Agrárias, Curso de Engenharia Florestal, 2016.

CANADIAN WOOD COUNCIL. **Parallel Strand Lumber (PSL)**CWC, 2018. Disponível em: <<http://cwc.ca/wood-products/structural-composite/parallel-strand-lumber/>>. Acesso em: 29 set. 2018.

CASELLA, G.; BERGER, R. L.; SANTANA, D. **Solutions Manual for Statistical Inference**. 2. ed. [s.l.] Duxbury Resource Center, 2001.

COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALIZATION. **Eurocode 5: Design of timber structure - Part 1-1: General - Common rules and rules for buildings**. Brussels, 2004.

_____. **BS EN 408 - Timber structures - Structural timber and glued laminated timber - Determination of some physical and mechanical properties**. Brussels, 2010.

_____. **BS EN 16351 - Timber structures - Cross laminated timber - Requirements**. Brussels, 2015.

_____. **BS EN 338 - Structural timber - Strength classes**. Brussels, 2016a.

_____. **BS EN 14358 - Timber structures - Calculation and verification of characteristic values**. Brussels, 2016b.

CONSTRUCTIONAL TIMBER MANUFACTURES LTD. **Laminated Timber Structures** **Constructional Timber Manufacturers Ltd**, 2016. Disponível em: <<http://www.constructionaltimber.com/timber-frame-structures/>>. Acesso em: 8 ago. 2018

COSTA, A. A. P. **Construção de Edifícios com Cross Laminated Timber (CLT)**. Dissertação (Mestrado)—Porto: Universidade do Porto, 2013.

CRAMER, S. et al. Earlywood and latewood elastic properties in loblolly pine. **Holzforschung**, v. 59, n. 5, 1 jan. 2005.

CRESPELL, P.; GAGNON, S. **Cross Laminated Timber: a Primer**. [s.l.] FPInnovations, 2013.

CROSSLAM. **Cross Laminated Timber**. Comercial. Disponível em: <www.crosslam.com.br>. Acesso em: 2 ago. 2018.

DANIELSSON, H. **Perpendicular to grain fracture analysis of wooden structural elements: models and applications**. Doctoral Thesis—Lund: Lund University, 2013.

DÂRMON, R.; LALU, O. The fire performance of Cross Laminated Timber beams. **Procedia Manufacturing**, v. 32, p. 121–128, 2019.

DLUBAL SOFTWARE GMBH. **REFEM 5 Program Description**. Tiefenbach: Dlubal Software GmbH, 2013.

_____. **RF-LAMINATE Program Description**. Tiefenbach: Dlubal Software GmbH, 2016.

_____. **Normas**. Disponível em: <<https://www.dlubal.com/pt/solucoes/normas>>. Acesso em: 25 nov. 2018.

_____. **RF-DYNAM Program Description**. Tiefenbach: Dlubal Software GmbH, 2014.

EHRHART, T.; BRANDNER, R. Rolling shear: Test configurations and properties of some European soft- and hardwood species. **Engineering Structures**, v. 172, p. 554–572, 1 out. 2018.

EXCEL SENSORES INDÚSTRIA, COMÉRCIO E EXPORTAÇÃO LTDA. **Extensômetros Coláveis de Resistência Elétrica**. Comercial. Disponível em: <http://www.kyowa-ei.com/eng/product/category/strain_gages/kfg/index.html>. Acesso em: 28 nov. 2018.

FERNANDES, G. B. **Introdução à teoria das placas elásticas: Notas de aula**. Limeira, 1974.

FISHER, R. A. On the “Probable Error” of a Coefficient of Correlation Deduced from a Small Sample. **Metron**, p. 3–32, 1921.

_____. **Statistical Methods for Research Workders**. Edinburgh: Oliver and Boyd, 1925.

FRAGIACOMO, M. et al. Fire Resistance of Cross-Laminated Timber Panels Loaded Out of Plane. **Journal of Structural Engineering**, v. 139, n. 12, p. 04013018, dez. 2013.

FRIDIYANTI, I.; MASSIJAYA, M. Y. Physical and mechanical properties of parallel strand lumber made from hot pre-pressed long strand oil palm trunk waste. **IOP Conference Series: Earth and Environmental Science**, v. 141, p. 012007, 2018.

GAGNON, A.; PIRVU, C. Chapter 3 - Structural: structural design of cross-laminated timber elements. In: **CLT Handbook: Cross-Laminated Timber**. Canadian: FPInnovations, 2012.

GUSS, L. M. Engineered wood products: the future is bright. **Forest Products Journal; Madison**, v. 45, n. 7,8, p. 1–7, 1995.

HANKINSON, R. L. Investigation of crushing strength of spruce at varying angles of grain. **Air Service Information Circular**, v. 3, n. 259, 1921.

HOMB, A.; GUIGOU-CARTER, C.; RABOLD, A. Impact sound insulation of cross-laminated timber/massive wood floor constructions: Collection of laboratory measurements and result evaluation. **Building Acoustics**, v. 24, n. 1, p. 35–52, mar. 2017.

INDIAMART. **Structural Insulated Panels**. Comercial. Disponível em: <<https://www.indiamart.com/proddetail/structural-insulated-panels-11666544248.html>>. Acesso em: 20 set. 2018.

INDÚSTRIA BRASILEIRA DE ÁRVORES. **Relatório Anual 2019**, 2019. Disponível em: <<https://iba.org/datafiles/publicacoes/relatorios/iba-relatorioanual2019.pdf>>. Acesso em: 16 dez. 2019.

INHOLZ GMBH. **Board stack, solid wood wall, wooden dowel elements**. Comercial. Disponível em: <<https://www.inholz.de/produkte/brettstapel-elemente-akustik/akustik-20-hf>>. Acesso em: 20 set. 2018.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 16696-1 Timber structures — Cross laminated timber — Part 1: Component performance, production requirements and certification scheme**. Geneva, 2019.

ISLAND TRUSS LTD. **I Joists**. Comercial. Disponível em: <<http://islandtruss.ca/products/i-joists/>>. Acesso em: 20 set. 2018.

IZZI, M. et al. Seismic behaviour of Cross-Laminated Timber structures: A state-of-the-art review. **Engineering Structures**, v. 170, p. 42–52, set. 2018.

JELEČ, M.; VAREVAC, D.; RAJČIĆ, V. Cross-laminated timber (CLT) – a state of the art report. **Journal of the Croatian Association of Civil Engineers**, v. 70, n. 02, p. 75–95, mar. 2018.

JEONG, G. Y.; HINDMAN, D. P.; ZINK-SHARP, A. Orthotropic properties of loblolly pine (*Pinus taeda*) strands. **Journal of Materials Science**, v. 45, n. 21, p. 5820–5830, 1 nov. 2010.

JESKA, S.; PASCHA, K. S. **Emergent Timber Technologies: Materials, Structures, Engineering, Projects**. Rainer: BIRKHÄUSER, 2014.

JIN, Z. et al. Simplified Mechanistic Model for Seismic Response Prediction of Coupled Cross-Laminated Timber Rocking Walls. **Journal of Structural Engineering**, v. 145, n. 2, p. 04018253, fev. 2019.

JOHNSON, N. L. Systems of Frequency Curves Generated by Methods of Translation. **Biometrika**, v. 36, n. 1/2, p. 149–176, 1949.

JOKERST, R. W. **Finger-Jointed Wood Products**. [s.l.] FOREST PRODUCTS LAB MADISON WI, 1981.

KATZ, J. L. et al. On the anisotropic elastic properties of woods. **Journal of Materials Science**, v. 43, n. 1, p. 139–145, jan. 2008.

KOLLMANN, F. F. P.; COTE, W. A. JR. **Principles of wood science and technology**. 1. ed. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1968. v. 1 Solid Wood.

KREUZINGER, H. Platten, Scheiben und Schalen. Ein Berechnungsmodell für gangige Statikprogramme. **Bauen mit Holz**, v. 1, p. 34–39, 1999.

KWAŚNIEWSKI, L. Application of grid convergence index in FE computation. **Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences**, v. 61, n. 1, p. 123–128, 1 mar. 2013.

KYOWA ELECTRONIC INSTRUMENTS CO. **KFG Series General-purpose Foil Strain Gages**. Comercial. Disponível em: <http://www.kyowa-ei.com/eng/product/category/strain_gages/kfg/index.html>. Acesso em: 28 nov. 2018.

LAZRAK, C. et al. Valorization and characterization of Maritime pine (*Pinus pinaster*) Wood from the Maamora Forest in Plywood Panels. **Journal of Engineering and Applied Sciences**, v. 13, n. 21, p. 9234–9244, 2018.

LESKOVAR, V. Ž. et al. Comparative assessment of shape related cross-laminated timber building typologies focusing on environmental performance. **Journal of Cleaner Production**, v. 216, p. 482–494, abr. 2019.

LI, M. Evaluating rolling shear strength properties of cross-laminated timber by short-span bending tests and modified planar shear tests. **Journal of Wood Science**, v. 63, n. 4, p. 331–337, 1 ago. 2017.

MANNING, A. D.; FISCHER, J.; LINDENMAYER, D. B. Scattered trees are keystone structures – Implications for conservation. **Biological Conservation**, v. 132, n. 3, p. 311–321, out. 2006.

MARTO, G. B. T.; BARRICHELO, L. E. G.; MÜLLER, P. H. **Salvem as florestas de Pinus Portal São Francisco**, 2018. Disponível em: <<https://www.portalsaofrancisco.com.br/biologia/pinus>>. Acesso em: 27 set. 2018.

MASCIA, N. T. **Considerações a respeito da Anisotropia na Madeira**. Tese (Doutorado)—São Carlos: Universidade Federal de São Paulo, 1991.

_____. **Teoria das Deformações**. Campinas, 2017. Disponível em: <<http://www.fec.unicamp.br/~nilson/apostilas/Deformacoes.pdf>>. Acesso em: 17 out. 2018.

MASCIA, N. T.; LAHR, F. A. R. Remarks on orthotropic elastic models applied to wood. **Materials Research**, v. 9, n. 3, p. 301–310, set. 2006.

