



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Faculdade de Educação

SILVANIA COUTO DA CONCEIÇÃO

**CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DE FUTUROS PROFESSORES DA EDUCAÇÃO
INFANTIL E ANOS INICIAIS SOBRE PARALELISMO QUANDO A BASE É A
VISUALIZAÇÃO**

Campinas, 2019

SILVANIA COUTO DA CONCEIÇÃO

**CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DE FUTUROS PROFESSORES DA EDUCAÇÃO
INFANTIL E ANOS INICIAIS SOBRE PARALELISMO QUANDO A BASE É A
VISUALIZAÇÃO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestra em Educação, na área de concentração de Educação.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Miguel da Silva Ribeiro

ESTE TRABALHO CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DE DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELA ALUNA SILVANIA COUTO DA CONCEIÇÃO E ORIENTADO PELO PROF. DR. CARLOS MIGUEL DA SILVA RIBEIRO

Campinas, 2019

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Faculdade de Educação
Rosemary Passos - CRB 8/5751

C744c Conceição, Silvania Couto da, 1972-
Conhecimento especializado de futuros professores da educação infantil e anos iniciais sobre paralelismo quando a base é a visualização / Silvania Couto da Conceição. – Campinas, SP : [s.n.], 2019.

Orientador: Carlos Miguel da Silva Ribeiro.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

1. Conhecimento especializado do professor de matemática. 2. Visualização. 3. Paralelismo. 4. Cegos - Ensino - Matemática. I. Ribeiro, Carlos Miguel da Silva, 1978-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Prospective kindergarten and primary teachers specialized knowledge on parallelism grounded on the visualization

Palavras-chave em inglês:

Mathematics teachers specializaed knowledge

Visualization

Parallelism

Blind student

Área de concentração: Educação

Titulação: Mestra em Educação

Banca examinadora:

Carlos Miguel da Silva Ribeiro [Orientador]

Miriam Cardoso Utsumi

Dinazar Isabel Escudero Ávila

Data de defesa: 29-10-2019

Programa de Pós-Graduação: Educação

Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)

- ORCID do autor: <https://orcid.org/0000-0003-3206-794X>

- Currículo Lattes do autor: <http://lattes.cnpq.br/4488155127066865>

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Faculdade de Educação

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DE FUTUROS PROFESSORES DA EDUCAÇÃO
INFANTIL E ANOS INICIAIS SOBRE PARALELISMO QUANDO A BASE É A
VISUALIZAÇÃO**

Silvania Couto da Conceição

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Carlos Miguel da Silva Ribeiro

Prof.^a Dr.^a Miriam Cardoso Utsumi

Prof.^a Dr.^a Dinazar Isabel Escudero Ávila

A Ata da Defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no SIGA/Sistema de Fluxo de Dissertação/Tese e na Secretaria do Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação.

Campinas, 2019

Dedico este trabalho:

À memória dos meus pais, João e Tereza;

À memória da minha segunda mãe, Adenilde (Dinha); e

*A todos os que acreditam que ensinar é uma arte e como tal, demanda não apenas conhecimento e
técnica, mas também amor e dedicação*

AGRADECIMENTOS

O fim de uma jornada faz emergir um turbilhão de sentimentos... mas destaco o mais sublime deles – a gratidão! Essa era constante nos ensinamentos dos meus pais por palavras e ações. Logo, não poderia deixar de marcar presença neste momento de desfecho de mais uma etapa da minha vida.

Sou grata a Jeová, Deus e pai amoroso, por aqui ter chegado e por ter colocado em minha vida pessoas maravilhosas que contribuíram de forma direta e indireta para que isso fosse possível. A lista não é pequena, e espero que minha memória não me traia agora e me permita nominar cada um. Algumas dessas pessoas já fazem parte da minha vida há muitos anos, outras chegaram em consequência do mestrado e das mudanças impostas por ele. Aos dois grupos, minha gratidão sincera e eterna, juntamente com o desejo de que continuem a integrar minha vida.

No elenco dos que conheci como consequência do mestrado, posso citar o Professor Dario Fiorentini, que no decurso desses dois anos me proporcionou não apenas palavras de incentivo e encorajamento, mas também me ajudou, com suas leituras e ponderações, a lapidar este trabalho. E por seu intermédio agradeço também ao Grupo de Sábado, que tão carinhosamente me acolheu, permitindo-me vivenciar os dilemas e as alegrias de ser professor, bem como ao PRAPEM, que lançou em mim a semente do “ser” pesquisadora.

Ao Professor Sérgio Lorenzato, que com seu eterno bom humor e simpatia conseguia tornar mais leve qualquer peso que a vivência acadêmica impunha, deixando-me sorver gotas de seu abundante conhecimento, que muito contribuiu para que eu aqui chegasse. E, por seu intermédio, ao GEPEMAI, que me propiciou aprendizagem de forma serena e profunda tanto da matemática quanto do seu ensino.

À Professora Marlova Caldato (“Grandona”), que me deu apoio em momentos difíceis, deu conselhos preciosos e me fez experimentar um dilema que acredito nunca saberei resolver: eu tenho uma amiga grande ou uma grande amiga? (rsrsrs). Espero que um dia ela me responda isso, porque eu não consigo.

Ao Professor Carrillo, sempre muito cordial, acessível e prestativo, agradeço pelas valiosas contribuições. Com certeza foram fundamentais para a conclusão desse trabalho.

Ao Professor Vilson Zattera, pela imprescindível ajuda nos primeiros passos em busca de compreender o universo da pessoa cega.

À Professora Norma Trindade, por ter me dado a oportunidade de trabalhar como PED em sua disciplina, além de ter disponibilizado a dinamização piloto das tarefas em suas duas turmas. O aprendizado proporcionado por essa experiência foi grande! Obrigada também pela paciência e atenção dispensadas nos momentos de angústia e insegurança. Foram imprescindíveis para aqui chegar.

À Professora Miriam Utsumi, por também me ter acolhido como PED, ter dado ótimos conselhos, ter aberto as portas das suas duas turmas para a aplicação piloto da tarefa e ter dado valiosas contribuições na qualificação. Obrigada também pela confiança e pelo acolhimento em um momento tão delicado. Quem se atém apenas a sua postura rígida perde excelentes oportunidades de muita aprendizagem e de boas gargalhadas.

À Professora Dinazar Escudeiro, por suas preciosas contribuições na qualificação e por aceitar o desafio de ler um trabalho em um idioma diferente do seu. Também, pela simpatia e firmeza nas colocações, meu muito obrigada.

Ao Professor Miguel Ribeiro, obrigada por tudo que o senhor fez como meu orientador.

A todos os colegas da Pós, pelas leituras, discussões enriquecedoras e preciosas contribuições. Acho que vocês não aguentam mais ler sobre paralelismo, não é, Fabiana Cotrim (Fabi) e Mariele Almeida (Mari)? (rsrsrs). Obrigada também, meninas, pelo companheirismo, mesmo a distância, pelos ouvidos atentos aos desabafos das angústias que a vida nos impõe e pela serenidade propiciada nos momentos de desespero.

A Anie Paixão, pelo companheirismo e amizade. Desejo tudo de bom para você e sua família. Torço para que você consiga em breve concluir seu doutorado.

Ao pessoal da secretaria do PPGE, mais particularmente a Tassiane Bragagnolo, Viviani Bergamaschi e Ligia Cunha, pelo préstimo ao atender e pela paciência ao explicar os encaminhamentos necessários, e muitas vezes não tão fáceis de entender, dos trâmites da Unicamp.

Ao pessoal da Biblioteca da FE, pela cordial e eficiente ajuda para desvendar os corredores do acervo, especialmente às senhoras Márcia Oliveira, Marli Machado, Neusa Leandro e Yoko Celestino.

A Silvia e Ana Beatriz, pela amizade, pelo carinho e acolhimento nessa reta final com várias idas e vindas a Campinas. Que Jeová as abençoe sempre. Amo muito vocês.

A minha *little-sister* Laís, pela amizade, companheirismo, pelas várias ajudas e muitas traduções. Não teria aguentado e nem conseguido sem você. Obrigada por fazer parte da minha vida. Te amo muito.

No elenco dos que conheço há algum tempo e que contribuíram, tanto para o ingresso quanto para minha permanência e conclusão no mestrado, seguem meus agradecimentos à Universidade Federal de Sergipe, pela concessão do afastamento, sem o que seria impossível fazê-lo.

Aos antigos colegas da EFISCON, especialmente a Rebeca Góis, por terem assumido minhas atribuições para que eu pudesse me afastar. E ao meu antigo chefe, Djalma Arruda, por ter sido favorável ao meu afastamento.

Aos colegas e amigos da COGEPLAN, especialmente a meu "japinha" preferido, Eduardo Sera, por todo o incentivo e ajuda. Sem você não teria sequer tentado.

Às minhas eternas chefes Ednalva Caetano e Jenny Barbosa, por todo o apoio, incentivo e ajuda, não só com respeito ao mestrado, mas especialmente com respeito à vida. Minha gratidão eterna.

Aos colegas do DDRH, minha mais nova família, especialmente a minha chefe Jéssica Pinto e à Diretora Rose Fagundes, pela enorme paciência e compreensão nessa fase de conclusão.

Ao meu casal de ouro, Dayane e Efraim, pelo acolhimento durante o processo seletivo, sem ajuda de vocês não sei se teria conseguido.

Aos Professores João Paulo Attie e Denize Souza, pelo incentivo para ingressar e encorajamento para prosseguir.

A Renata Leite, pelo incentivo para sair de minha zona de conforto, quando o mais fácil seria nela permanecer.

A minha amiga-irmã Rivanda, por ter aguentado os momentos de maior estresse e tentado aliviá-los, por cuidar de minha casa e de minhas “meninas” durante os dois últimos anos, por estar sempre presente. Obrigada por fazer parte da minha vida. Te amo muito.

Mais uma vez

Mas é claro que o sol vai voltar amanhã
Mais uma vez, eu sei
Ecuridão já vi pior, de endoidecer gente sã
Espera que o sol já vem

Tem gente que está do mesmo lado que você
Mas deveria estar do lado de lá
Tem gente que machuca os outros
Tem gente que não sabe amar
Tem gente enganando a gente
Veja a nossa vida como está
Mas eu sei que um dia a gente aprende
Se você quiser alguém em quem confiar
Confie em si mesmo
Quem acredita sempre alcança!

Mas é claro que o sol vai voltar amanhã
Mais uma vez, eu sei
Ecuridão já vi pior, de endoidecer gente sã
Espera que o sol já vem

Nunca deixe que lhe digam que não vale a pena
Acreditar no sonho que se tem
Ou que seus planos nunca vão dar certo
Ou que você nunca vai ser alguém
Tem gente que machuca os outros
Tem gente que não sabe amar
Mas eu sei que um dia a gente aprende
Se você quiser alguém em quem confiar
Confie em si mesmo
Quem acredita sempre alcança!

Quem acredita sempre alcança!
Quem acredita sempre alcança!
Quem acredita sempre alcança!
Quem acredita sempre alcança!
Quem acredita sempre alcança!
Quem acredita sempre alcança!
Quem acredita sempre alcança!

(Flávio Venturini/Renato Russo)

Para todas as coisas tenho forças graças Àquele que me dá poder.

(Filipenses 4:13)

RESUMO

Por considerar a formação inicial de professores o primeiro passo do seu desenvolvimento profissional, assume-se este momento como de suprema importância para formar as bases do seu conhecimento como professores, conhecimento esse que se toma como especializado na perspectiva do *Mathematics Teachers Specialized Knowledge* – MTSK. Sendo a Geometria uma das áreas problemáticas para os alunos, torna-se importante obter uma visão mais ampla sobre o conhecimento revelado pelo futuro professor em conteúdos de Geometria, mais especificamente sobre paralelismo, em particular no que concerne à visualização, em contextos que permitem trabalhar também com alunos cegos (contextos inclusivos). O cerne desta pesquisa é o Conhecimento Especializado do futuro professor da Educação Infantil e dos Anos Iniciais (estudantes de pedagogia), ao discutir tarefas no âmbito do paralelismo e do perpendicularismo, primando pelo desenvolvimento da habilidade da visualização em Geometria. As tarefas, que tinham por foco desenvolver o conhecimento especializado no âmbito do paralelismo, foram desenhadas de modo a oportunizar a discussão do conhecimento de futuros professores para o trabalho de forma inclusiva com alunos cegos e videntes¹. Analisaram-se os dados obtidos nas produções dos 28 futuros professores que frequentavam uma disciplina de 4 horas semanais do 3.º ano do curso de Pedagogia de uma universidade pública do estado de São Paulo e coletaram-se informações por meio de gravações em áudio e vídeo das discussões em grande grupo e em seis pequenos grupos nas quatro aulas como suporte para melhor entender a resolução dos problemas propostos. A análise permitiu identificar o conhecimento revelado pelos futuros professores nas produções escritas, relacionando-as com as dimensões do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* (MTSK), com especial atenção para os subdomínios *Knowledge of Topics* (KoT) e *Knowledge of the Structure of Mathematics* (KSM) do *Mathematical Knowledge* (MK) e do *Knowledge of Features of Learning Mathematics* (KFLM), subdomínio do *Pedagogical Content Knowledge* (PCK). Os resultados revelaram que os futuros professores percebem o paralelismo presente em figuras bi e tridimensionais, que existem diferentes formas de registros de representação e que a apreensão operatória mereológica é um recurso potencial para aprendizagem do paralelismo, podendo ser empregada de forma concomitante com alunos cegos e videntes, praticando a inclusão.

Palavras-chave: Conhecimento especializado. Visualização. Paralelismo. Aluno Cego.

¹ “Vidente” é empregado aqui no sentido de indivíduo sem deficiência visual.

ABSTRACT

Considering initial teacher education as the first step in their professional development, this moment is of paramount importance to form the basis of their knowledge as teachers, which we assume to be Specialized from the perspective of Mathematics Teachers Specializes Knowledge – MTSK. As geometry is one of the problem areas for students, it is important to gain a broader view of knowledge revealed by the future teacher in geometry content, more specifically about parallelism, particularly with regard to visualization, in contexts that allow working also with blind students (inclusive contexts). The core of this research is the Specialized Knowledge of the future kindergarten teachers and primary teachers (education students) discussing tasks in the field of parallelism and perpendicularism striving for the development of the ability of visualization in Geometry. The tasks, which focused on developing specialized knowledge in the field of parallelism, were designed to provide an opportunity to discuss the knowledge of future teachers to work inclusive with blind students and seer². The data obtained from the productions of the 28 future teachers who attended a 4-hour weekly course in the 3rd year of the Pedagogy course of a public university in the State of São Paulo were analyzed and information was collected through audio and video recordings. video of the large group and six small group discussions in the four classes as a support to better understand the resolution of the proposed problems. The analysis made it possible to identify the knowledge revealed by the future teachers in the written productions, relating them to the dimensions of the Mathematics Teachers' Specialized Knowledge (MTSK), with particular attention to the Knowledge of Topics (KoT) and Knowledge of the Structure of Mathematics (KSM) of the Mathematical Knowledge (MK) and the Knowledge of Features of Learning Mathematics (KFLM), sub-domain of Pedagogical Content Knowledge (PCK), making use of the transcripts of discussions recordings as necessary. As a result, we obtained a set of indicators of the knowledge of these future teachers, such as knowing that parallelism is present in two and three-dimensional figures, that there are different forms of representation records and that mereological operative apprehension is a potential resource for learning parallelism. It can be used concomitantly with blind and seer students, practicing inclusion.

Keywords: Specialized Knowledge. Visualization. Parallelism. Blind student.

² “Seer” is employed here in the sense of an individual without visual impairment.

SUMÁRIO

RESUMO	10
ABSTRACT	11
INTRODUÇÃO	14
CAPÍTULO I – ELEMENTOS TEÓRICOS CONSIDERADOS	21
O Conhecimento da Habilidade da Visualização: potente recurso para a prática do professor	25
Conhecimento Especializado do Professor	35
CAPÍTULO II – CONTEXTO E MÉTODO	40
O desenho da tarefa	41
A dinamização da tarefa	50
O processo de análise	51
CAPÍTULO III – ANÁLISE E DISCUSSÃO	53
Conhecimento Especializado de futuros professores que ensinam Matemática no âmbito do paralelismo embasado na visualização.....	55
Conhecimento Especializado de futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais quanto às dificuldades de aprendizagem de alunos cegos e videntes sobre paralelismo	77
Conhecimento Especializado de futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais no âmbito do paralelismo entre retas	99
CAPÍTULO IV – CONCLUSÕES	111
REFERÊNCIAS	123
APÊNDICE	128
Carta de Autorização da Revista ACTIO: Docência em Ciências	130
Carta de Autorização da Revista UNG-ser.....	132
ANEXOS	133

Tarefa– Conhecimento de e sobre paralelismo e perpendicularismo	135
Termo de Consentimento Livre e Esclarecido	139

INTRODUÇÃO

Ainda no início da graduação, pude participar de uma aula aberta, durante o I Colóquio de Matemática da Região Nordeste. Ali fui testemunha do “desconforto” resultante de um professor dominar o conteúdo, sabendo empregá-lo em conjunto com seu conhecimento pedagógico com maestria e simplesmente não conseguir mediar a compreensão do conteúdo a um aluno por ele ser cego. Nos 20 minutos iniciais era visível o desapontamento do palestrante quando chamava nossa atenção para a projeção que ilustrava para auxiliar o entendimento da maioria, sem, contudo, atender às necessidades de um dos presentes. Porém, aos poucos, isso aparentemente deixou de incomodá-lo, pois prosseguiu sem mais evidenciar embaraços com a situação: O que ele poderia fazer?! Em meio a 150 participantes, um “apenas” não poderia usufruir do planejado. Este episódio ficou indelevelmente marcado em minha memória.

Com a cena relatada em mente e após a leitura de textos sobre a crise no ensino de Geometria (LORENZATO, 1995; PAVANELLO, 1993) e sobre os problemas dos professores para ensinar alunos com deficiência (FERNANDES; HEALY, 2007; LIRIO, 2006), foi possível notar que a junção do ensino de Geometria e alunos com deficiência visual constituiria um tema relevante, pois os autores citados versavam, separadamente, sobre a importância da Geometria, o aumento de alunos com deficiência visual em salas de aulas comuns e o despreparo dos professores para lidar com esta crescente “novidade”.

De fato, há décadas o ensino de Geometria tem encontrado barreiras, mesmo no ensino de alunos sem deficiência visual (LORENZATO, 1995; PAVANELLO, 1993). Uma das prováveis razões apontadas para isso é a falta de conhecimento dos professores até sobre questões elementares da Geometria Euclidiana plana, bem como a dependência do livro didático, problema que se manifesta desde a formação inicial do professor, que principia um ciclo vicioso (FERREIRA; SADDIO, 2017).

Efetivamente, leituras posteriores (ALMOULOU *et al.*, 2004; BARBOZA; CORTELA, 2018; HARTWIG *et al.*, 2016) revelaram que a crise no ensino da Geometria, demarcada pelo ciclo vicioso do “como ensinar sobre o que não aprendeu”, ainda é um problema recorrente, pois, apesar dos avanços no que tange ao livro didático, ainda há professores atuantes, que, em sua formação inicial, não aprenderam geometria, pois seus professores não conseguiram “cumprir” na íntegra o programa proposto pelo livro, que trazia o conteúdo de geometria apenas no final (BARBOZA; CORTELA, 2018). Ainda discorrendo sobre isso, os mesmos autores asseveram que esses professores:

[...] vivenciaram o período de abandono do ensino de Geometria no Ensino Fundamental I e, por consequência, sentem e demonstram dificuldades com

a temática. Assim, por insegurança ou desconhecimento em relação ao assunto a ser ensinado, passam as dificuldades adiante. (BARBOZA; CORTELA, 2018, p. 435)

De fato, não se tem conseguido aplacar os dois maiores problemas enfrentados no contexto da educação brasileira por seus atores: o seu sentimento de incapacidade e o consequente desenvolvimento educacional inapropriado dos alunos, que perpassam todos os níveis de ensino (ALMOULOU *et al.*, 2004; BARBOZA; CORTELA, 2018; FERREIRA; SADDI, 2017;). Essa situação estende-se também aos alunos com deficiência.

Esforços educacionais e legislativos para mudar esse cenário, especialmente com respeito ao ensino de alunos com deficiência, remontam à década de 50 do século passado, embora essa preocupação tenha sido expressa em caráter legal somente a partir da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Lei n.º 4.024/61. A partir dos anos 80, essa preocupação legal tem sido reforçada por textos exclusivos ou complementares ao amparo legal, a exemplo do Artigo 208 da nossa atual Carta Magna (Constituição Federal de 1988) e do Capítulo V da atual Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB (Lei n.º 9.394, de 20/12/96).

Entretanto, a prática continuou deixando muito a desejar quanto ao fiel cumprimento da legislação vigente (LIRIO, 2006). Dentre as razões para isso, podemos destacar, conforme asseverado por Fernandes e Healy (2007), o fato de que muitos dos atores da educação continuavam não se sentindo aptos a lidar com alunos com deficiência. Por conseguinte, mais recentemente, buscou-se nova saída legislativa, por meio da Lei n.º 13.146 de 6 de julho de 2015, a assim chamada Lei da inclusão, que tem o Capítulo IV dedicado às questões da educação das pessoas com deficiência e, em seu Art. 28, no inciso X, aponta para a necessidade de os professores, tanto na formação inicial quanto continuada, terem acesso a práticas inclusivas.

Provavelmente, esse novo passo legislativo decorre do reforço ao elenco das dificuldades encontradas pelo professor no seu cotidiano, enfatizado pelo histórico evolutivo do ingresso de alunos com deficiência em escolas regulares, que quadruplicou em um período de apenas dez anos (BRASIL, 2014). Destacadamente, dentre esses deficientes, segundo a mesma fonte, na referida série histórica de 2003 a 2013, o quantitativo de alunos cegos em escolas regulares triplicou, atingindo a marca de 73.654 matrículas.

Consequentemente, a necessidade de adequação didática à presença desses alunos tem levado professores de volta à condição de estudantes, impelindo-os a buscar formação em educação especial para agregar conhecimentos que lhes possibilitem

desincumbir-se de seu papel com eficácia. Tal busca também tecnicamente triplicou no mesmo período, saindo de 33.691, em 2003, para 93.371, em 2013.

Por sua vez, o último censo escolar destaca que o percentual de alunos com necessidades educacionais especiais matriculados em escolas comuns nos Anos Iniciais passou de 71,7%, em 2013, para 86,8%, em 2017 (BRASIL, 2018b), salientando a necessidade de um incremento na atenção dada à formação de professores, no intuito de propiciar-lhes acesso a um conhecimento que melhor os qualifique para trabalhar com esse público crescente.

Por conseguinte, embora não seja o foco desta pesquisa, fazemos um viés com respeito ao conhecimento do professor também para o ensino do aluno cego, pois, sendo a visão uma das principais vias de acesso do indivíduo à informação (TAKIMOTO, 2014), sua privação restringe substancialmente a interação com o entorno e, por conseguinte, minimiza o acesso natural à aprendizagem. Com efeito, versando sobre a Geometria, Takimoto (2014, p.15) afirma que “o estudo desta disciplina pode auxiliar o indivíduo com deficiência visual a entender melhor os objetos e espaços que estão presentes no seu cotidiano, facilitando e potencializando o seu aprendizado”.

Notadamente, o tema paralelismo, por sua associação com a localização e a movimentação, aliada à sua histórica contribuição para a ampliação dos saberes matemáticos, a exemplo da expressiva contribuição para o surgimento das Geometrias não Euclidianas (LEIVAS, 2013a; BRASIL, 2018a), merece atenção. Talvez por isso, os documentos oficiais brasileiros (BRASIL, 1997, 2018a) apresentem-no como um tema preponderante para ajudar o aluno no desenvolvimento do seu senso de localização e em sua movimentação, algo crucial para a autonomia de todo aprendiz e, particularmente, do aluno cego.

Destarte, a primeira menção de forma direta ao paralelismo na *Base Nacional Comum Curricular* - BNCC (BRASIL, 2018a) encontra-se agregada ao elenco de conteúdos a serem ensinados no 4.º ano dos Anos Iniciais, correlacionando os objetos de conhecimento do tema com as habilidades decorrentes a seguir listadas:

(EF04MA16) Descrever deslocamentos e localização de pessoas e de objetos no espaço, por meio de malhas quadriculadas e representações como desenhos, mapas, planta baixa e croquis, empregando termos como direita e esquerda, mudanças de direção e sentido, intersecção, transversais, paralelas e perpendiculares. (BRASIL, 2018a, p. 291)

Nesse aspecto, a habilidade da visualização, assumida aqui como a exploração de formas e figuras através da análise de suas propriedades e apontada em pesquisas como

elemento preponderante na compreensão de temas matemáticos (DAVIS, 1993; DUVAL, 2003; GUTIERREZ, 1996; PRESMEG, 1986), pode ser uma fiel aliada na abordagem da Geometria com todo aluno, porém, mais precisamente com alunos cegos, pois seu modo particular de ver, pautado no sistema háptico³, potencializa a exploração da visualização na construção dos seus conceitos sobre o tema (FERNANDES; HEALY, 2006; VYGOTSKY, 1997).

Particularmente, em se tratando do paralelismo, a visualização torna-se um potente recurso para compreender que, quando se estudam as posições relativas da reta, considera-se a reta como um todo, e não apenas a sua porção representada no desenho, podendo ainda abranger sua posição em relação ao plano, que também se estende ao infinito, em duas direções.

Somando-se a isso, pesquisas revelam que a aprendizagem do aluno tem intrínseca relação com o conhecimento do professor, logo deve-se primar pela aquisição de um Conhecimento Especializado robusto, fulcrado em dimensões que congreguem elementos do seu conhecimento matemático e do seu conhecimento pedagógico (CARRILLO *et al.*, 2018). Assumimos esse conhecimento único e transformador do professor como fator preponderante na aprendizagem do aluno e buscamos indícios desse conhecimento também ao lidar com o aluno cego.

Como base teórica para investigar esse conhecimento que detém o professor, adotamos a conceitualização do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* – MTSK (CARRILLO *et al.*, 2018), que o perspectiva como uma mistura indissociável entre o conhecimento matemático e o conhecimento pedagógico mobilizado pelo professor na sua prática. Entendemos esse conhecimento como o elemento basilar para a aprendizagem, pois é o que subsidia a prática do professor com todo aluno. Por conseguinte, esse modelo constitui-se de dois domínios: *Mathematical Knowledge* (MK) e *Pedagogical Content Knowledge* (PCK), que se referem, respectivamente, mas de forma conjugada, aos conhecimentos matemáticos sob a perspectiva de um maior aprofundamento do que será discutido com o aluno e ao conhecimento pedagógico do professor, que remete às práticas potencializadoras da aprendizagem dos alunos.

Cada domínio do MTSK subdivide-se em três subdomínios. Para o MK, temos o *Knowledge of Topics* - KoT; o *Knowledge of Structure of Mathematics* - KSM; e o *Knowledge of Practice of Mathematics* – KPM. Por sua vez, no PCK temos o *Knowledge of Features of*

³ É o sistema alimentado pelo tato ativo, a busca intencional de algo pelo tato, envolvendo, além dos receptores de pele e tecidos, os receptores dos músculos e dos tendões (OCHAITA; ROSA, 1995).

Learning Mathematics - KFLM; o *Knowledge of Mathematical Teaching* - KMT; e o *Knowledge of Mathematical Learning Standards* – KMLS. Ainda, perpassando ambos os domínios, temos as *Beliefs* (as crenças e concepções).

Por tratar-se de uma pesquisa na Área da Educação Matemática, focamos aqui em dois dos três subdomínios do *Mathematical Knowledge* (MK): o *Knowledge of Topics* (KoT), que se refere ao conhecimento do tema, abrangendo as propriedades, as definições, as características, as aplicações e suas possíveis formas de representação; e o *Knowledge of Structure of Mathematics* (KSM), que discorre sobre as conexões do tema em apreço com outros temas da matemática, necessários a sua compreensão, ou para os quais servirá de lastro, sendo utilizado de modo direto ou transversal. Porém, por entender que o conhecimento sobre as dificuldades de aprendizagem é um fator primordial para que possamos ajudar o aluno na construção do seu saber, consubstanciaremos esse conhecimento da matemática e das possíveis dificuldades na aprendizagem do aluno com o auxílio do subdomínio *Knowledge of Features of Learning Mathematics* (KFLM) do PCK.

Desse modo, esta pesquisa restringe-se ao conhecimento matemático sobre o paralelismo (*definições, propriedades, aplicações, procedimentos e registros de representação*) e às conexões com outros temas da matemática, tudo isso atrelado ao conhecimento do professor sobre as dificuldades de aprendizagem que esse tema impõe ao aluno. Ressaltamos que a eleição desses subdomínios se deveu à compreensão de que, primeiro, seria impossível, em uma pesquisa de mestrado, abranger todos os subdomínios de forma efetiva, coerente e apropriada; segundo, porque o tema eleito e o nível de ensino a que ele se destina, considerando ainda as questões de inclusão, potencializam a análise desses subdomínios.

Neste ponto, entendemos necessário pontuar que, apesar do reconhecimento legal da necessidade de um conhecimento mais consistente do professor, a reverberação dos avanços legislativos mencionados, no tocante à busca desse conhecimento por parte do professor no escopo do ensino da Geometria a alunos cegos, segundo Sena e Dorneles (2013), ainda marcha lentamente, pois suas análises das produções acadêmicas brasileiras evidenciaram que, embora a linha de pesquisa Formação de Professores seja a de maior produção de teses abordando o ensino de Geometria no período de 1991 a 2011, apenas dois estudos nesse período versaram sobre a questão do ensino de Geometria para deficientes

visuais⁴. Ainda assim, esses enquadram-se na área da Cognição Matemática, tendo por foco a aprendizagem dos alunos, e não o conhecimento do professor.

Discorrendo sobre esses dois trabalhos, Sena e Dorneles (2013, p. 150) afirmam que “os dois assinalam que as práticas atuais em geometria nem sempre permitem uma participação ativa dos deficientes visuais [...]”. E, por conseguinte, presumimos ainda haver muito a explorar, na prática dos professores, quanto ao ensino de geometria para tais alunos. Em particular, esse caminho a ser traçado ganha maior substância, se forem considerados, necessariamente, o conhecimento do professor e as especificidades desse conhecimento para trabalhar com alunos com necessidades educacionais tão particulares como são as dos cegos de forma inclusiva, em conjunto com alunos videntes.

Assim, elegemos como tema de pesquisa o *link* entre o conhecimento do professor e o paralelismo através da habilidade da visualização, que aqui é tratada segundo a perspectiva de Duval (2005): exploração do ente geométrico a partir da análise de suas características e propriedades, trazendo ainda um viés quanto à explanação desse tema em um ambiente capaz de congrega alunos cegos e videntes de forma inclusiva.

Desse modo, a presente pesquisa visa contribuir com um olhar diferenciado para o ensino da Matemática, buscando um melhor entendimento de como o conhecimento do professor pode subsidiar a sua prática no ensino da Geometria, com foco no paralelismo, usando a visualização também com alunos cegos. Nesse intento, centra-se no Conhecimento Especializado do futuro professor, no intuito de ampliar o que se sabe sobre esse conhecimento e apontar alguns elementos norteadores no âmbito da visualização em Geometria.

Com todo o exposto em mente, procuramos, nesta pesquisa, obter uma visão sobre o conhecimento revelado por futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais sobre o tema paralelismo, embasando-nos na seguinte questão de pesquisa: *Que Conhecimento Especializado revelam futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais, ao discutir e resolver tarefas sobre paralelismo, embasadas na visualização?*

⁴ FERNANDES, S. H. A. A. **Das experiências sensoriais aos conhecimentos matemáticos**: uma análise das práticas associadas ao ensino e aprendizagem de alunos cegos e com visão subnormal numa escola inclusiva. 2008. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

LIMA, F. J. de. **O efeito do treino com desenhos em relevo no reconhecimento háptico de figuras bidimensionais tangíveis**. 2001. Tese (Doutorado em Psicologia) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.

Para subsidiá-la, buscamos respostas às seguintes questões subjacentes:

- i. *Que Conhecimento Especializado revelam futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais quanto ao tópico paralelismo, ao usarem a visualização?*
- ii. *Que Conhecimento Especializado revelam futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais sobre o tópico “paralelismo” e sobre as dificuldades de aprendizagem dos alunos em tarefas que envolvem abordagens para alunos cegos e videntes?*
- iii. *Que Conhecimento Especializado revelam futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais, considerando definições e inter-relações com temas matemáticos, ao responderem tarefas desenhadas para atribuir significado a respostas de alunos sobre paralelismo?*

Apresentamos esta pesquisa no formato *multipaper*, composta pela Introdução mais quatro capítulos, sendo que o capítulo três é constituído pelos três artigos que confluem para responder à questão de pesquisa, e o quarto contém a conclusão, fulcrada na metassíntese dos três artigos.

Desse modo, temos, no primeiro artigo, “Conhecimento Especializado de futuros professores que ensinam Matemática no âmbito do paralelismo embasado na visualização”, a resposta à subquestão: *Que Conhecimento Especializado revelam futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais quanto ao tópico paralelismo, ao usarem a visualização?*

Já o artigo “Conhecimento Especializado de futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais quanto às dificuldades de aprendizagem de alunos cegos e videntes sobre paralelismo” incumbiu-se de responder à subquestão: *Que Conhecimento Especializado revelam futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais sobre o tópico “paralelismo” e sobre as dificuldades de aprendizagem dos alunos em tarefas que envolvem abordagens para alunos cegos e videntes?*

Por sua vez, encontra-se a resposta à subquestão: *Que Conhecimento Especializado revelam futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais, considerando definições e inter-relações com temas matemáticos, ao responderem tarefas desenhadas para atribuir significado a respostas de alunos sobre paralelismo?* no artigo “Conhecimento Especializado de futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais no âmbito do paralelismo entre retas”, que fecha a parte correspondente à análise de resultados.

CAPÍTULO I – ELEMENTOS TEÓRICOS CONSIDERADOS

Esta pesquisa entrelaça fundamentos teóricos sobre os quais discorreremos a seguir, a saber: o paralelismo, demandando a apreensão das posições relativas de retas e planos; a visualização como habilidade que auxilia a construção do conhecimento; a cegueira como um elemento dificultador de acesso à aprendizagem; e o conhecimento especializado do professor como elemento catalizador da aprendizagem de todo aluno sobre paralelismo.

Com respeito às posições relativas de retas e planos, focamos no paralelismo, aqui entendido, para retas, como a equidistância entre retas que possuem um plano em comum (Geometria Euclidiana) ou retas que possuem o mesmo coeficiente angular (Geometria Analítica); e, para planos, como aqueles que têm todos os pontos em comum ou nenhum ponto em comum (em que a distância entre eles é também constante). Já a visualização é entendida como um conhecimento que permite a prática da desconstrução das formas para reconhecimento de suas propriedades e construção da conceitualização. Por sua vez, entendemos a cegueira como uma deficiência, congênita ou adquirida, que priva o indivíduo da visão.

Notamos que não há consenso entre os pesquisadores quanto à conceitualização de visualização. Ela é encarada como uma eficaz ferramenta em pesquisas pautadas na tecnologia (DAVIS, 1993; ZIMMERMANN; CUNNIGHAM, 1991), como um processo ou mesmo uma habilidade cognitiva, em pesquisas embasadas no campo da psicologia (DUVAL, 1995; GUTIERREZ, 1996), e como um ação transformadora, que pode utilizar-se, ou não, de meios físicos externos (ARCAVI, 2003; CANTORAL; MONTIEL, 2003). O ponto comum a todos é destacar a importância potencial da visualização no ensino da Matemática.

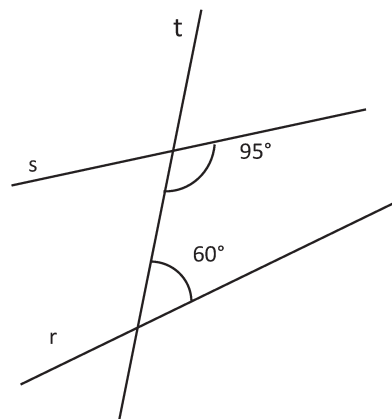
A BNCC (BRASIL, 2018a) aponta o tema paralelismo como componente curricular a ser inicialmente tratado no 4.º ano do Ensino Fundamental, associando-lhe as habilidades alusivas a deslocamento e mudança de direção (BRASIL, 2018a), cuja aprendizagem assume um significado ainda maior para o deficiente visual, pois poderá propiciar-lhe uma maior autonomia. No que tange à visualização, sua menção está implicitamente conexa ao tema paralelismo, associado a habilidades alusivas a representações com desenhos, convergindo para o registro de representação iconográfica (DUVAL, 2012b).

Voltando a atenção para o paralelismo, de pronto sobressai a sua contribuição para Geometria tal qual a conhecemos hoje: não uma Geometria única, mas múltipla em conceitualizações e campo de estudos, pois o quinto postulado de Euclides (Figura 1): “E se uma linha reta, encontrando-se com outras duas retas, fizer os ângulos internos da mesma parte menores que dois retos, estas duas retas produzidas ao infinito concorrerão para a mesma parte dos ditos ângulos internos” (COMMANDINO, 1944, p. 8) não foi demonstrado

nem pelo próprio Euclides, e séculos passaram-se até que as tentativas de provas foram convertidas em tentativas de negação.

Todo o embate teórico envolvido nessas tentativas convergiu para “criar um sistema geométrico consistente e perfeitamente compatível” (LEIVAS, 2013a, p. 648), formado pela Geometria Hiperbólica e pela Geometria Elíptica, ambas compondo a chamada Geometria não-euclidiana (CRILLY, 2011; LEIVAS, 2013a).

Figura 1: Representação do 5.º postulado de Euclides



Fonte: Desenho próprio.

Embora a obra *Os elementos*, que enunciou o quinto postulado de Euclides, faça toda a sua abordagem segundo a matemática praticada à época – de forma geométrica (ÁVILA, 2001), uma abordagem algébrica do paralelismo assevera que duas retas são paralelas quando seus coeficientes angulares são iguais. Desse modo, apresenta a equação da reta em sua forma reduzida como $y=mx+n$ e adota como notação o “n” como coeficiente linear, o “x” e o “y” como pontos no plano cartesiano e o “m” como coeficiente angular, também chamado de coeficiente de inclinação da reta. Este último é a tangente do ângulo que a reta forma com o eixo das abscissas, ao cruzá-lo, e pode também ser encontrado através da fórmula $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

O quinto postulado de Euclides associa o paralelismo não ao fato de não haver coincidência de pontos, e sim à equidistância entre os pontos que compõem essas retas e afirma que, por um ponto coplanar a uma reta dada, só pode ser traçada uma única reta paralela à primeira. Dessas assertivas, surgem duas condições preponderantes no escopo da Geometria Euclidiana:

- 1) Haver um mesmo plano que as contenha.
- 2) Manterem-se equidistantes.

Entretanto, sobre o prisma da Geometria Analítica, uma condição necessária e suficiente para o paralelismo entre retas é possuírem o mesmo coeficiente angular. Ele é a representação algébrica da tangente do ângulo que a reta forma com o eixo das abscissas, determinando sua inclinação. Logo, terem o mesmo coeficiente angular já determina a equidistância entre as retas envolvidas e o plano que lhes é comum, que nesse contexto é o plano cartesiano.

Por conseguinte, as condições elencadas acima são necessárias e suficientes para assegurarem que as retas não converjam para um ponto comum. Tal convergência resultaria no cruzamento das retas que poderiam assumir a posição de concorrentes (quando os seus coeficientes angulares são diferentes) ou perpendiculares (quando seus coeficientes angulares são inversos opostos). Podemos notar que, embora exploradas sob perspectivas distintas, manterem-se equidistantes (Geometria Euclidiana) tem uma relação de dupla implicação com terem a mesma inclinação (Geometria Analítica), e ambas as condições são asseguradas por terem o mesmo coeficiente angular (Geometria Analítica).

A partir disso, é possível afirmar que duas retas coincidentes são paralelas, pois suas posições relativas obedecem às condições mencionadas anteriormente: existe um plano que as contém e são equidistantes (Geometria Euclidiana), e têm a mesma inclinação, decorrente de terem o mesmo coeficiente angular (Geometria Analítica).

Além disso, afirmar que devem ter um plano que as contenha descarta a possibilidade de serem reversas, pois não existe um plano capaz de congrega duas retas reversas. Destaca-se, entretanto, que, mesmo fazendo a análise de retas a partir de planos distintos, como podem passar por essas retas infinitos planos, sempre pode haver um plano que seja comum a ambas, e, nesse caso, se forem equidistantes, conseqüentemente serão paralelas.

A compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos transcende a simples memorização de uma definição. Segundo Lomônaco e colegas (2000, p. 34), o conceito seria a construção de uma representação mental que está intimamente relacionada com nosso arcabouço teórico ou conhecimento pregresso, “parte de uma rede de relações com outros conceitos, da qual deriva seu significado. Esta rede de relações é o que comumente consideramos como nosso conhecimento a respeito do mundo, ou nossas *teorias*”, o que implica afirmar que nossa construção mental nem sempre é condizente com o real e pode tornar-se um obstáculo à construção da conceitualização sobre o tema em apreço.

Isso talvez explique a maior dificuldade de alguns para apropriar-se de conceitos como o de que retas coincidentes são paralelas por terem todos os seus pontos distância “zero” em relação a outra reta. Afinal, zero é um número e, como tal, também pode e deve ser usado para quantificar algo. Ou ainda a ideia de ser uma reta um conjunto de infinitos e

sucessivos pontos de mesma direção que formam um elemento unidimensional. Apropriar-se ou não de tais conceitos traz como implicações ampliar ou não seu leque de representações do tema paralelismo, o que está relacionado com a visualização.

Destacamos ainda que o conhecimento de algumas propriedades das relações matemáticas, como a transitividade, é essencial para a percepção de que o paralelismo, contrário ao senso comum, não se restringe a pares, mas pode envolver mais que dois entes. Essa propriedade assegura que, se todos os elementos de um conjunto A tiverem uma relação qualquer com todos os elementos do conjunto B e todos os elementos do conjunto B mantiverem a mesma relação com todos os elementos do conjunto C , implica que essa relação também existe entre os conjuntos A e C .

Ainda não devemos esquecer que uma reta também pode ser definida como o resultado da interseção de dois planos, razão pela qual o tema paralelismo está imbricado às retas e aos planos, e, para muitos, é difícil falar sobre este tema fora do contexto escolar. Isso explica a dificuldade em perceber que, embora seja usada recorrentemente no cotidiano, a palavra “paralelo”, em suas variações de número e gênero, muitas vezes escapa à associação feita a esse tema na Geometria.

Para abordar a questão do paralelismo no âmbito tridimensional, faz-se necessário eleger superfícies e associá-las a planos que lhes sejam paralelos para, a partir desses planos, estudar as posições relativas dessas superfícies. Isso é feito de modo mais intuitivo quando se trata de superfícies planas que já possuem o paralelismo explícito em sua composição, a exemplo das faces de dois cubos distintos ou das faces opostas de um mesmo cubo. Mas, quando se trata de superfícies de formato curvo ou mesmo irregular, ou ainda formas geométricas regulares cuja ideia de paralelismo não é imediata em sua composição, a questão ganha proporções de maior complexidade, pois neste caso é preciso eleger pontos específicos para a análise da relatividade de suas posições.

Similarmente, não é incomum falar em ruas paralelas, entendidas como ruas que não se cruzam. Ainda podemos compreender que duas paredes opostas são paralelas, se desconsiderarmos suas imperfeições, pois nesse caso entendemos cada uma delas como planos que não se interceptam; o mesmo raciocínio se aplica ao teto e ao piso.

O Conhecimento da Habilidade da Visualização: potente recurso para a prática do professor

Investigando os documentos oficiais brasileiros quanto a sua abordagem sobre visualização, notamos que nos *Parâmetros Curriculares Nacionais* - PCN (BRASIL, 1997), a sua menção está associada ao pensamento geométrico, afirmando que este

[...] desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades. (BRASIL, 1997, p. 82)

Percebemos, entretanto, por sua redação e contexto, que a visualização se encontra presente no PCN nesta única alusão, atrelada ao fisiológico. Pesquisas em Educação Matemática contemporâneas a esse documento, bem como posteriores (DUVAL, 2005; GUTIERREZ, 1996), sinalizam que a visualização é uma habilidade embasada em conhecimentos prévios que permitem ao indivíduo, através de atividades mentais ou físicas, construir sua conceitualização sobre temas matemáticos. Ainda a afirmação de que o reconhecimento das figuras geométricas não é feito por partes ou propriedades exclui a forma de aprendizagem do aluno cego, que se processa da parte para o todo (FERNANDES; HEALY, 2006).

Na *BNCC* não há menções à visualização elencadas entre as competências e/ou às habilidades matemáticas, ficando apenas implícita, ao associá-la às habilidades como representação, exploração de tamanhos e posições relativas (BRASIL, 2018a).

As pesquisas no âmbito da Educação Matemática apontam para uma crescente busca por meios de melhor ajudar os alunos em sua aprendizagem em temas da Geometria (DUVAL 1995, 1999, 2003, 2005, 2012a). A visualização, nesse contexto, embora seja reconhecidamente potente, assume diferentes significados para diferentes pesquisadores. Gutiérrez (1996, p. 4) afirma que

[...] cada especialidade está apenas interessada em determinadas habilidades e ambientes específicos, aqueles estreitamente relacionados com seus problemas de pesquisa. [...] pessoas de diferentes atividades podem desenvolver diferentes significados para as mesmas palavras.

Desse modo, há autores, a exemplo de Zimmermann e Cunningham (1991, p. 2), para quem a visualização é entendida como o “método para ver o invisível enriquecendo o processo de descobertas e promovendo *insights* profundos e inesperados”. Entendendo o invisível como algo não acessível aos sentidos sem intervenções, é possível afirmar que a representação do tridimensional no plano demanda métodos para ser percebida. Buscando

tal percepção, Semmer, Silva e Neves (2013) lançam mão da anamorfose⁵ para estudar as formas geométricas tridimensionais, auxiliando na compreensão das suas propriedades, e a defendem como um elemento a ser explorado na apreensão operatória das figuras geométricas (DUVAL, 2012b).

Coadunando com os estudos de Duval (1995, 1999, 2003, 2005), que apontam que a compreensão de um tema matemático apenas é efetivada quando o indivíduo consegue transitar sem embaraços entre, pelo menos, duas formas de representação, Semmer, Silva e Neves (2013) aludem a um paradoxo: não é possível a compreensão matemática sem a distinção entre um objeto e sua representação; entretanto, fazem-se necessárias pelo menos duas representações distintas para sua compreensão, por isso optaram em sua pesquisa pelo desenho (representação iconográfica) para subsidiar a apreensão e a listagem de suas propriedades (representação textual).

Reforçando a importância da visualização e a potencialidade da anamorfose, Leivas (2013b) destaca que a diferença primaz entre as ilusões de ótica e a visualização está no contexto matemático que envolve a segunda, já que as ilusões de ótica exploram a perspectiva, levando o observador a compor mais de uma imagem, enquanto a visualização explora a percepção e a composição mental da imagem a partir do conhecimento matemático do indivíduo. Concluindo, afirma que a visualização auxilia na construção da representação do espaço, que, diferentemente da sua percepção, não é imediata, pois leva em conta fatores como a interpretação da imagem, o meio pelo qual se teve acesso à representação e suas “habilidades visuais” (LEIVAS, 2013b).

Tal conclusão comunga com a definição adotada por Gutierrez (1996, p. 9, tradução nossa⁶) sobre visualização em matemática: “[...] o tipo de raciocínio ou atividade baseada no uso de elementos visuais ou espaciais, seja mental ou física, realizado para resolver problemas ou provar propriedades”.

Discorrendo sobre o tema, o mesmo autor ainda afirma que ela se constitui de quatro elementos basilares: imagens mentais, representações externas, processos de visualização e habilidades de visualização. Para Gutierrez (1996), a imagem mental seria a transformação cognitiva de um conceito abstrato em elementos visuais. A representação externa seria a materialização da imagem mental por meio de sua representação gráfica.

⁵ Técnica de origem chinesa de “brincar” com a representação de imagens, distorcendo-as, comprimindo-as ou alongando-as para dar uma ideia de perspectiva.

⁶ “[...] as the kind of reasoning activity based on the use of visual or spatial elements, either mental or physical, performed to solve problems or prove properties.”

Segundo Gutierrez (1996), o processo de visualização seria a ação de transformar informações em imagens e vice-versa⁷. Isso torna a habilidade de visualização a seleção da imagem mental que melhor se adéqua à resolução de um problema (GUTIERREZ, 1996).

Com isso, o processo cognitivo relativo à visualização torna-se complexo, pois envolve inclusive o que pode estar oculto aos órgãos sensoriais (ZIMMERMANN; CUNNINGHAM, 1991), ganhando ênfase na representação de figuras tridimensionais no plano, pois sua representação no papel traz à pauta o que sabemos sobre ela para compreender que os segmentos tracejados representam a parte não visível naquele ângulo de representação (SOUZA; GALVÃO; SOUZA, 2014).

Mesmo para alunos videntes, a percepção do tridimensional em sua representação bidimensional necessita de uma mediação para ser alcançada, pois “não é possível representar todas as propriedades inerentes ao objeto em si”, e é preciso explicitar “as regras que permitem elaborar uma representação distante, para que o leitor possa, de forma consciente, codificar e/ou decodificar uma representação sem ambiguidades” (SOUZA; GALVÃO; SOUZA, 2014, p. 94-95). Isso converge para o que Gutierrez (1996, p. 9, tradução nossa) chama de imagem mental: “qualquer tipo de representação cognitiva de um conceito matemático ou propriedade”⁸, que é um princípio norteador da visualização.

Desse modo, o uso de imagens que não tenham ligação direta com entes geométricos conhecidos pode tornar-se um elemento potencializador das habilidades de visualização, pois convida a não restringir sua percepção ao que é captável pelos olhos, e sim complementar as informações apresentadas de forma imediata com o que pode ser apreendido pela análise de suas propriedades (SOUZA; GALVÃO; SOUZA, 2014).

Essa ideia corrobora o que Tall e Vinner (1981) já defendiam: que a imagem mental está intimamente associada ao que denominam de imagem conceito, e esta última é uma consequência das interações do indivíduo com o mundo que o rodeia, podendo ou não ser conflitante com conceitos e propriedades previamente apreendidos. Noutras palavras, a imagem mental é uma experiência pessoal, que pode não ser globalmente coerente e

⁷ “A ‘process’ of visualization is a mental or physical action where mental images are involved. There are two processes performed in visualization: ‘Visual interpretation of information’ to create mental images, and ‘interpretation of mental images’ to generate information. The first process corresponds to Bishop’s VP. The second process corresponds to Bishop’s IFI, and it is made up of three sub-processes, as identified by Kosslyn: Observation and analysis of mental images, transformation of mental images into other mental images, and transformation of mental images into other kinds of information’ (GUTIERREZ, 1996, p. 10).

⁸ “is any kind of cognitive representation of a mathematical concept or property”.

depende do acervo cognitivo do indivíduo. Disso vem um verdadeiro conflito com a precisão conceitual evocada pela Matemática (TALL; VINNER, 1981). Desse modo, entendem que a imagem mental pode não ser um bom referencial para a construção de novos conceitos, uma vez que, para eles, o que

[...] colore o significado do conceito é muito maior do que a evocação de um único símbolo. É mais do que qualquer imagem mental, seja pictórica, simbólica ou de outra forma. Durante os processos mentais de recordar e manipular um conceito, muitos processos associados são implementados, conscientemente e afetando inconscientemente o significado e uso. (TALL; VINNER, 1981, p. 151-152, tradução nossa⁹)

Coadunando tanto com a percepção de Gutierrez (1996) quanto com a de Tall e Vinner (1981), concernente a representações mentais, Duval (2012b, p. 269) afirma que essas “pautam-se em um conjunto de imagens, e mais globalmente, nas conceitualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhe é associado”. Defende ainda a existência de uma relação de insubordinação entre as representações mentais e as representações semióticas, pois essas últimas não necessariamente são uma explicitação das primeiras.

Essa “insubordinação” somada à ideia de que a visualização em geometria promove o desenvolvimento dos raciocínios dedutivo e cognitivo, devido à potencialização da plasticidade do raciocínio envolvida na configuração e na desconfiguração de figuras e formas (SANCHEZ, 2003; PRESMEG, 1986), tornam perfeitamente exequível o seu desenvolvimento também por alunos cegos, pois a capacidade cognitiva desse aluno, salvo nos casos em que a cegueira encontre parceria com alguma outra deficiência que a comprometa, é tão eficaz quanto a de qualquer outro aluno (VYGOTSKY, 1997).

Os avanços tecnológicos têm propiciado diversificação na forma de explorar, além de ampliar as possibilidades de desenvolver a visualização, através da computação gráfica (ZIMMERMANN; CUNNINGHAM, 1991). Apesar disso, pesquisas apontam que mesmo alunos videntes do ensino médio têm dificuldades para resolver problemas de geometria plana que demandam a habilidade da visualização (VIANA; BOIAGO, 2015). Nesse sentido, ressaltamos que a conceitualização em geometria demanda a apreensão operatória das figuras, que nada mais é do que sua formação, desconstrução, rotação e translação,

⁹ “which colours the meaning of the concept is far greater than the evocation of a single symbol. It is more than any mental picture, be it pictorial, symbolic or otherwise. During the mental processes of recalling and manipulating a concept, many associated processes are brought into play, consciously and unconsciously affecting the meaning and usage”.

explorando propriedades e características (DUVAL, 2012b), pois “a distinção entre um objeto e a sua representação é, portanto, um ponto estratégico para compreensão da matemática” (VIANA; BOIAGO, 2015, p. 28).

Como mediador de aprendizagem, o professor buscará sempre certificar-se de que esta distinção foi plenamente compreendida por seu aluno. Entretanto, ao lidar com o aluno cego, devido às especificidades de seu acesso à aprendizagem, há a necessidade de explorar seus sistemas háptico, auditivo e fonador, por serem o seu canal de interação com o entorno (FERNANDES; HEALY, 2010; ULIANA, 2013; VYGOTSKY, 1997). Desse modo, julgamos preponderante para o conhecimento do professor, além de adequar a linguagem e o método, entender como explorar esse canal, ao lidar com um aluno cego.

Logo, cabe ao “professor conhecer seus alunos [...] suas habilidades e dificuldades” (ULIANA, 2013, p. 599). Pesquisas (FERNANDES; HEALY, 2010; ULIANA, 2013; VYGOTSKY, 1997) apontam para a forte influência do instrumento mediador na aprendizagem do aluno cego e do papel essencial do professor como mediador da aprendizagem. E ressaltam a adequação da linguagem como um instrumento de mediação indispensável.

Desse modo, faz-se necessário certificar-se de que o aluno não está apenas ecoando o que lhe foi dito, mas que de fato compreende o que está dizendo; e os questionamentos são o principal instrumento nessa busca (FERNANDES; HEALY, 2010, p. 112-113). Porém “nem sempre nossas concepções encontram respaldo nas práticas cotidianas e nos aparatos institucionais”, e é “preciso conhecer a diversidade para que se possa aprender com ela”.

Congregar alunos cegos e videntes em uma aula de Geometria é algo possível, desde que a aula seja desenhada considerando a diversidade, sem esquecer as especificidades; que explore seus sistemas háptico, auditivo e fonador; e centre-se no desenvolvimento da habilidade de visualização (CLEMENTE; LLINARES; TORREGROSA, 2017; FERNANDES; HEALY, 2006, 2007, 2008, 2010; LEIVAS; SILVA, 2014).

A capacidade de identificar subconfigurações da figura inicial, potencializada pela visualização (CLEMENTE; LLINARES; TORREGROSA, 2017), é latente no aluno cego tanto por sua forma de captar o entorno – partindo da parte para o todo – quanto por sua necessidade de construção mental do que lhe é apresentado. Entretanto, para uma aprendizagem eficaz, é necessário que o professor possa ajudá-lo, assumindo a postura de mediador (VYGOTSKY, 1997), buscando “alternativas que possibilitem desafiar o aluno a criar relações entre a Geometria e a expressão desta no mundo que o rodeia” (HARTWIG *et al.*,

2016, p. 251). Contudo, a efetivação dessa prática perpassa pelo conhecimento do professor, não apenas sobre o conteúdo, mas sobre a forma de aprendizagem do aluno (CARRILLO *et al.*, 2018; HARTWIG *et al.*, 2016).

Concernente a isso, voltamos ao ciclo vicioso já mencionado: “como ensinar sobre o que não aprendeu” (ALMOULOU *et al.*, 2004; BARBOZA; CORTELA, 2018; HARTWIG *et al.*, 2016). Uma possibilidade de amenizar essa questão, defendida por Monteiro, Leivas e Pretto (2016), são as oficinas pedagógicas como um meio para aprimorar o conhecimento do professor sobre temas de Geometria que possam ajudá-lo, possibilitando o aprimoramento de suas habilidades visuais e, conseqüentemente, ampliando seu conhecimento sobre temas geométricos.

Apesar de seu potencial para favorecer a compreensão e a exploração de figuras espaciais em Geometria, heranças históricas que remontam ao século XVII puseram a imagem visual em desuso¹⁰, caracterizando uma “desvisualização” (DAVIS, 1993). Sua retomada deu-se no final do século XX no ensino de Matemática, relacionada à forma de considerar a visualização com as bases teóricas das pesquisas que as lastreiam, podendo, por conseguinte, assumir uma multiplicidade de papéis (GUTIERREZ, 1996).

Em contrapartida, Gutiérrez (1996) ressalta que foram os psicólogos que mais precocemente perceberam a importância da visualização, adequando seus estudos a teorias sobre visualização e, a partir dessas, desenvolvendo metodologias, o que explica o número massivo de artigos publicados em revistas desta área do conhecimento, em comparação com uma quantidade menos expressiva em Educação Matemática.

Embora transcenda o essencialmente fisiológico, a importância da visualização reside, no cômputo geral, na ênfase que recebe em nosso cotidiano pautado no visual e na sua paulatina retomada na Educação Matemática (ARCAVI, 2003; CANTORAL; MONTIEL, 2003).

O casal Van Hiele entendeu a visualização como demandante do reconhecimento visual da forma geométrica, alocando-a, por conseguinte, no primeiro nível do conhecimento geométrico (OLIVEIRA; LEIVAS, 2017). Entretanto, o conceito de visualização que fomenta esta pesquisa assume um caráter de maior aprofundamento, no sentido não apenas de

¹⁰ “An adequate history of the ‘devisualization’ or the ‘despatialization’ geometry has not yet been written. Here are a few of the movement.

Geometry bursts in on the 17th century scene through its The general program envisioned by Descartes experienced wild, wild success (at least in geometry) during which time the visual image receded in importance and was replaced by an algebraic or analytic surrogate” (DAVIS, 1993, p. 334).

reconhecer a figura, mas de explorar suas características e propriedades (DUVAL, 2005) com vistas à construção de sua conceitualização.

Dentre os muitos pesquisadores aqui mencionados que tratam da visualização (ARCAVI, 2003; CANTORAL; MONTIEL, 2003; DUVAL, 2005; GUTIERREZ, 1996; ZIMMERMANN; CUNNINGHAM, 1991), adotamos a definição de Duval (2005), por ser o de maior confluência para o trabalho com cegos, sendo citado por pesquisadores que traçam essa linha de investigação (FERNANDES; HEALY, 2006, 2010; LEIVAS; SILVA, 2014). Isso se dá especialmente por Duval dar ênfase a dois aspectos da visualização cujo impacto no conhecimento dos futuros professores é analisado neste trabalho: a apreensão operatória mereológica e os registros de representação.

A apreensão operatória mereológica baseia-se na exploração da figura, seguindo da parte para o todo (DUVAL, 2012a), que é o modo natural do cego para explorar o mundo que o rodeia, agregando novos conhecimentos ou aprimorando os que já possui (VYGOTSKY, 1997). Já os registros de representação semiótica, como o próprio termo alude, são os meios para materializar uma ideia ou conceitualização. O presente trabalho baseia-se fundamentalmente em três dessas formas: linguagem natural ou textual, linguagem simbólica ou matemática e linguagem iconográfica ou pictórica (DUVAL, 2003).

Duval define a visualização como uma habilidade cognitiva que propicia a construção, a desconstrução e a extrapolação configural (DUVAL, 2012b). A essa alteração sistemática da figura, com vistas à análise de suas propriedades, ele denominou de apreensão operatória. Defende que existem dois tipos de desconstrução de formas: (i) desconstrução instrumental e (ii) desconstrução dimensional. Afirma que a “desconstrução dimensional é o processo central da visualização geométrica” (DUVAL, 2005, p. 5, tradução nossa¹¹).

Para esse pesquisador, (i) desconstrução instrumental é a decomposição da figura em partes que poderão ou não ter formas geométricas conhecidas e (ii) desconstrução dimensional, por sua vez, é a decomposição de figuras planas ou sólidas em um conjunto de outras que as compõem e geralmente pertencem a uma dimensão menor (bi ou unidimensionais).

Do exposto, percebemos que visualizar em Matemática, mais particularmente em Geometria, a despeito de se tomar como base a tecnologia (DAVIS, 1993; ZIMMERMANN; CUNNINGHAM, 1991), a psicologia (DUVAL, 1995; GUTIERREZ, 1996) ou a ação

¹¹ “*La déconstruction dimensionnelle constitue le processus central de la visualisation géométrique*”.

transformadora (ARCAVI, 2003; CANTORAL; MONTIEL, 2003), transcende a capacidade física de captar com os olhos, embora possa tê-la como base.

Duval (2005) ainda chama a atenção para o fato de que a construção conceitual sobre qualquer tema da Matemática está completa apenas quando o indivíduo consegue transitar confortavelmente por ao menos duas, dentre as distintas formas de registro de representação semiótica; e a visualização é um item essencial e potencializador nesse processo construtivo.

Embasados no exposto, concernente às pesquisas nacionais e internacionais supramencionadas, notamos ser uma tendência tomar por foco o aluno, no que tange às suas dificuldades e ao incremento na aprendizagem que o uso da visualização propicia, esquecendo-se do outro sujeito presente no processo de ensino e aprendizagem – o Professor. Similarmente, quando o assunto em questão é o aluno cego, há várias pesquisas que se referem ao seu modo particular de acesso à aprendizagem (FERNANDES; HEALY, 2006, 2008, 2010; OCHAITA; ROSA, 1995), não aludindo, porém, ao papel do conhecimento do professor nesse processo.

Desse modo, para o aluno vidente, a construção da conceitualização do tema paralelismo está interligada ao conhecimento de temas correlacionados que o embasam, como trigonometria (ângulos, tangentes), equações (coeficientes angulares e lineares), definição de plano e reta e relação de transitividade. O mesmo ocorre para o aluno sem acuidade visual. O desafio, entretanto, é entender quais os aspectos críticos do Conhecimento Especializado do professor concernentes ao ensino e à aprendizagem de paralelismo – de modo inclusivo – por alunos com e sem deficiência visual.

Pesquisas apontam para a exploração de duas habilidades comuns a cegos e videntes como elementos preponderantes no ensino de conceitos geométricos: a visualização e a manipulação (DUVAL, 1999, 2005; FERNANDES; HEALY, 2006). Por seu modo peculiar de ver, através do sistema háptico, que os leva a partir de um ponto específico para o todo, os alunos cegos têm um enorme potencial em desenvolver o que Duval (1995) chama de “processo central da visualização em geometria” – a desconstrução dimensional, a decomposição da figura em outra de menor dimensão.

Essa ideia concorda com a alusão que, em seus estudos realizados na década de 20 do século passado, Vygotsky (1997, p. 102, tradução nossa¹²) faz ao fato de que a cegueira

¹² “[...] origina y pone en acción nuevas fuerzas, nuevas funciones y cumple cierta labor orgánica creativa, [...]”.

“[...] origina e põe em ação novas forças, novas funções e certo trabalho orgânico criativo, [...]”. Isso, por sua vez, condiz com pesquisas contemporâneas (OCHAITA; ROSA, 1995) que afirmam que os alunos cegos obtêm a imagem do objeto por meio da postura proposital das mãos na busca de características desse objeto.

Como sua função háptica é mais bem desenvolvida que a de um aluno vidente, dessa construção podem emergir as percepções que escapam aos que enxergam com os olhos, demandando do professor saber que necessita, como mediador, não apenas de um olhar mais aguçado do objeto, como também de um maior cuidado na verbalização de conceitos, propostas e *feedback*, primando pelo uso dos termos geométricos e matemáticos corretos. Como exemplo, podemos citar que, quando duas retas se cruzam, elas são concorrentes, pois têm um ponto comum, e retas perpendiculares são as que formam entre si um ângulo de 90° e têm os seus coeficientes angulares simétricos e inversos.

A capacidade cognitiva do aluno cego não é um fator que limite sua aprendizagem, pois ela é intacta, embora possa apresentar uma cadência diferenciada dos demais, devido às adaptações que seu cérebro precisa fazer para captar as informações do seu entorno, construindo o todo a partir das parcelas que seu sistema háptico lhe transmite (FERNANDES; HEALY, 2006; OCHAITA; ROSA, 1995).

Segundo Vygotsky (1997), a deficiência visual não é um obstáculo à aprendizagem do aluno, desde que sejam exploradas suas potencialidades e a sua forma particular de acesso à aprendizagem, centrada no tato e na audição. Em seus estudos, salienta ainda que “a fala é a ferramenta para superar as consequências da cegueira” (VYGOTSKY, 1997, p. 109, tradução nossa¹³).

Com isso, Vygotsky aludia à necessidade de explorar as potencialidades do aluno através de uma linguagem adequada, que propiciasse sua aprendizagem embasada nos elementos mediadores do meio social (FERNANDES; HEALY, 2008). Isso demanda do professor conhecer as dificuldades decorrentes do tema em si e da sua adequação à situação diferenciada do aluno cego, para uma abordagem que permita alcançar o objetivo matemático proposto de modo efetivo.

Versando sobre a questão da forma diferenciada de acesso à aprendizagem do aluno cego, Fernandes e Healy (2006, p. 11) afirmam que, “além de constituir sua própria imagem para um objeto, o aprendiz deve engajar-se ativamente num processo, aqui chamado de *objetificação*, a fim de adequar um significado a essa imagem que depende de sua história”.

¹³ “la utilización del habla es la herramienta para superar las consecuencias de la ceguera”.

Sem essa atribuição particular de significado ao objeto, o indivíduo poderá apenas memorizar e posteriormente recitar conceitos que ouviu de outra pessoa, ecoando respostas matematicamente corretas e coerentes.

De fato, para cada indivíduo, seja ele cego ou vidente, a construção da conceitualização sobre um determinado tema tem uma intrínseca relação com as situações já dominadas por ele. Cada nova situação experienciada torna-se um degrau de acesso a novas aprendizagens, cujo acúmulo amplia seu alcance perceptivo e permite a construção de novos conceitos sobre o que lhe seja apresentado (LOMÔNACO *et al.*, 2000; SANTANA; ALVES; NUNES, 2015).

Nesse aspecto, o papel de mediador da aprendizagem assumido pelo professor torna-se crucial, pois a condição diferenciada de aprendizagem do aluno cego não lhe permite, na maior parte da aula, contrapor o que ouve com o que é apresentado fisicamente, quer de forma escrita, quer por imagens. Portanto, ele depende, de modo mais acentuado, do que lhe é retratado de forma oral, o que implica que pequenos deslizes, passíveis de serem notados e rapidamente corrigidos pelos demais alunos, podem constituir um obstáculo na aprendizagem do aluno cego (FERNANDES; HEALY, 2007, 2010; VYGOTSKY, 1997).

É importante enfatizar a necessidade de o professor saber que o verbo “ver” e suas deflexões não precisam ser banidos do seu vocabulário, ao lidar com um aluno sem acuidade visual. Em lugar disso, deverá buscar meios para que esse aluno possa de fato “ver”. Disso decorre a necessidade de saber que nessas situações pode fazer uso de uma descrição verbal mais detalhada e buscar meios de dar-lhe acesso a materiais manipulativos (FERNANDES; HEALY, 2006).

Ser Professor traz consigo a responsabilidade de ser o elemento balizador da aprendizagem do aluno, e isso demanda um conhecimento diferenciado das demais profissões, pois é a única profissão cuja função precípua implica apropriar-se do entendimento envolvido em ajudar outros a construir o seu conhecimento. Isso, por si só, faz o conhecimento necessário para ser professor assumir particularidades, na amplitude e na abrangência, que o diferenciam das demais áreas de atuação profissional.

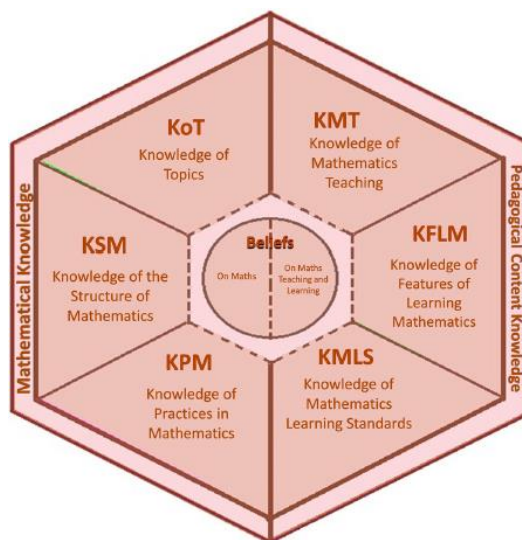
Por conseguinte, uma preocupação do professor, que perpassa todos os anos e níveis de ensino, é a de não estabelecer “verdades temporárias” que terão de ser refutadas à medida que o aluno avançar no conhecimento. Em Geometria, por exemplo, ao referir-se a posições relativas das retas, utilizar “horizontal” e “vertical”, e não “deitada” e “em pé”; e “paralelas” e “perpendiculares”, em lugar de “vizinhas” e “cruzadas”.

Apesar disso, a formação do Professor que Ensina Matemática (PEM) é cumulativa, e seu início efetivo se dá em sua vivência escolar enquanto aluno, pois nesse contexto o futuro professor tem lançadas as bases para o seu conhecimento matemático, através do seu contato inicial com conteúdos da Matemática que se tornarão um recurso para sua prática (JULIO; SILVA, 2018).

Conhecimento Especializado do Professor

Por conta da sua importância, várias pesquisas lançaram modelos teóricos que se aprofundam em aspectos específicos do conhecimento do professor (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; CARRILLO *et al.*, 2018; SHULMAN, 1987). Em nossa pesquisa, tomaremos como base teórica o *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* - MTSK (CARRILLO *et al.*, 2018), por entendermos ser esse modelo o mais abrangente quanto às especificidades do conhecimento do professor, envolvendo não apenas aspectos matemáticos e pedagógicos, mas também suas crenças e concepções (Figura 2).

Figura 2 – Domínios do Mathematics Teachers' Specialized Knowledge



Fonte: Carrillo *et al.* (2018 p. 241)

O MTSK constitui-se de dois domínios: *Mathematical Knowledge* (MK) e *Pedagogical Content Knowledge* (PCK). O primeiro deles subdivide-se em *Knowledge of Topics* - KoT; *Knowledge of Structure of Mathematics* - KSM; *Knowledge of Practice of Mathematics* – KPM. O segundo, por sua vez, também se constitui de três subdomínios: *Knowledge of Features of Learning Mathematics* - KFLM; *Knowledge of Mathematics Teaching* - KMT; *Knowledge of Mathematical Learning Standards* – KMLS. E ainda,

perpassando ambos os domínios, temos as *Beliefs* (as crenças e concepções). Cada subdomínio compõe-se de elementos balizadores denominados “categorias”, que se referem a aspectos desses subdomínios.

Embora entendamos que, quanto mais subdomínios forem estudados, maiores serão as evidências de quão especializado é o conhecimento do professor, em uma pesquisa de mestrado, estender a análise para todos os seis subdomínios comprometeria o desejo de aprofundar a análise e ampliar o que se sabe a respeito do conhecimento dos futuros professores sobre paralelismo, tendo a visualização como base.

Por outro lado, a proposta da pesquisa também não seria atingida, se restrita a apenas um dos domínios. Logo, como se trata de uma pesquisa no âmbito da Educação Matemática e com um conteúdo de Geometria ainda pouco explorado, optamos por focar nos subdomínios KoT e KSM do MK, em consonância com o KFLM, do PCK, por entender que a compreensão das dificuldades de aprendizagem de qualquer aluno, particularmente do aluno cego, é uma mola propulsora para a base de um ambiente de aprendizagem verdadeiramente inclusivo e não apenas integrativo¹⁴.

O *Knowledge of Topics* (KoT) refere-se ao conhecimento do professor sobre o tema em apreço, considerando conceitos, procedimentos, aplicações e fundamentos em um nível de aprofundamento maior do que será discutido com o aluno. Neste subdomínio, o conhecimento do professor quanto a *definições* vincula-se a saber que o paralelismo no contexto matemático pode dar-se entre retas, planos e planos e retas. Desse modo, envolve ainda saber que retas paralelas são as que, tendo um plano comum que as contenha, mantêm-se equidistantes. O paralelismo entre um plano e uma reta é a posição relativa entre uma reta fora do plano e uma outra pertencente a ele, e o paralelismo entre planos se dá quando esses não têm ponto em comum.

Seu conhecimento sobre *propriedades* envolve saber, por exemplo, que, em se tratando de retas, devem ter o mesmo coeficiente angular (Geometria Analítica), ser equidistantes e pertencer a um mesmo plano (Geometria Euclidiana); no que tange a retas e planos, a reta não deve pertencer ao plano, mas ser paralela a uma reta pertencente a ele; e ainda, quanto ao paralelismo entre planos, deve haver duas retas concorrentes em um plano, paralelas ao outro plano.

¹⁴ A integração, embora tenha sido um grande passo rumo às conquistas educacionais de alunos com deficiência, preocupa-se apenas em dar-lhe acesso à sala de aula e não atenta à sua aprendizagem (MANTOAN, 2003).

Já o conhecimento do professor sobre os *fundamentos* do paralelismo está relacionado a saber que: com respeito a retas, envolve comparar seus coeficientes angulares na busca da igualdade, ou certificar-se da sua equidistância; quanto ao paralelismo entre uma reta e um plano, é importante fazer o estudo de uma reta no plano e uma outra reta fora dele; e referente ao paralelismo entre planos, é preciso terem a mesma inclinação.

No tocante às *aplicações*, o KoT diz respeito aos contextos matemáticos em que temos presente o paralelismo; esses não se restringem apenas ao das posições relativas das retas, mas também podem ser notados em figuras planas – quando se analisa a disposição de seus lados – e espaciais, ao estudar as disposições de suas faces. Ainda se pode notar o paralelismo fora do contexto da Matemática, e, para tanto, entendemos que coisas paralelas são as que nas superfícies eleitas para observação tenham um plano comum a ambas e não se cruzem. Desse modo, é possível entender os limites laterais de uma rodovia como exemplo de coisas paralelas.

Quanto às *formas de representação*, o KoT alude aos indícios e às evidências do conhecimento do professor no tocante a sua forma: iconográfica – que são os desenhos que podem ser de duas retas equidistantes, um plano e uma reta fora dele, paralela a uma reta nele contida, as laterais de uma estrada ou mesmo o piso e o teto de uma casa; simbólica ou matemática – quando faz uso do formalismo ou da simbologia matemática; como exemplo, teríamos o uso do símbolo de paralelismo ($//$) ou de quaisquer outros corretamente aplicados na apresentação da definição; textual – quando, sem ferir a coerência, a coesão e a correção matemáticas, expressa uma ideia de cunho matemático sem o formalismo; um exemplo disso é quando se afirma que coisas paralelas são coisas que não se cruzam e mantêm a mesma distância.

O *Knowledge of Structure of Mathematics* (KSM) diz respeito ao conhecimento do professor quanto às conexões possíveis entre o tema em estudo e outros do contexto matemático, permitindo a ele, por exemplo, tratar de conhecimentos avançados do ponto de vista mais elementar e de conhecimentos elementares do ponto de vista mais avançado. Essas conexões aludem às inter-relações entre os temas da matemática que servem de base ou para os quais o tema em foco pode ser projetado. Assim, analisamos neste trabalho as conexões transversais, auxiliares e de complexificação.

Com efeito, podemos ter no paralelismo, como *conexões transversais*, noções de trigonometria, como saber que a tangente de um ângulo é a razão entre as medidas do cateto oposto e o cateto adjacente de um ângulo; que catetos são os lados de um triângulo, e logo, todo triângulo possui dois catetos adjacentes (que formam o ângulo) e um oposto que não tem ligação direta com ele. Como *conexões auxiliares*, seria conhecer a propriedade da

transitividade, que determina que, se uma reta “s” é paralela a uma reta “t” e esta última é paralela a uma reta “v”, as retas “s” e “v” serão também paralelas. Ainda, pode haver *conexões de complexificação*, por exemplo, saber que o coeficiente angular é a tangente do ângulo que a reta forma com o eixo das abscissas, pois esse conhecimento lança a base para o estudo de outras posições relativas da reta, como o perpendicularismo.

Do exposto, vemos que as conexões dão o aporte teórico para o professor melhor discorrer sobre o tema, sem necessariamente entrar nesses assuntos subjacentes de forma direta. Assim, podemos afirmar que as conexões transversais perpassam o tema estudado; as auxiliares, como o nome já o denuncia, servem de lastro para resoluções de problemas; e as complexas fomentam um conhecimento que será aportado em outro nível de ensino ou em um outro tema, mais adiante na vida escolar do aluno.

Por sua vez, o *Knowledge of Features of Learning Mathematics* (KFLM), subdomínio integrante do *Pedagogical Content Knowledge* (PCK), foca no conhecimento do professor sobre as dificuldades que o aluno poderá enfrentar para apropriar-se do tema. Essas vão desde a linguagem empregada até os conhecimentos pregressos que o tema demanda.

Desse modo, podemos ter, como conhecimento do professor com respeito a esse subdomínio quanto aos *pontos fortes e fracos na aprendizagem matemática*, concernente ao paralelismo, saber que conceitos abstratos, como o estudo da posição relativa da reta, não se restringem apenas ao segmento representado no desenho, mas abrangem além do desenho, já que a reta se estende ao infinito. Além disso, envolve saber que, devido ao seu modo particular de ver, o aluno cego demandará um tempo maior para apropriar-se do conteúdo (ULIANA, 2013).

Já a respeito das *formas de interação com o conteúdo matemático*, o conhecimento do professor refere-se a saber que a principal forma de interação do aluno com o conteúdo é através dos seus sentidos, especialmente por meio dos sistemas auditivo e visual. Mas, para o aluno cego, há uma adaptação envolvendo seus sistemas háptico, auditivo e fonador. Portanto, apenas a oralização não é suficiente para ajudá-lo a construir o conceito de paralelismo, demandando o uso de representações táteis de retas ou planos paralelos, junto com verbalização (FERNANDES; HEALEY, 2007, 2010; VYGOTSKY, 1997).

Buscaram-se, nas produções orais e escritas dos futuros professores, indicadores do seu conhecimento, pautando-se nos subdomínios explicitados acima. Esses indicadores emergiram da análise como evidências, indícios ou oportunidades (ESCUDERO-ÁVILA, D. *et al.*, 2016). Segundo a autora, evidências são a manifestação direta do conhecimento por meio de sua fala ou produção escrita. Os indícios são suposições da existência do conhecimento,

decorrentes de palavras, questionamentos ou atos do professor, mas que não se pode afirmar de modo conclusivo, demandando intervenção direta (a exemplo de entrevista) para que se consolide numa evidência. Já as oportunidades são os momentos em que o professor revela o seu conhecimento sobre um tema matemático correlato, fazendo uma rápida alusão.

CAPÍTULO II – CONTEXTO E MÉTODO

Esta pesquisa, de caráter qualitativo, busca compreender, por meio de um estudo de caso instrumental (STAKE, 1995): “*Que conhecimento Especializado revelam futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais, ao discutir e resolver tarefas sobre paralelismo, embasadas na visualização?*”. Para esse fim, colhemos informações durante a implementação e a dinamização de uma tarefa integrante deste estudo. Desse modo, apresentamos neste capítulo o contexto, os instrumentos e os procedimentos utilizados na coleta de informações, incluídos também o desenho da tarefa e os procedimentos de análise.

O berço da pesquisa foi a implementação de uma sequência de tarefas em uma turma do 3.º ano de estudantes do curso de Pedagogia de uma universidade pública do estado de São Paulo, por meio de duas intervenções na única disciplina do curso voltada para o ensino de temas da Matemática (60 horas). Aqui trazemos o coletado em uma das intervenções, que teve a duração de 4 horas-aula e contou com a participação de 28 futuros professores, dispostos em 7 grupos de 4 integrantes.