MASCIA, N. T.; VANALLI, L. Evaluation of the coefficients of mutual influence of wood through off-axis compression tests. **Construction and Building Materials**, v. 30, p. 522–528, maio 2012.

MEETHAWORN, B.; SRIVARO, S. Structural Performance Evaluation of Finger-Jointed Rubberwood Manufactured by Factories in Thailand. v. 12, n. 4, p. 9420–9426, 2017.

MEIER, E. **Loblolly Pine**. Disponível em: <<https://www.wood-database.com/loblolly-pine/>>. Acesso em: 24 out. 2018.

_____. **Rose Gum**. Disponível em: <<https://www.wood-database.com/rose-gum/>>. Acesso em: 20 dez. 2019.

MELONI, D. et al. **FEM models for elastic parameters identification of cross laminated maritime pine panels**. In: WCTE 2018 - WORLD CONFERENCE ON TIMBER ENGINEERING. 2018.

MENDONÇA, P. T. R. **Materiais Compostos & Estruturas-Sanduíches: Projeto e Análise**. 1. ed. Barueri: Manole, 2005.

MESTEK, P.; WERTHE, N.; WINTER, S. **Building with Cross Laminated Timber - Load-bearing solid wood components for walls, ceilings and roofs**. Wuppertal: Studiengemeinschaft Holzleimbau e.V, 2010.

MIRLISENNA, G. **Método dos Elemento Finitos: o que é?** Disponível em: <<https://www.esss.co/blog/metodo-dos-elementos-finitos-o-que-e/>>. Acesso em: 25 nov. 2018.

MOYA, L. et al. Physical and Mechanical Properties of Loblolly and Slash Pine Wood from Uruguayan Plantations. **Forest Products Journal**, v. 63, n. 3–4, p. 128–137, maio 2013.

NEVE, O.; SPENCER-ALLEN, L. Shaking up dance floor design with timber–concrete composites. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Construction Materials**, v. 168, n. 4, p. 204–212, ago. 2015.

NIE, X. **Failure mechanism of rolling shear failure in cross-laminated timber**. Thesis—Vancouver: The University of British Columbia, 2015.

NOWAK, A. S.; COLLINS, K. R. **Reability of Structures**. Boston: McGraw-Hill, 2000.

OLIVEIRA, R. C. DE. **Modelagem numérica de placas espessas usando o método dos elementos finitos com computação paralela**. Monografia (graduação)—Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2009.

OLIVEIRA, F. L. et al. Propriedades da madeira de Pinus taeda L. em função da idade e da posição radial na tora. **Revista Instituto Florestal**, v. 18, n. único, p. 59–70, 2006.

OLIVEIRA, G. L. **Cross Laminated Timber (CLT) no Brasil: processo construtivo e desempenho**. Dissertação (Mestrado)—São Paulo: Universidade de São Paulo, 2018.

PANGH, H.; DOOSTHOSEINI, K. Optimization of Press time and Properties of Laminated Veneer Lumber Panels by Means of a Punching Technique. **BioResources**, v. 12, n. 2, p. 2254–2268, 2 fev. 2017.

PARK, S.-H. et al. Evaluation of Shear Strength by Direction of Wood Grain for Korean Pine Using PRF Adhesive. **Journal of the Korean Wood Science and Technology**, v. 45, n. 3, p. 243–249, 2017.

PEARSON, K. Notes on regression and inheritance in the case of two parents. **Proceedings of the Royal Society of London**, v. 58, p. 240–242, 20 jun. 1895.

PEREIRA, M. C. M.; CALIL JUNIOR, C. Strength and Stiffness of Cross Laminated Timber (CLT) panels produced with Pinus and Eucalyptus: experimental and analytical comparisons. **Matéria (Rio de Janeiro)**, v. 24, n. 2, 2019.

POLLMEIER INC. **Laminated Veneer Lumber**. Text. Disponível em: <<https://www.woodworkingnetwork.com/wood-machinery-supplies/solid-wood-machining-products/European-Beech-Laminated-Veneer-Lumber-296770451.html>>. Acesso em: 8 ago. 2018.

PRETTI, L. A.; FERREIRA, W. G.; CALENZANI, A. F. G. Vibrações devidas ao caminhar e às atividades aeróbicas: uma verificação teórica. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 7, n. 2, p. 299–312, abr. 2014.

RAMAGE, M. H. et al. The wood from the trees: The use of timber in construction. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 68, n. 1, p. 333–359, 2017.

RIBEIRO, A. B. **Sobre o cisalhamento na interface da madeira e compósitos em vigas laminadas coladas reforçadas por fibras**. Dissertação (Mestrado)—Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2018.

RICHARDSON, L. F. The approximate arithmetical solution by finite differences of physical problems involving differential equations, with an application to the stresses in a masonry dam. **Philosophical Transactions of the Royal Society A, Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, v. 210, n. 459–470, p. 307–357, 1 jan. 1911.

ROBERTS, S. **Loblolly Pine Tree**. Disponível em: <<https://br.pinterest.com/pin/265290234273929662/>>. Acesso em: 24 out. 2018.

ROTH, A. A new type of finger joint. **Paperi ja Puu**, v. 52, n. 1, p. 25–28, 1970.

RUBNER GRUPPE. **Maison de l'Inde, Paris - F · Rubner Holzbau**. Disponível em: <<https://www.rubner.com/en/holzbau/references/reference/maison-de-linde-paris-f/>>. Acesso em: 31 out. 2018.

RYAN, B. F.; CRYER, J. D.; JOINER, B. L. **Minitab Handbook: Updated for Release 16**. [s.l.] Brooks/Cole, 2013.

- SANBORN, K. et al. Ballistic performance of Cross-laminated Timber (CLT). **International Journal of Impact Engineering**, v. 128, p. 11–23, jun. 2019.
- SANDHAAS, C.; SCHÄDLE, P.; CECCOTTI, A. Innovative timber building systems: comparative testing and modelling of earthquake behaviour. **Bulletin of Earthquake Engineering**, v. 16, n. 5, p. 1961–1985, maio 2018.
- SANTOS, J. P. L. **Análise de modelos reológicos viscoelásticos através de formulações mistras em elementos finitos**. Dissertação (Mestrado)—Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2008.
- SCHULTZ, R. L. **Loblolly Pine: The Ecology and Culture of Loblolly Pine (Pinus taeda L.)**. Washington, DC: USDA, 1997.
- SLATER, J. W. **Examining Spatial (Grid) Convergence**. Disponível em: <<https://www.grc.nasa.gov/WWW/wind/valid/tutorial/spatconv.html>>. Acesso em: 26 nov. 2018.
- SMITH, A. L.; HICKS, S. J.; DEVINE, P. **Design of Floors for Vibration: A New Approach**. Ascot: Steel Construction Institute, 2009.
- SOUND BUILDERS, INC. **Funky Fresh Stair Treads**. Blog. Disponível em: <<https://soundbuildersinc.wordpress.com/2016/08/19/funky-fresh-stair-treads/>>. Acesso em: 20 set. 2018.
- STENSON, J. et al. Monitored Indoor Environmental Quality of a Mass Timber Office Building: A Case Study. **Buildings**, v. 9, n. 6, p. 142, 13 jun. 2019.
- SÜSSEKIND, J. C. **Curso de Análise Estrutural**. 4. ed. Porto Alegre: Editora Globo, 1979. v. 2.
- SZÜCS, C. A. **Étude dun assemblage par pièce de coin en bois lamellé-collé renforcé par fibres de verre**. Tese (Doutorado)—Metz: L'Université de Metz, 1991.
- TEODORESCU, I. et al. Influence of the Climatic Changes on Wood Structures Behaviour. **Energy Procedia**, v. 112, p. 450–459, mar. 2017.
- TERENTIUK, S.; MEMARI, A. In-Plane Monotonic and Cyclic Racking Load Testing of Structural Insulated Panels. **Journal of Architectural Engineering**, v. 18, n. 4, p. 261–275, dez. 2012.
- THIEL, A. **ULS and SLS design of CLT and its implementation in the CLTdesigner**. In: EUROPEAN CONFERENCE ON CROSS LAMINATED TIMBER. Graz: The University of Bath, 2013. Acesso em: 11 jun. 2018
- UGURAL, A. C. **Stresses in Plates and Shells**. New York, NY: McGraw-Hill, 1981.
- UPTON, G.; COOK, I. **Oxford Dictionary of Statistics**. [s.l.] Oxford University Press, 2008.
- VAN DE KUILEN, J. W. G. et al. Very Tall Wooden Buildings with Cross Laminated Timber. **Procedia Engineering**, v. 14, p. 1621–1628, 2011.

WANG, Z. et al. Planar shear and bending properties of hybrid CLT fabricated with Lumber and LVL. **Construction and Building Materials**, v. 151, p. 172–177, 2017.

WANG, Z. et al. Effect of macro characteristics on rolling shear properties of fast-growing poplar wood laminations. **WOOD RESEARCH**, v. 63, p. 12, 2018.

WOODSOLUTIONS. **WS16 Massive Timber Construction Systems Cross-laminated Timber (CLT)**. Australia, 2018.

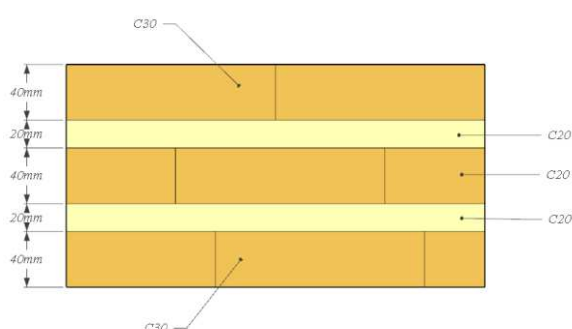
YORUR, H.; KURT, S.; YUMRUTAS, I. The Effect of Aging on Various Physical and Mechanical Properties of Scotch Pine Wood Used in Construction of Historical Safranbolu Houses. **Drvna industrija**, v. 65, n. 3, p. 191–196, 2014.

ZENID, G. J. **Madeira na Construção Civil**. 2015. Disponível em: <<http://www.estruturas.ufpr.br/wp-content/uploads/2015/02/MADEIRA-NA-CONSTRU%C3%87%C3%83O-CIVI.pdf>>. Acesso em: 29 nov. 2018.

APÊNDICE A

DIMENSIONAMENTO DE CLT PELO MÉTODO GAMA

Considerando uma peça de seção transversal com 1,00 m de largura, tendo as seguintes espessuras e classes de madeira utilizada nas lamelas em cada camada:



Determinar o máximo comprimento em que esta seção pode ser empregada para o carregamento de projeto de $2,00 \text{ kN/m}^2$. A placa de CLT será utilizada em local com elevadas concentrações de pessoas.

Solução proposta:

A.1 Carregamentos

O carregamento devido ao peso próprio da viga de CLT é definido pela somatória do produto do peso próprio de cada camada (ρ_i) pela altura (h_i) e a largura (b_i) da mesma, como expressa a Equação (A.1).

$$g_1 = \sum_{i=1}^n \rho_i \cdot h_i \cdot b_i \quad (\text{A.1})$$

$$g_1 = [2(6 \text{ kN/m}^3 \cdot 0,04 \text{ m}) + 2(5 \text{ kN/m}^3 \cdot 0,02 \text{ m}) + 5 \text{ kN/m}^3 \cdot 0,04 \text{ m}] \cdot 1 \text{ m}$$

$$g_1 = 0,88 \text{ kN/m}$$

a. Carregamento de utilização

Segundo a NBR 7190:1997, para a determinação do carregamento devido às combinações de serviço, deve-se empregar a Equação (A.7.2).

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \sum_{j=1}^n \psi_{2j} F_{Qi,k} \quad (\text{A.7.2})$$

Aplicando os carregamento requeridos na combinação de ações da Equação (A.7.2) com o fator de redução $\psi_2 = 0,4$, considerando elevadas concentrações de pessoa (item), podemos determinar o carregamento de projeto para verificação da flecha, assim como mostra a Equação (A.3).

$$\begin{aligned} q_{d,uti} &= g_{1,k} + \psi_2 \cdot q_{1,k} \\ q_{d,uti} &= 0,88 \text{ kN/m} + 0,4 \cdot 2 \text{ kN/m} \\ q_{d,uti} &= 1,68 \text{ kN/m} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

b. Carregamento último

Para verificação do estado limite último utilizaremos a seguinte combinação [Equação (A.4)] prevista no item 5.7.1 da NBR 7190:1997.

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{Gi} F_{Gi,k} + \gamma_Q \left(F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{0j} F_{Qj,k} \right) \quad (\text{A.4})$$

Considerando o coeficiente de ponderação de ações permanentes como $\gamma_G = 1,30$ (item 5.6.4 da NBR 7190) e de ações variáveis como $\gamma_Q = 1,40$, o carregamento para verificação do ELU fica escrito conforme a Equação (A.5).

$$\begin{aligned} q_d &= 1,30 \cdot (0,88 \text{ kN/m}) + 1,40 \cdot (2,00 \text{ kN/m}) \\ q_d &= 3,944 \text{ kN/m} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Tal carregamento produz o seguinte momento fletor no meio do vão:

$$M_d = \frac{q_d \cdot L^2}{8} = \frac{(3,944 \text{ kN/m}) \cdot (5\text{m})^2}{8} = 12,325 \text{ kN.m} \quad (\text{A.6})$$

Bem como, o seguinte esforço cortante máximo:

$$V_d = \frac{q_d \cdot L}{2} = \frac{(3,944 \text{ kN/m}) \cdot (5\text{m})}{2} = 9,86 \text{ kN} \quad (\text{A.7})$$

A.2 Propriedades dos Materiais

A Tabela A1 traz os valores das propriedades física e mecânicas para cada material utilizado no projeto.

Tabela A1 – Propriedades dos materiais por classe conforme NBR 7190:1997.

| Classe | ρ_{ap} (kg/m ³) | f_{c0} (MPa) | f_{c90} (MPa) | f_t (MPa) | f_{v0} (MPa) | f_{v90} (MPa) | E_{c0} (MPa) | E_{c90} (MPa) | G_0 (MPa) | G_{90} (MPa) |
|------------|-------------------------------------|-------------------|--------------------|----------------|-------------------|--------------------|-------------------|--------------------|----------------|-------------------|
| Material A | 500 | 20 | 5,0 | 4 | 3,0 | 1,0 | 3.500 | 175 | 850 | 850 |
| Material B | 600 | 30 | 7,5 | 40* | 4,5 | 2,2 | 14.500 | 725 | 500 | 50 |

*resistência a tração no *finger joints*

Fonte: AUTOR, 2020.

A.3 Fator γ

Determinação do fator γ , para as camadas externas:

$$\gamma_1 = \left(1 + \frac{\pi^2 E_t A_i h_j}{L_{eff}^2 G_j b_j} \right)^{-1} \quad (\text{A.8})$$

$$\gamma_1 = \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot 14500 \cdot 0,04 \cdot 1 \cdot 0,02}{5^2 \cdot 50 \cdot 1} \right)^{-1}$$

$$\gamma_1 = 0,916$$

A.4 Rigidez Equivalente

Calculo da rigidez equivalente da seção:

Tabela A2 – Propriedades por camadas.

| Camada | Espessura (mm) | Largura (mm) | <i>E</i> (MPa) | <i>G</i> (MPa) |
|---------------|---------------------------|-------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 1 | 40 | 1000 | 14500 | 850 |
| 2 | 20 | 1000 | 175 | 50 |
| 3 | 40 | 1000 | 3500 | 500 |
| 4 | 20 | 1000 | 175 | 50 |
| 5 | 40 | 1000 | 14500 | 850 |

Fonte: AUTOR, 2020.

O Momento de Inércia I é definido pela Equação (A.9).

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (\text{A.9})$$

Com isso, é possível calcular os valores necessários para a obtenção da rigidez equivalente EI_{eff} , como demonstrado pela Tabela A3.

Tabela A3 – Valores para determinação da rigidez efetiva.

| Camada | <i>A</i> (10³·mm²) | <i>I</i> (10⁵·mm⁴) | <i>a</i> (mm) | γ | <i>EI</i> (MPa·mm⁴) | γEAa^2 (MPa·mm⁴) |
|---------------|---|---|--------------------------|----------------------------|---|---|
| 1 | 40 | 53,33 | 60 | 0,916 | 7,733×10 ¹⁰ | 1,913×10 ¹² |
| 2 | 20 | 6,67 | 30 | 1,000 | 1,167×10 ⁸ | 3,150×10 ⁹ |
| 3 | 40 | 53,33 | 0 | 1,000 | 1,867×10 ¹⁰ | 0 |
| 4 | 20 | 6,67 | 30 | 1,000 | 1,167×10 ⁸ | 3,150×10 ⁹ |
| 5 | 40 | 553,33 | 60 | 0,916 | 7,733×10 ¹⁰ | 1,913×10 ¹² |
| Totais | | | | | 1,736×10¹¹ | 3,832×10¹² |

Fonte: AUTOR, 2020.

A rigidez equivalente é então calculada somando-se as parcelas de rigidez de cada camada do CLT, conforme Equação (A.10).

$$EI_{eff} = \sum_{i=1}^n (E_i I_i + \gamma_i E_i A_i a_i^2) \quad (\text{A.10})$$

$$EI_{eff} = 1,736 \cdot 10^{11} + 3,832 \cdot 10^{11}$$

$$EI_{eff} = 4,006 \cdot 10^{12} \text{ MPa} \cdot \text{mm}^4$$

A.5 ELS - Estado Limite de Serviço

c. Deslocamento

Para definir o deslocamento máximo de uma viga de CLT simplesmente apoiada submetida a um carregamento uniformemente distribuído, aplica-se os valores dos carregamentos, vão e rigidez efetiva na Equação (A.11).

$$w = \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot EI_{eff}} \quad (A.11)$$

$$w = \frac{5 \cdot (1,68 \text{ N/mm}) \cdot (5000 \text{ mm})^4}{384 \cdot (4,006 \cdot 10^{12} \text{ MPa} \cdot \text{mm}^4)}$$

$$w = 3,41 \text{ mm}$$

Estabelecendo o limite para a flecha como sendo $L/200$ (item 9.2.1 da NBR 7190:1997), temos a Equação (A.12):

$$w_{lim} = \frac{L}{200} = \frac{5000 \text{ mm}}{200} = 25 \text{ mm} \quad (A.12)$$

Como $(w / w_{lim} = 0,137) < 1$, verificou-se o ELS quanto ao deslocamento.

d. Vibração

Para verificar o ELS quanto a vibração, o item 9.3 da NBR 7190:1997 prevê que seja adotada uma frequência natural do elemento não inferior a 8 Hz . Como estamos avaliando uma peça biapoiada, a frequência natural pode ser definida pela Equação (A.13), (SMITH; HICKS; DEVINE, 2009).

$$f_n = \frac{n^2 \cdot \pi}{2 \cdot L^2} \sqrt{\frac{(EI)_{l,eq}}{\rho \cdot A}} \quad (A.13)$$

Onde f_n frequência natural para o n -ésimo modo de vibração, em Hz ;
 n número ordinal do modo de vibração;
 L comprimento da viga;
 $(EI)_{l,eq}$ rigidez à flexão equivalente;

ρ peso específico da viga;
 A área da seção transversal.

Assim sendo, é possível definir a frequência natural para o primeiro modo de vibração (crítico) da viga de CLT, conforme a Equação (A.14).

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{1^2 \cdot \pi}{2 \cdot L^2} \sqrt{\frac{EI_{eff}}{\rho \cdot A}} \\ f_1 &= \frac{1^2 \cdot \pi}{2 \cdot (5m)^2} \sqrt{\frac{(4,006 \cdot 10^6 Pa \cdot m^4)}{(550kg/m^3) \cdot (0,16m^2)}} \\ f_1 &= 13,406Hz \end{aligned} \quad (A.14)$$

Como $(f_1 / f_{lim} = 1,675) > 1,00$, a estrutura atende a condição de ELS para vibração.