As tarefas, de caráter formativo (RIBEIRO, 2016), pautavam-se na resolução e na discussão de problemas, tendo sido desenhadas para aceder – e ampliá-lo – ao Conhecimento Especializado dos participantes sobre o tema paralelismo, tomando por base a visualização, ao trabalhar com alunos cegos e videntes.

Desse modo, compunham-se por três partes que se complementavam: na Parte I da tarefa procuramos entender o que os futuros professores conheciam sobre o tema, convidando-os a refletir e a discutir sobre definições, propriedades, aplicações e características, no intuito de ampliar esse conhecimento por meio das discussões em grupo e plenária; na Parte II foram conduzidos a explorar o tema por meio da simulação de um contexto inclusivo, congregante de alunos cegos e videntes, em que mais uma vez exploramos, com vistas à ampliação, o que sabiam sobre trabalhar esse tema em contextos inclusivos; e na Parte III foram convidados a assumir a postura de professores e atribuir significado a respostas fornecidas por alunos, ao explorar tarefas de igual teor às solucionadas por eles nas partes precedentes.

Necessário se faz mencionar que, objetivando seu aprimoramento, antes das intervenções citadas, as tarefas foram testadas primeiro em um contexto distinto: em meio a um grupo de professores e pesquisadores, estudantes da pós-graduação em educação; e ali emergiram indagações que contribuíram para sua reestruturação.

Posteriormente, ainda a título de teste, cada tarefa foi implementada em quatro turmas, sendo duas de concluintes do curso de Pedagogia, Educação Especial e Inclusão (60 horas) e outras duas na disciplina Escola e Cultura (60 horas), que congregava diversas licenciaturas. Em ambas as disciplinas, cumprimos o papel de fornecer apoio didático como auxiliar de ensino, por meio do Programa de Estágio Docente (PED).

Tais implementações propiciaram o refinamento da tarefa final, a ser desenvolvida para subsidiar esta pesquisa, pois fizeram emergir a necessidade de melhorar a administração do tempo e a disposição dos grupos na sala durante sua dinamização, em busca de minorar a interferência de um grupo em outro, o que se fez evidente no registro em vídeo das discussões; e de entregar cada parte da tarefa por vez, pois a entrega de todas juntas contribuiu para que as partes posteriores influenciassem as que as precediam, devido ao seu caráter complementar.

Além disso, obtivemos subsídios para eleição de uma das tarefas, pois ficou evidente que esta (Anexo I) aqui exposta apresentava maior potencial contributivo para a pesquisa, por tratar de forma mais direta o tema paralelismo, permitindo aceder tanto a aspectos gerais (definição e propriedades) do conhecimento dos futuros professores quanto a aspectos mais pontuais e de maior aprofundamento, como procedimentos, registros de representação, aplicações, conexões com temas matemáticos, dificuldades de aprendizagem e formas de interação.

Ainda, tais dinamizações prévias (cinco, no total) consolidaram a suspeita de que a postura da pesquisadora deveria ser a de não participante, pois propiciaria maior liberdade para interagir com todos os grupos e potencializaria o fomento discussões onde e quando considerasse serem promissoras.

O desenho da tarefa

Cada uma das três partes da tarefa formativa (RIBEIRO, 2016) eleita foi elaborada de modo a se complementarem, e tinham por intuito explorar e desenvolver o Conhecimento Especializado dos futuros professores sobre o tema paralelismo com base na visualização, à luz do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* (MTSK). Cada uma das partes focava em aceder a esse conhecimento concernente a, pelo menos, dois subdomínios em específico e, quando necessário, aprimorá-los.

Assim, a Parte I da tarefa teve por foco o *Knowledge of Topics* (KoT) e o *Knowledge of Structure of Mathematics* (KSM), subdomínios do *Mathematical Knowledge* (MK). A Parte II focou no KoT e no *Knowledge of Features of Learning Mathematics* (KFLM),

subdomínio do *Pedagogical Content Knowledge* (PCK). Já a Parte III focou no KoT e no KSM, considerando aspectos de coesão, coerência e completude imbricados no conhecimento, referidos por esses subdomínios.

Desse modo, a primeira parte (Parte I) da tarefa eleita faz a prospecção do conhecimento especializado do futuro professor sobre paralelismo, através de um conjunto de três problemas, com seus respectivos subitens, considerando definições, propriedades, fundamentos, aplicações, procedimentos, conexões e registros de representação.

Em seu primeiro item, convidamos o futuro professor a refletir sobre paralelismo fora da sala de aula, por meio do problema 1: “Imagine que fora do contexto escolar alguém lhe faz as perguntas abaixo. Como lhe responderia? Sempre que considere impossível, justifique por quê”. A proposição visava evitar que o futuro professor respondesse pensando no que os alunos diriam ou no que faria para ensinar seu aluno com os recursos que poderia ter disponíveis em sala; ou, ainda, que pensasse em como induzi-lo a refletir sobre o que ele mesmo sabia sobre o tema, ao responder os subitens elencados na sequência.

No primeiro subitem (a), quando pedimos que resolvessem o problema “Quando é que duas ‘coisas’ são paralelas (o que são ‘coisas’ paralelas)?”, tínhamos em mente fazê-los refletir sobre o paralelismo e não se restringir apenas aos elementos constituintes da geometria escolar e, muito menos, a retas. Desse modo, embora duas retas sejam a primeira coisa que pode vir à mente quando se fala de paralelismo, também podemos notá-lo, por exemplo, nas faces opostas de um cubo ou em duas paredes opostas de uma casa de formato retangular, pois as propriedades para o paralelismo são que as “coisas” não se cruzem e tenham um plano em comum (KoT: *propriedades*).

Similarmente, quando, no segundo subitem (b), propusemos o problema “Posso ter três ou mais ‘coisas’ paralelas? Justifique”, desejamos entender o quanto os futuros professores conhecem do tema e suas relações interconceituais, pois a propriedade da transitividade, embora não seja explorada no nível de ensino em que esses futuros professores atuarão, assegura que, se uma “coisa” s é paralela a uma “coisa” t , que, por sua vez, é paralela a uma “coisa” h , as “coisas” s e h são paralelas (KSM: *conexões auxiliares*).

Como desfecho, no terceiro subitem (c), após a discussão das propriedades e de seu comportamento em situações que transcendem a sala de aula e raramente estão presentes no livro didático destinado à Educação Infantil e aos Anos Iniciais, propomos que respondam: “O que é paralelismo?”. Novamente, o intuito desse problema é entender o que o futuro professor sabe a respeito e ajudá-lo, quando necessário, a ampliar seu conhecimento. Assim, sabemos que é o estudo de posições relativas entre, no mínimo, dois entes, e que é

necessário haver a manutenção da equidistância entre eles. Quando se estudam retas, supõe-se a necessidade de terem um plano em comum. Se pensarmos de forma mais abrangente, incluindo os planos e estendendo para elementos tridimensionais, podemos definir como o não cruzamento dessas coisas (KoT: *definições*).

Já o quarto subitem (d), “O que é perpendicularismo?”, foi pensado para subsidiar o item seguinte, pois, quando se sabe afirmar que um ente não se encaixa nas propriedades e nas definições estudadas, entendendo por que não, é mais provável que se consiga de fato formar uma conceitualização sobre o tema (LOMÔNACO *et al.*, 2000). Isso porque o perpendicularismo, similarmente ao paralelismo, é o estudo de posições relativas que, em se tratando de retas, têm como principal propriedade o cruzamento, formando o ângulo de 90° , mas também não se restringe apenas às retas, podendo ser estendido para os planos e os elementos tridimensionais (KoT: *definições*).

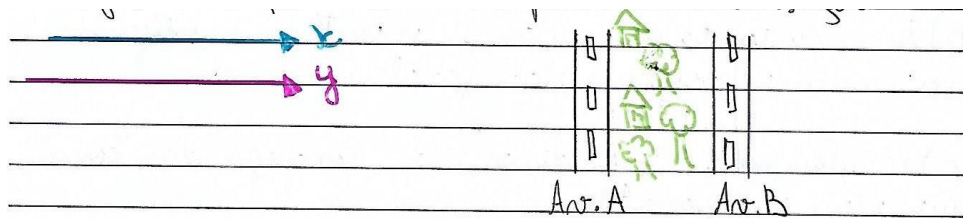
Ainda, complementando o entendimento do que conhecem os futuros professores sobre o tema, dessa vez explorando seu conhecimento do tema quanto à fenomenologia e às aplicações (CARRILLO *et al.*, 2018), propusemos o problema do item 2: “Dê dois exemplos distintos de ‘coisas’”, em que os subitens (a-d) pedem que sejam elencadas “coisas” paralelas, perpendiculares, não paralelas e não perpendiculares, respectivamente.

A proposta desse problema partia da pressuposição da consequente emersão de um elenco de respostas de elementos do cotidiano cujas características eram compatíveis com as propriedades discutidas no problema anterior, lançando o lastro para consolidar a conceitualização do tema. Como exemplo, poderíamos ter, para o item a), os lados de uma rodovia e o teto e o piso de uma casa; para o item b), o poste em relação aos fios e o piso e a parede de uma casa; no item c), podemos citar os exemplos do item “b”; e no item d), os exemplos do item “a” (KoT: *fenomenologia e aplicações*).

Já o problema 3: “Represente de 3 formas distintas ‘coisas’ (usando a linguagem textual, usando a linguagem matemática e usando a pictografia): a) Paralelas e b) Perpendiculares”, objetivou fazer a prospecção do conhecimento dos futuros professores quanto às formas de registros de representação e o seu papel na construção da conceitualização do tema paralelismo (DUVAL, 2012b), possibilitando ainda entender o conhecimento dos futuros professores quanto ao KoT no âmbito das *definições*, das *propriedades*, dos *registros de representação* e dos *procedimentos (como se faz?)*, por meio de uma revisão que consolida as discussões das questões anteriores.

Desse modo, poderíamos ter como exemplos de soluções para o item a), em linguagem textual: quando duas coisas não se cruzam, ou quando duas retas são equidistantes, pertencendo ao mesmo plano; em linguagem matemática, considerando s e t

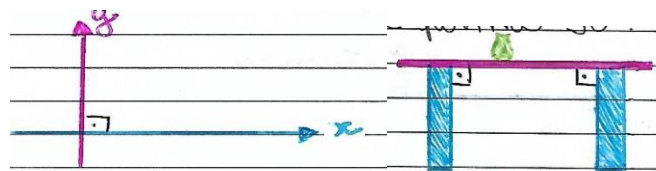
dois conjuntos formados por pontos sucessivos e perfilados, podemos ter: $\exists s, t \mid s \cap t = \emptyset$ ou $s \cap t = s \cup t$, ou $s \parallel t$; e em representação pictórica, exemplos possíveis seriam:



Exemplos de representações pictóricas de paralelismo

Fonte: acervo de pesquisa

Já para o item b) podemos tomar como exemplo, na linguagem textual: quando duas coisas se encontram, formando um ângulo reto, ou ainda, quando duas retas se cruzam, formando entre si um ângulo de 90° ; em linguagem matemática, um exemplo resolutivo é: $s \perp t$; e em pictografia, há os exemplos:



Exemplos de representações pictóricas de paralelismo

Fonte: acervo de pesquisa

A Parte II da tarefa teve por base a simulação da exploração do tema paralelismo em um contexto inclusivo, congregante de alunos cegos e videntes, e objetivou contribuir para desenvolver o conhecimento dos futuros professores no âmbito de três categorias do KoT (propriedades, aplicações, registros de representação) e duas das categorias do KFLM (dificuldades de aprendizagem e formas de interação). Optamos pela exploração desse tema, partindo do uni para o tridimensional, por meio de figuras desenhadas em alto-relevo.

Para compor essa parte da tarefa, fez-se necessário buscar subsídios para ser o mais fiel possível a sua realidade. Nesse intuito, no primeiro momento, mantivemos contato com um professor, pesquisador de uma universidade pública paulista, que ajudou a trilhar os primeiros passos, mostrando o que seria ou não exequível para um aluno que vê com as mãos, testando as formas pensadas, para apresentar o tema paralelismo a um aluno cego.

Nesse momento começamos a buscar um material que permitisse a exploração do sistema háptico. Princípios com o uso de papel vegetal, por acreditar que esse, devido a suas características (transparência e flexibilidade) seria o mais viável para se plotar em alto relevo. Mas os testes mostraram que esse material deformava muito facilmente com o manuseio, e o alto-relevo se dissipava no primeiro uso, além de não ficar tão evidente ao tato quanto se pensava.

Desse modo, chegamos à confecção de desenhos em alto-relevo em cartões de papel de gramatura maior que o sulfite (Figura 3). Com esse material manipulativo em mãos, essa parte da tarefa foi dinamizada com um aluno cego que cursava o último ano do Ensino Médio, obtendo os subsídios para o que se tornou a Parte III da tarefa (apresentada mais adiante), ao tempo em que comprovou ser exequível a tarefa com esse material.

Figura 3 – Cartão com um item da parte II



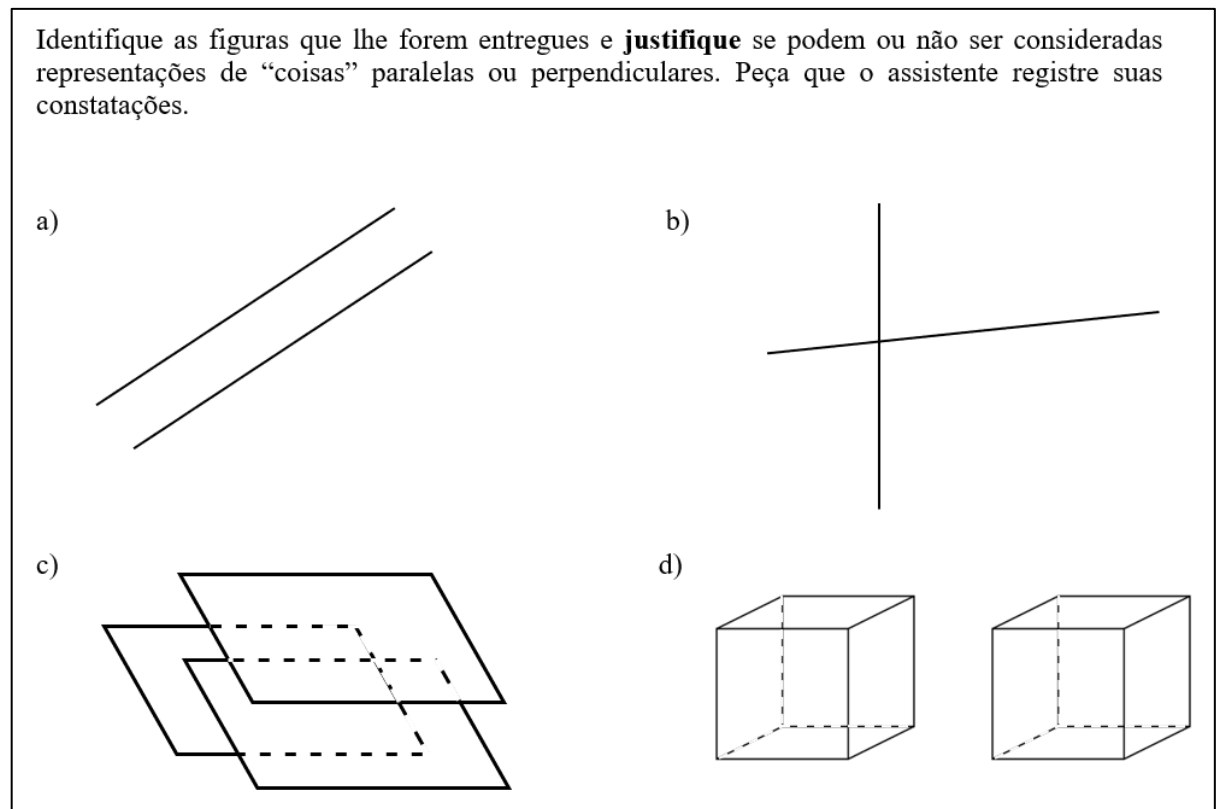
Fonte: Acervo da pesquisa

Os cartões supramencionados foram usados para a implementação da Parte II da tarefa. Cada item foi desenhado em alto-relevo em cartões em quantidade suficiente para que todos os participantes pudessem manipulá-los de modo simultâneo. Sua confecção foi bastante artesanal: fizemos a impressão dos itens de forma espelhada em folhas de papel de gramatura maior que o sulfite e, posteriormente, elaboramos seu decalque, item a item e folha a folha, com o auxílio de lapiseira e régua, resultando na sua representação em alto-relevo.

Por conseguinte, a Parte II da tarefa em tela (Figura 4) teve um único problema: “Identifique as figuras que lhe forem entregues e justifique se podem ou não ser consideradas representações de ‘coisas’ paralelas ou perpendiculares. Peça que o assistente registre suas constatações”. Este problema apresentou-se desdobrado em quatro itens, nominados de “a)” a “d)”.

Desse modo, essa parte da tarefa instou os futuros professores a refletir sobre as possíveis dificuldades de aprendizagem que um aluno cego teria, através de uma dinâmica em que, com a simulação de cegueira com uso de máscaras, vivenciaram, evidentemente de forma superficial, os obstáculos à aprendizagem e as formas de interação de alunos cegos e videntes com o conteúdo. Concomitantemente, essa dinâmica os instigou a experienciar como proceder em um contexto inclusivo, ao introduzirem o conteúdo paralelismo, e a refletir sobre essa experiência.

Figura 4 – Parte II da tarefa



Fonte: Acervo da pesquisa

Assim, o desenho dos itens “a)” e “b)” pautou-se em elementos unidimensionais, apresentando duas retas cada, de tal forma que o par do item “a)” estava disposto de modo distinto do par do item “b)”, para que, pela associação do tato com o seu conhecimento prévio das propriedades das posições relativas das retas (NUNES; LOMÔNACO, 2008), concluíssem se nesses itens havia ou não a presença de paralelismo (KoT: propriedades).

Seguindo o mesmo princípio, no item “c)”, representamos três planos sobrepostos, lançando mão de uma convenção em que o tracejado simboliza uma sobreposição e o pontilhado, uma dupla sobreposição. O objetivo era induzi-los a refletir sobre as possíveis dificuldades do aluno para apreender o tema paralelismo no âmbito bidimensional (KFLM: dificuldades de aprendizagem sobre o tema).

No item “d)”, novamente, os futuros professores foram chamados a refletir sobre as dificuldades dos alunos, dessa vez, para apropriar-se do tema paralelismo no âmbito tridimensional, quando representado no plano (KFLM: dificuldades de aprendizagem sobre o tema). Para esse fim, foi feita a representação de dois cubos no plano, pois uma de suas propriedades é o paralelismo entre suas faces opostas, bem como nos lados opostos de cada uma das faces que o constituem (KoT: registros de representação).

Já a Parte III da tarefa teve como princípio norteador a prospecção e o desenvolvimento do KoT (*definições, propriedades e seus fundamentos, procedimentos e sistemas de representação*) e do KSM (*conexões baseadas no aumento da complexidade*) dos futuros professores quanto ao paralelismo. Para cumprir esse propósito, o seu desenho os conduziu a assumir o papel de professores e atribuir significado às respostas fornecidas por alunos, considerando sua coesão, coerência e completude matemáticas.

Desse modo, fizemos uma contextualização: “A professora Nadja implementou na sua turma do 4.º ano, que tem três alunos cegos, uma tarefa relacionada com o paralelismo e o perpendicularismo. Abaixo encontram-se algumas produções dos alunos. Para cada uma delas relate, justificando, se estão matematicamente corretas, e forneça um *feedback* construtivo para cada um dos alunos que considere ter respondido de forma não completamente correta (não se restringindo a ‘parabéns você acertou’ ou ‘você conseguirá na próxima’). A partir dessa contextualização, elaboramos três problemas.

O primeiro problema (Figura 5) explorava o conhecimento do professor sobre propriedades do paralelismo (KoT: *propriedades*). Assim, visava fomentar discussões entre os futuros professores sobre as condições necessárias e suficientes para obter o paralelismo a partir da atribuição de significado às resoluções dos alunos.

Figura 5: Problema 1 da Parte III da tarefa

1. Paralelismo é...

Rita: *Propriedade da geometria definida pelo não cruzamento de duas retas.*

Antônio: *É manutenção da mesma distância entre duas coisas.*

André (aluno cego): *É a não existência de pontos comuns que determinam a equidistância entre duas coisas.*

Fonte: Acervo da pesquisa

A resposta de Rita apresentou problemas de coerência matemática, uma vez que o paralelismo não é uma propriedade e não se restringe apenas às retas; e também de completude, pois, embora o não cruzamento entre duas retas seja uma condição necessária, não é suficiente. Se assim fosse, retas reversas também seriam paralelas. Similarmente, a resolução de Antônio apresentou problemas de completude, pois a manutenção da mesma distância entre duas coisas não implica em serem paralelas, já que dois pontos são duas coisas e não podem ser considerados paralelos, por não terem dimensão. Já na resolução de André houve problema de coesão, pois, se estão um distante do outro, eles não se encontram,

tornando essa informação redundante; e problema de completude, pois a manutenção da mesma distância não assegura que duas retas sejam paralelas.

Do mesmo modo, o segundo problema (Figura 6) também buscava ampliar, se necessário, o conhecimento do professor à luz do KoT (*propriedades*), dando aos futuros professores nova oportunidade de contrapor as propriedades do paralelismo revisitadas no item anterior às do perpendicularismo, enquanto eram convidados a atribuir significado às resoluções de alunos.

Figura 6 – Problema 2 da Parte III da tarefa

2. Perpendicularismo é ...

Miriam: *Posição relativa entre duas retas caracterizada pela formação de 90° .*

Carla (aluna cega): *É a interseção em um ponto central, formando um ângulo reto.*

Thalita: *É o cruzamento de duas coisas, retas ou planos.*

Fonte: Acervo da pesquisa

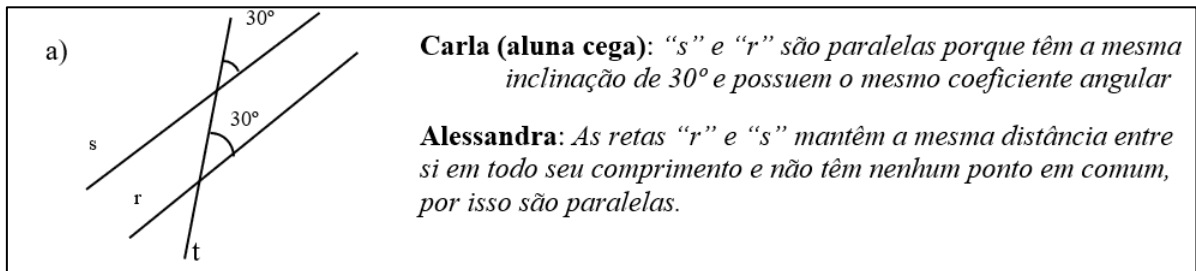
A resolução de Miriam apresenta coesão e completude matemáticas, embora revele problemas de coerência, pois podemos ter também planos perpendiculares e não apenas retas. Carla, em sua resolução, também apresentou problemas de coerência matemática, uma vez que não há como definir o ponto central de uma reta, nem de um plano, pois ambos se estendem ao infinito em duas direções. Thalita, por sua vez, elaborou uma resolução com problemas de completude, pois apenas o cruzamento não é suficiente para determinar o perpendicularismo independente, seja o ente de estudo o plano, seja a reta.

O terceiro item foi idealizado com vistas a aceder ao conhecimento dos futuros professores sobre o paralelismo, especificamente *propriedades* e *conexões transversais*, sob a ótica do MTSK. Para esse fim apresentamos o problema “As representações abaixo podem ser relacionadas com paralelismo? E perpendicularismo? Justifique”. Desdobramos em dois subitem (“a” e “b”), que reforçavam a questão do comparativo entre o paralelismo e o perpendicularismo, trazendo resoluções de alunos para as quais os futuros professores deveriam atribuir significado, novamente considerando a coerência, a coesão e a completude matemáticas.

Assim, o subitem “a” (Figura 7) foi elaborado com o propósito de fomentar discussões sobre as propriedades que fundamentam o paralelismo entre retas, bem como sobre conexões com conceitos da Geometria Analítica e conteúdos de trigonometria que

devem compor o aporte teórico do tema, para que os futuros professores o abordem com desenvoltura. O foco também estava nas diferenças e semelhanças entre as conceitualizações embasadas na definição e na visualização, sem descuidar da coesão, da coerência e da completude matemáticas.

Figura 7 – Problema 3 a) da Parte III da tarefa



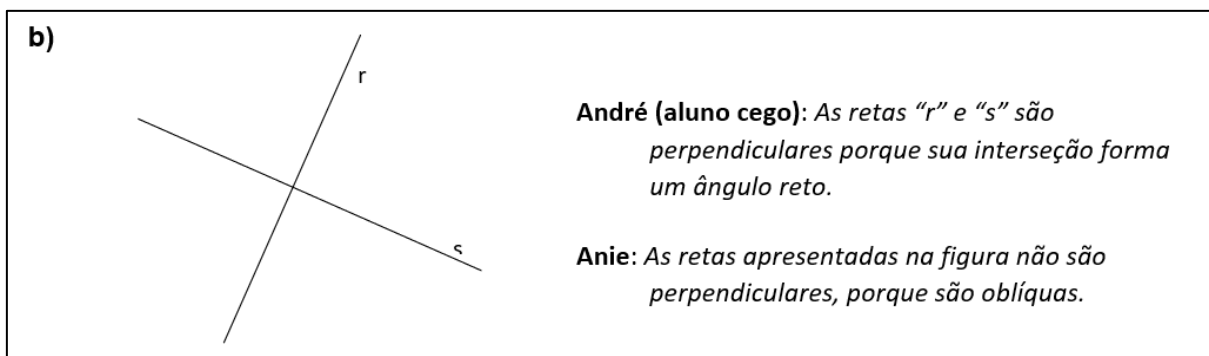
Fonte: Acervo da pesquisa

A resolução proposta por Carla pauta-se na definição, trazendo elementos da Geometria Analítica, como o coeficiente angular; entretanto, também revela problemas de coesão, pois, se duas retas têm a mesma inclinação, forçosamente terão o mesmo coeficiente angular. Já Alessandra pautou sua resolução na visualização: a afirmação “todo seu comprimento”, tem por base elementos da Geometria Euclidiana (KoT: *propriedades*), porém a afirmação de que uma das razões para serem paralelas é que as retas “não têm nenhum ponto em comum” exclui a hipótese de retas coincidentes serem paralelas. Logo, há aí problemas de coerência matemática.

Similarmente, o subitem “b” (Figura 8) teve o propósito de fomentar discussões, para desenvolver o conhecimento dos futuros professores sobre as propriedades do perpendicularismo e trazer à tona algumas conexões com temas transversais, como o coeficiente angular, permitindo-lhes comparar tais propriedades e conexões com as do paralelismo discutidas no subitem anterior, ao atribuir significado às resoluções de alunos.

A resolução de André apresenta coesão e completude matemáticas; entretanto, a representação das retas não traz o ângulo que forma a sua interseção. Logo, sem o uso de um goniômetro (transferidor), não se pode afirmar com precisão se o ângulo formado é de 90° , o que constitui um problema de coerência matemática. E a resolução apresentada por Anie também traz o mesmo problema de coerência; entretanto, oportuniza uma discussão sobre os tipos de retas concorrentes, das quais as perpendiculares fazem parte.

Figura 8 – Problema 3 b) da Parte III da tarefa



Fonte: Acervo da pesquisa

A dinamização da tarefa

Por se tratar de um contexto formativo, antes da dinamização da tarefa foi pedida aos futuros professores autorização verbal e escrita, por meio do Termo de Consentimento Livre Esclarecido – TCLE (Anexo II), para registro em vídeo e posterior uso de todo o material produzido na dinamização (produção escrita e gravações), nesta pesquisa de mestrado.

Para potencializar a dinâmica de implementação da tarefa, os 28 futuros professores presentes foram agrupados em quartetos. Procuramos manter a maior distância possível entre os grupos, para que as discussões de cada um pudessem fluir sem a interferência de outros. Deveriam discutir com vistas a propor soluções às tarefas apresentadas. Os seis grupos que autorizaram¹⁵ o registro, tiveram suas discussões fomentadoras das produções escritas gravadas em equipamento de vídeo exclusivo, com o intuito de melhor capturar as discussões que sustentariam as resoluções apresentadas.

O processo empregado na dinamização da tarefa consistiu na entrega de cada parte da tarefa por vez, passando à seguinte apenas quando todos os grupos tivessem concluído a anterior e finalizado as discussões com a proposição de uma solução escrita. Esse procedimento teve o intuito de evitar que as atividades seguintes influenciassem as soluções apresentadas aos problemas anteriores, devido ao seu caráter complementar. Toda a produção escrita foi recolhida ao final do processo e escaneada para proceder à análise.

A Parte II da tarefa, devido a sua especificidade, teve como diferencial a distribuição e o uso de máscaras confeccionadas para auxiliar na simulação de cegueira de três membros por vez, de cada um dos sete grupos. Nessa parte da tarefa, a pesquisadora

¹⁵ Apenas um grupo não autorizou a gravação das discussões ou o uso das resoluções propostas.

deu instrução específica para que, em cada item, fosse designado um relator – o único a ficar sem máscara – que seria o responsável por entregar os cartões aos demais membros do grupo e registrar as conclusões sobre o item em apreço. Entretanto, ele não poderia dar pistas ou responder às perguntas, e toda a discussão deveria ser feita apenas pelos que estavam temporariamente privados da visão.

Por conta disso, cada membro do grupo recebia um cartão contendo o item da vez e deveria discutir, com os demais componentes do grupo que simulavam a cegueira, suas conclusões sobre a exploração tátil. O item seguinte apenas era entregue quando todos os grupos dessem por concluída aquela etapa, que culminava com o registro escrito pelo relator da vez, embasado nas discussões dos que simulavam a cegueira. Concluído o item, os membros que simulavam a cegueira retiravam a máscara e viam a figura que tentaram identificar para, na sequência, recolocar a máscara e partir para o item seguinte.

O Processo de Análise

A análise das tarefas implementadas foi realizada com base nas produções escritas, usando as gravações em vídeo das discussões fomentadoras como suporte para melhor entender a resolução dos problemas propostos (CARRILLO, 1998).

Desse modo, o primeiro passo para a análise das informações colhidas na dinamização foi a transcrição das discussões fomentadoras. Para esse fim, tomamos a sequência de discussão de cada grupo por questão e atribuímos uma numeração sequencial entre colchetes a cada linha representativa de uma sequência de raciocínio empregada na discussão da questão. E ainda cuidamos para que os gestos necessários à compreensão das discussões fossem descritos entre parênteses, logo após a respectiva fala. Além disso, atribuímos nomes fictícios a cada participante das discussões.

Com vistas a facilitar o acesso às informações colhidas, as transcrições foram lançadas em um quadro, ao lado da legenda da produção escrita de cada grupo, e na sequência buscamos identificar o conhecimento revelado pelos futuros professores nas produções escritas, relacionando-as com as dimensões do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* (MTSK), com especial atenção para os subdomínios *Knowledge of Topics* (KoT) e *Knowledge of the Structure of Mathematics* (KSM) do *Mathematical Knowledge* (MK) e do *Knowledge of Features of Learning Mathematics* (KFLM), subdomínio do *Pedagogical Content Knowledge* (PCK), fazendo uso das transcrições das discussões fomentadoras gravadas, sempre que necessário.

As discussões que subsidiaram as análises dos três artigos que constituem este trabalho foram feitas considerando o conjunto de evidências, indícios ou oportunidades presentes nas produções escritas dos futuros professores ou em suas discussões fomentadoras. É esse conjunto que fundamenta os indicadores do conhecimento por eles revelado.

Apresentamos esses indicadores de forma sintética, ao final da sessão “Análise e discussão” de cada artigo, em um quadro onde cada conhecimento identificado foi associado a um acrônimo. Esse acrônimo compõe-se pela sigla do subdomínio em questão, acrescido da(s) letra(s) representativa(s) da categoria e da subcategoria associada (quando houver), seguidas de um número sequencial. Como resultado, temos o Quadro 1, que lista os acrônimos decorrentes.

Quadro 1 – Descrição dos acrônimos

Subdomínio	Categoria	Número Sequencial	Acrônimo
KoT	Definições	n [*]	KoTDn
	Propriedades		KoTPpn
	Aplicações		KoTAn
	Fundamentos		KoTFn
	Registros de representação		KoTRRn
	Procedimentos – Como se faz		KoTPcCFn
KSM	Conexões baseadas no aumento de complexificação		KSMACn
KFLM	Pontos fortes e fracos na aprendizagem matemática		KFLMPFFn
	Formas de interação com conteúdo		KFLMFIn

*Sequência numérica associada ao acrônimo

As análises são apresentadas no escopo de cada um dos três artigos que consubstanciam este trabalho no capítulo que segue.

CAPÍTULO III – ANÁLISE E DISCUSSÃO

Como assumimos o formato *multipaper* para apresentação deste trabalho, a análise e a discussão se darão no decurso de cada um dos três *papers* que o consubstanciam, havendo, no capítulo quatro, a conclusão em forma de metassíntese. Necessário se faz lembrar que a questão de pesquisa que norteia este trabalho é: *Que Conhecimento Especializado revelam futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais, ao discutir e resolver tarefas sobre paralelismo, embasadas na visualização?*

Para respondê-la, fizemos a análise das informações colhidas na dinamização da tarefa formativa já apresentada, buscando subsídios às suas respostas, por discutir três subquestões que individualmente serviram de base para os três *papers*. Ressaltamos que sua ordem de apresentação seguiu a ordem das partes da tarefa focada por cada um.

O primeiro *paper* recebeu o título: “Conhecimento Especializado de futuros professores que ensinam Matemática no âmbito do paralelismo embasado na visualização” e tem por base as produções apresentadas à Parte I da tarefa, com especial atenção ao problema 3 a). A análise dessas produções dos futuros professores focou-se no subdomínio KoT. Como resultado, emergiram indicadores do conhecimento dos futuros professores nas categorias *definições, propriedades, aplicações, procedimentos e registros de representação*, que respaldaram a resposta à subquestão: *Que Conhecimento Especializado revelam futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais quanto ao tópico paralelismo ao usarem a visualização?*

No segundo *paper*, cujo título é “Conhecimento Especializado de futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais quanto às dificuldades de aprendizagem de alunos cegos e videntes sobre paralelismo”, através da análise das produções apresentadas à Parte II da tarefa, buscamos responder à subquestão: *Que Conhecimento Especializado revelam futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais sobre o tópico “paralelismo” e sobre as dificuldades de aprendizagem dos alunos em tarefas que envolvem abordagens para alunos cegos e videntes?*. A análise e a discussão centraram-se nos indícios do conhecimento dos futuros professores quanto às dificuldades de aprendizagem dos alunos no tópico em discussão, mas sem deixar de lado, obviamente, o seu conhecimento dos tópicos envolvidos.

Como resultado, tem-se um conjunto de indicadores presentes nos dois domínios (MK e PCK). Do MK, obtiveram-se indicadores focados no KoT alusivos às categorias *propriedades, aplicações e registros de representação*. E do PCK, indicadores referentes a

duas das categorias do KFLM: *pontos fortes e fracos na aprendizagem matemática e formas de interação com o conteúdo matemático*.

Por sua vez, no terceiro e último artigo da trilogia, que teve por título: “Conhecimento Especializado de futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais no âmbito do paralelismo entre retas”, respondemos à subquestão: *Que Conhecimento Especializado revelam futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais, considerando definições e inter-relações com temas matemáticos, ao responderem tarefas desenhadas para atribuir significado às respostas de alunos sobre paralelismo?* A análise fez emergir um conjunto de indicadores do conhecimento dos futuros professores, referidos em dois dos três subdomínios do MK, a saber: o KoT, considerando as categorias *definições, fundamentos, propriedades, procedimentos e registros de representação*; e o KSM, na categoria conexões baseadas no aumento da complexificação.

Desse modo, no que segue, apresentaremos os três artigos na íntegra, considerando, inclusive, a formatação determinada pelas respectivas revistas às quais se submeteram.

Artigo 1:

**Conhecimento Especializado de Futuros Professores que Ensinam Matemática
no âmbito do paralelismo embasado na visualização**

Conhecimento Especializado de Futuros Professores que Ensinam Matemática no âmbito do paralelismo embasado na visualização¹⁶

Silvania Couto¹⁷

 ORCID iD 0000-0003-3206-794X

Miguel Ribeiro¹⁸

 ORCID iD 0000-0003-3505-4431

RESUMO

Este artigo é um recorte de uma pesquisa que visa aceder – e entendê-lo – ao conhecimento especializado revelado por futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais, mobilizado ao discutirem e proporem soluções a problemas sobre paralelismo, desenhadas com base na visualização. Este conhecimento especializado é entendido na perspectiva do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge*, abrangendo a especialização no âmbito tanto do conhecimento matemático quanto do pedagógico. O contexto de pesquisa foi a dinamização de uma tarefa formativa em uma turma do 3.º ano do curso de Pedagogia de uma universidade pública de São Paulo, e participaram 28 futuros professores, dispostos em 7 grupos. Elegeram-se como objeto de estudo o paralelismo, por sua importância na matemática: foi a mola propulsora para o surgimento da Geometria não Euclidiana e a visualização devido ao entendimento dessa habilidade como um recurso potente para promover a aprendizagem. Os resultados apontam para uma compreensão do uso da desconstrução dimensional nas aplicações do tema paralelismo, bem como a necessidade de se intensificar a discussão sobre o que é uma linguagem matemática.

PALAVRAS-CHAVE:

Conhecimento Especializado do Professor; Paralelismo; Visualização.

¹⁶ Este artigo foi submetido a Revista Brasileira de Educação (ISSN 1809-449X). A formatação e as normas técnicas aqui apresentadas seguem as indicações da revista a que o artigo foi submetido.

¹⁷ Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil / Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, SE, Brasil.

¹⁸ Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.

PROSPECTIVE MATHEMATIC TEACHERS SPECIALIZED KNOWLEDGE IN THE SCOPE OF VISUALIZATION-BASED PARALLELISM

ABSTRACT

This article is a cross-section of a master's research that submit Specialized Knowledge mobilized by future preschool education teachers and early basic education teachers, mobilized when discussing and proposing solutions to problems related to parallelism designed role that visualization. This specialized knowledge is understood from the perspective of the Mathematics Teachers' Specialized Knowledge encompassing specialization in both mathematical and pedagogical knowledge. The research context was the dynamization of a formative task in a class of the 3rd year of the Pedagogy course of a public university of São Paulo in which 28 future teachers arranged in 7 groups participated. It was chosen as an object of study the parallelism for its importance in mathematics, having been the propulsive spring for the emergence of non-Euclidean geometry and visualization by understanding this ability as a powerful resource for promoting learning. The results point to an understanding of the use of dimensional deconstruction in the applications of the parallelism theme, as well as the need to intensify the discussion about what is a mathematical language.

KEYWORDS:

Knowledge Specialized Teacher; Visualization; Parallelism.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE FUTUROS MAESTROS QUE ENSEÑAN MATEMÁTICAS EN ÁMBITO DE LO PARALELISMO EMBAZADOS EN LA VISUALIZACIÓN

RESUMEN

Este artículo es un extracto de una investigación que tiene como objetivo acceder y comprender el Conocimiento Especializado revelado por futuros maestros de Educación de la primera infancia y primeros años, movilizado al discutir y proponer soluciones a problemas sobre paralelismo diseñados embasado en la visualización. Este conocimiento Especializado se entiende desde la perspectiva del *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* que abarca la especialización tanto en conocimiento matemático como pedagógico. El contexto de la investigación fue la dinamización de una tarea formativa en una clase del tercer año del curso de Pedagogía de una universidad pública de São Paulo en la que participaron 28 futuros maestros apartados en 7 grupos. El paralelismo fue elegido como objeto de estudio por su importancia en las matemáticas, habiendo sido la fuerza impulsora para el surgimiento de la geometría no euclidiana y la visualización por comprender esta habilidad como un recurso potente para la promoción del aprendizaje. Los resultados apuntan a una comprensión del uso de la deconstrucción dimensional en aplicaciones de paralelismo, así como a la necesidad de intensificar la discusión sobre qué es un lenguaje matemática.

PALABRAS CLAVE:

Conocimiento Especializado del profesor; Paralelismo; Visualización.

INTRODUÇÃO

Segundo Davis (1993), heranças históricas que remontam ao século XVII colocaram em desuso a visualização na Matemática, comprometendo a exploração eficaz de figuras em Geometria e, conseqüentemente, desperdiçando a exploração de uma habilidade potencialmente rica para a apreensão de conceitos matemáticos e geométricos. Apesar disso, ao final do século XX, houve, no contexto internacional, uma retomada da visualização no ensino de Matemática, relacionando a forma de considerar a visualização com as bases teóricas das pesquisas que as lastreavam (Davis, 1993; Gutierrez, 1996).