A.6 ELU - Estado Limite Último

e. Tração no *finger joints*

Para determinar a máxima tensão normal de tração devido à flexão, aplica-se a Equação (A.15).

$$\begin{aligned} \sigma_{t,máx} &= \frac{M_d E_1}{EI_{eff}} \left(\gamma_1 a_1 + \frac{h_1}{2} \right) \\ \sigma_{t,máx} &= \frac{(12,325 \cdot 10^6 N \cdot mm) \cdot (14500MPa)}{(4,006 \cdot 10^{12} MPa \cdot mm^4)} \left[0,916 \cdot (60mm) + \frac{(40mm)}{2} \right] \\ \sigma_{t,máx} &= 3,344MPa \end{aligned} \quad (A.15)$$

Adotando os valores de $K_{mod,1} = 0,70$, $K_{mod,2} = 1,00$, $K_{mod,3} = 1,00$ e $\gamma_w = 1,80$, a tensão de tração resistente na última camada (*finger joints*) é determinada conforme a Equação (A.16):

$$\begin{aligned} f_{t,d} &= K_{mod} \cdot \frac{f_t}{\gamma_w} \\ f_{t,d} &= 0,70 \cdot \frac{40MPa}{1,80} \\ f_{t,d} &= 15,56MPa \end{aligned} \quad (A.16)$$

Como $(\sigma_{t,m\acute{a}x}/f_{t,d} = 0,215) < 1$, a verificação quanto  tensão de ruptura no finger joints mostrou-se segura.

f. Compressão

A mínima tensão normal de compressão devido à flexão é estimada ao aplicarmos a Equação (A.17).

$$\begin{aligned}\sigma_{c,min} &= -\sigma_{t,m\acute{a}x} \\ \sigma_{c,min} &= -3,344MPa\end{aligned}\tag{A.17}$$

Com valores de $K_{mod,1} = 0,70$, $K_{mod,2} = 1,00$, $K_{mod,3} = 1,00$ e $\gamma_w = 1,40$, a tensão de compressão resistente na camada superior  determinada conforme a Equação (A.18):

$$\begin{aligned}f_{c,d} &= K_{mod} \cdot \frac{f_c}{\gamma_w} \\ f_{t,d} &= 0,70 \cdot \frac{(-30MPa)}{1,40} \\ f_{t,d} &= 15,00MPa\end{aligned}\tag{A.18}$$

Como $(\sigma_{c,min}/f_{c,d} = 0,223) < 1$, a condição de segurança para o ELU na compressão da fibra mais solicitada mostrou-se satisfatória.

g. Cisalhamento na camada do meio

Para determinar máxima tensão de cisalhamento no centro atuante ao longo da seção transversal da viga, aplica-se a Equação (A.19):

$$\tau = \frac{V \cdot (EQ)}{EI_{eff} \cdot b}\tag{A.19}$$

| | | |
|------|--------|------------------------------------|
| Onde | τ | tensão de cisalhamento; |
| | V | força cortante na seção analisada; |
| | E | módulo de elasticidade; |
| | Q | momento estático; |

b largura da viga.

Para uma viga de CLT para cinco camadas, o produto EQ_c , referente ao centro da seção transversal, pode ser determinado conforme a Equação (A.20), que apresenta valores com unidade em MPa , mm^2 , e mm .

$$EQ_c = \gamma_1 E_1 A_1 a_1 + E_2 A_2 a_2 + E_3 \frac{A_3}{2} \frac{h_3}{4} \quad (A.20)$$

$$EQ_c = (0,916 \cdot 14500 \cdot 40 \cdot 10^3 \cdot 60) + (175 \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 30) + \left(3500 \frac{40 \cdot 10^3}{2} \cdot \frac{40}{4} \right)$$

$$EQ_c = 3,268 \cdot 10^{10} MPa \cdot mm^3$$

A tensão de cisalhamento solicitante na camada central pode ser definida pela Equação (A.24).

$$\tau_{v,d} = \frac{V(EQ_c)}{EI_{eff} b} \quad (A.21)$$

$$\tau_{v,d} = \frac{(9,86 \cdot 10^3 N) \cdot (3,268 \cdot 10^{10} MPa \cdot mm^3)}{(4,006 \cdot 10^{12} MPa \cdot mm^4) \cdot (10^3 mm)}$$

$$\tau_{v,d} = 0,08 MPa$$

Com valores de $K_{mod,1} = 0,70$, $K_{mod,2} = 1,00$, $K_{mod,3} = 1,00$ e $\gamma_w = 1,80$, a tensão de cisalhamento resistente na camada do central é determinada conforme a Equação (A.22):

$$f_{v,d} = K_{mod} \cdot \frac{f_{v0}}{\gamma_w} \quad (A.22)$$

$$f_{v,d} = 0,70 \cdot \frac{(3,00 MPa)}{1,80}$$

$$f_{v,d} = 1,167 MPa$$

Como $(\tau_{v,d} / f_{v,d} = 0,069) < 1$, a condição de segurança para o ELU no cisalhamento na camada central mostrou-se satisfatória.

h. Cisalhamento no *rolling shear*

O produto EQ_r , referente à interface entre a camada do meio e a intermediária, pode ser determinado com a Equação (A.23).

$$\begin{aligned} EQ_r &= \gamma_1 E_1 A_1 a_1 + E_2 A_2 a_2 \\ EQ_r &= (0,916 \cdot 14500 \cdot 40 \cdot 10^3 \cdot 60) + (175 \cdot 40 \cdot 10^3 \cdot 30) \\ EQ_r &= 3,198 \cdot 10^{10} \text{ MPa} \cdot \text{mm}^3 \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

A tensão de cisalhamento solicitante no meio do vão pode ser definida pela Equação

$$\begin{aligned} \tau_{r,d} &= \frac{V(EQ_r)}{EI_{eff} b} \\ \tau_{r,d} &= \frac{(9,86 \cdot 10^3 \text{ N}) \cdot (3,198 \cdot 10^{10} \text{ MPa} \cdot \text{mm}^3)}{(4,006 \cdot 10^{12} \text{ MPa} \cdot \text{mm}^4) \cdot (10^3 \text{ mm})} \\ \tau_{r,d} &= 0,079 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

Com valores de $K_{mod,1} = 0,70$, $K_{mod,2} = 1,00$, $K_{mod,3} = 1,00$ e $\gamma_w = 1,80$, a tensão de cisalhamento resistente na camada do central é determinada conforme a Equação (A.22):

$$\begin{aligned} f_{r,d} &= K_{mod} \cdot \frac{f_{v90}}{\gamma_w} \\ f_{r,d} &= 0,70 \cdot \frac{(1,00 \text{ MPa})}{1,80} \\ f_{r,d} &= 0,389 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

Como $(\tau_{r,d} / f_{r,d} = 0,203) < 1$, a condição de segurança para o ELU no cisalhamento na camada intermediária mostrou-se satisfatória.

A.7 Resumo dos resultados

Como todas as verificações mostraram-se a favor da segurança, pode-se afirmar que a peça de CLT com $L = 5,00\text{m}$ composta pelos materiais caracterizados na Tabela A1 pode ser utilizada para uma sobrecarga de utilização de $2,0\text{kN/m}^2$.

A Tabela A4 apresenta valores de Fatores de Utilização (F.U.) a partir dos valores de cálculo e valores limites de cada verificação realizada, sendo calculado pela razão entre o valor limite (VL) pelo valor calculado (VC), ($FS = VL/VC$), quando VC precisa ser maior que VL (i.e. vibração natural), a função é dada por $FS = VC/VL$.

Tabela A4 – Fatores de Utilização para um comprimento de 5,00m.

| Tipo de Verificação | Valor limite | Valor calculado | F.S. |
|--|---------------------|------------------------|-------------|
| Deslocamento limite (mm) | 25,00 | 3,41 | 7,33 |
| Vibração natural (Hz) | 8,00 | 13,41 | 1,68 |
| Tração no <i>finger joints</i> (MPa) | 15,56 | 3,34 | 4,66 |
| Compressão (MPa) | -15,00 | -3,34 | 4,49 |
| Cisalhamento na camada central (MPa) | 1,17 | 0,08 | 14,63 |
| Cisalhamento no <i>rolling shear</i> (MPa) | 0,39 | 0,08 | 4,88 |

Fonte: AUTOR, 2020.

Da Tabela A4 observa-se que o fator crítico para este caso é a vibração natural. Desta maneira, pode-se estimar o máximo comprimento da peça por tal critério. O comprimento estimado para gerar uma vibração natural de 8,0 Hz é de $L_{máx} = 6,52m$. Recalculando valores e verificando os outros critérios de dimensionamento para um comprimento de 6,52m, obtém-se os fatores de segurança apresentados na Tabela A5.

Tabela A5 – Fatores de Utilização para um comprimento de 6,52m.

| Tipo de Verificação | Valor limite | Valor calculado | F.S. |
|--|---------------------|------------------------|-------------|
| Deslocamento limite (mm) | 32,64 | 9,58 | 3,41 |
| Vibração natural (Hz) | 8,00 | 8,00 | 1,00 |
| Tração no <i>finger joints</i> (MPa) | 15,56 | 5,66 | 2,75 |
| Compressão (MPa) | -15,00 | -5,66 | 2,65 |
| Cisalhamento na camada central (MPa) | 1,17 | 0,09 | 13,45 |
| Cisalhamento no <i>rolling shear</i> (MPa) | 0,39 | 0,09 | 4,58 |

Fonte: AUTOR, 2020.

APÊNDICE B

ANÁLISES ESTATÍSTICAS

As análises estatísticas dos dados ensaiados experimental e numericamente foram conduzidos utilizando o software comercial Matlab®. As linhas de comando desenvolvidas na linguagem do software estão apresentadas neste Apêndice.

B.1 Teste ANOVA ONE WAY

O teste ANOVA é destinado a verificar três ou mais grupos de interesse, comparando suas variâncias entre si, tendo como hipótese inicial à similaridade entre elas com um nível de confiança de 95% (que pode ser alterado). Caso o valor P do teste ANOVA seja inferior ao índice de significância $\alpha = 0.05$, é descartada a hipótese nula, sendo necessário uma “*post hoc analysis*”. Neste roteiro, a “*post hoc analysis*” é conduzida pelo método Bonferroni (BONFERRONI, 1936). Assim, é possível analisar qual ou quais dos têm diferença significativa com relação aos outros.

Abaixo segue o código em linguagem Matlab® para replicação o teste ANOVA ONE WAY. Cada uma das seções utilizada no código apaga os valores e variáveis anteriormente calculadas. Para executar cada seção isoladamente, utilizando o Matlab®, clique na seção desejada e pressione as teclas Ctrl+Enter. Os caracteres precedidos por “%” são comentários que não serão lidos pelo programa durante a execução da seção, mas que servem de orientação para compreender o que será executado em cada uma das funções. As seções são iniciadas pelos caracteres “%%”.

B.1.1 Dados de Entrada: Verificação do efeito de sela

```
%% TESTE ANOVA ONE-WAY - LINGUAGEM MATLAB
%
%limpar texto plotado; apagar variáveis; fechar as janelas do programa.
clc; clearvars; close all;
%
%% SEÇÃO 1: VERIFICAÇÃO DE EFEITO DE SELA
%limpar texto plotado; apagar variáveis; fechar as janelas do programa.
```

```

clc; clearvars; close all;
%Inclinação da tendência linear dos resultados do transdutor T2
(central)
T2 = [34.190;
      32.105
      32.753
      31.257
      31.108
      37.139];

%Inclinação da tendência linear da média dos resultados dos
transdutores T1
%e T3 (perpendicular ao sentido principal da placa)
T1 = [33.643
      33.809
      32.361
      31.935
      30.297
      36.063];

%
%Inclinação da tendência linear da média dos resultados dos
transdutores T4
%e T5 (paralelos ao sentido principal da placa)
T4 = [42.026
      44.058
      42.002
      40.960
      39.020
      45.381];

%
%Agrupamento dos dados em uma única matriz para análise ANOVA
data_T = [T2,T1,T4];
%
%Realização do teste ANOVA ONE-WAY com plotagem dos resultados
sumarizados
%em gráfico Boxplot.
[p,tbl,stats] = anova1(data_T);
%
%Resposta do valor P
fprintf("Valor P = %.6f\n",p);
%
%Para valores P maiores que alpha = 0.05, a média dos grupos será
%considerada equivalente entre si.
%Para valores P menores que alpha indica que um ou mais grupos têm
médias
%diferentes.
%
%Sumarização dos dados estatísticos da ANOVA
Fsta = tbl{2,5};
stats;
%
%Resultados de avaliação dos grupos com diferenças significantes ou
não.
figure
hold on
[results,means] = multcompare(stats,'CType','bonferroni');
%
figure(2)
boxplot(data_T)
hold on
xlabel('Grupos')

```

```

ylabel('Inclinação "a" (ax + b)')
%
figure(3)
hold on
title('')

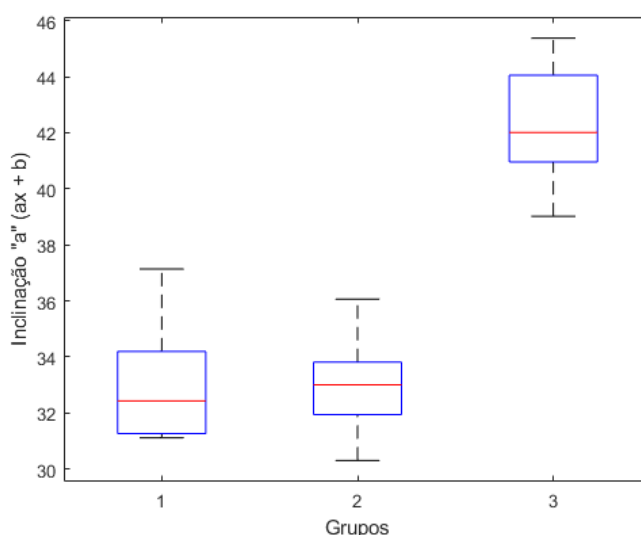
```

B.1.2 Resultados: Verificação do efeito de sela

O primeiro resultado para a verificação do efeito de sela é o $P\text{-Value} = 1,91 \times 10^{-6}$. Comparado ao nível de confiança para esta análise $\alpha = 0,05$, o $P\text{-Value}$ foi muito inferior. Isto permite afirmar que existem um ou mais grupos diferentes entre si.

A Figura B2 mostra o gráfico Boxplot dos valores de inclinação a ($ax+b$) dos três grupos de transdutores avaliados. Observa-se que o intervalo de dos resultados do terceiro grupo é claramente diferente dos dois primeiros.

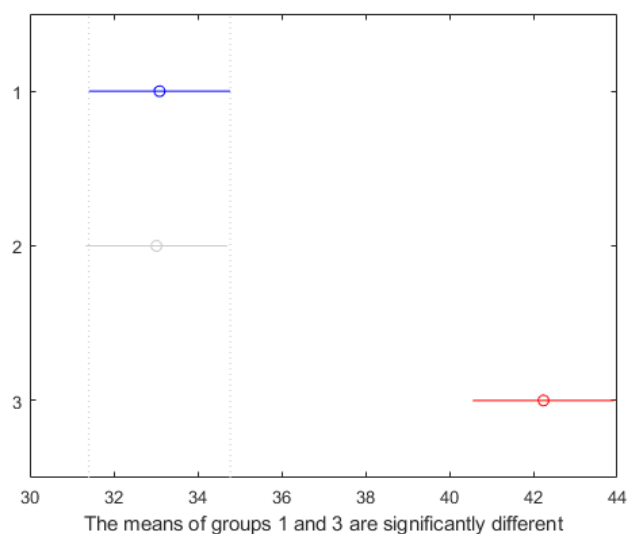
Figura B1 – Boxplot da inclinação das retas ajustadas para verificação do efeito de sela.



Fonte: AUTOR, 2020.

Como resposta, a função utilizada ainda plota os resultados de comparação referentes a cada um dos grupos e se existe diferença significativa deste para com os demais. A Figura B2 exhibe a comparação do primeiro Grupo (transdutor T2) para com os outros, indicando que o Grupo 3 (transdutores T4 e T5) é significativamente diferente a este.

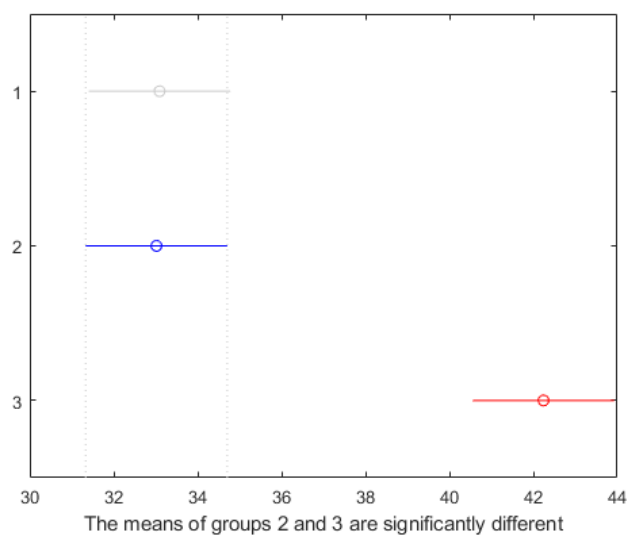
Figura B2 – Comparação dos resultados a partir do Grupo 1 (PFP-A).



Fonte: AUTOR, 2020.

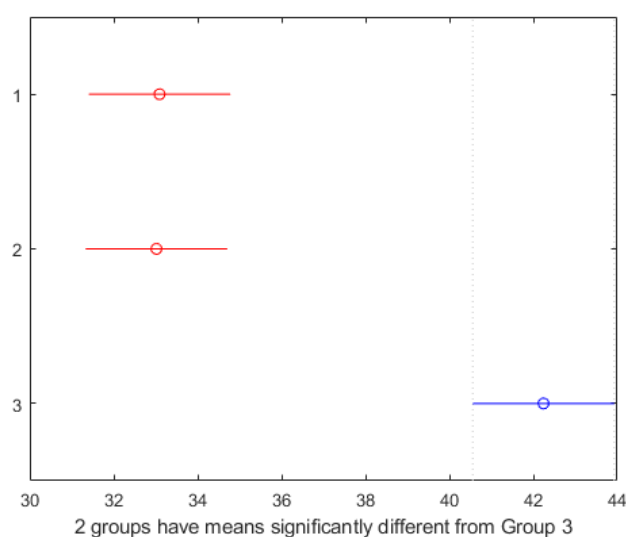
A Figura B3 mostra que o Grupo 3 (transdutores T4 e T5) apresenta uma diferença significativa em relação ao Grupo 2 (transdutores T1 e T3).

Figura B3 – Comparação dos resultados a partir do Grupo 2 (PFP-B).



Fonte: AUTOR, 2020.

Na Figura B4 é possível constatar que o Grupo 3 tem médias significativamente diferentes dos dois primeiros grupos.

Figura B4 – Comparação dos resultados a partir do Grupo 3 (PFP-C).

Fonte: AUTOR, 2020.