Desse modo, a visualização foi encarada como uma eficaz ferramenta em pesquisas pautadas na tecnologia (Davis, 1993; Zimmermann; Cunningham, 1991), como uma habilidade cognitiva, em pesquisas embasadas no campo da psicologia (Duval, 2005; Gutierrez, 1996) e como uma ação transformadora que pode utilizar-se, ou não, de meios físicos externos (Arcavi, 2003; Cantoral; Montiel, 2003). Mas o ponto comum a todos é destacar a sua importância no ensino da Matemática. Com efeito, entende-se a habilidade da visualização como um recurso em potencial para o professor cumprir sua função de “propiciar melhores condições de aprendizado aos alunos, trazendo em suas relações estímulos para a recuperação de dificuldade” (Markic, 2017, p. 44).

Apesar disso, os documentos oficiais norteadores da educação brasileira no ensino fundamental: os *Parâmetros Curriculares Nacionais* – PCN (Brasil, 1997) e a *Base Nacional Comum Curricular* - BNCC (Brasil, 2018) não lhe dão o devido enfoque. Os PCN, por sua redação e contexto, atrelam a visualização ao fisiológico, fugindo ao que as pesquisas em Educação Matemática compreendem. Já a BNCC sequer menciona de modo direto, na Educação Infantil e no Ensino Fundamental, o termo “visualização” no elenco das competências e/ou habilidades matemáticas.

Por outro lado, o paralelismo é comumente associado a uma das possíveis posições relativas entre retas. Entretanto, esse tema da Geometria não se restringe apenas a isso. Um respaldo a essa ideia é encontrado nos documentos oficiais brasileiros, como os PCN (Brasil, 1997, p. 60), que associam a introdução ao paralelismo à “exploração de características de algumas figuras planas, tais como: rigidez triangular, paralelismo e perpendicularismo de lados, etc.”, enquanto a BNCC (Brasil, 2018, p.291) relaciona a introdução ao paralelismo com as habilidades.

(EF04MA16) Descrever deslocamentos e localização de pessoas e de objetos no espaço, por meio de malhas quadriculadas e representações como desenhos, mapas, planta baixa e croquis, empregando termos como direita e esquerda, mudanças de direção e sentido, intersecção, transversais, paralelas e perpendiculares.

Nota-se que os dois documentos oficiais norteadores do ensino no Brasil preconizam uma introdução intuitiva ao tema paralelismo inserida noutros conteúdos e oportunizam o desenvolvimento de habilidades associadas à localização e ao estudo do espaço e das formas. Tal enfoque coaduna com a perspectiva de aprendizagem defendida por Piaget, que alterou todo o ensino introdutório à Geometria (Valente, 2013), resultando em uma defasagem do ensino que fomentou o dilema: *como ensinar sobre o que não aprendeu, mas como aprender, se não houver quem ensine?*, presente no ciclo vicioso que ainda impera no ensino da Geometria (Barboza; Cortela, 2018; Ferreira; Sado, 2017; Hartwig *et al.*, 2016).

Tal ciclo parece ser ainda mais crônico para os professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais, de quem é demandado um conhecimento polivalente, mesmo tendo lhes sido fornecida, durante seu processo formativo, “uma frágil base disciplinar” (Cruz; Batista Neto,

2012, p. 387). Em geral os currículos dos Cursos de Pedagogia preveem uma única disciplina para abordar o conteúdo de Matemática, em 60 horas-aula; por conseguinte, o conteúdo a ser ministrado nesse tempo exíguo fica a critério do professor ministrante. Um possível reflexo dessa base frágil é o uso do livre arbítrio dado pela política da educação brasileira, que permite a “cada escola definir os conteúdos que julga importantes para a formação de seus alunos, o que faz com que a geometria seja freqüentemente esquecida.” (Almouloud et al., 2004).

Discorrendo sobre a importância de discutir a abrangência do conhecimento do professor desde o processo de formação inicial, Oliveira e Fiorentini (2018, p. 4) afirmam que

não podemos desconsiderar o peso que a formação de professores pode e deve ter para a transformação da prática escolar. Os futuros professores precisam compreender essas práticas e seus conteúdos específicos de modo que possam organizar com autonomia e responsabilidade política e social experiências de ensino e de aprendizagem matemática que sejam relevantes à formação dos estudantes.

Isso corrobora a ideia de que uma discussão com propriedade e aprofundamento necessários para propiciar ao aluno maiores oportunidades de aprendizagem sobre qualquer tema matemático demanda do professor conhecimento o mais abrangente possível sobre o tema a ser discutido, pois existe, entre o conhecimento do professor e a aprendizagem do aluno, uma relação direta: quanto mais abrangente o conhecimento do professor, maiores serão as oportunidades de aprendizagem do aluno.

Essa relação tem sido alvo de pesquisas desde a década de 80 do século passado, com Shulman (1987, 1986). Outras pesquisas fundamentadas nas bases lançadas, como Ball, Thames e Phelps (2008), entre outros, direcionaram seus estudos para o conhecimento do professor que ensina matemática (PEM). Entretanto, o foco nas particularidades desse conhecimento matemático pautando-se em temas matemáticos começou a ganhar notoriedade a partir do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* – MTSK¹⁹ (Carrillo et al., 2018).

Por conseguinte, assume-se neste artigo o conhecimento do professor como especializado, segundo a perspectiva do MTSK, que se refere ao conhecimento do professor como um recurso indispensável para sua prática, constituído por uma indissociável mistura entre o seu conhecimento matemático e o seu conhecimento pedagógico, associado ainda às suas crenças e concepções. Esse conhecimento ímpar destaca-se de outras áreas que fazem uso instrumental da matemática, por sua função precípua ser a aprendizagem do aluno.

Assim, neste artigo discute-se a importância da visualização, no conhecimento do professor, ao abordar o paralelismo a partir da análise das produções escritas coletadas em uma turma do 3.º ano do curso de Pedagogia de uma universidade pública do estado de São Paulo. As videogravações das discussões fomentadoras das resoluções foram usadas como apoio para melhor entender as soluções apresentadas. Com esse intuito, buscou-se a resposta à questão de pesquisa: *Qual o Conhecimento Especializado de futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais quanto ao tópico “paralelismo”, usando a visualização?*

CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DO PROFESSOR

¹⁹ Optou-se por manter a nomenclatura em inglês pois esta é uma conceitualização do conhecimento do professor reconhecida a nível internacional e a tradução desvirtuaria não apenas o sentido, mas, essencialmente, o conteúdo de cada um dos subdomínios que compõem o modelo que a representa.

A formação do Professor que Ensina Matemática (PEM) é cumulativa, e seu início efetivo se dá em sua vivência escolar enquanto aluno, pois, nesse contexto, o futuro professor tem lançadas as bases para o seu conhecimento matemático, modelando suas futuras práticas pelos exemplos de seus professores (Julio; Silva, 2018).

O conhecimento do professor que ensina matemática (PEM), embora tenha o saber matemático como ponto de interseção com outras profissões que se utilizam dessa ciência, reveste-se de idiossincrasias únicas à sua prática: enquanto as demais áreas usam seu conhecimento matemático de modo instrumental, o professor o usa como recurso indispensável para desempenhar sua função precípua de promover a aprendizagem matemática dos alunos. Para cumprir esse propósito, o PEM utiliza-se de uma mistura indissociável do seu conhecimento matemático e do seu conhecimento de práticas pedagógicas.

Por conseguinte, assume-se esse conhecimento do professor como especializado segundo a conceitualização do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* – MTSK (Carrillo *et al.*, 2018). Esse referencial teórico conceitualiza o Conhecimento Especializado do professor como um recurso para sua prática, constituído por conhecimentos sobre conteúdos matemáticos em um grau de aprofundamento maior do que será discutido com os alunos (*Mathematical Knowledge* – MK), bem como sobre os aspectos do ensino que propiciam a aprendizagem (*Pedagogical Content Knowledge* – PCK). Dessa forma, o MK e o PCK são domínios não hierarquizados, constituintes do MTSK, perpassados pelas crenças e concepções do professor, formando um conjunto balizador da prática do PEM.

Cada domínio do conhecimento do MTSK subdivide-se em três subdomínios. Desse modo, temos no MK: *Knowledge of Topics* (KoT), *Knowledge of the Structure of Mathematics* (KSM) e *Knowledge of the Practice of Mathematics* (KPM). Por sua vez, o PCK subdivide-se em: *Knowledge of Features of Learning Mathematics* (KFLM), *Knowledge of Mathematics Teaching* (KMT) e *Knowledge of Mathematics Learning Standards* (KMLS). No centro do modelo, por sua vinculação não hierarquizada a ambos os domínios, há as crenças e concepções do professor, concernentes à Matemática e a seu ensino e aprendizagem (Figura 1). Ressalta-se que cada subdomínio é composto de elementos balizadores denominados categorias.

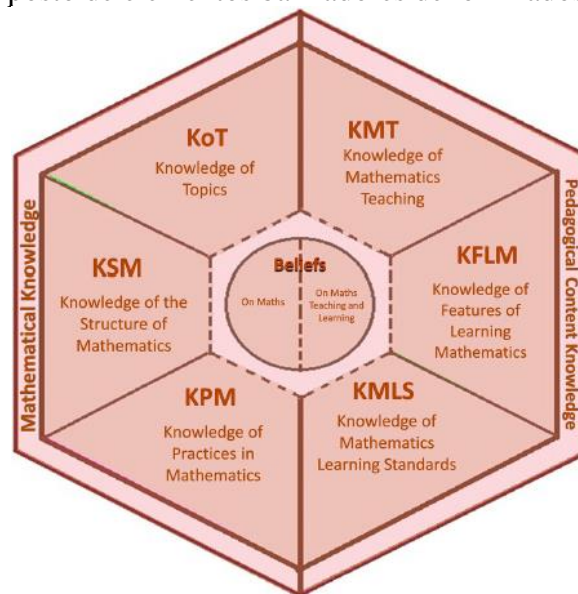


Figura 1 – *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge*

Fonte: Carrillo *et al.* (2018, p. 241)

Salienta-se que, embora cientes de que a especialização do conhecimento do professor torna-se mais consistente à medida que tende a abranger a totalidade dos subdomínios do

modelo, pelo foco que se considera aqui (cf. epígrafe seguinte), a análise restringe-se ao subdomínio KoT, pois entende-se que, por tratar-se de uma pesquisa em Educação Matemática, é imperativo referir-se ao conhecimento matemático imbricado e, por seu intermédio, melhor entender o papel da visualização no ensino da matemática.

O *Knowledge of Topics* (KoT) diz respeito ao conhecimento do professor sobre o tema matemático concernente ao que conhece – e com que profundidade –: conceitos, propriedades, procedimentos, formas de registros de representação e aplicações. Logo, demanda dominar o tema de forma mais aprofundada e com um grau de formalidade maior do que virá a ser discutido com o aluno. Consubstanciando esse subdomínio, temos as categorias: *definições*, *propriedades*, *fenomenologia e aplicações* e *registros de representação*.

Desse modo, nesse subdomínio, faz parte do conhecimento do PEM na categoria *definições* saber que, no contexto geométrico, o paralelismo é uma das possíveis posições relativas das retas e que seu estudo abrange as posições relativas entre retas, entre retas e planos e entre planos. E também saber que retas paralelas são equidistantes e têm um plano em comum; e que outra possível definição para retas paralelas é não se cruzarem e terem um plano que as contenha. E, em se tratando de um plano e uma reta, essa não pode pertencer ao plano, mas deve ser paralela a uma reta nele contida.

Uma outra das categorias do KoT é *aplicações*, que se ocupa tanto do contexto matemático quanto de seu exterior. Na matemática o conhecimento do PEM, nessa categoria, refere-se a saber que se pode observar o paralelismo ligado às propriedades de algumas figuras planas, em que os lados são paralelos dois a dois (como paralelogramos); e a conhecer as propriedades de figuras sólidas, em que as superfícies das suas faces são paralelas duas a duas (os prismas retangulares são um exemplo). Já fora do contexto matemático faz parte do conhecimento do PEM, no âmbito dessa categoria, saber que a análise do paralelismo se dá pela eleição de uma superfície que manterá a mesma distância de uma outra. Desse modo, pode-se dizer que o teto e o piso de uma casa são paralelos, pois se podem considerar as paredes como planos que possuem, nas extremidades, bordas (encaradas como segmentos de retas) e, se não houver inclinação ou deformações no teto ou no piso, eles se mantêm equidistantes.

Quanto à categoria *registros de representação*, o KoT, com respeito ao paralelismo, remete ao conhecimento do professor com respeito às distintas formas de representação semiótica, dentre as quais se destacam aqui: a iconográfica, a formal ou simbólica ou a matemática e textual ou língua natural (Duval, 2003). Desse modo, na representação iconográfica compõe o conhecimento do PEM saber que, como o nome já o explicita, é a representação por desenhos; logo, pode-se ter como exemplo o desenho de uma rodovia, aludindo a suas bordas como paralelas ou, ainda, como duas retas equidistantes.

Ainda no âmbito dessa categoria, concernente ao uso da linguagem formal, também conhecida como simbólica ou matemática, constitui-se como conhecimento do professor saber que sua principal diretriz é linguagem científica, cujo fundamento é o uso de símbolos aos quais se atribuem valores semânticos (Duval, 1999). Portanto, o conhecimento do professor nessa categoria, no tocante ao paralelismo entre retas, engloba saber que, nessa perspectiva, uma possível definição para retas paralelas, sendo s e t retas encaradas como conjunto de infinitos e sucessivos pontos perfilados, é: $\exists s, t \mid s \cap t = \emptyset$ ou $s \cap t = s \cup t$; ou ainda que uma possível forma de definir o paralelismo usando a linguagem matemática seria: sendo s e r retas, $\exists (A, B) \in s$ e $(C, D) \in r \mid d_{A,C} = d_{B,D}$; ou também saber que podemos falar em retas paralelas como sendo $s \parallel t$.

Já na linguagem textual, ou língua natural, o conhecimento do professor implica saber que a conceitualização do paralelismo pode ser expressa na forma apresentada em parágrafo anterior, que versa sobre a categoria “definições”, ou seja, como o próprio nome já o sugere, em uma linguagem acessível mesmo a quem não conheça a linguagem científica.

Por sua vez, quanto à categoria *procedimentos*, subcategoria *como se faz*, compõe o conhecimento especializado do professor saber que a habilidade da visualização se torna um recurso potencial para o ensino do paralelismo, pois auxilia a compreender que a equidistância entre retas não se restringe apenas ao exposto no desenho, mas se estende de infinito a infinito. Ainda no âmbito dessa categoria, o conhecimento do PEM inclui saber que essa habilidade se torna um recurso no ensino de relações intraconceituais ao paralelismo, como o é a não concorrência entre retas. Também está no escopo dessa categoria saber que a habilidade da visualização envolve atividades físicas, como medir (Gutierrez, 1996), e que esta pode ser usada no ensino para fomentar a aprendizagem.

Salienta-se que o Conhecimento Especializado do professor que ensina Matemática é revelado por meio de indicadores desse conhecimento, revelados nas produções escritas ou orais sob a forma de evidências, indícios e oportunidades (Escudero-Ávila *et al.*, 2016). Temos evidências, como o próprio termo já o denuncia, quando podemos constatar sua presença na produção de modo direto e incontestável. Os indícios demandam inferência desse indicador com base em pistas (palavras, questionamentos ou atos do professor) que dão a entender que ele está no bojo do seu conhecimento sobre o tema, porém, para tornar-se evidência, faz-se necessário uma intervenção (a exemplo de perguntas direcionadas). Já as oportunidades são os momentos em que o professor envereda, sem aprofundar-se, por outros conteúdos matemáticos que entende como correlatos.

VISUALIZAÇÃO

Para Duval (2005), a habilidade da visualização é o exame de uma ideia preconcebida, por meio da exploração de suas características e propriedades e, por isso, apenas quando o indivíduo transita de modo seguro por, no mínimo, dois dos diversos modos de representação consegue formular sua conceitualização sobre o tema. O conhecimento do professor quanto à habilidade da visualização se pauta “em um conjunto de imagens, e mais globalmente, as conceitualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhe é associado” (Duval, 2012b, p. 269).

Disso podemos inferir a contribuição, para o ensino, da visualização em conteúdos matemáticos e geométricos, a exemplo do paralelismo, mais particularmente do paralelismo entre retas. Nesse sentido, faz parte do conhecimento do professor saber que o tema “paralelismo” transita por conceitos complexos e abstratos, como o é o infinito (Montes; Carrillo, 2017), pois, conceitualmente, uma reta não se restringe ao que segue representado em um desenho, mas estende-se de infinito a infinito; portanto, quando se estudam suas posições relativas, faz-se necessário considerar ainda aquela parte que foge ao alcance dos olhos, evocando, assim, a visualização, visto que essa não se pauta apenas nas questões fisiológicas (KoT: *procedimentos – como se faz*), pois essa habilidade transcende o simples reconhecimento visual do ente geométrico: assume um caráter de maior aprofundamento, explora propriedades e características; logo, lança a base para a construção da conceitualização do tema (Duval, 2012a).

Duval (1995) ainda assevera que, no encalço da construção da conceitualização, a visualização propicia a construção, a desconstrução e a extrapolação configuracional. Defende que existem dois tipos de desconstrução de formas: “desconstrução instrumental para construir uma figura, decomposição de construção heurística ou dimensional. A desconstrução dimensional é o processo central de visualização geométrica” (Duval, 1995, p. 8). A desconstrução instrumental, segundo esse autor, é a decomposição da figura em partes que poderão, ou não, ter formas geométricas conhecidas. Já a desconstrução dimensional é a decomposição de figuras

planas ou sólidas em um conjunto de outras que as compõem e geralmente pertencem a uma dimensão menor (bi ou unidimensionais), permitindo a exploração das suas propriedades.

Gutiérrez (1996) afirma que a visualização se constitui de quatro elementos basilares: imagens mentais, representações externas, processos de visualização e habilidades de visualização. Para ele, a imagem mental seria a transformação cognitiva de um conceito abstrato em elementos visuais. A representação externa seria a materialização da imagem mental por meio de sua representação gráfica. O processo de visualização seria a ação de transformar informações em imagens e vice-versa. A habilidade de visualização é a seleção da imagem mental que melhor se adéqua à resolução de um problema.

Entretanto, também o conceito de imagem mental não encontra consenso. Para Tall e Vinner (1981), a imagem mental está intimamente associada ao que denominam de imagem conceito, que é uma consequência das interações do indivíduo com o mundo que o rodeia, podendo ou não ser conflitante com conceitos e propriedades previamente apreendidos. Desse modo, para estes autores, a imagem mental pode não ser um bom referencial na construção de novos conceitos, uma vez que, para eles,

o que colore o significado do conceito é muito maior do que a evocação de um único símbolo. É mais do que qualquer imagem mental, seja pictórica, simbólica ou de outra forma. Durante os processos mentais de recordar e manipular um conceito, muitos processos associados são implementados, conscientemente e afetando inconscientemente o significado e uso. (Tall; Vinner, 1981, p. 151-152, tradução nossa)

Para esses autores, a imagem mental é uma experiência pessoal, que pode não ser globalmente coerente e depende do acervo cognitivo do indivíduo. Disso vem um verdadeiro conflito com a precisão conceitual evocada pela Matemática (Tall; Vinner, 1981). Esse conflito nos remete à importância do conhecimento do professor quanto ao tema, no âmbito dos procedimentos, da forma como se faz (Carrillo *et al.*, 2018), o que, no conteúdo retas paralelas, consiste, por exemplo, em saber que, para calcular a equidistância entre retas, faz-se necessário eleger dois pontos distintos em cada uma delas, de modo que, ao se traçar um segmento de reta, unindo os pontos eleitos de uma reta com os da outra, as extremidades de cada segmento formem um ângulo reto com as retas que o delimitam.

Portanto, esse conhecimento facilitado pela visualização envolve saber que o fato de o segmento de reta formar 90° com as retas que intercepta em ambas as extremidades assegura a manutenção da equidistância, pois quaisquer outros segmentos de retas, traçados da forma descrita, terão o mesmo tamanho que o traçado inicialmente.

Isso se torna possível com o uso da visualização, porque visualizar em Matemática, mais particularmente em Geometria, a despeito de se tomar como base a tecnologia, a psicologia ou a ação transformadora, transcende a capacidade física de captar com os olhos, embora possa tê-la como base. Está associado a ser capaz de construir e reconstruir com a mente ou fazendo uso de instrumentos, tornando visível, no âmbito cognitivo, a imagem pautada em conhecimentos prévios e na exploração de propriedades e características, fundamentais para a aprendizagem e a formulação da conceitualização (Duval, 2012, 2013).

CONTEXTO E MÉTODO

Este artigo integra uma pesquisa de mestrado de caráter qualitativo, pautada em um estudo de caso instrumental (Stake, 1995) que tem por objetivo ampliar o entendimento sobre

o Conhecimento Especializado de futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais (licenciandos em Pedagogia) sobre paralelismo, ao fazerem uso da visualização.

Apresenta-se aqui um recorte da análise das informações colhidas na dinamização de uma sequência de tarefas, em uma turma do 3.º ano de licenciandos em Pedagogia de uma universidade pública do estado de São Paulo. O trabalho, em que a primeira autora figurou como pesquisadora/observadora e o segundo autor como formador, teve duração de quatro horas, no decurso da única disciplina de todo o curso que visa fomentar o conhecimento matemático dos futuros professores (60 horas). As tarefas de cunho formativo (Ribeiro, 2016) foram desenhadas, visando aceder – e desenvolvê-lo – ao Conhecimento Especializado de futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais sobre o tema “paralelismo”, ao empregar a habilidade da visualização como recurso para resolver problemas propostos. Compunham-se por três partes que se complementavam.

Aqui focamos a nossa atenção no conhecimento especializado dos futuros professores no âmbito do KoT, quanto às formas de registros de representação e o seu papel na construção da conceitualização do tema “paralelismo”, incluindo, obviamente, o seu conhecimento sobre as definições, as propriedades e os procedimentos associados a esse tópico. Nesse sentido, a análise e a discussão centram-se aqui, em particular, em uma das questões da Parte I da tarefa.

A Parte I da tarefa compunha-se de três problemas, com subitens, que visam aceder e aprimorar o conhecimento dos futuros professores sobre paralelismo, por meio do uso da habilidade da visualização, abordando aspectos introdutórios ao tema com uma profundidade maior do que virá a ser discutido com os seus alunos no nível de ensino em que atuarão. Assim, no primeiro problema proposto (Figura 2), o futuro professor é convidado a refletir sobre paralelismo presente no cotidiano, por meio da pergunta: “Imagine que fora do contexto escolar alguém lhe faz as perguntas abaixo. Como lhe responderia? Sempre que considere impossível, justifique por quê”. A ideia por trás desse problema é evitar resoluções pautadas em suposições dos futuros professores de como responderiam os alunos ou, ainda, como fariam para ensinar seus alunos com os recursos que poderiam ter disponíveis em sala. Foram, portanto, induzidos a refletir sobre o que sabiam a respeito do tema, ao responder os subitens elencados na sequência.

1. Imagine que fora do contexto escolar alguém lhe faz as perguntas abaixo. Como lhe responderia?
 - a) Quando é que duas “coisas” são paralelas (o que são “coisas” paralelas)?
 - b) Posso ter três ou mais “coisas” paralelas?
 - c) O que é paralelismo?
 - d) O que é perpendicularismo?

Figura 2 – Problema 1 da Parte I da tarefa

Fonte: Acervo da pesquisa

Por conseguinte, o subitem “a”, apresenta o problema: “Quando é que duas ‘coisas’ são paralelas (o que são ‘coisas’ paralelas)?”, com vistas a fazê-los refletir sobre a abrangência do paralelismo que transcende os elementos constituintes da geometria escolar e as retas. Embora duas retas sejam a primeira invocação da mente, quando se fala de paralelismo, pode-se notá-lo também, por exemplo, nas faces opostas de um cubo ou em duas paredes opostas de uma casa de formato retangular, pois as propriedades para o paralelismo são que as “coisas” não se cruzem e tenham um plano em comum (KoT: *propriedades*).

No subitem “b”, busca-se o entendimento do quanto os futuros professores conhecem do tema e suas relações interconceituais, uma vez que sua resolução evoca a propriedade da transitividade, que, mesmo sendo explorada apenas em níveis de ensino posteriores aos de atuação dos futuros professores, é um conhecimento factível em seu bojo, pois lhes permitirá uma exploração do tema com segurança. Essa propriedade assegura que, se uma “coisa” s é paralela a uma “coisa” t , que por sua vez é também paralela a uma “coisa” h , as “coisas” s e h são paralelas entre si (KSM: *conexões auxiliares*).

Já o subitem “c” vem com o intuito de arrematar a parte introdutória ao paralelismo, mantendo o propósito de entender o que o futuro professor sabe a respeito e ampliar seu conhecimento sobre o tema. Já que o paralelismo é o estudo de posições relativas entre, no mínimo, dois entes, em que é necessária a equidistância entre eles, quando se estudam retas, acrescenta-se a necessidade de terem um plano em comum. Se pensarmos de forma mais abrangente, incluindo os planos e estendendo para elementos tridimensionais, podemos definir como o não cruzamento dessas coisas (KoT: *definições*).

Por sua vez, o subitem “d” foi desenhado para lastrear o item seguinte, pois saber excluir determinado item por ele destoar de propriedades estudadas que caracterizam o estudo realizado, torna tangível a formação de uma conceitualização sobre o tema (Lomônaco *et al.*, 2000). Perpendicularismo, similarmente ao paralelismo, é o estudo de posições relativas – não exclusivamente, mas também – de retas, cuja principal propriedade é o cruzamento formando o ângulo de 90° ; e também pode ser estendido a planos e elementos tridimensionais (KoT: *definições*).

O problema 2 e seus quatro subitens (Figura 3) foi conceitualizado com vistas a explorar e desenvolver o conhecimento desses futuros professores sobre o tema, quanto a fenomenologia e aplicações (Carrillo *et al.*, 2018). Sua proposta partiu da possibilidade de consolidar o tema em apreço por meio da emersão resolutiva de um elenco de respostas pautadas no cotidiano, com características compatíveis com as das propriedades discutidas no problema anterior. Com efeito, poderíamos ter, como exemplo de resolução para o item a), os lados de uma rodovia e o teto e o piso de uma casa; para o item b), o poste em relação aos fios e o piso e a parede de uma casa; no item c), podemos citar os exemplos do item “b”; e no item d), os exemplos do item “a” (KoT: *fenomenologia e aplicações*).

2. Dê dois exemplos distintos de “coisas”:

 - a) paralelas
 - b) perpendiculares
 - c) não paralelas
 - d) não perpendiculares

Figura 3 – Problema 2 da Parte I da tarefa

Fonte: Acervo da pesquisa

Por sua vez, o problema 3 (Figura 4) objetiva fazer a prospecção do conhecimento dos futuros professores quanto às formas de registros de representação, diante do seu importante papel na construção da conceitualização do tema paralelismo (Duval, 2012). Por meio de uma questão que se desdobrava em dois subitens, o problema em tela revisava e consolidava os conhecimentos discutidos nos problemas anteriores, permitindo entender o conhecimento dos

futuros professores sob a luz do KoT no âmbito das categorias *definições*, *propriedades*, *registros de representação* e *procedimentos (como se faz)*.

3. Represente de 3 formas distintas “coisas” (usando a linguagem textual, usando a linguagem matemática e usando a pictografia):

- a) paralelas
- b) perpendiculares

Figura 4 – Problema 3 da Parte I da tarefa

Fonte: Acervo da pesquisa

Com efeito, os dois subitens (“a” e “b”) tratam da linguagem, objetivando fazer a prospecção do conhecimento do professor sobre as distintas formas de registro de representação e seu papel na construção da conceitualização do tema (Duval, 2012), bem como da extensão do seu conhecimento sobre a prática matemática envolvida no uso da simbologia que lhe é inerente.

Ao solicitar a representação de três formas distintas de “coisas” paralelas (Figura 4), tinha-se por objetivo discutir o paralelismo e o conhecimento dos respondentes, de forma a envolver uma conexão extramatemática com o tema e possibilitar uma reflexão associada a entender o paralelismo de forma mais ampla – sem restringi-lo ao contexto escolar de paralelismo entre retas. Considerando três formas distintas de representação (linguagem textual, linguagem matemática e linguagem pictográfica), objetivava-se aceder (e, pela formação, desenvolver) ao conhecimento dos futuros professores, associado também às diferenças e às semelhanças entre essas formas de representação, no caso particular do tópico de paralelismo.

A dinamização da tarefa deu-se pela entrega de cada uma das partes por vez, sendo a seguinte entregue apenas ao término da precedente por todos os grupos, culminando cada parte com a finalização de sua produção escrita. Esse procedimento visava impedir que houvesse influência dos problemas seguintes nas soluções apresentadas aos problemas precedentes, devido ao seu caráter complementar.

Para esse fim, os futuros professores trabalharam em grupos de quatro, e cada um dos seis grupos que autorizaram a filmagem e o uso posterior das produções escritas, tinha um equipamento de captura de som e imagem – exclusivo, identificado com um número de um a seis, que passou também a identificar o grupo a que estava associado, com o objetivo de registrar as discussões fomentadoras das produções escritas. Toda a produção escrita foi, ao final da dinamização, coletada e posteriormente escaneada. Na sequência, as discussões em áudio e vídeo foram transcritas por grupo e tabuladas em associação com a produção escrita que elas fundamentavam, atribuindo-se, para os componentes de cada grupo, nomes fictícios; e cada ideia proposta na gravação foi transcrita em forma de linha identificada por meio de sequência numérica entre colchetes.

Como procedimento de análise, leu-se toda a produção escrita, além das transcrições das discussões fomentadoras, no intento de entender o conhecimento especializado revelado pelos futuros professores à luz do MTSK. Desse modo, usando os vídeos das discussões fomentadoras como auxílio para compreensão das soluções apresentadas e considerando o foco deste artigo, buscaram-se, nessas produções, evidências, indícios e oportunidades de indicadores do conhecimento do professor relacionados ao subdomínio *Knowledge of Topics* (KoT). À medida que emergia um indicador, esse era identificado através de um acrônimo desse subdomínio composto por suas iniciais, seguido da(s) letra(s) representativa(s) das categorias

(e subcategoria quando o caso), acrescida(s) de um número sequencial, conforme expresso no Quadro 1.

Quadro 1 – Identificação de Indicadores

Subdomínio	Categoria	Número Sequencial	Acrônimo
KoT	Definições	n*	KoTDn
	Propriedades		KoTPn
	Registros de Representação		KoTRRn
	Aplicações		KoTAn
	Procedimentos – como se faz		KoTPcCFn

* Sequência numérica associada ao acrônimo

ANÁLISE E DISCUSSÃO

As produções dos seis grupos, apresentadas e discutidas na sequência, tiveram por base o problema 3, item “a” (Figura 3), da Parte I da tarefa já apresentada e revelaram um conhecimento dos futuros professores quanto às diferenças entre os registros de representação em linguagem natural, matemática e pictórica (KoT: *registros de representação*). Também evidenciaram saber que o paralelismo existe fora do contexto escolar (KoT: *aplicações*), que sabem como usar a visualização para conceitualizar paralelismo (KoT: *procedimentos – como se faz?*) e ainda que sabem existir várias formas de se definir paralelismo (KoT: *definições*).

Dessa análise, emergiram similaridades do conhecimento revelado no conteúdo das produções escritas e das transcrições das gravações dos seis grupos. Notou-se que, no cômputo geral, houve o predomínio de dois raciocínios na resolução do problema em apreço: o que considerava exemplos do cotidiano e o que se deteve no conhecimento acadêmico, restringindo-se a retas. Apenas dois grupos não se referiram tão somente a retas e aludiram à possibilidade de “coisas” poderem estar paralelas; além disso, dos seis grupos, apenas um conseguiu apresentar a linguagem matemática de forma adequada, correta e completa.

Desse modo, pela resolução exposta na Figura 5, os futuros professores revelam entender que existem diferenças entre as três formas de registro de representação semiótica trabalhadas (KoTRR1). Também, ao afirmarem que “*Paralelas: são retas ou figuras ou objetos, (...)*”, dão evidência de saber que o paralelismo não se restringe a retas e pode se dar entre figuras e objetos bidimensionais (KoTA1). Adicionalmente, quando asseveram “*(...) que estão lado a lado (ou frente a frente) e nunca se encontram, ou seja, não possuem um ponto de intersecção*”, evidenciam saber que “coisas” paralelas não se encontram/cruzam (KoTP2).

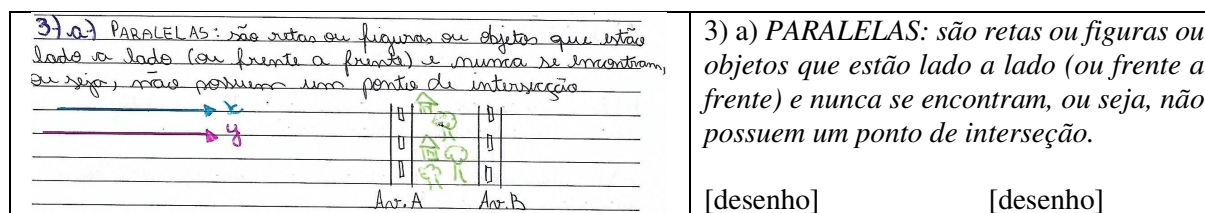


Figura 5 – Resolução 1 do problema 3a) da Parte I da tarefa

Fonte: Acervo da pesquisa

Similarmente, ao apresentarem como resolução ao problema proposto (Figura 6), diferentes formas de representação, como linguagem textual, linguagem matemática e pictográfica, revelam um conhecimento associado à existência de diferentes formas de registro de representação (KoTRR1). Ao proporem, como resolução ao pedido de representação em linguagem matemática, a afirmação “*Duas retas que estão postas a uma mesma distância uma da outra*”, revelam conhecer que retas paralelas podem ser explicitadas como retas que mantêm uma mesma distância entre elas (KoTP1).

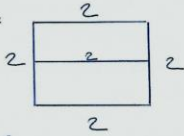
a) <i>Linguagem textual</i>: As extremidades opostas de um objeto quadrado ou retangular, como os lados opostos de um caderno ou um celular. <i>Linguagem matemática</i>: Duas retas que estão postas a uma mesma distância uma da outra.  <i>Pictografia</i>: 	a) <i>Linguagem textual</i>: As extremidades opostas de um objeto quadrado ou retangular, como os lados opostos de um caderno ou um celular. <i>Linguagem matemática</i>: Duas retas que estão postas a uma mesma distância uma da outra. [desenho] <i>Pictografia</i>: [desenho]
---	--

Figura 6 – Resolução 2 do problema 3a) da Parte I da tarefa

Fonte: Acervo da pesquisa

Ainda revelam um conhecimento associado ao que se entende por linguagem matemática – uso de “palavras do repertório matemático” –, porém, a linguagem matemática fundamenta-se na linguagem científica, tendo por base o uso de simbologia própria que a universaliza, sendo-lhe atribuídos valores semânticos (Duval, 1999). Portanto, essa afirmação é um exemplo de linguagem natural ou textual.

Logo, uma versão possível em linguagem matemática ou simbólica, considerando também o desenho apresentado, seria: $\exists (A, B) \in s \text{ e } (C, D) \in r | d_{A,C} = d_{B,D}$. E, ademais, também constitui o conhecimento do professor saber que uma correspondência semântica ou em linguagem natural para essa linguagem matemática ou simbólica seria: Existem um ponto A e um ponto B pertencentes à reta s e um ponto C e um ponto D pertencentes à reta r , tal que a distância entre os pontos A e C é igual à distância entre os pontos B e D. Além disso, constitui o escopo do conhecimento do professor saber que duas retas podem manter a distância uma da outra e não ser paralelas, se não tiverem um plano em comum.

Ainda há evidência de conhecerem que um quadrado ou um retângulo são possíveis aplicações do paralelismo (KoTA1), pois apresentam, como exemplo de “coisas” paralelas em linguagem textual, “*as extremidades opostas de um objeto quadrado ou retangular (...)*”. E, quando concluem, exemplificando: “*(...) como os lados opostos de um caderno ou um celular*”, dão indícios de saber que podem fazer uso da visualização para resolver problemas envolvendo paralelismo entre retas (KoTPcCF1), pois propor os lados opostos de um objeto quadrado ou retangular como exemplo de paralelismo evidencia saber que as faces delimitadoras desse objeto são figuras planas compostas por quatro lados que podem ser decompostos em segmentos de retas equidistantes. E isso é a prática da desconstrução dimensional (KoTPcCF2), que é o cerne da visualização em Geometria (Duval, 1995).

Entretanto, nessa resolução percebe-se uma confusão entre figuras bi e tridimensionais, pois se referem a um caderno ou um celular (Figura 5, linguagem textual) como exemplos de objetos quadrados ou retangulares, quando, segundo a correção matemática, se

desconsiderarmos que suas arestas são arredondadas, deveria ser expresso como “a representação das faces opostas de um objeto *em forma de um prisma retangular, como um caderno ou um celular*”. O uso correto dos termos geométricos compõe o conhecimento do professor, uma vez que a linguagem verbal ou escrita é um instrumento preponderante para atingir os objetivos propostos na abordagem do tema.

Os futuros professores revelam, ainda, indícios de saber que retas paralelas não se cruzam (KoTP2), ao usar o exemplo de carros que seguem por uma rodovia (Figura 7, em linguagem textual). Essa associação também envolve a visualização, demandando saber que se faz necessário criar uma imagem de cada um dos carros seguindo por linhas que mantêm a mesma distância em todo o percurso (Duval, 1999; Gutierrez, 1996), mesmo que esse nem sempre seja uma reta, pois o paralelismo não se restringe a retas; logo, também dão indícios de saber que, no paralelismo entre objetos, prevalece a equidistância (KoTA3).

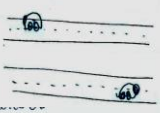
3-] a) Linguagem textual e matemática apresentada no item 1-] a) dessa tarefa • Linguagem pictográfica:  1 a) Paralelo é quando dois objetos estão um ao lado do outro e nunca se cruzam no mesmo ponto! Como por exemplo dois carros, cada um em uma pista, os dois nunca se encontrarão, cruzarão, portanto, um carro está paralelo ao outro.	3-]a) Linguagem textual e matemática apresentada no item 1-]a) dessa tarefa Linguagem pictográfica: [desenho] 1a) Paralelo é quando dois objetos estão um ao lado do outro e nunca se cruzam no mesmo ponto! Como, por exemplo, dois carros, cada um em uma pista, os dois nunca se encontrarão, cruzarão, portanto, um carro está paralelo ao outro.
---	--

Figura 7 – Resolução 3 do problema 3a) da Parte I da tarefa

Fonte: Acervo da pesquisa

Porém a afirmação “é quando dois objetos estão um ao lado do outro e nunca se cruzam no mesmo ponto!” dá margem a um raciocínio equivocados de que pode haver cruzamentos ou encontros (mais de um), sem haver prejuízo do paralelismo, desde que esses ocorram em pontos distintos. Uma possibilidade para liquidar a ambiguidade decorrente da falta de coesão matemática, seria retirar da assertiva a expressão “no mesmo ponto”. Ressalte-se que nem a produção escrita, nem as discussões fomentadoras deram evidências ou indícios do que esses futuros professores entendem por linguagem matemática.

Essa produção revela ainda o conhecimento desses futuros professores com respeito à conceitualização do tema “paralelismo”, quando eles conseguem um livre trânsito entre a linguagem pictórica e a linguagem textual (Duval, 2013). Encontra-se ainda evidência de saberem que é possível associar as posições relativas de objetos do cotidiano ao tema paralelismo (KoTA2), ao referirem-se a dois carros em deslocamento numa rodovia como exemplo de coisas paralelas.

Os futuros professores também evidenciaram seu conhecimento, ao exemplificarem (Figura 8) “coisas” paralelas em linguagem textual como “retas que nunca se encontram” (KoTP2), pois, de fato, retas paralelas, por serem equidistantes, não podem ser concorrentes; porém, se não tiverem um plano em comum, podem ser reversas, o que salienta a necessidade de complemento para definição.