B.1.3 Dados de Entrada: Verificação dos momentos fletores máximos

```
%% SEÇÃO 2: VERIFICAÇÃO DOS MOMENTOS FLETORES MÁXIMOS
clc; clearvars; close all;
%
%Momento fletor resistente para as amostras dos ensaios PFP-A
M_RA = [106.78
        87.20
        98.54
        99.49
        100.44
        123.43
        113.52];

%Momento fletor resistente para as amostras dos ensaios PFP-B
M_RB = [118.37
        130.40
        109.54
        117.31
        103.99
        101.27
        125.53];

%
%Momento fletor resistente para as amostras dos ensaios PFP-C
M_RC = [94.18
        93.93
        92.19
        108.32
        93.94
        99.65
        100.52];

%
%Agrupamento dos dados em uma única matriz para análise ANOVA
data_M = [M_RA,M_RB,M_RC];

%Realização do teste ANOVA ONE-WAY com plotagem dos resultados
sumarizados
```



```

%em gráfico Boxplot.
[pM,tblM,statsM] = anova1(data_M);
%
%Resposta do valor P
fprintf("Valor P = %.6f\n",pM);
%
%Sumarização dos dados estatísticos da ANOVA
Fstas = tblM{2,5};
statsM;
%
%Resultados de avaliação dos grupos com diferenças significantes ou
não.
figure
hold on
[resultsM,meansM] = multcompare(statsM,'CType','bonferroni');
%
%
figure(2)
boxplot(data_M)
hold on
xlabel('Grupos')
ylabel('Inclinação "a" (ax + b)')
%
figure(3)
hold on
title('')

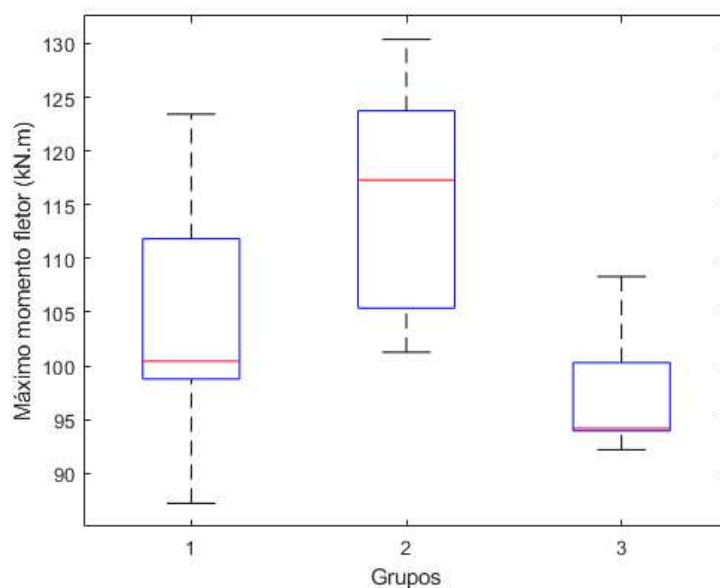
```

B.1.4 Resultados: Verificação dos momentos fletores máximos

Na comparação entre os momentos fletores máximos, o $P\text{-Value} = 0,0112$ situou-se abaixo do nível de confiança $\alpha = 0,05$. Propondo, portanto, que a média de um ou mais grupos diferentes entre si.

A Figura B5 exibe o gráfico Boxplot dos máximos momentos fletores obtidos pelos três grupos de ensaios principais: PFP-A, PFP-B e PFP-C, respectivamente. Somente por este gráfico não é possível identificar a diferença significativa que existe de um ou mais grupos para com os outros.

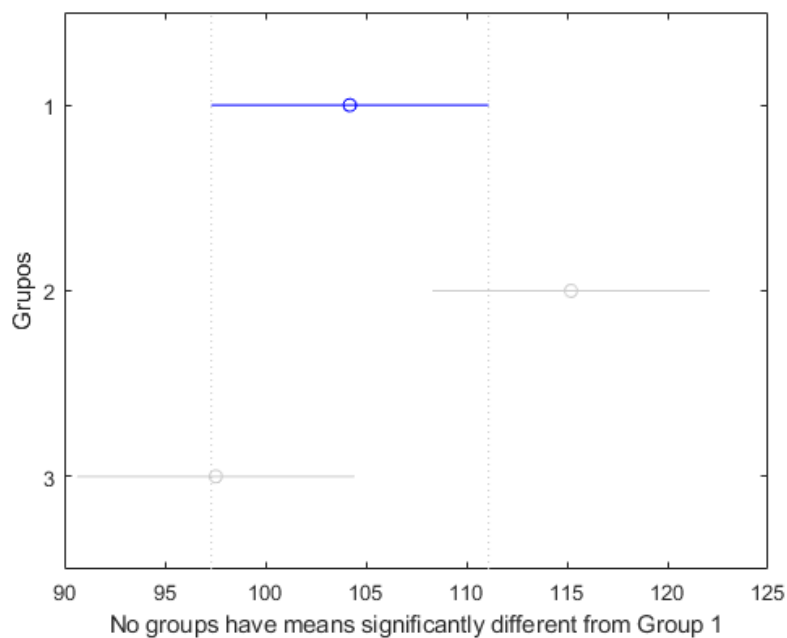
Figura B5 – Boxplot da inclinação das retas ajustadas para verificação do efeito de sela.



Fonte: AUTOR, 2020.

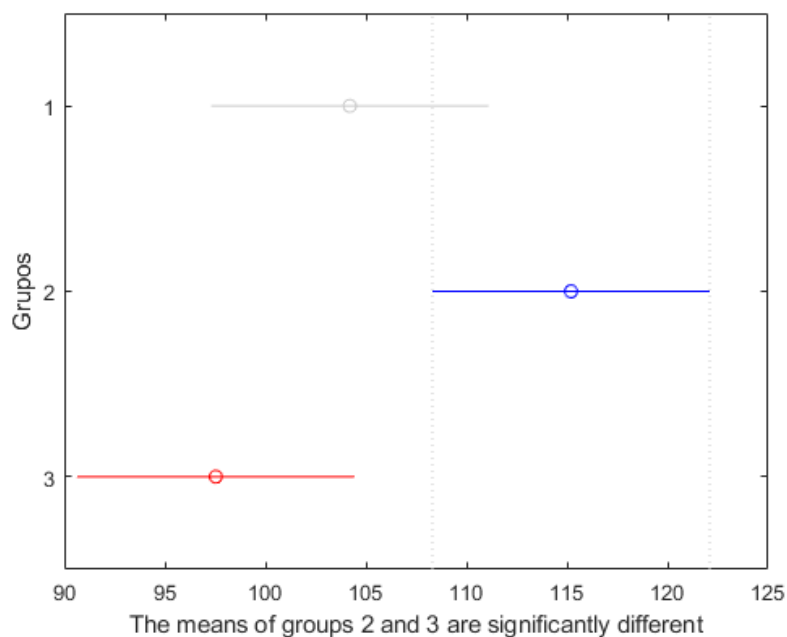
A Figura B6 traz a comparação do Grupo 1 (PFP-A) para com os outros, indicando que este grupo não difere significativamente dos demais.

Figura B6 – Comparação dos resultados a partir do Grupo 1 (PFP-A).



Fonte: AUTOR, 2020.

Com auxílio da Figura B7 pode-se identificar que o segundo Grupo (PFP-B) de máximos momentos fletores é significativamente diferente do terceiro (PFP-C).

Figura B7 – Comparação dos resultados a partir do Grupo 2 (PFP-B).

Fonte: AUTOR, 2020.

B.1.5 Dados de Entrada: Verificação dos esforços cortantes máximos

```
%% SEÇÃO 3: ESFORÇO CORTANTE RESISTENTE
clc; clearvars; close all;
%
%Esforço cortante resistente para as amostras dos ensaios PFP-A
V_RA = [222.46
        181.67
        205.28
        207.27
        209.25
        257.14
        236.49];
%
%Esforço cortante para as amostras dos ensaios PFP-B
V_RB = [246.61
        271.67
        228.21
        244.39
        216.66
        210.99
        261.52];
%
%Esforço cortante para as amostras dos ensaios PFP-C
V_RC = [65.40
        65.23
        64.02
        75.22
        65.24
        69.20
        69.80];
%
%Agrupamento dos dados em uma única matriz para análise ANOVA
data_V = [V_RA,V_RB,V_RC];
```

```

%
%Realização do teste ANOVA ONE-WAY com plotagem dos resultados
sumarizados
%em gráfico Boxplot.
[pV,tblV,statsV] = anova1(data_V);
%
%Resposta do valor P
fprintf("Valor P = %.6f\n",pV);
%
%Sumarização dos dados estatísticos da ANOVA
Fstat = tblV{2,5};
statsV;
%
%Resultados de avaliação dos grupos com diferenças significantes ou
não.
figure
hold on
[resultsV,meansV] = multcompare(statsV,'CType','bonferroni');
%
figure(2)
boxplot(data_V)
hold on
xlabel('Grupos')
ylabel('Máximo esforço cortante (kN)')
%
figure(3)
hold on
title('')
ylabel('Grupos')

```

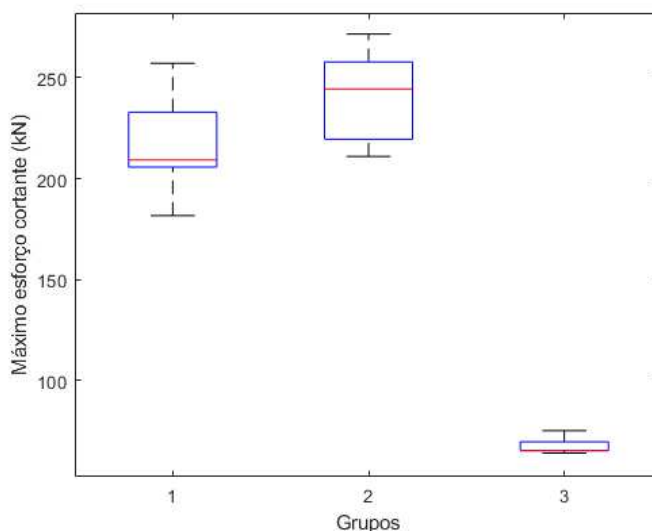
B.1.6 Resultados: Verificação dos esforços cortantes máximos

Para esta análise, o $P\text{-Value} = 2,74 \times 10^{-12}$ ficou abaixo do nível de confiança $\alpha = 0,05$.

Assim, constata-se um ou mais grupos são significantemente diferentes entre si.

A Figura B8 exibe o gráfico Boxplot dos máximos momentos fletores obtidos pelos três grupos de ensaios principais: PFP-A, PFP-B e PFP-C, respectivamente.

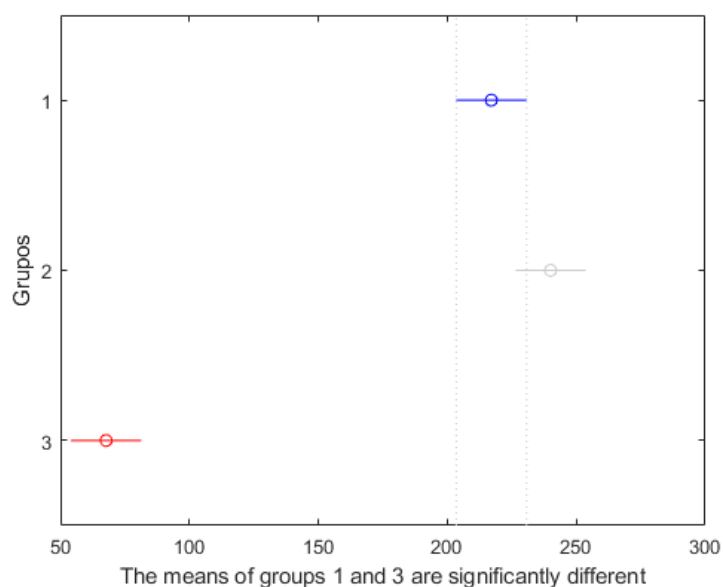
Figura B8 – Boxplot da inclinação das retas ajustadas para verificação do efeito de sela.



Fonte: AUTOR, 2020.

A Figura B9 mostra a comparação do Grupo 1 (PFP-A) em relação aos demais, identificando que este é significativamente diferente do Grupo 3 (PFP-C).

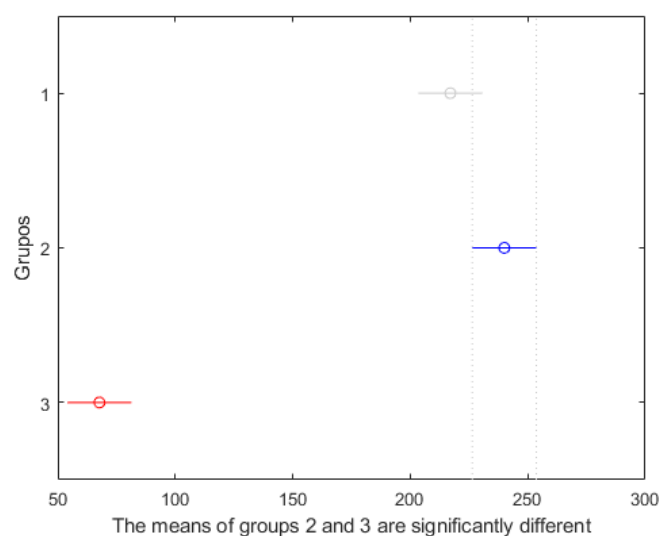
Figura B9 – Comparação dos resultados a partir do Grupo 1 (PFP-A).



Fonte: AUTOR, 2020.

A Figura B10 indica que os Grupos 2 (PFP-B) e 3 (PFP-C) apresentam valores de esforços cortantes máximos diferentes entre si.

Figura B10 – Comparação dos resultados a partir do Grupo 2 (PFP-B).



Fonte: AUTOR, 2020.

B.2 Teste t Two-sample para comparação entre médias não pareadas

O teste t *Two-sample* para comparação entre médias não pareadas foi aplicado para verificar os momentos fletores máximos e rigidezes de amostras com gramatura de adesivo agrupadas em 250 g/m² e 220 g/m². O teste t foi executado a partir do roteiro de código programado em linguagem Matlab[®], conforme a seguir.

```
%% TESTE-T (TWO-SAMPLE) PARA COMPARAÇÃO ENTRE MÉDIAS NÃO PAREADAS

clc; clearvars; close all;
%
%Esforços máximos e rigidez em placas com gramatura igual a 250 g/m².
%PFP-A01; A5:07; PFP-B01:04; PFP-C01:04.
%
%% INPUT
%Para momento fletor foram levados em consideração somente os
resultados
%das placas que tiveram sua ruptura devido a flexão. Os resultados
%descartados para este teste estão comentados.
M_graml = [%106.78 %PFP-A01
100.44 %PFP-A05
123.43 %PFP-A06
113.52 %PFP-A07
118.37 %PFP-B01
130.40 %PFP-B02
109.54 %PFP-B03
117.31 %PFP-B04
94.18 %PFP-C01
93.93 %PFP-C02
92.19 %PFP-C03
108.32 %PFP-C04
];

%
%Tendo como hipótese de que o modo de ruptura não influencia na rigidez
à
flexão das placas
K_graml = [2.59E+12 %PFP-A01
2.77E+12 %PFP-A05
2.62E+12 %PFP-A06
3.19E+12 %PFP-A07
2.59E+12 %PFP-B01
2.53E+12 %PFP-B02
2.65E+12 %PFP-B03
2.94E+12 %PFP-B04
2.45E+12 %PFP-C01
2.70E+12 %PFP-C02
3.07E+12 %PFP-C03
2.87E+12 %PFP-C04
];

%
%Esforços máximos e rigidez em placas com gramatura igual a 220 g/m².
%PFP-A05:07; PFP-B05:07; PFP-C05:07.
%Para momento fletor foram levados em consideração somente os
resultados
%das placas que tiveram sua ruptura devido a flexão. Os resultados
%descartados para este teste estão comentados.
```

```

M_gram2 = [87.20 %PFP-A02
           98.54 %PFP-A03
           99.49 %PFP-A04
           103.99 %PFP-B05
           101.27 %PFP-B06
           %125.53 %PFP-B07
           93.94 %PFP-C05
           99.65 %PFP-C06
           100.52 %PFP-C07
           ];

%
K_gram2 = [2.94E+12 %PFP-A02
           2.97E+12 %PFP-A03
           2.85E+12 %PFP-A04
           2.66E+12 %PFP-B05
           2.66E+12 %PFP-B06
           2.80E+12 %PFP-B07
           2.39E+12 %PFP-C05
           2.62E+12 %PFP-C06
           2.54E+12 %PFP-C07
           ];

%
[h(:,1),p(:,1),ci(:,1),stats(:,1)] = ttest2(M_gram1,M_gram2);
%
[h(:,2),p(:,2),ci(:,2),stats(:,2)] = ttest2(K_gram1,K_gram2);
%
%% OUTPUT
%Resposta para primeiro teste
fprintf("MOMENTO RESISTENTE:\n");
if h(1) == 0
    fprintf("Médias estatisticamente iguais com valor P =%.3f,
sendo\n",p(1));
    fprintf("maior ou igual ao nível de significância alpha =
0,05\n\n");
else
    fprintf("Médias estatisticamente diferentes com valor P =%.3f,
sendo\n",p(1));
    fprintf("menor que o nível de significância  alpha = 0,05\n\n");
end
%
%Resposta para segundo teste
fprintf("RIGIDEZ À FLEXÃO:\n");
if h(2) == 0
    fprintf("Médias estatisticamente iguais com valor P =%.3f,
sendo\n",p(2));
    fprintf("maior ou igual ao nível de significância alpha =
0,05\n\n");
else
    fprintf("Médias estatisticamente diferentes com valor P =%.3f,
sendo\n",p(2));
    fprintf("menor que o nível de significância  alpha = 0,05\n\n");
end

```

Para a comparação entre momentos fletores máximos, foi obtido um *P-Value* = 0,077 maior que o nível de confiança $\alpha = 0,05$, indicando que não é possível rejeitar a hipótese nula.

O *P-Value* = 0,728 foi obtido na comparação das rigidezes dos grupos, sendo maior que $\alpha = 0,05$. Assim, é possível afirmar que as médias são estatisticamente iguais.

Observa-se que a capacidade de resistência das amostras foi mais sensível a alteração de volume de adesivo, que mesmo produzindo médias estatisticamente iguais teve um *P-Value* relativamente menor ao *P-Value* da comparação entre rigidezes.

B.3 Teste t *Two-sample* para comparação entre médias pareadas

O teste t *Two-sample* foi escolhido para comparar os valores de máxima deformação específica à compressão e à tração devido à flexão pura. Esta comparação tem a finalidade de avaliar se a média de um tipo de deformação é estatisticamente maior que a outra. A seguir estão expostas as linhas de código em linguagem Matlab® utilizadas para executar a comparação.

```
%% TESTE-T (TWO-SAMPLE) PARA COMPARAÇÃO ENTRE MÉDIAS PAREADAS
%
clc; clearvars; close all;
%
%% INPUT
%Avaliação de valores máximos de extensômetros posicionado na
compressão e
%na tração.
%
%Extensômetros [E1 trac, E2 comp] das amostras PFP-A:
EA = [2.809 2.258 %A01
      2.008 2.220 %A02
      3.104 2.476 %A03
      2.793 2.850 %A04
      3.303 2.634 %A05
      4.195 3.986 %A06
      3.020 2.981 %A07
      ];
%
%Extensômetros [E1 trac, E2 comp] das amostras PFP-B:
EB = [3.045 5.968 %B01
      4.749 5.424 %B02
      2.682 1.908 %B03
      3.905 3.598 %B04
      5.838 3.512 %B05
      3.145 2.855 %B06
      5.975 3.138 %B07
      ];
%
%Extensômetros [E1 trac, E2 comp] das amostras PFP-C:
EC = [2.588 2.137 %C01
      3.275 2.653 %C02
      2.456 2.745 %C03
      3.196 3.341 %C04
      3.145 2.855 %C05
      1.861 2.944 %C06
      4.143 2.915 %C07
      ];
%
```



```

%Matriz de tamanho 21x2 agrupando os resultados [trac, comp]:
E = [EA; EB; EC];
[h,p] = ttest ( E(:,1) , E(:,2) );
%
%% OUTPUT
%Resposta o teste
fprintf("COMPARAÇÃO DE DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS NA COMPRESSÃO E
TRAÇÃO:\n");
if h == 0
    fprintf("Médias estatisticamente iguais com valor P =%.3f,
sendo\n",p(1));
    fprintf("maior ou igual ao nível de significância alpha =
0.05.\n\n");
else
    fprintf("Médias estatisticamente diferentes com valor P =%.3f,
sendo\n",p(1));
    fprintf("menor que o nível de significância  alpha = 0.05\n\n");
end

```

O teste resultou em um $P\text{-Value} = 0,280$ maior que o nível de confiança $\alpha = 0,05$, não sendo rejeitado, portanto, a hipótese nula de que as médias são estatisticamente iguais.