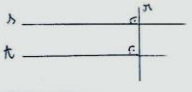
3 a) Textual: retas que nunca se encontram Matemática: $s//t$ Pictográfica: 	3 a) Textual: retas que nunca se encontram Matemática: $s//t$ [desenho] Pictográfica: [desenho]
---	---

Figura 8 – Resolução 4 do problema 3a) da Parte I da tarefa

Fonte: Acervo da pesquisa

Similarmente, os futuros professores evidenciam um conhecimento associado ao KoT, quando apresentam como solução para linguagem matemática: “ $s//r$ ” (KoTRR1). Percebe-se ainda uma transposição entre as linguagens textual, matemática e pictográfica, pois, na linguagem matemática, não apenas fazem uso da simbologia, mas a representam ainda com o desenho das retas paralelas em consonância com a afirmação da linguagem textual (KoTP2) de que nunca se cruzam, evidenciando assim sua conceitualização sobre o tema (Duval, 2013). Adicionalmente, o conjunto dessa produção resolutive revela seu conhecimento das distintas formas de representação em linguagem textual ou natural, em linguagem matemática e em linguagem pictórica (KoTRR2).

Já na produção apresentada na Figura 9, os futuros professores evidenciam, em sua resolução pictográfica, saber que podemos encontrar paralelismo na representação de uma figura bidimensional (KoTA1) e que a visualização por meio da decomposição dimensional permite entender a presença do paralelismo (KoTPcCF1).

3) a) matematicamente: são duas retas que intersectam no infinito. Textual: a resposta encontra-se na 1a). Pictográfica: ; os lados opostos são paralelos. 1a) Dado duas retas, a menor distância entre elas é a mesma.	3) a) matematicamente: são duas retas que se intersectam no infinito. Textualmente: encontra-se na 1a) pictográfica: [desenho]; os lados opostos são paralelos. 1a) Dado duas retas, a menor distância entre elas é a mesma.
--	--

Figura 9 – Resolução 5 do problema 3a) da Parte I da tarefa

Fonte: Acervo da pesquisa

Além disso, ao apresentarem o texto “Dado duas retas, a menor distância entre elas é a mesma”, dão indícios de associar a linguagem matemática ao uso de formalismo e rigor (KoTRR3). Entretanto, o uso do repertório matemático trouxe consigo uma inconsistência, pois não foi usado o simbolismo ou a linguagem científica que lhe está associada. Uma versão possível em linguagem matemática seria: $\exists (A, B) \in s \text{ e } (C, D) \in r | d_{A,C} = d_{B,D}$, pois, se as distâncias são iguais, elas continuarão a ser. Também se sabe que o comportamento de duas retas paralelas é único em toda sua extensão; logo, se o paralelismo tem como uma de suas propriedades o não cruzamento, determinado por sua equidistância, duas retas não se intersectam em lugar algum.

Por sua vez, a produção escrita seguinte (Figura 10) lança indícios de conhecimento em Geometria Analítica, ao apresentar de forma correta o termo “coeficiente angular”, devidamente representado pictoricamente, afirmando, no que entendem como linguagem matemática, que “duas retas são paralelas quando os coeficientes angulares de ambas são os

mesmos” (KoTD1). O complemento dessa afirmação apresentado na proposta resolutiva: “*partindo de uma mesma referência*”, é discutível, pois o coeficiente angular é a tangente do ângulo formado entre a reta e o eixo das abscissas; logo, tem o mesmo referencial, o que torna esse complemento redundante. Novamente, encontra-se o caso em que a linguagem pautada no repertório matemático é confundida com a linguagem simbólica ou matemática.

a) <i>Textual</i>: tem a mesma orientação e não se cruzam <i>Linguagem matemática</i>: duas retas são paralelas quando os coeficientes angulares de ambas são os mesmos partindo da mesma referência <i>Pictográfica</i>: 	a) <i>Textual</i>: tem a mesma orientação e não se cruzam <i>Linguagem matemática</i>: duas retas são paralelas quando os coeficientes angulares de ambas são os mesmos partindo de uma mesma referência <i>Pictográfica</i>: [desenho]
--	--

Figura 10 – Resolução 6 do problema 3a) da Parte I da tarefa

Fonte: Acervo da pesquisa

A mesma produção ainda nos traz na linguagem textual indícios de seu conhecimento de definições, ao asseverar “*tem a mesma orientação*”, uma vez que, matematicamente, o fato de duas retas terem a mesma orientação decorre também de terem coeficientes angulares (consequência e propriedade) iguais; entretanto, nota-se a redundância da assertiva quando a complementam com “*e não se cruzam*”, pois, sendo coplanares e com a mesma orientação, não há como se cruzarem, já que a inclinação de ambas será igual em toda sua extensão.

Nas seis produções apresentadas, os futuros professores fizeram uso da visualização para descrever uma aplicação do paralelismo no cotidiano, para fazer a transposição de um registro de representação para outro, ou ainda para construir a conceitualização de paralelismo, levando em consideração a equidistância em toda a extensão das retas e sua não concorrência, o que demonstra que a visualização é um recurso potente no ensino desse conteúdo.

Da análise e da discussão, emergiram indícios e evidências que oportunizaram a apresentação, no Quadro 2, de 11 indicadores do conhecimento do professor sobre o tema paralelismo, usando a visualização. O maior número de indicadores mostrou-se presente no âmbito das categorias *registros de representação* (KoTRR1, KoTRR2 e KoTRR3) e *aplicações* (KoTA1, KoTA2 e KoTA3), um total de três para cada, muito provavelmente devido à exploração da visualização que o problema analisado propunha e da ênfase dada, no problema inicial, a ser fora do contexto escolar. Também houve a presença de indicadores quanto às categorias *definições* (KoTD1), *procedimentos – como se faz?* (KoTPcCF1 e KoTPcCF2) e *propriedades* (KoTP1 e KoTP2).

Quadro 2 – Resumo do Conhecimento dos futuros professores

Subdomínio	Conhecimentos
KoT	<i>KoTD1: saber que os coeficientes angulares de retas paralelas são iguais</i>
	<i>KoTA1: saber que existe paralelismo em figuras bidimensionais e tridimensionais</i>
	<i>KoTA2: saber que o paralelismo também pode ser uma posição relativa de objetos do cotidiano</i>
	<i>KoTA3: saber que no paralelismo entre objetos prevalece a equidistância</i>
	<i>KoTP1: saber que retas paralelas são equidistantes</i>

	<i>KoTP2: saber que coisas paralelas não se cruzam/encontram</i>
	<i>KoTPcCF1: saber que a desconstrução dimensional (visualização) permite entender/reconhecer o paralelismo existente em “coisas”</i>
	<i>KoTPcCF2: saber que a visualização é uma auxiliar na construção da conceitualização de paralelismo</i>
	<i>KoTRR1: saber que a linguagem matemática se embasa no uso de símbolos próprios</i>
	<i>KoTRR2: conhecer a existência de diferentes formas de registro de representação</i>
	<i>KoTRR3: saber que a linguagem matemática é dotada de formalismo e rigor</i>

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os indicadores de conhecimento dos futuros professores, resultantes da análise e da discussão do problema proposto: “Represente de 3 formas distintas ‘coisas’ (usando a linguagem textual, usando a linguagem matemática e usando a pictografia): a) paralelas”, propiciou um entendimento mais amplo e profundo sobre o conhecimento especializado do futuro professor, concernente ao tópico “paralelismo” e sua relação com a visualização, especialmente no tocante a *definições, aplicações, propriedades, procedimentos e registros de representação*. Ainda se destacou a necessidade de discussões mais sistemáticas quanto ao que pode ser considerado uma linguagem matemática, bem como a constância da visualização na construção da conceitualização do conteúdo paralelismo.

Embora se entenda que a base do conhecimento do futuro professor precede a graduação, pois em sua vivência enquanto aluno, mesmo na Educação Infantil, tem os primeiros contatos com os conteúdos matemáticos (Julio; Silva, 2018), os resultados aqui apresentados reforçam a necessidade de municiá-lo durante sua formação inicial, com um conhecimento que lhe permita oportunizar aos seus futuros alunos uma aprendizagem que transcenda a simples memorização de definições e propriedades e chegue a entender o raciocínio que as fundamenta. Com esse intuito, é imperativo um foco formativo que objetive o desenvolvimento do conhecimento especializado, pois as especificidades desse conhecimento não se desenvolvem pela mera prática (Jakobsen; Ribeiro; Mellone, 2014).

Entende-se que um canal promissor para ampliar esse conhecimento é o uso dos indicadores apresentados neste trabalho como base para a elaboração de tarefas formativas, capazes de promover um salto qualitativo do conteúdo de múltiplos subdomínios do conhecimento desses futuros professores (Ribeiro; Almeida; Mellone, 2019).

Cientes de que este trabalho não esgota por completo o tema, propõem-se algumas questões que podem vir a ser temas de futuros trabalhos, objetivando contribuir, por meio de discussões alusivas ao conhecimento do professor e sua prática, como por exemplo: Qual o conhecimento especializado revelado por (futuros) professores quanto às dificuldades dos alunos sobre a posição relativa de objetos? e Qual conhecimento revelam (futuros) professores sobre a conexão entre os conteúdos paralelismo e amplitude angular?

AGRADECIMENTOS

Este texto foi produzido no âmbito do projeto “Conhecimento matemático especializado do professor que ensina Matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais: um foco em conteúdos de Geometria”, processo número 2016/22557-5, com financiamento da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

REFERÊNCIAS

- ALMOULOU, S. A. *et al.* A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 27, p. 94-108, 2004. <http://dx.doi.org/10.1590/S1413-24782004000300007>.
- ARCAVI, A. The role of visual representations in the learning of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, Holanda: Springer, v. 52, n. 3, p. 215-241, 2003. <https://doi.org/10.1023/A:1024312321077>
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- BARBOZA, A. P. R.; CORTELA. Formação do PNAIC em geometria e a trajetória educacional dos professores alfabetizadores. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 32, n. 61, p. 419-438, ago. 2018. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n61a06>
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília, DF: Ministério da Educação; Secretaria de Educação Fundamental, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília-DF: Ministério da Educação, 2018.
- CANTORAL, R.; MONTIEL, G. Una representación visual del polinômio de Lagrange. **Números**, Islas Canarias: Sociedad Canaria "Isaac Newton" de Profesores de Matemáticas, n. 55, p. 2-22, 2003. <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/55/Articulo01.pdf>
- CARRILLO, J. *et al.* The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, London, v. 20, n. 3, p. 236-253, 2 set. 2018. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- CRUZ, S. P. da S.; BATISTA NETO, J. A polivalência no contexto da docência nos anos iniciais da escolarização básica: refletindo sobre experiências de pesquisas. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 17, n. 50, p. 385-499, 2012. <http://dx.doi.org/10.1590/S1413-24782012000200008>
- DAVIS, P. J. Visual theorems. **Educational Studies in Mathematics**, Suíça: Springer, v. 24, n. 4, p. 333-344, 1993. <https://doi.org/10.1007/BF01273369>
- DUVAL, R. Geometrical pictures: Kinds of representation and specific processing. In: SUTHERLAND, R.; MASON, J. (ed.). **Exploiting mental imagery with computers in mathematics education**. Berlin: Springer, 1995. p. 142-157. https://doi.org/10.1007/978-3-642-57771-0_10
- DUVAL, R. Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking. In: BASIC ISSUES FOR LEARNING, 1999, Cuernavaca, Morelos, México. **Anais...** Cuernavaca, Morelos, México: [s.n.], 1999. p. 23-26.
- DUVAL, R. Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. In: DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES. **Annales...**, Strasbourg, v. 10, p. 5-53, 2005.
- DUVAL, R. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 1, p. 118-138, 2012a. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n1p118>

- DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012b. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266>
- DUVAL, R. **Entrevista:** Raymond Duval e a teoria dos registros de representação semiótica. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, Campo Mourão, v.2, n.3, dez. 2013. <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/963>
- ESCUADERO-ÁVILA, D *et al.* Aportaciones metodológicas de investigaciones con MTSK. In: REFLEXIONANDO SOBRE EL CONOCIMIENTO DEL PROFESOR, 2016, SGSE: Huelva. **Anais...** SGSE: Huelva: J. Carrillo, L.C. Contreras y M. Montes, 2016. p. 60-68.
- FERREIRA, M. B. C.; SADDIO, A. A. Análise dos livros de geometria indicados nos cursos de licenciatura em matemática. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 12, n. 2, p. 16-57, 2017. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2017v12n2p16>
- GUTIÉRREZ, A. Visualization in 3-dimensional geometry search of a framework. In: PUIG, L.; GUTIÉRREZ, A. (ed.). **Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, v. 1, n. 20, p. 3-19, 1996.
- HARTWIG, S. C. *et al.* Um olhar sobre as práticas pedagógicas na construção de conhecimentos geométricos. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 11, n. 2, p. 243-258, 2016. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11n2p243>
- JAKOBSEN, A.; RIBEIRO, M.; MELLONE, M. Norwegian prospective teachers' MKT when interpreting pupils' production on a fraction task. **Nordic Studies in Mathematics Education**, Göteborg, v. 19, n. 3-4, 2014.
- JULIO, R. S.; SILVA, G. H. G. DA. Compreendendo a formação matemática de futuros pedagogos por meio de narrativas. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 32, n. 62, p. 1012-1029, dez. 2018. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n62a13>
- MARKIC, A. A. Tecitura: afetividade e aprendizagem na educação infantil. **UNG-SER: Revista Educação – Universidade de Guarulhos**, Guarulhos, v. 12, n. 2, p. 42-51, 2017. <http://revistas.ung.br/index.php/educacao/article/view/3297>
- MONTES, M.; CARRILLO, J. Conocimiento especializado del profesor de Matemáticas acerca del infinito. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 31, n. 57, p. 114-134, abr. 2017. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a06>
- OLIVEIRA, A. T. de C. C. de; FIORENTINI, D. O papel e o lugar da didática específica na formação inicial do professor de matemática. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 23, p. 1-17, 2018. <http://dx.doi.org/10.1590/s1413-24782018230020>
- RIBEIRO, M. Tareas para alumnos y tareas para la formación: discutiendo el conocimiento especializado del profesor y del formador de profesores de matemáticas. In: XX JORNADAS NACIONALES DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA - SOCHIEM, 2016, Valparaíso: Chile. **Anais...** Valparaíso: Chile: [s.n.], 2016. p. 31-39.
- RIBEIRO, M.; ALMEIDA, A. R.; MELLONE, M. Desenvolvendo as especificidades do conhecimento interpretativo do professor e tarefas para a formação. In: GIRALDO, V.; VIOLA, J.; ELIAS, H. R. (Orgs.). **Problematizações sobre a formação matemática na licenciatura em Matemática**. [S.l.]: SBEM. 2019. *no prelo*.
- SHULMAN, L. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- SHULMAN, L. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, Harvard, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987. <https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>
- STAKE, R. E. **The art of case study research**. Thousand Oaks, CA: Sage Publications, 1995.

VALENTE, W. R. Que geometria ensinar? Uma breve história da redefinição do conhecimento elementar matemático para crianças. **Pro-Posições**, Campinas, v. 24, n. 1, p. 159-178, abr. 2013. <http://dx.doi.org/10.1590/S0103-73072013000100011>

ZIMMERMANN, W.; CUNNINGHAM, S. Editor's Introduction: What is Mathematical visualization? In: ZIMMERMANN, W.; CUNNINGHAM, S. (org.). **Visualization in teaching and learning mathematics**. Washington: Mathematical Association of America, 1991. p. 1-8.

SOBRE OS AUTORES

Silvania Couto é mestranda em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), Brasil. Técnica da Universidade Federal de Sergipe (UFS), Brasil.

E-mail: silvaniacoutoc@gmail.com

Miguel Ribeiro é Doutor em Didática da Matemática pela Universidad de Huelva (UHU), Espanha. Professor da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), Brasil.

E-mail: cmribas78@gmail.com

Artigo 2:

Conhecimento Especializado de Futuros Professores da Educação Infantil e e dos Anos Iniciais quanto às Dificuldades de Aprendizagem de Alunos Cegos e Videntes sobre Paralelismo

Conhecimento especializado de futuros professores da educação infantil e dos anos iniciais quanto às dificuldades de aprendizagem de alunos cegos e videntes sobre paralelismo²⁰

RESUMO

O presente texto traz a análise das produções resultantes da dinamização de uma tarefa que simulava um ambiente inclusivo, discutindo-se o conhecimento revelado por futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais sobre as dificuldades de aprendizagem de alunos cegos e videntes sobre paralelismo. Esse conhecimento do professor é entendido na perspectiva do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge*, que o conceitualiza como especializado e refere-se a ele como um recurso indispensável à prática docente. Os resultados demonstram que o conhecimento dos futuros professores abrange saber que a habilidade da apreensão operatória mereológica é um recurso potencial para a aprendizagem do paralelismo, tanto para alunos cegos quanto para os videntes, e que identificar paralelismo não implica em saber representá-lo.

PALAVRAS-CHAVE: Conhecimento especializado. Dificuldades de aprendizagem. Paralelismo. Aluno cego.

Silvania Couto
silvaniacouto@gmail.com
orcid.org/0000-0003-3206-794X
 Universidade Federal de Sergipe (UFS),
 São Cristóvão, Sergipe, Brasil

Miguel Ribeiro
mrribas78@gmail.com
orcid.org/0000-0003-3505-4431
 Universidade Estadual de Campinas
 (Unicamp), Campinas, São Paulo, Brasil

²⁰ Artigo publicado na Actio: Docência em Ciência (ISSN 2525-8923), v. 4, n.3, p. 701-721, set./dez. 2019. DOI: 10.3895/actio.v4n3.10544. Vide carta de autorização no apêndice.

INTRODUÇÃO

Segundo Takimoto (2014), a potencialização da aprendizagem do aluno tem relação direta com a compreensão dos objetos e dos espaços presentes no seu cotidiano. Embora a autora, em seus estudos, tenha focado o aluno cego, entende-se que isso pode ser estendido a todo aluno, tenha ou não qualquer deficiência, pois “a educação especial em uma perspectiva inclusiva surge para oferecer metodologias específicas e que podem ser usadas pelos professores em sala de aula com todos os alunos” (BAPTISTONE *et al.*, 2017, p. 103). Desse modo, o estudo dos temas da Geometria atrelados à questão da localização e da movimentação, dentre os quais se destacam o paralelismo, é importante para atingir esse objetivo.

Destacadamente, quando se fala de paralelismo, evoca-se a ideia de retas e planos paralelos; entretanto, a conceitualização desses entes geométricos em si já forma um obstáculo ao entendimento de suas posições relativas, pois as retas são apresentadas como elementos unidimensionais que se estendem ao infinito. Similarmente, o plano se estende ao infinito em duas dimensões. Por conseguinte, uma possível dificuldade do aluno que perpassa por esse conteúdo da geometria é entender que, quando se fala de retas ou planos paralelos, não se restringe ao que é representado no desenho, mas se vai além do representado, estendendo-se ao infinito. Essa associação com o infinito, um conceito matemático “abstrato, contrário à intuição, bastante complexo à compreensão humana” (MONTEIRO; MONDINI, 2019, p. 31), é um obstáculo possível à construção da conceitualização do aluno sobre o tema paralelismo.

Na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), o paralelismo é considerado explicitamente no 4º ano, correlacionando os objetos de conhecimento do tema com a habilidade de:

(EF04MA16) Descrever deslocamentos e localização de pessoas e de objetos no espaço, por meio de malhas quadriculadas e representações como desenhos, mapas, planta baixa e croquis, empregando termos como direita e esquerda, mudanças de direção e sentido, intersecção, transversais, paralelas e perpendiculares. (BRASIL, 2018, p. 291)

Esse conhecimento intuitivo a que está associado o paralelismo (também na BNCC) é de fundamental importância para entender o que se refere ao deslocamento (obviamente também no caso dos alunos cegos) e dá margem para muitas aplicações no cotidiano. A apropriação dessas aplicações pelo aluno, necessitam da mediação do professor (VYGOTSKY, 1997) demandando vincular o seu conhecimento matemático a práticas pedagógicas capazes de facilitar a aprendizagem matemática do aluno, como, por exemplo, saber que uma possível aplicação de paralelismo é a analogia entre as bordas de uma rodovia e retas paralelas ou as linhas do trem. Ambas estão no mesmo plano, não se cruzam; e, para efetuar uma representação dessa aplicação do significado de linhas paralelas em um pedaço de papel (a folha de sulfite), é necessário efetuar uma redução para além da abstração, de maneira a que essas bordas de uma rodovia ou linhas de trem venham a caber nele.

Ademais, o conhecimento demandado envolve idiosincrasias, quando se trata de um aluno cego, como, por exemplo, saber que o alcance do seu modo de ver se restringe ao que seus dedos podem transmitir ao seu cérebro ou ao que

ele constrói segundo o que lhe é dito; assim, ele monta um “quebra-cabeça”, construindo o geral com base nas partes (FERNANDES; HEALY, 2006). As dificuldades decorrentes, como a necessidade desse aluno de um tempo maior para construir suas conceitualizações, aliadas ao fato de o professor buscar/criar recursos para fomentar a aprendizagem do aluno com deficiência, fundamentam o discurso de muitos profissionais da educação que afirmam não se sentirem aptos a lidar com esses alunos (FERNANDES; HEALY, 2007).

Essa sensação de inaptidão lança dúvidas quanto ao efetivo cumprimento do que preconiza o Art. 28 no inciso X, da lei da 13.146 (2015), concernente à necessidade de os professores em formação terem acesso a práticas inclusivas. Esse aparente descumprimento do dispositivo legal mencionado vai ao encontro do que apontam várias pesquisas com respeito ao ciclo vicioso que se inicia na sensação de despreparo dos professores e culmina com a formação inadequada dos alunos em todos os níveis de ensino (ver, por exemplo, ALMOULOU *et al.*, 2004; BARBOZA; CORTELA, 2018; FERREIRA; SADDI, 2017).

O mencionado despreparo é entendido por Barboza e Cortela (2018) como o resultado de “lacunas formativas” (p. 420), que envolvem a falta de contato do futuro professor, durante sua formação acadêmica, com tópicos da Geometria que deverão ser trabalhados com seus futuros alunos. Apreende-se que esse conceito pode ser estendido também a questões de inclusão, uma vez que há uma falta de contato generalizada dos futuros professores com contextos e/ou simulações que lhes permitam desenvolver um conhecimento especializado propiciando, posteriormente desenvolverem práticas inclusivas com todos os seus alunos.

Em consonância, pesquisas destacam a intrínseca relação entre a aprendizagem do aluno e o conhecimento do professor (RIBEIRO, 2011) e tomam esse conhecimento – assumido como especializado e considerado na perspectiva do *Mathematics Teachers’ Specialized Knowledge*¹ – MTSK (CARRILLO *et al.*, 2018) – como um marco decisivo na aprendizagem discente e considerado como um recurso fundamental à prática matemática docente. Essa especialização incorpora o domínio tanto do conhecimento matemático quanto do conhecimento pedagógico.

Dentre as especificidades da atuação docente, que busca levar os alunos a entender o que fazem e por que o fazem a cada momento, inclui-se o conhecimento das dificuldades de aprendizagem dos alunos em cada um dos tópicos matemáticos a abordar. Esse conhecimento do professor é essencial para que as dificuldades dos alunos sejam minoradas. Nesse trabalho, assume-se o termo dificuldade de aprendizagem, segundo a perspectiva Kauark e Silva (2008): obstáculo resultante da não apropriação de conceitos necessários a compreensão do tema em pauta e não consequente de qualquer debilidade física ou cognitiva.

Diante do pressuposto, frisa-se a questão fomentadora desta discussão: Que conhecimento especializado revelam futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais sobre as dificuldades de aprendizagem dos alunos a respeito do tópico “paralelismo” em contextos que congreguem alunos cegos e videntes?

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Apresenta-se aqui o *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* (MTSK) como referencial teórico que fundamenta as análises do escopo deste artigo. Focam-se, em maior detalhe, os subdomínios que se referem ao conhecimento a respeito do paralelismo e das dificuldades dos alunos na aprendizagem desse tema. Nesta discussão incluem-se também dimensões desse conhecimento na perspectiva de sua ampliação para possibilitar o posterior trabalho também com alunos cegos.

A formação do professor que ensina Matemática (PEM) é o primeiro passo para sua atuação docente. É quando ele se equipa de conhecimentos que se tornarão recursos em sua prática; entretanto, entende-se que essa formação inicia-se junto com sua vida escolar, como aluno da Educação Infantil, pois nesse contexto o futuro professor tem seu primeiro contato com conteúdos da Matemática que se tornarão o lastro sobre o qual se constrói seu conhecimento como PEM (JULIO; SILVA, 2018), e essas experiências moldam, ainda, a sua forma de entender a matemática e o seu ensino (RIBEIRO, 2010).

O conhecimento do professor é o ponto essencial para a aprendizagem do aluno. E destaca-se pelo fato de ter, por função precípua, promover a aprendizagem matemática de terceiros, contrapondo-se ao uso instrumental da matemática que é praticado por outras áreas (RIBEIRO, 2011). Em decorrência dessa circunstância de modo a melhor entender, aceder e/ou avaliar têm sido desenvolvidas diversas conceitualizações – em função da perspectiva assumida – desse conhecimento do professor, em particular do PEM (por exemplo, BALL; THAMES; PHELPS, 2008; CARRILLO *et al.*, 2018).

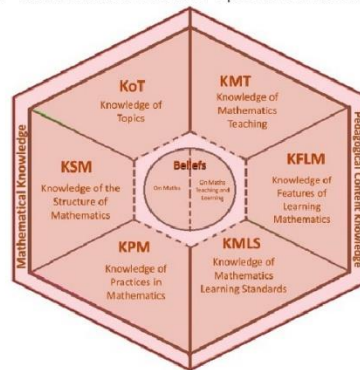
Uma dessas conceitualizações que assume todo o conhecimento do PEM como especializado refere-se ao MTSK (CARRILLO *et al.*, 2018), que considera, no conhecimento do professor, dois domínios e seis subdomínios não hierarquizados. Os dois domínios referem-se ao *Pedagogical Content Knowledge* (PCK), que versa sobre aspectos de ensino; e ao *Mathematical Knowledge* (MK), que envolve os aspectos constituintes do conhecimento matemático. Consideram-se ainda as crenças do professor como elemento que perpassa por ambos os domínios e norteia sua prática.

Cada um dos dois domínios do conhecimento se subdivide em três (Figura 1): no MK, reúnem-se: *Knowledge of Topics* (KoT), *Knowledge of the Structure of Mathematics* (KSM) e *Knowledge of the Practice of Mathematics* (KPM); o PCK subdivide-se em: *Knowledge of Features of Learning Mathematics* (KFLM), *Knowledge of Mathematics Teaching* (KMT) e *Knowledge of Mathematics Learning Standards* (KMLS).

Entende-se que a evidência da robustez do Conhecimento Especializado é diretamente proporcional à quantidade de subdomínios abrangidos em sua análise, porém não seria possível, neste recorte, expandi-la a todos os seis subdomínios que configuram as especificidades do conhecimento do professor pedagogo e do licenciado em Matemática. Logo, neste artigo, a análise restringe-se aos subdomínios KoT, do MK, e KFLM, do PCK, pois, sendo esta uma pesquisa em Educação Matemática, não se poderia esquivar de discutir o conhecimento matemático, ao mesmo tempo que a abordagem da inclusão conduz ao conhecimento subjacente do professor, quanto às especificidades da

aprendizagem do aluno cego e do vidente. Enfatiza-se que cada subdomínio congrega uma cadeia de elementos norteadores de sua existência, denominados categorias, que explanam distintas particularidades.

Figura 1 - Mathematics Teachers' Specialized Knowledge



Fonte: Carrillo *et al.* (2018, p. 241).

Isso posto, esclarece-se que o *Knowledge of Topics* (KoT) é um dos subdomínios do conhecimento matemático do professor em um nível de aprofundamento e formalismo do tema matemático maior do que o que virá a ser discutido com o aluno. Algumas das suas categorias constituintes são: **definições, propriedades, fundamentos, aplicações, registros de representação e procedimentos**. Neste trabalho, devido ao foco da pesquisa, dar-se-á atenção às categorias **propriedades, aplicações e registros de representação**.

Com respeito à categoria **propriedades**, no tema paralelismo entre retas, o conhecimento do professor envolve, por exemplo, saber que a existência de retas paralelas está atrelada a haver um plano que as contenha, e que serão paralelas se tiverem o mesmo coeficiente angular (com a mesma direção ou inclinação) ou se a distância entre elas for constante (se não se cruzarem); em se tratando de um plano e uma reta, importa saber que caso essa não pertença ao plano (todas as retas são paralelas ao plano que as contém – pois a distância é zero) tem necessariamente de ser paralela a uma reta nele contida.

Destaca-se que, quando se fala de coeficiente angular entre retas, está-se fazendo um estudo de suas posições relativas a partir da perspectiva da Geometria Analítica, que considera a direção/inclinação da reta segundo a tangente do seu ângulo com o eixo das abscissas; portanto, o plano em questão é o cartesiano. Por sua vez, quando se alude à questão da equidistância, analisa-se sua posição relativa segundo a perspectiva da Geometria Euclidiana; logo, para que exista o paralelismo, necessário se faz haver um plano comum às retas analisadas.

Com respeito às **aplicações** (no contexto matemático e fora dele) importa saber que na matemática o paralelismo se relaciona às propriedades de algumas figuras planas, cujos lados são paralelos dois a dois, a exemplo dos paralelogramos e do que se observa nas propriedades de figuras sólidas, cujas faces são paralelas aos pares, como os prismas retangulares. Já no cotidiano, a consideração do paralelismo se dá usualmente de modo intuitivo, ao imaginar

planos e retas na superfície do ente em apreço e buscar, a partir deles, a equidistância em toda a sua extensão em relação ao outro – sem que no entanto, normalmente se considere o caso da distância poder ser zero. Desse modo, pode-se dizer que dois cubos perfilados são paralelos.

Concernente aos **registros de representação**, associa-se ao conhecimento do professor saber que há distintas formas de representação, dentre elas: a: iconográfica; a formal ou simbólica; e a textual ou língua natural (DUVAL, 2003). Logo, implica saber que os registros de representação pictóricos envolvem uma codificação que permite a representação de figuras tridimensionais no plano, como um cubo com suas faces e arestas paralelas. As arestas constituintes das faces de lado oposto ao que se visualiza são representadas por tracejados. E na linguagem textual ou língua natural engloba saber que se tem como exemplo para o registro de paralelismo a manutenção da mesma distância entre duas retas de mesma inclinação.

Envolve, ainda, saber que a linguagem formal, também chamada de simbólica ou matemática, caracteriza-se pelo uso da simbologia matemática, que, embora lhe imponha rigor e formalismo científico, também a universaliza. Sua função precípua é sintetizar informações, com vistas a facilitar a conceitualização (CEDRAN; KIOURANIS, 2019). A essas simbologias se atribuem valores linguísticos que permitem a decodificação dessa linguagem sintética e universal. Inclui-se, assim, nesta categoria, saber que um exemplo de uma representação iconográfica de paralelismo é o desenho de um cubo, pois suas faces são paralelas duas a duas; e saber que um exemplo de linguagem formal, tomando s e t retas, cada uma constituída por conjunto de infinitos e sucessivos pontos perfilados, é: $\exists s, t \mid s \cap t = \emptyset$ ou $s \cap t = s \cup t$, ou ainda, $s \parallel t$.

Duval (2003) defende que a construção da conceitualização se dá quando se é capaz de transitar sem embaraços entre, ao menos, duas das distintas formas de registros de representação. Logo, se o futuro professor consegue partir de uma linguagem pictográfica para uma representação em língua natural sobre o tema paralelismo, ele conseguiu a apreensão do tema.

Por sua vez, o *Knowledge of Features of Learning Mathematics* (KFLM) enquadra-se no conhecimento pedagógico do professor e refere-se ao seu conhecimento sobre as dificuldades do aluno para apropriar-se do tópico em estudo. Desse modo, na categoria **pontos fortes e fracos na aprendizagem matemática**, no que tange ao paralelismo, configura (ou deverá configurar) o conhecimento do professor saber que, devido à abstração envolvida em entender que a reta e o plano se estendem ao infinito, o aluno – cego ou vidente – precisará de ajuda para compreender que o estudo de suas posições relativas não se restringe apenas ao representado no desenho, mas implica ir além dessa representação. Ter ciência desse fato permitirá que o professor mobilize seu conhecimento matemático para pensar em exemplos que auxiliem os alunos a desenvolverem e/ou ampliarem a sua capacidade de abstração no sentido de ir além de ver Geometria com os olhos.

O conhecimento do professor nesse escopo envolve ainda conhecer um conjunto de analogias que tornam possível ajudar os alunos a entender a distinção entre ter um objeto e efetuar a representação desse objeto, como é o caso de, por exemplo, ao efetuar um desenho de uma casa em um pedaço de papel. Com esse ato, ele faz uma representação de uma casa, de forma que caiba

ali, porém retrata apenas sua existência, e não suas exatas dimensões. O mesmo se passa com a representação da reta e do plano: como suas dimensões transcendem o que pode ser mensurado, o que se faz é uma representação de sua existência que não condiz com suas reais dimensões.

Pesquisas (LOMÔNACO *et al.*, 2000; SANTANA; ALVES; NUNES, 2015) destacam a intrínseca relação entre a apropriação cognitiva prévia do indivíduo, mediante situações vivenciadas, e a construção de uma nova conceitualização. Isso implica que, para todo aluno (cego ou vidente), cada nova aprendizagem lança a base para aprendizagens futuras, por meio da construção de novos conceitos a partir do que já se sabe. Por conseguinte, também compõe o conhecimento do professor na categoria **pontos fortes e fracos na aprendizagem matemática** sobre paralelismo saber que será mais profícuo para o aluno ajudá-lo a entender o paralelismo presente em figuras geométricas espaciais, se primeiro auxiliá-lo a conhecer as que as constitui, explorando suas propriedades – dentre elas, a existência ou não de paralelismo.

Para tanto, pode-se lançar mão da visualização como um potencial recurso para a construção da conceitualização. Mais particularmente, pode-se fazer a apreensão operatória, que é a exploração de uma figura através de sua modificação e reorganização. Dentre os seus três tipos característicos, foca-se aqui a atenção para a apreensão operatória mereológica. Esse recurso da visualização baseia-se no processo exploratório de uma figura que pode ser dividida “em partes que sejam como várias subfiguras, incluí-la em outra figura de modo que ela se torne uma subfigura [...] ela se faz em função da relação parte todo” (DUVAL, 2012, p. 125). Esse processo exploratório permite ao aluno, vidente ou não, construir sua conceitualização. E tem muita semelhança com o modo particular de ver do aluno cego, que principia das partes para o todo (FERNANDES; HEALY, 2006).

Logo, constitui ainda o conhecimento do professor na categoria **pontos fortes e fracos na aprendizagem matemática** sobre paralelismo saber que a apreensão operatória mereológica é um recurso potencial para explorar o paralelismo em entes geométricos que possuam duas ou três dimensões; e que esse recurso pode, simultaneamente, ser explorado por alunos cegos e videntes.

Com respeito à categoria **formas de interação com o conteúdo matemático**, o conhecimento do professor implica que ele saiba que a principal forma de interação do aluno vidente com o conteúdo é através dos seus sentidos, especialmente por meio dos sistemas auditivo e visual, porém, no aluno cego, por adaptação, essa relação está centrada nos seus sistemas háptico², auditivo e fonador. Desse modo, também integra o conhecimento do professor, na categoria **formas de interação com o conteúdo matemático** quanto ao tema paralelismo, saber que, aliando material tátil, como figuras em alto-relevo, com a verbalização do que lhe for novo (NUNES; LOMÔNACO, 2008), é possível propiciar ao aluno cego oportunidades de montar um conjunto de conhecimentos que lhe permitirá seguir em sua busca pela aprendizagem, explorando esse tema.

O conhecimento do PEM é revelado por meio de indicadores que podem apresentar-se nas produções escritas ou orais sob a forma de evidências, indícios ou oportunidades (ESCUADERO-ÁVILA *et al.*, 2016). Evidências são a presença incontestável do indicador do conhecimento revelado através de uma citação ou

registro escrito de modo direto, como quando o professor se refere à manutenção da mesma distância entre retas como um fator que lhe permite constatar o paralelismo entre elas.

Indícios são a possibilidade de existência do conhecimento do PEM, inferida a partir do indicador, com base em palavras, questionamentos ou mesmo atos do professor, como quando ele identifica o registro de representação de uma figura como um quadrado. Nesse caso, infere-se que ele conhece algumas das propriedades do quadrado: possuir quatro lados, ter seus lados paralelos dois a dois e possuir quatro ângulos retos. Entretanto, sem uma intervenção (a exemplo de perguntas direcionadas), não há como saber quais propriedades ele conhece.

Por sua vez, oportunidades são rápidas incursões que o professor faz por conteúdos matemáticos correlatos ao tema discutido, como quando, em meio ao conteúdo de paralelismo, o professor fala que retas paralelas não são concorrentes por não se cruzarem. Uma vez que retas concorrentes formam, junto com as paralelas e as reversas, duas dentre as possíveis posições relativas entre retas, há nesse momento uma oportunidade de falar rapidamente sobre esse conteúdo que foi ou ainda será objeto de discussão com os alunos.

CONTEXTO E MÉTODO

Este texto integra uma pesquisa mais ampla, que tem por foco o Conhecimento Especializando de futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais no âmbito das posições relativas das retas. Aqui, faz-se um recorte, focando esse conhecimento no que se refere aos tópicos e às dificuldades de aprendizagem dos alunos no âmbito do paralelismo. Para isso, foi implementada uma tarefa formativa (RIBEIRO, 2016), em uma das 15 aulas de 4 horas, em um grupo de 28 futuros professores que frequentavam o 3º ano do curso de Pedagogia de uma universidade pública do estado de São Paulo, Brasil. Desenvolveu-se, assim, um estudo de caso instrumental (STAKE, 1995) com uma abordagem interpretativa, buscando contribuir com algumas teorizações que nos permitam avançar para além do caso particular estudado.

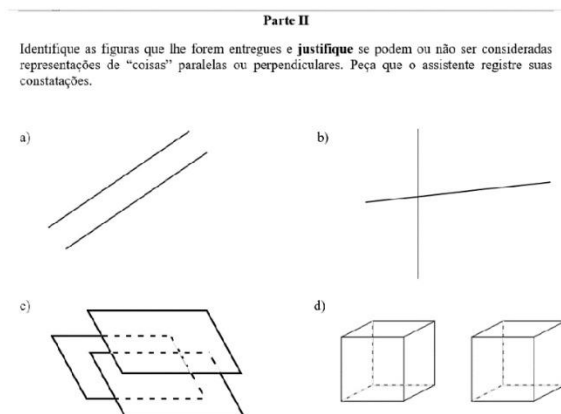
Por ser um contexto formativo e todas as tarefas formativas que desenvolvemos³ terem explicitamente associadas e de forma imbricada a dimensão da formação e a da pesquisa, a tarefa que aqui se discute compunha-se de três partes complementares, desenhadas com o intuito de aceder— e desenvolvê-lo — ao Conhecimento Especializado de futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais sobre o tema paralelismo.

A Parte I focava-se nas definições, nas propriedades, nas aplicações, nos procedimentos e nos registros de representação no âmbito do paralelismo; a Parte II, tendo como ponto de partida uma simulação de um contexto com potencial de fomentar discussões matemáticas com alunos cegos e videntes simultaneamente, objetivava contribuir para desenvolver o conhecimento dos futuros professores no âmbito das propriedades, das aplicações, dos registros de representação e das dificuldades de aprendizagem sobre o tema paralelismo, discutindo em particular os obstáculos à aprendizagem dos alunos; a Parte III buscava contribuir para um melhor entendimento do conhecimento dos futuros professores sobre o tema, ao atribuírem significado a produções de alunos

videntes e cegos, tendo em conta conexões com outros temas, dificuldades de aprendizagem, definições e propriedades.

Desse modo, nos itens “a” e “b” apresentam-se duas retas, para que, pela associação do tato com o seu conhecimento prévio das propriedades de retas paralelas, concluíssem se elas são ou não paralelas (NUNES; LOMÔNACO, 2008). Partindo do mesmo princípio, no item “c”, representam-se três planos sobrepostos, em que o tracejado simboliza uma sobreposição e o pontilhado, uma dupla sobreposição. A ideia desse item foi ajudá-los a refletir sobre as maiores dificuldades do aluno para entender o paralelismo no âmbito espacial. O item “d” novamente os convida a refletir sobre as dificuldades dos alunos, dessa vez, para apropriar-se do tema paralelismo no âmbito tridimensional, quando representado no plano. Elegeu-se para esse fim o desenho de dois cubos, pois essa figura geométrica tem, como uma de suas propriedades, o paralelismo entre as suas faces opostas e também nos lados opostos de cada uma das faces que o constituem.

Figura 2 - Segunda parte da tarefa



Fonte: Autoria própria (2017).

Para cumprir os propósitos descritos, cada item desta parte da tarefa foi lançado em alto-relevo em cartão confeccionado em papel de gramatura maior que a do papel sulfite (Figura 3), em quantidade suficiente para que todos os participantes tivessem acesso simultâneo ao item da vez.

Figura 3 - Cartão com um item da Parte II



Fonte: Acervo da pesquisa (2018).

A dinâmica de implementação da tarefa constituiu-se na formação de grupos compostos por quatro integrantes cada – escolhidos pelos próprios estudantes. Cada parte da tarefa foi entregue apenas após a conclusão da parte precedente por todos os grupos, e as discussões em cada grupo foram gravadas em vídeo e áudio. Na parte da tarefa que se discute aqui (Parte II – veja-se Figura 2), foram dadas instruções para que, em cada item, fosse designado um relator, que seria o único a ficar sem máscara e assumiria um papel operacional –responsável pelo registro dos comentários e das respostas dos demais elementos do grupo e não poderia dar pistas ou responder a perguntas, pois toda a discussão deveria ser feita apenas pelos que estavam temporariamente privados da visão.

Para a dinamização, cada membro do grupo recebeu um cartão como o da Figura 3, contendo o item da vez, e apenas pela exploração tátil (recorde-se que estavam vendados) deveriam identificar o que se encontrava representado. Cabia ao relator registrar o que considerava essencial das discussões ocorridas. No final de cada discussão retiravam a máscara e observavam a representação que tentaram identificar.

Aqui se foca no conhecimento revelado pelos futuros professores, nas resoluções da Parte II da tarefa (Figura 2), constituída por quatro itens (de “a” a “d”), que, em conjunto, exploram o paralelismo, partindo do unidimensional para o tridimensional. Destacadamente, devido ao potencial para discussão que emergiu da análise, aliado à necessidade de respeitar o espaço delimitado para este trabalho, apresentam-se no tópico seguinte a análise e a discussão de todos os itens, porém dá-se especial atenção ao “d”. Para a análise, foram efetuadas as transcrições das discussões dos grupos e consideraram-se as respectivas produções escritas, tendo sido atribuídos nomes fictícios a cada um dos participantes. Aqui, por uma questão de espaço, discutem-se as informações de dois dos grupos, que se mostraram mais relevantes para a discussão que se pretende elaborar. Para a transcrição, cada linha (identificadas numericamente entre colchetes) corresponde à fala dos futuros professores. O vídeo complementou a transcrição do áudio, sempre que foi necessário para compreender o raciocínio elaborado: a indicação de gestos e/ou a apresentação de algum objeto tiveram sua descrição entre parênteses. Como exemplo de complementação apresenta-se a Figura 4.

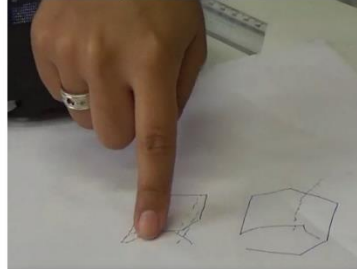
Figura 4 - Exemplo de complemento de transcrição

[1] Eva: *é que esse daqui* (apontando para a representação pictórica que está na parte inferior da imagem 2)

Fonte: Acervo da pesquisa (2018).

Nota-se que, na situação transcrita na Figura 4, a participante aponta para um dos registros de representação que acabara de fazer (Figura 5). Em situações desse tipo, sem a descrição entre parênteses, não seria possível compreender a que ela se refere.

Figura 5 - Imagem 2



Fonte: Acervo da pesquisa (2018).

Esses dados foram analisados recorrendo à lente do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* (MTSK), na busca de evidências, indícios ou oportunidades de indicadores do conhecimento especializado desses futuros professores, no âmbito dos subdomínios *Knowledge of Topics* (KoT) e *Knowledge of Features of Learning Mathematics* (KFLM). Os indicadores identificados receberam um acrônimo composto pela sigla do subdomínio em questão, acrescido da(s) letra(s) representativa(s) da categoria associada e seguido de um número sequencial. Assim, por exemplo, para o primeiro indicador de conhecimento relativo a Propriedades, que corresponde a um conhecimento dos Tópicos, usamos o acrônimo KoTP1. De um modo geral os acrônimos decorrentes são do tipo que se apresenta no Quadro 1:

Quadro 1 - Descrição dos acrônimos

Subdomínio	Categoria	Acrônimo
KoT	Propriedades	KoTP1
	Aplicações	KoTA1
	Registros de representação	KoTRR1
KFLM	Pontos fortes e fracos na aprendizagem matemática	KFLMPff1
	Formas de interação com conteúdo	KFLMFi1

Fonte: Autoria própria (2018).

Ressalta-se que a numeração sequencial não se associa à priorização de determinados indicadores de conhecimento (em sua categoria) em detrimento de outros, mas apenas revela a ordem em que esses foram aparecendo na análise.

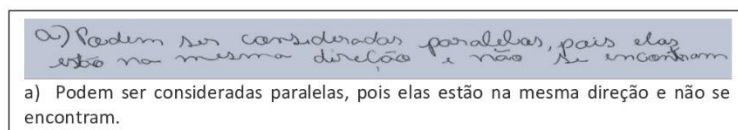
ANÁLISE E DISCUSSÃO

No cômputo geral, os futuros professores buscaram respostas imediatas para os problemas propostos, focando em visualizar o objeto como um todo, mas também houve os que tentaram construí-lo a partir de um levantamento de suas propriedades, praticando o que DUVAL (2012) denomina de apreensão operatória mereológica, o que evidencia seu conhecimento sobre paralelismo no âmbito do subdomínio KoT. Desse modo, pode-se afirmar que todos responderam os problemas e alguns revelaram um aprofundamento maior do

seu conhecimento. Entretanto, fez-se necessário buscar atingir o refinamento desse conhecimento durante as discussões.

Os futuros professores revelaram saber que as retas paralelas têm a mesma direção e não se cruzam (KoTP1). Provavelmente, por se tratar de elementos unidimensionais, essa percepção foi quase imediata. Ressalta-se que nem a produção escrita (Quadro 2) nem as discussões fomentadoras dão subsídios para afirmar se os futuros professores tinham ciência de que as afirmações “têm a mesma direção” e “não se encontram” vêm de perspectivas distintas: a primeira, da Geometria Analítica; e a segunda, da Geometria Euclidiana.

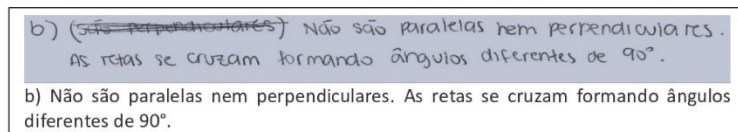
Quadro 2 - Produção relacionada ao item “a”



Fonte: Acervo da pesquisa (2018).

Similarmente, os futuros professores revelaram seu conhecimento, ao afirmar que as retas em apreço, nas produções do item “b)”, não eram paralelas ou perpendiculares (Quadro 3). Demonstraram conhecer as propriedades envolvendo ambas as posições relativas, por sua afirmação: “As retas se cruzam formando um ângulo diferente de 90° ”. Desse modo evidenciaram conhecer que retas paralelas não se cruzam (KoTP1).

Quadro 3 - Produção relacionada ao item “b”



Fonte: Acervo da pesquisa (2018).

As produções escritas, ao afirmarem, no item “c)”, “esse é diferente” (Quadro 4), ainda mostraram um impacto inicial por não serem elementos unidimensionais, mas sim figuras bidimensionais; por conseguinte, houve dificuldade para apreenderem do que se tratava. Apesar disso, conseguiram identificar a existência de um quadrilátero que chamaram de retângulo. Quando se observa o problema proposto (item “c”) na Figura 2, nota-se serem três paralelogramos sobrepostos. Entretanto, há de se considerar que os futuros professores estavam de olhos vendados, e essa foi sua primeira experiência, nessa condição, com uma representação espacial.

Quadro 4 - Produção relacionada ao item “c”

c-) Esse é diferente; é um retângulo; linhas paralelas?; tem linhas em todos os sentidos; pra mim tá confuso; tem linhas paralelas; em diagonal; continua confuso; parece que está assim; tem curvas; é um desenho, gabi; é um avião?; queria desenhar; parece um olho; tem um ponto central (talvez ligação); um rabisco mais forte.

c) Esse é diferente; é um retângulo; linhas paralelas?; tem linhas em todos os sentidos; pra mim tá confuso; tem linhas paralelas; em diagonal; continua confuso; parece que está assim; tem curvas; é um desenho Gabi; é um avião? Quería desenhar; parece um olho; tem um ponto central talvez ligação; um rabisco mais forte.

Fonte: Acervo da pesquisa (2018).

Percebe-se ainda que, na busca por uma solução ao problema, mesmo tendo afirmado ser um retângulo, os professores procuraram elementos para subsidiar sua solução e se depararam com “linhas paralelas”. Embora confusos com esse primeiro contato com a representação do bidimensional no espaço, identificaram-nas como lados de um retângulo e revelaram evidências de saber que retângulos possuem lados opostos paralelos (KoTP2).

No Quadro 5, ao reportarem “Não sei o que é, mas tem um quadrado. São duas figuras”, notam-se indícios do seu conhecimento sobre as propriedades de um quadrado, denotando saber que possui quatro lados paralelos dois a dois e quatro vértices que formam ângulos retos (KoTP1). Destacar o paralelismo entre seus lados opostos corresponde a conhecer que o paralelismo está presente em figuras bidimensionais (KoTA1).

Quadro 5 - Produção pautada na apreensão operatória

Fig d) Vejo que tem pontilhados. Não sei o que é, mas tem um quadrado. São duas figuras.

A figura é gigante. Tem pontilhados e linhas leves. Tem linhas pontilhadas. Quer dizer que se cruzam, né? O pontilhado é o que cruza. Parece um quadrado grande. As figuras não estão grudadas. É tipo aquela figura em 3D, onde colocamos uma figura sobre a outra, onde colocamos os pontilhados atrás.

Figura d) Vejo que tem pontilhados. Não sei o que é, mas tem um quadrado... São duas figuras.

A figura é gigante. Tem pontilhados e linhas leves. Tem linhas pontilhadas. Quer dizer que se cruzam, né? O pontilhado é o que cruza. Parece um quadrado grande. As figuras não estão grudadas. É tipo aquela figura em 3D, onde colocamos uma figura sobre a outra, onde colocamos os pontilhados atrás.

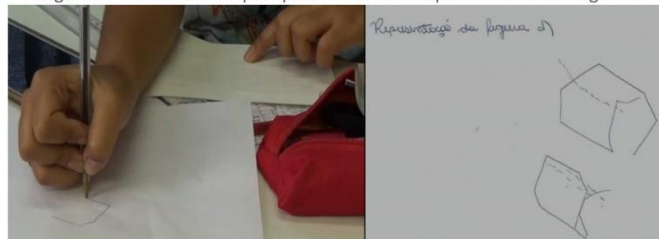
Fonte: Acervo da pesquisa (2018).

Nota-se ainda que os docentes conseguiram associar seu conhecimento sobre figuras geométricas ao que tatearam (viram por meio dos seus dedos) e aventaram ser uma figura tridimensional representada no plano. Isso evidenciou o conhecimento deles sobre o tema matemático na categoria registros de representação, pois, partindo de um registro de representação pictórico, conseguiram fazer a apreensão operatória mereológica da figura e transformá-la num registro de representação em linguagem natural que os remeteu à representação de uma figura tridimensional (KoTRR1).

Além disso, revelaram conhecer registros de representação pictórica, decodificando-a para a linguagem natural, ao afirmarem: “É tipo aquela figura em 3D, onde colocamos uma figura sobre a outra, onde colocamos os pontilhados atrás.” Evidenciaram saber que, no registro de representação pictórica, há um

código para representar uma figura tridimensional no plano (KoTRR2). Esse trânsito livre entre as duas formas de registros de representação é evidência da sua apropriação do tema paralelismo (DUVAL, 2003). Corroborando a ideia do conhecimento sobre as formas de registros de representação, Eva (futura professora), ainda com a máscara que a fazia simular cegueira, fez a transição do apreendido por meio do tato, decodificando-o, formando uma imagem mental (Figura 6). E, lançando mão do desenho como forma de externar o que sabia sobre a figura, fez um registro pictórico a partir dessa decodificação. Isso deu indícios de saber que o desenho (forma pictográfica) é uma forma de registro de representação (KoTRR1).

Figura 6 - Desenho feito pela professora Eva enquanto simulava cegueira



Fonte: Acervo da pesquisa (2018).

No processo resolutivo, percebeu-se que estavam, de fato, explorando a figura das partes para o todo e compondo de forma gradual uma imagem da figura. Isso é a prática da apreensão operatória mereológica, configurando indícios de conhecerem essa prática como um forte aliado na aprendizagem (KFLMFi1), embora não se possa afirmar se sabem seu nome. Essa construção pode ser notada através do diálogo entre componentes de um dos grupos que simularam cegueira (Figura 7):

Figura 7 - Excerto de discussão sobre o item “d”

- [1] Flavia: Então, são duas figuras.
 [2] Eva: é pode ser duas, mas não sei...
 [3] agora estou no meio livre (tateando o espaço entre os dois cubos) ...
 [4] aí o... eu passo a mão aqui em cima é pequeno (tateando a parte superior de um dos cubos)
 [5] ... sabe o que eu queria? Poder desenhar o que eu tô sentindo...
 [6] acho que ficaria muito mais fácil na minha cabeça.
 [7] Flavia: é, eu também queria poder desenhar
 [8] Dani: desenha ué... quer desenhar aqui ó (colocando uma folha de papel em branco nas mãos de Eva)
 [9] Eva: ah vai ficar lindo (em tom irônico)
 [10] Dani: tenta desenhar

Fonte: Acervo da pesquisa (2018).

Nota-se uma referência a um quadro mental, quando se afirma, na linha [6] “... acho que ficaria muito mais fácil na minha cabeça”, o que coaduna com a ideia da construção de novos conceitos com base no que já se sabe (LOMÔNACO et al., 2000), revelando saber que a composição de uma imagem acessada pelo tato não necessariamente implica em uma descrição verbal ou escrita coerente (KFLMPff1).

Essa ação, corroborando os estudos de Nunes e Lomônoco (2008), também lança luz à ideia de que, sendo fornecidos ao aluno cego os meios adequados, ele poderá construir sua conceitualização a partir do que já sabe, por meio da exploração tátil do que lhe é apresentado. Logo, o conhecimento dos futuros professores dá indícios de saber que a apreensão operatória mereológica pode ser usada tanto por cegos quanto por videntes (KFLMPff2).

Em todos os grupos, os integrantes discutiam sobre o que apreendiam pelo tato, e alguns utilizavam sem embaraços o verbo “ver”, enquanto outros optavam pelo verbo “sentir”. Essas discussões refletiram-se em sua produção escrita, a exemplo do que ilustra o Quadro 5, em que assim se reportam à exploração tátil: “*Vejo que tem pontilhados*”. O emprego do verbo “ver”, mesmo quando vendados no decurso das discussões fomentadoras e nas produções escritas, lança indícios de saberem que o uso do sistema háptico é um modo particular de ver, praticado pelo aluno cego, que constrói a imagem da parte para o todo (KFLMFi2). Se explorado de forma integrada aos seus sistemas fonador e auditivo na construção da sua conceitualização, pode lhe fornecer equidade de oportunidade de aprendizagem com o aluno vidente (FERNANDES; HEALY, 2006; NUNES; LOMÔNACO, 2008; VYGOTSKY, 1997).

Os futuros professores revelaram saber que a equidistância é uma das propriedades do paralelismo e demonstraram que se apropriaram da conceitualização do tema, ao transitar entre os registros de representação pictórica e linguagem natural. Entende-se que, ao fazerem uso da apreensão operatória mereológica para solucionar os problemas propostos, os futuros professores, revelaram conhecer essa habilidade como recurso potente para a aprendizagem (mesmo que desconhecêssem o nome) e deixaram ver que é na condição de estudantes que lançam a base para o conhecimento que será usado em sua prática como PEM (JULIO; SILVA, 2018). Também o contexto simulativo os ajudou a entender que a forma de interação do aluno cego com o conteúdo matemático pode ser incrementada pela associação com a verbalização. Apresenta-se no Quadro 6 uma síntese do conhecimento revelado pelos futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais.

Quadro 6 - Síntese do conhecimento especializado dos futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais sobre paralelismo em uma simulação de contexto inclusivo

Subdomínio	Conhecimentos	
KoT	Propriedades	KoTP1: saber que retas paralelas possuem a mesma direção / não se cruzam
		KoTP2: saber que retângulos (quadrados) têm quatro lados paralelos dois a dois e quatro ângulos retos
		KoTP3: saber que retas paralelas são equidistantes
	Aplicações	KoTA1: saber que os lados opostos de um quadrado são paralelos
	Registros de Representação	KoTRR1: saber navegar entre a representação pictórica (a representação de uma figura tridimensional no plano, o cubo como exemplo) para a linguagem natural (figura em 3D) e vice-versa
		KoTRR2: saber que, por meio do uso de linhas tracejadas intercaladas com linhas cheias (codificação), é uma das possíveis formas de efetuar uma representação de uma figura tridimensional no plano

KFLM	Pontos fortes e fracos na aprendizagem matemática	KFLMPff1: saber que conseguir identificar através do tato o paralelismo não implica dizer que saberá fazer corretamente um registro de representação ou mesmo uma descrição
		KFLMPff2: saber que a exploração da apreensão operatória mereológica é um recurso que pode ser usado pelos cegos e videntes
	Formas de interação com o conteúdo matemático	KFLMFi1: saber que o uso da apreensão operatória mereológica é um potencializador da aprendizagem sobre paralelismo
		KFLMFi2: saber que o modo particular de ver do cego segue o princípio parte-todo.

Fonte: Autoria própria (2018).

Nota-se que os indicadores do Conhecimento Especializado pelos futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais revelaram-se bastante equilibrados entre as categorias dos subdomínios KoT e KFLM analisadas, apenas as categorias **aplicações** e **propriedades** apresentaram quantidade diferentes de dois indicadores.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa em tela lançou luz sobre o conhecimento do professor quanto ao paralelismo em meio a um contexto de práticas simuladas de inclusão, em que as tarefas formativas foram desenhadas com o objetivo explícito de aceder ao conhecimento especializado dos futuros professores e, pela formação, desenvolvê-lo (RIBEIRO, 2011). Podem-se observar indícios de que sabem que o paralelismo se aplica a figuras bidimensionais, como o quadrado; conhecem a apreensão operatória mereológica como um potencial aliado para a aprendizagem do paralelismo; e percebem que o modo de ver do cego se baseia na construção de partes para formar o todo, o que permite e potencializa o uso da apreensão operatória mereológica na construção de sua conceitualização sobre o tema.

Na mesma linha, obtiveram-se evidências de que conhecem as formas de registros de representação pictórica e linguagem natural, transitando livremente entre elas, o que implica em ter uma conceitualização sobre o tema “paralelismo” já estabelecida (DUVAL, 2003). As análises evidenciaram, ainda, que sabem que, para haver paralelismo entre retas, elas devem ser equidistantes e que é possível fazer a representação de figuras tridimensionais no plano.

Esses indícios e evidências do Conhecimento Especializado do Professor em práticas simuladas de inclusão são referentes aos subdomínios *Knowledge of Topics (KoT)* e *Knowledge of Features of Learning Mathematics (KFLM)*. No primeiro deles, eles se referem à categoria *registros de representação*, pois os professores conseguiram transitar livremente entre o registro de representação de um cubo na forma pictográfica e em linguagem natural, identificaram características da representação de uma figura tridimensional no plano e ainda em aplicações, porque entenderam que há paralelismo nos lados opostos de um quadrado e de um retângulo.

Já os indícios do KFLM na categoria **formas de interação com o conteúdo matemático**, residem em saberem que a principal forma de acesso ao conteúdo paralelismo para o aluno cego é o sistema háptico e que o uso da apreensão operatória mereológica é um potencializador na aprendizagem. Por sua vez, a categoria **pontos fortes e fracos na aprendizagem matemática** foi revelada por saberem que identificar paralelismo não implica em saber representá-lo ou descrevê-lo corretamente e que a forma de ver do aluno cego se embasa na construção da parte para o todo.

Este trabalho perspectiva novas pesquisas para entender melhor o conhecimento do professor com respeito ao ensino de paralelismo em ambientes inclusivos. Nesse sentido, há questões que podem ser temas de trabalhos futuros, com discussões sobre o conhecimento do professor, visando à melhoria da sua prática: (i) o conteúdo e o papel do conhecimento de futuros professores, tomando a visualização por base, ao abordar paralelismo; (ii) o conhecimento especializado revelado por futuros professores, ao atribuírem significado às respostas de alunos sobre a posição relativa de “objetos e entes matemáticos”; e (iii) o conhecimento especializado do futuro professor revelado no ensino sobre o tema paralelismo a alunos cegos.

Specialized knowledge of future kindergarten and early years teachers regarding students' learning disabilities about parallelism

ABSTRACT

In this paper we analyze a set of kindergarten and primary prospective teachers productions from the implementation of a task simulating an inclusive environment involving blindness and focusing on the students learning difficulties on the topic of parallelism. Teachers knowledge is perceived here considering the Mathematics Teachers' Specialized Knowledge conceptualization. Results pinpoint prospective teachers' knowledge includes knowing that the mereological operative apprehension ability is a potential resource for the learning of parallelism for both blind students and the seers and that identifying parallelism does not imply knowing how to represent it. Also, analysis allowed to elaborate a list of elements of the content of teachers' knowledge on parallelism.

KEYWORDS: Specialized Knowledge. Learning Difficulties. Parallelism. Blind Student.

AGRADECIMENTOS

Este texto foi produzido no âmbito do projeto “Conhecimento matemático especializado do professor que ensina Matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais: um foco em conteúdos de Geometria”, processo número 2016/22557-5, com financiamento da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

NOTAS

¹ Optou-se por manter a nomenclatura em inglês, pois esta é uma conceitualização do conhecimento especializado do professor reconhecida em nível internacional, e a tradução desvirtuaria não apenas o sentido, mas, essencialmente, o conteúdo de cada um dos subdomínios que compõem o modelo que a representa.

² É o sistema alimentado pelo tato ativo, a busca intencional de algo pelo tato, envolvendo, além dos receptores de pele e tecidos, os receptores dos músculos e dos tendões (OCHAITA; ROSA, 1995).

³ As tarefas formativas usadas nos contextos de formação e pesquisa têm por base o trabalho desenvolvido no ClEspMat – Grupo de Pesquisa e Formação de Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor de e que ensina matemática.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOU, S. A. et al. Geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, n. 27, p. 94-108, dez. 2004.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BAPTISTONE, G. F. et al. A inclusão do aluno cego na educação superior: percepções de professores de um curso de licenciatura em Química. **ACTIO: Docência em Ciências**, v. 2, n. 1, p. 98-121, jul. 2017.
- BARBOZA, A. P. R.; CORTELA, B. S. C. Formação do PNAIC em Geometria e a trajetória educacional dos professores alfabetizadores. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 32, n. 61, p. 419-438, ago. 2018.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília-DF: Ministério da Educação, 2018.
- CARRILLO, J. et al. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 3, p. 236-253, set. 2018.
- CEDRAN, D. P.; KIOURANIS, N. M. M. Teoria dos Campos Conceituais: visitando seus principais fundamentos e perspectivas para o ensino de ciências. **ACTIO: Docência em Ciências**, v. 4, n. 1, p. 63-86, abr. 2019.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

DUVAL, R. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 7, n. 1, p. 118-138, 2012.

ESCUDERO-ÁVILA, D et al. Aportaciones metodológicas de investigaciones con MTSK. In: REFLEXIONANDO SOBRE EL CONOCIMIENTO DEL PROFESOR, 2016, SGSE: Huelva. **Anais...** SGSE: Huelva: J. Carrillo, L. C. Contreras y M. Montes, 2016. p. 60-68.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. Mãos que falam; mãos que vêem. O papel do sistema háptico no processo de objetificação do conhecimento matemático por alunos cegos. In: REUNIÃO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA DO CONE SUL, 7., 2006, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: PUC São Paulo, 2006. p. 1-13.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. Ensaio sobre a inclusão na Educação Matemática. **Revista Iberoamericana de Educación - Unión**, n. 10, p. 59-76, jun. 2007.

FERREIRA, M. B. C.; SADDIO, A. A. Análise dos livros de geometria indicados nos cursos de licenciatura em matemática. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 12, n. 2, p. 16-57, 2017.

JULIO, R. S.; SILVA, G. H. G. DA. Compreendendo a formação matemática de futuros pedagogos por meio de narrativas. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 32, n. 62, p. 1012-1029, dez. 2018.

KAUARK, F. da S.; SILVA, V. A. dos S. Dificuldades de aprendizagem nas séries iniciais do Ensino Fundamental e ações psico & pedagógicas. **Revista Psicopedagogia**, v. 25, n. 78, p. 264-270, 2008.

LOMÔNACO, J. F. B. et al. Desenvolvimento de conceitos: o paradigma das descobertas. **Psicologia Escolar e Educacional**, v. 42, n. 2, p. 31-39, 2000.

MONTEIRO, G. DE L.; MONDINI, F. Paradoxos falsídicos: os primeiros enfrentamentos do conceito de infinito no contexto da ciência matemática. **ACTIO: Docência em Ciências**, v. 4, n. 2, p. 30-47, ago. 2019.

NUNES, S. S.; LOMÔNACO, J. F. B. Desenvolvimento de conceitos em cegos congênitos: caminhos de aquisição do conhecimento. **Revista Semestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional (ABRAPEE)**, v. 12, n. 1, p. 119-138, jun. 2008.

OCHAITA, E.; ROSA, A. Percepção, ação e conhecimento nas crianças cegas. Desenvolvimento psicológico e Educação: necessidades educativas especiais e aprendizagem escolar. Porto Alegre: **Artes Médicas**, 1995. v. 3. p. Cap. 12.

RIBEIRO, M. A importância do conhecimento do conteúdo matemático na prática letiva de uma professora: discutindo um modelo de análise. **Zetetiké**, v. 19, n. 35, p. 71-102, 2011.

RIBEIRO, M. **O desenvolvimento profissional de duas professoras do 1º Ciclo, envolvidas num grupo de trabalho colaborativo, partindo da modelação das suas aulas de matemática.** 2010. 656 f. Tese de Doutorado em Educação Matemática – Universidade de Huelva, Espanha, 2010.

RIBEIRO, M. Tareas para alumnos y tareas para la formación: discutiendo el conocimiento especializado del profesor y del formador de profesores de matemáticas. In: **XX JORNADAS NACIONALES DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA - SOCHIEM**, 2016, Valparaíso: Chile. Anais... Valparaíso: Chile: [s.n.], 2016. p. 31–39.

SANTANA, E.; ALVES, A. A.; NUNES, C. B. A Teoria dos campos conceituais num processo de formação continuada de professores. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 29, n. 53, p. 1162-1180, dez. 2015.

STAKE, R. E. **The art of case study research.** 1. ed. Thousand Oaks, CA: Sage, 1995.

TAKIMOTO, T. **A percepção do espaço tridimensional e sua representação bidimensional: a geometria ao alcance das pessoas com deficiência visual em comunidades virtuais de aprendizagem.** 2014. 161 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Gestão do Conhecimento) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2014.

VYGOTSKY, L. **Obras escogidas:** Fundamentos de defectologia. Madrid: Visor Dis, 1997. v. 5.

Recebido: 16 ago. 2019

Aprovado: 10 dez. 2019

DOI: 10.3895/actio.v4n3.10544.

Como citar:

COUTO, S.; RIBEIRO, M. Conhecimento especializado de futuros professores da educação infantil e dos anos iniciais quanto às dificuldades de aprendizagem de alunos cegos e videntes sobre paralelismo. **ACTIO**, Curitiba, v. 4, n. 3, p. 701-721, set./dez. 2019. Disponível em: <https://periodicos.ufpr.edu.br/actio>. Acesso em: XXX

Correspondência:

Silvania Couto

Universidade Federal de Sergipe

Departamento de Desenvolvimento de Recursos Humanos – DDRH

Cidade Universitária "Prof. José Aloísio de Campos" - Av. Marechal Rondon, s/n - Jardim Rosa Elze

CEP. 49100-000 - São Cristóvão/SE - Prédio do antigo Banco do Brasil.

Direito autoral: Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



Artigo 3:

**Conhecimento Especializado de Futuros Professores da Educação Infantil e
Anos Iniciais no Âmbito do Paralelismo entre Retas**

DOI: 10.33947/1980-6269-v14n1-3744

CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DE FUTUROS PROFESSORES DA EDUCAÇÃO INFANTIL E ANOS INICIAIS NO ÂMBITO DO PARALELISMO ENTRE RETAS²¹

PROSPECTIVE KINDERGARTEN AND PRIMARY TEACHERS SPECIALIZED KNOWLEDGE IN THE SCOPE OF PARALLELISM BETWEEN LINES

Silvania Couto¹, Miguel Ribeiro²

RESUMO

Este artigo integra uma pesquisa que busca entender o conhecimento revelado por Futuros Professores da Educação Infantil e Anos Iniciais sobre conceitos de paralelismo. As informações foram coletadas durante a dinamização de uma tarefa de caráter formativo em uma turma do 3º Ano do curso de Pedagogia de uma universidade pública paulista, que contou com a participação de 28 licenciandos. A tarefa foi desenhada com o intuito de aceder e desenvolver o Conhecimento Especializado dos futuros professores no âmbito do paralelismo entre retas. As informações foram coletadas tendo como recurso as produções escritas e gravações em áudio e vídeo das discussões em pequeno grupo. A especialização do conhecimento do professor é encarada na perspectiva do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* (MTSK) considerado, portanto, parte do conhecimento especializado do professor tanto a dimensão do conhecimento matemático quanto pedagógico. Como resultados destacam-se evidências de conhecimentos relativos à definição de paralelismo entre retas (sustentada na distância), bem como relativos à existência de diferentes formas do registro de representação de retas paralelas como seja a linguagem matemática e a linguagem natural. Revelam ainda indícios de conhecimento relativos a conexões entre paralelismo e outros temas da matemática como a tangente de um ângulo.

PALAVRAS-CHAVE: Conhecimento Especializado. Paralelismo. Futuros Professores da Educação Infantil e Anos Iniciais.

ABSTRACT

This paper discusses prospective kindergarten and primary teachers' knowledge (PTs) in the scope of parallelism between lines. Data has been collected during the discussion of a task designed for teacher education implemented in the 3rd year of a Pedagogy course of a public University of São Paulo, to 28 prospective teachers. The task was designed with the aim of accessing and developing PTs Specialized Knowledge in the scope of parallelism between lines. Data has been gathered from written productions and audio and video recordings of small group discussions. The specialization of teacher's knowledge is considered in the perspective of the Mathematics Teachers' Specialized Knowledge (MTSK). Results reveal PTs knowledge related to the definition of parallelism between lines (grounded in the distance), as well as related to the existence of different forms of the parallel representation of straight lines such as mathematical language and natural language. Results reveal also evidence of knowledge concerning connections between parallelism and other mathematical topics as the tangent of an angle.

KEYWORDS: Specialized Knowledge. Parallelism. Prospective Kindergarten and Primary teachers.

¹ Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Sergipe (UFS). Mestranda em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). E-mail: silvaniacouto@gmail.com

² Doutor em Didática da Matemática pela Universidad de Huelva. Professor da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). E-mail: cmribas78@gmail.com

²¹ Artigo publicado na Revista Educação UNG – SER (ISSN 1980-6269), v. 14, n.1, 2019. DOI: <http://dx.doi.org/10.33947/1980-6269-v14n1-3744>. Vide carta de autorização no apêndice.

INTRODUÇÃO

Um dos tópicos da Geometria apresentado ao aluno a partir do 4º Ano dos Anos Iniciais, é o paralelismo. Segundo orientação da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), documento norteador da educação brasileira, é inicialmente relacionado com o senso de localização e movimentação e paulatinamente, ao avançar dos anos de ensino, assume maior grau de aprofundamento enveredando pela Geometria Euclidiana, pela Geometria Espacial e pela Geometria Analítica. Uma provável razão para esse enlace entre o paralelismo e a especialidade é ser esse conceito “um dos mais importantes, pois será utilizado ao longo da vida” (ROSSI; OLIVEIRA, 2006, p. 92).

Essa abordagem intuitiva coaduna com estudos de Piaget que provocam, ao final do século XIX, uma mudança radical no entendimento quanto ao que deveria e como deveria ser ensinada a Geometria nos Anos Iniciais, influenciando de modo significativo o ensino da Geometria Euclidiana nesse nível de ensino, tornando-a mais intuitiva e elementar (VALENTE, 2013), e consequentemente interferiu de modo direto no que Markic (2017, p. 42) chama de “processo contínuo e fundamental” que gera “expectativa do professor”, a aprendizagem do aluno. Também gerou

[...] o ciclo vicioso, centrado no esquecimento da geometria que tem início no ensino que relega o assunto ao plano mínimo de informação ao educando. Esse procedimento gera o ensino defasado. Ao final, tem como resultado professores despreparados que manterão a mesma qualidade de ensino, fechando o ciclo (ROSSI; OLIVEIRA, 2006, p. 91).

Porém, perpassando as mudanças impetradas pelas pesquisas de Piaget, permanece a notoriedade da influência do conhecimento do professor para aprendizagem do aluno, reforçada por pesquisas que discutem as idiosincrasias desse conhecimento, de modo recorrente e ganhando maior nível de aprofundamento a partir da década de 80 do século passado com Shulman (1986), sendo posteriormente direcionada especificamente para a matemática por Ball, Thames e Phelps (2008), dentre outros. Entretanto, o foco na Especifici-

dade do Conhecimento do Professor a partir de temas matemáticos ganharam maior atenção depois do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* – MTSK (CARRILLO-YAÑEZ *et al.*, 2018).

O MTSK é um modelo teórico que entende o Conhecimento Especializado do Professor, como uma indissociável combinação entre o seu conhecimento matemático e o seu conhecimento pedagógico, que associados ainda as suas crenças e concepções, são o elemento propulsor para a aprendizagem do aluno (CARRILLO-YAÑEZ *et al.*, 2018). Aqui, pelo enfoque pretendido ser o conhecimento revelado pelos futuros professores aos conceitos do tema paralelismo, a análise embasa-se no seu conhecimento quanto a categorias relacionadas a apenas dois dos subdomínios do MTSK, que tratam respectivamente quanto ao conhecimento dos futuros professores sobre o tema e sobre as conexões deste com outros temas matemáticos.

Entendemos que a compreensão desse elemento propulsor que é o conhecimento do professor torna-se a cada dia mais essencial, na medida em que novas demandas surgem impostas pela organização social em transição (RIBAS *et al.*, 2006), que demanda do professor municiado desse conhecimento, “propiciar melhores condições de aprendizado aos alunos, trazendo em suas relações estímulos para a recuperação de dificuldade” (MARKIC, 2017, p. 44).

Apesar dessas novas demandas, a habilidade da visualização entendida como “[...] atividade, seja mental, seja física, baseada no uso de elementos visuais ou espaciais para resolver problemas ou provar propriedades” (GUTIERREZ, 1996, p. 9, tradução nossa), ajuda o professor a propiciar melhores condições de aprendizagem nas diversas áreas da matemática, inclusive em temas da Geometria como o paralelismo entre retas. O principal argumento a favor disso é o fato da visualização se pautar “num conjunto de imagens, e mais globalmente, nas conceitualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhe é associado” (DUVAL, 2012, p. 269). Logo, contribui significativamente para o estudo das posições relativas das retas, que são elementos geométricos que se estendem de infinito a infinito, demandando o uso da visualização para construir a conceitualização sobre paralelismo compreendendo que as retas são equidistantes não apenas no segmento

retrato no desenho mas em toda sua extensão que abrange o que os olhos não capturam – o infinito.

Por conseguinte, pretende-se aqui discutir o conhecimento de futuros professores da Educação Infantil e Anos Iniciais ao responderem uma tarefa em que necessitam mobilizar seu conhecimento ao atribuir significado a produções escritas de alunos sobre problemas quanto ao paralelismo. O ponto de partida das discussões é a análise das resoluções de uma tarefa desenhada para a formação de professores (RIBEIRO, 2016), implementada em uma turma do 3º ano de Pedagogia de uma Universidade Pública do Estado de São Paulo, com o apoio das vídeo gravações das discussões em grupo das quais decorreram. Desse modo busca-se à resposta a seguinte questão de pesquisa: *Que Conhecimento Especializado revelam Futuros Professores da Educação Infantil e Anos Iniciais, considerando definições e inter-relações com temas matemáticos, ao responderem tarefas desenhadas para atribuírem significado às respostas de alunos sobre paralelismo?*

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Entendemos o conhecimento do professor como sendo especializado e nesse sentido consideramos o *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* – MTSK (CARRILLO-YAÑEZ et al., 2018). Esse modelo teórico (Figura 1), conceitualiza o conhecimento do professor como um recurso usado em seu cotidiano profissional composto por seus conhecimentos sobre conteúdos matemáticos (*Mathematical Knowledge* – MK) e aspectos do ensino fundamental da aprendizagem do aluno (*Pedagogical Content Knowledge* – PCK), levando em conta ainda suas crenças e concepções. Essa mistura indissociável entre o conhecimento matemático e pedagógico do professor que ensina matemática, reveste-se de idiossincrasias únicas à sua prática, que o diferenciam de outras áreas do conhecimento que fazem uso da Matemática no sentido instrumental, por sua função precípua se usar seu conhecimento em prol da aprendizagem Matemática do aluno.

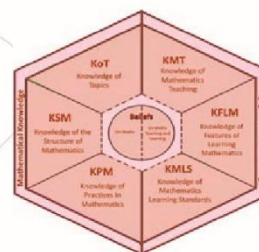


Figura 1 – *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge*
 Fonte: Carrillo-Yañez et al (2018, p. 241)

Os seis subdomínios que constituem o MTSK alocam-se três a três em cada um dos domínios (MK e PCK) de forma não hierarquizada. Desse modo, faz parte do domínio do MK: o *Knowledge of Topics* (KoT), o *Knowledge of the Structure of Mathematics* (KSM) e o *Knowledge of the Practice of Mathematics* (KPM). Por sua vez, compõe o domínio do PCK, o *Knowledge of Features of Learning Mathematics* (KFLM), o *Knowledge of Mathematics Teaching* (KMT) e o *Knowledge of Mathematics Learning Standards* (KMLS). Perpassando a ambos domínios se tem as crenças e concepções do Professor sobre a Matemática enquanto área do conhecimento e sobre o seu ensino.

Além disso, cada subdomínio se consubstancia a partir de categorias a serem observadas com base em indicadores oriundos das produções orais e/ou escritas dos professores. Esses indicadores podem vir em forma de evidências, indícios ou oportunidades (ESCUDEIRO-ÁVILA et al., 2016). Entende-se como evidências, a observação direta do conhecimento associado ao subdomínio em sua fala ou produção escrita. Os indícios são suposições com base em pistas (palavras, questionamentos ou atos do professor) que dão a entender a existência do conhecimento sobre o tema, demandando intervenção direta (a exemplo de entrevista) para se consolidar numa evidência. Já as oportunidades, são os momentos em que mesmo fugindo ao planejado para aula, o professor revela o seu conhecimento sobre um tema matemático correlato.

Ressalta-se que devido ao enfoque pretendido, pautado no tema matemático paralelismo considerando a sua definição e a sua conexão com outros temas da matemática, a análise das informações coletadas restringe-se nesse artigo aos subdomínios KoT e KSM.

Tal opção, fulcra-se na compreensão de que por tratar-se de uma pesquisa em Educação Matemática é imperativo discutir o conhecimento matemático envolvido.

Desse modo, o *Knowledge of Topics* (KoT) refere-se ao conhecimento do professor sobre o tema matemático em apreço abrangendo um maior nível de aprofundamento do que será discutido com o aluno. Este subdomínio tem como categorias que aqui serão analisadas, dentre outras: *definições*, *propriedades e seus fundamentos*, *procedimentos* e *sistemas de representações*.

Considera-se o conhecimento do professor no âmbito da categoria *definições* quanto ao paralelismo saber que no campo da Geometria Euclidiana é o estudo das suas posições relativas. Também saber que o paralelismo se configura entre duas ou mais retas quando existe um mesmo plano que as contenha mantendo a equidistância. Quando os elementos geométricos forem um plano e uma reta, essa não pode pertencer ao plano, mas deve ser paralela a uma reta nele contida.