APÊNDICE C

DEFORMAÇÕES E DISTORÇÃO NAS ROSETAS

Segundo Mascia (2017a), a determinação da distorção por meio das deformações adquiridas com auxílio de extensômetros em forma de rosetas pode ser feita por meio do sistema apresentado pelas Equações (C.1), (C.2) e (C.3).

$$\varepsilon_{\theta_1} = \varepsilon_x \cos^2 \theta_1 + \varepsilon_y \sin^2 \theta_1 + \gamma_{xy} (\cos \theta_1 \sin \theta_1) \quad (C.1)$$

$$\varepsilon_{\theta_2} = \varepsilon_x \cos^2 \theta_2 + \varepsilon_y \sin^2 \theta_2 + \gamma_{xy} (\cos \theta_2 \sin \theta_2) \quad (C.2)$$

$$\varepsilon_{\theta_3} = \varepsilon_x \cos^2 \theta_3 + \varepsilon_y \sin^2 \theta_3 + \gamma_{xy} (\cos \theta_3 \sin \theta_3) \quad (C.3)$$

sendo ε_{θ_i} a deformação específica no extensômetro i rotacionado;
 θ_i a rotação do extensômetro i com relação ao eixo x ;
 $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ a deformações específicas no sentido do eixo x e y , respectivamente;
 γ_{xy} a distorção específica com referentes aos eixos x e y .

Solucionando-se o sistema de Equações (C.1), (C.2) e (C.3) para os ângulos $\theta_1 = 90^\circ$, $\theta_2 = 135^\circ$ e $\theta_3 = 180^\circ$ (Figura C1), tem-se as expressões para as deformações e distorção específicas da Roseta 1 da PFP-A05, conforme Equação (C.4).

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \varepsilon_{\theta_3} \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_{\theta_1} \\ \gamma_{xy} &= \varepsilon_{\theta_1} - 2\varepsilon_{\theta_2} + \varepsilon_{\theta_3} \end{aligned} \quad (C.4)$$

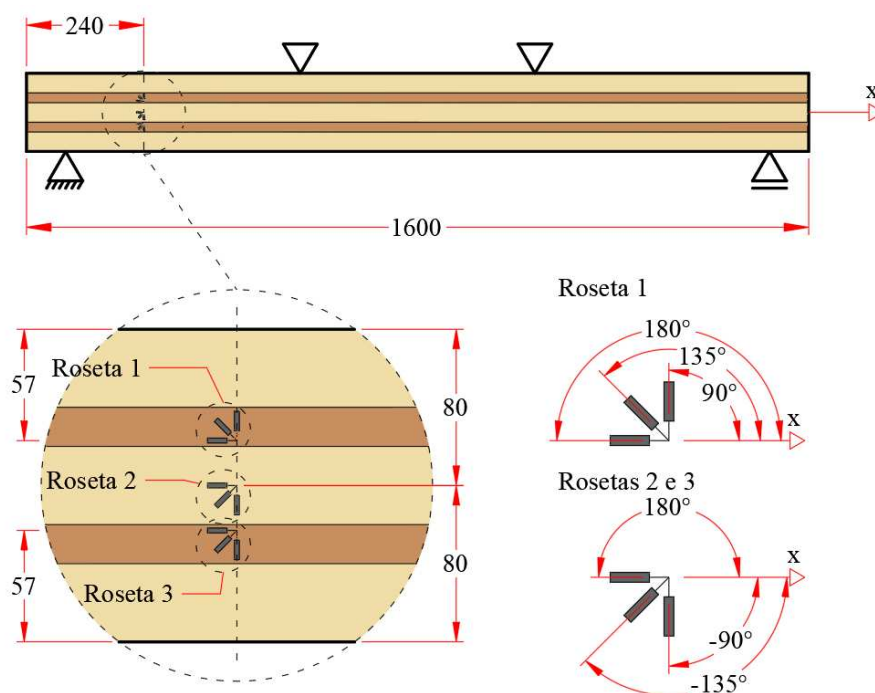
Aplicando-se os ângulos de $\theta_1 = 180^\circ$, $\theta_2 = 225^\circ$ e $\theta_3 = 270^\circ$ (Figura C1) nas Equações (C.1), (C.2) e (C.3), obtém-se as expressões para determinar as deformações e distorção específicas das Rosetas 2 e 3 da PFP-A05, de acordo com a Equação (C.5).

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{\theta 1} \quad (C.5)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{\theta 3}$$

$$\gamma_{xy} = -\varepsilon_{\theta 1} + 2\varepsilon_{\theta 2} - \varepsilon_{\theta 3}$$

Figura C1 – Posição das rosetas e rotação dos extensômetros na amostra PFP-A05.



Dimensões em milímetros.

Fonte: AUTOR, 2020.

Para as Rosetas 1 e 2 da PFP-B07 e PFP-C07 (Figura C2), os ângulos utilizados foram $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 45^\circ$ e $\theta_3 = 90^\circ$, que resultam nas expressões mostradas na Equação (C.6).

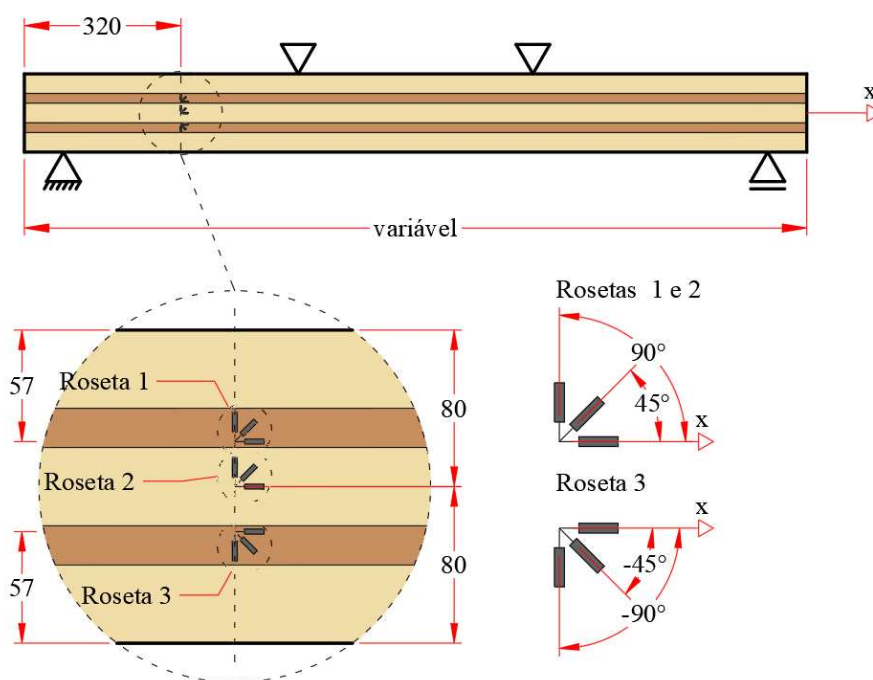
Enquanto que, para a Roseta 3 das amostras PFP-B07 e PFP-C07 (Figura C2), os extensômetros foram posicionados com os ângulos de $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 315^\circ$ e $\theta_3 = 270^\circ$. Desta forma, as deformações e distorção pode ser expressa conforme Equação (C.7).

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{\theta 1} \quad (C.6)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{\theta 3}$$

$$\gamma_{xy} = \varepsilon_{\theta 1} - 2\varepsilon_{\theta 2} + \varepsilon_{\theta 3}$$

Figura C2– Posição das rosetas e rotação dos extensômetros nas amostras PFP-B07 e PFP-C07.



Dimensões em milímetros.

Fonte: AUTOR, 2020.

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \varepsilon_{\theta 3} \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_{\theta 1} \\ \gamma_{xy} &= -\varepsilon_{\theta 1} + 2\varepsilon_{\theta 2} - \varepsilon_{\theta 3}\end{aligned}\tag{C.7}$$

O ângulo onde ocorrem as máximas e mínimas deformações (ε_1 e ε_2), denominadas deformações principais, foi definido pela Equação(C.8). Neste plano, as distorções são nulas, ou seja, $\gamma_{xy} = 0$.

$$\theta_p = \frac{1}{2} \arctg\left(\frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x + \varepsilon_y}\right)\tag{C.8}$$

As deformações principais foram obtidas conforme as Equações (C.9) e (C.10).

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}\tag{C.9}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}\tag{C.10}$$

O plano onde ocorrem as máximas distorções fica à 45° com o plano formado pelas deformações principais [Equações (C.9) e (C.10)], tendo seu valor definido pela Equação (C.11).

$$\gamma_{máx} = 2 \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2} \quad (C.11)$$

O módulo de elasticidade transversal é a propriedade mecânica de um material que correlaciona a distorção com a tensão de tangencial.

A partir da rigidez à flexão estimada pelos deslocamentos na região de flexão pura, foi possível calcular a tensão de cisalhamento (τ) para os pontos de referência das rosetas. Utilizando-se o comando *Solver* do MS Excel, e aplicando-se a correlação apresentada na Equação (C.12), estimou-se o módulo de elasticidade transversal para as lamelas instrumentadas com as Rosetas referentes aos eixos globais (do ensaio) x e y . Para isso, foi considerando uma relação entre os módulos de elasticidade longitudinal das camadas externas e internas (intermediária e central) como $E_{0,int}/E_{0,ext} = 0,8$.

$$G_{xy,i} = \frac{\tau_{xy,i}}{\gamma_{xy,i}} \quad (C.12)$$

sendo $\tau_{xy,i}$ a tensão de cisalhamento na i -ésima Roseta;

$\gamma_{xy,i}$ a distorção específica no ponto de referência da i -ésima Roseta, com valor médio entre os carregamentos de 10% e 40% do carregamento máximo.