Logo, como a equidistância entre as retas que tem um plano em comum implica no seu não cruzamento, constitui-se ainda como conhecimento especializado do professor, no âmbito da mesma categoria, saber que duas retas são paralelas quando não se cruzam tendo um plano em comum. Portanto, como retas coincidentes não se cruzam e têm todos seus pontos em comum e consequentemente estão no mesmo plano, também configura esse conhecimento, saber que por questões de coerência matemática, retas coincidentes também são consideradas paralelas.

Ainda se configura conhecimento especializado do professor no compute dessa categoria, saber que no âmbito da Geometria Analítica, duas retas são paralelas quando possuem o mesmo coeficiente angular e que a igualdade de coeficiente equivale a dizer que as retas possuem a mesma inclinação, sendo, portanto, também uma definição para retas paralelas.

Por conseguinte, aproveitando-se das conceitualizações sobre coesão e coerência oriundas da linguística (GONÇALVES; DIAS, 2003) entende-se como constituinte do conhecimento do professor no âmbito da categoria *fundamentos* saber que, no que tange ao paralelismo entre retas, afirmar que retas paralelas são as que possuem a mesma inclinação e o mesmo coeficien-

te angular apresenta problemas de coesão matemática, pois estas informações são equivalentes consequentemente, figurarem, vinculadas pelo conectivo "e" como ideias complementares reflete redundância.

De igual modo, também constitui o conhecimento do professor na categoria *propriedades*, saber que a afirmação de que são paralelas por não terem nenhum ponto em comum apresenta problemas de coerência matemática, pois exclui as retas coincidentes de serem paralelas. Além disso, ainda compõe o conhecimento do professor na mesma categoria, saber que afirmar somente que são paralelas retas que não se cruzam, apresenta problemas de completude matemática, pois faz-se necessário que tenham um plano em comum, do contrário, retas reversas também seriam paralelas, pois não se cruzam.

No que tange a categoria *procedimentos*, subcategoria *como se faz*, configura o conhecimento especializado do professor saber que a habilidade da visualização é um forte aliado na construção da conceitualização de paralelismo (DUVAL, 2012), pois a questão da equidistância abrange toda a extensão da reta que vai de infinito a infinito e não apenas o expresso no desenho, demandando o desenvolvimento da construção de imagens mentais intrínsecas à visualização. Ainda envolve saber que essa habilidade pode inclusive ser um aliado na sedimentação de relações intraconceituais como a não concorrência entre retas, que sedimenta o paralelismo. Também está no escopo dessa categoria saber que em todas essas situações de aprendizagem se pode fazer uso de atividades físicas como medir, com o intuito de confirmar suas hipóteses e isso também faz parte da visualização (GUTIERREZ, 1996).

Com respeito a categoria *registro de representações*, constitui-se conhecimento especializado do professor sobre paralelismo saber que ele pode ser representado não somente em linguagem natural como expresso nas definições dos parágrafos precedentes, em linguagem matemática em que se utiliza de linguagem científica caracterizada pelo uso de símbolos próprios para os quais são atribuídos valores semânticos (DUVAL, 1999), como, sendo s e t retas encaradas como conjuntos de infinitos e sucessivos pontos perfilados teremos: , ou ainda podemos representar retas paralelas como $s//t$.

Por sua vez, o *Knowledge of the Structure of Mathematics* (KSM) versa sobre o conhecimento do professor com respeito as conexões interconceituais que relaciona o que se está estudando a outros temas matemáticos de menor grau de complexidade (conexões baseadas na simplificação) ou mais complexos (conexões baseadas no aumento da complexidade), auxiliares ou transversais. Nesse artigo a análise por conta do problema eleito se pautará nas *conexões baseadas no aumento da complexidade*.

Assim, no que tange ao tema paralelismo entre retas, os conhecimentos incluídos nesse subdomínio permitem que o professor se utilize de assuntos de *maior complexidade* como o são a compreensão do papel da tangente de um ângulo frente o tema do paralelismo apresentado de forma introdutória aos alunos dos Anos Iniciais (VALENTE, 2013).

Desse modo, conhecer os cálculos para a obtenção da tangente do ângulo que a reta forma com o eixo das abscissas é uma evidência do seu KSM na categoria *conexões baseadas no aumento da complexidade*, já que permite ao professor lançar base para a abordagem de outras posições relativas das retas, como o perpendicularismo. Também está no escopo dessa categoria, saber que a tangente de um ângulo de 90° não existe, uma vez que o estudo das relações trigonométricas se dá com base no triângulo retângulo, sendo necessário, portanto, um ângulo de 90° e três lados denominados catetos adjacente, cateto oposto e hipotenusa, respectivamente.

Logo, também ainda está no escopo desse conhecimento saber que no círculo trigonométrico o triângulo retângulo se configura pelo encontro dos lados que determinam a amplitude do ângulo com a reta que o tangencia. Entretanto, quando essa amplitude é um ângulo de 90° , não há intersecção entre a reta tangente e a reta que determina a amplitude do ângulo, o que torna a tangente desse ângulo inexistente. Constitui também este conhecimento saber que o cruzamento de uma reta com um feixe de retas paralelas determina, em cada ponto de cruzamento, dois pares iguais de ângulos opostos pelo vértice, pois esse conhecimento se relaciona com outros conteúdos da trigonometria como ângulos complementares e suplementares e como a igualdade de ângulos opostos pelo vértice.

CONTEXTO E MÉTODO

A presente pesquisa de caráter qualitativo busca compreender o contexto investigado com maior aprofundamento, por meio de um estudo de caso instrumental (STAKE, 1995). Desse modo tem-se aqui um recorte das análises de informações colhidas na implementação e dinamização de uma tarefa que integra uma pesquisa de mestrado cujo objetivo é melhor entender o Conhecimento Especializado de futuros professores da Educação Infantil e Anos Iniciais ao resolverem uma tarefa formativa sob o tema paralelismo.

Por conseguinte, foi implementada uma sequência de tarefas junto a uma turma do 3º Ano de futuros professores da Educação Infantil e Anos Iniciais de uma universidade pública do Estado de São Paulo, com duração de quatro horas cada. E nesse artigo, discutimos o recorte feito em uma delas em que participaram 28 futuros professores dispostos em 7 grupos com 4 integrantes em cada.

Devido ao seu caráter formativo (RIBEIRO, 2016), as tarefas foram desenhadas com vistas a acessar e desenvolver ao Conhecimento Especializado desses futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais sobre o tema paralelismo, pautando-se na visualização. Compunham-se por três partes complementares, na primeira faz-se a prospecção do conhecimento deles quanto ao tema, na segunda são levados a uma simulação de um contexto inclusivo (alunos cegos e não cegos) e na terceira são convidados a atribuir significado a soluções de alunos, revelando o seu conhecimento mobilizado para esse fim.

Elegemos o problema sobre o qual discorre esse artigo (Figura 2), por viabilizar discussões sobre o conhecimento mobilizado pelos futuros professores quanto a questões do paralelismo entre retas, como as propriedades que o fundamentam, bem como sobre conexões com conceitos da Geometria Analítica e conteúdos de trigonometria que mesmo não sendo empregados nas discussões com os alunos compõe o aporte teórico do tema.

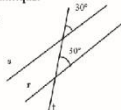
Desse modo, as soluções das alunas apresentadas no problema proposto tinham o objetivo de fomentar discussões sobre as diferenças e semelhanças entre as conceitualizações embasadas na definição e

na visualização, bem como quanto a problemas de coesão, coerência e completude matemáticas. Por conseguinte, a resolução proposta por Carla (Figura 2) pauta-se na definição, trazendo elementos da Geometria Analítica como o coeficiente angular, entretanto, também traz problemas de coesão, pois se duas retas têm a mesma inclinação forçosamente terão o mesmo coeficiente angular.

A professora Nadja implementou na sua turma de 4º ano, em que tem três alunos cegos, uma tarefa relacionada com o paralelismo e perpendicularismo. Abaixo encontram-se algumas produções dos alunos. Para cada uma delas relate, justificando, se estão matematicamente corretas, e forneça um feedback construtivo para cada um dos alunos que considere terem respondido de forma não completamente correta (não se restringindo a "parabéns você acertou" ou "você conseguiu na próxima"):

B. As representações abaixo podem ser relacionadas com paralelismo? E, perpendicularismo? Justifique.

a)



Carla (aluna cega): "r" e "s" são paralelas porque têm a mesma inclinação de 30° e possuem o mesmo coeficiente angular.

Alessandra: As retas "r" e "s" mantêm a mesma distância entre si em todo seu comprimento e não têm nenhum ponto em comum, por isso são paralelas.

Figura 2 – Enunciado da tarefa

Fonte: Produção dos autores.

Já a resolução de Alessandra (Figura 2), pauta-se na visualização ao referir-se a "todo seu comprimento" tendo por base elementos da Geometria Euclidiana (KoT: definição), entretanto, apresenta problemas de coerência matemática, pois ao afirmar que uma das razões para serem paralelas é que as retas "não têm nenhum ponto em comum" exclui a hipótese de retas coincidentes serem paralelas.

Quanto ao processo empregado na dinamização da tarefa, consistiu na entrega de cada parte da tarefa por vez, passando-se a seguinte apenas quando todos os grupos concluíam a anterior finalizando as discussões com a proposição de uma solução escrita. Esse procedimento, teve o intuito de evitar que as partes seguintes influenciassem as soluções apresentadas aos problemas das partes que a antecediam, devido ao seu caráter complementar. Ressaltamos que toda a produção escrita foi recolhida ao final do processo e escaneada para proceder a análise e que cada um dos seis grupos teve as discussões que sustentaram as soluções escritas, gravadas por meio de equipamento de vídeo direcionado exclusivamente a ele.

Para efetuar a transcrição das discussões fomentadoras, foram ouvidas as gravações de cada grupo por

item da tarefa e foram atribuídos nomes fictícios a cada participante. Os gestos ou manipulação de algum objeto presentes na gravação, necessários a compreensão da fala, foram descritos entre parênteses logo após a respectiva fala e nas situações em que as discussões dos subgrupos não se relacionavam com o tópico em foco optou-se por colocar reticências. Todas as discussões foram transcritas integralmente, seguindo Ribeiro, Carrillo e Monteiro (2012), sendo, cada episódio de discussão numerado as linhas de forma sequencial entre colchetes. Complementado essa parte do trabalho, as transcrições foram lançadas em um quadro ao lado da legenda da produção escrita de cada grupo.

Como procedimento de análise procurou-se identificar nas produções escritas o conhecimento revelado pelos futuros professores, agrupando-as segundo a relação possível entre essas e as dimensões do MTSK focando nos subdomínios *Knowledge of Topics* (KoT) e *Knowledge of the Structure of Mathematics* (KSM) e usando as transcrições das gravações das discussões fomentadoras para melhor entender o como chegaram as resoluções apresentadas (CARRILLO-YAÑEZ *et al.*, 2018; CARRILLO, 1998). As discussões foram feitas a partir do conjunto de evidências, indícios ou oportunidades observadas que fundamentam o conjunto do conhecimento revelado.

Apresenta-se esse conjunto de forma sintética, ao final da sessão "análises e discussões", em um quadro onde cada conhecimento identificado foi associado a um acrônimo do subdomínio a ele correspondente seguindo de letras que identificam a categoria associada e um número sequencial para distinguir conhecimentos de uma mesma categoria. Desse modo, KoTD1 refere-se ao conhecimento um do subdomínio KoT na categoria definições e assim segue para as demais categorias do KoT e do KSM identificadas.

ANÁLISE E DISCUSSÕES

Os futuros professores revelaram seu conhecimento sobre o paralelismo entre retas em diferentes níveis, através de suas produções orais (capturadas em vídeo) e escritas. Esse conhecimento lhes permitiu atribuir significado as soluções apresentadas pelas alunas da professora Nadja (Figura 2) e foi acedido tanto nas discussões dos pequenos grupos quanto na discussão plenária.

Ao afirmarem que as resoluções de ambas as alunas apresentadas no problema proposto estavam certas, evidenciaram seu conhecimento especializado sobre o tema paralelismo, pois ambas as respostas estão parcialmente corretas, entretanto têm problemas de coerência, coesão e completude matemáticas que não foram levantados.

Os futuros professores aceitaram como certas as soluções apresentadas (Figura 3), revelando saber que as respostas de Carla e Alessandra (Figura 2) são perspectivas distintas para uma conceitualização de paralelismo entre retas. Desse modo, revelaram indícios de saber que Carla pautou-se na definição fundamentando suas afirmações em elementos da Geometria Analítica – inclinação e coeficiente angular (KoTD2), enquanto Alessandra fez uso da visualização, evocando a Geometria Euclidiana – equidistância em toda a extensão das retas (KoTD1).

3) a) As duas explicações estão corretas, com a diferença de que a Carla utiliza de uma linguagem matemática e a Alessandra de maneira mais usual, coloquial.

3) a) As duas explicações estão corretas, com a diferença de que a Carla utiliza de uma linguagem matemática e a Alessandra de maneira mais usual, coloquial.

Figura 3 – Produção apresentada.

Fonte: Acervo dos pesquisadores.

Entretanto, faltou uma discussão sobre as questões de coesão, coerência e completude matemáticas. Essa discussão evidenciaria saber que a resposta de Carla: “são paralelas por terem a mesma inclinação de 30° e possuem o mesmo coeficiente angular”, apresenta problemas quanto a coesão matemática, uma vez que as duas sentenças são equivalentes e não complementares (KoTF3). E saber que Alessandra assevera serem retas paralelas por “... não terem nenhum ponto em comum” é matematicamente incoerente, pois retas coincidentes têm todos os pontos em comum e são paralelas (KoTP1). Também saber que a resposta de Alessandra de configurar paralelismo por “mantêm a mesma distância entre si em todo o seu comprimento” está incompleta (KoTP2), pois retas reversas não se cruzam, porém não são paralelas por não possuírem um plano comum.

Além disso, ao assegurarem que “a Carla utiliza

de uma linguagem matemática e a Alessandra de maneira mais usual, coloquial.”, dão indícios de saberem que existem diferentes sistemas de representações (KoTRR1), embora necessite uma melhor discussão quanto ao que é uma linguagem matemática, pois a linguagem matemática é fulcrada na linguagem científica que por sua vez, se pauta em símbolos. Entretanto Carla não se utilizou de simbologia matemática e sim de termos que compõe o jargão da matemática, consequentemente, não foi empregada uma linguagem matemática e sim palavras do repertório da matemática.

Também chama a atenção a discussão fomentadora de um dos grupos, na Figura 4 linha [1], que dá indícios do seu conhecimento especializado sobre paralelismo sob a perspectiva da Geometria Analítica ao revelar saber que existe uma relação de equivalência entre a igualdade dos coeficientes angulares das retas e terem a mesma inclinação (KoTF1):

- | | |
|-----|---|
| [1] | Leda: tem que ter a mesma inclinação... |
| [2] | eu lembro eu lembro que é quando o coeficiente angular é o mesmo. |
| [3] | ... |
| [4] | Graça: isso é paralelismo né? |
| [5] | Tem que escrever é paralelismo? |

Figura 4 – Transcrição sobre igualdade do coeficiente angular

Fonte: Acervo da pesquisa

Notamos que a partir da fala de Leda, outra estudante (Graça), manifestou também conhecer que duas retas terem o mesmo coeficiente angular já implica em serem paralelas (KoTD2), ao perguntar “isso é paralelismo, né?” [4], ratificando o conhecimento desses futuros professores sobre paralelismo, embora tenha sido desperdiçada uma oportunidade de revelar seu conhecimento aos problemas de coesão presentes na resposta de Carla.

Similarmente, notamos oportunidades de discussão de conexões intraconceituais, ao trazer à baila nas discussões fomentadoras o questionamento do que significaria esse ângulo de 30° [1], conforme ex-certo que segue na Figura 5.

- | | |
|-----|---|
| [1] | Marcos: Mas o que a gente pode deduzir desse ângulo de 30° ? |
| [2] | Esse ângulo é outra forma de você resolver se elas são paralelas. |
| [3] | Porque eu demonstro para os meus alunos. |
| [4] | Então acho que deveria demonstrar porque o ângulo de 30° |
| [5] | Luis: Porque é sempre igual. |
| [6] | Marcos: Vai demonstrar para um aluno do quarto ano? |

Figura 5 – Transcrição sobre o ângulo de 30°

Fonte: Acervo da pesquisa

Notamos uma oportunidade de revelar conhecer a relação intraconceitual entre a igualdade de amplitude e paralelismo entre retas (KoTF2), uma vez que o contexto envolvido na resolução da tarefa não demandava a demonstração, porém embora tenham achado que seria interessante fazê-lo, desistiram, argumentando que esse conteúdo programático compõe um nível de escolaridade posterior ao do aluno em questão [6].

A constatação de que as respostas estavam parcialmente corretas veio seguida de evidências do seu conhecimento especializado no âmbito das conexões interconceituais. Embora essas não apareçam em sua produção escrita (Figura 6), pois nela apenas fazem alusão a ausência da resposta quanto ao perpendicularismo e a necessidade de Alessandra fazer menção à igualdade da inclinação das retas, podemos extrair evidências do seu conhecimento especializado nos subdomínios KSM e KoT das discussões fomentadoras.

3) As duas implicações estas retas, com a diferença de que a Carla utiliza de uma linguagem matemática e a Alessandra de maneira mais usual, coloquial.

3) Carla - está correto. Só faltou o responder sobre o perpendicularismo que neste caso não ocorre, visto que onde há o encontro das retas não há formação de ângulos de 90° graus Alessandra - exatamente Alessandra, elas não se cruzam, além disso, como disse Carla, as linhas s e r tem a mesma inclinação de 30° graus

Figura 6 – Produção apresentada.

Fonte: Acervo da pesquisa

Por conseguinte, no excerto da discussão que segue (Figura 7), os futuros professores revelam saber que a visualização é um aliado na construção da conceitualização do paralelismo, pois Valda afirma em [1] que “Ele tem o mesmo ângulo aqui e o mesmo

ângulo aqui (apontando para os ângulos de 30° presentes no desenho).” (KoTPcf1). Do mesmo modo, evidenciam saber que o cálculo da tangente desse ângulo é necessário para chegar ao coeficiente angular da reta, por Valda assegurar em [2]: “Tem que saber qual a tangente desse ângulo para saber qual é o coeficiente angular,” (KSMAC1), reconhecendo, porém, que a resolução do problema em questão não demanda esse cálculo.

- [1] Valda: Ele tem o mesmo ângulo aqui e o mesmo ângulo aqui (apontando para os ângulos de 30° presentes no desenho).
 [2] Valda: Tem que saber qual a tangente desse ângulo para saber qual é o coeficiente angular, mas não precisa saber isso.
 [3] Valda: Se estes ângulos são iguais,
 [4] Valda: Se estes ângulos são iguais, então esse e esse (apontando para o ângulo que precede o primeiro ângulo de 30° e o ângulo que sucede o segundo) são iguais também?
 [5] Valda: Carla. Está certo, porém você não respondeu sobre o perpendicularismo.
 [6] Valda: Mas a gente tem que explicar para ela o que é ou só fala que ela não respondeu?
 [7] Tati: Que neste caso não ocorre o ângulo de 50° graus.

Figura 7 – Discussão sobre ângulos.

Fonte: Acervo da pesquisa

Notamos ainda em [5] com a pergunta “... esse e esse são iguais também?” surge uma oportunidade para fazer uma relação interconceitual com o tema ângulos em que o conhecimento dos futuros professores seria saber que ângulos opostos pelo vértice são iguais (KSMAC2), mas, não fizeram uso dessa oportunidade.

Além disso, tanto na Figura 7, linha [8], quanto na produção escrita em seu *feedback* para Alessandra (Figura 6) quando afirmam que não são perpendiculares porque “... onde há o encontro das retas não há formação de ângulos de 90° graus”, notamos indícios de que os futuros professores sabem que a amplitude do ângulo que as retas formam entre si influencia nas suas posições relativas e que no caso das retas concorrentes formarem um ângulo de 90° lhes dá o nome particular de perpendiculares (KSMAC3).

Apresentamos no Quadro 1, uma síntese do conhecimento dos futuros professores (evidências, indícios e oportunidades) considerando os subdomínios em que estes se enquadram e os indicadores associados.



Subdomínios	Conhecimentos	
KoT	Definições	KoTD1: saber que retas paralelas são as que não se cruzam/são equidistantes e têm o mesmo plano em comum
		KoTD2: saber que retas paralelas são as que têm o mesmo coeficiente angular/inclinação
	Fundamentos	KoTF1: conhecer que existe equivalência entre as afirmações que as retas possuem a mesma inclinação e que possuem o mesmo coeficiente angular
		KoTF2: conhecer a relação interconceitual entre a igualdade de amplitude angular e paralelismo entre retas
		KoTF3: saber que as afirmações equivalentes não são complementares
	Propriedades	KoTP1: saber que a afirmação de que retas paralelas não têm ponto em comum é incoerente
		KoTP2: saber que apenas não se cruzarem não define o paralelismo entre retas
KSM	Procedimentos – como se faz?	KoTPcf1: saber que a visualização é uma auxiliar na construção da conceitualização de paralelismo entre retas
	Registros de Representação	KoTRR1: conhecer a existência de diferentes formas de registro de representação
	Conexões baseadas no aumento de complexificação	KSMAC1: saber que é possível calcular a tangente de um ângulo para chegar ao coeficiente angular
		KSMAC2: saber que ângulos opostos pelos vértices são iguais
		KSMAC3: conhecer a influência da amplitude do ângulo na posição relativa das retas

Quadro 1. Resumo do Conhecimento dos futuros professores



CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados aqui explanados, em termos dos indicadores de conhecimento obtidos a partir da análise e discussão (por futuros professores da Educação Infantil e Anos Iniciais) de um conjunto de produções de alunos, permitem simultaneamente ampliar e aprofundar o entendimento que se detém relativo ao conhecimento especializado do futuro professor e ao conteúdo das suas dimensões – particularmente no que se refere as definições e conexões entre tópicos envolvendo paralelismo.

Esse entendimento ampliado, perspectiva a possibilidade e necessidade de uma mudança de foco na formação de professores, considerando a importância de que essa formação tenha como finalidade possibilitar que os professores venham a ter um efetivo desenvolvimento posterior de práticas matemáticas que possibilitem aos seus alunos entenderem o que fazem e por que o fazem, a cada momento. Para que esse tipo de prática possa se tornar efetiva de forma global, é essencial que durante a sua formação inicial (e continuada) sejam confrontados com situações da prática – que a pesquisa mostra que são matematicamente críticas (RIBEIRO; CARRILLO, 2011) – que sejam exploradas com a intencionalidade de desenvolver as especificidades do seu conhecimento especializado já que as dimensões matemáticas deste é algo que não se desenvolve na prática (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014).

Assim, os indicadores de conhecimento aqui identificados, são considerados bons pontos de partida para a elaboração de tarefas para a formação de professores (tarefas formativas) sempre e quando se objetive que essa formação promova o desenvolvimento do conteúdo de diferentes subdomínios do conhecimento do professor de/que ensina matemática (RIBEIRO; ALMEIDA; MELLONE, 2019). A elaboração destas tarefas formativas, ainda que não tenha sido foco de discussão aqui, é um dos elementos centrais para perspectivar a melhoria da qualidade da formação de professores e ampliar o entendimento que possuímos do conteúdo do seu conhecimento e de formas de o desenvolver – considerando pesquisa e formação de professores de forma imbricada.

Nesse sentido, algumas questões que ficam ainda em aberto e que podem guiar trabalhos futuros que busquem contribuir para a discussão sobre o conhecimento do professor e as especificidades desse conhecimento para a melhoria da prática referem-se a, por exemplo: (i) o conteúdo e papel do conhecimento de (futuros) professores no âmbito da visualização nas abordagens aos paralelismo (e não somente de retas); (ii) ao conhecimento especializado revelado por (futuros) professores relativamente as dificuldades dos alunos no tópico de posição relativa de “objetos e entes matemáticos” e propostas para enfrentar essas dificuldades.

Agradecimentos:

Este texto foi produzido no âmbito do projeto "Conhecimento matemático especializado do professor que ensina Matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais: um foco em conteúdos de Geometria", processo número 2016/22557-5, com financiamento da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

REFERÊNCIAS

- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, v. 59, n. 5, p. 389–407, 2008.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018.
- CARRILLO, J. **Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza: Metodología de la investigación y relaciones**. Edición: 1 ed. Huelva: Universidad de Huelva, 1998.
- CARRILLO, J. *et al.* The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, p. 1–18, 2018.
- CARRILLO-YAÑEZ, J. *et al.* The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model*. *Research in Mathematics Education*, v. 20, n. 3, p. 236–253, 2 set. 2018.
- DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. *Reve-mat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v. 7, n. 2, p. 266–297, 2012.
- DUVAL, R. Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking. In: **Basic Issues For Learning**, 1999, Cuernavaca, Morelos, Mexico. *Anais...* Cuernavaca, Morelos, Mexico: [s.n.], p. 23–26, 1999.
- ESCUADERO-ÁVILA, D. *et al.* Aportaciones metodológicas de investigaciones con MTSK. In: **Reflexionando Sobre El Conocimiento Del Profesor**, 2016, SGSE: Huelva. *Anais...* SGSE: Huelva: J. Carrillo, L.C. Contreras y M. Montes, p. 60–68, 2016.
- GONÇALVES, F.; DIAS, M. DA G. B. B. D. Coerência Textual: Um Estudo com Jovens e Adultos. *Psicologia: Reflexão e Crítica*, v. 16, n. 1, p. 29–40, 2003.
- GUTIERREZ, A. **Visualization in 3-dimension-al geometry search of a framework**: L. Puig & A. Gutiérrez (eds), Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, v. 1, n. 20, p. 3–19, 1996.
- JAKOBSEN, A.; RIBEIRO, M.; MELLONE, M. Norwegian prospective teachers' MKT when interpreting pupils' production on a fraction task. *Nordic Studies in Mathematics Education*, v. 19, n. (3–4), 2014.
- MARKIC, A. A. Tecitura: Afetividade e Aprendizagem Na Educação Infantil. *Revista Educação - Universidade de Guarulhos*, v. 12, n. 2, p. 42–51, 2017.
- RIBAS, T. R. C. *et al.* As diferentes dimensões da "Competência" Na formação do profissional-professor. *Revista Educação - Universidade Guarulhos*, v. 1, n. 2, p. 43–49, 2006.
- RIBEIRO, M. T. Areas para alumnos y tareas para la formación: discutiendo el conocimiento especializado del profesor y del formador de profesores de matemáticas. In: **XX JORNADAS NACIONALES DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA - SOCHIEH**, 2016, Valparaíso: Chile. *Anais...* Valparaíso: Chile: [s.n.], p. 31–39, 2016.
- RIBEIRO, M.; CARRILLO, J. Knowing mathematics as a teacher. In: **CERME 7**, 2011, Rzeszów. *Anais...* Rzeszów: ERME, 2011. p. 2818–2826.
- ROSSI, V.; OLIVEIRA, C. C. DE. As dimensões da etnomatemática na construção do conceito de espacialidade: um estudo para a primeira série do ciclo I. *Revista da Educação da Universidade de Guarulhos*, v. 1, n. 1, p. 89–92, 2006.
- SHULMAN, L. Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, n. 15(2), p. 4–14, 1986.
- STAKE, R. E. **The art of case study research**. 1. ed. Thousand Oaks, CA: Sage Publications, 1995.
- VALENTE, W. R. Que geometria ensinar? Uma breve história da redefinição do conhecimento elementar matemático para crianças. *Pro-Posições*, v. 24, n. 1, p. 159–178, abr. 2013.

CAPÍTULO IV – CONCLUSÕES

O capítulo precedente trouxe as análises e as discussões, à luz do *Mathematics Teachers Specialized Knowledge* (MTSK), sobre as informações colhidas na dinamização da tarefa formativa já apresentada. Foi exposto como resultado um conjunto de indicadores do Conhecimento Especializado de futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais sobre o tópico paralelismo, tendo por base a visualização, trazendo ainda um viés desse conhecimento, associado ao ensino do tema supramencionado para alunos cegos.

Assim, faremos, na sequência, uma metassíntese do conjunto de indicadores apresentados como resultados na trilogia de artigos que compôs o capítulo anterior, consolidando o que foi revelado do conhecimento dos futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais sobre paralelismo, tomando a visualização como base. Com esse intuito, reapresentaremos, a seguir, de forma sintética, a análise e os indicadores do conhecimento revelado nos referidos artigos, seguindo-se o padrão de composição dos acrônimos neles adotados: a sigla do subdomínio em questão, acrescida da(s) letra(s) representativa(s) da categoria associada (e subcategoria quando couber), seguidas de um número sequencial. Ao final do capítulo, exporemos um quadro síntese do conjunto desses indicadores.

Os indicadores emergentes do conhecimento englobam dois dos três subdomínios do *Mathematical Knowledge* (MK): o *Knowledge of Topics* (KoT) e o *Knowledge of the Structure of Mathematics* (KSM); e um dos três subdomínios do *Pedagogical Content Knowledge* (PCK): o *Knowledge of Features of Learning Mathematics* (KFLM). Dos conhecimentos dos futuros professores referidos no KoT obtivemos indicadores alusivos às categorias *definições, aplicações, fundamentos, propriedades, procedimentos e registros de representação*. Com respeito às categorias relacionadas no KSM, a análise das produções reportou *conexões baseadas no aumento da complexificação*. E das categorias reportadas pelo KFLM tivemos indicadores fulcrados nas categorias *pontos fortes e fracos na aprendizagem matemática e formas de interação com o conteúdo matemático*.

Com efeito, em consonância com o subdomínio KoT na categoria *definições*, o primeiro *paper* trouxe como proposta resolutiva a um dos problemas a produção: “*duas retas são paralelas quando os coeficientes angulares de ambas são os mesmos*” ([Figura 10, do primeiro paper](#), p. 71). Essa assertiva evidencia saberem que *os coeficientes angulares de retas paralelas são iguais* (KoTD1). Ainda lança indícios de seu conhecimento sobre Geometria Analítica, que, embora componha a grade de ensino de séries posteriores ao campo de atuação desses futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais,

onhecê-la oportuniza uma exploração do tema com maior propriedade e, conseqüentemente, maiores oportunidades de aprendizagem para os alunos.

Esse indicador do conhecimento é reforçado quando (terceiro *paper*) os futuros professores acolhem a resposta da aluna Carla – “*s’ e r’ são paralelas porque têm a mesma inclinação de 30° [...]*” – como proposta resolutiva correta ([Figura 3, terceiro paper](#), p. 106) ao problema em que se solicita atribuírem significado às respostas de alunos ([Figura 2, do terceiro paper](#), p. 105). Entretanto, a continuação dessa resposta: “[...] *e possuem o mesmo coeficiente angular*” carece de uma discussão quanto a sua coesão, pois, como não é possível ter a mesma inclinação e não ter o mesmo coeficiente angular, as duas respostas são equivalentes; e, na solução proposta pela aluna, aparecem interligadas pelo conectivo “e”, o que torna a resposta redundante.

A ausência da menção a essa falta de coesão na produção não necessariamente implica dizer que os futuros professores desconheçam esse fato, pois, no excerto de sua discussão, registrada em vídeo, temos: “tem que ter a mesma inclinação... eu lembro que é **quando** o coeficiente angular é o mesmo” ([Figura 4, terceiro paper](#), linha [2], p. 106, grifo nosso,), evidenciando terem ciência da implicação envolvida. Na mesma produção, os futuros professores também aceitam como certa a resposta da aluna Alessandra: “As retas ‘s’ e ‘r’ mantêm a mesma distância entre si em todo o seu comprimento e não têm nenhum ponto em comum, por isso são paralelas”; portanto, sabem que *retas paralelas são equidistantes* (KoTD2).

Não obstante, a resposta anterior e o conhecimento associado, necessitam de uma discussão quanto à coerência e à completude matemáticas. Concernente à completude – considerando também a necessidade de uma adequação matemática a cada momento –, por exemplo, no contexto da Geometria Euclidiana, retas paralelas, além de equidistantes, têm um plano em comum; do contrário, retas reversas também seriam paralelas. Além disso, o excerto final da resposta “[...] e não têm nenhum ponto em comum, por isso são paralelas” apresenta problemas de coerência, pois implica dizer que as retas coincidentes não são paralelas, porque, embora equidistantes, coplanares (tópico tipicamente discutido na Geometria Euclidiana) e com o mesmo coeficiente angular (tópico tipicamente incluso na Geometria Analítica), possuem **todos** os pontos em comum.

Já com respeito à categoria *aplicações*, quando os futuros professores em suas produções afirmam “Paralelas: são retas ou figuras ou objetos, [...]” ([Figura 5, primeiro paper](#), p. 67), evidenciam *saber que existe paralelismo em figuras bidimensionais, tridimensionais e objetos* (KoTA1). A presença desse indicador ainda é reforçada quando também sugerem, como proposta resolutiva para a representação de “coisas” paralelas: “As extremidades

opostas de um objeto quadrado ou retangular como os lados opostos de um caderno ou um celular” ([Figura 5, do primeiro paper](#), p. 67).

Sabemos que, por uma questão de coerência matemática, faz-se necessário distinguir figuras (entes geométricos bidimensionais ou tridimensionais) de objetos (entes tridimensionais do cotidiano); logo, a ideia matemática seria mais bem expressa desta forma: “as extremidades de um objeto em forma de prisma retangular como os lados opostos...”, pois o retângulo e o quadrado são figuras bidimensionais representadas no plano, enquanto o prisma retangular é uma figura tridimensional quando representada no plano, e um sólido, quando materializado no espaço. Assim, associam-se as faces de um objeto a um retângulo, quando alude a uma figura geométrica tridimensional (representada no plano) ou a um sólido (figura materializada) de maior similaridade com esse objeto que é um prisma retangular.

Outra proposta resolutiva apresentada a esse mesmo problema menciona dois carros em trânsito por uma rodovia ([Figura 7, primeiro paper](#), p. 69), reforçando a ideia de que se pode encontrar paralelismo no cotidiano e evidenciando saberem que o *paralelismo em objeto se baseia na equidistância (KoTA3)*, pois, se dois carros ali trafegam lado a lado, suas trajetórias formam linhas paralelas, mesmo quando em curvas, já que mantêm a mesma distância lateral e estão no mesmo plano, que os contém – a rodovia.

Também no segundo *paper* existem indícios do conhecimento dos futuros professores quanto a *aplicações*, quando na proposta resolutiva ao problema ([Figura 2, do segundo paper](#), p. 86) que apresentava três paralelogramos sobrepostos na simulação do contexto inclusivo, afirmam: “Não sei o que é, mas tem um quadrado [...]” ([Quadro 5, do segundo paper](#), p. 90). Importa lembrar que os futuros professores, embora videntes, estavam com máscaras simulando a cegueira; logo, essa afirmação não implica desconhecerem que, para ser a representação de um quadrado, além dos lados iguais e paralelos, é necessário que seus vértices formem um ângulo de 90° . Logo, a alusão a um quadrado nessas circunstâncias dá indícios de *saberem que os lados opostos de um quadrado são paralelos (KoTA3)*.

Indícios da categoria *propriedades* encontram-se no primeiro *paper*, quando, na proposta resolutiva ao problema que solicita representação de retas paralelas em linguagem matemática, afirmam: “Duas retas que estão postas a uma mesma distância uma da outra” ([Figura 6, primeiro paper](#), p. 68), que revela *saberem que retas paralelas são equidistantes (KoTP1)*. Essa proposta resolutiva denota que entendem a linguagem matemática caracterizada apenas por usar termos do repertório matemático, porém, ela se utiliza de símbolos largamente empregados na linguagem científica. A esses símbolos que a universalizam são atribuídos valores semânticos (DUVAL, 1999) que permitem sua discussão

e compreensão. Logo, a proposta resolutiva está apresentada em linguagem textual, e não em linguagem matemática.

Adicionalmente, como proposta resolutiva ao mesmo problema, os futuros professores expuseram: “PARALELAS: são retas ou figuras ou objetos que estão lado a lado (ou frente a frente) e nunca se encontram, ou seja, não possuem um ponto de intersecção” ([Figura 5, primeiro paper](#), p. 67), evidenciando *saber que “coisas” paralelas não se encontram/cruzam (KoTP2)*. Porém, ao afirmarem que não possuem **um ponto** de intersecção, há uma ambiguidade que poderia ser resolvida, por exemplo, com a troca do termo “um ponto” por **nenhum ponto**. Ainda reforçando esse indicador quanto ao seu conhecimento sobre a característica propriedades, exemplificam “coisas” paralelas em linguagem textual como “retas que nunca se encontram” ([Figura 8, primeiro paper](#), p. 70).

No segundo *paper* também há esse indicador, quando, no contexto de simulação da cegueira, apresentam como proposta resolutiva ao item “a” a afirmação: “Podem ser consideradas paralelas, pois elas estão na mesma direção e não se encontram” ([Quadro 2, segundo paper](#), p. 89). Não há subsídios para afirmar se os futuros professores entendem que congregaram na mesma sentença duas propriedades oriundas de perspectivas distintas: “mesma direção” (Geometria Analítica) e “nunca se encontram” (Geometria Euclidiana). Ainda reforçando o mesmo indicador, no item seguinte, em que se apresentavam retas concorrentes, os futuros professores afirmaram que essas “**Não são paralelas** nem perpendiculares. **As retas se cruzam** formando ângulos diferentes de 90°” ([Quadro 3, segundo paper](#), p.89, grifos nossos).

Ainda no segundo *paper*, ao buscarem por uma solução ao problema que solicitava identificar se as figuras a serem entregues eram ou não paralelas ([Figura 2, segundo paper](#), p. 86), encontram “linhas paralelas” no que eles identificaram como retângulos ([Quadro 4, segundo paper](#), p. 90). Apesar de estarem confusos, pois para a maioria foi a primeira vez que simularam cegueira, ao resolver um problema de matemática para identificar uma representação bidimensional, perceberam lados paralelos e os associaram a um retângulo, o que evidencia *saberem que retângulos têm quatro lados paralelos dois a dois (KoTP3)*. Embora o paralelismo entre os lados opostos não seja suficiente para que uma figura represente um retângulo, ele é uma condição necessária, que os futuros professores conseguiram construir mentalmente durante a simulação.

Os futuros professores indiciam a existência da categoria *procedimentos (como se faz?)* no primeiro *paper*, quando afirmam, como conclusão de uma proposta resolutiva ao registro de representação em linguagem textual: “[...] como os lados opostos de um caderno ou um celular” ([Figura 6, primeiro paper](#), p. 68), pois essa afirmação demanda *saberem que*

a desconstrução dimensional (visualização) permite entender/reconhecer o paralelismo existente em “coisas” (KoTPcCF1).

Esse indicador pauta-se no conteúdo do seu conhecimento relativo à desconstrução dimensional e no saber usá-la (procedimentos), mesmo que desconheçam o seu nome, pois, para ver os lados de um caderno ou de um celular como paralelos, precisam desconstruí-los, encarando-os como constituídos por quatro superfícies de formato retangular (desconsiderando-se os vértices arredondados) que se agregam, enquanto as superfícies opostas não se cruzam e se mantêm equidistantes.

Adicionalmente, reforçando o indicador exposto acima, apresentam a representação de um retângulo como proposta resolutiva ao registro de representação em linguagem pictórica e afirmam que os seus lados são paralelos ([Figura 9, primeiro paper](#), p. 70), o que demanda fazer também uma desconstrução dimensional – dessa feita, do bidimensional (o retângulo) para o unidimensional (segmentos de retas), paralelos dois a dois.

Também no terceiro *paper*, há indício dessa categoria, quando, em meio às discussões que fundamentam a proposta resolutiva ao pedido de atribuir sentido às respostas de alunos, os futuros professores afirmam que as retas representadas ali são paralelas: “Ele tem o mesmo ângulo aqui e o mesmo ângulo aqui (apontando para os ângulos de 30° presentes no desenho)” ([Figura 7, terceiro paper](#), p. 107), dando indício de saber que a visualização é uma auxiliar na construção da conceitualização de paralelismo entre retas (KoTPcCF2), pois a igualdade dos ângulos que as duas retas formavam com a terceira que as interceptava foi captada de imediato e fundamentou a produção em que afirmaram tratar-se de retas paralelas.

A presença da categoria *fundamentos* evidenciou-se no elenco de conhecimentos dos futuros professores, quando, nas discussões fomentadoras das resoluções escritas, no terceiro *paper*, asseveraram: “tem de ter a mesma inclinação... eu lembro, eu lembro que é quando têm o mesmo coeficiente angular” ([Figura 4, terceiro paper](#), p. 106), claro indício de saber que existe equivalência entre as afirmações: que as retas possuem a mesma inclinação e que possuem o mesmo coeficiente angular (KoTF1).

Reforçando esse indicador, encontramos, na discussão fomentadora das produções (p. 106), linha [2]: “Esse ângulo é outra forma de você resolver se elas são paralelas” ([Figura 5, terceiro paper](#), p. 106) – evidência de que *conhecem a relação interconceitual entre a igualdade de amplitude angular e paralelismo entre retas* (KoTF2).

Já o conhecimento dos futuros professores relativo à categoria *registros de representação* evidencia-se na produção apresentada na [Figura 8 do primeiro paper](#), p. 70,

que revela *conhecerem a existência de diferentes formas de registro de representação (KoTRR1)*, pois fazem representações baseadas no que entendem ser as linguagens textual, matemática e pictográfica.

Desse modo, como exemplo de “coisas” paralelas, apresentam, em linguagem textual “*retas que nunca se encontram*”; em linguagem matemática, “ $s//t$ ”, junto com o desenho delas; e, como registro de representação pictográfica, expõem o desenho de carros trafegando por uma rodovia em duas pistas. Importa lembrar que a primeira representação – o não cruzamento em um único ponto – revela uma propriedade necessária, mas não suficiente para o paralelismo entre retas, pois apenas isso não o define: é preciso haver um plano em comum; caso contrário, retas reversas também seriam paralelas.

Fortalecendo ainda a existência desse indicador, no terceiro *paper* encontra-se a produção “As duas explicações estão corretas, com a diferença de que a Carla utiliza de uma linguagem matemática e a Alessandra de maneira mais usual, coloquial” ([Figura 3, terceiro paper](#), p. 106). Essa afirmação foi apresentada como proposta resolutiva para atribuir significado às respostas de alunos, quando questionados se o desenho apresentado representava paralelismo e, embora contenha um equívoco quanto ao que seja linguagem matemática, fica claro que sabem ser ela diferente da coloquial.

Já na segunda representação, em linguagem matemática, os futuros professores revelam seu conhecimento evidenciando saber que *a linguagem matemática se embasa no uso de símbolos próprios (KoTRR2)*, pois sua resposta usa a linguagem simbólica científica, que universaliza o saber matemático e permite a pessoas de qualquer idioma atribuir-lhe o sentido semântico corrente. Da produção, “*dado (sic) duas retas, a menor distância entre elas é a mesma*” ([Figura 9, primeiro paper](#), p. 70), emerge indício de *saberem que a linguagem matemática é dotada de formalismo e rigor (KoTRR3)*, pois a apresentam de modo não usual na linguagem textual, embora não se note o uso da simbologia que caracteriza a linguagem matemática.

Do segundo *paper* também emergem indicadores do conhecimento desses futuros professores sobre a categoria *registros de representação*. Um deles é notado quando afirmam “[...] Não sei o que é, mas tem um quadrado... São duas figuras. A figura é gigante. Tem pontilhados e linhas leves. Tem linhas pontilhadas. Quer dizer que se cruzam, né? o pontilhado é o que cruza. Parece um quadrado grande. As figuras não estão agrupadas. [...]” ([Quadro 5, segundo paper](#), p. 90), evidenciando *saberem que é possível ir da representação pictórica (a representação de uma figura tridimensional no plano, o cubo como exemplo) para a linguagem natural (expressão “figura em 3D”) e vice-versa (KoTRR4)*.

otamos que começam a transcrever o registro pictórico para a linguagem natural, identificando a representação por partes, quando afirmam “tem pontilhados e linhas leves”, praticando a apreensão mereológica para, por fim, compor a figura: [...] É tipo aquela figura em 3D, onde colocamos uma figura sobre a outra, onde colocamos os pontilhados atrás” ([Quadro 5, segundo paper](#), p. 90), evidenciando *saber que, por meio do uso de linhas tracejadas intercaladas com linhas cheias (codificação), é possível efetuar uma representação de uma figura tridimensional no plano (KoTRR5)*. Fortalecendo esse indicador, Eva, futura professora, ainda usando a máscara, decodificou o apreendido pelo tato e fez seu registro pictórico, chegando muito próximo da representação de um cubo ([Figura 6, segundo paper](#), p. 91).

Continuando a discorrer sobre o conhecimento dos futuros professores que emergiram da análise, ainda sob o escopo do MK, mas desta vez no âmbito do KSM, tem-se a presença da categoria conexões baseadas no aumento da complexificação. Desse modo, no terceiro *paper* há a discussão fomentadora da proposta: “Tem que saber qual a tangente desse ângulo para saber qual é o coeficiente angular” ([Figura 7, linha \[2\], terceiro paper](#), p. 107).

Essa discussão eclodiu do problema em que se solicitava aos futuros professores atribuir sentido às respostas de alunos e evidencia *saberem que é possível calcular a tangente de um ângulo para chegar ao coeficiente angular (KSMAC1)*. Esse conhecimento transcende o que será discutido com os alunos no nível de ensino em que os futuros professores atuarão; entretanto, esse domínio lhes dá maior propriedade para discorrer sobre o tema matemático paralelismo e oportuniza maiores aprendizagens aos seus futuros alunos.

Há ainda uma oportunidade para revelar o conhecimento dos futuros professores nessa categoria, durante a discussão fomentadora, quando inquirem: “Se estes ângulos são iguais, então esse e esse (apontando para o ângulo que precede o primeiro ângulo de 30° e o ângulo que sucede o segundo) são iguais também?” ([Figura 7, linhas \[4\] e \[5\], terceiro paper](#), p. 107). Essa pergunta lançou a oportunidade para os futuros professores fazerem uma conexão de complexificação entre os temas ângulos e paralelismo, que consistiria em *saber que ângulos opostos pelos vértices são iguais (KSMC2)*.

Novo indício emerge da discussão, quando afirmam: “Que neste caso não ocorre o ângulo de 90° graus.” ([Figura 7, linha \[8\], terceiro paper](#), p. 107), aludindo ao questionamento que trazia o problema quanto à possibilidade de ser a representação relacionada com o paralelismo e o perpendicularismo. Essa afirmação lança indícios de *conhecerem a influência da amplitude do ângulo na posição relativa das retas (KSMC3)*, pois a existência de um ângulo já impede que as retas sejam paralelas, enquanto o fato de esse

ângulo ser diferente de 90° impede que as retas sejam perpendiculares.

Por fim, concernente ao domínio PCK, há indicadores do conhecimento dos futuros professores quanto ao subdomínio KFLM nas categorias *pontos fortes e fracos na aprendizagem matemática* e *formas de interação com o conteúdo matemático*. Por conseguinte, nas discussões fomentadoras às produções alusivas ao contexto de simulação do ambiente inclusivo, temos “[...] *acho que ficaria muito mais fácil na minha cabeça*” ([Figura 7, linha \[6\], segundo paper](#), p. 91). Na ocasião, a futura professora, ao tatear pelo cartão em que estava em alto-relevo a representação de um cubo, percebe que não consegue formar o quadro mental. Assim, evidenciando *saber que conseguir identificar o paralelismo através do tato não implica dizer que saberá fazer corretamente um registro de representação ou mesmo uma descrição* (KFLMPFF1).

Somando-se a isso, a ação de desenhar, mesmo com a venda sobre os olhos, empreendida por essa futura professora ([Figura 6, segundo paper](#), p. 91), dá indícios de *saber que a exploração da apreensão operatória mereológica é um recurso que pode ser usado por cegos e videntes* (KFLMPFF2), pois seu desenho, conforme exarado na discussão fomentadora, teve por base a construção mental pela apreensão operatória mereológica. Tal prática se caracteriza pela construção da parte para o todo e é a base do modo particular como o cego vê.

Adicionalmente, esse processo construtivo embasado na apreensão operatória mereológica lança ainda indícios do conhecimento, pelos futuros professores, da categoria *formas de interação com o conteúdo matemático*. Mais especificamente, revela *saberem que o uso da apreensão operatória mereológica é um potencializador da aprendizagem sobre paralelismo* (KFLMFI1), pois, mesmo não tendo assumido a postura de professores nessa parte da tarefa, e a tarefa não tendo inquirido nada sobre o assunto, eles a praticaram de forma intuitiva e, embora desconheçam seu nome, atuaram segundo esse processo da visualização.

Outro indício do conhecimento dos futuros professores nessa categoria que emergiu das discussões fomentadoras foi: “Vejo que tem pontilhados” ([Quadro 5, segundo paper](#), p. 90). Embora essa frase pudesse passar despercebida noutras circunstâncias, ganhou notoriedade por ter sido dita por futuros professores durante a simulação da cegueira com o uso de máscaras.

Esse episódio indicia o último indicador aqui elencado: *saberem que o modo particular de ver do cego segue o princípio parte-todo* (KLFMFI2), pois denota que os futuros professores já haviam se ambientado de tal forma com a apreensão mereológica através do tato que, para eles, o tatear passou a ser seu enxergar. Tal perspectiva amplia o leque de

possibilidades de atuação do professor com o aluno cego, pois ajudará a encará-lo não como quem não enxerga, mas sim como um aluno que usa outros meios para ver.

Portanto, o entrelaçamento do conhecimento do professor, referido nos três subdomínios explorados nesta pesquisa sobre o tema “paralelismo com o auxílio da visualização em contextos inclusivos”, pode ser observado mais claramente no Quadro 2. Nele está o conjunto de 28 indicadores dos futuros professores, porém necessário se faz dizer que o fato de apresentarmos apenas esses não exclui a possibilidade da existência de outros, pois elencaram-se os que foram percebidos por esta pesquisadora. A categoria com maior número de indicadores é *registros de representação*, o que é perfeitamente natural, uma vez que o presente trabalho explorou a visualização.

Quadro 2 – Conjunto de indicadores de conhecimento especializado revelado por futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais no âmbito do paralelismo

Domínios	Subdomínios	Conhecimentos	
MK	KoT	Definições	<i>KoTD1: saber que os coeficientes angulares de retas paralelas são iguais</i>
			<i>KoTD2: saber que retas paralelas são as que não se cruzam/são equidistantes e têm o mesmo plano em comum</i>
			<i>KoTD3: saber que retas paralelas são as que têm o mesmo coeficiente angular (a mesma inclinação)</i>
		Aplicações	<i>KoTA1: saber que existe paralelismo em figuras bidimensionais, tridimensionais e objetos</i>
			<i>KoTA2: saber que o paralelismo também pode ser uma posição relativa de objetos do cotidiano</i>
			<i>KoTA3: saber que o paralelismo em objetos se baseia na equidistância</i>
			<i>KoTA4: saber que os lados opostos de um quadrado são paralelos</i>
		Propriedades	<i>KoTP1: saber que retas paralelas são equidistantes</i>
			<i>KoTP2: saber que “coisas” paralelas não se cruzam/encontram</i>
			<i>KoTP3: saber que retângulos (quadrados) têm quatro lados paralelos dois a dois e quatro ângulos retos</i>
			<i>KoTP4: saber que a afirmação: “retas paralelas não têm nenhum ponto em comum” é incoerente</i>
			<i>KoTP5: saber que apenas não se cruzarem não define o paralelismo entre retas</i>

		Procedimentos (Como se faz?)	<i>KoTPcCF1: saber que a desconstrução dimensional (visualização) permite entender/reconhecer o paralelismo existente em “coisas”</i>
			<i>KoTPcCF2: saber que a visualização é uma auxiliar na construção da conceitualização de paralelismo entre retas</i>
		Fundamentos	<i>KoTF1: conhecer que existe equivalência entre as afirmações: “as retas possuem a mesma inclinação” e “possuem o mesmo coeficiente angular”</i>
			<i>KoTF2: conhecer a relação interconceitual entre a igualdade de amplitude angular e o paralelismo entre retas</i>
		Registros de Representação	<i>KoTRR1: conhecer a existência de diferentes formas de registro de representação</i>
			<i>KoTRR2: saber que a linguagem matemática se embasa no uso de símbolos próprios</i>
			<i>KoTRR3: saber que a linguagem matemática é dotada de formalismo e rigor</i>
			<i>KoTRR4: saber ir da representação pictórica (a representação de uma figura tridimensional no plano, o cubo como exemplo) para a linguagem natural (expressão “figura em 3D”) e vice-versa</i>
			<i>KoTRR5: saber que, por meio do uso de linhas tracejadas intercaladas com linhas cheias (codificação), é possível efetuar uma representação de uma figura tridimensional no plano</i>
	KSM	Conexões baseadas no aumento de complexificação	<i>KSMAC1: saber calcular a tangente de um ângulo para chegar ao coeficiente angular</i>
			<i>KSMAC2: saber que ângulos opostos pelos vértices são iguais</i>
			<i>KSMAC3: conhecer a influência da amplitude do ângulo na posição relativa das retas</i>
PCK	KFLM	Pontos fortes e fracos na aprendizagem matemática	<i>KFLMPFF1: saber que conseguir identificar através do tato o paralelismo não implica saber fazer corretamente um registro de representação ou mesmo uma descrição</i>
			<i>KFLMPFF2: saber que a exploração da apreensão operatória mereológica é um recurso que pode ser usado por cegos e videntes</i>
		Formas de interação com o conteúdo matemático	<i>KFLMFI1: saber que o uso da apreensão operatória mereológica é um potencializador da aprendizagem sobre paralelismo</i>
			<i>KFLMFI2: saber que o modo particular de ver do cego segue o princípio parte-todo.</i>

Notamos que os futuros professores sabem o que é paralelismo e que fazem uso, mesmo que intuitivamente, da apreensão operatória mereológica para resolver os problemas

propostos, o que pressagia a possibilidade de, quando em exercício, explorar essa habilidade com seus alunos, uma vez que, no contexto formativo, municiam-se do conhecimento a ser utilizado em sua prática (RIBEIRO, 2011).

Destacadamente, os indicadores do conhecimento apresentam um nível de aprofundamento do conhecimento sobre o tema paralelismo que revela a necessidade de discussões mais sistemáticas sobre o que pode ser considerado uma linguagem matemática e sobre a diferença entre condições necessárias e suficientes na configuração de suas propriedades, para caracterizar o paralelismo, com vistas a conceitualizá-lo.

Por conseguinte, os resultados desta pesquisa apontam como mister a busca de modos de melhor municiar os futuros professores com um conhecimento que lhes permita prover aos seus alunos uma aprendizagem capaz de ajudá-los a entender o raciocínio que fundamenta o conteúdo matemático, em lugar de apenas memorizar fórmulas e conceitos.

Portanto, os indicadores apresentados neste trabalho podem servir como balizadores na elaboração de tarefas formativas que objetivem ampliar o conhecimento não apenas desses futuros professores, mas de professores atuantes (RIBEIRO; ALMEIDA; MELLONE, [no prelo]), na tentativa de quebrar o ciclo vicioso do como ensinar sobre o que não aprenderam, que emerge de vários estudos como algo ainda presente na educação matemática brasileira (ALMOULOU *et al.*, 2004; BARBOZA; CORTELA, 2018; FERREIRA; SADDO, 2017), especialmente no que tange ao ensino de alunos com deficiência (FERNANDES; HEALY, 2008).

Entrementes, a conclusão de uma pesquisa mostra-se, muitas vezes, um berço para elenco de coisas a serem feitas e de coisas que não devem ser repetidas. Este trabalho poderia ter suplantado lacunas que apresenta, se tivesse feito uma entrevista pós-dinamização da atividade, para dirimir dúvidas sobre as razões de os participantes terem feito ou deixado de fazer algo. Também seria mais eficaz a coleta de informações por meio dos vídeos, se tivesse sido combinado com ao menos mais três colegas o auxílio no controle da posição das filmadoras, pois não foi possível para apenas uma pessoa administrar com eficiência seis filmadoras e, conseqüentemente, algumas discussões foram perdidas.

Cientes de que toda pesquisa é um campo vicejante para novos trabalhos, devido a sua incapacidade de, por si só, esgotar por completo o tema que desenvolve, entendemos como questões que podem/devem vir a ser discutidas no âmbito do conhecimento do professor e sua prática, por exemplo: Que Conhecimento Especializado é revelado por professores ou futuros professores, sobre as dificuldades de aprendizagem dos alunos para a representação de figuras tridimensionais em um plano?; Que conhecimento os futuros professores revelam sobre a conexão entre a amplitude do ângulo e a posição relativa de

“objetos e entes matemáticos”?; e Que Conhecimento Especializado têm os professores ou os futuros professores sobre o ensino de figuras tridimensionais a alunos cegos congênitos? A busca de respostas para esses questionamentos tem um bom potencial para pesquisas futuras, e as propostas oriundas dessas pesquisas para enfrentar as dificuldades nelas imbricadas seriam uma valiosa contribuição para a educação matemática.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOU, S. A. *et al.* Geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 27, p. 94-108, dez. 2004.
- ARCAVI, A. The role of visual representations in the learning of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, Holanda: Springer, v. 52, n. 3, p. 215-241, 2003.
- ÁVILA, G. Euclides, Geometria e Fundamentos. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, v. 45, p. 1-9, 2001.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BARBOZA, A. P. R.; CORTELA. Formação do PNAIC em Geometria e a Trajetória Educacional dos Professores Alfabetizadores. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 32, n. 61, p. 419-438, ago. 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília, DF: Ministério da Educação; Secretaria de Educação Fundamental, 1997. v. 3.
- BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Censo Escolar da Educação Básica 2013**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2014.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília-DF: Ministério da Educação, 2018a.
- BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Notas Estatísticas: Censo Escolar 2017**. Brasília-DF: Ministério da Educação; Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais, 2018b.
- CANTORAL, R.; MONTIEL, G. Una representación visual del polinômio de Lagrange. **Números**, Islas Canarias: Sociedad Canaria "Isaac Newton" de Profesores de Matemáticas, n. 55, p. 2-22, 2003.
- CARRILLO, J. **Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza: Metodología de la investigación y relaciones**. Huelva: Universidad de Huelva, 1998.
- CARRILLO, J. *et al.* The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, London, v. 20, n. 3, p. 236-253, 2 set. 2018.
- CLEMENTE, F.; LLINARES, S.; TORREGROSA, G. Visualización y razonamiento configural. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 31, n. 57, p. 497-516, 2017.
- COMMANDINO, F. **Euclides: elementos de geometria**. São Paulo: Edições Cultura, 1944. v. 1.
- CRILLY, T. **O postulado das paralelas. 50 Ideias de Matemática que precisa mesmo de saber**. 1. ed. Alfragide - Portugal: Dom Quixote, 2011. p. 108-111.

DAVIS, P. J. Visual theorems. **Educational Studies in Mathematics**, Swiss: Springer, v. 24, n. 4, p. 333-344, 1993.

DUVAL, R. Geometrical pictures: Kinds of representation and specific processing. In: SUTHERLAND, R.; MASON, J. (Eds.). **Exploiting mental imagery with computers in mathematics education**. Berlin: Springer, 1995. p. 142-157.

DUVAL, R. Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking. In: BASIC ISSUES FOR LEARNING, 1999, Cuernavaca, Morelos, México. **Anais...** Cuernavaca, Morelos, México: [s.n.], 1999. p. 23-26.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

DUVAL, R. Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. In: DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES. **Annales...**, Strasbourg, v. 10, p. 5-53, 2005.

DUVAL, R. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 1, p. 118-138, 2012a.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012b.

ESCUADERO-ÁVILA, D. *et al.* Aportaciones metodológicas de investigaciones con MTSK. In: REFLEXIONANDO SOBRE EL CONOCIMIENTO DEL PROFESOR, 2016, SGSE: Huelva. **Anais...** SGSE: Huelva: J. Carrillo, L.C. Contreras y M. Montes, 2016. p. 60-68.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. Mãos que falam; mãos que vêem. O papel do sistema háptico no processo de objetificação do conhecimento matemático por alunos cegos. In: REUNIÃO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA DO CONE SUL, 7., 2006, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: PUC São Paulo, 2006. p. 1-13.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. Ensaio sobre a inclusão na Educação Matemática. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática – Unión**, v. 10, p. 59-78, 2007.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. Educação matemática e inclusão: abrindo janelas teóricas para a aprendizagem de alunos cegos. **Educação e Cultura Contemporânea**, Rio de Janeiro, v. 5, p. 91-105, 2008.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. A Inclusão de alunos cegos nas aulas de matemática: explorando área, perímetro e volume através do tato. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 23, n. 37, p. 1111-1135, 2010.

FERREIRA, M. B. C.; SADDIO, A. A. Análise dos livros de geometria indicados nos cursos de licenciatura em matemática. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 12, n. 2, p. 16-57, 2017.

GUTIÉRREZ, A. Visualization in 3-dimensional geometry search of a framework. In: PUIG, L.; GUTIÉRREZ, A. (Eds.). **Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, v. 1, n. 20, p. 3-19, 1996.

HARTWIG, S. C. *et al.* Um olhar sobre as práticas pedagógicas na construção de conhecimentos geométricos. **REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 11, n. 2, p. 243-258, 2016.

JULIO, R. S.; SILVA, G. H. G. DA. Compreendendo a formação matemática de futuros pedagogos por meio de narrativas. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 32, n. 62, p. 1012-1029, dez. 2018.

LEIVAS, J. C. P. Geometrias não euclidianas: ainda desconhecidas por muitos. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 15, n. 3, p. 647-670, 2013a.

LEIVAS, J. C. P. Visualização ou ilusão ótica: o que dizem os mestrandos. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, Rio de Janeiro, v. 3, n. 2, p. 58-70, 2013b.

LEIVAS, J. C. P.; SILVA, D. C. da. Habilidades visuais desenvolvidas em uma oficina inclusiva de geometria para cegos. **VIDYA – Universidade Franciscana**, Santa Maria, v. 34, n. 1, p. 27-46, 2014.

LIRIO, S. B. **A tecnologia informática como auxílio no ensino de geometria para deficientes visuais**. 2006. 115 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UNESP, Rio Claro - SP, 2006.

LOMÔNACO, J. F. B. *et al.* Desenvolvimento de conceitos: o paradigma das descobertas. **Psicologia Escolar e Educacional**, São Paulo, v. 42, n. 2, p. 31-39, 2000.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? **A Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 3, n. jan./jun, p. 3-13, 1995.

MANTOAN, M. T. A. **Inclusão escolar: o que é? por quê? como fazer?** São Paulo, SP: Moderna, 2003.

MONTEIRO, F.; LEIVAS, J. C. P.; PRETTO, V. Habilidades visuais para a formação de professores dos anos iniciais. **Perspectiva da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 9, n. 20, p. 1022-1039, 2016.

NUNES, S. S.; LOMÔNACO, J. F. B. Desenvolvimento de conceitos em cegos congênitos: caminhos de aquisição do conhecimento. **Revista Semestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional (ABRAPEE)**, Paraná, v. 12, n. 1, p. 119-138, jun. 2008.

OCHAITA, E.; ROSA, A. Percepção, ação e conhecimento nas crianças cegas. **Desenvolvimento Psicológico e Educação: necessidades educativas especiais e aprendizagem escolar**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995. v. 3. cap. 12.

OLIVEIRA, M. T.; LEIVAS, J. C. P. Visualização e representação geométrica com suporte na teoria de Van Hiele. **Ciência e Natura**, Santa Maria: UFSM, v. 39, n. 1, p. 108-117, 2017.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, Campinas, v. 1, n. 1, p. 7-18, 1993.

PRESMEG, N. C. Visualization in high school mathematics. **For the Learning of Mathematics**, v. 6, n. 3, p. 42-46, 1986.

RIBEIRO, M. A importância do conhecimento do conteúdo matemático na prática letiva de uma professora: discutindo um modelo de análise. **Zetetiké**, Campinas, v. 19, n. 35, p. 71-102, 2011.

RIBEIRO, M. Tareas para alumnos y tareas para la formación: discutiendo el conocimiento especializado del profesor y del formador de profesores de matemáticas. In: JORNADAS NACIONALES DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA - SOCHIEM, 20., 2016, Valparaíso: Chile. **Anais...** Valparaíso: Chile: [s.n.], 2016. p. 31-39.

RIBEIRO, M.; ALMEIDA, A. R.; MELLONE, M. Desenvolvendo as especificidades do conhecimento interpretativo do professor e tarefas para a formação. In: GIRALDO, V.; VIOLA, J.; ELIAS, H. R. (Org.). **Problematizações sobre a formação matemática na licenciatura em Matemática**. [S.l.]: SBEM. No prelo.

SANCHEZ, E. La demostración en geometría y los procesos de reconfiguración: una experiencia en un ambiente de geometría dinámica. **Educación Matemática**, v. 15, n. 2, p. 27-53, 2003.

SANTANA, E.; ALVES, A. A.; NUNES, C. B. A teoria dos campos conceituais num processo de formação continuada de professores. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 29, n. 53, p. 1162-1180, dez. 2015.

SEMMER, S.; SILVA, S. de C. R. da; NEVES, M. C. D. Anamorfose no ensino de geometria. **ALEXANDRIA: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 6, n. 3, p. 61-86, nov. 2013.

SENA, R. M.; DORNELES, B. V. Ensino de geometria: rumos da pesquisa (1991-2011). **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 8, n. 1, p. 138-155, 2013.

SHULMAN, L. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, Harvard, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.

SOUZA, H. G. DE; GALVÃO, M. E. E. L.; SOUZA, W. R. S. DE. Representações bidimensionais de figuras tridimensionais: um estudo com a visualização. **JIEEM - Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, Londrina, v. 7, n. 1, p. 87-109, 2014.

STAKE, R. E. **The art of case study research**. 1. ed. Thousand Oaks, CA: Sage, 1995.

TAKIMOTO, T. **A percepção do espaço tridimensional e sua representação bidimensional: a geometria ao alcance das pessoas com deficiência visual em comunidades virtuais de aprendizagem**. 2014. 161 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Gestão do Conhecimento) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2014.

TALL, D.; VINNER, S. Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. **Educational Studies in Mathematics**, v. 12, p. 151-169, 1981.

ULIANA, M. R. Inclusão de estudantes cegos nas aulas de matemática: a construção de um kit pedagógico. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 597-612, 2013.

VIANA, O. A.; BOIAGO, C. E. P. Modelagem matemática no Geogebra: uma análise a partir dos registros de representação semiótica. **REnCiMa**, São Paulo, v. 6, n. 3, p. 23-37, 2015.

VYGOTSKY, L. **Obras escogidas**: fundamentos de defectologia. Madrid: Visor Dis, 1997. v. 5.

ZIMMERMANN, W.; CUNNINGHAM, S. Editor's introduction: What is mathematical visualization? In: ZIMMERMANN, W.; CUNNINGHAM, S. (Org.). **Visualization in teaching and learning mathematics**. Washington: Mathematical Association of America, 1991. p. 1-8

APÊNDICE

Apêndice I: Carta de autorização da Revista ACTIO: Docência em Ciências



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Curitiba
Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica– PPGFCET



CARTA DE AUTORIZAÇÃO

Eu, Maria Lúcia Panossian, Editora de seção da Revista ACTIO: Docência em Ciências (ISSN 2525-8923, DOI: [10.3895/actio](https://doi.org/10.3895/actio), <http://periodicos.utfpr.edu.br/actio>), tenho ciência e autorizo a inclusão do artigo intitulado *Conhecimento Especializado de futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais quanto às dificuldades de aprendizagem de alunos cegos e videntes sobre paralelismo*, na dissertação de mestrado de Silvania Couto da Conceição, apresentada à Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas.

Curitiba-PR, 11 de dezembro de 2019.

Maria Lucia Panossian
Editora da Revista ACTIO: Docência em Ciências (ISSN 2525-8923)



Revista **ACTIO**: Docência em Ciências
Av. Sete de Setembro, 3165 – Rebouças – Curitiba-PR
+55 (41) 3310-4664 <mailto:actio-ct@utfpr.edu.br> | <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio>

Apêndice II: Carta de autorização da Revista Educação UNG-SER



CARTA DE AUTORIZAÇÃO

Eu, **Silvia Piedade de Moraes**, Editora da Revista Educação UNG – SER (ISSN 1980-6269) tenho ciência e autorizo a inclusão do artigo intitulado *Conhecimento Especializado de Futuros Professores da Educação Infantil e Anos Iniciais no Âmbito do Paralelismo entre Retas* (DOI: <http://dx.doi.org/10.33947/1980-6269-v14n1-3744>), na dissertação de mestrado de Silvania Couto da Conceição, apresentada à Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas

Guarulhos/SP, 16 de outubro de 2019.

Silvia Piedade de Moraes

RG 27.401.677-1

Editora-chefe da Revista Educação UNG – SER (ISSN 1980-6469)

ANEXOS

Anexo I – A tarefa

Nomes:

Tarefa– Conhecimento de e sobre paralelismo e perpendicularismo

Parte I

1. Imagine que fora do contexto escolar alguém lhe faz as perguntas abaixo. Como lhe responderia?
 - a) Quando é que duas “coisas” são paralelas (o que são “coisas” paralelas)?
 - b) Posso ter três ou mais “coisas” paralelas?
 - c) O que é paralelismo?
 - d) O que é perpendicularismo?

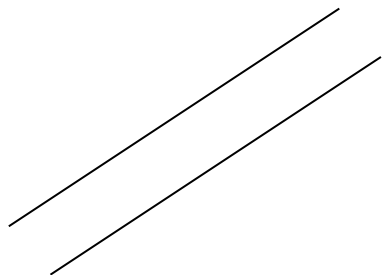
2. Dê dois exemplos distintos de “coisas”:
 - a) paralelas
 - b) perpendiculares
 - c) não paralelas
 - d) não perpendiculares

3. Represente de 3 formas distintas “coisas” (usando a linguagem textual, usando a linguagem matemática e usando a pictografia):
 - a) paralelas
 - b) perpendiculares

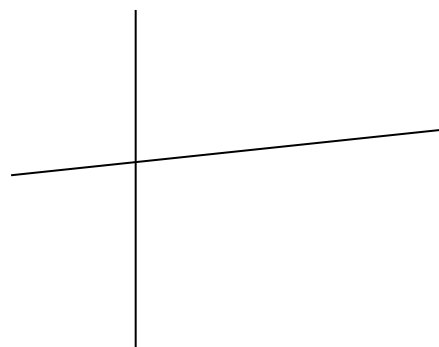
Parte II

Identifique as figuras que lhe forem entregues e justifique se podem ou não ser consideradas representações de “coisas” paralelas ou perpendiculares. Peça que o assistente registre suas constatações.

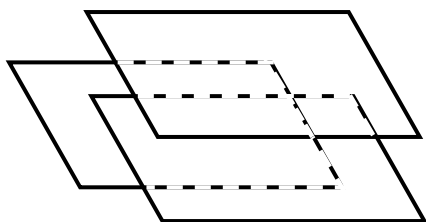
a)



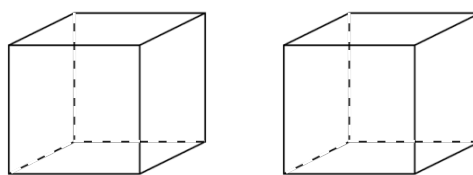
b)



c)



d)



Parte III

A professora Nadja implementou na sua turma do 4º ano, que tem três alunos cegos, uma tarefa relacionada com o paralelismo e perpendicularismo. Abaixo encontram-se algumas produções dos alunos. Para cada uma delas relate, justificando, se estão matematicamente corretas, e forneça um *feedback* construtivo para cada um dos alunos que considere terem respondido de forma não completamente correta (não se restringindo a “parabéns você acertou” ou “você conseguirá na próxima”):

1. Paralelismo é...

Rita: *Propriedade da geometria definida pelo não cruzamento de duas retas.*

Antônio: *É manutenção da mesma distância entre duas coisas.*

André (aluno cego): *É a não existência de pontos comuns que determinam a equidistância entre duas coisas.*

2. Perpendicularismo é ...

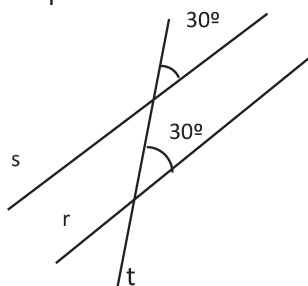
Miriam: *Posição relativa entre de duas retas caracterizada pela formação de 90° .*

Carla (aluna cega): *É a interseção em um ponto central, formando um ângulo reto.*

Thalita: *É o cruzamento de duas coisas, retas ou planos.*

3. As representações abaixo podem ser relacionadas com paralelismo? E perpendicularismo? Justifique.

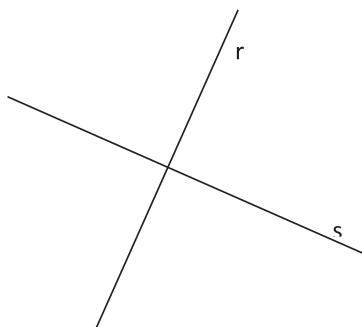
a)



Carla (aluna cega): *“s” e “r” são paralelas porque têm a mesma inclinação de 30° e possuem o mesmo coeficiente angular*

Alessandra: *As retas “r” e “s” mantêm a mesma distância entre si em todo seu comprimento e não têm nenhum ponto em comum, por isso são paralelas.*

b)



André (aluno cego): *As retas “r” e “s” são perpendiculares porque sua interseção forma um ângulo reto.*

Anie: *As retas apresentadas na figura não são perpendiculares, porque são oblíquas.*

Anexo II - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Título da pesquisa: Conhecimento Interpretativo de Futuros Professores da Educação Infantil e Anos Iniciais no Âmbito da Visualização em Geometria em Contextos de Trabalho com Alunos Cegos

Nome do(s) responsável(is): Silvania Couto da Conceição e Carlos Miguel da Silva Ribeiro

Número do CAAE: 72378117.2.0000.5404

Você está sendo convidado a participar como voluntário de um estudo. Este documento, chamado Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, visa assegurar seus direitos e deveres como participante e deverá ser assinado em duas vias, uma deverá ficar com você e outra com a pesquisadora.

Por favor, leia com atenção, aproveitando para esclarecer suas dúvidas. Se houverem perguntas antes ou mesmo depois de assiná-lo, você poderá esclarecê-las com a pesquisadora. Se preferir, pode levar para casa e consultar seus familiares ou outras pessoas antes de decidir participar. Se você não quiser participar ou retirar sua autorização, a qualquer momento, não haverá nenhum tipo de penalização ou prejuízo.

Justificativa e objetivos:

Formulou-se este projeto de pesquisa, considerando análises doutros pesquisadores que revelaram que muitos professores não se sentem seguros da efetividade de suas práticas ao lidarem com alunos com deficiência visual e paradoxalmente, assinalaram o aumento do número de alunos nesta condição em salas de aula comuns.

Por conseguinte, a presente pesquisa trata de um estudo sobre o conhecimento interpretativo que o futuro professor detém e mobiliza ao abordar questões de Geometria tendo por público alunos cegos. Sua proposta é buscar conhecer do modo mais amplo possível o conhecimento que o futuro professor mobiliza, bem como, espera-se identificar um conjunto de situações matematicamente críticas na prática do futuro professor ao abordar temas de geometria com alunos cegos e a partir destas formular um conjunto de indicadores de conhecimento interpretativo do futuro professor no âmbito da geometria para trabalhar com alunos nessa condição.

Para cumprir seus objetivos, o conhecimento especializado do futuro professor será considerado no sentido do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge – MTSK*²², estudado por Carrillo (2013), e fornecerá a base para o conhecimento interpretativo tal como definido por Jakobsen, Ribeiro e Mellone (2014).

Procedimentos:

Estão previstas 2 intervenções nas aulas da disciplina XXXXXXXXXXXXXXXX, buscando através das discussões em sala, promovidas na resolução de tarefas desenhadas para este fim, reconhecer o conhecimento interpretativo dos futuros professores quando se trata da abordagem de geometria à alunos cegos. Visando viabilizar a análise de todo o processo, tanto as intervenções quanto as possíveis entrevistas que poderão anteceder e/ou suceder esta atividade serão gravadas em vídeo e áudio.

Rubrica do pesquisador: _____

Rubrica do participante: _____

Como elemento da turma acima descrita, solicita-se a autorização para que a pesquisadora possa gravar seus áudios e vídeos, descrever seus relatos orais e escritos nas intervenções à aula, bem como, nas entrevistas individuais ou em grupo que poderão ocorrer no decurso da pesquisa.

Salienta-se que após a realização da pesquisa os dados coletados serão destruídos/excluídos. Enquanto isso, eles serão armazenados sob os cuidados da pesquisadora e seu orientador.

Observação:

- ✓ O acesso as gravações, escritos e filmagens das intervenções e entrevistas, ocorrerão mantendo-se absoluta confidencialidade sobre os dados ali registrados.

Desconfortos e riscos:

A participação nesta pesquisa não traz associados riscos previsíveis diretos ou indiretos em nenhuma das dimensões física, psíquica, moral, intelectual, social, cultural ou espiritual do ser humano, entretanto a pesquisadora se manterá atenta para esta questão comprometendo-se a envidar esforços para aplacar situações que possam conduzir a riscos, ou prestar a assistência devida, caso não consiga evita-los. Estando tal pesquisa segundo normatizado nas Resoluções CNS/MS nº 466 de 2012 e 510 de 2016.

Benefícios:

Ao participar desta pesquisa, os futuros professores podem ser beneficiados com o incremento do seu desenvolvimento e aprendizagem profissionais, decorrentes da ampliação do seu conhecimento interpretativo na abordagem de temas de Geometria no trato com alunos cegos, devido às reflexões e discussões promovidas nas intervenções e entrevistas. Além disso, estarão contribuindo para a formulação de um conjunto de indicadores de conhecimento especializado do futuro professor no âmbito da geometria para trabalhar com cegos. Ainda, espera-se que os resultados dessa pesquisa possam futuramente ser usados em benefício de outros futuros professores e de professores contribuindo para melhorias na formação do primeiro e no aperfeiçoamento das práticas do segundo grupo, respectivamente.

Acompanhamento e assistência:

O acompanhamento será como pesquisadora-observadora-interventora, durante as aulas. Após o encerramento da pesquisa, será possível visualizar os resultados da análise de identificação e compreensão do desenvolvimento profissional, do conhecimento especializado em Matemática e mais especificamente do ensino de Geometria à alunos cegos.

Sigilo e privacidade:

Você tem a garantia de que sua identidade será mantida em sigilo e nenhuma informação será dada a outras pessoas que não façam parte da equipe de pesquisadores. Na divulgação dos resultados desse estudo, seu nome não será citado.

Ressarcimento:

Você não terá nenhum tipo de despesa por participar deste estudo, bem como não receberá nenhum tipo de pagamento por sua participação, considerando que esta pesquisa será feita durante sua rotina de estudante da graduação. O participante de pesquisa tem direito à indenização em casos de danos decorrentes da pesquisa.

Rubrica do pesquisador: _____

Rubrica do participante: _____

Contato:

Em caso de dúvidas sobre a pesquisa, você poderá entrar em contato com os pesquisadores Silvania Couto da Conceição, Faculdade de Educação da Unicamp, Programa de Pós-Graduação, Rua Bertrand Russel, CEP 13057-194 Campinas-SP, e-mail: silvaniacoutoc@gmail.com ou Miguel Ribeiro, Faculdade de Educação da Unicamp, Rua Bertrand Russel, CEP 13057-194 Campinas-SP, e-mail: cmribas78@gmail.com.

Em caso de denúncias ou reclamações sobre sua participação no estudo, você pode entrar em contato com a secretaria do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP): Rua: Tessália Vieira de Camargo, 126; CEP 13083-887 Campinas – SP; telefone (19) 3521-8936; fax (19) 3521-7187; e-mail: cep@fcm.unicamp.br

Consentimento livre e esclarecido:

Após ter sido esclarecimento sobre a natureza da pesquisa, seus objetivos, métodos, benefícios previstos, potenciais riscos e o incômodo que esta possa acarretar, aceito participar:

Nome do(a) participante:

(Assinatura do participante)

Data: ____/____/____.

Responsabilidade do Pesquisador:

Asseguro ter cumprido as exigências da resolução 510/2016 CNS/MS e complementares na elaboração do protocolo e na obtenção deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Asseguro, também, ter explicado e fornecido uma cópia deste documento ao participante. Informo que o estudo foi aprovado pelo CEP perante o qual o projeto foi apresentado e pela CONEP, quando pertinente. Comprometo-me a utilizar o material e os dados obtidos nesta pesquisa exclusivamente para as finalidades previstas neste documento ou conforme o consentimento dado pelo participante.

_____ *Data:* ____/____/____

(Assinatura do pesquisador)

Rubrica do pesquisador: _____

Rubrica do participante: _____